



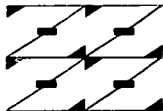
UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Estudios Superiores Zaragoza

**Algoritmos Computarizados para la Estimación
de los Parámetros de la Función de Crecimiento
de von Bertalanffy y su Aplicación a Datos
Biológico-Pesqueros.**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
B I Ó L O G O
P R E S E N T A :
JOSÉ RICARDO RODRÍGUEZ ROJAS

FES ZARAGOZA
UNAM



LO HUMANO
ES
DE NUESTRA REFLEXIÓN

Director de Tesis
Dr. Isaías H. Salgado Ugarte

México D. F.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

2003



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Esta Tesis está dedicada a mi Familia:

A mis Padres por su apoyo incondicional en todo momento de mi vida. Gracias por confiar en mí y regalarme la oportunidad de tener una formación profesional.

A Lilitiana, Rocío y Elizabeth, ya que juntos nos hemos apoyado y seguramente lograremos realizar todas nuestras metas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Agradecimientos

Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México por brindarme, a través de la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza, una sólida formación académica y profesional.

De manera muy especial agradezco al Dr. Isaias H. Salgado Ugarte su asesoría y apoyo brindado en todo momento para la realización de este trabajo.

A los Maestros en Ciencias Armando Cervantes Sandoval y Patricia Rivera García por su ayuda y sugerencias para enriquecer y perfeccionar el escrito.

Al Dr. José Luis Gómez Márquez le agradezco el haberme brindado, a través de sus escritos y de manera personal, las bases matemáticas para la realización de esta tesis.

Al Biólogo Luis Samuel Campos Lince le agradezco sus críticas constructivas y sugerencias en este trabajo que sin duda ayudaron a mejorarlo.

Son muchas las personas que han contribuido, deliberadamente o no, a mi formación tanto profesional como personal, estas líneas están dedicadas a todas ellas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

c

Índice

	Página
Resumen	1
Introducción	2
EDAD Y CRECIMIENTO	3
<i>Definición del Crecimiento</i>	3
FUNCIÓN DE CRECIMIENTO DE VON BERTALANFFY	6
MÉTODOS PARA DETERMINAR LOS PARÁMETROS DE CRECIMIENTO DE LA FUNCIÓN DE CRECIMIENTO DE VON BERTALANFFY	9
<i>Método de Ford-Walford</i>	9
<i>Método de Gulland</i>	11
<i>Método de Gulland-Holt</i>	12
<i>Método de Beverton-Holt</i>	13
<i>Método de Aproximación no Lineal Marquardt-Levenberg</i>	14
Planteamiento del Problema y Justificación	18
Objetivos	19
Método	20
Resultados y Discusión	28
Conclusiones	50
Literatura Citada	51
Apéndice A	53

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Resumen

Uno de los parámetros poblacionales que más información da a los estudios de dinámica poblacional es el de crecimiento. Los estudios relacionados con la determinación de la edad y su velocidad de crecimiento proporcionan datos de biología de la especie y en forma directa permiten medir: disponibilidad y composición de la población en una zona determinada, efectos del crecimiento sobre la variación de densidad de la población, grados óptimos de captura y conocimiento sobre el efecto de las condiciones ambientales en la población. Uno de los modelos matemáticos de crecimiento más utilizados en Biología Pesquera es el de von Bertalanffy. En este trabajo, se hizo una revisión de los métodos más utilizados para estimar sus parámetros y se desarrolló un paquete de cómputo que incluye procedimientos lineales (Ford-Walford, Gulland, Gulland-Holt y Beverton y Holt) así como no lineales (por algoritmo de Levenberg-Marquardt) que incluyen valores medios de longitud por grupo de edad. Este último procedimiento de regresión constituye un enfoque moderno y más completo para la estimación de los parámetros que además permite ponderar los datos por la información de frecuencia por grupo de edad. Entre los resultados más importantes de ésta rutina (regresión no lineal) se incluyen la suma de residuales al cuadrado y la matriz de varianza-covarianza, valores que pueden utilizarse en pruebas estadísticas multivariadas y de máxima verosimilitud posteriores.

Estos procedimientos se probaron con datos publicados en la literatura, sobre todo con los obtenidos con el "suzuki" (*Lateolabrax japonicus*) y en todos los casos los resultados fueron iguales a los reportados por otros investigadores, quienes utilizaron diversos programas computarizados.

El paquete que se desarrolló es una contribución para los investigadores de pesquerías hispanoparlantes y reúne en un solo ambiente, los procedimientos más importantes para estimar los parámetros de la FCVB.

En lo concerniente a la regresión no lineal, el programa es fácilmente modificable para que en una futura versión se puedan ajustar otros modelos tales como Gompertz ó Logístico.

Este conjunto de métodos representa una herramienta muy útil para el estudio del crecimiento de especies ícticas y otros organismos acuáticos, explotados o no.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Introducción.

Según Royce (1972) la dinámica poblacional es el estudio de una población vista como una unidad activa, es decir, es el estudio de los cambios que se dan en una población a través del tiempo en los aspectos de natalidad, mortalidad, reclutamiento y crecimiento, y es a partir de estos estudios que se pueden establecer criterios de explotación de un recurso pesquero. Los factores vitales que gobiernan la dinámica poblacional y que determinan la productividad de las mismas son; el reclutamiento, la sobrevivencia, la mortalidad y el crecimiento, a los cuales llama factores de la producción. El estudio integral de los parámetros mencionados conduce a entender el comportamiento de una población.

Los datos sobre la edad junto con los de longitud y peso, pueden dar información sobre la composición de un stock sobre su madurez, longevidad, mortalidad, crecimiento y producción (Ricker, 1975). Los estudios de crecimiento se pueden relacionar con otros factores que afectan a la población para ofrecer una gran cantidad de información. Saetersdal (1966) comenta que una alta intensidad pesquera afecta el tamaño de los peces, ya que si ésta se efectúa en los peces pequeños no se aprovecha su potencial de crecimiento; esto quiere decir que si los peces son capturados cuando están muy pequeños existe una alta presión de selección que ocasiona que la talla de primera madurez se vea disminuida, por lo tanto el número de individuos que alcanzan una talla mayor disminuirá, reduciéndose así la producción del stock de una manera general. Un buen estudio de crecimiento detectará este problema, ayudando a determinar las pautas que regirán el manejo de la pesquería.

Los estudios de crecimiento también pueden servir para establecer fenómenos de densodependencia, stress y disminución de la talla debido a la densidad. En acuicultura estos estudios pueden dar información sobre el grado de adaptabilidad que pueden tener algunas especies en un cuerpo de agua determinado (Medina, 1979). En algunos casos se utilizan estudios de crecimiento para dar una medida cuantitativa en trabajos cuyo objetivo es determinar la cantidad y calidad del alimento (González, 1986), ya que un aumento en la disponibilidad éste último produce aceleración en la tasa de crecimiento, desarrollo temprano de la madurez y aumento en la fecundidad de los individuos.

Los estudios comparativos tanto de crecimiento como de los otros parámetros de la dinámica poblacional pueden servir como criterios para determinar si dos poblaciones pertenecen a un mismo stock. La realización de estudios comparativos de este tipo, puede dar una apreciación del incremento en la competencia tanto intra como interespecífica, pues hay una relación directa entre la cantidad de recursos y el nivel de competencia (González, 1986).

En el caso de los estudios de crecimiento encaminados a establecer criterios de regulación de una pesquería, la información que se obtiene es amplia y comprende por ejemplo:

la talla máxima hipotética alcanzada por los individuos, su constante de crecimiento, siendo estos dos parámetros los que aparecen en el modelo de Bertalanffy, talla mínima de captura, talla de primera madurez, relación talla-peso, factor de condición, talla máxima de explotación etc.

Edad y Crecimiento

Gómez (1994) menciona que el crecimiento es un parámetro básico para el análisis de las pesquerías, ya que implica el incremento en biomasa de la población y para su determinación es importante establecer la edad de los organismos. La ecuación de crecimiento permite incorporar sus constantes a modelos de rendimiento y evaluación pesquera.

Ya que el crecimiento es considerado como un proceso de incremento gradual o de desarrollo progresivo con el tiempo en tamaño o peso del organismo, se puede medir por el cambio en longitud o peso de un pez individual y su estudio es esencial para la aplicación de los modelos analíticos, ya que consiste en estimar la relación que existe entre la talla de los peces y su edad, teniendo como objetivo estimar la talla media de los peces de cada edad.

El conocimiento de la edad del pez es una característica biológica importante que proporciona información muy útil durante el desarrollo temprano de una pesquería comercial. Los peces que viven durante largo tiempo normalmente proveen gran rendimiento al comienzo de una pesquería debido a la baja pesca de las clases de edad más altas (Hilborn y Walters, 1992). Es importante realizar la determinación de la edad, ya que a partir de ésta se puede:

- 1) Definir la longevidad de las especies.
- 2) Identificar las clases anuales que componen un efectivo.
- 3) Determinar la edad de primera madurez sexual.
- 4) Determinar la edad de reclutamiento.

Y a través de una formulación matemática adecuada se logra determinar:

- a) Las ganancias de biomasa utilizables.
- b) La composición de edades de la población.
- c) Las tasas de mortalidad y sobrevivencia.

Definición del Crecimiento.

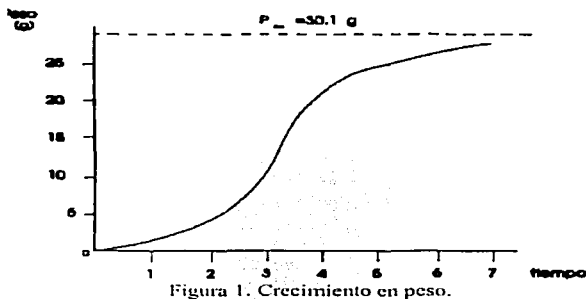
Existen varias definiciones respecto al crecimiento de un organismo y todas están enfocadas hacia la construcción de tejido corporal (mediante la asimilación de alimento), lo que se traduce en un aumento en talla como en biomasa.

Brett, define el crecimiento como la ingestión de alimento, digestión, asimilación, gasto metabólico y excreción, y que termina en el depósito de material animal, Vasnetsov considera que el crecimiento de un pez resulta del consumo de alimento, su asimilación y la construcción del cuerpo del organismo, Jones establece que el crecimiento es el cambio de tamaño de un organismo viviente con la edad, Weatherley y Hill definen el crecimiento como el cambio en tamaño (peso, longitud, volumen) con el tiempo (autores citados en Gómez, 1994). Sin embargo, una definición más exacta es la citada por Royce (1972) que dice: "el crecimiento es la adición de material el cual es organizado totalmente dentro del organismo". En términos de equivalente de energía puede ser expresado como:

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = R * T$$

en el cual ΔW es el crecimiento, R la energía total obtenida de las raciones, y T la energía total expandida en el metabolismo durante una unidad de tiempo, lo que conlleva a que los peces presenten las siguientes características:

- Los peces no cesan de crecer, sino que su tasa de crecimiento disminuye hasta hacerse asintótica, donde presentan incrementos mínimos con relación al tiempo, por lo que se considera como crecimiento ilimitado.
- El crecimiento en peso de los peces se representa mediante una curva de carácter sigmoideo; (figura 1), mientras que en el crecimiento en longitud la curva es de carácter exponencial (figura 2).



Determinar correctamente la edad de los animales acuáticos es una de las tareas más importantes en la biología pesquera. En casi todos los estudios biológicos de peces, moluscos y crustáceos se debe recurrir a esta capacidad, a tal punto que, la determinación de la edad es

una parte central de todo trabajo de investigación dirigido hacia la explotación racional de los recursos pesqueros (Gómez, 1994).

Existen dos métodos para obtener la edad de los organismos:

- Directos, dentro de los que se considera:
 - i. La liberación y recuperación de peces marcados.
 - ii. Colocación de peces de edad conocida y/o tamaño en cuerpos de agua experimentales.
 - iii. Interpretación y conteo de capas periódicas depositadas en estructuras duras:
 - a) Escamas
 - b) Otolitos
 - c) Opérculo y otros huesos.
- Indirectos, los cuales se basan en la distribución de frecuencia de tallas de una población de peces.

En los últimos años ha aumentado considerablemente el interés por los métodos basados en la talla para evaluar las poblaciones de peces. Esto se ha impulsado por al menos tres factores: los crecientes problemas que plantea la aplicación de los métodos más conocidos basados en la edad, especialmente en las zonas tropicales, donde los peces no llevan marcas de nacimiento fáciles de descifrar en sus escamas u otolitos; el desarrollo de métodos mejorados para analizar los datos de talla, y la mayor disponibilidad de computadoras, que ponen al alcance de todos la capacidad de cálculo necesaria para aprovechar algunos de los nuevos métodos (Gulland y Rosenberg, 1992). Sparre y Venema (1992), sugieren que el mejor compromiso en la determinación de la edad de especies tropicales es el análisis de un gran número de datos de frecuencia de longitud y combinarlas con un número pequeño de lectura de anillos con base en estructuras duras.

Para el análisis de poblaciones conviene expresar el crecimiento en forma de una expresión matemática, una función que describa la relación que existe entre variables. Básicamente es la representación de cómo cambia una cantidad (por ejemplo la talla) al cambiar otra (por ejemplo el tiempo). El requisito básico es obtener una expresión que de el tamaño (en longitud o en peso) de un organismo a una edad determinada cualquiera; esa expresión debe estar acorde con los datos observados, debe ser coherente con el proceso biológico que intenta describir y debe tener una forma matemática que pueda ser incorporada con suficiente facilidad en expresiones utilizadas en el análisis de poblaciones, como la función de crecimiento logística, de Gompertz o de von Bertalanffy, entre otras (Gulland, 1971).

Desde el punto de vista biológico, describir el crecimiento de los peces por medio de expresiones matemáticas es un problema complejo que requiere identificar cada uno de los componentes que intervienen en el proceso. Los peces pueden desplegar un intervalo de tasas

de crecimiento intraespecífico bajo diferentes condiciones ambientales. Por esta razón, el tamaño final del adulto no depende solamente de las características genéticas de la especie, sino que es la sinergia de todos los factores involucrados. Pauly (1991) determina que estos factores inciden en las tasas de anabolismo y catabolismo.

Función de Crecimiento de von Bertalanffy

En los peces, al igual que en todos los seres vivos, el tamaño del cuerpo está estrechamente relacionado con la edad y a medida que pasa el tiempo los peces van aumentando de tamaño al mismo tiempo que aumentan la edad. Como se aprecia en la figura 2, este cambio o aumento de tamaño no es constante a lo largo de toda la vida del pez.

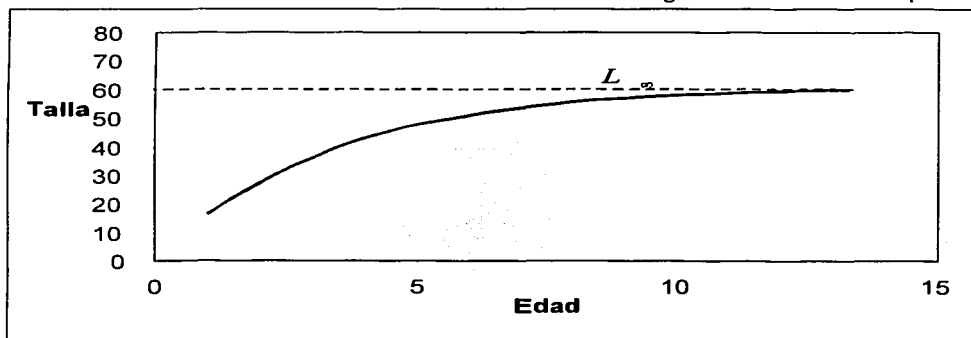


Figura 2. Curva de Crecimiento del modelo de von Bertalanffy.

En biología pesquera la mayoría de los análisis están más directamente interesados en las tasas de crecimiento, es decir en el aumento de longitud o en peso por unidad de tiempo, más que en el tamaño en diferentes edades; debido a que muchos problemas que se plantean en la evaluación de pesquerías son esencialmente problemas de comparación de peso ganado por la población debido al crecimiento y pérdida por mortalidad, (Gulland, 1971). Con base en esto se elaboran modelos que expresan el crecimiento de los organismos en forma de una ecuación matemática.

El crecimiento en longitud describe normalmente una curva de tipo exponencial (fig. 2), el crecimiento suele ser muy rápido al principio, cuando el pez es muy joven, pero se va haciendo más y más lento a medida que aumenta la edad y a medida que éste alcanza el tamaño o la longitud máxima que cada individuo puede alcanzar.

Varios son los autores que han tratado de describir el crecimiento en forma matemática y, entre ellos, ha sido von Bertalanffy (1938) quien ha logrado desarrollar la formulación matemática que satisface mejor ciertas condiciones primordiales como son, por ejemplo, el que la expresión matemática sea coherente con el proceso biológico del crecimiento, tener una formulación que puede ser incorporada fácilmente en los modelos de dinámica de poblaciones y de administración de recursos pesqueros y, lo más importante, que la ecuación se ajuste bien a la mayor parte de los datos observados sobre crecimiento en peces. La función de crecimiento de von Bertalanffy ha sido muy útil para seguir de cerca el crecimiento observado de muchas especies de peces.

Al tratar de relacionar la velocidad de incremento en longitud del pez con su propia longitud se obtendrá normalmente una regresión lineal con una pendiente negativa, donde el incremento en longitud se va haciendo cada vez menor, aproximándose a cero a medida que la longitud del pez se aproxima a la longitud teórica máxima (L_{∞}) o longitud asintótica. Esta relación lineal entre la velocidad de incremento en longitud y la perteneciente longitud, puede ser representada por la ecuación diferencial (Csirke, 1993; Ehrhardt, 1981):

$$\frac{dl}{dt} = K(L_{\infty} - l) \quad \text{Ec 1.1}$$

o también por

$$\frac{dl}{dt} = KL_{\infty} - Kl$$

para resolver esta ecuación diferencial se reordenan los términos:

$$\frac{dl}{KL_{\infty} - Kl} = dt$$

se reúnen transitoriamente las constantes, de forma que:

$$KL_{\infty} = H$$

e integrando:

$$\int \frac{dl}{H - Kl} = \int dt$$

se tiene que

$$-\frac{1}{K} \ln(H - Kl) = t + C$$

y multiplicando por -K

$$\ln(H - Kl) = -K(t + C) \quad \text{Ec 1.2}$$

aplicando antilogaritmo

$$H - Kl = e^{-K(t+C)}$$

despejando l

$$l = \frac{H}{K} - \frac{1}{K} e^{-Kt} e^{-KC} \quad \text{Ec 1.3}$$

si $l = 0$ cuando $t = t_0$

$$0 = \frac{H}{K} - \frac{1}{K} e^{-Kt_0} e^{-KC}$$

y multiplicando por $-K$

$$\begin{aligned} 0 &= H - e^{-Kt_0} e^{-KC} \\ H &= e^{-Kt_0} e^{-KC} \\ e^{-KC} &= H e^{Kt_0} \quad \text{Ec 1.4} \end{aligned}$$

sustituyendo 1.4 en 1.3

$$l = \frac{H}{K} - \frac{1}{K} e^{-Kt} H e^{Kt_0}$$

queda

$$l = \frac{H}{K} - \frac{H}{K} e^{-Kt} e^{Kt_0}$$

factorizando

$$\begin{aligned} l &= \frac{H}{K} (1 - e^{-Kt} e^{Kt_0}) \\ l &= \frac{H}{K} (1 - e^{-K(t-t_0)}) \quad \text{Ec 1.6} \end{aligned}$$

se sustituye $H = K L_\infty$ en la ecuación 1.6, de forma que se llega a una versión bastante más simplificada de la ecuación de crecimiento de von Bertalanffy: El modelo matemático expresa la talla o longitud l como una función de la edad del pez, t :

$$l_t = L_\infty (1 - e^{-K(t-t_0)}) \quad \text{Ec. 1.7}$$

En el lado izquierdo de la ecuación figura la talla a edad t , y en el derecho tres parámetros, que son: " L_∞ ", " K " y " t_0 ", donde L_∞ es la talla asintótica, K es el coeficiente de catabolismo, es una constante que describe la rapidez con que se alcanza L_∞ , y finalmente t_0 , la edad hipotética en la cual el pez tiene una talla cero, aunque biológicamente, esto no tiene

significado, ya que el crecimiento comienza a nivel larval, pero se puede hablar de t_0 , cuando se establece que t_0 es igual a 0 el día del nacimiento (Kimura, 1980).

Métodos para determinar los parámetros de crecimiento de la función de crecimiento de von Bertalanffy.

Los métodos de estimación de los parámetros de las ecuaciones de crecimiento consisten en ajustar dichas expresiones a los valores observados mediante una selección de parámetros, los cuales hacen que la curva expresada por la función de crecimiento pase tan próxima como sea posible a la mayoría de los puntos.

Los siguientes métodos explican la forma de obtener los parámetros K , t_0 y L_∞ (Haddon, 2001; King, 1995; Salgado-Ugarte, *et al*, 2000; Gómez, 1994; Sparre y Venema, 1992).

Método de Ford-Walford.

Usando el método de una sola muestra, se puede estimar una curva de crecimiento por medio del seguimiento de la posición relativa de las medias en un histograma de tallas (*Método de Petersen*). El principal supuesto es que las medias tienen intervalos de tiempo iguales, de típicamente un año. Una de las formas más simples para la estimación de parámetros de la función de crecimiento de von Bertalanffy para la representación de datos a intervalos iguales de tiempo es mediante el Método de Ford-Walford.

Este método consiste en graficar las medias (o modas) correspondientes a la edad t en el eje de las x , y las mismas medias, pero de la edad $t+1$, en el eje de las y . De este modo se genera una línea recta, y donde esta línea corta a la recta de 45° se determina el valor de L_∞ .

Análiticamente la curva de crecimiento se puede obtener mediante la diferencia de medias que corresponda a los tiempos $t+1$ y t . De esta manera se tiene que:

$$\begin{aligned}
 l_{t+1} - l_t &= L_\infty (1 - e^{-K(t+1-t_0)}) - L_\infty (1 - e^{-K(t-t_0)}) \\
 &= L_\infty (e^{-K(t-t_0)} - e^{-K(t+1-t_0)}) \\
 &= L_\infty (e^{-Kt} e^{Kt_0} - e^{-Kt} e^{-K} e^{Kt_0}) \\
 &= L_\infty e^{-Kt} e^{Kt_0} (1 - e^{-K}) \\
 l_{t+1} - l_t &= L_\infty e^{-K(t-t_0)} (1 - e^{-K})
 \end{aligned}$$

Ec 2.1

de la ecuación original de von Bertalanffy se tiene:

$$l_x - l_t = L_\infty e^{-K(t-t_0)} \quad \text{Ec 2.2}$$

sustituyendo 2.2 en 2.1:

$$l_{t+1} - l_t = (L_\infty - l_t)(1 - e^{-K}) \quad \text{Ec 2.3}$$

$$l_{t+1} - l_t = L_\infty(1 - e^{-K}) - l_t + l_t e^{-K}$$

suprimiendo el término l_t , se tiene:

$$l_{t+1} = L_\infty(1 - e^{-K}) + l_t e^{-K}$$

Esto es una ecuación lineal y sugiere que la talla a edad t , l_t , puede ser graficada contra la talla a edad $t + 1$, l_{t+1} . Esto genera una línea recta, donde esta recta corta a la línea de 45° (pendiente igual a 1) define el valor de L_∞ , puesto que en este punto $l_t = l_{t+1}$, y esto ocurre cuando la curva ha alcanzado la asíntota en el infinito.

En esta forma es posible estimar K y L_∞ como:

$$a = L_\infty(1 - e^{-K}) \rightarrow L_\infty = \frac{a}{1 - e^{-K}}$$

$$b = e^{-K} \rightarrow K = -\ln b$$

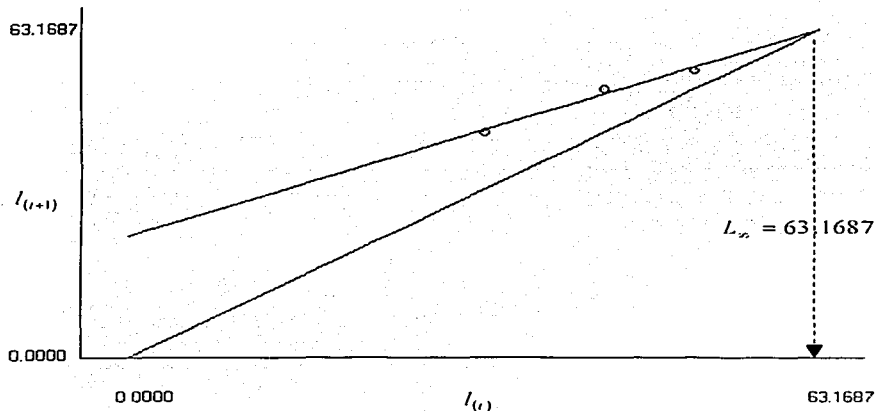


Figura 3. Gráfico de Ford-Walford.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Método de Gulland

Este método es una variación del de Ford-Waford y fue propuesto por Chapman en 1961 y después por Gulland en 1969. Se basa en el uso de un intervalo de tiempo constante: (Δt).

Se reordena la ecuación 2.3 y se tiene:

$$l_{t+1} - l_t = (L_r - l_t)(1 - e^{-K})$$

$$l_{t+1} - l_t = L_r(1 - e^{-K}) - l_t(1 - e^{-K})$$

Si se define $l_{t+1} - l_t = \Delta l_t$, esto es el incremento en tamaño ocurrido durante el periodo ($t + 1$) - t , se tendrá otra relación lineal obtenida de la gráfica de los puntos Δl_t contra l_t y la ecuación será como sigue:

$$\Delta l_t = L_r(1 - e^{-K}) - l_t(1 - e^{-K})$$

en donde:

$$a = L_r(1 - e^{-K}) \rightarrow L_r = \frac{a}{1 - e^{-K}}$$

$$b = -(1 - e^{-K}) \rightarrow K = -\ln(b + 1)$$

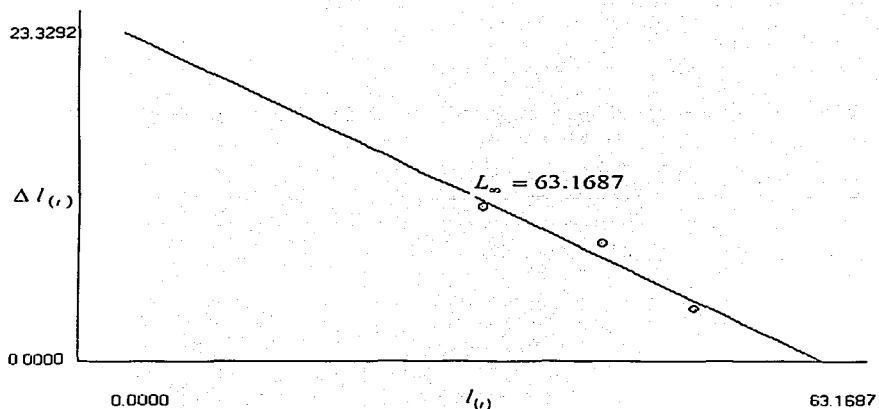


Figura 4. Gráfico de Gulland

Una deficiencia de este método, es la autocorrelación que pueda existir entre ΔL_t y L_t , puesto que dicha longitud a edad t , se encuentra tanto en la variable independiente como en la dependiente.

Método de Gulland–Holt

Este procedimiento, propuesto por Gulland y Holt en 1959, toma en cuenta que el pez incrementa su talla conforme envejece, pero esta tasa de crecimiento (incremento de la talla por unidad de tiempo) decrece con la edad aproximándose a cero en peces muy viejos. Si se toma en cuenta la definición de la tasa de crecimiento:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_{t+\Delta t} - L_t}{\Delta t}$$

Y considerando que la relación matemática entre la talla de un pez y su tasa de crecimiento a un tiempo dado es una función lineal, se tiene que:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = a + bL_t$$

y usando la función de crecimiento de von Bertalanffy se tiene que

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = K(L_\infty - L_t)$$

y rescribiendo la ecuación anterior se tiene:

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = KL_\infty - KL_t$$

donde

$$L_t = \frac{L_{t+\Delta t} + L_t}{2}$$

Cuando Δt es pequeña, L_t puede ser una aproximación razonable de la talla media. La ventaja que tiene este método sobre los demás es que Δt no necesita ser una constante. Usando L_t como variable independiente y $\Delta L / \Delta t$ como la variable de respuesta, la ecuación se vuelve una relación lineal permitiendo que la estimación de los parámetros se realice por regresión.

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = KL_\infty - KL_t \rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta t} = a + bL_t$$

Donde

$$K = -b \text{ y } a = -bL_\infty \rightarrow L_\infty = -\frac{a}{b}$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

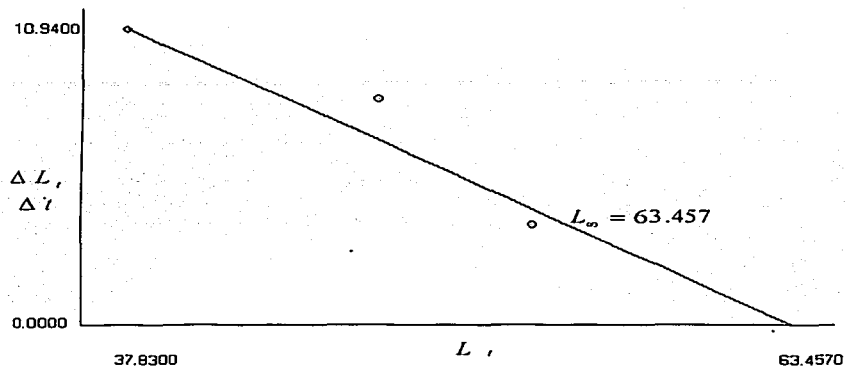


Figura 5. Gráfico de Gulland-Holt

Método de Beverton-Holt

Este método propuesto por Beverton y Holt en 1957, se usa para estimar K y t_0 para una L_∞ dada, la cual puede obtenerse por cualquiera de los métodos anteriores. De la VBGF se obtiene lo siguiente:

$$l_t = L_\infty (1 - e^{-K(t-t_0)})$$

$$l_t = L_\infty - L_\infty e^{-K(t-t_0)}$$

$$L_\infty - l_t = L_\infty e^{-K(t-t_0)}$$

$$\ln(L_\infty - l_t) = \ln(L_\infty) - Kt + Kt_0$$

reordenando, finalmente se tiene:

$$\ln(L_\infty - l_t) = \ln(L_\infty) + Kt_0 - Kt$$

La cual es una función lineal de t contra $\ln(L_\infty - l_t)$ y los parámetros se obtienen de la siguiente manera:

$$b = -K \rightarrow K = -b,$$

$$a = \ln(L_\infty) + Kt_0$$

y resolviendo para t_0 se tiene: $t_0 = \frac{a - \ln(L_\infty)}{K}$

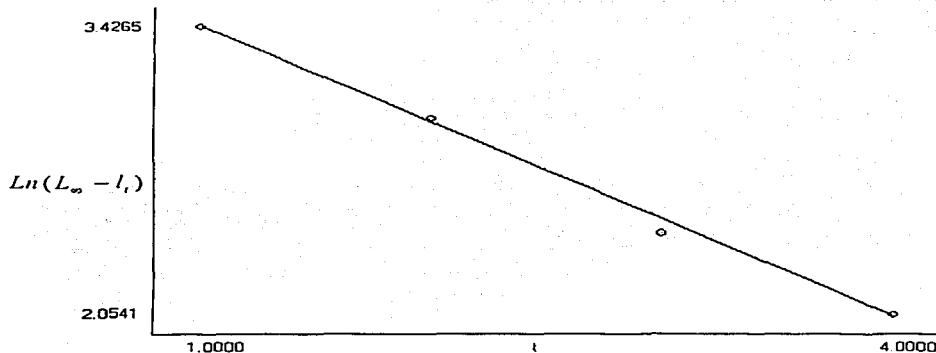


Figura 6. Gráfico de Beverton-Holt

Método de Aproximación no Lineal Marquardt-Levenberg

El algoritmo de Gauss-Newton se basa en el algoritmo de Newton para la determinación de las raíces de una función (Golub, 1983). En este algoritmo se supone que se tiene un estimado del parámetro u_0 donde la función tiene una raíz, entonces $u_i = u_0 + p$, donde $p = \frac{-f(u_0)}{f'(u_0)}$, se usa este valor como la nueva estimación donde f cruza por eje. El método de Gauss-Newton sigue la misma idea para encontrar el mínimo de una suma de cuadrados. Supone que se tiene algún estimado u de la solución u^* . Se resuelve el sistema de mínimos cuadrados lineales de la forma $Gp = -d$, donde G es la matriz Jacobiana de $m \times n$ cuyo i -ésimo renglón es el gradiente de d_i con respecto a los parámetros de u , esto es $G_{ij} = \frac{\partial d_i}{\partial u_j}$, evaluada en u , en tanto el i -ésimo componente de d es el residuo de la distancia entre el punto i y la geometría con los parámetros u , $d_i(u)$. Finalmente se actualiza la estimación de los parámetros de solución haciendo $u = u + p$. Estos pasos son repetidos hasta que se estime que se ha convergido a la solución u^* .

El criterio de convergencia de los métodos iterativos en minimización de funciones pueden ser, un pequeño cambio en las nuevas soluciones, o una magnitud pequeña en el vector de actualización.

El algoritmo de Gauss–Newton presenta problemas de convergencia cuando la aproximación inicial no esta en la vecindad de la real. Además la matriz G puede llevar a una matriz no definida positiva en la solución del problema de mínimos cuadrados lineales, el cual no es posible solucionarlo directamente. Este caso lo prevé el método de Levenberg–Marquardt (Nash, 1979) mediante la suma de una constante multiplicada por la matriz identidad a la matriz cuadrada (ya en la solución de mínimos cuadrados), provocando que la matriz se vuelva diagonal dominante y buscando así que se vuelva definida positiva. Esta consideración pretende detener la introducción de la matriz hessiana (segundas derivadas) y de esta manera evitar la introducción de los datos originales, lo cual según Golub y Nash provoca desviaciones en la estimación de la solución verdadera.

Programación en Visual Basic.

La mayoría de aplicaciones Windows, así como otros programas, emplean una Interfase Gráfica de Usuario (GUI), que presenta una o más pantallas con objetos, menús, botones, líneas, cuadros de edición etc, todos inactivos hasta que el usuario provoca un evento al hacer clic con el mouse sobre un botón, barra de menús, en las formas, o cualquier otro suceso. Una vez que el evento ocurre, el usuario espera que cada objeto realice su función y se comporte de una manera confiable. Este requerimiento de confiabilidad es el que hace que la programación orientada a objetos y manejada por eventos sea perfecta para el desarrollo de aplicaciones Windows. El lenguaje de programación que lo logra es Visual Basic, ya que es un entorno de desarrollo relativamente sencillo diseñado para la creación de aplicaciones para los ambientes de trabajo Microsoft Windows 95, 98 y NT. Ya que este lenguaje incorpora las posibilidades de un lenguaje de alto nivel con las herramientas de diseño gráfico, permite ahorrar un gran trabajo en creación del código.

La ventaja principal de este lenguaje de programación es su sencillez para programar aplicaciones de cierta complejidad para Windows y sus desventajas son la necesidad de archivos adicionales además del ejecutable y cierta lentitud en comparación con otros lenguajes (Tabla 1). En la actualidad este último factor es cada vez menos determinante debido a la gran potencia de las computadoras de última generación.

Visual Basic proporciona un ambiente de desarrollo donde el trabajo de programación llega a ser un proceso directo y lo más importante, bien estructurado. Los pasos en este proceso son básicamente trazar y dar nombres a los objetos que se desplegarán en la forma y

relacionar con los objetos significativos el código que se ejecutará en respuesta a eventos del usuario o generados por el sistema (Gurewich, *et al*, 1998. Microsoft Corporation, 1997).

Tabla 1. Características de los lenguajes de programación más populares.

Visual Basic	Lenguaje de programación de alto nivel, utilizado con frecuencia por programadores principiantes.
C	Lenguaje de programación compilado y estructurado, que suele utilizarse en numerosos lugares de trabajo porque sus programas pueden transferirse fácilmente entre distintos tipos de computadoras.
FORTRAN	Diseñado en un principio para usos científicos y de ingeniería, se trata de un lenguaje compilado de alto nivel que hoy se utiliza en numerosos campos. Precursor de diversos conceptos, como las variables, las instrucciones condicionales y las subrutinas compiladas por separado.
Pascal	Lenguaje compilado y estructurado. Agrega tipos y estructuras de datos simplificando la sintaxis. Al igual que el C, se trata de un lenguaje de programación estándar para microcomputadoras.

El presente trabajo propone el desarrollo de un paquete computacional hecho en Visual Basic diseñado para ejecutarse en Windows que realice la estimación de parámetros de la función de crecimiento de von Bertalanffy a través de los métodos lineales tradicionales y un método de regresión no lineal. Sparre y Venema, (1992) sugieren que la estimación de los parámetros de la función de crecimiento de von Bertalanffy por regresión no lineal es un método superior a los lineales, desde un punto de vista teórico y estadístico.

Existen varios programas que realizan los métodos de estimación de parámetros, desafortunadamente ninguno incluye una colección de los más utilizados, a excepción del programa STATA, lo que limita al usuario la posibilidad de realizar o probar los diferentes métodos que mejor ajusten a los datos.

Entre los más utilizados se encuentra el paquete LFSA para la evaluación de poblaciones de peces (Sparre, 1987), que contiene un módulo llamado VONBER que estima los parámetros de crecimiento por mínimos cuadrados no lineales a través del método de Gauss-Newton. Se ejecuta por medio de diálogos a través de pantallas autoexplicativas, las indicaciones se presentan en forma de menú, del que el usuario tecléa una opción. Además de los módulos de análisis de distribución de frecuencias de tallas, también contiene varios programas de utilidad para el manejo de los datos y para su procesamiento primario. (Sparre, 1987)

El paquete FISAT calcula los parámetros de la ecuación de crecimiento por regresión no lineal por medio del método de Marquardt, sin embargo, se necesita ingresar valores iniciales de los parámetros muy cercanos a los reales y delimitar un intervalo de valores no muy amplio. También contiene rutinas que manipulan y/o analizan datos sobre frecuencias de tallas, y

trabaja con otro tipo de datos, como frecuencias de peso, registros talla-edad, datos de recaptura de especímenes marcados, datos de selección (red de arrastre y red de enmalle) y otros archivos vectoriales. Sin embargo, los análisis que se pueden llevar a cabo con este tipo de datos son limitados.

El paquete estadístico STATA es un programa que funciona a través de una línea de comandos, contiene módulos que calculan los parámetros por los cuatro métodos lineales antes revisados y por regresión no lineal a través del método de Gauss-Newton (Salgado-Ugarte, *et al*, 2000)

El programa que se va a elaborar pretende ser una herramienta en la determinación de parámetros por los métodos más utilizados, con el fin de tener varias estimaciones de los parámetros y poder evaluar cual método ajusta mejor los parámetros de la función de crecimiento, y para comprobarlo y validarlo se va a recurrir a datos reportados en investigaciones biológico-pesqueras.

Pruebas con datos Biológico-Pesqueros

En el presente trabajo se van a utilizar datos obtenidos de investigaciones biológico-pesqueras, específicamente de la especie *Lateolabrax japonicus*.

El pez *Lateolabrax japonicus* "suzuki" es una especie muy importante que habita en aguas japonesas. Es altamente apreciado como alimento y ha sido considerado como una especie altamente prometedora de cultivo en invierno. Debido a su importancia, esta especie ha estado sujeta a varios estudios incluyendo aspectos de su ecología y su ciclo de vida temprano en varias localidades de Japón, además de otros tópicos como edad y crecimiento.

En este estudio se considerarán los datos presentados en Salgado-Ugarte (1995), provenientes de la captura comercial de la Bahía de Tokio. Las muestras se obtuvieron con periodicidad aproximadamente mensual de septiembre de 1993 a mayo de 1995. Adicionalmente, se incluyeron los especímenes colectados en los muestreos rutinarios del Laboratorio de Biología Pesquera del Depto. de Pesquerías de la Univ. de Tokio. Se tuvo un total de 406 individuos, 109 machos, 114 hembras y 183 indeterminados, con tallas de 162–664, 155–760 y 123–366 mm de longitud estándar, respectivamente. Estos individuos fueron sometidos a métodos directos e indirectos para determinación de edad. Las estructuras duras analizadas fueron escamas y otolitos (completos y seccionados).

Esta información va a servir de base para la aplicación y validación de los métodos que se van a programar en el presente trabajo.

Planteamiento del Problema y Justificación

La función de crecimiento de von Bertalanffy tiene gran importancia debido a que es usada en los ambientes pesqueros para tomar decisiones de manejo y administración para asegurar una producción sustentable, sin embargo, y dependiendo del método, está el inconveniente de la gran cantidad de cálculos que requieren, sobre todo si se utilizan métodos estadísticos de cómputo intensivo. Sin embargo, con la disponibilidad de poder de cómputo suficiente, este problema puede resolverse siempre y cuando se cuente con los algoritmos correspondientes.

Es verdad que los parámetros se pueden obtener a través de otros programas, algunos de ellos disponibles en la Internet y que fácilmente se pueden descargar. Sin embargo, el uso de estos programas puede presentar algunas limitaciones, como el sólo ser una versión de evaluación, el alto costo, el uso de un idioma distinto al español, la complejidad en su sintaxis, entre otras. Entre los más usados se encuentran FISAT, LFSA y algunos módulos de STATA; además de otros menos conocidos como vonbmain, simply growth, prisma4; aunque varios de los métodos se pueden calcular a través de paquetes estadísticos como SPSS, MINITAB, NCSS y STATA, entre otros.

Estos programas contienen, en su conjunto, los métodos mas usados para el cálculo de los parámetros de la función de crecimiento de von Bertalanffy, sin embargo, pocos de ellos integran una colección completa, y a pesar de la importancia de estos procedimientos aún no existe en idioma español un antecedente. Por esto, se justifica la creación de un conjunto, lo más completo posible, de rutinas en un entorno integrado para trabajar este modelo, lo que resulta sumamente importante al considerar que este sistema puede llegar a ser utilizado por personal en oficinas de biología pesquera en instituciones gubernamentales, por estudiantes o investigadores

Objetivos.

General

Desarrollar una serie de rutinas computarizadas en el lenguaje de programación Visual Basic para la estimación de los parámetros de la función de crecimiento de von Bertalanffy, y aplicar cada una de estas rutinas a datos biológico-pesqueros.

Particulares

- Desarrollar una rutina en el lenguaje de programación de Visual Basic, del método de Ford-Walford, Gulland y Gulland-Holt, para la estimación de " K " y " L_{∞} ", y del método de Beverton-Holt para la estimación de " t_0 " y " K " dada una " L_{∞} ".
- Desarrollar una rutina que estime los parámetros por regresión no lineal (Método de Levenberg-Marquardt).
- Crear un archivo de ayuda para cada uno de los métodos y que se integre al programa
- Comprobar, validar y aplicar cada uno de los métodos a datos obtenidos en investigaciones biológico-pesqueras (tomados de la literatura y con datos de crecimiento de *Lateolabrax japonicus*)

Método.

El sistema consistirá en cinco métodos para la determinación de parámetros, cada uno de ellos contará con una ventana en la cual se desplegará el gráfico correspondiente y los valores de los parámetros calculados. Se va a realizar una rutina que permita la lectura de datos (edad-talla o edad-talla-numero de individuos) desde un archivo de texto, de tal manera que cada uno de los métodos tenga acceso a ellos. También se realizará una rutina que efectúe una regresión por mínimos cuadrados, que es requerida por cuatro de los métodos. El siguiente diagrama de flujo muestra los pasos a seguir para dicha rutina:

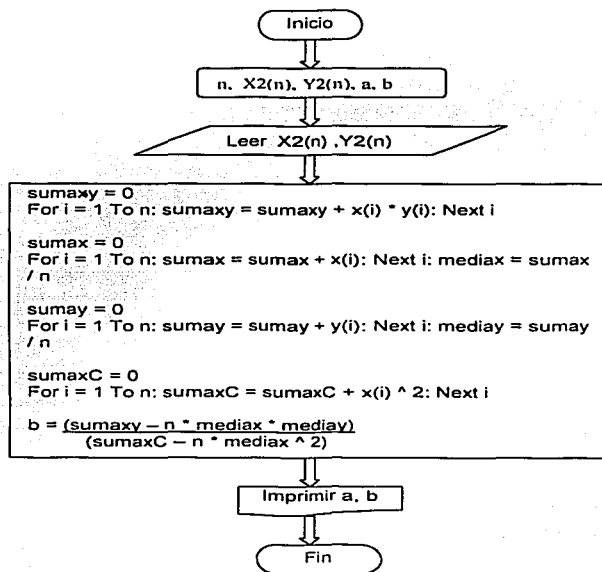


Figura 7. Diagrama de flujo para la regresión por mínimos cuadrados.

Para el método de Ford-Walford se requiere hacer una regresión por mínimos cuadrados tomando como variable dependiente a l , y como variable independiente l_{n-1} , lo que va a proporcionar los valores de a y b para obtener K y L_{∞} de la siguiente manera:

$$L_{\infty} = \frac{a}{1 - e^{-k}} \quad \text{y} \quad K = -\ln b;$$

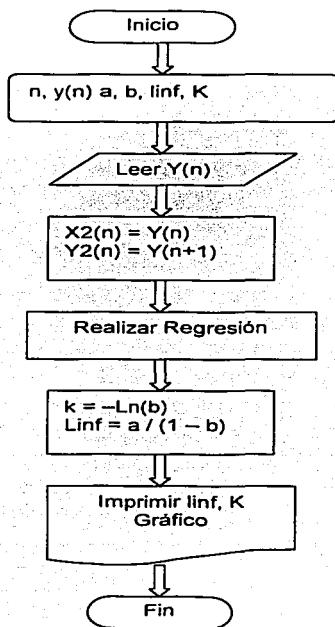


Figura 8. Diagrama de flujo para el Método de Ford-Walford

En el método de Gulland se utiliza como variable dependiente a l , y Δl , como variable independiente en la regresión, y el valor de K y L_{∞} se obtiene de la siguiente forma:

$$L_{\infty} = \frac{a}{1 - e^{-t}} \quad \text{y} \quad K = -\ln(b + 1)$$

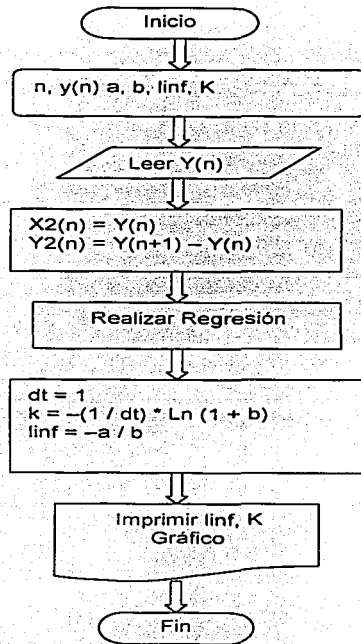


Figura 9. Diagrama de flujo para el método de Gulland

El método de Gulland-Holt consiste en realizar una regresión usando L_t como variable independiente y $\Delta L / \Delta t$ como la variable de respuesta para obtener K y L_∞ como sigue

$$K = -b \quad \text{y} \quad L_\infty = -\frac{a}{b}$$

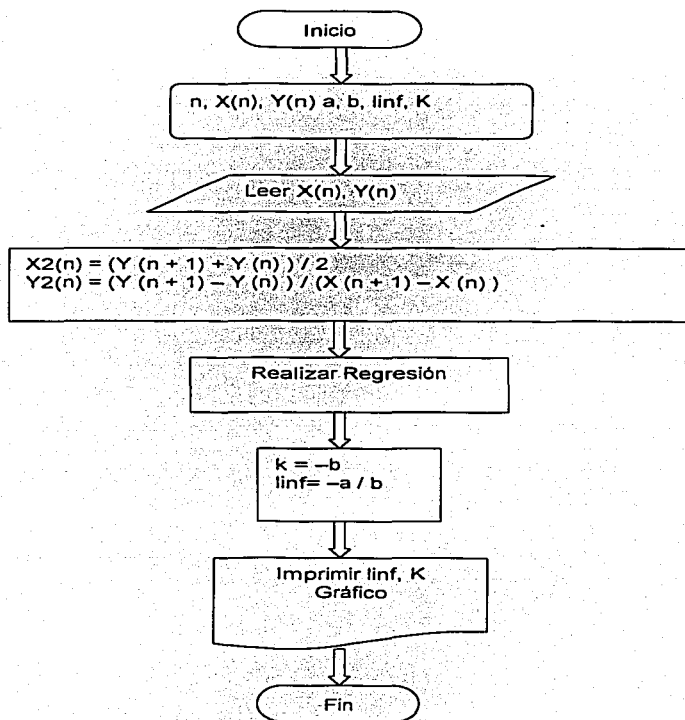


Figura 10. Diagrama de Flujo para el método de Gulland-Holt

El método de Beverton–Holt estima K y t_0 para una L_∞ dada, usando en la regresión como variable independiente t , y como independiente $\ln(L_\infty - I_t)$, para obtener K y t_0 de la siguiente forma:

$$K = -b \quad a = \ln(L_\infty) + Kt_0$$

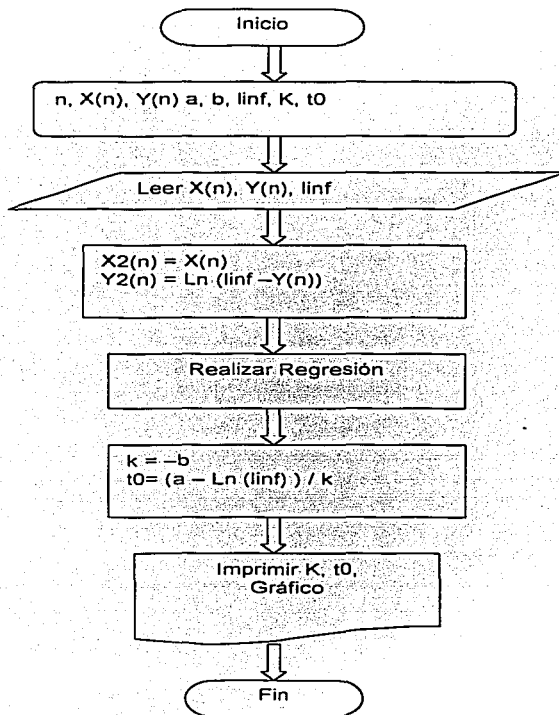


Figura 11. Diagrama de flujo para el método de Beverton–Holt

Finalmente el quinto método hace una determinación de los tres parámetros a través de una regresión no lineal utilizando el método de Levenberg–Marquardt, de tal manera que a partir de los valores iniciales de los parámetros se realiza este algoritmo, Este es un algoritmo iterativo de optimización en el que el método de iteración presenta una ligera modificación sobre el método tradicional de Newton. Las ecuaciones normales $N\Delta=J^T$ y $J\Delta=J^T\varepsilon$ (J representa el jacobiano de la función, Δ los incrementos de los parámetros y ε el vector de errores residuales del ajuste), son reemplazadas por las ecuaciones normales aumentadas $N'\Delta=J^T\varepsilon$, donde $N'_{ii}=(1+\lambda)N_{ii}$ y $N'_{ij}=N_{ij}$.

El valor de λ inicialmente toma algún valor, normalmente $\lambda=10^{-3}$. Si el valor de Δ obtenido resolviendo las ecuaciones aumentadas conduce a una reducción del error, entonces el incremento es aceptado y λ se divide entre 10 para la siguiente iteración. Por otro lado, si el valor de Δ conduce a un aumento del error, entonces λ se multiplica por 10 y se resuelven de nuevo las ecuaciones normales aumentadas, este proceso continúa hasta que el valor de Δ encontrado da lugar a un decremento del error.

Este proceso de resolver repetidamente las ecuaciones normales aumentadas para diferentes valores de λ hasta encontrar un valor aceptable de Δ es lo que constituye una iteración del algoritmo de Levenberg–Marquardt (Bates y Watts, 2001; Press, *et al*, 1992; Sprott, 1998).

1. Establecer los valores iniciales de los parámetros (a)
2. Calcular la suma de cuadrados de la función $Y_i = (X_i, a)$.
3. Asignar el valor a $\lambda = 0.001$.
4. Resolver un sistema de ecuaciones para encontrar δa y evaluar $Y_i = (X_i, a + \delta a)$.
5. Si $Y_i = (X_i, a + \delta a) \geq Y_i = (X_i, a)$, incrementar λ por un factor 10 y regresar al punto 4.
6. Si $Y_i = (X_i, a + \delta a) < Y_i = (X_i, a)$, disminuir λ por un factor 10, actualizar los valores de $a \leftarrow a + \delta a$ y regresar al punto 4.
7. el algoritmo termina cuando $\lambda = 0$

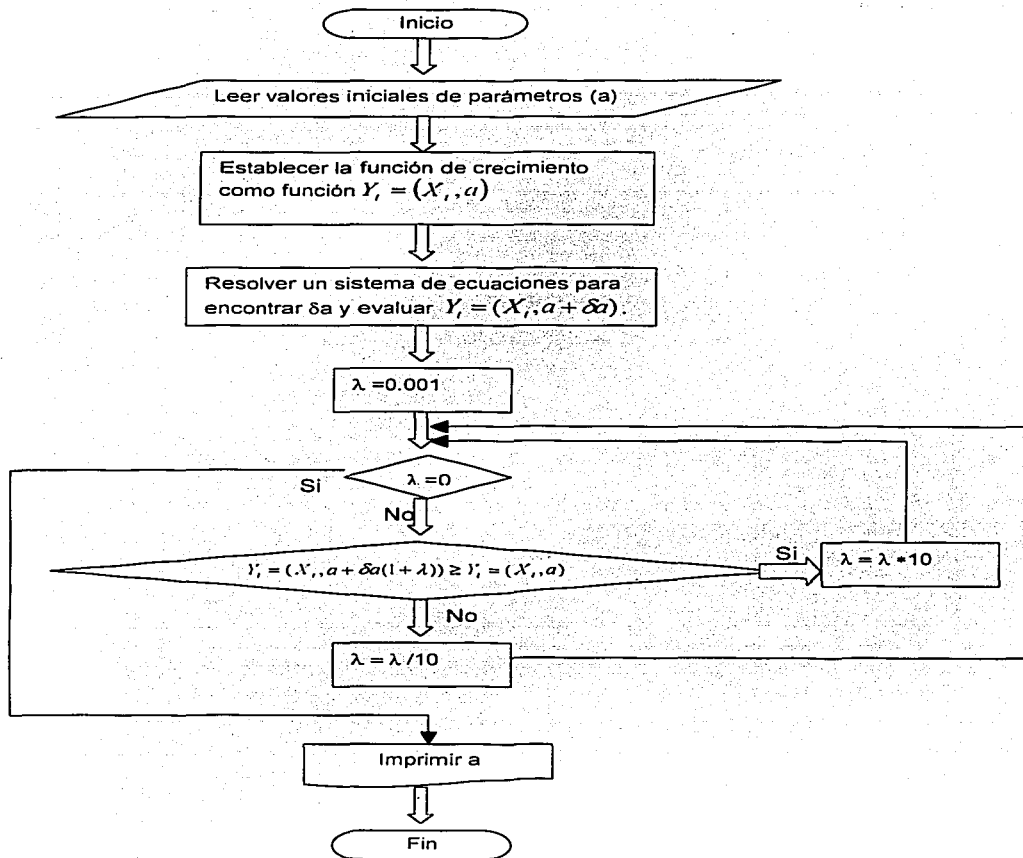


Figura 12. Diagrama de flujo para el método de Levenberg-Marquardt

Basándose en los métodos anteriores, se realiza su transformación al lenguaje de programación de Visual Basic en la versión 6.0. Esto incluye también una revisión bibliográfica

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

para conocer las diferentes estrategias de programación que permitan la creación de las rutinas para la elaboración del programa.

Posteriormente se comprueba y valida con datos tomados de Gómez, (1994) y Salgado–Ugarte, *et al.* (2000), se comienza el proceso de depuración del código, y después la creación de un archivo de ayuda en idioma español que se integre al programa.

Finalmente se aplica a datos obtenidos de investigaciones biológico–pesqueras, en específico con datos del pez *Lateolabrax japonicus* de la Bahía de Tokio. Se tomaron los datos presentados en Salgado–Ugarte (1995), provenientes de la captura comercial de la Bahía de Tokio, incluidos los especímenes colectados en los muestreos rutinarios del Laboratorio de Biología Pesquera del Departamento de Pesquerías de la Universidad de Tokio.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Resultados y Discusión

El sistema "FCvB" consta de una serie de programas para la estimación de la función de crecimiento a través de diferentes métodos. Para su ejecución se requiere de la instalación en disco duro y se realiza oprimiendo dos veces el botón del mouse en el icono del archivo ejecutable "Instalar.exe". Una vez instalado se ejecuta haciendo clic con el ratón en el Menú Inicio→Programas→FCvB→FCvB V. 1.0, y se abre una ventana de presentación que puede cerrarse al oprimir el botón Aceptar. Enseguida aparece la pantalla principal del programa con los siguientes menús:

Archivo

- Abrir
- Cerrar

Métodos

Lineales

- Ford-Walford
- Gulland
- Gulland-Holt
- Beverton-Holt

No Lineales

- Levenberg-Marquardt

Estimación

- Gráfico de von Bertalanffy

Ayuda

- Contenido
- Acerca de

En el menú **Archivo** se encuentra la opción de abrir archivo, que permite abrir archivos en formato .cvs de Excel y formato de texto (.txt). En esta versión no se cuenta con una rutina que permita la entrada de datos de manera directa, sino que se tienen que cargar desde un archivo de texto creado desde cualquier editor de texto u hoja de cálculo, sin embargo, ya está contemplado para la segunda versión. Para crear los archivos .cvs se ingresan los valores en una hoja de Excel, colocando en columnas primero la edad, la talla y al final el número de individuos, si es que se cuenta con este último dato, y al guardar el documento, se selecciona como tipo de documento el formato .cvs. En caso de trabajar con archivos de texto se recomienda usar el programa Notepad, para crearlos, en una línea por muestra se colocan los valores de edad, talla y número de individuos (si existe la información) separando los valores por una coma o una tabulación y dejar una línea en blanco al final del archivo de texto.

Al abrir el archivo, se abre una ventana con una tabla que contiene los datos que se cargaron, y con los datos en la memoria es posible aplicar los diferentes métodos.

Para los métodos lineales, se despliega una ventana en la cual se puede visualizar el gráfico correspondiente, así como los valores calculados de los parámetros y un botón que permite guardar la imagen del gráfico en formato de Mapa de Bits de Windows (.bmp). Además, en la ventana del método de Beverton-Holt se encuentra un botón que permite visualizar el gráfico de von Bertalanffy.

En el método no lineal, la ventana cuenta con un cuadro de texto con información referente a los cálculos realizados y tres tablas con los valores de los parámetros calculados, la matriz de varianza-covarianza y la matriz de correlaciones. También se cuenta con la opción de realizar la regresión no lineal con o sin ponderación, dependiendo de si se cuenta con el valor de número de individuos; además, se puede visualizar el gráfico de von Bertalanffy.

El programa cuenta también con un archivo de ayuda en el cual se puede consultar información acerca de su uso e información de los métodos utilizados. Se puede acceder a la ayuda en el Menú Ayuda → Contenido o al pulsar la tecla F1 cuando el programa se encuentre en ejecución. También se encuentra la opción Acerca de..., que abre un cuadro de diálogo con información del programa. Este cuadro tiene dos botones: Aceptar, que cierra el cuadro de información e Información..., que proporciona información del sistema de cómputo utilizado.

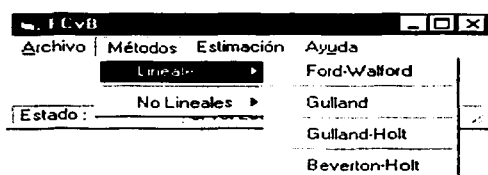


Figura 13. Ventana principal con el menú desplegado

El desempeño de FCvB resulta ser superior a otros programas (FISAT, LFSA) con relación a los métodos de estimación de parámetros, ya que la mayoría no maneja una colección de los métodos más utilizados, y muy pocos la regresión no lineal.

Los resultados obtenidos con el programa FCvB por los métodos lineales tradicionales se compararon con los reportados por los autores (Tabla 2 y 3), además, se contrastaron con el programa STATA (que también aplica los mismos métodos) y resultaron ser muy similares; con relación al método no lineal, se comparó con los programas STATA y LFSA, llegando a los mismos resultados, a pesar del método numérico utilizado, ya que los programas STATA y LFSA usan el método de Gauss-Newton y el programa FCvB utiliza el método de Levenberg-Marquardt, que presume de ser un método superior.

Los métodos lineales son fáciles de utilizar y dan valores aproximados bastante buenos, además los datos que se requieren se pueden obtener de diversas fuentes lo que facilita su utilización. Sin embargo, por diversas causas es posible que no se cuente con una completa determinación de los grupos de edad, por lo que dichos métodos pierden su utilidad, pues es necesario que las edades que se incluyan en el análisis sean consecutivas y el intervalo de tiempo en que se tomaron sea el mismo.

La programación del paquete en Visual Basic permitió que tanto el diseño de la interface como de los métodos lineales se elaboraran de manera sencilla, ya que en la manera de programarlos se modularizó en funciones de tal manera que en el código solo se tienen que llamar dichos procedimientos, (por ejemplo la regresión lineal y la llamada de los datos por los métodos) lo que ahorra tiempo de programación y permitirá, en futuras versiones, la incorporación de nuevas características como por ejemplo las funciones de crecimiento logística y de Gompertz, entre otras. Además, con el cálculo de la matriz de varianza-covarianza se pueden programar métodos estadísticos multivariados como la T^2 de Hotelling para comparar las ecuaciones de crecimiento (Bernard, 1981, Cerrato 1990).; con respecto a la regresión no lineal, la programación fue difícil debido a que al consultar la bibliografía relacionada no se encontró información acerca de métodos numéricos (la base del método de Levenberg-Marquardt) en dicho lenguaje, por lo que se recurrió a información de rutinas similares dispuestas en los lenguajes C++, Fortran y Turbo Pascal y traducirla a código de Visual Basic.

En la fase de depuración de código se trató de manejar la mayoría de los errores con rutinas que evitan la caída del programa y que permiten volver a ejecutar los métodos en caso de error sin la necesidad de reiniciarlo. También cabe mencionar que se instaló en las diferentes versiones del sistema operativo Windows sin ningún problema, pero la velocidad de procesamiento de las rutinas se vio afectada por la cantidad de memoria RAM, trabajando mejor con 64 Mb o más.

La funcionalidad del sistema se probó y validó al comparar los valores de los parámetros obtenidos con el programa y los reportados por Gómez, (1994) y Salgado-Ugarte, *et al*, (2000). (Tabla A8, y A9 respectivamente). Los resultados se muestran en la Tabla 2 y 3.

Tabla2. Valores de parámetros de *Chirotoma jordani* obtenidos por el autor y el programa FCvB

		Ford-Walford	Gulland	Beverton-Holt
Gómez, (1994)	L_{∞}	63.13	63.13	63.13
	K	0.4610	0.4610	0.4665
	t_0	-	-	-0.5395
Programa FCvB	L_{∞}	63.13	63.13	63.13
	K	0.4610	0.4610	0.4665
	t_0	-	-	-0.5395

Tabla3. Valores de parámetros de *Catorus melanopus* obtenidos por el autor y el programa FCvB

		Ford-Walford	Gulland	Gulland-Holt	Beverton-Holt	Regresión no Lineal
Salgado-Ugarte, et al, (2000)	L_{∞}	333.0560	333.0560	342.3808	333.06	342.2139
	K	0.2608	0.2608	.2466	0.2574	0.2435344
	t_0	-	-	-	-0.0055	-0.046671
Programa FCvB	L_{∞}	333.0560	333.0560	342.3808	333.06	342.2132
	K	0.2608	0.2608	.2466	0.2574	0.2435
	t_0	-	-	-	-0.0055	-0.0407

Para ilustrar la aplicación del programa se utilizaron datos de Suzuki (*Lateobrax japonicus*) tomados de Salgado-Ugarte (1995). (Apéndice A, Tablas A1, A2, A3 y A4).

En el caso de las hembras (Tabla A5), con el Método de Gulland-Holt se obtienen los valores de $L_{\infty} = 771.6968$ y de $K = 0.1519$, además del gráfico.

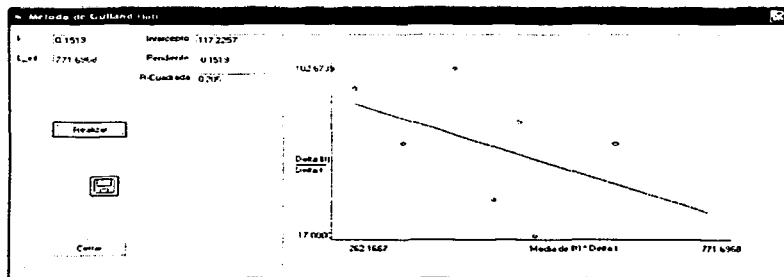


Figura 14. Método de Gulland-Holt (Hembras, edad determinada por lectura de escamas)

Para el método de Beverton-Holt se tiene que $t_0 = 0.3066$ y $K = 0.3229$ para un valor de $L_{\infty} = 771.6968$ y el gráfico de von Bertalanffy con dichos valores.

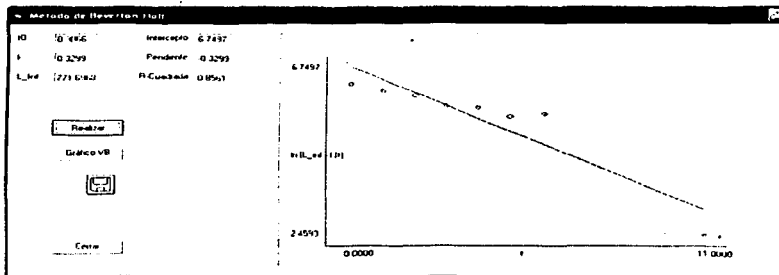


Figura 15. Método de Beverton-Holt (Hembras, edad determinada por lectura de escamas)

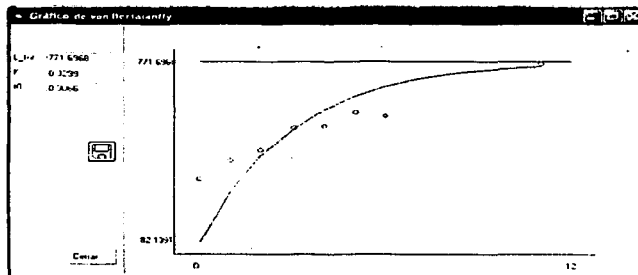


Figura 16. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de Beverton-Holt

Con el método de regresión no lineal sin ponderación de valores se obtienen los valores de $L_{\infty} = 1173.9347$, $K = 0.0722$, $t_0 = -3.0823$, también se obtiene el error estándar de cada uno de los parámetros, la matriz de varianza-covarianza, la matriz de correlaciones, y los valores ajustados con los parámetros, además del gráfico de von Bertalanffy con los valores calculados.

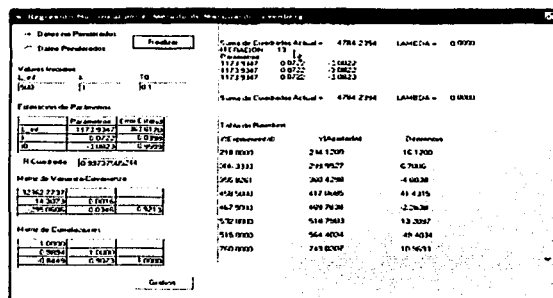


Figura 17. Método de Regresión no lineal sin ponderación (Hembras, edad determinada por lectura de escamas)

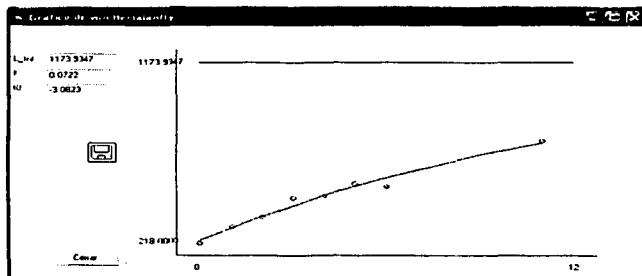


Figura 18. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal sin ponderación

El método de regresión no lineal utilizado con ponderación de valores arroja los siguientes resultados: $L_{\infty} = 1022.7148$, $K = 0.0962$, $t_0 = -2.6176$, y también se obtiene el error estándar de los parámetros, la matriz de varianza-covarianza, la de correlaciones y los valores ajustados con los parámetros, además del gráfico de von Bertalanffy.

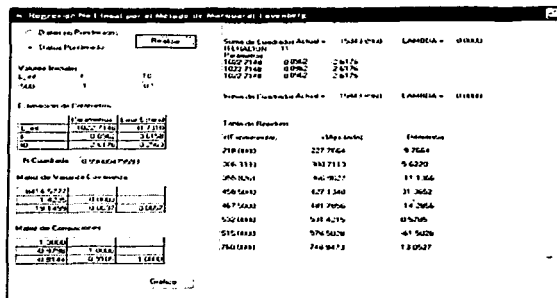


Figura 19. Método de Regresión no lineal con ponderación (Hembras, edad determinada por lectura de escamas)

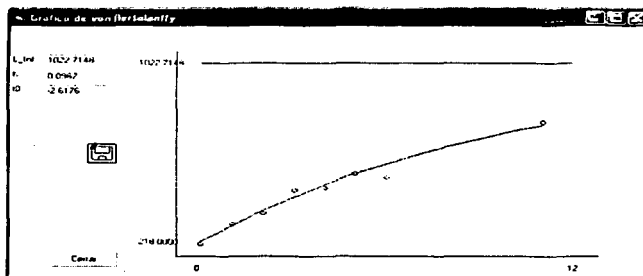


Figura 20. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal con ponderación

Por el método de regresión no lineal se obtienen las siguientes ecuaciones:

Hembras

No Ponderada: $L_t = 1173.9347(1 - e^{0.0722(r+3.0823)})$

$R^2 = 0.9973$

Ponderada: $L_t = 1022.7148(1 - e^{0.0902(r+2.6176)})$

$R^2 = 0.9980$

Para el caso de los machos (Tabla A5), se tiene con el Método de Ford-Walford $L_{\infty} = 710.8798$, $K = 0.2808$, y el gráfico; se obtienen los mismos valores con el método de Gulland.

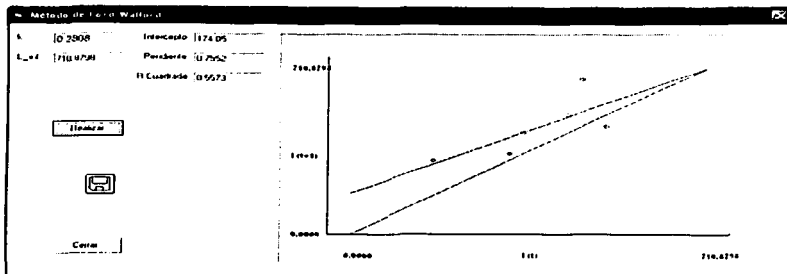


Figura 21. Método de Ford-Walford (Machos, edad determinada por lectura de escamas)

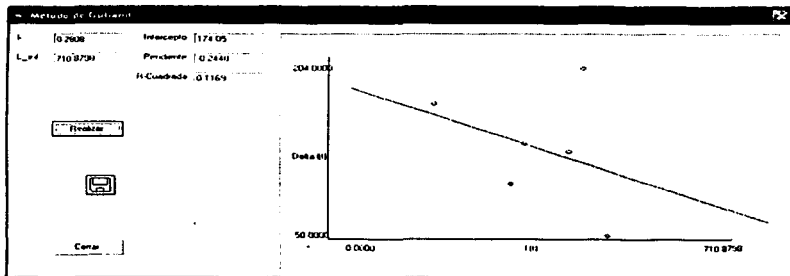


Figura 22. Método de Gulland (Machos, edad determinada por lectura de escamas)

Para Gulland-Holt se tiene que $L_{\infty} = 4228.6322$ y $K = 0.0201$, y el gráfico

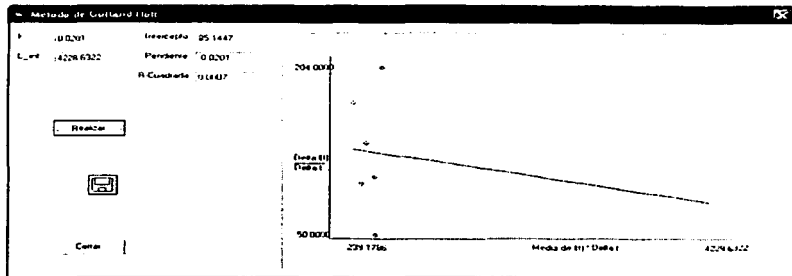


Figura 23. Método de Gulland-Holt (Machos, edad determinada por lectura de escamas)

En el método de Beverton-Holt se utilizó $L_{\infty} = 710.8798$ (obtenida del método de Gulland) y da como resultado $t_0 = -0.7219$ y $K = 0.2569$, el gráfico, y como se tiene el valor de los tres parámetros se realiza el gráfico de von Bertalanffy.

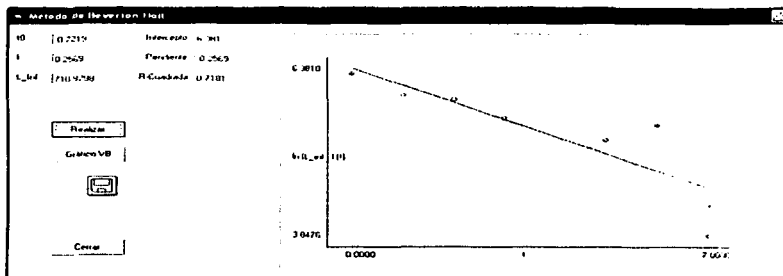


Figura 24. Método de Beverton-Holt (Machos, edad determinada por lectura de escamas)

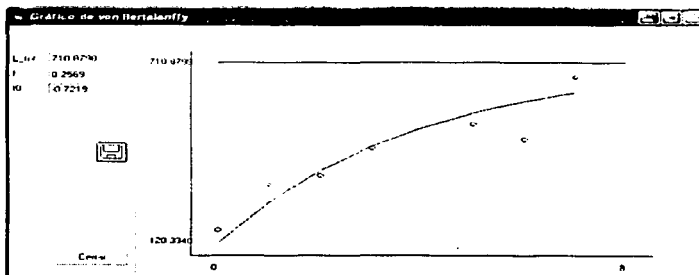


Figura 25. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de Beverton-Holt

En la regresión no lineal no ponderada se tiene que $L_{\infty} = 822.4367$, $K = 0.1434$ y $t_0 = -1.8438$. También se obtiene el gráfico de von Bertalanffy.

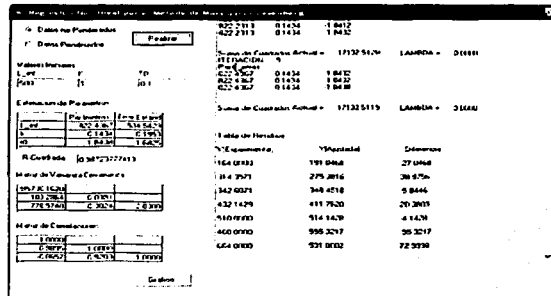


Figura 26. Método de Regresión no Lineal sin ponderación (Machos, edad determinada por lectura de escamas)

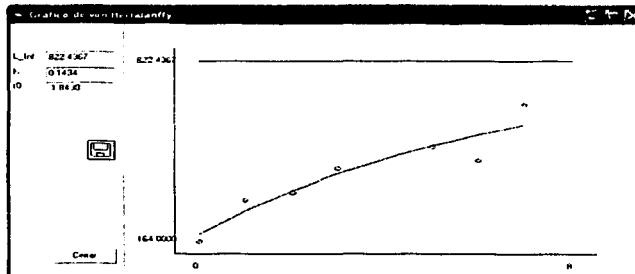


Figura 27. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal sin ponderación

En la regresión no lineal ponderada se tiene que $L_{\infty} = 1367.9269$, $K = 0.0545$ y $t_0 = -3.5333$. Además se obtiene el gráfico de von Bertalanffy.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

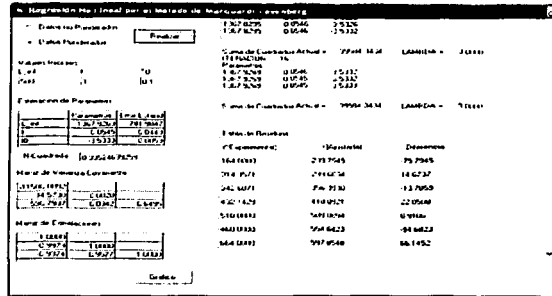


Figura 28. Método de Regresión no Lineal con ponderación (Machos, edad determinada por lectura de escamas)

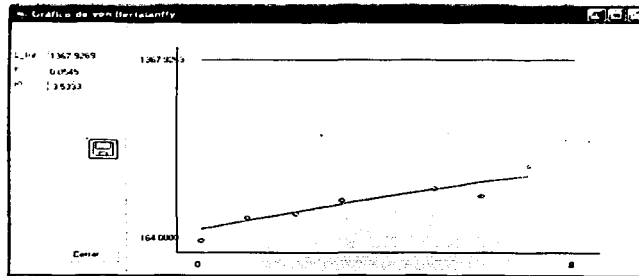


Figura 29. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal con ponderación

Machos

$$\text{No Ponderada: } L_t = 822.4367 \left(1 - e^{-0.1434(t+1.8438)} \right) \quad R^2=0.9872$$

$$\text{Ponderada: } L_t = 1367.9269 \left(1 - e^{-0.0545(t+3.5333)} \right) \quad R^2=0.9952$$

Para los machos (Tabla A6), con los métodos lineales se obtienen los siguientes resultados

Tabla 4. Estimación de los parámetros por los métodos lineales (Machos, edad determinada por lectura de otolitos completos)

	L_{∞}	K	t_0
Ford-Walford	478.0682	0.811	—
Gulland	478.0682	0.811	—
Gulland-Holt	749.5327	0.0929	—
Beverton-Holt	749.5327 (Valor de Gulland-Holt)	0.0453	-15.0454

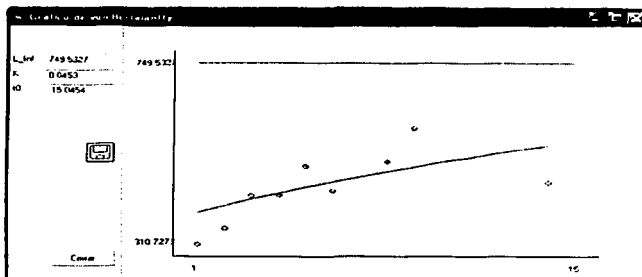


Figura 30. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de Beverton-Holt

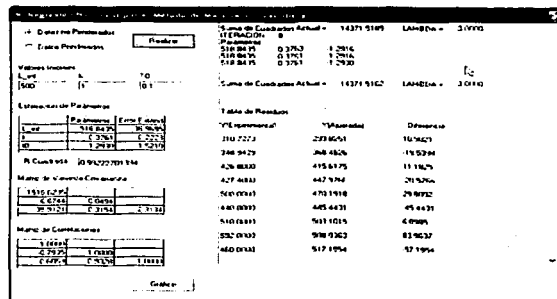


Figura 31. Método de Regresión no lineal sin ponderación. (Machos, edad determinada por lectura de otolitos completos)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

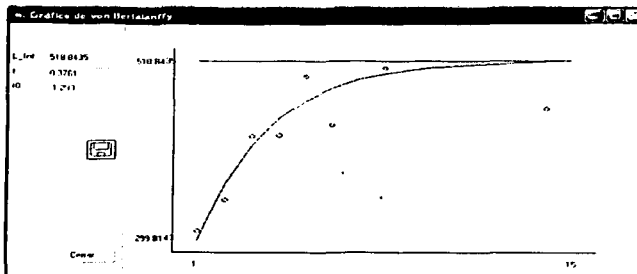


Figura 32. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal sin ponderación

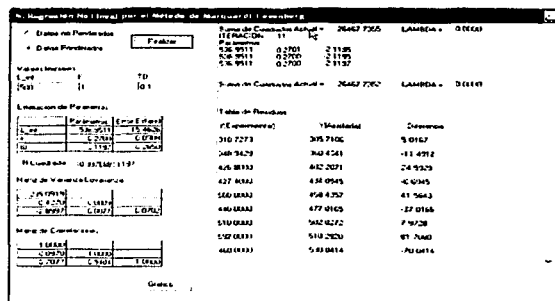


Figura 33. Método de Regresión no lineal con ponderación. (Machos, edad determinada por lectura de otolitos completos)

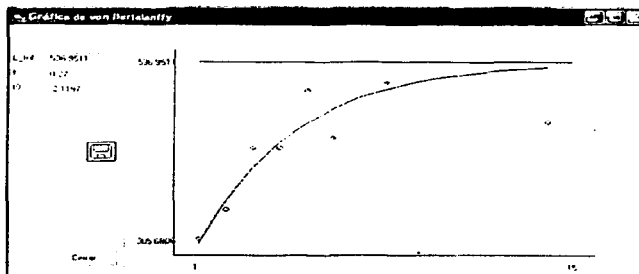


Figura 34. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal con ponderación

Machos

No Ponderada: $L_t = 518.8435(1 - e^{0.3761(t+1.2930)})$

$r^2=0.9922$

Ponderada: $L_t = 536.9511(1 - e^{0.2700(t+2.1197)})$

$r^2=0.9976$

Para las hembras (Tabla A6), con los métodos lineales se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 5. Estimación de los parámetros por los métodos lineales (Hembras, edad determinada por lectura de otolitos completos)

	L_{∞}	K	t_0
Ford-Walford	1018.151	0.1214	—
Gulland	1018.151	0.1214	—
Gulland-Holt	717.6892	0.1581	—
Beverton-Holt	717.6892 (Valor de Gulland-Holt)	0.0677	-9.7205

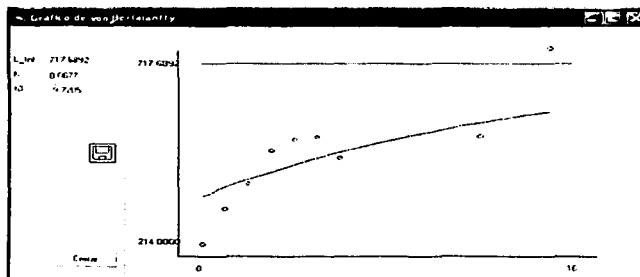


Figura 35. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de Beverton-Holt

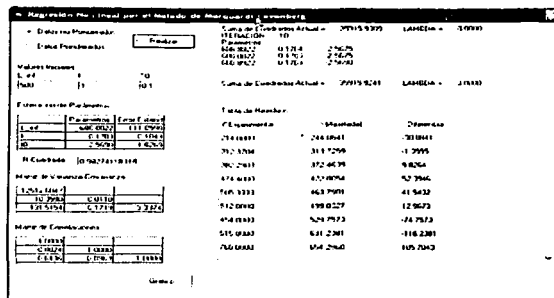


Figura 36. Método de Regresión no lineal sin ponderación. (Hembras, edad determinada por lectura de otolitos completos)

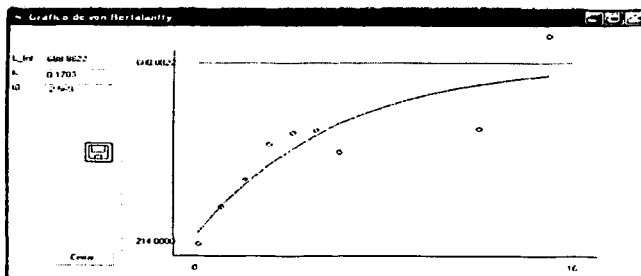


Figura 37. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal sin ponderación

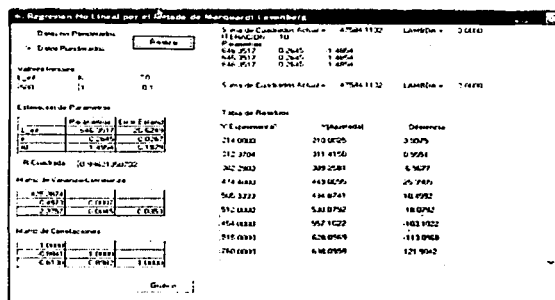


Figura 38. Método de Regresión no lineal con ponderación. (Hembras, edad determinada por lectura de otolitos completos)

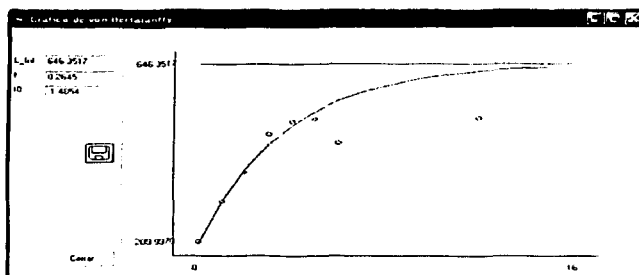


Figura 39. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal con ponderación

Hembras

No Ponderada: $L_t = 688.8822(1 - e^{-0.1703(t+2.5690)})$

$R^2=0.9827$

Ponderada: $L_t = 646.3517(1 - e^{-0.2645(t+1.4854)})$

$R^2=0.9962$

Para los machos (Tabla A7), con los métodos lineales se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 6. Estimación de los parámetros por los métodos lineales (Machos, edad determinada por lectura de otolitos seccionados)

	L_{∞}	K	t_0
Ford-Walford	476.6055	0.7791	—
Gulland	476.6055	0.7791	—
Gulland-Holt	496.0439	0.4108	—
Beverton-Holt	496.0439 (Valor de Gulland-Holt)	0.1272	-8.1507

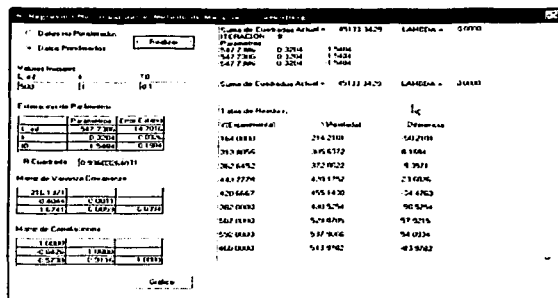


Figura 43. Método de Regresión no lineal con ponderación. (Machos, edad determinada por lectura de otolitos seccionados)

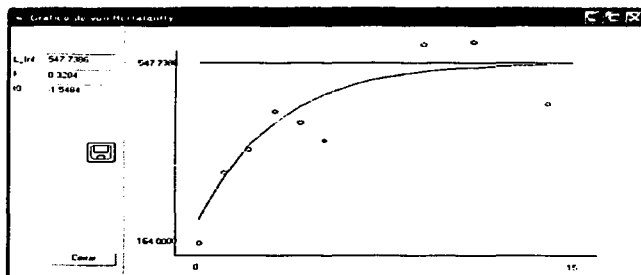


Figura 44. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal con ponderación

Machos

No Ponderada: $L_t = 537.1046(1 - e^{-0.3327(t+1.2610)})$

$R^2=0.9850$

Ponderada: $L_t = 547.7386(1 - e^{-0.3204(t+1.5484)})$

$R^2=0.9960$

Para las hembras (Tabla A7), con los métodos lineales se obtienen los siguientes resultados:

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

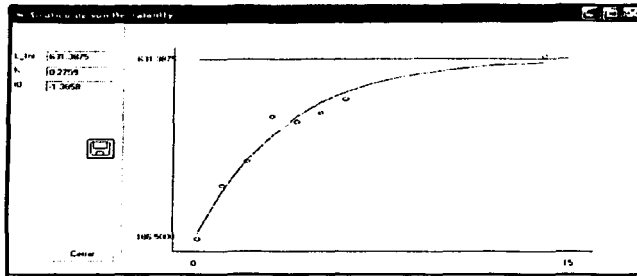


Figura 47. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal sin ponderación

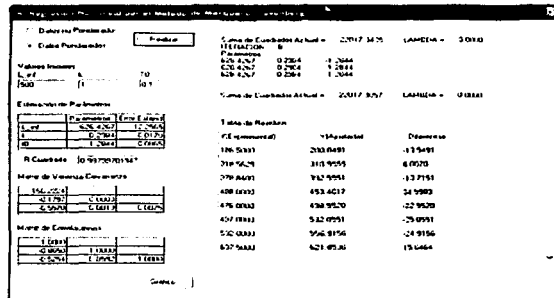


Figura 48. Método de Regresión no lineal con ponderación. (Hembras, edad determinada por lectura de otolitos seccionados)

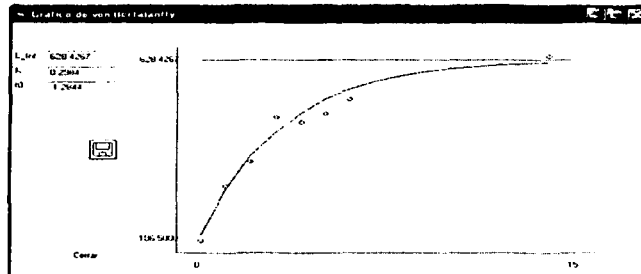


Figura 49. Gráfico de von Bertalanffy con valores de parámetros obtenidos a través de regresión no lineal con ponderación

Hembras

$$\text{No Ponderada: } L_t = 631.3875(1 - e^{0.2759(t+1.3858)}) \quad R^2=0.9977$$

$$\text{Ponderada: } L_t = 628.4267(1 - e^{0.2984(t+1.2844)}) \quad R^2=0.9979$$

Las ecuaciones más razonables que describen el crecimiento de *L. japonicus* en la Bahía de Tokio son las obtenidas por regresión no lineal, ya que los métodos lineales requieren intervalos de tiempo consecutivos e iguales:

$$\text{Machos } L_t = 536.9511(1 - e^{0.2700(t+2.1197)}) \quad R^2=0.9976$$

$$\text{Hembras } L_t = 1022.7148(1 - e^{0.0962(t+2.6176)}) \quad R^2=0.9980$$

El criterio que se siguió para determinar la ecuación que más se ajusta a los datos fue a través de la comparación del coeficiente de determinación (R^2). Una vez obtenidas las diferentes ecuaciones que describen el crecimiento es importante disponer de una medida que mida la bondad del ajuste realizado y que permita decidir si el arreglo es el óptimo. El coeficiente de determinación mide la proporción de variabilidad total de la variable dependiente respecto a su media que es explicada por el modelo de regresión.

Con respecto a los parámetros, hasta cierto punto se pueden interpretar biológicamente:

L_∞ se interpreta como "la talla media de un pez muy viejo (en sentido estricto: infinitamente viejo)", parámetro que también es denominado como la "longitud asintótica".

L_∞ tiene algunas observaciones. Pauly (1979) afirma que se sobreestima ya que generalmente los peces más viejos y de lento crecimiento no son muestreados. Además, existe controversia en cuanto a la definición de talla asintótica. Ricker (1975) la definió como el tamaño promedio que alcanzarían los peces de una población dada si pudieran vivir y crecer indefinidamente. Algunos autores creen que la talla asintótica es una ficción matemática. Finalmente no hay que olvidar que los organismos no pueden crecer indefinidamente, ya que al alcanzar cierta talla deben emplear la energía disponible para producir gametos y reproducirse, reduciendo drásticamente su tasa de crecimiento.

K es el "parámetro de curvatura", que determina la rapidez con que el pez alcanza L_∞ . Algunas especies, la mayoría de ellas de vida corta, prácticamente alcanzan L_∞ relativamente

rápido y tienen un valor alto de K . Otras especies tienen una curva de crecimiento aplanada con un K bajo y necesitan de mucho tiempo para alcanzar L_{∞} .

El tercer parámetro, t_0 , a veces llamado "*parámetro de condición inicial*", determina el punto hipotético en el tiempo, en el que el pez tiene una talla cero. Biológicamente, esto no tiene significado, ya que el crecimiento comienza a nivel larval, pero se puede hablar de t_0 cuando se establece que t es igual a 0 el día del nacimiento.

$$l_0 = L_{\infty} (1 - e^{-Kt_0})$$

No obstante, t_0 puede no ser una estimación realista de la talla al nacer, debido a que las larvas no siempre crecen de acuerdo con el modelo de von Bertalanffy. Lo importante es que los peces con edad suficiente para ser explotados, generalmente sí se ajustan al modelo.

El programa tiene como finalidad ser una herramienta en los estudios de dinámica poblacional, ya que uno de los parámetros poblacionales que más información produce es el de crecimiento. Los estudios relacionados con la determinación de la edad y su velocidad de crecimiento proporcionan datos de biología de la especie y en forma directa permiten medir: disponibilidad y composición de la población en una zona determinada, efectos del crecimiento sobre la variación de densidad de la población, grados óptimos de captura y conocimiento sobre el efecto de las condiciones ambientales en la población, también pueden servir para establecer fenómenos de densodependencia, stress y disminución de la talla debido a la densidad. En algunos casos se utilizan estudios de crecimiento para dar una medida cuantitativa en trabajos cuyo objetivo es determinar la cantidad y calidad del alimento (González, 1986), ya que un aumento en la disponibilidad éste último produce aceleración en la tasa de crecimiento, desarrollo temprano de la madurez y aumento en la fecundidad de los individuos.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

Conclusiones

Se desarrolló un paquete en el lenguaje de programación de Visual Basic que estima los parámetros de la función de crecimiento de von Bertalanffy a través de la lectura de archivos de datos de edad-talla o edad-talla-numero de individuos. Contiene los métodos de determinación de parámetros más usados, incluyendo uno de regresión no lineal, que permite obtener de manera simultánea los tres parámetros, además de la matriz de varianza-covarianza, la matriz de correlaciones, los errores estándar de los parámetros, el coeficiente de determinación y la suma cuadrada de los residuos.

La ventaja del programa es que reúne los métodos más comúnmente usados en la Biología Pesquera para la estimación de parámetros de la función de crecimiento de von Bertalanffy, aunque cabe destacar que existen otros, como el método de determinación de von Bertalanffy, que en una futura versión del programa se agregarán, además de otros modelos de crecimiento tales como Gompertz o Logístico, ya que la modularización del código del programa permite realizarlo de una manera sencilla, e inclusive métodos estadísticos multivariados como la T^2 de Hotelling para comparar las ecuaciones de crecimiento y la prueba de máxima verosimilitud de Kimura, ya que el programa proporciona la información necesaria para realizar estas pruebas.

Se eligió el lenguaje de programación Visual Basic ya que proporciona herramientas para el diseño visual de la aplicación, lo que permite enfocarse sólo en el código de los métodos; se prefirió sobre otros lenguajes ya que está diseñado tanto para programadores como para no programadores, aunque cabe mencionar que otros lenguajes como FORTRAN o C++ son más poderosos, pero más complicados si no se es programador.

Estos procedimientos se probaron con datos de "suzuki" (*Lateolabrax japonicus*) y en todos los casos los resultados fueron iguales a los reportados por otros investigadores, quienes utilizaron diversos programas computarizados.

Este conjunto de métodos representa una herramienta muy útil para el estudio del crecimiento de especies ícticas y otros organismos acuáticos. El paquete que se desarrolló es una contribución para los investigadores de pesquerías hispanoparlantes y reúne en un solo ambiente, los procedimientos más importantes para estimar los parámetros de la función de crecimiento de von Bertalanffy.

TESIS CON
FALLA DE URGEN

Literatura Citada

- Bates D. M. y D. G. Watts. 2001. *Nonlinear Regression Analysis and Its Applications*. Second edition. JOHN WILEY & SONS, INC. New York
- Bernard, D. R. 1981. Multivariate Analysis as a means of comparing growth in fish. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*. 38:233-236.
- Cerrato, R. M. 1990. Interpretable statistical tests for growth comparisons using parameters in the von Bertalanffy equation. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*. 47:1416-1426.
- Csirke, J., 1993 Introducción a la dinámica de poblaciones de peces. FAO, *Doc.Téc.Pesca*, (192):82 p.
- Ehrhardt, N. M. 1981. Curso sobre métodos en dinámica de poblaciones. Primera Parte: Estimación de parámetros poblacionales. FAO – INP., México.
- Golub, H.G. 1983. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press. USA.
- Gómez, M. J. L. 1994. Métodos para Determinar la Edad en los Organismos Acuáticos. FES Zaragoza, UNAM. México.
- González, B. A. 1986. Elaboración de una propuesta para determinar edad y crecimiento en especies de clima tropical y pesquerías de tipo artesanal. Tesis Profesional Facultad de Ciencias, UNAM. 103p.
- Gulland, J.A., 1971. *Manual of methods for fish stock assessment*. Part 1. Fish population analysis. F AO. Rome. 154 pp
- Gulland, J. A. y A. A. Rosenberg. 1992. Examen de los métodos que se basan en la talla para evaluar las poblaciones de peces. FAO, *Doc.Téc.Pesca*, (323):112 p.
- Gurewich, N. and Gurewich, O. 1998. *Aprendiendo Visual Basic 5 en 21 Días*. Prentice Hall. México.
- Haddon, M. 2001. *Modelling and Quantitative Methods in Fisheries*. Chapman & Hall. USA.
- Hilborn, R. y C. J. Walters. 1992. *Quantitative Fisheries Stock Assessment, Dynamics and Uncertainty*. London. Chapman & Hall.
- Jones, R. (1976). Growth of Fishes. In: Cushing, D. H. and J. J. Walsh. *The ecology of Seas*. W. B. Saunders Company: 251:279.
- Kimura, D.K. 1980. Likelihood methods for the von Bertalanffy growth curve. *Fishery Bulletin*, 77(4): 765-776.

- King, M. 1995. Fisheries Biology, Assessment and Management. Fishing News Books.
- Medina, G. M. 1979. El factor de condición múltiple y su importancia en el manejo de la carpa de Israel. Hembras en estado de madurez V. Manuales Técnicos de Acuicultura. Departamento de Pesca. México. 1:4-10
- Microsoft Corporation. 1997. Visual Basic Manual del Programador. Microsoft Corporation. U. S. A.
- Nash, J.C. 1979. Compact Numerical Methods for Computers: Linear Algebra and Function Minimization. Adam Hilger, Ltd. England.
- Pauly, D., 1979. Gill size and temperature as governing factors in fish growth: a generalization of von Bertalanffy's growth formula. Berichte des Instituts für Meereskunde an der Univ. Kiel. No. 63, xv + 156 p.
- Press, W. H., B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling. 1992. Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing. Second Edition. Cambridge University Press. USA.
- Royce, W. F. (1972). Introduction to the fishery sciences. Academic Press Inc. 351p.
- Ricker, W. E. 1975. Computation and Interpretation of biological Statistics of Fish Populations. Department of the environment fisheries and marine service. (199):203-233.
- Saetersdal , G. 1966. Población y Explotación: Una reseña sobre los métodos usados en los estudios de poblaciones de peces explotables. *Sec.Ind.Com Serie T*. Divulgación. México
- Salgado-Ugarte, I. H. 1995. Nonparametric methods for fisheries data analysis and their application in conjunction with other statistical techniques to study biological data of the japanese sea bass *Lateolabrax japonicus* in Tokyo Bay. Tesis de Doctorado en Biociencia Acuática desarrollada en Departamento de Pesquerías, Facultad de Agricultura de la Universidad de Tokio, Tokio, Japón, 389p.
- Salgado-Ugarte, I. H., J. Martínez-Ramírez, J. L. Gómez-Márquez y B. Peña-Mendoza. 2000. Some Programs for Growth Estimation in Fisheries Biology. *Stata Technical Bulletin* 53: 35 – 47.
- Sparre, P. 1987. Computer programs for fish stock assessment. Length-based fish stock assessment for Apple II computers. *FAO Fish. Tech. Pap.* (101) Suppl. 2: 218 pp.
- Sparre, P. y S. C. Venema. 1992. Introducción a la Evaluación de Recursos Pesqueros Tropicales. *FAO Documento Técnico de Pesca* No 306/1.
- Sprott, J. C.1998. Numerical Recipes: Routines and Examples in Basic. Cambridge University Press. USA.
- von Bertalanffy, L. 1938. A quantitative theory of organic growth (Inquiries on growth laws. II). *Human Biol.* 10: 181-213.

Apéndice A

Para el presente trabajo se usaron muestras periódicas aproximadamente mensuales (Septiembre de 1993 a Mayo de 1995) provenientes de la captura comercial de la Bahía de Tokio. Además, se incluyeron los especímenes colectados en los muestreos rutinarios del Laboratorio de Biología Pesquera del Depto. de Pesquerías de la Univ. de Tokio. Se analizaron un total de 406 individuos 109 machos, 114 hembras y 183 individuos no determinados.

Tabla A1. Número de peces por sexo y fecha de muestreo

Muestra	Sexo			Total
	1 (Machos)	2 (Hembras)	3 (Indeterminados)	
930924	2	9	0	11
931012	3	6	0	9
931029	4	5	0	9
931110	6	8	0	14
931210	8	9	29	46
940219	2	4	141	147
940316	11	13	1	25
940414	27	4	1	32
940513	6	10	0	16
940624	7	7	2	16
940817	6	10	4	20
941110	14	8	1	23
941206	0	2	0	2
950218	0	2	1	3
950322	13	15	3	31
950520	0	2	0	2
Total	109	114	183	406

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Tabla A2. Medias, desviaciones estándar y frecuencia de tallas por edades y sexo (Edad determinada por lectura de escamas)

Edad	Sexo			Total
	1	2	3	
0	164	218	165.94444	170.5
	2.8284271	5.6568542	25.874067	27.938282
	2	2	18	22
1	314.35714	306.33333	219.77778	296.25455
	20.476209	29.041552	69.897743	48.759887
	28	18	9	55
2	342.60714	355.82609	336.66667	347.90741
	39.015039	53.712748	27.300794	45.280788
	28	23	3	54
3	432.14286	458.5	.	446.2
	32.178816	40.0678	.	37.838378
	7	8	0	15
4	.	467.5	.	467.5
	.	24.748737	.	24.748737
	0	2	0	2
5	510	532	.	521
	0	0	.	15.556349
	1	1	0	2
6	460	515	.	487.5
	0	0	.	38.890873
	1	1	0	2
7	664	.	.	664
	0	.	.	0
	1	0	0	1
11	.	760	.	760
	.	0	.	0
	0	1	0	1
Total	343.85294	366.85714	199.16667	324.03247
	71.851062	94.769467	67.559978	101.27897
	68	56	30	154

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Tabla A3. Medias, desviaciones estándar y frecuencia de tallas por edades y sexo (Edad determinada por lectura de Otolitos Completos)

Edad	Sexo			Total
	1	2	3	
0	.	214	152.5	164.8
	.	0	14.059398	30.078231
	0	1	4	5
1	310.72727	312.37037	205.95833	281.32143
	44.144134	39.784176	66.987007	69.211769
	33	27	24	84
2	348.94286	382.29032	337	362.30556
	39.814232	63.698872	27.210292	53.31243
	35	31	6	72
3	426.8	474.4	.	450.6
	48.711851	48.689949	.	53.321665
	10	10	0	20
4	427.4	505.33333	.	469.90909
	53.224055	58.400913	.	67.043948
	5	6	0	11
5	500	512	.	508
	0	39.59798	.	28.84441
	1	2	0	3
6	440	454	.	447
	0	0	.	9.8994949
	1	1	0	2
8	510	.	.	510
	0	.	.	0
	1	0	0	1
9	592	.	.	592
	0	.	.	0
	1	0	0	1
12	.	515	.	515
	.	0	.	0
	0	1	0	1
14	460	.	.	460
	0	.	.	0
	1	0	0	1
15	.	760	.	760
	0	1	0	1
Total	356.52273	387.85	222.79412	346.42079
	68.810414	96.484419	80.213269	100.38789
	88	80	34	202

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Tabla A4. Medias, desviaciones estándar y frecuencia de tallas por edades y sexo (Edad determinada por lectura de Otolitos Seccionados)

Edad	Sexo			Total
	1	2	3	
0	164	186.5	160	166.95833
	2.8284271	33.399102	23.082461	26.914485
	2	6	16	24
1	313.80556	318.5625	291.8	312.9359
	22.515797	39.097015	54.401389	35.542672
	36	32	10	78
2	362.64516	378.84	366	369.80702
	42.425266	52.233195	0	46.889094
	31	25	1	57
3	443.77778	488	.	464.58824
	41.649663	56.094308	.	52.551236
	9	8	0	17
4	420.66667	476	.	442.8
	18.583146	11.313708	.	33.514176
	3	2	0	5
5	382	497	.	458.66667
	0	60.811183	.	79.103308
	1	2	0	3
6	.	532	.	532
	.	0	.	0
	0	1	0	1
9	587	.	.	587
	108.89444	.	.	108.89444
	2	0	0	2
11	592	.	.	592
	0	.	.	0
	1	0	0	1
14	460	637.5	.	578.33333
	0	173.24116	.	159.71328
	1	2	0	3
Total	357.33721	364.62821	216.44444	340.39791
	76.158598	101.68632	79.603505	101.02803
	86	78	27	191

TESIS COM
FALLA DE ORIGEN

Tabla A5. Edad, talla y número de individuos de suzuki. (Edad determinada a través de escamas)

Machos			Hembras		
Edad	Talla	Individuos	Edad	Talla	Individuos
0	164	2	0	218	2
1	314.35714	28	1	306.33333	18
2	342.60714	28	2	355.82609	23
3	432.14286	7	3	458.5	8
5	510	1	4	467.5	2
6	460	1	5	532	1
7	664	1	6	515	1
			11	760	1

Tabla A6. Edad, talla y número de individuos de suzuki. (Edad determinada a través de Otolitos Completos)

Machos			Hembras		
Edad	Talla	Individuos	Edad	Talla	Individuos
1	310.72727	33	0	214	1
2	348.94286	35	1	312.37037	27
3	426.8	10	2	382.29032	31
4	427.4	5	3	474.4	10
5	500	1	4	505.33333	6
6	440	1	5	512	2
8	510	1	6	454	1
9	592	1	12	515	1
14	460	1	15	760	1

Tabla A7. Edad, talla y número de individuos de suzuki. (Edad determinada a través de Otolitos Seccionados)

Machos			Hembras		
Edad	Talla	Individuos	Edad	Talla	Individuos
0	164	2	0	186.5	6
1	313.80556	36	1	318.5625	32
2	362.64516	31	2	378.84	25
3	443.77778	9	3	488	8
4	420.66667	3	4	476	2
5	382	1	5	497	2
9	587	2	6	532	1
11	592	1	14	637.5	2
14	460	1			

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Los siguientes datos se tomaron de Gómez (1994) que corresponden a la población del charal (*Chirstoma jordani* Woolman) de la presa Taxhimay, Edo de México.

Tabla A8. Edad, talla media de la población de charal

Edad	Talla Media (mm)
1	32.36
2	43.30
3	51.65
4	55.33

Datos de edad, talla media y frecuencia de bagre publicados en Salgado-Ugarte, *et al* (2000) de 641 especímenes recolectados en Noviembre de 1980 de una laguna costera.

Tabla A9. Edad, talla media y número de individuos de la población de bagre

Edad	Talla Media	Tamaño de Muestra
1	75.6083	441
2	137.5868	75
3	174.8262	42
4	215.9292	66

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN