UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ZARAGOZA

ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES ADITIVOS Y MULTIPLICATIVOS.
Un estudio con alumnos de 2°. grado de escuela primaria

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

LICENCIADA EN PSICOLOGÍA

P R E S E N T A N

IRMA ELENA CARMONA DÍAZ
MARIA GUADALUPE CRUCES LÓPEZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. ÁLVARO VIRGILIO BUENROSTRO AVILÉS

MÉXICO, D.F. 2003.

A

Al profesor Alvaro V. Buenrostro Avilés

Por su invaluable asesoría y consideración para la realización de este trabajo. Pero sobre todo nuestro reconocimiento por el ejemplo que nos brindó a través de su labor profesional en beneficio de los niños.

A las profesoras Patricia Bañuelos, Magdalena C. Hernández, Sofía I. Domínguez y Emilia Palomino *ya que sus acertadas sugerencias fueron motivo de enriquecimiento para la investigación.*

A Cuqui y Alfonso
Por su calidad humana digna a seguir.

A Dios
Por permitirnos concluir este proyecto, ya que para nosotras no sólo representa un logro de tipo académico, sino un reto muy difícil de escalar cuando se es profesora, esposa, hija, ama de casa y sobre todo madre.

GUADALUPE E IRMA

A Don Fer.

Por tu grandeza,
espiritualidad y ejemplo.
Legado imperecedero.

A Aurorita:

Porque a tus 80 años continuas
mostrándome el camino de una
vida digna, con tu fe, trabajo,
valentía, orgullo y sobre todo
amor.

A mis hijos Món y July

Quienes generan en mí
profunda alegría y compromiso
de seguir adelante.

A Ramón

Porque con tu gran apoyo y
confianza contribuiste
espléndidamente para
el logro de este objetivo.

A mis hermanos

Especialmente a Rebeca y Víctor Manuel.
Ella por llenar de tanto amor a los que
la rodeamos y a él por su generosa ayuda
para la realización de este trabajo.

G U A D A L U P E

A mi Papá

Que a pesar de la distancia lo
tengo siempre presente.

A mi mamá y al Doctor Toño

Por su comprensión y apoyo.

A mis queridos hermanos

Lupita, Conchita, Norma, José, Paty, Lalo,
Miguel y Martha.
Por su apoyo y amor incondicional.

A mis sobrinos, mi prima Mari y
A mi tía Jose.

Para Aarón.........

Gracias.

A mis hijos Mariana, Sebastián y
Valeria

Que han llenado de alegría mi corazón y de bendiciones mi vida.

I R M A

ÍNDICE

E

INTRODUCCIÓN

Actualmente dentro de la escuela primaria, la adquisición de los contenidos aritméticos más que representar una experiencia motivadora y constructiva para los alumnos, se convierte en muchos de los casos en un verdadero problema; el cual, si no es manejado adecuadamente se transforma en un factor de atraso escolar, en especial para aquellos niños que cursan los primeros grados.

Ciertos alumnos, que son detectados por sus profesores o por sus padres como candidatos para recibir apoyo pedagógico especial, al manifestar este tipo de dificultades para el aprendizaje de las matemáticas, son llevados al servicio con el afán de ponerse en manos de psicólogos o pedagogos que les ayuden a superar su problemática; sin embargo, estas deficiencias en los niños no son necesariamente producto de alteraciones orgánicas o psicológicas como regularmente se considera, sino resultado de que la asignatura no es impartida de manera adecuada dentro del salón de clases lo cual puede conducir a que los alumnos muestren falta de comprensión, desinterés y una disposición negativa hacia la materia (Baroody, 1996).

Ante esta situación diversas investigaciones documentales y de campo que se han realizado en la última década en México respecto a la forma de enseñanza de la aritmética a niños, han logrado una transformación del enfoque que sustenta a los actuales Planes y Programas de Educación Primaria en la asignatura de matemáticas; en el cual se expresa que: al término de la instrucción los alumnos deben poseer un nivel de competencia aritmética suficiente para resolver problemas bajo una diversidad de opciones que ellos mismos propongan tomando en consideración sus conocimientos iniciales y más aún, encausarlos hacia el planteamiento de situaciones problemáticas a partir de datos numéricos que representen una operación aritmética.

Sin embargo, la práctica docente en general sigue presentando una situación de incongruencia respecto a esta corriente pedagógica dado que la enseñanza mecanicista de la aritmética persiste y se le considera en gran medida como responsable de la deficiente calidad de la educación que se proporciona a los niños (Schiefelbein & Wolf, 1993) y más aún sigue siendo un factor determinante sobre los índices de reprobación y deserción escolar.

Algunos de los propósitos educativos que deben cumplir los maestros de los dos primeros grados de primaria, corresponden a la enseñanza de la adición, substracción y multiplicación; desgraciadamente los docentes continúan otorgándole especial énfasis a los procedimientos de cálculo con la suposición de que una vez que el niño haya aprendido a resolver las operaciones por medio de los algoritmos convencionales, será capaz de solucionar problemas en los que se empleen estas operaciones aritméticas. Desafortunadamente este procedimiento sigue demostrando grandes desventajas, pues aún cuando el alumno domina la resolución de las operaciones, se da el caso de que no lo hace con los problemas terminando por preguntarse "¿qué hago?", "¿sumo o resto?" (Buenrostro, 2001).

A partir de esta realidad educativa, se podrían desprender un número considerable de investigaciones. En la presente se busca reafirmar que la función de la escuela es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya poseen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución (estrategias) para hacerlos evolucionar en sus propios conceptos matemáticos. (SEP, 1993). En esta experiencia se trabajó con un grupo escolar de 2º. Grado en una escuela primaria oficial ubicada en el Distrito Federal. Se llevó a cabo la adaptación y aplicación de un modelo de enseñanza que se ha trabajado con niños de primero y segundo grado que son reportados por sus maestros como alumnos con bajo rendimiento escolar. El modelo forma parte del Programa de Atención al Bajo Rendimiento Escolar, el cual tiene como sede la Clínica Multidisciplinaria Zaragoza de la Facultad de Estudios Superiores (FES) Zaragoza. De manera específica se pretendió indagar la variación en el uso de estrategias que utilizaron los niños al resolver distintos tipos de problemas verbales de adición, substracción y multiplicación, como resultado de la aplicación de distintas actividades didácticas derivadas del modelo antes mencionado.

La estructuración de la tesis quedó conformada de la siguiente manera:

En el primer capítulo se presentan los elementos teóricos que constituyeron las bases en las cuales se sustentó la investigación; mismos que permitieron realizar un análisis a los resultados obtenidos. Aquí se dan a conocer la función, clasificación y estrategias de solución de los problemas verbales de adición, substracción así como de los problemas multiplicativos.

El Programa de Atención al Bajo Rendimiento Escolar conocido como PABRE, que ha servido como sustento teórico para el desarrollo de otras investigaciones se describe en el capítulo segundo.

El tercer capítulo está conformado por el diseño de la investigación. En él se explica la orientación metodológica empleada, se exponen los propósitos y las preguntas de investigación, participantes y escenario. También se describe el procedimiento que se llevó a cabo durante la investigación hasta la obtención de los resultados.

El reporte de los resultados obtenidos se presenta en el cuarto capítulo desde dos niveles de análisis. Por un lado se identificaron las soluciones correctas e incorrectas de cada problema aplicado, las estrategias empleadas para resolverlos y los tipos de problemas que tuvieron mayor porcentaje en cuanto a su resolución correcta. Por otra parte, se realizó la comparación entre la ejecución inicial y final de la evaluación aplicada al grupo.

Por último, se exponen las conclusiones obtenidas como resultado del trabajo de análisis, así como algunas sugerencias didácticas relacionadas con la aplicación de las actividades en el aula.

I MARCO TEÓRICO

En este apartado se hace una descripción de los problemas verbales aditivos y multiplicativos, su importancia dentro de la enseñanza de la aritmética y las formas en que usualmente los niños los resuelven. Así mismo se hace una revisión bibliográfica sobre los aspectos referentes a los problemas y su forma de abordarlos dentro del aula.

PROBLEMAS VERBALES ADITIVOS

LOS PROBLEMAS Y SU FUNCIÓN

La resolución de problemas suele circunscribirse a la última etapa de la enseñanza de las operaciones aritméticas, tomando como base los métodos aprendidos con anterioridad, fundamentalmente el algoritmo. Si bien este planteamiento es lógicamente válido desde el punto de vista de la Matemática su validez es cuestionable desde la perspectiva del aprendizaje infantil (Bermejo, 1990).

Investigaciones recientes en la materia, han encontrado que el escolar se equivoca reiteradamente en interpretar un problema resoluble por medio de una operación determinada , de modo que a problemas que tienen solución a través de la suma le aplican una resta o viceversa; lo que parece remitir a dificultades conceptuales entre sumar y restar por parte de los niños. Estos errores en la interpretación y ejecución del problema, han llevado a los investigadores a preguntarse por qué si los escolares son capaces de resolver sencillos problemas verbales antes de su primer contacto formal con las operaciones de adición y substracción (etapa preescolar) y que en esta resolución muestran una variedad de estrategias amplia y original, no lo hacen con óptimos resultados en los primeros grados escolares.

Según Maza (1991), este fenómeno podría explicarse así: Para los primeros grados de enseñanza es recomendable que el alumno tenga contacto con el mundo de lo concreto; es decir que para poder interiorizar el proceso de solución de una suma o una resta, es imprescindible recurrir a la manipulación de objetos. Entendiendo que posterior a esta fase se escalará a las de representación gráfica y simbólica.

Al insistir en la manipulación de objetos no sólo se pretende que el niño llegue a una representación adecuada; considerándose ésta como un resultado óptimo ante una operación aritmética, sino también que perciba a través de su actividad, la idea de que una operación es una acción que se ejerce sobre algunos elementos, transformándolos en otros. Por tanto, la actividad manipuladora del alumno se encuentra estrechamente ligada con el proceso que se da al resolver un algoritmo. No obstante "el alumno sólo entrará en actividad, cuando se enfrente a un problema... que es un deseo de pasar de una situación a otra por medio de ciertas acciones que se ejercen para ello" (Maza, 1991, p.19). Estos hechos unidos a la consideración del aprendizaje de la Matemática como el aprendizaje del proceso de matematización de la realidad antes que como una acumulación de hechos y técnicas, condujeron a considerar la resolución de problemas como principio didáctico fundamental en la enseñanza de la Aritmética. No entendiéndose como un componente más de la enseñanza y aprendizaje de una operación, sino como un principio concéntrico alrededor del cual deben girar los demás componentes didácticos.

Según este planteamiento la enseñanza de la adición y la substracción a través de la resolución de problemas implica tomar en consideración dos aspectos importantes: los tipos de problemas a enseñar y las estrategias que los alumnos emplean para resolverlos.

CLASIFICACIÓN Y TIPO DE PROBLEMAS

Existen diferentes clasificaciones de los problemas verbales de adición y substracción, basadas en dos vertientes de investigación: por una parte están los investigadores occidentales (Carpenter y Moser, 1982,1983; De Corte y Verschaffel, 1987; Fuson, 1988; Riley y Greeno, 1988; Vergnaud, 1982; etc.) quienes se centran en el estudio de la secuencia evolutiva del concepto de adición a partir de los procesos de solución de problemas verbales; inicialmente poco elaborados desde el punto de vista y que son sustituidos progresivamente por otros más complejos. En otro sentido se encuentran los autores orientales que se interesan preponderantemente por la definición de los elementos de cuantificación más que por los procedimientos de resolución (Davydov, 1982; Davydov y Andronov, 1980; Hatano, 1982; Miyamoto y Gimbayashi, 1983; etc.). "En suma, los primeros analizan las respuestas de los niños en problemas de suma y resta, adoptando para ello un marco teórico que les permite clasificar los problemas en función de su estructura semántica, mientras que los segundos se centran en el proceso de interiorización del acto de sumar " (Bermejo, 1990 p.108).

Un punto de intersección entre estas dos líneas de investigación, se encuentra en el método que emplean: la entrevista clínica. Con la aplicación de ésta, se pretende conocer los niveles de representación, los errores cometidos y las estrategias empleadas por los niños cuando resuelven problemas. Para tal caso existe una amplia variedad de situaciones de estudio que se deriva precisamente de los procedimientos habituales en torno a la resolución de problemas, y que han permitido denominarlos como verbales aditivos.

Estos son ejemplos de situaciones que consideran importantes los investigadores en torno al tema:

- Solicitar al niño que explique verbalmente como ha resuelto el problema.
- Conocer la importancia que representa para él, el uso de materiales concretos al resolver un problema.
- Comprobar si el niño comprende tanto el papel que desempeñan los datos del problema, como lo que se le indica que haga al pedirle que repita el enunciado verbalmente.
- Construir a partir de una ecuación, el enunciado verbal del problema.

Las primeras clasificaciones que se realizaron sobre los problemas verbales estuvieron basadas fundamentalmente en las variables sintácticas como el número de palabras del problema, la presencia de palabras que induce a una operación determinada y la secuencia en la que se presenta la información. Sin embargo, en estas dos últimas décadas autores como Carpenter y Moser, 1982; Riley, Greeno y Heller, 1983; han relacionado las estrategias de solución empleadas por los niños con la estructura semántica del problema planteado para determinar su propia clasificación, ya que desde esta óptica se ha comprobado que la configuración semántica es una variable más relevante que la propia sintaxis para poder determinar los procesos que emplean los alumnos en la solución de los problemas.

Según esta propuesta los problemas verbales de suma y resta se clasifican en cuatro grupos:

1.- Cambio

2.- Combinación

3.- Comparación

4.- Igualación

En los problemas de cambio se da un proceso dinámico en donde a una cantidad inicial se le agrega o disminuye otra cantidad, según sea el caso, para obtener una tercera, la cual será el resultado de la operación. Dentro de este rango se derivan 6 subtipos de problemas considerando la posición de la incógnita y la situación de incremento o decremento que conllevan:

- Cambio aumentando con resultado desconocido
- Cambio aumentando con cambio desconocido
- Cambio aumentando con comienzo desconocido
- Cambio disminuyendo con resultado desconocido
- Cambio disminuyendo con cambio desconocido
- Cambio disminuyendo con comienzo desconocido

En los problemas de combinación y de comparación se establece una relación estática entre sus entidades. En los problemas de combinación ésta se da entre un conjunto y dos cantidades más que funcionan como subconjuntos de éste. La cantidad desconocida del problema puede ser el conjunto (el todo) o uno de los subconjuntos (una parte del todo). Sus modalidades son:

- Combinación todo desconocido
- Combinación parte desconocida

En los problemas de comparación la relación se manifiesta cuando se lleva a cabo el efecto comparativo entre dos cantidades independientes para establecer que tanto es mayor o menor una de la otra. La clasificación de este tipo de problemas es:

- Comparación con diferencia desconocida

- Comparación con cantidad grande desconocida
- Comparación con cantidad pequeña desconocida

Véase la tabla 1.1 donde se ejemplifican cada uno de los subtipos de problemas mencionados.

En los problemas de igualación se constituye una mezcla entre problemas de comparación y cambio, ya que existe una acción implícita que tiene que aplicarse a uno de los conjuntos, como lo establece el cambio, pero a la vez está basada en la comparación de dos conjuntos separados.

PROBLEMAS DE CAMBIO		
	Cambio Aumentando	Cambio Disminuyendo
Resultado desconocido	Ana tenía 7 dulces. Pedro le dio 10 dulces más ¿Cuántos dulces tiene ahora Ana?	Ana tenía 17 dulces. Le dio 7 dulces a Pedro. ¿Con cuántos dulces se quedó Ana?
Cambio desconocido	Ana tenía 7 dulces. Pedro le dio algunos dulces más. Ahora ella tiene 17 dulces. ¿Cuántos dulces le dio Pedro a Ana?	Ana tenía 17 dulces. Le dio algunos a Pedro. Ahora ella tiene 7 dulces. ¿Cuántos dulces le dio Ana a Pedro?
Comienzo desconocido	Ana tenía algunos dulces. Pedro le dio 10 dulces más. Ahora ella tiene 17 dulces. ¿Cuántos dulces tenía Ana al principio?	Ana tenía algunos dulces. Le dio 7 a Pedro. Ahora ella tiene 10 dulces ¿Cuántos dulces tenía Ana al principio?

PROBLEMAS DE COMBINACIÓN	
Todo desconocido	Parte desconocida
Ana tiene 7 dulces y Pedro tiene 10 dulces ¿Cuántos dulces tienen entre los dos?	Ana y Pedro tienen 17 dulces. 7 dulces son de Ana ¿Cuántos dulces son de Pedro?

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN		
Diferencia desconocida	Grande desconocida	Pequeña desconocida
Ana tiene 17 dulces. Pedro tiene 10 dulces ¿Cuántos dulces más tiene Ana que Pedro?	Pedro tiene 10 dulces. Ana tiene 7 dulces más que Pedro ¿Cuántos dulces tiene Ana?	Ana tiene 17 dulces. Ella tiene 7 dulces más que Pedro ¿Cuántos dulces tienen Pedro?

Tabla 1.1 Ejemplos de los diferentes tipos de problemas aditivos simples.

ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN A PROBLEMAS VERBALES DE ADICIÓN Y DE SUBSTRACCIÓN.

Ya se ha referido con anterioridad, que las estrategias se conciben como procedimientos que los niños emplean para llegar a la solución de los problemas, las cuales se van incrementando y modificando en cuanto a su nivel de complejidad, de acuerdo con el avance del conocimiento y flexibilidad de pensamiento de los niños.

Para su estudio y organización las estrategias se agrupan en tres categorías, mismas que se detallan a continuación:

1.- ESTRATEGIAS DE MODELADO DIRECTO

Son aquéllas donde el alumno representa con materiales concretos las cantidades a sumar o restar dentro del problema. Los procedimientos son: contar todo, separación, añadir hacia delante y emparejamiento. Véase la descripción de ellos en la tabla 1.2.

CONTAR TODO	**SEPARACIÓN**	**AÑADIR HACIA DELANTE**	**EMPAREJAMIENTO**
Uso de objetos para representar cada uno de los sumandos, después se unen los 2 conjuntos empezando por el 1.	La cantidad mayor en la substracción es representada con objetos, a la cual se le retira la cantidad menor.	Construcción de un conjunto equivalente a la cantidad inicial, añadiendo objetos a ésta hasta llegar al total dado en el problema. El número agregado es la respuesta del problema.	Se construye una correspondencia 1 a 1 entre dos conjuntos hasta que uno se agota. Contar los elementos sobrantes de la respuesta.

Tabla 1.2 Estrategias de modelado directo.

En seguida se exponen ejemplos de problemas y procedimientos donde es empleado el modelado directo:

- Contar todo

Problema

Alicia tiene 5 dulces. Su mamá le dio 6 dulces más.

¿Cuántos dulces tiene ahora Alicia?

Estrategia

El alumno construye dos conjuntos de objetos; uno de 5 y otro de 6. Los dispone cerca y cuenta " 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10, 11 ", señalando un dulce en cada conteo. Entonces responde: "Alicia tiene 11 dulces ahora ".

- Separación

Problema

Mario tenía 8 dulces. Le dio 5 dulces a Ramón.

¿Con cuántos dulces se quedó Mario?

Estrategia

El niño construye un conjunto de 8 dulces y retira 5 de ellos. Cuenta los dulces restantes y comenta: "Mario se quedó con 3 dulces"

- Añadir hacia delante

Problema

Rosita tiene 9 dulces. ¿Cuántos dulces más necesita para tener 12 dulces?

Estrategia

El niño coloca 9 dulces en un conjunto. Enseguida pone otros dulces al lado de éstos verbalizando "10, 11, 12" entonces se detiene y cuenta los dulces que colocó junto al conjunto. Finalmente responde "Rosita necesita 3 dulces más"

- Emparejamiento

Problema

Angelina tiene 6 dulces. Paola tiene 10 dulces. ¿Cuántos dulces tiene más Paola que Angelina?

Estrategia

El alumno construye una hilera con 6 dulces. Después hace otra hilera con 10 dulces y la coloca abajo de la hilera de 6. Entonces cuenta los 4 objetos que no están emparejados con los de la hilera inicial. El niño responde "Paola tiene 4 más que Angelina".

2.- ESTRATEGIAS DE CONTEO

Dentro de estos procesos el alumno recurre a contar con sus dedos hacia adelante o hacia atrás siguiendo el orden de la serie numérica. Las modalidades de esta estrategia son: conteo hacia delante desde el primer número, conteo hacia delante desde el número más grande y conteo retroactivo.

La tabla 1.3 brinda una descripción general de cada una de ellas.

CONTEO HACIA DELANTE DESDE EL PRIMER NÚMERO.	**CONTEO HACIA DELANTE DESDE EL NÚMERO MÁS GRANDE**	**CONTEO RETROACTIVO**
Se ubica mentalmente en la primera cantidad dada y a partir de ella cuenta con los dedos los elementos de la segunda cantidad. El número al cual llega en la serie numérica, es el resultado	El procedimiento es similar al anterior, sólo que aquí se parte de la cantidad mayor para contar con los dedos la cantidad menor.	A partir de la cantidad mayor, quita a la serie numérica los elementos de la cantidad menor. Al número que se llega da la respuesta.

Tabla 1.3 Diversos tipos de estrategias de conteo

Enseguida se muestran ejemplos de problemas y procedimientos de solución empleando las estrategias de conteo.

- Conteo hacia delante desde el primer número

Problema

Juan tiene 4 dulces. Sus amigos le dieron 8 dulces más.

¿Cuántos dulces tiene ahora Juan?

Estrategia

El niño dice: "4 (hace una pausa), 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. El tiene 12 dulces". Cuando dice cada palabra (a partir del 5) extiende un dedo. Cuando tiene 8 dedos extendidos detiene el conteo y da la respuesta.

- Conteo hacia delante desde el número más grande

Problema

Manuel tiene 4 dulces. Sus amigos le regalaron 8 dulces más.

¿Cuántos dulces tiene ahora Manuel?

Estrategia

El alumno contesta: "8 (hace una pausa), 9, 10, 11, 12. Dice tiene 12 dulces". Cuando menciona cada palabra a partir del 9 extiende un dedo; al tener 4 dedos extendidos detiene el conteo y da la respuesta.

- Conteo retroactivo

Problema

Omar tenía 12 dulces. Le obsequió 4 dulces a Raúl. ¿Con cuántos dulces se quedó Omar?

Estrategia

El niño responde: "11, 10, 9, 8. El se quedó con 8 dulces". Al ir diciendo cada palabra, el niño extiende un dedo. Cuando tiene 4 dedos extendidos detiene el conteo y da la respuesta

3.- HECHOS NUMÉRICOS

Al paso del tiempo y gracias a la práctica cotidiana, los alumnos adquieren ciertos conocimientos conocidos como hechos numéricos básicos. Esto significa que sin la necesidad de contar o representar con objetos, ellos ya saben que 5 +5 = 10 o que 4 + 4 = 8 por ejemplo. A partir de estos aprendizajes los niños desarrollan los hechos numéricos derivados, donde pueden concurrir dos o más estrategias.

Fundamentalmente este conocimiento lo emplean para resolver problemas más complejos.

Problema

Antonio tiene 8 dulces y su hermana le regala 4 dulces más. ¿Cuántos dulces tiene ahora Antonio?

Estrategia

El niño contesta: "8 y 2 son 10 más 2 son 12" O también puede decir "4 y 4 son 8 más 4 son 12".

PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS

CLASIFICACIÓN Y TIPO DE PROBLEMAS

A continuación se mencionan tres de las clasificaciones de problemas multiplicativos elaboradas por los siguientes autores: Nesher, 1989; Vergnaud, 1983; y Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson, 1999, citadas en la investigación de (Acevedo y García, 2001).

1.- NESHER (1989)

Reconoce tres clases distintas de problemas multiplicativos.

- Problemas multiplicativos de mapeo

Esta clase es considerada por todos los investigadores como los más fáciles de resolver. Comúnmente se les llama problemas de "suma repetitiva".

- Problemas multiplicativos de comparación

Estas situaciones son más complejas ya que siempre comprenden una comparación de objetos, medidas, etc.

- Multiplicación cartesiana

"Esta clase de problemas es la que presenta mayor grado de dificultad, involucra dos diferentes dimensiones en una tercera, que generalmente se presenta como una combinación o conjugación de objetos". (Acevedo y García, 2001, p. 9).

2.- VERGNAUD (1983)

Este autor aporta una clasificación de los problemas multiplicativos de acuerdo a su estructura semántica que se considera a continuación:

- Problemas de razón o isomorfismo de medidas

"A pesar de que en estos problemas se aprecian 2 espacios de medidas[1] Vergnaud considera tres, ya que toma en cuenta la unidad que uno de ellos representa. A los problemas de este tipo que se solucionan mediante una multiplicación, les da el nombre de multiplicación-razón, representándolos así: ExI=?[2]". (Vergnaud, 1983).

- Problemas de combinación o de producto de medidas

Este tipo de problemas multiplicativos tiene una característica muy importante, se refiere a que no son resolubles por medio de una suma reiterada; es decir, presentan 3 espacios de medida y corresponden a una función bilineal. Vergnaud los nombra y representa como multiplicación-combinación: ExE =?.

- Problemas de conversión

A diferencia de las clasificaciones anteriores, ésta presenta 3 tipos de problemas, es importante saber que el producto de dos cantidades intensivas se refiere a problemas de conversión de unidades. Dentro de este esquema se puede considerar que una de las cantidades es la razón y la otra un cuantificador. Esto es una característica muy importante de este tipo de problemas.

- Problemas de comparación

Es de suma importancia diferenciar este tipo de problemas de los de razón o isomorfismo de medidas, pues en estos últimos la (I) se comporta como una razón y en los de comparación la (I) es un cuantificador. A los problemas multiplicativos de esta clase se les llama multiplicación-cuantificador: E x I (cuantificador) = E.

3.- CARPENTER, FENNEMA, FRANKE, LEVI Y EMPSON (1999)

---

[1] Se le llama espacio de medida a la relación multiplicativa en donde interviene una correspondencia. En un problema existe una categoría de medida y la correspondencia se presenta entre dos cantidades y dos objetos.
[2] El esquema ExI=?, se propone debido a que una de las dos cantidades dadas, es una cantidad extensa que puede ser discreta ó continua, y la segunda se refiere a la intensidad con que una magnitud está presente en otra. Por esto se expresa como una razón entre dos magnitudes. Debido a esto, la primera recibe el nombre de cantidad extensiva (E) y la segunda el de cantidad intensiva (I).

El presente trabajo de investigación toma como eje principal los conceptos que han dado los autores Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson por tanto, se presenta una descripción detallada de su clasificación sobre el particular. Estos autores catalogan a los problemas multiplicativos en simétricos y asimétricos.

- Problemas simétricos

Se caracterizan porque los factores de la operación presentan roles intercambiables ya que juegan un papel de equivalencia; significa que no importa cual factor es el multiplicador. En este apartado se consideran 3 tipos de problemas: a) de área, b) arreglo rectangular y c) combinación.

Esto se ejemplifica de la siguiente manera:

a).- Problemas de área. El objetivo de estos problemas es el cálculo del área de una superficie rectangular, en donde la base y la altura juegan esencialmente el mismo rol.

Ejemplo:

La habitación donde duermo mide 4 metros de ancho (altura) por 6 metros de largo (base) ¿Cuántos metros cuadrados tiene mi recamara?

b).- Problemas de arreglo rectangular. Son similares a los problemas de área, con la salvedad de que en el arreglo pueden ser objetos discretos los que estén distribuidos en hileras y /o columnas.

Ejemplo

En un cartón de huevos caben 6 columnas y 8 hileras.

¿Cuántos huevos caben en el cartón?

c).- Problemas de combinación. Los problemas simétricos de combinación involucran diferentes combinaciones que pueden ser construidas con base en grupos de objetos.

Ejemplo

En una nevería hay 3 tipos diferentes de conos para helado. Si se tienen 4 sabores diferentes de helado. ¿Cuántas diferentes combinaciones de helado y conos se pueden realizar?

- Problemas asimétricos

En ellos los factores que se presentan están relacionados a referentes específicos los cuales no pueden intercambiarse. En esta categoría aparecen problemas de agrupamiento, razón, precio y comparación multiplicativa. De acuerdo con la tabla 1.4, obsérvense las características generales así como ejemplos de cada una de estas categorías.

AGRUPAMIENTO	RAZÓN	PRECIO	COMPARACIÓN
Es la representación de un número de grupos con la misma cantidad de elementos cada uno. Ejemplo: Tengo 4 bolsas con 3 chocolates cada una ¿Cuántos chocolates tengo en total?	En ellos se representan cualidades en los elementos cuantificables para los niños como el peso o la longitud; es decir una razón. Ejemplo: Una canasta pesa 2 kilos ¿Cuántos kilos pesarán 5 canastas?	Este tipo puede ser considerado como una variante de los problemas de razón; la diferencia radica en que la razón está representada por el precio de los objetos. Ejemplo: ¿Cuánto pagaré si compro 3 paletas, si cada una cuesta 4 pesos?	Se da una comparación entre dos cantidades, dónde una describe el múltiplo de la otra. Ejemplo: Mi perro pesa 5 veces más que mi ardilla, y ésta pesa 2 kilos entonces ¿Cuánto pesa mi perro?

Tabla 1.4 Diversos tipos de problemas asimétricos

ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN A PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS

Así como los problemas verbales aditivos, los multiplicativos también han sido estudiados cuidadosamente en cuanto a los procedimientos de solución que los niños emplean para llegar a su resultado. Tres son los grupos de investigadores que se han seleccionado para citar en este trabajo, los cuales han presentado grandes aportaciones en la materia.

1.- VELÁZQUEZ, ÁLVAREZ, BALBUENA, BLOCK, BOTELLO, GONZÁLEZ, JARILLO, MARIRADONI Y MUÑOZ (1988).

Este equipo proveniente de la Secretaría de Educación Pública (SEP), trabajó con alumnos que mostraban dificultades de aprendizaje en el área de matemáticas, presentándoles problemas multiplicativos de diversos grados de dificultad según el ciclo escolar que éstos cursaban. Así mismo registraron sus respuestas con el propósito de entender la problemática que los niños tenían frente a estos ejercicios y sobre todo para conocer los procedimientos que empleaban. Estas son las estrategias más representativas que reportaron a partir de su investigación:

- Valor unitario hipotético

Consiste en hacer una hipótesis de cierto valor unitario y aplicarlo al número de unidades que es conocido para encontrar el resultado.

Problema:

¿Cuánto tendrá que pagar Arturo por 2 pollos, si por 5 pollos pagó 300 pesos

Estrategia

El niño realiza como primera opción una suma colocando 5 veces una cantidad tomada al azar. Al ver que el resultado es mayor al esperado (300), abandona esta operación y comienza a realizar multiplicaciones ajustando el valor unitario hasta encontrar el correspondiente a las 5 unidades que plantea el problema.

85	75	65	62	60
85	x5	x5	x5	x5
+85	375	325	310	300
85				
85				
425				

Dando por respuesta: "A 60 pesos cada pollo, compré 2, son 120 pesos".

Es importante resaltar el abandono de la suma para iniciar con la multiplicación y los intentos hipotéticos que realiza conforme el resultado esperado.

- Dobles y mitades

Tiene como punto de partida los valores conocidos, duplicándolos ó sacándoles la mitad. Cuando se aplica esta estrategia, las cantidades manejadas en el problema serán pares, de tal suerte que puedan utilizarse de manera complementaria y en ocasiones implícitamente.

Problema

Para pintar un cuadro necesito comprar 5 tubos de pintura de diferentes colores, si dos tubos cuestan 120 pesos ¿Cuánto tendré que gastar en el cuadro?

Estrategia

La niña resuelve el problema así:

120 x 2 = 240 + 60 = 300

Al preguntarle por qué obtuvo ese resultado contestó "Porque 2 tubos cuestan 120 pesos, para saber de 4, el doble es 240. Como faltaba un tubo de 60, lo sumé y dio en total 300".

- Simplificación del problema

Como su nombre lo indica el alumno busca simplificar el problema convirtiéndolo en otro más sencillo. La mayoría de las veces realizan un cambio del esquema del problema ó un desplazamiento de valores; lo cual conduce al fracaso en la respuesta.

Problema

Víctor compró 3 planillas de calcomanías.

Las sacó y contó 6. ¿Cuántas calcomanías había en cada planilla?

Estrategia

Un niño contesta: "27 ", al preguntarle el porque responde esa cantidad, explica "conté 9, 10, 11,....27, porque en cada sobre hay 9 ".

El esquema correcto sería 1 es a X como 3 es a 6, mientras que el empleado fue 1 es a 9 como 3 es a X.

- Estimación cualitativa proporcional

En esta estrategia el alumno otorga un valor arbitrario a la cantidad buscada. Y sólo toma en cuenta las relaciones de más o menos. No existe una operación que permita cuantificar las relaciones de diferencia.

Problema

Una muñeca cuesta 50 pesos. ¿Cuántas muñecas se podrán comprar con 150 pesos?

Estrategia

Un niño contestó: "Si con 50 pesos compro una muñeca, con 150 puedo comprar más, 2 ó 3 ".

- Evocación de tabla multiplicativa

En tal caso el niño descubre el resultado evocando inmediatamente el conocimiento de la tabla multiplicativa. En ciertos casos, la evocación resulta fácil e inmediata porque el rango numérico es pequeño.

Problema

Margarita pagó 18 pesos por 3 bolsas de donas. ¿Cuánto cuesta cada bolsa?

Estrategia

El alumno responde: "6 pesos, porque 3 por 6 son 18 ".

2.- CARPENTER FENNEMA, FRANKE, LEVI Y EMPSON (1999)

La propuesta de clasificación de este segundo grupo de investigadores para la solución de los problemas multiplicativos coincide con su aportación realizada para los problemas de adición y substracción ya referidos. Ésta comprende tres categorías; modelado directo, conteo y hechos numéricos.

A continuación se exponen cada una de estas estrategias y se describen a través de un problema y de un procedimiento de solución creado por los niños.

- Estrategia de modelado directo

Procedimiento en el cual el niño representa las cantidades del problema con objetos, marcas hechas en papel, materiales de base diez u otros objetos. Al final hace un recuento de ellos.

Problema

Jonathan compró 7 cajas de galletas. Había 4 galletas en cada caja.

¿Cuántas galletas compró Jonathan en total?

Estrategia

El niño forma siete grupos de cuatro objetos cada uno.

Al terminar cuenta el total de objetos uno por uno y concluye: "Jonathan compró 28 galletas".

- Estrategias de conteo

Generalmente los niños usan un sistema de conteo saltado recurriendo a series numéricas de dos en dos, de tres en tres, etc., aunque esta estrategia resulta ser más fácil para resolver problemas de adición y substracción.

Los alumnos son expertos en nombrar series numéricas con múltiplos de 2, 3 o 5; no obstante se les dificulta hacerlo con otros números como el 7 o el 9, por lo que en estos casos inician el desarrollo de la serie numérica con cierta facilidad y logran establecer los primeros valores de la misma. Sin embargo, a medida que avanzan en su proceso recurren al conteo uno a uno. En el siguiente ejemplo se observa con claridad este fenómeno.

Problema

La profesora tiene 5 hojas con calcomanías. Hay 4 de ellas en cada hoja

¿Cuántas calcomanías tiene la profesora en total?

Estrategia

Una niña cuenta: "4, 8, 12 (hace una breve pausa)... 13, 14, 15 16 (pausa)... 17, 18, 19, 20. Son 20 calcomanías ".

Algunos niños emplean estrategias de suma para resolver problemas multiplicativos, pues suman repetidamente el número que representa a los objetos de cada grupo.

- Hechos numéricos derivados

Cuando se sabe el resultado de una operación sin tener necesidad de contar o representar los números involucrados se dice que se ha empleado un hecho numérico. El hecho conocido siempre implica uno de los números dados en el problema.

Ejemplo:

Problema

Hay 7 manzanas en cada caja. ¿Cuántas manzanas tengo en 6 cajas?

Estrategia

El niño contesta: "42 ". La profesora cuestiona como obtuvo el resultado de una manera tan rápida. Él dice: "yo sé que 5 sietes son 35, entonces puse un 7 más y al contarlo me dio 42 ".

3.- ACEVEDO SANTIAGO y GARCÍA MIRANDA, (2001).

Uno de los estudios más recientes relativos a las estrategias de solución de los problemas multiplicativos corresponde a dos investigadoras mexicanas quienes distinguen la siguiente clasificación:

- Conteo de uno en uno desde el inicio

Cuando el niño dice la serie numérica desde el número uno.

- Conteo de uno en uno a partir del grupo

Se aplica cuando se menciona la serie numérica a partir de uno de los números dados en el problema planteado.

- Conteo de uno en uno a partir de cierto número

Generalmente se presenta como complemento del hecho numérico básico o de alguna operación matemática. Es la continuación de la serie numérica a partir del último número considerado.

- Hecho numérico básico

Es la situación dada cuando un niño dice el resultado de una operación sin necesidad de representarla gráficamente o por conteo.

- Suma

Es la aplicación de la operación aritmética, en donde se pueden considerar diversos números como el resultado de dos hechos numéricos básicos o los datos proporcionados en el problema.

- Conteo de dos en dos desde el inicio

Se considera la aplicación de esta estrategia, al mencionar la serie numérica de dos en dos para la resolución del problema.

- Suma repetitiva

Se lleva a cabo una suma con el sumando constante según uno de los datos que proporcione el problema, las veces que se indiquen en el mismo.

- Algoritmo escrito

Se dice que esta estrategia es empleada cuando se plasma en el papel alguna operación sin tomar en consideración el método para llegar a su resultado.

- Multiplicación

Se da cuando el niño tiene conocimiento de que el problema se resuelve con esta operación, aunque no se llegue al resultado correcto.

- Dibujo

En este caso el niño se auxilia de objetos, rayas o dibujos que ayuden a representar los grupos del problema para contarlos y dar una respuesta.

- Evocación de tabla de multiplicar

Se recurre a la tabla de multiplicar para dar solución al problema planteado de manera rápida.

- Tanteo

Se dice en este caso, la serie numérica sin considerar los datos del problema, deteniéndose al azar en cualquier número.

- Conteo de tres en tres desde el inicio

Se menciona la serie numérica de tres en tres desde el inicio.

- Conteo de cuatro en cuatro desde el inicio

Se menciona la serie numérica de cuatro en cuatro desde el inicio.

II EL PROGRAMA DE ATENCIÓN AL BAJO RENDIMIENTO ESCOLAR

En este capítulo se describe el Programa de Atención al Bajo Rendimiento Escolar, diseñado por el Profesor Álvaro V. Buenrostro Avilés, el cual es aplicado en la Clínica Multidisciplinaria de la FES Zaragoza como apoyo a alumnos de primaria con atraso escolar en las áreas de matemáticas, lecto-escritura y articulación del lenguaje.

Para fines de la investigación únicamente se presentan a continuación los aspectos relacionados con los antecedentes y funcionamiento en el área de matemáticas; específicamente lo referente a la resolución de problemas aritméticos.

ANTECEDENTES

Dos son los motivos que llevan al autor del PABRE a realizar este modelo de enseñanza: uno se refiere a la problemática que viven los niños que han sido señalados por sus profesores y sus padres como estudiantes con bajo rendimiento escolar, y el otro a la formación académica que se debe proporcionar a los alumnos de la carrera de Psicología.

Este modelo de enseñanza tiene sus orígenes en diversas experiencias didácticas que se han puesto en marcha en los últimos años, como parte del programa de estudios de la carrera de psicología en la FES Zaragoza; concretamente ha sido dirigido a los estudiantes de 4°. y 5°. semestres. Su estructura ha pasado por dos periodos que se consideran como los estudios previos al diseño formal.

De 1992 a 1994, se adopta el diseño curricular del Sistema de Cursos Comunitarios creado por el Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE).[3]Tres fueron las razones para su elección. La primera fue que tal diseño curricular planteaba la enseñanza de la aritmética a partir de la resolución de problemas así mismo daba gran importancia al estudio de las diversas soluciones empleadas por los educandos; particularmente los niños con bajo rendimiento escolar.

Otra razón de peso fue que la enseñanza era impartida por jóvenes egresados de secundaria, situación de algún modo similar a la de los estudiantes de psicología ya que en ambos casos ninguno tenía formación docente.

Por último, el diseño estaba enfocado a atender a población escolar infantil con probabilidades de fracaso escolar, al igual que los casos que eran atendidos por los estudiantes en la FES Zaragoza.

[3] Para ampliar la información sobre los Cursos Comunitarios que organiza el Consejo Nacional de Fomento Educativo, consultar el documento de (CONAFE, 1991).

De 1995 a 1996 se profundiza en la sistematización de la enseñanza a los jóvenes estudiantes y niños que acudían al servicio de la Clínica multidisciplinaria de la FEZ Zaragoza. Con los primeros se trabaja la modalidad de seminarios, eligiendo temas muy específicos que reforzarán la aplicación de las actividades didácticas de forma individual y con la asesoría del autor del PABRE.

En este período se conforma un instrumento de evaluación con el propósito de conocer el nivel que tienen los niños en cuanto a los aspectos matemáticos de serie numérica oral, conteo y principio de cardinalidad, estrategias empleadas en la solución de problemas aditivos de cambio, combinación y comparación de la representación numérica y de los algoritmos convencionales de suma y resta.

Aquí también se lleva a cabo el diseño y aplicación de programas educativos computarizados dirigidos a los estudiantes de psicología, y el ensayo de diferentes procedimientos de enseñanza para los niños tomados de la literatura especializada. Por ejemplo se implementa el uso de los "Bloques de base diez", sugeridos por Fuson y Briars (1990) y Rathmell y Trafton (1990).

SECUENCIA DE ACCIONES

Las acciones que se desarrollan en el modelo siguen una secuencia que se muestra en cada una de las fases que a continuación se describen.

ENTREVISTA INICIAL

Los alumnos que son canalizados por la escuela regular a la Clínica Multidisciplinaria Zaragoza, son atendidos junto con sus padres para llevar a cabo una entrevista donde se indagan las razones por las cuales se solicita el servicio. El entrevistador obtiene información acerca de los antecedentes escolares y de salud de cada niño; así como los datos sobre la situación socioeconómica, la estructura y dinámica de su familia. Con esta información, posteriormente se elabora una ficha de identificación en la que se anotan los datos generales del alumno y se da apertura a su expediente, en el que se irán recopilando los diferentes informes que elaboren los estudiantes de Psicología y otra documentación relevante del alumno tal como boletas de calificación, exámenes bimestrales, observaciones de los maestros etc.

SESIONES DE EXPLORACIÓN

Son dos sesiones de trabajo en las que se pretende lograr dos objetivos: por un lado el que los estudiantes de Psicología y los niños establezcan los primeros lazos de una relación afectiva que favorezca el trabajo posterior (rapport). Por otra parte se observan de manera informal algunas habilidades aritméticas de los niños tales como: el dominio de la serie numérica, el acto de contar, la representación numérica y la resolución de problemas aditivos simples. En dichas sesiones el trabajo se desarrolla por medio de juegos de mesa como la oca, serpientes y escaleras, dominó u otros.

APLICACIÓN INICIAL DE LA EVALUACIÓN INFORMAL DE CONOCIMIENTOS ARITMÉTICOS. (EICA)

Una vez agotadas las etapas de entrevista y exploración se dedican dos sesiones más para aplicar esta evaluación[4] en forma individual, donde intervienen el niño evaluado y dos estudiantes ; uno de ellos funge como aplicador y el otro se encarga de registrar las respuestas y actuaciones significativas que da el niño. Cuando es posible un tercer estudiante filma la aplicación. Los resultados que se obtienen sirven para formular un diagnóstico inicial acerca de los conocimientos aritméticos del niño, asimismo servirán para planificar e iniciar la intervención.

SESIONES DE INTERVENCIÓN

Tienen como objetivo rector incrementar la competencia aritmética de cada niño. Se estructuran en dos direcciones: individuales y grupales.

SESIONES DE TRABAJO INDIVIDUAL

Las sesiones individuales pretenden cumplir con tres propósitos. El primero consiste en brindar una enseñanza específica a cada niño, tomando en cuenta su

---

[4] A través de la Evaluación Informal de Conocimientos Aritméticos (EICA) se hace una valoración de los conocimientos aritméticos de los niños. Este instrumento se ha ido perfeccionando a lo largo de la experiencia acumulada con la aplicación del modelo de enseñanza.

diagnóstico inicial, es decir adecuar el trabajo de acuerdo a sus necesidades de competencia aritmética. El segundo objetivo radica en proporcionar información precisa a los estudiantes de psicología sobre los logros matemáticos del niño con el que trabajan; permitiendo con ello hacer una selección idónea de las actividades didácticas que éste va requiriendo. Por último se pretende generar un vínculo afectivo entre los participantes que facilite el desempeño del escolar al interior de las sesiones así como en el ámbito de su escuela primaria.

SESIONES DE TRABAJO GRUPAL

En las sesiones grupales se forman dos equipos. Uno con alumnos de primer grado y el otro con alumnos de segundo grado que acuden al servicio. El propósito central de éstas consiste en que los niños compartan las estrategias y conductas empleadas para resolver una o varias situaciones aritméticas planteadas por los jóvenes estudiantes de psicología.

Ambas modalidades de sesiones de intervención tienen una periodicidad de dos veces por semana y una duración aproximada de una hora.

ORGANIZACIÓN DE LAS SESIONES

La organización de las acciones que se ejecutan antes, durante y después de cada una de las sesiones comprende tres fases de un ciclo que repite a lo largo del proceso de intervención, describiendo éstas a continuación.

a) PLANEACIÓN

Durante esta fase los estudiantes de psicología hacen una selección de las actividades didácticas que implementarán en el transcurso de las sesiones de intervención. Al inicio del trabajo la elección se hace tomando en cuenta los resultados obtenidos con la aplicación de la evaluación informal de conocimientos aritméticos y la información proporcionada por el maestro y/o las madres de los niños. Posteriormente, los criterios de selección se amplían centrando la atención sobre las estrategias y dificultades que enfrentan los niños en las sesiones anteriores y la información que se deriva de sus libros de texto, cuadernos y exámenes escolares.

Sin embargo, el criterio rector que guía la selección de las actividades didácticas es la inclusión de aquéllas que promueven un cambio en las estrategias de solución de los niños y que los conduzcan hacia el empleo de estrategias más complejas.

b) REALIZACIÓN

En el desarrollo de la sesión de trabajo los estudiantes realizan tres acciones importantes:

- Preparan los materiales que van a necesitar en la sesión.
- Aplican actividades didácticas.
- Observan y registran las estrategias más significativas que los niños emplean.

c) ANÁLISIS

Al término de cada sesión los estudiantes analizan lo ocurrido en ésta, sirviendo sus conclusiones como base para planear la siguiente. Para la realización de un análisis completo, ellos deben considerar los siguientes aspectos:

- La idoneidad de las actividades didácticas. Se lleva al plano de la reflexión que tanto las actividades propiciaron el logro de los propósitos planteados al inicio de la sesión; si a través de ella se logró captar la atención e interés de los niños y si dichas tareas se ajustaron a su nivel de conocimientos.
- Las estrategias de los niños. Se observan cuidadosamente cada una de las ejecuciones que realizan los niños y se ve si existió alguna variación en las acciones empleadas para resolver la situación aritmética planteada en la sesión.
- Informe de la sesión. Por último los estudiantes elaboran un reporte de cada sesión conforme a los lineamientos establecidos. Este informe sirve como seguimiento de los niños y permite evaluar sus avances conforme avanza el trabajo. Así mismo el informe de cada sesión se tomará en cuenta al redactar el informe final al término de la intervención.

ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

Las actividades didácticas se estructuraron y/o seleccionaron del documento Dominios y Procesos Aritméticos en los Primeros Grados Escolares (Buenrostro, 1999). En la tabla 2.1 se han incluido los nombres de algunas de esas actividades, junto con los procesos que se pretende desarrollar como resultado de su aplicación.

ACTIVIDAD	PROCESOS QUE SE FOMENTAN
ACCIONES DE COMPRAVENTA	•Representación numérica escrita de cantidades de 1 a 3 dígitos. •Contar grupos y unidades sueltas. •Intercambiar distintos tipos de unidades. •Resolver situaciones de adición y substracción.
BLOQUES DE BASE DIEZ	•Contar grupos y unidades. •Conocer el sistema decimal de numeración
CAJAS CON LÁPICES	•Resolver problemas multiplicativos: Arreglos rectangulares.
DADOS CON NÚMEROS	•Contar a partir del número mayor
DADOS CON NÚMEROS Y PUNTOS	•Contar hacia delante
GUERRA DE CARTAS	•Comparar números de diferentes cifras. •Identificar el valor posicional de los dígitos
MODELACIÓN DEL ALGORITMO CONVENCIONAL DE LA ADICIÓN	•Resolver distintas situaciones que impliquen la adición de números multidigitales de dos o tres cifras. •Comprender el funcionamiento del algoritmo convencional.
MODELACIÓN DEL ALGORITMO CONVENCIONAL DE LA SUBSTRACCIÓN	•Resolver distintas situaciones que impliquen la substracción de números multidigitales de dos o tres cifras. •Comprender el funcionamiento del algoritmo convencional.
NOMBRES DE LOS NÚMEROS	•Reconocer números de una a tres cifras. •Conocer el valor posicional
PERINOLA	•Intercambiar distintos tipos de unidades •Contar grupos y unidades.
PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS	•Resolver diferentes tipos de problemas multiplicativos
REPARTO DE UNA BARRA DE CHOCOLATE	•Descomponer una cantidad en diferentes partes
SERPIENTES Y ESCALERAS	•Dominar la serie numérica oral. •Realizar diversas acciones de contar. •Resolver distintas situaciones de adición y substracción.
TABLERO NUMÉRICO	•Dominar la serie numérica oral. •Dominar el sistema de numeración escrito.
PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS VERBALES DE ADICIÓN Y SUBSTRACCIÓN	•Resolver diferentes tipos de problemas de adición y substracción.

Tabla 2.1 Actividades didácticas y procesos aritméticos.

Otro criterio que permitió seleccionar las actividades didácticas es el relacionado con la especificidad y amplitud de las mismas. De tal modo actividades como "Acciones de compraventa" y "serpientes y escaleras" son de gran amplitud en la medida que pueden involucrar a otras y estimular en los niños una variedad de procesos. Por ejemplo con el juego nombrado se puede incluir el planteamiento de problemas aditivos verbales, dados con números y puntos y dados con números; de igual manera se puede estimular el dominio de la representación numérica, el conteo hacia delante y diferentes estrategias de resolución de problemas aditivo

Existe otro tipo de actividades que aplicadas de forma aislada, favorecerán determinados procesos que los niños puedan emplear en la resolución de otras actividades o situaciones aritméticas. Como ejemplo se cita el uso de "Bloques de base diez", "guerra de cartas" y "reparto de una barra de chocolate" entre otras.

Cabe señalar que dentro del paquete de actividades didácticas se elaboraron otras que estuvieran apegadas al modelo de enseñanza escolar; esto con la finalidad de que los niños incrementarán su competencia aritmética en las evaluaciones que se le aplican en la escuela.

ACCIONES, ACTITUDES Y DISCURSO EN LAS SESIONES DE INTERVENCIÓN.

Como se ha mencionado, en las sesiones de intervención la selección de actividades didácticas juega un papel preponderante. Éstas se deben llevar a cabo dentro de una cuidadosa interacción entre los estudiantes de psicología y los niños que reciben el apoyo, ya que de esta relación depende su efectividad o fracaso.

Es necesario que los estudiantes tengan claro el tipo de acciones, actitudes y discursos que promuevan en los niños una disposición favorable hacia las sesiones de trabajo; permitiendo fomentar un avance significativo en la construcción de sus conocimientos aritméticos.

Es conveniente que los estudiantes detecten y analicen las respuestas de los niños ante el planteamiento de las actividades didácticas, dentro de un contexto que favorezca el desarrollo de ciertas pautas de comportamiento. Esto permite modificar o continuar la dinámica de las sesiones de intervención.

A continuación se dan ejemplos de actitudes que comúnmente presentan los niños en las sesiones de trabajo:

- No hacer nada o no responder.

Ante cierta actividad designada el alumno se mantiene en silencio o bien no ejecuta ninguna acción ante la pregunta formulada. Es interesante observar que puede pasar un largo tiempo y él continúa con la misma actitud, da la impresión de estar pensando en otra cosa. Esta conducta es diferente a aquella donde el niño toma su tiempo para reflexionar acerca de la manera en que va a resolver el planteamiento que se le indica y posteriormente ejecuta una acción.

Es probable que el niño no responde a las preguntas debido a que el planteamiento de la actividad no le es significativo o porque el grado de dificultad es mayor a la respuesta que él puede emitir y es aquí donde el estudiante de Psicología debe realizar las modificaciones pertinentes de tal manera que la actividad propuesta tenga un sentido relevante para el niño.

- Resolver la actividad de manera apresurada.

El niño da una respuesta rápida, incluso antes de terminar de formularle la situación correspondiente. Aquí es importante apoyar al niño para que se dé un tiempo necesario que le permita reflexionar acerca de lo que se le está preguntando. O bien se puede plantear la situación a resolver de otra forma para que el niño logre comprender mejor lo que se le está diciendo.

- Utilizar una estrategia no orientada a la resolución.

Es el caso de algunos niños que restan en lugar de sumar o viceversa; o que resuelven problemas aditivos complejos como si fuesen de los más sencillos. Ante este caso, el estudiante debe proponer alternativas didácticas que ayuden al niño a concebir la actividad como una de naturaleza diferente al mismo tiempo motivarlo al uso de diversas estrategias de resolución.

- Emplear una estrategia poco funcional, orientada a la resolución.

El niño resuelve un problema de manera poco funcional, es decir, su procedimiento es en muchos casos muy largo y complicado; ocasionándole confusión y equivocación al dar un resultado. Por ejemplo, ante un problema multiplicativo, los niños emplean el conteo de uno en uno o la suma para determinar el número de objetos en una colección en la que hay agrupamientos. En estos casos es conveniente propiciar el empleo de estrategias más económicas o procedimientos de resolución más prácticos, tomando en cuenta que sean significativos para los niños.

- Hacer uso de una estrategia pertinente, orientada a la resolución.

Dentro de una gama de opciones para la resolución de una situación es pertinente apoyar la empleada por el niño. En ocasiones este planteamiento se acompaña de actitudes y frases positivas del estudiante que trabaja con él, lo cual favorecerá su autoestima y disposición al trabajo.

Tomando en consideración los patrones de respuesta anteriores, es fundamental que los estudiantes realicen acciones, adopten actitudes y construyan preguntas claves que propicien en los niños un cambio de estrategias y comportamientos aritméticos cada vez más eficaces. A continuación se especifican estas acciones, actitudes y preguntas que se recomienda emplear en las sesiones de intervención.

ACCIONES

- Sugerir una estrategia diferente: "¿Qué pasaría si lo haces así? "
- Demostrar una forma de resolución: "Observa como lo hago yo "
- Repetir la actividad tal y como se planteó al inicio:"Te lo voy a decir nuevamente".
- Reestructurar la actividad inicial: "Y si lo ponemos de esta manera"

ACTITUDES

- Observar con detenimiento el resultado de una actividad así como el proceso de resolución.
- Reestructurar el error como estrategia que indica la forma en la que el niño encara la situación que se le presenta al mismo tiempo que brinda una señal didáctica para reorientar las actividades didácticas.
- Administrar los espacios de tiempo que se dan entre la propuesta de trabajo y el que se da para la emisión de las respuestas de los niños.
- Partir de las estrategias que emplean los niños para alentar el uso de otras más complejas.

- Aceptar el uso de resoluciones no convencionales.

PREGUNTAS

Las preguntas se agrupan en cinco categorías que se exponen a continuación. La clasificación y selección de las mismas está sustentada en las propuestas de Hiebert y Wearne, (1993); Rowan y Robles, (1998).

- Reflexión sobre una estrategia empleada ante una situación dada:
  ¿Me puedes decir cómo le hiciste?
  ¿Cómo encontraste la respuesta?
  ¿Cómo le estás haciendo?
  Para que yo sepa como hacerlo, dime ¿Cómo lo resolviste?
- Uso de una estrategia diferente:
  ¿Crees que puedas hacerlo de otra manera?
  ¿Quién lo hizo de otra manera? (Esto es cuando se trabaja en grupo)
  Y si hago esto. (modificar la situación planteada originalmente), ¿cómo lo puedes resolver?
- Evocación de acciones realizadas con anterioridad
  ¿Te acuerdas como lo acabas de resolver?
  ¿Te acuerdas como lo hicimos ayer?
- Evocación de los pasos en una secuencia de acciones:
  Ya hiciste esto. Ahora, ¿qué tienes que hacer?
  Después, ¿qué sigue?
- Comparación de estrategias
  Fíjate como lo han hecho tus demás compañeros. ¿Es igual o diferente la forma en como tú lo resolviste? ¿Por qué?
  Esto que realizaste ahora, ¿en qué es diferente a como lo habías resuelto antes?

APLICACIÓN FINAL DE LA EICA.

Una vez que se termina el período de intervención con el niño, se le vuelve a aplicar la evaluación EICA. La información obtenida de esta segunda aplicación además de la recopilada por la evaluación inicial y por los informes elaborados durante el período de intervención, crean el sustento para la redacción del informe final de cada caso. En este documento se precisa sobre los cambios ocurridos en los procesos de construcción de conocimientos aritméticos por parte de los niños, así como de sus comportamientos ante la resolución de problemas aritméticos.

III DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo se describe el enfoque metodológico que sustenta el presente trabajo, se exponen el propósito y las preguntas de investigación, se mencionan los participantes, los materiales empleados y el escenario donde se aplicó. De igual manera se explica el procedimiento que se llevó a cabo y la forma en que se obtuvieron y trataron los datos que sirvieron como base para determinar los resultados

ORIENTACIÓN METODOLÓGICA

Desde el punto de vista metodológico, el estudio se ubicó dentro de la línea trazada por Hiebert y Wearne (1988), la cual se ha utilizado para estudiar los cambios en los procesos cognitivos que emplean los niños al establecer contacto con diferentes dominios matemáticos como resultado de la impartición de un tipo de instrucción específica.

Esta metodología consta de cuatro fases:

- Primero se selecciona un dominio particular (en nuestro caso los problemas de adición, substracción y multiplicación).
- En segundo término se definen con claridad los procesos clave para alcanzar el éxito en dicho dominio (las estrategias de solución a los problemas).
- Posteriormente se diseña la instrucción (las actividades didácticas).
- Al final se evalúa la relación entre la instrucción y los procesos cognitivos y de actuación de los niños (el cambio en las estrategias de solución de los problemas).

La investigación también se caracteriza por ser de tipo cualitativo "donde la información obtenida se analizó e interpretó más en términos de procesos y eventos que en términos de datos sujetos a cuantificación" (Buenrostro, 1998). De esta manera, las estrategias de solución de los niños se sometieron a este tipo de análisis en el que se observó el despliegue de sus procesos cognitivos al enfrentarse a diversos tipos de problemas aritméticos.

PROPÓSITO DEL ESTUDIO

Con la presente investigación se pretendió indagar la variación en el uso de estrategias que utiliza un grupo de niños de segundo grado de primaria de una escuela oficial, para resolver distintos tipos de problemas verbales de adición, substracción y multiplicación como resultado de la adaptación y aplicación de diversas actividades didácticas empleadas en el Programa de Atención al Bajo Rendimiento Escolar que se imparte en la Clínica Zaragoza de la FES Zaragoza.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- ¿Los niños de segundo grado de primaria despliegan estrategias más complejas en la resolución de problemas de adición, substracción y multiplicación, después de la aplicación de una serie de actividades didácticas previamente planeadas?
- ¿Los alumnos resuelven problemas de estructura semántica más compleja al término de la aplicación de las actividades didácticas?
- ¿Los niños logran desarrollar diversos procedimientos de solución hacia el mismo problema con la aplicación de las actividades didácticas?

PARTICIPANTES

- Veinticuatro alumnos de segundo grado de primaria que conforman el grupo 2°. D de su escuela. El rendimiento académico de los niños es completamente heterogéneo.
- Dos pasantes de la carrera de Psicología quienes adoptan el papel de investigadoras de este estudio; de las cuales una de ellas es la profesora titular del grupo escolar.

MATERIALES

- Instrumento de evaluación (EICA). Cuadernillo para el alumno y cuadernillo para la aplicadora.
- Lápices
- Goma de borrar
- Sacapuntas
- Hojas blancas
- 2 dados grandes con números
- 2 dados grandes con puntos
- Cubos unifijos para ensamblar

- Hojas impresas para resolver ejercicios
- Perinola de plástico grande
- Tablero para colocar bloques de base diez
- Sellos de goma representando unidades, decenas y centenas
- Un tablero para colocar billetes de juguete con valor de $100, monedas de $10 y de $1
- Tarjetas numéricas con dígitos del cero al nueve
- Billetes y monedas de papel con valores de $100, $10 y $1.
- Envolturas y envases de reuso

ESCENARIO

La investigación se realizó en una aula de la escuela primaria oficial 21-1206-182 "24 de Febrero", ubicada en norte 21 no. 110, col. Moctezuma 2ª sección de la Delegación Venustiano Carranza en el Distrito Federal.

PROCEDIMIENTO

La investigación constó de cinco etapas:

1. Estructuración del instrumento de evaluación y selección de las actividades didácticas.
2. Evaluación inicial de las estrategias de solución de los alumnos.
3. Aplicación del programa de intervención al grupo.
4. Evaluación final de las estrategias de solución de los alumnos.
5. Análisis de los resultados.

A continuación se hace una descripción de cada una de las etapas.

1ª. Etapa: Estructuración del instrumento de evaluación y selección de las actividades didácticas.

El instrumento de evaluación (Anexo I) empleado en esta investigación se estructuró tomando como base los instrumentos utilizados en dos investigaciones previamente realizadas (Buenrostro, 1999; Acevedo y García, 2001). La primera es la propuesta de un modelo de enseñanza encaminado al apoyo de alumnos que han sido detectados con bajo rendimiento escolar. La segunda muestra las estrategias de solución que emplean los niños de los tres primeros grados de primaria ante problemas multiplicativos.

Esta evaluación informal quedó estructurada con nueve problemas verbales aditivos de dos dígitos: seis de cambio, dos de comparación y uno de combinación. También se incluyeron ocho problemas multiplicativos; dos de agrupamiento, dos de arreglos rectangulares, dos más de razón y los dos últimos de precio. Cada tipo de problema multiplicativo se presenta en dos versiones; la primera versión de los problemas de agrupamiento y arreglos rectangulares permite observar todos los objetos contenidos en las colecciones o arreglos a través de una imagen, mientras que en las segundas versiones no es así. Para los problemas de precio y razón, la primera versión maneja cantidades de un dígito, mientras en la segunda aparecen cantidades de dos dígitos. Como apoyo al planteamiento de los problemas multiplicativos, se presentan a los alumnos nueve láminas –una por problema- que remiten a un contexto específico: una feria.

La instrumentación de la evaluación se aplicó por medio de un cuadernillo de trabajo para los alumnos; el cual contenía los diecisiete problemas distribuidos cada uno en una cuartilla, dando opción a que en los espacios en blanco los niños plasmaran su proceso de solución. Este cuadernillo se complementó con otro similar para las investigadoras, donde se registraron las observaciones pertinentes sobre las conductas y estrategias que los alumnos emplearon al resolver cada uno de los problemas.

Así mismo en esta primera etapa del procedimiento se llevó a cabo la selección de actividades didácticas y de los lineamientos para su óptima aplicación, propuestos en el PABRE, las cuales por su parte, propiciarían en los niños el manejo de estrategias de solución más complejas en la resolución de problemas verbales aditivos y multiplicativos.

Enseguida se describen las actividades seleccionadas con las respectivas modificaciones para su aplicación colectiva.

- <u>Dados con números y puntos</u>

Propósito: Fomentar el conteo hacia delante.

Materiales: Dos dados grandes de plástico, uno con los dígitos escritos (1, 2, 3, 4,5 y 6) y el otro con puntos en las diversas caras como normalmente se conocen.
Ejecución: Se les explica a los niños que la actividad consiste en tirar los dados y contar partiendo del dado con dígitos, cuántas unidades resultan de la suma de ambos dados. Esta actividad se puede aplicar en cualquier juego de mesa en el que se empleen dos dados, como por ejemplo: la oca o serpientes y escaleras.

- <u>Dados con números</u>

Propósito: Fomentar el conteo a partir del número mayor.
Materiales: Dos dados con los dígitos escritos.
Ejecución: Se tiran los dados y se le pide al niño que sume los dos dígitos a partir del mayor. Como la actividad anterior, ésta puede practicarse al jugar la oca o serpientes y escaleras.

- <u>Reparto de una barra de chocolate</u>

Propósito: Fraccionar una cantidad en otras más pequeñas, a través de diversas opciones de descomposición.
Materiales: Cubos para ensamblar (unifijos) y hojas de trabajo.
Ejecución: Se proporcionan a una pareja de niños diez cubos unidos, los cuales representan la barra de chocolate y se les pide que busquen distintas opciones para repartirse la barra. Deben registrar en la hoja de trabajo las diferentes maneras que encontraron para efectuar esta descomposición.
Cuando los niños se han familiarizado con el procedimiento, se puede hacer una variación de la actividad, incrementando el número de cubos a la barra de chocolate y solicitándoles que lleven a cabo el reparto.

- <u>La perinola</u>

Propósito: Intercambiar unidades por decenas y decenas por centenas, a través del conteo de grupos y de unidades sueltas.
Materiales: Perinola de plástico grande con representaciones de bloques de base diez (cada cara debe representar diferente cantidad incluyendo la leyenda de "PON" o "TOMA"). También se emplean bloques de base diez que serán repartidos a cada niño.

Ejecución: Se determina un número tope al cual se debe llegar con la mecánica del juego, especificando que el primero en hacerlo gana. Al inicio se reparten a los niños nueve cubitos, cinco barras y dos tabletas y al centro se colocan el mismo número de bloques. Al girar la perinola tomarán o quitarán la cantidad de bloques que indique la cara que haya quedado hacia arriba, cuidando de intercambiar diez cubitos por una barrita o diez barritas por una tableta antes de volver a tirar; esto con el fin de que los niños conozcan la característica de base diez de nuestro sistema de numeración. De no hacerlo, los cubos o barritas que se hayan quedado sin intercambiar, pasarán a pertenecer al niño que descubra este error.

- Solución de problemas de adición con cantidades de dos o más dígitos por medio de la modelación del algoritmo convencional.

Propósito: Promover la solución de distintas situaciones que impliquen la adición de números multidigitales de dos o tres cifras. Se busca propiciar la comprensión del funcionamiento del algoritmo convencional.
Material: Un tablero para colocar los bloques de base diez marcando las unidades, decenas y centenas, bloques de base diez o sellos que representen a los bloques.
Ejecución: Se plantea un problema que implique una adición para obtener el resultado, la suma de unidades, decenas y centenas se realiza con los bloques de base diez al colocarlos en el tablero; induciendo a los niños a reflexionar sobre el intercambio posible que se puede hacer de cada cifra.

- Solución de problemas de substracción con cantidades de dos o más dígitos por medio de la modelación del algoritmo convencional.

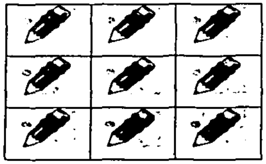
Propósito: Promover la solución de distintas situaciones que impliquen la substracción de números multidigitales de dos o tres cifras, favoreciendo la comprensión del mecanismo del algoritmo convencional.
Materiales: Un tablero para la colocación de billetes de 100 pesos, monedas de 10 y de 1 peso. Tarjetas numéricas con dígitos del 0 al 9.
Ejecución: El mecanismo de trabajo es similar al de la actividad anterior, la única variante es que el problema planteado implica una substracción.

- Cajas con lápices.

Propósito: Lograr que el niño diga la cantidad total de lápices que hay en una caja, al multiplicar el número de filas por el número de lápices que hay en cada una de ellas.

Materiales: Hojas de trabajo, cuadro de multiplicaciones.

Ejecución: Se presenta a los niños un dibujo como el siguiente:



Y se les pregunta "¿Cuántos lápices hay en la caja? Si el niño suma de uno en uno los lápices, se le explica otra manera de resolver la pregunta: se les pide que cuenten el número de lápices de cada columna y que mencionen cuántas columnas hay con este número de lápices; es decir cuántas veces se repite la cantidad. Entonces se les indica que multipliquen el número de columnas por el número de lápices que tiene cada una. Si finalmente el alumno no conoce el resultado de la multiplicación, puede consultar el cuadro de multiplicaciones.

- Transacciones con dinero

Propósito: A través del contexto de compra-venta se pretende la representación numérica de cantidades de uno a tres dígitos, el conteo por grupos de diez y de cien y de unidades sueltas, el intercambio de unidades por decenas y decenas por centenas y finalmente la solución de situaciones de adición y substracción.

Materiales: Billetes de cien pesos, monedas de diez pesos y monedas de un peso. Diversos objetos atractivos para el niño, o en su caso la representación de los mismos por medio de envolturas y envases de reuso o bien por medio de ilustraciones. Hojas para el registro de las transacciones, hojas blancas y lápices.

Ejecución: Explicar a los niños que se jugará a comprar y vender ciertos objetos previamente seleccionados, a través del empleo del dinero. En algunas ocasiones a los niños les corresponderá la función de comprador, en otras ocasiones será el repartidor o bien el vendedor.

- Adivinanzas aritméticas

Propósito: Promover la solución de diversos tipos de problemas aditivos y multiplicativos en forma de adivinanzas.

Materiales: Tarjetas de colores donde se encuentren escritos los problemas aditivos y multiplicativos. Para cada tipo y nivel de complejidad de los mismos se designa un color determinado de tarjetas.

Ejecución: Las tarjetas se ordenan en un fichero y de acuerdo al avance de estrategias de solución de los niños, se van seleccionando para su resolución, desde las más sencillas hasta las más complejas. Una vez que se selecciona la tarjeta (el problema) se lee ante el grupo pidiéndole que "adivine" el resultado, invitando a los alumnos a que lo encuentren mentalmente. Gana el primero que de la respuesta correcta.

2ª. Etapa: Evaluación inicial de las estrategias de solución de los alumnos.

Una vez estructurado el instrumento de evaluación informal, se aplicó a los alumnos dentro de su salón de clases, de la siguiente forma: en cada sesión se trabajó con cuatro alumnos siguiendo el orden alfabético de la lista de asistencia del grupo; dos de 8:30 a 10:30 AM., atendidos en forma personal por las investigadoras y con los otros dos niños de 11:00 a 12:30 PM. En total se emplearon seis sesiones para la aplicación.

Antes de que los alumnos comenzaran a resolver su prueba, se les explicó que realizarían unos ejercicios matemáticos para conocer sus procedimientos de solución y que no serían tomados en cuenta para su calificación en la boleta. Entonces se les pidió que lo resolvieran con tranquilidad pero con máxima concentración.

Al darles el cuadernillo de trabajo se les indicó que en él podrían realizar las operaciones y anotaciones que consideraran pertinentes para la resolución de cada problema.

Cada una de las investigadoras dirigió el curso de la evaluación según el avance de cada niño, registrando en el cuadernillo de observaciones los datos relevantes sobre el desempeño de los alumnos, sin haber encontrado dificultades en este proceso de evaluación.

3ª. Etapa: Aplicación del programa de intervención al grupo.

Comprende el período más extenso de la investigación, ya que es aquí donde se desarrollaron las actividades didácticas frente al grupo.

En un primer momento el trabajo se realizó con los padres de familia de los niños, explicándoles el objetivo y la mecánica de trabajo que se seguiría con las actividades didácticas. También se les invitó a colaborar con la elaboración de los materiales requeridos y con el apoyo que deberían brindar en casa para las tareas asignadas.

La planeación de las actividades fue basada en un criterio de flexibilidad. Inicialmente se seleccionaron de acuerdo con los resultados obtenidos en la evaluación inicial; es decir, se inició con la aplicación de las actividades más fáciles para los alumnos hasta llegar a las más complejas. Paralelamente se iban realizando dos acciones más: una valoración de los logros de los alumnos por cada sesión, la cual daba oportunidad de modificar la planeación si se consideraba necesario para el grupo.

Otro momento se dio cuando se aplicaron las sesiones de intervención; éstas fueron de cincuenta minutos aproximadamente y con una frecuencia de tres veces por semana, durante un lapso de cinco meses, procurando que dichas sesiones se llevaran a cabo al inicio del horario escolar, con la finalidad de que los alumnos no se encontraran fatigados. Es preciso aclarar que durante ese lapso de tiempo algunas sesiones de trabajo fueron suspendidas por motivos de la propia calendarización de la escuela, como es el caso del período vacacional que se presentó.

Así mismo se conformó una bitácora del grupo, donde se asentaron las observaciones pertinentes, no sólo respecto al desempeño pedagógico de los alumnos, sino también sobre las actitudes, habilidades y destrezas que desarrollaron en forma particular y como miembros de un equipo de trabajo. Esto con la finalidad que ir retroalimentando la planeación de las actividades.

4ª. Etapa: Evaluación final de las estrategias.

Es el momento donde se evalúa nuevamente al grupo. Es importante resaltar que para efectos comparativos en el análisis de los resultados, se aplicó el mismo instrumento de evaluación empleado en la primera etapa de la investigación. Igualmente se manejó el cuadernillo para las investigadoras anotando las observaciones pertinentes en el momento de la evaluación.

En esta segunda evaluación se incluyó una variante en cuanto a la recopilación de los datos, ya que por cada problema que los niños resolvían, se les preguntaba si conocían otro procedimiento diferente al empleado; cuando los niños decían que sí, se les invitaba a realizarlo y de esa manera se tomaba nota de que el alumno recurrió a otra estrategia de solución denominada estrategia alterna.

5ª. Etapa: Análisis de los resultados.

Con base en los datos obtenidos de las evaluaciones inicial y final y de los registros observacionales, se procedió al análisis comparativo del desempeño del grupo en general en cuanto al despliegue de estrategias de solución ante problemas verbales aditivos y multiplicativos. Al término de este análisis se asentaron las conclusiones y sugerencias pertinentes para futuras investigaciones.

OBTENCIÓN DE DATOS

Los datos significativos de esta investigación, surgen de las dos aplicaciones al grupo del instrumento de evaluación informal. Es preciso enfatizar que además de las respuestas dadas por los alumnos a los problemas planteados, se obtuvieron elementos de información importante con las observaciones registradas en los cuadernillos que manejaron las investigadoras, así como a través de los registros observacionales aplicados durante las sesiones de intervención.

También los datos sujetos a revisión, se obtuvieron por medio de los registros asentados en la bitácora del grupo. Este tipo de registros a los que Mackernan ha llamado anecdóticos "son descripciones textuales de incidentes y eventos significativos que se han observado en el entorno conductual donde la acción se ha llevado a cabo "(Mackernan, 1991, p.67).

TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Cada problema se sometió a un análisis desde dos diferentes rubros:

1. Comparación del número y porcentaje de respuestas correctas e incorrectas en la evaluación inicial y final.
2. Determinar y comparar el tipo de estrategias de solución que emplearon los alumnos ante la evaluación inicial y final incluyendo en ésta última las estrategias alternas.

IV DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se analizan en primer término los datos obtenidos en las evaluaciones inicial y final, considerando como elemento primordial la comparación de las ejecuciones de los niños en ambas aplicaciones. Con base en este análisis se presentan los resultados de la investigación. Enseguida aparece un corolario donde se brinda un informe cualitativo sobre la experiencia didáctica.

Para cada uno de los problemas incluidos en el instrumento de evaluación se realizó el análisis de resultados correspondiente. De esta manera el protocolo de análisis para cada caso fue el siguiente:

- Se comparó el número y porcentaje de respuestas correctas e incorrectas dadas por el grupo en las evaluaciones inicial y final.
- Se determinó y comparó el tipo de estrategias de solución que emplearon los alumnos ante las evaluaciones inicial y final.
- Se especificaron las diferentes estrategias de solución alterna para la resolución de los problemas en la evaluación final.

El análisis de los resultados se exhibe en dos etapas; la primera considera los problemas aditivos verbales, mientras que la segunda hace lo propio con los problemas multiplicativos. Cada una de estas etapas presenta un listado de las estrategias empleadas por los niños para resolver los distintos problemas y a partir de éste se entregan los resultados y análisis para cada caso.

Es importante anotar que los listados de estrategias arriba mencionados se conformaron bajo un criterio de complejidad, iniciando por las más simples. Para el renglón de los problemas aditivos, las estrategias se agruparon en cuatro categorías -de acuerdo al marco teórico- que son: las de conteo, las que emplean el algoritmo convencional, las de proceso interno y las independientes que son aquellas que no encuadran con ninguna de las anteriores y que por su naturaleza se presentan en primer término.

PROBLEMAS ADITIVOS VERBALES

ESTRATEGIAS INDEPENDIENTES

a. Modelado directo: El alumno necesita representar con materiales concretos (marcas, bolitas de papel, objetos de plástico, palitos, fichas, etc.) las cantidades a sumar o restar dentro del problema.
b. Copiar: El alumno no resuelve el problema por sí mismo, copia los resultados de sus compañeros.

c. No hay solución al problema: El niño no da ninguna respuesta.

ESTRATEGIAS DE CONTEO

d. Contar todo: El alumno parte desde el número uno y lo incrementa al tiempo que extiende cada uno de sus dedos.
e. Conteo hacia delante a partir de un número dado en el problema con apoyo de dedos: El alumno cuenta a partir del primer número que aparece en el problema extiendo cada uno de sus dedos.
f. Conteo hacia delante a partir del primer número de uno en uno, sin apoyo de dedos: El niño parte del primer dato que aparece en el problema y lo va aumentando evocando la serie numérica.
g. Conteo hacia atrás de uno en uno con apoyo de dedos: El alumno realiza un conteo retroactivo, cerrando un dedo de su mano cada vez que menciona un número.

ESTRATEGIAS DE ALGORITMO

h. Elección del algoritmo equivocado: El alumno toma en cuenta los datos proporcionados en el problema, pero equivoca la interpretación del mismo y plantea la operación aritmética contraria a la correcta.
i. Algoritmo convencional con apoyo de dedos y de modelado directo: El alumno ejecuta correctamente la operación, pero en el cálculo de ésta, utiliza los dedos de la mano y también elementos gráficos (palitos, bolitas, manzanas, etc.)
j. Algoritmo convencional con apoyo de modelado directo, donde inicia por las decenas y luego por las unidades: El alumno anota la operación adecuadamente, pero para su resolución se auxilia de elementos gráficos e inicia a sumar o restar por la columna de las decenas y después lo hace con las unidades.
k. Algoritmo convencional con apoyo de dedos, iniciando por las decenas y luego por las unidades: El alumno anota la operación de manera adecuada y cuenta con los dedos de la mano, sin embargo en la

resolución comienza a sumar o restar por la columna de las decenas y después lo hace con las unidades.

l. Algoritmo convencional con apoyo de dedos: El alumno anota la operación adecuadamente, pero para su resolución se auxilia de los dedos de la mano.

m. Algoritmo convencional sin apoyo de dedos iniciando por las decenas y luego por las unidades: El alumno anota la operación de manera adecuada, sin embargo en la resolución comienza a sumar o restar por la columna de las decenas y después lo hace con las unidades.

n. Algoritmo convencional: El alumno emplea el método o patrón establecido para encontrar el resultado de una operación.

ESTRATEGIAS DE PROCESO INTERNO

o. Proceso interno de asociación: El alumno evoca los datos del problema inmediato anterior y los relaciona con el actual, para dar un resultado.

p. Proceso interno de ensayo y error: El alumno descubre el resultado del problema especulando con distintos valores y por medio del tanteo.

q. Proceso interno con conteo hacia atrás: El niño realiza un conteo retroactivo en forma mental.

r. Proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades: El alumno toma las decenas de los datos del problema y trabaja mentalmente con ella, sumando o restando según sea el caso, posteriormente incrementa o disminuye al resultado las unidades de los datos.

s. Proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos: El alumno, gracias a la práctica cotidiana ha desarrollado ciertos procesos internos que sin la necesidad de representar o contar objetos le permiten evocar el resultado de sumas o restas sencillas.

t. Proceso interno con apoyo de hechos numéricos derivados: El alumno parte de los hechos numéricos básicos y se apoya de un algoritmo para resolver situaciones más complejas.

ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LAS ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN

El instrumento de evaluación se conformó de nueve problemas aditivos verbales. En el siguiente cuadro se presenta el tipo de problemas de acuerdo con la clasificación que hacen Carpenter y Moser (1992).

No.	CATEGORÍA	NOMBRE
1.-	Cambio	Cambio Aumentando con Resultado Desconocido (CARD)
2.-	Cambio	Cambio Disminuyendo con Resultado Desconocido (CDRJ)
3.-	Combinación	Combinación Todo Desconocido (CTD)
4.-	Comparación	Comparación Diferencia Desconocida (CDD)
5.-	Combinación	Combinación Parte Desconocida (CPD)
6.-	Cambio	Cambio Aumentando con Comienzo Desconocido (CACoD)
7.-	Cambio	Cambio Disminuyendo con Comienzo Desconocido (CDCoD)
8.-	Cambio	Cambio Aumentando con Cambio Desconocido (CACD)
9.-	Cambio	Cambio Disminuyendo con Cambio Desconocido (CDCD)

Tabla 4.0. Problemas aditivos verbales. Clasificación de Carpenter y Moser

PROBLEMA No. 1 (CARD)

CAMBIO AUMENTANDO CON RESULTADO DESCONOCIDO

"Alejandra tenía 23 dulces, luego su mamá le regaló 45 dulces más.

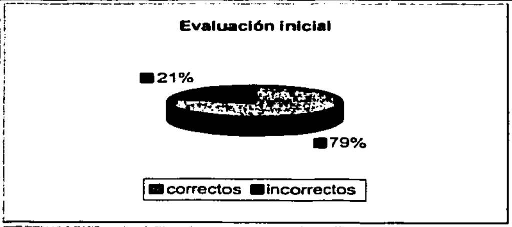
¿Cuántos dulces tiene ahora Alejandra?"

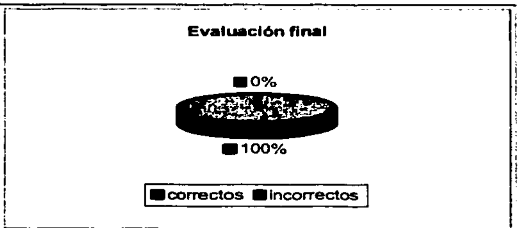
La literatura (Bermejo, 1990) refiere que los problemas de cambio resultan más fáciles de resolver para los niños por su estructura semántica. De acuerdo con esta idea en la presente investigación se corrobora lo anterior al haberse encontrado que en el primer nivel de análisis de este problema, en la evaluación inicial, se obtuvieron diecinueve resultados correctos; lo que equivale al 79% del total, y cinco resultados incorrectos equivalentes al 21% del total. (Ver tabla 4.1).

En los resultados de la evaluación final se muestra que los veinticuatro alumnos respondieron correctamente el problema, alcanzando el 100% de aciertos. En la gráfica 4.1.1 se aprecia con claridad el avance respecto a la evaluación inicial, ya que aún cuando en ella se dio un porcentaje alto de ejecución correcta, en la final se logró que todos los alumnos resolvieran con éxito este problema.

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	19	Correctos	24
Incorrectos	5	Incorrectos	0
Total	24	Total	24

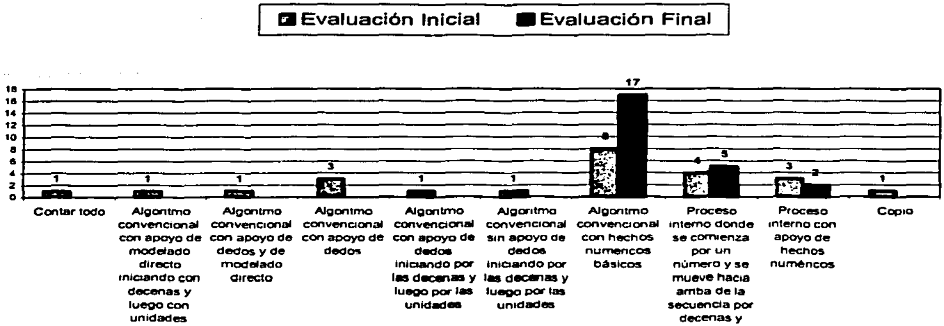
Tabla 4.1. Problema 1 CARD. Resultados de evaluaciones





Gráfica 4.1.1. Problema 1 CARD. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

Con respecto a las estrategias de solución empleadas, se observa que en la evaluación inicial los alumnos emplearon 10 diferentes procedimientos para resolverlo: El contar todo que es una de las estrategias infantiles más simples; algoritmo convencional en combinación con el modelado, apoyo de dedos y hechos numéricos básicos; hasta llegar con menor frecuencia a los procesos internos que implican un grado de complejidad mayor a las estrategias anteriores. (Gráfica 4.1.2).



Gráfica 4.1.2. Problema 1 CARD. Comparación de estrategias de solución.

A diferencia de la inicial, los resultados de la evaluación final mostraron que los alumnos sólo recurrieron a tres estrategias para resolver el problema: 1) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 2) proceso interno donde comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y unidades y 3) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. (Gráfica 4.1.2).

Es importante señalar la variación en el uso de estrategias de solución entre ambas evaluaciones, siendo que aún cuando en la primera hubo un mayor número de procedimientos de solución, en la segunda, el grupo solamente se abocó a emplear tres de éstos, los cuales responden a ser los procedimientos de mayor complejidad.

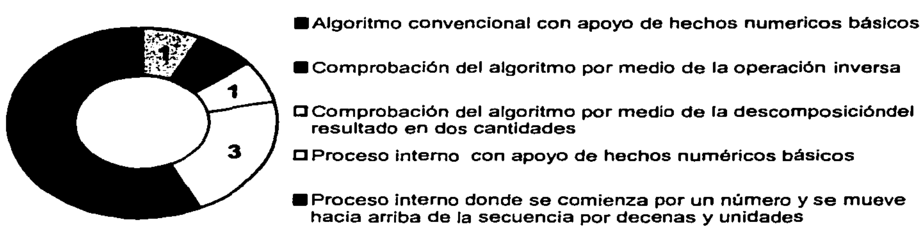
A continuación se ejemplifica la modificación de estrategias de solución que presentó uno de los alumnos del grupo.

"Alejandra tenía 23 dulces, luego su mamá le regaló 45 dulces más.
¿Cuántos dulces tiene ahora Alejandra?"

Brayan responde en la ejecución inicial: "*Tengo que contar 23 primero*", lo hace con los dedos. "*Ahora le sumo 45 más, dice 24, 25, 26...*" llega al 56. Él aplicó la estrategia de contar todo, perdiéndose en el orden de la serie numérica y dando un resultado equivocado.

En la evaluación final Brayan plantea la operación de 23+45 y lo resuelve de manera correcta apoyándose del conocimiento de hechos numéricos básicos. *Dice: "3 y 5 son 8"*, lo coloca en el lugar de las unidades. *"2 y 4 son 6"* lo anota en el espacio de las decenas. Llega al resultado correcto de 68.

Dentro de la misma evaluación final, catorce niños recurrieron al uso de estrategias alternas de las cuales ya se ha hecho referencia anteriormente. Éstas se definen como los procedimientos de solución a los cuales los alumnos recurren para dar una opción diferente a la resolución del problema. Cuando se les preguntó si podrían resolver el mismo problema de otra forma, once de ellos implementaron el proceso interno como estrategia alterna. Cuando en su evaluación final usaron el algoritmo convencional, lo que conlleva a pensar que aunque el proceso interno no se reportó como estrategia principal en la primera ejecución de la evaluación final, sí se dominaba por la mayoría del grupo al emplearla paralelamente con el algoritmo. (Gráfica 4.1.3). Los otros tres niños recurrieron a las estrategias alternas de algoritmo convencional en combinación con otras estrategias.



Gráfica 4.1.3. Problema 1 CARD. Estrategias de solución alternas

PROBLEMA No. 2 (CDRD)

CAMBIO DISMINUYENDO CON RESULTADO DESCONOCIDO

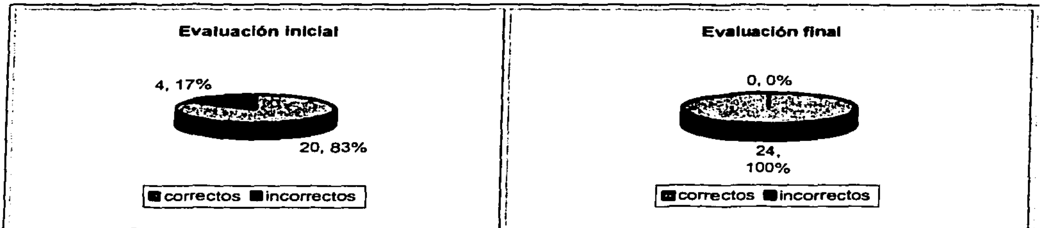
"Paty tenía 56 dulces, luego regaló 24 a sus amigos.

¿Con cuántos dulces se quedó Paty?"

Con respecto al número de respuestas correctas e incorrectas se tienen los siguientes resultados: En la evaluación inicial se dieron veinte respuestas correctas que corresponde al 83% del total y cuatro incorrectas equivalentes al 17% del total. En la evaluación final se reportaron veinticuatro casos como correctos lo que se traduce como el 100% de aciertos. (Tabla 4.2 y gráfica 4.2.1).

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	20	Correctos	24
Incorrectos	4	Incorrectos	0
Total	24	Total	24

Tabla 4.2. Problema 2 CDRD. Resultados de las evaluaciones

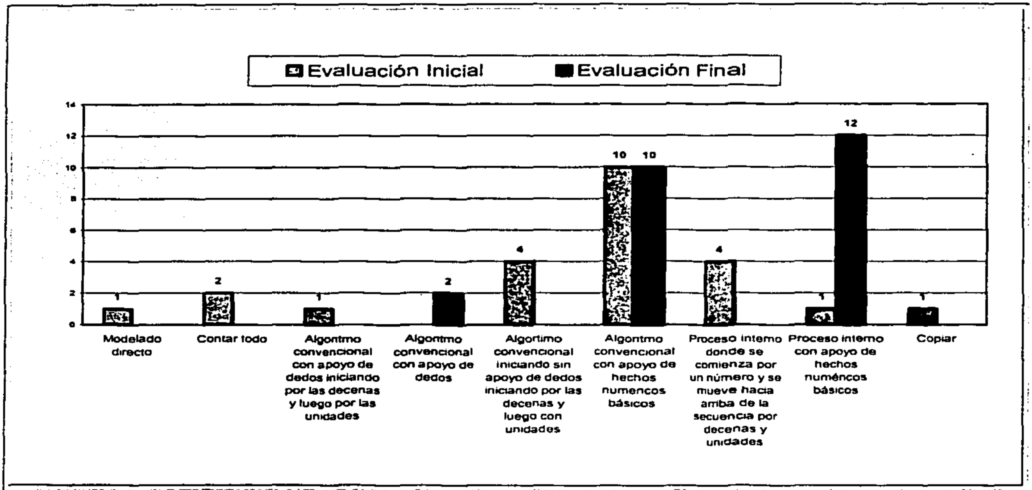


Gráfica 4.2.1. Problema 2 CDRD. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

En este problema, los alumnos hicieron uso de ocho estrategias de solución en la evaluación inicial a diferencia de sólo tres empleadas en la final.

Las estrategias utilizadas en la evaluación inicial fueron: 1) modelado directo, 2) conteo hacia delante a partir de un número dado en el problema con apoyo de dedos, 3) algoritmo convencional con apoyo de dedos iniciando por las decenas y luego por las unidades, 4) algoritmo convencional sin apoyo de dedos iniciando por las decenas y luego por las unidades, 5) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 6) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades, 7) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos y 8) la estrategia de copiar.

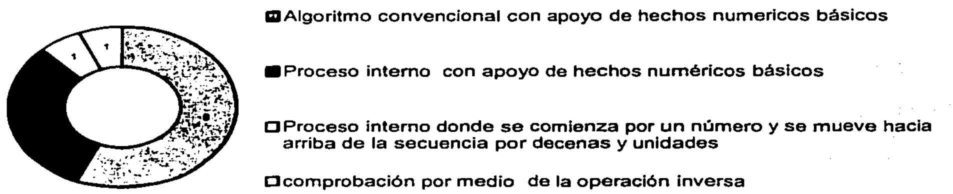
En la evaluación final se llegó a la resolución del problema a través de únicamente tres estrategias: 1) algoritmo convencional con apoyo de dedos, 2) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos y 3) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos; siendo las dos últimas las de mayor frecuencia diez y doce casos respectivamente. (Gráfica 4.2.2)



Gráfica 4.2.2. Problema 2 CDRD. Comparación de estrategias de solución

En esta gráfica, se pueden apreciar con claridad las frecuencias y el referente comparativo en cuanto a las estrategias utilizadas en las dos evaluaciones, llegando a concluir que los alumnos lograron reducir la diversidad de estrategias simples que ocuparon al inicio, a cambio de sólo tres complejas a las que recurrieron en la evaluación final.

Dieciséis alumnos aplicaron estrategias alternas siendo el algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos la que predominó con 9 casos, le sigue proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos con 5 casos, lo que denota un cambio importante en el uso de estrategias más elaboradas. (Gráfica 4.2.3).



Gráfica 4.2.3. Problema 2 CDRD. Estrategias de solución alterna

PROBLEMA No. 3 (CTD)

COMBINACIÓN TODO DESCONOCIDO

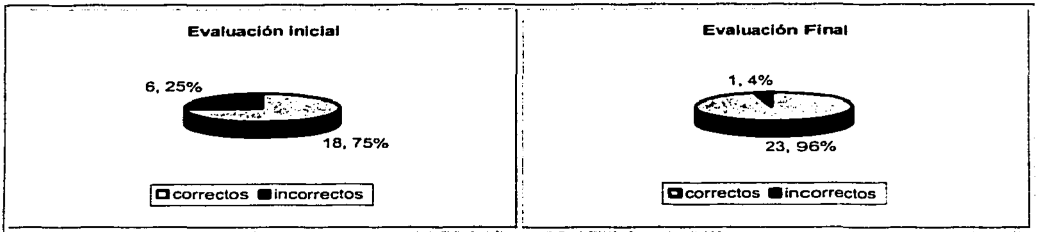
"Juan tiene 24 dulces y Mario tiene 39 dulces.

¿Cuántos dulces tienen entre los dos?"

En este problema se obtuvieron para la evaluación inicial los siguientes resultados: dieciocho respuestas correctas que equivalen al 75% y seis resultados incorrectos que representan el 25% del total. Para la evaluación final se tienen estos resultados: veintitrés correctos y uno incorrecto representando el 96% y el 4% respectivamente. (Tabla 4.3 y Gráfica 4.3.1).

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	18	Correctos	23
Incorrectos	6	Incorrectos	1
Total	24	Total	24

Tabla 4.3. Problema 3 CTD. Resultado de evaluaciones

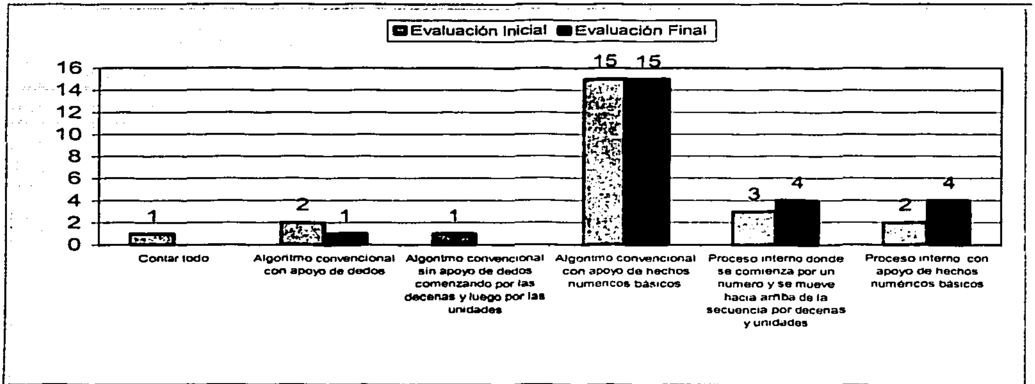


Gráfica 4.3.1. Problema 3 CTD. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

De acuerdo con lo anterior se pudo constatar que los niños modificaron su nivel de ejecución en forma favorable reportando sólo uno de ellos error.

Las estrategias que ocuparon para resolver el problema en la evaluación inicial fueron seis, las que a continuación se citan: 1) contar todo, 2) algoritmo convencional con apoyo de dedos, 3) algoritmo convencional sin apoyo de dedos, iniciando por las decenas y luego por las unidades, 4) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 5) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades y 6) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos.

Respecto a la evaluación final se reporta que los alumnos emplearon sólo cuatro estrategias para la resolución del problema: 1) algoritmo convencional con apoyo de dedos, 2) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 3) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y unidades y 4) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. (Gráfica 4.3.2).



Gráfica 4.3.2. Problema 3 CTD. Comparación de estrategias de solución

De acuerdo a estos resultados puede comentarse que la estrategia con mayor frecuencia en ambas evaluaciones fue el algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, sin embargo el número de estrategias empleadas se modificó de seis en la evaluación inicial a cuatro en la evaluación final, siendo éstas últimas las que representan mayor complejidad.

Ejemplo de modificación en el uso de estrategias de solución:

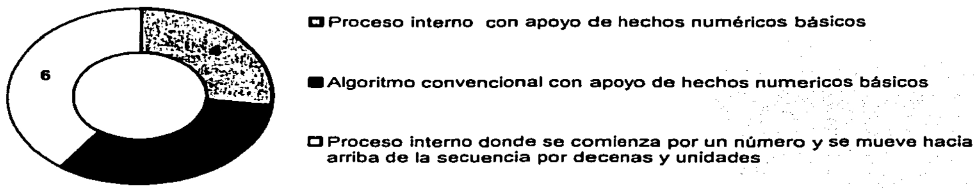
"Juan tiene 24 dulces y Mario tiene 39 dulces.

¿Cuántos dulces tienen entre los dos?"

Pedro en su evaluación inicial empleó la estrategia de algoritmo convencional con apoyo de dedos, después de anotar la operación suma las unidades con los dedos diciendo: "*9+4 son 13, pongo el 3 en las unidades y paso el 1 al lugar de las decenas*". Después suma con los dedos el 1+2+3 y coloca el 6 en la casilla de las decenas.

En la evaluación final el alumno escribió nuevamente en su hoja el algoritmo, sólo que al resolverlo empleó un procedimiento más complejo ya que se apoyó del conocimiento de hechos numéricos básicos.

En las estrategias alternas a la resolución del problema se encontraron tres tipos diferentes como son: 1) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 2) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y unidades y 3) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. (Gráfica 4.3.3).



Gráfica 4.3.3. Problema 3 CTD. Estrategias de solución alternas

Con estos resultados se puede confirmar que aunque los niños emplearon con mayor frecuencia el algoritmo convencional en la evaluación final como primera opción, también dominaban otra alternativa de solución que incluso pudo ser más compleja pues recurrieron al proceso interno como estrategia alterna.

PROBLEMA No. 4 (CDD)

COMPARACIÓN DIFERENCIA DESCONOCIDA

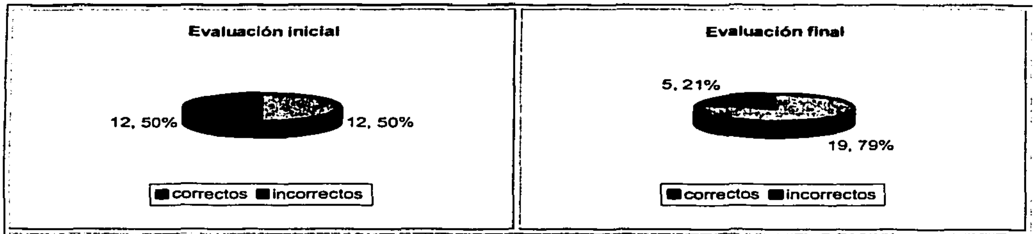
"Paco tiene 12 dulces y Lupe tiene 25 dulces.

¿Cuántos dulces más tiene Lupe que Paco?"

En la evaluación inicial tenemos doce respuestas correctas y doce incorrectas, lo que significa que el porcentaje para ambos resultados es equilibrado. La evaluación final reportó diecinueve casos como correctos y cinco como incorrectos; representados por el 79% y 21% respectivamente. (Tabla 4.4 y Grafica 4.4.1).

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	12	Correctos	19
Incorrectos	12	Incorrectos	5
Total	24	Total	24

Tabla 4.4. Problema CDC. Resultados de evaluaciones

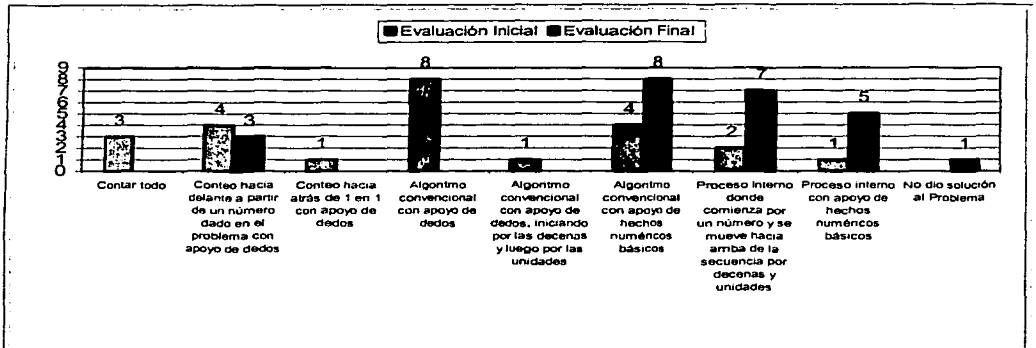


Gráfica 4.4.1. Problema CDC. Porcentaje de resultados de las evaluaciones

En este problema se puso de manifiesto que los alumnos recurrieron al uso de ocho estrategias de solución en la evaluación inicial: tres correspondientes a la categoría de conteo, tres a la de algoritmo y dos de proceso interno; las cuales pueden consultarse con detalle en la gráfica 4.4.2. El algoritmo convencional con apoyo de dedos fue la que se empleó con más frecuencia.

En la evaluación final los niños se auxiliaron de cuatro estrategias diferentes para la resolución del problema: 1) conteo hacia delante a partir de un número dado en el problema con apoyo de dedos, 2) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 3) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades y 4) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. Como se puede apreciar en la gráfica 4.4.2 a diferencia de los resultados obtenidos en la evaluación inicial, en esta evaluación el número de estrategias disminuyó considerablemente, así mismo se presentó un cambio significativo en cuanto al tipo de estrategias, ya que los alumnos optaron por usar aquellas que representan un proceso de solución más complejo y a la vez más económico.

Por otra parte cabe mencionar que tan sólo un alumno no dio solución al problema.



Gráfica 4.4.2. Problema CDC. Comparación de estrategias de solución

Obsérvese el ejemplo siguiente en cuanto a la resolución del problema:

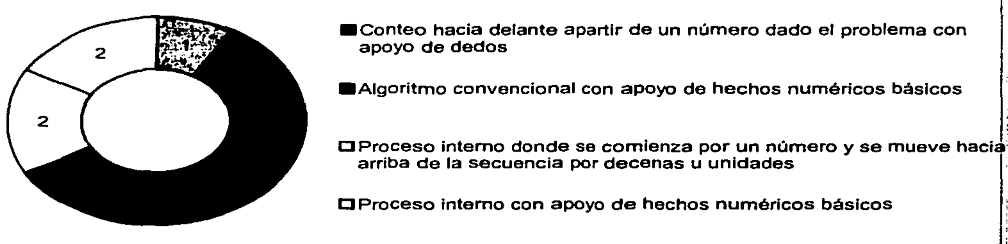
"Paco tiene 12 dulces y Lupe tiene 25 dulces.

¿Cuántos dulces más tiene Lupe que Paco?"

Alexis en la ejecución inicial cuenta con los dedos a partir del 12 diciendo: *"13,14, 15, 16...hasta llegar al 25"*. Su resultado fue 13. La estrategia que utilizó para obtenerlo fue conteo hacia delante a partir de un número dado en el problema con apoyo de dedos.

En la ejecución final el niño respondió adecuadamente gracias al manejo de la estrategia de proceso interno con hechos numéricos conocidos. Pensó que: *"tengo 12, me faltan trece para llegar al 25"*.

Una observación fundamental es que del total de alumnos evaluados, doce emplearon una estrategia alterna, entre las que se encuentran: 1) conteo hacia delante a partir de un número dado en el problema con apoyo de dedos, 2) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 3) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades, 4) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. De las cuales el algoritmo convencional con hechos numéricos básicos fue la de mayor frecuencia. (Gráfica 4.4.3).



Gráfica 4.4.3. Problema. CDC Estrategias de solución alterna

PROBLEMA No. 5 (CPD)

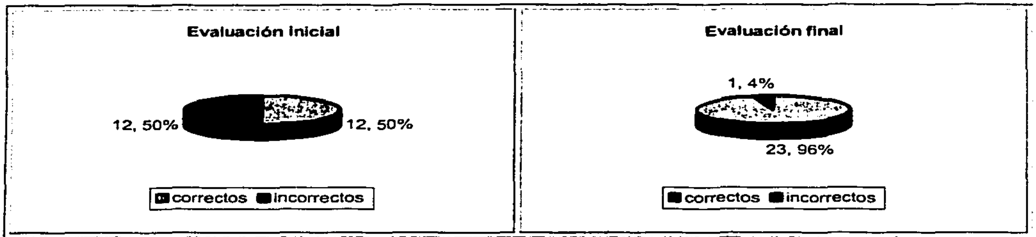
COMBINACIÓN PARTE DESCONOCIDA

"Martha y Juan tienen 13 dulces. 5 dulces son de Martha.
¿Cuántos dulces son de Juan?"

En la evaluación inicial de este problema, se encontraron doce respuestas correctas y doce incorrectas. En contraste en la evaluación final veintitrés fueron las correctas o sea el 96% y una incorrecta representada por el 4%. Aquí se aprecia un importante incremento en el porcentaje de alumnos con respuestas correctas. (Tabla 4.5 y Gráfica 4.5.1).

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	12	Correctos	23
Incorrectos	12	Incorrectos	1
Total	24	Total	24

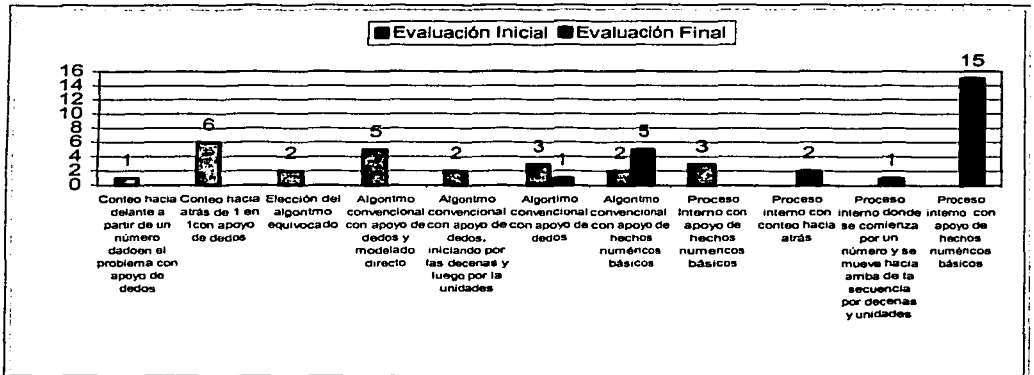
Tabla 4.5. Problema CPD. Resultados de la evaluaciones



Gráfica 4.5.1. Problema CPD. Porcentaje de resultados de las evaluaciones

En cuanto al análisis de las estrategias de solución para este problema, en la evaluación inicial se encontraron las siguientes: 1) conteo hacia delante a partir de un número dado en el problema con apoyo de dedos, 2) conteo hacia atrás de 1 en 1 con apoyo de dedos, 3) elección del algoritmo equivocado, 4) algoritmo convencional con apoyo de dedos y de modelado directo, 5) algoritmo convencional con apoyo de dedos iniciando por las decenas y luego por las unidades, 6) algoritmo convencional con apoyo de dedos, 7) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos y 8) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. En la evaluación final se asentaron las estrategias siguientes: 1) algoritmo convencional con apoyo de dedos, 2) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 3) proceso interno con conteo hacia atrás, 4) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades y 5) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos.

Haciendo el análisis comparativo del uso de estrategias para las 2 evaluaciones, se observó que en la inicial los alumnos emplearon ocho diversas estrategias que van desde las más simples como son las de modelado y conteo hasta recurrir al proceso interno en mucho menor grado; en tanto que para la evaluación final fueron cinco las estrategias empleadas, distribuyéndose entre las de algoritmo convencional y las de proceso interno con sus respectivas combinaciones. (Gráfica 4.5.2).



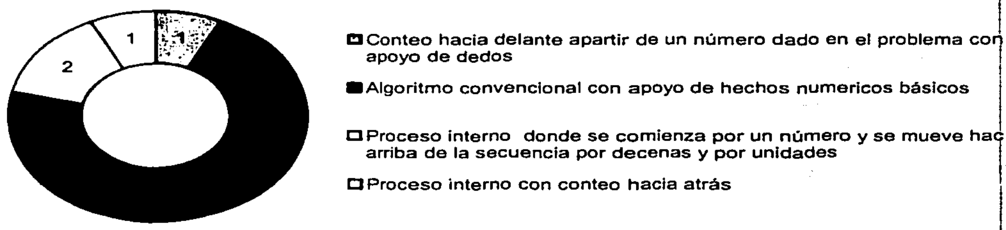
Gráfica 4.5.2. Problema CPD. Comparación de estrategias de solución

En este tipo de problema como en los anteriores se ha ido corroborando el despliegue de estrategias de solución de los alumnos, partiendo de las más simples en la ejecución inicial hasta las más complejas en la final. Ejemplo:

"Martha y Juan tienen 13 dulces. 5 dulces son de Martha,
¿Cuántos dulces son de Juan?"

Tania empleó la estrategia de conteo hacia atrás de 1 en 1 con apoyo de dedos. En la evaluación inicial primeramente con apoyo de los dedos contó del 1 al 13 y posteriormente del 13 al 1, dijo:*"12 11,10, 9, 8"* obteniendo el resultado correcto. En la evaluación final empleo la estrategia de proceso interno con hechos numéricos básicos. Pensando: *"13 menos 5 son 8".*

En lo que respecta a las estrategias alternas fueron dieciocho niños los que dijeron haber encontrado otra forma de solución al problema, sus procedimientos fueron: 1) conteo hacia delante a partir de un número dado en el problema con apoyo de dedos, algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 2) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades y por último 3) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. Siendo el algoritmo convencional el que más sirvió para este fin. (Gráfica 4.5.3).



Gráfica 4.5.3. Problema CPD. Estrategias de solución alterna

PROBLEMA No. 6 (CACoD)

CAMBIO AUMENTANDO CON COMIENZO DESCONOCIDO

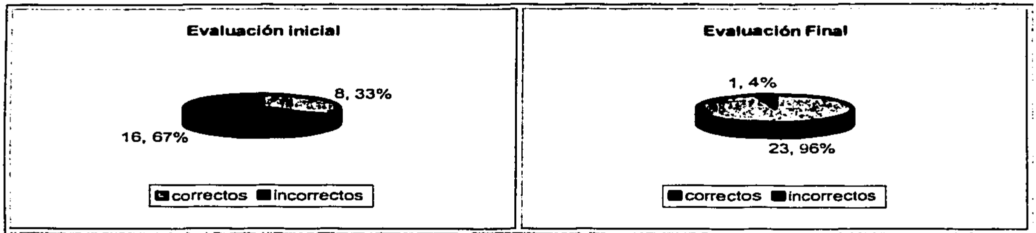
"Luisa tenía algunos dulces. Pedro le dio 5 dulces más.

Ahora ella tiene 13 dulces. ¿Cuántos dulces tenía Luisa al principio?"

En la evaluación inicial encontramos ocho casos correctos que equivalen al 33% y dieciséis incorrectos representados por el 67%. En la evaluación final se obtuvieron veintitrés respuestas correctas es decir el 96% y sólo una incorrecta para un 4%. (Tabla 4.6 y Gráfica 4.6.1).

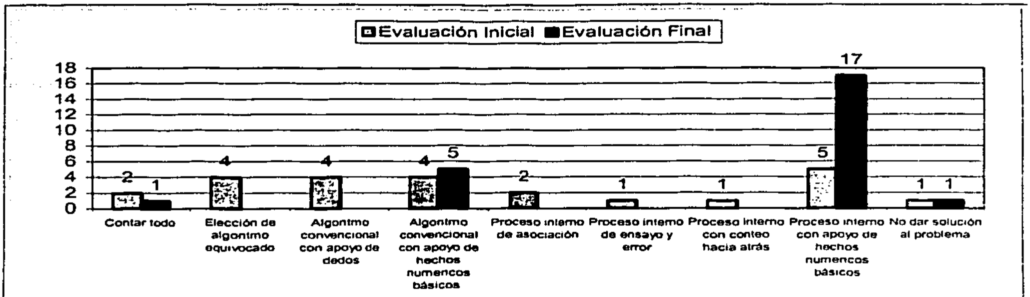
EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	8	Correctos	23
Incorrectos	16	Incorrectos	1
Total	24	Total	24

Tabla 4.6. Problema CACoD. Resultado de evaluaciones



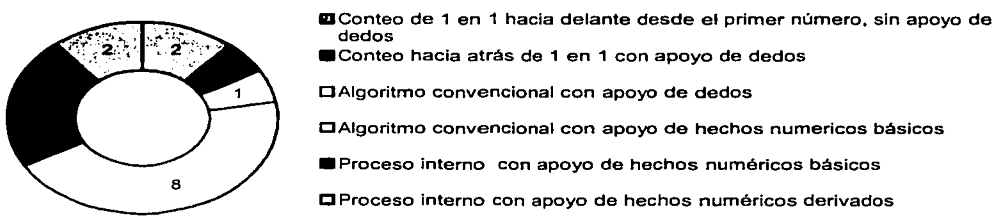
Gráfica 4.6.1. Problema CACoD. Porcentaje de resultados de las evaluaciones

Como resultado del análisis de la evaluación inicial en cuanto a las estrategias de solución, se reportó que veintitrés niños emplearon un procedimiento correspondiente a la categoría de conteo, algoritmo convencional o de proceso interno con alguna de sus posibles combinaciones. (Gráfica 4.6.2). El alumno restante no dio solución al problema. En seguida se nombran las tres estrategias utilizadas en la evaluación final de este problema: 1) contar todo, 2) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos y 3) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. Cabe puntualizar el caso de Jesús, quien fue el pequeño que no dio solución al problema; aclarando que no es el mismo niño reportado como tal caso en la evaluación inicial pues este alumno de nombre Roberto, empleó en su evaluación final la estrategia de proceso interno en combinación con otra lo que significa que en él si hubo modificaciones importantes en cuanto al manejo de estrategias de solución. (Gráfica 4.6.2).



Gráfica 4.6.2. Problema CACoD. Comparación de estrategias de solución

En este problema las estrategias alternas fueron aplicadas por dieciocho alumnos, hallando que dos de ellos lograron emplear el proceso interno con hechos numéricos derivados; estrategia que como se describió al inicio de este capítulo es una de las más sofisticadas en cuanto a su razonamiento. Por otro lado ocho niños más se auxiliaron del algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, el resto acudió a estrategias de conteo, algoritmo convencional con apoyo de dedos, y al proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. (Gráfica 4.6.3).



Gráfica 4.6.3. Problema CACoD. Estrategias de solución alterna

PROBLEMA No. 7 (CDCoD)

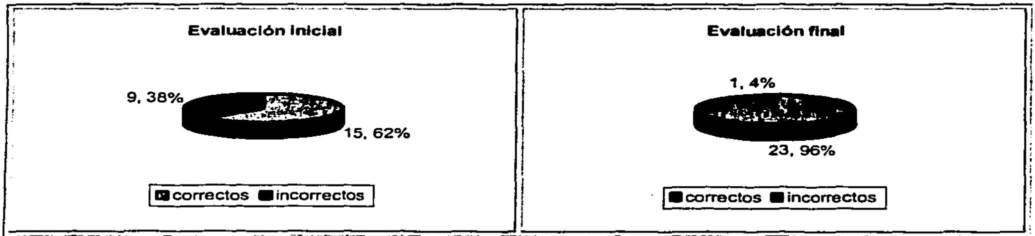
CAMBIO DISMINUYENDO CON COMIENZO DESCONOCIDO

"Pati Tenía algunos dulces. Le dio 5 a Lalo. Ahora ella tiene 8 dulces. ¿Cuántos dulces tenía Pati al principio?"

Respecto al estudio de las respuestas iniciales, se encontró que quince casos fueron resueltos correctamente y los nueve restantes de forma incorrecta, datos que representan al 62% y 38% respectivamente. Para la evaluación final la frecuencia de casos correctos aumentó a veintitrés, por uno incorrecto. Traducidos a porcentajes esto corresponde al 96% y 4% respectivamente. La modificación en cuanto al desempeño correcto de los alumnos tuvo un incremento muy importante, del 34% respecto a las aplicaciones inicial y final del instrumento de evaluación. (Tabla 4.7 y Gráfica 4.7.1).

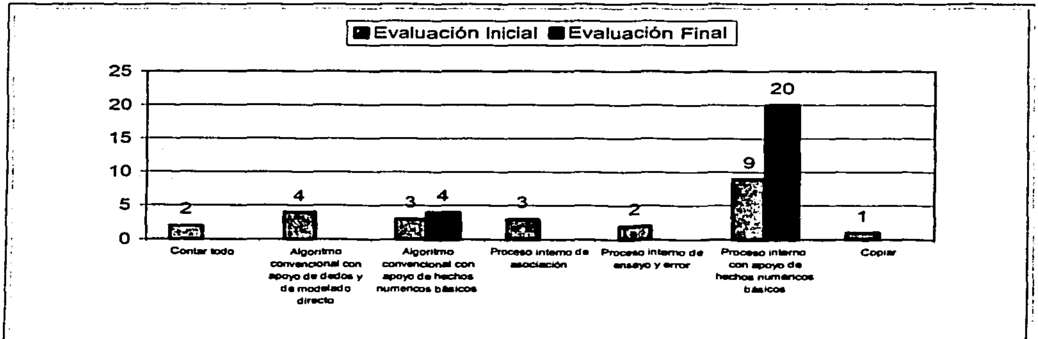
EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	15	Correctos	23
Incorrectos	9	Incorrectos	1
Total	24	Total	24

Tabla 4.7. Problema CDCoD. Resultado de evaluaciones



Gráfica 4.7.1. Problema CDCoD. Porcentaje de resultados de las evaluaciones

En tanto que para el uso de las estrategias de solución al problema se recopilaron los siguientes datos. En la evaluación inicial los niños aplicaron: 1) contar todo, 2) algoritmo convencional con apoyo de dedos y de modelado directo, 3) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 4) proceso interno de asociación, 5) proceso interno de ensayo y error, 6) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos y por último 7) copiar. Es importante hacer notar que aún cuando esta información corresponde a la evaluación inicial, hubieron alumnos que acudieron a las estrategias de proceso interno. En cambio en la evaluación final los niños emplearon únicamente dos estrategias de las más complejas, siendo éstas: 1) la de algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos y 2) la de proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. Con base en estos resultados se concluye que en este tipo de problema de cambio donde los datos sólo manejan un dígito, el grupo alcanzó un nivel muy favorable en la ejecución final, tanto en el porcentaje de aciertos como en lo referente a la modificación de estrategias de solución. En seguida se ejemplifica el caso de Berenice que empleó la estrategia de ensayo y error en su evaluación inicial y para la final cambia al proceso interno con apoyo de hechos numéricos conocidos.



Gráfica 4.7.2. Problema CDCoD. Comparación de estrategias de solución

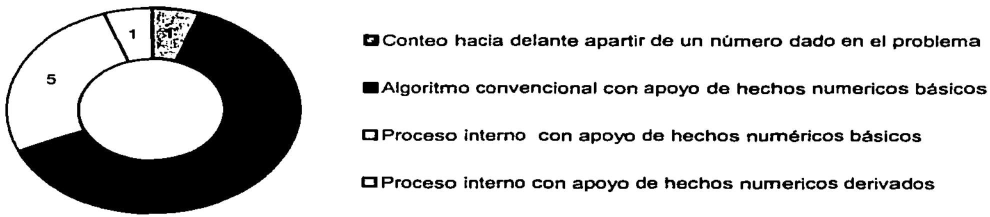
"Pati Tenía algunos dulces. Le dio 5 a Lalo. Ahora ella tiene 8 dulces.

¿Cuántos dulces tenía Pati al principio?"

En la primera evaluación Berenice anota el número 8 en su hoja y explica: *"Tengo que reunir los 8 con los que le dio a Lalo"*. Anota 8+2= 10, 8+3= *11, 8+4=12 y por último 8+5=13. Da este resultado.*

En la evaluación final la niña pensó: *"Si le dio 5 dulces a Lalo y Pati se quedó con 8, entonces 5+8 son 13, esos son los que tenía Pati."*

Un dato relevante es que diecinueve niños aplicaron las estrategias alternas. Los que emplearon el proceso interno en la resolución final del problema, en esta opción recurrieron principalmente al algoritmo convencional con hechos numéricos básicos; en cambio los que eligieron primero el algoritmo convencional, seleccionaron como alterna la estrategia de proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. Esta información lleva a la reflexión de que la mayoría del grupo pudo aplicar un proceso interno de solución en la valoración final. Otras estrategias alternas a las que recurrieron en menor número son: 1) conteo hacia delante a partir de un número dado en el problema y 2) proceso interno con apoyo de hechos numéricos derivados. (Gráfica 4.7.3).



Gráfica 4.7.3. Problema CDCoD. Estrategias de solución alterna

PROBLEMA No. 8 (CACD)

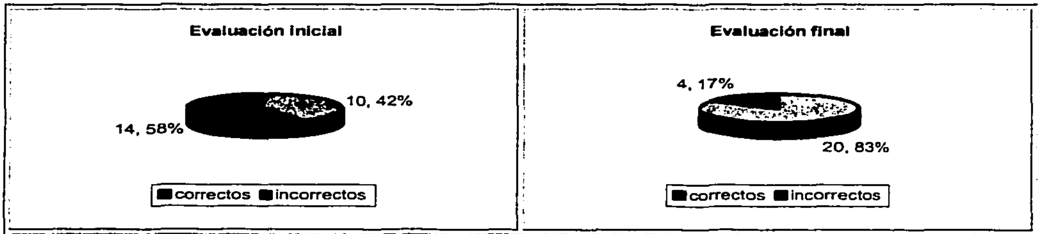
CAMBIO AUMENTANDO CON CAMBIO DESCONOCIDO

"Manuel tenía 14 dulces, luego su mamá le regaló algunos dulces más. Ahora ya tiene 22 dulces. ¿Cuántos dulces le regaló su mamá?"

Al comparar las respuestas dadas en ambas evaluaciones se observó que en la inicial diez alumnos resolvieron correctamente a diferencia de catorce que lo hicieron de manera incorrecta. Esto significa que del grupo menos de la mitad o sea el 42% solucionaron bien el problema; mientras que el 58% lo hicieron de manera errónea. Con respecto a la evaluación final se sabe que veinte respuestas fueron correctas a cambio de sólo cuatro incorrectas. Traducidos estos datos a porcentajes serían el 83% y el 17% respectivamente. En la ejecución final se nota un incremento del doble de respuestas correctas respecto a la ejecución inicial. El dato varió del 42 al 83% del total. (Tabla 4.8 y Gráfica 4.8.1).

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	10	Correctos	20
Incorrectos	14	Incorrectos	4
Total	24	Total	24

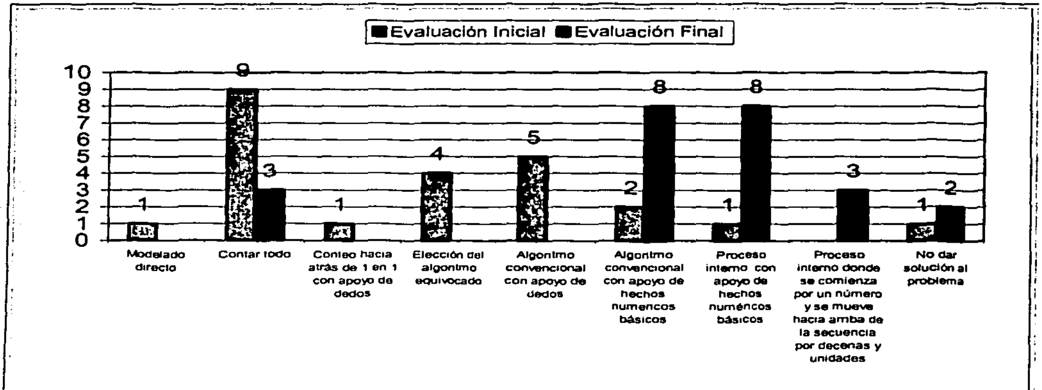
Tabla 4.8. Problema CACD. Resultados de evaluaciones



Gráfica 4.8.1. CACD. Porcentaje de resultados de las evaluaciones

Respecto a las estrategias empleadas para resolver el problema, en la evaluación inicial los alumnos se valieron de: 1) modelado directo, 2) conteo hacia delante de 1 en 1 con apoyo de dedos, 3) conteo hacia atrás de 1 en 1 con apoyo de dedos, 4) elección del algoritmo equivocado, 5) algoritmo convencional con apoyo de dedos, 6) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 7) proceso interno con hechos numéricos básicos, 8) contar todo, que fue la de mayor incidencia y 9) no dar solución. En la evaluación final los alumnos usaron sólo cuatro estrategias para resolver el problema: 1) conteo hacia delante a partir de un número dado en el problema con apoyo de dedos, 2) algoritmo con apoyo de hechos numéricos básicos, 3) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades y por último 4) el proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. También se presentó en dos casos el recurso de no dar solución al problema no habiendo relación con el caso similar reportado en la evaluación inicial. (Gráfica 4.8.2).

A continuación se brinda el caso comparativo entre el desempeño inicial y final en las evaluaciones aplicadas a Claudia, quien en primer término empleo la estrategia de algoritmo convencional con apoyo de dedos y en su segunda ejecución recurrió al proceso interno para resolver el problema y como método alterno eligió el algoritmo convencional.



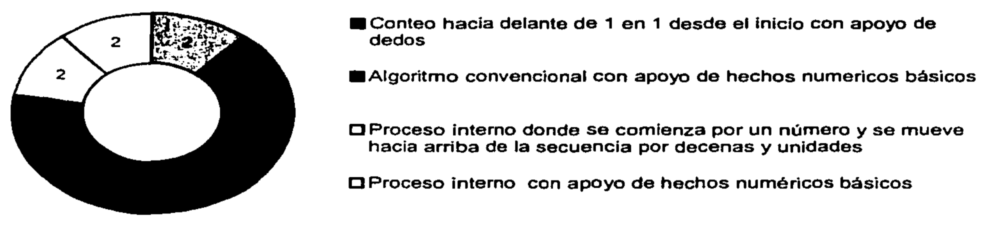
Gráfica 4.8.2. Problema CACD. Comparación de estrategias alternas de solución

"Manuel tenía 14 dulces, luego su mamá le regaló algunos dulces más. Ahora ya tiene 22 dulces.

¿Cuántos dulces le regaló su mamá?"

Claudia anota el algoritmo: 22-14, pero lo resuelve con apoyo de sus dedos llegando a la solución correcta dice: *"son 8".* En su evaluación final la niña resuelve el ejercicio mentalmente; es decir que después de efectuar un proceso interno inmediatamente da el resultado en forma oral: *"es 8",* dice. Al preguntarle de que otra forma resolvería el problema, ella anota el algoritmo convencional en su prueba y lo resuelve correctamente.

En la aplicación de estrategias alternas en la evaluación final, dieciocho niños las emplearon. Recurrieron a: 1) contar todo, 2) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 3) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades y 4) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos. Siendo el algoritmo convencional con hechos numéricos básicos la que se empleo en doce de los dieciocho casos (Gráfica 4.8.3).



Gráfica 4.8.3 Problema CACD. Estrategias de solución alterna

PROBLEMA No. 9 (CDCD)

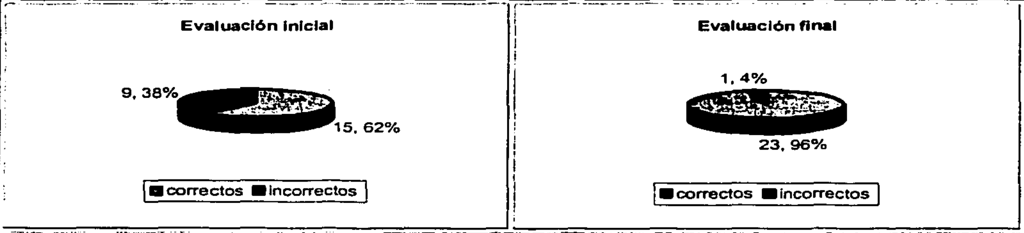
CAMBIO DISMINUYENDO CON CAMBIO DESCONOCIDO

"Martha tenía 13 dulces. Le dio algunos a Juan. Ahora ella tiene 5 dulces. ¿Cuántos dulces le dio Martha a Juan?"

Para este último problema aditivo, los resultados de la evaluación inicial fueron: quince correctos y nueve incorrectos equivalentes al 62% y 38%. Estos datos se modificaron significativamente para la investigación en la evaluación final ya que pasaron a ser veintitrés casos correctos y sólo uno incorrecto, que implican el 96% y 4% respectivamente. Lo cual muestra que el grupo alcanzó gran avance en la resolución del problema. (Tabla 4.9 y Gráfica 4.9.1).

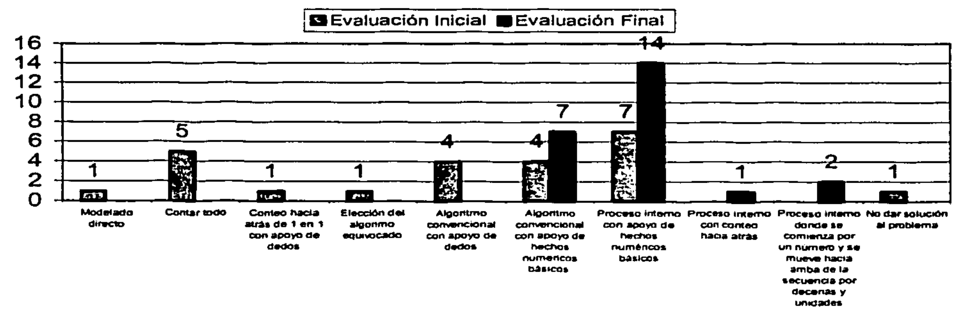
EVALUACIÓN INICIAL		**EVALUACIÓN FINAL**	
Correctos	15	Correctos	23
Incorrectos	9	Incorrectos	1
Total	24	Total	24

Tabla 4.9. Problema CDCD. Resultados de evaluaciones



Gráfica 4.9.1. Problema CDCD. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

De manera específica, las estrategias que aprovechó el grupo en la evaluación inicial fueron: 1) modelado directo, 2) contar todo, 3) conteo hacia atrás de 1 en 1 con apoyo de dedos, 4) elección del algoritmo equivocado, 5) algoritmo convencional con apoyo de dedos, 6) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, 7) proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos y 8) no dio solución con sólo un caso. En la evaluación final, el grupo aplicó cuatro estrategias, de las cuales 1) la de proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos obtuvo una frecuencia de catorce. Las otras estrategias aplicadas en menor escala fueron: 2) algoritmo convencional con hechos numéricos básicos, 3) proceso interno con conteo hacia atrás y 4) proceso interno donde se comienza por un número y se mueve hacia arriba de la secuencia por decenas y por unidades. Es evidente que en el desempeño de este problema, el grupo tuvo modificaciones significativas en la evaluación final al elegir en su mayoría, estrategias de proceso interno. (Gráfica 4.9.2).



Gráfica 4.9.2. Problema CDCD. Comparación de estrategias de solución

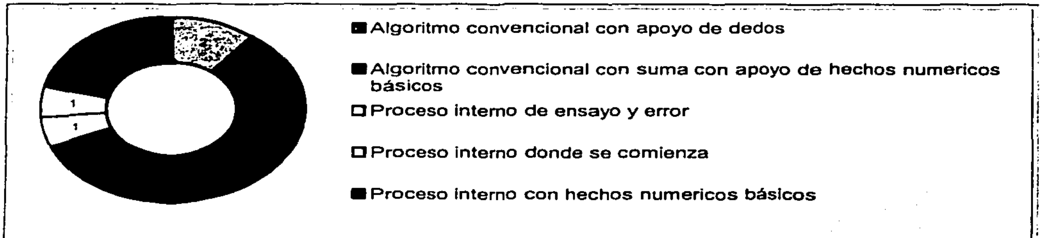
Un caso relevante es el de Estefanía quien en la primera ejecución aplicó el conteo hacia atrás con el apoyo de sus dedos, dando el resultado correcto. Sin embargo cuando se le vuelve a presentar el problema en cuestión, la niña consigue obtener nuevamente el resultado correcto, sólo que ahora su estrategia para la resolución se ha transformado en un proceso de mayor complejidad pues emplea el proceso interno con el apoyo del conocimiento de los hechos numéricos básicos. Estefanía también es capaz de dar una solución final más al problema que corresponderia a la estrategia alterna, ésta fue el algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos.

El problema lo resolvió así:

"Martha tenía 13 dulces. Le dio algunos a Juan. Ahora ella tiene 5 dulces. ¿Cuántos dulces le dio Martha a Juan?"

Estefanía contó con sus dedos hacia atrás diciendo: *12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5.Le dio 8 dulces,* comenta la niña. Para la evaluación final cambia de estrategia al resolver de manera mental el problema e inmediatamente después de haberlo leído, piensa y responde: *8 dulces le dio Martha a Juan.* En cuanto a la estrategia alterna empleada, la niña opta por escribir en su prueba el algoritmo convencional y lo resuelve correctamente.

Las estrategias alternas que empleó el grupo para resolver el problema fueron de dos categorías: 1) algoritmo convencional y 2) proceso interno con sus diversas combinaciones. De los veinticuatro alumnos evaluados, diecinueve usaron una de éstas, y concretamente once aplicaron el algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos. (Gráfica 4.9.3).



Gráfica 4.9.3. Problema CDCD. Estrategias de solución alterna

PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS

A continuación se presenta el listado de estrategias detectadas en la solución de los problemas multiplicativos, conservando el criterio de relación de la más sencilla a la más compleja. Posteriormente, se entregan los resultados del tratamiento de cada problema y su análisis.

a. Modelado directo: El alumno necesita representar con materiales concretos las cantidades del problema.
b. Evocación de la serie numérica correspondiente al problema, con apoyo de dedos: El niño dice la serie numérica a partir del primer dato, extendiendo al mismo tiempo los dedos de la mano.
c. Conteo de 1 en 1 desde el inicio con apoyo de la lámina: El alumno cuenta de 1 en 1 los dibujos que aparecen en la lámina.
d. Evocación de la serie numérica correspondiente al problema, avanzando de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, etc: El alumno cuenta verbalmente desde el inicio, de 2 en 2, de 3 en 3, según lo requiera el problema.
e. Suma involucrando los datos del problema: El alumno interpreta incorrectamente el problema y realiza una suma de los datos del mismo, en lugar de una multiplicación.
f. Suma repetitiva con apoyo de dedos: El niño realiza esta operación utilizando los 2 datos proporcionados en el problema; uno como sumando y el otro como indicador del número de veces que se tiene que repetir, apoyándose de sus dedos.
g. Suma repetitiva con apoyo de la serie numérica: El alumno realiza la operación empleando los datos del problema; uno como sumando y el otro como indicador del número de veces que se tiene que repetir.
h. Suma considerando los resultados parciales de dos hechos numéricos básicos: El niño resuelve el problema a partir de una adición, tomando como sumandos dos resultados que él mismo encuentra al aplicar la estrategia de hechos numéricos básicos.

i. Multiplicación: El alumno emplea esta operación, sabiendo que con ella se resuelve el problema, aunque no llega al resultado correcto.
j. Evocación de la tabla de multiplicar con apoyo de suma: El alumno no recurre al método escrito del algoritmo convencional, sino que hace el planteamiento de la solución en forma mental; pero para encontrar el resultado, repite la tabla de multiplicar apoyándose de la serie numérica correspondiente.
k. Algoritmo convencional con apoyo de modelado directo: El niño aplica correctamente el método de resolución de la multiplicación, sin embargo recurre como complemento a la representación gráfica.
l. Algoritmo convencional con apoyo de dedos: El alumno aplica correctamente el método de resolución de la multiplicación, pero se auxilia en el conteo de sus dedos para encontrar el resultado.
m. Algoritmo convencional con apoyo de la lámina: El alumno aplica correctamente el método de resolución de la multiplicación, aunque cuenta previamente los objetos de la lámina.
n. Algoritmo convencional invirtiendo el orden de los factores: El niño recurre a esta estrategia como método alterno para la resolución del problema. Lo que hace es plantear un nuevo algoritmo cambiando el orden de los factores y conservando el mismo resultado.
o. Algoritmo convencional con aplicación de hechos numéricos básicos: El alumno plasma en su hoja la operación correcta de la multiplicación y la resuelve inmediatamente al recordar el resultado de las tablas de multiplicar.
p. Proceso interno invirtiendo el orden de los factores: El niño emplea esta estrategia como alterna para corroborar sus resultados. Lo que hace es cambiar el orden de los factores de una multiplicación que el mismo planteó en forma mental.
q. Proceso interno con hechos numéricos básicos: El alumno ya no recurre en lo absoluto a algún método de resolución escrito, sino que parte de la

práctica, la experiencia cotidiana y de sus conocimientos para dar sus resultados inmediatamente. En este caso se considera que el niño domina plenamente las tablas de multiplicar.

r. Proceso interno con hechos numéricos derivados: El alumno se apoya en sus conocimientos previos que serían los hechos numéricos básicos y a partir de éstos, desarrolla un método complementario para llegar al resultado del problema, como sería la aplicación de un algoritmo.

El instrumento de evaluación se conformó en su segunda parte con 8 problemas multiplicativos descritos en el capítulo I, los cuales se enuncian a continuación acompañados de los resultados que se obtuvieron durante su análisis.

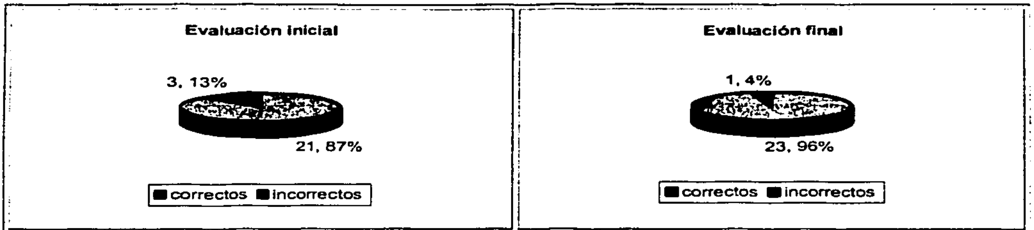
PROBLEMA No. 10 (AGRUPAMIENTO 1).

"El trenecito tiene 4 vagones y en cada vagón hay 6 niños.
¿Cuántos niños hay en todo el tren?"

Con base en los datos recopilados se estima que en la evaluación inicial, veintiún casos fueron correctos y tres incorrectos, representado el 87% y el 13% de manera correspondiente. En contraste en la evaluación final se modificaron estos resultados de la siguiente forma: veintitrés fueron los casos correctos y sólo uno incorrecto, lo que apunta un 96% de éxito contra un 4% de casos adversos. (Tabla 4.10 y Gráfica 4.10.1).

EVALUACIÓN INICIAL		**EVALUACIÓN FINAL**	
Correctos	21	Correctos	23
Incorrectos	3	Incorrectos	1
Total	24	Total	24

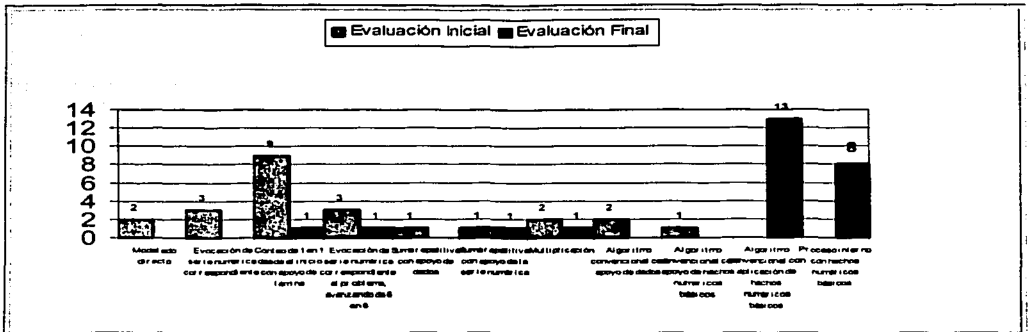
Tabla 4.10. Problema de Agrupamiento 1. Resultados de evaluaciones



Gráfica 4.10.1. Problema de agrupamiento 1. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

Aún cuando el número de casos correctos sólo se incrementó en dos para la evaluación final, se puede comentar que la modificación en cuanto a la aplicación de estrategias de solución si varió notablemente, encontrándose que en la primera aplicación el grupo manejó nueve estrategias, de las más simples como: 1) modelado directo, 2) evocación de la serie numérica, 3) conteo de 1 en 1 desde el inicio con apoyo de la lámina; la cual fue la de mayor frecuencia, 4) evocación de la serie numérica (de 6 en 6), 5) y 6) las estrategias que contemplan el uso de la suma repetitiva ya sea con apoyo de dedos o bien con apoyo de la serie numérica, 7) la multiplicación y por último 8) y 9) las estrategias de algoritmo convencional con apoyo de dedos y con aplicación de hechos numéricos básicos.
En la evaluación final los niños emplearon cinco procedimientos de solución siendo: 1) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos la de mayor frecuencia ya que como se aprecia en la gráfica No. 4.10.2 prácticamente la mitad del grupo se abocó a ella, 2) estrategia de proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos que fue la siguiente en cuanto al número de alumnos que recurrió a ella y después se encontraron 3) conteo de uno en uno con apoyo de la lámina, 4) evocación de la serie numérica (de 6 en 6) y 5) la multiplicación.

El siguiente caso es un modelo de mejora en el uso de estrategias de solución, donde el mismo alumno transita de una simple a una más compleja al resolver su evaluación final



Gráfica 4.10.2. Problema de agrupamiento 1. Comparación de Estrategias de solución

"El trenecito tiene 4 vagones y en cada vagón hay 6 niños.
¿Cuántos niños hay en todo el tren?"

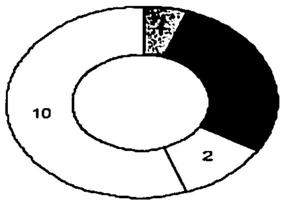
Beatriz en la evaluación inicial utilizó la estrategia de modelado directo. Dibujó en la hoja 4 vagones con 6 niños adentro de cada vagón, diciendo:

"Tengo que contarlos de uno en uno para poder saber cuántos son".Llegó así al resultado correcto.

En cambio para la evaluación final empleó el algoritmo convencional con hechos numéricos básicos. *"Multipliqué 6 x 4 y me dio 24".* Anotó su resultado en la hoja correspondiente. Al preguntarle sobre una forma diferente de solución mencionó que: *"pues, ya sin anotar números diría que 6 x 4 son 24 ". Lo que responde a la estrategia de proceso interno".*

En la evaluación final veintiún alumnos dieron una estrategia adicional para llegar al resultado del problema, es decir que recurrieron a un procedimiento alterno.

Notablemente, cinco alumnos se apoyaron nuevamente en la aplicación del algoritmo convencional pero en esta fase invirtieron el orden de los factores lo que permite apreciar flexibilidad en su pensamiento. Otra estrategia alterna significativa fue el algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, empleada por los niños que aplicaron en la primera ejecución de la evaluación final las estrategias de conteo, evocación de la serie numérica y multiplicación entre otros; demostrando que aún cuando resolvieron el problema con un método simple al principio en la segunda opción lo hicieron con uno mucho más complejo, es decir que sí podían aplicar procedimientos de solución más complejos. (Gráfica 4.10.3).



Gráfica 4.10.3. Problema de agrupamiento 1. Estrategias de Solución Alterna

PROBLEMA 11 (AGRUPAMIENTO 2)

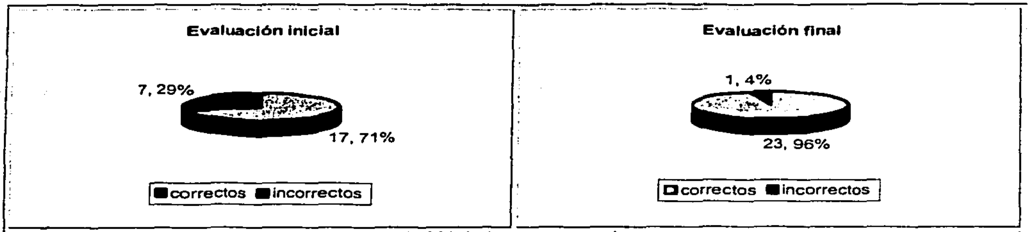
"Hay 4 naves espaciales en cada una hay 7 niños.

¿Cuántos niños hay dentro de todas las naves?"

Para la evaluación inicial se tiene los siguientes resultados: diecisiete correctos y siete incorrectos, equivalentes a 71% y 29% para cada caso. En la evaluación final los datos mejoran a veintitrés correctos y uno incorrecto, en otros términos 96% y 4% respectivamente. (Gráfica No. 4.11.1).

EVALUACIÓN INICIAL		**EVALUACIÓN FINAL**	
Correctos	17	Correctos	23
Incorrectos	7	Incorrectos	1
Total	24	Total	24

Tabla 4.11. Problema de Agrupamiento 2. Resultados de evaluaciones



Gráfica 4.11.1. Problema de agrupamiento 2. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

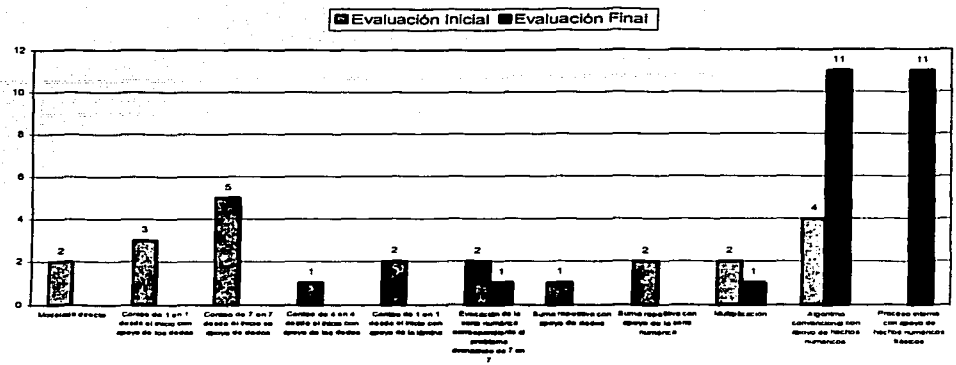
En relación con el análisis comparativo de estrategias, se observó que para la evaluación inicial los alumnos se basaron en diez procedimientos diferentes; desde los más simples hasta el algoritmo convencional, pero sin llegar a los procesos internos. (Gráfica 4.11.2). En la evaluación final se emplearon cuatro estrategias de solución al problema, 1) el algoritmo convencional, 2) el proceso interno; ambos apoyados con hechos numéricos básicos. Estos procedimientos fueron los dos más manejados con 11 casos cada uno. 3) estrategia de multiplicación, 4) evocación de la serie numérica; estas dos últimas con un caso cada una.

Obsérvese el contraste en el manejo de estrategias de solución entre las dos evaluaciones tanto en cantidad como en nivel de complejidad a través del siguiente caso:

"Hay 4 naves espaciales, en cada una hay 7 niños. ¿Cuántos niños hay dentro de todas las naves espaciales?"

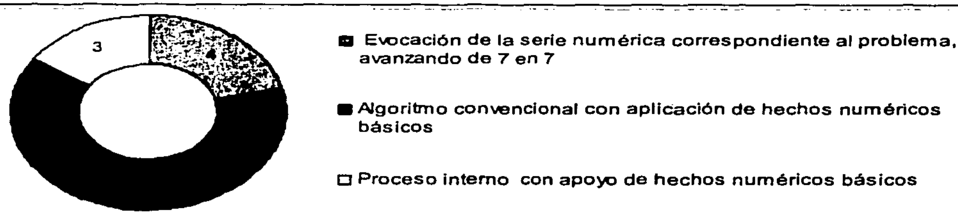
Cecilia empleó la estrategia de contar todo con apoyo de la lámina, al resolver el problema en la evaluación inicial. Lo cual significa que la niña imaginó los 7 niños de cada nave -ya que éstos no aparecen objetivamente en la lámina- y fue contando de uno en uno los elementos hasta obtener el resultado.

Para la evaluación final Cecilia resuelve el problema anotando en su hoja el algoritmo convencional: 4 x 7 = 28.



Gráfica 4.11.2. Problema 2 Comparación de Estrategias de Solución

Las estrategias alternas que diecinueve alumnos dieron para este problema fueron tres: 1) evocación de la serie numérica avanzando de 7 en 7, 2) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos; la cual fue aplicada por la mitad del grupo y 3) proceso interno con hechos numéricos básicos.(Gráfica 4.11.3).



Gráfica 4.11.3. Problema de agrupamiento 2. Estrategias de solución alterna

PROBLEMA 12 (ARREGLO RECTANGULAR 1)

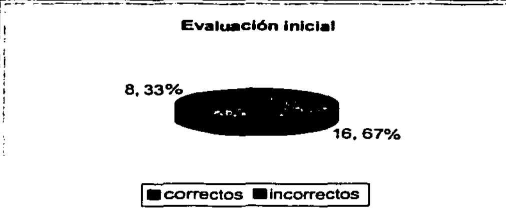
"Los payasos de tela están acomodados en filas. Hay 8 filas y cada una tiene 6 payasos, ¿Cuántos payasos hay en total? "

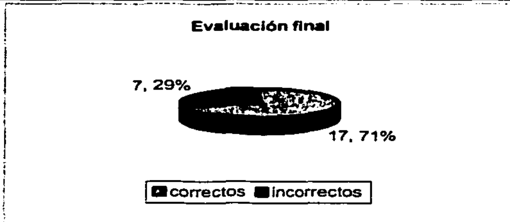
En la evaluación inicial se obtuvieron dieciséis casos correctos por 8 incorrectos. Traducidos en porcentajes serían el 67% y 33%. En tanto que en la evaluación final se reportaron diecisiete casos correctos y siete incorrectos representados en ese mismo orden por el 71% y por el 29%.

La información anterior indica sólo un breve cambio de resultados entre evaluaciones. Esto llama la atención pues se trata de un problema de tipo arreglo rectangular donde la totalidad de los objetos estaba visible en la lámina de apoyo; es decir, que los alumnos podían contar uno a uno los payasos para dar su resultado. Sin embargo respecto a la aplicación de los procedimientos de solución se contempla que si hubo una modificación sustancial entre la ejecución inicial y final. (Tabla 4.12 y Gráfica 4.12.1).

EVALUACIÓN INICIAL		**EVALUACIÓN FINAL**	
Correctos	16	Correctos	17
Incorrectos	8	Incorrectos	7
Total	24	Total	24

Tabla 4.12. Problema de arreglo rectangular 1. Resultados de evaluaciones

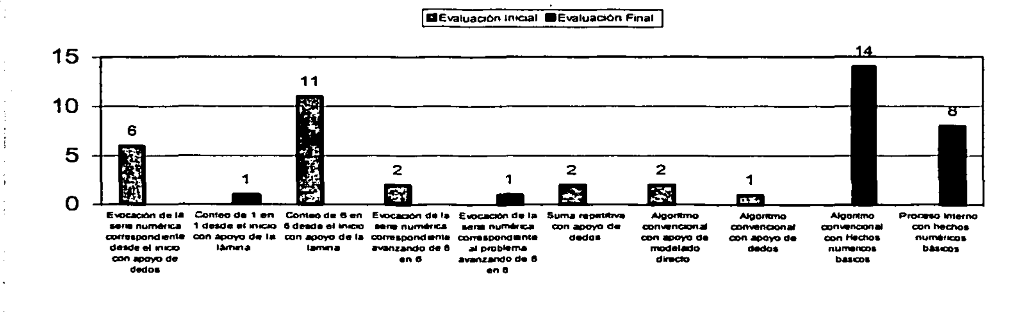




Gráfica 4.12.1. Problema de arreglo rectangular 1. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

En la evaluación inicial los niños aplicaron seis métodos de los más simples para la resolución del problema. once recurrieron a 1) conteo de 1 en 1 desde el inicio con apoyo de la lámina, seis a 2) evocación de la serie numérica con apoyo de dedos, dos evocaron la 3)serie numérica contando de 6 en 6; otros dos emplearon el 4) algoritmo convencional pero con apoyo de modelado directo y por último 5) la suma repetitiva y el 6) algoritmo convencional; ambas apoyadas de dedos, con incidencia unitaria.

En la evaluación final sólo un caso aplicó el conteo de 1 en 1, otro más la evocación de la serie numérica contando de 8 en 8; catorce niños aplicaron el algoritmo convencional con hechos numéricos básicos y los ocho restantes el proceso interno con hechos numéricos básicos. (Gráfica 4.12.1).



Gráfica 4.12.2. Problema de arreglo rectangular 1. Comparación de estrategias de solución

En conclusión se pone de manifiesto que en este tipo de problema no se logró un avance relevante en el renglón de porcentaje de éxito en la solución, pero sí, en cuanto al despliegue de estrategias más complejas y acertadas. Tal es el ejemplo específico de Iván.

"Los payasos de tela están acomodados en filas.

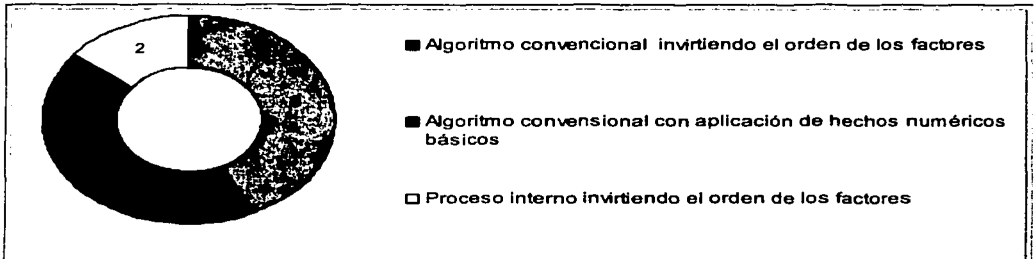
Hay 8 filas y cada una tiene 6 payasos,

¿Cuántos payasos hay en total? "

En su primera ejecución resuelve el problema a través de la evocación de la serie numérica correspondiente con apoyo de dedos. Comentó que: "*Sumé desde el principio con mis deditos los payasos de la lámina. O sea que fui contando el 6 ocho veces y me dio 42* ". El resultado fue equivocado.

En la evaluación final el alumno registra en su hoja de trabajo la operación de 8 x 6 y concluye en el resultado correcto. Esto significa que se apoyo de su conocimiento sobre la tabla de multiplicar y pudo dar de manera inmediata la respuesta. Además cuando se le preguntó si conocía algún procedimiento diferente para dar solución al problema, Iván mencionó que: *"Pienso en cuánto es 8 x 6 y me da 48, ese es el resultado* ". Su estrategia alterna es el proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos.

Analizando el manejo de estrategias alternas se observa que catorce alumnos fueron capaces de plantear un procedimiento de solución de este tipo, mientras que el resto no llegó a hacerlo. Los primeros, emplearon el algoritmo convencional invirtiendo el orden de los factores respecto a la ejecución anterior, o bien, usaron el algoritmo con el apoyo de hechos numéricos básicos. Sólo dos casos recurrieron al proceso interno. (Gráfica 4.12.3.).



Gráfica 4.12.3. Problema de arreglo rectangular 1. Estrategias de solución alterna.

PROBLEMA No. 13 (ARREGLO RECTANGULAR 2)

"En el juego de tiro al globo hay 7 filas, cada una va a tener 6 globos.

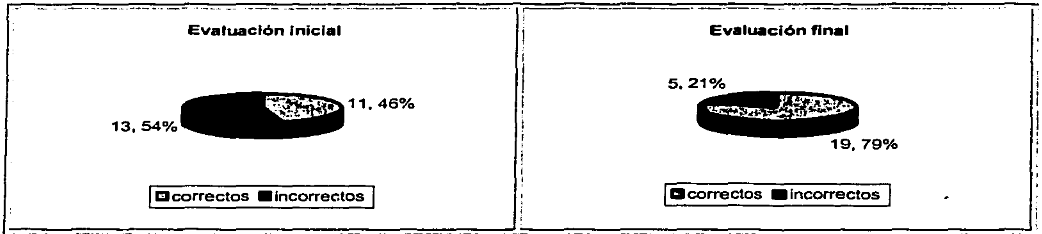
¿Cuántos globos habrá en total? "

Este reactivo corresponde al igual que el anterior al tipo de arreglo rectangular, no obstante, en éste si se observó un notable incremento de éxito en la solución del problema entre evaluaciones. Cuantitativamente se obtuvo: Evaluación inicial 11 resultados acertados por 13 erróneos reflejados en 46% de éxito y 54% adverso. Evaluación final 19 alumnos acertaron para un 79% mientras que 5 erraron para un 21%. (Tabla 4.13 y Gráfica 4.13.1).

Es notable para el renglón que nos ocupa que aún cuando los objetos no se encontraban en su totalidad visibles en la lámina de apoyo el grupo logró un mejor desempeño comparado con el problema anterior.

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	11	Correctos	19
Incorrectos	13	Incorrectos	5
Total	24	Total	24

Tabla 4.13. Problema de arreglo rectangular 2. Resultados de evaluaciones



Gráfica 4.13.1. Problema de arreglo rectangular 2. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

En el manejo de estrategias de solución los resultados fueron los siguientes: En la evaluación inicial los alumnos emplearon ocho estrategias, que van desde el modelado directo y la suma hasta el algoritmo convencional. El conteo de 1 en 1 desde el inicio con apoyo de la lámina es el que con mayor frecuencia emplearon los niños. (Gráfica 4.13.1).

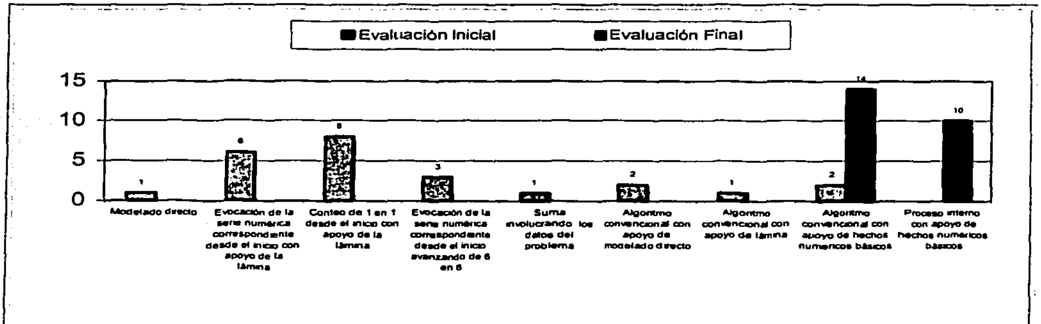
En contraposición a esta diversidad de procedimientos de solución, en la evaluación final el grupo sólo usó dos que son: 1) el algoritmo convencional con hechos numéricos básicos con frecuencia de catorce y 2) el proceso interno con hechos numéricos básicos aplicada en diez casos. Es evidente la reducción en la variedad de estrategias empleadas.

Se toma como ejemplo el desempeño de Berenice :

"En el juego de tiro al globo hay 7 filas, cada una va a tener 6 globos. ¿Cuántos globos habrá en total? "

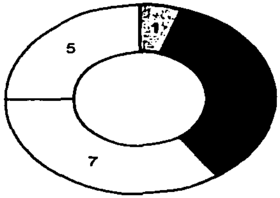
En la evaluación inicial equivoca la interpretación del problema y suma dos datos, cuando debió multiplicarlos. Comenta que: "*Si sumo 7+6 pues son 13 globos*".

En la prueba final la niña dio el resultado correcto al plantear el algoritmo convencional de 7 x 6.



Gráfica 4.13.2. Problema de arreglo rectangular 2. Comparación de Estrategias de Solución.

En este problema la totalidad del grupo dio una estrategia alterna para solucionarlo. Las más empleadas fueron las que involucran al algoritmo convencional con sus diferentes combinaciones. (Gráfica 4.13.3).



Gráfica 4.13.3. Problema de arreglo rectangular 2. Estrategias de solución alterna

PROBLEMA No. 14 (PRECIO 1)

"Luis compró 4 paletas, cada paleta le costó 8 pesos

¿Cuánto pago por todas las paletas? "

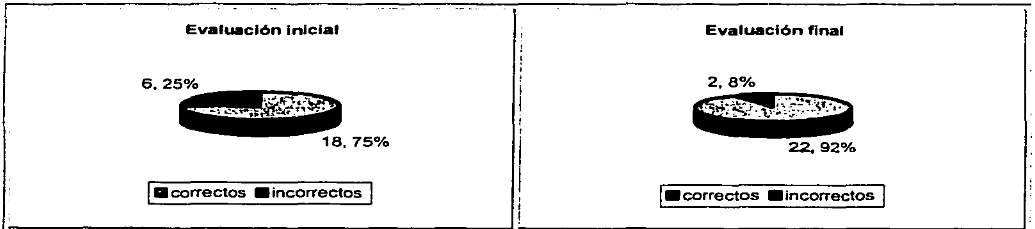
Los resultados de la evaluación inicial fueron diecisiete respuestas correctas que representan el 75% y seis incorrectas equivalentes al 25% restante. Para la evaluación final se registraron veintidós correctas y sólo 2 incorrectas, el 92% y el 8% para cada caso. Esta información refleja una vez más un importante avance en el nivel de aciertos en la evaluación final. (Tabla 4.14 y Gráfica 4.14.1).

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	18	Correctos	22
Incorrectos	6	Incorrectos	2
Total	24	Total	24

Tabla 4.14. Problema de precio 1. Resultados de evaluaciones

Los mecanismos de solución al problema fueron muy diferentes entre ambas evaluaciones.

Al inicio, el grupo aplica ocho procedimientos: 1) modelado directo, 2) evocación de la serie numérica con apoyo de dedos, 3) suma repetitiva con apoyo de dedos y 4) suma repetitiva con apoyo de dedos en combinación con la serie numérica, 5) suma considerando los resultados parciales de dos hechos numéricos básicos, 6) algoritmo convencional con apoyo de modelado directo 7) algoritmo convencional con apoyo de dedos y 8) algoritmo convencional con la aplicación de hechos numéricos básicos. De éstas, la evocación de la serie numérica con apoyo de dedos es la que se manifestó con mayor frecuencia; como las otras requieren mayor destreza lógica matemática sólo fueron aplicadas por unos cuantos niños. (Gráfica No. 4.14.2).



Gráfica 4.14.1. Problema de precio 1. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

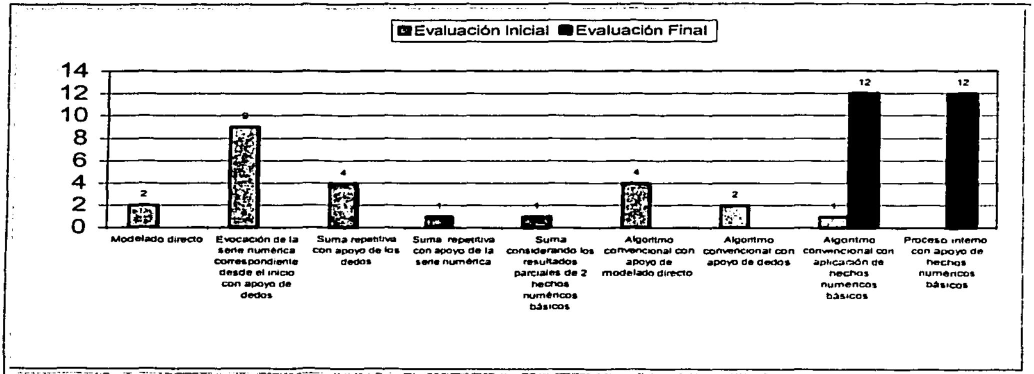
En los resultados de la evaluación final de este problema se pone de manifiesto nuevamente la variación de tipo y número de estrategias de solución análogamente a los ejercicios anteriores. Es peculiar este caso ya que solo dos estrategias empleó el grupo en la segunda aplicación: 1) algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, en doce casos y 2) proceso interno con hechos numéricos básicos en los doce casos restantes. (Gráfica 4.14.2).

Se ilustra este ejercicio con el cometido de Jorge, donde se aprecia la mejora en el manejo de estrategias de solución.

"Luis compró 4 paletas, cada paleta le costó 8 pesos
¿Cuánto pago por todas las paletas? "

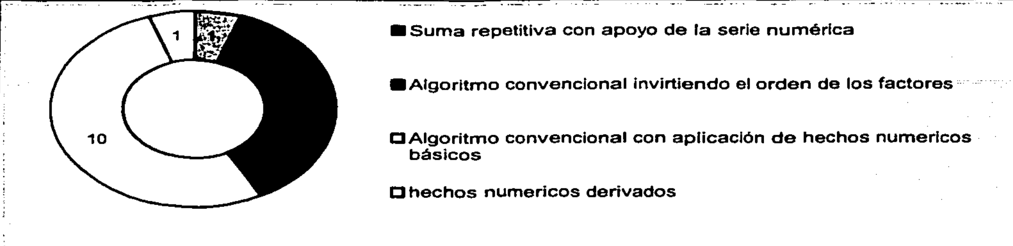
Jorge aplica el procedimiento de suma repetitiva con apoyo de dedos en la evaluación inicial. "*Cuento con los dedos 8+8 y son 16, luego pongo otros 8 dedos y me da 24 y otros 8 son 32. O sea que 4 veces el 8 son 32.* "

En la segunda evaluación aplica el proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos respondiendo en forma espontánea: "Son 32"



Gráfica 4.14.2. Problema de precio 1. Comparación de estrategias de solución

Durante la aplicación de las estrategias alternas en la evaluación final, se emplearon cinco diferentes. Destaca el algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos con una frecuencia de diez; las otras que se emplearon en menor grado son algoritmo convencional invirtiendo el orden de los factores, suma repetitiva con apoyo de la serie numérica y hechos numéricos. En total diecinueve alumnos pudieron responder correctamente el problema con más de una opción. (Gráfica 4.14.3).



Gráfica 4.14.3. Problema de precio 1. Estrategias de Solución Alterna.

PROBLEMA No. 15 (PRECIO 2)

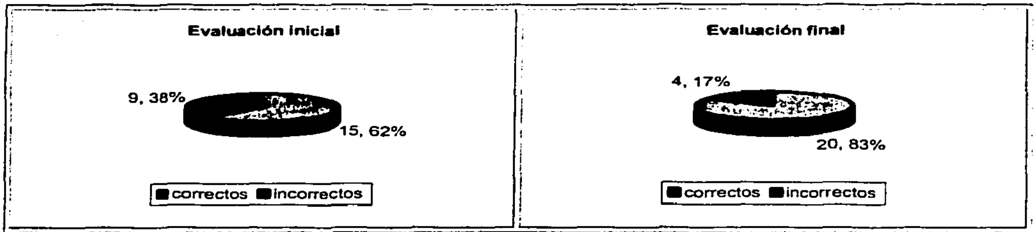
"El papá de Luis compró 12 algodones de azúcar, cada algodón costó $ 3 pesos. ¿Cuánto pagó por los 12 algodones?"

Este ejercicio arrojó los siguientes datos: Quince soluciones correctas para un 62%, y nueve incorrectas para un 38%. Durante la evaluación final se registraron: veinte respuestas correctas y cuatro incorrectas correspondientes al 83% y 17% respectivamente. Se observa el incremento del 21% de ejecución correcta entre evaluaciones. (Tabla 4.15 y Grafica 4.15.1).

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	15	Correctos	20
Incorrectos	9	Incorrectos	4
Total	24	Total	24

Tabla 4.15. Problema de precio 2. Resultados de evaluaciones

En el análisis comparativo del uso de estrategias de solución, se tienen como datos relevantes que en la evaluación inicial los alumnos recurrieron a la aplicación de nueve diversas estrategias: 1) modelado directo, 2) conteo de 1 en 1 desde el inicio con apoyo de la lámina, 3) evocación de la serie numérica correspondiente al problema, 4) suma involucrando los datos del problema , 5) la suma repetitiva con apoyo de dedos, 6) suma repetitiva con apoyo de la serie numérica, 7) la multiplicación, 8) algoritmo convencional con apoyo de dedos y 9) el algoritmo convencional con aplicación de hechos numéricos.



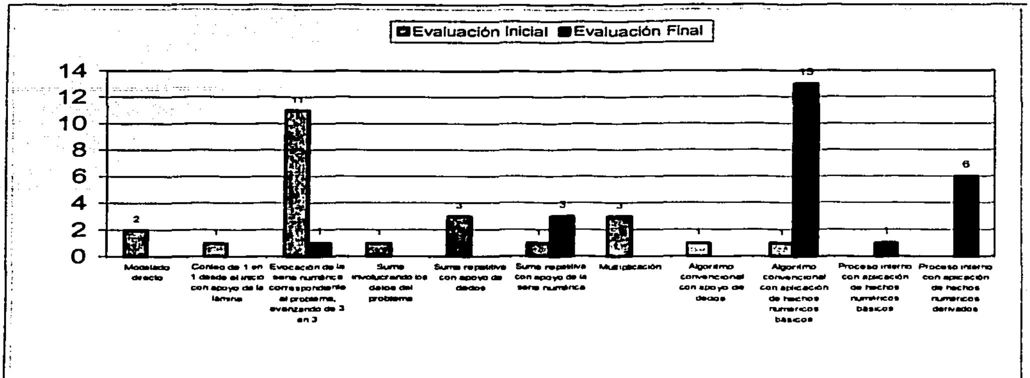
Gráfica 4.15.1. Problema de precio 2. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

Aún cuando 15 niños lograron dar un resultado correcto, sus procedimientos de solución son muy simples y algunos hasta equivocados como es el de la suma de los datos del problema; lo cual significa que el alumno interpretó inadecuadamente lo que se le pedía.

En la evaluación final se manifestó el uso de cinco estrategias para solucionar el problema. Además de reducirse el número hubo una importante variación en cuanto a la complejidad de las mismas. Nuevamente se presentan como recurrentes: 1) el algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, siendo la mitad de los casos y 2) el proceso interno con hechos numéricos derivados con seis casos. Es preciso recordar que esta última estrategia implica un proceso mental complejo y en comparación con los procedimientos que los alumnos emplearon en la evaluación inicial, significa también un importante avance en cuanto al manejo de estrategias de solución. (Gráfica 4.15.2.).

Para ejemplificar la información anterior se cita el proceso de cambio de estrategias de solución en Jovana.

"El papá de Luis compró 12 algodones de azúcar, cada algodón costaba $ 3. ¿Cuánto pagó por los 12 algodones?"

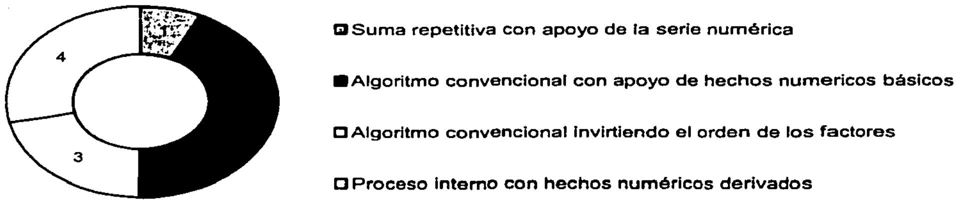


Gráfica 4.15.2. Problema de precio 2. Comparación de estrategias de solución

En la evaluación inicial, la alumna anota el algoritmo convencional en su hoja de respuestas, sin embargo no llega al resultado correcto. Para el momento de la evaluación final, Jovana sustituye el algoritmo que aplicó en la inicial, por la estrategia de proceso interno con apoyo de hechos numéricos derivados. Al cuestionarle sobre su ejecución comenta: *"No es necesario hacer una multiplicación escrita, pues de 10 algodones son 30 pesos, porque 10 x 3 = 30 y de los otros 2 serian 6 pesos. Entonces los sumó y me dan 36 pesos".*

En el rubro de estrategias alternas, sólo catorce alumnos encontraron formas diversas para dar solución al problema. Lo anterior significa que durante la evaluación final estos catorce niños además de dar un resultado al problema, buscaron un procedimiento diferente para llegar a la misma respuesta. El algoritmo convencional fue el recurso alterno que más se utilizó, seguido por la estrategia denominada algoritmo convencional donde el alumno invierte el orden de los factores para comprobar su resultado. El proceso interno con apoyo de hechos numéricos derivados estuvo presente en cuatro casos, lo cual demuestra la gran transformación de procedimientos para solucionar el problema (Gráfica

4.15.3). Otros casos buscaron una forma más simple de dar respuesta y usaron la suma repetitiva con apoyo de la serie numérica.



Gráfica 4.15.3. Problema de precio 2. Estrategias de solución alterna

PROBLEMA No. 16 (RAZÓN 1, CANTIDADES DE UN DÍGITO)

"Luis tiró 6 canicas que cayeron en lugares que valían 4 puntos cada uno, ¿Cuántos puntos juntó Luis? "

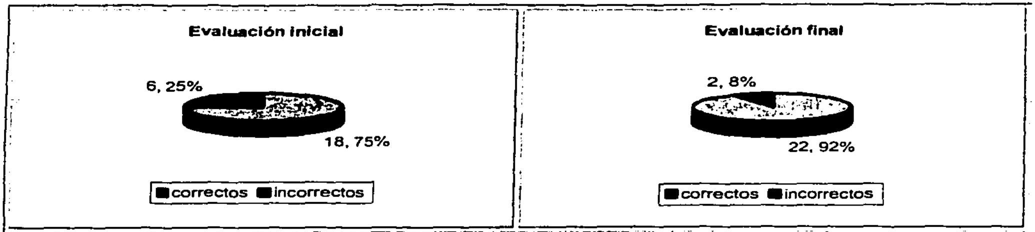
Los resultados de frecuencias y porcentajes en ambas evaluaciones son:

En la inicial se registraron dieciocho casos correctos y seis incorrectos, representados por el 75% y 25% respectivamente. En la final estos datos cambiaron a veintidós correctos y dos incorrectos, o sea el 92% y el 8% respectivamente.

Con lo anterior se demuestra que el nivel de aciertos en la resolución del problema aumentó considerablemente para la evaluación final. (Tabla 4.16. y Gráfica 4.16.1).

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	18	Correctos	22
Incorrectos	6	Incorrectos	2
Total	24	Total	24

Tabla 4.16. Problema de razón 1. Resultados de evaluaciones

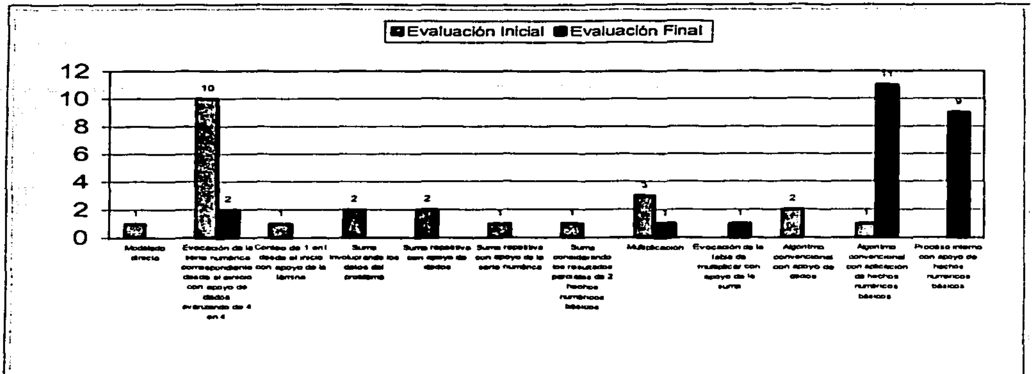


Gráfica 4.16.1. Problema de razón 1. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

En la revisión del instrumento de evaluación inicial, se encontraron diez diversas estrategias de solución empleadas por los alumnos. Que van desde las más simples como el modelado directo, hasta el uso del algoritmo convencional sin llegar aún al manejo de los procesos internos. Esta diversidad de métodos, implica como en algunos problemas anteriores, la falta de habilidades en los niños para dar un resultado rápido y preciso; teniendo que valerse de dibujos, conteo de objetos de la lámina o bien sumar repetidas veces un número. (Gráfica 4.16.2)

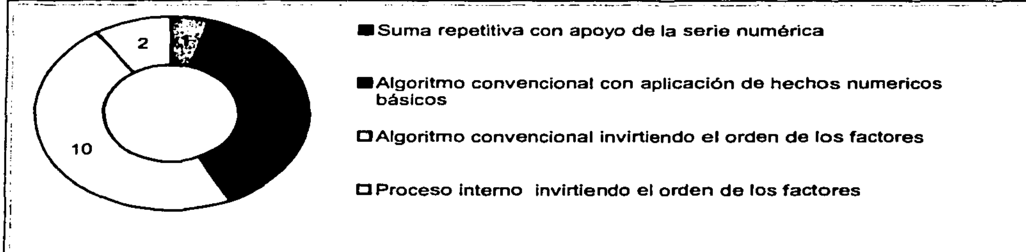
Se considera que como resultado de la aplicación de las actividades didácticas en el grupo, en la evaluación final se observa que el manejo de estrategias de solución para este problema se redujo a la mitad, es decir que los niños sólo emplearon cinco; dejando anuladas las que requerían de representaciones gráficas y usando principalmente el algoritmo convencional y el proceso interno con apoyo de hechos numéricos básicos.

Tal fue el caso de Fernanda, quien a pesar de manifestar un bajo rendimiento escolar con respecto al nivel promedio del grupo, pudo intercambiar la suma repetitiva con apoyo de sus dedos que utilizó en la ejecución inicial, por el algoritmo convencional apoyado de hechos numéricos básicos en su ejecución final; lo cual se considera un avance muy significativo para esta investigación, y para la propia alumna.



Gráfica 4.16.2. Problema de razón 1. Comparación de estrategias de solución

Llama la atención que dentro de las estrategias alternas veintiún alumnos de los veinticuatro evaluados propusieron una, lo que representa un 87% del grupo. dieciocho alumnos emplearon el algoritmo convencional en combinación con otro método, dos el proceso interno y un niño sumó repetitivamente un número. Los otros tres restantes no dieron respuesta alterna. (Gráfica 4.16.3).



Gráfica 4.16.3. Problema de razón 1. Estrategias de solución alterna

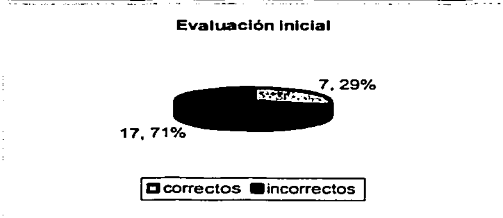
PROBLEMA No. 17 (RAZÓN 2, CANTIDADES DE DOS DÍGITOS)

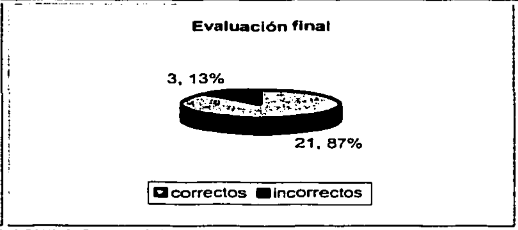
"En el juego de tiro con rifle Luis tiró 12 patos, cada uno valía 6 puntos, ¿Cuántos puntos logró juntar Luis?"

En cuanto a la comparación de resultados correctos e incorrectos se obtuvieron estos datos: En la evaluación inicial hubieron siete correctos y diecisiete incorrectos. Traducidos en porcentajes serían el 29% y 71% respectivamente. En tanto que en la evaluación final se reportaron veintiún casos correctos y tres incorrectos representados en ese mismo orden por el 87% y por el 13%. (Tabla 4.17. y Gráfica 4.17.1).

EVALUACIÓN INICIAL		EVALUACIÓN FINAL	
Correctos	7	Correctos	21
Incorrectos	17	Incorrectos	3
Total	24	Total	24

Tabla 4.17. Problema de razón 2. Resultados de evaluaciones





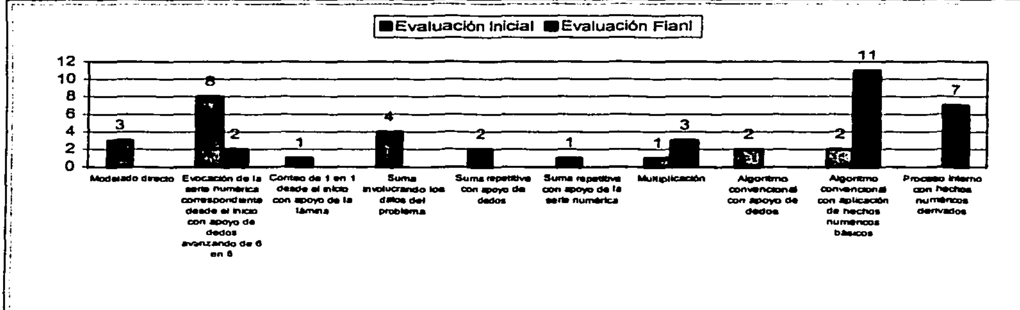
Gráfica 4.17.1. Problema de razón 2. Porcentajes de resultados de las evaluaciones

Estos datos permiten comprobar el avance substancial del grupo para la evaluación final.

En la evaluación inicial también se dio una diversidad de estrategias de solución. A continuación se mencionan las empleadas en mayor número: 1) evocación de la serie numérica desde el inicio con apoyo de dedos, 2) la suma involucrando a los datos del problema; que por cierto implicaba la interpretación equivocada del problema, y 3) el modelado directo entre otras.

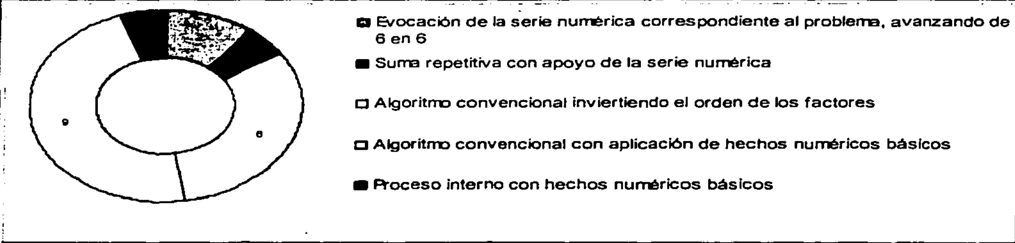
En la evaluación final sólo se encontraron cinco estrategias empleadas de las cuales el algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos fue la de mayor frecuencia con once casos. Si se compara éste con el dato de mayor frecuencia en la evaluación inicial -que fue la evocación de la serie numérica con apoyo de dedos-, se puede observar con claridad la modificación y despliegue de estrategias más complejas. El proceso interno con hechos numéricos derivados también fue un recurso importante en la evaluación final, ya que siete alumnos lo aplicaron, recordando que esta es una de las estrategias más complejas que los alumnos llegan a implementar. (Gráfica 4.17.2);

Para este problema se reportaron diecinueve casos donde los niños hicieron uso de estrategias alternas. El algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos que es una estrategia compleja para los niños pequeños, fue la más empleada en este apartado.



Gráfica 4.17.2. Problema de razón 2. Comparación de estrategias de solución

Le siguió en frecuencia el uso del algoritmo convencional invirtiendo el orden de los factores. Este procedimiento lo emplearon generalmente los niños que en su primera respuesta dentro de la evaluación final habían aplicado el algoritmo convencional y en este intento se observa un pensamiento flexible al saber que el orden de los factores no altera el resultado. La evocación de la serie numérica, la suma repetitiva y el proceso interno fueron estrategias alternas que se usaron en menor escala en este rubro. (Gráfica 4.17.3)



Gráfica 4.17.3. Problema de razón 2. Estrategias de solución alterna

Caso curioso es el de la alumna Sureimi quien para la resolución del problema implementó una suma repetitiva en la evaluación inicial dando el resultado de manera equivocada y a pesar de que en la prueba final la niña opta por emplear una estrategia más compleja que es el algoritmo convencional con apoyo de hechos numéricos básicos, en la implementación de una estrategia alterna vuelve a recurrir a la suma repetitiva, sólo que en esta ocasión la resuelve de forma correcta.

ANÁLISIS Y RECONSTRUCCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

Este apartado es un informe cualitativo sobre los resultados obtenidos de la experiencia didáctica vivenciada en el grupo, con niños de 2°. Grado.

Para ello es conveniente distinguir las siguientes categorías de análisis:

1. Relación entre los propósitos de la investigación y las actividades didácticas.
2. Actitudes y discurso de las investigadoras que favorecieron el aprendizaje.
3. Reacciones y actitudes de los niños.

RELACIÓN ENTRE LOS PROPÓSITOS DE LA INVESTIGACIÓN Y LAS ACTIVIDADES DIDÁCTICAS

Dentro de las actividades didácticas que se aplicaron en el grupo se encuentra la denominada " Reparto de una barra de chocolate", la cual, al igual que las demás se trabajó en los primeros 50 minutos de la mañana. Esto permitió que los alumnos se mostraran con ánimo y disposición durante las sesiones didácticas. En seguida se da un ejemplo de cómo se abordaba la actividad en el aula.

Se pedía a los alumnos que formaran parejas y se les repartía una barra de 10 cubos unifijos para ensamblar y una hoja de trabajo; en la cual se deberían registrar las diversas formas en que fuera posible dividir en dos cantidades al número 10. Se daba tiempo suficiente para que el material fuera manipulado y conocido por los niños, pidiéndoles que imaginaran que tenían una barra de chocolate. Esta idea les gustaba y despertó interés y curiosidad por trabajar con este material concreto. Posteriormente se les explicaba la utilidad que se le daría: Primero se les dijo "tome cada uno la mitad de la barra y anoten en su hoja cuántos cubos de chocolate le tocan a cada quien". Después se les pedía que buscaran las distintas maneras en que podía ser repartido el chocolate.

Al principio hubo desconcierto por no saber que hacer por lo que se les cuestionó: "De qué otra forma podrían repartir al número 10 entre los dos, pero que ya no sea 5 y 5. En ese lapso en el que las parejas exploraban las distintas posibilidades de fraccionar al número 10, las investigadoras aprovechaban la oportunidad para observar y registrar los procesos de solución que los niños adoptaban; explicando nuevamente el ejercicio a aquellas parejas que no lograban comprender las primeras instrucciones. Se empleaban preguntas como ¿qué pasaría si lo haces así? ¿y si lo hacemos de esta manera?

Algunos alumnos sólo trataban de adivinar sin razonar los resultados y esto provocó que la sesión se prolongara, sin embargo al final se percataron de que había otras posibilidades de repartir al 10: en 6 y 4, 7 y 3, 8 y 2, 9 y 1.

Con el paso del tiempo y con la práctica, esta actividad se volvió divertida y sencilla para los niños; motivándolos a realizarla con pequeños premios como dulces para los ganadores. Así mismo el grado de dificultad en la actividad fue creciendo, pues "la barra de chocolate" se llegó a formar con 100 unidades, mismas que tenían que repartirse entre dos, tres o cuatro compañeros. Otra variante de la actividad resultó al modelar la barra con plastilina y finalmente repartirla. Esta acción propició la relación de las matemáticas con la asignatura de Educación Artística.

Con esta actividad se fomentó que los alumnos adquirieran habilidad en el manejo de los hechos numéricos básicos, así como en la conversión de unidades a decenas y de decenas a centenas. Conjuntamente a partir de la manipulación del material y del trabajo colectivo, lograron la habilidad para analizar procedimientos diferentes a los suyos así como un ambiente de comunicación y respeto.

ACTITUDES Y DISCURSO DE LAS INVESTIGADORAS QUE FAVORECIERON EL APRENDIZAJE

Al inicio de la etapa de intervención se permitió a los alumnos utilizaran libremente sus procedimientos y conocimientos previos para la resolución de los ejercicios aritméticos. Respecto a la resolución de problemas planteados, no necesariamente se esperaba que los métodos de solución y las respuestas dadas fueran del todo satisfactorios; sin embargo el interés por conocerlos permitió identificar las estrategias de solución con que los niños resolvían los problemas, de tal suerte que con esta información, la planeación de las actividades siempre se retroalimentó.

Por otra parte a lo largo de la aplicación de las actividades didácticas al interior del aula, se pugnó por la presencia en todo momento de factores como observación, análisis y tolerancia a la actuación de los educandos, pretendiendo fomentar un ambiente de confianza. A continuación se citan algunos cuestionamientos y sugerencias que se emplearon para propiciar modificaciones en los procedimientos de solución que empleaban los alumnos.

- Asegúrate de entender lo que el problema pide.
- No te des por vencido, si una idea no funciona intenta otra.
- Si te atoraste en un problema no te preocupes, los problemas no son fáciles, si no, no serían problemas.
- Si no entiendes el problema intenta esto...
- Lee de nuevo el problema lentamente.
- Imagínate la situación que plantea el problema.
- Haz dibujos o diagramas para representar la situación.
- Arriésgate, no tengas miedo de explorar.
- Ten suficiente papel al alcance para probar diversos caminos.
- ¿Qué pasaría si lo haces así...?
- ¿Y si lo pones de esta manera, qué pasa?

En los casos donde la actividad no resultaba satisfactoria se replanteaba la sesión tomando en consideración las observaciones de la misma, con el propósito de mejorar los resultados.

REACCIONES Y ACTITUDES DE LOS NIÑOS

Desde las primeras sesiones de intervención, los niños se mostraron motivados para realizar las actividades, debido al empleo de materiales concretos y al trabajo en equipo. Incluso los de mayor rendimiento escolar manifestaron demostraciones de apoyo y tolerancia hacia los compañeros que se les dificultaban los ejercicios.

También desarrollaron con facilidad la habilidad para cuidar y guardar estos materiales, llegando a solicitarlos durante los recreos, pues los niños los consideraban "juegos divertidos".

Otra característica que se observó es que los alumnos aceptaron la necesidad de reflexionar acerca de las diversas estrategias que empleaban al resolver y formular problemas; al mismo tiempo evaluaban sus progresos y mostraban mayor seguridad en la toma de decisiones. Lograr que los niños se consulten a sí mismos sobre su aprendizaje, es la mejor forma de promover la autonomía y la superación.

CONSIDERACIONES FINALES

En la presente investigación se ha retomado una recopilación de actividades didácticas, con la innovación de su aplicación colectiva, a fin de confirmar en ese ámbito, que la forma de resolución de problemas aritméticos en los educandos puede mejorar notablemente si se les ofrecen opciones de aprendizaje apegadas a sus conocimientos previos, pero sobre todo a una metodología que les permita interpretar el problema, ensayar y elegir entre diversas estrategias de solución.

A partir de 1993 con la Modernización Educativa, la SEP ha integrado paulatinamente en sus programas de estudio, materiales de apoyo y cursos de actualización a docentes; un acervo de métodos de esta naturaleza. Por diversos factores de órdenes social, cultural y económico, su aplicación aún es incipiente. En el entorno social actual de México se requieren personas activas mayoritariamente en áreas técnicas; su formación escolarizada toma como punto de inicio primordial e imprescindible la solución de problemas aritméticos. Por ende la atención al proceso enseñanza aprendizaje de esta asignatura es vital e impostergable.

Los resultados de esta investigación confirman que es más efectivo abordar en primer término la interpretación y planteamiento de los problemas y el ensayo de diversos caminos de solución (estrategias) que el ejercicio mecánico y repetitivo de operaciones aritméticas básicas. A través de los diecisiete ejercicios los educandos demostraron sus habilidades para interpretar los problemas y un gran interés por probar con diversos y más complejos procedimientos, lo que demostró una mayor flexibilidad en su pensamiento numérico.

No obstante la presencia de errores de cálculo en ambas evaluaciones, en la evaluación final se registraron datos más satisfactorios en cuanto a la aplicación de estrategias y a la emisión de resultados. Casos específicos como el de

Fernanda y el de Pedro, quienes recibían apoyo pedagógico fuera de la escuela por tener antecedentes de atraso escolar, reportaron avance significativo al resolver problemas aritméticos.

Los alumnos no sólo se familiarizaron con la resolución de problemas, sino que desarrollaron habilidades para el planteamiento y solución de otros a partir de ciertos datos proporcionados.

Con base en lo anterior, nos parece relevante que los profesores replanteen el estilo de enseñanza de la aritmética en la escuela primaria. Deben indagar las estrategias que poseen los alumnos para resolver diferentes tipos de problemas y en forma paralela, cuidar el grado de dificultad de los ejercicios que les van presentando, ya que la estructura semántica y el número de dígitos que conforman los problemas influyen en la posibilidad de resolución correcta. Es decir, que es necesario presentar los problemas a los niños de acuerdo a sus conocimientos previos e intereses para lograr la adquisición de conocimientos nuevos, con el propósito de lograr un aprendizaje significativo. Por otra parte se cree que el aplicar actividades que no corresponden al programa oficial, traerá como consecuencia una alteración al horario y a la planeación de los contenidos, y que aún más, ocasionaría un atraso en el cumplimiento del programa, lo cual para muchos maestros es más importante éste que el logro de una educación de calidad. Sin embargo en esta investigación se comprobó que si estas actividades están debidamente planeadas y apegadas a los contenidos programáticos, lejos de ser un obstáculo incrementan el rendimiento escolar de los niños.

Lo anterior, de ninguna manera soslaya el hecho de que los profesores fomenten la destreza de sus alumnos en el renglón de cálculo en los algoritmos convencionales (suma, resta, multiplicación); ya que aún cuando en la evaluación final de esta investigación los resultados fueron favorables se detectaron errores recurrentes como por ejemplo: el acomodo desordenado de dos cifras para resolver un algoritmo o fallas al evocar los hechos numéricos básicos, lo cual el estudio de ese particular podría ser motivo de una nueva investigación.

Es preciso resaltar antes de terminar algunas consideraciones relativas a la transformación del ambiente grupal y de las actitudes individuales.

El grupo de estudio presentó de manera gradual avances palpables en los rubros de disciplina, relaciones interpersonales, trabajo por equipo, práctica de valores universales y relación de empatía con el educador. Cuando se llevaron a la práctica las actividades didácticas, éstas se iban ajustando y enriqueciendo: por una parte se descubrían nuevos problemas que era necesario abordar para satisfacer las inquietudes del grupo y por otra parte las preguntas y procedimientos que planteaban los educandos, abrían nuevas perspectivas para el trabajo didáctico.

Los niveles de debate y competencia natural entre educandos se incrementaron considerablemente sobre todo en la búsqueda de distintas estrategias de solución, al comparar entre sí no sólo el *"¿cuánto te salió?"* sino el *"¿cómo lo hiciste?"*.

En lo que atañe al aspecto individual también se percibieron cambios paulatinos e interesantes entre los que resaltan las actitudes de participación, solidaridad, tolerancia y respeto, además de un acentuado rasgo de autocontrol.

En la medida en que la actividad de aprender matemáticas consista en enfrentar situaciones que presenten un reto, en crear nuevas herramientas de solución a partir de lo que se sabe para poder superarlo, esta actividad resultará tan grata y placentera como jugar.

Si fuese menester definir la presente investigación se diría que ha sido toda una experiencia social, didáctica y psicológica, y que su realización ha constituido una vivencia de privilegio.

Finalmente se expresa la pretensión respetuosa pero enérgica de beneficiar a quienes hoy inician su contacto con los dominios aritméticos: Los niños.

BIBLIOGRAFÍA

Acevedo, H. y García, L. (2001) Estrategias de solución ante problemas multiplicativos. Tesis de licenciatura FES – ZARAGOZA UNAM.

Atweh B., Bleicher, R.E. & Cooper, T.J. (1998). The construction of the social context of mathematics classrooms: A sociolinguistle analysis. Journal for research in mathematics education, 29 (1), 63-82.

Baroody, A.J. (1987). The development of counting strategies for single digit addition. Journal of research in mathematics education, 18 (2), 141-15.

Baroody, A. J. (1988). El Pensamiento matemático de los niños, Madrid: Visor. M.E.C.

Baroody, A.J. (1996) An investigative approach to the mathematics instruction of children classified as learning disabled. En: D. Reid, W. Hresko y L. Swanson (Eds.), Cognitive approach to learning disabilities (pp. 545-615). Austin, TX: PRO-ED.

Bermejo, V. (1990). El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas. Barcelona: Paidós.

Buenrostro, A. (1998). Aritmética para niños con bajo rendimiento escolar. Un modelo de enseñanza. Manuscrito no publicado.

Buenrostro, A. (1999). Dominios y procesos aritméticos en los primeros grados escolares. Aspectos, teóricos, evaluación y actividades didácticas. Manuscrito no publicado.

Buenrostro, A. (2001). Un modelo de enseñanza dirigido a la formación de psicólogos educativos a través del apoyo a niños con bajo rendimiento escolar en aritmética. Tesis de maestría. UDLA.

Buenrostro, A: (2003). Aritmética y bajo rendimiento escolar. Diseño e implementación de dos modelos de enseñanza. Tesis de Doctorado CINVESTAV.

Carpenter, T:P y Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem- soluing skills, en T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (comps), Addition and substraction: A cognitive perspective, (págs. 9-24). Hillsdale, Nueva Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

Carpenter, T.P. y Moser, J. M. (1983). The adquisition of addition and subtraction concepts, en R. Lesh y M. Landau (comps). Adquisition of mathematics: concepts and processes, New York, Academic Press, págs. 7-44.

Carpenter, T.P., Moser, J.M., & Romberg T.A. (Eds.). (1992). Addition and subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale, NJ: Erlbaum

Carpenter, T.P., Fennema, E., Franke, M.L., Levi & Empson, S.B. (1999). Children's mathematics: Cognitively guided instruction. Ports mouth, N. H. Heineman-NCTM.

Consejo Nacional de Fomento Educativo (1991). La educación comunitaria como alternativa de educación básica para el medio rural. La experiencia de preescolar y cursos comunitarios del CONAFE. En: Memorias del primer encuentro de innovaciones en educación básica (pp. 125-134). México: Esfinge

Castro, E. (1995). Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa. Granada: COMARES

Davydov, V. Andronov, V. (1980). Condiciones psicológicas del origen de las acciones mentales, infancia y aprendizaje, 10, págs. 21-36.

Davydov, V. (1982). The psychological characteristics of the foundation of elementary mathematical operations in children, en T. Carpenter, J. Moser, y T. Romberg (comps.) Addition and subtraction: A cognitive perspective, Hillsdale, Nueva Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, págs, 224-238.

De Corte, E. y Verschaffel, L. (1987), The effect of semantic structure on first graders strategies for solving addition and subtraction word problems, Journal for Research in Mathematics Education, 18, págs. 363-381.

Fuson, K. C. (1988). Children's counting and concepts of number. New York: Springer-Verlag.

Fuson, K. C. & Briars, D. J. (1990). Using a base-ten blocks learning/teaching approach for first- and second- grade place- value and multidigit addition and substraction. Journal for Research in Mathematics Education, 21, págs. 180-206.

Ginsburg, H., Jacobs, S. & Lopez, L. (1998) The teacher's guide to flexible interviewing in the classroom. Boston: Allyn and Bacon.

Harel, G. & Confrey, J. (Eds.), (1994). The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. Albany, NY: SUNY Press.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1988). Instruction and cognitive change in mathematics. Educational psychologist, 23, 2, págs 105-117.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1993). Instructional taks, classroom discourse, and students learning in second-grade arithmetic. American Educational Research Journal, 30, págs. 393-425.

Hiebert, J. C., Carpenter, T.P., Fennema, E., Fuson, K.C., Wearne, D. Murray, H.G., Oliver, A.I., & Human, P.G. (1997). Making sense: teaching and learning mathematics with understanding. Portmouth, NH: Heinemann.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1998) Instruction and cognitive change in mathematics. Delawere: Lawrence Associates, Inc.

Howson, G. (1995). Mathematics textbooks: A comparative study of grade 8 texts. Vancouver, Canada: Pacific Educational Press. 99 pp. ISBN 1-895766-03-6

Jaworski, B. (1994). Investigating mathematics teaching: A constructivist enquiry. London: Falmer Press.

Jensen, R. J. (Ed.). (1993). Research ideas for the classroom. Early childhood mathematics. NY: Macmillan.

Labinowicz, E. (1985). Learning from children. New beginnings for teaching numerical thinking. Menlo Park, CA: Addison-Wesley.

Mackernan, J. (1991). Curriculum action research. A handbook of methods and resources for the reflective practitioner. Kogan Page: London.

Maza, C. (1991). Enseñanza de la multiplicación y la división. Madrid: Síntesis.

Maza, C. (1991). Enseñanza de la suma y de la resta. Madrid: Síntesis.

Maza, C. (1991). Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas. Madrid: Visor.

Merriam, S. B. (1998). Qualitative research and case study applications in education. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Miller, K.F., & Paredes, D.R. (1990). Starting to add worse: Effects of learning to multiply on children's addition. Cognition, 37, 213-242.

Miyamoto, T. y Gimbayashi, K. (1983), AMI's reformation of mathematical education, en M. Zweng, T. Green, J. Kilpatrick, H. Pollak, y M. Suydam (Comps.), Proceedings of the fourth International Congress on Mathematical Education, Boston, Biokhauser, págs. 384- 386.

National Council of Teachers of Mathematics. (1995). Assessment standars for school mathematics. Reston, VA: Author.

Nesher, P. (1989). Multiplicative school word problems: theoretical approaches and empirical findings. En: J. Hiebert & M. Behr (Eds.) Number Concepts and Operations in the Middle Grades (pp 20- 37) Virginia: Laurence Erlbaum Associates.

Puig, L. (1996). Elementos de resolución de problemas. Granada: Comares.

Puig, L., & Guitierrez, A. (Eds.) (1996). Proceedings of the 20TH Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1. Valencia: Universitat de Valencia.

Puig, L. & Cerdan, F. (1988). Problemas aritméticos escolares. Madrid: Síntesis.

Riley, M.S., Greeno, J.G., & séller, J.I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. En: H.P. Ginsburg (Ed.)., The development of mathematical thinking (pp. 153-196). NY: Academic Press.

SEP. (1992). Tipos de problemas verbales aditivos simples. Guía para el maestro. Matemáticas. Segundo grado. México: SEP.

SEP. (1993). Planes y Programas para la Educación Primaria. México: SEP.

Rathmell, E., & Trafton, P. (1990). Whole number computation. En: J. N. Payne (Ed.), Mathematics for the young child (pp. 153-172).

Reston, V. A: National Council of Teachers of Mathematics.

Riley, M. S. y Greeno, J. G. (1988), Developmental análisis of understanding language abaut quantities and solving problems. Cognition and Instruction, 5, págs. 49-101.

Shiefelbein, E. & Wolff, L. (1993). Repetición y rendimiento inadecuado en escuelas primarias de América Latina: Magnitudes, causas, relaciones y estrategias. Santiago: Boletín No. 30, UNESCO-ORELAC.

Steffe, L. P., Cobb, P., & Von Glasersfeld, E. (1988). Construction of arithmetical meanings and strategies. NY: Springer-Verlag.

Thompson, C. (1990). Place value and larger numbers. En: J. N. Payne (Ed.), Mathematics for the young child (pp. 89-108). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Velázquez, älvarez, Balbuena, Block, Botello, González, Jaramillo, Mariradoni y Muñoz (1988). Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Dirección General de Educación Especial SEP / OEA, fascículo 3: Problemas y operaciones de multiplicación y división. México.

Vergnaud, G. (1982), A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems, en T. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (comps.). Addition and subtraction: A cognitive perspective, Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates, págs. 39-59.

Vergnaud, G. (1983) Multiplicative structures. En: R. Lesh & M. Landau (Eds.), Adquisition of mathematical concepts and processes, págs. 141-161. New York: Academic Press.

Vergnaud, G., (1991). El niño, las matemáticas y la realidad. México: Trillas.

A N E X O S

ANEXO 1

EVALUACIÓN INFORMAL DE PROBLEMAS VERBALES DE ADICIÓN, SUBSTRACCIÓN Y MULTIPLICACIÓN

ESCUELA PRIMARIA 21 – 1206 – 182 – 24 – X – 028
" 24 DE FEBRERO "
GRUPO 2°. D
TURNO MATUTINO

DATOS DE IDENTIFICACIÓN:

NOMBRE DEL ALUMNO:____
FECHA DE NACIMIENTO:____________ **EDAD**_______ **AÑOS** _______ **MESES**
APLICADOR:____
FECHA DE APLICACIÓN:____

ANEXO 2
LISTADO DE PROBLEMAS ADITIVOS Y MULTIPLICATIVOS QUE CONFORMAN EL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

CARD
Alejandra tenía 23 dulces, luego su mamá le regaló 45 dulces más.
¿Cuántos dulces tiene ahora Alejandra?

CDRD
Paty tenía 56 dulces, luego regaló 24 a sus amigos.
¿Con cuántos dulces se quedó Paty?

CTD
Juan tiene 24 dulces y Mario tiene 39 dulces.
¿Cuántos dulces tienen entre los dos?

CDD
Paco tiene 12 dulces y Lupe tiene 25 dulces.
¿Cuántos dulces más tiene Lupe que Paco?

CPD
Martha y Juan tienen 13 dulces. 5 dulces son de Martha.
¿Cuántos Dulces son de Juan?

CACoD
Luisa tenía algunos dulces. Pedro le dio 5 dulces más.
¿Cuántos dulces tenía Luisa al principio?

CDCoD

Paty tenía algunos dulces. Le dio 5 a Lalo. Ahora ella tiene 8 dulces.
¿Cuántos dulces tenía Paty al principio?

CACD

Manuel tenía 14 dulces, luego su mamá le regaló algunos dulces más. Ahora ya tiene 22 dulces.
¿Cuántos dulces le regaló su mamá?

CDCD

Rebeca tenía 13 dulces. Le dio algunos a Carlos. Ahora ella tiene 5 dulces.
¿Cuántos dulces le dio Rebeca a Carlos?

AGRUPAMIENTO 1

El trenecito tiene 4 vagones y en cada vagón hay 6 niños.
¿Cuántos niños hay en todo el tren?

AGRUPAMIENTO 2

Hay 4 naves espaciales, en cada una hay 7 niños.
¿Cuántos niños hay dentro de todas las naves?

ARREGLO RECTANGULAR 1

Los payasos de tela están acomodados en filas, hay 8 filas y cada una tiene 6 payasos.
¿Cuántos payasos hay en total?

ARREGLO RECTANGULAR 2

En el juego de tiro al globo hay 7 filas, cada una va a tener 6 globos.
¿Cuántos globos habrá en total?

PRECIO 1

Luis compró 4 paletas, cada paleta le costó 8 pesos.
¿Cuánto pagó por todas las paletas?

PRECIO 2

El papá de Luis compró 12 algodones de azúcar, cada algodón costó 3 pesos.
¿Cuánto pagó por los 12 algodones?

RAZÓN 1

Luis tiró 6 canicas que cayeron en lugares que valían 4 puntos cada uno.
¿Cuántos puntos juntó Luis?

RAZÓN 2

En el juego de tiro con rifle Luis tiró 12 patos, cada uno valía 6 puntos.
¿Cuántos puntos logró juntar Luis?