

01121  
26



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

"PRACTICAS DE LABORATORIO PARA LA ASIGNATURA  
HIDRAULICA DE MAQUINAS Y TRANSITORIOS DE  
LA FACULTAD DE INGENIERIA".

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A :  
JOSE ISRAEL COSSU GUERRA

DIRECTOR DE TESIS:  
M.I. ARTURO NAVA MASTACHE



MEXICO, D. F.

2003

Q



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

Señor  
JOSÉ ISRAEL COSSÚ GUERRA  
Presente

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIRECCIÓN  
FING/DCGTG/SEAC/UTIT/168/02

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. ARTURO NAVA MASTACHE, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO.

**"PRÁCTICAS DE LABORATORIO PARA LA ASIGNATURA HIDRÁULICA DE MÁQUINAS Y TRANSITORIOS DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA"**

- I. INTRODUCCIÓN
- II. GENERALIDADES
- III. CURVAS CARACTERÍSTICAS DE OPERACIÓN DE UNA BOMBA
- IV. BOMBAS EN PARALELO
- V. TURBINA PELTON
- VI. TURBINA FRANCIS
- VII. GOLPE DE ARIETE
- VIII. POZO DE OSCILACIÓN
- CONCLUSIONES
- REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

Cd. Universitaria a 4 Diciembre 2002  
EL DIRECTOR

M.C. GERARDO FERRANDO BRAVO  
GFB/GMP/mstg.

b

**A mis padres: Martha y José Luis por haberme regalado la existencia, por ese inmenso amor que, aún cuando no lo expresan, siempre me lo han demostrado. Por haberme enseñado a valorar las cosas, por el apoyo económico y moral que siempre me dieron sin reservas y por, sin ustedes darse cuenta, haberme dado la mejor de las herencias: mi carrera. ¡Mil gracias!**

**A la Universidad porque gracias a su extensa capacidad en instalaciones y acervo cultural que ofrece, es posible que estudiantes de pocos recursos podamos realizar estudios profesionales de calidad.**

**A mi hijo Dylan Aarón y a mi esposa Yanet, por el apoyo y confianza otorgados que me hicieron salir adelante, dedico especialmente esta tesis.**

**A mis hermanos: Iván, Adán y Otto por ese ferviente deseo de salir siempre adelante y su confianza depositada en mí y por que siempre tuvieron para mí una frase de aliento.**

**A mis abuelos maternos Ernesto y Delfina que me cuida desde allá arriba, y a mis abuelos paternos Lilia y José Luis que me han visto crecer física y profesionalmente.**

**A mis tíos y primos gracias a sus consejos y muestras de apoyo que me han profesado.**

**A mi profesor y director de tesis, Arturo Nava Mastache, por los conocimientos transmitidos y su confianza depositada en mí, y por haber aceptado dirigir mi tesis a pesar de la lata que le di durante todo este tiempo.**

**A la familia Muñoz Balderas, por el apoyo moral que me otorgaron para salir adelante en este trabajo.**

**A mis profesores y compañeros de la Facultad y en especial del Laboratorio de Hidráulica por todo el apoyo brindado durante el tiempo que compartimos los mismos ideales.**

**GRACIAS**  
**José Israel Cossú Guerra**

---

## CONTENIDO

|   |    |
|---|----|
| INTRODUCCIÓN  | 1  |
| CAPÍTULO 1: GENERALIDADES   | 5  |
| 1.1 Ecuaciones fundamentales de la hidráulica                     | 5  |
| 1.1.1 Ecuación de continuidad                                     | 5  |
| 1.1.2 Ecuación de la energía                                      | 7  |
| 1.1.2.1 Ecuación de la energía para el fluido ideal               | 7  |
| 1.1.2.2 Ecuación de la energía para el fluido real                | 9  |
| 1.1.3 Ecuación del impulso y de la cantidad de movimiento         | 10 |
| 1.2 Ecuación fundamental de las turbomáquinas o ecuación de Euler | 13 |
| 1.2.1 Primera forma de la ecuación de Euler                       | 13 |
| 1.2.1.1 Deducción de la ecuación de Euler                         | 13 |
| 1.2.2 Triángulos de velocidades: notación universal               | 17 |
| 1.2.3 Segunda forma de la ecuación de Euler                       | 18 |
| CAPÍTULO 2: CURVAS CARACTERÍSTICAS DE OPERACIÓN DE UNA BOMBA      | 21 |
| 2.1 Antecedentes  | 21 |
| 2.2 Máquinas hidráulicas  | 21 |
| 2.2.1 Clasificación de las máquinas hidráulicas                   | 21 |
| 2.2.2 Definición de bomba   | 22 |
| 2.2.3 Clasificación de las bombas                                 | 22 |
| 2.2.4 Características generales                                   | 23 |
| 2.2.5 Bombas centrífugas  | 24 |
| 2.2.5.1 Bombas de flujo radial                                    | 25 |
| 2.2.5.2 Bombas de flujo mixto                                     | 25 |
| 2.2.5.3 Bombas de flujo axial                                     | 26 |
| 2.2.5.4 Bombas de tornillo  | 26 |
| 2.3 Curvas características de una bomba                           | 26 |
| 2.3.1 Eficiencia y potencia absorbida                             | 28 |
| 2.3.1.1 Potencia de accionamiento, $p$ ,                          | 30 |
| 2.3.1.2 Potencia interna, $p_i$                                   | 30 |
| 2.3.1.3 Potencia útil, $p$  | 30 |
| 2.3.1.4 Eficiencia hidráulica, $\eta_h$                           | 31 |
| 2.3.1.5 Eficiencia volumétrica, $\eta_v$                          | 31 |
| 2.3.1.6 Eficiencia interna de la bomba, $\eta_i$                  | 31 |
| 2.3.1.7 Eficiencia mecánica, $\eta_m$                             | 31 |
| 2.3.1.8 Eficiencia total, $\eta_{TOT}$                            | 32 |
| 2.3.1.9 Relación entre las eficiencias                            | 32 |
| 2.3.2 Velocidad específica  | 32 |
| 2.3.2.1 Relaciones características de las bombas centrífugas      | 32 |
| 2.3.2.2 Coeficiente de gasto, carga y potencia                    | 32 |
| 2.3.3 Cavitación  | 35 |
| 2.3.4 Constante de cavitación                                     | 39 |

---

|                                       |  |           |
|---------------------------------------|--|-----------|
| 2.3.5                                 | Signos de la existencia de cavitación                | 40        |
| 2.3.5.1                               | Ruidos y vibración                                   | 40        |
| 2.3.5.2                               | Caída de las curvas de carga - gasto y de eficiencia | 40        |
| 2.3.6                                 | Golpe de ariete                                      | 40        |
| 2.4                                   | Práctica 1   | 42        |
| 2.4.1                                 | Curvas características de operación de una bomba     | 42        |
| 2.4.2                                 | Objetivo   | 42        |
| 2.4.3                                 | Desarrollo   | 42        |
| 2.4.4                                 | Memoria de cálculo                                   | 44        |
| <b>CAPÍTULO 3: BOMBAS EN PARALELO</b> |  | <b>48</b> |
| 3.1                                   | Antecedentes   | 48        |
| 3.2                                   | Introducción al análisis de los sistemas de bombeo   | 48        |
| 3.2.1                                 | Gasto  | 48        |
| 3.2.2                                 | Carga  | 48        |
| 3.2.2.1                               | Carga de posición de succión                         | 49        |
| 3.2.2.2                               | Carga de posición de descarga                        | 49        |
| 3.2.2.3                               | Carga estática                                       | 49        |
| 3.3                                   | Pérdidas por fricción                                | 49        |
| 3.3.1                                 | Fórmula de Darcy - Weisbach                          | 49        |
| 3.3.2                                 | Fórmulas empíricas de fricción                       | 51        |
| 3.3.3                                 | Hazen - Williams                                     | 51        |
| 3.4                                   | Carga de velocidad                                   | 51        |
| 3.4.1                                 | Pérdidas locales                                     | 52        |
| 3.4.2                                 | Carga de bombeo total                                | 52        |
| 3.4.3                                 | Eficiencia y potencia absorbida                      | 54        |
| 3.5                                   | Sistemas de bombeo                                   | 55        |
| 3.5.1                                 | Sistema de una sola bomba                            | 55        |
| 3.5.2                                 | Sistema de varias bombas                             | 55        |
| 3.5.3                                 | Funcionamiento en paralelo                           | 55        |
| 3.5.4                                 | Funcionamiento en serie                              | 57        |
| 3.5.5                                 | Curva del sistema                                    | 58        |
| 3.6                                   | Práctica 2   | 59        |
| 3.6.1                                 | Bombas en paralelo                                   | 59        |
| 3.6.2                                 | Objetivo   | 59        |
| 3.6.3                                 | Desarrollo   | 59        |
| 3.6.4                                 | Memoria de cálculo                                   | 62        |
| <b>CAPÍTULO 4: TURBINA PELTON</b>     |  | <b>67</b> |
| 4.1                                   | Antecedentes   | 67        |
| 4.1.1                                 | Energía hidráulica                                   | 67        |
| 4.1.2                                 | Desarrollo de la energía hidroeléctrica              | 68        |
| 4.1.2.1                               | Sección transversal de una presa                     | 69        |
| 4.2                                   | Clasificación de las máquinas                        | 69        |
| 4.2.1                                 | Definición y clasificación de las máquinas de fluido | 70        |

|                                    |  |           |
|------------------------------------|--|-----------|
| 4.3                                | Clasificación de las máquinas hidráulicas                                  | 70        |
| 4.3.1                              | Atendiendo al tipo de movimiento del émbolo o rodete                       | 71        |
| 4.3.1.1                            | Atendiendo al principio fundamental de funcionamiento                      | 71        |
| 4.3.2                              | Máquinas de desplazamiento positivo  | 71        |
| 4.3.3                              | Turbomáquinas  | 71        |
| 4.3.3.1                            | Clasificación de las turbomáquinas   | 72        |
| 4.3.3.2                            | Atendiendo a la dirección del fluido                                       | 72        |
| 4.3.3.3                            | Atendiendo al grado de reacción  | 72        |
| 4.3.4                              | Clasificación de las turbinas hidráulicas                                  | 74        |
| 4.3.4.1                            | Definición de turbina hidráulica   | 76        |
| 4.3.4.2                            | Diversas clasificaciones de las turbinas hidráulicas                       | 76        |
| 4.3.4.3                            | Según el grado de reacción   | 76        |
| 4.3.4.3.1                          | Definición de grado de reacción  | 76        |
| 4.3.4.3.2                          | Turbinas de acción o impulso   | 77        |
| 4.3.4.3.3                          | Turbinas de reacción   | 77        |
| 4.3.4.3.4                          | Según la velocidad específica  | 77        |
| 4.3.4.3.5                          | Definición de la velocidad específica                                      | 78        |
| 4.3.4.3.6                          | Según la dirección de flujo en su paso por el rotor                        | 78        |
| 4.4                                | Turbina Pelton   | 79        |
| 4.4.1                              | Características  | 79        |
| 4.4.2                              | Componentes de una turbina Pelton  | 81        |
| 4.4.2.1                            | Carcaza  | 81        |
| 4.4.2.2                            | Inyector   | 81        |
| 4.4.2.3                            | Tobera   | 81        |
| 4.4.2.4                            | Válvula de aguja   | 82        |
| 4.4.2.5                            | Equipo de regulación de velocidad  | 82        |
| 4.4.2.6                            | Distribuidor   | 82        |
| 4.4.2.7                            | Rodete   | 83        |
| 4.4.2.8                            | Cangilones   | 83        |
| 4.4.2.9                            | Blindaje   | 84        |
| 4.4.2.10                           | Cámara de descarga   | 84        |
| 4.4.2.11                           | Cámara de distribución   | 84        |
| 4.4.2.12                           | Deflector  | 84        |
| 4.4.2.13                           | Rueda motriz   | 85        |
| 4.4.2.14                           | Sistema hidráulico de frenado  | 85        |
| 4.4.2.15                           | Eje  | 85        |
| 4.4.2.16                           | Principio de funcionamiento  | 85        |
| 4.5                                | Práctica 3   | 87        |
| 4.5.1                              | Turbina Pelton   | 87        |
| 4.5.2                              | Objetivo   | 87        |
| 4.5.3                              | Desarrollo   | 87        |
| 4.5.4                              | Memoria de cálculo   | 88        |
| <b>CAPÍTULO 5: TURBINA FRANCIS</b> |  | <b>92</b> |
| 5.1                                | Características de las unidades seleccionadas                              | 92        |
| 5.2                                | Elementos constitutivos de las turbinas de reacción, tipo Francis y Kaplan | 92        |

|       |                                  |     |
|-------|----------------------------------|-----|
| 5.2.1 | Carcaza o caracol                | 93  |
| 5.2.2 | Distribuidor                     | 93  |
| 5.2.3 | Rodete                           | 94  |
| 5.2.4 | Tubo de aspiración o succión     | 94  |
| 5.3   | Turbina Francis                  | 95  |
| 5.3.1 | Características generales        | 95  |
| 5.3.2 | Turbina Francis puramente radial | 95  |
| 5.3.3 | Turbina Francis mixta            | 96  |
| 5.3.4 | Tipos según el rodete            | 98  |
| 5.4   | Curvas características           | 99  |
| 5.5   | Cavitación y carga de succión    | 100 |
| 5.6   | Práctica 4                       | 103 |
| 5.6.1 | Turbina Francis                  | 103 |
| 5.6.2 | Objetivo                         | 103 |
| 5.6.3 | Desarrollo                       | 103 |
| 5.6.4 | Memoria de cálculo               | 104 |

## **CAPÍTULO 6: GOLPE DE ARIETE** 107

|        |   |     |
|--------|---|-----|
| 6.1    | Antecedentes golpe de ariete  | 107 |
| 6.2    | Descripción de la instalación ideal   | 113 |
| 6.3    | Análisis general de la propagación de las ondas de carga piezométrica (cierre y apertura) | 113 |
| 6.4    | Maniobra de cierre  | 114 |
| 6.4.1  | Cierre lento  | 114 |
| 6.4.2  | Cierre rápido   | 115 |
| 6.5    | Maniobra de apertura  | 116 |
| 6.5.1  | Apertura lenta  | 117 |
| 6.5.2  | Apertura rápida   | 117 |
| 6.6    | Fórmulas de la presión máxima o sobrepresión  | 118 |
| 6.6.1  | Presión máxima en cierre total o parcial instantáneo de la válvula en la tubería elástica | 119 |
| 6.7    | Teoría de Allievi   | 121 |
| 6.8    | Resolución del sistema no lineal. Método de las características                           | 122 |
| 6.9    | La depresión causa de la cavitación   | 127 |
| 6.10   | Práctica 5  | 132 |
| 6.10.1 | Golpe de ariete   | 132 |
| 6.10.2 | Objetivo  | 132 |
| 6.10.3 | Desarrollo  | 132 |
| 6.10.4 | Memoria de cálculo  | 133 |

## **CAPÍTULO 7: POZO DE OSCILACIÓN** 137

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 7.1 | Antecedentes de transitorios hidráulicos en conductos a presión | 137 |
|-----|---|-----|

20

---

|   |  |            |
|---|--|------------|
| 7.1.1   | Sobrepresión   | 137        |
| 7.1.2   | Depresión  | 137        |
| 7.1.3   | Colapso de la tubería                                    | 138        |
| 7.1.4   | Separación de la columna líquida                         | 138        |
| 7.1.5   | Entrada de aire en la tubería                            | 139        |
| 7.2   | Dispositivos de control                                  | 140        |
| 7.2.1.1                                       | Cámara de oscilación                                     | 143        |
| 7.2.1.2                                       | Cámara de aire   | 143        |
| 7.2.1.3                                       | Válvula de aire  | 144        |
| 7.2.1.4                                       | Derivación (bypass)                                      | 144        |
| 7.2.1.5                                       | Válvula de alivio  | 144        |
| 7.2.1.6                                       | Válvula de retención (check)                             | 144        |
| 7.2.2   | Funcionamiento de la cámara de oscilación                | 145        |
| 7.2.3   | Objetivos de la cámara de oscilación                     | 146        |
| 7.2.4   | Tipos de cámaras de oscilación                           | 146        |
| 7.2.5   | De acuerdo a su posición relativa a la casa de maquinas: | 146        |
| 7.2.5.1                                       | Cámara aguas arriba                                      | 146        |
| 7.2.5.2                                       | Cámara aguas abajo                                       | 146        |
| 7.2.6   | De acuerdo con su geometría                              | 147        |
| 7.2.6.1                                       | Cámara de oscilación simple                              | 147        |
| 7.2.7   | Cámaras especiales                                       | 147        |
| 7.2.7.1                                       | Cámaras con expansiones o galerías                       | 147        |
| 7.2.7.2                                       | Cámara con orificio                                      | 147        |
| 7.2.7.3                                       | Cámara diferencial o Johnson                             | 147        |
| 7.2.8   | De acuerdo con su posición relativa al terreno           | 148        |
| 7.2.8.1                                       | Casos especiales   | 148        |
| 7.3   | Tanque unidireccional                                    | 149        |
| 7.3.1   | Ventajas y desventajas                                   | 150        |
| 7.4   | Cámara de aire (operación de la cámara)                  | 151        |
| 7.5   | Prevención del golpe de ariete. El tanque de oscilación  | 152        |
| 7.5.1   | Control del golpe de ariete                              | 153        |
| 7.5.2   | Ventajas y desventajas                                   | 154        |
| 7.6   | Práctica 6   | 155        |
| 7.6.1   | Pozo de oscilación                                       | 155        |
| 7.6.2   | Objetivo   | 155        |
| 7.6.3   | Desarrollo   | 155        |
| 7.6.4   | Memoria de cálculo                                       | 157        |
| <b>CAPÍTULO 8: CONCLUSIONES</b>               |  | <b>161</b> |
| <b>CAPÍTULO 9: REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> |  | <b>164</b> |

---

h

---

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



El Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería, actualmente realiza una función sumamente importante en la formación del ingeniero civil de la U.N.A.M., en virtud al gran número de prácticas que el alumno realiza en sus instalaciones, y que lo realizado en ellas está estrechamente vinculado con la teoría de las asignaturas correspondientes al área de hidráulica.

El plan de estudios de la carrera de ingeniería civil tiene en el área de hidráulica la asignatura de Hidráulica de Máquinas y Transitorios, que atañen al diseño, operación y las principales características de las bombas y las turbinas hidráulicas, así como el análisis de fenómenos transitorios en conductos a presión para su prevención o mitigación.

Así, la intención de presentar esta tesis que contiene las prácticas de Hidráulica de Máquinas y Transitorios es dar al estudiante de la carrera de ingeniería civil, los conceptos básicos, así como los pasos a seguir para que su desarrollo, aprendizaje y operación de las máquinas hidráulicas y las instalaciones de sistemas de tuberías con las que cuenta este laboratorio, y por lo tanto puedan realizar sus informes de la mejor calidad, logrando de esta manera, complementar su formación profesional.

Para lograr lo anterior, este trabajo cuenta con siete capítulos principales que muestran los conceptos esenciales de cada una de las prácticas que imparte el Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería y los dos últimos capítulos presentan las conclusiones y referencias bibliográficas de este trabajo.

---

El primer capítulo contiene las principales ecuaciones de la hidráulica, así como también la ecuación de Euler, misma que es la ecuación fundamental de las turbomáquinas.

El segundo capítulo presenta la clasificación de las máquinas hidráulicas y de las bombas, los distintos tipos y sus principales características generales, que representan en cada caso, la carga total, eficiencia, potencia y gasto proporcionado, mediante sus curvas características de operación, así también la cavitación y el golpe de ariete que pueden presentarse en ellas.

En el tercer capítulo presenta la importancia de tener un sistema de bombeo en paralelo o en serie, para el transporte del agua de un punto a otro, así como los parámetros que intervienen para determinar la carga total de bombeo necesario para vencer las pérdidas existentes dentro del sistema y lograr un adecuado funcionamiento, tomando en cuenta la intersección de la curva del sistema con las curvas características de las bombas.

El capítulo cuatro, se ocupa de la clasificación de las máquinas hidráulicas, las turbomáquinas y turbinas hidráulicas, así como, la importancia de utilizar una turbina para el aprovechamiento de la energía hidráulica para la generación de electricidad y también el funcionamiento de la turbina de acción o impulso (Pelton), que tiene la peculiaridad de aprovechar la energía cinética del fluido, y también muestra los componentes principales que la integran, la elaboración de sus curvas características que están en función del gasto, carga y eficiencia, generadas con diferentes velocidades de rotación.

El capítulo cinco, presenta los elementos constitutivos de las turbinas de reacción tipo Francis y Kaplan, en este capítulo se enfoca esencialmente a la turbina Francis, que presenta los diferentes tipos de turbinas según la entrada del fluido a través de los álabes, según el tipo de rodete y la instalación de la turbina respecto al eje, en posición horizontal o vertical, así como el análisis de la prevención de la cavitación en la turbina y la elaboración de sus curvas características.

En el capítulo seis, se presenta un fenómeno transitorio, en este caso el golpe de ariete, que es de régimen variable, donde se analiza el comportamiento de la onda de depresión y sobrepresión a lo largo una tubería en un modelo tanque tubería válvula, y que se produce al cerrar a abrir la válvula, así como algunos criterios para determinar la velocidad de propagación o celeridad de la onda generada en el interior de la tubería.

El capítulo siete presenta el interés de diseñar acueductos de gran longitud basado en el análisis que permita y garantice el buen funcionamiento de las bombas bajo las condiciones de depresión y sobrepresión, así como para evitar el colapso de la tubería o la separación de la columna líquida, por lo que se describen algunos dispositivos de control, que dependen de la posición del equipo de bombeo, de la posición relativa al terreno así también sus ventajas y desventajas.

---

El capítulo ocho, presenta las conclusiones relativas a la elaboración de esta tesis, así como la importancia que tiene para la elaboración de las prácticas que imparte el Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería.

Y en el capítulo nueve, se hace alusión a las referencias bibliográficas mínimas, las cuales se utilizaron para la elaboración de este trabajo, mismas que se pueden usar para abundar a cerca de los temas y conceptos que servirán de apoyo al alumno para la realización de los informes que presentan en el Laboratorio de Hidráulica..



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## CAPÍTULO 1: GENERALIDADES

### 1.1 ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA HIDRÁULICA

El término Hidráulica significa, por su derivación, escurrimiento o flujo del agua en una tubería, pero generalmente se emplea para designar aquella rama de la mecánica que trata de las leyes que gobiernan el comportamiento del agua y otros líquidos. Existen diversas ecuaciones mediante las cuales es posible, desde el punto de vista matemático, el estudio de la hidráulica siendo tres las consideradas como fundamentales. A saber:

- Ecuación de continuidad
- Ecuación de la energía, y
- Ecuación de la cantidad de movimiento.

#### 1.1.1 Ecuación de continuidad

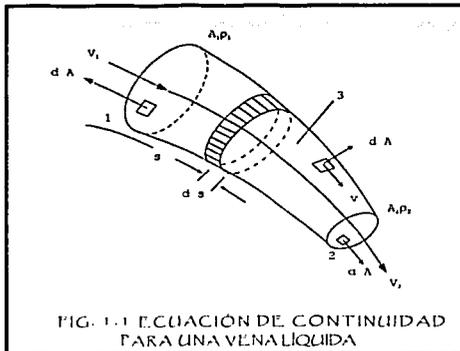
La ecuación de continuidad o primera ecuación fundamental de la hidráulica es posible deducirla a partir del principio de la conservación de la materia o del transporte de masa, permitiendo diferentes simplificaciones de acuerdo con el tipo de flujo que se desee considerar.

De acuerdo al principio de la conservación de la materia, de la masa del fluido que entra a un volumen especificado dentro del flujo, una parte se queda almacenada en su interior y el resto sale del volumen.

$$\left[ \text{Cantidad neta de masa que atraviesa la superficie} \right] + \left[ \text{Rapidez de la variación de la masa} \right] = 0$$

de frontera del volumen, en la unidad de tiempo.      contenida en el volumen.

Este principio se aplica lo mismo a un volumen de control de tamaño diferencial que a uno finito, de lo cual se deriva la llamada ecuación de continuidad.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Si se considera flujo unidimensional, se puede considerar una vena líquida según se muestra en la figura 1.1, la cual se encuentra limitada por la superficie 3 y por las secciones transversales 1 y 2. Las velocidades en cada punto de una misma sección transversal poseen un valor medio  $V$ , que se considera representativo de toda la sección y de dirección tangencial al eje de la vena. Se considera el volumen elemental del líquido limitado lateralmente por la superficie que envuelve a la vena líquida, así como por dos secciones transversales normales al eje de la vena, separadas la distancia  $ds$ , donde  $s$  representa la coordenada curvilínea siguiendo al eje de la vena.

La cantidad neta de masa que atraviesa la superficie de frontera, del volumen elemental en estudio es:

$$\left[ \rho V A + \frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds \right] - \rho V A = \frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds \quad (1.1.1)$$

y la rapidez con la que varía la masa dentro del mismo es  $\frac{\partial(\rho A ds)}{\partial t}$ . Por tanto, el principio de conservación de la masa establece que:

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds + \frac{\partial}{\partial t} (\rho A ds) = 0 \quad (1.1.2)$$

Se puede aceptar que la longitud  $ds$  del elemento de volumen considerado no depende del tiempo. Este puede salir de la derivada del segundo término de la ecuación anterior y simplificarse con el que aparece en el primero, de lo cual resulta:

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds + \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = 0 \quad (1.1.3)$$

Recordando que  $\rho$ ,  $V$ ,  $A$  son funciones de  $s$  y  $t$ , al desarrollar las derivadas parciales indicadas se obtiene:

$$\rho A \frac{\partial V}{\partial s} + \rho V \frac{\partial A}{\partial s} + V A \frac{\partial \rho}{\partial s} + \rho \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.1.4)$$

o bien, con:  $v = \frac{ds}{dt}$

$$\rho A \frac{\partial V}{\partial s} + \rho \left( \frac{\partial A ds}{\partial s dt} + \frac{\partial A}{\partial t} \right) + A \left( \frac{\partial \rho ds}{\partial s dt} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.1.5)$$

Dividiendo la ecuación 1.1.5 entre  $\rho A$  y recordando el desarrollo de la derivada total, resulta:

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (1.1.6)$$

Que es la ecuación de continuidad para una vena líquida donde se produce un flujo no permanente y compresible. En problemas de flujo no permanente a superficie libre donde se considera que el líquido es incompresible, desaparece el último término de la ecuación 1.1.6.

Si el escurrimiento es permanente las derivadas con respecto a  $t$  que aparecen en la ecuación 1.1.3. se eliminan y ésta ecuación resulta:

$$\frac{\partial (\rho V A)}{\partial s} = 0 \quad (1.1.7)$$

o bien,

$$\rho V A = \text{constante} \quad (1.1.8)$$

Si además  $\rho = \text{cte.}$ ,  $V A = \text{cte.}$ , esto significa que es constante el gasto que circula por cada sección de la vena líquida en un flujo permanente; o bien, que para dos secciones transversales 1 y 2 de la misma, se cumple con:

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (1.1.9)$$

## 1.1.2 Ecuación de la energía

### 1.1.2.1 Ecuación de la energía para el fluido ideal

La ecuación de la energía se obtiene a partir de la derivación de la segunda ley de Newton, misma que establece la relación fundamental entre la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula y la variación en el tiempo de la cantidad de movimiento. La ecuación de la energía permite calcular las diferentes transformaciones de la energía mecánica dentro de flujo y las cantidades disipadas en energía calorífica.

Para obtener la ecuación de la energía para un fluido ideal se hace uso de las ecuaciones de Euler en forma sintetizada:

$$\begin{aligned} \frac{d v_x}{d t} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{d v_y}{d t} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{d v_z}{d t} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \quad (1.1.10)$$

Si, de las ecuaciones anteriores, se multiplica la primera por  $dx$ , la segunda por  $dy$  y la tercera por  $dz$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d v_x}{d t} d x &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} d x \\ \frac{d v_y}{d t} d y &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} d y \\ \frac{d v_z}{d t} d z &= -g d z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} d z \end{aligned} \quad (1.1.11)$$

Sumando miembro a miembro las tres ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$\frac{d v_x}{d t} d x + \frac{d v_y}{d t} d y + \frac{d v_z}{d t} d z = -g d z - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} d x + \frac{\partial p}{\partial y} d y + \frac{\partial p}{\partial z} d z \right) \quad (1.1.12)$$

Por otro lado, como

$$\frac{d x}{d t} = v_x, \quad \frac{d y}{d t} = v_y, \quad \frac{d z}{d t} = v_z,$$

el primer miembro de la ecuación 1.1.12 se transforma en:

$$v_x d v_x + v_y d v_y + v_z d v_z = \frac{1}{2} d (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{1}{2} d (v^2)$$

Si se supone que el régimen del fluido en estudio es permanente, entonces  $p$  no es función de  $t$ , y su diferencial total será entonces:

$$d p = \frac{\partial p}{\partial x} d x + \frac{\partial p}{\partial y} d y + \frac{\partial p}{\partial z} d z$$

con lo cual la ecuación 1.1.12 se transforma en:

$$\frac{d p}{\rho} + g d z + \frac{d (v^2)}{2} = 0$$

Integrando esta última ecuación, entre dos puntos cualesquiera 1 y 2, situados en una misma línea de corriente, que en régimen permanente coincide con la trayectoria del movimiento y estableciendo la hipótesis de un fluido incompresible ( $\rho = C$ ), se tiene que:

$$\frac{p_1}{\rho} + g z_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + \frac{v_2^2}{2} \quad (1.1.13)$$

Que establece que la suma  $\frac{p}{\rho} + g z + \frac{v^2}{2}$  es constante a lo largo de una misma línea de corriente, ya que los puntos 1 y 2 son dos puntos cualesquiera de esa línea, o sea:

$$\frac{p}{\rho} + g z + \frac{v^2}{2} = C \quad (1.1.14)$$

Las unidades de las ecuaciones 1.1.13 y 1.1.14, en el Sistema Internacional de Unidades (SI), son las correspondientes a la energía específica.

$$\text{Ecuación de dimensiones } [e] = \left[ \frac{E}{M} \right] = [L]^2 [T]^{-2}, SI$$

$$\text{Unidad } 1 e = 1 \frac{m^2}{s^2} = 1 \frac{J}{kg}, SI$$

Dividiendo los dos miembros de la ecuación 1.1.14 por g:

$$\frac{p}{\rho g} + z + \frac{v^2}{2g} = C \quad (1.1.15)$$

o bien

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} = C \quad (1.1.16)$$

Las unidades de las ecuaciones 1.1.15 y 1.1.16 son las correspondientes a la carga en el SI, es decir:

$$\text{Unidad } 1 e = 1 m, SI$$

Las ecuaciones 1.1.13 y 1.1.16 son expresiones diversas de la ecuación de Bernoulli para una vena líquida que, según las hipótesis establecidas en su deducción, sólo son válidas para el fluido ideal e incompresible que se mueve en régimen permanente.

Es importante señalar que los términos de las ecuaciones 1.1.13 y 1.1.14 representan energías específicas y los de las ecuaciones 1.1.15 y 1.1.16 cargas equivalentes.

### 1.1.2.2 Ecuación de la energía para el fluido real

En un fluido real la viscosidad origina una fricción tanto del fluido con su contorno, como de las partículas del fluido entre sí. La fricción sólo provoca una variación del estado térmico del fluido. En el fluido real:

$$d u \neq 0$$

Donde  $u$  es la energía interna específica (si se sigue suponiendo que el fluido se comporta como incompresible  $\rho dv = 0$ ) y  $dQ \neq 0$ , con aumento de temperatura del fluido y/o del medio exterior. Esta fricción en la mecánica de fluidos incompresible no es aprovechable y sólo en este sentido se llamará energía perdida, o bien expresada como, carga perdida  $H_r$ .

Por otro lado, se establecerá que la energía en el punto 1 ( o suma de la energía de posición, de presión y cinética en el punto 1 ) menos la energía perdida entre los puntos 1 y 2 por fricción es igual a la energía en el punto 2, o sea:

### ECUACIÓN DE LA ENERGÍA CON PÉRDIDAS

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + \frac{v_1^2}{2} - y_{r1-2} = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + \frac{v_2^2}{2}$$

o bien expresada en cargas:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} - H_{r1-2} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} \quad (1.1.17)$$

donde:

- $\frac{p}{\rho g}$  es la carga de presión (o energía de presión), la cual es la energía correspondiente al trabajo mecánico efectuado por las fuerzas debido a la presión
- $\frac{v^2}{2g}$  es la carga de velocidad, dicho de otra forma, es la energía cinética de toda la vena líquida,
- $z$  es la carga de posición (o energía de posición, también conocida como energía potencial geodésica), la cual es igual al trabajo que la fuerza de la gravedad puede ejercer cuando varía su altura ( $z$ ), y
- $H_r$  representa la pérdida de carga, dicho de otra forma, es la transformación de la energía en otro tipo de energía (calorífica)

#### 1.1.3 Ecuación del impulso y de la cantidad de movimiento

La ecuación de la cantidad de movimiento en un volumen de control se deriva de la segunda ley de Newton. Se conoce como la cantidad de movimiento de un elemento de masa  $M$  al producto de ésta por su velocidad.

La suma vectorial de todas las fuerzas  $F$  que actúan sobre una masa de fluido es igual a la rapidez del cambio de vector lineal cantidad de movimiento de la masa de fluido, es decir:

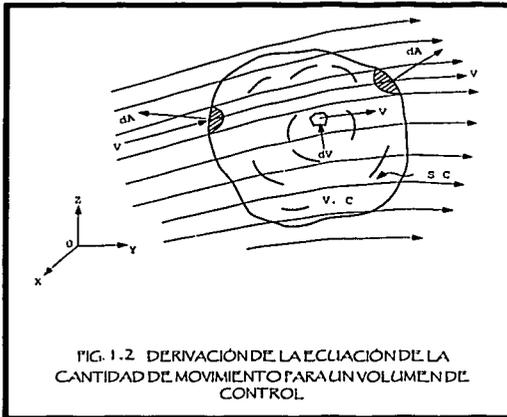
$$F = d \left( M \cdot v \right) / dt \quad (1.1.18)$$

Las fuerzas externas son de dos tipos:

- a) Fuerzas de superficie que actúan sobre la masa del fluido y, a su vez, pueden ser:
- Fuerzas  $F_p$ , normales a la frontera de la masa, que se pueden evaluar en términos de las intensidades de presión sobre la misma.
  - Fuerzas  $F_T$ , tangenciales a la frontera de la masa, que se pueden medir en términos del esfuerzo tangencial sobre la misma.

b) Fuerzas de cuerpo  $F_c$ , generalmente las de peso propio.

La masa que fluye en la unidad de tiempo, a través de un elemento de superficie  $dA$ , de la que encierra al volumen de control figura 1.2 es  $\rho V$ ,  $dA$ .



La variación en el tiempo, de la cantidad de movimiento a través del elemento  $dA$ , será:  
 $\rho v = (v dt)$

En cualquier instante la masa de un elemento diferencial es  $\rho dv$ , donde la densidad del elemento depende del instante que se considere y de la posición del mismo dentro del volumen de control. La cantidad de movimiento de dicho elemento será entonces:  $v \rho dv$ .

El cambio total de la cantidad de movimiento en el tiempo, en todo el volumen de control, será:

$$d \frac{(M v)}{dt} = \iint_c \rho v (v dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_c v \rho dv \quad (1.1.19)$$

La ecuación anterior aplicada al volumen de fluido de la figura 1.2, fijo respecto de un marco de referencia, conduce a que

$$F_p + F_T + F_c = \iint_c \rho v (v dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_c v \rho dv \quad (1.1.20)$$

o sea, la ecuación de la cantidad de movimiento para un volumen de control fijo.

Si en esta ecuación se considera que el flujo ocurre únicamente a través de porciones de la superficie  $SC$ , siendo los vectores velocidad aproximadamente normales a la sección ( con valores medios para  $v$  y  $\rho$  ), la primera integral de la ecuación 1.1.20 para cada porción de la  $SC$ , es de la

$$\text{forma: } \iint_A v \rho v dA = \iint_A \rho V Q \left[ \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 dA \right] = \rho V Q \beta$$

Donde  $\beta$  es el coeficiente de Boussinesq para corregir el efecto de considerar una velocidad media en lugar de la verdadera distribución de velocidades sobre la porción del área. De este modo, la ecuación 1.1.20 resulta así:

$$F_p + F_r + F_c = \sum (\rho Q \beta V) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_C v \rho dV \quad (1.1.21)$$

Llamada ecuación de la cantidad de movimiento, y es la más general que puede obtenerse para un volumen de control fijo. El término  $\sum (\rho Q \beta V)$  corresponde a la suma de cantidades de movimiento de total de partes de área en que se ha dividido la superficie de control. La última integral representa la variación que en el tiempo experimenta la cantidad de movimiento de la masa contenida en el volumen de control. Si el flujo fuese unidimensional la integral de la ecuación 1.1.21 se podría calcular de la forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_C v \rho dV = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_C v \rho dA ds = \frac{\partial}{\partial t} \int \rho ds \iint_A v dA = \frac{\partial}{\partial t} \int \rho Q ds$$

y la ecuación 1.1.21 para el flujo unidimensional sería:

$$F_p + F_r + F_c = \sum (\rho Q \beta V) + \frac{\partial}{\partial t} \int \rho Q ds \quad (1.1.22)$$

Si el flujo es permanente la integral de las ecuaciones 1.1.21 y 1.1.22 vale cero. Si además de permanente es incompresible,  $\rho$  es constante y la ecuación 1.1.22 queda de la forma:

$$F_p + F_r + F_c = \rho \sum (Q \beta V) \quad (1.1.23)$$

Ecuación vectorial que, obviamente, se puede escribir a través de sus componentes:

$$F_{p_x} + F_{r_x} + F_{c_x} = \rho \sum (Q \beta V_x) \quad (1.1.23 a)$$

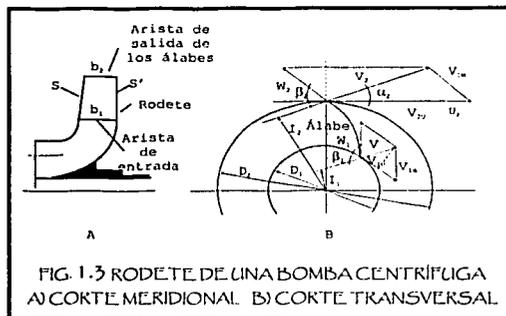
$$F_{p_y} + F_{r_y} + F_{c_y} = \rho \sum (Q \beta V_y) \quad (1.1.23 b)$$

$$F_{p_z} + F_{r_z} + F_{c_z} = \rho \sum (Q \beta V_z) \quad (1.1.23 c)$$

## 1.2 ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LAS TURBOMÁQUINAS O ECUACIÓN DE EULER

### 1.2.1 Primera forma de la ecuación de Euler

La ecuación de Euler es la ecuación fundamental para el estudio de las turbomáquinas hidráulicas, misma que expresa la energía intercambiada en el rodete de estas máquinas. La deducción de la ecuación de Euler se basa en la figura 1.3, en la cual se ilustran los dos planos de representación de una turbomáquina ( bomba ), los cuales son el plano o corte meridional y el plano o corte transversal.



En la figura 1.3 a se presenta el corte por un plano que contiene el eje de la máquina, que se llama corte meridional, porque en él se representan las superficies de revolución de la máquina, como son las superficies anterior y posterior del rodete (  $s$  y  $s'$  ). También se observan las aristas de entrada y salida de los álabes, los cuales, en el caso de la turbina, absorben energía del fluido. Estas aristas de entrada y salida, en el caso de las bombas, son paralelas al eje de la máquina.

En la figura 1.3 b se ilustra el corte transversal por un plano perpendicular al eje. En la figura se observa el álabe del rodete en su verdadera forma, el cual es una superficie cilíndrica con generatrices paralelas al eje de la máquina.

#### 1.2.1.1 Deducción de la ecuación de Euler

Esta deducción se hará con relación a la figura anterior, siendo aplicable el razonamiento correspondiente para la totalidad de las turbomáquinas.

Suponiendo que la bomba funciona en régimen permanente y que al girar crea una depresión en el rodete penetrando el fluido en el interior de la bomba. Sea  $c_1$  la velocidad absoluta de la partícula del fluido a la entrada de un álabe. El rodete accionado por el motor de una bomba gira a

una velocidad  $n$ , en r.p.m. En el punto 1 el rodete tiene una velocidad periférica  $u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60}$ .

Con relación al álabe el fluido se mueve con una velocidad  $w_1$ , llamada velocidad relativa a la entrada. Las tres velocidades  $c_1$ ,  $u_1$  y  $w_1$  están relacionadas según la mecánica del movimiento relativo, por la ecuación vectorial:

$$w_1 = v_1 - u_1 \quad (1.2.1)$$

Suponemos que el álabe (o su tangente) tiene la dirección del vector  $\bar{w}_1$ , con lo que la partícula entra sin choque en el álabe. La partícula guiada por el álabe sale del rodete con una velocidad relativa a la salida  $w_2$ , que será tangente al álabe en el punto 2, en el cual el álabe tiene una velocidad periférica  $u_2$ . La misma composición de velocidades de la ecuación 1.2.1 nos proporciona la velocidad absoluta a la salida,  $v_2$ ,

$$v_2 = w_2 + u_2 \quad (1.2.2)$$

La partícula de fluido ha sufrido, en su paso por el rodete un cambio de velocidad de  $v_1$  a  $v_2$ , a partir del teorema de la cantidad de movimiento se deduce el teorema del momento cinético o del momento de la cantidad de movimiento. Si se aplica la ecuación general de la cantidad de movimiento a la vena líquida al que pertenece la partícula de fluido considerada, se tiene:

$$dF = dQ \rho (v_2 - v_1) \quad (1.2.3)$$

Tomando momentos en la ecuación anterior con respecto al eje de la máquina, se tiene que:

$$dM = dQ \rho (l_2 v_2 - l_1 v_1) \quad (1.2.4)$$

que es el teorema del momento cinético.

donde:

$dM$  momento resultante con relación al eje de la máquina de todas las fuerzas que el rodete ha ejercido sobre las partículas que integran la vena líquida considerado para hacerle variar su momento cinético,

$dQ$  gasto de la vena;

$l_2, l_1$  brazos del momento de los vectores  $v_2$  y  $v_1$  respectivamente.

Si ahora se supone que todas las partículas de fluido que entran en el rodete a un diámetro  $D_1$  con la misma velocidad  $v_1$ , y salen a un diámetro  $D_2$  con la misma velocidad  $v_2$ . Esto equivale a suponer que todos los filamentos de corriente sufren la misma desviación, lo cual a su vez implica que el número de álabes es infinito para que el rodete guíe al fluido perfectamente. Aplicando la hipótesis anterior, conocida como teoría del número infinito de álabes, al hacer la integral de la ecuación anterior el paréntesis del segundo miembro será constante, obteniéndose:

$$M = Q \rho (l_2 v_2 - l_1 v_1)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

donde

M momento total comunicado al fluido o momento hidráulico;  
Q gasto total de la bomba;

Por otra parte, de la figura 1.3, se deduce que  $l_1 = r_1 \cos \alpha_1$ ,  $l_2 = r_2 \cos \alpha_2$

Entonces

$$M = Q \rho (r_2 v_2 \cos \alpha_2 - r_1 v_1 \cos \alpha_1) \quad (1.2.5)$$

Este momento multiplicado por  $\omega$  será igual a la potencia que el rodete comunica al fluido. Por lo que

$$P_u = M \omega = Q \rho (r_2 v_2 \cos \alpha_2 - r_1 v_1 \cos \alpha_1), \text{ en } W \quad (1.2.6)$$

donde la velocidad angular del rodete es  $\omega = \frac{2 \pi n}{60}$  en rad /s.

Por otra parte, si llamamos  $Y_u$  a la energía específica intercambiada entre el rodete y el fluido, en este caso la energía específica que el rodete de la bomba comunica al fluido, y  $G$  al gasto másico que atraviesa el rodete, se tendrá en el Sistema Internacional de Unidades:

$$P_u (W) = G \left( \frac{kg}{s} \right) Y_u \left( \frac{J}{kg} \right) = Q \left( \frac{m^3}{s} \right) \rho \left( \frac{kg}{m^3} \right) g \left( \frac{m}{s^2} \right) H_u (m) \quad (1.2.7)$$

donde

$H_u$  es la carga equivalente a la energía intercambiada en el fluido:

$$Y_u \left( \frac{J}{kg} \right) = H_u \left( \frac{m^2}{s^2} \right) = H_u (m) g \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

Igualando las dos expresiones de la potencia de las ecuaciones 1.2.6 y 1.2.7 se tiene:

$$Q \rho Y_u = Q \rho \omega (r_2 v_2 \cos \alpha_2 - r_1 v_1 \cos \alpha_1) \quad (1.2.8)$$

Pero  $r_1 \omega = u_1$        $r_2 \omega = u_2$   
 $v_1 \cos \alpha_1 = v_{1u}$        $v_2 \cos \alpha_2 = v_{2u}$

donde

$V_{1u}$ ,  $V_{2u}$  son las proyecciones de  $v_1$  y  $v_2$  sobre  $u_1$  y  $u_2$ , o componentes periféricas de las velocidades absolutas a la entrada y a la salida de los álabes.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Sustituyendo estos valores en la ecuación 1.2.8, y simplificando, se obtiene la *ecuación de Euler*:

$$Y_u = u_2 v_{2u} - u_1 v_{1u} \quad (1.2.9)$$

(Ecuación de Euler: bombas, ventiladores y turbocompresores)

Las bombas, ventiladores y compresores son máquinas generadoras: el rodete imparte energía al fluido. La ecuación 1.2.5 expresa el momento comunicado al fluido y la ecuación 1.2.6 la potencia comunicada al fluido, y por lo tanto el valor de  $Y_u$  en la ecuación 1.2.9 es la energía específica comunicada al fluido, que se expresa en J / kg o equivalente en  $m^2 / s^2$  en el Sistema Internacional de Unidades.

Sin embargo en el rodete existen dos pares iguales y en sentido contrario: el par comunicado al fluido y el par de reacción que el fluido ejerce sobre el rodete. Las turbinas hidráulicas, turbinas de vapor y turbinas de gas son máquinas motoras: el fluido imparte energía al rodete. Por eso al tratar de deducir la ecuación de Euler para máquinas motoras se procedería análogamente; pero escribiendo el momento que el fluido ejerce sobre el rodete, con lo que el segundo miembro de la ecuación 1.2.5 tendría los signos cambiados y lo mismo los segundos miembros de las ecuaciones 1.2.6 y 1.2.9.

$Y_u$  ya no será la energía que da la máquina al fluido, sino la que absorbe la máquina.

$$Y_u = u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u} \quad (1.2.9 A)$$

(Ecuación de Euler: turbinas hidráulicas, turbinas de vapor y turbinas de gas.)

En ambos casos  $Y_u$  será la energía específica intercambiada entre el rodete y el fluido. Por tanto, para todas las turbomáquinas hidráulicas y térmicas, tanto motoras como generadoras, se tendrá:

$$Y_u = \pm (u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}) \quad (1.2.10)$$

Primera forma de la Ecuación de Euler (**Expresión energética**): *bombas, ventiladores y turbocompresores, turbinas hidráulicas, turbinas de vapor y turbinas de gas: signo + máquinas motoras y signo - máquinas generadoras; unidades  $\frac{m^2}{s^2}$ , en el Sistema Internacional de Unidades.*

En las turbinas hidráulicas se prefiere emplear la ecuación de Euler en forma de carga debido principalmente a que es una variable de gran significado físico: carga bruta de un salto de agua, carga neta de una turbina hidráulica, carga de elevación de una bomba, etc. De la variable  $Y$  se pasa a la variable  $H$  por la ecuación:

$$Y \left( \frac{m^2}{s^2} \right) = g \left( \frac{m}{s^2} \right) H (m) \quad (1.2.11)$$

Por tanto, dividiendo los términos de la ecuación 1.2.10 por  $g$  se tiene:

$$H_u = \pm \frac{u_1 v_{1u} - u_2 v_{2u}}{g} \quad (1.2.12)$$

Primera forma de la Ecuación de Euler (**Expresión en carga**)

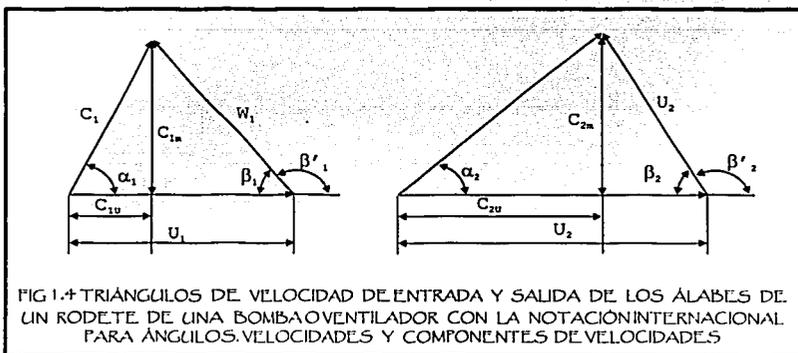
*bombas, ventiladores y turbocompresores, turbinas hidráulicas, turbinas de vapor y turbinas de gas: signo + máquinas motoras y signo - máquinas generadoras; unidades m, en el Sistema Internacional de Unidades.*

### Notas a la ecuación de Euler

1. La ecuación de Euler es la ecuación fundamental de las turbomáquinas
2. La carga  $H_u$  de la ecuación 1.1.12 en las turbomáquinas hidráulicas se conoce también como carga hidráulica.
3. En la figura 1.3, empleada para deducir la ecuación de Euler, tanto el vector  $v_1$  como el  $v_2$  se encuentran en el plano del dibujo transversal. En general, en una turbomáquina la velocidad en cada punto puede tener tres componentes, según los ejes  $r$ ,  $u$  y  $a$ , que tienen la dirección del radio en dicho punto, la tangente y el eje de la máquina.
4.  $Y_u$  representan respectivamente las variables ( $H_u$ ):  
En las bombas, ventiladores y compresores: la energía (carga) teórica comunicada al fluido.  
En turbinas hidráulicas, de vapor y de gas: la energía (carga) útil aprovechada por el rodete.

### 1.2.2 Triángulos de velocidades: notación universal

Las ecuaciones vectoriales 1.2.1 y 1.2.2,  $v_1 = \bar{u}_1 + \bar{w}_1$ ,  $v_2 = \bar{u}_2 + \bar{w}_2$  se representan mediante dos triángulos, que se llaman triángulo de entrada y triángulo de salida, respectivamente:



En estos triángulos se utiliza la figura 1.4, la notación que se conoce como internacional por ser la más utilizada en casi todos los países. En dichos triángulos:

- $u_1$  velocidad absoluta del álabe a la entrada o velocidad periférica a la entrada;
- $v_1$  velocidad absoluta del fluido a la entrada;
- $w_1$  velocidad relativa a la entrada (del fluido con respecto al álabe);
- $v_{1m}$  componente meridional de la velocidad absoluta del fluido a la entrada;
- $\alpha_1$  ángulo que forman las dos velocidades  $c_1$  y  $u_1$ ;
- $\beta_1$  ángulo que forma  $w_1$  con  $(-u_1)$ . Nótese que el ángulo que forma  $w_1$  con  $+u_1$  es el suplementario de  $\beta_1$ , y lo mismo en el triángulo de salida, sustituyendo el subíndice 1 por el 2.

### 1.2.3 Segunda forma de la ecuación de Euler

Del triángulo de entrada se deduce trigonómicamente que

$$w_1^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2u_1 v_1 \cos \alpha_1 = u_1^2 + v_1^2 - 2u_1 v_{1m}$$

$$u_1 v_{1m} = \frac{1}{2}(u_1^2 + v_1^2 - w_1^2) \quad (1.2.13)$$

También del triángulo de salida se deduce que

$$u_2 v_{2u} = \frac{1}{2}(u_2^2 + v_2^2 - w_2^2) \quad (1.2.14)$$

Sustituyendo en la ecuación de Euler 1.2.10 los valores de  $u_1 v_{1u}$  y  $u_2 v_{2u}$  de las ecuaciones 1.2.13 y 1.2.14 y ordenando los términos se obtiene:

$$Y_u = \pm \left( \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \right) \quad (1.2.15)$$

Segunda forma de la Ecuación de Euler (**Expresión energética**)

*Signo +: máquinas motoras; turbinas hidráulicas, turbinas de vapor y turbinas de gas.*

*Signo -: máquinas generadoras; bombas, ventiladores y compresores; unidades  $\frac{m^2}{s^2}$ , en el Sistema Internacional de Unidades.*

Si ahora se divide por  $g$  ambos miembros de la ecuación 1.2.15 se tiene:

$$H_u = \pm \left( \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right)$$

Segunda forma de la Ecuación de Euler (**Expresión en carga**)

*Signo +: máquinas motoras; turbinas hidráulicas, turbinas de vapor y turbinas de gas.*

*Signo -: máquinas generadoras; bombas, ventiladores y compresores; unidades  $m$ , en el Sistema Internacional de Unidades.*

Si se escribe la ecuación de Bernoulli entre la entrada y la salida del rodetes, puntos 1 y 2, sin considerar las pérdidas en el mismo, se tiene que:

$$H_u = \pm \left( \frac{p_1 - p_2}{2g} + z_1 - z_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right) \quad (1.2.16)$$

Según la ecuación de Euler, se tiene que:  $H_u = \pm \left( \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right)$

Igualando las dos expresiones anteriores de  $H_u$ , se tiene:  $H_u = \pm \left( \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right)$

El término  $\pm \left( \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right)$  es evidentemente la carga dinámica que da el fluido al rodetes (turbinas hidráulicas) o el rodetes al fluido (bombas y ventiladores). Por lo tanto, los dos primeros términos del segundo miembro de 1.2.16 serán la carga de presión del rodetes, es decir:

$$H_r = \pm \left( \frac{p_1^2 - p_2^2}{\rho g} \right) = \pm \left( \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \right) \quad (1.2.17)$$

Carga de presión del rodetes; signo +: turbinas, signo -: bombas

$$H_d = \pm \left( \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} \right) \quad (1.2.18)$$

Carga dinámica del rodetes; signo +: turbinas, signo -: bombas



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## CAPÍTULO 2: CURVAS CARACTERÍSTICAS DE OPERACIÓN DE UNA BOMBA

### 2.1 ANTECEDENTES

Estas curvas son la representación gráfica de las variables hidráulicas, mecánicas y geométricas relacionadas con la selección, diseño y operación de la bomba. La curva más común es la de gastos contra carga ( $Q, H_b$ ), y su representación es en dos distintas formas, cuando la velocidad angular de la bomba permanece constante o cuando el diámetro del impulsor es constante.

### 2.2 MÁQUINAS HIDRÁULICAS

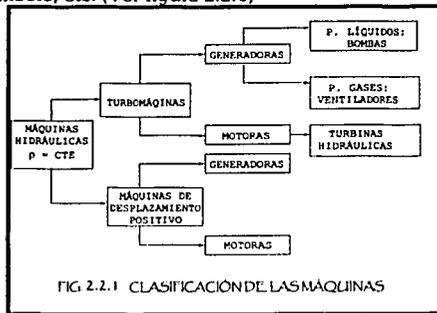
#### 2.2.1 Clasificación de las máquinas hidráulicas

Es conveniente mencionar el hecho de que el nombre o distintivo de máquina hidráulica no es apropiado ya que, en ocasiones, permite caer en ciertas incongruencias al momento de definir a una máquina determinada puesto que, aunque etimológicamente máquina hidráulica es una máquina de fluido en el cual el fluido es el agua y sin embargo, por ejemplo, la turbina de vapor funciona con agua y no es una máquina hidráulica, sino una máquina térmica.

Así tenemos que, a pesar de que un ventilador no bombea agua, sino aire, el ventilador es una máquina hidráulica. Las bombas que bombean líquidos distintos del agua también son máquinas hidráulicas, además, aunque el líquido bombeado esté caliente la máquina no es una máquina térmica, sino que seguirá siendo hidráulica.

De acuerdo con lo anterior, el nombre de máquina hidráulica no es apropiado, sin embargo, a pesar de todo ello, la clasificación misma de las máquinas de fluido en máquinas hidráulicas y térmicas es rigurosa y científica.

Para clasificar las máquinas hidráulicas se atiende al elemento principal de la máquina, o sea, el órgano que intercambia energía mecánica en energía de fluido o viceversa, este órgano según los casos se llama rodete, émbolo, etc. (Ver figura 2.2.1)



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 2.2.2 Definición de bomba

La palabra "máquina" deriva de la griega MACHANE y su asociada latina MACHINA. Ambas quieren decir, más o menos, "cualquier proyecto ingenioso o invención".

El diccionario Webster's New International dice que una máquina es "cualquier artificio compuesto de dos o más partes, resistentes y relacionadas que, por cierto intermovimiento predeterminado, pueda servir para transmitir y modificar la fuerza y el movimiento con la finalidad de producir un efecto dado o hacer una clase de trabajo deseado". Es una definición excelente, pero especializada, con una predisposición hacia la ingeniería mecánica. Puede, sin duda alguna, ensancharse para que cubra todos los ingenios electrónicos y mecánicos que amplían la fuerza humana.

Existen otras definiciones de máquina, siendo las más usuales dentro del campo ingenieril, las siguientes:

- Una máquina es un dispositivo que produce movimiento. En general se busca que la máquina haga girar un eje o flecha, de manera que ésta accione algún dispositivo cuya utilización nos interese.
- Una máquina es un transformador de energía, ya que absorbe energía de un tipo y la restituye con otra de diferente clase.
- Un equipo de bombeo es un transformador de energía, recibe energía mecánica, que puede proceder de un motor eléctrico, térmico, etc., y la convierte en energía que un fluido adquiere en forma de presión, de posición o de velocidad.
- Máquina hidráulica es aquella en que el fluido que intercambia su energía no varía sensiblemente de densidad en su paso a través de la máquina, por lo cual en el diseño y estudio de la misma se hace la hipótesis de que  $\rho = \text{cte.}$

### 2.2.3 Clasificación de las bombas

Siendo tan variados los tipos de bombas que existen, es muy conveniente hacer una adecuada clasificación. La que se considera más completa, es la del Hydraulic Institute. El mencionado Instituto tiene como miembros a más de cincuenta compañías fabricantes de equipos de bombeo en el mundo entero y se ha preocupado por mantener al día los llamados standards.

De acuerdo con el Hydraulic Institute, todas las bombas pueden clasificarse en dos grupos básicos, las de energía cinética y las de desplazamiento positivo. En la figura 2.2.2 se indican las bombas correspondientes a cada grupo. Como puede verse, las bombas centrífugas, que son las de uso más extendido, están clasificadas como bombas de energía cinética. Los tres tipos de bombas centrífugas son las de flujo radial, flujo mixto y flujo axial. Las bombas de tornillo, cuyo uso se está haciendo cada vez más popular, se clasifican como bombas de desplazamiento positivo.

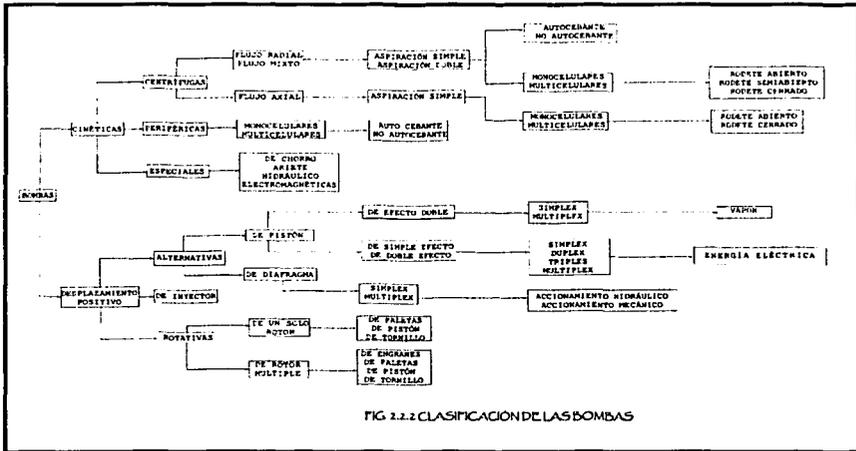


FIG. 2.2.2 CLASIFICACIÓN DE LAS BOMBAS

La clasificación anterior, nos permite apreciar la gran diversidad de tipos que existen y si a ello agregamos materiales de construcción, tamaños diferentes para manejo de gastos y presiones sumamente variables y los diferentes líquidos a manejar etc., entenderemos la importancia de este tipo de maquinaria.

### 2.2.4 Características generales

Las bombas de desplazamiento positivo reciprocantes son aplicables a:

- Gastos pequeños.
- Presiones altas.
- Líquidos limpios.

Las de desplazamiento positivo rotatorias para:

- Gastos pequeños y medianos.
- Presiones altas.
- Líquidos viscosos.

Las bombas dinámicas del tipo centrífugo:

- Gastos grandes.
- Presiones reducidas o medianas.
- Líquidos de todos tipos, excepto viscosos.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Las bombas reciprocantes se usaron mucho y su sustitución por las centrífugas ha corrido al parejo de la sustitución del vapor por energía eléctrica. Los progresos en los motores eléctricos han propiciado el desarrollo de bombas centrífugas, mucho más ligeras y baratas.

En un principio las bombas centrífugas tenían la desventaja de su baja eficiencia; sin embargo, las mejoras obtenidas a base de investigaciones continuas, las ha puesto siempre a la cabeza en el aspecto competitivo. Tienen a favor las condiciones de descarga constante, a una presión dada y además no presentan problemas de válvulas que son tan comunes en las reciprocantes.

Actualmente las bombas centrífugas también cubren el campo de las altas presiones, que se logran mediante las bombas de varios pasos accionadas a altas velocidades.

En cuanto a capacidades, las bombas centrífugas se han construido para gastos que van desde un galón por minuto a más de un millón de galones por minuto. Las gigantescas bombas usadas en las presas de almacenamiento europeas y americanas requieren motores que, en algunos casos, exceden los 100 000 hp.

### 2.2.5 Bombas centrífugas

Las bombas centrífugas se clasifican de forma general en bombas de flujo radial, mixto y axial.

Características de las bombas.

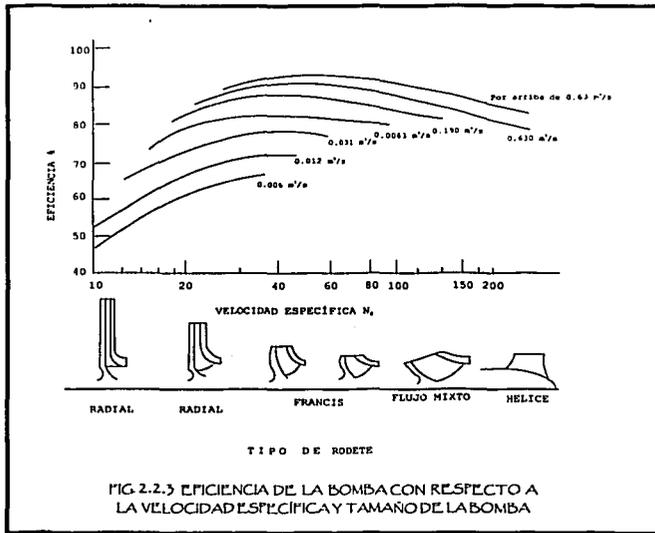
Una bomba centrífuga consta de dos elementos principales: un elemento rotativo denominado rodete, el cual fuerza al líquido a seguir un movimiento rotativo, y la carcaza o cuerpo de la bomba, el cual tiene por objeto dirigir al líquido hacia el rodete y hacia la salida.

Al girar el rodete, el líquido sale del mismo con presiones y velocidades superiores a las que tenía a su entrada. La velocidad de salida del fluido se convierte parcialmente en presión antes de abandonar la bomba por la boquilla de descarga.

La conversión de la velocidad en presión tiene lugar dentro de la carcaza, la cual puede ser de dos tipos, de voluta o de difusión. En una bomba de flujo radial el líquido entra axialmente en el rodete a través de la boquilla de aspiración y es descargado radialmente hacia la carcaza.

En las bombas de flujo mixto, el líquido entra axialmente en el rodete y es descargado en una dirección intermedia entre la radial y la axial. En una bomba de flujo axial, el líquido entra y sale del rodete axialmente. A menudo, las bombas centrífugas se clasifican de acuerdo con un valor conocido como *velocidad específica*, el cual varía según la forma del rodete. En la figura 2.2.3 se muestran los valores típicos de la velocidad específica correspondientes a diversos tipos de bombas centrífugas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



### 2.2.5.1 Bombas de flujo radial

Los rotores utilizados en las bombas de flujo radial se clasifican en rotores de succión simple o doble. También pueden clasificarse de acuerdo a la forma y tamaño de sus canales, los cuales pueden ser rectos o de doble curvatura, tal como el rodetes tipo Francis. Las bombas de flujo radial, incluyendo a las de rodetes tipo Francis, tienen velocidades específicas variables entre 10 y 80. figura 2.2.3

### 2.2.5.2 Bombas de flujo mixto

Los rodetes empleados en las bombas de flujo mixto pueden instalarse en carcazas tipo voluta, en cuyo caso se denominan *bombas de voluta de flujo mixto* o en carcazas de difusión similares a las de las bombas de hélice, designándose *bombas de hélice de flujo mixto*. Los rodetes tipo Francis y los de flujo mixto pueden emplearse para carcazas del mismo diseño, los rodetes tipo Francis se construyen para alturas superiores a 30 m.

La velocidad específica de las bombas de flujo mixto varía entre 80 y 200, aproximadamente. A medida que la velocidad específica aumente de 80 a 120 y a 200, las características de la bomba de flujo mixto se aproximan a las de una bomba de flujo axial.

### 2.2.5.3 Bombas de flujo axial

Las bombas de flujo axial tienen un rotor dotado de varios álabes dispuestos en hélice situado en una carcasa que incluye unos canales guía fijos antes y después de la hélice. Estas bombas tienen velocidades específicas superiores a 200. La acción de la bomba es similar a la de una hélice de barco.

### 2.2.5.4 Bombas de tornillo

La bomba de tornillo, clasificada como bomba de desplazamiento positivo, es probablemente la más antigua del mundo, aunque sólo recientemente ha recibido una aceptación generalizada figura 2.2.5.4.

Las bombas de tornillo se encuentran desde tamaños de 0.3 a 3 m de diámetro exterior y gastos desde 0.01 a 3.2 m<sup>3</sup>/s, aunque algunos fabricantes suministran tamaños superiores.

El ángulo de inclinación está normalizado en 30° o 38°. Una bomba instalada a 30° tiene mayor capacidad que si se instala a 38°, aunque ocupa más espacio. La carga total de bombeo está limitada a unos 9 m.

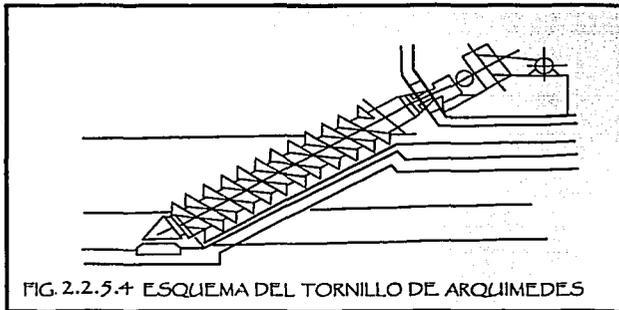


FIG. 2.2.5.4 ESQUEMA DEL TORNILLO DE ARQUIMEDES

## 2.3 CURVAS CARACTERÍSTICAS DE UNA BOMBA

La carga a la que la bomba puede impulsar los diversos gastos a velocidad de funcionamiento constante se establece en los ensayos de bombeo que realizan los fabricantes. Los fabricantes de las bombas suministran la información relativa al comportamiento de sus bombas en forma de unas curvas características o curvas de la bomba. En la mayoría de las curvas características se representa gráficamente la carga total  $H_b$ , en metros, la eficiencia  $\eta$  en tanto por ciento y la potencia absorbida  $P$  en kilowatts en las ordenadas y el gasto  $Q$  en metros cúbicos por segundo en la abscisa. La forma general de estas curvas varían con la velocidad específica. La carga total de la bomba es la diferencia entre las energías existentes en los conductos de impulsión y aspiración de la bomba según la ecuación de Bernoulli.

$$H_b = \frac{P_d}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g} + z_d - \left( \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + z_s \right) \quad (2.3.1)$$

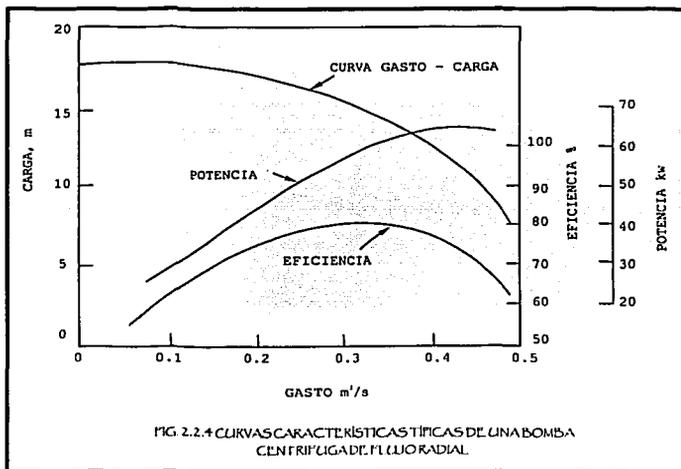
donde:

- $H_b$  carga de bombeo total, en m.
- $P_d$  presión manométrica en la descarga, en  $\text{kg/m}^2$ ;
- $P_s$  presión manométrica medida en la succión, en  $\text{kg/m}^2$ ;
- $V_d$  velocidad en el conducto de descarga, en m/s;
- $V_s$  velocidad en el conducto de succión, en m/s;
- $g$  aceleración de la gravedad, en  $\text{m/s}^2$ ;
- $z_d$  cota del manómetro de descarga, en m;
- $z_s$  cota del manómetro de succión, en m.

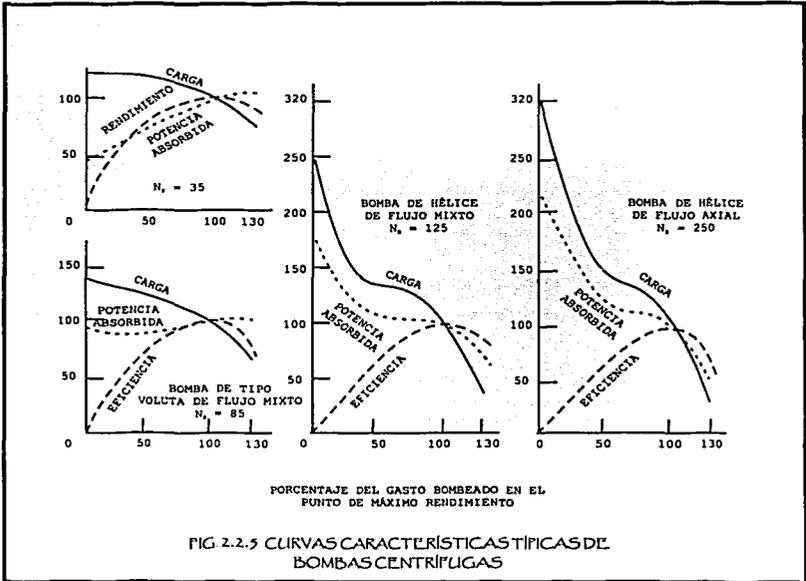
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Las pérdidas de carga que se producen dentro de la bomba están incorporadas en el término de la carga de bombeo total de la ecuación 2.3.1

En el curso del ensayo se varía el gasto de bombeo actuando sobre una válvula dispuesta en la descarga de la bomba y se mide la altura correspondiente. Los resultados del ensayo se representan gráficamente dando lugar a una curva de carga - gasto para la velocidad de giro empleada (figura 2.2.4.). Al mismo tiempo, se miden la eficiencia y la potencia absorbida y los valores resultantes se representan sobre el mismo diagrama. El conjunto de estas curvas se denominan curvas características de la bomba.



Las curvas características para bombas centrífugas típicas de flujo, radial, de voluta de flujo mixto, de hélice de flujo mixto y de flujo axial se muestran en la figura 2.2.5.



### 2.3.1 Eficiencia y potencia absorbida

La eficiencia de una bomba se mide en base al gasto que descarga contra una carga dada y con una eficiencia determinada. El gasto de la bomba es función del diseño de proyecto. La información sobre el diseño de la bomba viene suministrada por medio de una serie de curvas características.

La eficiencia de la bomba  $\eta_i$  es el cociente entre la potencia útil y la absorbida por la bomba y viene dado por:

$$\eta_i = \frac{\text{potencia útil}}{P_i} = \gamma \frac{Q H_b}{P_i} \quad (2.3.2)$$

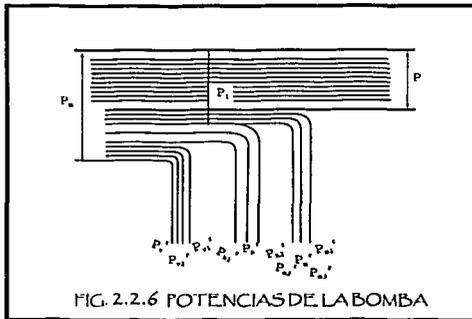
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

donde:

- $\eta$ , eficiencia de la bomba, adimensional;  
 $P_i$ , potencia absorbida, en kg-m/s;  
 $\gamma$ , peso específico del agua, en kg/m<sup>3</sup>;  
 $Q$ , gasto, en m<sup>3</sup>/s;  
 $H_b$ , carga de bombeo total, en m.

TESIS  
 FALLA DE ORIGEN

Las eficiencias de las bombas suelen variar dentro de un intervalo comprendido entre un 60 y un 85 por ciento. Las pérdidas de energía en el interior de una bomba pueden clasificarse como volumétricas, mecánicas e hidráulicas. Las pérdidas volumétricas tienen lugar por la existencia de pequeñas separaciones que existen entre la carcasa y el rotor por donde pueden producirse fugas. Las pérdidas mecánicas son originadas por los empaques, cojinetes, discos internos y esfuerzos cortantes creados por el líquido. Las pérdidas por fricción y parásitas que se producen en la circulación del agua se incluyen como pérdidas hidráulicas.



En la figura 2.2.6 de potencias de se utiliza la nomenclatura siguiente:

- $P_a$  potencia de accionamiento también llamado potencia absorbida, potencia al freno ó potencia en el eje. Los cuatro nombres se utilizan en la práctica.
- $P_i$  potencia interna: potencia suministrada al rodete, igual a la potencia de accionamiento menos las pérdidas mecánicas.
- $P$  potencia útil: incremento de potencia que experimenta el fluido en la bomba.

En el mismo gráfico se representan además los equivalentes en potencia de las pérdidas siguientes:

- $P_{h1}'$  pérdidas hidráulicas;  $P_{h1}'$  pérdidas por fricción de superficie;  
 $P_{h2}'$  pérdidas por fricción de forma.

|   |   |
|---|---|
| $P_v'$ pérdidas volumétricas:   | $P_{v1}'$ pérdidas por gasto al exterior;             |
| $P_{v2}'$ pérdidas por corto circuito.  |   |
| $P_m'$ pérdidas mecánicas:  | $P_{m1}'$ pérdidas por fricción en el prensa estopas; |
| $P_{m2}'$ pérdidas por fricción en los cojinetes y accionamiento de auxiliares; | $P_{m3}'$ pérdidas por fricción de disco              |

### 2.3.1.1 Potencia de accionamiento, $P_a$

Es la potencia en el eje de la bomba o potencia mecánica que la bomba absorbe. Esta potencia según la mecánica tiene la siguiente expresión:

$$P_a = M \omega = \frac{2\pi}{60} n M \quad (2.3.3)$$

o también

$$P_a = M \omega = 0.1047 n M$$

### 2.3.1.2 Potencia interna, $P_i$

Es la potencia total transmitida al fluido, o sea la potencia de accionamiento, descontando las pérdidas mecánicas:

$$P_i = P_a - P_m'$$

Es fácil de hallar una expresión hidráulica de  $P_i$  en función de las pérdidas llamadas internas, que son las pérdidas hidráulicas y las pérdidas volumétricas. En efecto, el rodete entrega al fluido una energía específica equivalente a una carga  $H_w = H + H_{r-int}$  ecuación 2.3.4 y esta carga la entrega al gasto bombeado por el rodete, que es  $Q + q_e + q_i$ . Luego:

$$P_i = (Q + q_e + q_i) \rho g (H + H_{r-int}) \quad (2.3.5)$$

$$P_i = (Q + q_e + q_i) \rho g H_w$$

### 2.3.1.3 Potencia útil, $P$

Es la potencia de accionamiento descontando todas las pérdidas de la bomba o equivalentemente la potencia interna descontando todas y solo las pérdidas internas (hidráulicas y volumétricas).

Entonces:

$$P = P_a - P_m' - P_v' - P_h'$$

$$P = P_i - P_v' - P_h'$$

La potencia útil por otra parte será la encargada en impulsar el gasto útil  $Q$  a la carga útil  $H$ .

$$P = Q \rho g H \quad (2.3.6)$$

**2.3.1.4 Eficiencia hidráulica,  $\eta_h$** 

Toma en cuenta todas y sólo las pérdidas de carga total,  $H_{r-int}$  en la bomba. Como, según la ecuación 2.3.4,  $H = H_u - H_{r-int}$ , el valor de  $\eta_h$  es:

$$\eta_h = \frac{H}{H_u} \quad (2.3.7)$$

**2.3.1.5 Eficiencia volumétrica,  $\eta_v$** 

Toma en cuenta todas y sólo las pérdidas volumétricas, y su valor es:

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + q_s + q_l} \quad (2.3.8)$$

donde:

$Q$  gasto útil o gasto efectivo impulsado por la bomba; en  $m^3/s$ .

$Q + q_s + q_l$  es el gasto teórico o gasto bombeado por el rodete.

**2.3.1.6 Eficiencia interna de la bomba,  $\eta_i$** 

Toma en cuenta todas y sólo las pérdidas internas, o sea las hidráulicas y volumétricas y engloba ambas eficiencias hidráulica y volumétrica

$$\eta_i = \frac{P}{P_i} \quad (2.3.9)$$

Ahora bien, según la ecuación 2.3.5  $P_i = (Q + q_s + q_l) \rho g H_u = \frac{Q \rho g H}{\eta_v \eta_h}$

Y teniendo en cuenta la ecuación 2.3.6 se tendrá:  $\eta_i = \frac{P}{P_i} = \frac{Q \rho g H \eta_h \eta_v}{Q \rho g H}$

Y finalmente:

$$\eta_i = \eta_h \eta_v \quad (2.3.10)$$

**2.3.1.7 Eficiencia mecánica,  $\eta_m$** 

Tiene en cuenta todas y sólo las pérdidas mecánicas, y su valor es:

$$\eta_m = \frac{P_i}{P_o} \quad (2.3.11)$$

### 2.3.1.8 Eficiencia total, $\eta_{TOT}$

Tiene en cuenta todas las pérdidas de la bomba, y su valor es:

$$\eta_{TOT} = \frac{P}{P_a} \quad (2.3.12)$$

### 2.3.1.9 Relación entre las eficiencias

Teniendo en cuenta las ecuaciones 2.3.9, 2.3.10, 2.3.11 y 2.3.12 se tendrán:

$$\eta_{TOT} = \frac{P}{P_a} = \frac{P}{P_i} \frac{P_i}{P_a} = \eta_i \eta_m = \eta_v \eta_h \eta_m \quad (2.3.13)$$

Por tanto:

$$\eta_{TOT} = \eta_i \eta_m = \eta_h \eta_v \eta_m$$

La eficiencia total de una bomba es el producto de la eficiencia interna por la eficiencia mecánica, o también el producto de las tres eficiencias: hidráulica, volumétrica y mecánica

Es útil ahora expresar la potencia de accionamiento en función de Q y de H:

$$P_a = \frac{Q \rho g H}{\eta_i \eta_m} = \frac{Q \rho g H}{\eta_v \eta_h \eta_m} = \frac{Q \rho g H}{\eta_{TOT}} \quad (2.3.14)$$

Asimismo la potencia interna en función de las eficiencias hidráulica y volumétrica se expresa, como:

$$P_i = \frac{Q \rho g H}{\eta_v \eta_h} \quad (2.3.15)$$

## 2.3.2 VELOCIDAD ESPECÍFICA

### 2.3.2.1 Relaciones características de las bombas centrífugas

Las relaciones que se incluyen en lo que sigue se utilizan para predecir el comportamiento de las bombas centrífugas funcionando a velocidades distintas de las que se han servido para desarrollar sus curvas características.

### 2.3.2.2 Coeficiente de gasto, carga y potencia

En las bombas centrífugas se presentan condiciones de flujo similares en series de bombas geoméricamente similares. Aplicando los principios de análisis dimensional y el procedimiento propuesto por Buckingham, se pueden tener los tres grupos dimensionales independientes

siguientes para describir el funcionamiento de las máquinas rotodinámicas, entre las que se incluyen las bombas centrífugas.

$$C_Q = \frac{Q}{ND^3} \quad (2.3.16)$$

$$C_H = \frac{H}{N^2 D^2} \quad (2.3.17)$$

$$C_P = \frac{P}{\rho N^3 D^5} \quad (2.3.18)$$

donde:

- $C_Q$  coeficiente de gasto, adimensional.
- $Q$  gasto, en  $m^3/s$ ;
- $N$  velocidad, r.p.m.;
- $D$  diámetro del rodete, en m;
- $C_H$  coeficiente de carga, adimensional.
- $H$  carga, en m;
- $C_P$  coeficiente de potencia, adimensional;
- $P$  potencia absorbida, en  $kg\ m/s$ ;
- $\rho$  densidad, en  $kg/m^3$ .

Los puntos de funcionamiento en los que se producen condiciones de flujo similares se denominan puntos correspondientes, y las ecuaciones 2.3.16, 2.3.17 y 2.3.18 solamente son de aplicación a tales puntos. Sin embargo, cada punto de la curva de carga - gasto de una bomba corresponden a un punto de la curva carga - gasto de una bomba geoméricamente similar que funciona a la misma o diferente velocidad.

La velocidad específica  $n_s$ , se define como aquella velocidad en r.p.m., a la cual un impulsor geoméricamente similar al impulsor en cuestión, pero pequeño, desarrollaría una carga unitaria a una capacidad unitaria. La siguiente información a cerca de la velocidad específica es importante para el estudio y diseño de bombas centrífugas:

- El número se usa simplemente como una característica tipo, para impulsores geoméricamente similares, pero carece de significado físico para el proyectista.
- La velocidad específica se usa como un número tipo, para diseñar las características de operación, solamente, para el punto de máxima eficiencia.
- Para impulsores similares, la velocidad específica es constante en diferentes velocidades y tamaños.

Cada rodete corresponde a un valor de un parámetro de excepcional interés en las turbomáquinas hidráulicas,  $n_s$ , o velocidad específica, donde se demostrará que todas las bombas o turbinas geoméricamente semejantes tienen el mismo  $n_s$ , independientemente del tamaño.

La clasificación más precisa de las bombas rotodinámicas es una clasificación numérica, asignado a toda la familia de bombas geoméricamente semejantes un número, a saber, el número de revoluciones.

Ese número se define como:  $n_s = n P^{1/2} H^{-3/4}$

En las bombas este número oscila entre 35 y 1800 aproximadamente.

La velocidad específica,  $n_s$ , no es adimensional. Las unidades de  $n$ , que se utilizan en la práctica son muy variadas. En el SI se deberá expresar  $n$  en r.p.s.,  $P$  en W y  $H$  en m. sin embargo hasta el momento presente, en los países de sistema métrico las unidades más frecuentemente utilizadas para expresar  $n_s$  son:  $n$  en r.p.m.,  $P$  en CV y  $H$  en m.

$$P = Q \rho g H \quad (W)$$

$$P = Q \rho H \quad \left( \frac{k p}{s} \right)$$

$$P = \frac{Q \rho H}{75} \quad (CV)$$

Expresando  $Q$ ,  $\rho$ ,  $H$  en el SI,  $P$  viene expresado en esta fórmula en CV.

La velocidad específica de una bomba se suele calcular suponiendo que el fluido es agua, con lo cual:

$$n_s = n P^{1/2} H^{-3/4} = n \left( \frac{Q \rho H}{75} \eta_{tot} \right)^{1/2} H^{-3/4} \quad (2.3.19)$$

finalmente la expresión n función del gasto y la carga es

$$n_s = 3.65 n \sqrt{\eta_{tot}} Q^{1/2} H^{-3/4}$$

O bien en una serie de bombas geoméricamente similares que funcionen en condiciones similares, el término del diámetro de las ecuaciones 2.3.16 y 2.3.17 puede eliminarse. Si se eleva el primer miembro a la potencia 1/2 y el segundo a la 3/4 y dividiendo el primer miembro entre el segundo se obtiene la siguiente relación que se define como velocidad específica:

$$N_s = \frac{C \frac{1}{Q}}{C \frac{1}{H}} = \frac{\left( \frac{Q}{N D^3} \right)^{1/2}}{\left( \frac{H}{N^2 D^2} \right)^{3/4}} = \frac{N Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (2.3.20)$$

donde:

$N_s$  velocidad específica;

$N$  velocidad, en r.p.m;

$Q$  gasto, en m<sup>3</sup>/s;

$H$  carga, en m.

Para cualquier bomba que funcione a una velocidad dada,  $Q$  y  $H$  se toman en el punto de máxima eficiencia. Cuando se utilice la ecuación 2.3.20 para bombas que tienen rodete de aspiración doble, hay que utilizar la mitad del gasto a menos que se indique lo contrario.

El valor calculado de la velocidad específica no tiene significado físico, pero es extraordinariamente útil porque permanece constante para todas las bombas similares y no varía con la velocidad para una bomba dada. La velocidad específica para una bomba determinada es independiente de su tamaño y velocidad, es únicamente función de su forma, por lo que a veces, se considera como un factor de forma.

### 2.3.3 Cavitación

Cuando una bomba funciona a una velocidad elevada y con gasto superior al correspondiente al punto de máxima eficiencia, existe el peligro potencial de que se produzca cavitación, la cual tiene el efecto de reducir el gasto y la eficiencia de la bomba y puede dañar a la misma. La cavitación se produce en las bombas cuando la presión absoluta a la entrada se reduce por debajo de la presión de vapor del líquido bombeado. En estas condiciones se forman burbujas de vapor en la admisión de la bomba y cuando éstas son arrastradas a la zona de mayor presión se produce un colapso instantáneo de las mismas, con lo que el líquido circundante tiene a llenar rápidamente el vacío creado, con una fuerza tal que tiene lugar un efecto de martilleo. Las altas tensiones localizadas que resultan de esa acción pueden picar al rodete de la bomba.

Ya que los líquidos son fluidos que se vaporizan, se presenta el fenómeno de la cavitación, el cual fija dichos límites.

La cavitación se define como la vaporización local de un líquido debido a las reducciones locales de presión, por la acción dinámica del fluido. Este fenómeno está caracterizado por la formación de burbujas de vapor en el interior o en las proximidades de una vena fluida.

La condición física más general para que ocurra la cavitación es cuando la presión en ese punto baja al valor de la presión de vaporización.

La presión de vaporización de un líquido para cierta temperatura, es la presión a la cual un líquido se convierte en vapor cuando se le agrega calor.

Para los líquidos homogéneos, tales como el agua, la presión de vaporización tiene un valor definido para una cierta temperatura. Sin embargo, ciertas mezclas de líquidos, están formados por varios componentes, cada uno de los cuales tiene su propia presión de vaporización y pueden llegar a ocurrir vaporizaciones parciales a diferentes presiones y temperaturas.

Para determinar si la cavitación puede constituir un problema se emplean dos valores distintos de la carga positiva neta de succión disponible o  $h_{w}$ . La carga positiva neta de succión disponible ( $NPSH_A$ ) es el que existe en el sistema en la entrada del rodete, mientras que la carga positiva neta de succión disponible necesaria ( $NPSH_R$ ) es el que se precisa para evitar la cavitación en la bomba.

El  $NPSH_A$  es la carga de succión total absoluta, según la ecuación 2.3.24, por encima de la presión de vapor del agua, expresada en metros. La cavitación se produce cuando el  $NPSH_A$  es menor que el  $NPSH_R$ . El  $NPSH_A$  se obtiene añadiendo el término  $\frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_{vapor}}{\gamma}$

al segundo miembro de la ecuación 2.3.23, o a la ecuación de la energía cuando se aplica a la succión de la bomba.

En consecuencia:

$$NPSH_A = z_s - h_{fs} - \sum h_{ls} - \frac{V_s^2}{2g} + \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_{abva}}{\gamma} \quad (2.3.21)$$

$$NPSH_A = \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + z_s + \frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_{abva}}{\gamma} \quad (2.3.22)$$

donde

$NPSH_A$  carga positiva neta de succión disponible, en m;  
 $P_{atm}$  presión atmosférica, en  $kg/m^2$ ;  
 $P_{abva}$  presión absoluta de vaporización del agua, en  $kg/m^2$ ;  
 $\gamma$  peso específico del agua,  $kg/m^3$ .

$$H_s = z_s - h_{fs} + \sum h_{ls} - \frac{V_s^2}{2g} \quad (2.3.23)$$

$$H_b = h_{est} + h_{fs} + \sum h_{ls} + h_{fd} + \frac{V_d^2}{2g} \quad (2.3.24)$$

donde

$H_b$  carga de bombeo total, en m.  
 $H_{est}$  carga estática, en m.  
 $H_D$  carga de elevación medida en la boquilla de descarga con referencia al eje del rodete de la bomba, en m.  
 $H_s$  carga de elevación de succión medida en la boquilla de descarga de succión con referencia al eje del rodete de la bomba, en m.  
 $V_d$  velocidad en el conducto de descarga, en m/s.  
 $V_s$  velocidad en el conducto de succión, en m/s.  
 $g$  aceleración de la gravedad, en  $m/s^2$ .  
 $z_d$  carga de posición en la descarga, en m.  
 $z_s$  carga de posición en la succión, en m.  
 $h_{fd}$  pérdida de carga por fricción en la descarga, en m.  
 $h_{fs}$  pérdida de carga por fricción en la succión, en m.

$h_{ld}$  pérdidas locales en la descarga, en m.  
 $h_{ls}$  pérdidas locales en la succión, en m.

La reducción de la presión absoluta a la de vaporización puede ser general para todo el sistema o únicamente local; pudiendo existir esta última sin un cambio de la presión promedio.

Una disminución general de la presión se produce debido a las siguientes condiciones:

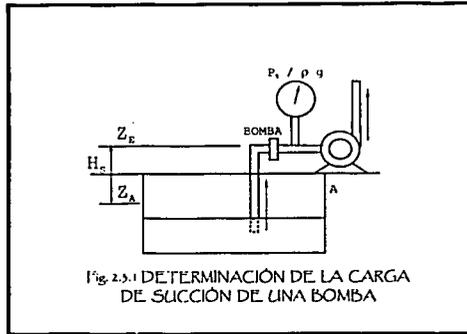
- Un incremento en la altura de succión estática.
- Una disminución en la presión atmosférica, debido a un aumento de altitud sobre el nivel del mar.
- Una disminución en la presión absoluta del sistema.
- Un incremento en la temperatura del líquido bombeado, el cual tiene el mismo efecto que una disminución en la presión absoluta del sistema, ya que, al aumentar la temperatura, la presión de vaporización es más alta y, por tanto, menor la diferencia entre la presión del sistema y ésta.

Por lo que respecta a una disminución de presión local, ésta se produce debido a las condiciones dinámicas siguientes:

- Un incremento de la velocidad.
- Como resultado de separaciones y contracciones del flujo, fenómeno que se presenta al bombear líquidos viscosos.
- Una desviación del flujo de su trayectoria normal, tal como la que tiene lugar en una vuelta o una ampliación o reducción, todas ellas bruscas.

La cavitación en las bombas y en las turbinas produce dos efectos perjudiciales: disminución del rendimiento y erosión. La aparición de la cavitación en las bombas está íntimamente relacionada con:

- El tipo de bomba, en general el peligro de cavitación es tanto mayor cuanto mayor es el número específico de revoluciones,  $n_s$ .
- La instalación de la bomba, la carga de succión de la bomba,  $H_s$ , o cota del eje de la bomba sobre el nivel del líquido en el depósito de succión, debe ser escogida cuidadosamente para evitar la cavitación;
- Las condiciones de servicio de la bomba, el gasto de la bomba nunca debe exceder el máximo permisible para que no se produzca la cavitación.



Refiriéndose a la figura 2.3.1, A es el nivel del líquido en el depósito de succión, en el cual puede reinar la presión atmosférica, una sobrepresión o una depresión y E la entrada de la bomba. Se llama carga de succión al vapor  $H_s = z_E - z_A$ , cota de la entrada de la bomba sobre el nivel del depósito de succión.  $H_s > 0$  si el eje de la bomba está más elevado que el nivel del líquido (bomba en succión);  $H_s < 0$  si la entrada de la bomba está más baja que dicho nivel (bomba en carga).

La carga total a la entrada de la bomba referida a la cota  $z_E$  será:

$$H_E = \frac{p_E}{\rho g} + \frac{V_E^2}{2g} \quad (2.3.25)$$

En el interior de la bomba hasta que el líquido llegue al rodete que le comunica un incremento de carga,  $H_E$  disminuirá a causa de las pérdidas; si además la corriente se acelera localmente y/o aumenta la carga geodésica, la presión  $p_E$  disminuirá. Como esta presión debe mantenerse igual o mayor que la presión de saturación del líquido a la temperatura de bombeo para que no se produzca la cavitación, la carga total en la succión disponible  $H_{Ed}$  será:

$$H_{Ed} = \frac{p_E - p_s}{\rho g} + \frac{V_E^2}{2g} \quad (2.3.26)$$

Por otra parte aplicando la ecuación generalizada de Bernoulli entre A y E, despreciando, la energía cinética en el depósito de succión ( $V_A^2 / 2g \cong 0$ ), se tiene:

$$\frac{p_A}{\rho g} + z_A - H_{rA-E} = \frac{p_E}{\rho g} + z_E + \frac{V_E^2}{2g}$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Pero  $z_E - z_A = H_s$ ; entonces:

$$\frac{P_A}{\rho g} - H_s - H_{rA-E} = \frac{P_E}{\rho g} + \frac{V_E^2}{2g} \quad (2.3.27)$$

De las ecuaciones 2.3.26 y 2.3.27 resulta otra expresión para la carga de succión disponible:

$$H_{Ed} = \frac{P_A - P_S}{\rho g} - H_s - H_{rA-E} \quad (2.3.28)$$

La carga de succión disponible  $H_{Ed}$  se denomina en los países de habla inglesa el *NPSH* disponible (*NPSH* - Net Positive Suction Head), expresión que se ha generalizado mucho en la técnica en otros muchos países.

Para evitar la cavitación se ha de verificar que:  $H_{Ed} \geq \Delta h$

Donde  $\Delta h$  es un parámetro de excepcional importancia en el estudio de la cavitación de las turbomáquinas hidráulicas que se denomina caída de carga de presión en el interior de la bomba. Esta caída de presión, cuyas causas dependen del tipo de bomba y de su construcción. La cavitación se iniciará, pues, siempre que la  $H_E$  alcance el valor mínimo:  $H_{Ed \min} = \Delta h$

Que es la carga de succión necesaria y se denomina también el *NPSH* <sub>necesaria</sub>.

Según las ecuaciones 2.3.26 y 2.3.28 se tienen las dos expresiones siguientes:

$$NPSH_{necesaria} = \Delta h = H_{Ed \min} = \left( \frac{P_A - P_S}{\rho g} - H_s - H_{rA-E} \right)_{\min} \quad (2.3.29)$$

$$NPSH_{necesaria} = \Delta h = H_{Ed \min} = \left( \frac{P_E - P_S}{\rho g} + \frac{V_E^2}{2g} \right)_{\min} \quad (2.3.30)$$

### 2.3.4 Constante de cavitación

La relación entre el *NPSH<sub>R</sub>* y la carga manométrica total se conoce como la constante de cavitación de Thoma  $\sigma$ .

$$\sigma = \frac{NPSH_R}{H_b} = \text{constante}$$

donde :

$NPSH_R$  carga positiva neta de succión, en m.  
 $H_b$  carga de bombeo total, en m.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

La constante de cavitación se utiliza en bombas geoméricamente similares que funcionan en puntos correspondientes de sus curvas cargas - gastos y, a menos que se indique lo contrario, se entiende que sólo es de aplicación en el punto de máxima eficiencia.

Como quiera que la velocidad específica es una indicación de la forma de la bomba, no sorprende el hecho de que haya podido correlacionarse  $\sigma$ , y en simple se ha desarrollado la siguiente fórmula:

$$\sigma = \frac{K N_s^4}{10^6} \quad (2.3.31)$$

donde K = 1.210 para  $N_s$ , expresado en unidades SI (  $m^3/s$  y m ).

### 2.3.5 Signos de la existencia de cavitación

La cavitación se manifiesta de diversas maneras, de las cuales las más importantes son:

- Ruidos y vibración;
- Una caída de las curvas de carga - capacidad y la de eficiencia.

#### 2.3.5.1 Ruidos y vibración

El ruido se debe al choque brusco de las burbujas de vapor cuando éstas llegan a las zonas de alta presión.

Cuando existe cavitación ésta se puede remediar introduciendo pequeñas cantidades de aire en la succión de la bomba de una manera similar a los tubos de aireamiento usados en tuberías.

#### 2.3.5.2 Caída de las curvas de carga - gasto y de eficiencia

La forma que adopta una curva al llegar al punto de cavitación varía con la velocidad específica de la bomba en cuestión. Con bombas de baja velocidad específica las curvas de carga - gasto, eficiencia y potencia se quiebran y caen bruscamente al llegar al punto de cavitación.

En bombas de media velocidad específica el cambio es menos brusco y en bombas de alta velocidad específica es un cambio gradual sin que pueda fijarse un punto preciso en que la curva se quiebre.

### 2.3.6 Golpe de ariete

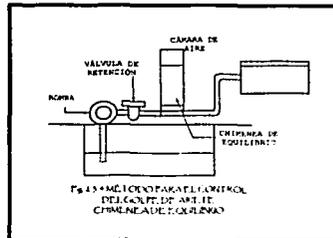
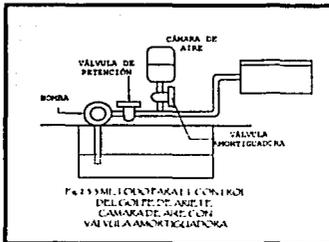
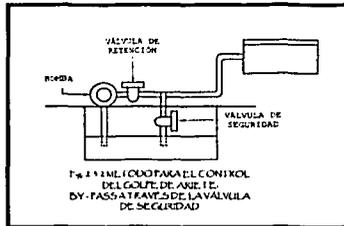
La sobrepresión que origina el golpe de ariete no puede producirse en el arranque de una bomba porque la presión producida por la bomba no puede exceder el valor máximo que indica su curva característica. En la parada de una bomba se ha de tener la precaución de cerrar antes la válvula de control. Si esto se hace a mano, el cierre es lento, la columna de líquido que llena la tubería se desacelera gradualmente, y el golpe de ariete no se produce.

El golpe de ariete puede producirse

- Si se para el motor de la bomba sin cerrar previamente la válvula de control.
- Si hay un corte imprevisto de corriente, en el funcionamiento de la bomba.

Los medios empleados para reducir el golpe de ariete son:

- a) Cerrar lentamente la válvula de control;
- b) Escoger el diámetro de la tubería de descarga grande, para que la velocidad en la tubería sea pequeña;
- c) Instalar la bomba con un volante que en caso de corte de corriente reduzca lentamente la velocidad del motor y por consiguiente la velocidad del agua en la tubería;
- d) Inyectar aire con un compresor para producir un colchón elástico durante la sobrepresión;
- e) Utilizar uno de los esquemas de las figuras 2.3.2, 2.3.3, 2.3.4



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 2.4

## PRÁCTICA 1

## 2.4.1 Curvas características de operación de una bomba

## 2.4.2 Objetivo

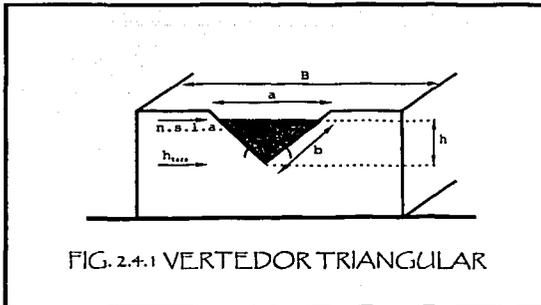
Observar el funcionamiento de una bomba y determinar sus características de operación.

Calcular y graficar las curvas características y de isoeficiencia

## 2.4.3 Desarrollo

La práctica se desarrollará en la sala de máquinas donde se encuentran ubicadas las bombas de flujo radial y de flujo mixto.

1. Seleccionar la bomba radial o mixta para determinar sus características de operación.
2. Realizar las mediciones correspondientes al vertedor triangular alimentado por la bomba ( $B$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $h_{n.s.l.a.}$ ).



donde :

- $B$  ancho del canal de llegada, en m.  
 $a$  y  $b$  dimensiones del vertedor, en m.  
 $\theta$  ángulo del vertedor triangular, en grados.  
 $h_{n.s.l.a.}$  nivel del agua en la cresta del vertedor, en m.  
 $h$  carga sobre el vertedor, en m.

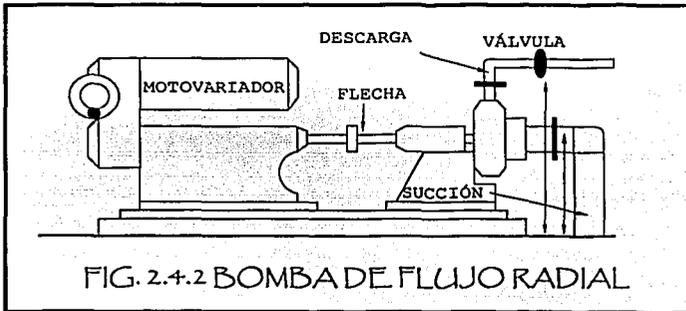
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Estos datos se pueden registrar de la siguiente forma tabular:

| VERTEDOR TRIANGULAR |    |    |             |           |
|---------------------|----|----|-------------|-----------|
| B=                  | a= | b= | $h_{1/3}$ = | n.s.l.a.= |
|                     |    |    |             |           |

Tabla 2.4.1

3. Medir las cargas de posición en las bridas de succión y descarga de la bomba con respecto al piso del laboratorio.



4. Prender la bomba y establecer una velocidad angular  $N_m$  en el motor variador con el siguiente rango de operación: 950 a 1200 r.p.m. para la bomba de flujo radial y de 1200 a 1400 r.p.m. para la bomba de flujo mixto
5. Para la velocidad angular seleccionada dentro del rango, abrir completamente la válvula que descarga al tanque de aforo y medir los siguientes datos del tablero:
- Presión de descarga ( $p_d$ ).
  - Carga de presión en la succión ( $p_s$ ).
  - Potencia eléctrica ( $P_e$ ).
  - El nivel de la superficie libre del agua en el vertedor (n.s.l.a.).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Estos datos se pueden registrar de la siguiente forma tabular:

**REGISTRO DE DATOS DE OPERACIÓN DE LA BOMBA**

| Velocidad en el motorvariador | Velocidad en la bomba | Abertura de la válvula | Presión de descarga | Carga de presión en la succión | Potencia eléctrica | Nivel de la superficie libre del agua |
|-------------------------------|-----------------------|------------------------|---------------------|--------------------------------|--------------------|---------------------------------------|
| $N_m$                         | $N_b$                 |                        | $p_d$               | $p_s/\gamma$                   | $P_e$              | n.s.l.a.                              |
| r.p.m.                        | r.p.m.                |                        | kg/cm <sup>2</sup>  | cm hg                          | kW                 | m                                     |
|                               |                       |                        | lb/in <sup>2</sup>  | in hg                          |                    |                                       |

Tabla 2.4.2

6. Repetir el punto 5 para tres gastos menores y para  $Q = 0$ .
7. Repetir los puntos 5 y 6 para otras dos velocidades angulares dentro del rango.

#### 2.4.4 Memoria de cálculo

Para cada velocidad de rotación y las respectivas aperturas de la válvula calcular:

1. El gasto en el vertedor triangular (figura 2.4.1).

$$Q = c h^2 \quad \text{donde } c = \frac{8}{15} \cdot \sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} \mu k, \quad h = |n.s.l.a. - h_{\text{cresta}}| \quad (2.4.1)$$

donde:

- Q    gasto aforado en el vertedor triangular en m<sup>3</sup>/s.
- C    coeficiente de descarga en m<sup>1/2</sup>/s.
- h    carga sobre la cresta del vertedor en m.
- $\mu$  y  $k$     son función de (B, h, 0).

2. La carga de la bomba, considerar el piso del laboratorio como plano horizontal de comparación (figura 2.4.2).

$$H_b = z_d - z_s + \frac{p_d}{\gamma} - \frac{p_s}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} \quad (2.4.2)$$

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

donde:

- $H_b$  carga de la bomba en m.  
 $z_d$  carga de posición en la brida de descarga de la bomba en m.  
 $z_s$  carga de posición en la brida de succión de la bomba en m.  
 $p_d$  carga de presión en la descarga en  $\text{kg/m}^2$ .  
 $p_s$  carga de presión en la succión en  $\text{kg/m}^2$ .  
 $V_d / 2g$  carga de velocidad en la descarga en m.  
 $V_s / 2g$  carga de velocidad en la succión en m.

3. La potencia hidráulica en kg m/s, kW o Hp.

$$P_h = \gamma Q H_h \quad (2.4.3)$$

donde:

- $P_h$  potencia hidráulica de la bomba en kg m/s  
 $H_b$  carga de la bomba en m.  
 $Q$  gasto aforado en el vertedor triangular en  $\text{m}^3/\text{s}$ .

$$P_h = \frac{\gamma Q H_h}{76} \quad \text{en kW} \quad (2.4.4)$$

$$P_h = \gamma Q H_b \left( \frac{9.81}{1000} \right) \quad \text{en hp} \quad (2.4.5)$$

4. La potencia al freno en kW.

$$P_f = 0.182 P_e^{1.596} \quad (2.4.6)$$

donde:

- $P_f$  potencia al freno de la bomba en kW.  
 $P_e$  potencia eléctrica en kW.

5. La eficiencia de la bomba.

$$\eta(\%) = \frac{P_h}{P_f} * 100 \quad (2.4.7)$$

donde:

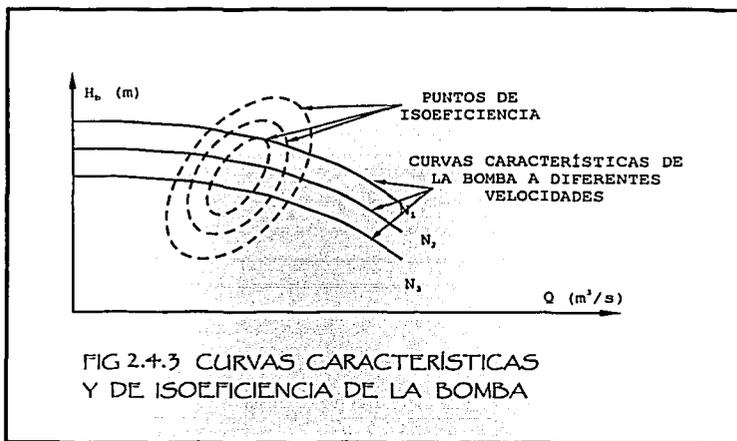
- $P_h$  potencia hidráulica de la bomba en kW.  
 $P_f$  potencia al freno de la bomba en kW.

6. Presentar los resultados en la siguiente tabla.

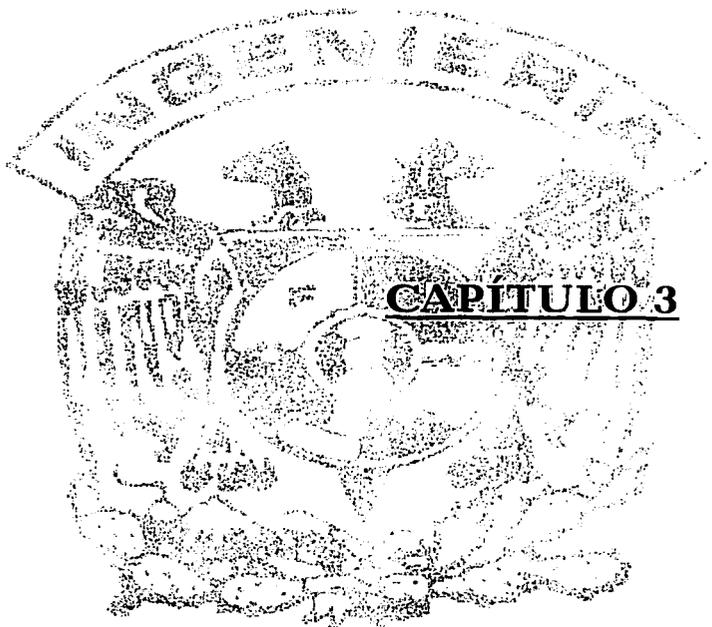
| Velocidad en el motorvariador | Apertura de la válvula | Q                 | $H_b$ | $P_h$ | $P_h$ | $P_h$ | $P_i$ | $\eta$ |
|-------------------------------|------------------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| r.p.m.                        |                        | m <sup>3</sup> /s | m     | Kgm/s | kW    | hp    | kW    | %      |
|                               | 1                      |                   |       |       |       |       |       |        |
|                               | 2                      |                   |       |       |       |       |       |        |
|                               | 3                      |                   |       |       |       |       |       |        |
|                               | 4                      |                   |       |       |       |       |       |        |
|                               | 5                      |                   |       |       |       |       |       |        |

Tabla 2.4.3

7. Dibujar 3 curvas de carga de la bomba y 3 de isoeficiencia (figura 2.4.3.)



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**CAPÍTULO 3**

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

---

## CAPÍTULO 3: BOMBAS EN PARALELO

### 3.1 ANTECEDENTES

La aplicación del análisis de los sistemas a una estación de bombeo tiene por finalidad seleccionar las bombas más adecuadas y definir sus puntos de funcionamiento. Este análisis supone del cálculo de las curvas del sistema y el uso de las mismas en conjunción con las curvas características de las bombas disponibles.

### 3.2 INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE LOS SISTEMAS DE BOMBEO

El objeto del bombeo del agua es el transporte de un punto a otro, generalmente desde una cota más baja a otra más elevada. En esta sección se introducen los conceptos principales relativos al análisis de los sistemas de bombeo y se definen algunos de los términos más utilizados en las bombas y en los sistemas de bombeo. Los conceptos tratados incluyen:

1. Gasto
2. Carga
3. Eficiencia y potencia absorbida

#### 3.2.1 Gasto

El gasto de una bomba es el volumen de líquido bombeado por unidad de tiempo y se expresa, generalmente, en litros por segundo (l/s) o en metros cúbicos por segundo (m<sup>3</sup>/s).

#### 3.2.2 Carga

El término carga expresa la distancia vertical existente entre la superficie libre de agua y una cota de referencia. En los sistemas de bombeo, el término carga se refiere tanto a una bomba como a un sistema de bombeo incluyendo una o varias bombas y el conjunto de tuberías. La carga de una bomba es la distancia a la que puede elevar un líquido y se mide en metros columna de líquido bombeado. La carga necesaria para vencer las pérdidas que se producen en las conducciones de un sistema a un gasto dado es la carga del sistema.

Los términos que se utilizan específicamente en el análisis de bombas y sistemas de bombeo son:

1. Carga de posición de succión.
2. Carga de posición de descarga.
3. Carga estática.
4. Pérdida por fricción.
5. Carga de velocidad.
6. Pérdidas locales.
7. Carga de bombeo total.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 3.2.2.1 Carga de posición de succión

La carga de posición de succión  $z_s$  es la diferencia de cotas existentes entre el nivel del líquido en la aspiración y el eje del rodete o impulsor en la bomba. Cuando el nivel del líquido en aspiración está situado por debajo del rodete, se trata de una elevación por succión.

### 3.2.2.2 Carga de posición de descarga

La carga de posición de descarga  $z_d$  es la diferencia de cotas existente en el nivel del líquido en la descarga y el eje del rodete de la bomba.

### 3.2.2.3 Carga estática

La carga estática  $h_{est}$  es la diferencia entre las cotas de los niveles del líquido en la descarga y succión ( $z_d - z_s$ ).

## 3.3 PÉRDIDAS POR FRICCIÓN

La carga de agua que debe suministrarse al sistema para vencer la fricción que produce el flujo del agua a través de las tuberías del sistema es la pérdida por fricción. Las pérdidas por fricción en la succión  $h_{fs}$  y descarga  $h_{fd}$  se calculan mediante la fórmula de Darcy-Weisbach o la de Hazen-Williams.

### 3.3.1 Fórmula de Darcy - Weisbach

Para un flujo permanente, en un tubo de diámetro constante, la línea de cargas piezométricas es paralela a la línea de energía e inclinada en dirección del movimiento. En 1850, Darcy Weisbach y otros, dedujeron experimentalmente una fórmula para calcular en un tubo la pérdida por fricción:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (3.3.1)$$

donde

- f factor de fricción, sin dimensiones.
- g aceleración de la gravedad, en  $m/s^2$ .
- $h_f$  pérdida por fricción, en m.
- D diámetro, en m.
- L longitud del tubo, en m.
- V velocidad media, en m/s.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

El factor de fricción es función de la rugosidad  $\epsilon$  y del número de Reynolds  $R_e$  en el tubo (figura 3.3.1), esto es:

$$f = f(\epsilon, R_e)$$

La fórmula de Darcy Weisbach, ecuación 3.3.1, se puede derivar por medio del análisis dimensional.

Si  $S_f$  representa la relación entre la pérdida de energía y la longitud del tubo en que ésta ocurre (pendiente de fricción), la ecuación 3.3.1 también es

$$S_f = \frac{h_f}{L} = \frac{f}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (3.3.2)$$

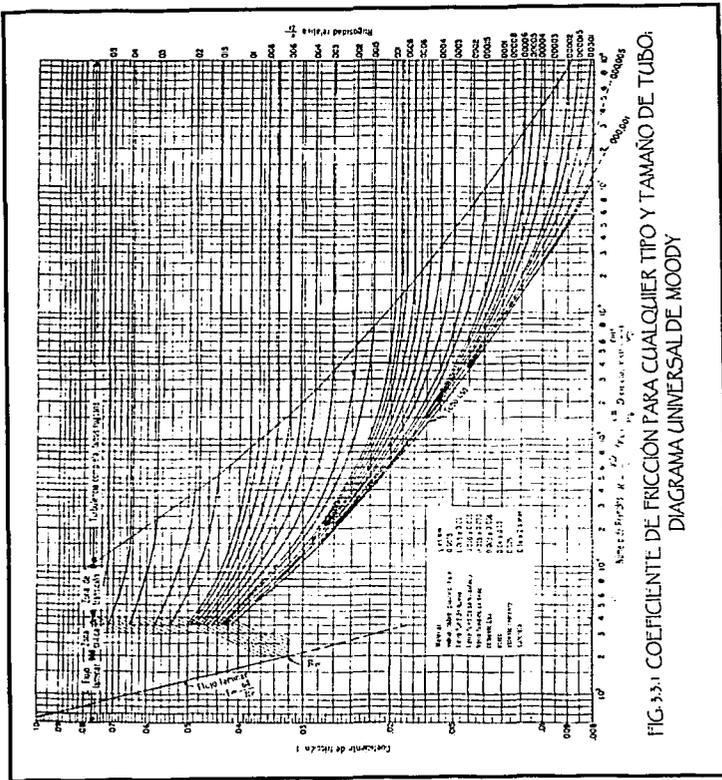


FIG. 3.3.1. COEFICIENTE DE FRICCIÓN PARA CUALQUIER TIPO Y TAMAÑO DE TUBO.  
DIAGRAMA UNIVERSAL DE MOODY

### 3.3.2 Fórmulas empíricas de fricción

Antes de que se conocieran las fórmulas de tipo logarítmico, las únicas disponibles para el diseño eran las de tipo exponencial, puramente empíricas, cuyo solo mérito estriba en su sencillez. Sin embargo, fueron y siguen siendo usadas. Para tubos que transportan agua, dichas ecuaciones toman la expresión general:

$$V = a D^x S_f^y \quad (3.3.3)$$

O bien, con  $sf = hf/L$  (pendiente de fricción):

$$S_f = \left( \frac{V}{a D^x} \right)^{\frac{1}{y}} L = \left[ \frac{4Q}{\pi a D^{(x+2)}} \right]^{\frac{1}{y}} L \quad (3.3.4)$$

Donde el coeficiente  $a$  y los exponentes  $x$ ,  $y$  son empíricos. La expresión no es adimensional, por lo que se debe tener cuidado en la conversión de unidades.

Es conveniente investigar la relación entre el factor de fricción  $f$  y los términos anteriores. Para ello, si se iguala la ecuación 3.3.1 la de Darcy - Weisbach con la ecuación 3.3.4 y se despeja a  $f$  resulta:

$$f = 2g \frac{D^{(1-\frac{x}{y})}}{a^{\frac{1}{y}} V^{(2-\frac{x}{y})}} \quad (3.3.5)$$

Dado que  $a$  normalmente varía con la rugosidad y la viscosidad, tiene por ello las mismas características que  $f$ .

### 3.3.3 Hazen - Williams

$$V = 0.355 C_{11} D^{0.63} S_f^{0.54} \quad (3.3.6)$$

Equivalente a usar la ecuación 3.3.3 con  $a = 0.355C_{11}$ ;  $x = 0.63$ ,  $y = 0.54$ . es la fórmula más común para tubos rugosos.

## 3.4 CARGA DE VELOCIDAD

La carga de velocidad es la energía cinética contenida en el líquido bombeado en cualquier punto

del sistema y viene dada por: Carga de velocidad =  $\frac{V^2}{2g}$

donde:  $V$  velocidad del líquido, m/s.  
 $g$  aceleración de la gravedad, m/s<sup>2</sup>.

### 3.4.1 Pérdidas locales

La carga de agua que debe suministrarse para vencer las pérdidas que se producen en piezas especiales y válvulas se denomina pérdida local. Las pérdidas locales en la succión  $h_{1s}$  y descarga  $h_{1d}$  suelen estimarse como una fracción de la carga de velocidad utilizando la siguiente

$$\text{expresión: } h_l = K \frac{V^2}{2g}$$

donde:  $h_l$  pérdida local o por accesorios especiales, en m;  
K coeficiente de pérdida de carga.

### 3.4.2 Carga de bombeo total

La carga de bombeo total  $H_b$  es aquella contra la que trabaja la bomba durante su funcionamiento. Su determinación se realiza teniendo en cuenta las cargas de posición de succión y descarga, las pérdidas por fricción, la carga de velocidad y las pérdidas locales. La expresión para el cálculo de la carga de bombeo total de una bomba viene dado por:

$$H_b = H_D - H_S + \frac{V_d^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} \quad (3.3.7)$$

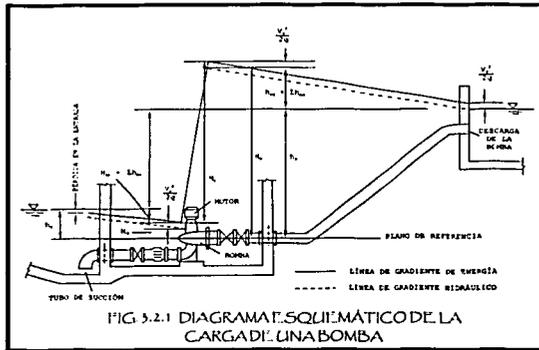
$$H_D = z_d + h_{fd} + \sum h_{ld} \quad (3.3.8)$$

$$H_S = z_s - h_{fs} - \sum h_{ls} - \frac{V_s^2}{2g} \quad (3.3.9)$$

donde:

- $H_b$  carga de bombeo total, en m.
- $H_D$  carga de posición más pérdidas en la succión, en m.
- $H_S$  carga de posición más pérdidas en la descarga, en m.
- $V_d$  velocidad en el conducto de descarga, en m/s.
- $V_s$  velocidad en el conducto de succión, en m/s.
- $g$  aceleración de la gravedad, en  $m/s^2$ .
- $z_d$  carga de posición de descarga, en m.
- $z_s$  carga de posición de succión, en m.
- $h_{fd}$  pérdida de carga por fricción en la descarga, en m.
- $h_{fs}$  pérdida de carga por fricción en la succión, en m.
- $h_{ld}$  pérdida de carga local en la descarga, en m.
- $h_{ls}$  pérdida de carga local en la succión, en m.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN



Como se ha indicado previamente, la cota de referencia para la carga de bombeo es la del eje del rodete de la bomba. De acuerdo con las normas del Hydraulic Institute las distancias por encima de la cota de referencia se consideran positivas y las situadas por debajo de las mismas se toman como negativas.

En términos de altura geométrica, la carga de bombeo puede escribirse de la siguiente forma:

$$H_b = H_{est} + h_f + \sum h_{hi} + h_{jd} + \sum h_{ld} + \frac{V_d^2}{2g} \quad (3.3.10)$$

donde:

$H_b$  carga de bombeo total, en m.

$H_{est}$  carga estática total, en m.

En la ecuación 3.3.10 la energía de la carga de velocidad  $V_d^2/2g$  se considera que se pierde en la descarga de la tubería de descarga. En la práctica esta pérdida de energía se toma como equivalente a una pérdida en la salida y se incluye como pérdida localizada.

La ecuación de la energía (Bernoulli) puede aplicarse, asimismo, para determinar la carga de bombeo total. Tomando los puntos correspondientes a las boquillas de succión y descarga de la bomba, entonces la ecuación de la energía puede escribirse:

$$H_b = \frac{P_d}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g} + z_d - \left( \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + z_s \right) \quad (3.3.11)$$

donde:

$H_b$  carga de bombeo total, en m.

$P_d$  presión manométrica medida en la descarga, en  $\text{kg/m}^2$ .

$P_s$  presión manométrica medida en la succión, en  $\text{kg/m}^2$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- $V_d$  velocidad en el conducto de descarga, en m/s.  
 $V_s$  velocidad en el conducto de succión, en m/s.  
 $g$  aceleración de la gravedad, en  $m/s^2$ .  
 $z_d$  cota del manómetro de descarga, en m.  
 $z_s$  cota del manómetro de succión, en m.

Las pérdidas de carga que se producen dentro de la bomba están incorporadas en el término de la carga de bombeo total de la ecuación 3.3.11.

### 3.4.3 Eficiencia y potencia absorbida

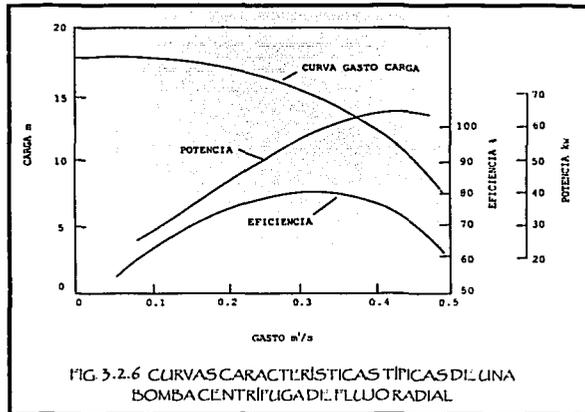
La eficiencia de una bomba se mide en base al gasto que descarga contra una altura dada y con una eficiencia determinada. El gasto de la bomba es función del diseño de proyecto. La información sobre el diseño de la bomba viene suministrada por medio de una serie de curvas características. La eficiencia de la bomba  $\eta$ , es el cociente entre la potencia útil y la absorbida por la bomba y está dada por:

$$\eta = \frac{\text{potencia útil}}{P_i} = \frac{\gamma Q H_b}{P_i} \quad (3.4.1)$$

donde:

- $\eta$  eficiencia de la bomba, adimensional.  
 $P_i$  potencia absorbida, en  $kg \cdot m/s$ .  
 $\gamma$  peso específico del agua, en  $kg/m^3$ .  
 $Q$  gasto, en  $m^3/s$ .  
 $H_b$  carga de bombeo total, en m.

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN



Las eficiencias de las bombas suelen variar dentro de un intervalo comprendido entre un 60 y un 85 por ciento. Las pérdidas de energía en el interior de una bomba pueden clasificarse como volumétricas, mecánicas e hidráulicas. Las pérdidas volumétricas tienen lugar por la existencia de pequeñas separaciones que existen entre la carcasa y el rotor por donde pueden producirse fugas. Las pérdidas mecánicas son originadas en los empaques y cojinetes, discos internos y esfuerzos cortantes creados por el líquido. Las pérdidas por fricción y parásitas que se producen en la circulación del agua se incluyen como pérdidas hidráulicas.

### **3.5 SISTEMAS DE BOMBEO**

#### **3.5.1 Sistema de una sola bomba**

Las curvas características de la bomba ilustran la relación existente entre la carga de bombeo, el gasto, la eficiencia y la potencia al freno para una amplia gama de condiciones de funcionamiento posibles, pero no indican el punto de funcionamiento de la bomba. Este punto se obtiene representando gráficamente la curva característica de la bomba sobre la curva del sistema. El punto de funcionamiento de la bomba es el de intersección de las dos curvas.

Si en el cálculo de la curva del sistema se utiliza un coeficiente de fricción demasiado conservador, la bomba puede que funcione en un punto más alejado en su curva característica de lo que se pretende. En casos extremos, ello puede conducir a una pérdida sustancial de la eficiencia, a un motor sobrecalentado y posiblemente a cavitaciones. Todo ello puede preverse y esquivarse representando gráficamente unas curvas del sistema en las que se utilicen coeficientes de fricción para tuberías nuevas además de las correspondientes a coeficientes de fricción de proyecto (tuberías viejas). El punto de máxima eficiencia debe estar cercano al de funcionamiento de proyecto y dentro de la familia de curvas del sistema posibles.

#### **3.5.2 Sistema de varias bombas**

##### **3.5.3 Funcionamiento en paralelo**

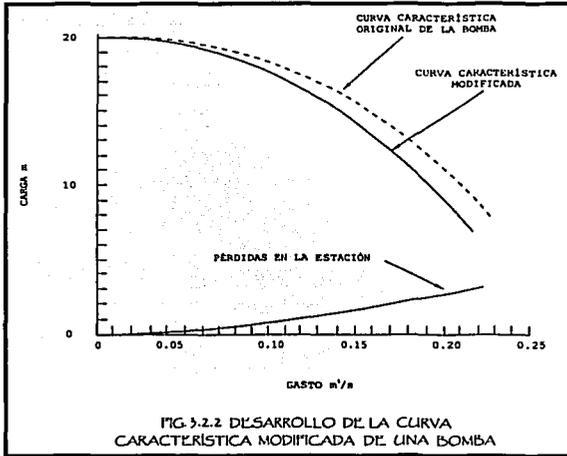
En estaciones de bombeo en las que haya dos o más bombas que funcionen aisladamente o en paralelo descargando sobre la misma tubería de descarga, se recomienda utilizar un método de cálculo alternativo para la determinación del punto de funcionamiento de las bombas.

Las pérdidas de fricción en las tuberías de succión y descarga de cada bomba individual no se incluyen en la curva del sistema.

En su lugar, estas pérdidas se restan de las curvas características de cada bomba individual, obteniéndose unas curvas características modificadas, las cuales representan la capacidad de carga gasta de cada bomba (figura 3.2.2).

Cuando dos o más bombas funcionan en paralelo, la curva de carga gasta del conjunto puede hallarse sumando los gastos de cada curva modificada para una altura dada (figura 3.2.3), el punto de intersección de la curva del conjunto con la del sistema proporciona la capacidad total del conjunto de las bombas y la altura modificada a la que trabaja cada una de ellas entrando con estas

alturas en cada una de las curvas características modificadas, puede conocerse el gasto descargado por cada bomba, su eficiencia la potencia al freno necesaria en esas condiciones de funcionamiento.

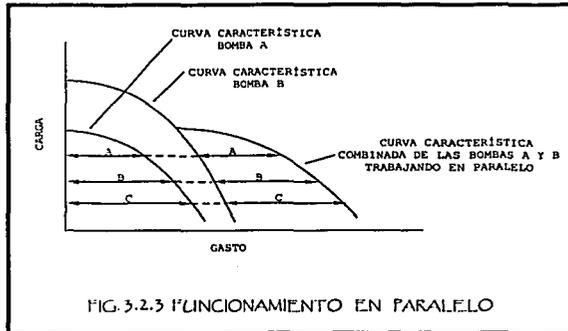


Para encontrar la carga total a la que trabaja cada bomba, hay que desplazarse verticalmente, a gasto constante, desde la curva característica modificada hasta la curva característica original correspondiente. Las especificaciones de las bombas deben hacerse de manera que las mismas puedan trabajar a esa carga de bombeo. Cada bomba puede funcionar en diversos puntos de su curva característica, aumentando la carga y disminuyendo el gasto a medida que van entrando en funcionamiento simultáneo otras bombas.

Cuando dos o más bombas han de funcionar en paralelo se puede encontrar la característica combinada sumando los gastos suministrados por cada una de las bombas a la misma carga de bombeo. Así, en el caso de dos bombas idénticas las características combinadas se obtienen duplicando el gasto para cada carga de bombeo. La capacidad en el punto de funcionamiento determinado por la intersección con la curva de carga del sistema será, sin embargo, menor que el doble de la descarga obtenida a partir de una bomba funcionando sobre el mismo sistema.

Cuando las bombas individuales tienen características diferentes, la característica combinada se obtiene sumando los respectivos gastos individuales para las mismas cargas. Los puntos de funcionamiento de cada una de las bombas consideradas aisladamente se determina una vez más por la intersección de su propia curva con el sistema; en el funcionamiento individual cuando funciona en paralelo, está fijado por la intersección con cada curva respectiva de la línea paralela

al eje de los gastos trazada por el punto de funcionamiento del conjunto de las bombas sobre la característica combinada.



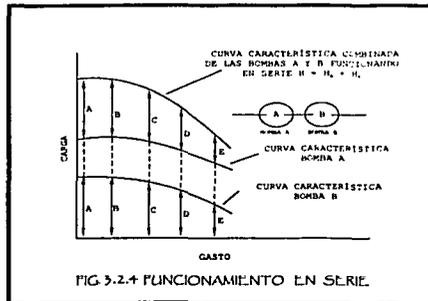
### 3.5.4 Funcionamiento en serie

A menudo, se instalan una o varias bombas de sobre presión en la tubería de succión o de descarga de una estación de bombeo a fin de superar alguna condición específica. Las bombas instaladas en serie con otras existentes se utilizan para incrementar la capacidad de la instalación de bombeo y la descarga de las bombas.

Cuando dos o más bombas funcionan en serie, la curva conjunta del sistema se obtiene sumando las alturas de cada bomba para cada gasto. Este procedimiento se ilustra en la figura 3.2.4 cuando se instala una bomba de sobre presión en una tubería de impulsión alimentada por bombas que funcionan en paralelo, la curva carga gasto del conjunto se obtiene sumando la altura de la bomba de sobre presión a la altura modificada de las bombas para un gasto dado.

La característica combinada de ambas bombas queda determinada, en este caso, sumando las correspondientes cargas de bombeo para el mismo gasto. Así, en el caso de dos bombas idénticas se puede trazar la curva combinada sin más que duplicar la ordenada de la carga para cada valor de gasto considerado.

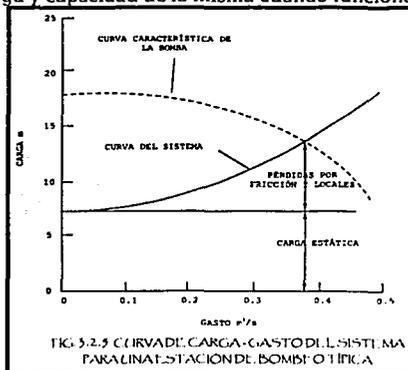
Cuando las características son diferentes la característica combinada se obtiene sumando las respectivas cargas de bombeo en cada valor de gasto. De ello se sigue que el gasto debe ser el mismo, pero las cargas de trabajo de cada una de las bombas son iguales únicamente si sus curvas  $H-Q$  son idénticas. Se pueden determinar las cargas de bombeo generadas por cada bomba por simple análisis gráfico, es decir, a partir de los puntos de funcionamiento de las bombas individuales.



### 3.5.5 Curva del sistema

Para determinar la altura requerida por una bomba, o grupo de bombas, para descargas de gastos dados a través de un sistema de tuberías determinado, hay que desarrollar la curva carga - gasto del sistema figura 3.2.5. Esta curva es una representación gráfica de la carga del sistema y se obtiene dibujando los puntos correspondientes a la carga de bombeo total (carga estática más pérdidas) para una gama de gastos que varíe desde cero al valor máximo esperado, mediante la ecuación 3.3.10.

Si se dibuja en la figura 3.2.5 la curva de carga - gasto de la bomba de la figura 3.2.4, la intersección de la curva de la bomba con la del sistema proporciona el punto de funcionamiento de la bomba que indica la carga y capacidad de la misma cuando funciona en un sistema dado.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 3.6

## PRÁCTICA 2

## 3.6.1 Bombas en paralelo

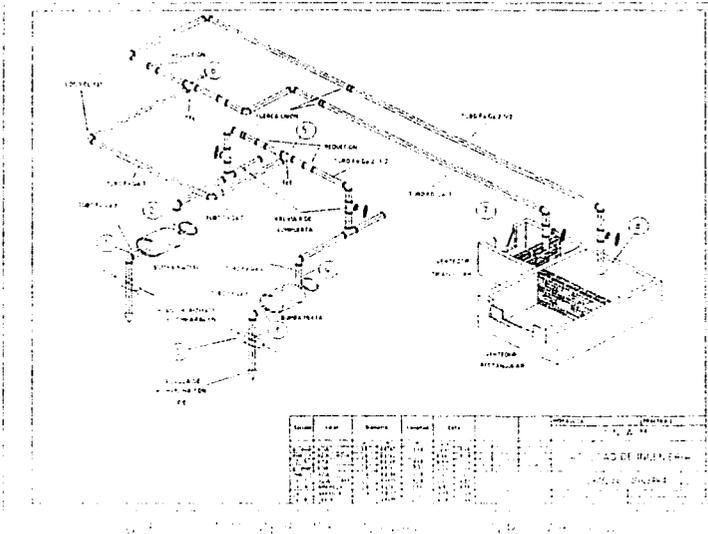
## 3.6.2 Objetivo

Observar un sistema de bombeo en paralelo y medir sus condiciones de operación.  
 Determinar la curva de cargas del sistema de bombeo, obtener el punto de operación y compararlo con el experimental.

## 3.6.3 Desarrollo

Estructura: Sistema de bombeo en paralelo con red abierta.

1. Describir el modelo (ver figura 3.6.1) e indicar longitudes de tramos, diámetros, accesorios y cotas del sistema descritos en la tabla 3.6.1.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## DATOS GENERALES DE LA RED

## BOMBA RADIAL

| SECCIÓN | COLOR       | DIÁMETRO |        | LONGITUD | NIVELES |        |
|---------|-------------|----------|--------|----------|---------|--------|
|         |             | in       | m      |          | m       | inicio |
| 0- PHR  | AZUL        | 3        | 0.0762 | 3        | -0.85   | 0      |
| PHR - 1 | AZUL - ROJA | 3        | 0.0762 |          | 0       | 0.48   |
| 2 - 5   |             | 2        | 0.0508 | 3.68     | 0.315   | 2.44   |

## BOMBA MIXTA

| SECCIÓN | COLOR       | DIÁMETRO |        | LONGITUD | NIVELES |        |
|---------|-------------|----------|--------|----------|---------|--------|
|         |             | in       | m      |          | m       | inicio |
| 0- PHR  |             | 3        | 0.0762 | 9.33     | 2.44    | 2.44   |
| PHR - 3 | AZUL        | 2        | 0.0508 | 12.68    | 2.44    | 1.02   |
| 4 - 5   | AZUL - CAFE | 2.5      | 0.0635 | 16.38    | 2.44    | 0.83   |

## SISTEMA

| SECCIÓN | COLOR    | DIÁMETRO |        | LONGITUD | NIVELES |        |
|---------|----------|----------|--------|----------|---------|--------|
|         |          | in       | m      |          | m       | inicio |
| 5 - 6   | AMARILLA | 3        | 0.0762 | 3.09     | -0.85   | 0      |
| 6 - 7   | NARANJA  | 3        | 0.0762 |          | 0       | 0.48   |
| 6 - 8   | VERDE    | 2.5      | 0.0635 | 2.21     | 0.78    | 2.44   |

TABLA 3.6.1

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

2. Realizar las mediciones correspondientes al tanque del vertedor rectangular o vertedor triangular alimentado por la bomba (figura 3.6.2 o figura 3.6.3.)

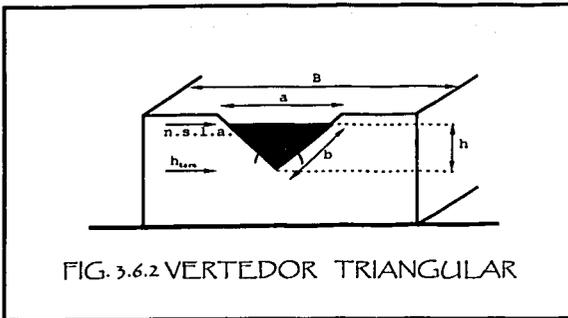


FIG. 3.6.2 VERTEADOR TRIANGULAR

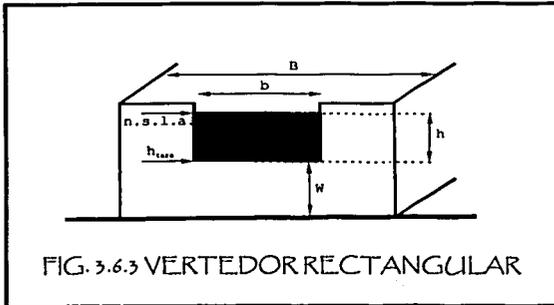


FIG. 3.6.3 VERTEADOR RECTANGULAR

donde:

- B ancho del canal de llegada, en m.  
 a y b dimensiones del vertedor, en m.  
 $\theta$  ángulo del vertedor triangular, en grados.  
 $h_{s.a.}$  nivel del agua en la cresta del vertedor, en m.  
 h carga sobre el vertedor, en m.  
 w diferencia entre la cresta del vertedor y la plantilla del canal de llegada, en m.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Estos datos se pueden registrar de la siguiente forma tabular:

| VERTEDOR TRIANGULAR |    |    |              |           |
|---------------------|----|----|--------------|-----------|
| B=                  | a= | b= | $h_{lara}$ = | n.s.l.a.= |
|                     |    |    |              |           |

TABLA 3.6.2

| VERTEDOR RECTANGULAR |    |    |              |           |
|----------------------|----|----|--------------|-----------|
| B=                   | b= | w= | $h_{lara}$ = | n.s.l.a.= |
|                      |    |    |              |           |

TABLA 3.6.3

- Prender la bomba y abrir la válvula del tanque inmediato para descargar el gasto y establecer la velocidad angular en el motovariador:  
Bomba de flujo mixto  $N_m = 1400$  r.p.m.  
Bomba de flujo radial  $N_m = 1000$  r.p.m.
- Realizar las maniobras de cierre de válvulas correspondientes a los tanques 7 y 8 y abrir las válvulas al mismo tiempo para que abastezcan al sistema de red abierta descargando a un solo tanque.
- Medir la superficie libre del agua sobre el vertedor de aforo (figura 3.6.2 o figura 3.6.3).
- Cerrar las válvulas que alimentan al sistema y apagar los equipos de bombeo.

### 3.6.4 Memoria de cálculo

- Dibujar en papel milimétrico las curvas características de la bomba radial y mixta y la curva resultante de las bombas, con los datos del laboratorio.
- Obtener para cada bomba las ecuaciones de la curva de cargas del sistema planteando la ecuación de la energía entre la succión y la descarga.

$$z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + H_{hr} = z_7 + \frac{P_7}{\gamma} + \frac{V_7^2}{2g} + \sum_0^7 h_p \quad (3.6.1)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

$$z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + H_{bm} = z_7 + \frac{P_7}{\gamma} + \frac{V_7^2}{2g} + \sum_0^7 hp \quad (3.6.2)$$

3. Resolver el sistema de ecuaciones del punto anterior para determinar la proporción de gastos de cada bomba.

Para la bomba de flujo radial de la ecuación 3.6.1 se obtiene:

$$H_{br} = (z_7 - z_0) + \left( \frac{P_7}{\gamma} - \frac{P_0}{\gamma} \right) + \left( \frac{V_7^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} \right) + \sum_0^7 hp \quad (3.6.3)$$

Para la bomba de flujo mixto de la ecuación 3.6.2 se obtiene:

$$H_{bm} = (z_7 - z_0) + \left( \frac{P_7}{\gamma} - \frac{P_0}{\gamma} \right) + \left( \frac{V_7^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} \right) + \sum_0^7 hp \quad (3.6.4)$$

Desarrollando la ecuación 3.6.3 se tiene:

$$H_{br} = h_{est} + \left( \frac{P_7}{\gamma} - \frac{P_0}{\gamma} \right) + \left( \frac{V_7^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} \right) + \sum_0^1 hp + \sum_2^5 hp + \sum_6^7 hp$$

Desarrollando los términos de pérdidas en el sistema se tiene:

$$\begin{aligned} H_{br} = h_{est} + \frac{V_7^2}{2g} + f \frac{L_{0-1}}{D_{0-1}} \frac{V_{0-1}^2}{2g} + \sum_{0-1} K \frac{V_{0-1}^2}{2g} + f \frac{L_{2-5}}{D_{2-5}} \frac{V_{2-5}^2}{2g} + \sum_{2-5} K \frac{V_{2-5}^2}{2g} + \\ + f \frac{L_{5-6}}{D_{5-6}} \frac{V_{5-6}^2}{2g} + \sum_{5-6} K \frac{V_{5-6}^2}{2g} + f \frac{L_{6-7}}{D_{6-7}} \frac{V_{6-7}^2}{2g} + \sum_{6-7} K \frac{V_{6-7}^2}{2g} \end{aligned}$$

Expresando la ecuación en función del gasto se tiene:

$$\begin{aligned} H_{br} = h_{est} + \frac{Q_T^2}{A_{6-7}^2 2g} + \left( f \frac{L}{D} + \sum K \right)_{0-1} \frac{Q_{br}^2}{A_{0-1}^2 2g} + \left( f \frac{L}{D} + \sum K \right)_{2-5} \frac{Q_{br}^2}{A_{2-5}^2 2g} + \\ + \left( f \frac{L}{D} + \sum K \right)_{5-6} \frac{Q_T^2}{A_{5-6}^2 2g} + \left( f \frac{L}{D} + \sum K \right)_{6-7} \frac{Q_T^2}{A_{6-7}^2 2g} \end{aligned}$$

Simplificando:

$$H_{br} = h_{est} + \frac{Q_T^2}{A_{6-7}^2 2g} + K_{0-1} \frac{Q_{br}^2}{A_{0-1}^2 2g} + K_{2-5} \frac{Q_{br}^2}{A_{2-5}^2 2g} + K_{5-6} \frac{Q_T^2}{A_{5-6}^2 2g} + K_{6-7} \frac{Q_T^2}{A_{6-7}^2 2g}$$

$$H_{br} = h_{est} + (K_{0-1} + K_{2-5}) \frac{Q_{br}^2}{A_{0-1}^2 2g} + (1 + K_{5-6} + K_{6-7}) \frac{Q_T^2}{A_{6-7}^2 2g}$$

$$H_{br} = h_{est} + K_{br} Q_{br}^2 + K_{sistema} Q_T^2 \quad (3.6.5)$$

La ecuación 3.6.5 es la que representa la carga de la bomba de flujo radial en función del gasto total  $Q_T$  y del gasto proporcionado por la bomba  $Q_{br}$ .

De forma análoga se puede encontrar la ecuación para la bomba de flujo mixto, por lo que se tiene:

$$H_{bm} = h_{est} + K_{bm} Q_{bm}^2 + K_{sistema} Q_T^2 \quad (3.6.6)$$

Igualando las ecuaciones 3.6.5 y 3.6.6, se obtendrá la proporción de gastos que aportan las bombas de flujo axial y de flujo mixto.

$$h_{est} + K_{bm} Q_{bm}^2 + K_{sistema} Q_T^2 = h_{est} + K_{br} Q_{br}^2 + K_{sistema} Q_T^2 \quad (3.6.7)$$

Desarrollando y simplificando la ecuación 3.6.7 se tiene:

$$K_{bm} Q_{bm}^2 = K_{br} Q_{br}^2$$

$$Q_{bm}^2 = \frac{K_{br}}{K_{bm}} Q_{br}^2 \quad \text{si } \frac{K_{br}}{K_{bm}} = K_R \text{ entonces}$$

$$Q_{bm} = \sqrt{K_R} Q_{br}$$

Por lo tanto:

$$Q_{bm} = \sqrt{K_R} Q_{br} \quad (3.6.8)$$

4. Graficar la curva de cargas del sistema en el plano del punto 1.

$$\text{Se tiene que } Q_{bm} = \sqrt{K_R} Q_{br} \text{ y se sabe que } Q_T = Q_{bm} + Q_{br} \quad (3.6.9)$$

Sustituyendo 3.6.8 en 3.6.9 se obtiene:

$$Q_T = \sqrt{K_R} Q_{br} + Q_{br}$$

Despejando  $Q_{br}$  en función de  $Q_T$

$$Q_{br} = \frac{Q_T}{1 + \sqrt{K_R}} \quad (3.6.10)$$

Sustituyendo 3.6.10 en 3.6.5 se tiene:

$$H_{br} = h_{est} + K_{br} \left( 1 + \frac{Q_T}{\sqrt{K_R}} \right)^2 + K_{sistema} Q_T^2 \quad (3.6.11)$$

Donde se tiene la carga de la bomba en función de  $Q_T$

De forma análoga tenemos la carga de la bomba mixta en función de  $Q_T$

$$H_{bm} = h_{est} + K_{bm} \left( \frac{Q_T}{1 + \frac{1}{\sqrt{K_R}}} \right)^2 + K_{sistema} Q_T^2 \quad (3.6.12)$$

Para obtener la curva del sistema se hace uso de la tabla 3.6.4.

| $Q_T$   | $H_{br}$ | $H_{bm}$ |
|---------|----------|----------|
| $m^3/s$ | $m$      | $m$      |
|         |          |          |

TABLA 3.6.4

- Obtener de la gráfica del punto 1, el punto de operación del sistema e indicar los gastos y cargas de cada bomba.
- Determinar el gasto que aporta cada bomba para el gasto total del punto anterior.
- Comparar el gasto aforado con el gasto total del sistema.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## CAPÍTULO 4: TURBINA PELTON

### 4.1 ANTECEDENTES

La turbina hidráulica es una turbomáquina motora, y por tanto esencialmente es una bomba rotodinámica que trabaja a la inversa, así como una bomba absorbe energía mecánica y restituye energía de fluido, una turbina absorbe energía de fluido y restituye energía mecánica. Teóricamente, suministrando energía hidráulica a la máquina, e invirtiendo el flujo, una bomba podría trabajar como turbina.

#### 4.1.1 Energía hidráulica

La energía se obtiene de la caída del agua desde cierta altura a un nivel inferior lo que provoca el movimiento de ruedas hidráulicas o turbinas. La hidroelectricidad es un recurso natural disponible en las zonas que presentan suficiente cantidad de agua. Su desarrollo requiere construir presas, canales de derivación, y la instalación de grandes turbinas y equipamiento para generar electricidad. Todo ello implica la inversión de grandes sumas de dinero, por lo que no resulta competitiva en regiones donde el carbón o el petróleo son baratos, aunque el costo de mantenimiento de una central térmica, debido al combustible, sea más caro que el de una central hidroeléctrica. Sin embargo, el peso de las consideraciones medioambientales centra la atención en estas fuentes de energía renovables.



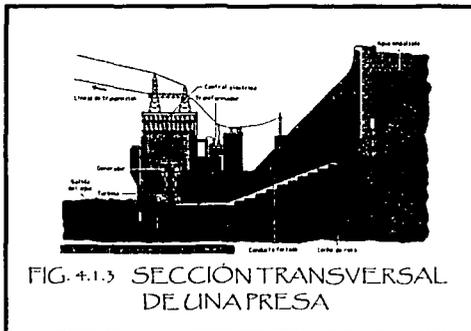
FIG. 4.1.1 GENERADORES DE LA PRESA BONNEVILLE, EN OREGÓN (ESTADOS UNIDOS) PRODUCEN ELECTRICIDAD MEDIANTE TURBINAS MOVIDAS POR AGUA. PORTERFIELD-CHICKERING/PH. INC.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



#### 4.1.2 Desarrollo de la energía hidroeléctrica

La primera central hidroeléctrica se construyó en 1880 en Northumberland, Gran Bretaña. El renacimiento de la energía hidráulica se produjo por el desarrollo del generador eléctrico, seguido del perfeccionamiento de la turbina hidráulica y debido al aumento de la demanda de electricidad a principios del siglo XX. En 1920 las centrales hidroeléctricas generaban ya una parte importante de la producción total de electricidad.



#### 4.1.2.1 Sección transversal de una presa

En las presas se genera electricidad liberando un flujo controlado de agua a alta presión a través de un conducto forzado. El agua impulsa unas turbinas que mueven los generadores y producen así una corriente eléctrica. A continuación esta corriente elevada de baja tensión pasa por un elevador de tensión que la transforma en una corriente reducida de alta tensión. La corriente se transporta por cables de alta tensión hasta las subestaciones eléctricas donde se reduce la tensión para ser empleada por los usuarios. El agua sale de la presa por el desagüe (Fig. 4.1.3).

La tecnología de las principales instalaciones se ha mantenido igual durante el siglo XX. Las centrales dependen de un gran embalse de agua contenido por una presa. El caudal de agua se controla y se puede mantener casi constante. El agua se transporta por unos conductos o tuberías a presión, controlados con válvulas y turbinas para adecuar el flujo de agua con respecto a la demanda de electricidad. El agua que entra en la turbina sale por los canales de descarga. Los generadores están situados justo encima de las turbinas y conectados con árboles verticales. El diseño de las turbinas depende del gasto; las turbinas Francis se utilizan para gastos grandes y cargas medias y bajas, las turbinas Pelton para grandes cargas y pequeños gastos y las turbinas Kaplan se utilizan para gastos grandes y cargas pequeñas.

Además de las centrales situadas en presas de contención, que dependen del embalse de grandes cantidades de agua, existen algunas centrales que se basan en la caída natural del agua, cuando el gasto es uniforme. Estas instalaciones se llaman de agua fluente. Una de ellas es la de las cataratas del Niágara, situada en la frontera entre Estados Unidos y Canadá.

A principios de la década de los noventa, las primeras potencias productoras de hidroelectricidad eran Canadá y Estados Unidos. Canadá obtiene un 60% de su electricidad de centrales hidroeléctricas. En todo el mundo, la hidroelectricidad representa aproximadamente la cuarta parte de la producción total de electricidad, y su importancia sigue en aumento. Los países en los que constituye fuente de electricidad más importante son Noruega (99%), República Democrática del Congo (97%) y Brasil (96%). La central de Itaipú, en el río Paraná, está situada entre Brasil y Paraguay; se inauguró en 1982 y tiene la mayor capacidad generadora del mundo. Como referencia, la presa Grand Coulee, en Estados Unidos, genera unos 6.500 MW y es una de las más grandes.

En algunos países se han instalado centrales pequeñas, con capacidad para generar entre un kilovatio y un megavatio. En muchas regiones de China, por ejemplo, estas pequeñas presas son la principal fuente de electricidad. Otras naciones en vías de desarrollo están utilizando este sistema con buenos resultados.

Las máquinas hidráulicas transmiten la energía a través de un fluido, utilizado para canalizar las fuerzas a distancias donde los acoplamientos mecánicos no serían apropiados ni efectivos.

## 4.2 CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS

Debido a la extensa gama existente, se ha realizado la clasificación de las máquinas en grupos, a saber se clasifican en:

Máquinas de fluido, máquinas-herramientas, máquinas eléctricas, entre otras.

---

Ahora bien, el grupo de máquinas que nos interesa, para este trabajo, es el de las máquinas de fluido.

#### 4.2.1 Definición y clasificación de las máquinas de fluido

Se dice que las máquinas de fluido son aquellas en las que el fluido proporciona la energía que absorbe la máquina, o bien aquellas en las que el fluido es el receptor de la energía y que la máquina restituye la energía mecánica absorbida.

En toda máquina de fluido existe un intercambio entre energía de fluido y energía mecánica.

Las máquinas de fluido revisten infinitas formas y encuentran un sin fin de aplicaciones en la técnica, ya que en este grupo existe una gran diversidad de máquinas, como puede ser una diminuta fresa neumática de un dentista; que gira a 500 000 r.p.m., una gigantesca turbina de vapor de 1 200 MW, una bomba de membrana para combustible de un automóvil, o un cohete de combustible líquido.

Por otra parte, las máquinas de fluido se clasifican en máquinas hidráulicas y máquinas térmicas. Máquina hidráulica es aquella en que el fluido que intercambia su energía no varía sensiblemente su densidad en su paso a través de la máquina, por lo cual el diseño y el estudio de la misma se hace la hipótesis de que la densidad,  $\rho = \text{cte}$ .

Otra definición de máquina hidráulica es aquella que establece que es todo aquel dispositivo que sirve para intercambiar energía entre un medio líquido y un sistema mecánico.

Máquina térmica es aquella en que el fluido en su paso a través de la máquina varía sensiblemente su densidad y volumen, por lo cual en su estudio y diseño de la máquina ya no puede considerarse constante.

#### 4.3 CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS

Es conveniente mencionar el hecho de que el nombre o distintivo de máquina hidráulica no es apropiado ya que, en ocasiones, permite caer en ciertas incongruencias al momento de definir una máquina determinada puesto que, aunque etimológicamente máquina hidráulica es una máquina de fluido en la cual el fluido es el agua y sin embargo, por ejemplo, la turbina de vapor funciona con agua y no es una máquina hidráulica, sino una máquina térmica.

Así tenemos que, a pesar de que un ventilador no bombea agua, sino aire, el ventilador es una máquina hidráulica.

Las bombas que bombean líquidos distintos del agua ( gasolina, ácidos, etc.). También son máquinas hidráulicas, además, aunque el líquido bombeado esté caliente la máquina no es una máquina térmica, sino que seguirá siendo hidráulica.

De acuerdo a lo anterior, el nombre de máquina hidráulica no es apropiado sin embargo, a pesar de todo ello, la clasificación misma de las máquinas de fluido en máquinas hidráulicas y térmicas es rigurosa y científica.

Para clasificar las máquinas hidráulicas se atiende al elemento principal de la máquina, o sea al órgano en el que se intercambia la energía mecánica, en energía de fluido o viceversa.

Este órgano según los casos se llama rodete, embolo, etc.

---

---

En la actualidad existen diversas clasificaciones de las máquinas hidráulicas, a saber:

- Atendiendo al tipo de movimiento del émbolo o rodete.
- Atendiendo al principio fundamental de funcionamiento.

### **4.3.1 Atendiendo al tipo de movimiento del émbolo o rodete**

Atendiendo al tipo de movimiento del émbolo o rodete las máquinas hidráulicas pueden clasificarse en rotativas o alternativas.

Esta clasificación tiene la ventaja de ser muy clara, ya que solo se basa en el hecho de que el órgano intercambiador de energía esté provisto de movimiento de rotación o de movimiento alternativo.

Una máquina de movimiento alternativo es aquella en la cual se proporciona energía hidráulica introduciendo un fluido a presión a través de la válvula de admisión, el émbolo se desplazará obligándolo a realizar un trabajo mecánico externo que se puede obtener en la flecha motriz de la máquina por medio de un mecanismo de biela manivela que se encarga de transformar el movimiento de vaivén del émbolo en un movimiento angular uniforme.

#### **4.3.1.1 Atendiendo al principio fundamental de funcionamiento**

Usualmente se prefiere esta clasificación, debido principalmente en que se basa en el principio fundamental de funcionamiento, distinto al principio de movimiento.

Así, tenemos que las máquinas hidráulicas se clasifican en máquinas de desplazamiento positivo y turbomáquinas.

#### **4.3.2 Máquinas de desplazamiento positivo**

En las máquinas de desplazamiento positivo, también llamadas máquinas volumétricas, el órgano intercambiador de energía cede energía al fluido o el fluido a él en forma de energía de presión creada por la variación del volumen.

Los cambios en la dirección y valor absoluto de la velocidad del fluido no juegan función esencial alguna.

El principio de funcionamiento de las máquinas de desplazamiento positivo es precisamente el principio de desplazamiento positivo.

El intercambio de energía se desarrolla en base al trabajo mecánico directo al desplazarse un volumen determinado de fluido bajo la acción de una presión.

#### **4.3.3 Turbomáquinas**

En las turbomáquinas, denominadas también máquinas de corriente, los cambios en la dirección y valor absoluto de la velocidad desempeñan una función esencial. El intercambio de energía se realiza en base a fuerzas dinámicas que se desarrollan en el medio líquido en movimiento y el elemento móvil de la máquina, es decir, responden a la ecuación de cantidad de movimiento de la cual se deduce la ecuación de Euler de las turbomáquinas.

---

---

### 4.3.3.1 Clasificación de las turbomáquinas

Las turbomáquinas son máquinas rotativas que permiten una transferencia energética entre un fluido y un rotor provisto de álabes, mientras el fluido pasa a través de ellos. La transferencia de energía tiene su origen en un gradiente de presión dinámica que se produce entre la entrada y la salida del fluido en el rotor por lo que también se le denomina a estas máquinas de presión dinámica.

Si la transferencia de energía se realiza de máquina a fluido se le da en nombre genérico de bomba; si por el contrario el fluido cede energía al rotor se llama turbina. En la primera denominación figuran no solo las máquinas conocidas comercialmente como con el nombre de bombas, cuyo fluido de trabajo es el agua, sino también toda turbomáquina que sirve para imprimir energía a un fluido, como compresores, sopladores, etc., ya sean de tipo axial o radial y trabajando con cualquier clase de fluido.

Además es conveniente señalar la existencia de las turbomáquinas hidráulicas y las turbomáquinas térmicas.

En las primeras la densidad y el volumen del fluido empleado no varía en su paso a través de la máquina ( bombas, ventiladores, turbinas hidráulicas, etc.)

En las turbomáquinas térmicas se presentan variaciones en la densidad y volumen específico del fluido en su paso a través de la máquina ( turbocompresores, turbinas de gas, turbinas de vapor, etc. )

Existen diversas clasificaciones de las turbomáquinas, realizadas en grupos como factores comunes, pero no hay una clara división en conjuntos de funcionamiento y diseño único, que permita desarrollar estudios simples sobre las mismas bases.

Una gran división que puede hacerse de las turbomáquinas es:

- Máquinas que transfieren energía de rotor a fluido, denominadas bombas y compresores,
- Máquinas que transfieren en energía de fluido a rotor llamadas turbinas.

### 4.3.3.2 Atendiendo a la dirección del fluido

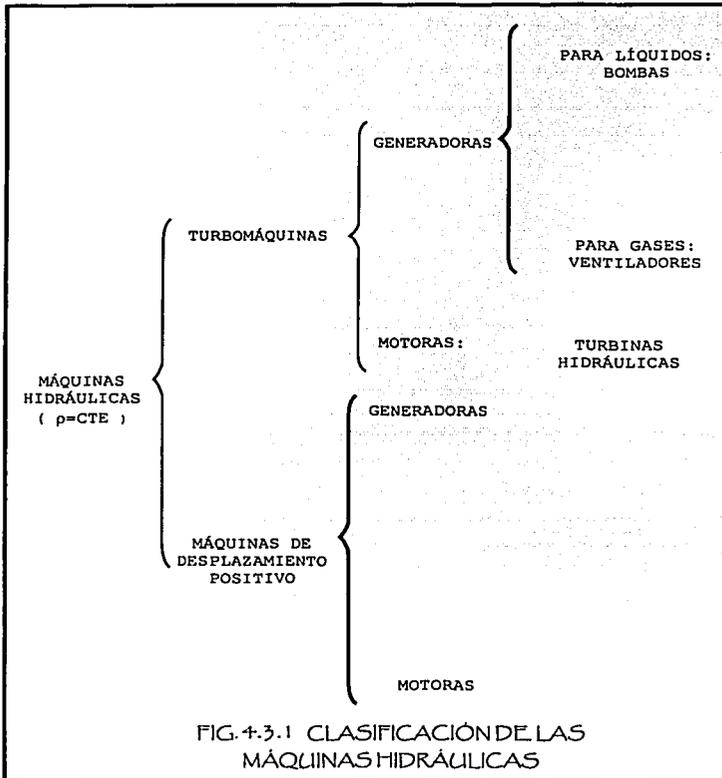
Otra clasificación es la basada en la dirección del fluido a su paso por el rotor. Así, se tienen máquinas de flujo radial y máquinas de flujo axial aunque algunas tienen los dos flujos esto es, son de flujo mixto, el grupo de flujo radial puede subdividirse en flujo hacia adentro y flujo hacia fuera, lo que es muy significativo según se trate de turbinas o bombas.

### 4.3.3.3 Atendiendo al grado de reacción

Una clasificación más es la correspondiente al grado de reacción. En esta división se complementan las máquinas de impulso y a las máquinas de reacción. Cabe señalar que un gran número de autores y constructores consideran imprecisa esta clasificación debido a que, aunque parece lógico que el Grado de reacción  $Gr = 0$  debe corresponder a impulso, y que  $Gr \neq 0$  a reacción, en la práctica muchas turbinas con bajo grado de reacción son consideradas como de impulso, lo cual es incorrecto, quedando la duda si se deben llamar de impulso o de reacción.

---

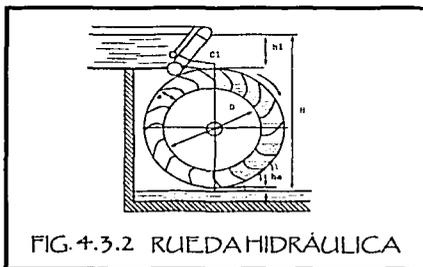
A continuación se muestra un cuadro en el se ilustra la clasificación general de las máquinas.  
 Figura 4.3.1



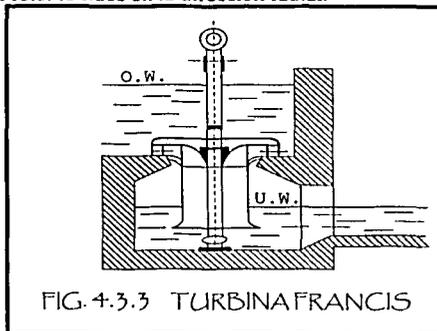
#### 4.3.4 Clasificación de las turbinas hidráulicas

Todas las ruedas hidráulicas funcionan gracias a la fuerza del agua al descender, y en la teoría, la máxima energía disponible para la tarea depende únicamente de la altura de la que cae el agua. Cuando la caída ocurre gradualmente, como debe ser en el caso del molino nórdico o de impulso por abajo, mucha de esa energía teórica se ha disipado por fricción antes de que el agua llegue a la rueda. Si el agua desciende directa o casi directamente sobre la rueda, será mayor la energía aplicada a moverla.

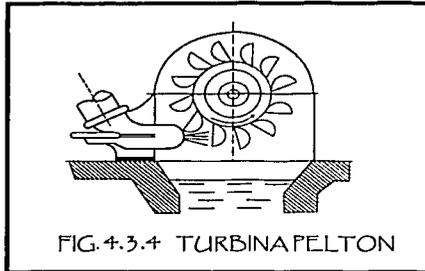
El funcionamiento es el siguiente: el agua entra por la rueda por su punto más alto, llenando parcialmente los cajones que forman los álabes y haciendo, por su propio peso, que el agua se vaya moviendo como se ilustra en la figura 4.3.2



A mediados del año de 1847, el estadounidense de origen británico James Bicheno Francis presentó la turbina que lleva su nombre. Esta turbina (figura 4.3.3) es de tipo radial debido a que, cuando el agua pasa por el rotor lo hace en la dirección radial.

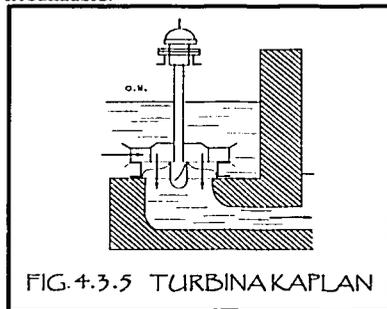


En 1880 Lester Allen Pelton, nacido en Vernouillion, Ohio, E.U.A., patentó la turbina que lleva su nombre. Pelton, quien se encontraba buscando oro en California, concibió la idea de una rueda con cucharas periféricas que aprovechara la energía cinética de un chorro de agua, proveniente de una tubería a presión, incidiendo tangencialmente sobre la misma.



A la turbina Pelton (figura 4.3.4) también se le conoce como turbina de impulso, debido a que exclusivamente aprovecha la energía cinética del agua, aunque también se le clasifica como tangencial debido a la particular forma de ataque del agua al rotor.

Kaplan concibió la idea de corregir el paso de los álabes automáticamente con las variaciones de la potencia. Debido que la técnica constructiva estaba poco desarrollada, todo hacía suponer que la idea de Kaplan era utópica, irrealizable.



Actualmente la turbina Kaplan encuentra aplicación en una gama de cargas que varían de 1 a 90 m. Incluso va invadiendo el campo de las cargas medias en el que la Francis parecía ser insustituible. (figura 4.3.5)

#### 4.3.4.1 Definición de turbina hidráulica

Las turbinas hidráulicas son turbomáquinas motoras que permiten la transferencia de energía del agua a un rodete provisto de álabes, mientras el flujo pasa a través de estos.

#### 4.3.4.2 Diversas clasificaciones de las turbinas hidráulicas

Existen tres clasificaciones de las turbinas, a saber: según el grado de reacción, según el número específico de revoluciones y según la dirección del flujo en su paso a través del rotor.

#### 4.3.4.3 Según el grado de reacción

##### 4.3.4.3.1 Definición del grado de reacción

El grado de reacción de una turbomáquina se refiere al modo de cómo trabaja el rodete. Por ejemplo, en una bomba se debe distinguir con claridad la carga de presión que da la bomba,  $H_u$ , y la carga de presión que da el rodete de la bomba,  $H_p$ . La primera normalmente es mayor que  $H_p$  porque la bomba tiene además de un rodete un sistema difusor y que transforma la energía dinámica que da el rodete,  $H_d$ , en energía de presión, que sumada a la energía de presión del rodete constituye la energía de presión que da toda la bomba. En las turbinas la definición de grado de reacción se realiza de manera análoga.

$$\text{GRADO DE REACCIÓN TEÓRICO } \rho = \frac{H_p}{H_u}$$

Por lo tanto, el grado de reacción de una turbina,  $\epsilon_r$ , se define como:

$$\epsilon_r = \frac{\text{carga de presión absorbida por el rodete}}{\text{carga total absorbida por el rodete}}$$

Es decir, el cociente de la carga que absorbe el rodete en forma de presión por la carga total que absorbe el rodete de la turbina (el denominador es la carga de Euler  $H_u$ ).

Siendo  $H_u$  siempre positivo,

- Si  $H_p < 0$ , el grado de reacción es negativo,
- Si  $H_p = 0$ , el grado de reacción es cero
- Si  $0 < H_p < H_u$ , el grado de reacción está comprendido entre 0 y 1, que es el caso normal,
- Si  $H_p > H_u$ , el grado de reacción es mayor que 1.

Si la turbina absorbe la mitad de su energía en forma de presión y la otra mitad en forma de energía dinámica, el grado de reacción es igual a  $\frac{1}{2}$ .

Ahora bien, las turbinas hidráulicas, según el grado de reacción, se clasifican en dos grupos:

Turbinas de acción y turbinas de reacción.

- Si el grado de reacción es 0, la turbina se llama de acción (o impulso)
- Si el grado de reacción es distinto de 0, la turbina se llama de reacción

#### 4.3.4.3.2 Turbinas de acción o impulso

En este tipo de turbinas se caracterizan por aprovechar exclusivamente la energía cinética del agua, no existiendo por tanto gradientes de presión entre la entrada y la salida de la máquina.

El flujo a través de los álabes y el rodete móvil es a superficie libre y a presión atmosférica, la alimentación se hace en puntos bien localizados de la circunferencia del rodete móvil por medio de toberas, se pierde la energía residual cinética de salida del agua de los canchilones y de la energía de posición por instalación de la máquina de tal forma que el agua descargada por los canchilones cae libremente al canal de desfogue, la turbina más representativa es la Pelton.

#### 4.3.4.3.3 Turbinas de reacción

Estas turbinas se caracterizan por emplear la energía estática del agua, pudiendo también aprovechar la energía dinámica del agua. Otra característica es que el grado de reacción de estas máquinas es siempre menor a la unidad.

En las turbinas de reacción se dispone un conducto alimentador en forma de caracol circundando la máquina, el cual recibe el agua de la tubería de llegada y la sirve al rodete móvil por medio del distribuidor, este último regula el gasto de acuerdo con la potencia exigida a la turbina y además impone al líquido el giro necesario para su acción sobre los álabes. En la descarga del agua de la máquina se instala otro conducto conocido como tubo de desfogue, mismo que permite una ganancia en el gradiente de presión y proporciona un mejor rendimiento de la máquina, las turbinas más representativas son la Francis y la Kaplan.

#### 4.3.4.3.4 Según la velocidad específica

En la actualidad se construyen cinco tipos de turbinas:

Pelton  
Francis  
Dériaz  
Hélice  
Kaplan

La naturaleza ofrece cargas hidráulicas con potencias muy variadas y una misma potencia con combinaciones de Q y H. Por tanto, el rodete de las turbinas hidráulicas va combinado insensiblemente de forma para adaptarse a las diferentes condiciones de servicio.

Es por lo anterior que la clasificación más precisa de las turbinas hidráulicas es una clasificación numérica, que se hace asignado a toda una familia de turbinas geoméricamente semejantes un número llamado NÚMERO ESPECÍFICO DE REVOLUCIONES,  $n_s$ .

$$n_s = \frac{n P_a^{1/2}}{H^{5/4}}$$

donde:

$n$  velocidad de rotación, en r.p.m.

H carga neta, en m.  
 P, potencia en el eje o potencia útil, en c.v.

Solo hay un salto brusco de forma cuando se pasa de un rodete de acción (Pelton) a un rodete de reacción. Luego todos los tipos de turbinas clasificados según n, pueden agruparse en los únicos tipos mencionados de la clasificación anterior: turbinas de acción y turbinas de reacción.

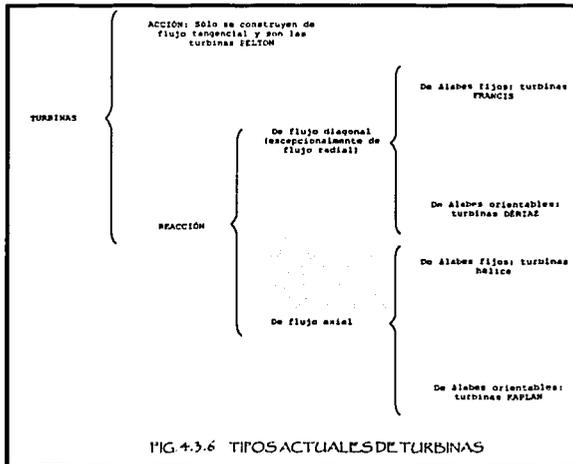
#### 4.3.4.3.5 Definición de la velocidad específica

El número específico de revoluciones o VELOCIDAD ESPECÍFICA de una turbina cualquiera, viene a ser el número de revoluciones normal de una turbina geoméricamente semejante y en la cual las dimensiones son tales que bajo una carga de un metro desarrollará una potencia de un caballo de vapor, y por lo tanto, la velocidad específica es el número de revoluciones por minuto referido a la unidad de carga y a la unidad de potencia.

#### 4.3.4.3.6 Según la dirección de flujo en su paso por el rotor

Según la dirección del flujo las turbinas se clasifican en radiales y axiales.

Turbinas radiales: son aquellas turbinas que, cuando el agua pasa por el rodete, lo hace en forma radial. La turbina más representativa de este tipo es la Francis. Cuando el paso del agua entre los álabes se hace en la dirección del eje de la turbina, se dice que ésta es del tipo axial, de las que son representativas la Kaplan y la Pelton, aunque ésta última se le clasifica también como turbina tangencial, por la forma particular de ataque del agua al rodete.



## 4.4 TURBINA PELTON

### 4.4.1 Características

Las turbinas de impulso o de acción tienen la peculiaridad de aprovechar la energía cinética del fluido, no existe, pues, gradiente de presión entre la entrada y la salida de la máquina es decir el grado de reacción es cero.

Entre las turbinas hidráulicas de este tipo la más representativa es la Pelton, la cuál debe su nombre a Lester Allan Pelton, ensayó diferentes formas de álabes hasta alcanzar una patente de la rueda en 1880, desde cuya fecha ha tenido gran desarrollo y aplicación.

En la turbina Pelton actual la energía cinética del agua, en forma de un chorro libre, se genera en una tobera colocada al final de una tubería de presión. La tobera esta provista de una aguja de cierre para regular el gasto, constituyendo el conjunto, el órgano de alimentación y de regulación de la turbina.

El álabe tiene la forma de doble cuchara, con una arista diametral sobre la que incide el agua, produciéndose una desviación simétrica en dirección axial, buscando un equilibrio dinámico de la máquina en esa dirección. Por ser el ataque del agua en sentido tangencial a la rueda también se le denomina turbina "tangencial", por tener el fluido un recorrido axial a su paso por el álabe, se clasifica también entre las máquinas de tipo axial.

Las turbinas Pelton trabajan bajo cargas altas (alrededor de 200 m y mayores), y gastos pequeños (hasta 10 m<sup>3</sup>/s aproximadamente). Debido a que las cargas son altas y a los chiflones, la velocidad se incrementa acelerando a su vez los rodetes, consecuentemente la generación es a menor costo, además por razones hidroneumáticas, y por sencillez de construcción, son de buen rendimiento para amplios márgenes de gasto, (entre 30 % y 100 % del gasto máximo). Por ello se colocan pocas unidades en cada central que requiere turbinas de estas características.

Los cangilones pueden ir montados en el rodete o bien estar fundidos íntegramente con él. Anteriormente los cangilones eran reemplazables pero, debido a que el desgaste en ellos ocurre en forma pareja, motivo por el cual el cambiar los cangilones implicaba cambiar la rueda por lo anterior es que se recomienda que los cangilones vayan fundidos al rodete.

Pueden ser instaladas con eje en posición horizontal y vertical, siendo la primera la más adecuada debido a que por la disposición del eje horizontal, el número de chorros por rueda se reduce generalmente a uno o dos. Por otra parte la rueda queda accesible para su inspección, lo mismo que los inyectores, con lo que la reparación de averías pequeñas y desgastes por erosión pueden efectuarse sin desmontar la turbina. Entre las desventajas se encuentra la complicada instalación en un plano vertical de las tuberías de alimentación y las agujas de inyección.

Encuentra así aplicación, este sistema de montaje, en aquellos casos donde se tienen aguas sucias que producen deterioros o notable acción abrasiva. Con el eje en horizontal se hace también posible instalar turbinas gemelas para un solo generador colocado entre ambas.

Con la disposición del eje en vertical se facilita la colocación del sistema de alimentación en un plano horizontal, lo que permite aumentar el número de chorros por rueda; se puede así incrementar al gasto y tener mayor potencia por unidad.





#### 4.4.2 Componentes de una turbina Pelton

Los componentes esenciales de una turbina Pelton, son:

##### 4.4.2.1 Carcaza

Es la envoltura metálica que cubre los inyectores, rodetete y otros elementos mecánicos de la turbina (figura 4.4.3<sup>1</sup>). Nota: el superíndice indica el componente de la turbina en la figura.

Su objetivo consiste en evitar que el agua salpique al exterior cuando, después de incidir sobre los cangilones, abandona a estos. Dispone de un equipo de sellado, en las zonas de salida del eje, a fin de eliminar fugas de agua. Puede estar formado por un laberinto metálico dotado de drenaje, o bien por juntas de estanqueidad o prensaestopas.

Cuando se trata de turbinas Pelton instaladas con el eje en posición vertical, la carcaza, situada horizontalmente, tiene convenientemente distribuidos en su periferia unos conductos de paso de aire hacia el rodetete, logrando, alrededor del mismo, el adecuado equilibrio de presiones. En el caso de turbinas con eje horizontal, la aireación se efectúa desde la cámara de descarga.

##### 4.4.2.2 Inyector

Es el distribuidor de las turbinas Pelton, donde se transforma la energía de presión de la agua en energía cinética, generalmente consta de una tobera y válvula de aguja. (figura 4.4.3<sup>2</sup>)

##### 4.4.2.3 Tobera

Se entiende como tal, una boquilla, normalmente con orificio de sección circular (puede tratarse de otra sección), de un diámetro aproximado de 5 a 30 cm. y está ubicada donde termina la cámara de distribución.

Proyecta y dirige, tangencialmente hacia la periferia del rodetete, el chorro de agua, de tal modo que la prolongación de éste forma un ángulo prácticamente de 90° con los imaginarios radios de aquél, en los sucesivos puntos de choque o incidencia del agua. Con lo anterior se explica el concepto de turbina tangencial, que se utiliza cuando se clasifica a las turbinas. (figura 4.4.3<sup>3</sup>)

---

#### 4.4.2.4 Válvula de aguja

Está formada por un vástago situado concéntricamente en el interior del cuerpo de la tobera, guiado mediante cojinetes sobre los cuales tiene un libre movimiento de desplazamiento longitudinal en dos sentidos. Uno de los extremos del vástago, el orientado hacia el orificio de salida de la tobera, termina en forma esférico-cónica a modo de punzón, fácilmente recámbiale, el cuál regula el gasto que fluye por la misma, de acuerdo con el mayor o menor grado de acercamiento hacia el orificio, llegando a cortar totalmente el de agua cuando se produce el asentamiento de dicho punzón sobre el mencionado orificio, según las circunstancias de funcionamiento del sistema.

En el otro extremo están dispuestos mecanismos tales como un muelle de cierre de seguridad, que atiende a cerrar el orificio de tobera, presionando al punzón sobre el mismo, cuando la turbina está parada, o se pone fuera de servicio de manera brusca debido a un determinado defecto que afecte al sistema.

También, sobre dicho extremo, actúan una serie de palancas o de servomecanismos, que regulan la posición del punzón, al que de ahora en adelante llamaremos aguja o válvula de aguja, según las ordenes recibidas del regulador de velocidad.

(figura 4.4.3 <sup>4</sup>)

#### 4.4.2.5 Equipo de regulación de velocidad

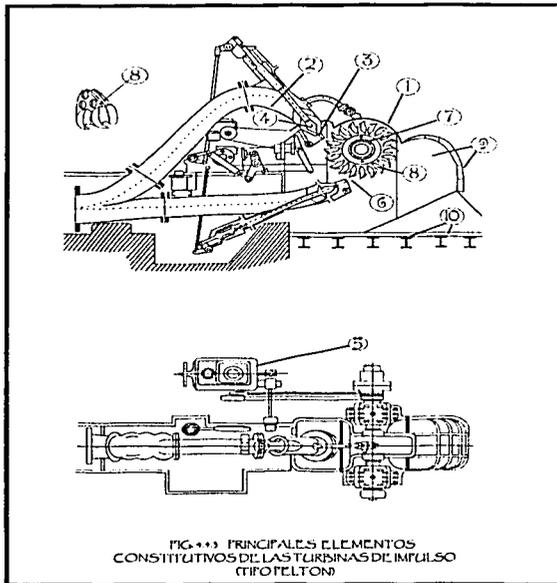
Está constituido por un conjunto de dispositivos electro-mecánicos tales como servomecanismos, palancas y bielas. Su función es la de mantener constante la velocidad del sistema, a fin de que la frecuencia de la corriente generada tenga, en todas circunstancias de carga, 50 periodos por segundo (p.p.s). Este valor es general en toda Europa; sin embargo, en América del norte y algunos países de Hispanoamérica, el valor normalizado es de 60 p.p.s. (figura 4.4.3 <sup>5</sup>)

#### 4.4.2.6 Distribuidor

Está constituido por uno o varios equipos de inyección de aguja. Cada uno de estos equipos esta formado por determinados elementos mecánicos y tiene como objetivo además de regular el gasto necesario el de dirigir de manera conveniente el chorro de agua, de forma cilíndrica y de sección uniforme sobre el rodete.

El número de equipos de inyección que generalmente se colocan alrededor del rodete, depende de la potencia y características del propio sistema y de las condiciones de carga disponible. Así mismo, se puede disponer de más de un rodete en el mismo eje, cada uno de ellos dotado del distribuidor apropiado.

Suelen colocarse hasta 6 equipos de inyección alrededor de un solo rodete, derivando todos y cada uno de ellos de una tubería a presión. Dicho número se instala en turbinas Pelton con eje vertical, siendo, normalmente uno o dos inyectores uno o dos equipos de inyección cuando se trata de una turbinas Pelton con disposición de eje horizontal. (figura 4.4.3 <sup>6</sup>)



#### 4.4.2.7 Rodete

Consiste en disco circular con un número (rara vez menor de 15) de cucharones equidistantemente dispuestos en su periferia. Se montan dos o más hasta un máximo de seis inyectores (boquillas) de modo de que cada una dirija un chorro tangente a la circunferencia y dirigido hacia el centro de los cucharones. Es la pieza clave donde se transforma la energía hidráulica del agua, en su forma cinética, en energía mecánica o, dicho de otra manera, en trabajo según la forma de movimiento de rotación. (figura 4.4.3<sup>7</sup>)

#### 4.4.2.8 Cangilones

También son denominados álabes, cucharas o palas y son piezas de bronce o de acero especial para evitar, dentro de lo posible, la corrosión y la cavitación.

Están diseñados para recibir el empuje directo del chorro de agua. Su forma es similar a la de una doble cuchara, con una arista interior lo más afilada posible y situada centralmente en dirección

---

perpendicular hacia el eje, de modo que divide al cangilón en dos partes simétricas de gran concavidad cada una, siendo sobre dicha arista donde incide el chorro de agua.

Su colocación sobre la rueda motriz, se consigue por dos procedimientos. Uno de ellos consiste en montarlos de uno en uno o de dos en dos, sobre la periferia de la misma, cuya fijación se realiza mediante tornillos y cuñas, de tal manera que no exista juego ni holgura. Actualmente y para rodetes de cualquier tamaño, los cangilones están forjados con la misma rueda, como una pieza única, lo cual permite una economía en su construcción; y mayor seguridad de funcionamiento, dado el impacto inicial del agua que han de soportar en el momento del arranque, la fuerza centrífuga alcanzada en caso de embalamiento, etc.

Cada cangilón lleva, en su extremo periférico, una escotadura en forma de doble v, perfectamente centrada. Tiene como objeto conseguir que la parte cóncava del cangilón precedente, según el sentido de giro, reciba el chorro de agua cuando su arista se encuentra en posición lo más perpendicular posible, respecto a al eje del chorro, aprovechando al máximo el caudal y el impulso que éste le proporciona al acompañarle durante un corto trayecto, razón por la cual las turbinas Pelton se denomina turbinas de impulso. Dichas escotaduras favorecen un mayor acercamiento de las toberas hacia el rodete. (figura 4.4.3 <sup>8</sup>)

#### 4.4.2.9 Blindaje

Proteje la subestructura contra el efecto destructor del chorro desviado. (figura 4.4.3 <sup>9</sup>)

#### 4.4.2.10 Cámara de descarga

Se entiende como tal la zona por donde cae el agua libremente hacia el desagüe, después de haber movido al rodete. También se conoce como tubería de descarga o de desfogue.

Para evitar deterioros debidos a la acción de los chorros de agua, especialmente de los originados por la intervención del deflector, se suele disponer, en el fondo de la cámara de desfogue, un colchón de agua de 2 a 3 m de espesor. Con el mismo fin, se instalan blindajes o placas, situadas adecuadamente, que protegen la obra de concreto. En este tipo de turbinas no existe tubo de aspiración.

Tomando en cuenta la disposición horizontal se realizan las siguientes descripciones de cada uno de ellos.

#### 4.4.2.11 Cámara de distribución

Consiste en la prolongación de la tubería a presión, acoplada a ésta mediante una brida unión, ubicada después de la válvula de entrada a la turbina y tiene como misión fundamental, distribuir el caudal a cada uno de los inyectoros. También se le conoce con el nombre de cámara de inyectoros.

#### 4.4.2.12 Deflector

Es un dispositivo mecánico que, a modo de pala o pantalla, puede ser intercalado con mayor o menor incidencia en la trayectoria del chorro de agua, entre la tobera y el rodete, presentando la parte cóncava hacia el orificio de tobera.

---

---

Tiene como objetivo desviar, total o parcialmente según proceda, el caudal de agua, impidiendo el embalamiento del rodete al producirse un descenso repentino de carga. Su intervención, evita variaciones bruscas de presión en la tubería a presión, al permitir una respuesta más lenta de la válvula de aguja, ante fuertes oscilaciones de carga.

La situación del deflector se controla con el regulador de velocidad; al igual que las distintas secciones de paso de agua por las toberas, al controlar las posiciones de la válvula de aguja.

#### **4.4.2.13 Rueda motriz**

Está unida rígidamente al eje, montada en el mismo por medio de chavetas y anclajes adecuados. Su periferia está mecanizada apropiadamente para ser soporte de los denominados cangilones.

#### **4.4.2.14 Sistema hidráulico de frenado**

Consiste en un circuito de agua derivado de la cámara de distribución. El agua proyectada a gran velocidad sobre la zona convexa de los cangilones, favorece el rápido frenado del rodete, cuando las circunstancias lo exigen.

#### **4.4.2.15 Eje**

Rígidamente unido al rodete, y situado de manera adecuada y sobre los cojinetes lubricados, transmite el movimiento de rotación al eje del alternador

El número de cojinetes instalados así como su función, radial o radial axial, depende de las características de cada grupo.

#### **4.4.2.16 Principio de funcionamiento**

Una vez identificados los elementos que componen una turbina Pelton, y conocidas las funciones respectivas, se comprende fácilmente el funcionamiento de las mismas.

La sucesiva transformación de la energía se efectúa del modo siguiente. La energía potencial gravitatoria del agua en el embalse, o energía de presión hasta los orificios de las toberas, se convierte, prácticamente sin pérdidas, en energía cinética, al salir el agua a través de dichos orificios en forma de chorros libres, a una velocidad que corresponde a toda la carga útil, que esta referida, para el caso concreto de las turbinas Pelton, al centro de los chorros considerados. Se dispone de la máxima energía cinética en el momento en que el agua incide tangencialmente sobre el rodete, empujando a los cangilones que lo forman, obteniéndose así el trabajo mecánico deseado.

Las formas cóncavas de los cangilones hacen cambiar la dirección del chorro de agua, saliendo éste, ya sin energía apreciable, por los bordes laterales, sin ninguna incidencia posterior sobre los cangilones sucesivos. De este modo, el chorro de agua transmite su energía cinética al rodete, donde se transforma instantáneamente en energía mecánica.

La válvula de aguja, gobernada por el regulador de velocidad, cierra más o menos el orificio de salida de la tobera, consiguiendo modificar el caudal de agua que fluye por ésta, con el objeto de mantener constante la velocidad del rodete, evitando el embalamiento o reducción del número de revoluciones del mismo, por la disminución o aumento de la carga solicitada por el generador.

---

---

La arista que divide a cada cangilón en dos partes simétricas, corta el chorro de agua, seccionándolo en dos láminas de fluido, teóricamente del mismo caudal, precipitándose cada una hacia la concavidad correspondiente. Tal disposición permite contrarrestar mutuamente los empujes axiales que se originan en el rodete, equilibrando presiones sobre el mismo, al conseguir cambiar simétrica y de forma opuesta, los sentidos de ambas láminas de agua.

---

## 4.5

## PRÁCTICA 3

## 4.5.1 Turbina Pelton

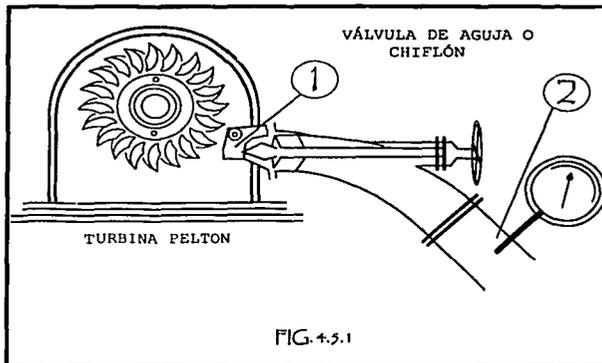
## 4.5.2 Objetivo

Observar el funcionamiento de una turbina Pelton y medir sus condiciones de operación.  
Obtener las curvas características de una turbina Pelton

## 4.5.3 Desarrollo

La práctica se desarrollará en la sala de máquinas donde se encuentran ubicadas las turbinas Pelton y Francis.

1. Tomar la lectura que indica la báscula.
2. Encender la consola.
3. Medir la carga de posición del chiflón (sección 1) y del manómetro (sección 2), tomando como plano de comparación el piso del laboratorio.



4. Fijar una abertura de 5 mm y registrar las siguientes lecturas:

- a) Velocidad angular de 700 r.p.m.
- b) La presión en el manómetro de carátula

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- c) La fuerza en la báscula  
 d) El voltaje y amperaje  
 e) El nivel de la superficie libre del agua en el vertedor triangular  
 f) Cambiar la velocidad a 750 r.p.m. y repetir del inciso b) al inciso e).  
 g) Cambiar la velocidad a 800 r.p.m. y repetir del inciso b) al inciso e).
5. Cambiar la abertura a 10, 15, 20, 25 y 30 mm. Para cada abertura, repetir del inciso a) al inciso g) del punto 4.

Estos datos se pueden registrar de la siguiente forma tabular: (tabla 4.5.1)

### REGISTRO DE DATOS DE OPERACIÓN DE LA TURBINA

| Velocidad en el motorvariador | Velocidad en la bomba | Abertura de la válvula | Presión de descarga | Carga de presión en la succión | Potencia eléctrica | Nivel de la superficie libre del agua |
|-------------------------------|-----------------------|------------------------|---------------------|--------------------------------|--------------------|---------------------------------------|
| $N_m$                         | $N_b$                 |                        | $P_d$               | $P/\gamma$                     | $P_e$              | n.s.l.a.                              |
| r.p.m.                        | r.p.m.                |                        | kg/cm <sup>2</sup>  | cm hg                          | kW                 | m                                     |
|                               |                       |                        | lb/in <sup>2</sup>  | in hg                          |                    |                                       |

TABLA 4.5.1

#### 4.5.4 Memoria de cálculo

1. Para cada una de las aberturas calcular:

- a) El gasto donde la tara = 0.1568m,  $a_1 = 0.20$  m y  $a_2 = 0.365$  m

$$Q = c h^{5/2} \quad \text{donde } c = \frac{8}{15} \cdot \sqrt{2g} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \mu k, \quad h = |n.s.l.a - h_{\text{tara}}| \quad (4.5.1)$$

- b) La velocidad y la carga de velocidad;  $\phi_r = 4''$

$$V = \frac{Q}{A} \quad \text{donde } A = \frac{\pi \phi_r^2}{4}, \quad \text{carga de velocidad } hv = \frac{V^2}{2g} \quad (4.5.2)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- c) La carga de velocidad en el chiflón.  
 $k_{\text{codo}} = 0.17 \quad k_{\text{ch}} \text{ Variable: Ver tabla 4.5.3}$

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{V_2^2}{2g} \cdot (1 + \sum k) \quad (4.5.3)$$

- d) La carga de la turbina

$$H_T = \frac{V_2^2}{2g} \quad (4.5.4)$$

- e) La potencia hidráulica

$$P_h = \gamma Q H_T \quad (4.5.5)$$

- f) La fuerza del brazo debido al funcionamiento de la turbina.

$$F_T = F_b - F_i \quad (4.5.6)$$

- g) El momento producido por la turbina,  $d = 0.7 \text{ m}$

$$M_T = F_T d \quad (4.5.7)$$

- h) La potencia al freno

$$Pf = M \omega \text{ donde } \omega = \frac{2\pi N}{60} \text{ [s}^{-1}\text{]} \quad N \text{ [r.p.m.]} \quad (4.5.8)$$

- i) La potencia eléctrica en kg m/s

$$P_e = V A \text{ [W]} \quad (4.5.9)$$

- j) La eficiencia mecánica

$$\eta_m = \frac{P_f}{P_h} \quad (4.5.10)$$

- k) La eficiencia eléctrica

$$\eta_e = \frac{P_e}{P_f} \quad (4.5.11)$$

2. Presentar en una tabla los resultados obtenidos.

| N<br>r.p.m. | Apertura<br>mm | P<br>kg/m <sup>2</sup> | p/y<br>m | Δh<br>cm | Q<br>m <sup>3</sup> /s | V<br>m/s | v <sup>2</sup> /2g<br>m | H <sub>T</sub><br>m | P <sub>h</sub><br>kgm/s |
|-------------|----------------|------------------------|----------|----------|------------------------|----------|-------------------------|---------------------|-------------------------|
|             |                |                        |          |          |                        |          |                         |                     |                         |

| F <sub>b</sub><br>kg | F <sub>T</sub><br>kg | ω<br>s <sup>-1</sup> | M<br>kgm | P <sub>t</sub><br>kgm/s | η <sub>m</sub><br>% | Volts<br>V | Amperes<br>Δ | P <sub>e</sub><br>W | P <sub>e</sub><br>kgm/s | η <sub>e</sub><br>% |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------|-------------------------|---------------------|------------|--------------|---------------------|-------------------------|---------------------|
|                      |                      |                      |          |                         |                     |            |              |                     |                         |                     |

TABLA 4.5.2

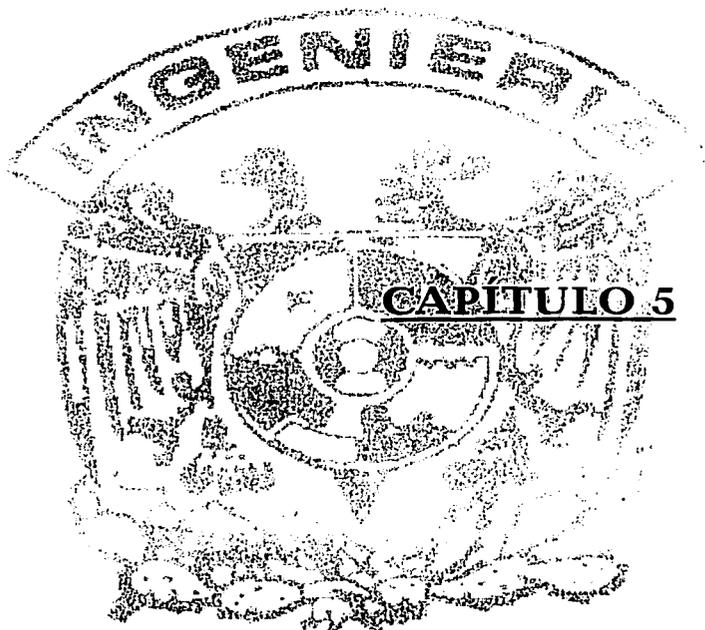
3. Graficar las curvas características de la turbina. Gasto-Carga de la turbina, gasto-potencia al freno, y gasto-eficiencia mecánica para un diámetro constante y 3 velocidades de angulares.

| Apertura | K     |
|----------|-------|
| mm       |       |
| 5        | 2.000 |
| 10       | 1.638 |
| 15       | 0.708 |
| 20       | 0.795 |
| 25       | 0.877 |
| 30       | 0.645 |

TABLA 4.5.3

Nota: K es el coeficiente de pérdida en la válvula de aguja para diferentes aperturas.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

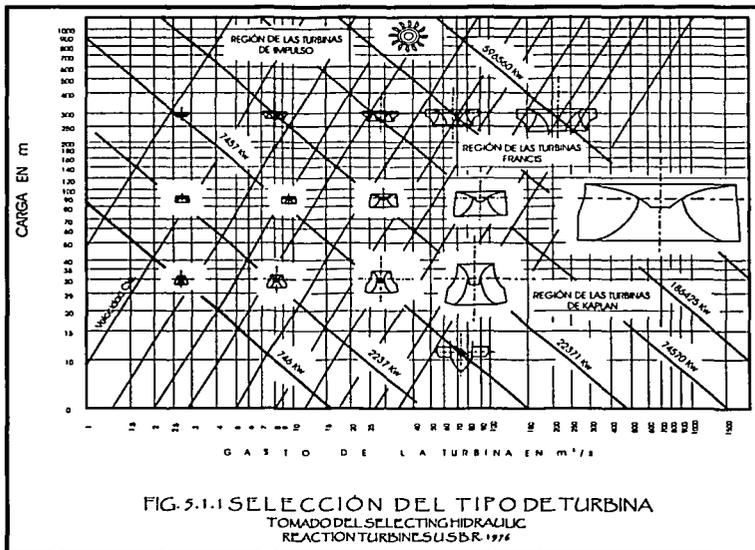


TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## CAPÍTULO 5: TURBINA FRANCIS

### 5.1 CARACTERÍSTICAS DE LAS UNIDADES SELECCIONADAS

Se deberán preparar las principales características, especificaciones y dimensiones generales de las turbinas seleccionadas, buscando la mejor solución desde el punto de vista de funcionamiento hidráulico del conjunto, obra de toma, conducción a presión, turbina, tubo de aspiración y desfogue, sin olvidarse de la economía del proyecto; dejando el diseño mecánico y el mejoramiento de las eficiencias de la turbina a los fabricantes.



### 5.2 ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE LAS TURBINAS DE REACCIÓN, TIPO FRANCIS Y KAPLAN

Los elementos que constituyen a las turbinas Francis y Kaplan son:

- Carcaza o Caracol
- Distribuidor
- Rodete

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

- Tubo de aspiración o succión

### 5.2.1 Carcaza o Caracol

Según las dimensiones de la turbina se construyen de acero, concreto armado solo o con camisa de acero. Su función principal es la de transformar la energía de presión en energía cinética, ver figura 5.2.2. <sup>1</sup>

Aunque existen varios diseños de cámaras, se hace referencia a cámaras de tipo espiral por ser las de instalación más frecuente. La cámara espiral, caracol o carcaza es un ducto alimentador de sección generalmente circular y diámetro decreciente, que circunda al rotor, procurando el fluido necesario para la operación de la turbina. Está constituida por la unión sucesiva de virolas tronco-cónicas, cuyos ejes respectivos forman una espiral. Desde el acoplamiento con la tubería a presión, donde el diámetro interior de la virola correspondiente alcanza su valor máximo, la sección interior, circular en la mayoría de los casos, va decreciendo paulatinamente hasta la virola que realiza el cierre de la cámara sobre sí misma, cuyo diámetro interior se reduce considerablemente. Esta disposición se conoce como caracol de la turbina, en el que, debido a su diseño, se consigue que la energía de presión se convierta en energía de velocidad aparentemente constante debido al cambio gradual de áreas y sin formar torbellinos, evitándose en lo posible pérdidas de carga, además tiene la función de alimentar de forma uniforme toda la periferia del rodete.

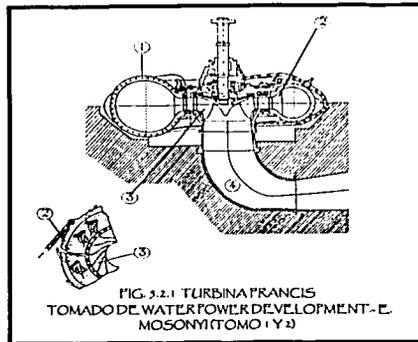
Todo el conjunto; generalmente construido en chapas de hierro para caldas pequeñas y en acero para caldas grandes, actualmente, unidas mediante soldadura; suele estar rígidamente sujeto a la obra de concreto de la central hidroeléctrica, en sus zonas periféricas externas, consideradas como tales las alejadas del centro de la turbina. Antes de proceder al colado exterior de la cámara, esta es sometida a presión por medio de agua, a fin de descubrir posibles fugas en las uniones de soldadura.

En la zona periférica interna, totalmente concéntrica con el eje de la turbina, y siguiendo planos paralelos, perpendiculares a dicho eje, se encuentra una abertura circular, formando un anillo, cuyos extremos están enlazados perpendicularmente por una sucesión de palas fijas, situadas equidistantemente unas de otras, a lo largo del contorno de la circunferencia descrita por dicho anillo, a través de la cuál, y por toda su periferia, fluirá el agua, cubriendo la totalidad de los orificios así formados. La zona mencionada, se suele denominar ante distribuidor o anillo traviesa.

Dada la curvatura y orientación de las palas fijas, se consigue que la proyección del agua salga dirigida casi de forma radial, hacia el centro del espacio circular limitado por el anillo mencionado. La cámara espiral contiene, entre otros accesorios, entradas de hombre para revisiones, tomas de agua para control de caudales y presiones, drenajes, etc.

### 5.2.2 Distribuidor

La carcaza y el distribuidor dirigen el agua al rodete con un mínimo de pérdidas de energía y transforman la energía de presión en energía cinética, el distribuidor actúa como un chiflón. Los alabes del distribuidor son móviles para admitir o rechazar el gasto. figura 5.2.2. <sup>2</sup>



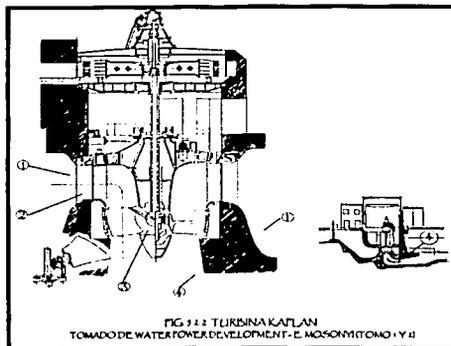
TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### 5.2.3 Rodete

Elemento principal de la turbina, donde se transforma la energía cinética en energía mecánica, constituyendo la parte móvil de la turbina. figura 5.2.2. <sup>3</sup>

### 5.2.4 Tubo de aspiración o succión

Es el elemento de desagüe de la turbina, se llama tubo de aspiración porque crea una depresión a la salida del rodete, tiene dos funciones principales, la primera para recuperar la energía cinética que tiene el agua a la salida del rodete y la segunda la de recuperar la energía de posición, generalmente se construyen de acero o concreto armado con o sin blindaje de acero. figura 5.2.1. <sup>4</sup>



## 5.3 TURBINA FRANCIS

### 5.3.1 Características generales

Son conocidas como turbinas de sobrepresión por ser variable la presión en las zonas del rodete, o de admisión total ya que éste se encuentra sometido a la influencia directa del agua en toda su periferia. También se conocen como turbinas radiales axiales o turbinas de reacción.

El campo de aplicación es muy extenso, dado el avance tecnológico conseguido en la construcción de este tipo de turbinas por lo que la turbina Francis es en la actualidad la turbina hidráulica típica de reacción de flujo radial, llevando su nombre en honor al ingeniero James Bicheno Francis, quien fue el encargado de realizar algunos proyectos hidráulicos, en los Estados Unidos, utilizando turbinas centrípetas, esto es; con recorrido radial del agua de afuera hacia adentro, para un debido aprovechamiento de la acción centrípeta definido como:

$$\frac{U_1^2 - U_2^2}{2g} \quad (5.3.1)$$

en la transferencia energética al rotor.

La turbina Francis ha evolucionado mucho en el transcurso de este siglo, encontrando buena aplicación en aprovechamientos hidráulicos de características muy variables de carga y gasto. Se encuentran turbinas de este tipo para cargas que varían en un rango de 30 a 550 m con gasto que van de los 10 a los 2000 m<sup>3</sup>/s.

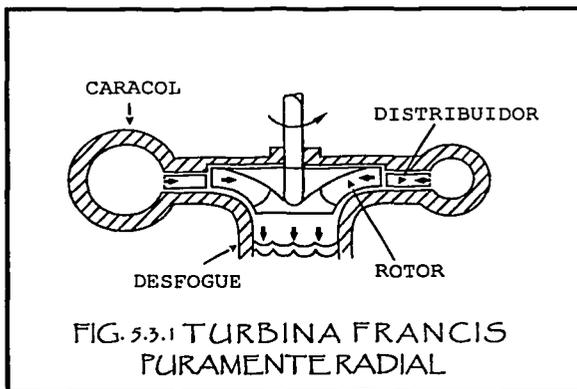
Esta versatilidad ha hecho que la turbina Francis sea la turbina mas generalizada en el mundo hasta el momento.

De acuerdo con la ponderación de la carga sobre el gasto o viceversa, se originan unas particulares características en la máquina que dan lugar a dos tipos, no siempre completamente definidos, la Francis puramente radial y la Francis mixta.

### 5.3.2 Turbina Francis puramente radial

En la Francis puramente radial (figura 5.3.1), prácticamente toda la transferencia energética de fluido a rotor se efectúa mientras el agua pasa a través de los álabes, todo el tiempo, en dirección radial y de afuera hacia adentro, con aprovechamiento máximo de la acción centrípeta, para lo cual se procura siempre dar al agua un recorrido radial relativamente largo, que hace crecer al término definido por la ecuación 5.3.1. Sin embargo, se hace difícil el desfogue central, por lo que el gasto se halla en cierta forma limitado.

Se justifica este tipo de Francis pura en los proyectos que cuentan con cargas relativamente grandes y gastos relativamente reducidos.



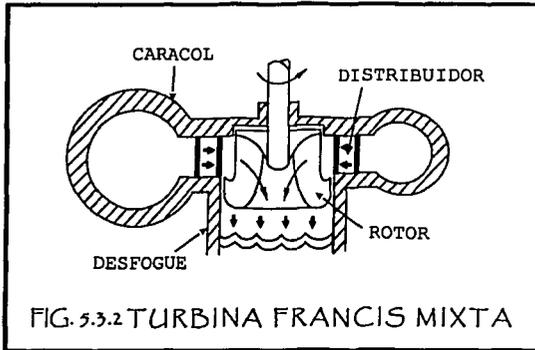
### 5.3.3 Turbina Francis mixta

En la Francis mixta (figura 5.3.2), el agua recorre los álabes en la dirección radial y de afuera hacia adentro sólo en la parte superior de los mismos, terminando el agua su recorrido por entre los álabes en dirección axial (vertical hacia abajo en las máquinas de eje vertical), en cuya fase final trabaja como turbina axial. La ponderación de la acción radial y de la axial pueden establecerse en forma gradual según las exigencias de la carga y caudal disponible. Evidentemente la acción axial se acentúa cuando aumenta el caudal con relación a la carga, para una determinada potencia.

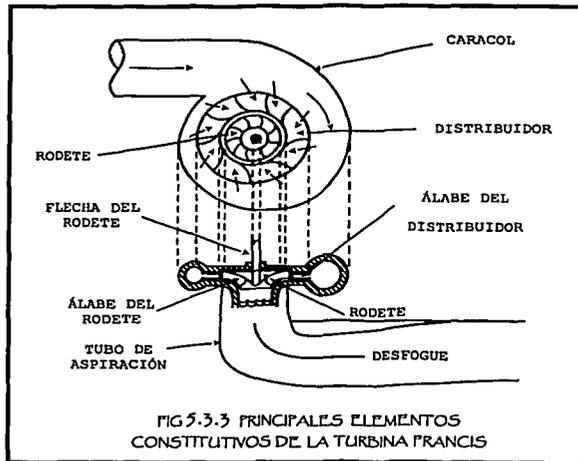
En la Francis mixta, para lograr la doble acción, los álabes deben tener una forma muy particular, que los hace aparecer alargados en dirección axial, presentando conjuntamente una forma abocardada que, naturalmente, facilita el desfogue de mayor caudal. La Francis mixta tiene así aplicación en saltos de agua con cargas medianas y bajas, con caudales mediano y relativamente grandes.

Según sea la carga se puede elegir entre varios tipos de rodete, es decir lentos, normales, rápidos y extra rápidos, denominación que se basa en la velocidad específica y no en la velocidad angular, además los rodetes se diferencian entre sí por su forma.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



En las turbinas Francis, como en todas las turbinas de reacción, el rodetes se encuentra confinado en el interior de una estructura hermética (carcaza o caracol). Para observar a plenitud la totalidad de los elementos principales de una turbina en la figura 5.3.3 se realiza un croquis del rodetes y de la carcaza.



### 5.3.4 Tipos según el rodete

El tipo normal de un rodete en el cuál el diámetro de entrada  $D_1$ , es ligeramente mayor que el tubo de desfogue  $D_2$ . El agua atraviesa el rodete desviándose en la dirección radial a la axial con la cuál entra al tubo de aspiración.

En los rodetes Francis lentos la diferencia entre el diámetro de entrada y el de salida y el cambio de dirección son mucho más pronunciadas..

Con los rodetes rápidos se obtienen velocidades de operación más altas para el mismo salto.

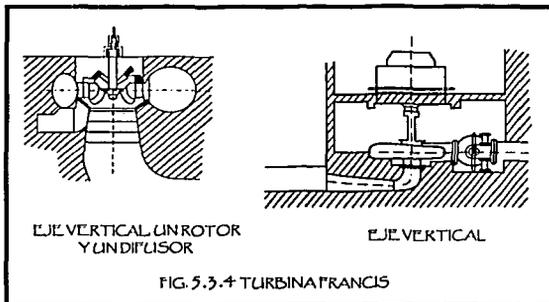
#### Lentos

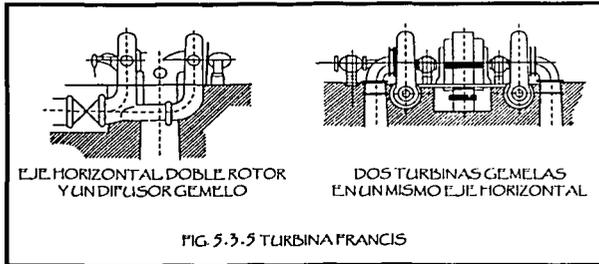
- La sección de entrada es estrecha
- El diámetro de salida es pequeño mientras que el diámetro de entrada es grande
- Flujo radial - axial
- Se utiliza en caídas grandes

#### Rápidos

- El entrehierro es grande
- El diámetro de entrada es chico y el de salida es grande
- Flujo casi axial
- Se utiliza en caídas pequeñas

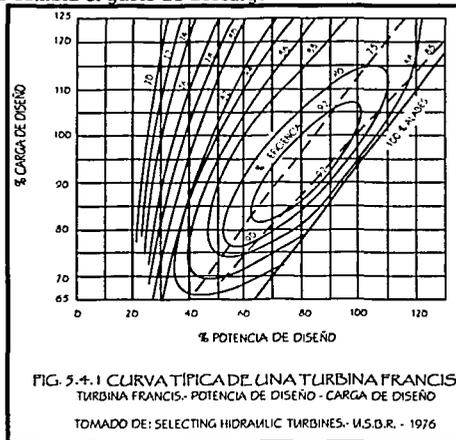
En general las turbinas Francis, son de rendimiento óptimo, pero solamente entre determinados márgenes de entre 60% y 100% del caudal máximo, siendo una de las razones por las que se disponen varias unidades en cada central, con el objeto de que ninguna trabaje de forma individual, por debajo de valores menores al 60% de la carga total. Al igual que la turbinas Pelton, las turbinas Francis pueden ser instaladas con el eje en posición horizontal (figura 5.3.5), o vertical (figura 5.3.4) siendo esta última disposición la más generalizada por estar ampliamente experimentada, especialmente en el caso de unidades de gran potencia.





#### 5.4 CURVAS CARACTERÍSTICAS

El flujo a través de una turbina depende de varios parámetros por ejemplo, el flujo a través de una turbina Francis depende de la carga neta, velocidad de rotación de la unidad y apertura de los alabes del distribuidor; mientras que el flujo a través de una turbina Kaplan depende de las mismas variables, así como, del ángulo de inclinación de los alabes del rodete. En una turbina de impulso (Pelton), el flujo es una función solamente de la carga y la apertura del chiflón. Las curvas que representan la variación entre estos parámetros se llaman curvas características de la turbina. Estas nos permiten predecir el comportamiento de una turbina, por ejemplo cuando varía la carga sobre la misma o cuando cambia el gasto de descarga.



## 5.5 CAVITACIÓN Y CARGA DE SUCCIÓN

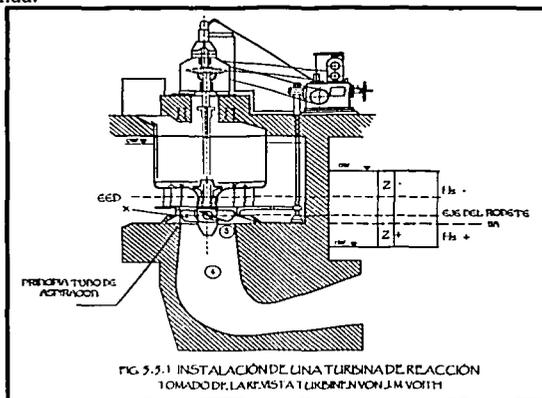
Cuando la corriente en un punto de una estructura o de una máquina alcanza una presión inferior a la de presión de saturación del vapor, el agua se evapora y se originan en el interior del líquido cavidades de vapor, de ahí el nombre de cavitación.

La variación de la presión se debe a la alteración de la magnitud o la dirección de la velocidad del agua por acción de una superficie de guía sobre la cual pasa el fluido. La presión debe tener un valor mínimo en algún punto de la superficie y este no solo será máximo la velocidad local sino que el fluido tenderá a separarse de la superficie, en donde se forman las cavidades de vapor. Estas burbujas de vapor son arrastradas por la corriente a zonas en donde la presión es más elevada, ahí se produce una condensación violenta de vapor, produciéndose un impacto en su contorno; estos impactos son, además periódicos, es decir, se produce un fenómeno vibratorio que aumenta la erosión del material por fatiga. Los fabricantes de máquinas hidráulicas, poseen en sus laboratorios equipo para estudiar este fenómeno.

La cavitación se puede controlar por:

- Un diseño hidrodinámico adecuado en la turbina.
- Su instalación adecuada para que no produzca el fenómeno.
- Si se tolera en el diseño que para algunas condiciones de funcionamiento se presente este fenómeno, se emplean materiales resistentes a la cavitación.

El tubo de aspiración de una turbina de reacción consiste en un difusor, que tiene la finalidad de recuperar parte de la energía cinética que el agua tiene al salir del rodete, transformando esta en energía de presión. Habrá que estudiar la posición adecuada del tubo de aspiración con respecto al nivel del agua en el desfogue. En la (figura 5.5.1) se muestra una instalación de una turbina de reacción, refiriéndose a esta aplicaremos la ecuación de Bernoulli entre el punto (4 x), localizado en el interior del tubo de aspiración a la misma elevación que el nivel libre del agua en el desfogue y el punto (4) de salida.



$$\frac{P_{abs\ 4x}}{\gamma} + Z_{4x} + \frac{V_{4x}^2}{2g} = \frac{P_{abs\ 4}}{\gamma} + Z_4 + \frac{V_4^2}{2g} + h_{4x-4}$$

donde :

$h_{4x-4}$  = pérdidas de energía entre la sección 4 x y la salida 4

Si consideramos que:

$$Z_{4x} = Z_4; \quad \frac{V_4^2}{2g} = 0$$

$$\frac{P_4}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma}$$

$$\frac{P_{4x}}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma} + h_{4x-4} - \frac{V_{4x}^2}{2g}$$

Como el valor de  $h_{4x-4}$  es muy pequeño,  $\frac{V_{4x}^2}{2g}$  es también muy pequeño (final del difusor).

La diferencia es aún menor, por lo tanto:

$\frac{P_{4x}}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma}$  o sea la presión manométrica en la sección (4 x) es aproximadamente la presión atmosférica.

Escribamos ahora la ecuación de Bernoulli entre la sección (3) ITA (salida del rodete) (o inicio del tubo de aspiración) y la sección (4 x).

$$\frac{P_{3man}}{\gamma} = Z_3 + \frac{V_3^2}{2g} = \frac{P_{4x}}{\gamma} + Z_{4x} + \frac{V_{4x}^2}{2g} + h_{3-4x}$$

$$\frac{P_{3man}}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - (Z_3 - Z_{4x}) - \frac{V_3^2 - V_{4x}^2}{2g} + h_{3-4x}$$

$$H_{est} = Z_3 - Z_{4x} \quad (\text{carga estática de aspiración})$$

$$H_D = \frac{V_3^2 - V_{4x}^2}{2g} \quad (\text{carga dinámica})$$

$$\frac{P_{3abs}}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - (Z_3 - Z_{4x}) - \frac{V_3^2 - V_{4x}^2}{2g} - h_{3-4x}$$

Esta última ecuación recibe el nombre de ecuación del tubo de aspiración. En algún punto interior en el rodete aguas arriba del punto (3) la presión disminuirá aún más por causas diversas, y en este punto puede producirse precisamente la cavitación.

$$\frac{P_{x\text{ abs}}}{\gamma} = \frac{P_{3\text{ abs}}}{\gamma} - \Delta h_{x-3}$$

Llamando (x) a este punto y  $\Delta h$ , a la caída de presión entre la sección (3) y (x) tendremos:

$$\frac{P_{x\text{ abs}}}{\gamma} = \frac{P_{\text{ atm}}}{\gamma} - H_{\text{ est}} - H_D + h_{3-4x} - \Delta h_{x-3}$$

la cavitación inicia cuando:

$\frac{P_{x\text{ abs}}}{\gamma} = \frac{P_{\text{ abva}}}{\gamma}$ , siendo  $P_{\text{ abva}}$  la presión de saturación del vapor a la temperatura del agua en la planta hidroeléctrica;  $P_{\text{ abva}}$  presenta el valor mínimo a que puede descender la presión en la turbina.

$$\frac{P_{\text{ abva}}}{\gamma} = \frac{P_{\text{ atm}}}{\gamma} - H_{\text{ est}} - H_D + h_{3-4x} - \Delta h$$

Finalmente expresado en términos de columna de agua:

$$H_{\text{ abva}} = H_{\text{ atm}} - H_{\text{ est}} - H_D + h_{3-4x} - \Delta h$$

$$\Delta h = H_{\text{ atm}} - H_{\text{ abva}} - H_{\text{ est}} - H_D - h_{3-4x}$$

$\Delta h$  se halla mediante la experimentación y se define mediante el coeficiente de Thoma o coeficiente de cavitación ( $\sigma$ ).

$$\sigma = \frac{\Delta h}{H_d}$$

La carga estática de aspiración, despreciando la  $H_D$  y  $h_{3-4x}$  es:

$$H_{\text{ est}} = H_{\text{ atm}} + H_{\text{ abva}} - \sigma H_d$$

el valor de  $h_{\text{ est}}$  puede ser positivo o negativo ver (figura 5.5.1). Por otra parte (Z) determina y define la posición del eje del distribuidor, con respecto al nivel del agua en el desfogue, y recibe el nombre de carga total de aspiración.

$$Z = H_{\text{ est}} + H_2 \quad (\text{Turbinas Francis})$$

$$Z = H_{\text{ est}} + H_1 \quad (\text{Turbinas de hélice o Kaplan})$$

## 5.6

## PRÁCTICA 4

## 5.6.1 Turbina Francis

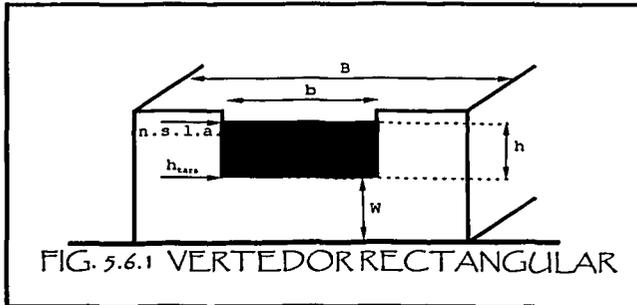
## 5.6.2 Objetivo

Observar el funcionamiento de una turbina Francis y medir sus condiciones de operación.  
Obtener las curvas características de una turbina Francis.

## 5.6.3 Desarrollo

La práctica se desarrollará en la sala de máquinas donde se encuentra ubicada la turbina Francis.

1. Medir las características geométricas del vertedor y la tara.
2. Realizar las mediciones correspondientes al tanque de descarga y vertedor rectangular ( $B$ ,  $b$ ,  $h_{\text{tara}}$ ). figura 5.6.1



donde:

- $B$  ancho del canal de llegada en m.  
 $b$  dimensión del vertedor en m.  
 $h_{\text{tara}}$  nivel del agua en la cresta del vertedor en m.  
 $h$  carga sobre el vertedor en m.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Estos datos se pueden registrar de la siguiente forma tabular:

| VERTEDOR RECTANGULAR |    |                      |           |
|----------------------|----|----------------------|-----------|
| B=                   | b= | h <sub>torra</sub> = | n.s.l.a.= |
|                      |    |                      |           |

TABLA 5.6.1

3. Verificar que el interruptor general que alimenta la consola de control se encuentre en posición de encendido.
4. Encender la bomba de doble succión e iniciar con 5 aberturas a la válvula que alimenta a la turbina.
5. Verificar que enciendan todos los focos (30).
6. Con la turbina operando y los álabes del distribuidor totalmente abiertos establecer una velocidad angular de 1200 r.p.m. y tomar las siguientes lecturas:
  - a) Presión de entrada, con el manómetro diferencial abierto.
  - b) Presión de salida, con el manómetro diferencial abierto.
  - c) Carga sobre el vertedor con el limnómetro de gancho.
  - d) Voltaje y amperaje, con el voltímetro y amperímetro del tablero de control.

#### REGISTRO DE DATOS DE OPERACIÓN DE LA TURBINA

| Apertura No. de eventos | Velocidad | Presión en la descarga | Presión en la succión | Nivel de la superficie libre del agua | V     | A       |
|-------------------------|-----------|------------------------|-----------------------|---------------------------------------|-------|---------|
|                         |           | p <sub>d</sub>         | p <sub>s</sub>        | n.s.l.a.                              |       |         |
|                         | r.p.m.    | kg/m <sup>2</sup>      | kg/m <sup>2</sup>     | m                                     | Volts | Amperes |
|                         |           |                        |                       |                                       |       |         |

TABLA 5.6.2

7. Repetir el punto anterior para tres gastos diferentes variando la abertura de la válvula a cada 5 vueltas.
8. Apagar el tablero, la bomba y cerrar la válvula que alimenta a la turbina.
9. Medir la temperatura del agua en el desfogue.

#### 5.6.4 Memoria de cálculo

1. Para cada una de las aperturas calcular el gasto:

$$Q = c h^{3/2} \quad \text{donde } c = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \mu k, \quad h = |n.s.l.a - h_{torra}| \quad (5.6.1)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

La carga de la turbina;

$$H_t = z_1 - z_2 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} \quad (5.6.2)$$

La potencia hidráulica de la turbina;

$$P_h = \gamma Q H_t \quad (5.6.3)$$

La potencia eléctrica del generador, en Watts

$$P_e = V A \quad (5.6.4)$$

La potencia al freno de la turbina

$$\eta_G = 0.90 = \frac{P_e}{P_f} \quad (5.6.5)$$

La eficiencia de la turbina

$$\eta_t = \frac{P_f}{P_h} \quad (5.6.6)$$

2. Graficar las curvas características gasto-carga, gasto-potencia al freno y gasto-eficiencia
3. Calcular la potencia eléctrica de cada foco para el punto de mayor eficiencia,

$$P_{foco} = \frac{P_e}{30} \quad (5.6.7)$$

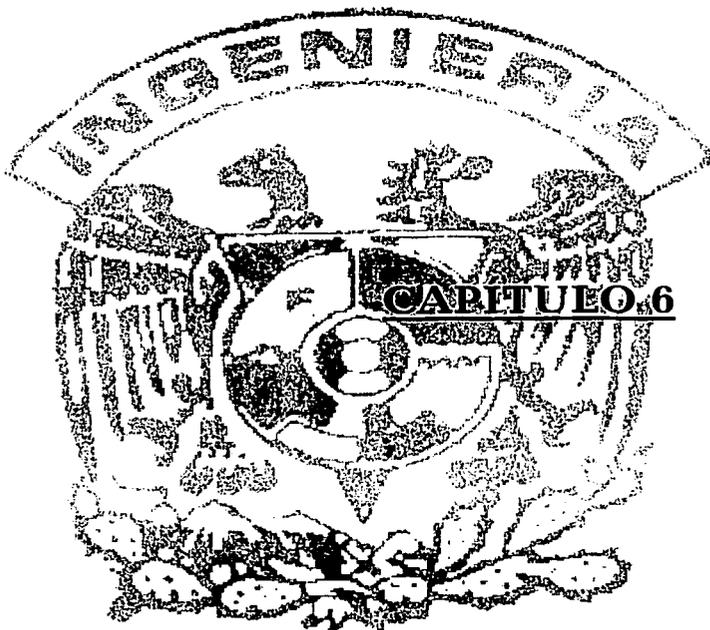
4. Presentar los resultados finales en la siguiente tabla,

**REGISTRO DE DATOS OBTENIDOS**

| Apertura<br>No. de<br>eventos | Velocidad | Gasto             | Carga de<br>la turbina | Potencia<br>hidráulica | Potencia<br>eléctrica | Potencia al<br>freno | Eficiencia de<br>la turbina |
|-------------------------------|-----------|-------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|----------------------|-----------------------------|
|                               | r.p.m.    | m <sup>3</sup> /s | m                      | Kgm/s                  | kW                    | kW                   | adimensional                |
|                               |           |                   |                        |                        |                       |                      |                             |

TABLA 5.6.3

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

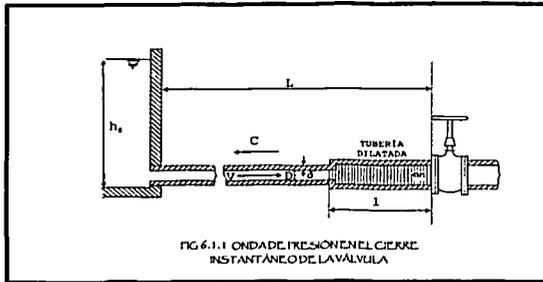


TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## CAPÍTULO 6: GOLPE DE ARIETE

### 6.1 ANTECEDENTES GOLPE DE ARIETE

El golpe de ariete es un fenómeno transitorio y por tanto de régimen variable, en que la tubería ya no es rígida y el líquido es compresible. Este fenómeno se produce en los conductos al cerrar o abrir una válvula y al poner en marcha o parar una máquina hidráulica, o también al disminuir bruscamente el gasto. Un caso importante ocurre en las centrales hidroeléctricas, en donde se ha de reducir bruscamente el gasto suministrado a las turbinas hidráulicas acopladas a alternadores, cuando se anula la carga del alternador: en este caso la instalación debe proyectarse de manera que no produzca un golpe de ariete excesivo.



La figura 6.1.1. representa una tubería de longitud  $L$ , espesor  $\delta$  y diámetro interior  $D$  por la que circula agua proveniente de un embalse y que termina en su extremo derecho en una válvula. Si se cierra ésta rápidamente, en virtud del principio de conservación de energía cinética, ésta se va transformando en un trabajo de compresión del fluido de llena la tubería y en el trabajo necesario para dilatar esta última: se ha producido una sobrepresión o golpe de ariete positivo. Por el contrario, al abrir rápidamente la válvula se puede producir una depresión, o golpe de ariete negativo.

Aunque es físicamente imposible cerrar una válvula instantáneamente, el estudio inicial del caso de cierre instantáneo ayuda al estudio de los casos reales.

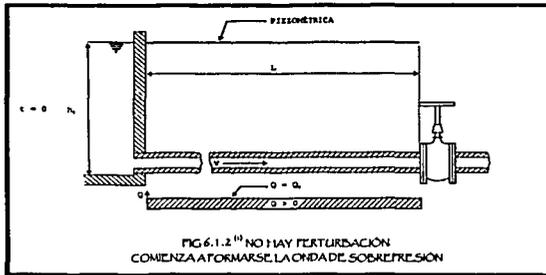
Al cerrarse por completo instantáneamente la válvula de la figura 6.1.1, si dividimos imaginariamente todo el fluido que llene la tubería en rodajas, como en la 1, 2, 3 y 4 indicadas en la figura 6.1.1, se quedará primero en reposo la rodaja 1 y a continuación la 2, 3, 4, etc., necesitando un cierto tiempo. Es decir, en la válvula se ha generado una onda de presión que se propaga con velocidad  $c$ , la cual en el instante considerado tiene dirección contraria a la velocidad  $v$  del fluido: se ha creado una onda elástica, o sea una onda de presión que se propaga por la tubería, se refleja en el embalse, vuelve a la válvula, de nuevo al embalse, y así sucesivamente;

originando sobrepresiones y depresiones en la tubería, la cual se dilata o contrae al paso de la onda. Siendo  $c$  la velocidad de la onda y  $L$  la longitud de la tubería, el tiempo que tarda la onda en recorrer una vez la distancia entre la válvula y el embalse es  $t_0 = L / c$ . Al cabo de un tiempo  $T = 4 t_0 = 4 L / c$  el ciclo se repite.

Consideremos en la figura 6.1.2 la serie de los acontecimientos en la tubería durante un periodo  $T = 4 L / c$ .

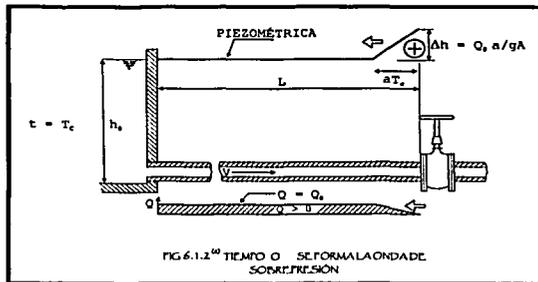
1. No hay perturbación

Régimen permanente. El líquido de la tubería se desplaza con velocidad  $v$  del embalse a la válvula. Diámetro de la tubería normal. (figura 6.1.2 <sup>(1)</sup>)



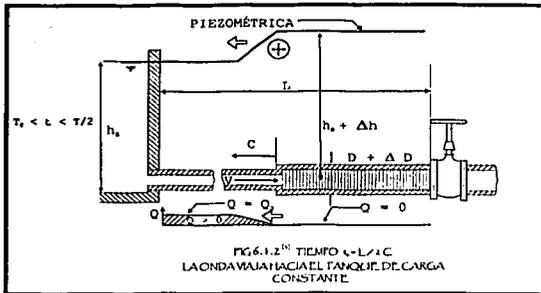
2. Tiempo 0

La válvula se cierra instantáneamente. La velocidad del líquido se anula a partir de la válvula, no instantáneamente en toda la tubería. (figura 6.1.2 <sup>(2)</sup>)



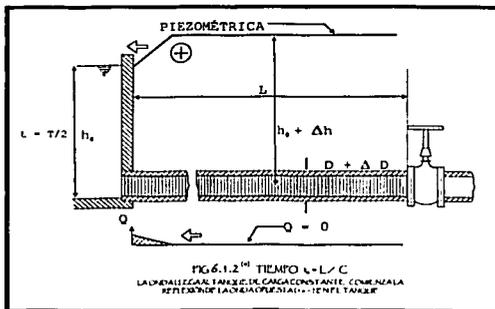
3. Tiempo  $t_0 = \frac{1L}{2c}$

La onda de presión se ha propagado hacia el embalse con celeridad  $c$  y el frente de onda ha llegado a la mitad de la tubería. Mitad derecha de la tubería dilatada por la sobrepresión. Mitad izquierda diámetro normal. En esta mitad izquierda el agua sigue circulando con velocidad  $v$  hacia la válvula. En la mitad derecha  $v = 0$ . (figura 6.1.2<sup>(3)</sup>)



4. Tiempo  $t_0 = \frac{L}{c}$

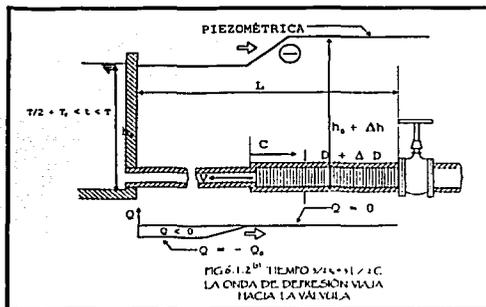
La onda de presión ha llegado al embalse. En toda la tubería el líquido está en reposo,  $v = 0$ , pero no en equilibrio. Toda la tubería está dilatada. Como un resorte que se expande, el agua en la tubería comienza a moverse con velocidad  $v$ , pero dirigida en sentido contrario a la de la figura 6.1.2<sup>(3)</sup> el líquido comienza a ponerse en movimiento comenzando, por decirlo así, por las rodajas contiguas al estanque. (figura 6.1.2<sup>(4)</sup>)



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

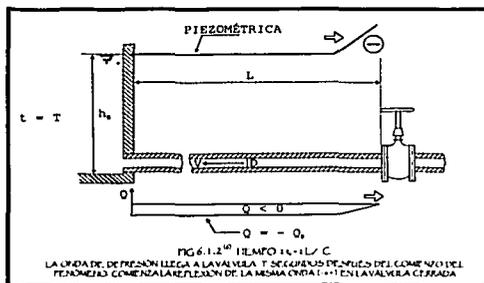
$$5. \text{ Tiempo } \frac{3}{2} t_0 = \frac{3L}{2c}$$

La mitad izquierda de la tubería se ha contraído a su diámetro normal. La onda sigue propagándose hacia la derecha con velocidad  $c$ . En la mitad izquierda de la tubería el fluido circula con velocidad  $v$ , (figura 6.1.2<sup>(5)</sup>)



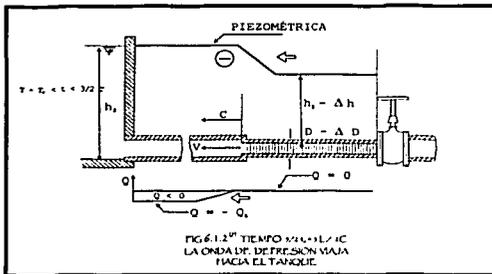
$$6. \text{ Tiempo } 2t_0 = 2\frac{L}{c}$$

Diámetro de toda la tubería normal. Todo el fluido de la tubería en movimiento desde la válvula hacia el embalse con velocidad  $v$ ; o sea en dirección contraria a la de las figuras 6.1.2<sup>(1)</sup> 6.1.2<sup>(2)</sup> y 6.1.2<sup>(3)</sup>, no hay sobrepresión en ninguna parte de la tubería; pero por la inercia la presión continua disminuyendo, la onda elástica se sigue propagando, ahora con depresión desde la válvula hacia el embalse con velocidad  $c$ : el diámetro de la tubería ira disminuyendo por debajo de su diámetro normal, (figura 6.1.2<sup>(6)</sup>)



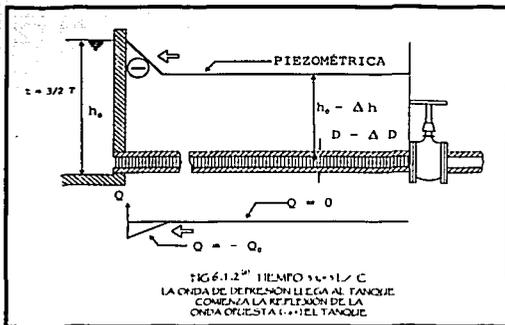
7. Tiempo  $\frac{5}{2} t_0 = \frac{5 L}{2 c}$

La depresión ha alcanzado la mitad de la tubería. La mitad derecha de la tubería contiene agua en reposo y a una presión por debajo de la normal. El diámetro de la tubería en esta mitad es inferior al normal, (figura 6.1.2<sup>(a)</sup>)



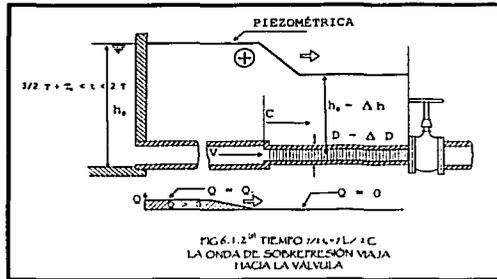
8. Tiempo  $3t_0 = 3 \frac{L}{c}$

El agua en toda la tubería esta en reposo; pero no en equilibrio, y el agua inicia su movimiento desde el tanque a la válvula con velocidad  $v$  dirigida hacia la derecha. La depresión reina en toda la tubería. El diámetro de toda la tubería es inferior al normal, (figura 6.1.2<sup>(b)</sup>)



9. Tiempo  $\frac{7}{2} t_0 = \frac{7L}{2c}$

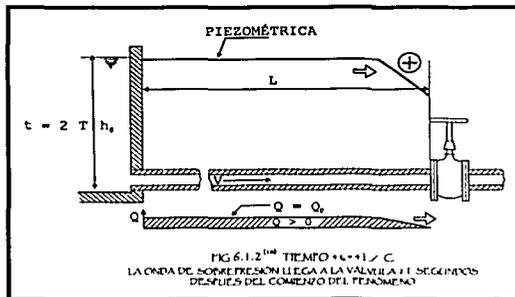
En la mitad izquierda de la tubería el fluido esta en movimiento con velocidad  $v$  hacia la válvula. En la mitad derecha el líquido continua en reposo y en depresión. El diámetro de la parte izquierda es normal. El de la mitad derecha menor que el normal;  $c$  y  $v$  tienen el mismo sentido, (figura 6.1.2<sup>9</sup>)



10. Tiempo  $4t_0 = 4 \frac{L}{c}$

Diámetro de la tubería normal. Todo el fluido en movimiento con velocidad  $v$  hacia la válvula, (figura 6.1.2<sup>10</sup>). Todo igual que en el tiempo 0. luego el periodo de este movimiento es:

$T = 4 t_0 = 4 \frac{L}{c}$



Teóricamente este movimiento oscilatorio continua indefinidamente. Prácticamente la deformación de la tubería y la viscosidad del líquido disipa energía y las oscilaciones se amortiguan.

## 6.2 DESCRIPCIÓN DE LA INSTALACIÓN IDEAL

La instalación ideal que se empleará se presenta en la figura 6.1.1 esta consiste en un tanque de nivel constante, una tubería uniforme de longitud  $L$ , área de la sección recta  $A$  y celeridad  $c$ .

En su extremo aguas abajo (2) posee una válvula capaz de imponer sobre la tubería un gasto variable linealmente en el tiempo desde  $Q_0$  el gasto de régimen, hasta  $Q = 0$ . la ley de variación del gasto impuesta por la válvula en la sección 2 será entonces:

$$Q_2 = Q_0 - \alpha t \quad \text{para} \quad 0 \leq t < \frac{Q_0}{\alpha} \tag{6.2.1}$$

$$Q = 0 \quad \text{para} \quad \frac{Q_0}{\alpha} \leq t$$

El intervalo de tiempo  $Q_0/\alpha$  se denominara tiempo de cierre  $T_c$ .

## 6.3 ANÁLISIS GENERAL DE LA PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS DE CARGA PIEZOMÉTRICA (CIERRE Y APERTURA)

Al iniciar el cierre de la válvula, en  $\Delta t$  se producirá una perturbación en el gasto  $\Delta Q = -\alpha \Delta t$  y se originara una onda  $G$  que se disipará aguas arriba a la velocidad  $c$ .

Dicha perturbación en el gasto estará inexorablemente acompañada de una perturbación en la carga piezométrica cuya magnitud será  $\Delta h = -\frac{\alpha}{gA} \Delta t$ ,  $\Delta Q = \frac{\alpha a}{gA} \Delta t$ . Esta perturbación de carga

viajará hacia el extremo de aguas arriba a una velocidad  $c$ , llegando a él en el tiempo  $L/c$ .

En dicho extremo se reflejará como una perturbación de signo contrario  $-\Delta h$  y viajará en la dirección aguas abajo, llegando a la válvula  $2L/c$  segundos después de haber partido. Dicho intervalo de tiempo  $T = 2L/c$  se denomina periodo propio de la tubería. Es claro que si el tiempo de cierre de la válvula  $T_c$  es menor que  $T$  ( $T_c < T$ ) al llegar a la válvula la onda reflejada por el tanque de carga constante, se encontrará con la válvula cerrada. Si  $T_c$  es mayor que  $T$  ( $T_c > T$ ) la onda al llegar a la válvula se encontrará con la válvula abierta y afectará al incremento de presión que se está generando en la válvula en el instante  $t = T$ .

Este análisis elemental lleva a agrupar en dos tipos de cierre de válvulas y en general los fenómenos que ocurren en las fronteras de una tubería y son la causa del transitorio hidráulico. Estos tipos son:

|              |                 |  |
|--------------|-----------------|--|
| $T_c \leq T$ | fenómeno rápido |  |
| $T_c > T$    | fenómeno lento  |  |

(6.3.1)

Para facilitar el análisis se procederá primero en estudiar a detalle un fenómeno rápido en la instalación presentada en la figura 6.1.1.

### 6.4 MANIOBRA DE CIERRE

En el caso particular analizado el fenómeno consistente en un cierre rápido. Se comprenderá que la clase de fenómenos rápidos contiene todos los fenómenos que perturban el flujo cuya duración completa es menor que T. Estos fenómenos incluyen también las aperturas rápidas.

Para que se cumpla que  $T_c < T$  deberá verificarse que:

$$\frac{Q_0}{\alpha} < \frac{2l}{c} \quad (\text{cierre rápido}) \quad (6.4.1)$$

Donde  $Q_0 / \alpha = T_c$  según se estableció en la ecuación (6.2.1) y  $2l/c = T$ . La desigualdad (6.4.1) indica que si  $\alpha > Q_0 c / 2l$  el cierre será rápido. Dicho cierre producirá una perturbación de gasto;

$$\Delta Q = -Q_0 \quad (6.4.2)$$

Y una perturbación de carga piezométrica

$$\Delta h = \frac{Q_0 c}{g A} \quad (6.4.3)$$

En la serie de figuras 6.1.2 se muestran diferentes estados del fenómeno de propagación de una onda de presión del tipo escalón pero con pendiente  $g A / c$  (recordar que el gasto se reduce en forma lineal con el tiempo).

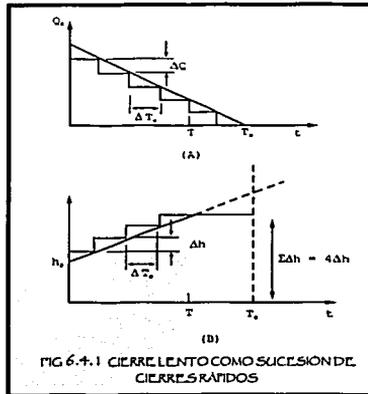
La serie de figuras 6.1.2 es clásica. En ella se muestran los estados sucesivos por los cuales pasa cíclicamente pues, al no haber fricción, no habrá atenuación de las ondas en el tiempo.

#### 6.4.1 Cierre lento

Los fenómenos que producen el transitorio hidráulico se pueden agrupar en dos clases. Ahora se examinarán los fenómenos lentos ( $T_c > T$ ). Estos fenómenos son más complicados de ser abordados por medio de un análisis elemental puesto que la onda reflejada en el extremo opuesto en el que se perturba, interfiere con la propia perturbación para  $t > T_c$ .

En lo que sigue se examinará un fenómeno lento de cierre de la válvula en  $T_c > T$  para la instalación propuesta en la figura 6.1.1. Se seguirá admitiendo, para simplificar el análisis, que el cierre produce una variación lineal de gasto. Para que el cierre sea lento se deberá cumplir que  $T_c = Q_0 / \alpha > T$ .

El cierre lento puede concebirse como una sucesión de cierres rápidos que distan  $\Delta T_c$  entre sí, tal como se indica en la figura 6.4.1 (A) para el gasto y la figura 6.4.1 (B) para la carga piezométrica.



En la figura 6.4.1 se tomó  $\Delta T_c$  de tal forma que  $4\Delta T_c = T$ . Nótese que a cada cierre rápido corresponde un incremento de carga  $\Delta h$ . Para los cuatro incrementos que ocurren en el intervalo  $0 - T_c$  se tendrá un incremento de la carga piezométrica en la válvula de  $4\Delta h$ . Siendo  $\Delta h = \frac{\Delta Q c}{g A} = \alpha \frac{\Delta T_c c}{g A}$  el incremento  $4\Delta h$  será igual a:

$$4 \alpha \Delta T_c \frac{c}{g A} = \alpha \frac{T_c}{g A} \tag{6.4.4}$$

### 6.4.2 Cierre rápido

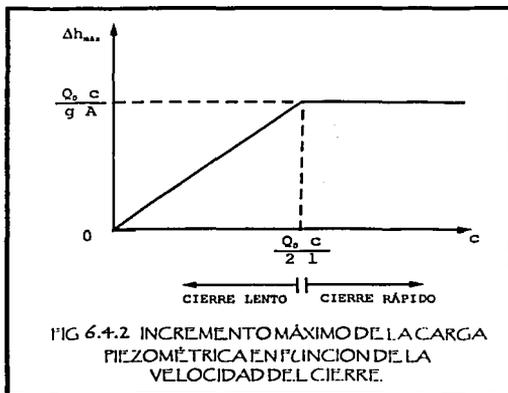
Ahora bien, para  $t = T$  comienza a llegar la onda de carga reflejada por el tanque de carga constante correspondiente al primer cierre rápido. Dicha onda de carga, es de igual magnitud y opuesta en signo. Vale pues  $-\Delta h$ , en consecuencia para  $T < t < T_c$  la carga piezométrica en la válvula no puede aumentar más puesto que cada nuevo  $\Delta h$  producido por cada nuevo cierre rápido es anulado por el  $-\Delta h$  que llega desde el tanque. En consecuencia, el máximo incremento de carga piezométrica que puede registrarse en el extremo de aguas debajo de la tubería será:

$$\sum \Delta h = \alpha \frac{T_c}{g A} \quad \text{para } T_c > T \tag{6.4.5}$$

Recordando que  $T = 2l/c$ , sustituyendo en la ecuación 6.4.5 se tiene que para el cierre lento el máximo incremento de carga será:

$$\sum \Delta h = \alpha \frac{2l}{g A} \quad \text{para } T_c > T \tag{6.4.6}$$

En consecuencia, el máximo incremento de carga tenderá a cero si  $\alpha \rightarrow 0$  (cierres muy lentos). Por otra parte recordando que  $T_c = Q_0/\alpha$ , si  $T_c = T$  resulta  $\alpha = Q_0/T = Q_0c/2L$ , sustituyendo en la ecuación 6.4.6 se tiene que  $\Sigma\Delta h = Q_0c/gA$  que de acuerdo con 3.11.5 es el incremento de carga correspondiente al cierre rápido. En consecuencia; el incremento máximo de carga piezométrica de aguas abajo ( $\Delta h_{max}$ ) tiene la representación gráfica, en función de  $\alpha$ , que se muestra en la figura 6.4.2.



El resultado obtenido muestra la importancia que posee el tiempo de cierre en el incremento de carga piezométrica en la conducción.

## 6.5 MANIOBRA DE APERTURA

La clase de los fenómenos rápidos agrupa aquellos fenómenos de perturbación cuya duración  $T_c$  es menor que el tiempo  $T$  de ida y regreso de la onda hasta el otro extremo de la tubería ( $T = 2L/c$ ).

La onda de presión con origen en la sección de cierre, una vez que ha llegado a la cámara de presión se refleja y va nuevamente al tanque de carga constante. Si el tiempo de cierre  $t_m$  es igual o menor que el periodo  $T = 2L/c$ , o sea el tiempo de cierre es menor que el necesario para que la onda que parte del distribuidor vuelva a este, la sobrepresión, entonces, se obtiene mediante la expresión:

$$h = \frac{c}{g} (v_0 - v_1) \quad (6.5.1)$$

en la que  $h$  es la sobrepresión en metros,  $c$  es la velocidad de la onda elástica,  $v_0$  la velocidad del régimen (m/s) en la tubería forzada,  $v_1$  la velocidad final (m/s) después de la maniobra de cierre.

Esta sobrepresión se manifiesta a partir de la sección de cierre (distribuidor de la turbina) en un tramo de la tubería hacia arriba de longitud igual a:  $L - c \ t_m/2$ , para decrecer finalmente hacia la cámara de presión.

### 6.5.1 Apertura lenta

Para efectuarse, requiere de un tiempo mayor a  $2L/c$ . Admite la teoría de Allievi que el cierre es lineal y completo en  $t_m$  segundos, es decir, que las secciones de paso de la tubería varían linealmente con el tiempo, si  $\sigma$  representa la apertura de la válvula correspondiente al instante  $t$ , que se convierte en cero para  $t_m$ , en el instante  $t$ , el grado de apertura se determina mediante la fórmula:

$$\eta_t = \frac{\sigma_t}{\sigma_0} = \frac{t_m - t}{t_m} = 1 - \frac{t}{t_m} \quad (6.5.2)$$

Las ecuaciones obtenidas por Allievi permiten deducir, en todos los casos, las presiones y velocidades para todos los valores comprendidos entre 0 y  $t_m$ . Este último puede expresarse en función de  $T$  por:  $t_m = i \cdot T + t_1$ , siendo  $t_1 < T$ ; por consiguiente  $i$  es el número de fases durante el tiempo de cierre cuyo valor será igual a cero. El tiempo relativo de maniobra  $\theta$ , está dado por la expresión:

$$\theta = \frac{t_m}{2L/c} = \frac{t_m}{T} \quad (6.5.3)$$

### 6.5.2 Apertura rápida

Por otra parte, el grado de apertura  $\eta_i$ , al final de la fase  $i$ , y teniendo en cuenta que  $t_i = i \cdot T$ , resulta:

$$\eta_i = 1 - \frac{t_i}{t_m} = 1 - \frac{iT}{\theta T} = 1 - \frac{i}{\theta} \quad (6.5.4)$$

En virtud a lo expuesto, se procederá a determinar la presión relativa al final de la primera fase ( $i=1$ ) llamada golpe directo y cuyo valor de apertura será entonces:

$$\eta_1 = 1 - \frac{i}{\theta} \quad (6.5.5)$$

La ecuación de Allievi, para este caso de cierre lento de la válvula, se escribe de la siguiente forma:

$$\zeta_1^2 + 2\varepsilon \zeta_1 - [1 - 2\varepsilon] = 0 \quad (6.5.6)$$

que es de segundo grado y cuya solución positiva resuelve el problema, obteniéndose:

$$\zeta_1 = -\varepsilon \eta_1 + [\varepsilon^2 \eta_1^2 + 1 + 2\varepsilon]^{\frac{1}{2}} \quad (6.5.7)$$

En dicha fórmula,  $\zeta^2$  es la presión relativa, es decir  $(H+h)/H$ , y  $\rho$  es el número de Allievi, cuyo valor está dado por:

$$\varepsilon = \frac{cV}{2gH} \quad (6.5.8)$$

Llamado también característica de la conducción, donde:  $v$  es la velocidad que corresponde al régimen permanente,  $c$  es la velocidad de las ondas y  $H$  es la presión estática.

El valor máximo del golpe directo  $z_1^2$  tiene lugar para  $h_1 = 0$ , o sea para el caso de cierre brusco y, por tanto, es el máximo que puede alcanzar la presión relativa  $z_1^2$  durante un cierre lineal cualquiera.

Considera igual Allievi, el golpe de ariete límite o presión límite relativa correspondiente al periodo perturbador, mismo que se obtiene mediante la expresión:

$$\zeta_m^2 - 1 = \frac{\varepsilon}{\rho} \zeta_m \quad (6.5.9)$$

cuya solución positiva es:

$$\zeta_m = +\frac{\varepsilon}{2\rho} + \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4\rho^2} + 1} \quad (6.5.10)$$

La ecuación 6.5.10, elevada al cuadrado, dará el golpe límite o sea presión relativa, que corresponde al periodo perturbado. La máxima presión relativa  $\zeta_m^2$  puede producirse al final de la primera fase, es decir, coincidiendo con el golpe directo, o durante el final de una de las fases siguientes.

Para calcular la presión máxima  $\zeta_m^2$  en un cierre lineal, se determina el golpe directo  $\zeta_2^2$  y el golpe límite  $\zeta_m^2$  mediante las respectivas ecuaciones 6.5.7 y 6.5.10; tomando para  $\zeta_m^2$  el mayor valor de los hallados, obteniéndose un resultado con suficiente aproximación.

En el caso de cierre lineal lento, la sobrepresión decrece también linealmente desde el distribuidor a la cámara de presión; por ello, en un punto a la distancia  $x$  a lo largo de la tubería y desde el origen, la sobrepresión tiene el valor:

$$h_s = x \frac{h}{L} \quad (6.5.11)$$

## 6.6 FÓRMULAS DE LA PRESIÓN MÁXIMA O SOBREPRESIÓN

El estudio del golpe de ariete fue hecho en primer lugar por Joukowski, mientras que la solución completa del problema fue dada por Allievi.

El cálculo de la sobrepresión depende del tiempo de cierre  $t_c$  de la válvula.

El cierre puede ser:

*INSTANTÁNEO*:  $t_c = 0$ .

Caso teórico, físicamente imposible; pero muy interesante porque explica la esencia del fenómeno.

*RÁPIDO*:  $0 < t_c < 2t_0 = 2 \frac{L}{c} = \frac{T}{2}$ .

La presión máxima es la misma que en el cierre instantáneo; aunque la curva de presiones en la tubería en función del tiempo sea distinta. En el cierre rápido una onda de presión no tiene tiempo de ir al estanque, reflejarse y volver a la válvula, antes de que termine medio ciclo.

*LENTO*:  $t_c > 2t_0 = 2 \frac{L}{c} = \frac{T}{2}$ .

La presión máxima es menor que en los dos casos precedentes, porque la depresión de la onda elástica llega a la válvula antes de que se complete medio ciclo e impide el aumento de la presión.

### 6.6.1 Presión máxima en cierre total o parcial instantáneo de la válvula en la tubería elástica

Supongamos figura 6.6.1 que el cierre de la válvula es instantáneo. El fluido se decelera, lo que da lugar a una fuerza de inercia,  $F_i$ , siendo

$$F_i = -m \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (6.6.1)$$

Donde  $\Delta t$  no es el tiempo de cierre de la válvula (por hipótesis  $t_c = 0$ ); sino el tiempo finito que ha transcurrido para que una cierta masa  $m = \rho l A$  de fluido que ocupa una longitud finita de tubería  $l$  reduzca su velocidad un cierto valor finito  $\Delta v$ .

En el cierre total  $\Delta v = -v$

En el cierre parcial  $\Delta v = v' - v$

Donde  $v'$  es la velocidad final del fluido.

Llevando los valores  $\Delta v = -v$  y  $\Delta v = v' - v$  a la ecuación 6.6.1, tendremos:

En el cierre total:

$$F_i = \rho l A \frac{v}{\Delta t} \quad (6.6.2)$$

En el cierre parcial:

$$F_i = \rho l A \frac{(v - v')}{\Delta t} \quad (6.6.3)$$

Donde  $l$  es la longitud recorrida por la onda elástica a partir de la válvula en el tiempo (véase figura 6.6.1).

Por otra parte la sobrepresión será:

$$\Delta p = \frac{F_i}{A} \quad (6.6.4)$$

siendo, evidentemente,

$$c = \frac{l}{\Delta t} \quad (6.6.5)$$

La velocidad de propagación o celeridad de la onda. Llevando, por tanto, los valores 6.6.4 y 6.6.5 a las ecuaciones 6.6.2 y 6.6.3 obtendremos finalmente la fórmula de Joukowski.

$\Delta p = \rho c v$  Sobrepresión en el cierre instantáneo total de la válvula.

$\Delta p = \rho c (v - v')$  Sobrepresión en cierre instantáneo parcial de la válvula.

Joukowski, además determinó la fórmula siguiente, que permite calcular  $c$ :

$$c = \frac{\sqrt{\frac{E_0}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{E_0 D}{E \delta}}} \quad (6.6.6)$$

donde:

$c$  celeridad de onda elástica del fluido en la tubería, m/s.

$E_0$  módulo de elasticidad de volumen del fluido,  $N/m^2$ .

$\rho$  densidad del fluido,  $kg/m^3$ .

$D$  diámetro de la tubería, m.

$E$  módulo de elasticidad del material de la tubería,  $N/m^2$ .

$\delta$  espesor de la tubería, m.

El numerador de la ecuación 6.6.7, como se demuestra en la física, es la celeridad de la onda elástica en el fluido. En el agua

$$c_0 = \sqrt{\frac{E_0}{\rho}} = 1,425 m/s \quad (6.6.7)$$

Tomando como valor medio del módulo de Young para el acero usado en la construcción de tuberías a presión con un valor de  $2.5 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>, Si, y llevando este valor, así como el de la ecuación 6.6.7 a la ecuación 6.6.6 tendremos la fórmula aproximada:

$$c = \frac{10\,000}{\sqrt{50 + 0.5 \frac{D}{\delta}}} \quad m / s \quad (6.6.8)$$

### 6.7 TEORÍA DE ALLIEVI

El ingeniero L. Allievi a sido reconocido como uno de los investigadores que mejor ha estudiado el fenómeno de golpe de ariete, al contemplar con debida ponderación la influencia de la elasticidad del agua y en la tubería en los diversos procesos de cierre brusco y cierre lento en la conducción.

Como se ha dicho, las sobrepresiones debidas al golpe de ariete se propagan a lo largo de la tubería, entre el órgano de cierre y la cámara de presión, en forma ondulatoria, manifiesta por compresiones del agua y dilatación de la tubería en un sentido, en forma inversa en sentido contrario.

La velocidad de propagación de esa onda elástica ( también llamada celeridad) se deduce fácilmente conjugando el fenómeno elástico en el fluido y en el material de la tubería; se suele expresar por la letra C y tiene como expresión

$$a = \frac{c}{1 + \frac{E}{E} \frac{d}{e}} \quad m / s \quad (6.7.1)$$

donde:

- c velocidad del sonido en el agua (1.42m/s a 15 ° C)
- E módulo de elasticidad del agua (2x108 kg/m<sup>2</sup>)
- E módulo de elasticidad del material de la tubería (kg/m<sup>2</sup>)
- e y d representan respectivamente el espesor y el diámetro de la tubería (m)

El valor hallado para la velocidad de la onda elástica supone que la tubería es de un mismo material, diámetro y espesor constante. Si se tratase de tramos desiguales habría que calcular para cada uno de ellos el correspondiente valor de a, y supuesto que estas fuesen: a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>, .....a<sub>m</sub> y que las longitudes correspondientes de los tramos tuviesen los valores L<sub>1</sub>,L<sub>2</sub>,L<sub>3</sub>,.....L<sub>m</sub>, el valor medio de a que habría de considerarse sería:

$$a = \frac{L_1 + L_2 + L_3 + \dots L_m}{\frac{L_1}{a_1} + \frac{L_2}{a_2} + \frac{L_3}{a_3} + \dots \frac{L_m}{a_m}} \quad (6.7.2)$$

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

La velocidad de propagación disminuye con el aumento de diámetro y con la reducción del espesor de la tubería, y, como orientación, estos valores suelen oscilar entre 800 y 1000 m/s para tuberías metálicas, y 1000 a 1200 m/s en tuberías de concreto armado.

### 6.8 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA NO LINEAL. MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{gA}{a^2} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (6.8.1)$$

conservación de la masa + constitutivas

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (6.8.2)$$

ecuación dinámica.

El comportamiento de las ecuaciones linealizadas al suprimir el término de fricción en las ecuaciones generales 6.8.1 y 6.8.2.

Sin embargo interesa estudiar un procedimiento que permita incluir el término de la fricción en el cálculo. Para ello interesa preguntarse qué es lo que ve un observador que se desplaza en el sentido del flujo con velocidad  $a$  en el caso que hay fricción ( $f > 0$ ).

Para este observador

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} \quad \text{y} \quad \frac{ds}{dt} = + a \quad (6.8.3)$$

Despejando  $\partial Q / \partial t$  y sustituyendo en la ecuación 6.8.2 se tiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - a \frac{\partial Q}{\partial s} + gA \frac{\partial h}{\partial s} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (6.8.4)$$

Empleando la ecuación 6.8.1 de conservación de la masa combinada con la ecuación constitutiva del sistema fluido + tubería, se puede calcular  $\frac{\partial Q}{\partial s} = -\frac{gA}{a^2} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$

Sustituyendo en la ecuación 6.8.4 se tiene

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{gA}{a} \left( \frac{\partial h}{\partial t} + a \frac{\partial h}{\partial s} \right) + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (6.8.5)$$

Pero  $\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t} + a \frac{\partial h}{\partial s}$ , puede sustituirse esta expresión en la ecuación 6.8.5, obteniéndose:

$$\frac{d}{dt} \left( Q + \frac{gA}{a} h \right) + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (6.8.6)$$

Procediendo análogamente pero ahora para un observador que viaja en el sentido contrario al flujo con velocidad  $(-a)$ , se concluye que:

$$\frac{d}{dt} \left( Q - \frac{gAh}{a} \right) + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad (6.8.7)$$

La interpretación de las ecuaciones 6.8.6 y 6.8.7 en el caso que  $f = 0$  es sencilla pues se tiene que si el observador viaja con velocidad  $(+a)$ :

$$\frac{d}{dt} \left( Q + \frac{gAh}{a} \right) = 0 \quad \rightarrow \quad Q + g \frac{Ah}{a} \quad (6.8.8)$$

Ello equivale a la ecuación 6.8.9

$$\frac{dF(s,t)}{dt} = 0 \quad (6.8.9)$$

Dicha ecuación establece que  $dF(s,t)/dt = 0$ .

El observador que viaja con velocidad  $(-a)$  ve que:

$$\frac{d}{dt} \left( Q - \frac{gAh}{a} \right) = 0 \quad \rightarrow \quad Q - g \frac{Ah}{a} \quad (6.8.10)$$

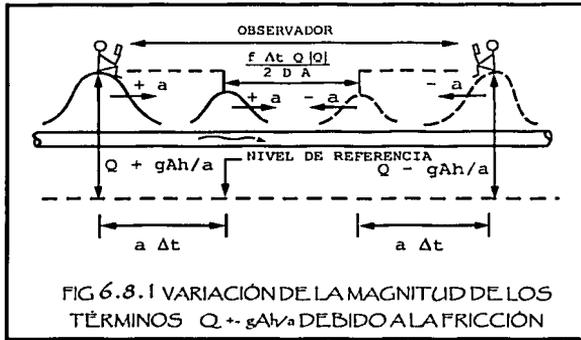
Esto equivale a la ecuación  $dG(s,t)/dt = 0$ .

Sin embargo, cuando  $f > 0$ , los términos  $Q + \frac{gAh}{a}$  y  $Q - \frac{gAh}{a}$  ya no serán independientes del tiempo para los respectivos observadores, sin embargo la variación para un intervalo de tiempo  $\Delta t$  será la misma para cada observador e igual a

$$\frac{f \Delta t}{2DA} Q|Q| \quad (6.8.11)$$

Según lo están indicando las ecuaciones 6.8.6 y 6.8.7. La magnitud del término  $Q + \frac{gAh}{a}$  disminuye  $\frac{f \Delta t Q|Q|}{2DA}$  para el observador que viaja con velocidad  $(+a)$ , al incrementarse el tiempo en  $\Delta t$ . Asimismo, la magnitud del término  $Q - \frac{gAh}{a}$  disminuye también  $\frac{f \Delta t Q|Q|}{2DA}$  para el observador que viaje con velocidad  $(-a)$  al incrementarse el tiempo en  $\Delta t$  figura 6.8.1

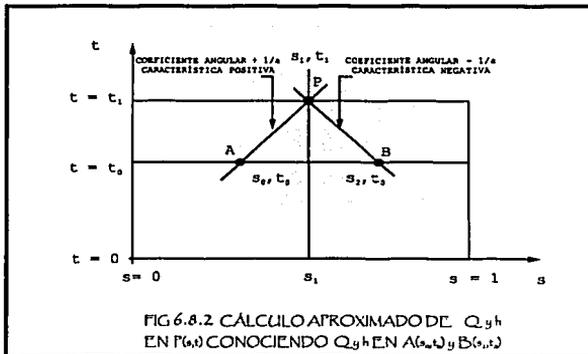
TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN



Esta variación de los términos  $Q + gAh/a$  y  $Q - gAh/a$  es muy simple de plantear procediendo a escribir las ecuaciones 6.8.6 y 6.8.7 en incrementos finitos para cada observador. Como se vió en la figura 6.8.2, si en el plano  $s,t$  se tienen los puntos A y B en  $t = t_0$  ubicados de tal forma que en  $t = t_1$  las rectas de coeficiente angular  $+1/a$  y  $-1/a$  que pasan por A y B se cortan en P figura 6.8.3, se podrá escribir la ecuación 6.8.6 en forma incremental, de la siguiente forma:

$$\left[ Q + \frac{gA}{a} h \right]_P - \left[ Q + \frac{gA}{a} h \right]_A + \frac{f \Delta t Q_A |Q_A|}{2 D A} = 0 \quad (6.8.12)$$

Siendo  $t_1 + t_0 = \Delta t$ .





La ecuación 6.8.7 se podrá escribir también en forma incremental de la forma que se indica:

$$\left[ Q - \frac{gA}{a} h \right]_P - \left[ Q - \frac{gA}{a} h \right]_B + \frac{f \Delta t Q_B |Q_B|}{2DA} = 0 \quad (6.8.13)$$

Si se admiten conocidos los valores  $Q_A, h_A, Q_B, h_B$  en el tiempo  $t = t_0$ , los valores  $Q_P, h_P$  en  $t = t_1$  pueden calcularse a partir de las ecuaciones 6.8.12 y 6.8.13 con tanto mayor aproximación cuanto menor sea  $\Delta t$ .

Nótese que en el caso sin fricción el cálculo realizado de esta manera y descrito en la figura 6.8.2 era exacto. Su precisión no dependía del valor del incremento  $\Delta t$ . En cambio, cuando se introduce la fricción, el proceso de cálculo es aproximado y su precisión dependerá del  $\Delta t$  elegido. El método empleado de estudiar la variación de las magnitudes de flujo sobre una curva particular del plano de las variables independientes  $(s,t)$  denominada curva característica, curva que permite una transformación de las ecuaciones 6.8.1 y 6.8.2 en derivadas parciales en las ecuaciones diferenciales ordinarias 6.8.6 y 6.8.7, se denomina método de las características y su aplicación está estudiada en forma general para las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de segundo orden.

Las ecuaciones 6.8.12 y 6.8.13 pueden escribirse en forma sintética de la siguiente manera:

$$Q_P = C_P - C_a h_P \quad (6.8.14)$$

(característica positiva)

$$Q_P = C_n - C_a h_P \quad (6.8.15)$$

(característica negativa)

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

donde:

$$C_p = Q_A + \frac{gA}{a} h_A - \frac{f \Delta t}{2DA} Q_A Q_A \quad (6.8.16)$$

$$C_n = Q_B + \frac{gA}{a} h_B - \frac{f \Delta t}{2DA} Q_B Q_B \quad (6.8.17)$$

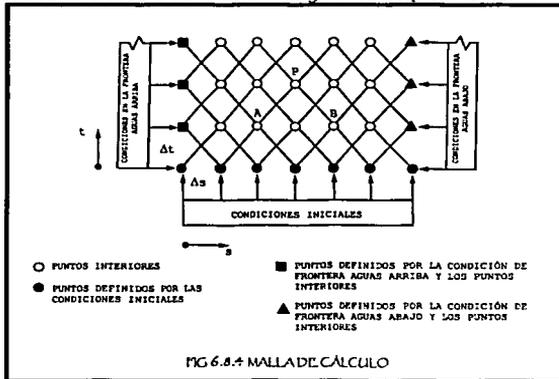
$$C_u = \frac{gA}{a} \quad (6.8.18)$$

$$Q_p = \frac{C_p - C_n}{2} \quad (6.8.19)$$

La ecuación 6.8.14 es válida sobre la recta de coeficiente angular + 1/a que se denomina característica positiva y la ecuación 6.8.15 es válida sobre la recta de coeficiente angular - 1/a que se denomina característica negativa figura 6.8.3, en el punto P, ambas ecuaciones son válidas simultáneamente. En consecuencia, como ya se señaló Q<sub>p</sub> y h<sub>p</sub> pueden calcularse a partir del sistema formado por estas ecuaciones. Despejando Q<sub>p</sub> y h<sub>p</sub> de las ecuaciones 6.8.14 y 6.8.15 se tiene que:

$$h_p = \frac{C_p - C_n}{2 C_u} \quad (6.8.20)$$

El cálculo de Q<sub>p</sub> y h<sub>p</sub> por medio de las ecuaciones 6.8.19 y 6.8.20 puede realizarse en los puntos interiores de la tubería tal como surge de la malla de calculo presentada en la figura 6.8.4. En esta malla se indicaron los puntos representativos A, B y P para todos los puntos "huecos" O, el procedimiento de cálculo es el que se describió. Sin embargo, en los puntos llenos el procedimiento es inaplicable puesto que por su ubicación en los bordes de la malla no es posible construir el triángulo ABP. En estos puntos el cálculo se efectúa con ayuda de las condiciones iniciales o de frontera según se explica a continuación.



Puntos ● en ellos Q y h deben ser dados como datos para  $t = 0$

Puntos ■ en ellos la condición de frontera suministra una ecuación entre Q y h y la otra ecuación es la 6.8.15 (característica negativa)

Puntos ▲ en ellos la condición de frontera suministra una ecuación entre Q y h y la otra ecuación es la 6.8.14 (característica positiva)

En consecuencia el cálculo se desarrollará de la siguiente forma:

1. Dadas las condiciones iniciales se conoce Q, en todos los puntos ●.
2. Aplicando las ecuaciones 6.8.14 y 6.8.15 se calculan Q y h para los puntos ○ de la primera fila, que corresponden a  $t = \Delta t$ .
3. Con la condición de frontera aguas arriba, la ecuación 6.8.15 y el valor de Q y h en el punto ● adyacente al primero se calcula Q, h en el punto ■ de la primera fila ( $t = \Delta t$ ).
4. Con la condición de frontera aguas abajo, la ecuación 6.8.14 y el valor de Q, h en el punto ● adyacente al último se calcula Q, h en el punto ▲ de la primera fila ( $t = \Delta t$ ).

De esta forma se logra calcular Q, h para todos los puntos de la primera fila ( $t = \Delta t$ ). Se ha avanzado  $\Delta t$  en el tiempo y para calcular la segunda fila ( $t = 2\Delta t$ ) se procede de la misma manera.

La condición impuesta por un tanque de carga constante es  $h = h_0$  para todo t en consecuencia los puntos de la malla se resolverán así:

$$Q_p = C_n + C_a h_p \quad (6.8.21)$$

$$h_p = h_0 \quad (6.8.22)$$

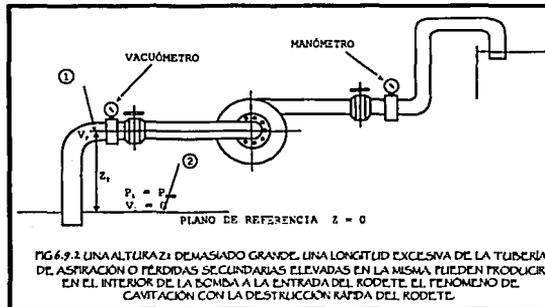
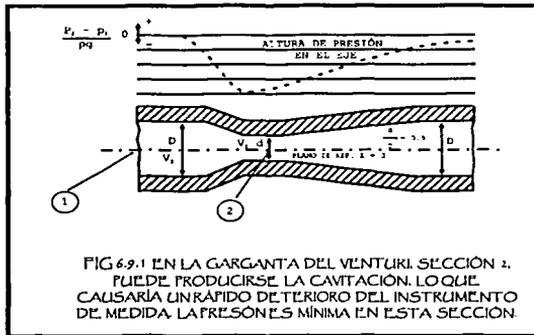
Donde  $C_a = g A / a$  y  $C_n$  se calcula de acuerdo a la ecuación 6.8.17 siendo el punto B en este caso el punto de la columna adyacente a la columna que representa la frontera y ubicado en la fila correspondiente a  $t - \Delta t$  si el cálculo corresponde al instante t.

Para un tanque de carga constante en el extremo de aguas abajo el procedimiento sería similar salvo en que, como ya se dijo, se emplearía la ecuación 6.8.14 correspondiente a la característica positiva.

## 6.9 LA DEPRESIÓN CAUSA DE LA CAVITACIÓN

La cavitación es un fenómeno que se produce siempre que la presión en algún punto o zona de la corriente de un líquido descendiende por debajo de un cierto valor mínimo admisible. El fenómeno puede producirse lo mismo en estructuras hidráulicas estáticas ( tuberías, Venturis, etc) que en máquinas hidráulicas (bombas, hélices, turbinas). Por los efectos destructivos que en las estructuras y máquinas hidráulicas mal proyectadas o mal instaladas produce la cavitación.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

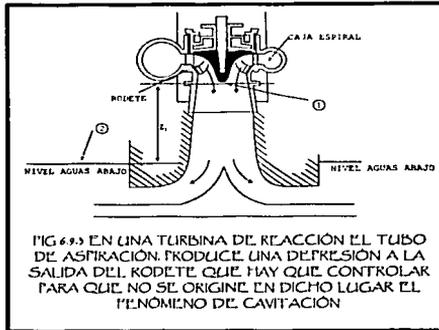


Las figuras 6.9.1, 6.9.2 y 6.9.3 representan tres ejemplos donde pueden producirse la cavitación: en la garganta de un Venturi, a la entrada del rodete de una bomba centrífuga y a la salida del rodete de una turbina hidráulica de reacción.

Escribamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 de cualquiera de las figuras 6.9.1 o 6.9.2. Resulta más cómodo en el fenómeno que estudiamos considerar presiones absolutas. Por tanto,

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - H_{r1-2} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \quad (6.9.1)$$

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



donde:

$p_1, p_2$  presiones absolutas en los puntos 1 y 2.

$H_{r1,2}$  pérdida de altura entre los puntos 1 y 2.

$z_1, z_2$  cotas de los puntos 1 y 2, tomando como plano de referencia el plano horizontal que se indica en cada figura.

De la ecuación 6.9.1 se deduce en las primeras dos figuras ( $p_1 = p_{amb} =$  presión barométrica):

$$\frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_{amb}}{\rho g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - z_2 - H_{r1-2} \quad (6.9.2)$$

Según la ecuación 6.9.2 la presión  $p_2$  es menor que la  $p_{amb}$ , ya que los tres términos últimos en dicha ecuación son negativos (el  $z_2$  puede ser nulo, como en la figura 6.9.1. Asimismo, en la tercera figura (15.5) ( $p_2 = p_{amb}; z_2 = 0; v_2^2/2g = 0$ ) se tiene:

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_{amb}}{\rho g} - \frac{v_1^2}{2g} - z_1 - H_{r1-2} \quad (6.9.3)$$

La presión  $p_2$  en la ecuación 6.9.2 o la  $p_1$  en la ecuación 6.9.3:

Teóricamente puede bajar solo hasta el cero absoluto; porque la presión absoluta no puede ser nunca negativa.

Prácticamente existe un límite inferior de la presión mayor que 0 que es el siguiente:

$$p \geq p_s \quad (6.9.4)$$

donde:

$p_s$ , presión de saturación de vapor a la temperatura en que se encuentre el fluido.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

En efecto, la termodinámica enseña que un líquido entra en ebullición a una presión determinada, llamada presión de saturación,  $p_s$ , que depende de la temperatura, la cual temperatura correlativamente se llama temperatura de saturación,  $t_s$ .

| $t_s$<br>°C | Bares | kg/m <sup>2</sup> | kg/cm <sup>2</sup> | lb/in <sup>2</sup> | Pa |
|-------------|-------|-------------------|--------------------|--------------------|----|
|-------------|-------|-------------------|--------------------|--------------------|----|

|    |          |            |        |        |           |
|----|----------|------------|--------|--------|-----------|
| 0  | 0.006108 | 62.2843    | 0.0062 | 0.0886 | 610.80    |
| 1  | 0.006586 | 66.9546    | 0.0067 | 0.0952 | 656.60    |
| 2  | 0.007055 | 71.9410    | 0.0072 | 0.1023 | 705.50    |
| 3  | 0.007575 | 77.2435    | 0.0077 | 0.1099 | 757.50    |
| 4  | 0.008129 | 82.8927    | 0.0083 | 0.1179 | 812.90    |
| 5  | 0.008718 | 88.8989    | 0.0089 | 0.1264 | 871.80    |
| 6  | 0.009345 | 95.2925    | 0.0095 | 0.1355 | 934.50    |
| 7  | 0.010012 | 102.0940   | 0.0102 | 0.1452 | 1,001.20  |
| 8  | 0.010720 | 109.3136   | 0.0109 | 0.1555 | 1,072.00  |
| 9  | 0.011475 | 117.0124   | 0.0117 | 0.1664 | 1,147.50  |
| 10 | 0.01227  | 125.1192   | 0.0125 | 0.1780 | 1,227.00  |
| 11 | 0.013116 | 133.7460   | 0.0134 | 0.1902 | 1,311.60  |
| 12 | 0.014014 | 142.9030   | 0.0143 | 0.2033 | 1,401.40  |
| 13 | 0.014965 | 152.6005   | 0.0153 | 0.2170 | 1,496.50  |
| 14 | 0.015973 | 162.8793   | 0.0163 | 0.2317 | 1,597.30  |
| 15 | 0.017039 | 173.7494   | 0.0174 | 0.2471 | 1,703.90  |
| 16 | 0.018168 | 185.2620   | 0.0185 | 0.2633 | 1,816.80  |
| 17 | 0.019362 | 197.4375   | 0.0197 | 0.2808 | 1,936.20  |
| 18 | 0.020620 | 210.2655   | 0.0210 | 0.2991 | 2,062.00  |
| 19 | 0.021966 | 223.9297   | 0.0224 | 0.3183 | 2,196.00  |
| 20 | 0.023370 | 238.3077   | 0.0238 | 0.3390 | 2,337.00  |
| 21 | 0.024845 | 253.3995   | 0.0253 | 0.3604 | 2,484.50  |
| 22 | 0.026420 | 269.4090   | 0.0269 | 0.3832 | 2,642.00  |
| 23 | 0.028100 | 286.3363   | 0.0286 | 0.4073 | 2,808.00  |
| 24 | 0.029820 | 304.0794   | 0.0304 | 0.4325 | 2,982.00  |
| 25 | 0.031660 | 322.8422   | 0.0323 | 0.4592 | 3,166.00  |
| 26 | 0.033600 | 342.6246   | 0.0343 | 0.4873 | 3,360.00  |
| 27 | 0.035640 | 363.4269   | 0.0363 | 0.5169 | 3,564.00  |
| 28 | 0.037780 | 385.2488   | 0.0385 | 0.5480 | 3,778.00  |
| 29 | 0.040040 | 408.2944   | 0.0408 | 0.5807 | 4,004.00  |
| 30 | 0.042410 | 432.4618   | 0.0432 | 0.6151 | 4,241.00  |
| 31 | 0.044910 | 457.9546   | 0.0458 | 0.6514 | 4,491.00  |
| 32 | 0.047530 | 484.6711   | 0.0485 | 0.6894 | 4,753.00  |
| 33 | 0.050290 | 512.8153   | 0.0513 | 0.7294 | 5,029.00  |
| 34 | 0.053180 | 542.2851   | 0.0542 | 0.7713 | 5,318.00  |
| 35 | 0.056220 | 573.2845   | 0.0573 | 0.8154 | 5,622.00  |
| 36 | 0.059400 | 605.7114   | 0.0606 | 0.8615 | 5,940.00  |
| 37 | 0.062740 | 639.7700   | 0.0640 | 0.9100 | 6,274.00  |
| 38 | 0.066240 | 675.4600   | 0.0675 | 0.9607 | 6,624.00  |
| 39 | 0.069910 | 712.8836   | 0.0713 | 1.0140 | 6,991.00  |
| 40 | 0.073750 | 752.0407   | 0.0752 | 1.0697 | 7,375.00  |
| 41 | 0.077770 | 793.0333   | 0.0793 | 1.1280 | 7,777.00  |
| 42 | 0.081980 | 835.9634   | 0.0836 | 1.1890 | 8,198.00  |
| 43 | 0.086390 | 880.9328   | 0.0881 | 1.2530 | 8,639.00  |
| 44 | 0.091000 | 927.9418   | 0.0928 | 1.3198 | 9,100.00  |
| 45 | 0.095820 | 977.0921   | 0.0977 | 1.3898 | 9,582.00  |
| 46 | 0.100860 | 1,028.4858 | 0.1028 | 1.4629 | 10,086.00 |
| 47 | 0.106120 | 1,082.1228 | 0.1082 | 1.5391 | 10,612.00 |
| 48 | 0.111620 | 1,138.2072 | 0.1138 | 1.6189 | 11,162.00 |
| 49 | 0.117360 | 1,196.7389 | 0.1197 | 1.7022 | 11,736.00 |

| $t_s$<br>°C | Bares | kg/m <sup>2</sup> | kg/cm <sup>2</sup> | lb/in <sup>2</sup> | Pa |
|-------------|-------|-------------------|--------------------|--------------------|----|
|-------------|-------|-------------------|--------------------|--------------------|----|

|    |          |            |        |         |           |
|----|----------|------------|--------|---------|-----------|
| 50 | 0.123350 | 1,257.8199 | 0.1258 | 1.7890  | 12,335.00 |
| 51 | 0.129610 | 1,321.6542 | 0.1322 | 1.8798  | 12,961.00 |
| 52 | 0.136130 | 1,388.1397 | 0.1388 | 1.9744  | 13,613.00 |
| 53 | 0.142930 | 1,457.4804 | 0.1457 | 2.0730  | 14,293.00 |
| 54 | 0.150020 | 1,529.7783 | 0.1530 | 2.1759  | 15,002.00 |
| 55 | 0.157410 | 1,605.1353 | 0.1605 | 2.2830  | 15,741.00 |
| 56 | 0.165110 | 1,683.6534 | 0.1684 | 2.3947  | 16,511.00 |
| 57 | 0.173130 | 1,765.4347 | 0.1765 | 2.5110  | 17,313.00 |
| 58 | 0.181470 | 1,850.4790 | 0.1850 | 2.6320  | 18,147.00 |
| 59 | 0.190160 | 1,939.0924 | 0.1939 | 2.7580  | 19,016.00 |
| 60 | 0.199200 | 2,031.2747 | 0.2031 | 2.8892  | 19,920.00 |
| 61 | 0.208600 | 2,127.1280 | 0.2127 | 3.0255  | 20,860.00 |
| 62 | 0.218400 | 2,227.0607 | 0.2227 | 3.1676  | 21,840.00 |
| 63 | 0.228600 | 2,331.0713 | 0.2331 | 3.3156  | 22,860.00 |
| 64 | 0.239100 | 2,438.1415 | 0.2438 | 3.4679  | 23,910.00 |
| 65 | 0.250100 | 2,550.3102 | 0.2550 | 3.6274  | 25,010.00 |
| 66 | 0.261500 | 2,666.5579 | 0.2667 | 3.7927  | 26,150.00 |
| 67 | 0.273300 | 2,786.8844 | 0.2787 | 3.9639  | 27,330.00 |
| 68 | 0.285600 | 2,912.3095 | 0.2912 | 4.1423  | 28,560.00 |
| 69 | 0.298400 | 3,042.8332 | 0.3043 | 4.3279  | 29,840.00 |
| 70 | 0.311600 | 3,177.4357 | 0.3177 | 4.5194  | 31,160.00 |
| 71 | 0.325300 | 3,317.1368 | 0.3317 | 4.7181  | 32,530.00 |
| 72 | 0.339600 | 3,462.9563 | 0.3463 | 4.9255  | 33,960.00 |
| 73 | 0.354300 | 3,612.8545 | 0.3613 | 5.1387  | 35,430.00 |
| 74 | 0.369600 | 3,766.8711 | 0.3769 | 5.3606  | 36,960.00 |
| 75 | 0.385500 | 3,931.0050 | 0.3931 | 5.5912  | 38,550.00 |
| 76 | 0.401900 | 4,098.2395 | 0.4098 | 5.8291  | 40,190.00 |
| 77 | 0.418900 | 4,271.5912 | 0.4272 | 6.0756  | 41,890.00 |
| 78 | 0.436500 | 4,451.0613 | 0.4451 | 6.3309  | 43,650.00 |
| 79 | 0.454700 | 4,636.6496 | 0.4637 | 6.5949  | 45,470.00 |
| 80 | 0.473600 | 4,829.3760 | 0.4829 | 6.8690  | 47,360.00 |
| 81 | 0.493100 | 5,028.2206 | 0.5028 | 7.1518  | 49,310.00 |
| 82 | 0.513300 | 5,234.2033 | 0.5234 | 7.4428  | 51,330.00 |
| 83 | 0.534200 | 5,447.3240 | 0.5447 | 7.7479  | 53,420.00 |
| 84 | 0.555700 | 5,666.5630 | 0.5667 | 8.0597  | 55,570.00 |
| 85 | 0.578000 | 5,893.9597 | 0.5894 | 8.3832  | 57,800.00 |
| 86 | 0.601100 | 6,129.5142 | 0.6130 | 8.7182  | 60,110.00 |
| 87 | 0.624900 | 6,372.2066 | 0.6372 | 9.0634  | 62,490.00 |
| 88 | 0.649500 | 6,623.0568 | 0.6623 | 9.4202  | 64,950.00 |
| 89 | 0.674900 | 6,882.0647 | 0.6882 | 9.7886  | 67,490.00 |
| 90 | 0.701100 | 7,149.2304 | 0.7149 | 10.1686 | 70,110.00 |
| 91 | 0.728100 | 7,424.5537 | 0.7425 | 10.5602 | 72,810.00 |
| 92 | 0.756100 | 7,710.0743 | 0.7710 | 10.9663 | 75,610.00 |
| 93 | 0.784900 | 8,003.7526 | 0.8004 | 11.3840 | 78,490.00 |
| 94 | 0.814600 | 8,306.6083 | 0.8307 | 11.8148 | 81,460.00 |
| 95 | 0.845300 | 8,619.6611 | 0.8620 | 12.2600 | 84,530.00 |
| 96 | 0.876900 | 8,941.8915 | 0.8942 | 12.7184 | 87,690.00 |
| 97 | 0.909400 | 9,273.2992 | 0.9273 | 13.1897 | 90,940.00 |
| 98 | 0.943000 | 9,615.9239 | 0.9616 | 13.6771 | 94,300.00 |
| 99 | 0.977600 | 9,968.7457 | 0.9969 | 14.1789 | 97,760.00 |

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

---

El inicio de la ebullición del líquido es también el inicio del fenómeno de la cavitación. Por tanto de las ecuaciones 6.9.2 y 6.9.3 se desprende de la presión  $p_2$  o respectivamente  $p_1$  será tanto menor y el peligro de la cavitación tanto mayor cuanto:

- menor sea  $p_{amb}$ , o sea la presión barométrica del lugar;
- mayor sea la carga de velocidad creada en la zona de depresión. (En la figura 6.9.1, cuando el diámetro  $d$  de la garganta del Venturi sea menor, y por tanto la velocidad en la garganta  $v_2$  sea mayor);
- mayor se  $z_2$  o respectivamente  $z_1$ . En las figuras 6.9.2 y 6.9.3
- más se eleve la bomba o la turbina con relación al nivel inferior;
- mayores en el caso de la figura 6.9.2 o menores en el caso de la figura 6.9.3 sean las pérdidas,  $H_{r,1-2}$ .

## 6.10

## PRÁCTICA 5

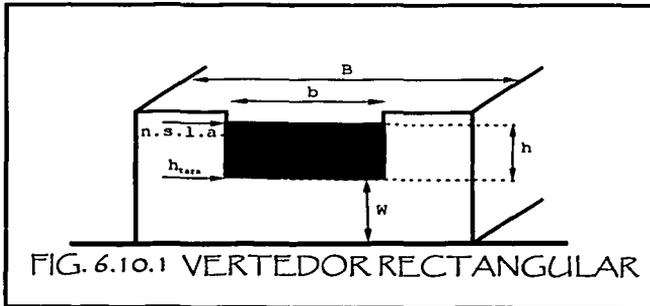
## 6.10.1 Golpe de ariete

## 6.10.2 Objetivo

Observar y analizar el fenómeno de golpe de ariete en un sistema tanque-tubería con válvula.  
Comparar la sobrepresión medida y calculada en la válvula.

## 6.10.3 Desarrollo

La práctica se desarrollará en la zona donde se encuentra ubicado el tanque de carga constante. Medir la geometría y la tara del vertedor rectangular.



donde:

- B ancho del canal de llegada, en m.
- b dimensión del vertedor, en m.
- $h_{nata}$  nivel del agua en la cresta del vertedor, en m.
- h carga sobre el vertedor, en m.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

1. Abrir la válvula de la conducción.
2. Medir el diámetro exterior de la tubería, así como la distancia entre cada piezómetro.
3. Purgar los piezómetros y medir la carga de presión correspondiente.
4. Cerrar bruscamente la válvula e inmediatamente medir la  $H_{\text{máx}}$  y  $H_{\text{mín}}$  en cada piezómetro.
5. Realizar una maniobra de apertura para observar el comportamiento del agua en los piezómetros.

### 6.10.4 Memoria de cálculo

1. Calcular el gasto

$$Q = c b h^{3/2} \quad \text{donde } c = \frac{2}{3} \sqrt{2 g \mu}, \quad h = |n.s.l.a - h_{\text{tara}}| \quad (6.10.1)$$

2. Calcular la celeridad y sobrepresión por Joukowski

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{\gamma}{g} \left( \frac{1}{E_o} + \frac{D}{E_m e} \right)}} \quad (6.10.2)$$

donde:

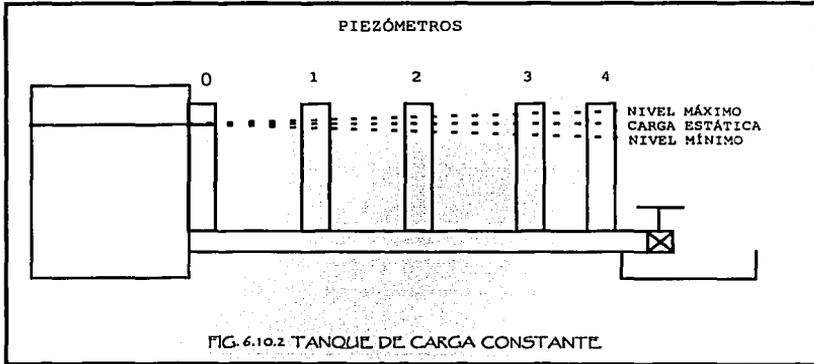
- c celeridad de onda elástica del fluido en la tubería, en m/s.
- $E_o$  módulo de elasticidad del volumen del fluido ( $2.23E8 \text{ kg/m}^2$ ).
- $E_m$  módulo de elasticidad del material (cobre) ( $1.21E10 \text{ kg/m}^2$ ).
- D diámetro de la tubería, en m.
- e espesor de la tubería, en m.

$$\Delta h = - \frac{c}{g} \Delta V \quad (6.10.3)$$

$\Delta h$  sobrepresión en la tubería en m.

$$\Delta V = V_{\text{final}} - V_{\text{inicial}}$$

3. Obtener la presión máxima y la sobrepresión en cada piezómetro con los valores medidos en m.c.a. y kg/m<sup>2</sup> (figura 6.10.2).



4. Con la presión máxima que ejerce el agua en el piezómetro 4, calcular el esfuerzo permisible.

$$\sigma_{\text{permisible}} = \frac{P_{\text{máx}} D}{2e} \quad (6.10.4)$$

5. Determinar las pérdidas que existen en la tubería aplicando la ecuación de la energía desde el vaso hasta la descarga.

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} = z_4 + \frac{p_4}{\gamma} + \frac{V_4^2}{2g} + hp_{0-4} \quad (6.10.5)$$

6. Dibujar la línea de energía y la de cargas piezométricas a lo largo de la tubería.

7. Calcular la carga de presión y la sobrepresión en el conducto aplicando las cadenas de Allievi para una ley de cierre de  $\theta=7$ .

$$\zeta_i^2 + \zeta_{i+1}^2 - 2 = \varepsilon (\eta_i \zeta_i - \eta_{i+1} \zeta_{i+1}) \quad \text{donde} \quad \varepsilon = \frac{cV_0}{gH_0} \quad (6.10.6)$$

$$H_1 = H_0 \zeta_i^2 \quad \text{donde} \quad \Delta H = H_1 - H_0 \quad (6.10.7)$$

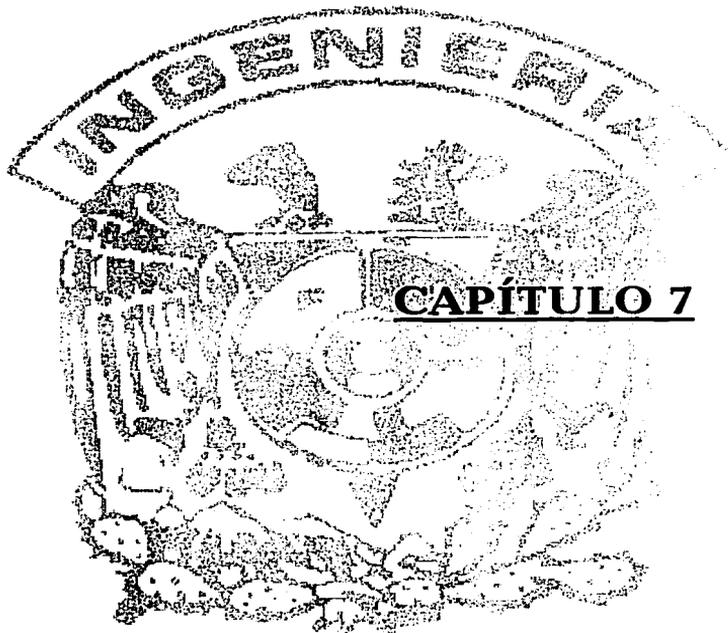
donde:

- $\epsilon$  constante de Allievi
- T periodo, en s.
- L longitud de la tubería = 4.30 m
- H carga de presión, en m.
- $\Delta H$  sobrepresión, en m.

8. Calcular el periodo que tarda en ir y venir la onda de la válvula al tanque.

$$T = \frac{2L}{c} \quad \text{donde} \quad \theta = \frac{t_c}{T} \quad (6.10.8)$$

9. Graficar la curva periodo contra carga en la válvula.



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## CAPÍTULO 7: POZO DE OSCILACIÓN

### 7.1 ANTECEDENTES DE TRANSITORIOS HIDRÁULICOS EN CONDUCTOS A PRESIÓN

Para diseñar acueductos con una longitud del orden de 1000 veces mayor que su diámetro (conducciones largas) y cuyo tanque de entrega se localiza en una cota de elevación superior a la del tanque de toma o succión (conducción globalmente esencial), antes de revisar el flujo transitorio, es preciso analizar el llenado y vaciado de la tubería y el funcionamiento a gasto establecido, tomando en cuenta las condiciones de operación de las tuberías y de las bombas tanto a gasto máximo como a gasto parcial.

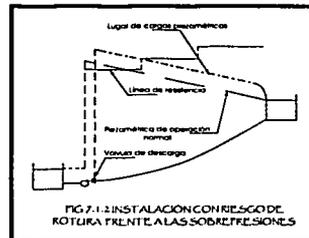
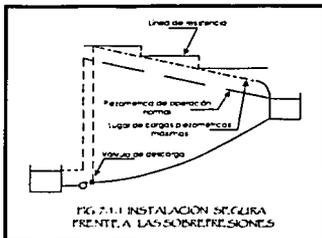
Un diseño basado en estos análisis permitirá que el funcionamiento de las bombas esté siempre dentro de las tolerancias señaladas por el fabricante. Así mismo, se evitará que algunos tramos de la tubería operen como canal y que se causen derrames accidentales de agua por el coronamiento de los tanques o por obras de excedencia.

Una vez establecidos los requisitos para los distintos gastos de operación del acueducto, se estará en posibilidad de efectuar el análisis de los fenómenos provocados por el corte de bombeo.

Los diversos problemas que surgen en conducciones de agua a presión debidos a fenómenos transitorios, son de tres tipos: sobrepresión, depresión y sobrevelocidad en las máquinas.

#### 7.1.1 Sobrepresión

Con este nombre se denomina a toda presión superior a la de trabajo en cualquier punto de una conducción a presión. Es muy fácil entender que éste es un problema, pues una sobrepresión provoca un incremento de tensiones en el material de la tubería que se puede prever desde el proyecto, a fin de evitar que produzca deformaciones plásticas o roturas en la instalación.



#### 7.1.2 Depresión

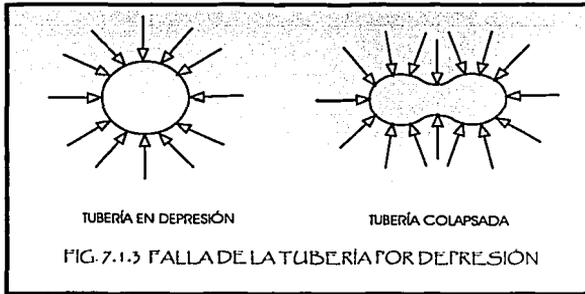
Bajo esta denominación se considera a toda presión absoluta menor que la atmosférica. Si la tubería está enterrada, la presión media exterior que tolera es mayor que la atmosférica, dependiendo del tipo de suelo y de la profundidad. En el diseño estructural de este tipo de

instalaciones habrá que tomar en cuenta los factores mencionados para que haya una resistencia a la presión exterior con la atmosférica que está en el interior (condición de tubería vacía.)

Cuando se trata de fenómenos transitorios creados por el paro accidental de una planta de bombeo, los problemas de depresión son los más frecuentes, y se pueden clasificar en tres tipos dependiendo de su importancia.

### 7.1.3 Colapso de la tubería

Al reducirse la presión interior y alcanzar valores por debajo de la presión media exterior, el tramo de tubería afectado trabajará a la compresión en el sentido de las tensiones según la circunferencia. Si estas son suficientemente altas, se producirá un fenómeno de pandeo en la pared del tramo hasta llegar al colapso. (figura 7.1.3)



### 7.1.4 Separación de la columna líquida

Si la resistencia de la tubería a la compresión es suficiente para evitar un colapso, el descenso de la presión interior puede producir la vaporización del agua a la temperatura ambiente; cuando la presión absoluta se aproxima a 0.25 m.c.a. para una temperatura ambiente de 20°C, el líquido se transforma en gas y se crean burbujas de tamaños diversos en el agua. La presión de la vaporización está en función de la altura sobre el nivel del mar y de la temperatura del líquido, y en sí no constituye un problema, pero sí puede serlo después, cuando la burbuja producida inicialmente por una onda de depresión sea sometida a una presión levemente superior a la de vaporización, lo que reducirá con mucha rapidez su volumen, provocando que las columnas líquidas separadas por ella choquen violentamente. Para evaluar el incremento de presión que sobrevendría por el choque se emplea la relación de Joukowski (Permakain, 1963)

$$\Delta h_i = \frac{a}{gA} |\Delta Q| \quad (7.1.4.1)$$

Donde, para este caso, se tiene que  $|\Delta Q|$  puede aproximarse como:

$$\Delta Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$$

(7.1.4.2)

En la que  $Q_1$  y  $Q_2$  representan los gastos en los extremos, aguas arriba y aguas debajo de la burbuja, respectivamente.

Al observar que  $a \approx 1000$  m/s y  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, puede apreciarse que para  $\Delta Q / A$  del orden de 1 m/s, se tiene  $h$  del orden de 10 m.c.a. Por ello, en las conducciones que no estén diseñadas especialmente, debe evitarse el fenómeno de la reintegración de la columna líquida (figura 7.1.4)

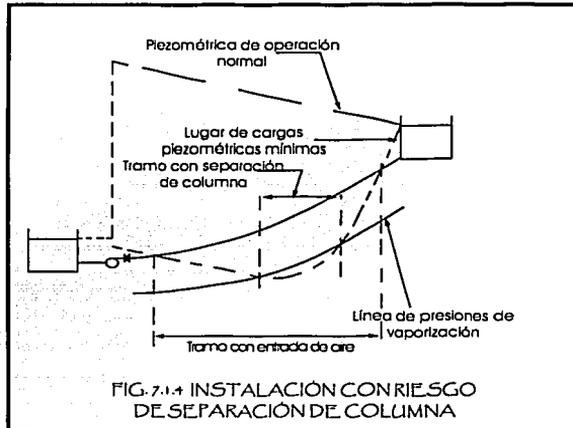


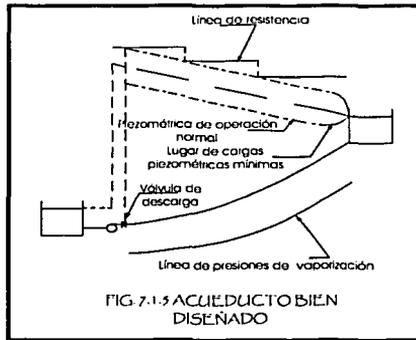
FIG. 7.1.4 INSTALACIÓN CON RIESGO DE SEPARACIÓN DE COLUMNA

### 7.1.5 Entrada de aire en la tubería

La entrada de aire atmosférico en la tubería puede realizarse a través de las válvulas de admisión y expulsión de aire cuando la presión en el interior de la tubería es menor que la exterior. En principio hay que impedir dicha entrada, ya que puede ocasionar sobrepresiones graves.

En la figura 7.1.4 se ejemplifica una conducción con riesgo de separación de columna en un tramo determinado y con riesgo de entrada de aire en un tramo de mayor longitud.

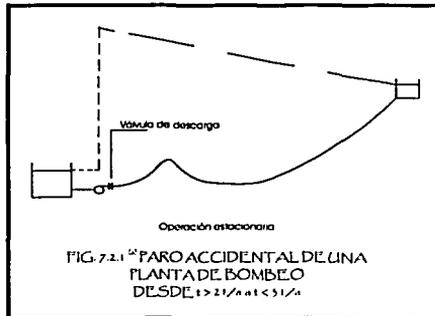
De lo anterior se deduce que en un acueducto bien diseñado la línea de resistencia es superior, en cada punto, a la presión máxima y a la presión mínima debe ser mayor que la atmosférica (figura 7.1.5)

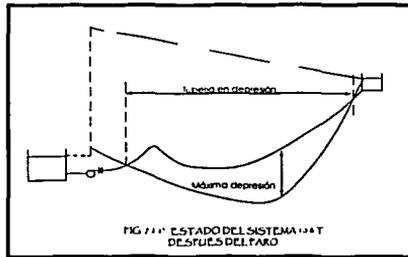
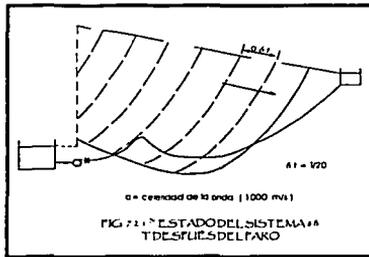


## 7.2 DISPOSITIVOS DE CONTROL

El propósito de los dispositivos de control de los transitorios hidráulicos es evitar el daño estructural que puede producir el golpe de ariete generado por el paro accidental de la planta de bombeo sobre las tuberías a las máquinas. Aquí solo se examina con detalle el tanque unidireccional y la cámara de aire, aunque existen otros, como el tanque de oscilación, la válvula de alivio y el incremento del momento polar de inercia de la unidad motor-bomba.

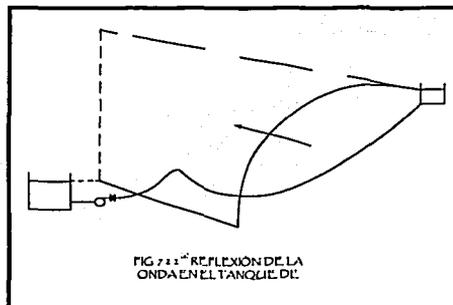
A fin de comprender que sucede con estos dispositivos, conviene referirse al fenómeno de golpe de ariete arriba mencionado, cuando una bomba alimenta a una tubería larga. El paro accidental de una planta de bombeo atraviesa por varias fases; en la primera (figura 7.2.1 a), el acueducto presenta problemas de depresión: en  $a$ ) antes del paro, en (figura 7.2.1 b)  $8 \delta t$ , después del paro, siendo  $\delta t = T/20$ , donde  $T = 2L/a$ , y en (figura 7.2.1 c),  $10 \delta t$  después del paro, cuando la onda llega al tanque de descarga.

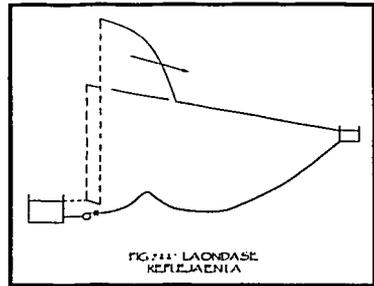
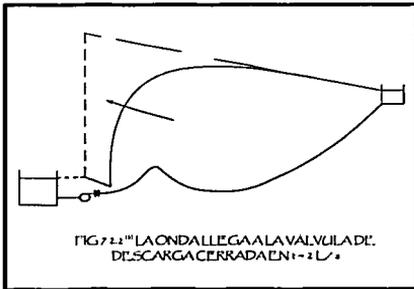




La segunda fase del fenómeno se inicia con la reflexión de la onda opuesta en el tanque de descarga (figura 7.2.2 a) La onda de sobrepresión resultante produce en la instalación una situación similar a la de partida (figura 7.2.2 b), mientras que llega a la válvula de descarga; si esta se encuentra abierta, el proceso de reflexión es complejo y puede afectar negativamente la sobrevelocidad inversa que se produce en la máquina si dicha válvula cierra con lentitud. Pero si por el contrario, la válvula está cerrada, se produce una reflexión de la misma onda y hay sobrepresión (figura 7.2.2 c), lo que ocasiona que en la fase siguiente se propague esta onda de sobrepresión a lo largo de la tubería (figura 7.2.3 a) y se refleje en el tanque de descarga como una onda de depresión de igual magnitud (figura 7.2.3 b). Cuando llega a la válvula de descarga cerrada se refleja como una onda de depresión y se reinicia el ciclo que comenzó con el paro de la bomba.

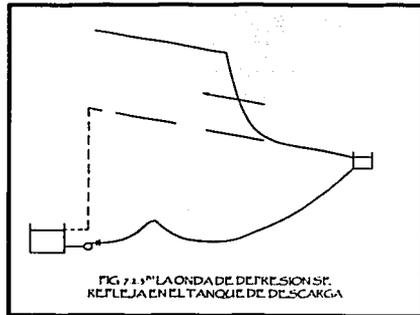
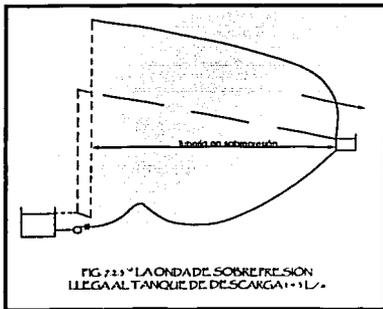
Como se puede observar, la tubería esta sometida a las siguientes fases durante el ciclo de  $4L/a$  de duración, siempre que la válvula de descarga cierre un tiempo menor que  $2L/a$ .





| Fase    | Condición          |
|---------|--------------------|
| Primera | Depresión          |
| Segunda | Presión de trabajo |
| Tercera | Sobrepresión       |
| Cuarta  | Presión de trabajo |

Estos fenómenos son los que deben controlarse mediante dispositivos que los eviten o reduzcan.



En la figura 7.1.4 se ejemplifica una conducción con riesgo de separación de columna en un tramo determinado y con riesgo de entrada de aire en un tramo de mayor longitud.

De lo anterior se deduce que en un acueducto bien diseñado la línea de resistencia es superior, en cada punto, a la presión máxima y la presión mínima debe ser mayor que la presión atmosférica, (figura 7.1.5).

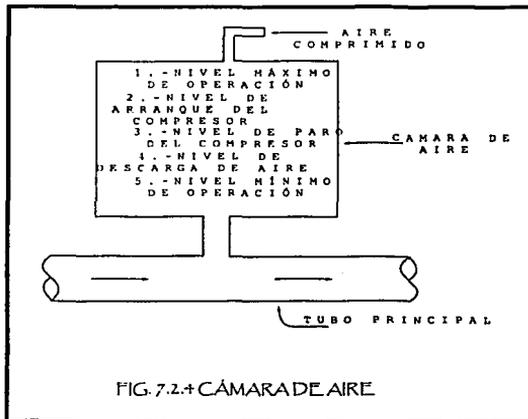
### 7.2.1.1 Cámara de oscilación

Una cámara de oscilación se usa en situaciones donde el alivio de la presión de vacío es necesario, y se prefiere a otros diseños, siempre que el gradiente hidráulico sea bajo, debido a que se requiere poco mantenimiento y es confiable.

### 7.2.1.2 Cámara de aire

Para diseñar una cámara de aire deben considerarse ciertas características determinadas. Primero, debe instalarse una válvula de retención, o una válvula de control de cierre rápido en la descarga de la bomba.

El propósito de esto es prevenir el drenado de la cámara al producirse una falla de bombeo. Segundo, la cámara debe diseñarse para que no se drene durante la mayor oscilación hacia abajo. Si la cámara es drenada, perderá una parte de su masa de aire, por lo que el aire restante no será suficiente para amortiguar la siguiente oscilación hacia arriba. Una posible solución sería instalar una válvula de entrada de aire sobre la cámara para asegurar una cierta cantidad de aire, cuando se produzca la oscilación inversa. Tercero, se pueden hacer algunas instalaciones para registrar y controlar el nivel del agua en la cámara. Como se muestra en la figura 7.2.4, pueden usarse cinco niveles para asegurar el buen funcionamiento de la cámara.



### 7.2.1.3 Válvula de aire

Este tipo de válvula puede usarse en lugar de una cámara de oscilación, particularmente cuando la elevación de la superficie del agua en la cámara es excesiva.

### 7.2.1.4 Derivación (bypass)

Una línea de derivación, o bypass, puede instalarse en una estación de bombeo de una manera similar a una central hidroeléctrica. La válvula, en la línea de derivación, puede abrirse para aliviar la oscilación hacia arriba y cerrar suavemente cuando la oscilación tiende a bajar.

### 7.2.1.5 Válvula de alivio

Existen dos tipos de válvulas de alivio: una que está conectada a la entrada de la línea, ajustando continuamente su posición para tener una presión predeterminada en la frontera aguas abajo, independientemente de la presión aguas arriba; la otra está conectada al tubo principal, se abre cuando la presión en la línea excede un valor dado y se vuelve a cerrar cuando termina el transitorio, figura 7.2.5.

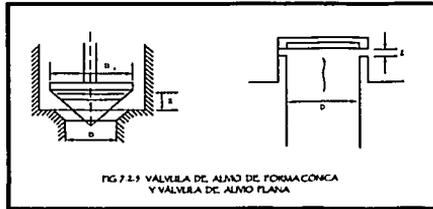


FIG. 7.2.5 VÁLVULA DE ALIVIO DE FORMA CÓNCAVA Y VÁLVULA DE ALIVIO PLANA

### 7.2.1.6 Válvula de retención (check)

En un sistema con carga estática alta, puede usarse una válvula de retención para controlar el transitorio disminuyendo la longitud efectiva del tubo y el nivel estático, figura 7.2.6.

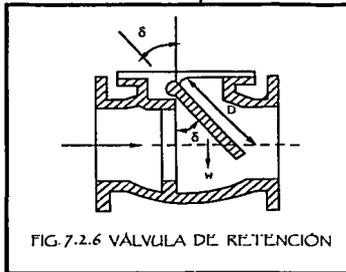


FIG. 7.2.6 VÁLVULA DE RETENCIÓN

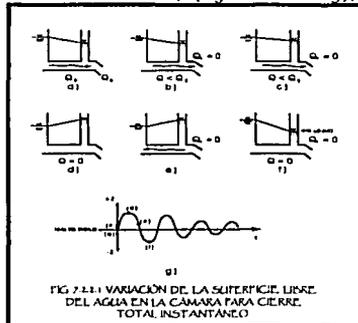
## 7.2.2 Funcionamiento de la cámara de oscilación

Como ya se dijo, la cámara de oscilación es un dispositivo que permite controlar las ondas rápidas de presión, producto de una sobrepresión, transformando dichas ondas en oscilaciones de masa mucho más lentas y con menor amplitud. Para entender mejor el funcionamiento de la cámara se hace uso de la figura 7.2.2.1.

Suponiendo que en los conductos del sistema hidroeléctrico de la figura anterior fluye un gasto  $Q_0$  constante (figura 7.2.2.1 a) y que en algún momento dado se cierra el anillo del distribuidor rápidamente. Si no existiera la cámara, lo anterior originaría una onda de presión que viajaría aguas arriba por la tubería de presión hasta el almacenamiento, donde se reflejaría para regresar a la turbina. Ahora, si se instala una cámara de oscilación y se considera que la masa de agua en ella es apreciable, entonces se crea un punto de reflexión y la onda de sobrepresión recorre solo el tramo de tubería entre la casa de máquinas y la cámara.

En el caso de un cierre total en un lapso muy corto, el flujo en la tubería a presión se interrumpe repentinamente y el agua en la tubería se desacelera. Dicha desaceleración se transforma en una onda rápida de presión que recorre el conducto (figura 7.2.2.1 b) Al mismo tiempo el régimen de flujo en el túnel de presión permanece prácticamente inalterado. Cuando la onda de presión llega a la cámara, se completa la desaceleración de la masa de agua en la tubería de presión y el régimen establecido en el túnel comienza a alterarse.

El agua, debido a que no puede fluir por la tubería a presión por que en esta queda prácticamente inmóvil, se ve obligada a introducirse en la cámara, por lo que el nivel de agua dentro de la cámara comienza a subir, (figura 7.2.2.1 c). El nivel de agua seguirá subiendo en forma lenta y la masa en el túnel se desacelerará en forma gradual hasta que el flujo dentro de este quede prácticamente inmóvil, en este momento el nivel de agua en la cámara es el máximo. Cuando esto sucede, se origina un gradiente negativo con respecto al almacenamiento, por lo que el sentido de flujo dentro del túnel comienza a invertirse, disminuyendo el nivel de la cámara (figura 7.2.2.1 e); luego vuelve a ascender, y así sucesivamente. En ese tipo de maniobra, las oscilaciones se atenúan por las pérdidas de fricción que tienen lugar en el túnel, hasta que se llega a establecer un nivel, el cual es correspondiente al de almacenamiento, (figura 7.2.2.1 g);



TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Cuando se inicia la operación del sistema, dicho de otra forma, cuando el anillo del distribuidor se abre para admitir gasto, el agua en la tubería se acelera rápidamente. En este caso, la cámara proporciona el volumen de líquido requerido por las turbinas, y el nivel de su superficie libre desciende, provocando un gradiente de energía en el túnel, el cual acelera gradualmente el líquido; pero, debido a la inercia de éste, se rebasa el valor necesario para el equilibrio y, por tanto, se crea un estado oscilatorio hasta que se logra un nuevo equilibrio.

### 7.2.3 Objetivos de la cámara de oscilación

Las principales funciones de un tanque o cámara de oscilación, en una estación hidroeléctrica cualquiera, son:

1. Reducir la magnitud de las variaciones de presión en un cierre del distribuidor de la turbina. Al colocar una cámara de oscilación en el conducto que comunica el almacenamiento con las turbinas, la longitud característica del golpe de ariete disminuye, y se reduce la sobrepresión y el tramo que se debe proteger de este fenómeno.
2. Mejorar las características de regulación de las turbinas. El tiempo de aceleración de las turbinas es función directa de la longitud del conducto a presión, por tanto, al instalar una cámara se acorta dicha longitud y se reduce el tiempo de aceleración hidráulica de la turbina, lo cual favorece la regulación de la planta.
3. Proporcionar la masa de agua necesaria en maniobras de arranque de la planta. Dicha masa de agua es proporcionada a la tubería de presión mientras se acelera el agua en el túnel, evitando que el gradiente hidráulico baje demasiado y se presente separación de la columna líquida debido a las presiones negativas que se originan.

### 7.2.4 Tipos de cámaras de oscilación

Cuando se realiza el diseño de una cámara de oscilación y se elige el tipo de cámara a usar en el sistema hidroeléctrico, además de buscarse que sea la mejor alternativa desde el punto de vista técnico, es decir, que el funcionamiento hidráulico sea óptimo, también se le da mucha importancia a los factores económicos y constructivos, debido a que se trata de reducir el costo mediante la minimización de los volúmenes de excavación y de concreto de revestimiento, además de que existen ciertas limitaciones físicas en lo referente al tamaño de la cámara.

Enseguida se muestra una clasificación de los diversos tipos de cámara que existen.

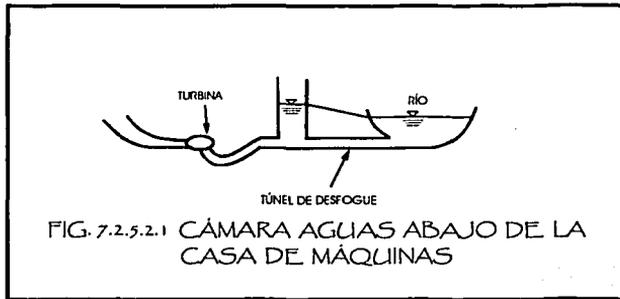
### 7.2.5 De acuerdo a su posición relativa a la casa de máquinas:

#### 7.2.5.1 Cámara aguas arriba

Generalmente esta colocada en la unión de la tubería de presión con el túnel, lo más cerca posible de las turbinas. Este tipo de cámara es como la ilustrada en la figura 7.5.1

#### 7.2.5.2 Cámara aguas abajo

Se emplea cuando el túnel de desfogue es largo. Este diseño (figura 7.2.5.2.1) se justifica para prevenir la separación de la columna de agua (caso de un cierre rápido) y la presión excesiva (caso de una apertura rápida), en el tubo de succión y/o en el túnel de desfogue.



## 7.2.6 De acuerdo con su geometría

### 7.2.6.1 Cámara de oscilación simple

En la sección uniforme (figura 7.5.1) debe ser capaz de contener la máxima oscilación sin derramar y la mínima sin permitir intrusión de aire al sistema. Debido a que al diseñarla resulta demasiado grande, su empleo se reduce a sistemas con cargas bajas y túneles cortos.

## 7.2.7 Cámaras especiales

### 7.2.7.1 Cámaras con expansiones o galerías

Este tipo de cámara (figura 7.2.7.1.1 a), se utilizan cuando se tienen cargas estáticas altas, túneles muy largos, variaciones considerables en el nivel del vaso de almacenamiento o si se desea evitar oscilaciones demasiado grandes. El área de la sección transversal de esta cámara se reduce lo más posible para favorecer la operación de la turbina y que el flujo en el túnel se acelere o retarde con rapidez.

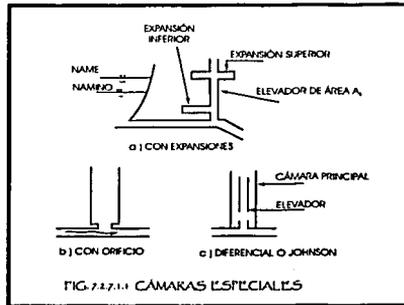
### 7.2.7.2 Cámara con orificio

En este caso, la unión entre la cámara y el conducto se encuentra restringido por un orificio, el cual permite reducir la amplitud y duración de las oscilaciones mediante las pérdidas que produce el estrangulamiento (figura 7.2.7.1.1 b)

### 7.2.7.3 Cámara diferencial o Johnson

Este tipo de cámara (figura 7.2.7.1.1 c) esta formada por dos elementos, que son: un tubo central (cuyo diámetro es aproximadamente igual al del túnel) con orificios en su parte interior, llamado elevador, y una cámara principal.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



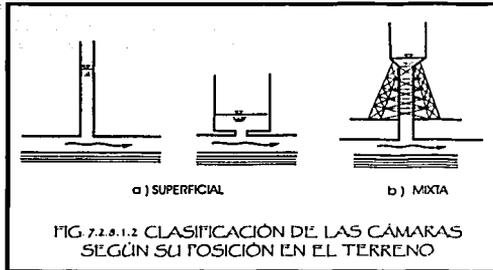
### 7.2.8 De acuerdo con su posición relativa al terreno

Cámara excavada, ver figura 7.5.1

Cámara superficial, ver figura 7.2.8.1.2 a

Cámara mixta, ver figura 7.2.8.1.2 b

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

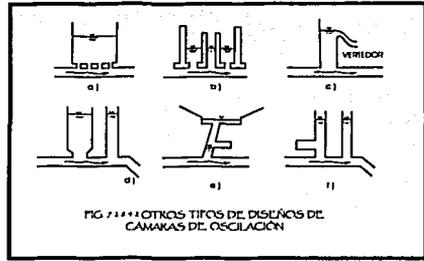
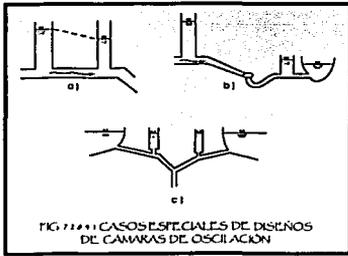


#### 7.2.8.1 Casos especiales

Estos casos están referidos a aquellos sistemas hidroeléctricos que requieren del funcionamiento de dos o más cámaras de oscilación para que la central pueda operar sin el peligro de que presenten sobrepresiones excesivas.

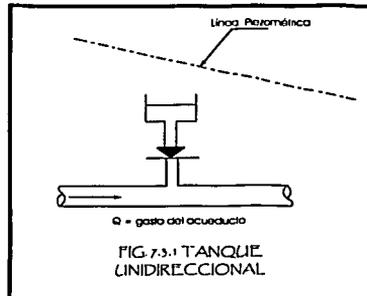
- Instalación de varias cámaras en el túnel (figura 7.2.8.4.1a) Se emplea cuando el diseño de una sola cámara implica dimensiones muy grandes, o bien cuando la construcción de este arreglo ofrece ventajas.
- Instalación de dos cámaras, con la turbina entre ambas (figura 7.2.8.4.1b) Se emplea cuando se tienen túneles de presión y de desfogue largos.
- Instalación de cámaras en sistemas de conducción con dos embalses, (figura 7.2.8.4.1c).

Existen otras combinaciones de varios tipos de cámaras, mismos que se ilustran en la figura 7.2.8.4.2, en las que, al igual que en las anteriores cámaras, se diseñan tomando en cuenta el factor económico, así como también el funcionamiento y la estabilidad del sistema.



### 7.3 TANQUE UNIDIRECCIONAL

En el esquema de un tanque unidireccional (figura 7.3.1), se observa que éste se conecta al acueducto mediante una línea con una válvula de retención (o varias en paralelo), que impide el flujo desde el acueducto al tanque, aun cuando la piezométrica en la línea esté por encima del nivel del agua en el tanque. Este funciona cuando la piezométrica del acueducto cae por debajo del nivel de la superficie libre del tanque; cuando esto sucede, la válvula de retención se abre y fluye agua desde el tanque hasta la línea. Si la comunicación entre estos es suficientemente libre (pocas pérdidas y poca inercia) se observa que, al fluir el agua la piezométrica del acueducto se mantendrá muy cerca del nivel de la superficie libre del tanque, impidiendo así que se produzcan depresiones indeseables en las proximidades de éste.



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Cuando una planta de bombeo se detiene por suministro eléctrico, se genera una onda de depresión que avanza al tanque de descarga. En su camino, la onda encuentra al tanque unidireccional, que hasta ese momento permanecía cerrado. Al abrirse actúa como un reflector capaz de hacer rebotar la parte de la onda con cargas piezométricas inferiores a la superficie libre del tanque. La otra parte, cuya amplitud es la diferencia de altura entre la piezométrica de trabajo y el nivel del agua, se transmite sin deformación hacia el tanque de descarga (figura 7.3.1a, figura 7.3.1b, figura 7.3.1c)

Este comportamiento puede atenderse observando que al incidir la onda de depresión el tanque esta cerrado y no percibe su presencia hasta que la piezométrica, descendiendo lo suficiente, permite la abertura del tanque, momento a partir del cual funciona como uno de oscilación. Así, la acción de un tanque unidireccional en un sistema de bombeo puede verse como en la figura 7.3.2 a, figura 7.3.2 b.

Una vez que termina esta operación, es preciso llenar de nuevo el tanque lo más rápido posible para evitar que funcione por debajo de su nivel normal cuando se reactive el bombeo; para ello operan las válvulas de llenado que trabajan mediante un flotador colocado en la pared del tanque, que abre la válvula mecánicamente cuando la presión sobre la pared no corresponde la del nivel de operación.

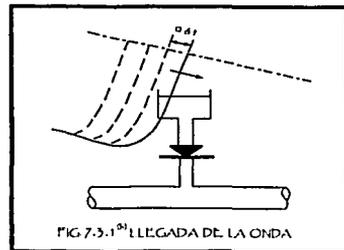
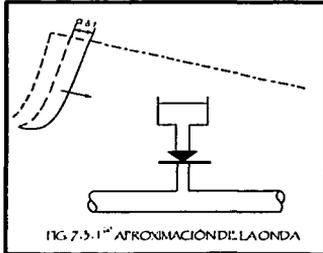
### 7.3.1 Ventajas y desventajas

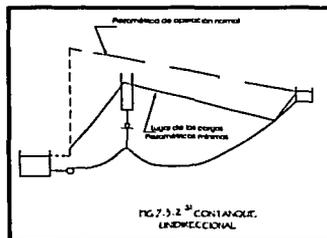
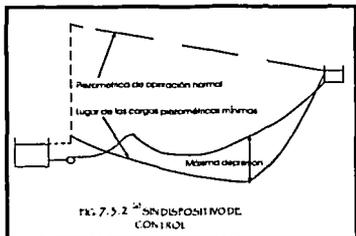
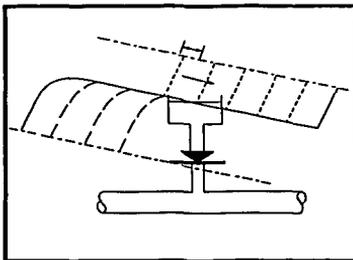
A partir de lo anterior se considera que las dos ventajas principales del tanque unidireccional son:

- Su coronamiento está por debajo de la piezométrica para gasto máximo, por lo que resulta adecuado para topografías que, al carecer de elevaciones, requieran de tanques de oscilación muy altos.
- Al reflejar parcialmente las ondas de depresión, no induce sobre la maquina sobrel velocidades altas en reversa.

Por otra parte, también presenta dos desventajas a saber:

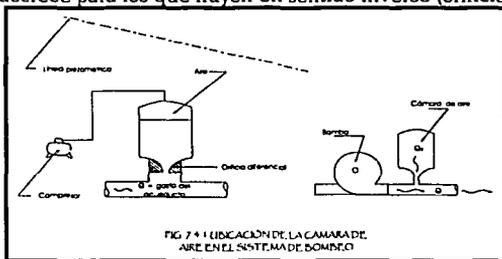
- Requiere de un mantenimiento mecánico periódico, a fin de asegurar el buen funcionamiento de las válvulas de retención y llenado.
- Al reflejar la onda de depresión, la parte transmitida puede provocar depresiones inestables aguas abajo, lo que implicaría la colocación de otros tanques unidireccionales (dispositivos secundarios) para controlar el transitorio en todo el acueducto.



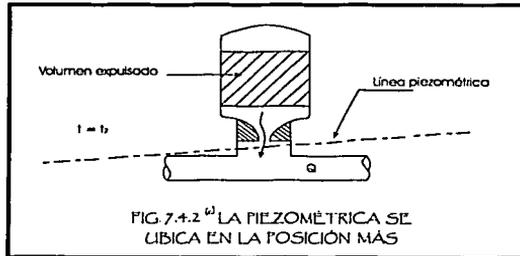
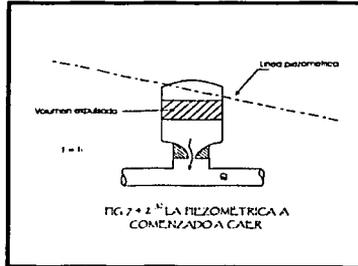
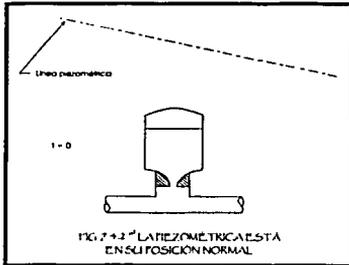


## 7.4 CÁMARA DE AIRE (OPERACIÓN DE LA CÁMARA)

La figura 7.4.1 señala el esquema de una cámara de aire y la forma habitual en que se ubica en el sistema de bombeo. Se puede notar que la piezométrica de trabajo se localiza arriba de la cámara, que el aire comprimido se introduce mediante un compresor y, por último, que la cámara se conecta a la línea por medio de un orificio, cuya pérdida de carga crece para los gastos que van de la línea a la cámara y **decrece para los que fluyen en sentido inverso (orificio diferencial)**.



El funcionamiento de la cámara en las diferentes etapas se muestra en la figura 7.4.2; La condición previa al paro accidental (figura 7.4.2 a); El momento en que la piezométrica ha caído hasta una posición intermedia (figura 7.4.2 b), por lo que también ha bajado la presión en el interior de la cámara y el aire se ha expandido expulsando el volumen marcado hacia la línea, y cuando la piezométrica a descendido a su nivel más bajo, el volumen de aire se ha expandido al máximo y parte del agua ha sido expulsada de la cámara (figura 7.4.2 c). Es fácil comprender la mecánica del fenómeno de expulsión de agua al expandirse el aire, debido al descenso de presión en el acueducto.



## 7.5 PREVENCIÓN DEL GOLPE DE ARIETE. EL TANQUE DE OSCILACIÓN

En el diseño de las centrales hidroeléctricas es primordial el análisis del golpe de ariete debido, principalmente, a la magnitud de las sobrepresiones que tienen lugar en las tuberías por las que se conduce el agua desde el embalse hasta las turbinas. No existen muchas alternativas para resolver el problema de esta sobrepresión.

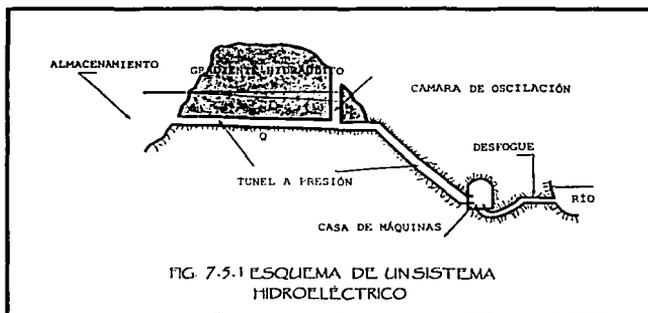
Una solución es diseñar las tuberías de tal manera que resistan las sobrepresiones, pero esta alternativa, factible desde el punto de vista técnico, no lo es desde el económico, puesto que en la

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

mayoría de los casos la longitud de las tuberías (normalmente subterráneas) es bastante considerable, llegando a existir casos como el de la central hidroeléctrica Zimapán en el cual la longitud del túnel de conducción es de 21 Km. Entonces, un diseño de estos conductos que evite la sobrepresiones sería una solución bastante costosa.

Otra alternativa es la de diseñar un dispositivo que convierta las sobrepresiones en oscilaciones de masa, conociéndose a dicho dispositivo con el nombre de tanque o cámara de oscilación. Este dispositivo es empleado en plantas hidroeléctricas y de bombeo y, teóricamente, el funcionamiento es el mismo.

Con la finalidad de ilustrar los diferentes dispositivos con que cuenta un sistema hidroeléctrico, así como también pueda saber la ubicación del tanque de oscilación dentro del sistema, se presenta a continuación la figura 7.5.1.



### 7.5.1 Control del golpe de ariete

La cámara de aire ejerce el control del transitorio producido por la detención de la planta de bombeo reduciendo la variación de  $Q(t)$  después del paro accidental; en efecto antes de este, el gasto  $Q$  que entra a la tubería es igual a  $Q_1$ , gasto entregado por la bomba, pero después de dicho paro, cuando cae la piezométrica y la cámara expulsa el gasto  $Q_2(t)$ , el gasto que entra a la tubería es el siguiente (figura 7.4.1):

Si se toman las derivadas respecto al tiempo se tiene:

$$Q(t) = Q_1(t) + Q_2(t) \quad (7.5.1)$$

Pero cuando  $Q_1(t) < 0$  ( $Q_1$  decreciente) y  $Q_2(t) > 0$  ( $Q_2$  creciente) se tiene que:

$$Q(t) < Q_1(t) \quad (7.5.2)$$

Lo que indica que la variación absoluta por unidad de tiempo del gasto que entra la tubería es menor que la variación absoluta que la variación de tiempo que sale de la bomba. Dado que, de acuerdo con la ecuación 7.1.4.1, la variación de carga de presión es proporcional a la del gasto, se concluye que la acción de la cámara de aire, al reducir  $dQ/dt$  respecto al que produce la bomba, reduce también la amplitud de la perturbación de presión correspondiente.

### 7.5.2 Ventajas y desventajas

Las ventajas más importantes de una cámara de aire como dispositivo principal o primario para el control del golpe de ariete son las siguientes:

- Reduce, a voluntad, la magnitud de la onda de presión producida luego del paro accidental de las bombas.
- Su efecto sobre la onda no depende de la cota inicial de la superficie libre del agua dentro de la cámara. Esta diferencia esencial respecto al tanque de oscilación y al unidireccional permite controlar al golpe de ariete en topografías donde no conviene colocar los tanques mencionados.
- El volumen de agua quieta dentro de la cámara es mucho menor que el de un tanque de oscilación o unidireccional, por lo que, en zonas de frío, es más fácil evitar la congelación mediante calentamiento.
- Siempre puede colocarse cerca de la planta de bombeo, puesto que su efecto no depende de su cota inicial de la superficie libre del agua dentro de la cámara, lo que facilita el mantenimiento, la alimentación de aire comprimido y el calentamiento, si fuera necesario.

Por otra parte, sus principales desventajas son:

- Requiere de compresores para mantener el colchón de aire que, de otra manera, se disolviera en el agua y finalmente desapareciera. Esto implica la necesidad de mantenimiento de equipo adicional al de la planta de bombeo.
- El orificio diferencial por lo general se construye mediante válvulas de retención, que también deben recibir mantenimiento para asegurar su operación correcta.
- Como reduce, pero no suprime la onda de depresión, esta viaja en dirección aguas abajo y, para adecuarse a la topografía, pueden requerirse dispositivos secundarios de control como cámaras de menor volumen que la principal o tanques unidireccionales o de oscilación.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

## 7.6

## PRÁCTICA 6

## 7.6.1 Pozo de oscilación

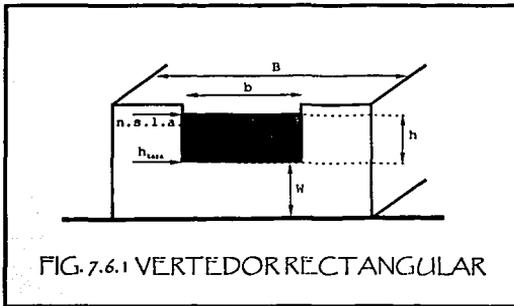
## 7.6.2 Objetivo

Observar y medir la variación del nivel de agua en dos pozos de diferente geometría durante un transitorio hidráulico.  
Calcular y dibujar la curva de amplitud de onda y compararla con la medida.

## 7.6.3 Desarrollo

La práctica se desarrollará en la estructura de golpe de ariete.

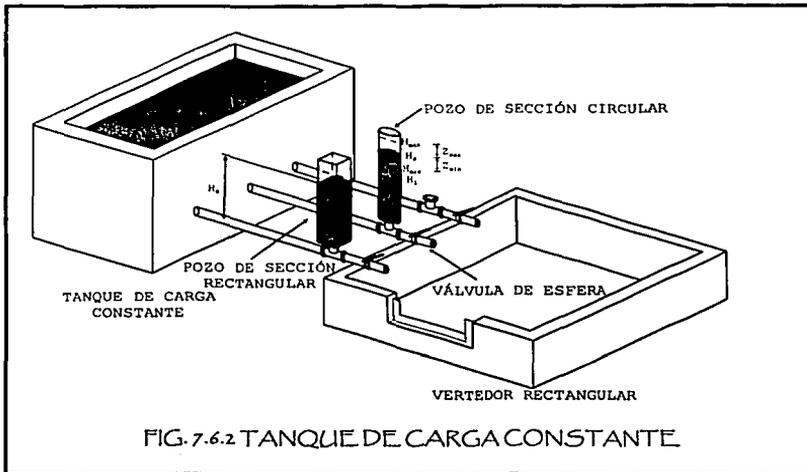
1. Medir las características del vertedor rectangular, las dimensiones de los pozos y la longitud de la tubería desde el tanque hasta el pozo. (figura 7.6.1 y figura 7.6.2)



2. Abrir la válvula que alimenta al tanque
3. Para el pozo de sección rectangular: (figura 7.6.2)

Marcar en el pozo el nivel del vaso  $H_0$  y registrar su valor.  
Abrir la válvula de esfera y marcar en el pozo el nivel  $H_1$ .

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Cerrar bruscamente la válvula de esfera y para la primera oscilación marcar en el pozo los niveles máximo  $H_{MAX}$  y mínimo  $H_{MIN}$ .

Abrir la válvula de esfera, cuando el agua llegue al nivel  $H_1$ , cerrar bruscamente la válvula y medir los siguientes intervalos de tiempo  $t_i$ :

|       |              |   |           |
|-------|--------------|---|-----------|
| $t_0$ | de $H_1$     | a | $H_0$     |
| $t_1$ | de $H_0$     | a | $H_{max}$ |
| $t_2$ | de $H_{max}$ | a | $H_0$     |
| $t_3$ | de $H_0$     | a | $H_{min}$ |
| $t_4$ | de $H_{min}$ | a | $H_0$     |

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Medir los niveles  $H_1$ ,  $H_{MAX}$  y  $H_{MIN}$

- Realizar el punto 3 para el pozo de sección circular

**NOTA:** el nivel  $H_1$  de ambos pozos debe ser el mismo

- Abrir la válvula de esfera de cualquier pozo, cuando el nivel llegue a  $H_1$ , esperar a que se establezca la carga en el vertedor y medirla.

### 7.6.4 Memoria de cálculo

Calcular el gasto del vertedor rectangular

$$Q = c b h^{3/2} \quad \text{donde } c = \frac{2}{3} \sqrt{2g\mu}, \quad h = n.s.l.a - h_{ura} \quad (7.6.1)$$

Para cada pozo:

1. Determinar la amplitud de onda máxima medida como:

$$Z_{Mdx} = H_{Mdx} - H_0 \quad (7.6.2)$$

2. Obtener la variación de niveles contra el tiempo, aplicando el método de Euler Modificado con las ecuaciones:

$$H(t + \Delta t) = H(t) + \frac{\Delta t}{A p} Q(t) \quad (7.6.3)$$

$$Q(t + \Delta t) = Q(t) + \frac{\Delta t}{I} (H_0 - H_1(t + \Delta t) - k' Q(t)) Q(t) \quad (7.6.4)$$

donde:

|                 |   |
|-----------------|---|
| $H(t)$          | carga en el pozo en el instante $t$ , en m.   |
| $H(t+\Delta t)$ | carga en el pozo en el instante $t+\Delta t$ , en m.  |
| $\Delta t$      | incremento de tiempo, en s.<br>$\Delta t = 1$ s. Pozo de sección cuadrada.<br>$\Delta t = 0.5$ s. Pozo de sección circular. |
| $A_p$           | área transversal en el pozo, en $m^2$ .   |
| $Q(t)$          | gasto en la tubería en el instante $t$ , en $m^3/s$ .   |
| $Q(t+\Delta t)$ | gasto en la tubería en el instante $t+\Delta t$ , en $m^3/s$ .  |
| $H_0$           | carga constante en el tanque, en m.   |
| $H_1$           | nivel en el pozo de oscilación, en m.   |

$$I = \frac{L}{g A} \quad (7.6.5)$$

donde:

|      |   |
|------|---|
| $I$  | constante inercial, en $s^2/m^2$ .          |
| $L$  | longitud de la tubería, en m.               |
| $A$  | área de la tubería, en $m^2$ .              |
| $k'$ | constante de pérdida de carga, en $s/m^2$ . |

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

$$k' = \frac{\Delta h_0}{Q_0^2} \quad (7.6.6)$$

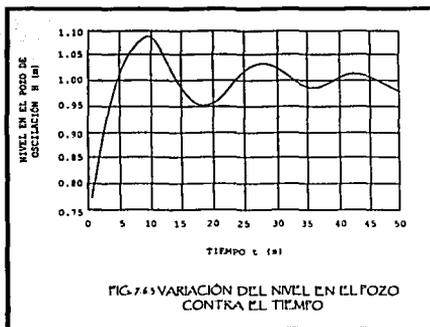
$Q_0$  gasto en la tubería, en  $m^3/s$ .

$\Delta h_0$  pérdida de carga entre el tanque y el pozo de oscilación, en m.

$$\Delta h_0 = H_0 - H_1 \quad (7.6.7)$$

$H_1$  nivel inicial en el pozo de oscilación, en m.

3. Graficar la variación de niveles contra el tiempo (figura 7.6.3)



4. Obtener de la gráfica anterior la amplitud máxima y el periodo

5. Dibujar la curva de amplitud de onda medida, en el mismo plano del punto 4, de acuerdo a la tabla 7.6.1

| Variación de nivel en el pozo $H_1$ (m) | t parcial | t acumulado                       |
|---|-----------|-----------------------------------|
|   | (s)       | (s)                               |
| $H_1$                                   |           | 0                                 |
| $H_0$                                   | $t_0$     | $0 + t_0$                         |
| $H_{máx}$                               | $t_1$     | $0 + t_0 + t_1$                   |
| $H_0$                                   | $t_2$     | $0 + t_0 + t_1 + t_2$             |
| $H_{mín}$                               | $t_3$     | $0 + t_0 + t_1 + t_2 + t_3$       |
| $H_0$                                   | $t_4$     | $0 + t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + t_4$ |

TABLA 7.6.1

6. Calcular la amplitud de onda máxima  $Z_{MAX}$  como:

$$Z_{MAX} = \frac{Q}{\omega A_p} \quad (7.6.8)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g A}{L A_p}} \quad (7.6.9)$$

donde  $\omega$  frecuencia angular, en rad/s

7. Comparar la amplitud de onda medida con la calculada en el punto 2 y en el punto anterior

$$\% e = \frac{|Z_{Medida} - Z_{Calculada}|}{Z_{Calculada}} \quad (7.6.10)$$

8. Determinar el periodo medido

$$T_m = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \quad (7.6.11)$$

9. Calcular el periodo T como:

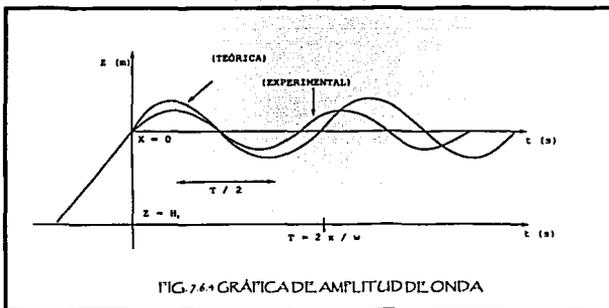
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (7.6.12)$$

10. Comparar el periodo medido con el calculado en el punto 5 y 10

$$\% e = \frac{|T_m - T|}{T_m} \quad (7.6.13)$$

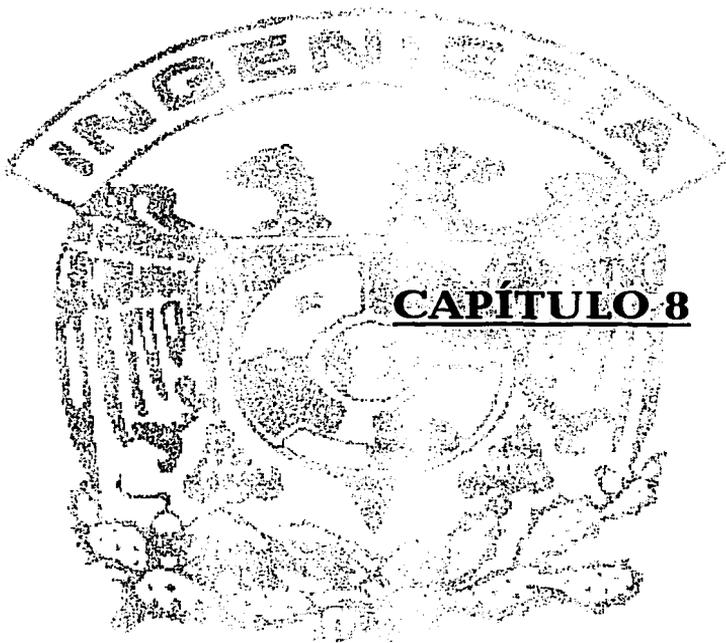
Calcular y dibujar en el mismo plano del punto 4, la curva de la amplitud de onda, con la ecuación:

$$Z = \frac{Q}{\omega A_p} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (7.6.14)$$



---

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Cada uno de estos capítulos muestra la importancia de conocer el funcionamiento hidráulico de todas y cada una de las estructuras y máquinas con las que cuenta el Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería, y con esto conocer a detalle los objetivos designados a cada práctica y desarrollar el informe de forma satisfactoria, lo cual permite complementar la formación del estudiante de la carrera de ingeniería civil, esto es, cerrar el ciclo teórico práctico, actividad relevante para un egresado de licenciatura.

En lo que respecta a lo planteado al inicio de este trabajo en el sentido de que sirva como bibliografía para los estudiantes interesados en el estudio de las principales características de las turbinas hidráulicas y el análisis de los principales fenómenos que las afectan, cavitación y golpe de ariete, se concluye que se cumplió con el objetivo planteado.

Respecto al capítulo uno, se concluye que en realidad, para que el ingeniero civil pueda salir adelante en el área de hidráulica, es necesario que domine estas ecuaciones puesto que no existe problema hidráulico en cuya solución no intervenga alguna de ellas.

Para cada capítulo, en la parte que se denominó antecedentes se lograron los siguientes objetivos:

Apoyar a los alumnos a adentrarse en los conceptos básicos que servirán para estudiar los fenómenos que se realizan y simulan en el Laboratorio de Hidráulica, así también conocer en forma teórica los métodos y criterios que en la práctica se exponen para la solución de la memoria de cálculo.

---

---

También permite al alumno conocer físicamente el funcionamiento y operación de las máquinas y sistemas de tuberías y teniendo todas las características de operación poder lograr la elección de la bomba o turbina donde trabajará con una mejor eficiencia y reunidos todos estos parámetros y conceptos esenciales tener un criterio para aplicarlos a la ingeniería hidráulica.

En lo que se refiere a las prácticas del laboratorio se lograron los siguientes objetivos:

Indicar al alumno la finalidad de la realización de la práctica en el Laboratorio de Hidráulica, complementada en dos partes, la primera; lo que el alumno debe lograr dentro del laboratorio y la segunda es la que debe alcanzar al término de su informe, logrando así la finalidad y propósito de realizar las prácticas del Laboratorio de Hidráulica.

En el punto que se refiere al desarrollo de cada práctica, permite al alumno tener un fundamento sustentable o guía que usará paso a paso para conocer los elementos, instrumentos de medición y dispositivos que permitan la realización de la práctica.

Un punto importante que integra el informe es la realización de la memoria de cálculo, en ésta se presentan los puntos con los que podrán dar interpretación de las mediciones tomadas en los dispositivos e instrumentos que integran a dicha práctica, también se presentan las fórmulas a utilizar, una descripción breve de los métodos o criterios para la solución del informe, tablas para facilitar la comprensión y desarrollo de los cálculos, gráficas representativas de cada fenómeno y detalles de puntos esenciales.

Las prácticas que se imparten en el Laboratorio de Hidráulica, tienen como objetivo final, que los alumnos tengan contacto directo con los fenómenos hidráulicos y así tener un mejor enfoque de dichos fenómenos y con esto podrá obtener un desarrollo profesional con el cual tenga la oportunidad de aplicar estos y otros conocimientos para el beneficio personal y el de la sociedad.

Finalmente se concluye que esta tesis es una fuente en la cual el estudiante de la carrera de ingeniería civil puede recurrir para consultar temas relacionados a la elaboración de los informes de las prácticas de la asignatura de Hidráulica de Máquinas y transitorios del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería.

---

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



**CAPÍTULO 9**

1. Sotelo Ávila, G.; **Hidráulica General Vol. 1**, Editorial Limusa, México 1990.
  2. García Gutiérrez, H.; **Apuntes de selección de turbinas hidráulicas**, Facultad de Ingeniería, México 1990.
  3. Carmona Paredes R.; **Transitorios por oscilación de masa en acueductos a presión**, Ingeniería Hidráulica en México 1990.
  4. Carmona Paredes R.; **Transitorios hidráulicos en conducciones de agua a presión**, Ingeniería Hidráulica en México 1990.
  5. Mataix Claudio; **Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas**, Editorial Harla, México 1995.
  6. Gardea V. H.; **Aprovechamientos hidroeléctricos y de bombeo**, Editorial Limusa, México 1993.
  7. Warring R. H.; **Selección de bombas, sistemas y aplicaciones**. Editorial Labor, s. a., Barcelona 1977.
  8. **Comisión Federal de Electricidad; Manual de diseño de obras civiles**, Hidrotecnia. C. F. E., México 1982.
  9. **Enciclopedia Microsoft Encarta 2001**.
-