

01162  
9



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA  
CAMPUS MORELOS

SEGURIDAD HIDROLOGICA DE PRESAS  
CON MULTIPLES TRIBUTARIOS

T E S I S

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERIA POR:

VICTOR MANUEL MARTINEZ VALENCIA

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE:  
*MAESTRO EN INGENIERIA HIDRAULICA*



DIRECTOR DE TESIS  
DR. ALDO IVAN RAMIREZ DROZCO

JIUTEPEC, MORELOS

2003

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

1



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**TESIS  
CON  
FALLA DE  
ORIGEN**

# **PAGINACION DISCONTINUA**

Autorizo a la Dirección General de Bibliotecas •  
UNAM a difundir en formato electrónico e impres.  
contenido de mi trabajo recepcional

NOMBRE: VICTOR MANUEL

MARTINEZ VALENCIA

FECHA: 14/ENE/2003

FIRMA: [Firma manuscrita]

## Agradecimientos

Un sincero agradecimiento al Dr. Aldo Iván Ramírez Orozco, por su apoyo y tiempo en la dirección y desarrollo de este trabajo, sobre todo, por la paciencia mostrada en el transcurso de esta investigación.

A los miembros del jurado: M. C. Jorge A. Hidalgo Toledo, M. I. Roberto Mejía Zermeño, M. C. Carlos Gutiérrez Ojeda, por el tiempo invertido en la revisión y por sus observaciones; y en especial al Dr. José Y. Domínguez Esquivel, por sus afinados comentarios y sugerencias que enriquecieron el presente trabajo.

Por el apoyo recibido, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), a la Comisión Nacional del Agua (CNA) y al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA).

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

Dedico este trabajo:

A mis padres, con respeto y amor.

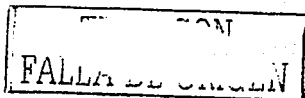
*Agua de Tabasco vengo,  
Agua de Tabasco voy,  
De agua hermosa es mi abolengo  
Y es por eso que aquí estoy,  
Dichoso con lo que tengo.*

"Cuatro cantos en mi tierra"  
Carlos Pellicer Cámara, 1943

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes	1
1.2. Revisión de la literatura y estado del arte	2
1.3. Planteamiento del problema	6
1.4. Objetivo	7
1.5. Organización del trabajo	7
<b>2. Conceptos de probabilidad</b>	<b>9</b>
2.1. Conceptos de probabilidad y variable aleatoria	9
2.2. Funciones de distribución y densidad de probabilidad	12
2.3. Funciones univariadas	14
2.4. Funciones multivariadas conjuntas	20
2.5. Funciones multivariadas disponibles	23
<b>3. Análisis de frecuencias conjunta</b>	<b>29</b>
3.1. Concepto de periodo de retorno y riesgo hidrológico	29
3.2. Periodo de retorno conjunto	32
3.3. Periodo de retorno conjunto para cuatro variables	33
3.4. Modelo logístico generalizado y multivariado de Gumbel	35
3.5. Modelo logístico para el caso de cuatro variables	38
3.6. Estimación de parámetros de la FDP tetraGumbel	46
3.7. Parametrización de hidrogramas	49
<b>4. Diseño hidrológico de presas con múltiples tributarios</b>	<b>55</b>
4.1. Generalidades	55
4.2. Enfoque multivariado	56

4.3. Datos requeridos para aplicar la metodología.	57
4.4. Metodología general	58
4.5. Metodología para el caso específico de dos tributarios	63
<b>5. Aplicaciones</b>	<b>71</b>
5.1. Aplicación a la revisión de la avenida de diseño de la presa "Adolfo Ruíz Cortines" (Mocuzari)	71
5.2. Comentarios de la aplicación de la metodología para la presa Adolfo Ruíz Cortines	85
5.3. Aplicación a la revisión de la avenida de diseño de la presa "Adolfo López Mateos" (Humaya)	86
5.4. Comentarios de la aplicación de la metodología para la presa Adolfo López Mateos	96
<b>6. Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>97</b>
<b>Bibliografía y referencias</b>	<b>103</b>
<b>Apéndice A</b>	<b>109</b>
<b>Apéndice B</b>	<b>115</b>
<b>Apéndice C</b>	<b>121</b>
<b>Apéndice D</b>	<b>129</b>
<b>Apéndice E</b>	<b>133</b>





## Índice de figuras

Figura 2.1.	Funciones de probabilidad	13
Figura 3.1.	Caso para cuatro variables (presa con dos tributarios)	34
Figura 4.1.	Presa con múltiples tributarios	55
Figura 4.2.	Vaso de almacenamiento	56
Figura 4.3.	Esquematación de las posibles combinaciones de las características de los hidrogramas para un mismo periodo de retorno	66
Figura 5.1.	Localización de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)	71
Figura 5.2.	Vertedor libre de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari) antes de la sobrelevación	72
Figura 5.3.	Cortina de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari) sobrelevada	73
Figura 5.4.	Obra de excedencias actual de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)	75
Figura 5.5.	Estructura de control de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)	76
Figura 5.6.	Plano de la confluencia y vaso de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)	77
Figura 5.7.	Hidrograma de diseño de la estación Tezocoma (tributario 1 de la presa Mocuzari)	83
Figura 5.8.	Hidrograma de diseño de la estación San Bernardo (tributario 2 de la presa Mocuzari)	84
Figura 5.9.	Hidrograma de diseño total, obtenido con la metodología para dos tributarios para la presa Mocuzari	84
Figura 5.10.	Localización de la presa Adolfo López Mateos (Humaya)	86
Figura 5.11.	Vista general de la presa Adolfo López Mateos (Humaya)	89

Figura 5.12. Plano de la confluencia y vaso de la presa Adolfo López Mateos (Humaya)	90
Figura 5.13. Hidrograma de diseño de la estación Badiraguato (tributario 1 de la presa Humaya)	95
Figura 5.14. Hidrograma de diseño de la estación Guatenipa (tributario 2 de la presa Humaya)	95
Figura 5.15. Hidrograma de diseño total, obtenido con la metodología para dos tributarios para la presa Humaya	96

TESIS CON  
FALLA DE CIFICEN

## Índice de tablas

Tabla 3.1.	Hidrograma unitario del USSCS	50
Tabla 5.1.	Capacidades de almacenamiento de la presa Mocuzari	74
Tabla 5.2.	Características generales de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari), antes y después de la sobrelevación	76
Tabla 5.3.	Características del vertedor de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari), antes y después de la sobrelevación	77
Tabla 5.4.	Información de las estaciones San Bernardo y Tezocoma	78
Tabla 5.5.	Registro de las avenidas en las estaciones San Bernardo y Tezocoma	79
Tabla 5.6.	Resultados del ajuste de la función tetravariada para el registro de avenidas de Mocuzari	80
Tabla 5.7.	Valores del límite superior de las variables para un $T = 10,000$ años	81
Tabla 5.8.	Límites para la búsqueda de combinación óptima del programa PRET-M.BAS	82
Tabla 5.9.	Resultados finales de la revisión de la avenida de diseño de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)	83
Tabla 5.10.	Capacidades de almacenamiento de la presa Humaya	88
Tabla 5.11.	Características generales de la presa Adolfo López Mateos (Humaya)	89
Tabla 5.12.	Información de las estaciones Guatenipa y Badiraguato	91
Tabla 5.13.	Registro de las avenidas en las estaciones Guatenipa y Badiraguato	91
Tabla 5.14.	Resultados del ajuste de la función tetravariada para el registro de avenidas de la presa Humaya	93

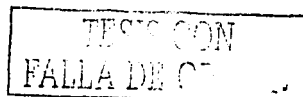


Tabla 5.15.	Límites para la búsqueda de combinación del programa PRET-H.BAS	93
Tabla 5.16.	Resultados finales de la revisión de la avenida de diseño de la presa Adolfo López Mateos	94

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

# 1. Introducción

## 1.1. Antecedentes

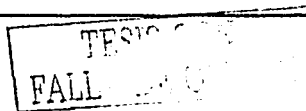
La seguridad hidrológica de las estructuras hidráulicas está definida por el diseño hidrológico, el que a su vez se basa en la definición de la "avenida de diseño" para un periodo de retorno dado. Con el periodo de retorno elegido se está aceptando una probabilidad de excedencia dada, llamado comúnmente como riesgo hidrológico.

La selección de la avenida de diseño es la principal decisión que debe adoptarse para el diseño de una presa, puesto que una selección incorrecta podría provocar su falla por desbordamiento. Al ser el vertedor una de las principales estructuras para resistir los efectos de las avenidas, es necesario estimar una avenida confiable para su diseño, con el objetivo principal de garantizar la seguridad de la obra.

Comúnmente, los diseños hidrológicos de presas y de otras estructuras hidráulicas se basan en un análisis de frecuencias de avenidas, definidas solamente por el gasto pico. Este término se ha tomado tradicionalmente como sinónimo de avenida de diseño, en el sentido de que los métodos consideran que éste es el parámetro más importante que caracteriza al hidrograma. Estos análisis se han desarrollado con base en los modelos univariados y en la práctica han funcionado.

Por otra parte, el análisis del gasto pico no define en forma completa a la creciente, mientras la solución de muchos problemas hidrológicos requiere el conocimiento completo de la avenida (gasto pico, volumen, duración, forma del hidrograma, etc.).

En general se reconoce que la severidad de las avenidas debe medirse en términos de probabilidades de excedencia, razón por la cual el enfoque probabilista es sin duda la opción de estimación de eventos más utilizada (Ramírez, 2000).



En los últimos años, algunos autores han realizado análisis de frecuencias con el empleo de modelos multivariados. Entre ellos, los que representan una técnica que permiten relacionar las características de los eventos en distribuciones de probabilidad conjunta, que describan el comportamiento de los fenómenos.

Al tomar en cuenta que en este trabajo se contempla la estimación de la avenida de diseño con múltiples variables para establecer la seguridad de presas, a continuación se describe un análisis bibliográfico del tema.

## 1.2. Revisión de la literatura y estado del arte

La inclusión de más variables en el análisis de frecuencias para estimación de las avenidas ha permitido iniciarse en el campo de los modelos multivariados. De acuerdo con Bouvard (1988) y McCuen (1998), el gasto máximo es una variable de diseño aceptable solamente cuando la variación temporal del almacenamiento de la cuenca (pequeña), no es un factor importante en el proceso de generación del escurrimiento. Por otro lado, la severidad de avenidas se define no solamente por el gasto pico de la avenida, sino también por el volumen y duración (Yue *et al.*, 1999).

Las características de las avenidas son muy variables y su combinación en un análisis de probabilidad conjunta, se puede realizar mediante una extensión del concepto del periodo de retorno conjunto (Ramírez, 2000).

De ahí que se haga evidente la necesidad de relacionar las variables de las avenidas en los análisis de frecuencias, al utilizar técnicas de análisis multivariado para obtener la probabilidad conjunta de las características de las avenidas.

Los estudios que se han realizado sobre el análisis multivariado probabilístico aplicado al análisis de frecuencias en hidrología han sido pocos. En algunos casos se ha utilizado la distribución de probabilidad normal multivariada, al llevar a cabo



transformaciones de los datos llamadas normalización, por ejemplo las ideas de Box y Cox (Box y Cox, 1964). Pero no siempre se asegura que la serie transformada siga una distribución normal (Jain y Singh, 1986). También se ha probado la distribución Gumbel para la probabilidad conjunta, ya que en la práctica eventos extremos tal como gasto pico y volumen frecuentemente pueden representarse por esa distribución (Gumbel, 1958; Todorovic, 1978; Castillo, 1988; Watt *et al.*, 1989). Este último modelo se ha empleado con resultados adecuados.

En los estudios desarrollados por Ashkar (1980) y Yue *et al.*, (1999) consideran a una avenida como un evento multivariado y derivan las relaciones entre el gasto pico, duración y volumen.

El análisis bivariado es la forma más simple del análisis multivariado. Algunos autores han trabajado con ésta idea. Hashino (1985) generalizó la distribución exponencial bivariada de Freund ( Freund, 1961), para representar la distribución de probabilidad conjunta de intensidad de lluvia y la correspondiente tormenta máxima en la Bahía Osaka, Japón. Este modelo podría emplearse para representar el comportamiento de avenidas, esto es, para analizar las diferentes alternativas y combinaciones (distribución conjunta de gasto pico y volumen). Bacchi *et al.*, (1994) propusieron el modelo exponencial bivariado con marginales exponenciales y aplicaciones para el análisis conjunto de intensidad y duración de lluvias. Mukherjee *et al.*, (1996) emplearon la distribución bivariada para identificar la avenida por la ocurrencia conjunta de gasto y duración, al relacionar los pronósticos de gastos con los niveles de alarma para prevención contra inundaciones en términos probabilísticos, mientras que Kelly y Krzysztofowicz (1997) propusieron un modelo bivariado meta-gaussiano para análisis de frecuencias hidrológicas. Goel *et al.* (1998) usaron la distribución normal bivariada para representar la distribución conjunta del gasto pico y volumen, basados en una serie de duración parcial. Yue *et al.* (1999), utilizaron el modelo mixto de Gumbel con marginales de valores extremos del tipo I, para derivar la distribución bivariada y representar la distribución de probabilidad conjunta de gasto pico y volumen, además derivaron la función de

probabilidad condicional y el periodo de retorno asociado. Yue (2000) utilizó la función de distribución normal bivariada para el análisis de distribución conjunta de tormentas, con la idea de que éstas son una función tanto de la intensidad máxima como de su cantidad total de lluvia. Sin embargo, en la práctica, la intensidad máxima y la cantidad de lluvia pueden tener diferentes tipos de distribución.

Gran parte de los trabajos se han desarrollado bajo la consideración de independencia estadística entre las variables aleatorias, la cual se ha demostrado que no es la alternativa más desfavorable. Es probable que la hipótesis de independencia estadística es muy utilizada en el análisis multivariado, ya que simplifica enormemente los cálculos; sin embargo, muchos procesos hidrológicos distan de ser independientes (Ramírez, 2000).

El análisis multivariado es un enfoque útil para resolver varios problemas de diseño y manejo en ingeniería hidrológica, por cual el uso de variables simples en un análisis de frecuencias no pueden proporcionar respuestas completas. Por ejemplo, dado un periodo de retorno de una avenida, ésta puede construirse con varias combinaciones de gasto pico y volumen.

Por otra parte, los resultados generados por el análisis multivariado pueden usarse para calibrar una función de daños de avenidas, utilizadas por compañías de seguros y agencias locales como herramienta de estimación en estudios pre-avenidas o post-avenidas (Ouarda *et al.* 1995).

En México, varios autores han desarrollado y aplicado el modelo logístico Gumbel para los casos bivariados con muy buenos resultados. Raynal (1990) aplicó este modelo con marginales de valores extremos tipo I (Gumbel) para el análisis de gastos máximos aguas abajo de la confluencia de dos ríos, obteniendo una función de distribución bivariada considerando el caso de dependencia parcial, Aldama y Ramírez (2000) utilizaron el modelo logístico Gumbel con marginales mixtas (dos poblaciones) para el caso bivariado, con gasto pico y volumen como características



de los hidrogramas bajo la hipótesis de dependencia parcial y el concepto del período de retorno conjunto. Escalante y Domínguez (2001) emplean el principio de la máxima entropía para ajustar la distribución bivariada obtenida con el modelo logístico con marginales Gumbel, para utilizarla en análisis regional de precipitación.

También se han desarrollado las extensiones para los casos trivariados, como se puede ver en los trabajos de Escalante (1991, 1998), Escalante y Raynal (1994) y Ramírez (2000).

Con respecto a la seguridad de las presas, Marengo (1996) realizó un análisis de riesgo de fallas en presas, detectando que el mayor número de fallas ocurre por desbordamiento de avenidas, debido a la escasa capacidad del vertedor (atribuible a estimaciones inapropiadas de las avenidas), evaluaciones deficientes de los gastos picos durante la construcción o problemas con el equipo de descarga. Marengo (1998) menciona que se cuenta con una gran variedad de métodos disponibles para la estimación de la avenida de diseño. Asegura que los más simple son de aplicación rápida, pero pueden ser imprecisos, poco confiables y generalmente están asociados con una sobrevaloración del gasto pico de ingreso.

*Con base en estas contribuciones, se desprenden las siguientes observaciones:*

- La importancia de la caracterización de las avenidas de diseño por medio del empleo de distribuciones de probabilidad multivariada es innegable, ya que es el hidrograma completo y no sólo el gasto pico el que debe utilizarse para el diseño de las estructuras.
- No habrá un enfoque único para la estimación de avenidas de diseño de estructuras o la revisión de las existentes. Además, la teoría de distribución multivariada de variables aleatorias con diferentes marginales todavía no está disponible para resolver problemas prácticos.

- Se han desarrollado extensiones de los modelos bivariados para los casos trivariados pero sólo para estimación de gastos, sin considerar otra variable de los hidrogramas.

Por lo anterior, resulta claro que existe la necesidad de desarrollar nuevos procedimientos de estimación de avenidas de diseño, con base física y que involucren a otros parámetros de las avenidas además del conocido gasto pico.

### 1.3. Planteamiento del problema

Como resultado de la revisión bibliográfica, en este trabajo se ha propuesto encontrar el evento más desfavorable con el que debe basarse el diseño hidrológico de presas con múltiples tributarios; es decir, la combinación de variables que caracterizan a las avenidas en cada tributario y analizar la simultaneidad en el vaso en forma probabilística. Una vez determinada esta combinación de variables para un periodo de retorno y el riesgo aceptado, es posible proceder al diseño.

Para estimar la avenida en la confluencia de los tributarios (ríos) en donde se ubica el vaso de una presa, se ha adoptado el modelo logístico multivariado con marginales de valores extremos tipo I. Este modelo puede describir el comportamiento simultáneo de las avenida en cada río.

Se ha considerado en el análisis como variables a dos de los parámetros que caracterizan a los hidrogramas, estos son el gasto pico y el volumen de escurrimiento. Sin embargo, un valor fijo de la probabilidad de excedencia (conjunta en este caso) de dichas variables, corresponde a muchos y diferentes hidrogramas, producto de las combinaciones de las variables. Es decir, para un mismo periodo de retorno existe una infinidad de avenidas, las cuales producirán distintos efectos sobre la estructura por diseñar.

El hecho de que exista una infinidad de avenidas para un mismo periodo de retorno es necesario incorporar las características de la presa en el proceso de selección del evento de diseño. Puesto que, sólo una de ellas es la que proporciona los efectos mas desfavorable en el vaso bajo análisis y por lo tanto es ésta la que debe utilizarse en el diseño o revisión según sea el caso.

Cuando se revisa la seguridad hidrológica de las presas existentes, se analizan las combinaciones posibles para el periodo de retorno de diseño elegido de la presa y con ello se obtiene la condición mas desfavorable.

#### 1.4. Objetivo

El objetivo general de esta investigación, es desarrollar una metodología para la estimación de la avenida más desfavorable en la confluencia de dos o mas tributarios en el vaso de una presa que pueda utilizarse para la revisión o diseño hidrológico de la misma. Dicho evento se propone determinarlo aplicando técnicas de análisis multivariado con base probabilista y el concepto del periodo de retorno conjunto, empleando en el análisis al gasto pico y al volumen como características principales de los hidrogramas de cada tributario. Con esto se da una medida más real de la seguridad en las estructuras hidráulicas.

#### 1.5. Organización del trabajo

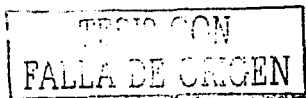
En el capítulo dos se presentan las bases teóricas de probabilidad y estadística y del análisis de frecuencias conjunta. Se incluyen los conceptos de probabilidad y variable aleatoria, las funciones de distribución y densidad de probabilidad, así como algunas de sus aplicaciones en hidrología; funciones de distribución univariadas, multivariadas (conjuntas) y otras aplicables.

El desarrollo de la función de distribución y del periodo de retorno conjunto para caso de cuatro variables se describe en el capítulo tres. En éste se presentan los conceptos de periodo de retorno, riesgo hidrológico, el modelo logístico generalizado y multivariado de Gumbel, los casos bivariados y trivariados. Además, los métodos de estimación de parámetros.

En el capítulo cuatro se detalla la metodología general propuesta para estimación de avenidas de presas con múltiples tributarios. También se describe completamente la metodología para el caso particular de dos tributarios.

En el capítulo cinco se aplica la metodología para el caso de dos tributarios a las presas Adolfo Ruiz Cortines (Mocuzari) y la Adolfo López Mateos (Humaya). Se incluye información general, el desarrollo y la aplicación de programas de cómputo para realizar los cálculos y emitir conclusiones de cada ejemplo analizado.

Finalmente, en el capítulo seis se presentan las conclusiones generales, así como las líneas de investigación detectadas y las recomendaciones derivadas de este trabajo.



## 2. Conceptos de probabilidad

En este apartado se presenta una breve revisión acerca de la teoría de las probabilidades y su importancia en el análisis de fenómenos aleatorios hidrológicos, que resultan de relacionar eventos aleatorios, variables aleatorias, así como algunas definiciones generales de la teoría distribucional.

### 2.1. Conceptos de probabilidad y variable aleatoria

El concepto de probabilidad se basa en la suposición de que el espacio de eventos  $S$  asociado con un experimento aleatorio es finito y, que éste a su vez está compuesto de  $n$  eventos simples que son igualmente posibles.

Si un evento  $A$  del espacio de eventos está compuesto por  $n_a$  eventos simples; y además, el número de casos favorables al evento  $A$  es  $n_a$ , entonces la probabilidad  $P(A)$  del evento  $A$  se define como sigue:

$$P(A) = \frac{n_a}{n} \quad (2.1)$$

De acuerdo con lo anterior, la probabilidad de un suceso es un número entre 0 y 1. Si un evento es imposible, su probabilidad es 0. Si un suceso ocurre siempre (suceso seguro) su probabilidad es 1.

El concepto de la probabilidad también puede establecerse como sigue: Considérese un experimento aleatorio y uno cualquiera de sus eventos que se representará con  $A$ . Si se repite el experimento, bajo las mismas condiciones, un número  $n$  de veces, se designará con  $n_a$  el número de veces que se verifica el evento  $A$ .

Si a medida que el número de repeticiones crece, la frecuencia relativa  $n_u/n$  tiende a un cierto valor o límite cualquiera que sea el evento  $A$ , se dice que el experimento tiene regularidad estadística.

El valor al que tiende la frecuencia relativa de  $A$  recibe el nombre de probabilidad del evento  $A$  y se representa con  $P(A)$ , de tal manera que para un número grande de repeticiones del experimento es de esperarse que:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_u}{n} \quad (2.2)$$

Según Mendenhall (1987), esta interpretación práctica del significado de la probabilidad, empleada por la mayoría de las personas, podría llamarse propiamente *concepto de probabilidad basado en la frecuencia relativa*.

### Axiomas básicos de la probabilidad

La teoría de probabilidades está basada en los axiomas básicos en que cada evento aleatorio elemental,  $A$ , tiene asignado un valor de probabilidad,  $P(A)$ , con estas propiedades:

Axioma 1:  $0 \leq P(A) \leq 1$

Axioma 2:  $P(S) = 1$     Evento seguro  
 $P(A) = 0$     Evento imposible

Axioma 3:  $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(A \cap B)$ , donde  $C = A \cup B$   
 Conocida como Ley de adición de probabilidades la cual, para eventos mutuamente excluyentes, resulta en:  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

### Concepto de variable aleatoria

Aunque no se puede conocer rigurosamente la definición de variable aleatoria en la teoría de probabilidades, una definición simple es la siguiente: una variable  $X$  es una variable aleatoria si el valor que asume es un suceso numérico aleatorio.

Se dice que  $X$  es una variable aleatoria (v.a.) de valores  $x$  si y sólo si:

- i) es una función real definida sobre los eventos del espacio muestral  $S$
- ii) la probabilidad de que  $X \geq x$ , en donde  $x$  es dado, es igual a la probabilidad de que se verifique alguno de los eventos simples,  $a$ , del espacio muestral  $S$ , tales que  $X(a)$  sea menor o igual que  $x$ , esto es:

$$P(X \leq x) = P\{a \mid X(a) \leq x\}$$

Una función de una variable aleatoria será siempre otra variable aleatoria, si  $X$  es una variable aleatoria y  $Z = f(X)$  entonces  $Z$  es una variable aleatoria.

Las variables aleatorias pueden ser: discretas y continuas. Las variables aleatorias discretas son aquellas que tienen un rango finito (o contable), y las variables aleatorias continuas son aquellas que en su rango contienen un intervalo de número reales, es decir un rango infinito (no contable).

Por otra parte si  $x$  está limitada experimentalmente a tomar valores sólo dentro de un intervalo, se supondrá que también puede tomar valores fuera de él, sólo que con una probabilidad nula. De esta manera, desde el punto de vista de la probabilidad, siempre es posible suponer que una v.a. continua  $x$  puede tomar como valor un número real cualquiera (Moreno y Jauffred, 1980).

La mayoría de los análisis hidrológicos implican variables hidrológicas continuas, y éstas a su vez son valores positivos únicamente. Por este motivo, el estudio se limitará al tratamiento de variables aleatorias continuas.

## 2.2. Funciones de distribución y densidad de probabilidad

Como el comportamiento de las variables aleatorias se describe mediante una "Ley de probabilidades", es posible desarrollar una función analítica, que permita calcular dichas probabilidades para la variable aleatoria continua, definida en un rango dado llamado intervalo de validez.

Un medio conveniente para describir la probabilidad de que  $X$  tome un valor en  $[x_1, x_2]$  es definir una función,  $f(x)$ , sobre el rango de  $X$  tal que la probabilidad de que  $X$  tome un valor en  $[x_1, x_2]$  sea igual al área bajo la curva definida por  $f(x)$  entre  $x_1$  y  $x_2$ . A esta función  $f(x)$  se le conoce como función de densidad de probabilidad (fdp) de la variable aleatoria  $X$ .

### Función de densidad de probabilidad (fdp)

Una función  $f(x)$  es una función de densidad de probabilidad (fdp) de la variable aleatoria continua  $X$  si para cualquier intervalo de números reales  $[x_1, x_2]$  se tiene que:

$$(1) \quad f(x) \geq 0, \quad \text{para toda } x$$

$$(2) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$(3) \quad P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$



La extensión de la definición de  $f(x)$  a todos los números reales, permite definir la función de distribución acumulada para todos los números reales (Montgomery y Runger, 1996).

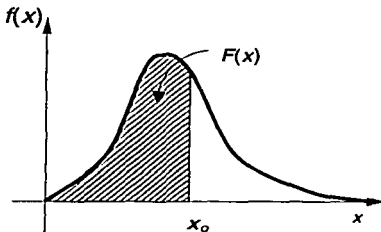
### Función de distribución de probabilidad (FDP)

También conocida como función de distribución acumulada de la v. a. continua  $X$ , se representa por:

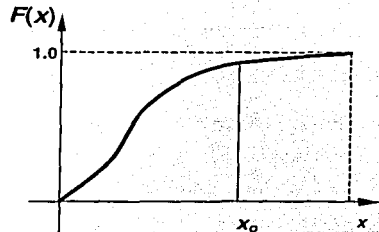
$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx, \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (2.3)$$

donde  $F(x)$  es la función que representa la probabilidad del evento en donde la variable aleatoria continua toma cualquier valor igual o menor que  $x$ .  $F(x)$  es monótonamente no decreciente y cumple con  $0 \leq F(x) \leq 1$ . Así mismo se cumple que (Moreno y Jauffred, 1980):

$$\frac{d}{dx} F(x) = f(x) \quad (2.4)$$



a) Función de densidad de probabilidad (fdp)



b) Función de distribución de probabilidad (FDP)

Figura 2.1. Funciones de probabilidad

Se llama a  $f(x)$  una función de densidad de probabilidad (fdp), o brevemente una función de densidad, y cuando tal función es dada, decimos que se ha definido una distribución de probabilidad continua (FDP) para  $X$ .

### 2.3. Funciones univariadas

Por lo general todas las distribuciones de variables aleatorias hidrológicas son de carácter empírico, obtenidas de datos observados. Su mejor descripción se realiza mediante el ajuste apropiado de una función de distribución de probabilidad (FDP). En la mayoría de los casos la selección de la FDP para v.a. hidrológicas está basada en la experiencia. Así, el caso más común es el uso de FDP univariadas.

Casi todas las funciones de distribución de probabilidad existentes para variables aleatorias continuas pueden aplicarse en hidrología; sin embargo, la experiencia ha demostrado que, solamente un número limitado de funciones se ajustan mejor a distribuciones empíricas hidrológicas, a saber: normal (Gaussiana), log-normal (Galtoniana), Gamma (particularmente formada con dos y tres parámetros), doble exponencial y funciones exponenciales de valores extremos.

Algunas aplicaciones y comentarios de las FDP univariadas continuas comúnmente usadas en hidrología, se citan a continuación:

*Distribución Normal.* Esta distribución es la más conocida en la teoría de probabilidades. Para aplicarla resulta común el empleo de la forma estandarizada. Se ha utilizado en modelos bivariados de intensidad y cantidad de precipitación utilizando datos normalizados (Yue, 2000).

*Distribución Log Normal de dos parámetros.* En los análisis de frecuencias, esta distribución es de empleo más frecuente que la distribución normal. Para aplicarla no

es necesario normalizar los datos y como los eventos en hidrología son positivos, no existe inconveniente en su uso (Gómez de Luna, 1987).

*Distribución Log Normal de tres parámetros.* Esta distribución se utiliza en eventos positivos o negativos (Gómez de Luna, 1987). Por otro lado, mediante la experiencia se ha encontrado que las funciones de distribución log-normal proporcionan un buen ajuste a valores extremos en hidrología (Yevjevich, 1982).

*Distribución Gamma de dos y tres parámetros.* Son distribuciones flexibles y bastante utilizadas en hidrología para variables asimétricas con valores positivos, por ejemplo precipitaciones mensuales y máximas, gastos máximos y mínimos mensuales y anuales (SARH, 1982).

*Distribución Log-Pearson III.* De acuerdo con las recomendaciones del U. S. Federal Water Resources Council (1967), esta distribución se ha adoptado como distribución estándar de análisis de frecuencias de crecientes en los Estados Unidos (Kite, 1988). Por otra parte, esta distribución es un modelo versátil por contener tres parámetros de ajuste cuya variable corresponde al logaritmo de los datos (Campos, 1998).

*Distribución General de Valores Extremos (GVE).* Surge como una excelente alternativa para el análisis de eventos extremos en hidrología, ya que al constituir toda una familia de distribuciones en lugar de una sola, posee gran flexibilidad para su ajuste a muestras de datos que se requiera analizar (Gómez de Luna, 1987).

*Distribución de Valores Extremos tipo I (Gumbel).* Este modelo ha sido empleada en combinación con los esquemas hidrológicos bivariados como distribución marginal en el análisis de frecuencias de gastos máximos por Raynal (1990), Yue (1999), Ramírez (2000), Domínguez (1995 y 2000), Escalante y Domínguez (2001). Otra aplicación de esta distribución, es para la estimación de la precipitación máxima probable (PMP), utilizada en los diseños hidrológicos en los que se requiere brindar la máxima protección sin importar el costo (Campos, 1998).

Estas distribuciones se encuentran descritas con mayor detalle en Yevjevich (1982) y Kite (1988), así como su aplicación en nuestro país por Gómez de Luna (1987).

### **Estimación de parámetros de las distribuciones**

Los principales métodos para estimar parámetros de las distribuciones son el de momentos y el de la máxima verosimilitud. La elección de la metodología a aplicar mayormente depende por el tamaño de la muestra de datos y las características de la función de distribución a la que se desea ajustar.

El método de momentos se basa en igualar los primeros  $m$  momentos de la distribución (con  $m$  parámetros) con los primeros  $m$  momentos de la muestra, produciendo un sistema algebraico de  $m$  ecuaciones con  $m$  incógnitas, cuya solución son estimadores de los parámetros de la distribución. Esto se observa claramente en los trabajos de Gómez de Luna (1987).

Las FDP contienen parámetros que son posibles de estimarse a partir de una muestra de datos. Desde el punto de vista matemático, entre más parámetros existan en la función, ésta es más flexible en el ajuste de la distribución empírica. Sin embargo, desde el punto de vista estadístico, para estimar más parámetros se requieren más momentos, o algunos otros estadísticos que tal vez no se obtengan directamente.

Los parámetros de la FDP que ajustan a una distribución de frecuencia observada definen propiedades de ubicación (tendencia central), escala (dispersión o concentración), forma (sesgo) y otras propiedades. Es posible ajustar la FDP a la distribución empírica (distribución de los datos observados), estudiando su comportamiento al modificar los valores de cada parámetro, o variando dos o más simultáneamente o en secuencia (Yevjevich, 1982).

Por otro lado, el método de la máxima verosimilitud consiste en generar una función conocida como función de verosimilitud ( $L$ ) para luego maximizarla. Esta función se construye de la siguiente manera (Yevjevich, 1982; Gómez de Luna, 1987; Ramírez, 2000):

$$L(x_i; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \quad (2.5)$$

donde:  $n$  es el número de observaciones aleatorias;  $f(x_i; \theta)$  es la función de densidad de probabilidad de  $x_i$ ; y  $\theta$  es el vector de los  $m$  parámetros a estimar.

En forma alternativa es recomendable utilizar la función logarítmica de Verosimilitud ( $LL$ ) expresada como:

$$LL(x_i; \theta) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i; \theta) \quad (2.6)$$

lo anterior se debe a que el máximo de  $L(x_i; \theta)$  ocurre en el mismo punto que el máximo de  $LL(x_i; \theta)$ , siendo la función logarítmica de verosimilitud más fácil de manejar en muchas ocasiones (Kite, 1988).

Los valores de los  $m$  parámetros que maximizan  $LL$  se conocen como "estimadores por máxima verosimilitud". Por lo que para maximizar  $LL$  se toman las derivadas parciales de  $LL(x_i; \theta)$ , con respecto a cada  $\theta_i$  y luego se igualan a cero las expresiones que resulten. Con lo que se forma un sistema de  $m$  ecuaciones con  $m$  incógnitas que es posible resolverse (Yevjevich, 1982; Gómez de Luna, 1987; Kite, 1988).

Una vez que se tienen las expresiones para estimar los parámetros de la distribución de probabilidad es posible realizar el ajuste de la muestra de datos y con ello calcular las probabilidades para otros eventos.

### **Función Distribución de Valores Extremos tipo I (Gumbel)**

Debido a que la distribución de valores extremos tipo I (Gumbel) se ha utilizado con frecuencia para el análisis de gastos máximos extremos y para construir modelos multivariados en hidrología, es importante conocer sus propiedades, que más adelante se empleará para definir la metodología propuesta.

Gumbel (1958) desarrolló la primera asíntota para valores extremos de la distribución general de valores extremos (GVE); introducida por R. A. Fisher y L. H. C. Tippett (1928). A esta primera asíntota se le conoce como doble exponencial o Gumbel y se define como sigue (Campos, 1998):

$$F(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{x-u}{\alpha}\right)\right]\right\}, \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad (2.7)$$

donde:  $F(x)$  = función de distribución de probabilidad de valores extremos  $x$   
 $u$  = parámetro de ubicación  
 $\alpha$  = parámetro de escala  $\alpha > 0$

la función de densidad para esta distribución es:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left\{-\frac{x-u}{\alpha} - \exp\left[-\left(\frac{x-u}{\alpha}\right)\right]\right\} \quad (2.8)$$

Si se utiliza la variable reducida  $y = \frac{x-u}{\alpha}$

se puede escribir entonces:

$$F(y) = e^{-e^{-y}} \quad \text{y} \quad f(y) = e^{-y-e^{-y}}$$

Las propiedades para la distribución Gumbel (expresión 2.7) son las siguientes (Fuentes y Franco, 1999):

$$\text{Media:} \quad E(x) = u + 0.5772\alpha$$

$$\text{Varianza:} \quad \sigma^2 = \frac{\pi^2 \alpha^2}{6}$$

$$\text{Mediana:} \quad M = u + 0.3665\alpha$$

Los estimadores de los parámetros por el método de momentos son (Kite, 1988):

$$u = \bar{x} - 0.45 s \quad , \quad \alpha = \frac{s}{1.2825}$$

donde  $\bar{x}$  y  $s$  son la media y la desviación estándar de la muestra de datos.

Para extrapolar las estimaciones probabilísticas de la variable aleatoria bajo análisis, se realizan ajustes de las funciones de probabilidad. El proceso de ajuste tiene dos fases: la identificación del tipo de función de distribución adecuada y el cálculo de los parámetros que la determinan (Fuentes y Franco, 1999).

Los parámetros de las distribuciones univariadas se calculan a partir de la muestra de datos con expresiones que han sido generadas por los métodos de estimación de parámetros antes descritos (Yevjevich, 1982; Kite, 1988; Fuentes y Franco, 1999).

Para identificar la función de distribución de probabilidad a utilizar, se realizan pruebas de bondad de ajuste de varias funciones de distribución con sus valores

estimados y con la muestra de datos. Los métodos de selección comúnmente usados son la prueba Chi-cuadrada y el método de mínimos cuadrados (error estándar).

Algunas agencias gubernamentales de ciertos países resuelven el problema de ajustar varias distribuciones disponibles y recomiendan una específica con un solo método de ajuste. Cabe mencionar que en México no existe normatividad acerca de cual distribución utilizar para el análisis de frecuencia, sin embargo es práctica usual aplicar la Gumbel ajustada por medio del método de momentos (Marengo, 1998).

## 2.4. Funciones multivariadas conjuntas

El concepto de probabilidad conjunta comúnmente se emplea en los casos en donde es necesario conocer el comportamiento simultáneo de dos o más variables aleatorias que caracterizan a los fenómenos.

Cuando se investiga la ocurrencia conjunta de dos variables  $X_1$  y  $X_2$ , se dice que existe una probabilidad  $P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2)$ . A este caso se le conoce como bivariado y su correspondiente distribución es  $F(x_1, x_2)$ . Si más de dos variables se involucran en el fenómeno,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , entonces su probabilidad es  $P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n)$  y define el caso multivariado. La correspondiente distribución es  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  y se conoce como distribución multivariada de  $n$  variables o distribución conjunta en  $n$  dimensiones (Yevjevich, 1982).

Definición: Sean las variables aleatorias  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , de un fenómeno. La probabilidad de un evento tal que  $X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n$  se denota como sigue (Montgomery y Runger, 1996; Ramírez, 2000):

$$P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2, \dots, X_n \leq x_n) = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$



siendo  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  la función de distribución de probabilidad conjunta multivariada.

La función de densidad de probabilidad correspondiente a esta distribución esta relacionada por (Yevjevich, 1982):

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial^n}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} F(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.9)$$

por lo tanto se cumple:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \dots \int_{-\infty}^{x_n} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_n \dots dx_2 dx_1 \quad (2.10)$$

### Distribuciones marginales multivariadas

Cuando todas las variables excepto  $x_i$  tienden a un límite infinito,  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  tenderá a un límite  $F_i(x_i)$ , que es precisamente la distribución marginal de  $x_i$ ; es decir (Ramírez, 2000):

$$F_i(x_i) = F(\infty, \dots, \infty, x_i, \infty, \dots, \infty) \quad (2.11)$$

Definición: Si la función de densidad de probabilidad conjunta de las variables aleatorias continuas  $X_1, X_2, \dots, X_n$  es  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , entonces la función de distribución de probabilidad marginal conjunta de  $X_i$  es (Montgomery y Runger, 1996):

$$F_i(x_i) = \int \int_{R_{n-1}} \int f(x_i, x_1, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_{i-1} dx_{i+1} \dots dx_n \quad (2.12a)$$

donde  $R_x$ , denota el conjunto de todos los puntos en el rango  $X_1, X_2, \dots, X_n$  para los que  $X_i = x_i$ .

Esta última expresión también es posible escribirla de la siguiente manera:

$$F_i(x_i) = F(\infty, \dots, x_i, \infty, \dots, \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{x_i} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) dx_n \dots dx_1 \dots dx_i \quad (2.12b)$$

Al igual que las distribuciones univariadas, las distribuciones multivariadas deben cumplir con los axiomas básicos de la probabilidad, esto es (Yevjevich, 1982; Montgomery y Runger, 1996):

$$\begin{aligned} 0 \leq F(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 1, \quad F(\infty, \infty, \dots, \infty) = 1, \quad F(-\infty, -\infty, \dots, -\infty) = 0 \\ F(x_1, -\infty, \dots, x_n) = F(-\infty, x_2, \dots, x_n) = F(x_1, x_2, \dots, -\infty) = 0 \end{aligned} \quad (2.13)$$

con las expresiones (2.11) a la (2.13), se obtienen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} F(x_1, \infty, \infty, \dots, \infty) &= F_1(x_1) \\ F(\infty, x_2, \infty, \dots, \infty) &= F_2(x_2) \\ F(\infty, \infty, \infty, \dots, x_n) &= F_n(x_n) \\ F(x_1, x_2, \infty, \dots, \infty) &= F_{1,2}(x_1, x_2) \\ F(x_1, \infty, \infty, \dots, x_n) &= F_{1,n}(x_1, x_n) \\ F(\infty, x_2, \infty, \dots, x_n) &= F_{2,n}(x_2, x_n) \end{aligned}$$

La ley de multiplicación de probabilidades indica que si las  $n$  variables aleatorias son estadísticamente independientes su función de distribución de probabilidad es (Montgomery y Runger, 1996):

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F_1(x_1)F_2(x_2) \dots F_n(x_n) \quad \text{para toda } x_1, x_2, \dots, x_n \quad (2.14)$$

por tanto, su función de densidad de probabilidad cumple con:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(x_1)f_2(x_2)\dots f_n(x_n) \quad (2.15)$$

donde  $F_i(x_i)$  es la distribución marginal de  $x_i$ , y  $f_i(x_i)$  es la correspondiente densidad marginal de  $x_i$ .

Desde un punto de vista práctico el análisis de muchos modelos probabilísticos sería muy complejo si no se adoptase el supuesto de independencia de ciertas variables aleatorias en situaciones claves. Sin embargo, aunque la consideración de independencia estadística entre los eventos implica una simplificación del análisis, este hecho en la mayoría de los casos no corresponde a la realidad física del fenómeno (Ramírez, 2000).

## 2.5. Funciones multivariadas disponibles

Las distribuciones multivariadas de tres o más variables son de importancia teórica y práctica en la estadística matemática, particularmente cuando se aplican a la hidrología. Estas no se han tratado con detalle, excepto para casos simples de distribución multivariada normal y log-normal con variables mutuamente independientes (Yevjevich, 1982). De igual manera para el caso de las distribuciones multivariadas complejas, su investigación se reduce a menudo, al estudio de distribuciones marginales de varias variables, utilizando el concepto de independencia estadística.

De las distribuciones multivariadas conocidas y aplicadas son las formas bivariadas de la función normal y log-normal. Algunas características de estas formas se citan a continuación.

### Distribución normal bivariada

Si dos variables aleatorias simultáneas X y Y tienen una distribución normal bivariada, entonces su densidad conjunta de probabilidad es (Moreno y Jauffred, 1980; Montgomery y Runger, 1996; Yue, 2000):

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{q}{2}\right) \quad (2.16)$$

donde:

$$q = \frac{1}{1-\rho^2} \left[ \left( \frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right)^2 - 2\rho \left( \frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right) \left( \frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right) + \left( \frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right]$$

$$\rho = \frac{E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (-1 < \rho < +1)$$

donde  $\mu_x$ ,  $\sigma_x$  y  $\mu_y$ ,  $\sigma_y$  son respectivamente la media y desviación estándar de X y Y; asimismo  $\rho$  es el coeficiente de correlación lineal de X y Y.

Las distribuciones marginales correspondientes a una distribución normal bivariada son también normales, y sus correspondientes funciones de densidad son (Moreno y Jauffred, 1980, Yue, 2000):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right], \quad (-\infty < x < +\infty)$$

$$f(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right], \quad (-\infty < y < +\infty)$$

Las cuales se obtienen al integrar la expresión (2.16) con respecto a y y a x respectivamente, en los límites de  $-\infty$  a  $+\infty$ .

Si se cumple la condición  $f(x, y) = f(x)f(y)$ , entonces se dice que las dos variables son independientes entre sí. Así, el coeficiente de correlación  $\rho$  es cero en la función de densidad de probabilidad bivariada (Yue, 2000).

### Distribución log-normal bivariada

Esta se puede obtener a partir de la función de distribución de probabilidad normal bivariada, resultando la siguiente expresión:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi xy \sigma_n(x)\sigma_n(y)\sqrt{1-\rho_n^2}} \exp\left(-\frac{q_n}{2}\right) \quad (2.17)$$

donde:

$$q_n = \frac{1}{1-\rho_n^2} \left[ \left( \frac{\ln x - \mu_n(x)}{\sigma_n(x)} \right)^2 - 2\rho_n \left( \frac{\ln x - \mu_n(x)}{\sigma_n(x)} \right) \left( \frac{\ln y - \mu_n(y)}{\sigma_n(y)} \right) + \left( \frac{\ln y - \mu_n(y)}{\sigma_n(y)} \right)^2 \right]$$

$\mu_n(x)$ ,  $\sigma_n(x)$ ,  $\mu_n(y)$ ,  $\sigma_n(y)$  corresponden a la media y desviación estándar de los logaritmos de cada variable.  $\rho_n$  es el coeficiente de correlación entre  $\ln x$  y  $\ln y$ .

Por un proceso similar al anterior, las funciones de densidad marginal de la distribución log-normal son obtenidas por la correspondiente integración de las variables.

### Funciones multivariadas de valores extremos

Estas distribuciones han sido utilizadas ampliamente para la descripción del comportamiento de eventos hidrológicos extremos, principalmente en el análisis de frecuencias de variables hidrológicas de máximos y mínimos.

Si una muestra se ordena de mayor a menor (de acuerdo con el valor de las variables aleatorias), existen dos casos de particular interés, los cuales están dados precisamente por los extremos de dicho ordenamiento. Esto es:

$$Z_n^{(j)} = \max(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)})$$

$$L_n^{(j)} = \min(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)})$$

estos dos casos dan lugar a la teoría de valores máximos y mínimos, lo que se conoce con el nombre genérico de "teoría de valores extremos" (Ramírez, 2000).

En la teoría de valores extremos se han encontrado las distribuciones marginales univariadas de los siguientes tipos (Gumbel, 1958):

Tipo I. Distribución Gumbel o doble exponencial (distribución de la primera asíntota)

$$F_1(x) = \exp\left[-\exp\left(-\tilde{x}\right)\right], \quad -\infty \leq \tilde{x} \leq \infty \quad (2.18)$$

Tipo II. Distribución Frechét (distribución de la segunda asíntota)

$$F_2(x) = \exp\left(-\tilde{x}^{-\alpha}\right), \quad \tilde{x} > 0, \quad \alpha > 0 \quad (2.19)$$

$$F_2(x) = 0, \quad \tilde{x} \leq 0$$

Tipo III. Distribución Weibull (distribución de la tercera asíntota)

$$F_3(x) = \exp\left[-\left(-\tilde{x}\right)^\alpha\right], \quad \tilde{x} \leq 0, \quad \alpha > 0 \quad (2.20)$$

$$F_3(x) = 1, \quad \tilde{x} > 0$$

donde la  $\tilde{x}$  es una variable estandarizada (adimensional). Para más detalle de estas distribuciones se puede consultar a Gómez de Luna (1987).

Según Galambos (1978), es frecuente que la distribución Gumbel o de valores extremos Tipo I represente en forma convincente la distribución de valores máximos de escurrimientos, lluvias y otros fenómenos meteorológicos. Así se establece que, para que una distribución multivariada sea de valores extremos, es necesario pero no suficiente que las distribuciones marginales sean de valores extremos.

Los modelos para construir las funciones multivariadas de valores extremos, se pueden clasificar en dos clases, diferenciables y no diferenciables (Raynal, 1985).

Las dos posibles funciones de distribución de probabilidades diferenciables para el caso bivariado son las obtenidas por Gumbel (1960b), Tiago de Oliveira (1962) y Gumbel y Mustafi (1967); a saber:

El modelo mixto:

$$F(x_1, x_2) = F_1(x_1)F_2(x_2) \exp\left\{-\theta \left[\frac{1}{\ln F_1(x_1)} + \frac{1}{\ln F_2(x_2)}\right]^{-1}\right\}, \quad (0 \leq \theta \leq 1) \quad (2.21)$$

y el modelo logístico:

$$F(x_1, x_2) = \exp\left\{-\left\{[-\ln F_1(x_1)]^m + [-\ln F_2(x_2)]^m\right\}^{1/m}\right\}, \quad (m \geq 1) \quad (2.22)$$

donde  $F_1(x_1)$  y  $F_2(x_2)$  son alguna de las tres posibles distribuciones marginales de valores extremos, expresiones (2.18) a (2.20), o la combinación de ellas.

En estos modelos  $x_i$  es la variable estandarizada y  $\theta$  y  $m$  son los parámetros de asociación. Los casos con  $\theta = 0$  y  $m = 1$  corresponden al hecho de que las variables sean estadísticamente independientes y el caso  $\theta = 1$  y  $m = \infty$  corresponde a la completa dependencia entre las variables, es decir a que su coeficiente de correlación sea igual a la unidad.

TRABAJO CON  
FALLA DE ORIGEN



### 3. Análisis de frecuencias conjunto

#### 3.1. Conceptos de periodo de retorno y riesgo hidrológico

La selección de la avenida para el diseño de una obra se ve influenciada por el costo y beneficio esperado por la construcción de ésta. Si se desea tener una protección casi total contra eventos extremos, se necesitan obras muy grandes y costosas. Como recomendación fundamental, debe aceptarse un cierto riesgo de que se presente una avenida extraordinaria que provoque algún daño.

El análisis de frecuencias en hidrología es una técnica para la estimación de las probabilidades de ocurrencia o excedencia de eventos futuros, generalmente asociados con el diseño de alguna obra hidráulica.

La probabilidad de ocurrencia de los eventos se toma en cuenta a través del denominado "periodo de retorno" el cual esta definido en forma probabilista.

El periodo de retorno ( $T$ ), expresado en años, se define como el número promedio de años en que un evento de cierta magnitud puede ser igualado o excedido (Gómez de Luna, 1987; Fuentes y Franco, 1999).

Por otra parte la probabilidad de que un evento con un periodo de retorno,  $T$ , ocurra o sea excedido en cualquier año es:

$$P(X \geq x) = \frac{1}{T} \quad (3.1)$$

La expresión anterior es la relación del periodo de retorno con la probabilidad de excedencia. La probabilidad de no excedencia se expresa de la siguiente manera (Gómez de Luna, 1987):

$$P(X \leq x) = 1 - \frac{1}{T} \quad (3.2)$$

Por lo tanto, el periodo de retorno ( $T$ ) es el inverso de la probabilidad de excedencia y se expresa de la siguiente manera (Campos, 1999):

$$T = \frac{1}{1 - P(X \leq x)} = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (3.3)$$

Para facilitar el análisis de frecuencias de datos de una muestra, los datos se ordenan de forma creciente o decreciente respecto a su magnitud; así, se le asigna una probabilidad a la distribución empírica con una fórmula de posición gráfica, siendo la más práctica la siguiente (Yevjevich, 1982):

$$F(x) = \frac{m}{n+1} \quad (3.4)$$

donde  $m$  es el número de orden de la secuencia de mayor a menor y  $n$  el tamaño de la muestra.

A partir de la expresión (3.4) se puede calcular el periodo de retorno, al que se le conoce como "periodo de retorno observado". A esta expresión resultante se le conoce como la fórmula de Weibull (Viessman *et al*, 1977).

$$T = \frac{n+1}{m} \quad (3.5)$$

Para eventos máximos anuales los datos se ordenan de mayor a menor y el lugar que ocupan dentro de la lista cada uno de ellos corresponde al valor de  $m$ ; así, por

ejemplo, el mayor valor del período de retorno es para  $m=1$ , mientras que para  $m = n$  el período de retorno es el mas pequeño (Fuentes y Franco, 1999).

El riesgo de falla esta basado en la hipótesis de independencia de eventos anuales. Es decir, que para un sistema hidrológico la probabilidad de ocurrencia de un evento  $x$ , mas grande que el evento de diseño  $x_0$ , durante un periodo de  $n$  años es  $R$ . Entonces la probabilidad de no ocurrencia es  $1-R$  (Yevjevich, 1982).

Si este evento de diseño tiene un periodo de retorno de  $T$  años, la correspondiente probabilidad anual de excedencia ( $p$ ) es:

$$p = \frac{1}{T} \quad (3.6)$$

la probabilidad de no ocurrencia en algún año es :

$$q = 1 - \frac{1}{T}$$

TESIS CON  
FALLA DE OBTEN

por lo que la probabilidad de no ocurrencia en  $n$  años es:

$$q = \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n = 1 - R \quad (3.8)$$

Así entonces, la probabilidad que el evento máximo pueda ocurrir al menos una vez en  $n$  años es:

$$R = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^n \quad (3.9)$$

donde  $R$  es la probabilidad o riesgo de que ocurra el evento máximo al menos una vez en  $n$  años de la vida útil de la obra (Fuentes y Franco, 1999).

### 3.2. Periodo de retorno conjunto

Una extensión del concepto del periodo de retorno es el denominado "periodo de retorno conjunto" que involucra más de una variable aleatoria en el análisis, el cual es la base del "análisis de frecuencia conjunto" y describe el comportamiento simultaneo de varias variables aleatorias (Ramírez, 2000).

Es posible definir el periodo de retorno del hidrograma de diseño (esto es, de la avenida de diseño completa) como el recíproco de la probabilidad de excedencia conjunta de los parámetros que la caracterizan, esto es (Ramírez y Aldama, 2000):

$$T_{1,2,\dots,n} = \frac{1}{P(X_1 \geq x_1, X_2 \geq x_2, \dots, X_n \geq x_n)} = \frac{1}{P\left(\bigcap_{k=1}^n X_k \geq x_k\right)} \quad (3.10)$$

Ramírez y Aldama (2000), presentan la forma explícita de la expresión generalizada del periodo de retorno conjunto en términos de la distribución de probabilidad multivariada y las distribuciones marginales que corresponden a ella, esta es:

$$T_{1,2,\dots,n} = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^n F_i(x_i) + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} F_{i_1, i_2}(x_{i_1}, x_{i_2}) - \dots + (-1)^n \sum_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_n \leq n} F_{i_1, i_2, \dots, i_n}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n})} \quad (3.11)$$

Desarrollando la expresión (3.11) para  $n$  igual a dos y tres se obtienen las formas bivariadas y trivariadas respectivamente. Así, el periodo de retorno conjunto para el caso bivariado es:

$$T_{12} = \frac{1}{1 - F(x_1) - F(x_2) + F(x_1, x_2)} \quad (3.12)$$

y para el caso trivariado el periodo de retorno conjunto es (Ramírez y Aldama, 2000):

$$T_{1,2,3} = \frac{1}{1 - F(x_1) - F(x_2) - F(x_3) + F(x_1, x_2) + F(x_1, x_3) + F(x_2, x_3) - F(x_1, x_2, x_3)} \quad (3.13)$$

Ramírez y Aldama (2000), han utilizado el caso bivariado para el análisis hidrológico de varios almacenamientos y el caso trivariado para el análisis de redes de ríos.

### 3.3. Periodo de retorno conjunto para cuatro variables

El caso bivariado para el análisis hidrológico de vasos contempla un solo tributario, con gasto pico y volumen como características principales de las avenidas. En la práctica es común encontrar que en los vasos de presas confluyen más de un tributario, que si se considera al gasto y al volumen como características principales de las avenidas para cada uno, el análisis hidrológico es más complejo; por ejemplo, para dos tributarios corresponde un análisis con cuatro variables. De ahí la necesidad de contar con una metodología que tome en cuenta las variables de cada tributario para la estimación de avenidas de diseño.

Ahora bien, es conocido que hay vasos que son mas sensibles al volumen de una avenida o a un tren de avenidas con gastos menores que el máximo de diseño; por lo que, para evaluar en forma objetiva el riesgo de falla en presas es necesario del conocimiento del periodo de retorno conjunto de la avenida de diseño elegida que involucre gasto pico y volumen; es decir, se necesita conocer el periodo de retorno conjunto (Marengo, 1998).

Los parámetros más importantes de un hidrograma son: gasto pico  $Q_p$ , volumen  $V$  y tiempo pico  $t_p$ . Aldama *et al.*, (2000) demuestra que, de acuerdo a un análisis de sensibilidad de respuesta de vasos a variaciones de los parámetros que caracterizan el hidrograma de ingreso, sólo basta con considerar al gasto pico y al volumen como

los parámetros principales que caracterizan un hidrograma de diseño. El hecho de que el tiempo pico no sea relevante, en términos de la respuesta del vaso a la incidencia de avenidas, permite simplificar la descripción multivariada de hidrogramas de diseño. En este sentido, se utilizará al gasto pico y al volumen como características principales de las avenidas para los análisis de frecuencias de vasos en los desarrollos subsecuentes.

En este trabajo, la condición más simple en el análisis de múltiples tributarios de una presa es el caso de dos tributarios con dos variables aleatorias (gasto y volumen) cada uno, al que se le ha nombrado como tetravariado. Este análisis toma en cuenta la simultaneidad de las variables en el vaso de la presa

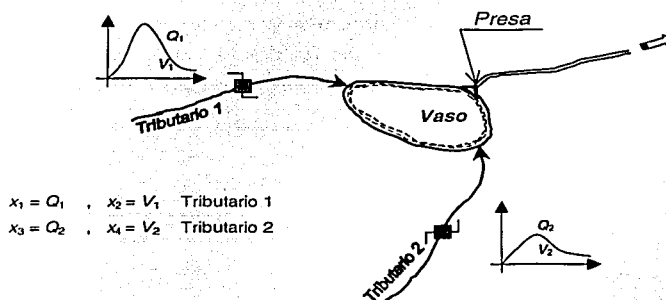


Figura 3.1. Caso para cuatro variables (Presa con dos tributarios).

De acuerdo con la expresión (3.11) del periodo de retorno conjunto, se obtiene la expresión para caso tetravariado, esta es:

$$\begin{aligned}
 T_{1,2,3,4} = & [1 - F_1(x_1) - F_2(x_2) - F_3(x_3) - F_4(x_4) + F_{1,2}(x_1, x_2) + F_{1,3}(x_1, x_3) + F_{1,4}(x_1, x_4) \\
 & + F_{2,3}(x_2, x_3) + F_{2,4}(x_2, x_4) + F_{3,4}(x_3, x_4) - F_{1,2,3}(x_1, x_2, x_3) - F_{1,2,4}(x_1, x_2, x_4) \\
 & - F_{1,3,4}(x_1, x_3, x_4) - F_{2,3,4}(x_2, x_3, x_4) + F(x_1, x_2, x_3, x_4)]^{-1} \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

Esta expresión esta construida con FDP marginales y la FDP conjunta tetravariada, donde las variables  $x_i$  son los componentes de los hidrogramas de entrada de cada tributario caracterizados por gasto y volumen.

Cabe mencionar que, por ejemplo, el periodo de retorno en presas medianas y grandes suele especificarse de 10,000 años; por lo que, evidentemente existe una infinidad de grupos de valores ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ ) que poseen este periodo de retorno, que para este caso es el periodo de retorno conjunto.

#### 3.4. Modelo logístico generalizado y multivariado de Gumbel

De acuerdo con estudios de los modelos diferenciables para construir funciones multivariadas (modelo mixto y el logístico), Raynal (1985) establece que el modelo logístico es el más apropiado para aplicarlos a problemas de análisis de frecuencias, debido a su mayor flexibilidad. En este sentido, Raynal (1985 y 1990), Escalante (1991 y 1998), Ramírez y Aldama (2000), entre otros, han empleado este modelo para el caso bivariado y trivariado con marginales de valores extremos o de dos poblaciones, obteniendo resultados aceptables.

Una distribución multivariada de extremos debe satisfacer las fronteras de Frechét y las condiciones establecidas por el postulado de estabilidad (Galambos, 1978). Gumbel (1960a) propuso el modelo logístico que satisface dichas cotas y condiciones. Además, solamente este modelo ha sido generalizado al caso  $n$ -dimensional. Por estos motivos, el modelo logístico se utilizará para generar la función tetravariada que más adelante se detalla.

El modelo logístico multivariado de Gumbel esta dado por:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n; m) = \exp\left(-\left\{[-\ln F_1(x_1)]^m + [-\ln F_2(x_2)]^m + \dots + [-\ln F_n(x_n)]^m\right\}^{1/m}\right) \quad (m \geq 1) \quad (3.15)$$

donde  $F_i(x_i)$ , son las distribuciones marginales de la variable aleatoria  $X$  y  $m$  es el parámetro de asociación. El caso  $m = 1$  corresponde a la independencia estadística de las variables y el caso  $m \rightarrow \infty$  a la completa dependencia entre las variables, por lo que para este último caso el coeficiente de correlación es igual a la unidad.

El parámetro de asociación para el caso bivariado del modelo logístico puede calcularse en términos del coeficiente de correlación lineal,  $\rho$ , como sigue (Gumbel y Mustafi, 1967):

$$m = \sqrt{\frac{1}{1-\rho}} \quad (3.16)$$

cabe mencionarse que las relaciones analíticas entre el coeficiente de correlación lineal y el parámetro de asociación, para modelos en más de dos dimensiones no se conocen (Ramírez, 2000).

En general, cuando  $m = 1$ , indica independencia estadística y se cumple que (Aldama *et al.*, 2000):

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n; 1) = F_1(x_1)F_2(x_2) \dots F_n(x_n)$$

Para  $m \rightarrow \infty$ , se tiene que  $\rho \rightarrow 1$ , el cual representa el caso de dependencia total, por lo que la función multivariada es (Ramírez, 2000):

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n; \infty) = \min [F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)]$$



Con el objeto de satisfacer las Fronteras de Fréchet y el postulado de estabilidad, las distribuciones marginales de  $F_i(x_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , de la expresión (3.15), deben ser alguna de las asíntotas presentadas en Gumbel (1958): tipo I o Gumbel, tipo II o Fréchet, o tipo III o Weibull (ecuaciones 2.18 a 2.20). Dado que la distribución Gumbel es la más apropiada para la representación de eventos máximos, es la que se utilizará para construir las distribuciones marginales (Aldama, 2000).

Por lo que, si se considera que las distribuciones marginales del modelo multivariado, tienen una distribución de valores extremos tipo I (Gumbel):

$$F_i(x_i) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x_i - u_i}{\alpha_i}\right)\right] \quad (3.17)$$

el modelo logístico generalizado proporciona la distribución multivariada de valores extremos Gumbel, adoptando la forma:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \exp\left\{-\left[\exp\left(-m\frac{x_1 - u_1}{\alpha_1}\right) + \exp\left(-m\frac{x_2 - u_2}{\alpha_2}\right) + \dots + \exp\left(-m\frac{x_n - u_n}{\alpha_n}\right)\right]^{1/m}\right\} \quad (3.18)$$

siendo  $u_1, u_2, \dots, u_n$  y  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  los parámetros de ubicación y de escala respectivamente para la estandarización de la variable aleatoria.

Como referencia a este modelo se tienen las formas bivariadas y trivariadas que han sido utilizadas en hidrología, Raynal (1985 y 1990); Escalante (1991, 1996 y 1998), Ramírez (1995 y 2000). Tales funciones de densidad de probabilidad para estos modelos, se presentan a continuación:

Función de densidad bivariada Gumbel o también conocida como función biGumbel.

$$f(x_1, x_2) = \frac{e^A e^B}{\alpha_1 \alpha_2} H^{1/m-2} \exp(-H^{1/m}) [H^{1/m} + m - 1] \quad (3.19)$$

Función de densidad trivariada Gumbel (conocida como función triGumbel).

$$f(x_1, x_2, x_3) = \frac{e^A}{\alpha_1} \frac{e^B}{\alpha_2} \frac{e^C}{\alpha_3} \exp\left(-K^{1/m}\right) \left[ (2m^2 - 3m + 1)K^{1/m-3} + (3m - 3)K^{2/m-3} + K^{3/m-3} \right] \quad (3.20)$$

donde:  $A = -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1}$  ;  $B = -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2}$  ;  $C = -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3}$

$$H = \exp A + \exp B \quad ; \quad K = \exp A + \exp B + \exp C$$

### 3.5. Modelo logístico para el caso de cuatro variables

Como se ha expresado anteriormente, el caso más simple de la metodología propuesta es el modelo tetravariado, que corresponde a la confluencia de dos tributarios en una presa incluyendo dos parámetros que caracterizan a los hidrogramas de entrada.

Cabe aclarar que, como resultado de la revisión de los estudios realizados hasta el momento y de la bibliografía consultada, con respecto a los modelos hidrológicos; los análisis de frecuencias que contemplen más de tres variables o de mayores dimensiones no han sido tratados; por lo que las expresiones y desarrollos para construir el modelo tetravariado con marginales Gumbel (tetraGumbel) que es el que se propone en este trabajo, no se encuentran en ninguna otra publicación conocida por el autor.

Con base en lo anterior, al emplear la expresión (3.15), se obtiene el modelo logístico con marginales Gumbel para el caso de cuatro variables aleatorias:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \exp\left(-\left\{[-\ln F_1(x_1)]^m + [-\ln F_2(x_2)]^m + [-\ln F_3(x_3)]^m + [-\ln F_4(x_4)]^m\right\}^{1/m}\right) \quad (3.21)$$

con el uso de la expresión (3.17), las distribuciones marginales Gumbel tipo I para este modelo son:

$$F_1(x_1) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x_1 - u_1}{\alpha_1}\right)\right] ; \quad F_2(x_2) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x_2 - u_2}{\alpha_2}\right)\right]$$

$$F_3(x_3) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x_3 - u_3}{\alpha_3}\right)\right] ; \quad F_4(x_4) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x_4 - u_4}{\alpha_4}\right)\right]$$
(3.22)

donde  $u_1, u_2, u_3, u_4$  son los parámetros de ubicación

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  son los parámetros de escala

Al sustituir estas marginales en la expresión (3.21), se obtiene el modelo logístico tetravariado, al que se le nombrará como la función de distribución de probabilidad conjunta (FDP) para cuatro variables con marginales Gumbel (tetraGumbel).

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \exp\left\{-\left[\left[-\left(-e^{-\frac{x_1 - u_1}{\alpha_1}}\right)\right]^m + \left[-\left(-e^{-\frac{x_2 - u_2}{\alpha_2}}\right)\right]^m + \left[-\left(-e^{-\frac{x_3 - u_3}{\alpha_3}}\right)\right]^m + \left[-\left(-e^{-\frac{x_4 - u_4}{\alpha_4}}\right)\right]^m\right]^{\frac{1}{m}}\right\}$$
(3.23)

esta función de distribución tetravariada también se expresa como sigue:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \exp\left\{-\left[\exp\left(-m\frac{x_1 - u_1}{\alpha_1}\right) + \exp\left(-m\frac{x_2 - u_2}{\alpha_2}\right) + \exp\left(-m\frac{x_3 - u_3}{\alpha_3}\right) + \exp\left(-m\frac{x_4 - u_4}{\alpha_4}\right)\right]^{\frac{1}{m}}\right\}$$
(3.24)

TESIS  
FALLA

A partir de la función de distribución conjunta tetravariada, se obtienen las funciones de distribución marginal para utilizarse en la expresión (3.14) del periodo de retorno conjunto, estas son:

$$F_1(x_1) = F(x_1, \infty, \infty, \infty) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 = \exp \left[ - \exp \left( - \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) \right] \quad (3.25)$$

$$F_2(x_2) = F(\infty, x_2, \infty, \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 = \exp \left[ - \exp \left( - \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) \right] \quad (3.26)$$

$$F_3(x_3) = F(\infty, \infty, x_3, \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_3} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 = \exp \left[ - \exp \left( - \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} \right) \right] \quad (3.27)$$

$$F_4(x_4) = F(\infty, \infty, \infty, x_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_4} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 = \exp \left[ - \exp \left( - \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4} \right) \right] \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} F_{1,2}(x_1, x_2) &= F(x_1, x_2, \infty, \infty) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\ &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( - m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) + \exp \left( - m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) \right] \right\}^{1/m} \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} F_{1,3}(x_1, x_3) &= F(x_1, \infty, x_3, \infty) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_3} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\ &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( - m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) + \exp \left( - m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} \right) \right] \right\}^{1/m} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned}
 F_{1,4}(x_1, x_4) &= F(x_1, \infty, \infty, x_4) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_4} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\
 &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) + \exp \left( -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4} \right) \right] \right\}^{1/m} \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{2,3}(x_2, x_3) &= F(\infty, x_2, x_3, \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{x_3} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\
 &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) + \exp \left( -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} \right) \right] \right\}^{1/m} \quad (3.32)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{2,4}(x_2, x_4) &= F(\infty, x_2, \infty, x_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_4} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\
 &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) + \exp \left( -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4} \right) \right] \right\}^{1/m} \quad (3.33)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{3,4}(x_3, x_4) &= F(\infty, \infty, x_3, x_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_3} \int_{-\infty}^{x_4} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\
 &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} \right) + \exp \left( -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4} \right) \right] \right\}^{1/m} \quad (3.34)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{1,2,3}(x_1, x_2, x_3) &= F(x_1, x_2, x_3, \infty) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{x_3} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\
 &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) + \exp \left( -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) + \exp \left( -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} \right) \right] \right\}^{1/m} \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{1,2,4}(x_1, x_2, x_4) &= F(x_1, x_2, \infty, x_4) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_4} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\
 &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) + \exp \left( -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) \right] \exp \left( -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4} \right) \right\}^{1/m}
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
 F_{1,3,4}(x_1, x_3, x_4) &= F(x_1, \infty, x_3, x_4) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_3} \int_{-\infty}^{x_4} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\
 &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) + \exp \left( -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} \right) \right] \exp \left( -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4} \right) \right\}^{1/m}
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

$$\begin{aligned}
 F_{2,3,4}(x_2, x_3, x_4) &= F(\infty, x_2, x_3, x_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{x_3} \int_{-\infty}^{x_4} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\
 &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) + \exp \left( -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} \right) \right] \exp \left( -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4} \right) \right\}^{1/m}
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
 F_{1,2,3,4}(x_1, x_2, x_3, x_4) &= F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \int_{-\infty}^{x_3} \int_{-\infty}^{x_4} f(x_1, x_2, x_3, x_4) dx_4 dx_3 dx_2 dx_1 \\
 &= \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) + \exp \left( -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) \right] \right. \\
 &\quad \left. + \exp \left( -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} \right) + \exp \left( -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4} \right) \right\}^{1/m}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

la expresión (3.39) es precisamente la función de distribución de probabilidad conjunta tetravariada.

### Función de densidad de probabilidad tetraGumbel

La función de densidad de probabilidad para el modelo propuesto se determina a partir del concepto de las funciones multivariadas y su relación con las funciones de distribución de probabilidad. Empleando la expresión (2.9) para cuatro variables se obtiene:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{\partial^4}{\partial x_1 \partial x_2 \partial x_3 \partial x_4} F(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (3.40)$$

donde  $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$  es la función de distribución de probabilidad conjunta o FDP tetraGumbel, que escrita de una manera compacta, resulta:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \exp(-E^{\gamma_m}) \quad (3.41)$$

donde:

$$E = \exp A + \exp B + \exp C + \exp D$$

$$A = -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} ; B = -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} ; C = -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} ; D = -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4}$$

Sustituyendo la expresión (3.41) en la (3.40) se obtiene la expresión para determinar la función de densidad conjunta (fdp) tetraGumbel:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{\partial^4}{\partial x_1 \partial x_2 \partial x_3 \partial x_4} \exp(-E^{\gamma_m}) = \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial x_4} \exp(-E^{\gamma_m}) \quad (3.42)$$

derivando la expresión (3.42) con respecto a la variable  $x_4$ , resulta:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_3} \exp(-E^{\gamma_m}) \left( -\frac{1}{m} E^{\gamma_m - 1} \right) \left( -\frac{m}{\alpha_4} \right) e^D$$

factorizando y reordenando términos, la expresión anterior se escribe de la siguiente manera:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^D}{\alpha_4} \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_3} \exp(-E^{Y_m}) \left( E^{Y_{m-1}} \right) \quad (3.43)$$

Ahora, derivando la expresión (3.43) con respecto a la variable  $x_3$ , se obtiene:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^D}{\alpha_4} \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \exp(-E^{Y_m}) \left( -\frac{1}{m} E^{Y_{m-1}} \right) \left( -\frac{m}{\alpha_3} e^C \right) E^{Y_{m-1}} \right. \\ \left. + \exp(-E^{Y_m}) \left( \frac{1}{m} - 1 \right) E^{Y_{m-2}} \left( -\frac{m}{\alpha_3} e^C \right) \right\}$$

factorizando y simplificando, resulta:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^C e^D}{\alpha_3 \alpha_4} \frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ \exp(-E^{Y_m}) \left( E^{Y_{m-2}} \right) + (m-1) \exp(-E^{Y_m}) E^{Y_{m-2}} \right] \quad (3.44)$$

derivando la expresión (3.44) con respecto a la variable  $x_2$ , se tiene lo siguiente:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^C e^D}{\alpha_3 \alpha_4} \frac{\partial}{\partial x_1} \left[ \exp(-E^{Y_m}) \left( -\frac{1}{m} E^{Y_{m-1}} \right) \left( -\frac{m}{\alpha_2} e^B \right) E^{Y_{m-2}} \right. \\ \left. + \left( \frac{2}{m} - 2 \right) E^{Y_{m-3}} \left( -\frac{m}{\alpha_2} e^B \right) \exp(-E^{Y_m}) \right. \\ \left. + (m-1) \exp(-E^{Y_m}) \left( -\frac{1}{m} E^{Y_{m-1}} \right) \left( -\frac{m}{\alpha_2} e^B \right) E^{Y_{m-2}} \right. \\ \left. + (m-1) \left( \frac{1}{m} - 2 \right) E^{Y_{m-3}} \left( -\frac{m}{\alpha_2} e^B \right) \exp(-E^{Y_m}) \right]$$



desarrollando las operaciones del paréntesis rectangular esta última ecuación:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^B}{\alpha_2} \frac{e^C}{\alpha_3} \frac{e^D}{\alpha_4} \frac{\partial}{\partial x_1} \exp(-E^{Y_m}) \left[ E^{\frac{3}{m-3}} + (2m-2)E^{\frac{2}{m-3}} + (m-1)E^{\frac{1}{m-3}} + (m-1)(2m-1)E^{\frac{1}{m-3}} \right]$$

factorizando se obtiene:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^B}{\alpha_2} \frac{e^C}{\alpha_3} \frac{e^D}{\alpha_4} \frac{\partial}{\partial x_1} \exp(-E^{Y_m}) \left[ (2m^2 - 3m + 1)E^{\frac{1}{m-3}} + (3m-3)E^{\frac{2}{m-3}} + E^{\frac{3}{m-3}} \right] \quad (3.45)$$

por último, derivando la expresión (3.45) con respecto a la variable  $x_1$ , resulta:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^B}{\alpha_2} \frac{e^C}{\alpha_3} \frac{e^D}{\alpha_4} \left\{ \exp(-E^{Y_m}) \left( -\frac{1}{m} E^{\frac{1}{m-1}} \right) \left( -\frac{m}{\alpha_1} e^A \right) \left[ (2m^2 - 3m + 1)E^{\frac{1}{m-3}} + (3m-3)E^{\frac{2}{m-3}} + E^{\frac{3}{m-3}} \right] + \exp(-E^{Y_m}) \left[ (2m^2 - 3m + 1) \left( \frac{1}{m} - 3 \right) E^{\frac{1}{m-4}} \left( -\frac{m}{\alpha_1} e^A \right) + (3m-3) \left( \frac{2}{m} - 3 \right) E^{\frac{2}{m-4}} \left( -\frac{m}{\alpha_1} e^A \right) + \left( \frac{3}{m} - 3 \right) E^{\frac{3}{m-4}} \left( -\frac{m}{\alpha_1} e^A \right) \right] \right\}$$

simplificando esta última expresión, se tiene:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^A}{\alpha_1} \frac{e^B}{\alpha_2} \frac{e^C}{\alpha_3} \frac{e^D}{\alpha_4} \exp(-E^{Y_m}) \left[ (2m^2 - 3m + 1)E^{\frac{2}{m-4}} + (3m-3)E^{\frac{3}{m-4}} + E^{\frac{4}{m-4}} + (2m^2 - 3m + 1)(3m-1)E^{\frac{1}{m-4}} + (3m-3)(3m-2)E^{\frac{2}{m-4}} + (3m-3)E^{\frac{3}{m-4}} \right]$$

factorizando términos se obtiene la función de densidad de probabilidad (fdp) tetravariada o tetraGumbel, la cual resulta:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^A}{\alpha_1} \frac{e^B}{\alpha_2} \frac{e^C}{\alpha_3} \frac{e^D}{\alpha_4} \exp\left(-E^{1/m}\right) \left[ (2m^2 - 3m + 1)(3m - 1)E^{1/m-4} + (11m^2 - 18m + 7)E^{2/m-4} + (6m - 6)E^{3/m-4} + E^{4/m-4} \right] \quad (3.46)$$

si se establece que:

$$G = (2m^2 - 3m + 1)(3m - 1)E^{1/m-4} + (11m^2 - 18m + 7)E^{2/m-4} + (6m - 6)E^{3/m-4} + E^{4/m-4}$$

la función de densidad de probabilidad conjunta (fdp) tetraGumbel, escrita en forma compacta es la siguiente:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^A}{\alpha_1} \frac{e^B}{\alpha_2} \frac{e^C}{\alpha_3} \frac{e^D}{\alpha_4} \exp\left(-E^{1/m}\right) G \quad (3.47)$$

donde:

$$E = \exp A + \exp B + \exp C + \exp D$$

$$A = -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} ; B = -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} ; C = -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} ; D = -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4}$$

### 3.6. Estimación de parámetros de la FDP tetraGumbel

Para estimar los parámetros de las funciones de densidad y distribución de probabilidad del modelo tetravariado se utilizará la metodología de la máxima verosimilitud, puesto que es una metodología que ha sido empleada por varios autores que han explorado la distribución bivariada de valores extremos y su

extensión para el caso trivariado en la estimación de parámetros, en los análisis de frecuencias (Escalante y Domínguez, 2001). Además, es una excelente alternativa debido a que la estimación de los parámetros de las distribuciones de modelos multivariados de valores extremos por el método de momentos resulta laboriosa (Ramírez, 2000).

Empleando la expresión (2.5), la función de máxima verosimilitud para la función de densidad tetravariada (tetraGumbel), se escribe:

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_1, x_2, x_3, x_4; u_1, u_2, u_3, u_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, m) \quad (3.48)$$

donde  $f(x_1, x_2, x_3, x_4; u_1, u_2, u_3, u_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, m)$  es la fdp tetraGumbel con nueve parámetros a estimar.

Sustituyendo la expresión (3.47) en la expresión (3.48), la función de verosimilitud ( $L$ ), toma la siguiente forma:

$$L = \frac{1}{(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4)^n} \prod_{i=1}^n \left[ e^A e^B e^C e^D \exp(-E^M) G \right] \quad (3.49)$$

como esta distribución involucra a la función exponencial, es más fácil maximizar el logaritmo de  $L$ , debido que la función es monotonica y los valores de los estimadores que maximizan  $L$ , maximizan también a  $LL = \ln L$ , esto es (Ramírez, 2000; Campos, 2001; Escalante y Domínguez, 2001):

$$LL = \ln L = -\ln(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4)^n + \sum_{i=1}^n \ln \left[ e^A e^B e^C e^D \exp(-E^M) G \right]$$

A esta última expresión se le conoce como la función logarítmica de máxima verosimilitud ( $LL$ ), la cual se escribe de la siguiente manera:

$$LL = \ln L = -n (\ln \alpha_1 + \ln \alpha_2 + \ln \alpha_3 + \ln \alpha_4) + \sum_{i=1}^n [A + B + C + D - E^{1/m} + \ln G] \quad (3.50)$$

$$\text{donde } A = -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1}; \quad B = -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2}; \quad C = -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3}; \quad D = -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4}$$

$$E = \exp A + \exp B + \exp C + \exp D$$

$$G = (2m^2 - 3m + 1)(3m - 1)E^{1/m-4} + (11m^2 - 18m + 7)E^{2/m-4} + (6m - 6)E^{3/m-4} + E^{4/m-4}$$

Para encontrar los valores de los estimadores (parámetros) que maximizan a la función logarítmica de máxima verosimilitud ( $LL$ ), se puede utilizar un método de optimización, por ejemplo, el algoritmo de Rosenbrock. Esta técnica ha sido expuesta y aplicada por Acosta (1986) y Campos (1989 y 2001).

En este trabajo se desarrolló un programa de cómputo para estimar los parámetros que maximizan la expresión (3.50), basado en el algoritmo de Rosenbrock de múltiples variables (Kuester y Mize, 1973). El código de este programa se encuentra en Qbasic y se presenta en el Apéndice A de este trabajo.

Una vez que se tienen los parámetros de la distribución de probabilidad, se procede a estimar las posibles avenidas para un periodo de retorno dado con ayuda de la función de distribución conjunta y las marginales de la expresión del periodo de retorno conjunto (3.14). Sin embargo, como ya se expresó anteriormente, existe una infinidad de grupos de valores que caracterizan a la avenida, que poseen este periodo de retorno (Ramírez y Aldama, 2000), por lo que sólo uno de ellos es el que

proporciona la condición más desfavorable ( $x_1, x_2, x_3, x_4$ ), que se utilizará para el diseño o revisión, según sea el caso.

### 3.7. Parametrización de hidrogramas

Para el caso particular de seguridad de presas, es necesario construir completamente el hidrograma a partir de algunos de los parámetros que caracterizan la avenida, con el propósito de transitarlo en el vaso para determinar la capacidad de control de avenidas y capacidad de descarga de la obra de excedencias.

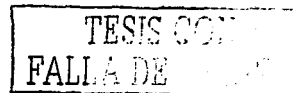
Con el objeto de simplificar la descripción de los hidrogramas de diseño es conveniente considerar su parametrización a través de sus características más importantes: gasto pico  $Q_p$ , volumen  $V$ , y tiempo pico  $t_p$ . Los métodos más conocidos para determinar la parametrización de hidrogramas se describen continuación:

*Hidrograma unitario triangular.* En este método se requiere conocer las características fisiográficas de la cuenca. El procedimiento ha sido desarrollado para cuencas pequeñas y genera un hidrograma de forma triangular. El gasto pico unitario se obtiene con la expresión siguiente (Fuentes y Franco, 1999):

$$q_p = 0.208 \frac{A}{t_p} \quad (3.51)$$

donde  $A$  es el área de la cuenca en  $\text{km}^2$ ,  $t_p$  es el tiempo pico del hidrograma, en h, y  $Q_p$  es el gasto pico unitario en  $\text{m}^3/\text{s}/\text{mm}$ . A su vez, el tiempo base del hidrograma se puede calcular como  $t_b = 2.67 t_p$ . El tiempo pico se calcula como:

$$t_p = \sqrt{t_c} + 0.6 t_c$$



donde  $t_c$  es el tiempo de concentración en h, el cual se calcula por ejemplo con la fórmula de Kirpich (Fuentes y Franco, 1999):

$$t_c = 0.0003245 \frac{L^{0.77}}{S^{0.385}}$$

donde  $L$  es la longitud del cauce principal, en m y  $S$  la pendiente media del mismo.

*Hidrograma del USSCS.* Es el propuesto por el Servicio de Conservación de Suelos de los Estados Unidos (USSCS, por sus siglas en inglés). La forma de este hidrograma se determina adimensionalizando el tiempo,  $t / t_p$ , y el gasto  $q / q_p$ .

Las ordenadas de este hidrograma se presentan en la siguiente tabla (Fuentes y Franco, 1990).

$t / t_p$	$q / q_p$	$t / t_p$	$q / q_p$
0.00	0.00	1.20	0.93
0.10	0.03	1.30	0.86
0.30	0.19	1.50	0.68
0.40	0.31	1.70	0.46
0.60	0.66	1.90	0.33
0.70	0.82	2.20	0.21
0.80	0.93	2.60	0.11
0.90	0.99	3.20	0.04
1.00	1.00	5.00	0.00
1.10	0.99		

Tabla 3.1. Hidrograma unitario del USSCS

Debido a que el hidrograma del USSCS se define sólo por el tiempo pico y el gasto pico, el volumen del escurrimiento no es un parámetro independiente y, por lo tanto, se asigna en forma arbitraria (Ramírez, 2000).

*Hidrograma Pearson.* Un hidrograma analítico que se utiliza a menudo para simular hidrogramas naturales es la función Gamma, expresada como sigue (Ponce, 1989):

$$Q = Q_b + (Q_p - Q_b) \left( \frac{t}{t_p} \right)^{t_p/(t_g - t_p)} e^{-(t_p - t)/(t_g - t_p)} \quad (3.52)$$

donde  $Q_b$  es el gasto base,  $Q_p$  es el gasto pico,  $t_p$  es el tiempo pico y  $t_g$  es el tiempo al centroide del hidrograma. La expresión es válida para  $t \in [0, \infty]$  y  $Q = 0$  para otros tiempos. Es conocido que, para valores de  $t_g$  más grandes que  $t_p$ , la expresión (3.52) muestra un sesgo positivo (Ponce, 1989).

Si se considera sólo el escurrimiento directo del hidrograma, es decir  $Q_b = 0$ , la expresión (3.52) resulta:

$$Q = Q_p \left( \frac{t}{t_p} \right)^{t_p/(t_g - t_p)} e^{-(t_p - t)/(t_g - t_p)} \quad (3.53)$$

Al integrar esta última expresión, se obtiene el volumen de escurrimiento (Ramírez Aldama, 2000):

$$V = \int_0^{\infty} Q(t) dt = Q_p e^{t_p/(t_g - t_p)} \left( \frac{t_g - t_p}{t_p} \right)^{t_p/(t_g - t_p)} (t_g - t_p) \Gamma \left( 1 + \frac{t_p}{t_g - t_p} \right) \quad (3.54)$$

*Hidrograma Senoidal.* Un hidrograma unitario definido por una función senoidal se expresa como (Henderson, 1966):

$$Q = Q_p \operatorname{sen} \left( \frac{\pi}{2} \frac{t}{t_p} \right) \quad (3.55)$$

para  $t \in [0, 2t_p]$  y  $Q = 0$  para otros tiempos. Como el hidrograma es simétrico el tiempo base es dos veces el tiempo pico. El volumen se expresa de la siguiente manera:

$$V = \frac{4}{\pi} Q_p t_p \quad (3.56)$$

*Hidrograma Triparamétrico Hermitiano (HTH).* Esta parametrización es propuesta por Aldama y Ramírez (1998), mediante la aplicación de polinomios de Hermite de orden impar, empleando como parámetros representativos del hidrograma al gasto pico  $Q_p$ , tiempo pico  $t_p$  y volumen de escurrimiento  $V$ ; que al reemplazarse en forma alterna por la triada gasto pico, tiempo pico y tiempo base  $t_b$ , resulta una parametrización más simple.

Los hidrogramas triparamétricos Hermitianos de órdenes 1, 3 y 5 están dados por las siguientes expresiones:

$$Q_1(t; Q_p, t_p, t_b) = \begin{cases} Q_p \frac{t}{t_p}; & t \in [0, t_p] \\ Q_p \left( 1 - \frac{t - t_p}{t_b - t_p} \right); & t \in [t_p, t_b] \\ 0; & t \in (-\infty, 0) \cup (t_b, \infty) \end{cases} \quad (3.57)$$

$$Q_3(t; Q_p, t_p, t_b) = \begin{cases} Q_p \left[ 3 \left( \frac{t}{t_p} \right)^2 - 2 \left( \frac{t}{t_p} \right)^3 \right]; & t \in [0, t_p] \\ Q_p \left[ 1 - 3 \left( \frac{t - t_p}{t_b - t_p} \right)^2 + 2 \left( \frac{t - t_p}{t_b - t_p} \right)^3 \right]; & t \in [t_p, t_b] \\ 0; & t \in (-\infty, 0) \cup (t_b, \infty) \end{cases} \quad (3.58)$$



$$Q_3(t; Q_p, t_p, t_b) = \begin{cases} Q_p \left[ 10 \left( \frac{t}{t_p} \right)^3 - 15 \left( \frac{t}{t_p} \right)^4 + 6 \left( \frac{t}{t_p} \right)^5 \right]; & t \in [0, t_p] \\ Q_p \left[ 1 - 10 \left( \frac{t - t_p}{t_b - t_p} \right)^3 + 15 \left( \frac{t - t_p}{t_b - t_p} \right)^4 - 6 \left( \frac{t - t_p}{t_b - t_p} \right)^5 \right]; & t \in [t_p, t_b] \\ 0; & t \in (-\infty, 0) \cup (t_b, \infty) \end{cases} \quad (3.59)$$

Independientemente del orden considerado, todos estos hidrogramas tienen un mismo volumen de escurrimiento, conforme a una de las propiedades de este método, el cual está dado por:

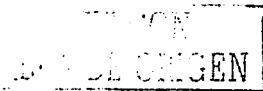
$$V = \frac{Q_p t_b}{2} \quad (3.60)$$

**Método de Mayoración.** El método de mayoración de avenidas es uno de los métodos más utilizados en nuestro país (Dominguez *et al.*, 1980) y consiste primeramente en seleccionar la avenida máxima registrada (histórica), considerada como la más adversa bajo cierto criterio. Luego, se determina un hidrograma adimensional, donde cada ordenada se obtiene como  $Q/Q_p$  para cada intervalo de la duración (horas o días). Con el valor estimado del evento  $Q_T$ , para el periodo de retorno dado, se obtiene la avenida de diseño multiplicando las ordenadas  $Q/Q_p$  del hidrograma adimensional por el valor del evento. Esta avenida tendrá las mismas características en tiempo, de la mas adversa registrada, sólo que más grande en gasto (Escalante y Reyes, 2000).

De estos métodos de parametrización de hidrogramas, a partir de las características principales de las avenidas ( $Q_p$ ,  $t_p$  y  $V$ ), se desprenden algunos comentarios, acerca de sus limitaciones. Aldama y Ramírez (2000), describen y concluyen que, el hidrograma triangular, debido a que su primera derivada no es continua en el pico, y el hidrograma senoidal, debido a su simetría, no son representaciones reales de

hidrogramas que ocurren en la naturaleza. Por otro lado, para el caso de los hidrogramas Pearson, la obtención de expresiones simples que relacionan los parámetros que los caracterizan no es tarea fácil. Los Hidrogramas USSCS y senoidal no preservan el volumen especificado en la triada de parámetros ( $Q_p$ ,  $t_p$  y  $V$ ), ya que ambos se definen exclusivamente a través del gasto pico y tiempo pico. Ponce (1989), menciona que las fórmulas para hidrogramas analíticos como son las basadas en funciones senos y cosenos son muy simples, sin embargo, son insesgadas, por lo tanto no describen propiamente la forma de los hidrogramas naturales. Escalante y Reyes (2000), indican que el método de mayoración es rápido y fácil de aplicar, pero presenta algunas debilidades, la más obvia es la correcta determinación de la avenida más adversa, ya que existen tres posibilidades para seleccionarle: el valor registrado más grande de  $Q_p$  ó  $V$ ; o una combinación de ambos.

Por otro lado, los hidrogramas triparamétricos hermitianos parecen ser una buena alternativa, ya que preservan la triada ( $Q_p$ ,  $t_p$  y  $V$ ) de manera muy sencilla en vista de la simplicidad de la relación que existe entre el volumen, el gasto pico y el tiempo base de los HTH. El hidrograma de tercer orden es el más sencillo, posee continuidad de primeras derivadas y tiene una forma curvilínea cercana a la natural. Aldama y Ramírez (2000), recomiendan el uso de el HTH de tercer orden en aplicaciones prácticas, especialmente cuando no exista mayor información acerca de la respuesta de la cuenca en estudio.



## 4. Diseño hidrológico de presas con múltiples tributarios

### 4.1. Generalidades

Una de las simplificaciones realizadas al seleccionar la avenida de diseño de presas en el análisis tradicional, es la consideración de una sola variable (gasto pico). Esta simplificación puede resultar en una gran pérdida de información; por lo que en este trabajo se propone estimar el evento más desfavorable descrito por más de una variable en el que se base el diseño o la revisión hidrológica de presas con múltiples tributarios. Es decir, tomar en cuenta la combinación de las variables que caracterizan a las avenidas en cada tributario y analizar la simultaneidad de avenidas individuales en el vaso en forma probabilística. Una vez determinada la combinación de variables para un periodo de retorno y el riesgo aceptado, es posible realizar el diseño o la revisión de la presa según sea el caso.

La siguiente figura esquematiza la situación en que múltiples tributarios confluyen a un vaso, cada uno con una avenida con características particulares. Así mismo, se muestra la ubicación de las estaciones hidrométricas que son necesarias para aplicar la metodología propuesta. Es recomendable pero no indispensable que los sitios de medición se localicen cerca de la confluencia.

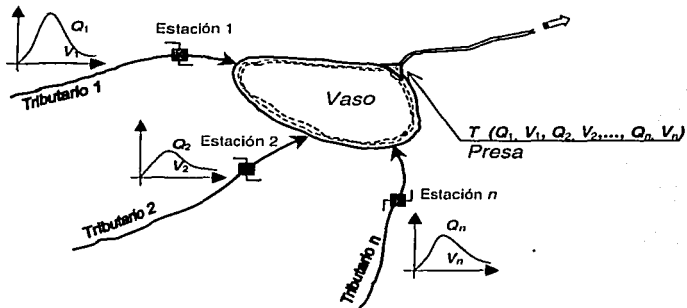


Figura 4.1. Presa con múltiples tributarios

## 4.2. Enfoque multivariado

El principio de aplicación de este criterio consiste en utilizar un modelo de distribución multivariada a la ocurrencia conjunta de las variables que caracterizan a los hidrogramas (de cada tributario) que confluyen a un vaso de una presa; para aplicar el concepto del periodo de retorno conjunto en el diseño o revisión hidrológica de la misma.

Muchas posibles combinaciones de las variables corresponden a un mismo periodo de retorno, pero necesariamente una de ellas es la que proporciona la condición más desfavorable en el vaso bajo análisis y es precisamente esa la que debe utilizarse en el diseño o revisión según sea el caso.

Cabe aclarar que un vaso es único por sus características de elevaciones-capacidades y de su obra de excedencia.

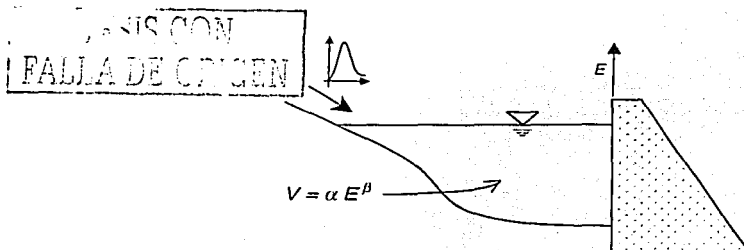


Figura 4.2. Vaso de almacenamiento

Como se mencionó en el capítulo anterior, las variables más importantes que caracterizan a los hidrogramas considerados en esta metodología son el gasto pico y

el volumen. Por lo que para facilitar el uso de las ecuaciones desarrolladas se utilizará la siguiente notación para las variables:

$$\begin{array}{lll} x_1 = Q_1 & , & x_2 = V_1 & \text{para el primer tributario} \\ x_3 = Q_2 & , & x_4 = V_2 & \text{para el segundo tributario} \\ x_5 = Q_3 & , & x_6 = V_3 & \text{para el tercer tributario} \\ : & & : & \\ x_{2j-1} = Q_j & , & x_{2j} = V_j & \text{para el } j\text{-ésimo tributario} \end{array}$$

#### 4.3. Datos requeridos para aplicar la metodología

Para aplicar la metodología es indispensable que en el sitio donde se va a diseñar o donde se revisará (en caso de estar construida) la presa, exista la confluencia de al menos dos ríos (tributarios).

Las características que se deben tener en cada tributario, son las siguientes:

- Registro hidrométrico que contenga en estricto sentido a los gastos máximos instantáneos anuales. Además, que incluya los gastos medios diarios que se utilizarán para obtener el volumen. Es recomendable que las estaciones hidrométricas estén muy cercanas a la confluencia de los ríos o en su caso cercanas al vaso, para evitar un proceso de tránsito de la avenida.
- El periodo del registro debe el mismo en todos ríos, es decir las muestras en cada tributario deben ser de la misma longitud, debido a que se analiza la ocurrencia conjunta de las avenidas de cada tributario en el vaso.
- Datos de la presa, según sea el caso, en revisión o diseño, tales como características generales (NAMO, NAME, características de la obra de toma, gasto máximo registrado, área de la cuenca, etc.), curva elevaciones -

capacidades, datos de la obra de excedencias (gasto de diseño del vertedor, longitud de cresta, políticas de operación, etc.).

#### 4.4. Metodología general

La metodología general para múltiples tributarios aplicando el modelo logístico Gumbel se detalla a continuación:

Paso 1. Generar la función de distribución multivariada (FDP). Esta se obtiene desarrollando la expresión de distribución multivariada de valores extremos tipo Gumbel, para las variables de gasto y volumen para cada uno de los  $n$  tributarios. Ésta es:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \exp \left\{ - \left[ \exp \left( -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) + \exp \left( -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) + \dots + \exp \left( -m \frac{x_n - u_n}{\alpha_n} \right) \right] \right\}^{1/m}$$

en la que se consideran la siguientes expresiones:

$$x_{2j-1} = Q_j, \quad x_{2j} = V_j \quad \text{para el } j\text{-ésimo tributario}$$

siendo  $u_1, u_2, \dots, u_n$  y  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  los parámetros de ubicación y de escala respectivamente. El número de parámetros se calcula con la siguiente relación:

$$\text{No. de parámetros} = 4 (\text{No. de tributarios}) + 1$$

Paso 2. Obtener la función de densidad de probabilidad (fdp), correspondiente a la función de densidad (FDP), aplicando la expresión:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial^n}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Paso 3. Con esta última expresión es posible obtener la función de verosimilitud para proceder a la estimación de los parámetros.

$$L = \prod_{i=1}^N f(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni}; u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{ni}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, m)$$

donde  $N$  es el tamaño del registro y  $n$  corresponde al número de variables. Es recomendable utilizar la función  $LL = \ln L$  para facilitar los desarrollos.

Paso 4. Para estimar los parámetros, es necesario generar el registro con el gasto máximo instantáneo y el volumen máximo anual, para cada tributario. El volumen máximo anual se determina con la información hidrométrica de cada río; al elegir para cada año registrado, varias avenidas máximas, a las que se les calculan sus volúmenes respectivos y se selecciona el mayor de ellas. Este volumen calculado se asocia con el gasto máximo instantáneo para ese año, de tal forma que para cada cada tributario se tenga gasto ( $Q$ ) y volumen ( $V$ ) con un tamaño del registro  $N$ .

Paso 5. Con la función de verosimilitud desarrollada en el paso 3 y con el registro obtenido anteriormente, se determinan los parámetros al maximizar dicha función por medio de un algoritmo de optimización o por algún otro método. En este caso, es más fácil manejar la función logarítmica de verosimilitud, debido a que los valores que maximizan  $L$ , también maximizan a  $LL = \ln L$  (Ramírez, 2000).

Paso 6. Generar la expresión del periodo de retorno conjunto en función de sus distribuciones marginales y de acuerdo con el número de tributarios. Ésta se obtiene desarrollando la expresión:

$$T_{1,2,\dots,n} = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^n F_i(x_i) + \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq n} F_{i_1, i_2}(x_{i_1}, x_{i_2}) - \dots + (-1)^n \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_n \leq n} F_{i_1, i_2, \dots, i_n}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n})}$$

Paso 7. Desarrollar las expresiones de las distribuciones marginales multivariadas consideradas en la expresión del periodo de retorno conjunto, aplicando la siguiente expresión:

$$F_i(x_i) = F(\infty, \dots, x_i, \infty, \dots, \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{x_i} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) dx_n \dots dx_1 \dots dx_i$$

Dichas marginales, también se pueden obtener a partir de la función de distribución de probabilidad (FDP) al aplicar las propiedades de las expresiones (2.11) a la (2.13).

Paso 8. Una vez que se tienen los parámetros de la función distribución de probabilidad y de las distribuciones marginales, éstos se sustituyen en la expresión del periodo de retorno conjunto obtenido en el paso 6. Tal expresión queda en función de las variables  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , donde  $n$  es el número final de variables consideradas en el análisis.

Paso 9. Se proponen valores para cada variable (características de los hidrogramas) y se sustituyen en la expresión anterior para el periodo de retorno elegido. Esto es, dar valores para gasto y volumen para el hidrograma en cada



tributario, en la que la combinación de los valores de estas variables resulte tener el periodo de retorno conjunto deseado. Es conveniente sistematizar el procedimiento antes descrito debido a que existe una infinidad de combinaciones de las variables para un mismo periodo de retorno. Por lo que en el presente trabajo, se sugiere realizar las combinaciones de las variables por medio de ciclos anidados, con incrementos pequeños, utilizando como valor límite de cada variable el que resulta de igualar la expresión del periodo de retorno conjunto con el valor deseado y haciendo ceros a las demás variables. Por ejemplo, si se ha elegido  $T = 10,000$  años, los valores límites se determinan con:

$$T_{1,2,\dots,n} = T(0,0,\dots,x_i,\dots,0) = 10,000 \quad , \quad x_{i\max} = x_i$$

Paso 10. Para esta combinación propuesta, se parametrizan los hidrogramas y se superponen haciendo coincidir el gasto pico de cada uno. Esta consideración implica la condición más desfavorable que pueda ocurrir y es una alternativa conservadora para el diseño.

Se puede utilizar cualquier tipo de parametrización si se conoce de antemano cual le queda bien a los hidrogramas. Sin embargo, si no se cuenta con información adicional se propone utilizar los Hidrogramas Triparamétricos Hermitianos, expresiones (3.57) a (3.59).

El gasto pico se determina de acuerdo con la siguiente expresión, empleada en la construcción de hidrogramas sintéticos (Ponce, 1989):

$$t_p = \frac{3 t_b}{8} = \frac{3V}{4Q_p}$$

De la superposición se obtiene una avenida que es la que se considerará para el diseño o revisión de la presa.

Paso 11. La avenida así obtenida se transita por el vaso para determinar la elevación máxima que alcanza la superficie libre del agua en la presa.

a) Si el caso es de diseño:

Se debe considerar el gasto que se requiera descargar (por el vertedor, obra de toma, entre otros), para establecer los niveles del vaso (NAME, NAMO, etc.), ancho del vertedor y política de operación en el caso de que éste sea controlado.

En caso de no haber restricción con respecto al gasto de descarga, se deben realizar varias propuestas con diferentes anchos de vertedor y niveles de operación para el diseño que más convenga.

b) Si el caso es de revisión:

Con los niveles del vaso, gastos de la obra de toma y características de la obra vertedora incluyendo la política de operación, si ésta es controlada, se calcula el gasto de descarga y el nivel máximo alcanzado con el tránsito de la avenida para compararse con el gasto máximo de descarga y el NAME de la presa existente.

Paso 12. Se repiten los pasos del 9 al 11 para otras combinaciones de valores para los hidrogramas en los tributarios y se selecciona la avenida que proporcione la elevación máxima (en el paso 11), de todas las combinaciones.

Paso 13. El diseño o la revisión realizada en el paso 11 para la avenida más desfavorable es la que se utiliza para establecer la seguridad de la presa en estudio.

#### 4.5. Metodología para el caso específico de dos tributarios

Con la finalidad de ilustrar la metodología general propuesta, se realiza un desarrollo completo para el caso más simple que es la confluencia de dos tributarios en el vaso de una presa. Tal como se comentó en el apartado 3.3 de esta investigación, este caso considera cuatro variables aplicando el modelo logístico con marginales Gumbel, al que se le ha llamado función tetravarida Gumbel o Función tetraGumbel. Cabe recordar que el desarrollo de esta función en forma explícita es una aportación original de este trabajo.

#### Descripción de la Metodología para dos tributarios

Primeramente se obtienen las funciones a emplear en la metodología para dos tributarios, éstas han sido desarrolladas en el capítulo anterior y son las siguientes:

- Función de distribución de probabilidad (FDP) para dos tributarios:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \exp \left\{ - \left[ \exp \left( - m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} \right) + \exp \left( - m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} \right) + \exp \left( - m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} \right) + \exp \left( - m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4} \right) \right]^{1/m} \right\} \quad (4.1)$$

El número de parámetros es:

$$\text{No. de parámetros} = 4 ( 2 ) + 1 = 9$$

- Función de densidad de probabilidad (fdp):

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{e^A}{\alpha_1} \frac{e^B}{\alpha_2} \frac{e^C}{\alpha_3} \frac{e^D}{\alpha_4} \exp(-E^{1/m}) G \quad (4.2)$$

$$\text{donde: } A = -m \frac{x_1 - u_1}{\alpha_1} ; B = -m \frac{x_2 - u_2}{\alpha_2} ; C = -m \frac{x_3 - u_3}{\alpha_3} ; D = -m \frac{x_4 - u_4}{\alpha_4}$$

$$E = \exp A + \exp B + \exp C + \exp D$$

$$G = (2m^2 - 3m + 1)(3m - 1)E^{1/m-4} + (11m^2 - 18m + 7)E^{2/m-4} + (6m - 6)E^{3/m-4} + E^{4/m-4}$$

- Función logarítmica de verosimilitud:

$$LL = \ln L = -N (\ln \alpha_1 + \ln \alpha_2 + \ln \alpha_3 + \ln \alpha_4) + \sum_{i=1}^N [A + B + C + D - E^{1/m} + \ln G] \quad (4.3)$$

donde  $N$  es el tamaño del registro.

- Expresión del periodo de retorno conjunto en función de sus distribuciones marginales para dos tributarios:

$$\begin{aligned} T_{1,2,3,4} = & [1 - F_1(x_1) - F_2(x_2) - F_3(x_3) - F_4(x_4) + F_{1,2}(x_1, x_2) + F_{1,3}(x_1, x_3) + F_{1,4}(x_1, x_4) \\ & + F_{2,3}(x_2, x_3) + F_{2,4}(x_2, x_4) + F_{3,4}(x_3, x_4) - F_{1,2,3}(x_1, x_2, x_3) - F_{1,2,4}(x_1, x_2, x_4) \\ & - F_{1,3,4}(x_1, x_3, x_4) - F_{2,3,4}(x_2, x_3, x_4) + F(x_1, x_2, x_3, x_4)]^{-1} \quad (4.4) \end{aligned}$$

- Funciones de distribución marginal consideradas en la expresión del periodo de retorno conjunto. Éstas están dadas por las expresiones (3.25) a (3.39).

*Pasos para aplicar la metodología:*

1. Con la información hidrométrica de cada río, se escogen para cada año registrado, varias avenidas máximas de las cuales se le calculan sus volúmenes respectivos y se selecciona el mayor de todas, tal proceso es necesario para garantizar que se está tomando el volumen máximo anual por avenida. El volumen seleccionado se asocia con el gasto máximo instantáneo para ese año, de tal forma que para cada tributario se tenga un registro con el par gasto máximo ( $Q$ ) y volumen ( $V$ ) con un tamaño  $N$ .

$$x_1 = Q_1, \quad x_2 = V_1 \quad \text{para el tributario 1}$$

$$x_3 = Q_2, \quad x_4 = V_2 \quad \text{para el tributario 2}$$

2. Utilizando la función de logarítmica de verosimilitud (expresión 4.3), y el registro obtenido en el paso anterior, se estiman los parámetros maximizando dicha función por medio de un método de optimización; tal como, el algoritmo de Rosenbrock.

Para el cálculo de los parámetros de esta función se ha desarrollado un programa en Qbasic aplicando el algoritmo de Rosenbrock, donde sólo se ingresa el nombre del archivo "de texto" que contenga los registros de las cuatro variables. El programa propone valores del parámetro de asociación  $m$  de la FDP tetravariada, desde 1 hasta 5 con incrementos de 0.1, proporcionando los parámetros donde la función objetivo es máxima.

3. Se sustituyen los parámetros obtenidos en la expresión del periodo de retorno conjunto (ecuación 4.4), quedando ésta en función de las variables  $x_1, x_2, x_3$  y  $x_4$ .
4. Se proponen valores para cada variable (características de los hidrogramas) y se sustituyen en la expresión (4.4) para el periodo de retorno seleccionado,

por ejemplo de 10,000 años. Esto es, dar valores para gasto y volumen del hidrograma en cada tributario, en la que la combinación de los valores de estas variables genere el periodo de retorno conjunto considerado.

Con base en las dos variables consideradas en cada tributario, sus avenidas correspondientes pueden tomar infinidad de combinaciones, por ejemplo:

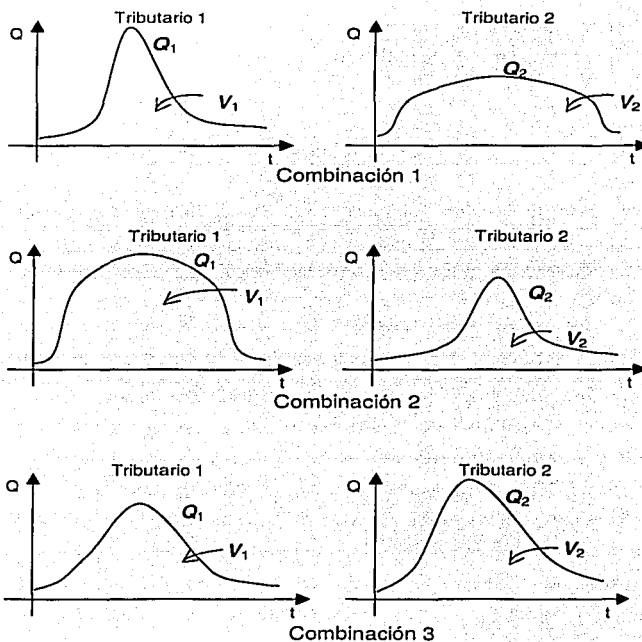


Figura 4.3. Esquematación de las posibles combinaciones de las características de los hidrogramas para un mismo periodo de retorno

5. Para cada combinación propuesta se parametrizan los hidrogramas y se superponen haciendo coincidir el gasto pico de cada uno. Empleando, por ejemplo la parametrización del Hidrograma Triparamétrico Hermitiano de tercer orden, expresión (3.58), por ser la más sencilla y recomendada en aplicaciones prácticas. De la superposición resulta una avenida total para el sitio de la confluencia.
6. La avenida obtenida se transita en el vaso para calcular la elevación máxima que se alcanza en la presa. Las consideraciones para el diseño o revisión de la presa en estudio son las mismas que se describen en la metodología general.
7. Se repiten los pasos del 4 al 6 para otras combinaciones de valores para los hidrogramas en los tributarios y se selecciona la avenida que proporcione la elevación máxima (en el paso 6), de todas las combinaciones propuestas.

La elevación máxima de la superficie libre del agua en la presa es la que se utilizará para el diseño de la obra vertedora y para el caso de revisión se cotejará con el NAME para conocer el grado de seguridad de la presa en estudio.

Con el fin de sistematizar la forma de combinar las variables de las avenidas en los tributarios, se tuvo la necesidad de elaborar un programa que automatiza la selección de estas combinaciones por medio de ciclos anidados desde un mínimo hasta un máximo, con incrementos constantes. El programa evalúa la expresión (4.4) con cada combinación y la selecciona si el periodo de retorno es igual al elegido con una tolerancia determinada. Para un  $T = 10,000$  años por ejemplo, la tolerancia es de tres años. El valor máximo de cada variable se calcula al igualar la expresión (4.4) del

período de retorno al elegido, 10,000 años por ejemplo y considerando las otras tres variables restantes igual a cero, esto es:

$$\begin{aligned} T_{1,2,3,4} &= T(x_1, 0, 0, 0) = 10,000 & , & & X_{1Max} &= X_1 \\ T_{1,2,3,4} &= T(0, x_2, 0, 0) = 10,000 & , & & X_{2Max} &= X_2 \\ T_{1,2,3,4} &= T(0, 0, x_3, 0) = 10,000 & , & & X_{3Max} &= X_3 \\ T_{1,2,3,4} &= T(0, 0, 0, x_4) = 10,000 & , & & X_{4Max} &= X_4 \end{aligned}$$

Los incrementos de cada variable se proponen de 0.1 a 5 % del valor máximo de la misma variable o de acuerdo a la aproximación que se emplee en el cálculo. De ello dependerá el tiempo de ejecución del programa, por ejemplo  $\Delta x_i = 0.005 X_{iMax}$ . Por otro lado, no necesariamente todas las variables deben de tener el mismo número de incrementos.

Para los límites inferiores de cada variable se proponen utilizar  $x_{iMin} = 0.25 x_{iMax}$ , debido a que al realizar las combinaciones se obtengan avenidas aproximadas a la realidad y permita minimizar los cálculos.

Los resultados de este programa se guardan en un archivo de texto que incluye las combinaciones de las avenidas de los tributarios para el período de retorno en estudio.

Continuando con la sistematización, con otro programa se efectúa el tránsito en el vaso en particular con el archivo de combinación obtenido anteriormente. Este programa parametriza los hidrogramas de cada tributario con el hidrograma triparamétrico hermitiano (HTH) de tercer orden, haciéndolos coincidir con el pico para superponerlos y luego transitarlos con las características específicas del vaso. De aquí se obtiene la elevación máxima de cada combinación y se selecciona la mayor de todas. Resultando la avenida más desfavorable, el gasto descargado y la



elevación máxima alcanzada son también calculadas. Con la ayuda de estos programas los pasos 4 al 6 se realizan de forma secuencial y en menor tiempo.

Estos dos programas están elaborados en Qbasic y son específicos de cada vaso puesto que las características de los vertedores son únicas. Los listados para un  $T=10,000$  años se muestran en los Apéndices B y C.



## 5. Aplicaciones

Se presentan ejemplos de aplicación de la metodología desarrollada para el caso particular de dos tributarios, en la que se ha considerado revisar la seguridad hidrológica de presas. La presa "Adolfo Ruíz Cortines" (Mocuzari), ubicada en el estado de Sonora y la presa "Adolfo López Mateos" (Humaya), en el estado de Sinaloa se utilizan para ejemplificar el procedimiento propuesto.

### 5.1. Aplicación a la revisión de la avenida de diseño de la presa "Adolfo Ruíz Cortines" (Mocuzari)

#### Descripción general

La presa Adolfo Ruíz Cortines está ubicada sobre el río Mayo, a unos 40 km al noreste de la ciudad de Navojoa, en el Municipio de Alamos del Estado de Sonora. El vaso de la presa se localiza aguas arriba de la confluencia del arroyo Quiriego con el río Mayo.

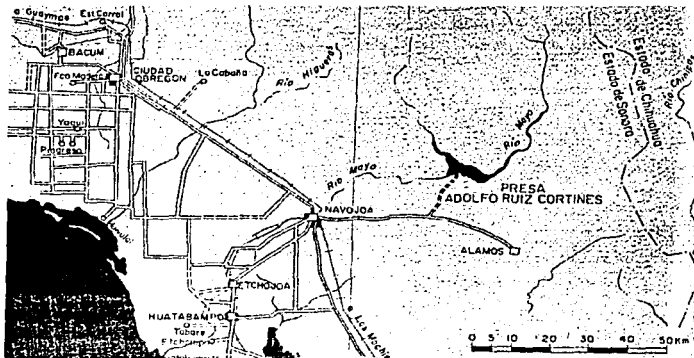


Figura 5.1. Localización de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

Esta obra se construyó en el período 1952 a 1955 con una capacidad total de 1,376 millones de  $m^3$  (100 como volumen de azolves, 914 como volumen útil y 362 como volumen de superalmacenamiento), destinada a regar una superficie de 70,000 ha de terrenos en ambas márgenes, a generar energía eléctrica y a otros propósitos secundarios. Posteriormente, en el período de abril de 1986 a diciembre de 1992, la presa se sobrelevó con el propósito básico de incrementar el volumen para control de avenidas y así proteger contra inundaciones a las localidades asentadas a lo largo de la corriente.

En el proyecto inicial, la obra de excedencias consistía en un vertedor de concreto del tipo de cresta libre con cimacio de perfil Creager, de 330.00 m de longitud y con una cresta vertedora a la elevación 135.00 msnm. La obra de excedencias tenía una capacidad de diseño de 8,000  $m^3/s$ , que pasaban sobre la cresta con una carga de 5.11 m dejando un bordo libre de 3.39 m.



Figura 5.2. Vertedor libre de la presa Adolfo Ruiz Cortines (Mocuzari) antes de la sobrelevación

La sobrelevación de la presa consistió en aumentar 4.50 m la altura de la cortina y los diques, de la elevación 143.50 a la 148.00 msnm. Asimismo la cresta del vertedor

se sobrelevó 5.23 m, y en la parte central del cimacio se alojó una estructura de control de 51.90 m de longitud, provista de 5 compuertas radiales sobre una cresta vertedora situada a la elevación 130.82 msnm. El vertedor tiene una capacidad de diseño para descargar un gasto máximo de 7,450 m<sup>3</sup>/s.



Figura 5.3. Cortina de la Presa Adolfo Ruiz Cortines (Mocuzari) sobrelevada

### Información disponible

La información disponible para esta presa es la del proyecto original y la información de la sobreelevación. A continuación se presentan los datos generales del vaso, información de la obra de excedencias y la operación de la misma.

### Hidrología

**Región hidrológica.** No. 9 Sonora sur. Cuenca del Río Mayo  
Subcuenca 9D-11 Río Yaqui (Tecoripa-Desemboque)

**Área de la cuenca:** 10,041 km<sup>2</sup>

**Período observado (hidrometría):** 1930 - 1983

<b>Escorrentamiento anual.</b>	<b>Mínimo:</b>	433 millones de m <sup>3</sup>	
	<b>Medio:</b>	917 millones de m <sup>3</sup>	
	<b>Máximo:</b>	2,346 millones de m <sup>3</sup>	
<b>Gastos.</b>	<b>Gasto máximo registrado:</b>	6,390 m <sup>3</sup> /s	(04/ Enero /1949)
	<b>Gasto máximo de avenida de diseño:</b>	15,750 m <sup>3</sup> /s	
	<b>Obra de toma:</b>	70 m <sup>3</sup> /s	

**Período de retorno de diseño:** 10,000 años

**Capacidades de almacenamiento**

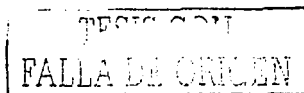
Capacidad	Almacenamiento (Mm <sup>3</sup> )	Elevación (msnm)
Azolves	100.0	
Útil	1,014.0	135.00 NAMO
Superalmacenamiento	711.0	145.47 NAME
Total	1,825.10	

Tabla 5.1. Capacidades de Almacenamiento de la presa Mocuzari

<b>Áreas de embalse:</b>	6,447 ha	al NAMO
	7,692 ha	al NAME

**Obra de excedencia actual**

La adaptación de la obra de excedencias consistió esencialmente en la sobrelevación de la cresta vertedora de abanico de 330.00 m de longitud del cimacio en 5.23 m, de la elevación 135.00 a la 140.23 msnm y en la construcción en la parte central de una estructura de control, de concreto, de 51.90 m de longitud por 25.43 m de altura, donde están alojadas cinco compuertas radiales, tres centrales de 5.90 m de ancho por 14.60



m de alto y dos extremas de 10.60 m de ancho por 14.60 m de alto, con su umbral a la elevación 131.50 msnm; soportadas por seis pilas de 22.93 m de altura, las dos centrales de 1.50 m de espesor y las cuatro restantes de 2.50 m. Las compuertas se operan por medio de elevadores electromecánicos desde un puente de maniobras situado a la elevación 150.50 msnm.



Figura 5.4. Obra de excedencias actual de la presa Adolfo Ruiz Cortines (Mocuzari)

#### Operación de la obra de control actual

Con la estructura de control se manejan las avenidas que ingresan al vaso en la siguiente forma: Si el nivel del agua en el vaso se encuentra entre las elevaciones 135.00 y 139.85 msnm, se descarga un gasto constante de 500 m<sup>3</sup>/s. Para los niveles comprendidos entre las elevaciones 139.85 y 142.61 msnm, se extrae un gasto constante de 2,000 m<sup>3</sup>/s. Al alcanzar la elevación 142.61 msnm, el cimacio libre descarga dicho gasto, por lo que las compuertas se mantienen cerradas. Si los ingresos al vaso siguen elevando los niveles arriba de la elevación 142.61 msnm, las compuertas deben permanecer cerradas y si la avenida de diseño propicia que se

alcanza el NAME, las compuertas se van abriendo paulatinamente hasta descargar el gasto máximo de 7.450 m<sup>3</sup>/s.



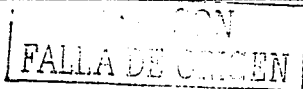
Figura 5.5. Estructura de control de la Presa Adolfo Ruiz Cortines (Mocuzari)

#### Datos generales de la presa

Se presenta un cuadro comparativo de la información del diseño original (1955) y de la sobrelevación (1992).

Característica	Proyecto original, año 1955		Sobrelevación, año 1992	
	Elevación (msnm)	Capacidad (Mm <sup>3</sup> )	Elevación (msnm)	Capacidad (Mm <sup>3</sup> )
Corona y diques	143.50	1,520.00	148.00	2,194.61
NAME	140.11	1,375.00	145.47	1,948.90
NAMO	135.00	1,375.00	135.00	1,375.00
Elev. Labio superior C.C.			145.47	1,948.90
Cresta vertedor libre	135.00	1,014.50	140.23	1,392.40
Elev. Umbral de comp.			131.50	810.38

Tabla 5.2. Características generales de la presa Adolfo Ruiz Cortines (Mocuzari), antes y después de la sobrelevación





## Datos de diseño del vertedor

Característica	Proyecto original, año 1955	Sobrelevación, año 1992
Gasto pico de la avenida de proyecto (m <sup>3</sup> /s)	12,300	15,750.00
Volumen de proyecto (Mm <sup>3</sup> )		1,309.00
Longitud de la cresta vertedor libre (m)	330.00	278.10
Carga del vertedor (m)	5.11	5.24
Gasto máximo descargado (m <sup>3</sup> /s)	8,000.00	7,450.00

Tabla 5.3. Características del vertedor de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari), antes y después de la sobrelevación

## Análisis de la información hidrométrica

El vaso de esta presa se ubica en la confluencia del río Mayo y el arroyo Quiriego. El río Mayo está aforado por la estación San Bernardo, situada a 43 km de la confluencia. Por su parte el arroyo Quiriego se registra por la estación Tezocoma, situada a 70 km.

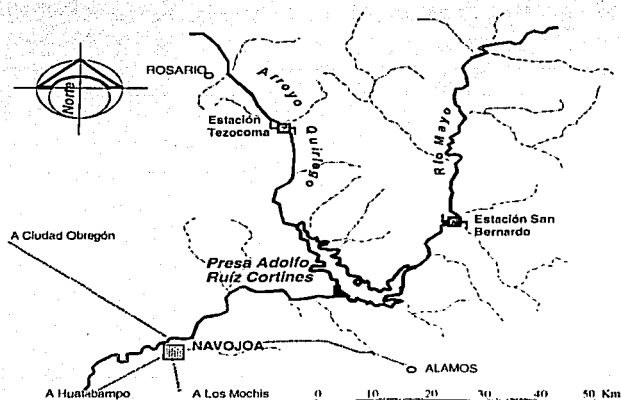


Figura 5.6. Plano de la confluencia y vaso de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

Se cuenta con un registro común de 35 años, en el que se incluye la avenida máxima registrada (04 de enero de 1949). Con este registro, se procede conforme al paso 1 de la metodología para el caso de dos tributarios. De esta manera se obtiene un registro en la estación con gasto pico instantáneo y volumen, para cada tributario.

En vista de que las estaciones se encuentran retiradas de la confluencia, es necesario realizar el tránsito en el cauce para las avenidas del registro generado, con el objeto de tener la información en el sitio del vaso. Para esto se considera la siguiente información de las estaciones (BANDAS, 1999):

Característica	Estación San Bernardo	Estación Tezocoma
Corriente principal	Río Mayo	Arroyo Quiriego
Longitud de la corriente a transitar (km)	43	70
Velocidad Media (m/s)	3.03	2.73
Área de la cuenca (km <sup>2</sup> )	7,510.00	910.00

Tabla 5.4. Información de las estaciones San Bernardo y Tezocoma

Por otra parte, la cuenca propia no se encuentra aforada y ésta aporta un gasto y un volumen al vaso. Para estimar este incremento de las avenidas, se calcula tanto para el gasto como para el volumen, un valor proporcional del área correspondiente a cada estación; afectando al gasto por un factor de reducción que resulta al aplicar el concepto de las envolventes.

Estos valores se suman a los transitados en el cauce, generando un registro "virtual" en la confluencia producto de cada estación. De aquí en adelante, los datos que se emplearán en los cálculos serán los "virtuales", y al referirse a ellos, se utilizará el mismo nombre de cada estación. Cabe aclarar, que todo este proceso sólo se realizó para tomar en cuenta la aportación de la cuenca propia y la variación de las avenidas

registradas al transitarse, por estar alejadas de la confluencia. Los resultados de estos cálculos se presentan en tablas en el Apéndice D.

El registro resultante es el siguiente:

AÑO	TEZOCOMA		SAN BERNARDO	
	Q (m <sup>3</sup> /s)	V (Mm <sup>3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	V (Mm <sup>3</sup> )
1949	2055.60	289.16	4334.40	597.78
1961	502.83	16.86	1266.35	239.64
1962	172.58	7.53	789.93	115.70
1963	271.91	14.91	1134.15	181.31
1964	267.70	36.87	982.90	357.73
1965	30.15	2.14	1437.10	162.45
1966	325.85	25.40	1024.75	157.26
1967	84.23	11.16	1217.20	261.19
1968	255.32	12.31	545.11	138.28
1969	30.36	2.91	600.10	52.88
1970	148.15	6.60	582.04	94.65
1971	1947.25	136.22	3723.76	451.16
1972	131.90	6.08	779.33	187.27
1973	515.67	15.82	1239.65	366.49
1974	348.27	15.62	1014.29	158.92
1975	144.61	5.67	434.39	89.74
1976	58.26	2.78	707.74	106.22
1977	258.38	8.95	819.87	129.97
1978	286.12	11.14	2406.76	281.89
1979	238.31	14.20	1548.80	215.47
1980	632.27	28.72	1102.01	137.02
1981	506.74	30.28	1297.70	179.80
1982	542.60	18.54	950.64	63.67
1983	488.15	27.50	2166.88	439.87
1984	541.29	56.71	2620.02	349.70
1985	424.97	14.96	1063.64	298.82
1986	256.69	9.97	682.60	271.09
1987	235.29	12.09	306.72	67.74
1988	267.36	16.05	1041.18	298.89
1989	41.80	2.81	499.53	134.70
1990	468.18	32.85	4769.82	460.66
1991	14.10	0.30	1008.30	219.46
1992	451.30	24.00	917.09	222.71
1993	73.94	3.00	588.81	109.76
1994	1198.56	61.66	1462.31	204.53

Tabla 5.5. Registro de las avenidas en las estaciones San Bernardo y Tezocoma, transportados al sitio de la presa Adolfo Ruiz Cortines (Mocuzari)

TESIS CON  
FALLA DE O

Como puede observarse en la tabla 5.5., el registro contiene a la avenida máxima registrada. Los valores para gasto y volumen corresponden a las estaciones "virtuales", es decir, al registro en la confluencia.

#### Ajuste de la función de densidad de probabilidad tetravariada o tetraGumbel

La estimación de los parámetros de ajuste de la función tetravariada se realizó con el programa TETRA-GB.BAS (Qbasic), donde se aplicó el algoritmo de Rosenbrock para estimar los nueve parámetros que maximizan a la función logarítmica de verosimilitud, expresión (4.3).

Los resultados del programa para el registro de la tabla 5.5 son:

#### Presas Mocuzari

Valor propuesto :  $m = 2.5000$

Número Total de Etapas = 2

Número de Evaluaciones de la Función Objetivo = 198

Valor final de la función objetivo : -891.9756

Valores Finales de los Parámetros de Ajuste :

Parámetro de Ubicación	$u1 =$	187.7432 $m^3/s$
Parámetro de Escala	$\alpha1 =$	405.4244 $m^3/s$
Parámetro de Ubicación	$u2 =$	3.3445 $Mm^3$
Parámetro de Escala	$\alpha2 =$	45.4266 $Mm^3$
Parámetro de Ubicación	$u3 =$	851.7888 $m^3/s$
Parámetro de Escala	$\alpha3 =$	925.0891 $m^3/s$
Parámetro de Ubicación	$u4 =$	159.9589 $Mm^3$
Parámetro de Escala	$\alpha4 =$	115.9892 $Mm^3$
Parámetro de Asociación	$m =$	2.4835

Tabla 5.6. Resultados del ajuste de la función tetravariada para el registro de avenidas de Mocuzari

### Revisión para un periodo de retorno $T = 10,000$ años

Para realizar las combinaciones de las avenidas se contó con el programa PRET-M.BAS (Qbasic), el cual opera con información de los parámetros de ajuste de la función tetravariada para la presa Mocuzari. Antes de ejecutar el programa, es necesario indicar los límites superior e inferior, así como sus incrementos, correspondientes a cada variable para la búsqueda de las posibles combinaciones de las avenidas. Los límites superiores se calculan con la expresión del periodo de retorno (con sus parámetros de ajuste) para 10,000 años, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 T_{1,2,3,4} &= T(x_1, 0, 0, 0) = 10,000 & , & & X_{1Max} &= X_1 \\
 T_{1,2,3,4} &= T(0, x_2, 0, 0) = 10,000 & , & & X_{2Max} &= X_2 \\
 T_{1,2,3,4} &= T(0, 0, x_3, 0) = 10,000 & , & & X_{3Max} &= X_3 \\
 T_{1,2,3,4} &= T(0, 0, 0, x_4) = 10,000 & , & & X_{4Max} &= X_4
 \end{aligned}$$

Obteniendo los siguientes valores:

$X_1 Max$	$X_2 Max$	$X_3 Max$	$X_4 Max$	$T_{1,2,3,4}$
3921.8195	0.0000	0.0000	0.0000	10,000.00
0.0000	421.7367	0.0000	0.0000	10,000.00
0.0000	0.0000	9372.1280	0.0000	10,000.00
0.0000	0.0000	0.0000	1228.2531	10,000.00

Tabla 5.7. Valores del límite superior de las variables para un  $T=10,000$  años

Los incrementos para este ejemplo, se han propuesto de acuerdo al orden del valor máximo, para tener valores de hasta  $38 \text{ m}^3/\text{s}$  para el gasto pico y  $16 \text{ Mm}^3$  para el volumen, de tal forma que:

$$\begin{aligned}
 \text{Para: } & x_1 & , & & \Delta x_1 &= 0.008 x_{1Max} \\
 & x_2 & , & & \Delta x_2 &= 0.025 x_{2Max} \\
 & x_3 & , & & \Delta x_3 &= 0.004 x_{3Max} \\
 & x_4 & , & & \Delta x_4 &= 0.013 x_{4Max}
 \end{aligned}$$

La selección de los incrementos dependerá del criterio del proyectista e influirá en el número de combinaciones y por consecuencia en el tiempo de cálculo del programa. Para los límites inferiores se propone utilizar  $x_{i/Min} = 0.25 x_{i/Max}$ , debido a que al realizar las combinaciones se pueda obtener avenidas aproximadas a la realidad y permita minimizar los cálculos. Los valores de los límites para cada variable se muestran a continuación:

Variable ( i )	$x_{i/Max}$	$x_{i/Min}$	$\Delta x_i$
1	3921.8195	980.4549	31.3746
2	421.7367	105.4342	10.5434
3	9372.1280	2343.032	37.4885
4	1228.2531	307.0633	15.9673

Tabla 5.8. Límites para la búsqueda de combinación óptima del programa PRET-M.BAS

Al ejecutar el programa, éste realiza combinaciones de las cuatro variables por medio de ciclos anidados desde sus límites inferiores hasta los máximos, con incrementos constantes, para luego evaluar la expresión (4.4), para cada combinación y seleccionarla si el periodo de retorno es igual a 10,000 con una tolerancia de tres años. De tal forma que al finalizar el programa, se obtiene un archivo de texto que contiene las combinaciones de cuatro variables con un periodo de retorno de 10,000 años. El listado de este archivo de texto se muestra en el Apéndice E.

A partir de este momento se procede a revisar cada combinación, transitándola en el vaso de la presa Mocuzari. Con la ayuda del programa TRANS-M.BAS (Apéndice C), se realiza el tránsito en el vaso, con las características de la presa y con el archivo de combinación obtenido anteriormente. Internamente el programa realiza la parametrización de los hidrogramas de cada tributario, haciéndolos coincidir con el pico para superponerlos y luego transitar el hidrograma resultante. Con ello se calcula la elevación máxima para cada combinación y selecciona la mayor de todas. La combinación que proporciona la elevación máxima es la que produce la avenida más desfavorable, y con ello el gasto máximo descargado.

Los resultados para la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari) son los siguientes:

===== RESULTADOS FINALES DE LA REVISION =====	
PRESA: ADOLFO RUIZ CORTINES (MOCUZARI)	
La condición más desfavorable:	
$Q_1 =$	3678.6700 $m^3/s$
$V_1 =$	390.1100 $Mm^3$
$Q_2 =$	8903.5200 $m^3/s$
$V_2 =$	1153.3300 $Mm^3$
Periodo de retorno =	9998.92 años
Elevación máxima	= 145.4517 msnm
Gasto máximo de ingreso	= 12582.1900 $m^3/s$
Gasto máximo descargado	= 6706.7179 $m^3/s$
No. Combinación de diseño	= 233

Tabla 5.9. Resultados finales de la revisión de la avenida de diseño de la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

Las avenidas resultantes en cada tributario parametrizadas con el Hidrograma Triparametrico Hermitiano de tercer orden, para un periodo de retorno conjunto de 10,000 años son:

Para la estación Tezocoma (tributario 1):

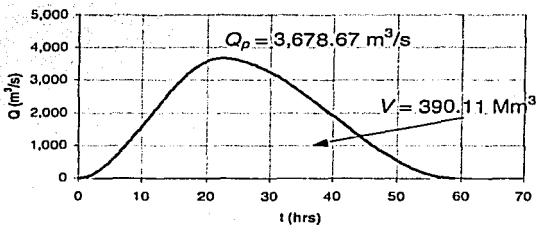


Figura 5.7. Hidrograma de diseño de la estación Tezocoma (tributario 1 de la presa Mocuzari)

y para la estación San Bernardo (tributario 2):

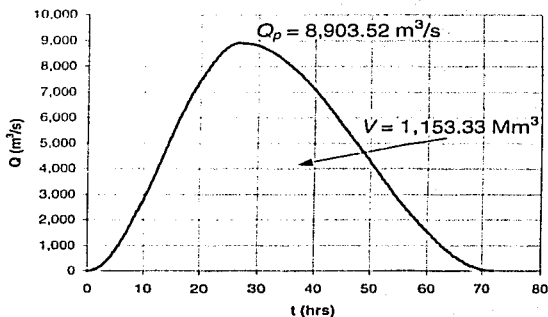


Figura 5.8. Hidrograma de diseño de la estación San Bernardo (tributario 2 de la presa Mocuzari)

La avenida total de proyecto para la presa Adolfo Ruíz Cortines parametrizada con el Hidrograma Triparametrico Hermitiano de tercer orden es:

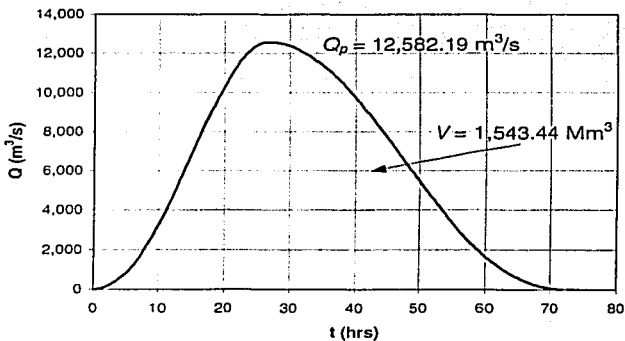


Figura 5.9. Hidrograma de diseño total, obtenido con la metodología para dos tributarios para la presa Mocuzari



## 5.2. Comentarios de la aplicación de la metodología para la presa Adolfo Ruíz Cortines

De acuerdo con los resultados obtenidos, al aplicar esta metodología, la presa Adolfo Ruíz Cortines es hidrológicamente segura, ya que la elevación máxima alcanzada esta por debajo del NAME por 0.02 m.

Comparando los resultados de la metodología con los del proyecto de la sobrelevación de esta presa, se puede decir que, el gasto de proyecto es mayor que el gasto calculado, en cambio, el volumen de proyecto es menor que el volumen obtenido con esta propuesta. En ambos casos se utilizó un periodo de retorno de 10,000 años.

Respecto a la combinación resultante (tabla 5.9), se tiene que, las variables que la componen corresponden de un 93 a un 95 % del valor de sus límites superiores.

Por otro lado, si se quiere conocer el riesgo hidrológico de la presa Adolfo Ruíz Cortines, se puede calcular con la expresión (3.9). Considerando una vida útil de la presa de 50 años y un periodo de retorno de 10,000 años, resulta:

$$R = 1 - \left( 1 - \frac{1}{10000} \right)^{50} = 0.005$$

es decir un riesgo 0.50 % para 50 años.

En el caso de tener "caracterizada" a la cuenca y poder definir un cierto tiempo de desfase entre los dos hidrogramas de ingreso, éste se puede incluir en la metodología sin mayores problemas. Sin embargo, la coincidencia de picos parece ser la condición más desfavorable para la presa cuando no se disponen mayores datos.

### 5.3. Aplicación a la revisión de la avenida de diseño de la presa "Adolfo López Mateos" (Humaya)

Para este caso, al igual que el anterior se aplica la metodología para dos tributarios. En este ejemplo de aplicación se procede de la misma manera que en el primer ejemplo, puesto que se cuenta con la ayuda de programas elaborados para realizar los cálculos.

#### Descripción general de la presa

Con objeto de aprovechar en riego y generación de energía hidroeléctrica las aguas del río Humaya y controlar sus avenidas, se construyó la presa Presidente Adolfo López Mateos (Humaya) en el período 1957 a 1964. Consiste esencialmente en una cortina de roca, provista en la margen derecha de una obra de toma y un vertedor de excedencias del tipo de abanico, cresta libre y cimacio de perfil Creager.

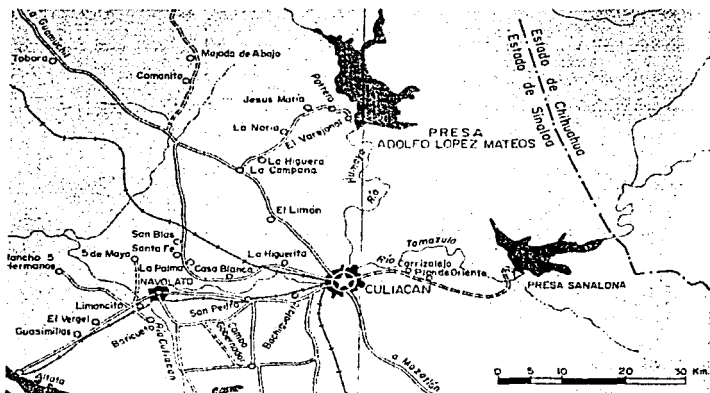


Figura 5.10. Localización de la presa Adolfo López Mateos (Humaya)

Está ubicada aproximadamente a 32 km al norte de la Ciudad de Culiacán, en el sitio denominado El Varejonal sobre el río Humaya, en el municipio de Culiacán. El vaso de la presa se localiza justo en la confluencia del río Humaya con el río Badiraguato.

### Información disponible

Se cuenta con datos hidrológicos, características del almacenamiento e información del vertedor libre.

### Hidrología

**Región hidrológica. No. 10 Sinaloa**

**Río: Humaya**

**Cuenca:** Con una área de 10,972 km<sup>2</sup>, localizada en los Estados de Durango, Chihuahua y Sinaloa.

**Período observado:** 1924 - 1966

**Escurrencimiento anual:** Mínimo: 603 millones de m<sup>3</sup>  
Máximo: 3,446 millones de m<sup>3</sup>  
Promedio: 1,807 millones de m<sup>3</sup>

**Gastos:** Avenida máxima registrada: 8,340 m<sup>3</sup>/s, (09/ Dic / 1943)

Obra de toma: 456 m<sup>3</sup>/s

**Bordo libre:** 3.02 m

TRFIC CON  
FALLA DE ORIGEN

**Características del almacenamiento**

Capacidad	Almacenamiento (Mm <sup>3</sup> )	Hasta la elevación (msnm)
Muerta	48.0	
Azolves	135.0	
Útil	2,376.0	176.00 NAMO
Superalmacenamiento	784.0	183.48 NAME
Total	3,160	

Tabla 5.10. Capacidades de Almacenamiento de la presa Humaya

**Áreas de embalse:** 11,320 ha. al NAMO = 176.00 msnm  
12,800 ha. al NAME = 183.48 msnm

**Obra de excedencia**

Está localizada en la margen derecha, a unos 4 km al norte de la boquilla, en el puerto denominado La Chutama, y descarga al cauce del río Humaya a través del arroyo El Potrero.

El vertedor es del tipo abanico, de cresta libre, circular simétrico de 2 centros en planta, con un cimacio cuyo perfil es de tipo Creager y que converge en un canal de descarga que conduce las aguas al río Humaya.

El cimacio esta construido de concreto con cresta vertedora, constituido por tres arcos de círculo trazados, dos con radio de 117.98 m y otro con 35.00 m.

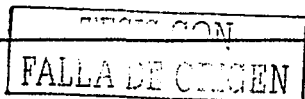




Figura 5.11. Vista general de la presa Adolfo López Mateos (Humaya)

#### Datos generales de la presa

Característica	Capacidad (Mm <sup>3</sup> )	Elevación (msnm)
Corona	4310.00	186.50
NAME	4064.00	183.48
Cresta vertedor libre (NAMO)	3071.96	176.00

Tabla 5.11. Características generales de la presa Adolfo López Mateos (Humaya)

#### Datos de diseño del vertedor

Gasto máximo de la avenida de diseño:	15,000 m <sup>3</sup> /s
Volumen de la avenida de diseño:	1,780 Mm <sup>3</sup>
Longitud de la cresta libre:	160 m
Capacidad máxima de descarga:	5,600 m <sup>3</sup> /s

### Análisis de la información hidrométrica

Las estaciones hidrométricas más cercanas al vaso de la presa son la estación Guatenipa y la estación Badiraguato. En el río Humaya se encuentra la estación Guatenipa, situada a 50 km de la confluencia, y en el río Badiraguato está la estación con el mismo nombre, localizada a 43 km del vaso (ver figura siguiente).

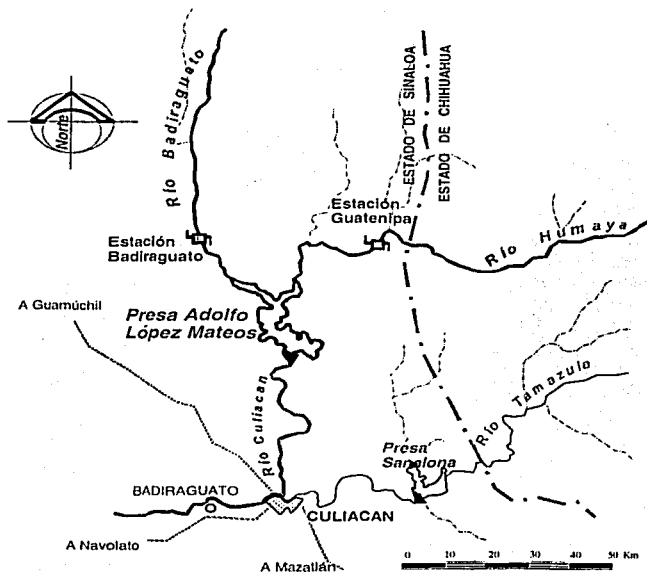


Figura 5.12. Plano de la confluencia y vaso de la presa Adolfo López Mateos (Humaya)

Se cuenta con un registro común de 35 años, desde 1965 a 1999. Con el mismo procedimiento utilizado en el ejemplo anterior, se procede a obtener un registro en cada estación con gasto pico instantáneo y volumen.

Para este ejemplo, también fue necesario realizar los tránsitos en cauces, desde la estación hasta la confluencia de los ríos, debido a que las estaciones no se encuentran en la precisa confluencia. Para esto se considera la siguiente información de las estaciones (BANDAS, 1999):

Característica	Estación Guatenipa	Estación Badiraguato
Corriente principal	Río Humaya	Río Badiraguato
Longitud de la corriente a transitar (km)	50	43
Velocidad Media (m/s)	3.12	3.54
Área medida (km <sup>2</sup> )	8252	1018

Tabla 5.12. Información de las estaciones Guatenipa y Badiraguato

La cuenca propia aporta un gasto y un volumen al vaso que no se encuentra registrado y que es necesario incluir en el análisis. Por esta razón se procedió a incrementar, tanto al gasto como al volumen una cierta cantidad proporcional al área correspondiente a cada río para obtener un registro "virtual" en el sitio de la confluencia de los ríos. De la misma forma que en el ejemplo anterior, se hará referencia a ellos con el mismo nombre de cada estación. Estos cálculos de muestran en el Apéndice D.

El registro resultante es el siguiente:

AÑO	BADIRAGUATO		GUATENIPA	
	Q (m <sup>3</sup> /s)	V (Mm <sup>3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	V (Mm <sup>3</sup> )
1965	236.58	18.78	768.69	183.99
1966	1113.45	144.30	645.91	550.91
1967	536.96	47.03	2299.10	312.57
1968	481.23	35.28	5636.94	734.60
1969	71.79	7.87	495.31	116.65
1970	274.28	17.78	909.12	214.86
1971	496.51	93.19	1894.19	326.62
1972	520.19	37.88	4752.41	553.35

Tabla 5.13. Registro de las avenidas en las estaciones Badiraguato y Guatenipa, transportados al sitio de la presa Adolfo López Mateos

TRABAJO CON  
FALLA DE ORIGEN

AÑO	BADIRAGUATO		GUATENIPA	
	Q (m <sup>3</sup> /s)	V (Mm <sup>3</sup> )	Q (m <sup>3</sup> /s)	V (Mm <sup>3</sup> )
1973	646.28	45.83	2761.77	530.95
1974	653.08	38.64	1955.43	470.53
1975	325.49	30.09	557.07	216.56
1976	344.62	21.06	3539.61	546.19
1977	270.74	24.09	514.72	170.48
1978	283.46	59.15	981.66	337.61
1979	967.28	55.89	3482.51	551.57
1980	517.63	48.81	985.12	237.19
1981	10124.68	641.29	4392.29	1137.61
1982	2651.47	202.87	1529.46	247.04
1983	315.79	50.43	1878.84	444.69
1984	546.80	80.42	1113.84	365.81
1985	688.98	64.61	4455.78	685.63
1986	1187.06	99.01	1004.07	421.84
1987	445.74	34.83	1828.16	213.67
1988	348.46	72.53	1457.03	450.56
1989	631.89	41.25	1960.67	208.20
1990	2265.74	246.99	3334.42	473.96
1991	544.72	45.43	3094.22	493.39
1992	277.04	84.04	1804.84	502.86
1993	543.16	44.63	2930.98	431.74
1994	926.06	30.22	335.64	127.75
1995	144.23	20.33	265.83	126.65
1996	4735.35	214.28	2935.27	496.24
1997	991.11	63.41	400.94	106.57
1998	207.19	213.47	168.55	53.36
1999	1012.20	87.70	3361.35	363.40

Tabla 5.13. Registro de las avenidas en las estaciones Badiraguato y Guatenipa, transportados al sitio de la presa Adolfo López Mateos (continuación)

### Ajuste de la función de densidad de probabilidad tetravariada o tetraGumbel

En este ejemplo se utilizó el programa TETRA-GB.BAS (Qbasic) para la estimación de los parámetros de ajuste de la función tetravariada. El listado de este programa se muestra en el Apéndice A.



Los resultados del programa para el registro de esta presa (tabla 5.13) son:

### Presa Humaya

Valor propuesto :  $m = 1,7000$   
 Número Total de Etapas = 15  
 Número de Evaluaciones de la Función Objetivo = 272  
 Valor final de la función objetivo : -1028.972017485622

#### Valores Finales de los Parámetros de Ajuste :

Parámetro de Ubicación	$u1 = 257.0405 \text{ m}^3/\text{s}$
Parámetro de Escala	$\alpha1 = 1595.5841 \text{ m}^3/\text{s}$
Parámetro de Ubicación	$u2 = 34.1625 \text{ Mm}^3$
Parámetro de Escala	$\alpha2 = 99.6808 \text{ Mm}^3$
Parámetro de Ubicación	$u3 = 1301.6356 \text{ m}^3/\text{s}$
Parámetro de Escala	$\alpha3 = 1269.1582 \text{ m}^3/\text{s}$
Parámetro de Ubicación	$u4 = 288.5972 \text{ Mm}^3$
Parámetro de Escala	$\alpha4 = 200.5496 \text{ Mm}^3$
Parámetro de Asociación	$m = 1.6799$

Tabla 5.14. Resultados del ajuste de la función tetravariada para el registro de avenidas de la presa Humaya

### Revisión para un periodo de retorno $T = 10,000$ años

Se desarrolló el programa PRET-H.BAS (Qbasic), para realizar las combinaciones de las avenidas en la presa Adolfo López Mateos (Humaya). Mismo que, para ejecutorio, es necesario indicar los límites superior e inferior para restringir la búsqueda de las combinaciones.

La forma de cálculo de los límites y de los incrementos de las variables es la misma que se describe en la sistematización propuesta. Estos valores son los siguientes:

Variable ( i )	$X_{i \text{ Max}}$	$X_{i \text{ Min}}$	$\Delta X_i$
1	14952.4550	3768.0188	59.8098
2	952.2189	238.0570	23.8055
3	12990.4010	3247.6020	64.9520
4	2135.6291	540.3132	27.7632

Tabla 5.15. Límites para la búsqueda de combinación del programa PRET-H.BAS

Como se ha expresado, la selección de los incrementos repercute en el número de combinaciones y por consecuencia en el tiempo de cálculo del programa.

Con esta información se ejecuta el programa, que realiza las combinaciones de las cuatro variables y evalúa la expresión (4.4). Si el periodo de retorno resulta igual a 10,000 con una tolerancia de tres años, esta combinación se selecciona, y se repite el proceso. Al terminar el programa se obtiene un archivo de texto (Apéndice E), que contiene las combinaciones con un periodo de retorno de 10,000 años.

Continuando con la metodología, se procede con el tránsito de cada combinación y se calcula la elevación máxima para cada una; se comparan entre sí y se selecciona la que genera la máxima elevación en el vaso. Este procedimiento se realizó con el programa TRANS-H.BAS (Apéndice C), con información del vaso de la presa Humaya. Cabe recordar que dicho programa efectúa la parametrización de los hidrogramas de los dos tributarios y los superpone obteniendo un nuevo hidrograma para luego transitarlo en el vaso.

Los resultados de la revisión para la presa Humaya son los siguientes:

===== RESULTADOS FINALES DE LA REVISION =====	
PRESA: ADOLFO LOPEZ MATEOS (HUMAYA)	
La condición más desfavorable:	
$Q_1 =$	12380.6300 $m^3/s$
$V_1 =$	857.0000 $Mm^3$
$Q_2 =$	11951.1700 $m^3/s$
$V_2 =$	1900.7100 $Mm^3$
Periodo de retorno =	9997.03 años
Elevación máxima transitada =	186.1675 msnm
Gasto máximo de ingreso =	24331.8000 $m^3/s$
Gasto máximo descargado =	10830.5613 $m^3/s$
No. Combinación de diseño =	133

Tabla 5.16. Resultados finales de la revisión de la avenida de diseño de la presa Adolfo López Mateos

Las avenidas resultantes en cada tributario parametrizadas con el Hidrograma Triparametrico Hermitiano de tercer orden, para el periodo de retorno conjunto de 10,000 años se muestran a continuación:

Para la estación Badiraguato (tributario 1):

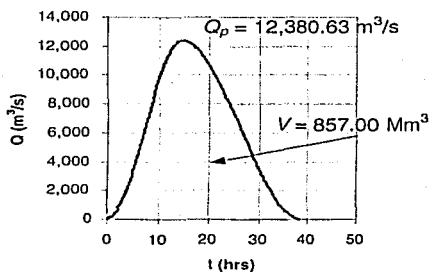


Figura 5.13. Hidrograma de diseño de la estación Badiraguato (tributario 1 de la presa Humaya)

y para la estación Guatenipa (tributario 2):

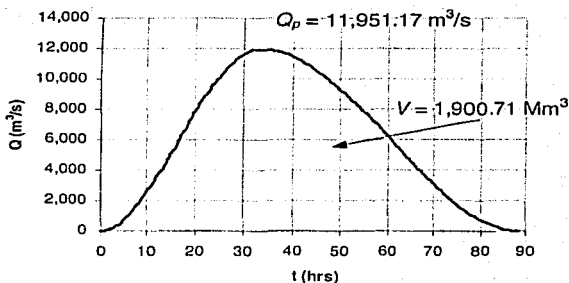


Figura 5.14. Hidrograma de diseño de la estación Guatenipa (tributario 2 de la presa Humaya)

La avenida de diseño para la presa Adolfo López Mateos, parametrizada con el Hidrograma Triparamétrico Hermitiano de tercer orden, que corresponde a la combinación resultante con esta metodología es:

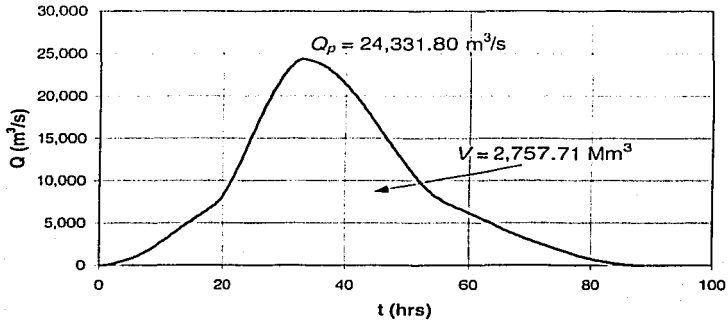


Figura 5.15. Hidrograma de diseño total, obtenido con la metodología para dos tributarios para la presa Humaya

#### 5.4. Comentarios de la aplicación de la metodología para la presa Adolfo López Mateos

Al aplicar la metodología propuesta, la presa Adolfo López Mateos (Humaya) es hidrológicamente insegura, debido a que el NAME se ve sobrepasado por 2.69 m, aunque no se rebase el nivel de la corona.

Este resultado es de esperarse, puesto que en el registro de datos, la avenida del año 1981 es similar a la avenida del diseño original. Por lo que el periodo de retorno para la avenida de diseño original es menor de 10,000 años.

Cabe mencionar que los valores de la combinación resultante con esta metodología para la presa Humaya, están cerca del orden del 83 al 92% con respecto a los valores de los límites máximos de cada variable.

## 6. Conclusiones y recomendaciones

En este trabajo se ha aplicado el análisis de frecuencias conjunto, al plantear una metodología para estimar la avenida en un vaso situado en la confluencia de múltiples tributarios. El procedimiento puede tomarse como base para la revisión o diseño hidrológico de presas. En resumen, el método se obtiene aplicando técnicas de análisis multivariado y el concepto del periodo de retorno conjunto.

Esta propuesta emplea un enfoque probabilista multivariado mediante el uso de una función de distribución conjunta, que representa el fenómeno para el caso de múltiples variables, considerando el modelo logístico multivariado con marginales de valores extremos del tipo I (marginales Gumbel). Se presentan ventajas con respecto al análisis tradicional, ya que se toman en cuenta dos variables de la avenida de cada tributario, por lo que la avenida de diseño resultante de esta metodología es un estimado más cercano a la realidad.

Cabe mencionar que en el análisis tradicional (univariado) sólo se incluye al gasto pico, mientras esta metodología no sólo toma en cuenta al gasto pico en el análisis, sino también al volumen de la avenida. Esto es importante ya que algunos vasos son más sensibles al volumen que al gasto pico de la avenida o viceversa, o a una combinación de ellas, motivo por lo que el análisis de múltiples variables para estos casos toma importancia.

En este trabajo se desarrolló completamente la metodología para el caso de dos tributarios con base en la metodología general presentada. Se obtuvieron las expresiones de la función de distribución de probabilidad conjunta para cuatro variables, a la que se le designó como *función de distribución tetravariada con marginales Gumbel o tetraGumbel*, expresión original que se aporta en este trabajo y se introduce como una nueva herramienta para la estimación de avenidas en la

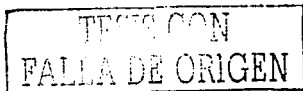
confluencia de dos ríos. Cabe mencionar, que esta expresión y los desarrollos presentados son novedosos y no se encuentran en otra publicación conocida.

Uno de los principales problemas al emplear una función de distribución de probabilidad multivariada es la estimación de los parámetros, ya que en general su número es considerable y los procesos de estimación son complicados, por lo que se desarrolló y aplicó el programa TETRA-GB.BAS en Qbasic. El programa estima los parámetros de la función tetraGumbel, empleando el algoritmo de optimización de Rosenbrock. Este programa estima nueve parámetros a partir de los datos hidrométricos de los dos tributarios proporcionando los que maximizan la función de verosimilitud correspondiente.

Otra de las aportaciones de esta propuesta, es la sistematización para realizar las combinaciones de las variables de los hidrogramas, ya que evidentemente, al aplicar el concepto del periodo de retorno conjunto resulta una infinidad de posibles combinaciones para el periodo de retorno dado, y sólo una de ellas es la que produce los efectos más desfavorables en el vaso. Por lo que se desarrollaron los programas PRET-M.BAS y PRET-H.BAS en Qbasic, para realizar las combinaciones de una forma ordenada y sistemática para los casos de aplicación presentados.

También, se presentaron los programas TRANS-M.BAS y TRANS-H.BAS en Qbasic, para realizar los tránsitos de las combinaciones para cada ejemplo analizado. Cada programa parametriza los hidrogramas, producto de las combinaciones, para cada tributario, con el método del Hidrograma Triparametrico Hermitiano de tercer orden. Luego, los hidrogramas se superponen haciendo coincidir los gastos picos para obtener la avenida en el sitio de la confluencia. Esta avenida se transita en el vaso y se selecciona aquella que proporciona la mayor elevación en la presa. Dicha elevación es la característica que dicta la seguridad hidrológica de la misma.

Una de las principales limitaciones para aplicar la metodología propuesta es la información hidrométrica de los tributarios, puesto que esta metodología necesita un



registro suficientemente grande, mínimo 30 años como recomendado y con una longitud común. Además, dichas estaciones deben estar localizadas muy cerca del vaso de la presa en cuestión. Con respecto a la presa, se debe contar con información general de la misma, su curva elevaciones capacidades y las características de la obra vertedora, así como la política de operación, si es el caso.

La metodología para dos tributarios se aplicó a casos reales de revisión: La presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari) en Sonora y la presa Adolfo López Mateos (Humaya) en Sinaloa. Los resultados para la presa Mocuzari, indican que ésta es una presa segura para  $T = 10,000$  años. Este resultado era hasta cierto punto previsible, debido a que ésta presa se sobreelevó en el año de 1992, con fines de controlar avenidas máximas. En cambio, la presa Humaya es una presa insegura para  $T = 10,000$  años, ya que el NAME se ve sobrepasado por 2.69 m, aunque la elevación máxima de la superficie libre del agua no excede el nivel de la corona. Para este caso, el hecho de que la presa es insegura se explica, porque en el registro de datos de la misma, existe una avenida prácticamente igual a la de diseño, por lo que el periodo de retorno correspondiente a la avenida de diseño es seguramente menor a 10,000 años.

Estos resultados indican que la revisión de las presas existentes, con la finalidad de proteger su estructura y las zonas aguas abajo de la misma, es absolutamente necesaria. Así mismo, con la información obtenida se podrían planear diversas acciones como construcción de obras adicionales, modificación de las políticas de operación de la obra vertedora, modificación de los niveles de la presa, entre otras.

Se han detectado otros casos en México susceptibles de aplicar la metodología para dos tributarios, como es la presa Benito Juárez (El Marquez) en el estado de Oaxaca, la presa Fernando Hiriart Balderrama (Zimapán) en el estado de Hidalgo y la presa Venustiano Carranza en el estado de Coahuila.

La aportación principal de esta investigación es el desarrollo general de una metodología aplicada al diseño y revisión hidrológica de las presas, cuando en su vaso de almacenamiento confluyen dos o más tributarios, mediante el planteamiento del análisis multivariado, en el que se considera como variable al gasto pico y al volumen de las avenidas.

La metodología propuesta parece ser más aplicable a los casos de revisión, aunque su utilización es completamente aplicable al caso de diseño.

Una parte de la metodología que es susceptible de mejorar, es la forma de obtención del registro de datos en el sitio de la confluencia, debido a que en el procedimiento delineado en este trabajo no se considera la simultaneidad de los gastos observados en el sitio en cuestión. Aunque esto puede, en principio, ser discutible, basta recordar que la metodología obtiene la combinación más desfavorable para un periodo de retorno dado, por lo cual se está más bien del lado conservador.

*Líneas de investigación recomendadas:*

Con base en la metodología desarrollada y la aplicación de los casos reales presentados, se recomiendan las siguientes líneas de investigación.

- Plantear una modificación a la metodología propuesta, en la obtención del registro de datos para el sitio de la confluencia, para el caso en que se quiera tomar en cuenta la simultaneidad de las avenidas observadas, que ingresan al vaso de la presa, que permita estimar crecientes que representen mejor el comportamiento de la cuenca.
- Es recomendable explorar la aplicación del modelo logístico multivariado con marginales tipo Gumbel mixta (poblaciones mezcladas).





- La aplicación de otro modelo con múltiple variables, como es el mixto multivariado ya sea con marginales Gumbel, Gumbel mixta o alguna otra, es un tema abierto a considerar. Lo que permitiría el establecimiento de comparaciones entre los modelos multivariados y la aplicación de pruebas de bondad en el ajuste para elegir la mejor distribución.
- Mejorar el criterio de la superposición de los hidrogramas parametrizados de cada tributario, analizando los tiempos de concentración entre avenidas, que permitan obtener un hidrograma que represente mejor el comportamiento de la confluencia.
- Es recomendable definir los valores mínimos y los incrementos de las variables para el método de combinación de las avenidas con base en alguna característica física del problema.

Por último, esta metodología presenta un enfoque probabilístico multivariado para el análisis de avenidas que pudiera ser aplicable en otras áreas de investigación en hidrología.

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



## Bibliografía y referencias

Acosta J. A. (1986), "Estimación de parámetros de la distribución general de valores extremos de probabilidad a través de máxima verosimilitud", 9º Congreso Nacional de Hidráulica, tomo III, subtema IV, Querétaro, pp. 57-67.

Aldama, A. A., Ramírez, A. I. (1998), "Parametrización de hidrogramas mediante interpolantes hermitianos", *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XIII (3), 19-28.

Aldama, A. A., Aparicio, J., Ramírez, A. I., Aguilar, E., (2000). "Hidrología de avenidas" Conferencia Enzo Levi 1998, *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XV (3), 5-46.

Ashkar, F. (1980). "*Partial duration series models for flood analysis*". PhD thesis, Ecole Polytechnique of Montreal, Montreal, Canada.

Bacchi, B., Beccia, G., Kottegoda, N. T. (1994) "Bivariate exponential model applied to intensities and durations of extreme rainfall". *Journal of Hydrology*. Vol. 155, 225-236.

BANDAS (1999) "*Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales*", CNA, IMTA.

Bouvard, M. (1988), "Design flood and operational flood control", General Report on Q. 63, *Proc XVI Congress of the ICOLD*, San Francisco, 1988.

Box, G. E. P., Cox, D. R. (1964) "An analysis of transformation". *Journal Roy. Statistical Soc.* Vol. B26, 211-252



Campos, D. F. (1989), "Estimación de los parámetros óptimos de la distribución Gumbel mixta por medio del algoritmo de Rosenbrock", *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. IV (1), 9-18.

Campos, D. F. (1998), "Estimación estadística de la precipitación máxima probable en San Luis Potosí", *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XIII (3), 45-66.

Campos, D. F. (2001), "Contraste de cinco métodos de la distribución GVE en 31 registros históricos de eventos máximos anuales", *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XVI (2), 77-92.

Castillo, E. (1988), *"Extreme value theory in engineering"*, Academic Press.

Domínguez, J. Y. (1995), *"El principio de máxima entropía en las distribuciones bivariadas de valores extremos"*, Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería, DEPMI-UNAM, México.

Domínguez, J. Y. (2000), *"Aplicación del principio de máxima entropía a procesos bivariados en hidrología"*, Tesis para obtener el grado de Doctor en Ingeniería, DEPMI-UNAM, México.

Domínguez, M. R., Fuentes, O., Franco, V. (1980), *"Manual de diseño de obras civiles"*, *Hidrotecnia*, Capítulo A. 1.10, Avenida de diseño, Comisión Federal de Electricidad, México.

Escalante, C. A. (1991), *"Distribuciones trivariadas de valores extremos y sus aplicaciones en hidrología"*, Tesis Doctoral, DEPMI-UNAM, México.

Escalante, C. A., Raynal, J. A. (1994), "A Trivariate Extreme Value Distribution Applied to Flood Frequency Analysis", *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 99 (4), 369-375.

Escalante, C. A. (1996), "Estimación conjunta de gasto pico y volumen total de avenidas", XVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Guayaquil, Ecuador.

Escalante, C. A. (1998), "Multivariate estimation of extreme flood hydrographs", *Hydrological Science and Technology Journal*, 14 (1-4), 1-10.

Escalante, C. A., Reyes, L. (2000), "Estimación regional de avenidas de diseño", *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XV (2), 47-61.

Escalante, C. A., Domínguez, J. Y. (2001), "Análisis regional de precipitación con base en una distribución bivariada ajustada por máxima entropía", *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XVI (3), 91-102.

Freund, J. E. (1961) "A bivariate extension of the exponential distribution". *Journal American Statistical Association*. Vol. 56, 971-977.

Fuentes, O., Franco, V. (1999). "Estudio hidrológico para obras de protección", Manual de Ingeniería de Ríos, Cap. 3. Instituto de Ingeniería UNAM.

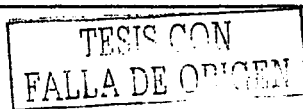
Galambos, J., (1978), "*The asymptotic theory of extreme order statistics*", Wiley & Sons.

Goel, N. K., Seth, S. M., Chandra, S. (1998). "Multivariate modelling flood flows". ASCE, *Journal of Hydraulic Engineering*". Vol. 124(2), 146-155

Gómez de Luna, R. (1987), "*Estudio selectivo de metodologías de análisis de gastos máximos*", Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería, FI-UNAM.

Gumbel, E. J. (1958). "*Statistics of extremes*", Columbia University Press, Irvington N. Y.

Gumbel, E. J. (1960a). "Distributions de valeurs extremes en plusieurs dimensions". *Publications de L' Institute de Statistique*, Vol. 9



Gumbel, E. J. (1960b). "Multivariate extreme distributions". *Bulletin of the International Statistical Institute*, Vol. 39(2), 471-475.

Gumbel, E. J., Mustafi, C. K. (1967). "Some analytical properties of bivariate extremal distributions". *American Statistical Association*, Vol. 62.

Hashino, M. (1985) "Formulation of the joint return period of two hydrologic variates associated with a Poisson process". *Journal Hydrop. Hydraulic Engineering*. Vol. 3(2), 73-84.

Henderson, F. M. (1966), "*Open Channel Flow*", Macmillan Publishing Co., New York, United States of America.

Jain, D., Singh, V. P. (1986), "A Comparison of transformation methods for flood frequency analysis." *AWRA, Water Resources Bulletin*, Vol. 22(6), 903-912

Kite G. W. (1988), "*Frequency and risk analyses in hydrology*", Water Resources Publications. United States of America.

Kelly, K. S., Krzysztofowicz, R. (1997). "A bivariate meta-Gaussian density for use in hydrology". *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, Vol. 11, 17-31.

Kuester, J. L., Mize, J. H. (1973). "Optimization Techniques with Fortran", McGraw Hill Book Company, New York.

Marengo, H. (1998), "Consideraciones acerca de la seguridad de presas de tierra y enrocamiento (con énfasis ante avenidas de diseño)", *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XIII (1), 61-75.

McCuen, R. (1998), "*Hydrologic analysis and design*", 2a. ed. Prentice Hall, New Jersey.

Mendenhall (1987), *"Introducción a la probabilidad y la estadística"*, Grupo Editorial Iberoamericana.

Montgomery, D. C., Runger, G. C. (1996), *"Probabilidad y estadística aplicadas a la Ingeniería"*, Ed. McGraw Hill Interamericana Editores, S. A. de C. V.

Moreno, A., Jauffred, F. J. (1980), *"Elementos de probabilidad y estadística"*, Representaciones y servicios de ingeniería, S. A. México.

Mukherjee, D., Mansour, N. (1996), "Estimation of flood forecasting Errors and flow-Duration Joint Probabilities of exedance", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 122(3), 130-140.

Guarda, T. B. M. J., El-Jabi, N., Ashkar, F. (1995). "Flood damage estimation in the residential Sector", *Water Resources and Environmental Hazards: Emphasis on Hydrologic and Cultural insight in the Pacific Rim*. AWRA Technical Publication Series, pp. 73-82, Tps-92-2

Ponce, V. M. (1989), *"Engineering Hydrology: Principles and Practices"*, Prentice Hall, Englewoods Cliffs, New Jersey.

Ramírez, A. I. (1995), *"Estimación de avenidas en redes de ríos"*, Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería, DEPFI-UNAM, México.

Ramírez, A. I. (2000), *"Nuevas metodologías en la estimación de avenidas de diseño"*, Tesis para obtener el grado de Doctor en Ingeniería, DEPFI-UNAM, México.

Ramírez, A. I., Aldama, A. A. (2000), *"Análisis de frecuencias conjunto para la estimación de avenidas de diseño"*, Avances en Hidráulica No. 7, AMH-IMTA.

Raynal, J. A. (1985), *"Bivariate extreme value distributions applied to flood frequency analysis"*, Ph. D. Dissertation. Colorado State University, Ft. Collins, Colorado, U.S.A.

Raynal, J. A. (1990), "Análisis de gastos máximos aguas abajo de confluencia de ríos", *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. V(1), 37-39.

SARH, (1982), "*Manual para la estimación de avenidas máximas en cuencas y presas pequeñas*", Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos, México.

Tiago de Oliveira, J. (1962), "Structure theory of bivariate extremes", *Estudios de estadística y econometría*, Vol. III

Todorovic, P. (1978), "Stochastic models of floods", *Water Resources Research* 14(2), 345-356.

Viessman, W. *et al.*, (1977), "*Introduction to Hydrology*", (Second edition) Harper and Row Publishers, New York

Watt, W. E., Lathem, K. W., Neill, C. R., Richard, T. L., Rousselle, J. (1989). "Hydrology of Floods in Canada: A Guide to Planning and Design", *National Research Council of Canada*.

Yevjevich, V., (1982), "*Probability and statistic in hydrology*", Water Resources Publications. United States of America.

Yue, S., Ouarda, T. B. M. J., Bobée, B., Legendre, P., Bruneau, P. (1999), "The Gumbel mixed model for flood frequency analysis", *Journal of Hydrology*. Vol. 226, 88-100.

Yue, S. (2000), "Joint probability distribution of annual maximum storm peaks and amounts as represented by daily rainfalls", *Hydrological Sciences Journal*. Vol. 45(2), 315-326.





## Apéndice A

Programa TETRA-GB.BAS para calcular los parámetros de ajuste de la función tetravariada por medio del algoritmo de optimización de Rosenbrock

Este programa se basa en el algoritmo de Rosenbrock de múltiples variables con restricciones (Kuester y Mize, 1973). Consiste en calcular los parámetros que maximicen la función logarítmica de verosimilitud (*LL*) correspondiente a la función de densidad tetravariada con marginales Gumbel.

La restricción de los parámetros es:  $u_1, u_2, u_3, u_4, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 > 0$

$$m \geq 1$$

Al programa se le debe proporcionar el nombre del archivo (del tipo texto), que contenga los datos de gasto y volumen de los dos tributarios. Las unidades para el gasto deben ser en  $m^3/s$  y para el volumen en  $Mm^3$ .

A continuación, se presenta el código en Qbasic del programa TETRA-GB.BAS desarrollado para la función tetravariada.

### Listado del programa

DEFDBL A-Z

' Este programa utiliza el algoritmo de Rosenbrock para obtener los parámetros óptimos de ajuste de la función de distribución tetravariada con marginales Gumbel (TETRAGUMBEL)

' Parámetro de Asociación m optimizado

DIM ep(9), v(9, 9), d(9), b1(9, 9), bn(9), aj(9), al(9, 9), xf(9), e(9)

DIM x1(100), x2(100), x3(100), x4(100), x(100)

DIM qx1(100), qx2(100), qx3(100), qx4(100)

CLS : PRINT : PRINT TAB(15); " CALCULO DE LA DISTRIBUCION TETRAVARIADA GUMBEL"

TECNO CON  
FALLA DE ORIGEN

TECNO CON  
FALLA DE ORIGEN

```

PRINT : PRINT
DO
  LOCATE CCELIN - 1, 8: INPUT "Archivo que contiene los datos: ", file$
LOOP UNTIL file$ <> ""
PRINT
LOCATE , 8: INPUT "Naturaleza de los datos: ", dato$: PRINT
LOCATE , 8: INPUT "Nombre de la 1a. estación hidrométrica: ", est1$
LOCATE , 8: INPUT "Nombre de la 2a. estación hidrométrica: ", est2$

'Este programa optimiza la función objetivo, maximizada

linf = 1      'Límite inferior del parámetro m
lsup = 5      'Límite superior del Parámetro m
inc = .1      'Incrementos del Parámetro

  M = 1: cont = linf
  IF M = 1 THEN GOTO salto8

salto10:
IF lsup <= cont THEN GOTO salto9

salto8:
xx(9) = cont

n = 0

OPEN file$ FOR INPUT AS #1
DO
  n = n + 1
  INPUT #1, x1(n), x2(n), x3(n), x4(n)
LOOP UNTIL EOF(1)
CLOSE #1
FOR i% = 1 TO n: qx1(i%) = x1(i%): qx2(i%) = x2(i%)
  qx3(i%) = x3(i%): qx4(i%) = x4(i%)
NEXT i%

'Evaluación de los valores iniciales de los parámetros de ajuste
'El vector xx(i%) contiene dichos valores
FOR i% = 1 TO n: x(i%) = qx1(i%): NEXT i%
GOSUB pariniciales: xx(1) = beta: xx(2) = 1 / alpha
FOR i% = 1 TO n: x(i%) = qx2(i%): NEXT i%
GOSUB pariniciales: xx(3) = beta: xx(4) = 1 / alpha
FOR i% = 1 TO n: x(i%) = qx3(i%): NEXT i%
GOSUB pariniciales: xx(5) = beta: xx(6) = 1 / alpha
FOR i% = 1 TO n: x(i%) = qx4(i%): NEXT i%
GOSUB pariniciales: xx(7) = beta: xx(8) = 1 / alpha

FOR i% = 1 TO 9: ep(i%) = .01 * xx(i%): NEXT i%

'Definición de Parámetros básicos del Algoritmo de Rosenbrock
mf = 1000      'número máximo de veces que se evalúa la función objetivo
me = 30        'número máximo de veces que se rotan los ejes
mc = 50        'número de fallas sucesivas encontradas antes de terminar
np = 2         'control de incrementos después de cada rotación (2 si se
               'emplean los incrementos finales de la etapa anterior)
ey = .00001    'tolerancia de error en la función objetivo

```



```

aa = 2          'factor de escalamiento para aumento
ba = .5        'factor de escalamiento para reducción
ke = 1         'contador de etapas
kf = 1         'contador de veces de evaluación de la función objetivo
    
```

'Inicia cálculo algoritmo de Rosenbrock

CMS : LOCATE 12, 10: PRINT "Cálculos en proceso ": kf = 1

```

FOR ii% = 1 TO 9
  FOR jj = 1 TO 9
    v(ii%, jj) = 0
    IF ii% = jj THEN v(ii%, jj) = 1
  NEXT jj
NEXT ii%
    
```

```

GOSUB objetivo: fo = fx
FOR k = 1 TO 9: xf(k) = xx(k): NEXT k
FOR i% = 1 TO 9: e(i%) = ep(i%): NEXT i%
salto:
FOR i% = 1 TO 9
  aj(i%) = 2
  d(i%) = 0
    
```

```

NEXT i%
fb = fx
iii% = 0
salto2:
iii% = iii% + 1
salto3:
i% = 1
salto4:
FOR j = 1 TO 9
    
```

```

  xx(j) = xx(j) + e(i%) * v(i%, j)
  IF xx(j) < 0 THEN xx(j) = 0
    
```

'incrementa los parámetros

```

NEXT j: GOSUB objetivo
kf = kf + 1: dt = fb - fx
IF ABS(df) <= ey THEN GOTO fin
IF kf >= mt THEN GOTO fin
iteraciones
IF fx > fo THEN GOTO exito
    
```

'la función ya no cambia  
'se excedió el numero de

```

FOR j = 1 TO 9
  xx(j) = xx(j) - e(i%) * v(i%, j)
  IF xx(j) < 0 THEN xx(j) = 0
    
```

'la función aumentó, éxito  
'falla  
'disminuye los Parámetros

```

NEXT j: e(i%) = -ba * e(i%)
IF aj(i%) < 1.5 THEN aj(i%) = 0
GOTO salto
    
```

```

exito:
d(i%) = d(i%) + e(i%)
e(i%) = aa * e(i%): fo = fx
FOR k = 1 TO 9: xf(k) = xx(k): NEXT k
IF aj(i%) > 1.5 THEN aj(i%) = 1
salto1:
    
```

```

FOR j = 1 TO 9
  IF aj(j) > .5 THEN GOTO salto5
NEXT j: GOTO salto7
    
```

```

salto5:
IF i% = 9 THEN GOTO salto6
    
```

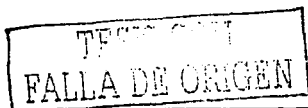
TESTE CON  
FALLA DE ORIGEN

```

i% = i% + 1: GOTO salto4
salto6:
FOR j = 1 TO 9
  IF aj(j) < 2 THEN GOTO salto3
NEXT j
IF iii% < me THEN GOTO salto2
GOTO fin
salto7:
FOR i% = 1 TO e
  FOR j = 1 TO 9
    al(i%, j) = 0
  NEXT j
NEXT i%

'Rotación de ejes
FOR i% = 1 TO 9: k1 = i
  FOR j = 1 TO 9
    FOR k = k1 TO 9
      al(i%, j) = al(i%, j) + d(k) * v(k, j)
    NEXT k: bl(i%, j) = al(i%, j)
  NEXT j
NEXT i%: bn(1) = 0
FOR k = 1 TO 9
  bn(1) = bn(1) + bl(1, k) ^ 2
NEXT k
bn(1) = SQR(bn(1))
FOR j = 1 TO 9
  v(1, j) = bl(1, j) / bn(1)
NEXT j
FOR i% = 2 TO 9
  ii% = i% - 1
  FOR j = 1 TO 9
    sv = 0
    FOR kk = 1 TO ii
      s = 0
      FOR k = 1 TO 9
        s = s + al(ii%, k) * v(kk, k)
      NEXT k
      sv = sv + s * v(kk, j)
    NEXT kk
    bl(i%, j) = al(ii%, j) - sv
  NEXT j
NEXT i%
FOR i% = 2 TO 9
  bn(i%) = 0
  FOR k = 1 TO 9
    bn(i%) = bn(i%) + bl(i%, k) ^ 2
  NEXT k
  bn(i%) = SQR(bn(i%))
  FOR j = 1 TO 9
    v(i%, j) = bl(i%, j) / bn(i%)
  NEXT j
NEXT i%
ke = ke + 1: IF ke < me THEN GOTO salto

```



```

'Resultados
fin:

IF M = 2 THEN GOTO salto13
MAX = fo: mp = cont
kfm = kf: kem = ke
FOR i% = 1 TO 9: xxm(i%) = xx(i%): NEXT i%
salto13:

IF M = 1 THEN GOTO salto11

IF MAX > fo THEN GOTO salto12
MAX = fo: mp = cont
kfm = kf: kem = ke
FOR i% = 1 TO 9: xxm(i%) = xx(i%): NEXT i%
salto12:

salto11:
M = 2
cont = cont + inc
GOTO salto10
salto9:

```

TRUCC CON  
 FALLA DE ORIGEN

```

CLS
PRINT TAB(10); " R E S U L T A D O S  F U N C I O N  T E T R A V A R I A D A  G U M B E L "
PRINT TAB(10); "-----"
PRINT "      Obtenidos por el metodo de máxima verosimilitud"
PRINT "      utilizando el algoritmo de optimización de Rosenbrock": PRINT
PRINT "      "; dato$
PRINT "      Datos Hidrométricos de "; est1$; " y "; est2$; ". "
PRINT
PRINT "      Valor propuesto :      m ="; USING "#####.####"; mp
PRINT "      Número Total de Etapas ="; kem
PRINT "      Número de Evaluaciones de la Función Objetivo ="; kfm
PRINT "      Valor final de la función objetivo :"; MAX
PRINT : PRINT "      Valores Finales de los Parámetros de Ajuste : "
PRINT TAB(11); "Parámetro de Ubicación u1 ="; USING "#####.####";
xxm(1); :PRINT " m^3/a"
PRINT TAB(11); "Parámetro de Escala alfa1 ="; USING "#####.####";
xxm(2); :PRINT " m^3/a"
PRINT TAB(11); "Parámetro de Ubicación u2 ="; USING "#####.####";
xxm(3); :PRINT " Km^3"
PRINT TAB(11); "Parámetro de Escala alfa2 ="; USING "#####.####";
xxm(4); :PRINT " Km^3"
PRINT TAB(11); "Parámetro de Ubicación u3 ="; USING "#####.####";
xxm(5); :PRINT " m^3/a"
PRINT TAB(11); "Parámetro de Escala alfa3 ="; USING "#####.####";
xxm(6); :PRINT " m^3/a"
PRINT TAB(11); "Parámetro de Ubicación u4 ="; USING "#####.####";
xxm(7); :PRINT " Km^3"
PRINT TAB(11); "Parámetro de Escala alfa4 ="; USING "#####.####";
xxm(8); :PRINT " Km^3"
PRINT TAB(11); "Parámetro de Asociación m ="; USING "#####.####";
xxm(9)

```

END

```

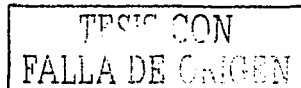
SUBROUTINAS
parciales:
a = 0: b = 0: g = 0
FOR iz = 1 TO n
    a = a + x(iz)
    b = b + x(iz) ^ 2
NEXT iz
m1 = a / n
FOR iy = 1 TO n
    g = g + (x(iy) - m1) ^ 2
NEXT iy
m2 = (g) / (n - 1)
IF n > 100 THEN
    alpha = 1.2825 / SQR(m2)
    beta = m1 - .45 * SQR(m2)
ELSE
    sigmay = .7358754 + 2.912805E-02 * n - 8.819102E-04 * n ^ 2 +
1.409806E-05 * n ^ 3 - 1.117854E-07 * n ^ 4 + 3.458608E-10 * n ^ 5
    alpha = sigmay / SQR(m2)
    muy = .45516 + 5.172094E-03 * n - 1.115084E-04 * n ^ 2 + 1.116226E-
06 * n ^ 3 - 4.1431E-09 * n ^ 4
    beta = m1 - muy / alpha
END IF
RETURN

objetivo:
e1 = 0: ma = (2 * xx(9) ^ 2 - 3 * xx(9) + 1) * (3 * xx(9) - 1)
mb = 11 * xx(9) ^ 2 - 18 * xx(9) + 7: mc = 6 * xx(9) - 6
z1 = -n * (LOG(xx(2)) + LOG(xx(4)) + LOG(xx(6)) + LOG(xx(8)))
FOR iz = 1 TO n
    aa = -xx(9) * (qx1(iz) - xx(1)) / xx(2)
    bb = -xx(9) * (qx2(iz) - xx(3)) / xx(4)
    cc = -xx(9) * (qx3(iz) - xx(5)) / xx(6)
    dd = -xx(9) * (qx4(iz) - xx(7)) / xx(8)
    e = EXP(aa) + EXP(bb) + EXP(cc) + EXP(dd)
    z2 = aa + bb + cc + dd + (-e ^ (1 / xx(9))) + LOG(ma * e ^ (1 / xx(9) - 4) +
mb * e ^ (2 / xx(9) - 4) + mc * e ^ (3 / xx(9) - 4) + e ^ (4 / xx(9) - 4))
e1 = e1 + z2
NEXT iz
fx = z1 + e1
RETURN

```

**TRABAJA CON  
FALLA DE ORIGEN**

## Apéndice B



### Programas PRET-M.BAS y PRET-H.BAS

En este apartado se presentan los dos programas utilizados para definir las combinaciones de las variables. Cada uno corresponde a un ejemplo de aplicación, por lo que varían en la información de cada presa, aunque la lógica es la misma en ambos.

#### Programa PRET-M.BAS para cálculo de las combinaciones de las variables de los hidrogramas de la presa Mocuzari

Este programa realiza las combinaciones de las variables de los hidrogramas de cada tributario de la presa Mocuzari, y luego las evalúa con la función del periodo de retorno conjunto tetravariado. En caso de que el periodo de retorno sea 10,000 con una tolerancia de tres años, la combinación es seleccionada. Estos resultados se envían a un archivo del tipo texto llamado COMB1.TXT.

En el programa se incluyen los parámetros de la función tetravariada y los límites de búsqueda correspondientes a la presa Mocuzari.

Se presenta el código en Qbasic del programa PRET-M.BAS desarrollado para la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari).

## Listado del programa PRET-M.BAS

DEFDBL A-Z

'Este programa calcula el periodo de retorno conjunto tetravariado  
'de las combinaciones de las cuatro variables

CLS : PRINT : PRINT TAB(15); " CALCULO DEL PERIODO DE RETORNO ADOLFO RUIZ  
CORTINES"

PRINT : PRINT

'Valores de los parámetros Moczuzari

u1 = 187.7432: a1 = 405.4244

'parámetro de ubicación y escala

u2 = 3.3445: a2 = 45.4266

'parámetro de ubicación y escala

u3 = 851.7888: a3 = 925.0891

'parámetro de ubicación y escala

u4 = 159.9589: a4 = 115.9892

'parámetro de ubicación y escala

m = 2.4815

'parámetro de asociación

'Valores marginales de las variables

x1f = 3931.8195#

'cantidad máxima de la variable x1 para Tr=10,000

x2f = 421.7367

'cantidad máxima de la variable x2 para Tr=10,000

x3f = 9372.128

'cantidad máxima de la variable x3 para Tr=10,000

x4f = 1228.2531#

'cantidad máxima de la variable x4 para Tr=10,000

incx1 = .008# \* x1f

'incremento de la variable x1

incx2 = .025# \* x2f

'incremento de la variable x2

incx3 = .004# \* x3f

'incremento de la variable x3

incx4 = .013# \* x4f

'incremento de la variable x4

'Inicia cálculo

OPEN "COMB1.TXT" FOR OUTPUT AS #1

PRINT #1, "Resultados de las posibles combinaciones para T"

PRINT #1, " No x1 x2 x3 x4 Tr"

cont% = 0

FOR x1 = 980.4549# TO x1f + incx1 STEP incx1

FOR x2 = 105.4342 TO x2f + incx2 STEP incx2

FOR x3 = 2343.032 TO x3f + incx3 STEP incx3

FOR x4 = 307.0633 TO x4f + incx4 STEP incx4

IF (ABS(x1 - x1f)) &lt; .01 THEN GOTO salto

IF (ABS(x2 - x2f)) &lt; .01 THEN GOTO salto

IF (ABS(x3 - x3f)) &lt; .01 THEN GOTO salto

IF (ABS(x4 - x4f)) &lt; .01 THEN GOTO salto

GOSUB periodo: Ti = T

IF (Ti &gt; 9997) AND (Ti &lt; 10003) THEN

cont% = cont% + 1

PRINT #1, cont% : PRINT #1, USING "#####.## " : x1; x2; x3; x4; T



```

LOCATE 10, 15: PRINT "Comb. : "; cont%
END IF

salto:
NEXT x4
NEXT x3
NEXT x2
NEXT x1

CLOSE

END

'SUBROUTINAS

periodo:
F1 = EXP(-EXP(-(x1 - u1) / a1))
F2 = EXP(-EXP(-(x2 - u2) / a2))
F3 = EXP(-EXP(-(x3 - u3) / a3))
F4 = EXP(-EXP(-(x4 - u4) / a4))

A = EXP(-m * (x1 - u1) / a1): B = EXP(-m * (x2 - u2) / a2)
C = EXP(-m * (x3 - u3) / a3): D = EXP(-m * (x4 - u4) / a4)

F12 = EXP(-(A + B) ^ (1 / m)): F13 = EXP(-(A + C) ^ (1 / m))
F14 = EXP(-(A + D) ^ (1 / m)): F23 = EXP(-(B + C) ^ (1 / m))
F24 = EXP(-(B + D) ^ (1 / m)): F34 = EXP(-(C + D) ^ (1 / m))

F123 = EXP(-(A + B + C) ^ (1 / m)): F124 = EXP(-(A + B + D) ^ (1 / m))
F134 = EXP(-(A + C + D) ^ (1 / m)): F234 = EXP(-(B + C + D) ^ (1 / m))

F = EXP(-(A + B + C + D) ^ (1 / m))

T = 1 / (1 - F1 - F2 - F3 - F4 + F12 + F13 + F14 + F23 + F24 + F34 - F123 -
F124 - F134 - F234 + F)
RETURN

```

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

**Programa PRET-H.BAS para cálculo de las combinaciones de las variables de los hidrogramas de la presa Humaya**

Este programa define las combinaciones de las variables de los hidrogramas de cada tributario de la presa Humaya, y luego las evalúa con la función del periodo de retorno conjunto tetravariado. En caso de que el periodo de retorno sea 10,000 con una tolerancia de tres años, la combinación es seleccionada. Estos resultados se envían a un archivo del tipo texto llamado COMBH1.TXT.

Al igual que el programa anterior, en éste también se incluye la información correspondiente a la presa en estudio.

Se presenta el código en Qbasic del programa PRET-H.BAS desarrollado para la presa Adolfo López Mateos (Humaya).

### Listado del programa PRET-H.BAS

DEFDBL A-Z

'Este programa calcula el periodo de retorno conjunto tetravariado  
'de las combinaciones de las cuatro variables

CLS : PRINT : PRINT TAB(15); " CALCULO DEL PERIODO DE RETORNO ADOLFO LOPEZ  
MATEOS"

PRINT : PRINT

'Valores de los parámetros Humaya

u1 = 257.0405: a1 = 1595.5841#	'parámetro de ubicación y escala
u2 = 34.1625: a2 = 99.6808	'parámetro de ubicación y escala
u3 = 1301.6356#: a3 = 1269.1582#	'parámetro de ubicación y escala
u4 = 288.5972: a4 = 200.5496	'parámetro de ubicación y escala
m = 1.6799	'parámetro de asociación

'Valores marginales de las variables

x1f = 14952.455#	'cantidad máxima de la variable x1 para Tr=10,000
x2f = 952.2189	'cantidad máxima de la variable x2 para Tr=10,000
x3f = 12990.401#	'cantidad máxima de la variable x3 para Tr=10,000
x4f = 2135.6291#	'cantidad máxima de la variable x4 para Tr=10,000

incx1 = .004# * x1f	'incremento de la variable x1
incx2 = .025# * x2f	'incremento de la variable x2
incx3 = .005# * x3f	'incremento de la variable x3
incx4 = .013# * x4f	'incremento de la variable x4

'Inicia cálculo

OPEN "COMBH1.TXT" FOR OUTPUT AS #1

PRINT #1, "Resultados de las posibles combinaciones para T"

PRINT #1, " No            x1            x2            x3            x4            Tr"

cont% = 0

FOR x1 = 7476.2275# TO x1f + incx1 STEP incx1

FOR x2 = 476.1095 TO x2f + incx2 STEP incx2

FOR x3 = 6495.2005# TO x3f + incx3 STEP incx3

```

FOR x4 = 1067.8146# TO x4f + incx4 STEP incx4

  IF (ABS(x1 - x1f)) < .01 THEN GOTO salto
  IF (ABS(x2 - x2f)) < .01 THEN GOTO salto
  IF (ABS(x3 - x3f)) < .01 THEN GOTO salto
  IF (ABS(x4 - x4f)) < .01 THEN GOTO salto

  GOSUB periodo: Ti = T

  IF (Ti > 9997) AND (Ti < 10003) THEN
    cont% = cont% + 1
    PRINT #1, cont%; ; PRINT #1, USING "#####.##  "; x1; x2; x3; x4; T
    LOCATE 10, 15: PRINT "Comb. : "; cont%
  END IF

salto:
NEXT x4
NEXT x3
NEXT x2
NEXT x1

CLOSE

END

'SUBROUTINAS

periodo:
F1 = EXP(-EXP(-(x1 - u1) / a1))
F2 = EXP(-EXP(-(x2 - u2) / a2))
F3 = EXP(-EXP(-(x3 - u3) / a3))
F4 = EXP(-EXP(-(x4 - u4) / a4))

A = EXP(-m * (x1 - u1) / a1): B = EXP(-m * (x2 - u2) / a2)
C = EXP(-m * (x3 - u3) / a3): D = EXP(-m * (x4 - u4) / a4)

F12 = EXP(-(A + B) ^ (1 / m)): F13 = EXP(-(A + C) ^ (1 / m))
F14 = EXP(-(A + D) ^ (1 / m)): F23 = EXP(-(B + C) ^ (1 / m))
F24 = EXP(-(B + D) ^ (1 / m)): F34 = EXP(-(C + D) ^ (1 / m))

F123 = EXP(-(A + B + C) ^ (1 / m)): F124 = EXP(-(A + B + D) ^ (1 / m))
F134 = EXP(-(A + C + D) ^ (1 / m)): F234 = EXP(-(B + C + D) ^ (1 / m))

F = EXP(-(A + B + C + D) ^ (1 / m))

T = 1 / (1 - F1 - F2 - F3 - F4 + F12 + F13 + F14 + F23 + F24 + F34 - F123 -
F124 - F134 - F234 + F)
RETURN

```

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



## Apéndice C

### Programas TRANS-M.BAS y TRANS-H.BAS

Estos programas, realizan el tránsito de las combinaciones de las variables de los hidrogramas en el vaso. Cada uno es particular de cada presa por las características del vertedor y en ellos se aplica el método del Hidrograma Triparamétrico Hermitiano para la parametrización de cada avenida de cada río. Los resultados que se obtienen de los programas son las características de las avenidas de cada tributario (combinación) que proporciona la elevación máxima en el vaso, así como el gasto máximo descargado.

Cada programa requiere del nombre del archivo, que contenga las combinaciones posibles para el periodo de retorno de 10,000 años. Cabe mencionar que dicho archivo no debe tener encabezado. Por ejemplo:

1	980.45	316.30	9353.38	977.69	10002.38
2	980.45	326.85	9353.38	929.79	9999.31
3	980.45	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
4	980.45	390.11	8416.17	1201.23	9999.52
5	980.45	400.65	9053.48	1089.46	10001.37
6	980.45	411.19	6191.24	1153.33	9997.34
7	980.45	411.19	8566.12	1137.36	9998.02
8	980.45	411.19	8678.59	1121.40	9999.05

La primera columna, corresponde al número consecutivo de la combinación, la segunda y la tercera columna corresponden al gasto pico y al volumen de las avenidas del primer tributario, respectivamente. La cuarta y la quinta columna corresponden al gasto pico y al volumen de las avenidas del segundo tributario respectivamente. Así mismo, la sexta columna corresponde al periodo de retorno de la combinación.

Se presentan los códigos en Qbasic de los programas aplicados para cada presa.

### Programa TRANS-M.BAS para la presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

#### Listado del programa

DEFDBL A-Z

'TRANSITO DE LAS AVENIDAS CON PERIODO DE RETORNO DE 10,000 AÑOS DE MOCUZARI  
'Este programa realiza los tránsitos de un archivo de combinaciones haciendo  
'coincidir los gastos picos.

CLS

LOCATE 4, 15: PRINT " PRESA: ADOLFO RUIZ CORTINES (MOCUZARI) "  
LOCATE 7, 15: PRINT "ENTRADA DE DATOS REQUERIDOS PARA EL CALCULO : "

'Par metros iniciales	
alfal = EXP(-36.0547287#)	'Coeficiente de la curva Elevación-
Capacidades	
betal = 8.7579578#	'Exponente de la curva Elevación-Capacidades
tol = .005	'Tolerancia del volumen en Mm3
namel = 145.47	'NAME Mocuzari (m)
namo = 135	'NAMO Mocuzari (m)
ec = 140.23	'Elev. Cresta Mocuzari (m) ver política
MAX1 = 135	'Elev. Máxima inicial NAMO

'Datos de los Hidrogramas para el Tr=10,000 años. Q (m3/s) y V (Mm3)

DO

LOCATE 10, 15: INPUT "Archivo que contiene los datos: ", file\$  
'LOCATE CSRLIN - 1, 8: INPUT "Archivo que contiene los datos: ",

file\$

LOOP UNTIL file\$ <> ""

CLS

OPEN file\$ FOR INPUT AS #1

DO

INPUT #1, n, Qt1, Vt1, Qt2, Vt2, Tr

'Parametrización de Hidrogramas: HTH

Qing = Qt1 + Qt2

tp1 = 208.3333 \* Vt1 / Qt1: tb1 = tp1 / .375

'tiempo en horas

tp2 = 208.3333 \* Vt2 / Qt2: tb2 = tp2 / .375

'tiempo en horas

IF tb1 > tb2 THEN

fin = tb1

tbmenor = tb2

ELSE

fin = tb2

tbmenor = tb1

```

END IF

IF tb1 > tb2 THEN deltat = tp2 / 50 ELSE deltat = tp1 / 50
IF tbmenor > 133.34 THEN deltat = 1
dif = ABS(tp2 - tp1)

'INICIA EL CALCULO DEL TRANSITO
e1 = namo
v1 = alfa1 * (e1 ^ beta1)
i1 = 0
o1 = 70

LOCATE 10, 18: PRINT "Cálculo del transito de la combinación: "; n

FOR t = deltat TO fin + deltat STEP deltat
  k = 0

  IF tb2 > tb1 THEN
    IF (t >= dif) AND (t <= dif + tb1) THEN
      ts = t - dif
      GOSUB avenida1
    ELSE
      Q1 = 0
    END IF

    ts = t
    GOSUB avenida2
  END IF

  IF tb1 > tb2 THEN
    IF (t >= dif) AND (t <= dif + tb2) THEN
      ts = t - dif
      GOSUB avenida2
    ELSE
      Q2 = 0
    END IF

    ts = t
    GOSUB avenida1
  END IF

  i2 = Q1 + Q2
  o2 = o1
  CONT% = 0
aprox:
v2 = (i2 + i1 - o2 - o1) * deltat * 1.8 / 1000 + v1
e2 = (v2 / alfa1) ^ (1 / beta1)

'POLITICA PRESA: ADOLFO RUIZ CORTINES (MOCUZARI)

IF e2 < 135 THEN o2 = 70
IF e2 >= 135 AND e2 <= 139.85 THEN o2 = 570
IF e2 > 139.85 AND e2 <= 142.61 THEN o2 = 2070
IF e2 > 142.61 AND e2 < 145.47 THEN o2 = 556.2 * (e2 - 140.23) ^ 1.5
+ 70
IF e2 >= 145.47 THEN ab = 2.116 * (e2 - 142.61) / 2.86
IF e2 >= 154.4 THEN ab = 8.73

```

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

```

IF e2 >= 145.47 THEN o2 = 102.3839 * ab * (e2 - 131.5 - ab / 2) ^ .5
+ 556.2 * (e2 - 140.23) ^ 1.5 + 70

```

```

k = k + 1

```

```

IF k = 1 THEN

```

```

    v2a = v2

```

```

    GOTO aprox

```

```

END IF

```

```

CONT% = CONT% + 1

```

```

IF CONT% = 100 THEN

```

```

    LOCATE 13, 18: PRINT "Combinación: "; n; " no converge"

```

```

    comb = n

```

```

    GOTO salto

```

```

END IF

```

```

IF ABS((v2 - v2a) / v2) > to1 THEN

```

```

    v2a = v2

```

```

    GOTO aprox

```

```

END IF

```

```

salto:

```

```

IF e2 > MAX1 THEN

```

```

    MAX1 = e2

```

```

    Qentr = Qing

```

```

    Qdesc = o2

```

```

    Qd1 = Qt1

```

```

    Vd1 = Vt1

```

```

    Qd2 = Qt2

```

```

    Vd2 = Vt2

```

```

    TRd = Tr

```

```

    combd = n

```

```

    IF CONT% = 100 THEN combn = comb ELSE combn = 0

```

```

END IF

```

```

e1 = e2: v1 = v2: o1 = o2: i1 = i2

```

```

NEXT t

```

```

LOOP UNTIL EOF(1)

```

```

CLOSE #1

```

```

CLS

```

```

LOCATE 5, 3: PRINT "=====RESULTADOS FINALES DEL DISEÑO=====

```

```

LOCATE 7, 5: PRINT "PRESA: ADOLFO RUIZ CORTINES (MOCUZARI)"

```

```

LOCATE 8, 5: PRINT "La condición m s desfavorable para el diseño:"

```

```

LOCATE 10, 5: PRINT "          Q1 = "; : PRINT USING "#####.###"; Qd1;

```

```

: PRINT "          m3/s"

```

```

LOCATE 11, 5: PRINT "          V1 = "; : PRINT USING "#####.###"; Vd1;

```

```

: PRINT "          Mn3"

```

```

LOCATE 12, 5: PRINT "          Q2 = "; : PRINT USING "#####.###"; Qd2;

```

```

: PRINT "          m3/s"

```

```

LOCATE 13, 5: PRINT "          V2 = "; : PRINT USING "#####.###"; Vd2;

```

```

: PRINT "          Mn3"

```

```

LOCATE 15, 5: PRINT "Periodo de retorno = "; : PRINT USING "#####.###";

```

```

TRd; : PRINT "          años"

```

```

LOCATE 16, 5: PRINT "Elevación Máxima transitada = "; : PRINT USING

```

```

"#####.###"; MAX1; : PRINT "          m"

```



```

LOCATE 17, 5: PRINT "Gasto máximo de ingreso      ="; : PRINT USING
"#####.###"; Qentr; : PRINT " m3/s"
LOCATE 18, 5: PRINT "Gasto máximo descargado     ="; : PRINT USING
"#####.###"; Qdesc; : PRINT " m3/s"

LOCATE 21, 5: PRINT "No. Combinación de diseño      ="; : PRINT combd
IF combn = 0 THEN
  LOCATE 22, 5: PRINT "Combinación de diseño: SI converge..."
  ELSE
  LOCATE 22, 5: PRINT "Combinación de diseño: NO converge..."
END IF

END

```

'Subrutina

```

avenida1:
IF ts >= 0 AND ts <= tp1 THEN Q1 = Qt1 * (3 * (ts / tp1) ^ 2 - 2 * (ts /
tp1) ^ 3)
IF ts > tp1 AND ts <= tb1 THEN Q1 = Qt1 * (1 - 3 * ((ts - tp1) / (tb1 -
tp1)) ^ 2 + 2 * ((ts - tp1) / (tb1 - tp1)) ^ 3)
IF ts > tb1 THEN Q1 = 0
RETURN

```

```

avenida2:
IF ts >= 0 AND ts <= tp2 THEN Q2 = Qt2 * (3 * (ts / tp2) ^ 2 - 2 * (ts /
tp2) ^ 3)
IF ts > tp2 AND ts <= tb2 THEN Q2 = Qt2 * (1 - 3 * ((ts - tp2) / (tb2 -
tp2)) ^ 2 + 2 * ((ts - tp2) / (tb2 - tp2)) ^ 3)
IF ts > tb2 THEN Q2 = 0
RETURN

```

**Programa TRANS-H.BAS para la presa Adolfo López Mateos (Humaya)**

**Listado del programa**

DEFDBL A-Z

'TRANSITO DE LAS AVENIDAS CON PERIODO DE RETORNO DE 10,000 AÑOS DE HUMAYA  
 'Este programa realiza los tránsitos de un archivo de combinaciones haciendo  
 'coincidir los gastos picos.

CLS

```

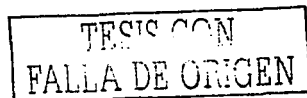
LOCATE 4, 15: PRINT "      PRESA: ADOLFO LOPEZ MATEOS (HUMAYA) "
LOCATE 7, 15: PRINT "ENTRADA DE DATOS REQUERIDOS PARA EL CALCULO : "

```

```

'Par metros iniciales
alfa1 = EXP(-28.65482849#)      'Coeficiente de la curva Elevación-Capacidades
beta1 = 7.0957367#            'Exponente de la curva Elevación-Capacidades
tol = .001                    'Tolerancia del volumen en Mm3
name1 = 183.48                'NAME Humaya (m)
name = 176                    'NAMO Humaya (m)

```



```

ec = 176                'Elev. Cresta (m)
MAX1 = 176              'Elev. Máxima inicial NAMO

'Datos de los Hidrogramas para el Tr=10,000 años. Q (m3/s) y V (Mm3)

DO
  LOCATE 10, 15: INPUT "Archivo que contiene los datos: ", file$
  'LOCATE CSRLIN - 1, 8: INPUT "Archivo que contiene los datos: ",
file$
LOOP UNTIL file$ <> ""
CLS

OPEN file$ FOR INPUT AS #1
DO
  INPUT #1, n, Qt1, Vt1, Qt2, Vt2, Tr

'Parametrización de Hidrogramas: HTH

Qing = Qt1 + Qt2
tp1 = 208.3333 * Vt1 / Qt1: tb1 = tp1 / .375      'tiempo en horas
tp2 = 208.3333 * Vt2 / Qt2: tb2 = tp2 / .375      'tiempo en horas
IF tb1 > tb2 THEN
  fin = tb1
  tbmenor = tb2
ELSE
  fin = tb2
  tbmenor = tb1
END IF

IF tb1 > tb2 THEN deltat = tp2 / 50 ELSE deltat = tp1 / 50
IF tbmenor > 133.34 THEN deltat = 1
dif = ABS(tp2 - tp1)

'INICIA EL CALCULO DEL TRANSITO
e1 = namo
v1 = alfa1 * (e1 ^ beta1)
i1 = 0
o1 = 0

LOCATE 10, 18: PRINT "Cálculo del transito de la combinación: "; n

FOR t = deltat TO fin + deltat STEP deltat
  k = 0

  IF tb2 > tb1 THEN
    IF (t >= dif) AND (t <= dif + tb1) THEN
      ts = t - dif
      GOSUB avenida1
    ELSE
      Q1 = 0
    END IF
  ELSE
    ts = t
    GOSUB avenida2
  END IF

  IF tb1 > tb2 THEN

```

```

IF (t >= dif) AND (t <= dif + tb2) THEN
    ts = t - dif
    GOSUB avenida2
ELSE
    Q2 = 0
END IF

ts = t
GOSUB avenida1
END IF

i2 = Q1 + Q2
o2 = o1
CONT% = 0
aprox:
v2 = (i2 + i1 - o2 - o1) * deltat * 1.8 / 1000 + v1
e2 = (v2 / alfa1) ^ (1 / beta1)
'POLITICA PRESA: ADOLFO LOPEZ MATEOS (HUNAYA)
IF e2 <= 176 THEN o2 = 456
IF e2 > 176 THEN o2 = 320 * (e2 - 176) ^ 1.5 + 456

k = k + 1
IF k = 1 THEN
    v2a = v2
    GOTO aprox
END IF
CONT% = CONT% + 1
IF CONT% = 100 THEN
    LOCATE 13, 18: PRINT "Combinación: "; n; " no converge"
    comb = n
    GOTO salto
END IF
IF ABS((v2 - v2a) / v2) > tol THEN
    v2a = v2
    GOTO aprox
END IF
salto:
IF e2 > MAX1 THEN
    MAX1 = e2
    Qentr = Qing
    Qdesc = o2
    Qd1 = Qt1
    Vd1 = Vt1
    Qd2 = Qt2
    Vd2 = Vt2
    TRd = Tr
    combd = n
    IF CONT% = 100 THEN combn = comb ELSE combn = 0
END IF
e1 = e2: v1 = v2: o1 = o2: i1 = i2
NEXT t
LOOP UNTIL EOF(1)

```

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

CLOSE #1

CLS

LOCATE 5, 3: PRINT "=====RESULTADOS FINALES DEL DISEÑO=====

LOCATE 7, 5: PRINT "PRESA: ADOLFO LOPEZ MATEOS (HUMAYA)"

LOCATE 8, 5: PRINT "La condición m es desfavorable para el diseño:"

LOCATE 10, 5: PRINT " Q1 ="; : PRINT USING "#####.###"; Qd1;  
: PRINT " m3/s"LOCATE 11, 5: PRINT " V1 ="; : PRINT USING "#####.###"; Vd1;  
: PRINT " m3"LOCATE 12, 5: PRINT " Q2 ="; : PRINT USING "#####.###"; Qd2;  
: PRINT " m3/s"LOCATE 13, 5: PRINT " V2 ="; : PRINT USING "#####.###"; Vd2;  
: PRINT " m3"LOCATE 15, 5: PRINT "Periodo de retorno ="; : PRINT USING "#####.###";  
TRd; : PRINT " años"LOCATE 16, 5: PRINT "Elevación Máxima transitada ="; : PRINT USING  
"#####.###"; MAX1; : PRINT " m"LOCATE 17, 5: PRINT "Gasto máximo de ingreso ="; : PRINT USING  
"#####.###"; Qentr; : PRINT " m3/s"LOCATE 18, 5: PRINT "Gasto máximo descargado ="; : PRINT USING  
"#####.###"; Qdesc; : PRINT " m3/s"LOCATE 21, 5: PRINT "No. Combinación de diseño ="; : PRINT combd  
IF combd = 0 THEN

LOCATE 22, 5: PRINT "Combinación de diseño: SI converge...!"

ELSE

LOCATE 22, 5: PRINT "Combinación de diseño: NO converge...!"

END IF

END

'Subrutina

avenidal:

IF ts >= 0 AND ts <= tp1 THEN Q1 = Qt1 \* (3 \* (ts / tp1) ^ 2 - 2 \* (ts /  
tp1) ^ 3)IF ts > tp1 AND ts <= tb1 THEN Q1 = Qt1 \* (1 - 3 \* ((ts - tp1) / (tb1 -  
tp1)) ^ 2 + 2 \* ((ts - tp1) / (tb1 - tp1)) ^ 3)

IF ts &gt; tb1 THEN Q1 = 0

RETURN

avenida2:

IF ts >= 0 AND ts <= tp2 THEN Q2 = Qt2 \* (3 \* (ts / tp2) ^ 2 - 2 \* (ts /  
tp2) ^ 3)IF ts > tp2 AND ts <= tb2 THEN Q2 = Qt2 \* (1 - 3 \* ((ts - tp2) / (tb2 -  
tp2)) ^ 2 + 2 \* ((ts - tp2) / (tb2 - tp2)) ^ 3)

IF ts &gt; tb2 THEN Q2 = 0

RETURN

## Apéndice D

### Cálculo de las avenidas en el sitio de la confluencia de los tributarios

#### Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

Estación "Tezocoma"

Corriente principal: Arroyo Quirego

**TECIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Área Tezocoma (km<sup>2</sup>)            910.00  
 A. cuenca propia (km<sup>2</sup>)        815.00  
 Reducción de Gasto            0.37            (Calculado por las envolventes)

AÑO	ESTACION TEZOCOMA					V est (Mm <sup>3</sup> )	V áreas (Mm <sup>3</sup> )	V. Total (Mm <sup>3</sup> )
	Q est (m <sup>3</sup> /s)	Q trans (m <sup>3</sup> /s)	Q áreas (m <sup>3</sup> /s)	Q área Red	Q Total (m <sup>3</sup> /s)			
1949					205.60			205.16
1961	534.00	325.54	478.25	177.29	802.83	8.89	7.86	16.66
1962	167.00	117.14	149.57	55.44	172.58	3.97	3.56	7.53
1963	246.20	190.17	220.50	81.74	271.91	7.87	7.05	14.91
1964	210.00	137.98	188.08	69.72	267.70	19.45	17.42	36.87
1965	25.75	21.69	23.06	8.55	30.15	1.13	1.01	2.14
1966	273.66	234.90	245.09	90.86	325.85	13.40	12.00	25.40
1967	66.28	62.23	59.36	22.00	84.23	5.89	5.27	11.16
1968	239.50	175.81	214.50	79.51	255.32	6.50	5.82	12.31
1969	24.71	22.16	22.13	8.20	30.36	1.54	1.38	2.91
1970	142.40	100.82	127.53	47.28	148.15	3.48	3.12	6.60
1971	1668.43	1394.33	1494.25	553.92	1947.25	71.86	64.36	136.22
1972	125.40	80.27	112.31	41.63	131.90	3.21	2.87	6.08
1973	647.00	327.43	507.81	188.24	516.67	8.26	7.47	15.82
1974	334.00	237.39	290.13	110.89	348.27	8.24	7.38	15.62
1975	145.00	96.47	129.86	48.14	144.61	2.99	2.68	5.67
1976	54.80	40.07	49.08	18.19	58.26	1.47	1.31	2.78
1977	271.00	168.41	242.71	89.97	258.38	4.72	4.23	8.95
1978	287.50	190.67	257.49	95.45	286.12	5.88	5.26	11.14
1979	211.42	168.12	189.35	70.19	238.31	7.49	6.71	14.20
1980	604.00	431.74	540.95	200.53	632.27	15.15	13.57	28.72
1981	449.20	357.61	402.31	149.13	506.74	15.98	14.31	30.29
1982	572.00	352.70	512.29	189.90	542.60	9.78	8.76	18.54
1983	439.00	342.40	393.17	145.76	480.15	14.51	12.99	27.50
1984	435.80	396.60	390.30	144.60	541.29	29.92	26.79	56.71
1985	443.00	277.89	396.75	147.08	424.97	7.80	7.07	14.86
1986	258.20	170.82	231.25	85.22	256.69	5.26	4.71	9.97
1987	216.79	163.32	184.16	71.97	235.29	6.38	5.71	12.09
1988	236.75	188.76	212.03	78.60	267.36	8.47	7.58	16.05
1989	36.12	29.81	32.35	11.89	41.80	1.48	1.33	2.81
1990	400.90	335.08	359.05	133.10	468.18	17.33	15.52	32.85
1991	18.99	8.09	16.20	5.01	14.10	0.16	0.14	0.30
1992	411.99	314.52	368.98	136.78	451.30	12.66	11.34	24.00
1993	73.30	49.60	65.65	24.34	73.94	1.58	1.42	3.00
1994	1104.00	832.03	988.75	366.53	1198.56	32.53	29.13	61.66

## Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

Estación "San Bernardo"

Corriente principal: Río Mayo

A. San Bernardo (km<sup>2</sup>) 7510.00  
 A. cuenca propia (km<sup>2</sup>) 815.00  
 Reducción de Gasto 0.90 (Calculado por las envolventes)

AÑO	ESTACION SAN BERNARDO							
	Q est (m <sup>3</sup> /s)	Q trans (m <sup>3</sup> /s)	Q áreas (m <sup>3</sup> /s)	Q Área Red	Q Total (m <sup>3</sup> /s)	V est (Mm <sup>3</sup> )	V áreas (Mm <sup>3</sup> )	V. Total (Mm <sup>3</sup> )
1949					4334.40			597.78
1951	1149.00	1153.42	105.89	112.83	1966.35	126.18	23.46	239.64
1952	725.00	719.25	74.74	70.68	789.93	104.37	11.33	115.70
1953	1041.00	1032.80	112.97	101.35	1134.15	163.56	17.75	181.31
1954	897.00	895.57	97.34	87.33	982.90	322.71	35.02	357.73
1955	1308.00	1307.81	144.12	129.29	1437.10	146.55	15.90	162.45
1956	941.15	933.13	102.13	91.62	1024.75	141.87	15.40	157.26
1957	1113.73	1108.77	120.86	108.43	1217.20	235.62	25.57	261.19
1958	499.22	495.61	54.07	48.50	545.11	124.74	13.54	138.28
1959	559.20	545.66	60.64	54.44	600.10	47.70	5.18	52.88
1970	534.10	530.04	57.60	52.00	582.04	85.38	9.27	94.65
1971	3435.14	3399.33	377.79	334.43	3723.76	406.89	44.17	451.06
1972	712.55	709.86	77.32	69.37	779.33	168.94	18.33	187.27
1973	1132.14	1129.44	122.86	110.22	1239.65	330.61	35.88	366.49
1974	931.24	913.63	101.06	90.66	1014.29	143.37	15.56	158.92
1975	397.58	395.68	43.15	38.71	434.39	80.96	8.79	89.74
1976	650.20	634.44	70.56	63.30	707.74	95.82	10.40	106.22
1977	752.53	746.89	81.68	73.27	819.87	117.24	12.72	129.97
1978	2222.00	2180.44	241.14	216.32	2406.76	254.30	27.60	281.89
1979	1434.69	1410.10	154.61	138.70	1548.80	194.38	21.09	215.47
1980	1016.00	1003.10	110.26	98.91	1102.01	123.61	13.41	137.02
1981	1193.80	1181.48	129.55	116.72	1297.70	162.20	17.60	179.80
1982	898.00	884.12	97.67	87.52	950.64	57.44	6.23	63.67
1983	1983.60	1947.77	215.76	193.11	2165.88	396.80	43.06	439.87
1984	2412.00	2385.23	261.75	234.82	2620.02	315.47	34.24	349.70
1985	971.60	969.05	105.44	94.59	1063.64	269.57	29.25	298.82
1986	622.80	621.97	67.59	60.63	682.60	244.55	26.54	271.09
1987	290.58	279.40	30.45	27.32	306.72	61.11	6.63	67.74
1988	851.00	848.60	103.20	92.58	1041.18	269.63	29.26	298.89
1989	456.40	455.10	49.53	44.43	499.53	121.51	13.19	134.70
1990	4429.00	4338.63	480.64	431.19	4769.82	415.56	45.10	460.66
1991	922.49	918.49	100.11	89.81	1008.30	197.97	21.48	219.46
1992	838.40	835.47	90.98	81.62	917.09	200.91	21.80	222.71
1993	539.44	536.29	58.54	52.52	588.81	99.01	10.74	109.76
1994	1345.00	1331.37	145.96	130.94	1462.31	184.51	20.02	204.53

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN

### Presa Adolfo López Mateos (Humaya)

Estación "Badiraguato"

Corriente principal: Río Badiraguato

Area Badiraguato (km<sup>2</sup>)      1018.00  
 A. cuenca propia (km<sup>2</sup>)      420.00  
 Reducción de gasto      0.36      (Calculado por los orovientos)

AÑO	ESTACION BADIRAGUATO						V est (Mm <sup>3</sup> )	V áreas (Mm <sup>3</sup> )	V. Total (Mm <sup>3</sup> )
	Q est (m <sup>3</sup> /s)	Q trans (m <sup>3</sup> /s)	Q areas (m <sup>3</sup> /s)	Q area Red	Q Total (m <sup>3</sup> /s)				
1965	212.60	295.01	87.71	31.58	236.58	13.30	5.49	18.78	
1966	981.80	967.62	405.06	145.82	1113.45	102.16	42.15	144.30	
1967	480.00	465.66	198.03	71.29	536.96	33.29	13.74	47.03	
1968	434.60	416.68	179.30	64.55	481.23	24.98	10.31	35.28	
1969	634.60	62.34	26.24	9.45	71.79	5.57	2.30	7.87	
1970	250.00	217.15	103.14	37.13	274.28	12.58	5.10	17.78	
1971	435.00	431.99	179.47	63.61	496.51	65.97	27.22	93.19	
1972	470.00	450.38	193.91	69.81	520.19	26.81	11.06	37.88	
1973	585.00	569.93	241.36	86.89	646.28	32.84	13.38	46.23	
1974	600.00	583.96	257.53	89.12	653.08	27.35	11.29	38.64	
1975	290.00	282.42	119.65	43.07	325.49	21.72	8.96	30.69	
1976	315.66	297.73	130.23	46.88	344.62	14.91	6.15	21.06	
1977	241.88	233.82	99.78	35.92	270.74	17.05	7.04	24.09	
1978	248.06	246.62	102.34	36.84	283.46	41.87	17.78	59.15	
1979	890.24	834.99	367.48	132.29	967.28	39.56	16.32	55.89	
1980	461.19	439.14	190.27	68.50	517.63	34.55	14.26	48.81	
1981	9545.00	8751.56	3814.23	1329.13	10124.68	453.99	187.30	641.29	
1982	2388.00	2296.74	985.23	354.08	2651.47	143.62	59.25	202.87	
1983	272.80	274.60	114.41	41.18	315.79	35.70	14.73	50.43	
1984	480.05	475.38	198.39	71.42	546.80	56.91	23.49	80.42	
1985	614.00	597.78	254.02	91.20	688.98	48.74	19.87	64.61	
1986	1063.83	1029.04	438.71	158.01	1187.06	70.09	28.92	99.01	
1987	400.84	386.19	165.41	59.55	445.74	24.66	10.17	34.83	
1988	383.06	367.17	175.81	48.29	386.46	51.34	21.18	72.53	
1989	581.45	551.53	239.88	86.36	637.89	29.20	12.05	41.25	
1990	2035.11	1993.47	839.63	302.27	2295.74	174.85	72.14	246.99	
1991	488.17	472.21	201.41	72.51	544.72	32.16	13.27	45.43	
1992	241.80	241.12	99.76	35.91	277.04	59.49	24.54	84.04	
1993	487.17	470.80	200.99	72.36	543.16	31.59	13.03	44.63	
1994	932.92	787.50	384.90	138.56	926.06	21.39	8.83	30.22	
1995	126.94	125.38	52.37	18.85	144.23	14.39	5.94	20.33	
1996	4489.41	4068.40	1852.62	666.94	4735.35	151.70	62.59	214.28	
1997	904.22	856.81	373.06	134.30	991.11	44.89	18.52	63.41	
1998	2629.20	2431.54	1049.46	375.65	2807.19	151.42	62.35	213.77	
1999	1182.96	1135.02	482.18	177.19	1312.20	62.08	25.61	87.70	

TESIS CON  
 FALLA DE ORIGEN

## Presa Adolfo López Mateos (Humaya)

Estación "Guatenipa"

Corriente principal: Río Humaya

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Área Guatenipa (km<sup>2</sup>)      8252.00  
 A. cuenca propia (km<sup>2</sup>)    1292.00  
 Reducción de gasto        0.92      (Calculado por las envolventes)

AÑO	ESTACION GUATENIPA							
	Q est (m <sup>3</sup> /s)	Q trans (m <sup>3</sup> /s)	Q áreas (m <sup>3</sup> /s)	Q área Red	Q Total (m <sup>3</sup> /s)	V est (Mm <sup>3</sup> )	V áreas (Mm <sup>3</sup> )	V. Total (Mm <sup>3</sup> )
1965	675.00	671.47	105.88	97.23	768.69	159.09	24.91	183.99
1966	564.80	564.55	88.43	81.36	645.91	476.33	74.58	550.91
1967	2037.00	2005.68	318.93	293.41	2299.10	270.25	42.31	312.57
1968	5090.00	4916.73	789.84	720.21	5636.94	635.15	99.44	734.60
1969	435.00	432.65	68.11	62.66	495.31	100.86	15.79	116.65
1970	798.40	794.12	128.00	115.65	909.12	185.77	29.09	214.86
1971	1670.00	1653.63	261.47	240.55	1894.19	282.41	44.22	326.62
1972	4230.00	4143.11	662.28	608.30	4782.41	478.44	74.91	553.35
1973	2431.00	2411.60	380.62	350.17	2761.77	459.08	71.88	530.95
1974	1717.00	1708.11	268.83	247.32	1955.43	406.83	63.70	470.53
1975	487.80	486.81	76.37	70.26	557.07	187.24	28.32	216.96
1976	3127.00	3089.19	489.59	450.42	3539.61	472.25	73.94	546.19
1977	451.00	443.75	70.61	64.86	514.72	147.40	23.08	170.48
1978	860.00	857.79	134.65	123.88	981.66	291.91	45.70	337.61
1979	3075.00	3039.58	481.45	442.93	3482.51	475.91	74.67	551.57
1980	1865.00	1860.53	336.43	324.60	985.12	205.08	32.11	237.19
1981	3884.34	3833.10	603.47	555.18	4392.29	983.61	154.00	1137.61
1982	1350.00	1335.00	211.37	194.45	1529.46	213.60	33.44	247.04
1983	1650.00	1641.17	258.34	237.67	1878.84	384.49	60.20	444.69
1984	978.00	973.25	152.81	140.59	1113.84	316.29	49.52	365.81
1985	3931.00	3899.21	616.35	567.04	4455.78	592.81	92.82	685.63
1986	878.00	872.46	137.62	126.81	1004.07	364.74	57.11	421.84
1987	1635.00	1623.81	264.74	244.35	1828.16	184.74	28.97	213.67
1988	1272.50	1273.02	200.02	184.01	1457.03	389.57	60.99	450.56
1989	1751.12	1708.43	274.17	252.24	1960.67	180.02	28.19	208.20
1990	2951.04	2909.31	462.04	425.08	3334.42	409.80	64.16	473.96
1991	2731.82	2706.73	427.72	393.50	3094.22	426.60	66.79	493.39
1992	1582.98	1576.82	247.84	229.02	1804.84	434.78	68.07	502.86
1993	2501.91	2557.63	405.81	373.35	2930.98	373.29	58.45	431.74
1994	294.93	294.31	46.02	42.34	335.64	110.45	17.29	127.75
1995	232.64	232.32	36.42	33.51	265.83	109.50	17.14	126.85
1996	2588.70	2562.35	405.31	372.88	2935.27	429.06	67.18	496.24
1997	351.77	350.27	55.08	50.67	406.94	92.14	14.43	106.57
1998	147.72	147.27	23.13	21.28	165.55	46.14	7.22	53.36
1999	3060.00	2929.22	469.70	432.13	3361.35	314.21	49.19	363.40



## Apéndice E

TESIS CON FALLA DE ORIGEN
------------------------------

Combinaciones de las variables para un periodo de retorno dado  
Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

Se presentan algunas combinaciones obtenidas con el programa PRET-M.BAS  
En negrita se presenta la combinación más desfavorable.

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
1	980.45	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
2	1011.83	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
3	1011.83	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
4	1043.20	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
5	1074.58	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
6	1074.58	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
7	1105.95	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
8	1137.33	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
9	1137.33	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
10	1168.70	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
11	1200.08	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
12	1200.08	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
13	1231.45	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
14	1262.83	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
15	1262.83	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
16	1294.20	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
17	1325.58	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
18	1325.58	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
19	1356.95	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
20	1388.32	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
21	1388.32	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
22	1419.70	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
23	1451.07	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
24	1451.07	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
25	1482.45	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
26	1513.82	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
27	1513.82	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
28	1545.20	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
29	1576.57	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
30	1576.57	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
31	1607.95	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
32	1639.32	358.48	9315.90	1009.62	10000.58

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Seguridad Hidrológica de Presas con Múltiples Tributarios

Posibles combinaciones: Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Hm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Hm <sup>3</sup> )	T (años)
33	1639.32	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
34	1670.70	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
35	1702.07	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
36	1702.07	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
37	1733.44	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
38	1764.82	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
39	1764.82	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
40	1796.19	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
41	1827.57	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
42	1827.57	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
43	1858.94	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
44	1890.32	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
45	1890.32	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
46	1921.69	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
47	1953.07	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
48	1953.07	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
49	1984.44	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
50	2015.82	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
51	2015.82	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
52	2047.19	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
53	2078.56	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
54	2078.56	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
55	2109.94	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
56	2141.31	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
57	2141.31	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
58	2172.69	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
59	2204.06	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
60	2204.06	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
61	2235.44	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
62	2266.81	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
63	2266.81	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
64	2298.19	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
65	2329.56	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
66	2329.56	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
67	2360.94	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
68	2392.31	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
69	2392.31	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
70	2423.68	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
71	2455.06	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
72	2455.06	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
73	2486.43	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
74	2517.81	358.48	9315.90	1009.62	10000.58
75	2517.81	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
76	2549.18	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
77	2580.56	358.48	9315.90	1009.62	10000.58

# TESTS CON FALLA DE OMCEN

Apéndice E

Posibles combinaciones: Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

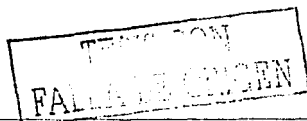
No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
78	2580.56	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
79	2611.93	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
80	2643.31	358.48	9315.90	1009.62	10000.60
81	2643.31	411.19	8791.06	1057.53	9997.24
82	2674.68	411.19	8191.24	1153.33	9997.34
83	2706.06	390.11	8416.17	1201.23	9999.52
84	2737.43	326.85	9353.38	929.79	10000.89
85	2737.43	411.19	8678.59	1121.40	9999.05
86	2768.80	411.19	8191.24	1153.33	9997.35
87	2800.18	358.48	9315.90	1009.62	10000.81
88	2800.18	411.19	8791.06	1057.53	9997.26
89	2831.55	411.19	8191.24	1153.33	9997.36
90	2862.93	326.85	9353.38	339.00	9997.60
91	2862.93	326.85	9353.38	434.80	9997.60
92	2862.93	326.85	9353.38	530.61	9997.60
93	2862.93	326.85	9353.38	626.41	9997.60
94	2862.93	326.85	9353.38	722.21	9997.60
95	2862.93	326.85	9353.38	818.02	9997.65
96	2862.93	326.85	9353.38	913.82	10002.36
97	2862.93	411.19	8678.59	1121.40	9999.07
98	2894.30	326.85	9353.38	370.93	10001.26
99	2894.30	326.85	9353.38	466.74	10001.26
100	2894.30	326.85	9353.38	562.54	10001.26
101	2894.30	326.85	9353.38	658.34	10001.26
102	2894.30	326.85	9353.38	754.15	10001.26
103	2894.30	326.85	9353.38	849.95	10001.48
104	2894.30	411.19	8191.24	1153.33	9997.40
105	2925.68	390.11	8416.17	1201.23	9999.58
106	2957.05	284.67	9353.38	977.69	9997.09
107	2957.05	411.19	8191.24	1153.33	9997.50
108	2988.43	411.19	8191.24	1153.33	9997.59
109	3019.80	390.11	8416.17	1201.23	9999.78
110	3051.18	295.22	9353.38	945.75	9997.00
111	3051.18	411.19	8678.59	1121.40	9999.42
112	3082.55	147.61	9353.38	913.82	9999.13
113	3082.55	210.87	9353.38	913.82	9999.13
114	3082.55	274.13	9353.38	913.82	9999.45
115	3082.55	295.22	9353.38	354.97	9997.24
116	3082.55	295.22	9353.38	450.77	9997.24
117	3082.55	295.22	9353.38	546.57	9997.24
118	3082.55	295.22	9353.38	642.38	9997.24
119	3082.55	295.22	9353.38	738.18	9997.24
120	3082.55	295.22	9353.38	833.98	9997.40
121	3082.55	326.85	9278.41	1105.43	9998.96
122	3082.55	411.19	8678.59	1121.40	9999.65

TESTS CON  
FALLA DE OMCEN

**TFSIC CON  
FALLA DE ORIGEN**

**Posibles combinaciones: Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)**

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
123	3113.92	411.19	8191.24	1153.33	9998.98
124	3145.30	126.52	9278.41	1105.43	10001.04
125	3145.30	189.78	9278.41	1105.43	10001.04
126	3145.30	253.04	9278.41	1105.43	10001.04
127	3145.30	316.30	9278.41	1105.43	10002.64
128	3145.30	390.11	8416.17	1201.23	10001.27
129	3176.67	379.56	9240.92	1073.49	10000.03
130	3176.67	411.19	8791.06	1057.53	10002.62
131	3208.05	411.19	8566.12	1137.36	10001.76
132	3239.42	400.65	8453.66	1185.26	10000.27
133	3270.80	400.65	9015.99	1121.40	10001.40
134	3302.17	347.93	9315.90	1009.62	9999.54
135	3302.17	400.65	8791.06	1169.30	9999.27
136	3333.55	411.19	8791.06	307.06	10001.40
137	3333.55	411.19	8791.06	402.87	10001.40
138	3333.55	411.19	8791.06	498.67	10001.40
139	3333.55	411.19	8791.06	594.47	10001.40
140	3333.55	411.19	8791.06	690.28	10001.40
141	3333.55	411.19	8791.06	786.08	10001.40
142	3333.55	411.19	8791.06	881.89	10001.40
143	3333.55	411.19	8791.06	977.69	10002.23
144	3364.92	188.15	9315.90	993.66	10000.36
145	3364.92	221.41	9315.90	993.66	10000.36
146	3364.92	284.67	9315.90	993.66	10000.42
147	3364.92	347.93	9278.41	1089.46	9997.06
148	3364.92	369.02	9278.41	370.93	9998.99
149	3364.92	369.02	9278.41	466.74	9998.99
150	3364.92	369.02	9278.41	562.54	9998.99
151	3364.92	369.02	9278.41	658.34	9998.99
152	3364.92	369.02	9278.41	754.15	9998.99
153	3364.92	369.02	9278.41	849.95	9998.99
154	3364.92	369.02	9278.41	945.75	9999.33
155	3364.92	411.19	8041.29	1153.33	10002.36
156	3396.30	158.15	8978.50	1185.26	9997.56
157	3396.30	221.41	8978.50	1185.26	9997.56
158	3396.30	284.67	8978.50	1185.26	9997.56
159	3396.30	337.39	8978.50	1185.26	10000.64
160	3427.67	347.93	8041.29	1217.20	10000.49
161	3427.67	400.65	9053.48	1041.56	10002.73
162	3459.04	158.15	7928.82	1217.20	9999.94
163	3459.04	221.41	7928.82	1217.20	9999.94
164	3459.04	284.67	7928.82	1217.20	9999.95
165	3459.04	347.93	7703.89	1217.20	10001.81
166	3459.04	411.19	8753.57	323.03	9998.71
167	3459.04	411.19	8753.57	418.83	9998.71


  
 TERCERA ZONA  
 FALLA DE MOCUZARIN

Posibles combinaciones: Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzarín)

No.	x <sub>1</sub> (m <sup>3</sup> /s)	x <sub>2</sub> (Mm <sup>3</sup> )	x <sub>3</sub> (m <sup>3</sup> /s)	x <sub>4</sub> (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
168	3459.04	411.19	8753.57	514.64	9998.71
169	3459.04	411.19	8753.57	610.44	9998.71
170	3459.04	411.19	8753.57	706.25	9998.71
171	3459.04	411.19	8753.57	802.05	9998.71
172	3459.04	411.19	8753.57	897.85	9998.72
173	3459.04	411.19	8753.57	993.66	9999.80
174	3490.42	337.39	9278.41	339.00	9998.45
175	3490.42	337.39	9278.41	434.80	9998.45
176	3490.42	337.39	9278.41	530.61	9998.45
177	3490.42	337.39	9278.41	626.41	9998.45
178	3490.42	337.39	9278.41	722.21	9998.45
179	3490.42	337.39	9278.41	818.02	9998.45
180	3490.42	337.39	9278.41	913.82	9998.60
181	3490.42	400.65	8228.73	1185.26	9999.90
182	3521.79	400.65	2418.01	1185.26	10000.61
183	3521.79	400.65	2642.94	1185.26	10000.61
184	3521.79	400.65	2867.87	1185.26	10000.61
185	3521.79	400.65	3092.80	1185.26	10000.61
186	3521.79	400.65	3317.73	1185.26	10000.61
187	3521.79	400.65	3542.66	1185.26	10000.61
188	3521.79	400.65	3767.60	1185.26	10000.61
189	3521.79	400.65	3992.53	1185.26	10000.61
190	3521.79	400.65	4217.46	1185.26	10000.61
191	3521.79	400.65	4442.39	1185.26	10000.61
192	3521.79	400.65	4667.32	1185.26	10000.61
193	3521.79	400.65	4892.25	1185.26	10000.61
194	3521.79	400.65	5117.18	1185.26	10000.61
195	3521.79	400.65	5342.11	1185.26	10000.61
196	3521.79	400.65	5567.04	1185.26	10000.61
197	3521.79	400.65	5791.98	1185.26	10000.61
198	3521.79	400.65	6016.91	1185.26	10000.61
199	3521.79	400.65	6241.84	1185.26	10000.61
200	3521.79	400.65	6466.77	1185.26	10000.61
201	3521.79	400.65	6691.70	1185.26	10000.62
202	3521.79	400.65	6916.63	1185.26	10000.63
203	3521.79	400.65	7141.56	1185.26	10000.67
204	3521.79	400.65	7366.49	1185.26	10000.88
205	3521.79	400.65	7591.42	1185.26	10001.81
206	3584.54	358.48	8603.61	1201.23	9998.22
207	3615.92	115.98	8866.03	1185.26	9997.37
208	3615.92	147.61	8866.03	1185.26	9997.37
209	3615.92	179.24	8866.03	1185.26	9997.37
210	3615.92	210.87	8866.03	1185.26	9997.37
211	3615.92	242.50	8866.03	1185.26	9997.37
212	3615.92	274.13	8866.03	1185.26	9997.37

**TFSIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

Seguridad Hidrológica de Presas con Múltiples Tributarios

Posibles combinaciones: Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
213	3615.92	305.76	8866.03	1185.26	9997.38
214	3615.92	326.85	9203.43	1057.53	9997.62
215	3615.92	369.02	8453.66	1201.23	10001.96
216	3615.92	411.19	8528.64	307.06	10000.86
217	3615.92	411.19	8528.64	402.87	10000.86
218	3615.92	411.19	8528.64	498.67	10000.86
219	3615.92	411.19	8528.64	594.47	10000.86
220	3615.92	411.19	8528.64	690.28	10000.86
221	3615.92	411.19	8528.64	786.08	10000.86
222	3615.92	411.19	8528.64	881.89	10000.86
223	3615.92	411.19	8528.64	977.69	10001.20
224	3647.29	137.06	9053.48	1153.33	10002.13
225	3647.29	200.32	9053.48	1153.33	10002.13
226	3647.29	263.59	9053.48	1153.33	10002.13
227	3647.29	326.85	9053.48	1153.33	10002.44
228	3678.67	105.43	9015.99	1153.33	9999.35
229	3678.67	168.69	9015.99	1153.33	9999.35
230	3678.67	231.96	9015.99	1153.33	9999.35
231	3678.67	295.22	9015.99	1153.33	9999.35
232	3678.67	379.56	9090.96	1089.46	10001.85
<b>233</b>	<b>3678.67</b>	<b>390.11</b>	<b>8903.52</b>	<b>1153.33</b>	<b>9998.92</b>
234	3710.04	379.56	8453.66	1185.26	10000.22
235	3741.42	400.65	8566.12	1121.40	9997.34
236	3772.79	158.15	8978.50	1073.49	10002.06
237	3772.79	221.41	8978.50	1073.49	10002.06
238	3772.79	284.67	8978.50	1073.49	10002.07
239	3772.79	390.11	8828.54	307.06	10001.76
240	3772.79	390.11	8828.54	402.87	10001.76
241	3772.79	390.11	8828.54	498.67	10001.76
242	3772.79	390.11	8828.54	594.47	10001.76
243	3772.79	390.11	8828.54	690.28	10001.76
244	3772.79	390.11	8828.54	786.08	10001.76
245	3772.79	390.11	8828.54	881.89	10001.76
246	3772.79	390.11	8828.54	977.69	10001.95
247	3804.16	390.11	8153.75	1137.36	9997.56
248	3866.91	347.93	7853.84	1121.40	10002.45
249	3866.91	369.02	8416.17	339.00	9997.50
250	3866.91	369.02	8416.17	434.80	9997.50
251	3866.91	369.02	8416.17	530.61	9997.50
252	3866.91	369.02	8416.17	626.41	9997.50
253	3866.91	369.02	8416.17	722.21	9997.50
254	3866.91	369.02	8416.17	818.02	9997.50
255	3866.91	369.02	8416.17	913.82	9997.53
256	3866.91	369.02	8416.17	1009.62	10002.12
257	3866.91	379.56	7553.94	1057.53	10000.05

Posibles combinaciones: Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
258	3898.29	105.43	7778.87	1057.53	10002.47
259	3898.29	168.69	7778.87	1057.53	10002.47
260	3898.29	231.96	7778.87	1057.53	10002.47
261	3898.29	295.22	7778.87	1057.53	10002.64
262	3898.29	326.85	8041.29	1009.62	10002.33
263	3898.29	326.85	8078.77	386.90	10000.23
264	3898.29	326.85	8078.77	482.70	10000.23
265	3898.29	326.85	8078.77	578.51	10000.23
266	3898.29	326.85	8078.77	674.31	10000.23
267	3898.29	326.85	8078.77	770.11	10000.23
268	3898.29	326.85	8078.77	865.92	10000.27
269	3898.29	337.39	7591.42	1057.53	9997.38
270	3898.29	337.39	8041.29	961.72	9999.53
271	3898.29	358.48	2418.01	977.69	10000.18
272	3898.29	358.48	2642.94	977.69	10000.18
273	3898.29	358.48	2867.87	977.69	10000.18
274	3898.29	358.48	3092.80	977.69	10000.18
275	3898.29	358.48	3317.73	977.69	10000.18
276	3898.29	358.48	3542.66	977.69	10000.18
277	3898.29	358.48	3767.60	977.69	10000.18
278	3898.29	358.48	3992.53	977.69	10000.18
279	3898.29	358.48	4217.46	977.69	10000.18
280	3898.29	358.48	4442.39	977.69	10000.18
281	3898.29	358.48	4667.32	977.69	10000.18
282	3898.29	358.48	4892.25	977.69	10000.18
283	3898.29	358.48	5117.18	977.69	10000.18
284	3898.29	358.48	5342.11	977.69	10000.18
285	3898.29	358.48	5567.04	977.69	10000.18
286	3898.29	358.48	5791.98	977.69	10000.18
287	3898.29	358.48	6016.91	977.69	10000.18
288	3898.29	358.48	6241.84	977.69	10000.19
289	3898.29	358.48	6466.77	977.69	10000.22
290	3898.29	358.48	6691.70	977.69	10000.36
291	3898.29	358.48	6916.63	977.69	10000.93
292	3898.29	358.48	7141.56	961.72	9997.55
293	3898.29	358.48	7291.52	929.79	9997.34
294	3898.29	358.48	7329.00	354.97	9997.73
295	3898.29	358.48	7329.00	450.77	9997.73
296	3898.29	358.48	7329.00	546.57	9997.73
297	3898.29	358.48	7329.00	642.38	9997.73
298	3898.29	358.48	7329.00	738.18	9997.73
299	3898.29	358.48	7329.00	833.98	9997.73
300	3898.29	358.48	7329.00	929.79	9999.01
301	3898.29	358.48	7366.49	370.93	9999.75
302	3898.29	358.48	7366.49	466.74	9999.75

## Posibles combinaciones: Presa Adolfo Ruíz Cortines (Mocuzari)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
303	3898.29	358.48	7366.49	562.54	9999.75
304	3898.29	358.48	7366.49	658.34	9999.75
305	3898.29	358.48	7366.49	754.15	9999.75
306	3898.29	358.48	7366.49	849.95	9999.77
307	3898.29	358.48	7366.49	945.75	10002.26
308	3898.29	358.48	7403.98	386.90	10002.09
309	3898.29	358.48	7403.98	482.70	10002.09
310	3898.29	358.48	7403.98	578.51	10002.09
311	3898.29	358.48	7403.98	674.31	10002.09
312	3898.29	358.48	7403.98	770.11	10002.09
313	3898.29	358.48	7403.98	865.92	10002.13

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



### Combinaciones de las variables para un periodo de retorno dado Presa Adolfo López Mateos (Humaya)

Se presentan algunas combinaciones obtenidas con el programa PRET-H.BAS  
En negrita se presenta la combinación más desfavorable.

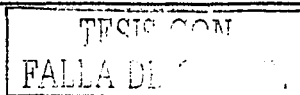
No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
1	7476.23	928.41	10782.03	1456.50	10000.65
2	7536.04	928.41	10782.03	1456.50	10000.68
3	7595.85	904.61	10782.03	1900.71	9998.46
4	7655.66	880.80	10457.27	1984.00	10001.55
5	7715.47	857.00	10976.89	2011.76	9998.58
6	7775.28	761.78	12730.59	1400.97	10002.46
7	7835.09	571.33	12925.45	1206.63	9998.90
8	7894.90	547.53	8508.71	2122.82	9999.95
9	7894.90	904.61	10782.03	1900.71	9998.47
10	7954.71	857.00	10976.89	2011.76	9998.59
11	8014.52	595.14	7989.10	2122.82	10000.69
12	8074.33	571.33	12925.45	1095.58	10000.48
13	8134.14	499.91	8573.66	2122.82	9997.27
14	8193.95	595.14	7924.14	2122.82	9999.95
15	8253.76	547.53	12925.45	1289.92	9998.56
16	8313.56	476.11	8573.66	2122.82	10000.69
17	8313.56	904.61	10782.03	1900.71	9998.50
18	8373.37	833.19	12470.78	1595.31	9997.51
19	8433.18	785.58	12665.64	1512.03	10000.24
20	8492.99	761.78	12730.59	1373.21	10000.98
21	8552.80	666.55	12860.50	1428.74	10001.52
22	8612.61	523.72	8443.76	2122.82	9998.77
23	8612.61	833.19	12470.78	1595.31	9997.70
24	8672.42	761.78	12730.59	1345.45	9999.89
25	8732.23	571.33	8119.00	2122.82	9998.14
26	8732.23	761.78	12730.59	1373.21	10002.78
27	8792.04	595.14	6495.20	2122.82	10000.50
28	8792.04	761.78	12730.59	1317.68	9999.52
29	8851.85	523.72	12925.45	1095.58	10001.00
30	8851.85	761.78	12730.59	1262.16	9998.60
31	8911.66	499.91	12925.45	1178.87	9999.93
32	8911.66	761.78	12730.59	1317.68	10001.05
33	8971.47	571.33	7859.19	2122.82	9997.67
34	8971.47	761.78	12730.59	1289.92	10000.98
35	9031.28	595.14	12795.54	1678.60	10001.85
36	9031.28	833.19	12470.78	1595.31	9998.42
37	9091.09	642.75	12860.50	1512.03	10002.48

Posibles combinaciones: Presa Adolfo López Mateos (Humaya)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
38	9091.09	904.61	11496.50	1789.66	9997.02
39	9150.90	618.94	12860.50	1539.79	9997.42
40	9150.90	928.41	10782.03	1428.74	10001.53
41	9210.71	833.19	12470.78	1595.31	9999.00
42	9270.52	547.53	7664.34	2122.82	10001.54
43	9330.33	499.91	7859.19	2122.82	10000.89
44	9330.33	880.80	12081.07	1512.03	9999.21
45	9390.14	547.53	12795.54	1678.60	10000.35
46	9390.14	857.00	10976.89	2011.76	9999.06
47	9449.95	499.91	7274.62	2122.82	9998.53
48	9449.95	737.97	12600.69	1817.42	9997.06
49	9449.95	928.41	10782.03	1234.39	9997.97
50	9509.76	476.11	7014.82	2122.82	10002.55
51	9509.76	928.41	10782.03	1178.67	9999.43
52	9569.57	857.00	10976.89	2011.76	9999.33
53	9569.57	928.41	10782.03	1317.68	10002.51
54	9689.19	571.33	12535.74	1872.95	9997.11
55	9749.00	523.72	12535.74	1872.95	9997.05
56	9749.00	880.80	12081.07	1512.03	10002.99
57	9808.81	547.53	10522.22	2095.05	9999.43
58	9808.81	880.80	12081.07	1484.26	9999.95
59	9868.62	666.55	10457.27	2095.05	10001.33
60	9868.62	904.61	11496.50	1789.66	9998.88
61	9928.43	785.58	12665.64	1373.21	9998.74
62	9928.43	928.41	10457.27	1706.37	9998.18
63	9988.24	785.58	12665.64	1262.16	9999.56
64	9988.24	904.61	10782.03	1900.71	10001.41
65	10048.05	785.58	12665.64	1151.10	10002.56
66	10048.05	880.80	12081.07	1206.63	9997.94
67	10107.86	618.94	12860.50	1456.50	10000.51
68	10107.86	880.80	12081.07	1206.63	9999.61
69	10167.67	737.97	9937.66	2095.05	10001.72
70	10167.67	880.80	12081.07	1262.16	10001.50
71	10227.48	618.94	12860.50	1400.97	9999.72
72	10287.29	666.55	12730.59	1734.13	10000.20
73	10347.10	809.39	11301.65	2039.53	10001.31
74	10406.91	833.19	12470.78	1539.79	9997.45
75	10466.72	833.19	11496.50	2011.76	9999.03
76	10526.53	523.72	12860.50	1178.87	9999.21
77	10586.34	666.55	10392.32	2095.05	10002.31
78	10646.15	666.55	12665.64	1789.66	10000.45
79	10646.15	928.41	10717.08	1123.34	9998.19
80	10705.96	499.91	11236.70	2067.29	9998.27
81	10705.96	833.19	12470.78	1289.92	10001.86
82	10765.77	880.80	10392.32	1984.00	9998.40

Posibles combinaciones: Presa Adolfo López Mateos (Humaya)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
83	10825.58	761.78	12405.83	1900.71	9999.98
84	10885.39	690.36	12795.54	1456.50	9997.60
85	10945.20	833.19	10846.98	2039.53	10001.10
86	11005.01	785.58	12016.12	1984.00	9998.27
87	11124.63	666.55	12795.54	1400.97	9997.61
88	11184.44	571.33	12795.54	1539.79	9997.72
89	11184.44	737.97	8248.90	2095.05	9998.88
90	11244.25	547.53	12795.54	1512.03	10000.44
91	11244.25	737.97	12730.59	1067.81	9999.19
92	11244.25	809.39	9612.90	2067.29	10000.82
93	11304.06	547.53	12795.54	1456.50	10000.96
94	11304.06	809.39	9418.04	2067.29	9999.48
95	11363.87	476.11	12795.54	1289.92	10001.82
96	11363.87	523.72	12795.54	1178.87	10000.80
97	11363.87	928.41	9807.75	1734.13	10002.19
98	11483.49	690.36	9807.75	2095.05	9999.11
99	11543.30	571.33	12665.64	1761.89	9998.57
100	11543.30	928.41	9093.26	1734.13	9998.52
101	11603.11	880.80	9937.66	1984.00	10000.23
102	11662.91	761.78	12665.64	1151.10	9999.71
103	11662.91	857.00	12146.02	1845.18	10000.19
104	11662.91	928.41	10392.32	1262.16	10002.55
105	11722.72	809.39	12081.07	1956.24	9997.56
106	11722.72	928.41	10327.37	1484.26	10000.29
107	11782.53	809.39	12535.74	1095.58	10002.95
108	11782.53	857.00	12275.93	1262.16	9998.78
109	11782.53	928.41	7924.14	1706.37	9997.29
110	11782.53	928.41	9807.75	1678.60	10001.45
111	11842.34	547.53	8963.38	2095.05	9998.24
112	11842.34	714.16	12600.69	1789.66	9999.31
113	11902.15	499.91	12730.59	1400.97	10000.78
114	11902.15	785.58	10457.27	2067.29	9997.98
115	11902.15	904.61	11561.46	1206.63	9997.18
116	11902.15	928.41	8963.38	1678.60	10000.92
117	11961.96	666.55	12470.78	1872.95	9999.57
118	11961.96	928.41	10002.61	1151.10	9997.89
119	12021.77	904.61	11496.50	1706.37	9997.16
120	12081.58	880.80	11756.31	1872.95	10001.03
121	12141.39	714.16	12665.64	1067.81	10000.13
122	12141.39	833.19	12340.88	1789.66	9998.80
123	12141.39	928.41	7144.72	1539.79	9998.43
124	12141.39	928.41	8054.05	1539.79	9999.97
125	12141.39	928.41	9223.16	1123.34	9998.69
126	12201.20	499.91	12665.64	1623.08	10001.07
127	12201.20	857.00	10522.22	2011.76	10001.33



# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Seguridad Hidrológica de Presas con Múltiples Tributarios

Posibles combinaciones: Presa Adolfo López Mateos (Humaya)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
128	12201.20	904.61	11496.50	1373.21	9997.85
129	12261.01	666.55	12665.64	1234.39	10000.03
130	12320.82	666.55	12016.12	1984.00	10001.99
131	12380.63	809.39	12470.78	1178.87	9998.04
132	12380.63	857.00	9937.66	2011.76	9999.73
<b>133</b>	<b>12380.63</b>	<b>857.00</b>	<b>11951.17</b>	<b>1900.71</b>	<b>9997.03</b>
134	12500.25	476.11	12405.83	1872.95	10000.75
135	12500.25	761.78	9288.14	2067.29	10001.71
136	12560.06	690.36	12600.69	1317.68	9997.06
137	12560.06	833.19	12340.88	1151.10	9999.77
138	12560.06	857.00	12146.02	1761.89	10002.22
139	12619.87	571.33	12600.69	1317.68	9997.59
140	12619.87	595.14	12600.69	1345.45	10002.18
141	12619.87	761.78	12535.74	1289.92	10000.67
142	12619.87	904.61	6690.06	1872.95	10002.55
143	12619.87	904.61	7599.38	1872.95	10002.57
144	12679.68	642.75	10067.56	2067.29	9998.82
145	12739.49	690.36	8898.42	2067.29	9999.66
146	12799.30	547.53	12535.74	1650.84	9999.77
147	12859.11	547.53	12535.74	1512.03	9999.56
148	12859.11	642.75	12535.74	1317.68	9999.80
149	12918.92	904.61	10327.37	1817.42	9998.55
150	12978.73	904.61	9288.14	1817.42	9998.34
151	13038.54	571.33	12275.93	1872.95	9998.11
152	13098.35	785.58	12340.88	1734.13	10000.16
153	13158.16	737.97	10327.37	2039.53	9999.87
154	13217.97	642.75	11691.36	1984.00	9997.10
155	13217.97	880.80	11366.60	1845.18	9999.41
156	13217.97	904.61	7339.58	1706.37	10001.97
157	13217.97	904.61	8248.90	1706.37	10002.38
158	13217.97	904.61	10262.42	1262.16	9998.49
159	13277.78	595.14	9677.65	2039.53	10001.34
160	13277.78	690.36	7144.72	2039.53	9997.60
161	13277.78	690.36	8054.05	2039.53	9998.05
162	13277.78	737.97	11626.41	1984.00	9999.90
163	13277.78	880.80	11561.46	1400.97	9999.71
164	13277.78	904.61	7014.82	1595.31	10000.00
165	13277.78	904.61	7924.14	1595.31	10000.33
166	13277.78	904.61	9223.18	1567.55	10001.32
167	13277.78	904.61	9547.94	1289.92	9998.06
168	13337.59	547.53	12210.98	1845.18	10001.60
169	13337.59	880.80	6560.15	1900.71	10000.75
170	13337.59	880.80	7469.48	1900.71	10000.76
171	13337.59	880.80	8378.81	1900.71	10000.93
172	13337.59	880.80	11496.50	1623.08	9999.11

## Posibles combinaciones: Presa Adolfo López Mateos (Humaya)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
173	13397.40	857.00	9937.66	1956.24	10001.05
174	13457.21	737.97	12275.93	1067.81	9998.00
175	13457.21	737.97	12275.93	1456.50	9999.51
176	13517.02	523.72	12275.93	1484.26	9999.22
177	13517.02	761.78	11821.26	1928.47	10001.15
178	13576.83	737.97	9418.04	2011.76	9997.49
179	13636.64	476.11	8638.62	2011.76	9999.91
180	13636.64	523.72	8573.66	2011.76	9999.23
181	13636.64	571.33	8183.95	2011.76	9997.20
182	13636.64	595.14	6755.01	2011.76	9997.43
183	13636.64	595.14	7664.34	2011.76	9997.87
184	13636.64	595.14	8573.66	2011.76	10002.23
185	13636.64	618.94	7274.62	2011.76	10001.79
186	13636.64	618.94	12081.07	1817.42	9998.94
187	13636.64	880.80	6690.06	1817.42	9998.78
188	13636.64	880.80	7599.38	1817.42	9998.80
189	13636.64	880.80	8508.71	1817.42	9999.17
190	13636.64	880.80	10976.89	1067.81	9998.99
191	13636.64	880.80	10976.89	1456.50	9999.67
192	13696.45	880.80	10197.46	1761.89	9997.97
193	13756.26	857.00	11366.60	1789.66	9999.14
194	13816.07	476.11	12081.07	1262.16	10002.20
195	13816.07	523.72	12081.07	1095.58	10002.22
196	13816.07	737.97	9872.70	1984.00	9998.85
197	13816.07	880.80	6560.15	1151.10	10002.16
198	13816.07	880.80	6690.06	1095.58	10002.11
199	13816.07	880.80	6755.01	1262.16	10002.82
200	13816.07	880.80	6884.91	1206.63	10002.47
201	13816.07	880.80	7014.82	1151.10	10002.35
202	13816.07	880.80	7144.72	1095.58	10002.37
203	13816.07	880.80	7274.62	1067.81	10002.49
204	13816.07	880.80	7404.53	1067.81	10002.66
205	13816.07	880.80	7534.43	1123.34	10002.92
206	13875.88	476.11	7274.62	1984.00	10000.51
207	13875.88	476.11	11821.26	1845.18	9997.13
208	13875.88	499.91	7274.62	1984.00	10000.71
209	13875.88	499.91	11821.26	1845.18	9997.13
210	13875.88	523.72	7274.62	1984.00	10001.09
211	13875.88	523.72	11951.17	1761.89	10000.59
212	13875.88	547.53	7339.58	1984.00	10001.86
213	13875.88	571.33	6625.10	1984.00	10002.95
214	13875.88	690.36	12016.12	1345.45	9997.01
215	13935.69	690.36	11951.17	1623.08	10002.77
216	13935.69	714.16	11951.17	1428.74	10001.61
217	13995.50	737.97	11821.26	1734.13	9999.45

## Posibles combinaciones: Presa Adolfo López Mateos (Humaya)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
218	14055.31	714.16	11821.26	1123.34	9997.71
219	14055.31	737.97	11236.70	1900.71	10002.61
220	14055.31	857.00	8963.38	1734.13	9999.00
221	14055.31	857.00	10457.27	1262.16	9999.22
222	14115.12	499.91	11626.41	1789.66	9999.57
223	14115.12	618.94	11106.79	1900.71	10001.77
224	14115.12	761.78	8768.52	1928.47	9998.03
225	14115.12	833.19	8313.86	1845.18	9997.13
226	14115.12	833.19	9223.18	1845.18	10000.54
227	14115.12	857.00	6560.15	1262.16	9997.53
228	14115.12	857.00	6690.06	1206.63	9997.10
229	14115.12	857.00	6755.01	1373.21	10000.17
230	14115.12	857.00	6884.91	1262.16	9997.61
231	14115.12	857.00	6949.86	1373.21	10000.21
232	14115.12	857.00	7079.77	1151.10	9997.10
233	14115.12	857.00	7144.72	1178.87	9997.23
234	14115.12	857.00	7209.67	1206.63	9997.40
235	14115.12	857.00	7274.62	1234.39	9997.63
236	14115.12	857.00	7339.58	1262.16	9997.93
237	14115.12	857.00	7404.53	1289.92	9998.33
238	14115.12	857.00	7469.48	1317.68	9998.88
239	14115.12	857.00	7534.43	1345.45	9999.63
240	14115.12	857.00	7599.38	1373.21	10000.66
241	14115.12	857.00	7664.34	1400.97	10002.07
242	14115.12	857.00	7729.29	1067.81	9998.33
243	14115.12	857.00	7859.19	1095.58	9998.57
244	14115.12	857.00	7924.14	1123.34	9998.85
245	14115.12	857.00	7989.10	1151.10	9999.17
246	14115.12	857.00	8054.05	1178.87	9999.54
247	14115.12	857.00	8119.00	1234.39	10000.06
248	14115.12	857.00	8183.95	1289.92	10000.84
249	14115.12	857.00	8248.90	1345.45	10002.13
250	14115.12	857.00	8378.81	1095.58	10001.90
251	14115.12	857.00	8443.76	1206.63	10002.68
252	14174.93	595.14	11691.36	1512.03	10000.22
253	14174.93	642.75	11691.36	1289.92	9998.10
254	14174.93	809.39	9547.94	1872.95	9998.79
255	14234.74	785.58	11301.65	1734.13	10000.19
256	14234.74	833.19	10587.18	1484.26	9999.15
257	14294.55	523.72	8443.76	1900.71	9997.00
258	14294.55	571.33	8378.81	1900.71	9997.99
259	14294.55	595.14	8054.05	1900.71	9998.28
260	14294.55	618.94	6819.96	1900.71	10002.01
261	14294.55	618.94	7729.29	1900.71	10002.51
262	14294.55	833.19	6625.10	1623.08	9999.41

Posibles combinaciones: Presa Adolfo López Mateos (Humaya)

No.	$x_1$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_2$ (Mm <sup>3</sup> )	$x_3$ (m <sup>3</sup> /s)	$x_4$ (Mm <sup>3</sup> )	T (años)
263	14294.55	833.19	7534.43	1623.08	9999.51
264	14294.55	833.19	8443.76	1623.08	10000.94
265	14294.55	833.19	9742.80	1178.87	9998.88
266	14354.36	666.55	9937.66	1872.95	9999.38
267	14354.36	809.39	10652.13	1484.26	9997.60
268	14414.17	666.55	11236.70	1206.63	9997.94
269	14414.17	785.58	8573.66	1789.66	9997.08
270	14414.17	809.39	10002.61	1567.55	10002.72
271	14414.17	809.39	10067.56	1428.74	10000.73
272	14473.98	499.91	10132.51	1817.42	10000.07
273	14473.98	523.72	11106.79	1095.58	9998.92
274	14473.98	547.53	11106.79	1151.10	10000.40
275	14473.98	595.14	10132.51	1817.42	10001.59
276	14533.79	476.11	9937.66	1789.66	9998.53
277	14533.79	618.94	10911.94	1345.45	9998.24
278	14533.79	761.78	6819.96	1734.13	9999.49
279	14533.79	761.78	7729.29	1734.13	9999.67
280	14533.79	761.78	8638.62	1734.13	10002.46
281	14533.79	785.58	9547.94	1234.39	10001.53
282	14593.60	690.36	10197.46	1706.37	9998.07
283	14593.60	737.97	10327.37	1400.97	10001.17
284	14593.60	761.78	9807.75	1289.92	10001.63
285	14653.41	666.55	10327.37	1456.50	9998.66
286	14653.41	714.16	6625.10	1678.60	10001.51
287	14653.41	714.16	7534.43	1678.60	10001.81
288	14653.41	737.97	9547.94	1512.03	10000.37
289	14713.22	476.11	7274.62	1678.60	9999.92
290	14713.22	499.91	7014.82	1678.60	9999.92
291	14713.22	523.72	6819.96	1678.60	10001.65
292	14713.22	595.14	10067.56	1067.81	9998.97
293	14713.22	666.55	9288.14	1623.08	9999.03
294	14773.03	476.11	9612.90	1345.45	10002.37
295	14773.03	547.53	9612.90	1234.39	9999.02
296	14773.03	618.94	9482.99	1345.45	9999.95
297	14773.03	666.55	9093.28	1178.87	10001.89
298	14832.84	523.72	7664.34	1484.26	9999.08
299	14832.84	547.53	7144.72	1484.26	10000.26
300	14832.84	595.14	8313.86	1400.97	9997.68
301	14892.65	476.11	6884.91	1262.16	9997.57
302	14892.65	499.91	7339.58	1151.10	9998.27
303	14892.65	523.72	7079.77	1095.58	10002.96

TRABAJO CON  
FALLA DE ORIGEN