

8



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

FENÓMENOS DE DISPERSIÓN EN LOS
PROCESOS DE RECUPERACIÓN MEJORADA
DE HIDROCARBUROS

TESIS PROFESIONAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE :
INGENIERO PETROLERO
P R E S E N T A :
MARIA GUADALUPE GALICIA MUÑOZ

ASESOR: DR. JESÚS RIVERA RODRÍGUEZ

MÉXICO, D.F.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

OCTUBRE 2002





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PAGINACIÓN

DISCONTINUA



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION
60-I-430

SRITA. MARIA GUADALUPE GALICIA MUÑOZ
Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor Dr. Jesús Rivera Rodríguez y que aprobó esta Dirección para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de Ingeniero Petrolero:

FENOMENOS DE DISPERSION EN LOS PROCESOS DE RECUPERACION MEJORADA DE HIDROCARBUROS

- I PRINCIPIOS DE LOS PROCESOS DE RECUPERACION MEJORADA
- II PROCESOS DE DIFUSION Y DISPERSION
- III TEORIAS DE LA DISPERSION
- IV IMPORTANCIA DEL CONOCIMIENTO DEL COEFICIENTE DE DISPERSION EN EL DISEÑO DE UN PROCESO DE RECUPERACION MEJORADA
- V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
BIBLIOGRAFIA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo, le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que se deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar examen profesional

Atentamente

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cd. Universitaria, D. F., a 22 de marzo de 2001

EL DIRECTOR

ING. GERARDO FERRANDO BRAYO

GFB*RLLR*gtg

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

“FENÓMENOS DE DISPERSION EN LOS PROCESOS DE RECUPERACIÓN
MEJORADA DE HIDROCARBUROS”

TESIS PRESENTADA POR:

GALICIA MUÑOZ MARÍA GUADALUPE

8835114-4

DIRIGIDA POR:

Dr. JESUS RIVERA RODRÍGUEZ

JURADO DEL EXÁMEN PROFESIONAL

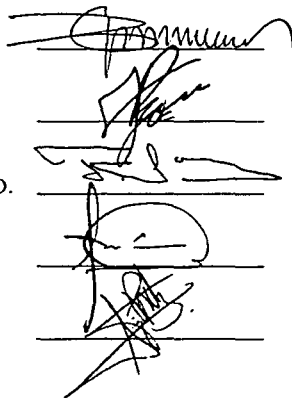
PRESIDENTE: ING. MANUEL VILLAMAR VIGUERAS.

VOCAL: DR. JESÚS RIVERA RODRÍGUEZ.

SECRETARIO: DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO.

1^{er}. SUPLENTE: M. I. NÉSTOR MARTÍNEZ ROMERO.

2^{do} SUPLENTE: M. I. JOSÉ MARTÍNEZ PÉREZ



Handwritten signatures of the jury members, corresponding to the names listed on the left. There are four distinct signatures, each written over a horizontal line.

MÉXICO.D.F.

OCTUBRE DEL 2002

AGRADECIMIENTOS

A DIOS:

Gracias, te debo todo.

A MI MAMA:

Eustolia Muñoz Xicali por todo su apoyo y confianza, este trabajo esta dedicado especialmente para ti. Con todo mi cariño y respeto.

A LA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO:

Por haberme brindado la oportunidad de tener una educación profesional.

A LA FACULTAD DE INGENIERIA:

Por que me abrió las puertas a un mundo nuevo.

A MI DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Jesús Rivera Rodríguez

Por creer en mi y brindarme parte de su tiempo.

A LOS QUE PARTICIPARON EN LA ELABORACIÓN DE ESTE TRABAJO:

Ing. Manuel Villamar Vigueras, Dr. Fernando Samaniego Verduzco, M.I. Néstor Martínez Romero, M.I. José Martínez Pérez.

A MI ESPOSO:

M. I. Héctor Carlos Pulido Bello, con todo cariño.

A MI HIJA:

Paula Guadalupe Pulido Galicia, te deseo todo el éxito en tu vida.

A MIS HERMANAS:

Sofía, Raquel, Susana y Silvia

Por que han sido mi apoyo y fortaleza, las quiero mucho.

A mi hermano Isaac.

A MIS SOBRINOS Y SOBRINAS:

Por que les deseo el mayor éxito en lo que decidan para sus vidas.

A todos aquellos que fueron parte de este logro gracias.

RESÚMEN

En este trabajo se discuten los efectos benéficos y adversos que los procesos de difusión y dispersión ocasionan durante la aplicación de los métodos de recuperación mejorada.

Se realizó una revisión exhaustiva de la literatura referente al tema y se presentan los principales modelos de difusión que se han utilizado para los procesos de recuperación mejorada.

Se definieron las variables que modifican el coeficiente de dispersión durante un proceso de desplazamiento donde exista transferencia de masa. La influencia de algunas de estas variables se presenta también en forma gráfica.

Las bases del desarrollo teórico de los modelos de difusión para flujo lineal se presentan de forma amplia.

Se presenta el desarrollo para la obtención de la ecuación de dispersión-convección para flujo lineal. La solución analítica en variables reales para el modelo de dispersión convección con capacitancia se presenta para transferencia de masa entre fases de la zona estancada pseudoestacionaria; así como la solución para variables adimensionales.

CONTENIDO

pág.

INTRODUCCIÓN

1

CAPÍTULO 1

PRINCIPIOS DE LOS PROCESOS DE RECUPERACIÓN MEJORADA

3

1.1 Generalidades.

3

1.2 Factores que controlan la eficiencia de un proceso de recuperación mejorada.

7

1.3 Inyección inmisible de gas combinado con segregación gravitacional.

9

1.3.1 Inyección de gas con segregación.

11

1.3.2 Inyección de nitrógeno.

12

1.4 Procesos miscibles.

13

1.4.1 Inyección de gas GLP (gas licuable del petróleo).

14

1.4.2 Inyección de gas enriquecido.

14

1.4.3 Inyección de gas a alta presión.

15

1.4.4 Inyección de bióxido de carbono.

16

1.5 Procesos químicos.

17

1.5.1 Soluciones Poliméricas.

17

a) Poliacrilamidas.

18

b) Polisacáridos.

19

1.5.2 Cáusticos.

19

1.5.3 Surfactantes.

20

1.5.4 Inyección de soluciones micelares.

21

1.6 Procesos térmicos.

22

1.6.1 Inyección de vapor.

23

1.6.2 Combustión "in situ".

24

a) Combustión progresiva.

25

b) Combustión regresiva.

25

CAPÍTULO 2

PROCESOS DE DIFUSIÓN Y DISPERSIÓN

26

2.1 Difusión.

27

2.2 Mezcla de fluidos por dispersión.

28

2.2.1	Dispersión mecánica.	28
2.2.2	Dispersión hidrodinámica.	28
2.2	Dispersión longitudinal y transversal.	33
2.3	Ocurrencia del fenómeno de dispersión.	36
2.4	Factores que afectan el proceso de dispersión.	36
2.4.1	Movilidad.	36
2.4.2	Relación de movilidades, M.	37
2.4.3	Digitación viscosa.	38

CAPÍTULO 3

TEORÍAS DE LA DISPERSIÓN

		44
3.1	Modelo de Dispersión-Convección.	46
3.1.1	Flujo Lineal.	46
3.1.2	Modelo de Tubos Capilares.	50
3.1.3	Modelo de Celdas de Mezclado.	53
3.2	La Ecuación Unidimensional de Dispersión-Convección. Condiciones de Frontera y Soluciones.	54
3.3	Modelo de Dispersión-Convección con Capacitancia.	66
3.3.1	Modelo de Capacitancia.	66
3.3.2	Causas de Capacitancia y Aplicaciones del Modelo de Capacitancia para diferentes sistemas.	70
3.3.3	Efectos de Parámetros del Modelo de Capacitancia en los Perfiles Fluyentes.	73
3.3.4	Factores que afectan los Parámetros del Modelo de Capacitancia.	76
3.3.5	Escalamiento de los parámetros del modelo de capacitancia.	78
3.4	Modelo de Dispersión-Convección con Adsorción.	79
3.4.1	El Modelo de Adsorción.	79
3.5	El Modelo de Dispersión-Convección con Capacitancia y Adsorción.	81

CAPÍTULO 4

IMPORTANCIA DEL CONOCIMIENTO DEL COEFICIENTE DE DISPERSIÓN EN EL DISEÑO DE UN PROCESO DE RECUPERACIÓN MEJORADA	84
--	----

4.1. Influencia del coeficiente de dispersión en algunos procesos de Recuperación Mejorada.	85
4.2. Factores que modifican el coeficiente de dispersión en el Medio Poroso.	87
4.3 Determinación del coeficiente de dispersión en el medio poroso.	92

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	95
--------------------------------	----

NOMENCLATURA	100
--------------	-----

REFERENCIAS	102
-------------	-----

APÉNDICE A	107
------------	-----

APÉNDICE B	112
------------	-----

APÉNDICE C	115
------------	-----

LISTA DE FIGURAS

CAPITULO 1

Fig. 1.1 Clasificaciones de los procesos de recuperación mejorada.

Fig. 1.2 Eficiencia de desplazamiento a nivel microscópico.

Fig. 1.3 Eficiencia a nivel macroscópico.

CAPITULO 2

Fig. 2.1 Mezcla de dos fluidos durante el flujo en un medio poroso.

Fig. 2.2 Variaciones en la concentración del fluido inyectado.

Fig. 2.3 Curvas de irrupción en una columna de arena.

Fig. 2.4 Mezcla de aceite y fluido inyectado por dispersión longitudinal y transversal.

Fig. 2.5 Frentes de desplazamiento para diferentes relaciones de movilidad y volúmenes Porosos inyectados hasta la irrupción.

Fig. 2.6 Eficiencia de barrido al momento de irrupción y mediciones de la zona de mezcla, arreglo de cinco pozos.

CAPITULO 3

Fig. 3.1 Modelo de tubos capilares.

Fig. 3.2 Concentración como función de la distancia transformada.

Fig. 3.3 Perfiles de concentración fluyente para un rango de números de Peclet.

Fig. 3.4 Efectos de las condiciones de frontera en las soluciones de la ecuación de dispersión- convección a diferentes números de Peclet.

Fig. 3.5 Volumen estancado.

Fig. 3.6 Modelos de volúmenes estancados.

Fig. 3.7 Efectos de los parámetros del modelo de capacitancia en la concentración de Solvente.

CAPITULO 4

Fig. 4.1 Coeficiente de dispersión dependiente del número de Peclet

Fig. 4.2 Grafica en coordenadas probabilísticas para la determinación del coeficiente de Dispersión longitudinal

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el descubrimiento de yacimientos nuevos implica cada vez más dificultades y mayores costos, por lo que la industria petrolera se encamina a aplicar mejores técnicas de explotación a los yacimientos ya conocidos. A raíz de esto se desarrolló el desplazamiento de aceite por inyección de agua, que a la fecha es el que se aplica más frecuentemente en el mundo, y con el que se ha incrementado notablemente la recuperación de hidrocarburos. No obstante aún con operaciones de esta índole, que pueden ser consideradas como satisfactorias, los factores de recuperación rara vez alcanzan un 50% del aceite contenido en la roca almacenante, lo que significa que normalmente se deja más de la mitad del petróleo descubierto en los yacimientos considerados como agotados.

Este enorme potencial de hidrocarburos recuperables es un poderoso incentivo para continuar las investigaciones sobre nuevos métodos de explotación, puesto que aumentar la eficiencia de recuperación, aún en un pequeño porcentaje, equivale a obtener una cantidad extra de millones de barriles de hidrocarburos.

Es conveniente mencionar que en las aplicaciones de campo sólo una parte del total de poros son invadidos por el fluido desplazante debido a varios factores entre los que se tiene: la difusión y dispersión del fluido inyectado, la relación adversa de movilidades de los fluidos desplazante a desplazado, las heterogeneidades del yacimiento y el arreglo de pozos inyectores y productores, entre otros.

En este trabajo se discuten los efectos benéficos y adversos que los procesos de difusión y dispersión ocasionan durante la aplicación de los métodos de recuperación mejorada.

PRINCIPIOS DE LOS PROCESOS DE RECUPERACIÓN MEJORADA

En este capítulo se presentan los principios de los procesos de recuperación mejorada.

1.1 Generalidades.

La disminución de la presión estática de la mayoría de los yacimientos petroleros como consecuencia del ritmo de extracción, hace necesario el estudio de nuevas y mejores técnicas que permitan incrementar la cantidad de hidrocarburos que es posible recuperar.

Actualmente muchos de los yacimientos en México ya han pasado por su etapa de producción primaria y necesitan la aplicación de procesos de recuperación mejorada, lo que hace necesario un estudio más a fondo de dichos procesos.

La producción de aceite alrededor del mundo proveniente de la recuperación mejorada y de los proyectos de aceite pesado, fue al comenzar 1998 muy cercana a 2.3 MMBPD, los cuales representan el 3.5% de la producción mundial.¹

Las etapas por las que atraviesa la vida productiva de un yacimiento son las siguientes:

Etapa de producción primaria. Es la etapa en la que se aprovecha la energía propia del yacimiento para desplazar los hidrocarburos almacenados en la roca hacia los pozos productores.

Etapa de producción por recuperación secundaria. La característica principal de esta etapa es la adición de energía externa al yacimiento. El procedimiento más común en esta etapa es la inyección de agua y en algunos casos se utiliza gas natural realizado en forma inmiscible. Se le llama “secundaria” porque se aplica posteriormente a la fase de producción primaria.

Etapa de producción por recuperación mejorada. Se define como aquella etapa en la vida productiva de un campo, en la que se

¹ La bibliografía y la nomenclatura se presentan al final del trabajo.

aplica la inyección adicional de un agente o fuente de energía externa(masa o energía mecánica o térmica) a un yacimiento, que permite en forma rentable la recuperación adicional de hidrocarburos, más allá de los límites de los métodos de explotación primaria.

Cabe aclarar que, un método de recuperación mejorada puede aplicarse como un proceso de la recuperación secundaria o bien como recuperación terciaria, dependiendo de la secuencia en tiempo en que se aplique, una vez concluida la etapa, de producción primaria.

Los procesos más comunes de recuperación mejorada son: inyección de un gas en forma miscible, recuperación térmica y la inyección de agentes químicos, ver Fig.1.1

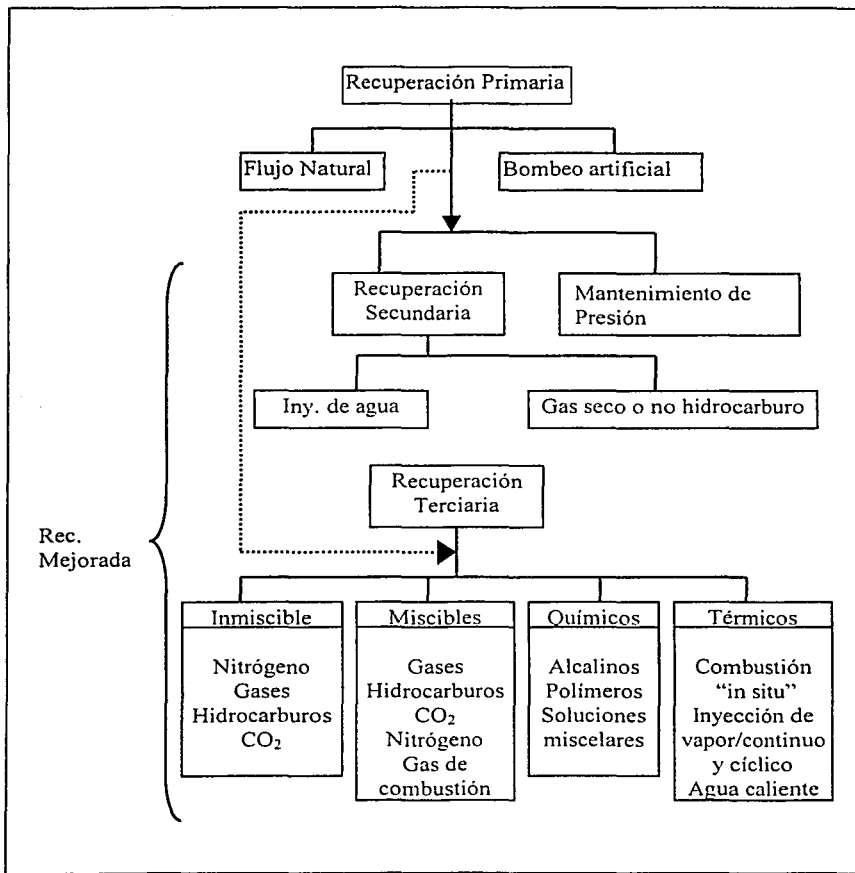


Fig. 1.1 Etapas y tipo de fuente de energía que pueden estar comprendidos dentro de los procesos de recuperación mejorada³⁴.

1.2 Factores que controlan la eficiencia de un proceso de recuperación mejorada.^{39,50}

En un proceso de recuperación mejorada existen diversos factores que determinan tanto la cantidad de aceite a recuperar como la utilidad económica que de éste se derive. Los factores pueden clasificarse como sigue:

I. Volumen de aceite remanente al inicio de la inyección.

El factor principal es la cantidad de aceite que puede ser recuperado, la cual es función de la saturación residual de aceite (S_{or}).

La saturación residual de aceite, depende de la eficiencia del mecanismo de expulsión de fluidos del yacimiento que haya actuado hasta el momento de iniciar la inyección.

II. Factores físicos.

El éxito de los procesos de recuperación mejorada depende de los mecanismos mediante los cuales el fluido inyectado desplaza al aceite, así como de la porción del volumen del yacimiento en el cual el fluido inyectado penetra. Los diferentes tipos de eficiencias son el resultado de factores incontrolables que se dan en la naturaleza, así como también con factores que pueden ser controlados.

a) Eficiencia de desplazamiento (E_d).

Es el cociente del volumen de hidrocarburos que se logra desplazar de los poros que lo contenían, dividido entre el volumen

de hidrocarburos en esos mismos poros antes de efectuar el desplazamiento. Según la Figura 1.2 se tiene:

$$E_d = \frac{V_d}{V_{hp}} \times 100 \quad \dots(1.1)$$

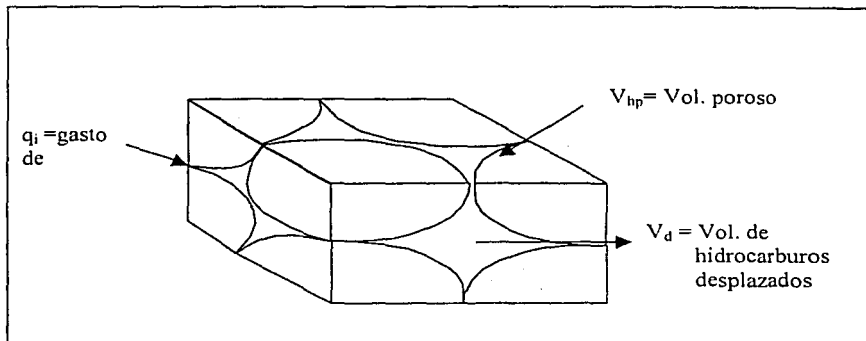
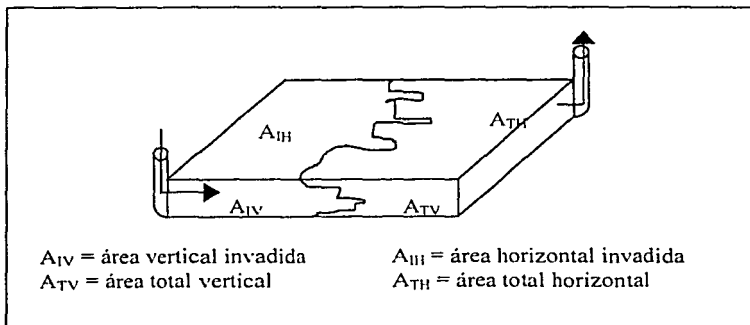


Fig. 1.2 Eficiencia de desplazamiento a nivel microscópico.⁴⁰

b) Eficiencia de barrido areal (E_a)

Se determina mediante el cociente del área barrida entre el área total del yacimiento.



$$E_a = \frac{A_{III}}{A_{TH}} \times 100 \quad \dots(1.2)$$

Fig. 1.3 Eficiencia a nivel macroscópico.⁴⁰

d) Eficiencia de barrido vertical. (E_{Vt})

Se define como el cociente del área barrida por el frente y el área total, tomada sobre una sección transversal.

$$E_{Vt} = \frac{A_{IV}}{A_{TV}} \times 100 \quad \dots(1.3)$$

e) Eficiencia volumétrica (E_V)

La eficiencia volumétrica es el volumen de poros puestos en contacto con el fluido inyectado dividido por el volumen poroso total. Se puede calcular multiplicando la eficiencia de barrido horizontal por la eficiencia de barrido vertical

$$E_V = E_H \times E_{Vt} \quad \dots(1.4)$$

1.3 Inyección inmisible de gas combinado con segregación gravitacional¹.

El incremento de la producción de petróleo en México, y mucho del potencial a corto y mediano plazo, está asociado con yacimientos localizados en calizas fracturadas.

La presencia de un sistema de fracturas en estos yacimientos, da como resultado que se tenga una permeabilidad vertical tal, que sea propicia para que actúe uno de los mecanismos más eficientes para la explotación de un yacimiento, la segregación vertical de fluidos; este mecanismo consiste en la separación y segregación de los fluidos de acuerdo a sus densidades.

Al explotarse un yacimiento se produce una zona depresionada alrededor de los pozos, la cual con el tiempo alcanzará presiones inferiores a la de saturación. A partir de este momento dos fuerzas gobiernan el movimiento del gas que se libera: la fuerza gravitacional, que tiende a hacer que el gas fluya hacia la cima de la formación y el gradiente de presión, que tiende a hacerlo fluir hacia el pozo, en caso de que primera fuerza sea mayor, se presentará el mecanismo de segregación gravitacional.

La ocurrencia de la segregación gravitacional es función de la combinación de varios factores: la permeabilidad vertical, la diferencia de densidades entre el gas y el aceite, sus viscosidades y el ritmo de producción del pozo; sin embargo, este último factor es el único que se puede regular para hacer que este mecanismo actúe a favor de una mayor recuperación del aceite "in situ".

Los yacimientos con alta permeabilidad vertical y gran espesor, presentan condiciones favorables para la segregación gravitacional, y la inyección de gas puede dar como resultado factores de recuperación altos.

En los yacimientos que carecen de permeabilidad vertical suficiente o de un alto buzamiento, puede utilizarse la inyección de gas en un proceso de empuje horizontal similar al usado para inyección de agua. Esto a menudo es referido como "inyección de gas disperso" (Dispersed Gas Injection). En general, se aplica la inyección de gas disperso en yacimientos que son relativamente pequeños y con un echado pequeño.

La inyección en la parte estructuralmente más alta de la formación (o en el casquete de gas) proporciona resultados mejores en los yacimientos que tienen altas permeabilidades verticales (200 md o más), y bastante relieve vertical para permitir que la capa de gas desplace el aceite echado abajo. Los procesos inmiscibles de inyección de gas más importantes son:

1.3.1 Inyección de gas con segregación gravitacional.

En este tipo de proceso, el gas se inyecta en la cima del yacimiento o cercano al casquete de gas. Los gases más utilizados para estos procesos son el bióxido de carbono y el nitrógeno.

Sin embargo, en algunas ocasiones cuando se tiene un echado importante y buena permeabilidad vertical, por conveniencia, el gas se inyecta en la columna de aceite en un punto inferior de la capa de gas, donde las fuerzas gravitacionales causan que el gas inyectado migre echado arriba, en contracorriente con el aceite. Este procedimiento es llamado en la literatura como recuperación "*attic oil*".

Conforme a experiencia práctica, se ha visto que se requiere contar con una permeabilidad vertical de 200 md o más para que ocurra una eficiente segregación del gas y el aceite.

Si no hay segregación apreciable de los fluidos, sea debido a una permeabilidad vertical insuficiente o a un excesivo gasto de inyección, la recuperación de aceite que se obtiene es debida al gas dispersado.

Todo el proceso de empuje inmiscible de gas y de inyección de gas en el casquete con segregación gravitacional, proporciona la recuperación máxima.

1.3.2 Inyección de nitrógeno.

En la década de los 80's se impulsó la recuperación mejorada mediante la sustitución del gas natural, por gases no hidrocarburos como el nitrógeno, el bióxido de carbono y gases de combustión.

El nitrógeno, es un gas inerte muy abundante en la naturaleza, ya que constituye un alto porcentaje del aire; es fácil de obtener, económico y considerando que la energía necesaria para comprimirlo a alta presión es inferior que la requerida para el gas natural (la energía requerida para comprimir un pie³ de gas natural es equivalente a la utilizada para 8 pies³ de nitrógeno), favorece que se pueda sustituir ventajosamente al gas natural como fluido de inyección.

Dentro de las aplicaciones del nitrógeno como fluido de inyección en los yacimientos petroleros, para mejorar la recuperación de aceite y gas natural están:

1. Mantenimiento de presión con desplazamiento inmiscible.
2. Gas de empuje para desplazamientos de baches miscibles.
3. Desplazamiento miscible.
4. Substituto del gas natural en procesos de circulación de gas para la recuperación de líquidos retrógrados en yacimientos de gas y condensado.

1.4. Procesos Miscibles.^{40,42}

La miscibilidad es el fenómeno físico que consiste en la mezcla de dos fluidos en todas proporciones, sin que se forme entre ellos una interfase. Se dice entonces que un fluido es solvente del otro y la presión mínima de miscibilidad, es la presión mínima para que el desplazamiento se efectúe en forma miscible. La manera de determinar la presión mínima de miscibilidad para propósitos de diseño es mediante correlaciones las cuales funcionan para determinado rango de datos. Para propósitos de aplicación es necesario realizar pruebas de desplazamiento a las condiciones operativas que se vayan a utilizar.

Se dice que existe miscibilidad de primer contacto cuando dos fluidos son totalmente solubles al mezclarse en cualquier proporción, de forma tal que, no existe una interfase entre ellos. Todos los líquidos hidrocarburos tales como la gasolina, el queroseno y los gases licuables del petróleo (GLP), como el etano, el propano y el butano, son miscibles con los aceites crudos inmediatamente al ponerse en contacto con ellos.

El proceso de miscibilidad de contactos múltiples, se logra debido al proceso de vaporización de componentes ligeros del aceite por el gas inyectado. La composición de las fases gaseosas consecutivas, después de varios contactos con el aceite, se van enriqueciendo en componentes ligeros a intermedios, hasta que se alcanza un punto en cual el sistema inyectado es miscible con el aceite del yacimiento.

Los procesos miscibles a su vez, pueden subdividirse en las categorías siguientes^{52,53}:

1.4.1 Inyección de gas GLP (gas licuable del petróleo)

En este proceso, el fluido que se inyecta está compuesto por uno o varios de los hidrocarburos intermedios (GLP) que son miscibles con el aceite, tanto a condiciones del yacimiento como a condiciones superficiales de presión y temperatura. Debido a que el GLP tiene un costo mayor que el aceite que va a recuperarse, es necesario emplear una cantidad mínima, formando un bache pequeño en volumen pero alto en concentración, y desplazarlo con un fluido de bajo costo, que además sea miscible con el GLP. El propano es el componente de mayor concentración que más se utiliza para formar el bache, el cual se desplaza con gas natural.

El problema fundamental de este proceso es la determinación de la cantidad mínima necesaria de GLP para mantener el desplazamiento miscible del sistema de gas natural-GLP-aceite en la porción del yacimiento proyectada para su explotación. La ventaja del proceso GLP consiste en que el desplazamiento puede efectuarse a presiones relativamente bajas, del orden de 100 kg/cm².

1.4.2 Inyección de gas enriquecido.

Este proceso se emplea cuando el aceite que se desea desplazar es de baja concentración en hidrocarburos intermedios, a tal grado que para efectuar el desplazamiento miscible se requiere una

presión excesivamente alta, no aplicable por razones técnicas y/o económicas. Esta deficiencia se compensa inyectando un gas enriquecido con hidrocarburos intermedios, los cuales bajo condiciones favorables de presión y temperatura se transfieren al aceite, formándose así en el frente de desplazamiento, a través del mecanismo de contactos múltiples un fluido de características miscibles con el aceite del yacimiento.

1.4.3 Inyección de gas a alta presión.

Este proceso consiste en utilizar gas, que a condiciones superficiales de presión y de temperatura no es miscible con el aceite que se desea desplazar. La característica de miscibilidad se desarrolla en el yacimiento inyectando el gas a alta presión, siendo ésta, generalmente superior a $200 \text{ kg/cm}^2 \text{ abs}$; esta presión es función, principalmente del tipo y composición del aceite y de la temperatura del yacimiento; generalmente se puede establecer que a mayor concentración de hidrocarburos intermedios en el aceite (etano, propano, etc.), se requiere menor presión para alcanzar condiciones de miscibilidad.

A presiones altas los hidrocarburos ligeros del aceite, son transferidos al gas de inyección, mediante el proceso de vaporización para que de esta manera se conviertan en un gas enriquecido en el frente de desplazamiento (miscibilidad de contacto múltiple), con lo cual, se logra desplazar después de un cierto número de contactos con el aceite del yacimiento, en forma miscible.

En general, se puede establecer que si el aceite contiene una concentración alta de hidrocarburos intermedios, y el yacimiento se encuentra a una profundidad tal que permita efectuar desplazamientos a altas presiones (normalmente superiores a 200 kg/cm²), entonces técnicamente sería posible aplicar el proceso de inyección de gas a alta presión.

El gas de inyección que se utiliza en este proceso puede ser:

- a) Gas natural con una concentración muy baja de componentes intermedios.
- b) Gas residual proveniente de una planta (gas de combustión) el cual contiene) un alto porcentaje de CO₂.
- c) Bióxido de Carbono.
- d) Nitrógeno.

1.4.4 Inyección de bióxido de carbono.

Los comentarios anteriores con respecto a los otros procesos miscibles, también son aplicables para el CO₂. La miscibilidad con este gas se realiza bajo ciertas condiciones de presión y temperatura en el yacimiento, mediante el proceso de contactos múltiples, el número de los cuales depende de la composición del aceite contenido en los espacios porosos de la roca almacenadora, así como de la temperatura del yacimiento y de la presión de desplazamiento.

1.5 Procesos Químicos⁴⁰.

Los procesos químicos permiten cambiar las propiedades del fluido inyectado o reaccionar con el fluido que se desplazara.

Después que el proceso de desplazamiento con agua ha concluido, existe en el yacimiento un volumen considerable de hidrocarburos, debido a condiciones desfavorables de diferencias en las movilidades entre los fluidos desplazante y desplazado, así como los fenómenos de tensión interfacial y presión capilar presentes en la interfase entre los dos fluidos, agua y aceite. El aceite remanente puede estar presente en las formas siguientes:

- a) Contenido en poros individuales.
- b) Conjuntos de poros con una alta saturación de aceite que no son invadidos por el agua inyectada, debido al efecto de digitación del agua en el aceite del yacimiento, ocasionado por el contraste fuerte de viscosidades entre los dos fluidos antes mencionados, o bien debido a heterogeneidades.
- c) Zonas del yacimiento que no son alcanzadas por el agua inyectada, como consecuencia del arreglo de pozos inyectoros y productores y de las líneas preferenciales de flujo.

1.5.1 Soluciones poliméricas.

El objetivo principal del uso de las soluciones poliméricas como agentes desplazantes del aceite en los yacimientos, es modificar la relación de movilidades adversa que se tiene en un proceso de inyección de agua.

Una de las formas en que este objetivo se alcanza aumentando considerablemente la viscosidad del fluido desplazante.

Aunque es posible lograr esto con otras sustancias tales como glicoles, glicerina, azúcar o polímeros de bajo peso molecular, las concentraciones requeridas serían muy altas.

Los polímeros de alto peso molecular solubles en agua a concentraciones bajas incrementan la viscosidad del agua, además de disminuir la permeabilidad efectiva al agua, por lo que son los más apropiados para ser utilizados con estos fines. Los polímeros que se utilizan en operaciones de recuperación mejorada pertenecen a la familia de las poliacrilamidas, los polisacáridos y de los óxidos de polietileno.

a) Poliacrilamidas parcialmente hidrolizadas.

La molécula de las poliacrilamidas está compuesta por una cadena muy larga del monómero acrilamida. El peso molecular promedio de las poliacrilamidas disponibles en el mercado se encuentra en el rango de 1 -10 millones (lb/ mole-lb).

Las moléculas de las poliacrilamidas son muy flexibles y de un diámetro pequeño, formando cadenas muy largas, por lo que son muy sensibles a romperse por esfuerzos cortantes o mecánicos altos, es decir, se deben utilizar a baja velocidad de flujo. Estas moléculas poseen una polaridad muy alta, lo que las hace muy afines al agua, pero no al aceite; además son relativamente inmunes al ataque bacterial.

b) Polisacáridos.

Los Polisacáridos o biopolímeros se obtienen por medio de la fermentación de la goma Xantan con la bacteria *Xanthomonas Campestris*. La estructura química de los biopolímeros utilizados en los procesos de recuperación mejorada de hidrocarburos es mucho más compleja que para las poliacrilamidas. Debido a su estructura molecular, la cadena de este polímero es rígida, lo que la hace muy resistente al rompimiento mecánico.

El peso molecular promedio de los polisacáridos utilizados en la recuperación mejorada es del orden de 2-5 millones (lb/ mole-lb). Estos polímeros son muy susceptibles al ataque bacteriano, por lo que sus soluciones deben ser tratadas con un agente biocida y una sustancia para eliminar el oxígeno disuelto.

1.5.2 Cáusticos.

Algunos métodos de recuperación mejorada utilizan ciertas sustancias químicas que se agregan en el agua de inyección con el objetivo de mejorar el desplazamiento del aceite por el agua.

Algunos de estos métodos buscan mejorar la eficiencia de desplazamiento microscópico a nivel poro mediante la eliminación de las fuerzas capilares, y en el caso de las soluciones alcalinas, pueden incluso alterar la mojabilidad de la roca.

El proceso consiste en agregar un cáustico (Hidróxido de Sodio, NaOH) al agua de inyección, con el propósito de disminuir en varios órdenes de magnitud la tensión interfacial entre los fluidos desplazante y desplazado, y aumentar así la recuperación de

aceite; algunos investigadores han propuesto el empleo de sales, tales como el carbonato de sodio, el silicato de sodio y soluciones diluidas de hidróxido de sodio y potasio con este fin.

Los mecanismos involucrados en este proceso son bastantes complejos, en términos generales podemos decir que la recuperación adicional de aceite se debe a la acción de varios mecanismos que actúan en forma combinada o por separado, y son: interacción aceite-álcali, también llamada "emulsificación", interacción roca-álcali, también denominada "alteración de la mojabilidad", y precipitación química producida por el mezclado de la solución alcalina con algunos elementos presentes en el agua del yacimiento.

1.5.3 Surfactantes.

Los surfactantes son sustancias, principalmente sulfonatos, que sirven generalmente para reducir la tensión interfacial de la fase aceite - agua.

Cuando dos fluidos inmiscibles tales como aceite y agua, fluyen simultáneamente a través de un medio poroso, cada fluido establece sus propios canales de flujo. Cuando la saturación de aceite se reduce, tal como ocurre con la inyección con agua, los canales de flujo a través de los cuales este fluido se desplaza tienden a romperse dejando bancos de aceite remanente detrás del frente de desplazamiento..

Los parámetros más importantes para la aplicación de un proyecto con inyección de surfactantes son: la composición del aceite crudo

y de la salmuera, tipo de roca, gasto de inyección y gradiente de presión, tensión interfacial, adsorción y tipo de surfactante. Los surfactantes son reductores de tensión interfacial; actúan de una manera similar a un detergente común.

Los surfactantes se clasifican en 3 grupos de acuerdo a sus productos de ionización como:

- a) Catiónicos.
- b) Aniónicos.
- c) No iónicos.

Uno de los estudios más exhaustivos indica que los detergentes catiónicos y aniónicos son, generalmente inefectivos para el desplazamiento de aceite. La conclusión más importante a que se llegó es que los detergentes no iónicos, por su alta eficiencia de desplazamiento, son los indicados para ser empleados en la inyección de agua con tensoactivos. Los más conocidos son: Polioxietileno alcalino fenol y etioxilatofenol.

1.5.4. Inyección de soluciones micelares.

En este proceso que se basa en la inyección de ciertas substancias químicas responsables de generar la miscibilidad con el aceite del yacimiento, se usa un bache de solución micelar (o microemulsión), la cual se desplaza a su vez por un bache de solución acuosa polimérica, con objeto de establecer una barrera protectora y de reducir el contraste de movilidades entre el bache formado por la microemulsión y el agua que se emplea para desplazarla.

Este método puede considerarse como un desplazamiento miscible con agua, ya que ésta es la que se encarga de mover el bache micelar miscible con el aceite a través del yacimiento.

1.6 Procesos Térmicos⁴⁰.

Los procesos térmicos de recuperación de aceite presentan ciertas ventajas sobre la inyección de agua en el caso de que el yacimiento posea un aceite muy viscoso. Normalmente, este tipo de yacimientos la producción y la recuperación de aceite son bajas, ya sea en procesos de recuperación secundaria, o por agotamiento natural, debido a que la movilidad del aceite a condiciones de yacimiento es pequeña.

Al calentarse un aceite muy viscoso, su viscosidad se reduce apreciablemente, produciendo así un aumento en su movilidad. En general, conforme un aceite crudo es más viscoso, mayor será la disminución proporcional de la viscosidad para un incremento fijo la temperatura. Este hecho es el que hace atractivos los métodos de recuperación térmica, dado que actualmente son las técnicas que mejores resultados producen para la recuperación de aceites viscosos.

Como una regla general empírica, puede decirse que en yacimientos de aceite viscoso que producen por empuje de gas disuelto liberado, los métodos de recuperación térmica permiten obtener hasta aproximadamente tres veces la producción obtenida

empleando las fuerzas expulsivas propias del yacimiento. Dentro de los procesos térmicos se encuentran la inyección de vapor y la combustión in situ en sus distintas variaciones.

1.6.1 Inyección de Vapor.

En estos métodos el calor se genera en la superficie y se conduce al yacimiento a través de los pozos inyectoros siendo el vapor de agua el agente conductor de dicho calor.

Entre estos métodos se puede mencionar el desplazamiento por medio de inyección continua de vapor, inyección cíclica de vapor o de agua caliente. El fluido (agua caliente o vapor) se introduce a la formación a través de los pozos inyectoros, desplaza el aceite hacia los pozos productores.

Algunos de los mecanismos que aumentan la recuperación de aceite para el caso de inyección continua de vapor son los siguientes:

- a) Expansión térmica del aceite.
- b) Reducción de su viscosidad.
- c) Destilación de algunos de los componentes más ligeros del aceite crudo producido por el vapor.

Uno de los principales problemas que se presentan en estos métodos de recuperación mejorada son las grandes pérdidas de calor que tienen lugar ya que el fluido caliente debe viajar desde el punto de su generación en la superficie hasta la formación productora.

La inyección de agua caliente es el proceso de recuperación térmica más simple y al mismo tiempo el más seguro. Posee ciertas ventajas y algunas desventajas con respecto a la inyección continua de vapor. Si se lleva a cabo una inyección de agua caliente y de vapor a la misma temperatura y bajo condiciones de yacimiento idénticas, la expansión térmica y la reducción de viscosidad en el aceite en el yacimiento será muy semejante para los dos procesos; sin embargo, los efectos de destilación de ciertos componentes del aceite crudo producido por el vapor junto con el empuje del aceite por la expansión del vapor, pueden dar como resultado que la eficiencia de desplazamiento del vapor sea mayor que la correspondiente al agua caliente.

En general, la eficiencia de barrido vertical producida por una inyección de agua caliente es mayor que la correspondiente al vapor.

1.6.2 Combustión "in Situ".

En este método de recuperación de aceite, la ignición de una parte del aceite se origina en el yacimiento mismo mediante un encendedor colocado en el fondo del pozo. La combustión se mantiene y se desplaza por medio de la inyección de aire, desplazando tanto al aceite caliente como gases de combustión hacia los pozos productores. El calor generado disminuye la viscosidad del aceite y aumenta su movilidad, permitiendo que fluya con mayor facilidad. Este método tiene la ventaja de que vaporiza la mayor parte del aceite del yacimiento que no se quema

y como resultado, se obtiene un fluido que posee una densidad menor que la del aceite original contenido en el yacimiento. Algunos de los procesos de combustión "in situ" son:

a) Combustión Progresiva.

El frente de combustión se desplaza desde el pozo inyector hacia el productor en la misma dirección en que viaja el aire inyectado, utilizándose en ocasiones oxígeno como medio para controlar la velocidad de avance del frente de combustión.

b) Combustión Regresiva.

En este proceso el frente de combustión se desplaza desde el pozo productor hacia el inyector, o sea, en dirección opuesta a la que viaja el aire de inyección.

El proceso de combustión regresiva puede aplicarse favorablemente en aquellos yacimientos que contienen aceites cuya movilidad es prácticamente nula (>300 cp) a condiciones de yacimiento.

PROCESOS DE DIFUSIÓN Y DISPERSIÓN

En los procesos de recuperación mejorada de hidrocarburos donde existe transferencia de masa entre las fases, es necesario determinar el cambio de la concentración de los fluidos inyectados en el transcurso de su paso por el yacimiento. En la elaboración de los modelos que representan el comportamiento del fluido inyectado es importante considerar los mecanismos de transferencia de masa predominantes.

Utilizando modelos matemáticos adecuados, se puede verificar y determinar la influencia de los mecanismos de transferencia de masa en la respuesta observada de las pruebas de inyección de

fluidos en campo, donde los procesos de difusión y dispersión son dos de los mecanismos de transferencia de masa cuya influencia debe determinar con el propósito de estudiar los cambios de concentración y el avance del frente de los fluidos inyectados.

2.1 Difusión.

La difusión de una especie química, se define como la tendencia a esparcirse a través del espacio que se encuentra a su disposición debido a los gradientes de concentración existentes; esta tendencia es el efecto principal del movimiento aleatorio de sus moléculas. El fenómeno de difusión entre fluidos se debe a los gradientes de concentración existentes, pudiendo presentarse aún cuando el fluido estuviera estático; depende de la concentración de las especies químicas presentes en el medio, de la cantidad relativa de los fluidos, así como de la temperatura y presión del sistema, y se refleja en la magnitud de los coeficientes de difusión de los mismos, los cuales dependen de las condiciones de temperatura, presión y composición del sistema.

La solución al modelo matemático que describe el comportamiento de un proceso difusivo empleando el coeficiente de difusión variable es muy complicada, pero en un gran número de casos de interés práctico, es posible representar dicho comportamiento de una manera aproximada, mediante un coeficiente de difusión promedio constante.

2.2 Mezcla de fluidos por dispersión.^{6,27}

En un medio poroso con porosidad primaria; el sistema de poros interconectados representa la microestructura del yacimiento, causando una subdivisión continua de la masa del fluido inyectado dentro de sus finos ramales. Este fenómeno se debe a los siguientes mecanismos:

2.2.1 Dispersión Mecánica.

La dispersión mecánica (dispersión convectiva o término de convección) es el resultado de factores tales como distribución de velocidades dentro del medio poroso, en magnitud y dirección, fluctuaciones de las líneas de flujo debido a la tortuosidad con respecto a la velocidad inicial del flujo, lo que da como resultado una dispersión causada únicamente por cambios de velocidad dentro del propio medio poroso.

En general, puede tenerse transporte de masa convectiva en los casos siguientes:

1. En régimen de flujo laminar cuando el fluido se mueve a lo largo de caminos definidos, los cuales equivalen a líneas de corriente.
2. En régimen de flujo turbulento, cuando la turbulencia pueda causar un mezclado adicional.

2.2.2 Dispersión Hidrodinámica.

Si un fluido se inyecta a un medio poroso, durante el proceso de flujo el fluido inyectado tenderá a dispersarse gradualmente y la región invadida estará de acuerdo con el promedio de flujo (Fig. 2.1). Este fenómeno de disipación es llamado dispersión

hidrodinámica (dispersión) en el medio poroso, y es un proceso irreversible, en el sentido de que si el flujo fuera invertido no sería posible regresar a su distribución original.

Hay dos fenómenos de transporte básicos involucrados: *convección y difusión molecular*.

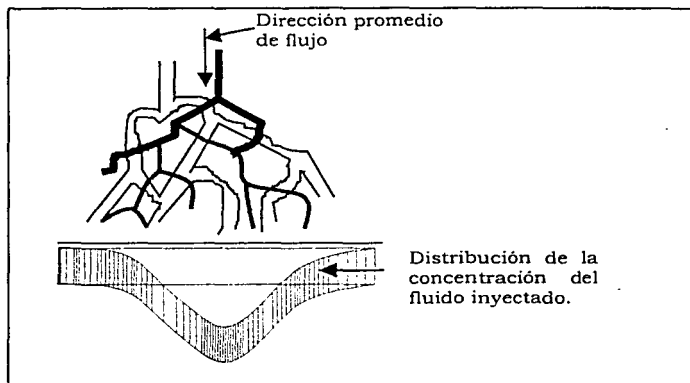
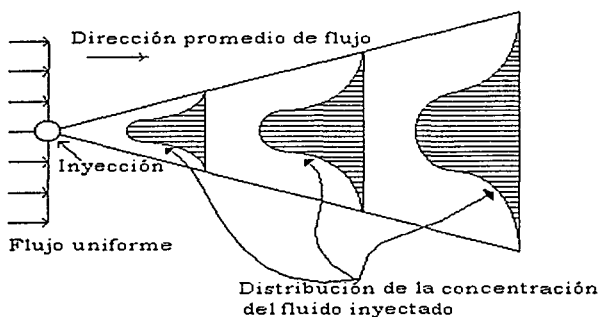


Fig. 2.1. Mezcla de dos fluidos durante el flujo en un medio poroso⁶.

Las variaciones en la velocidad del fluido inyectado en magnitud y dirección a lo largo de la trayectoria de flujo tortuoso, además de la heterogeneidad del medio poroso en escala microscópica (igual a la presencia de poros, granos, etc.) y entre este y el fluido adyacente a esta trayectoria, es un resultado de la distribución de velocidades dentro de cada poro, por lo que el fluido tiende a esparcirse y a ocupar un volumen cada vez mayor en el medio poroso (Fig.2.2).

Los dos elementos básicos en esta clase de mezcla (frecuentemente llamado *dispersión mecánica* o *difusión convectiva*) son: el tipo de flujo y la existencia del medio poroso a través del cual el flujo toma lugar.

Se ha observado que la heterogeneidad a escala macroscópica debida a las variaciones en permeabilidad, desde una región de flujo dominante a otra, contribuye a incrementar la magnitud del mecanismo de dispersión mecánica del fluido inyectado.



**TESIS CON
FALTA DE ORIGEN**

Fig. 2.2. Variaciones en la concentración del fluido inyectado⁶.

Es posible ilustrar el fenómeno de dispersión mediante el siguiente experimento: Considérese un fluido fluyendo en régimen permanente a través de una columna cilíndrica empacada con arena de tamaño homogéneo de grano y saturada con agua; en un

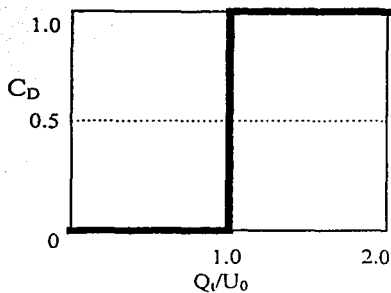
cierto instante inicial ($t=0$), agua marcada con un trazador, por ejemplo, agua con NaCl a baja concentración, comienza a desplazar al agua original en la columna, asignando a la concentración del trazador un valor $C = C(t)$, de forma tal que el efecto de las variaciones de densidad en el arreglo de flujo sea despreciable.

La concentración es luego medida en el extremo de salida de la columna, presentando en forma gráfica las variaciones en concentración de NaCl en forma adimensional como:

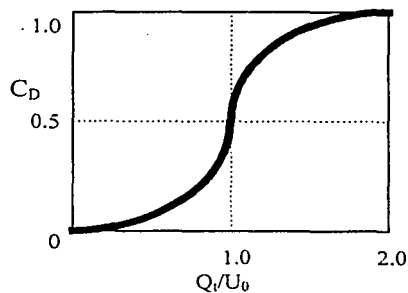
$$C_D(t) = \frac{C(t) - C_0}{C_1 - C_0} \quad \dots(2.1)$$

lo que corresponde a la distribución relativa del trazador, siendo C_0 y C_1 las concentraciones del trazador original y en el agua desplazante, respectivamente, mientras que U_0 es el volumen del efluente. A esta curva se le denomina "curva de irrupción".

En la ausencia de dispersión, la curva de irrupción tomaría la forma del frente recto mostrado como Fig.2.3a, donde U_0 es el volumen poroso de la columna y Q_i es la descarga constante; sin embargo, debido a la presencia de la dispersión hidrodinámica en el proceso, en realidad la curva de irrupción tendría la forma de "S" mostrada en la Fig. 2.3b.



(a)



(b)

Fig. 2.3 Curvas de irrupción en una columna de arena⁶;

(a) sin dispersión;

(b) curva con dispersión.

La dispersión hidrodinámica es el resultado de los movimientos macroscópicos de las partículas individuales del fluido inyectado a través de los poros y de varios fenómenos físicos y químicos, los cuales actúan dentro de los poros. En general tales movimientos y fenómenos son resultado de los siguientes factores.

- 1) fuerzas externas actuando en el fluido.
- 2) geometría microscópica compleja del sistema poroso.
- 3) difusión molecular causada por gradientes de concentración.
- 4) variaciones en las propiedades del fluido tales como densidad, viscosidad y efectos del arreglo del flujo.
- 5) cambios de las concentraciones de los fluidos inyectados debidas a los procesos físicos y químicos dentro de la fase líquida.

Debido a que la difusión molecular del fluido inyectado al medio poroso depende del tiempo, su efecto en toda la dispersión es más significativo a velocidades bajas de flujo.

La interacción entre la superficie sólida de la matriz porosa y del fluido puede tomar varias formas: adsorción de las partículas del trazador a la superficie sólida, depositación, solución, intercambio iónico, etc. Todos estos fenómenos originan cambios en la concentración del trazador en el líquido fluyente.

Existen dos tendencias a la dispersión, una en la dirección predominante de flujo, conocida como dispersión longitudinal, y la otra en dirección perpendicular a ésta, llamada dispersión transversal. Cada una de estas direcciones de dispersión está caracterizada por un coeficiente de dispersión.

2.2 Dispersión Longitudinal y Dispersión Transversal.⁴⁸

Suponiendo que se realiza un experimento en un modelo bidimensional que contiene dos capas de arena saturadas con aceite, tal como el mostrado en la Fig.2.4. Este modelo bidimensional tiene dos capas; una de las capas es mucho más permeable que la otra, de tal modo que el fluido inyectado a través de la cara izquierda del modelo, entra principalmente en la capa de mayor permeabilidad. El fluido inyectado y el aceite tienen la misma densidad y la misma viscosidad. En este experimento, el fluido inyectado no sólo se mezcla con el aceite por dispersión longitudinal en la dirección de flujo; también se mezcla con el

aceite. en dirección transversal al flujo en la capa menos permeable como se indica en la Fig. 2.4

Si las concentraciones fueran medidas a través de la sección marcada AA', se encontraría un perfil de concentración en forma de S; esta mezcla transversal a la dirección de flujo se llama "dispersión transversal".

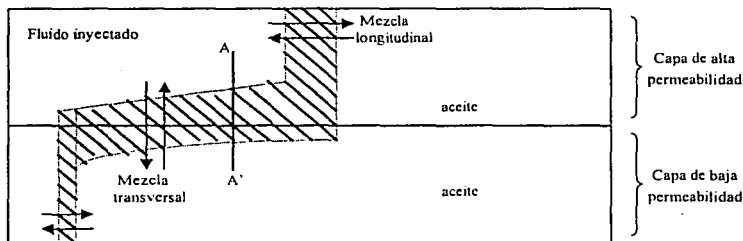


Fig.2.4 Mezcla de aceite y fluido inyectado por dispersión longitudinal y transversal⁴⁹.

En general, el coeficiente de dispersión (D), tiene una contribución de difusión molecular y una contribución de dispersión convectiva tal que;

$$D = D_0 + E \quad \dots(2.2)$$

donde:

D_0 = coeficiente de difusión molecular efectivo, L^2/T .

E = coeficiente de dispersión convectivo, L^2/T .

La dispersión convectiva es no isotrópica debido a que los coeficientes de dispersión convectivos longitudinales y transversal, E_L y E_T , no son iguales, y se definen como:

$$E_L = \alpha_L v_L \quad \dots(2.3)$$

$$E_T = \alpha_T v_T \quad \dots(2.4)$$

donde:

α_L = dispersividad longitudinal

α_T = dispersividad transversal

v_L = velocidad longitudinal

v_T = velocidad transversal

Substituyendo la dispersión convectiva longitudinal ec. (2.3) en (2.2) se obtiene el coeficiente de dispersión longitudinal:

$$D_L = D_0 + \alpha_L v_L \quad \dots(2.5)$$

En forma similar, el coeficiente de dispersión transversal se obtiene al substituir ec. (2.4) en (2.2)

$$D_T = D_0 + \alpha_T v_T \quad \dots(2.6)$$

En muchos desplazamientos, sobre todo del tipo miscible la dispersión transversal juega un papel muy importante. Esto se debe a que el fluido inyectado puede formar digitaciones en las capas mas permeables, por diferencias en viscosidad o densidad o por una gran variedad de razones. La dispersión transversal

puede atenuar el crecimiento de las digitaciones y mejorar el área de barrido.

2.3 Ocurrencia del Fenómeno de Dispersión.⁶

El fenómeno de dispersión hidrodinámica ocurre en muchos problemas de flujo tales como: de agua subterránea, en procesos de ingeniería química, en ingeniería de yacimientos de aceite, etc. Se encuentra presente en procesos como:

1. Las técnicas de recuperación mejorada de hidrocarburos, donde el fluido inyectado empuja al aceite del yacimiento hacia los pozos productores.
2. La zona de transición entre el agua salada del yacimiento y el agua de inyección para la recuperación de hidrocarburos.
3. La recarga artificial de agua dentro de acuíferos que contienen agua de diferente calidad.

Entre otros.

2.4 Factores que afectan el proceso de dispersión.

Algunos factores, que afectan el proceso de dispersión del fluido inyectado al yacimiento son los siguientes:

2.4.1 Movilidad.⁴⁸

Puede considerarse que la movilidad de un fluido es una medida de la facilidad con la que éste fluye a través de un medio poroso. La movilidad λ de un fluido i se define como la permeabilidad

efectiva del medio a ese fluido, k_i , dividido por la viscosidad de ese fluido, μ_i :

$$\lambda_i = \frac{k_i}{\mu_i} \quad \dots(2.7)$$

Así la movilidad del aceite es $\lambda_o = \frac{k_o}{\mu_o}$ y la movilidad de cualquier

fluido desplazante sería $\lambda_d = \frac{k_d}{\mu_d}$

2.4.2 Relación de Movilidades, M.

La relación de movilidad se define como la movilidad del fluido desplazante dividido entre la movilidad del fluido desplazado:

$$M = \frac{\lambda_{\text{desplazante}}}{\lambda_{\text{desplazado}}} \quad \dots(2.8)$$

La relación de movilidades tiene una fuerte influencia sobre el *barrido volumétrico* del fluido inyectado y sobre la integridad de baches solventes en el caso de desplazamientos miscibles.

Para el caso de desplazamiento miscible en yacimientos de aceite, tenemos:

$$M = \frac{k_d}{\mu_d} \frac{\mu_o}{k_o} = \frac{\lambda_d}{\lambda_o} \quad \dots(2.9)$$

donde el subíndice d, denota al fluido desplazante.

De acuerdo con el valor de la relación de movilidades, pueden presentarse tres casos:

Caso 1. Relación de movilidad igual a uno, $M = 1$.

Los fluidos desplazante y desplazado tienen la misma facilidad para fluir a través del medio poroso.

Caso 2. Relación de movilidad menor de uno. $M < 1$.

La movilidad del fluido desplazante es menor que la del fluido desplazado; por lo tanto se tiene una relación de movilidades *favorable*.

Caso 3. Relación de movilidad mayor a uno (desfavorable), $M > 1$.

La movilidad del fluido desplazante es mayor que la del fluido desplazado; por lo tanto se tiene una relación de movilidades desfavorable. Esto significa que el fluido que se está utilizando para desplazar el aceite se mueve demasiado rápido como para lograr un proceso de desplazamiento eficiente y como resultado dejará una cantidad apreciable de aceite sin desplazar. Este es el caso que generalmente se presenta en los procesos de desplazamiento que se realizan en la práctica.

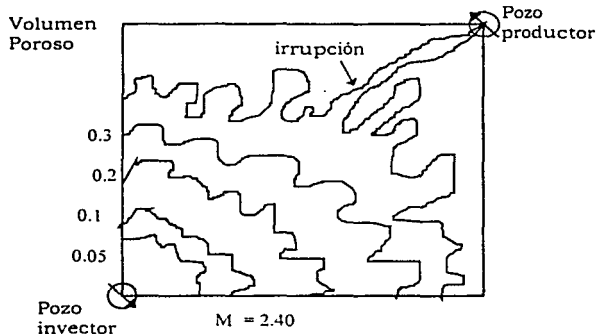
2.4.3 Digitación Viscosa.⁴⁹

El fenómeno de digitación en el frente para un proceso de desplazamiento se origina debido a que se emplea un fluido de viscosidad baja para desplazar a otro más viscoso, por lo que el frente de desplazamiento comienza a ser inestable, y se desarrolla el crecimiento de inestabilidades o digitaciones del fluido inyectado el cual penetra en el aceite en una manera irregular, como se ilustra en la Fig. 2.5, donde se observan los frentes irregulares de desplazamiento.

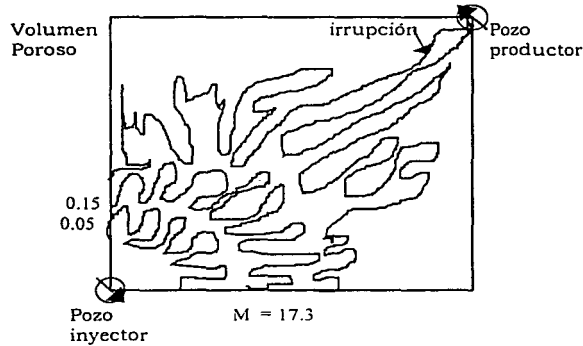
Esta digitación viscosa causa una irrupción temprana del fluido inyectado y una recuperación de aceite baja al momento de la irrupción del fluido inyectado; comparado con el caso en que el frente de desplazamiento permaneciera estable.

La digitación viscosa puede presentarse incluso en formaciones de permeabilidad uniforme.

Las Figs. 2.5a y 2.5b ilustran la digitación viscosa observada en el laboratorio en un arreglo de cinco pozos para una arena consolidada con desplazamientos con diferentes relaciones de movilidad.



(a)



(b)

Fig. 2.5 Frentes de desplazamiento para diferentes radios de movilidad y volúmenes porosos inyectados hasta la irrupción.⁴⁸

Efecto de la relación de movilidad en la eficiencia de barrido.

Para una relación de movilidades desfavorable, el barrido áreal es muy afectado por la digitación viscosa, tal como se muestra en las Figuras 2.5a y 2.5b. Datos de estudios para el efecto de diferentes valores de M del fluido inyectado, se muestran en la Figura 2.6.

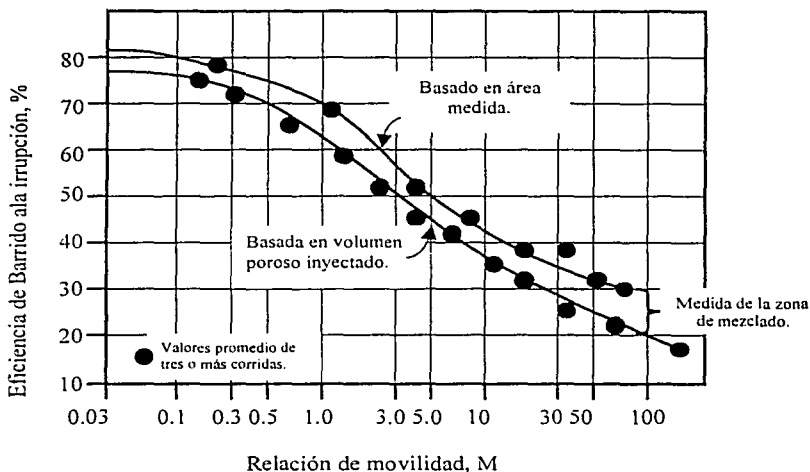


Fig. 2.6 Eficiencia de barrido al momento de irrupción y mediciones de la zona de mezcla para dos zonas de desplazamiento, arreglo de cinco pozos.⁴⁸

Inicio de la digitación

El proceso del inicio de la digitación generalmente es atribuido a la presencia de heterogeneidades de permeabilidad. Es fácil visualizar el inicio de la digitación en un medio poroso dada la naturaleza aleatoria de las trayectorias de flujo, incluso en paquetes de cuentas de vidrio que puede considerarse que son homogéneos macroscópica o superficialmente. Estas pequeñas variaciones microscópicas son suficientes para iniciar la digitación.

Se observa digitación viscosa incluso bajo condiciones de desplazamiento apropiadas en modelos Hele-Shaw⁴⁸ de

laboratorio, los cuales son modelos construidos de dos placas paralelas con una abertura pequeña entre ellas lo cual se llena de líquido. Aparentemente, variaciones extremadamente pequeñas en la superficie de la placa y la amplitud de la abertura son suficientes para iniciar la digitación.

Crecimiento de la digitación

La digitación adicional es iniciada desde los extremos de digitación que ya está creciendo, con el patrón de digitación que se observa parecido a las ramificaciones de un árbol (Figs. 2.5a y 2.5b). Incrementos en la relación de movilidades aumentan la proporción en la cual crece la digitación.

Aunque la digitación crece en longitud, también crece en amplitud promedio. Esto se realiza a través de una combinación de diseminación por dispersión transversal, así como también por la absorción de los dígitos más pequeños en los más grandes. En la Fig. 2.5b pueden verse ejemplos del surgimiento y coalescencia de la digitación, y como un resultado de este mecanismo, el aceite atrapado entre los dedos que emergen es mezclado en el dedo más grande que se forma.

La dispersión longitudinal es un factor relativamente importante en el crecimiento de la longitud de la digitación. Por otro lado, una proporción muy alta de dispersión transversal puede estabilizar el desplazamiento destruyendo los dedos o al menos reduciéndolos a uno o dos grandes.

La importancia de la dispersión transversal en un desplazamiento miscible se caracteriza por el grupo de dispersión transversal adimensional D_{ID} :

$$D_{ID} = \frac{D_t L}{vW^2} \quad \dots(2.10)$$

Donde:

L = longitud de desplazamiento total, L.

W = amplitud del yacimiento donde ocurre la digitación, L.

v = velocidad microscópica en el medio poroso, L/t.

D_t = dispersión transversal, L²/t.

Se ha observado que entre mayor sea el valor de este grupo adimensional, más importancia tiene la dispersión transversal sobre el desplazamiento.

CAPÍTULO 3

TEORÍAS DE LA DISPERSIÓN

Debido a que es imposible definir la complicada geometría de la superficie sólida de la matriz porosa en una forma matemática rigurosa, no es posible establecer un tratamiento totalmente apegado a ella que describa el problema de flujo de fluidos a través de medios porosos de una manera exacta. Este inconveniente se puede solucionar con modelos simplificados que reemplazan el medio poroso real por un modelo consistente de un medio poroso simplificado.

Un modelo adecuado debe *involucrar los parámetros* susceptibles de determinar en una forma relativamente sencilla, y reproducir convenientemente *el fenómeno físico* bajo estudio, parámetros que pueden ser *medidos y relacionados directamente a las propiedades* correspondientes del medio poroso real, y por último, debe cumplir la condición de poder ser *tratado mediante métodos matemáticos* disponibles, con el propósito de proporcionar una descripción macroscópica adecuada del fenómeno bajo estudio.

A la fecha se han desarrollado varios modelos que permiten calcular el tamaño de la zona de mezclado, en los cuales se toman en cuenta diferentes parámetros, tales como geometría del medio poroso y su grado de heterogeneidad, tipo de flujo, etc. Estos modelos han evolucionado, aumentando en complejidad, con lo cual han logrado reproducir los principales fenómenos que ocurren en el yacimiento cuando se inyecta algún fluido, con el propósito de afectar algún proceso de recuperación mejorada.

Los mecanismos de transferencia de masa que determinan la propagación de sustancias químicas en el flujo a través del medio poroso incluyen, dispersión, convección, capacitancia, adsorción, reacción química, precipitación, intercambio iónico, división entre las partes miscibles, volumen poroso inaccesible, entre otros. El comportamiento de los mecanismos de transferencia de masa que dominan en cualquier desplazamiento miscible se obtiene de experimentos de laboratorio, lo cual proporciona información importante, del comportamiento de las sustancias químicas en un medio poroso como difusión: dispersión y adsorción, también acerca del medio poroso mismo,

como: distribución del tamaño del poro, heterogeneidad, volúmenes estancados; se obtiene también información de la distribución de las fases cuando se trata de fluidos inmiscibles tales como conectividad de las fases, mojabilidad, entrapamiento de una fase en otra, etc.

Los modelos unidimensionales que son usados para describir la propagación de sustancias en el medio poroso, en procesos de recuperación mejorada donde existe transferencia de masa entre fluidos desplazante y desplazado se mencionan a continuación. Los modelos considerados son:

- Modelo de Convección – dispersión.
- Modelo de Convección – dispersión con capacitancia.
- Modelo de Convección – dispersión con adsorción.
- Modelo de Convección – dispersión con capacitancia y adsorción.

3.1 Modelo de Dispersión-Convección.

3.1.1 Flujo lineal.

Si se desplaza un fluido a través de un medio poroso en forma miscible, a un gasto conocido y bajo unas condiciones específicas, el problema fundamental consiste en determinar las variaciones en concentración en la interfase cuando ésta recorre una cierta distancia, al transcurrir el tiempo.

La ecuación de dispersión-convección, describe el transporte total de la mezcla de fluidos que fluyen a través de un medio poroso; los términos de esta ecuación muestran un balance másico, el cual en términos generales establece que el “flujo dispersivo” menos el “flujo convectivo” es igual al “flujo acumulativo”. (Ver Apéndice A)

$$D\nabla^2 C - \bar{u}\nabla C = \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots(3.1)$$

donde:

D = coeficiente de dispersión (tensor), L²/t.

$\bar{u} = \frac{q}{A\phi}$ = velocidad microscópica, L/t.

Refiriendo el problema a un sistema cartesiano, para una velocidad constante en la dirección x, considerando la presencia de dispersión tanto longitudinal como transversal, la Ec. (3.1) se reduce a la forma:

$$D_L \frac{\partial^2 C(x, y, z, t)}{\partial x^2} + D_T \left[\frac{\partial^2 C(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] - v \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial x} = \frac{\partial C(x, y, z, t)}{\partial t} \quad \dots(3.2)$$

donde:

v = velocidad macroscópica, L/ T.

El primer término de la Ec. 3.2 representa la dispersión longitudinal en la dirección x, mientras que el segundo término considera la dispersión transversal en las direcciones y, z. El tercer término representa la convección. El cuarto término representa el acumulativo.

Un caso particular de (3.2) es cuando se consideran despreciables los efectos de la dispersión transversal, con lo cual, la ecuación de dispersión-convección en una dimensión se reduce a:

$$D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} - v \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} \quad \dots(3.3)$$

Utilizando el cambio de variable, $x' = x - vt$, se obtiene la ecuación de dispersión en la forma de la ecuación de difusión:

$$D \frac{\partial^2 C(x',t)}{\partial x'^2} = \frac{\partial C(x',t)}{\partial t} \quad \dots(3.4)$$

A las ecuaciones (3.3) y (3.4) se les conoce como "Modelos de Difusión" para flujo lineal en un medio poroso homogéneo. La ecuación (3.3) se utilizará posteriormente en diversos modelos tratados en este trabajo.

El coeficiente de dispersión es una medida de la velocidad a la cual un determinado fluido se mezcla con un segundo fluido, de diferente composición durante su flujo a través de espacios capilares o de un medio poroso.

La zona de mezclado se define como una región donde la concentración de la sustancia inyectada cambia desde su límite superior hasta su límite inferior.

Brigham¹⁵ relaciona el parámetro U de la función error (ec. 3.25) con el ritmo de crecimiento de la zona de mezclado el cual es caracterizado por el coeficiente de dispersión D. Si x_{10} es definido como la distancia al punto donde hay un 10% del fluido desplazante y x_{90} es la distancia al punto donde hay un 90% del

fluido desplazante, la longitud de la zona de transición es definida como $X_{90} - X_{10}$, y el coeficiente de dispersión es definido como

$$D = \frac{1}{t} \left[\frac{X_{90} - X_{10}}{3.625} \right]^2$$

Se han escrito trabajos excelentes que tratan a fondo el fenómeno de la dispersión, por ejemplo el lector puede referirse a los siguientes: Bear⁶, Collins¹⁸, Fried y Combarrous²⁷, Nunge y Gill³⁵ y Perkins y Johnston³⁶.

El flujo de fluidos tanto a través de tubos capilares como de un medio poroso, pueden ser descritos por la ecuación de dispersión-convección, pero los mecanismos de dispersión son diferentes; más adelante se describirán a detalle las diferencias.

El coeficiente de dispersión efectivo para flujo a través de tubos capilares, D , es expresado como la suma de los términos difusivo y convectivo mediante la siguiente ecuación:

$$D = D_o + \alpha \frac{u_m^2 a^2}{D_o} \quad \dots(3.5)$$

donde:

D_o = coeficiente de difusión molecular, L^2/t .

u_m = velocidad promedio del fluido, L/t .

a = dimensión característica de la sección transversal del capilar, L .

α = constante que depende de la forma del capilar, adim.

De acuerdo con la ecuación (3.5), el coeficiente de dispersión del tubo capilar es función del mezclado mecánico, el cual es proporcional al cuadrado de la velocidad (segundo término).

En adición a los mecanismos que están activos en capilares simples, la dispersión en el medio poroso es el resultado de un mezclado mecánico que surge de variaciones de la velocidad por la naturaleza compleja de la estructura porosa.

3.1.2 Modelo de Tubos Capilares^{45,27}.

El modelo de tubos capilares está basado en la ecuación general de variación de la concentración con respecto al tiempo, en la que se considera la difusión molecular en la interfase tanto en dirección longitudinal como transversal:

$$D_0 \frac{\partial^2 C(x,r,t)}{\partial x^2} - v \frac{\partial C(x,r,t)}{\partial x} + D_0 \left[\frac{\partial^2 C(x,r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C(x,r,t)}{\partial r} \right] = \frac{\partial C(x,r,t)}{\partial t} \quad \dots(3.6)$$

donde:

D_0 = coeficiente de difusión molecular, L^2/t .

Taylor (1953)⁵⁰ trabajó en un modelo que consiste de un conjunto de tubos capilares, en el que investigó el desplazamiento de un líquido con una concentración cero de un componente determinado ($C=0$) en un tubo capilar recto, por medio de otro líquido con concentración constante y conocida C_0 del mismo componente miscible con el primero, donde ambos líquidos tenían la misma densidad y viscosidad.

Taylor^{9,10} obtuvo los primeros modelos para conocer el comportamiento del fluido inyectado, así como también las soluciones aproximadas correspondientes a dos casos extremos.

Caso 1. En ausencia de difusión molecular y debido a la distribución parabólica de velocidad en el interior del tubo, un grupo de partículas del fluido inyectado inicialmente en un plano perpendicular al eje del tubo, forma una superficie parabólica. Esto indica que la masa inicial del fluido inyectado es esparcida continuamente a lo largo del tubo formando un flujo continuo.

Tomando en cuenta el perfil mostrado en la Fig. 3.1 se tiene que la convección axial domina sobre la difusión radial, es decir:

$$\frac{2L}{v} \ll \frac{R^2}{14.4D_0} \quad \dots(3.7)$$

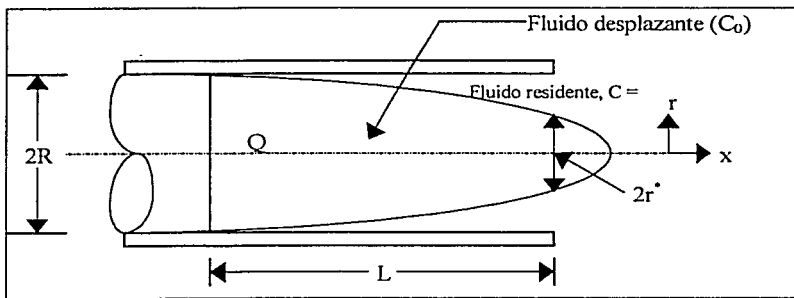


Fig. 3.1 Modelo de tubos capilares.

Para cualquier sección transversal, y a un tiempo dado, se puede definir una concentración fraccional $C(x, t)$, como una relación del área ocupada por el fluido desplazante relativa al área total del tubo.

Caso 2. La difusión radial predomina sobre la difusión longitudinal.

El tiempo requerido para notar diferencias en la concentración radial es reducido con respecto al tiempo requerido para que la convección longitudinal cause variaciones apreciables de concentración radial. Lo anterior es aplicable a velocidades relativamente bajas, tales que se cumple la condición:

$$\frac{2L}{v} \gg \frac{R^2}{14.4D_0}; \quad \dots(3.8)$$

Cuando la difusión radial predomina sobre la difusión longitudinal, se cumple que:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \gg \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad \dots(3.9)$$

Por lo que la ecuación general (3.6) se reduce a:

$$D_0 \left[\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right] - v \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t}$$

Substituyendo la velocidad en el interior del tubo:

$$D_0 \left[\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right] - 2v \left[1 - \frac{r^2}{R^2} \right] \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots(3.10)$$

3.1.3. Modelo de Celdas de Mezclado.

El modelo de celdas de mezclado consiste en representar el medio poroso como una serie de celdas pequeñas interconectadas por canales cortos; este modelo supone que cuando un líquido con una cierta concentración de partículas de fluido entra a una celda ocupada por un líquido de otra concentración, se desplaza una parte de éste, mientras que los líquidos remanentes en la celda instantáneamente se mezclan para formar un líquido homogéneo con una nueva concentración, por lo que la celda es una mezcladora perfecta.

Para tener un *mezclado* perfecto se requiere que el movimiento real de las partículas del fluido inyectado sea mucho más rápido que el flujo promedio de líquido (por medio de difusión molecular o turbulencia).

La variación de concentración en una celda de mezclado es:

$$\frac{\partial C_s}{\partial t} = \frac{Q}{V} [C_i - C_s] = \frac{1}{\tau} [C_i - C_s] \quad \dots(3.11)$$

Condición inicial: $C(0) = C_0$

donde:

C_i = concentración de partículas de fluido saliendo de la celda, M/L^3 .

C_s = concentración de partículas de fluido entrando, M/L^3 .

Q = descarga de líquido, L^3/t .

V = volumen de una celda de mezclado, L^3 .

τ = tiempo promedio de residencia del líquido en la celda, t .

Si $C_i = 0$ la ec. (3.11) se simplifica a:

$$\frac{\partial C_s}{\partial t} = - \frac{C_s}{\tau} \quad \dots(3.12)$$

Wenworth⁵⁵ (1948) fue el primero en sugerir el modelo de mezclado perfecto en celdas colocadas en serie, para explicar la creación de la zona de transición en una interfase moviéndose entre agua dulce y agua salada en un acuífero costero, visualizando los poros del medio poroso como celdas. En el análisis sugerido por Bear⁷ (1960), el fenómeno de dispersión se consideró como una combinación de dos procesos:

1. Mezclado completo en las celdas elementales.
2. La traslación de una celda a la siguiente a través de canales conectados.

3.2. Ecuación Unidimensional de Dispersión – Convección. Condiciones de Frontera y Soluciones.³³

La ecuación unidimensional de dispersión – convección para el caso del cambio de concentración de un fluido inyectado de concentración C , fluyendo en dirección x es:

$$D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} - v \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} \quad \dots(3.13)$$

$C_i = 0$, concentración inicial antes de inyectar.

En la ec. (3.13) están implícitas las suposiciones siguientes: medio poroso homogéneo, sección transversal constante, flujo únicamente en la dirección axial, macroscópica constante; densidad del fluido y coeficiente de dispersión constante, medio poroso incompresible, distribución de la concentración uniforme en la dirección perpendicular al flujo y la ausencia tanto de fuentes o sumideros de soluto.

Definiendo las variables adimensionales siguientes:⁵⁷

$$x_D = \frac{x}{L} \quad \dots(3.14)$$

$$t_D = \frac{Dt}{L^2} \quad \dots(3.15)$$

$$C_D(x_D, t_D) = \frac{C(x, t)}{C_o} \quad \dots(3.16)$$

$$Pe = \frac{Lv}{D} \quad \dots(3.17)$$

la forma adimensional de la ecuación (3.13) está dada por:

$$\frac{\partial^2 C_D}{\partial x_D^2} - Pe \frac{\partial C_D}{\partial x_D} = \frac{\partial C_D}{\partial t_D} \quad \dots(3.18)$$

donde:

L = longitud del medio poroso, L.

C_0 = concentración del soluto inyectado, M/L³

Pe = Número de Peclet para el medio poroso.

El modelo de dispersión - convección contiene un parámetro que es el número de Peclet. El número de Peclet representa la relación de tiempos característicos de transferencia de masa entre el flujo dispersivo y el convectivo, y se considera en cierta forma como una medida de la longitud de la zona de mezclado con respecto a la longitud del medio poroso.

Como ya se mencionó en la ec. (3.4), cuando la distancia variable (x) se traslada, de forma tal que la distancia (x') mide la distancia desde el punto medio del frente de flujo, la Ec. (3.13) se transforma a la ecuación unidimensional de difusión:

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x'^2} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots(3.19)$$

donde: $x' = x - vt$

Esta ecuación ha sido resuelta para una variedad de condiciones iniciales y de frontera (ver ref. 17).

Para un dominio infinito y las siguientes condiciones iniciales y de frontera:

$$\begin{array}{ll} t = 0, x' \geq 0 & c = 0 \\ t = 0, x' < 0 & c = c_0 \\ t > 0, x' \rightarrow -\infty & c \rightarrow c_0 \\ t > 0, x' \rightarrow +0 & c \rightarrow 0 \end{array} \quad \dots(3.20)$$

la solución de la ecuación (3.19) es:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x'}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] \quad \dots(3.21)$$

donde

$$\operatorname{erf}(x) = \text{función error} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x'^2} dx$$

En la Fig. 3.2. Se observan los perfiles de concentración típicos obtenidos con la ec. (3.21), para los valores de $Dt = 0.15, 1.5, 15$. Se observa que son curvas simétricas con respecto al punto $x' = 0$, $C/C_0 = 0.5$ y que los perfiles son más planos cuando el coeficiente de dispersión D se incrementa o cuando el tiempo crece.

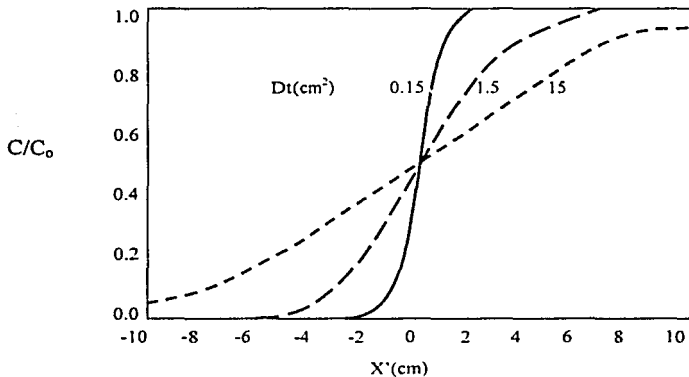


Fig. 3.2. Concentración como función de la distancia transformada (x') para diferentes valores del producto de dispersión - tiempo, calculado a partir de la ecuación (3.21).

Debido a su simplicidad, la ec. (3.21) es muy usada para calcular la concentración a la salida de un medio poroso infinito.

Por ejemplo, las concentraciones en $x=L$ ó $x'=L-vt$ Para este propósito es conveniente transformar las variables tales que el tiempo sea reemplazado a través de intervalos en volúmenes porosos.

Efectuando el cambio de variables:

$$x' = L \frac{V_p - V}{V_p} \quad \dots(3.22)$$

$$t = \frac{V}{V_p} \frac{L}{v} \quad \dots(3.23)$$

la ec (3.21) se transforma en :

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{U}{2\sqrt{D/vL}} \right) \right] \quad \dots(3.24)$$

donde:

$$U = \frac{V/V_p - 1}{\sqrt{V/V_p}} \quad \dots(3.25)$$

Las condiciones iniciales y de frontera siguientes han sido usadas por varios autores junto con la ec. (3.13) en la derivación de

soluciones para sistemas finitos y semi-infinitos y son reproducidos a continuación.

- Sistema semi-infinito

$$t = 0, \quad x' \geq 0 \quad C(x,0) = C_a \quad \dots(3.26)$$

$$\text{frontera interna } t > 0, \quad x = 0 \quad C(0,t) = C_0 \quad \dots(3.27)$$

$$vC_0 = vC - D \frac{\partial C}{\partial x} \quad \dots(3.28)$$

$$\text{frontera externa } (t > 0): \quad C \rightarrow C_a \text{ cuando } x \rightarrow +\infty \quad \dots(3.29)$$

$$\text{ó } \frac{\partial C}{\partial x} \rightarrow 0 \quad \text{cuando } x \rightarrow +\infty \quad \dots(3.30)$$

- Sistema aislado y finito (se mantiene la condición de frontera interna):

$$\text{ó } \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad \text{a } \quad x = L \quad \dots(3.31)$$

$$\text{ó } \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \quad \text{a } \quad x = L \quad \dots(3.32)$$

donde:

C_a = concentración inicial del soluto en el medio poroso.

Estas condiciones de frontera has sido analizadas por Aris y Amudson², Batycky et al.⁵, Brigham¹⁴, Coats y Smith,¹⁷ Danckwerts.²³ El conjunto de condiciones (3.28) y (3.29) son conocidas como condiciones de frontera de "Danckwerts."

Las referencias de las soluciones analíticas a la ec. (3.13) con diferentes combinaciones de condiciones de frontera se encuentran en la Tabla 1.

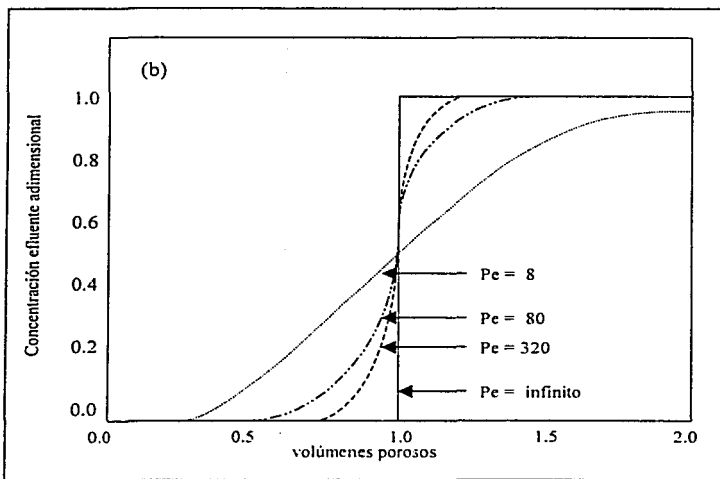
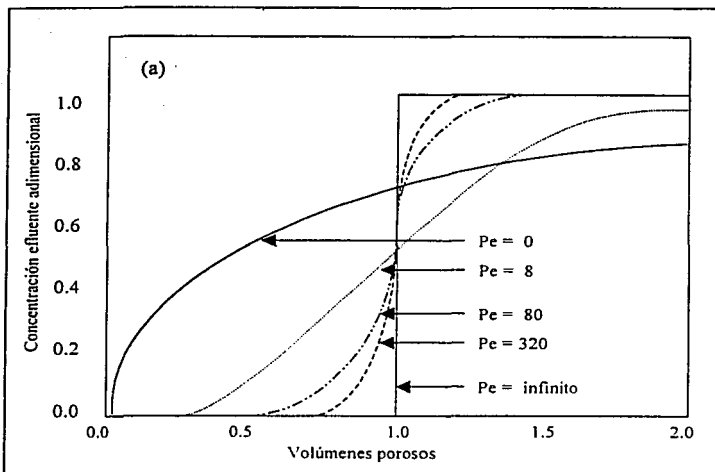
Tabla 1
Condiciones para la ecuación de Dispersión Convección.

Condiciones iniciales	Condiciones de frontera		Solución en Ref.
	Interna	Externa	
Dominio infinito $C(x,0) \rightarrow C_0$ cuando $x \rightarrow -\infty$ $C(x,0) \rightarrow 0$ cuando $x \rightarrow +\infty$	$C \rightarrow C_0$ cuando $x \rightarrow -\infty$	$C \rightarrow C_0$ cuando $x \rightarrow +\infty$	5,14,23 28
Dominio semi - infinito $C(x,0) = 0$	$C(0,t) = C_0$	$C \rightarrow C_0$ cuando $x \rightarrow +\infty$	5,14,17, 27,28
$C(x,0) = 0$	$C(0,t) - \frac{D}{v} \frac{\partial C(0,t)}{\partial x} = C_0$	$C \rightarrow C_0$ cuando $x \rightarrow +\infty$	5,14, 17, 28
$C(x,0) = \text{const.} \neq 0$	$C(0,t) - \frac{D}{v} \frac{\partial C(0,t)}{\partial x} = C_0$	$C \rightarrow C_0$ cuando $x \rightarrow +\infty$	12
Dominio finito $C(x,0) = 0$	$C(0,t) - \frac{D}{v} \frac{\partial C(0,t)}{\partial x} = C_0$	$\frac{\partial C(L,t)}{\partial x} = 0$	17, 28
$C(x,0) = \text{const.} \neq 0$	$C(0,t) - \frac{D}{v} \frac{\partial C(0,t)}{\partial x} = C_0$	$\frac{\partial C(L,t)}{\partial x} = 0$	12

Ejemplos de concentraciones en el efluente para sistemas finitos presentados por Brenner¹² proporcionan solución a la Ec. (3.13) con concentración inicial cero, condiciones de frontera (3.28) y (3.31), y se muestran en la Figura 3.3a. El caso donde $Pe \rightarrow \infty$ corresponde a flujo bache a cualquier dispersión. En el otro caso, cuando $Pe=0$, el medio poroso se transforma en un tanque de caos continuo, y la concentración efluente es una función exponencial del volumen inyectado. Si Pe se incrementa desde cero, la concentración a la salida rápidamente se aproxima a la forma de "S" simétrica observada frecuentemente en datos experimentales. Para comparación, las curvas en la Fig. 3b representan las concentraciones a $x=L$ en un sistema infinito calculadas de ec. 3.24 y con una concentración escalonada (condiciones de frontera (3.20)). La solución a la ec.(3.13) es sensible a las condiciones de frontera, particularmente cuando Pe es pequeño.^{14,17,28,53}

Gershon y Nir²⁸ y van Genuchten y Alves⁵³ han mostrado que las diferencias entre las soluciones obtenidas con diferentes condiciones de frontera se vuelven pequeños comparados con los errores típicos experimentales, cuando el núcleo del número de Peclet excede 30, como se muestra en las curvas efluentes en la Fig. 3.4.

Las Figs. 3.2. y 3.3(b) representan soluciones a la ec. (3.13) para condiciones iniciales y de frontera (3.20); las expresiones correspondientes están dadas por las ecuaciones (3.21) y (3.24), respectivamente.



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Fig. 3.3. Perfiles de concentración efluente para un rango de números de Peclet.¹²

- (a) Sistema finito con condiciones de frontera de Danckwert's (Ec. 3.28 y 3.31)
- (b) Sistema infinito con condiciones de frontera (3.20) calculados de la ecuación (3.24)

Las curvas en la Fig. 3.2, representan concentraciones a diferentes tiempos como una función de la distancia, y son siempre simétricas alrededor de $x' = 0$. Las concentraciones en la Fig. 3.3(b), son concentraciones a una distancia ($x = L$) graficadas como una función del tiempo, no son simétricas, particularmente a números bajos de Peclet. Brigham notó ésto previamente y discutió las implicaciones en detalle.¹⁴ Él argumenta que se debe distinguir entre concentraciones fluyentes y las concentraciones "in - situ", las cuales se relacionan a través de la ecuación:

$$C' = C - \frac{D}{v} \frac{\partial C}{\partial x} \quad \dots(3.33)$$

donde: C = concentración en el yacimiento

C' = concentración fluyente.

La ecuación (3.33) proporciona el valor de la concentración fluyendo, la cual es la combinación de efectos de convección y dispersión. La concentración está representada por cualquier solución específica de la Ec. (3.13) y está determinada por las condiciones de frontera.

Las condiciones de frontera (3.27) representan la concentración fluyente, mientras que la (3.28) representa la concentración "in - situ". La Ec. (3.33) permite cambiar de concentración in - situ fluyente. Para valores grandes del número de Peclet (30 y 50, aproximadamente), la distinción entre concentraciones in situ y fluyentes se vuelve insignificante.

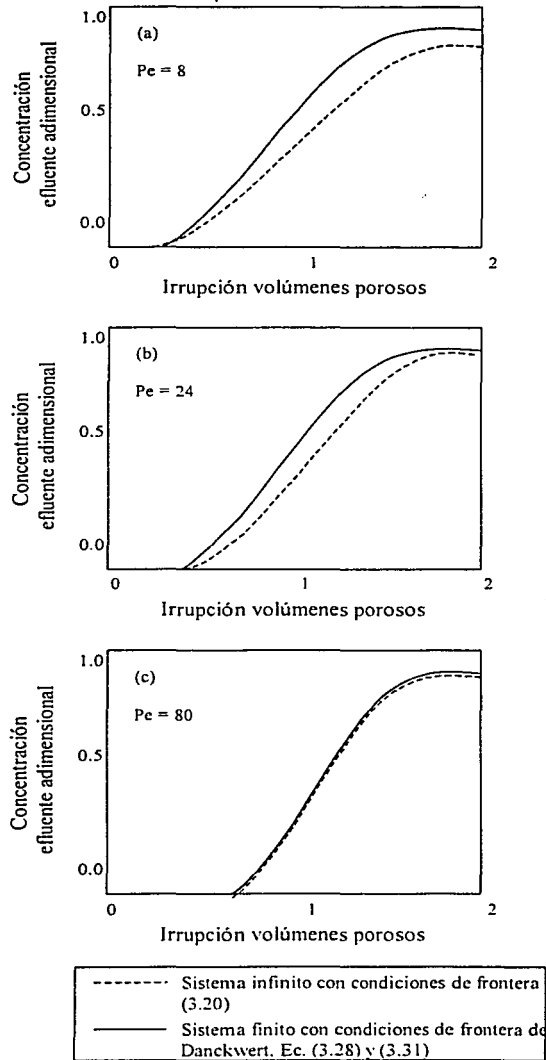


Fig. 3.4. Efectos de las condiciones de frontera en las soluciones de la ecuación de dispersión - convección a diferentes números de Peclet.

La ecuación (3.24) predice que la concentración a $x = L$ en un sistema infinito es siempre 0.5 del valor en $V/V_P = 1$.

Brigham¹⁴ demostró que la concentración dada por (3.24) es la concentración en el yacimiento. La concentración fluyente correspondiente es igual a $0.5 + (4\pi Pe)^{-1/2}$. Es lo mismo para sistemas semi - infinitos.¹⁷ Las condiciones de frontera para un sistema semi -infinito dadas por las ecuaciones (3.28) y (3.31) proporcionan un valor de $\frac{C}{C_0} = 0.5 + 5/(16\pi Pe)^{1/2}$ para $V/V_P = 1$ (ref.17).

Para valores grandes de Pe , la concentración en el efluente de un medio poroso siempre se aproxima a 0.5; esto es ilustrado en la Fig. 3.3(a).

3.3. Modelo de Dispersión Convección con Capacitancia

3.3.1. Modelo de Capacitancia

Los perfiles de concentración a la salida del fluido inyectado al medio poroso a menudo se desvían de la forma de "S" simétrica proporcionada por las soluciones de la ecuación de Dispersión - Convección para un número de Peclet alto (Fig. 3.3(a)).

Como resultado, la gráfica de concentración es cóncava hacia arriba para concentraciones altas (Fig. 3.3(b)). Este comportamiento, es llamado "capacitancia", y se debe a la presencia de los poros ciegos, regiones estancadas de espacio poroso que no contribuyen al flujo principal, o medio poroso parcialmente saturado. Esto ha sido modelado considerando una división del volumen poroso total en una región que contribuye al flujo principal y otra que no lo hace, por lo que se denomina "estancada", presentandose cierta resistencia a la transferencia de masa entre ellas. El resultado es un incremento en la longitud de la zona de mezclado.

La ecuación de dispersión - convección de concentración considerando la capacitancia es¹⁷:

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = f \frac{\partial C}{\partial t} + [1 - f] \frac{\partial C_s}{\partial t} \quad \dots(3.34)$$

donde:

f = relación de volumen poroso fluyente con respecto al volumen poroso, adim.

C = concentración en la fracción fluyente.

$$C(x,0) = C_a$$

C_y = Concentración promedio en la fracción estancada.

Se debe especificar una ecuación adicional para la forma de transferencia de masa entre las fracciones fluyente y estancada Fig. 3.5.

La forma transitoria de transferencia de masa es:

$$\frac{\partial C_y}{\partial t} = D_o \frac{\partial^2 C_y}{\partial y^2} \quad \dots(3.35)$$

$$C_y(y,0) = C_a$$

donde:

y = distancia desde el fondo del volumen estancado hasta la zona de contacto con el volumen fluyente.

C_y = concentración inicial en este volumen estancado a la distancia y .

Se requiere una condición de frontera externa y otra de acoplamiento entre las regiones fluyente y estancada.

La forma pseudoestacionaria de transferencia de masa es (Coats y Smith¹⁷) (Apéndice B):

$$\frac{\partial C_y}{\partial t} = M [C - C_s] \quad \dots(3.36)$$

$$C_y(y,0) = C_o$$

Donde:

M = coeficiente de transferencia de masa, $1/T$.

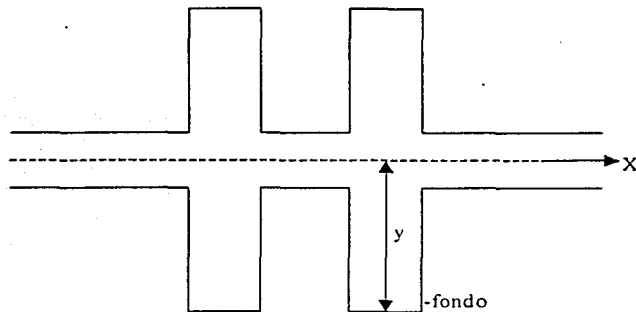


Fig 3.5. Modelo del volumen estancado.

Se supone que la concentración en la fracción estancada (C_y) está mezclada uniformemente.

Las ecuaciones (3.34) y (3.35) son conocidas como “modelo de Coats y Smith”¹⁷, (Apéndice C) extendiéndose al modelo de capacitancia celda de mezclado desarrollado por Deans.²⁴ Usando variables adimensionales en las ecs. (3.14) a (3.16) y (3.18), las ecs. (3.34) y (3.36) quedan como sigue:

La variación en la concentración en la zona fluyente está dada por:

$$\frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 C_p}{\partial x_p^2} - \frac{\partial C_p}{\partial x_p} = f \frac{\partial C_p}{\partial t_p} + [1-f] \frac{\partial C_p^*}{\partial t_p} \quad \dots(3.37)$$

Mientras que la variación de la concentración en la zona estancada sería:

$$[1-f] \frac{\partial C_D^*}{\partial t_D} = N_D [C_D - C_D^*] \quad \dots(3.38)$$

$$C_D^*(y_D, 0) = 0$$

donde

$$C_D^* = \frac{C_y}{C_o} \quad \dots(3.39)$$

$$t_D = \frac{vt}{L}$$

$$y_D = \frac{y}{L}$$

$$N_D = \frac{ML}{v} = \text{número de Damköhler} \quad \dots(3.40)$$

El número de Damköhler representa la relación del ritmo de transferencia de masa en el volumen estancado, con respecto al ritmo de transferencia de masa convectivo axial.

Cualquier condición, inicial o de frontera en las ecuaciones (3.20) y (3.26) a (3.32) pueden ser usadas con el modelo de capacitancia. La discusión relativa a las concentraciones fluyentes e "in situ" de secciones previas también se aplica al modelo de capacitancia.^{3,14} De Smedt y Wierenga^{25,23} presentaron discusiones del efecto de diferentes condiciones de frontera en las soluciones al modelo de capacitancia.

Cuando el ritmo de transferencia de masa entre la zona estancada y la fluyente es lento, las soluciones del modelo de capacitancia son las mismas que para la ecuación de dispersión - convección (Tabla 1) sin capacitancia, pero con t_D remplazado por t_D/f .

Otras soluciones analíticas al modelo de capacitancia para una variedad de condiciones de frontera han sido publicadas por Brigham,¹⁴ Coats y Smith,¹⁷ De Smedt y Wieranga,^{25,23} y van Genuchten y colaboradores.⁵³

3.3.2. Causas de capacitancia y aplicaciones del modelo de capacitancia para diferentes sistemas.

Configuraciones sencillas del volumen estancado han sido modeladas como se muestra en la Fig. 3.6: “Estructuras de Turner”, “cuellos de botella,” y “películas estancadas” rodeando las partículas en un estrato de partículas.³³ Varios tipos de roca representativas de material de yacimientos petroleros han sido modelados usando capacitancia; por ejemplo areniscas consolidadas,^{3,4,17} arenas sin consolidar,¹⁷ y rocas carbonatadas, que a menudo tienen doble porosidad, vûgulos o fracturas.^{3,4,13}

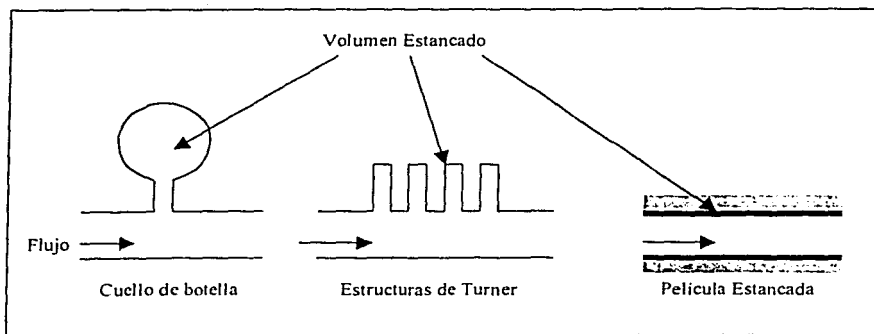


Fig. 3.6. Modelos de volúmenes Estancados.³³

Otros autores han correlacionado el comportamiento del flujo de fluidos en algunas areniscas y carbonatos, utilizando los modelos de capacitancia, con características geométricas de la red de poros.¹³ Ellos establecieron que una distribución de tamaño de poro ancho conduce a una distribución de dispersión que se incrementa; sin embargo, el concepto de capacitancia requiere no solo de conocer la distribución del tamaño de poro, sino además la correlación espacial de su tamaño.¹³

Correa y cols¹⁹. formularon el “modelo de difusión de matriz transversal”, para representar un medio poroso heterogéneo con difusión transversal entre las zonas fluyente y estancada. Ellos combinaron además los poros esféricos y modelos de difusión de matriz transversal para describir heterogeneidades en la roca del yacimiento.

El modelo de Coats y Smith¹⁷ puede aplicarse algunas veces al flujo de dos fases en medios porosos. Porciones de una fase pueden ser parcial o totalmente enmascaradas de la corriente fluyente debido a la presencia de una segunda fase inmisible, la cual eficazmente causa capacitancia. Una descripción matemática del fluido fluyendo en el medio poroso conteniendo fases múltiples es semejante para procesos que ocurren en yacimientos petroleros, que contienen aceite, agua y gas, y en todas las áreas de Ciencias de la Tierra, donde el flujo en medios parcialmente saturados se describa mediante el modelo de capacitancia.

El flujo multifásico de agua y aceite, solvente o CO₂, se presenta en procesos miscibles tal como en la recuperación mejorada de aceite por inyección de CO₂, donde el aceite estancado es la

capacitancia relativa del aceite fluyente, el cual puede ser recuperado debido a los mecanismos dispersivos u otros procesos de mezclado, como la inyección de un solvente miscible o de CO₂. Stalkup⁴⁸ extendió el modelo de Coats y Smith utilizando un factor para el aceite inmóvil localizado en sitios que tienen diferentes grados de accesibilidad a la línea fluyente, dividiendo el aceite estancado en dos fracciones con diferente coeficiente de transferencia de masa.⁴⁸ Salter y Mohanty dividieron el volumen poroso ocupado por aceite y el ocupado por agua, dentro del espacio dendrítico y fracciones aisladas.³³ La fracción dendrítica es estancada pero conectada a la fracción fluyente, y la transferencia de masa entre la fracción fluyente y la dendrítica se permite. La fracción aislada está completamente rodeada por otra fase, a través de la cual la transferencia de masa no ocurre. Stalkup⁴⁸, Salter y Mohanty³³ establecieron que los parámetros del modelo de Coats y Smith en sistemas de dos fases es altamente dependiente de la mojabilidad y la fase de saturación. Shearn y Wakeman³³ también modificaron el modelo de capacitancia para situar una película entre la fase fluyente y las fracciones estancadas, y han sido aplicadas a desplazamientos miscibles de aceite por CO₂. El CO₂ es soluble en el agua y el aceite, y se permite la transferencia de masa de CO₂ a través de la barrera de fase (agua) en la fase del aceite.

3.3.3. Efectos de Parámetros del Modelo de Capacitancia en los Perfiles Fluyentes.

Los tres parámetros del modelo de capacitancia (D , f , y M) que tienen efectos en los perfiles de concentración fluyentes; en la Fig. 3.7 se muestran esquemáticamente los cambios en la concentración en el extremo de salida.

Puede observarse (Fig. 3.7(a)) que en ausencia de volumen estancado ($f=1$), un aumento en el coeficiente de dispersión incrementa la longitud de la zona de mezclado, los perfiles de concentración mantienen su forma geométrica (siempre que el número de Peclet sea suficientemente grande).

Si la transferencia de masa del volumen estancado al volumen fluyente es rápida, el modelo de capacitancia es el mismo que el modelo de dispersión -convección sin capacitancia. Cuando la transferencia de masa es lenta, el modelo de capacitancia se comporta otra vez como el modelo de dispersión, pero con un volumen poroso efectivo que es más pequeño que el volumen poroso total, afectado por el factor $(1-f)$. Ambos casos dan como resultado un perfil simétrico del efluente con el último desplazamiento de la izquierda a lo largo del eje de volumen (Fig. 3.7b).

La fracción fluyente está dada aproximadamente por el volumen a una relación de concentraciones $C/C_0 = 0.5$. Para ritmos intermedios de transferencia de masa, el perfil fluyente se muestra inclinado debido a la transferencia lenta del soluto hacia el volumen estancado (Fig. 3.7C).

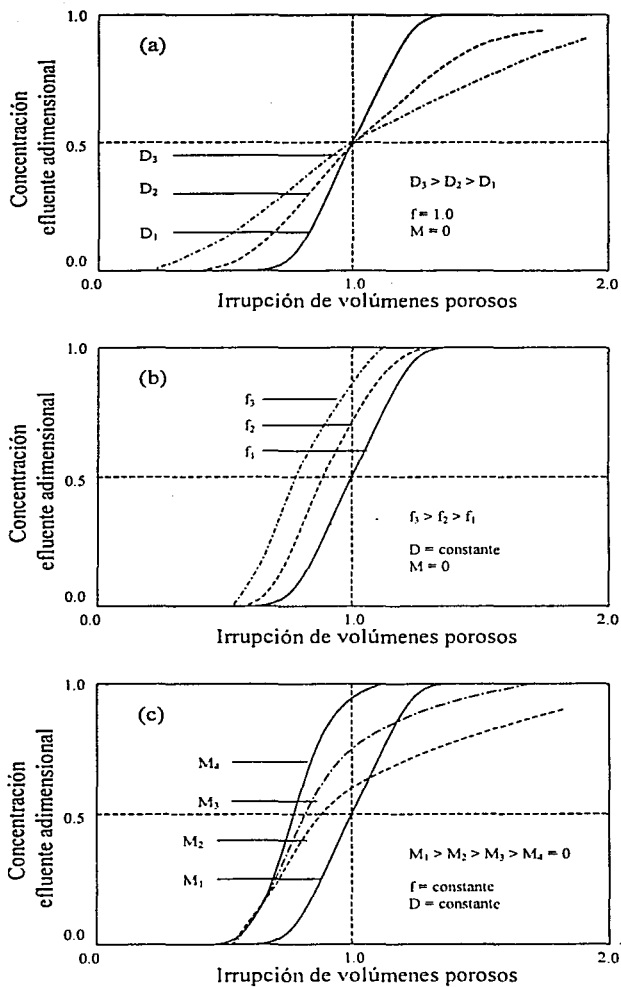


Fig. 3.7. Efectos de los parámetros del modelo de capacitancia en la concentración de solvente.³³ (a) Dispersión (D).

(b) Volumen estancado (f). y

(c) Coeficiente de transferencia de masa (M).

El efecto de transferencia de masa a ritmo finito es mejor descrito en términos del número de Stanton ($St=ML/v = N_D$); el cual relaciona el tiempo de residencia del fluido en el medio poroso, determinado por la longitud del medio poroso y velocidad de flujo, al ritmo de transferencia de masa del volumen estancado.

Una solución del modelo de capacitancia puede no ser única en términos de los parámetros D , f , y M .^{4,32}

Salter y Mohanty encontraron dificultades en ajustar sus datos experimentales cuando f se acerca a la unidad y cuando f es muy bajo.³³

Brigham sugiere generar una gráfica probabilística para probar la presencia de la capacitancia.¹⁴ Si la capacitancia está presente, se identifica mediante una gráfica probabilística no lineal, el valor de f puede ser determinado independientemente por el comportamiento de experimentos a un número bajo de Damköhler, para que el efecto de transferencia de masa de la fracción estancada sea despreciable y el volumen poroso fluyente sea establecido por la irrupción del volumen poroso del trazador.^{17,32}

Varias técnicas (factor de formación, mediciones de la presión capilar con mercurio, desplazamiento miscible y comportamiento de presión transitoria) pueden ser usadas como indicadores de volumen estancado, pero no permiten una determinación cuantitativa de la cantidad de este volumen, este problema fue analizado por Fatt.²⁶ Correa et al.²⁰ proporcionaron una discusión detallada de los efectos de la capacitancia en gráficas

probabilísticas, y en métodos de determinación de los parámetros de capacitancia para tiempos cortos y gráficas probabilísticas del logaritmo del tiempo.¹⁹

3.3.4. Factores que afectan a los parámetros del modelo de capacitancia.

Los parámetros del modelo de capacitancia dependen del tipo de medio poroso, velocidad de flujo, y *fase de saturación*. La transferencia de masa del volumen estancado comúnmente se supone que toma lugar por difusión molecular y en algunos modelos, ha sido descrito en forma transitoria por la ecuación de difusión.^{19,29,33} Jasti y Asoc. definieron que la transferencia de masa puede ser proporcional a la difusividad molecular en la ausencia de remolinos.³² Stalkup demostró experimentalmente que la transferencia de masa depende fuertemente de la difusividad molecular.⁴⁸ Sin embargo una gran cantidad de trabajos experimentales han mostrado que el coeficiente de transferencia de masa se incrementa con el aumento de velocidad, indicando que la mezcla se realiza por otros mecanismos y no solo por difusión molecular.^{3,4,13,33} En la presencia de una segunda fase miscible, el coeficiente de transferencia de masa se vuelve dependiente de la saturación de las fases presentes y de la transferencia de masa en la interfase.³³ La fracción fluyente depende de la distribución y tamaño de los poros, mojabilidad y saturación. La fracción fluyente en areniscas que contienen un sólo fluido es frecuentemente entre 0.9 y 1.0,^{3,4,13,17,33} pero en

rocas carbonatadas es mucho menor (tan pequeño como 0.38) reflejando la estructura de doble porosidad encontrada frecuentemente en este tipo de roca.^{3,4,13} Algunos investigadores han encontrado que el parámetro de fracción de porosidad fluyente de la porosidad total, f es independiente de la velocidad,^{3,17,32} mientras que otros han reportado tanto decremento^{4,13} como incremento⁴ en f con el incremento de velocidad. Batycky y asoc.⁴ han explicado esta discrepancia como sigue: en un medio heterogéneo pobremente conectado, los contrastes de velocidad en diferentes regiones del espacio poroso crecen con el incremento de la velocidad, dando como resultado un decremento en la fracción fluyente. En un medio poroso relativamente homogéneo un incremento en la velocidad conduce a un mejor mezclado y a una fracción estancada menor.

3.3.5. Escalamiento de los Parámetros del Modelo de Capacitancia.

Mientras que el modelo de capacitancia ha sido extensamente usado para una mejor comprensión de los procesos de transporte de masa realizados en laboratorio, el escalamiento de los parámetros del modelo buscando representar condiciones de campo no ha tenido mucho desarrollo. Los coeficientes de dispersión y transferencia de masa representan promedios que dependen del promedio de la escala. Los coeficientes determinados en escala de laboratorio podrán ser escalados al campo solo si la escala de las heterogeneidades para la que se determinaron los valores de estos parámetros permanece sin cambio.¹³

La difusión debida a la capacitancia depende del número de Stanton $St=ML/v$. Debe reconocerse que a escala de campo, L es mucho más grande y v es frecuentemente más pequeño que en el laboratorio, por lo que la transferencia de masa ocurre rápidamente en el campo, y los efectos de capacitancia observados en laboratorio se ven reducidos o desaparecen en el campo.¹⁷ Se ha observado que la longitud de la zona de mezclado en un núcleo de laboratorio con capacitancia depende de la dispersión y de la transferencia de masa dentro del volumen estancado. Cuando ambos efectos de mezclado se unen dentro del coeficiente de dispersión, la magnitud del coeficiente de dispersión puede ser fuertemente sobreestimado.

La capacitancia es importante a nivel de campo, así como, en la obtención de parámetros importantes hechos en experimentos de laboratorio.^{17,14}

3.4. Modelo de Dispersión - Convección con Adsorción

3.4.1. El Modelo de Adsorción

La adsorción durante el flujo a través del yacimiento es de interés en procesos de cromatografía, ciencias de la tierra y procesos de recuperación mejorada de petróleo. La ecuación de dispersión - convección ha sido usada con un término fuente o sumidero para tomar en cuenta la adsorción del soluto.

La ecuación de dispersión - convección - adsorción, referida como modelo de adsorción, se expresa como sigue:

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r \frac{\partial q}{\partial t} \quad \dots(3.41)$$

donde:

q = adsorción(en masa o moles de soluto por unidad de masa de solido),

ϕ = porosidad, adim.

ρ_r = densidad de la roca, M/L³.

Diferentes combinaciones de condiciones iniciales y de frontera dadas por las ecuaciones (3.20) y (3.26) a (3.32) pueden ser usadas. Se requiere especificar una condición del valor inicial de adsorción; se usa frecuentemente q=0 para t=0.

Las diferencias entre los modelos de adsorción usados por diferentes investigadores consisten en la forma de considerar los

términos de adsorción cinética $\frac{\partial q}{\partial t}$ y la isoterma de adsorción en equilibrio. Utilizando la regla de la cadena; el término de adsorción cinética puede expresarse como:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial C} \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots(3.42)$$

substituyendo en la ec. (3.41)

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = \left[1 + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r \frac{\partial q}{\partial C} \right] \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots(3.43)$$

El factor que está multiplicando la derivada del tiempo es frecuentemente llamado "factor de retardamiento,". Cuando la adsorción está en equilibrio, $\partial q/\partial C$ puede ser evaluada por medio de una isoterma de adsorción.

Otros grupos adimensionales que a menudo se usan para el modelo de adsorción son los siguientes:

El número de Langmuir (L_a), que puede considerarse como un indicador de la capacidad de adsorción de la roca se define como:

$$L_a = \frac{(1-\phi)\rho_r q_{\max}}{\phi C_0} \quad \dots(3.44)$$

El número de velocidad de flujo (Fl), que expresa la relación de las velocidades convectiva y de adsorción.

$$Fl = \frac{v}{Lk_1 C_0} \quad \dots(3.45)$$

y el Número de Adsorción Cinético (K_i), que compara la velocidad de adsorción y la velocidad de desadsorción.

$$K_i = \frac{k_2}{k_1 C_0} \quad \dots(3.46)$$

donde:

k_1 = constante de velocidad de adsorción.

k_2 = constante de velocidad de desadsorción.

3.5. El Modelo de Dispersión - Convección con Capacitancia y Adsorción

Cuando la capacitancia y la adsorción son incorporadas dentro de la ecuación de dispersión-convección, resulta la ecuación siguiente:^{7,33}

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = f \left[\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_s \frac{\partial q}{\partial t} \right] + [1-f] \left[\frac{\partial C^*}{\partial t} + \frac{1-\phi}{\phi} \rho_s \frac{\partial q^*}{\partial t} \right] \quad \dots(3.47)$$

donde:

q^* = adsorción en la superficie de los sólidos en contacto con volúmenes estancados.

En orden de solución para este modelo, las condiciones iniciales para C , C^* , y q^* , condiciones de frontera y las ecuaciones que describen los ritmos de adsorción en el flujo y fracciones estancadas se requieren. La concentración en el volumen estancado se determina por la acción combinada de la transferencia de masa y la adsorción.

Cuando se supone un mecanismo de transferencia de masa de primer orden, se establece un balance de materia para el soluto en el volumen no fluyente, el cual puede expresarse como:

$$[1-f] \frac{\partial C^*}{\partial t} = M[C-C^*] - [1-f] \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r \frac{\partial q^*}{\partial t} \quad \dots(3.48)$$

La ecuación (3.48) supone implícitamente que la fracción del número total de sitios en contacto con la porción fluyente del fluido es f , implicando una superficie homogénea.

Una forma más general de la ec. (3.47) que relaciona esta suposición ha sido obtenida por Van Genuchten y colaboradores:³³

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v \frac{\partial C}{\partial x} = f \frac{\partial C}{\partial t} + \theta \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r \frac{\partial q}{\partial t} + [1-f] \frac{\partial C^*}{\partial t} + (1-\theta) \frac{1-\phi}{\phi} \rho_r \frac{\partial q^*}{\partial t} \quad \dots(3.49)$$

donde:

θ = fracción de adsorción en sitios de contacto con el líquido fluyendo.

Resumiendo, puede establecerse que la concentración de un soluto fluyendo a través del yacimiento, que incluye los efectos de capacitancia y adsorción está determinada por siete mecanismos:

- convección,
- dispersión,
- volumen estancado,
- transferencia de masa fluyendo desde el volumen estancado,
- capacidad de adsorción,

- ritmo de adsorción y
- ritmo de desadsorción,

Los cuales pueden ser descritos por seis grupos adimensionales:

- Número de Peclet (Ec. 9),
- Número de Langmuir (Ec. 3.45),
- Número de velocidad de flujo (3.45),
- Número de Adsorción Cinética (3.46),
- Número de Stanton(o Damköhler) (3.40),
- y la Fracción Fluyente.

CAPÍTULO 4

IMPORTANCIA DEL CONOCIMIENTO DEL COEFICIENTE DE DISPERSIÓN EN EL DISEÑO DE UN PROCESO DE RECUPERACIÓN MEJORADA

El conocimiento del coeficiente de dispersión en un proceso de recuperación mejorada donde tiene lugar una transferencia de masa entre los fluidos desplazante y desplazado permite analizar su comportamiento y respuesta bajo diferentes circunstancias, mediante modelos o simuladores. La importancia de conocer este coeficiente radica en que es posible estimar la ubicación del frente del fluido inyectado, la optimización de la inyección de fluidos y la

determinación de los incrementos en la producción de aceite, entre otros factores.

La inyección de fluidos al yacimiento con la finalidad de adicionarle energía permite obtener una recuperación adicional de hidrocarburos, pero una de las características principales que se requiere conocer es la rapidez de avance del frente de inyección, así como su posición con el tiempo. Los modelos matemáticos desarrollados hasta el momento para simular el avance del frente de inyección, incluyen el coeficiente de dispersión entre los principales parámetros involucrados.

4.1 Influencia del Coeficiente de Dispersión en algunos Procesos de Recuperación Mejorada.

a) Inyección de Gas Combinado con Segregación Gravitacional.

Cuando se inyecta un gas con el propósito de efectuar un desplazamiento vertical y se procura que la segregación gravitacional actúe, es necesario tener una permeabilidad vertical alta, generalmente mayor de 200 mD. En los casos en los que la permeabilidad vertical no sea favorable, todavía es posible realizar un proceso exitoso de desplazamiento mediante la dispersión del gas en el yacimiento.

El coeficiente de dispersión depende de la presión y temperatura a la que se realiza el mezclado, así como de la composición de la mezcla entre los fluidos inyectados y a desplazar, así como de las propiedades de la roca, porosidades y compresibilidades.

b) Procesos Miscibles.

En los procesos miscibles se requiere del establecimiento de una zona de mezclado entre los fluidos desplazado y desplazante, para lograr este efecto los fenómenos de difusión y dispersión tienen un papel muy importante. Se ha comprobado que las dispersiones longitudinal y transversal tienen una influencia muy fuerte en el desplazamiento miscible.

En muchos desplazamientos miscibles verticales no estabilizados por la gravedad, la dispersión transversal tiene mayor influencia que la dispersión longitudinal. Esto se debe a que en muchos desplazamientos donde ocurren digitaciones, el solvente penetra en el aceite, exponiendo una gran área superficial a lo largo de los lados de las digitaciones sobre la cual ocurre la dispersión transversal. En contraste, la dispersión longitudinal ocurre sobre un área mucho más pequeña de la interfase de solvente/ aceite en las regiones próximas a las regiones de avanzada de las digitaciones.

La dispersión transversal afecta el crecimiento de las digitaciones por lo que éstas tienen una gran influencia sobre el área barrida. Por otra parte, el solvente contenido en las digitaciones expuestas es diluido, resultando en concentraciones inferiores a las mínimas requeridas por mantener la miscibilidad; el efecto de dilución del bache es favorecido por la dispersión longitudinal. La dispersión transversal por el contrario, tiende a moderar el crecimiento de las digitaciones del solvente.

c) Procesos Químicos.

Algunos agentes químicos adicionados al fluido de inyección están diseñados para reaccionar y modificar las propiedades del fluido residente o la mezcla resultante con los fluidos del yacimiento y con la roca, tal como la tensión interfacial entre ellos. Al mezclarse los fluidos se presenta el efecto de dispersión convectiva debido a los gradientes de velocidad, lo que aumenta el coeficiente de dispersión

El comportamiento de la eficiencia de un proceso químico depende del valor de la dispersividad, el cual a su vez es función de la modificación por dispersión convectiva y disminución de la tensión interfacial.

La pérdida de agentes químicos al fluir a través de la formación disminuye su concentración, en el fluido inyectado por lo que el coeficiente de dispersión es menor conforme se va perdiendo agente químico, es decir es función de la distancia recorrida.

4.2. Factores que modifican el Coeficiente de Dispersión en el Medio Poroso.

En general, el coeficiente de dispersión en el medio poroso es un tensor de segundo orden que depende de las variaciones locales del campo de velocidades y de las características del medio.⁶ El tratamiento del coeficiente de dispersión normalmente se reduce a considerar sus componentes longitudinal y transversal, y generalmente se ha relacionado con cantidades de fácil medición tales como la velocidad lineal aparente y algunas características

de longitud del medio poroso. Experimentalmente se ha observado que generalmente la dispersión longitudinal es mucho más grande que la dispersión transversal.^{10,27} Los modelos matemáticos publicados en la literatura para describir el flujo en medios porosos han considerado exponentes de la velocidad de 1 ó 2 para los coeficientes de dispersión.^{6,18,27}

Bear⁶ estudió los modelos que consideran los efectos combinados de distribución de velocidades a través de canales de flujo, y otros factores tales como la difusión molecular; y encontró que las predicciones del coeficiente de dispersión fueron proporcionales al cuadrado de la velocidad en el caso de tubos capilares.

La ecuación general que expresa la dependencia del coeficiente de dispersión longitudinal en el medio poroso en términos de la velocidad se escribe como sigue²⁷:

$$\frac{D}{D_0} = \frac{D_0'}{D_0} + \delta \left(\frac{\sigma v d_p}{D_0} \right)^m \quad \dots(4.1)$$

donde

D_0' = "coeficiente de difusión molecular aparente", en el medio poroso, L^2/T .

D_0 = difusión molecular, L^2/T .

δ = constante.

σ = factor de heterogeneidad del medio poroso.

d_p = diámetro promedio de la partícula, L .

m = exponente que depende del régimen de flujo.

La cantidad adimensional (vd_p/D_0) es una expresión para el número de Peclet de la partícula. El coeficiente de difusión molecular aparente (D_0') es menor que el verdadero coeficiente de difusión molecular debido a que la difusión en el medio poroso se realiza a través de la longitud del camino tortuoso que se encuentra a lo largo del medio mismo. El coeficiente de difusión aparente puede ser expresado como: $D_0' = \tau D_0$,

donde: τ = tortuosidad.

La tortuosidad del medio poroso no es una cantidad bien definida, y en general depende de las características del medio poroso; se han propuesto varios modelos e interpretaciones para su descripción,^{6,24} dependiendo de las características del yacimiento, el valor de τ puede estar en un rango desde 0.15 a 0.7.^{6,10,15,18,27,30}

La ecuación (4.1) es representada comúnmente en forma gráfica mediante un diagrama log-log, expresando la variación de la dispersión adimensional (D/D_0) contra vd_p/D_0 , este último término puede considerarse como un número de Peclet modificado. Un ejemplo típico es presentado en la Fig. 4.1, a partir de la cual el régimen de flujo es identificado.³³

En la Fig. 4.1 es posible distinguir las siguientes características:

Región a: Se ha observado que a bajas velocidades o altos coeficientes de difusión molecular, predomina la difusión molecular, y el coeficiente de dispersión es igual al coeficiente de difusión molecular aparente.

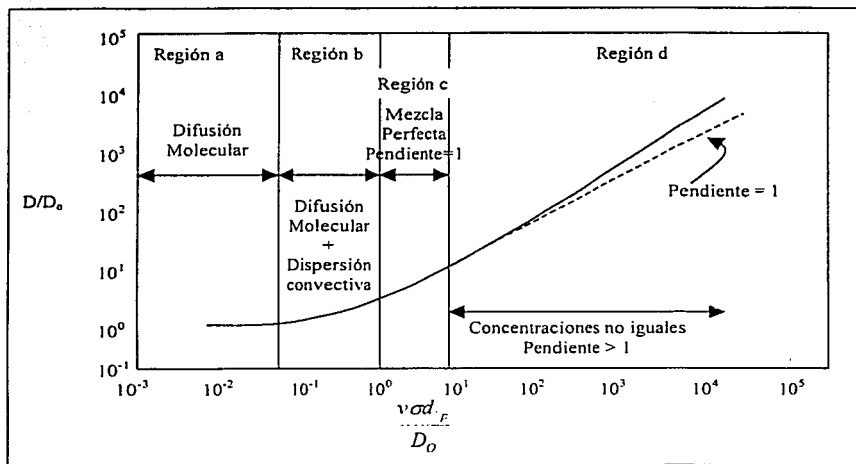


Fig. 4.1. Coeficiente de dispersión dependiente del número de Peclet modificado en diferentes regímenes de flujo. Las escalas en los ejes dependen del medio poroso y de otros factores. Las curvas muestran aproximaciones de la dispersión longitudinal en empacamientos no consolidados.³³

Región b: El efecto de la dispersión mecánica se vuelve significativo, y tanto la difusión molecular como la dispersión convectiva contribuyen a la dispersión.

Región c: El medio poroso puede ser modelado como una celda de mezclado perfecta, para la cual $m=1$. Esta región de flujo corresponde a la dispersión longitudinal en empacamientos con tamaño de grano aleatorio, cuando $4 < (\sigma d_p / D_0) < 50$ y a la dispersión transversal en arreglos similares cuando $100 < (\sigma d_p / D_0) < 10^4$.

Región d: cuando el número de Peclet modificado se vuelve muy grande, la concentración en cada celda de mezclado no puede ser igual, y m se torna más grande que la unidad, normalmente por

arriba de 1.25. En las regiones c y d la contribución de la difusión molecular es despreciable, y para propósitos prácticos puede ser estimada mediante una ecuación de la forma $D = \beta v$, donde β es una constante.^{6,27,33}

Fried y Combaurnous²⁷ y Bear⁶ han identificado una quinta región de flujo a un número muy alto de Peclet, donde los efectos de turbulencia se vuelven apreciables y la Ley de Darcy no puede aplicarse.

Algunos de los factores que determinan la dispersión en medios porosos han sido discutidos por Perkins y Johnston³⁶ e incluyen entre otros factores la distribución del tamaño de partícula, la forma de la partícula, la forma de empacamiento y heterogeneidades de permeabilidad, efectos de densidad y viscosidad, turbulencia, la presencia de una fase estancada, capacitancia y efectos de frontera. Aunque la dependencia del coeficiente de dispersión en la velocidad es similar en diferentes medios porosos, la magnitud de la dispersión es usualmente más alta en medios consolidados que en medios sin consolidar^{15,27} y más alto en carbonatos que en areniscas,^{5,13} aumentando a medida que la distribución del tamaño del poro se vuelve más amplia¹³ o bien cuando la saturación de fase disminuye, y normalmente es más alto en la fase no mojante que en la fase mojante.³³

4.3. Determinación del coeficiente de dispersión en un medio poroso.

El coeficiente de dispersión longitudinal puede determinarse mediante el ajuste de la solución de la ecuación unidimensional de dispersión - convección a datos experimentales a través del procedimiento propuesto por Brigham y cols.¹⁵ En el último procedimiento, se gráfica en coordenadas probabilísticas a la función U definida por la ec. (4.3), contra el porcentaje de desplazamiento del fluido en la corriente fluyente (Fig. 4.2), resultando una línea recta a partir de la cual se obtiene el coeficiente de dispersión longitudinal usando la siguiente ecuación(4.2):¹⁵

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{U}{2\sqrt{D/vL}} \right) \right] \quad \dots(4.2)$$

donde:

$$U = \frac{V/V_p - 1}{\sqrt{V/V_p}} \quad \dots(4.3)$$

$$D = vL \left[\frac{U_{90} - U_{10}}{3.625} \right]^2 \quad \dots(4.4)$$

U_{90} y U_{10} = valores cuando la concentración del efluente es 90% y 10 % del valor inyectado respectivamente, tomados de la recta ajustada. Si se usan concentraciones de 20% y 80% ó 5% y 95%, la constante en el denominador de la ec. (4.4) debe cambiarse por 2.380 o 4.653, respectivamente.

El método de la gráfica probabilística supone que las concentraciones del efluente medidos experimentalmente están descritas por la Ec. (4.2); por ejemplo, cuando el medio poroso puede ser aproximado por un sistema infinito.

Cabe mencionar que teóricamente estos sistemas podrían no presentar como resultado un comportamiento lineal en una gráfica probabilística. Los datos experimentales que se ajustan, proporcionan un medio más adecuado para determinar coeficientes de dispersión, particularmente a números bajos de Peclet. Sin embargo, en la práctica se ha establecido que la gráfica de probabilidad es a menudo lineal para sistemas finitos y proporciona el coeficiente de dispersión correcto para números de Peclet modificados menores a 14.¹⁴

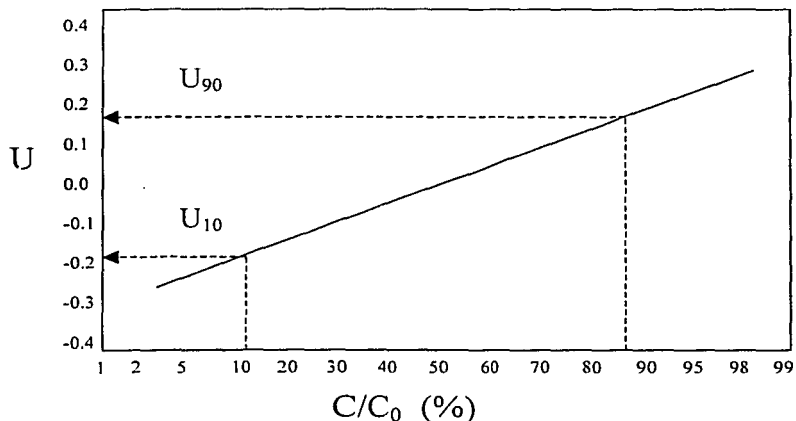


Fig. 4.2. Gráfica en coordenadas probabilísticas para la determinación del coeficiente de dispersión longitudinal.

La ecuación (4.2) no es aplicable a desplazamientos miscibles con relaciones desfavorables de viscosidad o diferencias significantes de densidad.¹⁵ En estas situaciones, el desplazamiento es dominado por la digitación viscosa y por la gravedad respectivamente; la longitud de la zona de mezclado se incrementa rápidamente con respecto a la longitud del medio poroso, y la gráfica de probabilidad no es lineal. La ecuación unidimensional es inadecuada para describir la digitación viscosa, por lo que se recurre a correlaciones empíricas para predecir la longitud equivalente de mezcla.³³

Para diseñar una prueba piloto se recomienda utilizar el coeficiente de dispersión determinado a partir de núcleos el cual se determina al ajustar la curva de concentración generada por el modelo de difusión. Es importante hacer notar que la concentración que se mide en las pruebas piloto corresponde a la concentración fluyente, por lo tanto, el modelo que se utilice para ajustar estos datos debe estar basado también en dicha concentración.

Una prueba piloto es necesaria para determinar el coeficiente de dispersión "in situ" que aparece en las ecuaciones de los modelos, ya que no hay ninguna manera de obtenerlos del análisis matemático por sí mismo.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Uno de los objetivos principales de este trabajo consiste en enfatizar la importancia que tiene la determinación adecuada del coeficiente de dispersión en los procesos de recuperación mejorada en los cuales ocurre transferencia de masa entre las fases, como son los procesos miscibles y ciertos procesos inmiscibles, en los cuales la transferencia de masa de los componentes ligeros del aceite hacia el gas desplazante no es lo suficientemente abundante para generar miscibilidad.

Con base en el análisis de los modelos de dispersión publicados en la literatura mencionados en el cuerpo de este trabajo es posible establecer las siguientes conclusiones:

1. El coeficiente de dispersión puede conceptualizarse como una medida de la rapidez a la cual componentes de un determinado fluido se transfieren hacia un segundo fluido, de diferente composición durante su flujo a través de un medio poroso.
2. En un proceso de desplazamiento a través de un medio poroso homogéneo, en el cual ocurra un proceso de transferencia de componentes entre las fases desplazante y desplazada, cuando se inyecte un fluido que tenga la misma viscosidad y densidad del aceite que se desee desplazar, la variación de las concentraciones medidas en el extremo productor presentará un perfil de concentración en forma de "S", debido al fenómeno de dispersión.
3. Mediante el número adimensional de Peclet, Pe , es posible analizar la influencia de la dispersión en un proceso de desplazamiento en que ocurre transferencia de algún componente entre las fases. Dependiendo del valor de Pe , habrá tres regiones bien definidas: a valores bajos de Pe la difusión molecular controlará el proceso de transferencia, mientras que para altos valores de Pe el proceso de transferencia será regido por la convección, correspondiendo a valores intermedios de Pe , en los que ambas contribuciones son importantes para definir adecuadamente el coeficiente de dispersión del proceso.

4. Las soluciones de la ecuación de convección-dispersión, presentadas en el cuerpo de este trabajo muestran que mientras mayor sea Pe la desviación de la forma clásica de "S" del perfil de concentración será mayor.
5. La forma del perfil de concentraciones del fluido inyectado medido en el extremo productor refleja las características físicas propias de la roca del yacimiento, así como también la interacción de las propiedades del fluido inyectado con el fluido residente.
6. El coeficiente de dispersión longitudinal puede determinarse mediante el ajuste de la solución de la ecuación unidimensional de dispersión-convección a datos experimentales. El incremento en el coeficiente de dispersión incrementa la longitud de la zona de mezclado.
7. El efecto de "capacitancia", en un medio poroso, se establece al considerar varias regiones de flujo dentro del volumen poroso; una parte que contribuye al flujo, en la cual el flujo es móvil, y otra que no lo hace, a la cual se le denomina "región estancada". El efecto de capacitancia se debe a la presencia de estas zonas estancadas en el medio poroso que no contribuyen al flujo, pero que debido al proceso de transferencia de masa por difusión, retienen una parte de la concentración de ciertos componentes en el fluido móvil, variando así su concentración en la corriente de flujo.
8. Se presenta la solución analítica para la ecuación de Dispersión-Convección con Capacitancia para transferencia de

masa de la zona estancada considerando transferencia pseudoestacionaria entre las fases (Apéndice B).

9. Uno de los factores más importantes que afectan al proceso de dispersión de los fluidos inyectados, es la relación de movilidades entre los fluidos desplazante y desplazado, la cual en la mayoría de los casos es desfavorable ($M > 1$). Lo que significa que el fluido inyectado se mueve mucho más rápido que el aceite que se desea desplazar. Recomendaciones sugeridas para reducir este efecto adverso son:

- Inyectar a baja velocidad, para dar suficiente tiempo a que el proceso de dispersión actúe significativamente, y como consecuencia aumentar la eficiencia de barrido y reducir el crecimiento de digitaciones.
- Tratar en la medida de lo posible, que el fluido inyectado tenga la misma viscosidad y densidad que el aceite a desplazar.

Ambas recomendaciones, disminuirán la cantidad de aceite sin desplazar.

10. Otro parámetro adimensional útil para estudiar el proceso de dispersión es el conocido como Número de Damköhler, o Número de Stanton. Este parámetro representa la relación de transferencia de masa hacia el volumen estancado, con respecto al ritmo de transferencia de masa convectivo.

11. Los parámetros más importantes que afectan la capacitancia son: *el coeficiente de transferencia de masa* (M), el cual depende de la difusión molecular, a bajas velocidades. Para velocidades altas este coeficiente se incrementa, mostrando que la

transferencia de masa no depende solo de la difusión molecular; por otra parte, *la fracción porosa fluyente* (f), depende de la distribución y tamaño de los poros, mientras que el *coeficiente de dispersión* (D), depende de la difusión molecular y la velocidad de desplazamiento.

12. Adicionando un término fuente o sumidero a la ecuación de dispersión-convección se toma en cuenta la adsorción del fluido inyectado, se tiene entonces un modelo de dispersión-convección con adsorción.

Los modelos más complejos invariablemente contienen un gran número de parámetros, y esto por sí mismo conduce a más flexibilidad en el ajuste experimental de los perfiles fluyentes.

Es necesario considerar los fenómenos que impactan el proceso de desplazamiento, en que ocurre transferencia de masa entre las fases, así como buscar la forma de verificar los valores obtenidos

La comprensión de los mecanismos físicos y de la sensibilidad de los parámetros importantes a los cambios físicos en el sistema lleva a entender mejor un proceso de recuperación mejorada determinado.

Se recomienda que el coeficiente de dispersión sea incorporado en las variables adimensionales de tiempo en los modelos para representar los procesos de recuperación mejorada.

Otra recomendación es realizar pruebas piloto en el campo, lo que permite determinar el coeficiente de dispersión **in situ**.

NOMENCLATURA

- A = área transversal expuesta al flujo, L^2 .
 C_i = concentración de referencia, mol/L^3 .
 D = coeficiente de dispersión promedio, que engloba los efectos de las fluctuaciones por difusión y por dispersión mecánica debido al flujo, L^2/T .
 D_o = coeficiente de difusión molecular, L^2/T .
 F = factor de formación, adim.
 h = espesor de la formación, L .
 H = altura característico del bloque de matriz, L .
 \bar{J}_D = densidad de corriente por difusión, M/L^2T .
 L = longitud del yacimiento, L .
 M = coef. de transferencia de masa entre las regiones móvil y estancada, $1/T$.
 N_{pe} = número de Péclet. uL/D , adim.
 N_{Da} = número de Damköler, LM/u (coeficiente de transferencia de masa).
 q_i = gasto volumétrico de inyección en el medio poroso, L^3/T .
 r = radio, L .
 t = tiempo de inyección, T .
 v = velocidad microscópica promedio, L/T .
 v_r = velocidad macroscópica en el medio, L/T .
 v = velocidad microscópica, L/T .
 v = velocidad promedio, L/T .
 \hat{n} = vector normal unitario.
 $1-f$ = fracción del volumen estancado, adim.

Símbolos griegos

- λ = Movilidad de un fluido.
 α = constante de dispersividad en el medio, L .
 ϕ = porosidad, adim.

Subíndices

D = adimensional

fl = fluyente

f = fractura

L = Longitudinal

s = en la zona estancada

t = Transversal

REFERENCIAS

1. Arévalo, V. J., Samaniego, V. F., López, C. F. y Urquieta, S. E. (1997): *Mantenimiento de Presión y Mejora del Mecanismo de Drene Gravitacional Mediante la Inyección de Nitrógeno*, Ingeniería Petrolera, Enero.
2. Aris, R. y Amudsson, N. R. (1975): *Some Remarks on Longitudinal Mixing or Diffusion in Fixes Beds*, AIChE Journal, Vol. 3, No. 280.
3. Baker, L. E. (1977): *Effects of Dispersion and Dead-End Pore Volume in Miscible Flooding*, SPEJ (junio), pp. 219-227, Trans. AIME 263.
4. Batycky, J. P., B.M Maini y Fisher D.B. (1982): *Simulation of Miscible Displacement in Full Diameter Carbonate Cores*, Soc. Pet. Eng. J. 22 No. 5, 647-657.
5. Bear, J. (1972): *Dynamics of Fluids in Porous Media*. American Elsevier Science, N. Y.
6. Bear, J. (1979): *Hydraulics of Groundwater*, Mc Graw-Hill, New York.
7. Bear, J. y Todd, D. K. (1960): *The Transition Zone between Fresh and Salt Waters in Coastal Aquifers*, Univ. of California, Berkeley. Hydraulics Lab., Water Resources Center Contribution No. 29.
8. Bidner, M. S. y Vampa V. C. (1989): *A General Model for Convection-Dispersion-Dynamic Adsorption in Porous Media with Stagnant Volume*, J Pet. Sci. Eng. 3, 267-281.
9. Bird, R. B., Stewart, W. E. y Lightfoot, E. N. (1960): *Transport Phenomena*. John Wiley, New York.
10. Blackwell, R. J. (1959): *Experiments on Mixing by Fluid Flow in Porous Media*, A.I.Ch.E.S.P.E., 52nd Ann. Meeting, San Francisco, California.
11. Blackwell, R. J. (1962): *Laboratory Studies of Microscopic Dispersion Phenomena*. SPEJ Marzo, 69-76.
12. Brenner, H. (1962): *The Diffusion Model of Longitudinal Mixing in Beds of Finite Length, Numerical Values*, Chem. Eng. Sci. 17, 229-243 (Abril)
13. Bretz, R. E. y Orr, F. M. (1987): *Interpretation of Miscible Displacements in Laboratory Cores*, SPERE (noviembre).

14. Brigham, W. (1974): *Mixing Equations in Short Laboratory Cores*, Soc. Pet. Eng. J.14, No. 1, 91-99; Trans., AIME 257
15. Brigham, W. E., Reed, P. W. y Dew, J. N. (1961): *Experiments on Mixing During Miscible Displacement in Porous Media*, SPEJ (marzo), Trans. AIME, 222, pp. 212-214.
16. Carslaw, H. S. and Jaeger J. C. (1959): *Conduction of Heat in Solids*, Clarendon Press, Oxford.
17. Coats, K. H. y Smith, B. D. (1964): *Dead-End Pore Volume and Dispersion in Porous Media*, SPEJ (marzo), pp. 73-84.
18. Collins, R. E. (1961): *Flow of Fluids Through Porous Materials*, Reinhold Publishing, New York
19. Correa, A. C., Pande, K. K., Ramey, H. J. Jr. y Brigham, W. E. (1990): *Computation and Interpretation of Miscible Displacement Performance in Heterogeneous Porous Media*, SPERE (febrero).
20. Correa, A. C., Pande, K. K., Ramey, H. J. Jr. y Brigham, W. E. (1987): *Prediction and Interpretation of Miscible Displacement Performance Using Transverse Matrix Diffusion Model*, SPE 16704.
21. Craig, F. F. (1971): *The Reservoir Engineering Aspects of Water Flooding*, Monograph Series, SPE, Richardson, Tex.
22. Crank, J. (1956): *The Mathematics of Diffusion*. Oxford Univ. Press. London and New York.
23. Danckwerts, P. V. (1953): *Continuous Flow Systems: Distributions of Residence Times*. Chem. Eng. Sci. 2, 1-13.
24. Deans, H. A. (1963): *A Mathematical Model for Dispersion in the Direction of Flow in Porous Media*, SPEJ (marzo), vol. 1, pp. 49-52.
25. De Smeth, F. and Wieranga, P. J. (1979): *Mass Transfer in Porous Media with Immobile Water*, J. Hydrol. 41, 59-67.
26. Fatt, I. (1959): *Pore Structure of Sintered Glass from Diffusion and Resistance Measurements*, Journal Phys. Chem., vol. 63, pp. 751.
27. Fried, J. J. y Combarnous, M.A. (1971): *Dispersion in porous Media. Advances in Hydroscience*, vol. 7, pp. 169-282.

28. Gershon, N. D. y Nir, A. (1969): *Effects of Boundary Conditions of Models on Tracer Distribution in Flow through Porous Mediums*, Water Resources Research (agosto), pp. 830-839.
29. Gootschilch, C. F. (1963): *Axial Dispersion in a Packed Bed*. AIChE J. 9, No. 1, 88-92.
30. Gupta, S. P. y Greenkorn, R. A. (1973): *Dispersion During Flow in Porous Media with Bilinear Adsorption*, Water Resources Research No. 5 pp. 1357-1368.
31. Handy, L. L. (1959): *An Evaluation of Diffusion Effects in Miscible Displacement*, Trans. AIME 216, pp. 382-384.
32. Jasti, J. K., Vaidivia, R. N. Y Fogler, H. S. (1987): *Capacitance Effects in Porous Media*, Paper SPE 16707 Enhanced oil Recovery Proc., Soc. Pet. Eng. Annual Tech. Conf. And Exhibition, Dallas, TX, Sep. 27-30, 75-85.
33. Mannhardt, K. y Nasr-El- Din, H. A. (1994): *A Review of One-Dimensional Convection-Dispersion Models and their Applications to miscible Displacement in Porous Media*, Miscible Displacement, IN SITU, Calgary, Alberta, Canada, 277-345.
34. Moritis G. (1998): *EOR Oil Production Up Slightly*. Oil & Gas Journal, OGJ Special, Abril.
35. Nunge, R. J. y Gill, W. N. (1970): *Mechanisms Affecting Dispersion and Miscible Displacement*, Flow Through Porous Media, American Chemical Society, Wasington, D. C., 179-196.
36. Perkins, T. K. y Johnston, O. C. (1963): *A Review of Diffusion and Dispersion in Porous Media*. Trans. AIME, vol. 228, pp. 70-84.
37. Pozzi, A. L. y Blackwell, R. J. (1963): *Desing of Laboratory Models for Study of Miscible Displacement*, SPEJ (Marzo), pp. 28-40.
38. Ramirez, S. J., 1988: *Modelo para predecir el Flujo de Trazadores en Yacimientos Geotérmicos Naturalmente Fracturados*. Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Febrero.

39. Rivera, R. J. (1996): *Apuntes de la Cátedra de Recuperación Secundaria de Hidrocarburos*, División de Estudios de Posgrado, UNAM, México, D. F.
40. Rivera, R. J. (2000): *Apuntes de la Cátedra de Recuperación Mejorada de Hidrocarburos*, División de Estudios de Posgrado, UNAM, México, D. F.
41. Rivera, R. J. (1997): *Apuntes de la Cátedra de Fenómenos de Transporte*, División de Estudios de Posgrado, UNAM, México, D. F.
42. Rodríguez, N. R. y Rivera, R. J. (1976): *Desplazamiento con Fluidos Miscibles: Una Respuesta Idónea para Incrementar la Recuperación de Hidrocarburos*, Revista del Instituto Mexicano del Petróleo, Enero, pp. 35-42.
43. Rodríguez, N. R. y Rivera, R. J. (1985): *Estado Actual de la Tecnología de Recuperación de Aceite por Medio de Inyección de Agua en Yacimientos Naturalmente Fracturados*. Revista Ingeniería petrolera, junio, pp. 17-35.
44. Rodríguez, N. R. y Rivera, R. J. (1985): *Recuperación Mejorada en Yacimientos Petroleros Naturalmente Fracturados*. Trabajo presentado en la Academia Mexicana de Ingeniería, México D. F., junio.
45. Saffman, P. G., (1960): *Dispersion Due to Molecular Diffusion and Macroscopic Mixing in Flow Through a Network of Capillaries*, Journal Fluid Mechanics, vol. 7, pp. 194-208.
46. Scheidegger, A. E. (1957): *The Physics of Flow through Porous Media*. (1a ed. 1957; 2a ed. 1960, 3a. ed. 1974). Univ. of Toronto press, Toronto.
47. Scheidegger, A. E. (1961): *General Theory of Dispersion in Porous Media*, J. Geophys. Res. 66, 3273-3278.
48. Stalkup, F. I. (1990): *Effect of Gas Enrichment and Numerical Dispersion on Enriched Gas-Drive Predictions*, SPERE (noviembre).
49. Stalkup, F. I. (1983): *Miscible Displacement*. Monograph vol. 8, SPE of AIME, Dallas, Texas.
50. Taylor, G. I. (1953): *Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly Through a Tube*, Proc. Roy. Soc., Vol. 219, 186-203.
51. Terry, W. M., Blackwell, R.J. y Rayne, J.R., (1959): *Factors Influencing the Efficiency of Miscible Displacement*, Trans. AIME, Vol. 216, 1.

52. Van Deemter, J. J., Brader, J. J. y Lauweier, H. A. (1955): *Fluid Displacement in Capillaries*, Appl. Sci. Res. A5, 347-388.
53. Van Genuchten (1981): *Non-Equilibrium Transport Parameters from Miscible Displacement Experiments*, United States Department of Agriculture Science and Education Administration, Report No. 119, U. S. Salinity Laboratory, Riverside CA. February.
54. Warren, J. E. y Skiba, F. F. (1964): *Macroscopic Dispersion*, SPEJ (septiembre), pp. 215-225.
55. Wentworth, C. K. (1948): *Growth of the Ghyben-Herzberg Transition Zone Under a Rinsing Hypothesis*, Trans. Am. Geophys. Union 29, 97-98.
56. Willhite, G. P. (1986): *Waterflooding*, Texbook Series, SPE, Richardson, TX, 3.
57. Pulido, B. H. C. (2001): *Modelo de Doble Porosidad con Flujo Interporoso Transitorio, para la Interpretación de la Respuesta de Trazadores en Yacimientos Naturalmente Fracturados*, Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Julio.



ECUACIÓN DE DISPERSIÓN - CONVECCIÓN PARA FLUJO LINEAL

El desplazamiento por difusión es debido a la existencia de gradientes de concentración y está regido por la ley de Fick de la forma:

$$\bar{J}_D = -\phi D \nabla C \quad \dots(A.1)$$

El desplazamiento por convección es debido a la existencia de gradientes de presión y su densidad de corriente, está dada por:

$$J_C = \phi u C \quad \dots(A.2)$$

Superponiendo los efectos de difusión y convección, se tiene la densidad de corriente total, y el fenómeno que resulta de superponer ambos efectos se le da el nombre de dispersión:

$$\bar{J} = \phi [C\bar{u} - D \nabla C] \quad \dots(A.3)$$

Dada una región R de un medio poroso limitada por una superficie S. El flujo de masa por unidad de tiempo, a través de la superficie S, está dado por:

$$\dot{m} = \iint_s \phi [C\bar{u} - D\nabla C] \hat{n} dA \quad \dots(\text{A.4})$$

Aplicando el teorema de la divergencia, se tiene:

$$\iint_s \phi [C\bar{u} - D\nabla C] \hat{n} dA = \iiint_R \nabla(\phi [C\bar{u} - D\nabla C]) dV \quad \dots(\text{A.5})$$

La masa por unidad de tiempo que entra menos la que sale debido a la dispersión y a la convección:

$$\dot{m} = \iiint_R \nabla(\phi [C\bar{u} - D\nabla C]) dV \quad \dots(\text{A.6})$$

La masa por unidad de tiempo que se acumula, en una región que es independiente del tiempo:

$$\dot{m} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\iiint_R \phi C dV \right) \quad \dots(\text{A.7})$$

Cambiando los operadores:

$$\dot{m} = \iiint_R \left[\frac{\partial(\phi C)}{\partial t} \right] dV \quad \dots(\text{A.8})$$

Si la porosidad no varía con el tiempo:

$$\dot{m} = \iiint_R \left[\phi \frac{\partial C}{\partial t} \right] dV \quad \dots(\text{A.9})$$

En ausencia de fuentes y sumideros y utilizando el principio de la conservación de la masa:

$$\iiint_R \nabla(\phi [C\bar{u} - D\nabla C]) dV = - \iiint_R \left(\phi \frac{\partial C}{\partial t} \right) dV \quad \dots(\text{A.10})$$

Arreglando:

$$\iiint_R \nabla(\phi [C\bar{u} - D\nabla C]) dV + \iiint_R \left[\phi \frac{\partial C}{\partial t} \right] dV = 0 \quad \dots(\text{A.11})$$

El operador integral de región es lineal por lo que agrupando las integrales:

$$\iiint_R \left[\nabla \left(\phi \left[C\bar{u} - D\nabla C \right] \right) + \phi \frac{\partial C}{\partial t} \right] dV = 0 \quad \dots(\text{A.12})$$

Como la región existe, $dV \neq 0$:

$$\nabla \left(\phi \left[C\bar{u} - D\nabla C \right] \right) + \phi \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad \dots(\text{A.13})$$

Como la porosidad es constante:

$$\phi \nabla \left(C\bar{u} - D\nabla C \right) + \phi \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad \dots(\text{A.14})$$

Dividiendo entre la porosidad:

$$\nabla \left(uC - D\nabla C \right) + \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad \dots(\text{A.15})$$

Aplicando el operador ∇ :

$$\bar{u}\nabla C + C\nabla\bar{u} - \nabla(D\nabla C) + \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad \dots(\text{A.16})$$

Para un flujo incompresible el gradiente de velocidad es cero, en consecuencia:

$$\bar{u}\nabla C - \nabla(D\nabla C) + \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \quad \dots(\text{A.17})$$

Si el coeficiente de dispersión es constante:

$$D\nabla^2 C - \bar{u}\nabla C = \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots(\text{A.18})$$

La ecuación de Dispersión-Convección, dada anteriormente como Ec. (A.18), describe el transporte total y la mezcla de fluidos que fluyen a través de un medio poroso. Los términos aquí muestran

la relación "flujo dispersivo" más "flujo convectivo" igual a "acumulación".

Para una velocidad constante en la dirección x únicamente, la Ec. (A.18) se reduce a la forma mostrada en la Ec. (A.21):

$$D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_T \left(\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) - v \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad \dots(A.19)$$

En primer término en la Ec. (A.19) explica la dispersión longitudinal en la dirección x, y el segundo y tercer término explica la dispersión transversal en las direcciones y, z.

La ecuación de Dispersión-Convección para Flujo Lineal en un medio poroso homogéneo sin Dispersión Transversal:

$$D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} - v \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} \quad \dots(A.20)$$

Utilizando el siguiente cambio de variable $x' = x - vt$, se obtiene la ecuación de difusión:

$$D \frac{\partial^2 C(x',t)}{\partial x'^2} = \frac{\partial C(x',t)}{\partial t} \quad \dots(A.21)$$

A las ecuaciones (A.19) y (A.20) se les conoce como "Modelos de Difusión".

A.3.2 Flujo radial.

La ecuación de Dispersión-Convección que rige el movimiento de fluidos es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{Lx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{Ly} \frac{\partial C}{\partial y} \right) + D_T \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} - v_y \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial C}{\partial t} \dots (\text{A.22})$$

Si la Dispersión Transversal es despreciable:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D_{Lx} \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{Ly} \frac{\partial C}{\partial y} \right) - v_x \frac{\partial C}{\partial x} - v_y \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial C(x, y, z)}{\partial t} \dots (\text{A.23})$$

Transformando a coordenadas cilíndricas y si la concentración no varía con el ángulo para cualquier radio:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_r \frac{\partial C(r, t)}{\partial r} \right) - v_r \frac{\partial C(r, t)}{\partial r} = \frac{\partial C(r, t)}{\partial t} \dots (\text{A.24})$$

APÉNDICE **B**

SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE DISPERSIÓN-CONVECCIÓN CON CAPACITANCIA

La concentración adimensional para la zona fluyente está dada por la ecuación siguiente:

$$D \frac{\partial^2 C_f(x,t)}{\partial x^2} - v \frac{\partial C_f(x,t)}{\partial x} = f \frac{\partial C_f(x,t)}{\partial t} + [1-f] \frac{\partial C_y(y,t)}{\partial t} \quad \dots(\text{B.1})$$

Condición inicial:

$$C_f(x,0) = 0$$

Condiciones de frontera:

$$C_f(0,t) = C_0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} C_f(x,t) = 0$$

La concentración adimensional del ritmo de transferencia de masa entre la zona estancada y la fluyente es (flujo pseudoestacionario):

$$\frac{\partial C_y(y,t)}{\partial t} = M [C_f(x,t) - C_y(y,t)] \quad \dots(\text{B.2})$$

Condición inicial:

$$C_y(y,0) = 0$$

Aplicando la Transformada de Laplace a la Ecuación de flujo en la zona fluyente y substituyendo las condiciones iniciales:

$$D \frac{d^2 \bar{C}_f(x, s)}{dx^2} - v \frac{d\bar{C}_f(x, s)}{dx} = fs\bar{C}_f(x, s) + [1 - f]s\bar{C}_y(y, s) \quad \dots(\text{B.3})$$

Aplicando la Transformada de Laplace a la ecuación de flujo de la zona estancada y substituyendo la condición inicial:

$$s\bar{C}_y(y, s) = M [\bar{C}_f(x, s) - \bar{C}_y(y, s)] \quad \dots(\text{B.4})$$

Despejando la concentración en la zona estancada:

$$\bar{C}_y(y, s) = \frac{M}{s + M} [\bar{C}_f(x, s)] \quad \dots(\text{B.5})$$

Substituyendo la concentración en la zona estancada en la ecuación de flujo para la zona fluyente:

$$D \frac{d^2 \bar{C}_f(x, s)}{dx^2} - v \frac{d\bar{C}_f(x, s)}{dx} = fs\bar{C}_f(x, s) + [1 - f]y \frac{M}{s + M} \bar{C}_f(x, s)$$

Agrupando:

$$D \frac{d^2 \bar{C}_f(x, s)}{dx^2} - v \frac{d\bar{C}_f(x, s)}{dx} = s\bar{C}_f(x, s) \left[f + [1 - f] \frac{M}{s + M} \right]$$

Arreglando:

$$D \frac{d^2 \bar{C}_f(x, s)}{dx^2} - v \frac{d\bar{C}_f(x, s)}{dx} - s\bar{C}_f(x, s) \left[f + [1 - f] \frac{M}{s + M} \right] = 0 \quad \dots(\text{B.6})$$

Definiendo la relación funcional:

$$g(s) = \frac{1}{D} \left[f + [1 - f] \frac{M}{s + M} \right] \quad \dots(\text{B.7})$$

Substituyendo la relación funcional se obtiene la ecuación diferencial ordinaria:

$$D \frac{d^2 C_f(x, s)}{dx^2} - v \frac{dC_f(x, s)}{dx} - sg(s)C_f(x, s) = 0 \quad \dots(\text{B.8})$$

La solución general es:

$$\overline{C}_f(x, s) = Ae^{\left[\frac{v}{2b} + \sqrt{\frac{v^2}{4b^2} + \kappa(s)}\right]x} + Be^{\left[\frac{v}{2b} - \sqrt{\frac{v^2}{4b^2} + \kappa(s)}\right]x} \quad \dots(\text{B.9})$$

Transformando las condiciones de frontera:

$$\overline{C}_f(0, s) = \frac{C_0}{s}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \overline{C}_f(x, s) = 0$$

Para satisfacer la condición de frontera externa se requiere que:
 $A = 0$

Substituyendo la constante en la solución general:

$$\overline{C}_f(x, s) = Be^{\left[\frac{v}{2b} - \sqrt{\frac{v^2}{4b^2} + \kappa(s)}\right]x} \quad \dots(\text{B.10})$$

Evaluando en la frontera interna:

$$C_f(0, s) = Be^{\left[\frac{v}{2b} - \sqrt{\frac{v^2}{4b^2} + \kappa(s)}\right] \cdot 0}$$

Substituyendo los valores correspondientes:

$$\frac{C_0}{s} = B$$

Substituyendo el valor de la constante se obtiene la solución general:

$$C_f(x, s) = \frac{C_0}{s} e^{\left[\frac{v}{2b} - \sqrt{\frac{v^2}{4b^2} + \kappa(s)}\right]x} \quad \dots(\text{B.11})$$

**SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE
DISPERSIÓN-CONVECCIÓN CON
CAPACITANCIA ADIMENSIONAL**

La concentración adimensional para la zona fluyente está dada por la ecuación siguiente (Modelo de Coats y Smith (1964)):

$$\frac{\partial^2 C_D(x_D, t_D)}{\partial x_D^2} - \frac{\partial C_D(x_D, t_D)}{\partial x_D} = f \frac{\partial C_D(x_D, t_D)}{\partial t_D} + [1 - f] \frac{\partial C_{sD}(x_D, t_D)}{\partial t_D} \quad \dots(\text{C.1})$$

Condición inicial: $C_D(x_D, 0) = 0$

Condiciones de frontera: $C_D(0, t_D) = 1$

$\lim_{t_D \rightarrow \infty} C_D(x_D, t_D) = 0$

La concentración adimensional del ritmo de transferencia de masa entre la zona estancada y la fluyente es:

$$\frac{\partial C_{sD}(x_D, t_D)}{\partial t_D} = \frac{1}{[1 - f]M_D} [C_D(x_D, t_D) - C_{sD}(x_D, t_D)] \quad \dots(\text{C.2})$$

Condición inicial: $C_{sD}(x_D, 0) = 0$

Aplicando la Transformada de Laplace a la Ecuación de flujo en la zona fluyente y substituyendo las condiciones iniciales:

$$\frac{d^2 \overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D^2} - \frac{d\overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D} = fs\overline{C}_D(x_D, s) + [1-f]s\overline{C}_{sD}(x_D, s) \quad \dots(C.3)$$

Aplicando la Transformada de Laplace a la ecuación de flujo de la zona estancada y substituyendo la condición inicial:

$$s\overline{C}_{sD}(x_D, s) = \frac{1}{[1-f]M_D} [\overline{C}_D(x_D, s) - \overline{C}_{sD}(x_D, s)] \quad \dots(C.4)$$

Despejando la concentración en la zona estancada:

$$\overline{C}_{sD}(x_D, s) = \frac{1}{1 + M_D s [1-f]} \overline{C}_D(x_D, s)$$

Substituyendo la concentración en la zona estancada en la ecuación de flujo para la zona fluyente:

$$\frac{d^2 \overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D^2} - \frac{d\overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D} = fs\overline{C}_D(x_D, s) + \frac{[1-f]s}{1 + M_D s [1-f]} \overline{C}_D(x_D, s) \quad \dots(C.5)$$

Agrupando:

$$\frac{d^2 \overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D^2} - \frac{d\overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D} - s \left[f + \frac{1-f}{1 + M_D s [1-f]} \right] \overline{C}_D(x_D, s) = 0$$

Arreglando:

$$\frac{d^2 \overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D^2} - \frac{d\overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D} - s \left[\frac{fM_D s [1-f] + 1}{1 + M_D s [1-f]} \right] \overline{C}_D(x_D, s) = 0 \quad \dots(C.6)$$

Definiendo la relación funcional:

$$g(s) = \frac{1 + M_D f [1-f] s}{1 + M_D [1-f] s} \quad \dots(C.7)$$

Substituyendo la relación funcional se obtiene la ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{d^2 \overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D^2} - \frac{d\overline{C}_D(x_D, s)}{dx_D} - sg(s)\overline{C}_D(x_D, s) = 0 \quad \dots(C.8)$$

La solución general es:

$$\overline{C}_D(x_D, s) = A e^{\left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1+4sR(s)}}{2}\right]x_D} + B e^{\left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{1+4sR(s)}}{2}\right]x_D} \quad \dots(\text{C.9})$$

Transformando las condiciones de frontera:

$$\overline{C}_D(0, s) = \frac{1}{s}; \quad \lim_{x_D \rightarrow \infty} \overline{C}_D(x_D, s) = 0$$

Para satisfacer la condición de frontera externa se requiere que:
 $A = 0$

Substituyendo la constante en la solución general:

$$\overline{C}_D(x_D, s) = B e^{\left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{1+4sR(s)}}{2}\right]x_D} \quad \dots(\text{C.10})$$

Evaluando en la frontera interna:

$$\overline{C}_D(0, s) = B e^{\left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{1+4sR(s)}}{2}\right]0} \quad \dots(\text{C.11})$$

Substituyendo los valores correspondientes:

$$\frac{1}{s} = B$$

Substituyendo el valor de la constante se obtiene la solución general:

$$\overline{C}_D(x_D, s) = \frac{1}{s} e^{\left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{1+4sR(s)}}{2}\right]x_D} \quad \dots(\text{C.12})$$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**