

20
2ej.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO DE FILOSOFIA

MÉXICO

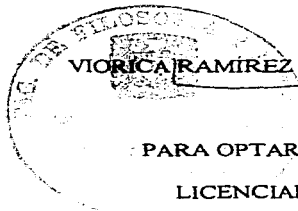
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS



FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

"SIGNIFICADO Y VERDAD"

TESIS QUE PRESENTA LA ALUMNA



VIORICA RAMÍREZ DE SANTIAGO MERCADO

PARA OPTAR POR EL GRADO DE

LICENCIADA EN FILOSOFÍA

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis padres

Agradezco a mis padres y a mi hermana por su amor incondicional, a Lourdes y Villanueva por su apoyo y asesorías, a mis sinodales por sus comentarios que fueron de gran ayuda para mejorar mi tesis y mi actitud para con ella, a la Universidad Nacional Autónoma de México por haberme dado los estudios que ahora tengo, a la DGAPA por su apoyo, a mis amigos por ayudarme y comprenderme y a Dios. Gracias a todos ellos fue posible la concreción y terminación de este trabajo.

ÍNDICE

Introducción	i
---------------------------	---

Capítulo 1: Oraciones y proposiciones

<i>1.1 Contenido conceptual: distinción forma-contenido</i>	1
<i>1.2 Argumento y función</i>	6
<i>Conclusiones</i>	13

Capítulo 2. Categorías: ontológicas y lingüísticas

<i>2.1 Objetos y Funciones</i>	17
<i>2.2 Los nombres propios y los nombres de función</i>	19
<i>Conclusiones</i>	21

Capítulo 3. Aplicación de las categorías

<i>3.1 El lenguaje matemático</i>	23
<i>3.2 Proposiciones en el lenguaje natural</i>	28
<i>3.3 ¿Todo lo que se afirma en la Conceptografía se afirma en el lenguaje natural?</i>	33
<i>Conclusiones</i>	37

Capítulo 4: Composición de las proposiciones

<i>4.1 Nombres propios compuestos: oraciones o proposiciones atómicas</i>	41
<i>4.1.2 Problemas:</i>	
<i>4.1.2.1 ¿Las oraciones siempre se refieren a uno de los dos valores de verdad?</i>	51
<i>4.1.2.2 Contextos directos y contextos indirectos</i>	51
<i>4.1.2.3 Cláusulas subordinadas</i>	53
<i>4.2 Nombres de función y proposiciones moleculares</i>	57

<i>4.2.1 Conjunción</i>	58
<i>4.2.2 Disyunción</i>	60
<i>4.2.3 Condicional</i>	62
<i>4.2.4 Bicondicional</i>	65
<i>4.2.5 Bicondicional</i>	67
<i>4.3 Satisfacción</i>	70
<i>Conclusiones</i>	75

Capítulo 5: Cuantificación

<i>5.1 Aplicación de la cuantificación:</i>	
<i>5.1.1 Generalidad múltiple</i>	86
<i>5.1.2 Existenciales negativos</i>	91
<i>5.2 Problemas:</i>	
<i>5.2.1 ¿Satisfacción y caer bajo un concepto son equivalentes?</i>	96
<i>5.2.2 ¿Lo que se afirma en la Conceptografía se afirma en el lenguaje natural?</i>	98
<i>Conclusiones</i>	101

Capítulo 6: La Cualidad

<i>6.1 Afirmación de proposiciones atómicas</i>	107
<i>6.2 Afirmación de proposiciones moleculares de negación</i>	107
<i>Conclusiones</i>	108

Capítulo 7: La Verdad

<i>7.1 La verdad como predicado</i>	111
<i>7.2 ¿La verdad es una operación que se aplica a las proposiciones?</i>	116
<i>7.3 La verdad como una noción ampliativa</i>	117

7.4 Problemas:

7.4.1 ¿El carácter ampliativo de la Verdad consiste en “satisfacer”?	119
7.4.2 ¿Donde se ubica el “valor cognoscitivo” de la proposición?	121
Conclusiones	127

Conclusiones finales

8.1 La semántica monista fregeana	132
8.2 Conclusiones críticas:	141
8.2.1 No todo lo que se afirma en la Conceptografía se afirma en los lenguajes naturales	142
8.2.2 Dentro de la Conceptografía no se puede dar cuenta del carácter ampliativo de la noción de verdad	144
8.2.2.1 Dentro de la Conceptografía no se puede representar el valor cognoscitivo de los enunciados	144
8.2.2.2 El carácter ampliativo de la noción de verdad conlleva un elemento epistemológico	145
8.3 Comentarios sobre Significado y Verdad	145
Bibliografía	148

INTRODUCCIÓN

Empecemos por asumir que las oraciones dicen algo acerca de aquello a lo que se refieren. Por ejemplo, la oración 'Disfruto escribiendo mi tesis' dice que lo que ahora hago es un placer. Eso que he dicho con la oración anterior, lo llamaré "proposición" o pensamiento. La teoría de Frege se ocupa en explicarnos qué es una proposición y cómo se relaciona con las cosas de las que habla, cómo esta relación es importante para construir juicios, por qué lo que decimos es verdadero o falso, por qué uno saca consecuencias de lo que dice, etc.

Frege proporciona una teoría completamente diferente de la que heredó de la tradición. No me ocuparé en discutir los antecedentes, sino en presentar la teoría de Frege y en qué difiere de sus predecesores. Ilustraré a la tradición utilizando la definición que proporcionó Leibniz de lo que es una proposición categórica. Tomo solamente esta definición porque las proposiciones categóricas son declarativas, informativas y evaluables. Y estas características son imprescindibles para avanzar una explicación de por qué lo que dicen las oraciones es verdadero o falso, de por qué el lector concluye que estoy disfrutando la escritura de mi tesis, etc.

Tradicionalmente se asumió que las *proposiciones* categóricas eran evaluables, es decir, podían resultar verdaderas o falsas; y estaban compuestas de cinco elementos:

Every categorical proposition has a subject, a predicate, a copula, a quality, and a quantity. Subject and predicate are called 'terms'. For example, in 'the pious man is happy', 'the pious man' and 'happy' are terms of which 'the pious man' is the subject, 'happy' is the predicate and 'is' is the copula. The 'quality' of the proposition is affirmation or negation... the 'quantity' of a proposition is its universality or particularity¹.

De este modo las *proposiciones* categóricas, o también llamadas los "pensamientos", expresados por las oraciones categóricas estaban compuestas por su término subjetivo, su término predicativo, una cópula que unía a ambos, así como una cualidad: afirmativa o negativa y una cantidad: universal o particular. En oposición a la tradición, Frege argumentó que las *proposiciones* están compuestas únicamente de *objetos y funciones*; que pueden cuantificarse, es decir, que la cantidad de toda *proposición* es susceptible de analizarse semánticamente; mientras que la cualidad afirmativa o negativa, es una operación que se aplica a las *proposiciones*: afirmamos o negamos *proposiciones*. Y finalmente también sostuvo que las *proposiciones* son evaluables, pero a diferencia de la tradición, proporcionó una teoría lógica composicional en donde las partes del compuesto contribuyen al resultado de la evaluación: a la verdad o falsedad de las *proposiciones*.

La precisión del lenguaje matemático inspira a Frege a la construcción de un lenguaje universal, perspicuo, preciso y canónico, que se rige con base en las leyes de la lógica. Este lenguaje se construye para representar lo expresado por el lenguaje natural y el lenguaje de las matemáticas, es decir, para representar a las *proposiciones*; más no a cualquier *proposición*, sino sólo aquellas que son el contenido de los jui-

¹ Leibniz, *Opuscules et fragments ineditis de Leibniz*, pp. 77-8 citado por Alberto J. Coffa 1991, p. 62.

cios, lo que Frege denomina *contenido conceptual*. El lenguaje conceptual se denomina "Conceptografía", precisamente por ser la "grafía" o escritura, con la que se representa al *contenido conceptual*.

Frege argumenta que todas las *proposiciones* que pueden representarse mediante el lenguaje de la *Conceptografía*, también se representan en los lenguajes naturales, pero lo inverso no sucede; es decir, no todo "pensamiento" expresado en el lenguaje natural se puede representar en el lenguaje de la *Conceptografía*. Esto es así porque en el lenguaje conceptual, a diferencia del lenguaje natural, no hay lugar para imprecisiones o ambigüedades ni para muchos de los modos de la gramática, por ejemplo, para las metáforas; ni tampoco lo hay para la pragmática. El lenguaje de la *Conceptografía* sólo es apto para traducir en él a las oraciones en modo indicativo siempre y cuando el término que nombra al "objeto" del cual habla una oración nombre a algo, esto es, tenga referencia, de manera que las proposiciones sean evaluables.

En suma, la representación escrita con los cánones lógicos de la *Conceptografía*, representa al *contenido conceptual* que es la materia de nuestras afirmaciones y negaciones, de nuestros juicios, por eso también lo llama "*contenido judicable*".² Por medio de su *Begriffsschrift (Conceptografía)*, Frege proporciona un análisis que explica cómo se lleva a cabo la composición de las *proposiciones*; analiza el *contenido* o pensamiento expresado por las oraciones, que son la unidad básica de significación, y su relación con lo que ellas denotan. Al analizar el *contenido* de las oraciones, analiza

² La propuesta fregeana que expongo en realidad pretende ser una teoría del juicio, es decir trata acerca de la materia del juicio y de su composición. En específico, una teoría que muestra cómo son posibles los juicios, incluidos aquellos que Kant denominó "sintéticos a priori".

igualmente la contribución que cada parte de la unidad de significación aporta para la composición de la *proposición*.

El *contenido conceptual* puede expresarse mediante las oraciones indicativas del lenguaje natural, mediante las expresiones de las equivalencias elementales de la aritmética, mediante los nombres, los numerales, etcétera; y ese *contenido conceptual*, sostuvo Frege, no es ambiguo; sino preciso, claro, objetivo, público y comunicable. Incluso argumentó que es un *objeto* independiente del lenguaje que lo expresa y de los hablantes que lo comunican. La representación objetiva de ese *contenido*, de acuerdo con Frege, requiere de un lenguaje perspicuo, canónico, en donde los cánones que lo rigen son los de la lógica, es por esto que para su análisis, construye la *Conceptografía*. Y, es precisamente porque el *contenido conceptual* no es ambiguo, porque sus cánones no son los de la gramática, que no todo lo que se afirma en el lenguaje natural se puede afirmar en la *Conceptografía*.

Frege expresa el supuesto de que hay un *contenido conceptual* objetivo de la siguiente manera:

[...] sin el lenguaje no podemos entendernos y, por lo tanto, en último término siempre dependemos de la suposición de que el otro entiende las palabras, formas y la estructura enunciativa, en lo esencial, igual que nosotros.³

La idea es que el *contenido conceptual* es precisamente lo que nos permite suponer que el otro entiende las palabras, las formas y las estructuras enunciativas, de igual manera que

³ Frege 1892 versión española, p. 104.

nosotros.⁴ El *contenido conceptual* es el garante de nuestra comunicación exitosa tanto entre los individuos en una comunidad lingüística, como entre comunidades que tienen lenguajes diferentes.

En esta tesis expondré la semántica fregeana que Alberto Coffa⁵ denomina "monista". Y es monista porque para explicar qué es una *proposición*, o dicho en palabras coloquiales, para explicar qué es el "pensamiento" o significado expresado por las oraciones, solamente se requiere de la representación ("nombre" de, o signo) y su representado (*proposición*).

La propuesta monista fregeana se inicia con el análisis de algunas nociones matemáticas básicas como son la noción de número y las nociones de argumento y *función*. A partir de ese análisis surge la teoría fregeana acerca de la composición de cualquier *proposición*, ya sea que la *proposición* se haya expresado originalmente en el lenguaje de las matemáticas o en cualquier lenguaje natural. Este nuevo análisis es a grandes rasgos el siguiente: las *proposiciones* se componen semánticamente a partir de *objetos* y *funciones proposicionales*, en donde los *objetos* sirven de argumentos para completar a las *funciones proposicionales*; y, sintácticamente, su representación se compone con base en *nombres propios* y *nombres de función*, en donde los *nombres propios* sirven como los signos de argumento que completan a los *nombres de función*. A partir de esta composición, se obtienen oraciones canónicas, expresiones completas, que se categorizan en la teoría como *nombres propios*, y que se refieren a uno de los dos

⁴No argumentaré aquí el supuesto de que existe una forma lógica que es la responsable de la *proposición* que expresa una oración, independientemente del idioma en que se expresa la oración.

⁵Coffa *Op. Cit.*, pp. 62-82.

Valores de Verdad dependiendo, obviamente, del Valor que adquiera la *proposición*.

Como mencioné anteriormente, Frege distingue de las *proposiciones* a la cualidad, afirmativa o negativa; esto es, no la identifica como un componente de éstas sino que la analiza como una operación que se les aplica a ellas. Así, una vez que se expresa y/o reconoce una *proposición*, ésta se afirma o se niega.

En cuanto a la cantidad universal o particular de las *proposiciones*, debemos a Frege la invención de la Teoría de la Cuantificación. Esta teoría se basa en las nociones fregeanas de *argumento* y *función*, y en los principios de identidad, que sostiene que toda *proposición* es idéntica con sí misma; el tercero excluido, que sostiene que las *proposiciones* son o bien verdaderas o bien falsas pues no hay un tercer Valor; y en el de la no contradicción, que sostiene que una *proposición* es solamente verdadera o solamente falsa, pero no puede tener ambos Valores.

De acuerdo con la Teoría de la Cuantificación, las expresiones cuantitativas como 'todo', 'nada', 'algún', 'ningún', se representan canónicamente como *nombres de función de segundo nivel*, porque los signos de argumento adecuados para completar a estos *nombres* son solamente los *nombres de función de primer nivel*.⁶ La teoría de la cuantificación provee un análisis semántico de las *proposiciones* cuantificadas. Este mecanismo cuantificacional tiene la generalidad requerida para determinar no solo las condiciones de verdad de todas las *proposiciones* actuales, sino de cualquier *proposición* posible, de cualquier *proposición* que podamos componer con los recursos de la teoría.

⁶Más adelante explicaré esta distinción entre tipos de *funciones*.

La noción de verdad inserta en el aparato teórico es fundamental, porque es inherente a los principios lógicos que rigen a la semántica: el del tercero excluido y el de no contradicción. Es decir, bajo el supuesto de que una proposición sea verdadera, entonces no puede ser falsa y tampoco puede tener un tercer Valor, y además es idéntica consigo misma. Sin la noción de verdad no existiría la semántica veritativo funcional de Frege, pues la composición de las proposiciones arroja un Valor de Verdad como resultado de la aportación de los componentes proposicionales. Frege concluye que es una noción *sui generis*, porque como se verá más adelante⁷, es un *objeto*, por lo que no puede ser ni un predicado ni una operación que se aplique a las proposiciones; y sin embargo los datos que muestra el mecanismo de composición, son que la verdad se comporta de manera similar a como lo hacen los predicados. Dicho de otro modo: si la verdad es un *objeto*, no puede ser un predicado y no es claro entonces cómo funciona la semántica veritativo funcional de Frege. Y si la verdad fuera una propiedad, y no un *objeto*, entonces tampoco es claro cómo puede construirse la semántica de este predicado. Cuando uno encuentra que la noción de la verdad está estrechamente relacionada con el conocimiento que uno descubre y expresa proposicionalmente, uno no puede menos que pensar que la noción de verdad tienen un carácter ampliativo, un carácter predicativo.

En suma, las proposiciones se componen de *objetos* y *funciones*, se representan canónicamente, se cuantifican en particulares y universales; y se evalúan como verdaderas o falsas; siendo la noción de verdad una noción *sui generis* pero inmanente al sistema.

La composición y representación de las proposiciones está discutida y analizada en los primeros cuatro capítulos de

⁷Analizaré a la noción de verdad en el capítulo 7.

esta tesis. En el capítulo 3 arrojé algunas dudas sobre la tesis fregeana de que todo lo que se afirma en la *Conceptografía* se afirma también en el lenguaje natural, pues con base en el mecanismo composicional fregeano obtenemos expresiones teóricamente significativas y correctas, dentro de las cuales podemos obtener proposiciones que no se podrían afirmar en el lenguaje natural, pues se presentan como francos sin sentidos.

En el capítulo cinco analizo y discuto la teoría fregeana de la cuantificación. En un principio muestro su utilidad, y más adelante, expongo algunos problemas de la teoría, como la semejanza entre “satisfacer” y “caer bajo el concepto”; y doy un ejemplo más de que no todo lo que se afirma en la *Conceptografía* se puede afirmar en el lenguaje natural. En el capítulo 6 discuto el análisis fregeano de la cualidad: afirmativa y negativa. Y por último, en el capítulo 7 analizo a la noción de verdad.

Capítulo 1: Oraciones y proposiciones

1.1 Contenido conceptual: distinción forma-contenido

Frege considera que es necesario distinguir entre la forma y el *contenido* de las oraciones y de las expresiones que figuran en ellas. Esta distinción se aplicará tanto al lenguaje de las matemáticas como al lenguaje natural. Por el momento, entiéndase por “forma”, la forma o estructura sintáctica que posean; y tómesese como su *contenido* sólo al “pensamiento” o al significado que expresan. Ahora bien, ese “pensamiento” en ningún caso es un algo interno, mental, introspectivo, subjetivo o psicológico. De hecho un “pensamiento” será algo que representa al *objeto* acerca del cual es un pensamiento. Dicho de otra manera, la idea que vamos a perseguir es ésta: el “pensamiento” o el *contenido conceptual* que expresan las oraciones y las expresiones del lenguaje natural y del lenguaje matemático, es lo que posteriormente llamaremos “*proposición*”; y esa *proposición* o “pensamiento” representa al *objeto* acerca del cual es un pensamiento.

Desafortunadamente, Frege establece la distinción entre la forma y el *contenido* solamente mediante ejemplos que muestran que no a toda semejanza sintáctica le corresponde una semejanza en *contenido*; e igualmente, que no a toda diferencia sintáctica le corresponde una diferencia en *contenido*. Para ilustrar lo anterior consideremos los siguientes ejemplos. Las expresiones:

- a) $3+5$
- b) $7+98$

tienen la misma forma, ambas son expresiones en las que a los lados del signo de adición se colocaron numerales; ambas expresan una suma, la suma de dos números. Sin embargo, al analizar el *contenido* o “pensamiento” que cada una de ellas expresa acerca de su referente, nos damos cuenta de que difieren, pues (a) expresa la suma de los números tres y cinco, esto es, el “pensamiento” es acerca de, o se refiere al número ocho; mientras que (b) expresa la suma entre los números siete y noventa y ocho, expresando el “pensamiento” acerca del número resultante, que es ciento cinco. En sentido estricto, (a) y (b) comparten la misma estructura: numeral ‘+’ numeral; sin embargo, difieren en el *contenido* expresado. Consideremos ahora a las expresiones:

- c)3+7
- d)5·2
- e)20÷2

Todas ellas difieren entre sí por su forma, pues cada estructura es distinta: (c) numeral, ‘+’, numeral; (d) numeral, ‘·’, numeral y (e) numeral, ‘÷’, numeral. Sin embargo, expresan el mismo *contenido* pues el “pensamiento” es acerca del mismo referente: el número diez. Así, aun cuando (c) exprese la adición entre los números tres y siete, (d) la multiplicación entre los números cinco y dos, y (e) la división entre los números veinte y dos, las tres expresan el mismo *contenido*¹ porque hablan acerca de una y la misma referencia: el número diez. Como hemos dicho, a las diferencias sintácticas no siempre les corresponde una diferencia en *contenido*.

¹ Me hago cargo de la diferencia obvia entre expresar un pensamiento que incluye multiplicación frente a otro que incluya división, etc. Para explicar esto, Frege cuenta con un ingrediente más en el significado o proposición: el sentido. Sin embargo, no de desarrollaré en esta tesis su teoría dualista o intensional.

Lo anterior sucede también en los lenguajes naturales. Por ejemplo, aunque las expresiones:

- f) La estrella matutina
- g) Venus

difieren en su forma, expresan el mismo *contenido* o "pensamiento", en la medida en la que se refieren al mismo planeta.²

Por medio de este tipo de ejemplos, Frege establece una distinción entre la forma y el *contenido* de las oraciones y de las expresiones contenidas en ellas. Lo que es más, Frege afirma que hay una correspondencia imperfecta entre la forma en la que se combinan (concatenan) las palabras y la estructura de los conceptos o "pensamientos"³. En palabras de Coffa: "the connection of words corresponds only partially to the structure of the concepts"⁴. De este modo, hay un divorcio entre la forma sintáctica y el *contenido* de las oraciones y de las expresiones, pues no hay un paralelismo irrestricto entre las semejanzas y diferencias sintácticas y el *contenido*. Generalmente, la forma en la que se combinan las palabras del lenguaje natural y matemático no corresponde necesariamente con la forma en la que se combinan o relacionan los significados de éstas entre sí.

² Podemos considerar también, como ejemplo de "expresiones" con diferente forma pero un mismo contenido, a las oraciones 'Carlos tocó muy bien el bajo', y 'El bajo fue tocado muy bien por Carlos'. De hecho, Frege utiliza un ejemplo similar, en que pasa la voz activa a pasiva, para ejemplificar la noción de contenido de un juicio o proposición. El ejemplo es discutible por dos razones: primera, cuando introducimos la noción de *sentido* como algo adicional a la de referencia, el ejemplo mostraría que ambas oraciones tienen el mismo sentido siempre y cuando el cambio de la voz activa a la pasiva preservara el mismo pensamiento. Segundo, se ha discutido ampliamente en lingüística que este supuesto es falso.

³ Frege 1880-81, versión inglesa, pp. 12-13.

⁴ Alberto J. Coffa 1991, p.64.

A partir de la distinción entre la forma y el *contenido* que le permite a Frege postular un divorcio entre ambas, se puede mostrar como un corolario, que lo que se afirme de las palabras puede diferir de lo que se afirme de sus *contenidos*. Por ejemplo, si decimos que en:

$$5 > 2$$

se habla de la relación *ser mayor que*, que existe entre el número cinco y el número dos, estaremos expresando el pensamiento; “el número cinco es mayor que el número dos” el cual, valga la redundancia, es acerca de la referencia de los numerales cinco y dos. Pero posiblemente, al considerar a una “expresión” como:

$$1 > 7$$

podríamos vernos tentados a sostener que se habla de la relación de *ser mayor que*, que existe entre los numerales, es decir el numeral ‘1’ es mayor o más grande que el numeral ‘7’. Si se quisiera expresar el pensamiento *acerca de los numerales*: “el numeral uno es mayor que el numeral siete”, lo correcto sería utilizar una oración que represente a ese pensamiento:

El numeral ‘1’ es más grande que el numeral ‘7’.

pues el signo ‘>’ utilizado en las “expresiones” ‘5>2’ y ‘1>7’ expresa la relación de *ser mayor que*, entre números, no entre signos, porque los numerales ‘5’, ‘2’, ‘1’, y ‘7’ que ocurren en ‘5>2’ y ‘1>7’ están siendo usados, de modo que se refieren a su referencia. Si queremos usar los signos para referirnos a ellos mismos, y no a su referencia, entonces debemos usar comillas simples, por medio de las cuales estos signos ya no son usados, sino mencionados. De este modo, vemos que

“cuando se usan las palabras de modo habitual aquello de lo que se quiere hablar de es su referencia.”⁵

Así, si atendemos al *contenido* o pensamiento que (c), (d) y (e) expresan,

c) 3+7

d) 5·2

e) 20+2

podemos establecer que es el mismo, porque todas esas expresiones son acerca de uno y el mismo referente: el número diez. Nótese además que un pensamiento acerca de un mismo número, en este caso, el número diez pudo expresarse por medio de expresiones sintácticamente diferentes.

Como mencioné anteriormente, Frege centra su análisis en el *contenido conceptual*; de hecho, afirma que “sólo éste tiene significado para la *Conceptografía*”⁶, pues sólo el *contenido conceptual* es el objeto de estudio de la lógica y de la teoría de los juicios, y como hemos visto, uno y el mismo contenido puede “escribirse” de diferente manera. La “mismidad” de contenido radica en que las representaciones se refieran a lo mismo; la diferencia, en que componemos las oraciones con expresiones distintas. Así como hay composición de oraciones y expresiones ¿la hay de referentes o proposiciones?

Con esta pregunta en mente nos ocupamos ahora de las nociones de argumento y función que son los elementos para “componer” el contenido conceptual. Frege encuentra estos elementos analizando el lenguaje matemático de su época.

⁵ Frege 1891-b, p. 26.

⁶ Frege 1879 versión española, p. 15.

1.2 Argumento y función

Frege se pregunta qué es una función matemática⁷ y esta pregunta no es otra que cuál es *contenido* o acerca de qué es el “pensamiento” que expresan las funciones matemáticas, de qué hablan las funciones matemáticas. Para analizar su *contenido* distinguirá a su sintaxis, es decir, a los grafemas propios de las matemáticas, de aquellas cosas acerca de las que habla. Como es bien sabido, sus interlocutores son los formalistas de su época⁸, quienes no distinguían entre número y numeral, entre función y expresión funcional.

En las matemáticas de su época se consideraba que las funciones eran simplemente las expresiones funcionales como:

$$2 \cdot x^3 + x$$

porque parece esencial a ellas la ocurrencia de letras como ‘x’ o ‘y’ usualmente llamadas “variables”. Sin embargo, Frege distingue entre la forma y el *contenido* y sostiene que estas letras tienen como tarea principal la de plasmar la naturaleza insaturada o incompleta de las expresiones, pues señalan el lugar en donde debe colocarse algún argumento que es el complemento necesario para llevar a cabo la *función* y expresar un pensamiento completo acerca de algo. Así, si bien las letras ‘x’ o ‘y’ señalan el lugar que deben ocupar los signos de argumento, en sentido estricto, estas letras no son los signos

⁷ Cfr Frege 1904-a, y 1892.

⁸ J. Thomas 1906 15: 434-438, y H. Lotze, 1980. pp. 163-169.

de argumento pues no nombran *objeto* alguno, sino que sólo lo *aluden indeterminadamente*⁹

La naturaleza insaturada o incompleta de las expresiones *funcionales* no sólo se expresa por medio de este tipo de letras, también se evidencia en las expresiones predicativas como por ejemplo: 'es alto'. La naturaleza de los predicados, es la misma que la de las expresiones funcionales: insaturada.¹⁰ Pero su insaturación no es una imperfección o un defecto, al contrario, es una característica necesaria para que nuestro lenguaje "construya", combine o componga, una gran cantidad de nuevas expresiones, pues:

[...] de las partes de un pensamiento no todas pueden ser cerradas, sino que por lo menos una tiene que ser de algún modo no-saturada o predicativa; en caso contrario, nunca podrían engancharse entre sí.¹¹

Hasta ahora nos hemos ocupado en las expresiones funcionales y en su insaturación, ¿pero qué pasa con su *contenido*?, ¿qué es lo que representan? Nos dice Frege que si analizamos a las expresiones:

$$2 \cdot 1^3 + 1,$$

$$2 \cdot 4^3 + 4,$$

$$2 \cdot 5^3 + 5.$$

podemos reconocer en éstas a una y la misma *función*, a saber, a la *función* que es representada mediante:

⁹ Frege 1891-a versión española, p. 21. Es importante advertir que del hecho de que una expresión *aluda indeterminadamente* no se sigue que el *objeto* "aludido" sea indeterminado. Los números siempre son determinados.

¹⁰ Frege 1892 versión española, p. 107.

¹¹ *Ibidem.*, p. 118.

$$2 \cdot x^3 + x$$

Y se identifica como una y la misma *función*, porque en todas las expresiones ejemplificadas hay una y la misma predicación: esto es, la expresión funcional ' $2 \cdot x^3 + x$ ' dice algo como: "dos por algo al cubo más ese algo" cuya predicación "dos por _ al cubo más ese _" es común a ' $2 \cdot 1^3 + 1$ ', ' $2 \cdot 4^3 + 4$ ' y ' $2 \cdot 5^3 + 5$ '.

De acuerdo con Frege, la falta de saturación o de compleción que exhiben las expresiones funcionales, es una característica que comparten con sus *contenidos* o "pensamientos" (o como hemos dicho, con las "*proposiciones*" que están siendo representadas por esas expresiones). Las expresiones funcionales son incompletas, al igual que los "pensamientos" que expresan.

Supongamos por ahora con Frege que esas expresiones funcionales representan a algo, que sus representados o referentes son *funciones*, las cuales también tienen una naturaleza esencialmente insaturada o incompleta. De este modo, la falta de saturación o de compleción es una característica propia de las *funciones*, tanto a nivel sintáctico (el de su representación), como a nivel semántico (del "pensamiento", *contenido conceptual* o *función* representada).

Como hemos dicho anteriormente, lo esencial de las *funciones*, y en este caso, lo común en las expresiones anteriores, es el hecho de que se requiere de un número x al que se aplican las operaciones que se indican en la expresión ' $2 \cdot x^3 + x$ '. Al complemento de las expresiones funcionales se le denomina "signo de argumento" y éste tipo de signos denotan o se refieren a argumentos. En resumen, las letras que como ' x ' o ' y ', ocurren en las expresiones funcionales:

$$2 \cdot x^3 + x,$$

$$x > y$$

señalan los lugares de argumento de las *funciones*, pero no son sus argumentos¹², solamente indican la insaturación de la estructura y del pensamiento representado por ellas; y necesitan sustituirse por signos de argumento para que la *función* deje de ser incompleta y exprese un pensamiento completo. A diferencia de las expresiones funcionales y de las *funciones* que éstas representan, los argumentos y los signos de argumento tienen una naturaleza esencialmente saturada o completa.

La teoría fregeana nos permite construir *funciones* jerárquicamente, en niveles ascendentes; y los niveles jerárquicos se establecen con base en el tipo de argumento que admiten las expresiones funcionales. Sin embargo, sólo me ocuparé de los siguientes dos tipos:

1) *Funciones de primer nivel*: son aquellas cuyos argumentos son *objetos*. Por lo tanto, el signo de argumento adecuado es algún *nombre propio* de algún *objeto*. Dicho de otra forma, las expresiones funcionales o *nombres de función de primer nivel*, son predicados que solamente se aplican a *objetos*. Este tipo de *funciones* se expresa por ejemplo en:

$$7 \cdot x^2 - x$$

Esta expresión se completa sintácticamente con *nombres propios* de *objetos*, y semánticamente, con *objetos* como sigue:

¹² Más adelante explicaré por qué este tipo de letras no son los signos de argumento de las expresiones funcionales.

$$7 \cdot 5^2 - 5$$

En esta última expresión podemos identificar a la expresión funcional original ' $7 \cdot x^2 - x$ ' en la que sustituimos a la variable por el signo de argumento '5'. El numeral '5' es un signo de argumento porque de acuerdo con Frege es el *nombre propio* del objeto cinco: los números son *objetos*. La expresión funcional ' $7 \cdot x^2 - x$ ' representa a una *función*, a un pensamiento incompleto, pero al saturarse mediante el numeral '5' expresa un pensamiento completo, digamos un pensamiento acerca del número ciento setenta.

Dentro de las *funciones de primer nivel*, también es posible encontrar *funciones relacionales*. Las *funciones relacionales de primer nivel* tienen como argumentos adecuados *objetos*, pero a diferencia de las anteriores, requieren por lo menos de dos¹³ *objetos*, pues expresan relaciones. Este tipo de *funciones* son designadas por expresiones funcionales de primer nivel que presentan por lo menos dos lugares para sus signos de argumento, los cuales son *nombres propios* de *objetos*. Por ejemplo:

$$x > y$$

representa a una *función relacional* en la que si sustituimos a las variables ' x ' e ' y ' por los numerales que se refieren a los números diez y dos, obtenemos la expresión saturada:

$$10 > 2$$

¹³ A excepción de la equivalencia material expresada mediante ' $a=a$ '; y de la expresada mediante ' $a=b$ ' cuando la diferencia es solo notacional.

que representa al pensamiento “el número diez es mayor que el número dos”. La *función relacional* de *ser mayor que* (... >...) tiene como argumentos a los dos *objetos* nombrados por los signos ‘10’ y ‘2’ respectivamente.

2) *Funciones de segundo nivel*: tienen como argumentos adecuados a las *funciones de primer nivel*. Este tipo de *funciones* son designadas por medio de expresiones funcionales de *segundo nivel* cuyos signos de argumento son expresiones funcionales de *primer nivel*. Por el momento sólo me ocuparé de las *funciones de primer nivel*.¹⁴

Como se puede ver, hay una relación entre las *funciones* y sus argumentos así como entre las expresiones funcionales y sus signos de argumento, a saber, la relación de saturación o complementación. De este modo, las *funciones* se completan o saturan sintácticamente por medio de signos de argumento; y semánticamente, por medio de *argumentos*. Como mencioné anteriormente, las expresiones funcionales y las *funciones*, tienen una naturaleza diferente de la de los signos de argumento y los argumentos, las dos primeras son esencialmente insaturadas o incompletas, mientras que las segundas son saturadas o completas. Es precisamente por esta diferencia que se pueden unir entre sí las expresiones funcionales y sus signos de argumento, a nivel sintáctico; así como las *funciones* y sus argumentos, a nivel semántico, pues “[...]en caso contrario no podrían engancharse entre sí.”¹⁵

Hasta ahora el mecanismo insaturación-saturación parece claro y simple. Sin embargo, de acuerdo con Frege, cuando una *función* se satura con un argumento lo que se obtiene no es un compuesto de *objeto-función*. En sentido estricto, sos-

¹⁴ Discutiré las funciones de segundo nivel en el capítulo 5.

¹⁵ Frege 1892 versión española, p. 107.

tiene, lo que surge es algo completamente diferente de lo que representan el argumento y la expresión funcional,

[...] el argumento no forma parte de la función, sino que constituye, junto con la función, un todo completo; pues la función, por sí sola, debe denominarse incompleta, necesitada de complemento o no-saturada.¹⁶

Y la diferencia entre argumento y función, es tanto sintáctica como semántica. Ilustremos esto. Tomemos a la expresión funcional

$$5-x$$

y asignémosle el numeral '7' como su signo de argumento, obteniendo de este modo la expresión

$$5+7$$

Si bien esta última expresión se compone sintácticamente a partir de la expresión funcional ' $5+x$ ' y del numeral '7' como su signo de argumento, y aunque supusimos que se compone semánticamente a partir de la *función y del objeto* que se representan mediante ' $5+x$ ' y '7', el resultado es la expresión saturada ' $5+7$ ' que representa al número doce, pues ' $5+7$ ' representa al *contenido*, al significado o al pensamiento acerca del número doce. El número siete no forma parte de la función $5-x$, pero junto con ella constituye al todo completo, esto es, al doce.

Sin embargo, la saturación de una y la misma expresión funcional puede dar por resultado representaciones de distintos *contenidos*. Por ejemplo, si saturáramos a la misma expresión ' $5+x$ ', ahora con el argumento '2', obtendríamos un *con-*

¹⁶ Frege 1891-a versión española, p. 22.

tenido acerca del número siete. En general, Frege sostiene que del proceso de saturación de las *funciones* se obtiene el *Valor de la función* para ese argumento:

[...] llamamos a aquello en lo que se convierte la *función* al ser completada por su argumento, el *Valor de la función* para ese argumento.¹⁷

En el caso ' $5+x$ ' su saturación con el argumento '2' nos permite obtener el *Valor* siete y su saturación con el argumento '7' nos da como *Valor* doce; y en el caso ' $2 \cdot x^3 + x$ ' para el argumento '2', su *Valor* es el número diez y ocho, y así sucesivamente.

Las *funciones* matemáticas son *funciones* numéricas y su *Valor* es un número. Como mencioné anteriormente, los números son *objetos* de modo que las *funciones* numéricas de primer nivel toman como argumentos *objetos* y arrojan como *Valores objetos*.

Hasta ahora hemos hablado de expresiones funcionales y signos de argumento; así como de *objetos* y *funciones*. En el siguiente capítulo nos ocuparemos en mostrar cómo estructura Frege toda su semántica con base en ellos.

Conclusiones

Las oraciones y las expresiones tanto del lenguaje natural como del de las matemáticas expresan "pensamientos" o "proposiciones" acerca de aquello a lo que se refieren.

¹⁷ *Ibidem.*, p. 23.

Por medio de algunos ejemplos, Frege mostró que la forma sintáctica de las "expresiones" (en el amplio sentido de la palabra) se distingue del contenido o "pensamiento" expresado por éstas.

Para analizar el contenido de las funciones matemáticas, Frege comienza distinguiendo entre los grafemas propios de las matemáticas y las cosas acerca de las que hablan.

Las funciones matemáticas tienen una naturaleza esencialmente insaturada o incompleta, y por esto, hablan de algo incompleto, insaturado, su insaturación se representa por medio de variables como x o y , o bien mediante predicados. Las variables ' x ' o ' y ' señalan el lugar en donde debe colocarse algún argumento que es el complemento necesario para completar a la *función* y expresar un pensamiento acerca de algo. En sentido estricto, estas letras no son signos de argumento pues no nombran *objeto* alguno, sino que sólo lo *aluden indeterminadamente*.

La falta de saturación o completación de las expresiones funcionales es necesaria para que nuestro lenguaje "construya", combine o componga, una gran cantidad de nuevas expresiones. Los signos de argumento y los argumentos difieren de las expresiones funcionales y de las funciones en que los dos primeros tienen una naturaleza completa, mientras que los segundos no.

Precisamente por esta diferencia se pueden unir entre sí las expresiones funcionales y sus signos de argumento, a nivel sintáctico; así como las *funciones* y sus argumentos, a nivel semántico.

La relación entre las *funciones* y sus argumentos así como entre las expresiones funcionales y sus signos de argumento es la de saturación o complementación.

La teoría fregeana nos permite construir *funciones* jerárquicamente, en niveles ascendentes con base en el tipo de argumento que admiten las expresiones funcionales; las de primer nivel sólo admiten *NPs*, las de segundo nivel *NF*.

Se puede presentar una y la misma forma sintáctica de las expresiones, pero expresar pensamientos distintos dependiendo de los signos de argumento que sustituyan a las variables, por la misma razón, se pueden presentar formas sintácticas diferentes que sin embargo, expresen uno y el mismo *contenido*: un "pensamiento" acerca del mismo referente. Con base en esto, concluimos por un lado, que no se da una correspondencia entre la forma sintáctica y el contenido de las "expresiones", y por otro lado, que la forma en la que se combinan las palabras del lenguaje natural y matemático no corresponde necesariamente con la forma en la que se combinan o relacionan los significados de éstas entre sí.

Observamos que cuando una *función* se satura con un argumento lo que se obtiene no es un compuesto de *objeto-función*. En sentido estricto, se sostiene que lo que surge es algo completamente diferente de lo que representan el argumento y la expresión funcional; y la diferencia es tanto sintáctica como semántica. Así, la saturación de una y la misma expresión funcional puede dar por resultado representaciones de distintos *contenidos*.

Entonces, en general, Frege sostiene que del proceso de saturación de las *funciones* se obtiene el *Valor de la función*" para ese argumento. Las *funciones* matemáticas son *funciones* numéricas y su *Valor* es un número: las *funciones* numéricas

de *primer nivel* toman como argumentos *objetos* y arrojan como *Valores objetos*.

En resumen, las proposiciones del lenguaje de las matemáticas se escriben por medio de nombres propios y aunque se "componen" a partir de *objetos* y *funciones*, estos no son los constituyentes de lo representado.

Capítulo 2: Categorías ontológicas y lingüísticas

Frege postula dos categorías ontológicas: *objeto* y *función*. La noción de *función* difiere de la noción matemática que lleva ese nombre, en dos aspectos importantes. Por una parte, una *función* no es una expresión y/o una indicación de cómo llevar a cabo una operación, como pensaban los formalistas a finales del siglo XIX, sino que es una entidad. Por otra parte, *objeto* y *función* son entidades mutuamente exhaustivas y conjuntamente excluyentes. Estas dos categorías ontológicas se representan o se nombran mediante dos tipos de expresiones sintácticamente distintas: *nombres propios* y *nombres de función*. Las expresiones tienen también las características de ser mutuamente excluyentes y conjuntamente exhaustivas.

Con base en las nuevas categorías sintácticas se van a analizar a las expresiones (en el amplio sentido de la palabra), y con base en las nuevas entidades se va a explicar la composición semántica de las expresiones (también en el amplio sentido de la palabra). Ocupémonos ahora en las categorías que sustentan a la teoría.

2.1 Objetos y Funciones

El mundo fregeano se compone de dos entidades: *objetos* y *funciones*, las cuales son conjuntamente exhaustivas y mutuamente excluyentes, pues todo lo que hay en el mundo sólo puede ser un *objeto* o una *función*, y no puede ser ninguna otra cosa: si algo es un *objeto* entonces no es una *función*, de igual modo, si algo es una *función*, entonces no es un *objeto*.

Los *objetos* son esencialmente completos o saturados, mientras que las *funciones* son esencialmente incompletas o insaturadas. Los *objetos* que identifica Frege son los números, las extensiones, las personas, los lugares, los objetos de sentido común y los Valores de Verdad¹⁸. Para Frege, las *funciones* son *conceptos*.

Nótese que la distinción entre *objetos* y *funciones* se da con base en el criterio dicotómico saturado-no saturado. Este criterio es una de las cuestiones fregeanas más oscuras, porque de hecho no hay un principio por medio del cual podemos determinar cuándo una entidad es completa o saturada y cuándo no. El único modo de determinar cuándo estamos frente a una *función* y cuándo frente a un *objeto* es comparar si lo que estamos considerando está dentro de la lista de las *funciones* o de la de los *objetos*.

Frege analiza la composición de las *proposiciones* con base en las categorías ontológicas de *objeto* y *función*. De acuerdo con su teoría el *contenido* o lo representado por las expresiones completas, ya sea las del lenguaje natural o las del matemático, son *objetos*; en tanto que lo representado por las expresiones incompletas son *funciones* o *conceptos*.

Hasta ahora hemos dicho lo siguiente. Tanto en el lenguaje natural como en el matemático se expresan *proposiciones*, pensamientos completos, objetivos, acerca de las cosas a las que ambos lenguajes se refieren. Estas *proposiciones* se escriben en un lenguaje natural o matemático, pero el lenguaje matemático, a diferencia del natural es mucho más preciso.

¹⁸ Dentro de los *objetos* fregeanos también entran los sentidos, pero no los menciono pues no los voy a analizar en esta tesis.

La precisión del lenguaje matemático inspira a Frege en la construcción de un lenguaje universal que represente a los conceptos, a las *proposiciones* o pensamientos; uno que no sea ambiguo y se rija por cánones lógicos. Este lenguaje conceptual, o *Conceptografía* es incluso mejor que el lenguaje matemático que originalmente analizó, pues como hemos visto distingue entre la representación y su representado. Los símbolos que se utilizan en la *Conceptografía* son únicamente de dos tipos: *nombres propios* y *nombres de función*, que hemos dicho se construyen como categorías, no son meras clasificaciones. En general, la idea es que la escritura canónica, perspicua, de la *Conceptografía* es la escritura o la representación de las *proposiciones*. Ocupémonos ahora de esta escritura.

2.2 *Los nombres propios y los nombres de función*

La distinción entre *nombres propios* (*NPs*) y *nombres de función* (*NF*) se establece con base en el criterio dicotómico saturado-no saturado. De modo que las expresiones saturadas o completas caerán bajo la categoría de *NPs* mientras que las expresiones incompletas o insaturadas caerán bajo la categoría de *NF*. El único indicio claro que nos proporciona Frege para determinar, a nivel sintáctico, cuándo estamos frente a un *NP* es la figuración del artículo determinado. Considera que siempre que ocurra este artículo al inicio de una expresión, como en el caso de las descripciones definidas,¹⁹ podemos estar seguros de que es un *NP*.²⁰

¹⁹ Una descripción definida tiene la forma 'el tal y tal'. Esta terminología la introduce B. Russell en "On Denoting" [1905]. Desafortunadamente Frege no distingue entre las descripciones definidas "impropias" como "La ballena tal y tal", cuando se refieren a la clase, y descripciones definidas propias cuando se refieren a un particular de esa clase.

²⁰ Frege 1892 versión española p. 104.

La saturación y falta de saturación de los *NPs* y *NF* respectivamente, no sólo es una característica de su forma sintáctica, sino también de sus *contenidos* o representados. De este modo, toda vez que estemos frente a una expresión sintácticamente saturada o completa, esto es, frente a un *NP*, éste sólo podrá representar o "nombrar" a un *objeto*, esto es, a una entidad saturada o completa; mientras que si nos encontramos frente a una expresión insaturada o incompleta, esto es, frente a un *NF*, esta expresión sólo podrá referirse a una *función* o *concepto*, que es una entidad insaturada o incompleta.²¹ Por ejemplo, una expresión como

$$2 \cdot 2^3 + 2$$

se compone sintácticamente a partir de una expresión funcional y de sus signos de argumento; es decir, de la expresión funcional ' $2 \cdot x^3 + x$ ' y del numeral '2'. Debido a que la expresión no tiene huecos, es un *NP* cuyo *Valor* o referencia es el número diez y ocho, y que representa a la *proposición* o al pensamiento acerca de ese número. Tanto el pensamiento expresado, como la representación y la referencia son todos completos, son *objetos*.

En cambio, la expresión ' $2 \cdot x^3 + x$ ' es un *NF* porque no está saturada, es incompleta. Luego entonces, debido a la co-

²¹ A partir de este principio surgen algunos problemas, como el hecho de que no podemos referirnos a un concepto, pues una expresión insaturada o incompleta está abierta y no se refiere a *el concepto F*; y si la cerramos se convierte en un *NP* particular, por ejemplo a '*el concepto F*' que se refiere a un *objeto*, no a un concepto; es decir, no puede referirse a algo insaturado o incompleto. Un corolario de esta dificultad es que no hay en sentido estricto un cuantificador que recorra el dominio de *funciones* y *objetos*. En esta tesis no puedo ocuparme de estos problemas. Véase Valdivia (1985-b) quien concluye escépticamente sobre una posible solución y a James Higginbotham (1989) quien argumenta la existencia de un principio neofregeano para solucionar el problema referencial.

responsendencia irrestricta entre representante y representado, la *proposición* o pensamiento que representa es incompleto, y por supuesto, no tiene un *Valor* ni es evaluable.

En resumen, todas las expresiones que hay en la *Conceptografía* sólo pueden ser o bien *nombres propios* o bien *nombres de función*, y no pueden ser ninguna otra cosa; y si algo es un *nombre propio*, entonces no puede ser un *nombre de función*, de igual modo, si algo es un *nombre de función* no puede ser un *nombre propio*. Los *NPs* nombran *objetos*, mientras que los *NF* nombran *funciones* o *conceptos*. Los *NPs* son los signos de argumento de las expresiones funcionales de *primer nivel*.

Hasta aquí se han expuesto cuáles son las categorías sintácticas y semánticas con las que se escribe y compone la *proposición*. Veamos a continuación cómo se aplica esta semántica, tanto al lenguaje de las matemáticas como al lenguaje natural.

Conclusiones

Frege postula dos categorías ontológicas y dos sintácticas. Con base en las categorías sintácticas analiza las expresiones en las que escribe su *Conceptografía*; y con base en las entidades que esas expresiones representan explica la composición del contenido conceptual o *proposición*.

El mundo fregeano está compuesto entonces, de dos entidades: *objetos* y *funciones*, que son conjuntamente exhaustivas y mutuamente excluyentes.

La distinción sintáctica y ontológica entre *objetos-funciones NPs-NF*, se da con base en el criterio dicotómico saturado-no saturado: los *objetos* y sus nombres son esencialmente completos o saturados, mientras que las *funciones* y sus expresiones son esencialmente incompletas o insaturadas.

Son *objetos* los números, las extensiones, las personas, los lugares, los objetos de sentido común y los Valores de Verdad son *objetos*; las *funciones* son *conceptos*.

Entonces, los símbolos que se utilizan en la *Conceptografía* son únicamente de dos tipos: *nombres propios* y *nombres de función*; y los contenidos de los que se ocupa son las proposiciones que se componen a partir de *objetos* y *funciones*.

La saturación y falta de saturación de los *NPs* y *NF* respectivamente, no sólo es una característica de su forma sintáctica, sino también de sus *contenidos* o representados. En el caso de los *NPs* tanto el pensamiento expresado, como la representación y la referencia son todos completos, son *objetos*. En cambio los *NF* no están saturados, son incompletos. Y debido a la correspondencia irrestricta entre representante y representado, la *proposición* o pensamiento que representa son incompletos, y por supuesto, no tienen un *valor* ni son evaluables.

Capítulo 3: Aplicación de las categorías

3.1 El lenguaje matemático

Apliquemos la teoría fregeana a las *proposiciones* del lenguaje matemático, esto es, utilicémosla para el análisis de las ecuaciones elementales de la aritmética que tienen la forma ' $3+5=8$ '²². Comencemos por ejemplificar a los *NPs* y a los *NF* del lenguaje de las matemáticas.

Se identifican como *NPs* del lenguaje matemático a aquellas expresiones que nombran números, como los numerales y las expresiones de la forma ' $3+5$ ', ' $\sqrt{4}$ ', ' $8\cdot 9$ ', etc. Las ecuaciones como ' $2\cdot 3=6$ ' o ' $20\div 2=7$ ' son también *NPs* porque nombran, desde el punto de vista de Frege, a los Valores de Verdad, los cuales son *objetos*²³.

Parece que se categoriza a los numerales y a las expresiones como ' $3+5$ ', ' $\sqrt{5}$ ', ' $8\cdot 9$ ', etc., como *NPs* porque hay una analogía entre estas expresiones y los nombres propios gramaticales. Como anteriormente vimos, si atendemos al *contenido* de las expresiones ' 10 ', ' $3+7$ ', ' $5\cdot 2$ ' y ' $20\div 2$ ', podemos afirmar que es el mismo, pues todas ellas se refieren a un mismo número, al número diez. De este modo, parece que es posible ver a todas estas expresiones como los *nombres propios* de uno y el mismo *objeto*: el número diez.

²² Dentro del lenguaje de las matemáticas se denomina ecuaciones tanto a expresiones como ' $2+3=5$ ' como a expresiones como ' $2+3=x$ ', o ' $x+y=75$ ' por ejemplo. Esto es, a igualdades con o sin incógnitas. Sin embargo, en esta sección sólo analizaré ecuaciones sin incógnitas.

²³ En el capítulo 4 expondré las razones que se dan en favor de esta última afirmación.

Más aun, estas expresiones parecen comportarse de modo semejante al de los nombres propios de los lenguajes naturales: su principal *función* es la de nombrar "objetos". Así, parece que expresiones como '10', '3+7', '5·2' y '20÷2' funcionan de igual modo que expresiones como 'Thomas', 'Eduardo' y 'Allan', las cuales aún cuando difieran en su forma sintáctica, sirven para nombrar a uno y al mismo individuo, a saber, al inútil que duerme en el cuarto de junto, que dice que estudia comunicación en el Tecnológico de Monterrey, que se cree "cool", y que es hijo de Lourdes.²⁴

Como vimos anteriormente, del lenguaje de las matemáticas se categorizan como *NF* a todas aquellas expresiones insaturadas o incompletas como ' $2 \cdot x^3 + x$ ', en las que su falta de completión o de saturación se indica con la ocurrencia de variables como ' x ' o ' y '. Pero también podemos obtener una estructura incompleta a partir de una estructura completa. Por ejemplo, aún cuando la expresión

$$5 > 3$$

no muestre sintácticamente ningún hueco que evidencie una falta de saturación o completión, podríamos ahuecarla quitándole los *NPs* que ocurren en ella obteniendo así el *NF*

$$x > y$$

²⁴ En este párrafo sólo hablo de la semejanza en función entre nombres propios gramaticales y las expresiones del lenguaje matemático como '10', '3+7', '5·2' y '20÷2'. Si se quisiera hacer un paralelismo entre *NPs* del lenguaje natural y *NPs* del lenguaje matemático, tomando en cuenta no sólo su función, sino también su forma entonces tenemos que los nombres 'Allan', 'Eduardo' y 'Thomas' tienen la misma forma que los numerales como el '10', mientras que las expresiones como '3+7', '5·2' y '20÷2' tienen la misma forma que expresiones del lenguaje natural como 'El hijo de Lourdes', 'El inútil', 'El niño del cuarto de junto', etc.

Ahora bien, dado que las estructuras incompletas de acuerdo con Frege tienen una naturaleza esencialmente predicativa, esta última expresión tiene un componente predicativo: "*ser mayor que*". El componente predicativo como tal, es un *NF*.

Debido a que la ontología fregeana se constituye de *objetos y funciones*, nombradas por los *NPs* y *NF* respectivamente, y debido a que las expresiones del lenguaje matemático sólo se categorizan o bien como *NPs* o bien como *NF*, entonces, a fin de cuentas, el *contenido*, lo representado por las expresiones y ecuaciones de este lenguaje es, o bien un *objeto*, o bien una *función*.

También podemos distinguir expresiones simples y compuestas en el lenguaje de las matemáticas. Las expresiones simples son aquellas en las que no es posible identificar una estructura interna dentro de ellas; mientras que las expresiones compuestas si se la puede identificar.

Se consideran expresiones compuestas, esto es, con estructura interna, aquellas en las que se puede identificar a un *NF*, esto es, a algún componente predicativo.²⁵ Dentro del lenguaje matemático las únicas expresiones simples son los numerales. Expresiones como '*5·8*' son expresiones sintácticamente compuestas. Ambos casos, sin embargo, ejemplifican la *saturation* por lo que esas expresiones son consideradas *NPs*, y en consecuencia representan *objetos*. Y sólo podemos identificar la naturaleza predicativa de sus partes, cuando ahuecamos una expresión compuesta y completa. Por ejemplo en la expresión completa y compuesta (*NP*) '*5·8*' podemos encontrar a la expresión compuesta e incompleta '*x·8*' (*NF*).

²⁵ Dentro de los *NF* o componentes predicativos que forman parte de las expresiones compuestas están las constantes lógicas. En el capítulo 4 defino cuáles son estas constantes lógicas y cómo funcionan.

Recapitulemos. Si analizamos al interior de la expresión '5·8' podemos ver que se compone a partir de dos *NPs*: '5' y '8'; y de un *NF*: '·' que es un elemento predicativo. De este modo estamos ante una expresión que semánticamente se compone de la *función* a la que representa '·' y de los números a los que representan '5' y '8'. Desde el punto de vista de Frege, la relación sintáctica que guardan entre sí '·', '5' y '8' se basa en las nociones de *nombre propio* y *nombre de función*; esto es, los signos de argumento '5' y '8' que son *NPs*, completan o saturan al *nombre de función* '·'; y de igual modo, a nivel semántico, los números representados por los numerales y la *función* representada por '·' corresponden a las categorías de *objeto* y *función*, respectivamente. Sin embargo, como hemos dicho antes, el "compuesto" que se obtiene a nivel semántico no contiene ni a la *función* ni a ambos *objetos*, al número cinco y al número ocho, sino una *proposición* o pensamiento acerca del número cuarenta.

Así, aún cuando '5·8' se haya compuesto sintácticamente a partir del *NF* '·' y de los *NPs* '5' y '8'; y la *proposición* se haya obtenido semánticamente a partir de la *función* a la que se refiere '·' y de los números cinco y ocho, el resultado sintáctico es una expresión que se categoriza como un *NP* (pues es sintácticamente saturada o completa), cuya referencia es el número (*objeto*) cuarenta y cuyo pensamiento expresado es acerca de ese número.

Como anteriormente vimos, se denomina *Valor de una función* al resultado de la saturación o complementación de una *función*. Los principales *Valores* de las *funciones* matemáticas son números, pues la mayoría de los *NF* de este lenguaje se convierten en *NPs* de números, al completarse con sus signos de argumento, y esto sucede porque a fin de

cuentas, los números son los *objetos* principales de los que habla el lenguaje matemático.

Aunque las *funciones* matemáticas son esencialmente *funciones* numéricas, que al ser completadas arrojan como *Valor* un número, cuando Frege analiza la composición de las ecuaciones elementales de la aritmética, nota hay *funciones* cuyos *Valores* no son números sino Valores de Verdad. Veamos cómo ocurre esto. Expresiones funcionales como

$$2+5=x$$

cuando son completadas, por ejemplo, con un numeral como '10', obtenemos la ecuación:

$$2+5=10$$

que es una expresión semejante a una oración declarativa del lenguaje natural. Podemos ver a la ecuación '2+5=10' como expresando la *proposición*: "La suma de los números dos y cinco es idéntica al número diez", y esa proposición es evaluable, en este caso es verdadera. Asimilamos las ecuaciones con las oraciones declarativas, porque también ambas son evaluables, y de ambas sostiene Frege que se refieren a su Valor de Verdad.

Entonces, sostiene Frege que la ecuación

$$2+5=10$$

es una expresión sintácticamente completa, que es un *NP*, cuyo referente debe ser un *objeto*, el cual es también una entidad completa. El *objeto* al que se refieren este tipo de "expresiones" es uno de los dos Valores de Verdad, esto es, a Lo Verdadero o a Lo Falso. En el caso que ejemplificamos, su

referencia será Lo Falso, pues el resultado de la suma de los números cinco y dos no es idéntico al número diez. En el caso de oración correspondiente su referencia también es Lo Falso, como lo explicaré en el capítulo 4.

En resumen, podemos distinguir dos “tipos” de *funciones* dentro del lenguaje matemático: (1) las *funciones* numéricas que toman como argumentos *objetos* (números) y arrojan como *Valores objetos* (números); y (2) las *funciones de equivalencia* como ' $2+5=x$ ' que toman como argumentos *objetos* (números) y arrojan como *Valor objetos* (Valores de Verdad). Apliquemos ahora la teoría, al lenguaje natural.

3.2 *Proposiciones en el lenguaje natural*

En el lenguaje natural también hay expresiones simples y compuestas. Pero para el lenguaje canónico nos importan dos cosas: si las expresiones son o no saturadas y, a su vez, si tienen o no una estructura canónica o lógica. Las expresiones simples son aquellas en las que no es posible identificar una estructura lógica dentro de ellas; mientras que las expresiones compuestas son aquellas en las que se puede identificar una estructura interna, y con ésta, a los componentes predicativos. Debido a que las expresiones del lenguaje natural se analizan o bien como *NP*s o bien como *NF*, y debido a que los *NP*s nombran o representan *objetos*; mientras que los *NF* nombran o representan *funciones* o *conceptos*, entonces las expresiones del lenguaje natural se traducirán en representaciones canónicas que contienen o representan: o bien *objetos*, o bien *funciones* o *conceptos*.

Se categorizan como *NP*s a las expresiones saturadas o completas que nombran a *objetos*, tales como los nombres

propios gramaticales: 'Pedro', 'Fido', 'Venus', etc.; los nombres de lugares: 'Inglaterra', 'Pátzcuaro', 'Monterrey', etc.; las expresiones descriptivas: 'El niño más lindo', 'El primer día del año', etc.; y las oraciones declarativas como 'Manuel es un tipo extraño', 'Paco come más que Raúl', 'Viorica está ansiosa por terminar su tesis', etc. Como mencioné anteriormente, Frege sostiene que un indicio de que una expresión es un *NP*, es la figuración del artículo definido al inicio de la misma.

Ahora bien, todas estas expresiones saturadas pueden a su vez dividirse en simples o compuestas. Tal vez podría pensarse que las descripciones definidas como por ejemplo 'El primer día del año', son expresiones compuestas, pues no son simples como 'Venus', porque se "componen" de varias palabras. Pero la composición a la que nos hemos venido refiriendo no es una composición gramatical, por ejemplo: sujeto, verbo, predicado; o artículo, sustantivo, etc., sino una composición lógica y semánticamente estructurada. Las descripciones definidas son símbolos completos en la teoría porque son expresiones simples que no contienen dentro de sí a ningún componente predicativo, esto es, no contienen a ningún *NF*. Así, aún cuando expresiones como

La capital de Inglaterra
 El niño de mi hermana
 El primer día del año
 El gordo de enfrente

estén compuestas de varias palabras sin embargo, se trata de expresiones simples, pues no contienen ningún *NF* de ningún tipo. En cambio, como veremos de inmediato, las expresiones saturadas que sí son compuestas son las oraciones.

Los *NF* del lenguaje natural serán todas aquellas expresiones insaturadas o incompletas, cuya referencia son *funciones* o *conceptos*. A diferencia del lenguaje matemático, en el lenguaje natural es difícil encontrarlos con expresiones funcionales que hagan uso de letras como 'x' o 'y', por medio de las cuales se evidencie su falta de saturación o de completión; esto es, raramente encontramos expresiones como:

x es feo
 x es la capital de Inglaterra, o
 x es más alto que y

Lo más común es que encontremos "expresiones" como:

Agustín es feo
 Londres es la capital de Inglaterra, o
 Max es más alto que Gustavo

Sin embargo, en el lenguaje natural existen expresiones predicativas, que son precisamente las que se categorizarán como *NF*, pues su naturaleza predicativa es un caso de incompletión o de falta de saturación de las expresiones funcionales.

La forma en la que podemos identificar a los *NF* del lenguaje natural es rastreando a los componentes predicativos que ocurren, por ejemplo, en las expresiones saturadas y compuestas (las oraciones); y una vez identificados, podemos ahuecar a las oraciones sustituyendo a los *NP*s que les hemos removido por letras como 'x' o 'y', obteniendo de este modo expresiones sintácticamente semejantes a las expresiones funcionales de las matemáticas. Ejemplifiquemos esto. Si sustituimos los nombres 'Londres' y 'la capital de Inglaterra' de la oración

Londres es la capital de Inglaterra

por las letras 'x' y 'y' respectivamente, obtenemos la expresión:

$$x \text{ es } y$$

que es una expresión funcional o un *NF* semejante a la expresión

$$x = y$$

De igual modo, si ahuecamos los espacios ocupados por los *NPs* 'Max' y 'Gustavo' en la oración

Max es más alto que Gustavo,

obtenemos la expresión:

$$x \text{ es más alto que } y$$

que es una expresión semejante a la expresión funcional:

$$x > y$$

Con esto se muestra que por medio del ahuecamiento de las oraciones del lenguaje natural se pueden obtener expresiones sintácticamente semejantes a las expresiones funcionales del lenguaje de las matemáticas (*supra* apartado 3.1, Cap. 3); esto es, se pueden detectar los *NF* de este lenguaje. Este procedimiento permite identificar a los componentes insaturados o incompletos de toda expresión completa y compuesta; esto es, identificamos a los *NF* que expresan una predicación.

Sin embargo, no hay un criterio determinado para ahuecar una expresión y distinguir en ella aquellas en las que se realizan una predicación; antes bien, el ahuecamiento es arbitrario, o como afirma Frege en la *Conceptografía*, "es cuestión de puntos de vista."²⁶

En resumen, los *NF* del lenguaje natural son todas aquellas expresiones predicativas, que valga la redundancia, expresan una predicación, como por ejemplo, los predicados introducidos por lo que tradicionalmente se llamó la "cópula": '...es feo', '...está enfermo', etc.; los predicados relacionales: '...es más alto que ...', '...es tan tonta como ...', etc.; las expresiones que denominaremos "cuantificacionales": 'todo', 'nada', 'algún', 'ningún', etc.; otros predicados como: '...tiene problemas', '...come', '...corre', etc.; y finalmente, las que en la teoría llamamos "constantes lógicas" como: '...y...', 'si...entonces', '...si y sólo si...', 'no...', '...o...'

Los predicados antes referidos expresan conceptos o pensamientos incompletos, por eso no son evaluables. Y todas estas expresiones del lenguaje natural se traducen en la teoría como *NF* que representan *funciones* o *conceptos*. Pero a diferencia de la creencia común de que los conceptos son "ideas" o cosas similares, para Frege los conceptos no son cosas que estén "en nuestra cabeza" en nuestra mente:

[...] un concepto es una *función* cuyo Valor es siempre un Valor veritativo.²⁷

pues cuando se completan las *funciones proposicionales*, obtenemos como *Valor* un Valor de Verdad, porque la combinación de *NPs* y *NF* dentro de este lenguaje nos da como

²⁶ Frege 1879, versión española p. 28. Obviamente, aquí entra una sugerencia relativista, no discutiré esto en mi tesis.

²⁷ Frege 1891-a versión española, p. 31.

resultado oraciones las cuales expresan una *proposición*, y tienen la cualidad de ser evaluables.

En resumen, el análisis sintáctico y semántico de Frege aplicado al lenguaje natural se basa en las nociones de argumento y *función*; corre paralelo al que hemos aplicado para el lenguaje matemático: las expresiones del lenguaje natural se categorizan como *NPs* o *NF*. Los *NPs* son los signos de argumento adecuados para completar sintácticamente a los *NF* de primer nivel; los *objetos* representados por los *NPs* son los argumentos adecuados para completar a las *funciones* representadas por los *NF*; y, al igual que en caso del lenguaje matemático, el resultado de la saturación arroja un *contenido* del cual ni el *objeto* ni la *función* forman parte: obtenemos expresiones completas, pensamientos completos verdaderos o falsos.

3.3 ¿Todo lo que se afirma en la Conceptografía se afirma en el lenguaje natural?

Con base en los elementos dados hasta ahora, se puede ejemplificar tanto la composición de las representaciones actuales como la de las posibles. La semántica fregeana nos permite construir varios niveles de *funciones*, según el tipo de argumentos que las pueden saturar o completar. Las únicas *funciones* que hasta el momento hemos discutido, son las *funciones de primer nivel*, las que se deben saturar sintácticamente por medio de *NPs* y semánticamente por medio de *objetos*. De este modo, los *NF*:

x es más alto que y ,

$x+5=67$,

x es feo,

$x+y=10$.

se pueden saturar o completar a nivel sintáctico, con cualquier *NP* que represente a cualquier *objeto*; es decir sustituimos a las variables 'x' o 'y' que no nombran a ningún *objeto*, sino que sólo aluden a un *objeto* de forma indeterminada, por un signo de argumento adecuado: un *NP*. Y es porque los *NF* son incompletos o insaturados, porque sus variables no nombran nada, que también se las denomina expresiones abiertas, expresiones que no tienen ningún Valor de Verdad²⁸.

Ahora bien, las expresiones anteriores las acabamos de formular de acuerdo con los cánones de la teoría, pero ¿las posibles? ¿cómo se componen? La respuesta es trivial: utilizando los mismos principios: ahuecando expresiones completas de tantas formas como podamos, y completando expresiones incompletas con tantos signos de argumento como tengamos. Entonces, así como ahuequé anteriormente expresiones completas, ahueco otras y obtengo estas:

$$2 \cdot x^3 + x$$

x es güero

x es feo

x es la región más transparente

etc.

El lector bien puede ejercitarse en obtener su completación utilizando *NPs*:

²⁸ En este punto se refleja la importancia del carácter referencial de los nombres componentes de un nombre compuesto (ilustrado en las reglas de composición 1) y 2) que discuto adelante, en el capítulo 4, apartado 4.1). Así, debido a que las expresiones 'x ama a y', 'x²-4x=x' y 'x alto' contienen "nombres" constituyentes (x y y), que no se refieren a nada, pues a fin de cuentas no nombran, el nombre compuesto tampoco se refiere a nada, el nombre compuesto tampoco nombra nada (sólo alude indeterminadamente).

$$2 \cdot 1^3 + 1$$

$$2 \cdot 2^3 + 2$$

$$2 \cdot 3^3 + 3$$

Toño es güero

Juan es güero

El lápiz es güero

Carlos es feo

Mauricio es feo

Pátzcuaro es feo

Londres es feo

4+5 es feo

67 es feo

5·8=40 es feo

El niño de mi hermana es feo

La gorda que me odia es fea

México es la región más transparente del
aire

El D.F. es la región más transparente

La rodilla es la región más transparente

Y una vez que ahuecamos expresiones completas, con cada estructura obtenida podemos construir un infinito número de nuevas oraciones, ¿cómo? asignando a cada una de las estructuras su(s) correspondiente(s) argumento(s), ¿cuál argumento? cualquiera que elijamos entre la totalidad de los *nombres propios*.

Contamos entonces con un mecanismo general para construir todas las proposiciones posibles. Pero este mecanismo comparte algunas consecuencias no intuitivas, pues una vez que hemos ahuecado, podemos construir "expresiones" completas y bien formadas como:

45 es güero

que surge de la complementación o saturación de la expresión:

x es güero

tomando al numeral '45' como su signo de argumento; o bien una oración como:

$2 \cdot \text{Misha}^3 + \text{Misha}$

que surge de la complementación o saturación del *NF*

$2 \cdot x^3 + x$

tomando como signo de argumento al *NP* 'Misha'. O ¿por qué no? saturemos ahora a esa expresión con un *nombre propio compuesto*, digamos 'La luna es de queso'

La luna es de queso es güero

¿Cómo es que Frege permite que se formulen con su teoría semántica sin "sentidos" como éstos? La respuesta ortodoxa es que no hay tales sin "sentidos" o incoherencias, pues esas expresiones están bien formadas, es decir los *NF de primer nivel* son expresiones en las cuales se realiza una predicación que se aplica solamente a *objetos*. En ambas expresiones subyace un *NF* que se aplica a *objetos*, y dado que 'Misha', '45' y 'La luna es de queso' se refieren a una persona, a un número y a un Valor veritativo, y todos ellos son *objetos* en la teoría entonces, las predicaciones de primer nivel se les predicán a ellos. Otra cosa es, como veremos inmediatamente, que la predicación sea falsa de esos *objetos*.

Así, parece que el hecho de que Misha no se eleve a la tercera potencia, se multiplique por dos, y se sume al resultado de todo esto, sería realmente un problema de Misha; y de igual modo, el hecho de que el 45 no sea güero sería más bien un problema del 45.

Sin embargo no estoy totalmente de acuerdo con la respuesta ortodoxa, pues aún cuando "expresiones" como éstas sean teóricamente significativas y correctas, no creo que le podamos echar la culpa del sin sentido que parecen expresar, a Misha o al 45, antes bien, parece que este tipo de expresiones si tuvieran sentido, lo tendrían dentro de la *Conceptografía* fregeana. Dicho de otra forma, parece que falla la pretensión de Frege de que todo lo que se afirma en la *Conceptografía* se puede afirmar también en el lenguaje natural, pues de hecho en el lenguaje natural no se afirma con sentido que algo como el número 45 sea güero.

Conclusiones

En un principio se aplicó el análisis fregeano al lenguaje de las matemáticas. Se determinó con base en el criterio dicotómico saturado-no saturado cuáles son los *NP*s y cuáles los *NF* de este lenguaje.

Los numerales y las expresiones como ' $3+5$ ', ' $\sqrt{5}$ ', ' $8\cdot 9$ ', etc., son *NP*s porque además de ser saturados, hay una analogía entre estas expresiones y los nombres propios gramaticales: sirven para referirnos a "objetos".

Aunque los *NF* a veces se pueden identificar directamente porque la expresión es incompleta o no saturada, también podemos obtener una estructura incompleta a partir de una

estructura completa; por medio del ahuecamiento y la identificación de los componentes predicativos.

Podemos distinguir expresiones simples y compuestas en el lenguaje de las matemáticas. Las expresiones simples son aquellas en las que no es posible identificar una estructura predicativa dentro de ellas; mientras que en las expresiones compuestas sí se la puede identificar. Las únicas expresiones simples dentro del lenguaje de las matemáticas son los numerales. Expresiones como '5·8' son expresiones sintácticamente compuestas, pues tienen la estructura ' _ · _ '.

Los principales *Valores* de las *funciones* matemáticas son números, pues la mayoría de los *NF* de este lenguaje se convierten en *NPs* de números, al completarse con sus signos de argumento. Sin embargo, cuando Frege analiza la composición de las ecuaciones elementales de la aritmética, nota que hay *funciones* cuyos *Valores* no son números sino Valores de Verdad. Pues podemos ver a las ecuaciones como expresando proposiciones ('2+5=10' expresa la *proposición*: "La suma de los números dos y cinco es idéntica al número diez"). Y se asimilaron este tipo de expresiones con las oraciones declarativas, porque ambas son evaluables, esto es, pueden ser verdaderas o falsas.

En resumen, respecto al lenguaje matemático, se distinguen dos "tipos" de *funciones*: (1) las *funciones* numéricas que toman como argumentos *objetos* (números) y arrojan como *Valores objetos* (números); y (2) las *funciones de equivalencia* como '2+5=x' que toman como argumentos *objetos* (números) y arrojan como *Valor objetos* (Valores de Verdad).

Posteriormente aplique el mismo análisis al lenguaje natural. En él, también hay expresiones simples y compuestas.

Las únicas expresiones compuestas son aquellas que tienen una estructura ejemplificada por: expresiones predicativas, como por ejemplo, los predicados introducidos por la cópula, los predicados relacionales, las expresiones que denominaremos "cuantificacionales", y finalmente, las que en la teoría llamamos "constantes lógicas"²⁹. Estos predicados identificados en el lenguaje natural expresan conceptos o pensamientos incompletos, por eso no son evaluables. Así, todas estas expresiones del lenguaje natural se traducen en la teoría como *NF* que representan *funciones* o *conceptos*. Pero a diferencia de la creencia común de que los conceptos son "ideas" o cosas similares, para Frege los conceptos son *funciones* cuyo *Valor* es un Valor de Verdad, pues cuando se completan las *funciones proposicionales*, obtenemos como *Valor* un Valor de Verdad, porque la combinación de *NPs* y *NF* dentro de este lenguaje nos da como resultado oraciones las cuales expresan una *proposición*, y tienen la cualidad de ser evaluables.

En resumen, el análisis sintáctico y semántico de Frege aplicado al lenguaje natural se basó en las nociones de argumento y *función*, y corrió paralelo al aplicado para el lenguaje matemático: las expresiones del lenguaje natural se categorizan como *NPs* o *NF*. Los *NPs* son los signos de argumento adecuados para completar sintácticamente a los *NF* de *primer nivel*; los *objetos* representados por los *NPs* son los argumentos adecuados para completar a las *funciones* representadas por los *NF*; y, al igual que en caso del lenguaje matemático, el resultado de la saturación arroja un *contenido* del cual ni el *objeto* ni la *función* forman parte: obtenemos expresiones completas, pensamientos completos y nos referimos a Lo Verdadero o a lo Falso. La discusión de esta última tesis, se desarrollará en el siguiente capítulo, donde me ocuparé nue-

²⁹ Me ocupo de estas últimas en el capítulo 5 y 4 respectivamente.

vamente de las expresiones compuestas y completas: las oraciones.

Por último arrojé dudas sobre la tesis fregeana según la cual todo lo que se afirma en la *Conceptografía* se afirma también en el lenguaje natural, pues con base en este mecanismo composicional obtenemos expresiones teóricamente significativas y correctas. Pero dentro de las expresiones teóricamente significativas y correctas que se construyen por medio del mecanismo composicional fregeano, podemos obtener proposiciones que no se podrían afirmar en el lenguaje natural, pues se presentan como francos sin sentidos.

Capítulo 4: Composición de las proposiciones

4.1 Nombres propios compuestos: oraciones o proposiciones atómicas

Si analizamos al interior de la oración 'La flaca está ansiosa', podemos ver que se compone a partir del *NP* 'La flaca' y de un elemento predicativo o *NF* '_ está ansiosa'. Así, estamos ante una oración que semánticamente se compone a partir de la *función* a la que se refiere '_ está ansiosa' y del *objeto* la flaca.

Desde el punto de vista fregeano, la composición sintáctica de la oración original se basa en el *nombre de función proposicional de primer nivel* '_ está ansiosa' y el *nombre propio* 'La flaca'; el signo de argumento 'La flaca' completa o satura al *nombre de función* '_ está ansiosa'. De manera "similar", a nivel semántico, la composición del pensamiento que expresa esa oración requiere del *objeto* la flaca y de la *función* o *concepto* representado por '_ está ansiosa'.

Pero cuando se completa a un *NF* con un *NP* como su signo de argumento, y cuando se satura una *función* con un *objeto*, se obtiene algo completamente diferente de lo original, tanto sintáctica como semánticamente. La oración o el compuesto 'La flaca está ansiosa' es sintáctica y semánticamente diferente de cada una sus partes componentes, pues aún cuando la oración se haya compuesto sintácticamente a partir del *NF* '_ está ansiosa' y el *NP* 'La flaca', y semánticamente a partir de la *función* y del *objeto* que cada una de estas expresiones representa, obtenemos una representación canónica completa, ya no incompleta, que se

categoriza como un *NP* cuya referencia es un Valor de Verdad, no la flaca ansiosa.

Como se analiza a las expresiones compuestas y a sus contenidos con base en el modelo argumento-*función*, podemos llamar "*Valor de una función*" al resultado de saturar o completar una *función proposicional* mediante un argumento. Como hemos dicho anteriormente, los *Valores* más comunes para las *funciones* matemáticas son los números; y de manera análoga, los *Valores* más comunes para las *funciones proposicionales* son los Valores de Verdad. Y ambos Valores, de acuerdo con Frege, son *objetos*. Así surge la noción de *función proposicional*. Una *función proposicional* se define como una *función* que expresa una predicación que al saturarse compone una *proposición*, cuyos *Valores* son los Valores de Verdad.

De acuerdo con Frege, las oraciones nombran Valores de Verdad porque las oraciones son saturadas y son compuestas, esto es son *NPs*; que también son evaluables. Luego, si son nombres y evaluables, se supone que nombran aquello que es su *Valor*: su Valor de Verdad. Pero, ¿por qué nombran Valores de Verdad? De acuerdo con la reconstrucción que hace Simpson³⁰, la razón estriba en que los Valores de Verdad guardan con las oraciones, el mismo tipo de relación que los nombres con los *objetos* a los que se refieren³¹. La relación entre nombre y denotado se especifica en los siguientes principios:

³⁰ Thomas Moro Simpson 1964 segunda edición, p. 217.

³¹ Simpson utiliza la noción "referir" en lugar de "representar". Pero su argumento corre igual con la noción de "representación" que he venido utilizando. Es decir, las estructuras canónicas que sean *NPs compuestos*, representan Valores de Verdad.

- (1) Cuando un nombre constituyente de un nombre compuesto³² no tiene denotación, el nombre compuesto tampoco tiene denotación.
- (2) Cuando un nombre constituyente de un nombre compuesto es reemplazado por otro que tiene la misma denotación, la denotación del nombre compuesto no cambia.

En "Sobre el Sentido y la Referencia" Frege sostiene que las oraciones expresan un *sentido*,³³ y se pregunta si éste es su referencia o si lo es su Valor de Verdad; Frege responde que las oraciones se refieren a los Valores de Verdad. Si las oraciones son los *NPs* (compuestos) de los Valores de Verdad, entonces deben comportarse según los principios anteriores. En específico, si una oración tiene un constituyente que no denota, la oración no será ni Verdadera ni Falsa o, en palabras de Simpson:

- (1') Cuando un nombre constituyente de una oración no tiene denotación, la oración no tiene Valor Veritativo (no es Verdadera ni Falsa)³⁴

De igual modo, si en una oración se sustituye un nombre constituyente por otro de la misma referencia, la referencia de la oración, esto es, su Valor de Verdad debe permanecer inalterado, debe ser el mismo o, como afirma Simpson:

³² Como veremos más adelante hay dos tipos de *proposiciones* compuestas: las atómicas como las que he venido mencionando; y las moleculares que se componen a partir de al menos dos *proposiciones* conectadas mediante una conectiva lógica.

³³ Frege postula la noción de 'sentido' en su etapa dualista: no solo forman la proposición o significado los *objetos* y las *funciones*, sino también la manera en la que la representación los representa (el sentido).

³⁴ Simpson *Op. cit.*, p. 218.

- (2') Cuando un nombre constituyente de una oración es reemplazado por otro que tiene la misma denotación, el Valor Veritativo de la oración no cambia.³⁵

Para mostrar cómo se cumplen estas dos reglas de composición tomemos los siguientes ejemplos. La oración

El duende Carlitos ama los dulces

tiene un nombre constituyente que no denota, a saber, 'El duende Carlitos'. Debido a que los duendes no existen, entonces, una oración como la anterior no puede ser una oración evaluable, esto es, una que tenga un Valor de Verdad. De este modo, como 'El duende Carlitos' no denota, la oración total tampoco denotará (principio (1')). Mientras que una oración como

Roberto ama los dulces

es una oración evaluable, pues el nombre constituyente 'Roberto' tiene denotación, y la oración puede referirse a algo, a cualquiera de los dos Valores de Verdad. Supongamos ahora, que esta oración se refiere a Lo Falso, pues Roberto en realidad no ama los dulces. Sustituimos en esta oración al nombre 'Roberto' por el de 'El gordo' el cual, denota al mismo individuo al que denota el nombre 'Roberto'. Obtenemos de esta forma la oración

El gordo ama los dulces

Al sustituir el nombre 'Roberto' por 'El gordo' no cambia el Valor de Verdad de la oración original, pues como la referencia de los nombres 'Roberto' y 'El gordo' es la misma, entonces se sigue predicando lo mismo de uno y el mismo *objeto*.

³⁵ *Ibidem.*, p. 218.

Y aunque cambiamos uno de los constituyentes, el Valor de Verdad no cambió, de acuerdo con principio (2').

Nótese que la regla de composición (1'), plasma las condiciones de evaluabilidad de las oraciones, esto es, las condiciones bajo las cuales puede considerarse que una oración tiene un Valor de Verdad. Y adviértase que las reglas de composición (2) y (2'), se basan en el principio de sustitución de los idénticos, el cual nos dice que cuando tenemos dos términos con la misma referencia (correferenciales), podemos sustituir uno por el otro, y esta sustitución es *salva veritate*, esto es, no afecta al Valor de Verdad de la oración en la que se haga tal sustitución³⁶.

Debido a que las oraciones como *NPs* compuestos de los Valores de Verdad, se comportan de acuerdo con los principios antes dados, entonces parece plausible tomar a los Valores de Verdad como la referencia de las oraciones. Frege rechaza la posibilidad de tomar al *sentido* expresado por las oraciones como su referencia, pues cuando se aplican los principios (1') y (2'), estas reglas fallan, porque el *sentido* de los términos correferenciales puede ser diferente. Por ejemplo, aunque 'la estrella matutina' y 'la estrella vespertina' se refieren a lo mismo, su *sentido* difiere.³⁷

Al postular a las oraciones como los *NPs* de los Valores de Verdad, todas las oraciones Verdaderas tienen una y la misma referencia, a saber, se refieren a Lo Verdadero; y de igual modo, en el caso de las oraciones Falsas todas tienen una y la misma referencia: Lo Falso.

³⁶ Este principio no se cumple en los contextos opacos. En esta tesis no me ocupo de estos casos, pues Frege los introduce en su propuesta dualista o intensional.

³⁷ Como mencioné anteriormente no discutiré la noción fregeana de sentido, y por eso no puedo hacer un análisis detallado de este problema.

Simpson muestra³⁸ que Frege no tiene un argumento concluyente para sostener que las oraciones son los *NPs* de los Valores de Verdad, pues para tener tal argumento habría que demostrar no sólo que las oraciones y los Valores de Verdad se relacionan según las reglas de composición antes dadas (cosa que ya se hizo); sino que habría que mostrar además, que esa relación es exclusiva de las oraciones y los Valores de Verdad como sus referentes. Simpson postula otros candidatos para ser la referencia de las oraciones, y muestra que estos otros candidatos también satisfacen los principios de composición antes dados.

El primer candidato que postula Simpson para ser la referencia de las oraciones, es la *clase de equivalencia* de las mismas. "La clase de equivalencia de una oración *A* es simplemente la clase de todas las oraciones que tienen el mismo Valor de Verdad que *A*."³⁹ De este modo, la *clase de equivalencia* de una oración verdadera será la clase de todas las oraciones verdaderas; mientras que la *clase de equivalencia* de una oración falsa será la clase de todas las oraciones falsas.

Simpson con Frege, afirma que la referencia de todas las oraciones verdaderas es una y la misma: Lo Verdadero; y de igual modo todas las oraciones falsas tienen una y la misma referencia: Lo Falso. Pero a diferencia de Frege, sostiene que además de los Valores de Verdad, las oraciones se pueden referir, por ejemplo, a su clase de equivalencia.

Una vez que postula Simpson a la *clase de equivalencia* de las oraciones, como la referencia de las mismas, mostrará que se cumplen los principios de composición dados anterior-

³⁸ Thomas Moro Simpson 1964 segunda edición. "Apéndice I".

³⁹ *Ibidem.*, p. 219.

mente. Veamos cómo sucede esto. Tomemos una vez más a la oración:

El duende Carlitos ama los dulces

Esta oración contiene un nombre constituyente que carece de referencia, el nombre 'El duende Carlitos'. Debido a que la oración tiene un componente que no se refiere a nada, la oración no tiene Valor de Verdad (como se vio anteriormente). Como la clase de equivalencia se construye con base en el Valor de Verdad de las oraciones, no habrá tampoco ninguna clase de equivalencia para esta oración. Por lo tanto, esta oración no tiene referencia ni bajo el supuesto de Frege ni bajo el supuesto de Simpson. Analicemos ahora a la oración:

Roberto ama los dulces

Supongamos que esta oración es Falsa entonces, su referencia es la clase de las oraciones falsas. Sustituycamos ahora al nombre 'Roberto' por el nombre 'el gordo' que denota al mismo individuo al que denota el nombre 'Roberto'. Obtenemos entonces la oración:

El gordo ama los dulces

Debido a que los nombres 'Roberto' y 'El gordo' tienen una y la misma referencia, la sustitución de uno por el otro no altera el Valor de Verdad de la oración original (como se vio anteriormente). Como no se altera el Valor de Verdad de la oración original, entonces esta oración sigue refiriéndose a la clase de las oraciones Falsas (construida por las oraciones equivalentemente falsas), pues su Valor de verdad sigue siendo Lo Falso.

Como Simpson ha mostrado que hay otros candidatos para ser la referencia de las oraciones, entonces, ha mostrado que no hay un argumento concluyente con base en el cual se sostenga que únicamente las oraciones son *NPs* de los Valores de Verdad. Así, las oraciones no necesariamente serían los *NPs* de los Valores de Verdad, sino que además podrían ser, por ejemplo, los *NPs* de sus clases de equivalencia; o incluso, considera Simpson, podríamos seguir construyendo clases de clases, (de oraciones Verdaderas y de oraciones Falsas) de modo que habría un infinito número de candidatos para ser la referencia de las oraciones.

Si tomamos de Simpson no sólo la crítica de que el argumento fregeano no es concluyente, sino además la propuesta de que las oraciones se pueden referir tanto a los Valores de Verdad como a su clase de equivalencia, o clases de clases de equivalencia, entonces podemos construir un número infinito de candidatos.

Si ese infinito número de candidatos no fuera numerable; es decir, no lo pudiéramos siquiera contar, entonces es intuitivo suponer que podrían haber más candidatos plausibles para la denotación de las oraciones, que oraciones que los denoten. Recuerdese que las clases de equivalencia se construyen con base en los Valores de Verdad de las oraciones, entonces es posible construir de manera recursiva tantas clases de equivalencias como queramos, partiendo solo de una base finita, por ejemplo. Este problema tal vez se podría solucionar mostrando que el infinito número de candidatos es numerable; sin embargo, no tengo idea de cómo podría hacerse y además, ya se ha hecho una propuesta plausible: *estipulemos* que las oraciones sólo nombran Valores de Verdad.⁴⁰

⁴⁰ Lourdes Valdivia 1985-a.

Aunque no hay un argumento concluyente con base en el cual se sostenga que las oraciones se refieren a los Valores de Verdad, sin embargo, en favor de la simplicidad, es más conveniente *estipular* que los Valores de Verdad de las oraciones son su referencia; o quizás, para retomar la terminología que he utilizado en las secciones anteriores, diríamos que los Valores de Verdad son los representados de los *nombres propios compuestos*. Y no deberíamos extrañarnos, nos dice Frege, de contar con tales representados, pues:

Estos dos objetos [Lo Verdadero y Lo Falso] son admitidos, aunque sólo sea tácitamente, por todo aquel que emita juicios, que tenga algo por verdadero, o sea, también por el escéptico.⁴¹

Este tipo de estipulaciones están permitidas, porque “hay una práctica establecida, por ejemplo en matemáticas, de hacer estipulaciones que convengan a la teoría”⁴² Y en efecto, le conviene a la semántica fregeana aceptarla pues si las oraciones son los *NPs* de sus Valores de Verdad, tenemos un análisis de la composición sintáctica y semántica de las oraciones, que tiene la cualidad de ser más simple, que si tomáramos como referencia de las oraciones a un infinito número de candidatos compuesto por clases de clases de clases... o bien de oraciones verdaderas y o bien de oraciones falsas, según sea el caso. Además, como veremos en el apartado siguiente y sus secciones, la tesis de que las oraciones nombran Valores de Verdad es necesaria para la composición de proposiciones moleculares.

En resumen, como mencioné anteriormente, considero más conveniente tomar a los Valores de Verdad como la referencia de las oraciones, aún cuando esto sólo se haga por

⁴¹ Frege 1891-b versión española, p. 31.

⁴² Valdivia *Op. cit.*, p. 10.

medio de una estipulación, y no por medio de un argumento concluyente.

Como las *proposiciones* se expresan por medio de oraciones, el análisis dado hasta ahora sobre la composición sintáctica y semántica de las oraciones, es la nueva propuesta fregeana. Esta nos proporciona los mecanismos para llevar a cabo la composición de las *proposiciones* y de su representación. Así, las *proposiciones* se componen sintácticamente de *NF* y *NPs*, y semánticamente de *funciones proposicionales* y de *objetos*. Como mencioné anteriormente, los predicados del lenguaje natural se traducen en las *funciones proposicionales*; y estas *funciones* van de *objetos* a *objetos*, pues toman como argumentos *objetos* y nos dan como *Valor objetos* (Valores de Verdad).

Como podemos ver, hay una estrecha relación entre la composición de las oraciones y su Valor de Verdad, pues como se argumentó, si una oración tiene partes componentes que no se refieren a nada, entonces a fin de cuentas, estas oraciones no tienen Valor de Verdad. O dicho de otra forma, si una oración tiene partes componentes que no se refieren a nada, el pensamiento que expresan o la *proposición* que representan no es acerca de nada, por eso no son evaluables.⁴³

Es importante insistir en que Frege ha dado un análisis uniforme de la composición sintáctica y semántica tanto de las representaciones perspicuas y precisas, como de las *proposiciones* que éstas representan. No importa si originalmente se expresan en el lenguaje natural o en el lenguaje matemático. Adviértase que todas las expresiones compuestas y completas se pueden "desbaratar" sintácticamente en *NF* y *NPs*; es decir, todas las oraciones pueden ahuecarse y representarse mediante *funciones proposicionales*. Al mismo tiempo, ese

⁴³ Este tipo de consideraciones motivan a Frege a proponer una semántica dualista.

ahuecamiento nos permite identificar sus signos de argumento: *los nombres propios* que contienen. Y las *funciones proposicionales* cuando se saturan representan o nombran Valores de Verdad, en armonía con el mecanismo de la teoría: las *funciones proposicionales* al igual que las *funciones numéricas* van de *objetos* a *objetos*; esto es, de *objetos* como números y personas a *objetos* como números y *Valores de Verdad*.

4.1.2 Problemas

4.1.2.1 ¿Las oraciones siempre se refieren a uno de los dos Valores de Verdad?

Aunque hasta el momento hemos sostenido que lo más conveniente es tomar a las oraciones como los *NPs* de los Valores de Verdad, Frege muestra que la referencia de las oraciones no siempre es un Valor de Verdad, por ejemplo, hay ocasiones, en las que las oraciones se refieren a su sentido. Las oraciones no se refieren a un Valor de Verdad en contextos indirectos o usos no habituales, y cuando son oraciones subordinadas que contienen indicadores indefinidos.⁴⁴

4.1.2.2 Contextos directos y contextos indirectos

En "Sobre el Sentido y Referencia" Frege distingue dos diferentes "usos" de las palabras: uso habitual y uso no habitual. Cuando usamos las palabras de forma habitual, en contextos directos, queremos referirnos o hablar de su referencia, pero hay usos no habituales de las palabras en los que no usamos las palabras para referirnos a su referencia, sino que queremos referirnos al pensamiento o proposición que ex-

⁴⁴ Una explicación precisa de usos no habituales de las palabras y del análisis fregeano de las oraciones subordinadas requieren de la noción de sentido. En este apartado trato de explicar estos casos de forma intuitiva, dado que en esta tesis no trabajo la noción de sentido.

presan; Frege nos dice que en estos casos la referencia de las palabras es su sentido habitual (el sentido que tienen las palabras en contextos directos), y estamos dentro de contextos indirectos. Un ejemplo de contexto indirecto o uso no habitual de las palabras es cuando usamos comillas simples, por lo tanto en estos casos las palabras no se refieren a su referencia habitual, sino que se refieren a su sentido habitual.⁴⁵ De este modo, las oraciones

La nieve es blanca

y

'La nieve es blanca'

difieren en tanto que la primera está en contexto directo, mientras que la segunda está en un contexto indirecto, y por lo tanto, la primera se refiere a uno de los dos Valores de Verdad, mientras que la segunda se refiere al sentido de la primera oración (su sentido habitual).

En resumen, Frege distingue dos tipos de contextos, uno directo y otro indirecto, las palabras en contextos directos se usan de modo habitual y por lo tanto, se refieren a su referencia, mientras que las palabras en contextos indirectos se usan de modo no habitual, de modo que en realidad se refieren a su sentido habitual. Traduciendo esto al caso de las oraciones, concluimos que las oraciones que ocurren en contextos directos se refieren a uno de los dos Valores de Verdad, mientras que las oraciones que ocurren en contextos indirectos

⁴⁵ No se confunda el uso de comillas simples para hablar de la proposición o pensamiento expresado por las oraciones, con el uso de comillas simples que se da en mención, cuando no queremos hablar del pensamiento o proposición expresado por las palabras, sino de las palabras mismas.

se refieren a su sentido habitual (el sentido de estas oraciones en contextos directos).

Como vimos, una ejemplificación de contexto indirecto es cuando usamos comillas simples, otros ejemplos de este uso no habitual de las palabras se da con algunas oraciones subordinadas. Veamos cómo ocurre esto.

4.1.2.3 Cláusulas subordinadas

Dentro de los *NPs* complejos algunos se componen a partir de *NP*s que son ellos mismos complejos, esto es, oraciones. Dentro de la gramática, las oraciones que están contenidas en otra oración se denominan oraciones subordinadas, mientras que la oración que contiene a las subordinadas se denomina oración principal, y el compuesto de oración principal y oración subordinada se denomina oración compleja. Este tipo de oraciones complejas formadas de oración principal y oración subordinada son una unidad que expresa un sólo pensamiento o proposición, esto es, las oraciones subordinadas sólo expresan un pensamiento junto con las oraciones principales con las que ocurren. Las oraciones subordinadas pueden ser nominales, adverbiales, adjetivales, etc., y reciben este nombre, porque se considera que cumplen funciones de las partes del enunciado en general, esto es, "por comportarse, con respecto a la oración principal como sustantivos, adjetivos, o adverbios [...]"⁴⁶

Frege sostiene que las oraciones subordinadas, o cláusulas subordinadas, como él las denomina, que son introducidas por verbos como creer, imaginar, pensar, decir que, etc. funcionan como usos no habituales de las palabras, es decir, se generan contextos indirectos. De este modo, las oraciones subordinadas introducidas por verbos como creer, imaginar,

⁴⁶ Beuchot 1993, p. 31.

pensar, decir que, etc., no se refieren a su referencia habitual, sino que se refieren a su sentido habitual. Para mostrar que este tipo de oraciones subordinadas no se refieren a su referencia habitual sino a su sentido habitual, esto es, para mostrar que en realidad se hace un uso no habitual de las palabras, analicemos a la oración

Cesar cree que Venus es la estrella matutina

Esta es una oración compleja cuya oración principal es 'Cesar cree que' y cuya oración subordinada es 'Venus es la estrella matutina'⁴⁷. Para ejemplificar que se ha generado un contexto indirecto, apliquemos a esta oración la regla de composición (2'). Sustituyamos la oración (el *NP*) 'Venus es la estrella matutina' por otra oración con la misma referencia, por ejemplo la oración 'Venus es la estrella vespertina', obtenemos así la oración

Cesar cree que Venus es la estrella vespertina

Nótese que al sustituir el *NP* 'Venus es la estrella matutina' por el *NP* 'Venus es la estrella vespertina' que tiene la misma referencia, no necesariamente tenemos una sustitución que sea salva veritate, esto es, puede cambiar la referencia de la oración compleja original, pues puede ocurrir que aunque Cesar crea que Venus es la estrella matutina, no crea que Venus es la estrella vespertina. Frege nos dice que el posible cambio en el Valor de Verdad de la oración original al hacer la sustitución del *NP* 'Venus es la estrella matutina' por el *NP* 'Venus es la estrella vespertina' se da en tanto que estamos ante un uso no habitual de las palabras, esto es, la oración

⁴⁷ Dentro de la gramática española también se puede analizar a esta oración como compuesta por 'Cesar cree' como oración principal 'que' como nexos y 'Venus es la estrella matutina' como oración subordinada.

subordinada 'Venus es la estrella matutina' no se refiere a su referencia habitual, sino a su sentido habitual. De este modo, una aplicación correcta de la regla (2') sería una en la que se sustituya al *NP* 'Venus es la estrella matutina' por otro con el mismo sentido habitual⁴⁸. Dicho de otro modo, para mantener la referencia de una oración compleja como 'Cesar cree que Venus es la estrella matutina', se tiene que preservar el sentido de la oración subordinada (*NP* constituyente) 'Venus es la estrella matutina', esto es, tenemos que tener cuidado en que Cesar crea lo expresado por la oración subordinada.

En general, se generan usos no habituales de las palabras o contextos indirectos, en oraciones subordinadas introducidas por verbos como creer, imaginar, pensar, decir que, etc.; en oraciones subordinadas completivas volitivas imperativas con 'que' después de verbos como mandar, pedir, etc.; en oraciones subordinadas completivas interrogativas indirectas que llevan giros como "dudar de que...", "no saber que...", etc.; y en oraciones subordinadas interrogativas indirectas con 'quien', 'que' 'dónde', 'cuando', 'como', 'por medio de que', etc. De este modo, las oraciones subordinadas de estos tipos no se refieren a uno de los dos Valores de Verdad (esto es, a su referencia habitual), sino a su sentido habitual.

Frege nota que hay oraciones subordinadas en las que aún cuando se de un uso habitual de las palabras, éstas no se refieren a uno de los dos Valores de Verdad, sino a un *objeto* diferente. Ilustremos esto analizando la oración:

Quien descubrió la forma elíptica de las órbitas planetarias, murió en la miseria.

⁴⁸ Frege sostiene que el sentido de una expresión nos permite determinar su referencia, de este modo, palabras o signos que tienen el mismo sentido, tendrán a fin de cuentas la misma referencia.

Esta es una oración compleja cuya oración principal es 'murió en la miseria' y cuya oración subordinada es 'quien descubrió la forma elíptica de las órbitas planetarias'. Si analizamos a la oración subordinada:

quien descubrió la forma elíptica de las
órbitas planetarias

que contiene al indicador indefinido 'quien', notamos que la referencia de esta oración más que un Valor de Verdad es una persona, a saber, Kepler. Pero, ¿por qué oraciones como éstas no se refieren a un Valor de Verdad sino a un *objeto* diferente? Frege nos dice que oraciones como ésta se refieren a un objeto diferente de los Valores de Verdad, pues contiene un indicador indefinido⁴⁹, esto es, porque en tanto se trata de oraciones subordinadas dependen de las oraciones principales con las que figuran, esto es, la oración compleja expresa sólo un pensamiento o proposición, de modo que aunque la denotación de la oración compleja sea un Valor de Verdad, la oración subordinada puede no referirse a un Valor de Verdad sino a un *objeto* diferente. Pues una oración "sólo puede tener Valor de Verdad si expresa como sentido un pensamiento completo, no si sólo expresa lo que Frege llama "la parte de un pensamiento"⁵⁰ como sería el caso de una oración subordinada.

Frege nota que, al parecer, la dependencia de las oraciones subordinadas con sus oraciones principales es la principal razón por la cual las oraciones subordinadas no se refieren a un valor de verdad, pues nos dice que aún cuando hagamos un uso habitual de las palabras, o aún cuando no ocurran indica-

⁴⁹ En general las oraciones subordinadas de relativo indefinidas, subordinadas calificativas, subordinadas adverbiales finales, subordinadas adverbiales de lugar y de tiempo, también se refieren a *objetos* diferentes de los Valores de Verdad.

⁵⁰ *Ibidem.*, p. 31.

dores indefinidos en las oraciones subordinadas, la sola relación de subordinación de las oraciones subordinadas con sus oraciones principales, expresa un sólo pensamiento o proposición de modo que no es fácil hacer sustituciones en las que se mantenga el mismo pensamiento o proposición.

En resumen, las oraciones no siempre se refieren a uno de los dos Valores de Verdad, sino que pueden referirse a su sentido habitual o a otros tipos de *objetos*. Las oraciones se refieren a su sentido habitual cuando las usamos de modo no habitual, y el uso no habitual de las palabras se da cuando usamos comillas simples o en algunas oraciones subordinadas. Las oraciones pueden referirse a otros *objetos* diferentes de los Valores de Verdad cuando son oraciones subordinadas que contienen indicadores indefinidos.

4.2 Nombres de función y proposiciones moleculares

Con base en el modelo argumento-*función*, no sólo se da cuenta de la composición de las *proposiciones* atómicas, actuales y posibles, sino también de las *proposiciones* moleculares. Las *proposiciones* moleculares se obtienen a partir de las conectivas lógicas: la negación, la conjunción, la disyunción, el condicional y el bicondicional⁵¹. En la semántica fregeana se representan como *funciones* o *conceptos* de *primer nivel*; y también se las denomina *funciones de Verdad*, porque los argumentos que las completan y los *Valores* que arrojan, son Valores de Verdad. Debido a que son *funciones de primer nivel*, sólo admiten como signos de argumento *NPs*, y porque son *funciones veritativas* esos nombres deben representar Valores de Verdad. Como hemos visto, los únicos

⁵¹ En sentido estricto, Frege formuló la conjunción y la negación. A partir de estas se definen las restantes, lo cual hace al sistema muy económico.

nombres que representan Valores de Verdad son las oraciones.

Cada una de las conectivas a partir de las cuales se combinan las proposiciones entre sí, se expresan en el lenguaje natural por medio de locuciones sintácticamente diferentes. Sin embargo, cada una de ellas representa un *contenido* determinado, un *contenido conceptual conjuntivo, disyuntivo, negativo, condicional o de doble condición*, como sigue.

4.2.1 Conjunción

La conjunción se expresa en el lenguaje natural por medio de locuciones como 'y', 'además', 'pero'⁵², 'también', etc., las cuales se pueden utilizar para unir varias oraciones entre sí, por ejemplo:

Rosy quiere estudiar y Arturo quiere trabajar y Maria quiere emborracharse;

Además de Luis, Pedro llegó tarde;
Vicenta es puntual **pero** irresponsable;
Martha duerme, **también** lo hace José.

No utilizaré la notación fregeana del *Begriffsschrift*, porque las notaciones contemporáneas que uno encuentra en cualquier texto de lógica estándar, facilitan mi exposición; entre ellas, la conjunción se puede simbolizar por medio de cualquiera de los siguientes tres signos:

⁵² Generalmente 'pero' expresa una conjunción en la cual la proposición que la precede está además negada.

&
^
.

Podemos simbolizar una oración como 'Martha duerme, también lo hace José', de la siguiente forma:

$M \wedge J$

donde 'M' sustituye a la oración 'Martha duerme' y 'J' sustituye a la oración 'También lo hace José [dormir]'

Aún cuando difieran sintácticamente entre sí las locuciones conjuntivas en el lenguaje natural, esto es, aún a pesar de las diferencias entre 'y', 'además', 'pero', 'también', etc., todas éstas expresan uno y el mismo significado, objetivo, ubicuo, un único *contenido conceptual*. El *contenido conceptual* de la conjunción es: las dos (o *n* proposiciones) son verdaderas.

Como por medio de la conjunción se significa que los *contenidos* en conjunción son el caso, entonces si esto no se satisface, el *contenido conceptual compuesto en conjunción* sería falso. Dicho de otra forma, las oraciones que representan a ese *contenido* conjuntivo deben ambas referirse a Lo Verdadero. Ilustremos esto. Si unimos en conjunción a los *contenidos conceptuales* de las oraciones 'La computadora está apagada' y 'La televisión está apagada', formando la representación compuesta:

La computadora está apagada y la televisión
también

Como el *contenido* de ese compuesto es el *contenido Verdadero* de sus componentes, entonces la *proposición*

arriba referida, será verdadera únicamente en el caso en el que el *contenido conceptual* acerca de la computadora apagada sea Verdadero, porque la computadora está apagada; y también el *contenido conceptual* acerca de la televisión sea verdadero, porque la televisión está apagada. De este modo, si uno de los *contenidos* representado por cualquiera de estas dos oraciones fuera falso, por ejemplo, si en realidad la televisión no estuviera apagada, entonces la *proposición* compuesta:

La computadora está apagada y la televisión también

sería falsa, pues no se cumple con el significado o *contenido conceptual en conjunción*. Así, la *proposición* compuesta a partir de un *NF conjuntivo*: '...&...' sólo puede ser Verdadera si las oraciones (argumentos) que se insertan en este *NF* son igualmente Verdaderas.

4.2.2 Disyunción

La principal expresión de la disyunción que encontramos en el lenguaje natural es la 'o', y una vez más, esta expresión sirve para relacionar oraciones como:

Termino pronto o me voy a desesperar.
Felipe estaba enojado o estaba crudo.
Cesar está ofendido o yo sufro de alucinaciones.

La formalización de la locución disyuntiva del lenguaje natural es:

Podríamos simbolizar una *proposición* compuesta en disyunción, como 'Termino pronto o me voy a desesperar' de la siguiente forma:

$$T \vee D$$

donde 'T' sustituye a la oración 'Termino pronto' y 'D' sustituye a la oración 'Me voy a desesperar'.

El *contenido conceptual disyuntivo* puede ser de dos tipos. (i) *Inclusivo* o incluyente: son los *contenidos conceptuales* representados al menos por dos oraciones, de las cuales ambas, o al menos una, se refiere o representa a Lo Verdadero. (ii) *Exclusivo* o excluyente: son los *contenidos conceptuales* representados al menos por dos oraciones, de las cuales solamente una de ellas, y ninguna otra, se refiere o representa a Lo Verdadero.

Ejemplifiquemos ambos casos: (i) *Contenido conceptual disyuntivo inclusivo*. Si tomamos la oración:

Felipe estaba enojado o estaba crudo.

el *contenido conceptual disyuntivo* representado por el compuesto en el que figuran las oraciones 'Felipe estaba enojado', 'Felipe estaba crudo', es el *contenido* de ambas acerca de Felipe. Pero una *proposición disyuntiva inclusiva* es aquella en la que ambas, o al menos una de las dos oraciones que componen a la *proposición* disyuntiva, es verdadera. De este modo, basta con que una de las dos oraciones en disyunción tenga como referencia a Lo Verdadero, para que sea Verdadera la *proposición* que expresa la oración.

(ii) *Contenido conceptual disyuntivo exclusivo.*

Usando el mismo ejemplo, el *contenido conceptual disyuntivo exclusivo*, "excluye", como su nombre lo indica, al *contenido conceptual* de alguna de las dos representaciones. Entonces, el *contenido conceptual disyuntivo exclusivo* es aquel que se compone cuando cualquiera de las *proposiciones* componentes, pero no ambas, es verdadera. Dicho de otra forma, si ambas oraciones se refirieran a Lo Falso, esto es, si no fuera el caso de que Felipe estaba enojado, ni de que Felipe estaba crudo, entonces es falso que la oración compuesta represente *al contenido conceptual disyuntivo*, pues no se cumple con el requisito de que solo una proposición sea verdadera y ninguna otra.

4.2.3 *Condicional*

Las locuciones más comunes que sirven para expresar un *contenido* condicional en el lenguaje natural son de la forma 'si _ entonces _' y 'si, _'. Así, las oraciones como:

Si llegas tarde, perderé el avión
 Si término mi trabajo entonces me voy a emborrachar

son oraciones que expresan un *contenido conceptual condicional*. La oración que ocurre entre el 'si' y el 'entonces', o antes de la coma, se denomina antecedente, mientras que la oración que ocurre después del 'entonces' o de la coma, se denomina consecuente.⁵³

El condicional se puede simbolizar con cualquiera de estos dos símbolos

⁵³ En ocasiones encontramos invertido el condicional en las oraciones del lenguaje natural. Por ejemplo, 'Perderé el avión si llego tarde'.

$$\supset$$

$$\rightarrow$$

De modo que una oración como 'Si término mi trabajo entonces me voy a emborrachar', puede simbolizarse como

$$T \supset E$$

donde el antecedente 'T' abrevia a la oración 'Termino mi trabajo'; y el consecuente 'E' a la oración 'Me voy a emborrachar'.

Las representaciones condicionales expresan una relación entre su antecedente y su consecuente que se llama "implicación material". La implicación material entre el antecedente y el consecuente no es una implicación causal, legal, definicional o funcional, por nombrar algunas. La "implicación material" es una relación lógica; es decir, si una *proposición* condicional fuera verdadera, entonces su antecedente sería suficiente para su consecuente; y su consecuente necesario, pero no suficiente, para su antecedente.

El *contenido conceptual* de las representaciones compuestas en condicional no es otro que el *contenido conceptual implicativo* de las partes que lo componen; es decir, el de su antecedente, el de su consecuente y el de la "implicación material" que acabamos de describir. Ahora bien, un *contenido conceptual condicional* solamente puede ser falso cuando la implicación material no ocurre; y esto sucede cuando a pesar de que supusimos que el *contenido conceptual* del antecedente es suficiente porque nombra o representa a Lo Verdadero, el *contenido conceptual* del consecuente nombra o representa a Lo Falso. Para ilustrar esto, analicemos la siguiente oración

Si me caigo, me voy a lastimar

Nótese que en esta oración no significa que caerme "causa" que me lastime, o que tengo que lastimarme porque me caigo; solamente significa o expresa el pensamiento de que si fuera verdadera esa *proposición*, lo sería porque es suficiente que me caiga para que me lastime. La *proposición* condicional tiene una forma similar a la de un enunciado hipotético, no es una afirmación. Expresa la relación hipotética entre la condición suficiente de caerme y la necesaria de lastimarme. Y esa relación hipotética es que si se diera el antecedente se daría el consecuente, pues se supone que están materialmente implicados.

Si el *contenido conceptual* es de implicación, entonces ese *contenido* será falso únicamente si el *contenido* del antecedente: 'me caigo' es verdadero, y sin embargo, el del consecuente: 'me voy a lastimar', es falso; En otras palabras, *el contenido conceptual implicativo*, entre antecedente y consecuente no ocurre, y no ocurre porque en este ejemplo sucede que la condición suficiente es verdadera y sin embargo la condición necesaria es falsa.

En resumen, se pueden obtener con el condicional oraciones condicionales compuestas utilizando el *NF condicional* que admite como argumentos *NPs* que son oraciones simples. Estas son representaciones compuestas condicionales, que representan *contenidos conceptuales condicionales*. Las representaciones que tienen la forma condicional no representan una *proposición condicional* verdadera, cuando el *contenido conceptual* del antecedente es verdadero y el del consecuente falso.

4.2.4 Bicondicional

El bicondicional ocurre en el lenguaje natural por medio de expresiones como ‘_ si y sólo si _’, ‘_ tanto _ como’, etc., como en el caso de las oraciones:

El bebé se duerme **si y sólo si** tiene sueño;
 Odio la estupidez **tanto como** amo a los hombres.

El bicondicional se simboliza generalmente mediante:

$$\equiv$$

$$\leftrightarrow$$

aunque como para Frege la identidad es una equivalencia material⁵⁴, la simboliza también por medio de:

$$=$$

La simbolización de una oración como ‘Odio la estupidez tanto como amo a los hombres’ podría ser algo como

$$O \equiv A$$

donde ‘O’ sustituye a la oración ‘Odio la estupidez’ y ‘A’ sustituye a la oración ‘Amo a los hombres’.

El bicondicional es la conjunción de dos condicionales, de este modo, el *contenido conceptual* de las expresiones compuestas por el *NF bicondicional*, es la conjunción de los

⁵⁴ Esta asimilación tiene dificultades que no discutiré. Un enunciado de la forma ‘A=B’ si es uno de identidad, para ser verdadero se requiere que el contenido de A y el de B sea verdad. Sin embargo, la doble condición puede ser verdadera aún cuando ‘A’ y ‘B’ se refieran a lo falso.

contenidos conceptuales que representan los antecedentes y consecuentes de ambas oraciones. Así, la representación del *contenido conceptual bicondicional* es verdadera únicamente cuando ambas oraciones se refieren a Lo Verdadero o ambas se refieren a Lo Falso. Para ilustrar esto analicemos la siguiente oración:

Los hombres se enamoran si y sólo si tienen corazón.

Podemos parafrasear esta oración de la siguiente forma

Si los hombres se enamoran entonces tienen corazón; y si los hombres tienen corazón, entonces se enamoran.

De este modo, expresamos la conjunción de dos representaciones condicionales. El primer conyunto es el condicional:

Si los hombres se enamoran, entonces tienen corazón

mientras que el segundo conyunto es el condicional:

Si los hombres tienen corazón, entonces se enamoran

Nótese que el antecedente del primer condicional es el consecuente del segundo, y que el consecuente del primer condicional es el antecedente del segundo condicional. De este modo, dentro de la oración de bicondicional

Los hombres se enamoran si y sólo si tienen corazón

la oración 'Los hombres se enamoran' expresa tanto la condición necesaria como la condición suficiente de la relación de implicación material, y de igual modo, la oración '(Los hombres) tienen corazón' expresa tanto la condición necesaria como la condición suficiente de esa relación. Debido a que ambas oraciones a los lados del 'si y sólo si' expresan la condición necesaria y suficiente de la relación condicional, y debido a que estas relaciones condicionales se encuentran en conjunción, entonces para que sean verdadera la afirmación de un compuesto bicondicional, no debe suceder que una de las oraciones en esta relación tenga un Valor de Verdad diferente del que tiene la otra.

En resumen, las representaciones compuestas con el *NF bicondicional* y *NPs* de oraciones como sus argumentos, expresan el *contenido conceptual de la conjunción de dos condicionales* por lo que la verdad del *contenido conceptual bicondicional* ocurre siempre que los antecedentes y consecuentes de los condicionales tienen el mismo Valor de Verdad. Si el *NF bicondicional* se satura con argumentos que nombran a Lo Verdadero o con argumentos que nombran Lo Falso, entonces arroja como *Valor Lo Verdadero*: pero si el *NF* se saturara con un argumento que nombra Lo Falso y el otro Lo Verdadero, entonces arroja como *Valor de Verdad Lo Falso*.

4.2.5 Negación

La negación se expresa en el lenguaje natural por medio de locuciones como 'no', 'es falso que', 'no es cierto que', 'delira quien afirma que', 'es incorrecto sostener que', que ocurren, por ejemplo, en las siguientes oraciones:

El libro de filosofía **no** está sobre la mesa.
Es falso que la avena es nutritiva.
No es cierto que José tiene insomnio.
Delira quien **afirma** que los marcianos
 quieren invadir la tierra.
Es incorrecto sostener que al viajar en
 avión podemos ver a Dios a través de las
 ventanillas.

Formalmente, la negación se simboliza, generalmente,
 por medio de los signos

¬
 —
 -

De este modo, una oración como 'Delira quien afirma
 que los marcianos quieren invadir la tierra', se puede forma-
 lizar como sigue

¬M.

donde 'M' ocurre en lugar de la oración 'Los marcianos
 quieren invadir la tierra'.

La negación expresa la predicación⁵⁵: *no es el caso* el
contenido conceptual que representa la oración. Como el
 representado de las oraciones es su Valor de Verdad, la
 negación opera sobre el Valor de Verdad de las oraciones. Si
 se aplica la negación a una representación cuyo *contenido* es
 verdadero del *objeto* representado, entonces la negación

⁵⁵ Afirmar o negar son operaciones que hacemos al contenido judicable o
 proposiciones. Aquí facilito la exposición suponiendo que esta operación es una
 predicación. Sin embargo, discutiré la tesis de que la negación es una operación en
 el capítulo 6.

arrojará como resultado la falsedad. Pero si se aplica la negación a una representación cuyo *contenido* es falso del *objeto*, entonces la negación arrojará verdad. Así, suponemos que la proposición *José tiene insomnio* es falsa. Al aplicarle la negación a esta oración obtenemos

No es cierto que José tiene insomnio

que es una proposición Verdadera. Pero si le aplicamos la negación al *contenido* representado por la oración verdadera 'La avena es nutritiva', obtenemos la oración

Es falso que la avena es nutritiva

que representa a una proposición Falsa. La negación, como todas las otras conectivas, es un *NF de primer nivel*; sólo admite como signos de argumento a los *NP's* de los Valores de Verdad, toma como argumentos y arroja como resultados *objetos* que son Valores de Verdad; y al saturarse se convierte en un *NP compuesto* que nombra o bien a Lo verdadero o bien a Lo Falso, según sea el caso.

En resumen, hemos visto que por medio de la negación, la disyunción, la conjunción, el condicional y el bicondicional, se pueden combinar varias proposiciones atómicas (o incluso moleculares) entre sí para formar proposiciones moleculares; que este es un mecanismo para componer lógicamente representaciones de *contenidos conceptuales* moleculares que sean evaluables. Las conectivas lógicas son *funciones veritativas proposicionales de primer nivel*, también denominadas *funciones de verdad* porque los *objetos* que las completan, y los *Valores* que arrojan son los Valores de Verdad. Mostré que el *contenido conceptual* de las conectivas es lo expresado en *disyunción, conjunción, etc.* mediante las oraciones compuestas con esas las expresiones.

Nótese también que al exponer qué es el *contenido conceptual de las proposiciones* moleculares que se obtienen con las conectivas, explicamos por qué y cuándo la composición de esos *contenidos* resulta en una verdad o en una falsedad. El hecho de que las proposiciones compuestas a partir de las conectivas sean verdaderas, depende de cuál es la composición de las proposiciones a partir de las conectivas. De este modo, se muestra que al determinar el *contenido* de las proposiciones moleculares, se determinan también sus condiciones de verdad. Así, hay una estrecha relación entre el significado de las oraciones y su Valor de Verdad. Al determinar el *contenido* de las oraciones y el de las conectivas, se determinan las condiciones de verdad de las proposiciones moleculares, pues a fin de cuentas, la composición de proposiciones moleculares no sólo depende del *contenido* de las atómicas, sino también del comportamiento lógico de las funciones de primer nivel que llamé "conectivas lógicas".

4.3 Satisfacción

A lo largo de mi exposición sólo he hablado de un tipo de relación entre las *funciones* y los *objetos*, a saber, la relación de saturación o complejión, que no es otra cosa que cumplir con el principio composicional de la semántica. Sin embargo, hay otro tipo de relación que pueden guardar entre sí estas categorías: la relación de *satisfacción*.

En la teoría fregeana se dice que un *objeto* satisface a una *función*, cuando el *objeto* no sólo completa a la *función* al insertar el signo de argumento en el *NF* que la representa, sino que además, el *objeto* tiene la propiedad de caer bajo ese *concepto* o *función*. Así, si bien, en el caso de las *funciones* de

primer nivel, cualquier *objeto* puede completar a cualquier *función*, no cualquier *objeto* la satisface, pues no cualquier *objeto* hace verdadera a la *proposición* obtenida; en otras palabras, no cualquier *objeto* cae bajo el concepto³⁶. Por ejemplo, si una *expresión funcional numérica* como la expresada por:

$$5+x$$

se satura con el argumento que se refiere al número tres:

$$5+3$$

la *proposición* obtenida es acerca del número ocho. Pero igual podría ser acerca del número diez, si hubiéramos utilizado como argumento al número dos; y así sucesivamente, todos los números que quisiéramos utilizar como argumentos de la *función* que se representa mediante '5+x' complementarían a la *función*. ¿Pero podemos afirmar que caerían bajo ese *concepto*?

De acuerdo con la definición fregeana de *concepto*, un *concepto* es una *función* cuyo *Valor* es siempre un Valor Veritativo. Pero como hemos visto, el tipo de expresiones como la que ejemplifico, tienen otros *Valores* para sus argumentos. En otras palabras, el *Valor* de esa *función* para el argumento tres es el ocho, para el argumento dos es el diez, y así sucesivamente. Estas expresiones funcionales arrojan como *Valor*, un *Valor* numérico. Entonces, si los argumentos para estas *funciones* no arrojan Valores de Verdad, tal vez no sean en sentido estricto *conceptos*. ¿Por qué? porque no

³⁶ Hay una discusión sobre si 'satisfacción' y 'caer bajo el concepto' son la misma noción, pues cuando Frege se ocupa de existenciales negativos, sostiene que nada cae bajo el concepto. No discutiré este problema por el momento, asumo que son la misma noción y proporcionaré ahora una explicación.

podemos afirmar si los *objetos* que completan a estas *funciones* tienen o no la cualidad de caer bajo ese *concepto*, pues al parecer no hay tal *concepto* en la medida en la que no obtuvimos como *Valor* un Valor Veritativo.

¿Qué pasa? mi interpretación es que lo que Frege está pidiendo es que para que exista un *concepto*; es decir, para que la saturación arroje algún Valor de Verdad es necesario que la *función* sea o bien de *equivalencia* (identidad) o bien *funciones proposicionales* a partir de las cuales se componen oraciones atómicas y/o moleculares. Es decir, que la representación funcional sea la de la equivalencia material⁵⁷ o la de la predicación que ocurre en las que llamé expresiones compuestas, también conocidas como oraciones atómicas y moleculares. En estos casos se entiende con más claridad la noción de *satisfacción* que ahora explicaré. Por ejemplo, la expresión funcional de equivalencia o bicondicional:

$$60 \div 6 = x$$

cuando se satura con el número diez como su argumento, lo que se expresa sintácticamente en:

$$60 \div 6 = 10$$

es una expresión que puede verse como la oración Verdadera: 'Sesenta entre seis es idéntico a diez'. De este modo, el *Valor* de la *función* a la que se refiere ' $60 \div 6 = x$ ' es Lo Verdadero, cuando se completa con el número diez como su argumento, y decimos que el número diez *satisface* a la *función* a la que se refiere ' $60 \div 6 = x$ '. Pero si hubiéramos utilizado como argu-

⁵⁷ Podemos tomar a las equivalencias de las ecuaciones matemáticas como expresando equivalencias materiales. Tal vez esta sea una de las razones por las que Frege analizó la bicondicional como identidad, pues la identidad o equivalencia aritmética sólo es verdadera cuando sus relata lo son.

mento al número dos, obviamente obtendríamos la falsedad como *Valor* de esa *función*, pues número resultante de dividir sesenta entre seis no es dos; es decir el argumento no la satisface.

El ejemplo anterior tiene la forma de una equivalencia material. Pero como dije antes, la noción de *satisfacción* también se aplica a las *funciones proposicionales* que no son de equivalencia, por ejemplo, a la *función* a partir de la cual se componen oraciones atómicas

x es filósofo

es una *función* que al saturarse con el argumento Aristóteles arroja la verdad, porque ese *objeto* *satisface* a la *función*, cae bajo el *concepto* de *ser filósofo*:

Aristóteles es filósofo

Pero el argumento Nueva York, no la satisface, y por lo tanto tampoco cae bajo el concepto: 'Nueva York es filósofo' es Falsa. O bien, la *función* de conjunción que compone oraciones moleculares:

x es el discípulo de Platón y el
Maestro de Alejandro el Magno

es satisfecha, por ejemplo, por el *objeto* Aristóteles, lo que se representa mediante:

Aristóteles es el discípulo de Platón y
el Maestro de Alejandro el Magno

En conclusión, para que una *función* sea *satisfecha*, el *objeto* que la completa debe caer bajo ese *concepto* o *función*.

Aunque la *función* a la que se refiere ' $60 \div 6 = x$ ' puede ser completada con cualquier *objeto* como su argumento, sólo la pueden satisfacer los *objetos* que caen bajo este concepto, pues en estos casos el resultado de su saturación dará un Valor de Verdad. De igual modo, cualquier *objeto* puede completar a la *función* a la que se refiere ' x es filósofo', porque también es una *función de primer nivel*; sin embargo, sólo los *objetos* (individuos) que caen bajo este concepto, la pueden satisfacer. Dicho de otra forma, el proceso de saturación es "indiferente" al de satisfacción y sólo es susceptible al tipo de argumento que debe utilizar: una *función de segundo nivel* no satura una de primer nivel, ni una de segundo nivel satura una de segundo nivel. La saturación responde a reglas categoriales, la satisfacción responde a reglas semánticas.

Nótese que podemos ver como equivalentes a la noción de satisfacción y la noción de caer bajo un concepto. Frege nos dice que su equivalencia radica en el hecho de que en ambas son nociones semánticas, en ambos casos se afirma *el concepto no está vacío*. Analicemos esto. Cuando se dice que algo cae bajo un concepto se está diciendo que el concepto se aplica a algo. De entrada, todas las *funciones* de primer nivel se aplican o pueden aplicarse a cualquier *objeto*, aunque, como hemos visto, sólo podemos decir que un *objeto* cae dentro de un concepto cuando el resultado de la saturación de esta *función* por este *objeto* arroja como *Valor Lo Verdadero*. Y si un *objeto* no cae bajo un concepto, entonces obtenemos como *Valor* de la saturación de esta *función* por este *objeto*, *Lo Falso*⁵⁸.

Con base en lo anterior, podemos concluir que hay una estrecha relación entre el significado de las oraciones (*propo-*

⁵⁸ Como mencioné anteriormente es debatible esta equivalencia, más adelante, en el capítulo 7 sección 7.4.1, discutiré los problemas que presenta.

siones), o más exactamente, entre la composición funcional de la *proposición* y su Valor de Verdad. Esa relación se elucida con base en la noción de *satisfacción*, porque la forma en la que se relacionan los componentes de las oraciones determina su Valor de Verdad, pues: si una oración se compone a partir de una *función proposicional* y de un *objeto* que sólo la saturara o completara, pero no la satisficiera, entonces esa composición, arrojará una *proposición* falsa; mientras que si en su composición el *objeto* no sólo la satura, sino que además la satisface, entonces obtendremos una *proposición* verdadera. De este modo, podemos concluir que la composición de las *proposiciones* y la forma en la que se relacionan sus componentes, no sólo determina al significado de las oraciones, es decir a las *proposiciones*, sino que también determina su Valor de Verdad.

Conclusiones

Comenzamos analizando la categorización de las oraciones como *NPs* compuestos que se refieren a los Valores de Verdad.

Recordamos que cuando se completa a un *NF* con un *NP* como su signo de argumento, y cuando se satura una *función* con un *objeto*, se obtiene algo completamente diferente de lo original, tanto sintáctica como semánticamente: se obtiene una representación canónica completa, ya no incompleta, que se categoriza como un *NP* cuya referencia es un Valor de Verdad.

Frege categoriza ambos Valores de Verdad como *objetos*. Y así surge la noción de *función proposicional*. Una *función proposicional* se define como una *función* que expresa una

predicación que al saturarse compone una *proposición*, cuyos *Valores* son los Valores de Verdad.

De acuerdo con Frege, las oraciones nombran Valores de Verdad porque las oraciones son saturadas y son compuestas, esto es son *NPs* compuestos, que también son evaluables. Así, los Valores de Verdad guardan con las oraciones, el mismo tipo de relación que los nombres con los *objetos* a los que se refieren. La relación entre nombre y denotado especificada en los principios:

- (1) Cuando un nombre constituyente de un nombre compuesto no tiene denotación, el nombre compuesto tampoco tiene denotación.
- (2) Cuando un nombre constituyente de un nombre compuesto es reemplazado por otro que tiene la misma denotación, la denotación del nombre compuesto no cambia.

Frege muestra que las oraciones como *NPs* compuestos de los Valores de Verdad, se comportan de acuerdo con los principios antes dados, entonces parece plausible tomar a los Valores de Verdad como la referencia de las oraciones.

Todas las oraciones Verdaderas tienen una y la misma referencia, a saber, se refieren a Lo Verdadero, y de igual modo en el caso de las oraciones Falsas, todas éstas tienen una y la misma referencia: Lo Falso.

A pesar de esto, Simpson mostró que hay otros candidatos para ser la referencia de las oraciones, mostrado con esto, que no hay un argumento concluyente con base en el cual se sostenga que únicamente las oraciones son *NPs* de los Valores de Verdad. Las oraciones no necesariamente serían

los *NPs* de los Valores de Verdad, sino que además podrían ser, por ejemplo, los *NPs* de sus clases de equivalencia; o incluso, considera Simpson, podríamos seguir construyendo clases de clases, (de oraciones Verdaderas y de oraciones Falsas) de modo que habría un infinito número de candidatos para ser la referencia de las oraciones.

El contra argumento de Simpson es problemático, pues como propone que las oraciones se pueden referir tanto a los Valores de Verdad como a su clase de equivalencia, o clases de clases de equivalencia, se pueden construir entonces un número infinito de candidatos, el cual puede ser un infinito no numerable. En resumen aunque el argumento de Frege no es concluyente, sin embargo, se puede estipular que las oraciones se refieren a los Valores de Verdad por dos razones: por simplicidad teórica, y para mantener el mecanismo que explique la composición de proposiciones moleculares. Aunque, como vimos, hay casos en los que el mismo Frege sostiene que las oraciones no se refieren a uno de los dos Valores de Verdad, sino a otros *objetos* dentro de los cuales se encuentran, por ejemplo, los sentidos habituales de las palabras.

Como las *proposiciones* se expresan por medio de oraciones, el análisis que se dio sobre la composición sintáctica y semántica de las oraciones, es la nueva propuesta fregeana. Y nos proporciona los mecanismos para llevar a cabo la composición de las *proposiciones* y de su representación. Así, las *proposiciones* se componen sintácticamente de *NF* y *NPs*, y semánticamente de *funciones proposicionales* y de *objetos*. Como vimos los predicados del lenguaje natural se traducen en las *funciones proposicionales*; y estas *funciones* van de *objetos* a *objetos*, pues toman como argumentos *objetos* y nos dan como *Valor objetos* (Valores de Verdad).

Además de esas funciones proposicionales, nos ocupamos en las funciones veritativas, es decir, en las conectivas lógicas. Con todo esto, Frege ha dado un análisis uniforme de la composición sintáctica y semántica tanto de las representaciones perspicuas y precisas, como de las *proposiciones* que éstas representan. No importa el lenguaje en que originalmente se expresan.

Cuando las *funciones proposicionales* se saturan representan o nombran Valores de Verdad, en armonía con el mecanismo de la teoría: las *funciones proposicionales* al igual que las *funciones numéricas* van de *objetos* a *objetos*; esto es, de *objetos* como números y personas a *objetos* como números y *Valores de Verdad*.

Con base en el modelo argumento-*función*, se da cuenta también de la composición de las *proposiciones* moleculares. Las *proposiciones* moleculares se obtienen a partir de las conectivas lógicas: la negación, la conjunción, la disyunción, el condicional y el bicondicional. Y en la semántica fregeana se representan como *funciones* o *conceptos de primer nivel*, que también se las denomina *funciones de Verdad*, porque los argumentos que las completan y los *Valores* que arrojan, son *Valores de Verdad*. Dado que son *funciones de primer nivel*, sólo admiten como signos de argumento *NPs*, y dado que son *funciones veritativas* esos nombres deben representar *Valores de Verdad*, esto es, deben ser oraciones.

Las conectivas a partir de las cuales se combinan las proposiciones entre sí, se expresan en el lenguaje natural por medio de locuciones sintácticamente diferentes. Sin embargo, cada una de ellas representa un *contenido* determinado, un *contenido conceptual conjuntivo, disyuntivo, negativo, condicional o de doble condición*. Ilustré las locuciones más

comunes por medio de las cuales se expresan las conectivas en el lenguaje natural e ilustré también su simbolización. En cuanto al contenido conceptual que expresan vimos que:

- a) La conjunción significa que los *contenidos* en conjunción son verdaderos.
- b) La disyunción puede ser:
 - i) Incluyente; y significa al menos uno o ambos contenidos son verdaderos.
 - ii) Excluyente: significa que solamente un contenido es verdad.
- a) El condicional significa que el *contenido conceptual implicativo* es verdad siempre y cuando no suceda que el antecedente sea verdadero y su consecuente falso.
- b) El bicondicional es la conjunción de dos condicionales y el *contenido conceptual bicondicional* fregeano es verdadero únicamente cuando ambos condicionales lo son. Sin embargo, la tesis estándar es que el bicondicional es verdadero cuando ambos condicionales son verdaderos y también cuando ambos son falsos.
- c) Negación: La negación expresa la predicación: *no es el caso*. Si se aplica la negación a una representación cuyo *contenido proposicional* es Lo Verdadero, entonces la negación arrojará como resultado Lo Falso. Pero si la negación se aplica a una representación cuyo *contenido* es falso del *objeto*, entonces la negación arrojará verdad.

En resumen, vimos que por medio de la negación, la disyunción, la conjunción, el condicional y el bicondicional, se pueden combinar varias proposiciones entre sí para formar proposiciones moleculares evaluables. Las conectivas lógicas son *funciones veritativas proposicionales de primer nivel*.

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

también denominadas *funciones de verdad* porque los *objetos* que las completan, y los *Valores* que arrojan son los Valores de Verdad.

Por último, vimos que además de la saturación, hay otro tipo de relación que pueden guardar entre sí los *NPs* y *NF* a nivel sintáctico y las *funciones* y *objetos* a nivel semántico: la relación de *satisfacción*.

En la teoría fregeana se dice que un *objeto* satisface a una *función*, cuando el *objeto* no sólo completa a la *función* al insertar el signo de argumento en el *NF* que la representa, sino que además, el *objeto* tiene la propiedad de caer bajo ese *concepto* o *función*. Pero encontramos algunos ejemplos de *funciones* que no parecen ser conceptos, pues por un lado, no arrojan un Valor de Verdad al completarse, y por otro lado, no se puede determinar si el *objeto* cae bajo el concepto. Argumenté que el proceso de saturación es "indiferente" al de satisfacción y sólo es susceptible al tipo de argumento que debe utilizar: una *función* de segundo nivel no satura una de primer nivel, ni una de segundo nivel satura una de segundo nivel. La saturación responde a reglas categoriales, la satisfacción responde a reglas semánticas.

Por estas razones concluí que para que exista un *concepto*, esto es, para que la saturación de una *función* arroje algún Valor de Verdad, es necesario que la *función* sea o bien de *equivalencia* (identidad) o bien *funciones proposicionales* a partir de las cuales se componen oraciones atómicas y/o moleculares.

En conclusión, hay una estrecha relación entre el significado de las oraciones (*proposiciones*), o más exactamente, entre la composición funcional de la *proposición* y su Valor de Verdad. Esa relación se elucida con base en la

noción de *satisfacción*, porque la forma en la que se relacionan los componentes de las oraciones determina su Valor de Verdad, pues si una oración se compone a partir de una *función preposicional* y de un *objeto* que sólo la saturara o completara, pero no la satisficiera, entonces esa composición, arrojará una *proposición* falsa; mientras que si en su composición el *objeto* no sólo la satura, sino que además la satisficiera, entonces obtendríamos una *proposición* verdadera. De este modo, podemos concluir que la composición de las *proposiciones* y la forma en la que se relacionan sus componentes, no sólo determina al significado de las oraciones, es decir a las *proposiciones*, sino que también determina su Valor de Verdad.

Capítulo 5: Cuantificación⁵⁹

Frege analiza la cantidad universal o particular de las proposiciones con base en su teoría de la cuantificación. La teoría de la cuantificación determina por un lado el papel lógico de expresiones cuantitativas como 'algún', 'ningún', 'todo', 'nada'; y por otro, proporciona un mecanismo mediante el cual se establecen las condiciones de semánticas para componer cualquier proposición actual o posible. Sólo analiza las proposiciones que expresan dos tipos de cantidad: la cantidad universal y la particular.⁶⁰ La cantidad expresada por las proposiciones depende de a cuántos *objetos* se aplican las *funciones proposicionales* que las componen. Por ejemplo, la oración

Juan es alto

se aplicó al *objeto* Juan y por eso expresa una proposición particular, pues la *función proposicional* " es alto" es satisfecha al menos por ese *objeto* (por Juan); mientras que una oración como

Todos los estudiantes son altos

se aplica a todos los *objetos* que son altos y por eso expresa una proposición universal, pues la *función proposicional*

⁵⁹ Para referirme a los cuantificadores usaré también la notación tradicional de cualquier manual de lógica (' \exists ' y ' \forall '), y no la notación fregeana original.

⁶⁰ No se ocupa en expresiones como 'la mayoría', 'una gran cantidad de', 'la minoría', 'uno y sólo uno'. Este último puede desprenderse de la combinación del cuantificador existencial y el universal, como lo hizo Russell en "On Denoting", 1905. Sin embargo, en la semántica de Frege esto no ocurre pues las frases denotativas se traducen como nombres propios: es decir, como constantes individuales, símbolos completos.

"_ es alto" es satisfecha por todos y cada uno de los *objetos* que son altos.

Los cuantificadores que explican la cantidad de las proposiciones son el cuantificador universal y el existencial. Su papel lógico es el de las *funciones de segundo nivel*, y se representan mediante los NF ' \exists ' para el cuantificador existencial, y ' \forall ' para el universal. Como los cuantificadores son *funciones* de segundo nivel, admiten como argumentos *funciones* de primer nivel. Por ejemplo, en la oración 'Juan es alto' dice que "Existe al menos un *objeto* que es alto", el cuantificador existencial representado por 'Existe al menos un *objeto* que _' toma como argumento a la *función* representada por '_ es alto'. De igual modo, la oración 'Todos los estudiantes son altos' dice que "Todo *objeto*, si es estudiante, entonces es alto" y el cuantificador universal representado por 'Todo *objeto* _' toma como argumento a la *función* representada por 'si x es estudiante, entonces x es alto'.

Los cuantificadores como *funciones* de segundo nivel, tienen una naturaleza esencialmente insaturada o incompleta, misma que comparten con los nombres que los representan. Dado que la naturaleza de los predicados, es la misma que la de las expresiones funcionales: insaturada⁶¹; y dado que los cuantificadores son *funciones* que admiten como sus argumentos a *funciones* de primer nivel, entonces los cuantificadores son predicados de predicados. Este es, como mencioné anteriormente, su papel lógico.

Veamos cómo funciona la teoría fregeana de la cuantificación para explicar en qué consiste el mecanismo que proporciona las condiciones semánticas. Comencemos con el cuantificador existencial. Supongamos que la oración

⁶¹ Frege 1892 versión española, p. 107.

Juan es alto

es verdadera. Esta oración expresa la proposición *El objeto Juan es alto*. Si lo que afirma esta oración es el caso, entonces podemos llegar a la conclusión de que existe o hay por lo menos un *objeto* que es alto. Nótese que estamos afirmando dos cosas: que existe un *objeto* y que es alto; y es precisamente la satisfacción de ambas condiciones lo que garantiza que la proposición particular sea verdadera.

Es importante advertir dos cuestiones. Primera, que al analizar la oración anterior, aplicamos el método de ahuecamiento, explicado anteriormente (supra secciones 3.1 y 3.2) y que podemos aplicarlo a cualquier oración que exprese una proposición particular; esto es, el método de ahuecamiento permite la construcción de un número infinito de expresiones funcionales. Segunda, la satisfacción de las condiciones semánticas exige que el dominio del discurso no sea vacío, pues debe contener al menos un *objeto*; y que tenga dicha propiedad. En otras palabras, ambas condiciones se formulan con base en la *función* conjuntiva.

En suma, el análisis alcanza la generalidad requerida: cualquier proposición *prima facie* particular puede representarse mediante el cuantificador existencial. El contenido o lo representado en el formalismo, es un pensamiento particular, pues es un pensamiento acerca de un *objeto* y la propiedad que se aplique: 'Juan es alto' se representa mediante 'Existe al menos un *objeto* y ese *objeto* es alto' y será verdadera si y sólo si en realidad existe al menos un *objeto* y este tiene la propiedad de ser alto.

¿Cuál es el contenido que representa la oración 'Todos los estudiantes son altos'? Si esta oración es verdadera, enton-

ces expresa al pensamiento "Todo *objeto*, si es estudiante, entonces es alto"; es decir, representa la verdad de la conjunción de todas las proposiciones verdaderas de la forma 'si x es un estudiante, entonces x es alto'. Puesto de otra forma, la condición semántica que debe satisfacerse para que el universal sea verdadero es un enunciado conjuntivo, cuyos conjuntos son todas y cada una de las proposiciones condicionales que a su vez satisfagan la condición semántica definida para el condicional, esto es, proposiciones como:

- Si Fernando es estudiante **entonces** es alto
- Si Fabián es estudiante **entonces** es alto
- Si Leticia es estudiante **entonces** es alto(a)
- Si Nelly es estudiante **entonces** es alto(a)
- Si Nephtali es estudiante **entonces** es alto

Así, si Nephtali fuera estudiante pero no alto, entonces la proposición *Si Nephtali es estudiante entonces es alto* no satisface las condiciones semánticas del condicional y no es un conjunto en el enunciado conjuntivo que hace verdadera a la proposición universal: "Todos los estudiantes son altos".

Resumiendo, el contenido expresado por las oraciones universales se representa en el lenguaje de la *Conceptografía* mediante una *función* de segundo nivel que toma por argumento otra de primer nivel. La *función de segundo nivel* expresa el pensamiento universal de *Todo objeto si es F entonces es G*; esto es, representa la verdad de la conjunción de las oraciones de la forma 'Si x es F entonces x es G'. De este modo, la verdad de cualquier proposición universal, depende precisamente, de la verdad de las oraciones particulares de la forma 'Si x es F entonces x es G' que la componen. Veamos a continuación dos aplicaciones de la teoría, ambas resuelven dos problemas. El primero se denominó el problema de la generalidad múltiple; el segundo, es el de evaluar

proposiciones existenciales negativas cuyo signo de argumento es vacío.

5.1 Aplicación de la cuantificación

5.1.1 Generalidad múltiple

Como he dicho anteriormente, la semántica fregeana formula el análisis de las proposiciones con base en la distinción argumento-función. Esta distinción provee la estructura representacional nombre de argumento-nombre de *función* y es una estructura lógica, no una estructura gramatical. La innovación de la teoría radica precisamente en este hecho, pues la gramática es un conjunto de reglas aplicable al lenguaje natural. Hay gramáticas española, francesa, inglesa, alemana, etc. y cada una de ellas difiere en sus reglas de composición. Por ejemplo, en español los adjetivos calificativos se colocan después de los sustantivos como en 'la casa roja', mientras que en inglés sucede exactamente lo contrario. Se asume, en cambio, que la "gramática" lógica no tiene este tipo de restricciones, pues las categorías de *argumento* y *función* se usan para representar y/o componer cualquier proposición que sea expresada en cualquiera de los lenguajes naturales. Entonces, la teoría de la cuantificación que se formula en esta semántica se aplica de forma irrestricta a cualquier proposición de cualquier lenguaje natural, y en particular a las proposiciones de generalidad múltiple.

Se llaman proposiciones de generalidad múltiple a las expresadas mediante oraciones como: 'Todos aman a todos', 'Todos aman a alguien', 'Alguien ama a todos', etc. Y deben su nombre al hecho de que el predicado 'amar a' relaciona términos generales. Así, por ejemplo las oraciones:

Alguien ama a Toño
Todos aman a Toño
Felipe ama a Toño
Toño ama a Felipe
Alguien ama a Alguien
Alguien ama a Todos
Todos aman a Todos

de acuerdo con el análisis tradicional, diferirían entre sí sólo porque unas relacionan sujetos particulares como 'Felipe ama a Toño', o 'Toño ama a Felipe'; y las otras, sujetos generales como 'Alguien ama a Todos', o 'Todos aman a Todos'. Entonces, uno y el mismo predicado '_ ama a_' relaciona dos tipos de sujetos: generales y particulares. El problema es que este análisis no ayudaba para explicar en general, qué condiciones deben satisfacerse para que las proposiciones tuvieran algún Valor de Verdad. Pues a pesar de que términos generales y particulares ocurrieran en la misma predicación, no había una explicación de cuáles son las condiciones semánticas que la predicación debe satisfacer en lo general.

En resumen, el análisis tradicional presenta por lo menos dos problemas: el primero es que toma por ejemplo, a 'Todos' y a 'Felipe' como términos iguales, en el sentido de que ambos pueden recibir el mismo tratamiento predicativo a pesar de la diferencia en la generalidad de 'Todos' y la particularidad de 'Felipe'. Por otro lado, dado que cada una de las oraciones anteriores cuenta con términos subjetivos diferentes, entonces para dar sus condiciones semánticas (las condiciones que harían verdadera o falsa a cada oración) parece que hay que revisar caso por caso. Aquí es el lugar en donde la teoría de la cuantificación muestra sus bondades. Veamos cómo se la aplica.

En cuanto al primer problema, Frege nos dice que 'Todos' y 'Felipe' no son términos subjetivos que sólo difieran en que 'Todos' se refiere a un sujeto general y 'Felipe' a uno particular, sino que difieren en que 'Todos' es un predicado de predicados, mientras 'Felipe' es un *NP*: hay una diferencia categorial, estas expresiones se categorizan de diferente modo, caen dentro de categorías diferentes.

En relación con el segundo problema, por medio de la teoría fregeana de la cuantificación se pueden dar condiciones semánticas de modo general. Se da un análisis general de las condiciones semánticas de las oraciones que se compongan a partir de ' ama a ' pues, como vimos anteriormente, la verdad de una proposición universal depende de la verdad de la conjunción de las oraciones particulares de la forma si es 'F entonces es G' que la componen. De este modo, con base en las condiciones semánticas de las oraciones particulares tenemos las condiciones semánticas de las oraciones universales y viceversa. Así, por ejemplo, si la oración

'Felipe ama a Toño'

es verdadera, entonces se concluye que existe por lo menos un *objeto* y que este ama a Toño. Las condiciones semánticas que deben satisfacer las proposiciones de la forma '*x* ama a *y*' son que exista por lo menos un *objeto* *x*, y que esté en la relación de amar a con *y*, sin importar que en el lugar de las variables ocurran nombres propios como 'Felipe' y 'Toño', o *NF* como 'Alguien' o 'Algún'.

Así, la oración 'Alguien ama a Toño' expresa el pensamiento de *Existe por lo menos un objeto que ama a Toño* y para que esa proposición fuera verdadera, es necesario que se satisfagan las condiciones semánticas definidas para el cuantificador existencial; a saber, que exista al menos un *objeto* y

que ese *objeto* se encuentre en la relación 'amar a' con el *objeto* Toño. La representación de esa proposición se compone a partir del *NF* de segundo nivel 'Alguien' ('Existe por lo menos un *objeto* que _'), y el *NF* de primer nivel '_ ama a Toño'.⁶²

Igualmente, oración 'Todos aman a Toño' que expresa el pensamiento de que *Todos aman a Toño* se representará a partir del *NF* de segundo nivel 'Todos' que podemos parafrasear como expresando el pensamiento "para todo (cualquier *objeto*) _" y el *NF* de primer nivel "_ ama a Toño". Y para que esta proposición universal fuera verdadera, habrían de satisfacerse las condiciones semánticas definidas para el cuantificador universal; es decir, habría de ser verdadero el enunciado conjuntivo que contiene a las proposiciones de la forma 'si Fx entonces Gx '.⁶³

En resumen, expresiones cuantitativas como 'algún', 'ningún', 'todo', 'nada' no son nombres ni términos subjetivos, sino predicados, conceptos o *funciones* de segundo nivel que se aplican a *funciones* primer nivel, las cuales son los argumentos adecuados para completarlos.

Para sustentar este análisis, en específico, para sustentar que 'Todos' representa un cuantificador, esto es, a un predicado de predicados, y no a un término subjetivo, Frege nos da el siguiente argumento en "Concepto y Objeto". Si quisiéramos negar la oración

Felipe ama a Toño

⁶² Como mencioné anteriormente (sección 1.2), para Frege, las relaciones son funciones de primer nivel.

⁶³ En sentido estricto, necesitaríamos adjudicar alguna propiedad al individuo que entra en relación con el *objeto* denotado por 'Toño'. Por ejemplo, suponer que si es humano, entonces ama a Toño.

y suponemos que tanto 'Felipe' como 'Toño' son términos subjetivos, entonces negamos que se establezca la relación entre ambos insertando una negación antes del predicado:

Felipe no ama a Toño

No insertamos la negación antes del nombre, pues no negamos al nombre sino a la relación, a la propiedad o la acción que el sujeto desempeñe o tenga. Y esto es así porque los términos subjetivos sirven para referirnos a individuos. ¡No negamos individuos! Ahora bien, si supusiéramos que la proposición universal

Todos ama a Toño

tiene la forma término subjetivo-término predicativo, para formular su negación habríamos de anteponer una expresión negativa al verbo; tenemos que poner un 'no' (o alguna otra expresión de negación), antes de la expresión 'aman' pues ni 'Todos' ni 'Toño' pueden admitirla puesto que son términos subjetivos. Por tanto, la negación de la oración anterior se expresaría de la siguiente manera

Todos no ama a Toño

tal y como lo hicimos antes al obtener la oración 'Felipe no ama a Toño'. Sin embargo, sostiene Frege, la negación de 'Todos aman a Toño' es precisamente que nadie lo ama:

Nadie ama a Toño

o dicho de otra forma "No es cierto que todos aman a Toño". Y "No es cierto que todos aman a Toño" no es otra cosa que anteponer la negación a lo que se supone es un término subjetivo: 'Todos'. Entonces o bien aceptamos que los térmi-

nos subjetivos pueden negarse o bien que estas expresiones no son términos subjetivos. Por supuesto, no parece aceptable sostener que los términos subjetivos se nieguen ¿qué sería eso? Entonces 'todos' no es un término subjetivo ni se refiere a un sujeto. La negación de cualquier proposición no es otra cosa que negar que la propiedad se predica del sujeto; y la negación de cualquier proposición no es otra cosa que decir que el *objeto* no cae bajo el concepto. Así, del hecho de que la negación se aplique a 'Todos', se puede concluir que este funciona como un predicado y no como un sujeto⁶⁴.

5.1.2 Existenciales negativos

Frege sostiene que el cuantificador existencial recoge el significado del predicado 'existe', que utilizamos coloquialmente en el lenguaje natural en oraciones como 'Hay un niño en esta cuna', 'Existe el alma pero no la veo', etc. Así, hemos expresado la cantidad particular de las proposiciones por medio del uso del predicado existe en 'Existe por lo menos un *objeto* que ...'. Sin embargo, no parece del todo obvio que el cuantificador existencial signifique lo mismo que nuestra expresión de existencia, pues aparentemente en el lenguaje natural usamos el predicado de existencia, para aplicarlo a *objetos*, decimos de los *objetos* que existen. Así, cuando afirmamos

Los fantasmas existen

⁶⁴ La negación de Todos aman a Toño, puede ser algo como *Ningún objeto ama a Toño* (*Ningún objeto si es humano, entonces ama a Toño*), o bien algo como *Todo objeto no ama a Toño* (*Todo objeto si es humano entonces no ama a Toño*). Esto es, la negación puede aplicarse tanto al predicado de primer nivel como al predicado de segundo nivel, esto depende del sentido que se quiera expresar. Sin embargo, basta con la posibilidad de que la negación se aplique a *Todos*, para mostrar que éste no es un término subjetivo, pues este tipo de términos no se niegan.

parece que lo que queremos decir es que los *objetos* que se denominan fantasmas existen, esto es, existe se aplica a estos *objetos*, como cuando aplicamos cualquier predicado de primer nivel, como en 'las rosas son rojas', 'el vino es rico', 'Bárbara es alta', etc. Sin embargo, si el cuantificador existencial recogiera el contenido de existencia expresado en el lenguaje natural, entonces este predicado se aplicaría a *objetos*, no a predicados, es decir, no tendría el papel lógico de ser un predicado de predicados. Entonces parece que el problema que tenemos es que lo que convencionalmente significamos con 'existe' es aplicar la propiedad de existir a los *objetos*, y no lo que se significa en el *Begriffsschrift* (*Conceptografía*). Frege aclara este problema diciendo que debe notarse que en la oración

hay por lo menos una raíz
cuadrada de 4

'hay', esto es, la existencia, no es algo que se esté diciendo del número dos o del menos dos, sino del *concepto ser raíz cuadrada de cuatro*,

[...] se dice [de este concepto] que no es
vacío⁶⁵

Las razones de Frege en favor de esta interpretación del predicado 'existe' son las siguientes. Recuérdese que dentro de la *Conceptografía* sólo son conceptos las *funciones* que arrojan un Valor de Verdad al ser completadas. Los conceptos son propiedades de los *objetos* y la existencia es una propiedad de propiedades; o *funciones de funciones*, por la sencilla razón de que los *objetos* no existen *per se*; es decir, "existir" sin más no tiene sentido para Frege. Los *objetos* existen *qua objetos*. Por ejemplo, yo existo como humana, mujer, etc., no

⁶⁵ Frege *Op. cit.*, p. 109.

soy un particular desnudo, sin propiedades. Por tanto, la existencia es una propiedad que acompaña a toda propiedad de primer nivel.⁶⁶

Así, cuando se afirma la existencia o la no existencia de algo, ese algo no es un *objeto*, sino un concepto, una *función proposicional*; se afirma que esa *función* no es vacía. Para ilustrar que es plausible el análisis de las expresiones de existencia como predicados de segundo nivel, analicemos la siguiente oración:

Pegaso no existe

Cualquiera que entienda esta oración podría afirmar que se trata de una oración Verdadera. Sin embargo, en Lógica sólo se consideran oraciones evaluables, esto es, susceptibles de tener un Valor de Verdad, a aquellas oraciones cuyos términos constituyentes tienen referencia. En el caso de la oración 'Pegaso no existe' no sólo tenemos una oración con un término ('Pegaso') que carece de referencia, sino que además parece que es precisamente esta carencia de referencia en el término 'Pegaso', lo que hace a la oración anterior una oración Verdadera. Si analizamos esta oración con base en la regla 1) de composición, dada en la sección 4.1 de esta tesis, vemos que se trata de una oración que no puede referirse a nada, pues uno de sus nombres constituyentes carece de referencia⁶⁷. Como la referencia de las oraciones, desde el punto de vista fregeano, son los Valores de Verdad, entonces

⁶⁶ Frege sostiene que esto no sólo es válido para su semántica, sino que así sucede también en el lenguaje natural, pues en este lenguaje también suponemos la existencia de los *objetos* de los que hablamos de una manera cuantificada, pues tenemos la pretensión de que nuestras oraciones sean evaluables; esto es, susceptibles de tener un Valor de Verdad.

⁶⁷ Recuérdese que la regla 1) de composición nos dice que si un nombre compuesto tiene un nombre constituyente que no denota, entonces el nombre compuesto tampoco denotará nada.

lo más natural será ver a esta oración como una oración que no tiene Valor de Verdad.

El problema al que nos enfrentamos es el siguiente, debido a que la oración 'Pegaso no existe' se nos presenta como una oración Verdadera aún a pesar de contener un término ('Pegaso') que no tiene referencia, entonces o bien, debemos abandonar la exigencia de que sólo son evaluables las oraciones cuyos términos constituyentes tienen una referencia (o en el caso de Frege eliminar la regla 1) de composición), o bien, aunque suene poco intuitivo, debemos afirmar que en realidad la oración 'Pegaso no existe' carece de Valor de Verdad.

El problema no es fácil, pues parece que ni podemos afirmar que la oración 'Pegaso no existe' carece de Valor de Verdad, ni podemos abandonar exigencia de que sólo son evaluables las oraciones cuyos términos constituyentes tienen una referencia. De este modo la pregunta que se plantea es ¿cómo puede ser que 'Pegaso no existe' sea una oración Verdadera si contiene un término ('Pegaso') que no se refiere a nada?

La respuesta de Frege es que la existencia no es un predicado que se aplique a *objetos*, sino a otros predicados (de primer nivel). De este modo, la oración 'Pegaso no existe' no debe analizarse como si se compusiera a partir del *NF* de primer nivel '_ existe' (que es negado), y el *NP* 'Pegaso' como su argumento, sino que debe analizarse como compuesta a partir del *NF* de *segundo nivel* 'existe', que es negado, y el *NF* de *primer nivel* '_ es Pegaso'. De este modo, la oración 'Pegaso no existe' puede parafrasearse como expresando el pensamiento

No existe por lo menos un *objeto* que es Pegaso.

Como mencioné anteriormente (supra sección 4.3, Cap. 4), tomo como equivalentes satisfacer y caer bajo un concepto. Su equivalencia radica en que en ambos casos se expresa el pensamiento *el concepto _ no está vacío*, pues si se afirma que un *objeto* satisface una *función*, entonces se está afirmando que esa *función* no está vacía, tiene por lo menos un *objeto*; de igual modo, si se afirma que existe por lo menos un *objeto* y este tiene cierta propiedad, esto es, cae dentro del concepto, entonces se afirma que el concepto no está vacío, pues tiene por lo menos un *objeto*. Así, podemos parafrasear la oración 'Pegaso no existe' como expresando el pensamiento de

El concepto ser Pegaso está vacío.

Analizando la oración 'Pegaso no existe' de esta forma, se puede afirmar la evaluabilidad y Verdad de la proposición que expresa, sin problema alguno: ya que el nombre 'Pegaso' se interpretó como un *NF*, entonces en realidad esta oración no contiene ningún término carente de referencia; y dado que no existe Pegaso, entonces el concepto "*_ es Pegaso*" está vacío, no tiene ni un *objeto* (que lo satisfaga), de modo que es verdadero afirmar que "Pegaso no existe"⁶⁸.

Nótese que al tomar el predicado existe, como un predicado de segundo nivel, se pueden construir proposiciones de existencia negativas con sentido, pues no se afirma la existencia de un *objeto*; o más específicamente, no se niega

⁶⁸ Este análisis es esencial para la formulación de la teoría de las Descripciones que Russell desarrolla en "On Denoting" [1905].

algo de un *objeto* que no existe, un *no-objeto*, sino que se afirma algo de un predicado, se dice que está vacío.

5.2 Problemas

5.2.1 ¿Satisfacción y caer bajo un concepto son equivalentes?

Puede ser problemático tomar como equivalentes a las nociones de satisfacción y de caer bajo un concepto⁶⁹. Los problemas surgen a partir de la forma en la que se expresan éstos, por ejemplo, podemos usar la oración

El concepto *F* es satisfecho

para decir que una *función* es satisfecha; mientras que para decir que algo cae bajo un concepto, usamos la oración

Existe por lo menos un *objeto* y cae bajo un concepto

Frege afirma que estas dos oraciones son equivalentes en cuanto al pensamiento que expresan: en ambos casos se dice de un concepto que no está vacío. La diferencias sintácticas de estas oraciones, no hacen obvia su identidad de contenido, pues nótese que en la primer oración, en la que se pretende predicar la satisfacción de una *función*, se usa un *NF* que aparentemente se aplica a *objetos*, pues el signo de argumento que la completa es un *NP*, los cuales, como hemos visto, se refieren a *objetos*; mientras que en la segunda oración en la

⁶⁹ Anteriormente mencioné uno de los problemas de esta equivalencia. A continuación expongo otro problema relacionado con el análisis del cuantificador existencial.

que se afirma que un *objeto* cae bajo un concepto se usa un *NF* de segundo nivel, que se aplica a un *NF* de primer nivel. De este modo, con base en la forma sintáctica de estas oraciones, parece que difieren no sólo en su forma, sino también en su contenido, esto es, parece que en el primer caso se predica algo de un *objeto*, mientras que en el segundo se predica algo de una *función*. La respuesta de Frege es que 'satisfacer' sólo se aplica a *funciones* que son conceptos, de este modo, en el caso de la primera oración, se expresa una predicación sobre un concepto que sin embargo, se representa por medio de un *NP*⁷⁰.

Si esto es el caso, entonces queda la pregunta de ¿cómo es que un *NP* representa a una *función* siendo que es una expresión saturada o completa, de modo que lo más natural sería pensar que no sólo nombra a un *objeto*, sino que además lo representa?

No voy a discutir cómo es posible esto, pienso que es plausible postular la identidad de contenido entre la noción de satisfacción y la noción de caer bajo un concepto, pues por un lado, dada la naturaleza de la noción de satisfacción, ésta sólo se aplica a las *funciones* que son conceptos, y no a los *objetos*: los *objetos* no se satisfacen, pues ni siquiera se completan; por otro lado, como ya mencioné, para que un concepto sea satisfecho basta con que un *objeto* tenga esta propiedad, y si un *objeto* cae bajo una propiedad entonces dicho concepto tiene por lo menos un *objeto* que cae en él, esto es, en ambos casos se dice de un concepto que no es vacío.

⁷⁰ Lourdes Valdivia 1987.

5.2.2 ¿Lo que se afirma en la Conceptografía se afirma en el lenguaje natural?

En el lenguaje natural, cuando expresamos una proposición como *Todos los estudiantes son altos*, como una proposición verdadera, aquello a lo que nos queremos referir es a *objetos* que son estudiantes y altos. Sin embargo, con base en el análisis dado anteriormente no necesariamente se da esto, pues podemos expresar una proposición verdadera como *Todos los estudiantes son altos*, y sin embargo, hablar de *objetos* que son altos pero no son estudiantes, o incluso, hablar de *objetos* que ni son altos ni son estudiantes. Veamos cómo es posible esto.

Con base en el análisis dado anteriormente, la proposición *Todos los estudiantes son altos*, se compone a partir de la *función* de segundo nivel *Para todo x* , y la *función* de primer nivel *Si x es estudiante, entonces x es alto*, pues expresa el pensamiento universal de que *Todo objeto si es F entonces es G* ; esto es, representa la verdad de la conjunción de las oraciones de la forma '*Si x es F entonces x es G* '. Dado que las oraciones en conjunción cuya verdad representa '*Todos los estudiantes son altos*', tienen la forma '*si x es un estudiante, entonces x es alto*', entonces, se trata de oraciones condicionales.

Como vimos anteriormente, las oraciones condicionales tienen una forma similar a la de los enunciados hipotéticos, pues no se realiza una afirmación sino que se expresa la relación hipotética entre el antecedente, que expresa la condición suficiente y el consecuente, que expresa la condición necesaria de la implicación; es decir, la relación hipotética de que si se diera el antecedente se daría el consecuente, pues están materialmente implicados. Con esto, vimos que el contenido conceptual del condicional solamente puede ser

falso cuando la implicación material no ocurre: cuando a pesar de que el *contenido conceptual* del antecedente es verdadero el del consecuente es falso.

Dado esto, podemos concluir, que dentro de las oraciones que conjuntamente hacen verdadera a “Todos los estudiantes son altos”, puede haber oraciones en las que la ‘*x*’ que ocurre en ‘si *x* es estudiante entonces *x* es alto’ se sustituya por un *objeto* que no es un estudiante, pero que sin embargo es alto, o incluso por un *objeto* que ni es estudiante ni es alto, pues estos dos casos, componen proposiciones condicionales verdaderas. Esto es, “Todos los estudiantes son altos” podría tener dentro de las oraciones cuya conjunción representa, a la oración

Si Jesús es estudiante, entonces Jesús es alto

la cual contiene al *NP* ‘Jesús’ que representa un *objeto* (individuo) alto, pero que sin embargo no es estudiante (es carpintero), o incluso podría tener a la oración

Si Fido es estudiante, entonces es alto

que contiene al *NP* ‘Fido’ que representa un *objeto* que ni es alto ni es estudiante, pues se refiere a un perro chihuahua sin ninguna educación.

Así, dado que la verdad de la proposición universal *Todos los estudiantes son altos*, depende precisamente de la verdad de las oraciones particulares de la forma ‘Si *x* es estudiante, entonces *x* es alto’ entonces, a pesar de que expresemos esta proposición con la pretensión de hablar de todos los *objetos* que son estudiantes y altos, también hablamos de todos los *objetos* que no son estudiantes e incluso pueden no ser altos.

Con esto, podríamos enumerar varios contra ejemplos a la tesis de que lo que se dice en la *Conceptografía* se dice también en el lenguaje natural:

El primero que mencionamos se refiere a las expresiones bien formadas, teóricamente significativas, pero absurdas para el lenguaje natural: '45 es güero', '2·Misha³+Misha', 'La luna es de queso es güero', etc.

El segundo se refiere al significado de 'existe' dentro de la teoría, en comparación con el significado que comúnmente tiene en el lenguaje natural. En la *Conceptografía*, 'existe' es una propiedad que se aplica a propiedades, mientras que en el lenguaje natural es una propiedad que se aplica a los *objetos*. Uno no dice por ejemplo *Nada cae bajo el concepto de la fuente de la juventud*, antes bien, simplemente dice *La fuente de la juventud no existe* o bien decimos cosas como *Existe los fantasmas* o *Hay treinta personas en la fiesta*, pero ¿realmente nos queremos referir al concepto de *ser fantasma* y al concepto de *estar en la fiesta*, o nos referimos a los *objetos* que se denominan fantasmas, y las personas que están en la fiesta?⁷¹

Finalmente, cuando en el lenguaje natural decimos que es verdad que *Todos los estudiantes son altos*, en efecto queremos afirmar de todos y cada uno de los estudiantes y sólo de ellos, que son altos. Nunca suponemos que nuestra afirmación es verdadera porque entre otras cosas, Jesús es un carpintero alto o Fido es un perro chihuahua sin educación.

⁷¹ En Herrera 1976 pp. 122-129 se analiza con más detalle la diferencia entre el contenido de las expresiones de existencia del lenguaje natural y la interpretación fregeana de las mismas, así como las diferencias entre el contenido de 'existe' y el contenido de 'hay' dentro del lenguaje natural.

Conclusiones

Analizamos la teoría fregeana de la cuantificación, por medio de la cual se determina por un lado el papel lógico de expresiones cuantitativas como 'algún', 'ningún', 'todo', 'nada'; y por otro, se proporciona un mecanismo mediante el cual se establecen las condiciones semánticas para cualquier proposición actual o posible. Dentro de esta teoría sólo son analizables las proposiciones que expresan dos tipos de cantidad: la cantidad universal y la particular.

Los cuantificadores que explican la cantidad de las proposiciones son el cuantificador universal y el existencial. Su papel lógico es el de las *funciones de segundo nivel*, de predicados de predicados. Como los cuantificadores son *funciones* de segundo nivel, admiten como argumentos *funciones* de primer nivel. Los cuantificadores como *funciones* de segundo nivel, tienen una naturaleza esencialmente insaturada o incompleta, misma que comparten con los nombres que los representan.

Vimos que cualquier proposición *prima facie* particular puede representarse mediante el cuantificador existencial. El contenido o lo representado en el formalismo, es un pensamiento particular: es un pensamiento acerca de un *objeto* y la propiedad que se aplique, y será verdadera si y sólo si en realidad existe al menos un *objeto* y éste tiene la propiedad descrita.

El contenido expresado por las oraciones universales se representa en el lenguaje de la *Conceptografía* mediante una *función* de segundo nivel que toma por argumento otra de primer nivel. Esta *función* expresa el pensamiento universal

de *Todo objeto si es F entonces es G*; esto es, representa la verdad de la conjunción de las oraciones de la forma 'Si x es F entonces x es G '. De este modo, la verdad de cualquier proposición universal, depende precisamente, de la verdad de las oraciones particulares de la forma 'Si x es F entonces x es G ' que la componen. O dicho de otra forma, la condición semántica que debe satisfacerse para que un enunciado universal sea verdadero es un enunciado conjuntivo, cuyos conjuntos son todas y cada una de las proposiciones condicionales que a su vez satisfagan la condición semántica definida para el condicional.

Vimos que una de las aplicaciones de la teoría cuantificacional es el análisis de proposiciones de generalidad múltiple. Se llaman proposiciones de generalidad múltiple a las expresadas mediante oraciones como: 'Todos aman a todos', 'Todos aman a alguien', 'Alguien ama a todos', etc.

Se da un análisis general de las condiciones semánticas de las oraciones que se compongan a partir de ' ama a ' pues, la verdad de una proposición universal depende de la verdad de la conjunción de las oraciones particulares de la forma 'Si es F , entonces es G ' que la componen. De este modo, con base en las condiciones semánticas de las oraciones particulares tenemos las condiciones semánticas de las oraciones universales y viceversa.

Las condiciones semánticas que deben satisfacer las proposiciones particulares de la forma ' x ama a y ' son que exista por lo menos un *objeto* x , y que esté en la relación de amar a con y , sin importar que en el lugar de las variables ocurran nombres propios como 'Felipe' y 'Toño', o NF como 'Alguien' o 'Algún'.

Expresiones cuantitativas como 'algún', 'ningún', 'todo', 'nada' no son nombres ni términos subjetivos, sino predicados, conceptos o *funciones* de segundo nivel que se aplican a *funciones* primer nivel, las cuales son los argumentos adecuados para completarlos.

Vimos que Frege sostiene que el cuantificador existencial recoge el significado del predicado 'existe' del lenguaje natural. Pues la existencia es una propiedad de los *objetos* cuantificados o de las cualidades de los *objetos*, y la existencia es una propiedad de propiedades; o *funciones de funciones*, porque los *objetos* no existen *per se*; es decir, "existir" sin más no tiene sentido. Por tanto, la existencia es una propiedad que acompaña a toda propiedad de primer nivel.

Al tomar a la existencia como un predicado de predicados, vimos que se puede explicar la evaluabilidad y verdad oraciones como 'Pegaso no existe', que se nos presenta como verdadera a pesar de contener un término ('Pegaso') sin referencia. 'Pegaso no existe' se analiza como 'El concepto ser Pegaso está vacío'.

A continuación analicé algunos problemas. En primer lugar, que "caer bajo el concepto" y "satisfacer" no parecen ser equivalentes si atendemos a la forma en la que se expresan: caer bajo un concepto se expresa por medio de un predicado de segundo nivel (Existe) que toma como signo de argumento un *NF* de primer nivel, mientras que satisfacer se expresa por medio de un predicado de primer nivel que toma como signo de argumento un *NP* que sin embargo debe representar una *función*.

A pesar de estos problemas sostuve que la equivalencia entre "caer bajo un concepto" y "satisfacer la función" son

funciones equivalentes porque ambas tienen la misma función semántica. La satisfacción de una función arroja el *Valor Verdadero*, y el caer bajo un concepto también arroja el *Valor Verdadero*.

Finalmente, concluí que a pesar de las virtudes de la teoría cuantificacional, hay dos problemas relacionados con la tesis fregeana de que sus representaciones perspicuas recojan el contenido de las oraciones del lenguaje natural. Primero, 'existe' es una propiedad que se aplica a propiedades, mientras que en el lenguaje natural es una propiedad que se aplica a los *objetos*. Segundo, cuando en el lenguaje natural decimos que es verdad algo como *Todos los estudiantes son altos*, queremos afirmar de todos y cada uno de los estudiantes y sólo de ellos, que son altos; nunca suponemos que nuestra afirmación es verdadera porque hablamos de altos que nos son estudiantes, o incluso de *objetos* que ni son altos ni son estudiantes.

Capítulo 6: La Cualidad

Hasta el momento hemos visto que Frege construyó una teoría en la que se da cuenta de la composición de las proposiciones dando además, un análisis semántico de la cantidad de las mismas. Hemos visto que las proposiciones son el contenido expresado por las oraciones, y que este contenido es el contenido de los juicios o contenido judicable, pues es informativo y evaluable. Vimos que el contenido expresado por las oraciones atómicas, se puede combinar por medio de las conectivas lógicas, lo cual se expresa por medio de oraciones moleculares, pero ¿qué hay con la cualidad afirmativa y negativa que en los análisis tradicionales se identificaba como un componente de las proposiciones?

En la tradición se pensaba que la cualidad afirmativa o negativa era un componente de las *proposiciones*. Sin embargo, Frege no la incluye entre los componentes proposicionales, pues como he venido discutiendo, las *proposiciones* se componen solamente de *funciones y objetos* o bien de *funciones* de segundo nivel y *funciones* de primer nivel. Sin embargo, tiene una respuesta acerca de qué es aquello que llamaron “cualidad”. La cualidad es una operación que se aplica a las *proposiciones* o *contenidos conceptuales*. Así, una vez que tenemos, o como dice Frege “reconocemos”, una *proposición* podemos afirmarla o negarla.

Como vimos anteriormente (sección 4.2.5), la negación es una operación que se aplica al *contenido conceptual* de la oración, digamos al de ‘M’; y porque es una operación mas no un constituyente, el *contenido conceptual* de ‘M’ no debe cambiar cuando le aplicamos la negación. Y en efecto, así sucede, porque cuando operamos una negación al *contenido* de ‘M’, obtenemos la representación compuesta ‘-M’, que no

tiene el mismo *contenido* que 'M'⁷²; pues si el *contenido* de 'M' representara a La Verdad, el de '¬M' representaría a La Falsedad; y viceversa, si 'M' representara a La Falsedad, 'M' representaría a la Verdad. Y es porque 'M' es verdadera, porque su *contenido* sigue siendo el mismo, que la negación de su *contenido* arroja una *proposición compuesta en negación*, arroja otra *proposición*, cuyo *Valor* es la Falsedad.⁷³

Pasemos ahora a la cualidad afirmativa.⁷⁴ Cuando se aplica la afirmación a una oración, se afirma su *contenido conceptual*, se afirma la *proposición*. Y nuevamente, la afirmación no es un componente de la *proposición*, sino una operación que le aplicamos a ella, por lo tanto, aplicar una afirmación al *contenido* no es cambiar al *contenido*. Simplemente es afirmarlo.

Como hemos visto, podemos construir *proposiciones simples*, que también he llamado atómicas y que son las que en secciones anteriores he denominado *NPs* compuestos, porque se obtienen mediante un *NF de primer nivel* y un *NP* no compuesto. A partir de las *proposiciones simples* y de las conectivas lógicas, obtenemos *proposiciones compuestas moleculares: conjuntivas, disyuntivas, condicionales, bicondicionales y negativas*. Entonces, podemos afirmar cualquier *proposición* atómica o molecular, y como la afirmación no es un componente de la *proposición*, la *proposición* original no tiene por qué cambiar. Y en efecto, éste es el caso. Revisemos muy brevemente qué pasa con ellas.

⁷² Nótese que podríamos apelar a la tesis fregeana de que el compuesto no es el objeto y la función a partir de los cuales se obtuvo. Agradezco a mi asesora esta indicación.

⁷³ Estoy parafraseando la presentación de L. Valdivia en su libro *Semántica de los términos singulares*. Cap. IV. UNAM-CNB, en prensa.

⁷⁴ En su *Begriffsschrift*, Frege diseña un símbolo para representar a la aserción '—' que no utilizo porque dificultaría mi exposición y daría lugar a confusiones con una de las simbolizaciones estándar de la negación.

6.1 *Afirmación de proposiciones atómicas*

Si 'M' representa a una *proposición verdadera*, "Afirmo que M", no cambia el *contenido* de 'M', simplemente estoy afirmando que 'M' es verdadera. Y si 'M' representara a una *proposición falsa*, estaría afirmando que 'M' es falsa.

6.2 *Afirmación de proposiciones moleculares de negación*

Suponiendo que 'M' fuera verdadera, si se afirmara el *contenido*, de la *proposición compuesta en negación* representada por ' $\neg M$ ', la afirmación de ese *contenido* no cambia al *contenido* afirmado. Por ejemplo: "Afirmo que $\neg M$ ", representa la afirmación de la *proposición* "no es el caso que M"; y la *proposición compuesta* representada por ' $\neg M$ ', no es la *proposición* representada por 'M'; luego, la afirmación de 'M': "Afirmo que M" no es la misma que la afirmación de ' $\neg M$ '. Puesto de otra manera, "Afirmo que $\neg M$ " y "Afirmo que M" son afirmaciones de *proposiciones distintas*. Por eso, la afirmación no cambia al *contenido* original. Ni la negación ni la afirmación cambian a las *proposiciones*. Entonces, como hemos visto, si 'M' representa La Verdad, ' $\neg M$ ' representa La Falsedad, y afirmar 'M' es afirmar la verdad, y afirmar ' $\neg M$ ' es afirmar la falsedad; y si 'M' representa La Falsedad, ' $\neg M$ ' representa La Verdad y nuevamente: afirmar 'M' es afirmar la falsedad, en tanto que afirmar ' $\neg M$ ' es afirmar la verdad.

Afirmar un *contenido* o una *proposición* es simplemente eso: *afirmarlo*. Si el *contenido* es una *proposición* atómica

verdadera, afirmamos un *contenido atómico verdadero*; si se trata de una *proposición atómica falsa*, afirmamos un *contenido atómico falso*; si es una *proposición molecular negativa falsa verdadera*, afirmamos un *contenido molecular negativo falso verdadero*; si es una *proposición disyuntiva verdadera falsa*, afirmamos una *proposición disyuntiva verdadera falsa*; y así sucesivamente con todas las *proposiciones compuestas*, actuales y posibles.

En resumen, la afirmación y la negación son operaciones que se aplican a las proposiciones, esto es, al contenido de las oraciones. La afirmación y la negación pueden aplicarse a proposiciones atómicas y moleculares, de este modo, pueden aplicarse a proposiciones conjuntivas, disyuntivas, condicionales, etc., y también a proposiciones negadas o afirmadas.

Conclusiones

Vimos que la cualidad afirmativa y negativa no la incluye Frege entre los componentes proposicionales, pues las *proposiciones* se componen solamente de *funciones y objetos* o bien de *funciones* de segundo nivel y *funciones* de primer nivel. La cualidad es una operación que se aplica a las *proposiciones* o *contenidos conceptuales*. Una vez que tenemos, o “reconocemos” una *proposición*, podemos afirmarla o negarla. De este modo, la cualidad se aplica a cualquier *proposición* atómica o molecular.

Dado que la cualidad es una operación y no un constituyente de las proposiciones, el *contenido conceptual* de una oración no cambia cuando le aplicamos la negación y/o la afirmación.

En resumen, las proposiciones se constituyen ontológicamente a partir de *objetos y funciones*; una vez compuestas tenemos un *contenido conceptual* que representamos mediante un *NP*. Ese contenido se cuantifica como universal o particular; se afirma, se niega y es juzgado como verdadero o falso.

Capítulo 7: La Verdad

Hasta el momento hemos visto que la verdad es uno de los *objetos* a los cuales se refieren las oraciones. Las oraciones que se refieren a Lo Verdadero son aquellas que expresan proposiciones o pensamientos verdaderos; y para que el resultado de la saturación de una *función proposicional* de como *Valor* lo Verdadero, los *objetos* que la completan deben además satisfacerla, deben caer bajo el concepto. La razón de que al final de todo este proceso, el resultado sea que las oraciones son los nombres de Lo Verdadero, se encuentra en la manera en la que se diseña todo el sistema; a saber, es un sistema composicional, veritativo funcional y categorial.

Debido a la composicionalidad, la saturación de las *funciones* proposicionales, o si se quiere, la "composición" de expresiones completas da como resultado nombres propios. En otras palabras, el resultado de la composición es el tránsito de una categoría a otra: de *NF* a *NP*. Una vez que se tiene un *NP*, debido a que la semántica es veritativo funcional, las partes que componen al *NP* contribuyen con un Valor semántico al resultado total: al Valor de Verdad de la oración. Finalmente, como los Valores de Verdad y las expresiones saturadas se corresponden categorial y ontológicamente, las oraciones nombran Valores de Verdad.

Hasta aquí, la idea entonces es que la verdad es el *objeto* nombrado por las oraciones verdaderas. Sin embargo hay otra idea que compete con ésta: cuando saturamos una *función proposicional* con un signo de argumento que la satisface, decimos que la oración es verdadera. Esto es, aplicamos la expresión "es verdad" tal y como aplicaríamos algún predicado. Entonces resulta que la verdad se comportaría como una

propiedad, no como un *objeto*. La tensión entre ambas tesis se encuentra en el siguiente párrafo.

[...] we can not recognize a property of a thing without at the same time finding the thought *this thing has this property* to be true. So with every property of a thing there is tied up a property of a thought, namely truth. It is also worth noticing that the sentence 'I smell the scent of violets' has just the same content as the sentence 'Its true that I smell the scent of violets'. So it seems, then, that nothing is added to the thought by my adscribing to it the property of truth. And yet is it not a great result when the scientist after much hesitation and laborious research can finally say 'My conjecture is true'? The meaning of the word 'true' seems to be altogether *sui generis*.⁷³

7.1 La verdad como predicado

Analícemos la primera parte del párrafo anterior. Se dice que cada vez que reconocemos que una cosa tiene una propiedad, reconocemos al mismo tiempo una propiedad del pensamiento o proposición: su verdad. De modo que reconocemos la propiedad de la verdad de una proposición cuando reconocemos que una proposición es verdadera. Dado que la verdad parece ser una propiedad de las proposiciones, ¿por qué no tomarla como un predicado?

Si la verdad es un predicado, ¿qué tipo de predicado es, de primer o de segundo nivel? Para determinar esto, analicemos una vez más qué son las proposiciones y cómo se repre-

⁷³ Frege 1918-19 versión inglesa, p.

sentan. Contamos con uno y el mismo mecanismo para construir dos tipos de proposiciones:

- 1) **Proposiciones atómicas:** Vimos que éstas se componen a partir de *objetos* y *funciones* de primer nivel. Así, el resultado de la saturación de un *NF* de primer nivel por un *NP*, es un *NP* que representa un contenido, esto es, un *objeto* que es un Valor de Verdad. Las proposiciones atómicas se representan por medio de *NPs* compuestos, pues se compusieron a partir de dos elementos: uno saturado y otro predicativo.

- 2) **Proposiciones moleculares:**
 - a) Vimos que por medio de las conectivas lógicas se pueden construir proposiciones moleculares, que se denominan así, pues se componen a partir de proposiciones atómicas. Dado que las proposiciones atómicas se representan por medio de *NPs*, y dado que las conectivas lógicas se representan por medio de *NF*, entonces a fin de cuentas, las proposiciones moleculares se componen una vez más a partir de *objetos* y *funciones* a nivel semántico; y su representación se compone a partir de *NPs* y *NF*. Una vez más, el resultado de la saturación de las *funciones de verdad* por los *objetos* que sirven como sus argumentos, es un *objeto*: un Valor de Verdad que es su un contenido preposicional. Las proposiciones moleculares también se representan por medio de *NPs* compuestos, pues al igual que las anteriores, se compusieron a partir de dos elementos, uno saturado y el otro predicativo.

- b) Vimos que por medio de los cuantificadores también se pueden construir proposiciones moleculares. La diferencia entre estas proposiciones y las anteriores es que éstas últimas se componen a partir de una *función* de segundo nivel y una de primer nivel. Sin embargo, el resultado de la composición es una vez más un *objeto* que es un Valor de Verdad, un contenido proposicional. Y el resultado sintáctico necesariamente es un *NP*, una vez más, compuesto.

Frege nos dice:

[...] el argumento no forma parte de la función, sino que constituye, junto con la función, un todo completo [...] ⁷⁶

por eso, el resultado de la saturación de una *función* por un *objeto*, no es una *función saturada*, sino un *objeto*. De este modo, pese a las diferencias de nivel de las *funciones* e incluso del tipo de *objetos* a los que se refieren los signos de argumento, en todos los casos lo que obtenemos es un *objeto*, un contenido proposicional. Las proposiciones se representan por medio de expresiones saturadas o completas, esto es, por medio de *NPs* (compuestos). Y aunque se dice que las proposiciones pueden ser atómicas o moleculares, esto sólo se refiere a la forma en la que se componen, a fin de cuentas, sólo hay dos tipos de proposiciones: las verdaderas y las falsas. O dicho de modo más claro, el contenido proposicional de las oraciones sólo es o bien Lo Verdadero, o bien Lo Falso.

Dado que las proposiciones son *objetos* que se representan por medio de *NPs*, entonces la verdad no puede ser un

⁷⁶Frege 1891-a versión española, p. 22.

predicado de segundo nivel, pues este tipo de predicados toman como argumento *funciones de primer nivel*, y como signos de argumento *NF* (de primer nivel). De este modo, parece que la verdad sólo podría ser un predicado de primer nivel, pues este tipo de predicados toman como argumentos a *objetos*, y como signos de argumento a *NPs*. Supongamos que el predicado verdad se representa por medio de 'x es Verdadero', entonces con base en éste podemos construir

A Juan le gusta el Metal es verdadero.

6+5=30 es verdadero.

Hésperus es idéntico a Fósforus es verdadero.

Escribo mi tesis y estoy desesperada es verdadero.

Existe un objeto y es alto es verdadero.

Todo objeto si es estudiante entonces es alto, es verdadero.

y así, podemos completar 'x es verdadero' con cualquiera de las oraciones atómicas y moleculares con las que contamos, esto es, con los *NPs* de los Valores de Verdad. Dado que 'x es verdadero' se ha saturado con *NPs* de los Valores de Verdad, entonces se predicará la verdad precisamente de estos *objetos*, esto es, de Lo Verdadero o de Lo Falso.

Supongamos ahora que la oración 'A Juan le gusta el Metal' se refiere a Lo Verdadero, ¿qué significa predicar la verdad de la verdad? pues una tautología: la verdad es verdad. Tomemos ahora la oración '6+5=30' esta oración se refiere a Lo Falso, pues la proposición *Seis más cinco es idéntico a treinta* es falsa. ¿Qué significa predicar la verdad de la falsedad? Una contradicción: lo falso es verdadero.

Al tomar a la verdad como un predicado, nos vemos tentados a hacer lo mismo con la falsedad. El predicado de lo

falso se aplicaría exactamente de la misma forma que el predicado de verdad, y nos llevaría a los mismos resultados. Porque si aplicamos el predicado 'x es falso' a la proposición verdadera *A Juan le gusta el Metal*, estaremos predicando lo falso de lo verdadero, esto es, llegamos a una contradicción: lo verdadero es falso. Y de igual modo si aplicamos el predicado 'x es falso' a la proposición falsa representada por ' $6+5=30$ ' llegamos a una tautología: lo falso es falso.

Como el contenido de las oraciones sólo puede ser o bien Lo Verdadero o bien Lo Falso, entonces al aplicar 'x es verdad' a una proposición verdadera obtendremos una tautología y al aplicarlo a una proposición falsa una contradicción. Y de igual modo, si aplicamos el predicado 'x es falso' sólo obtendremos o bien una contradicción o bien una tautología.

Frege rechaza que la verdad sea un predicado. La verdad para él es una noción inmanente e indefinible⁷⁷; y no agrega nada al contenido de la oración, pues *la oración 'Huelo el aroma de las violetas' tiene el mismo contenido que la oración 'Es verdad que Huelo el aroma de las violetas'*.

En resumen, hay dos razones para rechazar que la verdad es un predicado, la primera, que es la que yo argumenté, consiste en que si tomamos a la verdad como un predicado, esto es, si sostenemos que éste es su papel lógico, entonces sólo podemos obtener contradicciones o tautologías; la segunda es, como nos dice Frege, que la verdad no añade nada al contenido de las oraciones.

⁷⁷ Aunque el argumento anterior no es elaborado por Frege se construyó totalmente con base en los recursos de la teoría dados hasta ahora.

7.2 ¿La verdad es una operación que se aplica a las proposiciones?

Dado que se ha notado que la verdad no añade nada al contenido de las oraciones, posiblemente podría pensarse que tal vez se trata de una *operación* que se aplica a las proposiciones.

Recuérdese que identificamos dos operaciones: la afirmación y la negación, las cuales no añaden nada a la proposición original, pero sirven para construir nuevas proposiciones⁷⁸. La afirmación y la negación son operaciones semánticas, porque como vimos, uno puede componer a partir de éstas nuevos contenidos que se completan semánticamente; es decir, cada componente aporta un Valor al contenido total de las proposiciones. Por ejemplo, sea P la proposición *Huelo el aroma de las violetas*. Supongamos que esta proposición es verdadera y apliquémosle la negación, lo que se expresa por medio de '¬P'. Al aplicar la negación a P obtenemos una nueva proposición: ¬P; es decir, obtenemos el contenido proposicional de lo Falso, pues 'Huelo el aroma de las violetas' que tiene como contenido proposicional Lo Verdadero funciona como el argumento que satura a la función de verdad de la negación⁷⁹.

No podemos tomar a la verdad como una operación que se aplica a las proposiciones, pues si se aplica "es verdad" a la proposición *Huelo el aroma de las violetas*, no se obtiene una nueva proposición compuesta, sino que

⁷⁸ Me hago cargo de una dificultad que no discuto en mi tesis: la afirmación no agrega nada a la proposición que se afirma, pero no es claro que permita construir una nueva proposición.

⁷⁹ Como se vio anteriormente, la negación es una operación que se aplica a las proposiciones, sin embargo, también podemos explicar su funcionamiento como una función de verdad o conectiva lógica.

[...] la oración 'Huelo el aroma de las violetas' tiene el mismo contenido que la oración 'Es verdad que Huelo el aroma de las violetas'.

Es decir, ambas oraciones se representarían como P porque la expresión 'es verdad' no tiene la función de una operación que se aplica a las proposiciones. Si la verdad fuera una operación de las proposiciones, entonces aunque no añadiría nada al contenido de la proposición al "aplicársela", deberíamos obtener una nueva proposición, tal y como ocurre en el caso de la negación, por ejemplo. Sin embargo, al "aplicar" la verdad a una proposición no se compone un nuevo contenido o proposición, sino que estamos ante uno y el mismo contenido: 'Huelo el aroma de las violetas' tiene el mismo contenido que 'Es verdad que Huelo el aroma de las violetas'.

Hasta ahora hemos negado que la verdad sea un predicado y una operación, pero ¿qué es entonces? Frege nos dice que el significado de 'verdad' es *sui generis* pues aunque la verdad no puede ser un predicado ni una operación que se aplique a las proposiciones, es una noción ampliativa. Analicemos esto.

7.3 La verdad como una noción ampliativa

Supongamos que Copérnico dice:

Mi conjetura es verdadera

Y cuando habla de "su conjetura", se refiere a la proposición *La tierra gira al rededor del sol*. Frege nos dice que es un gran resultado cuando alguien, después de muchas dudas y laboriosa investigación, puede al fin decir "Mi conjetura es verdadera."

¿En qué consiste el gran resultado de poder decir “Mi conjetura es verdadera”? En que se reconoce la verdad de la proposición, esto es, en que sabemos que hemos conocido una propiedad de un *objeto*. De este modo, parece que se está utilizando “es verdadera” para expresar el reconocimiento de que es verdad que La tierra gira al rededor del sol. Esto es, se conoce que el *objeto* Tierra, no sólo completa a la *función* que representa ‘x gira al rededor del sol’, sino que además la satisface, o en otras palabras, el *objeto* Tierra, cae bajo el concepto *girar al rededor del sol*. Por lo tanto, parece que el carácter ampliativo de la noción de verdad consiste en reconocer la verdad de la proposición; es decir consiste en reconocer que la *función* a partir de la cual se compone la proposición no sólo es completada por un *objeto*, sino que además es satisfecha por éste.

Si el carácter ampliativo de la noción de verdad consiste en conocer que la *función* a partir de la cual se compuso la proposición no sólo fue completada por un *objeto*, sino que además fue satisfecha por éste, entonces nos encontramos con el problema de que no se ve cuál sería la diferencia entre el carácter ampliativo de la noción de verdad y el carácter de la noción de satisfacción: ambos ocurren cuando un *objeto* cae bajo un concepto. Dicho de otra forma, si la razón por la cual decimos que la noción de verdad es ampliativa es porque reconocemos que el *objeto* cae bajo el concepto; pero igualmente decimos que el concepto se satisface cuando el *objeto* cae bajo el concepto, entonces ¿cuál es la diferencia entre el carácter ampliativo de la noción de verdad y ‘satisfacer’? La razón por la cual un *objeto* satisface a un concepto es porque cae bajo el concepto, y la razón de que la verdad es una noción ampliativa es la misma.

7.4 Problemas

7.4.1 ¿El carácter ampliativo de la noción de Verdad consiste en "satisfacer"?

Cuando reconocemos que una propiedad es satisfecha por un *objeto*, reconocemos simultáneamente que la proposición es verdadera. Uno está tentado a suponer que reconocer que algo satisface la propiedad, es lo mismo que reconocer que la proposición es verdad. Y aunque el reconocimiento de que la proposición es verdadera es obvio, parece que no es obvio el reconocimiento de que un *objeto* tiene una propiedad; no es trivial el conocimiento de que la propiedad es satisfecha por el *objeto*. O en otras palabras "El descubrimiento de que cada mañana no se levanta un nuevo sol, sino que siempre es el mismo, fue ciertamente uno de los descubrimientos más trascendentales de la astronomía. Aún ahora, el reconocimiento de un pequeño planeta o de un cometa no es siempre algo evidente."⁸⁰

Pero el carácter ampliativo de la noción de verdad no consiste en que ocurra la satisfacción, pues si bien el reconocimiento de la verdad de una proposición depende de que el *objeto* caiga bajo el concepto, la satisfacción de la *función* es la condición necesaria y suficiente para que el *NP* compuesto se refiera a Lo Verdadero, pues si el *NP* compuesto no se refiriera a la verdad ¿cómo podríamos reconocerla? De este modo, debemos tener el contenido proposicional: Lo Verdadero, para poder reconocerlo. Esto es, se reconoce la verdad de una proposición, cuando el contenido proposicional de la oración que la representa es Lo Verdadero.

⁸⁰ Frege 1891-b versión española, p. 24.

Dicho de otro modo, no podemos decir que el carácter ampliativo de la verdad consiste en que ocurra la satisfacción, pues satisfacción es una noción semántica, mientras que el carácter ampliativo de la verdad no lo es, y además conlleva un elemento epistemológico, a saber, *conocer que la función* a partir de la cual se compone una proposición no sólo es completada por un *objeto* sino que además es satisfecha por éste.

Resumiendo, hasta ahora hemos visto que la verdad no puede ser un predicado pues al aplicarla como un predicado, sólo obtenemos contradicciones o tautologías, además de que no se añade nada al contenido de las oraciones. Vimos que no puede ser una operación, pues aunque no añade nada al contenido de las oraciones, tampoco sirve para componer nuevas proposiciones. Pero aceptamos que la verdad es una noción ampliativa, pues cuando reconocemos la verdad de una proposición conocemos que la *función* a partir de la cual se compone no sólo es completada por un *objeto*, sino que además es satisfecha por éste. Aunque se reconoce la verdad de una proposición cuando ocurre la satisfacción, no podemos decir que el carácter ampliativo de la verdad consiste en que ocurra la satisfacción, pues la satisfacción de una *función proposicional* es condición necesaria y suficiente para que un *NP* compuesto se refiera a Lo Verdadero, además de que el reconocimiento de la verdad conlleva un elemento epistemológico. Por todas estas razones pienso que no hay y no puede haber en la *Conceptografía* un recurso semántico extensional que recupere el carácter ampliativo de la noción de verdad. Esto es, si la tesis de que la noción de verdad es ampliativa de nuestro conocimiento conlleva un elemento epistemológico, parece que dentro de la *Conceptografía* no se puede representar el carácter ampliativo de la verdad, cuando queremos señalar la novedad o el descubrimiento de lo que hemos conocido. Dicho de otra forma, la *Conceptografía*

carece de la grafía para representar “el Valor cognoscitivo de la proposición”⁸¹, pues es una semántica extensional, o como la denomina Coffa “monista”. Analicemos este problema.

7.4.2 ¿Dónde se ubica el “Valor cognoscitivo” de la proposición?

En el análisis de las proposiciones dado hasta ahora, sólo hemos contado con dos elementos, lo representado y su representación, esto es, los signos y aquello a lo que éstos se refieren. Con base en estos elementos, vimos que no se da una correspondencia irrestricta entre diferencias y semejanzas sintácticas y de contenido, de modo que un mismo contenido puede expresarse por medio de “expresiones” sintácticamente diferentes; y la identidad de *contenido conceptual* depende de la identidad de referencia. Por lo tanto, dentro de la *Conceptografía* todas las oraciones verdaderas tienen el mismo contenido conceptual, pues todas las oraciones verdaderas tienen la misma referencia; igualmente todas las oraciones falsas tienen el mismo contenido conceptual, pues todas las oraciones falsas tienen la misma referencia: la verdad es el contenido proposicional de las oraciones verdaderas y la falsedad es el contenido proposicional de las oraciones falsas ¿Pero no es extraño ver a todas las oraciones verdaderas o falsas como expresando el mismo contenido?

Por ejemplo cuando alguien nos dice “Los ovocitos de *Xenopus* son los ovocitos de *Xenopus*”, nuestra reacción más natural es asentir sin más e incluso preguntarnos por la relevancia de tal enunciación. Sin embargo, cuando alguien nos dice “Los ovocitos de *Xenopus* son células gigantes que cuando se les insertan proteínas de neuronas las reproducen”,

⁸¹ En 1891-b versión española, p. 25. Frege habla del Valor cognoscitivo de los enunciados para referirse al conocimiento que estos nos proporcionan.

nos podemos sentir interesados por tal enunciación y preguntarnos sobre los procesos que hacen posible esto, o la forma en la que esto se descubrió, las posibles semejanzas entre dos células: un huevo de rana y una neurona, etc. Es decir, conocemos nuevas propiedades de un *objeto*: de los ovocitos de *Xenopus*. Nótese que estamos frente a dos enunciados que expresan la identidad de uno y sólo un *objeto* consigo mismo (pues ambas proposiciones son verdaderas acerca del mismo *objeto*), y sin embargo, se nos presentan como enunciados diferentes. ¿En qué radica su diferencia?

Podemos identificar por lo menos dos diferencias en estos enunciados: una en cuanto a lo que expresan y la otra en cuanto a su Valor cognoscitivo, esto es, en cuanto al conocimiento que proveen. Veamos cuál es el Valor cognoscitivo de estos enunciados:

'Los ovocitos de *Xenopus* son los ovocitos de *Xenopus*'⁸² no nos proporciona ningún conocimiento, es un enunciado totalmente trivial; mientras que 'Los ovocitos de *Xenopus* son células gigantes que cuando se les insertan proteínas de neuronas las reproducen' nos proporciona nuevo conocimiento, nos habla de propiedades de los ovocitos que no son obvias. Se abre, la posibilidad de hacer investigación sobre el comportamiento y la composición de las células, con base en estas células gigantes; la posibilidad de investigar sobre posibles semejanzas entre dos células diferentes como los huevos de rana y las neuronas; e incluso, nos muestra que podemos

⁸² El enunciado que expresa el descubrimiento de que cada mañana no se levanta un nuevo sol, sino que siempre es el mismo, podría verse como un enunciado de la forma 'El sol es idéntico al sol', esto es, 'a=a', y por lo tanto, sería un enunciado *prima facie* trivial, y similar al que ahora ejemplifico. Sin embargo, este no es el caso, la idea detrás "Cada mañana no se levanta un nuevo sol, sino que siempre es el mismo" no es trivial, porque su forma lógica es 'a=b' dado que el sol de ayer se representa por medio de 'a' y el sol de hoy se representa por medio de 'b'.

hacer investigación sobre neuronas con base en células diferentes de éstas.

Nótese que aunque los dos enunciados son igualmente verdaderos difieren en su Valor cognoscitivo: el primero no tiene Valor cognoscitivo alguno pues es un enunciado trivial, mientras que el segundo tiene Valor cognoscitivo pues amplía nuestro conocimiento.

A partir de las diferencias en el Valor cognoscitivo de estos enunciados, podemos explicar diferencias en lo que expresan sus oraciones, esto es, parece que no es lo mismo referirnos a los huevos de *Xenopus* por medio de 'Los ovocitos de *Xenopus*' que referirnos a ellos por medio de 'Las células gigantes que cuando se les insertan proteínas de neuronas las reproducen', pues estas diferencias sintácticas en los *NPs* de los ovocitos de *Xenopus* plasman diferencias en el conocimiento que tenemos sobre los huevos de estas ranas.

En resumen, hemos tomado dos enunciados de identidad verdaderos del mismo *objeto*, que difieren en cuanto a lo que expresan y en cuanto al conocimiento que nos proporcionan sobre un *objeto*, esto es, en cuanto a su Valor cognoscitivo. Dicho de modo más claro, hemos tomado dos enunciados verdaderos de identidad que difieren en la forma en la que se refieren a un *objeto* y en el conocimiento que nos proporcionan.

Nótese que como el Valor cognoscitivo de los enunciados se refiere al conocimiento que nos proporcionan, entonces sólo podrán tener un Valor cognoscitivo los enunciados verdaderos. Sin embargo, hemos visto que la verdad de los enunciados no es suficiente para tener un Valor cognoscitivo, pues además es necesario que sea un enunciado no trivial: sólo

tienen Valor cognoscitivo los enunciados verdaderos que no son triviales.

¿Cuál es la relación entre lo expresado por los enunciados y su Valor cognoscitivo? Podemos sostener que expresar algo es una propiedad de todo símbolo⁸³. De modo que tanto los enunciados verdaderos como los falsos expresan algo. Sin embargo, según lo que expresen los enunciados verdaderos estos pueden o no tener un Valor cognoscitivo: un enunciado verdadero tiene Valor cognoscitivo o amplía nuestro conocimiento si expresa nuevas propiedades de los *objetos*, propiedades que no son obvias. En resumen, si un enunciado tiene Valor cognoscitivo, entonces es verdadero y expresa algo no trivial, de modo que puede suceder que un enunciado sea verdadero y exprese algo, pero no tenga Valor cognoscitivo, pues no exprese nuevas propiedades de los *objetos*; es decir, el enunciado es trivial, no informativo.

Ahora podemos notar lo extraño que es tomar a todas las oraciones verdaderas como expresando el mismo contenido. Y es de suponer que por ejemplo las oraciones

La nieve es blanca.
 Venus es La estrella matutina.
 Venus es La estrella vespertina.
 Una ostra es una ostra.
 La tierra gira al rededor del sol.
 Estoy harta.
 A Juan le gusta el Metal es verdadero.
 La cocina está sucia.

son oraciones que difieren en cuanto a lo que expresan y en cuanto al conocimiento que nos proporcionan. En el caso de

⁸³ "Un nombre propio (palabra, signo, fila de signos o expresión) expresa su sentido y se refiere a su referencia o la designa." Frege *Op. cit.*, pp. 28-29.

las oraciones falsas, tampoco podemos verlas como expresando el mismo contenido proposicional, sino diferentes contenidos.

La luna es de queso.
Antonio es aprehensivo.
Cada mañana sale un nuevo sol.
Pavel es chaparro.
La tierra es plana y el centro del universo.
Felipe es veracruzano

Son oraciones falsas, que por lo tanto no tienen Valor cognoscitivo pero difieren en lo que expresan.

Retomemos ahora el ejemplo de Frege sobre el carácter ampliativo de la noción de verdad, cuando el científico puede al fin decir "Mi conjetura es verdadera". Parece que cuando Frege habla del carácter ampliativo de la noción de verdad se refiere al Valor cognoscitivo de la proposición, esto es, al conocimiento que ésta provee. Pues por ejemplo, el reconocimiento de la verdad de *Los ovocitos de Xenopus son células gigantes que cuando se les insertan proteínas de neuronas las reproducen* constituye un avance en nuestro conocimiento ya que esta proposición nos proporciona nuevo conocimiento. Mientras que el reconocimiento de la verdad de *Los ovocitos de Xenopus son los ovocitos de Xenopus* no representaría un avance en nuestro conocimiento, pues esta proposición es trivial.

Dado que el Valor cognoscitivo de los enunciados verdaderos depende de cómo sus términos se refieren al *objeto*, y si el modo en que sus términos se refieren al *objeto* expresa las propiedades de los *objetos*, entonces no es de sorprendernos que cuando un *objeto* satisface a una *función*, el

NP compuesto tenga un modo de referir. Así, pues, no es de sorprendernos que el reconocimiento de la verdad de la proposición *Los ovocitos de Xenopus son células gigantes que cuando se les insertan proteínas de neuronas las reproducen*, constituya un avance en nuestro conocimiento acerca de los ovocitos de *Xenopus*, pues expresa propiedades no obvias, propiedades que hemos descubierto; mientras que el reconocimiento de la verdad de la proposición *Los ovocitos de Xenopus son los ovocitos de Xenopus* no representa un avance en nuestro conocimiento, pues éste enunciado difiere del primero en el modo en que sus términos se refieren al *objeto*.

Ahora podemos ver que con los elementos con los que cuenta la *Conceptografía*, no se pueden explicar las diferencias en el Valor cognoscitivo de los enunciados verdaderos. Pues, como hemos visto, en términos extensionales todas las oraciones verdaderas tienen el mismo contenido preposicional: Lo Verdadero. De este modo, 'Los ovocitos de *Xenopus* son células gigantes que cuando se les insertan proteínas de neuronas las reproducen' y 'Los ovocitos de *Xenopus* son los ovocitos de *Xenopus*' son oraciones que expresan uno y el mismo contenido proposicional: Lo Verdadero. Esto es, no se distingue lo que expresa cada una de estas oraciones y no se diferencia el Valor cognoscitivo de estos enunciados.

Posiblemente es a partir de motivaciones como éstas, que Frege introduce la noción de *sentido*⁸⁴, que es un ingrediente semántico diferente de la referencia, el cual también juega un papel dentro de la composición de las proposiciones. Esto es, posiblemente Frege introduce un nuevo elemento del signifi-

⁸⁴ Como ya he mencionado anteriormente, no voy a exponer en esta noción en esta tesis.

cado para dar cuenta de las diferencias en el Valor cognoscitivo de los enunciados. De hecho Frege nos dice:

Nunca podemos quedarnos tan sólo con la referencia de un enunciado; pero tampoco el mero pensamiento nos proporciona ningún conocimiento, sino únicamente el pensamiento junto con su referencia [...]»⁸⁵

Para poder dar cuenta del carácter ampliativo de la verdad, esto es, del Valor cognoscitivo de los enunciados verdaderos, no basta con atender a la referencia de las oraciones, sino que se tiene que atender además a lo que lo éstas expresan.

En conclusión la noción de verdad es *sui generis*, no es una operación, es algo no definible, tal vez es algo que reconocemos. Pero explicar su reconocimiento requiere de una noción de significado que vaya más allá de la referencia y las palabras.

Conclusiones

Habíamos visto que la verdad es el *objeto* nombrado por las oraciones verdaderas, sin embargo, vimos que hay otra idea que compite con ésta: cuando saturamos una *función proposicional* con un signo de argumento que la satisface, decimos que la oración es verdadera. Esto es, aplicamos la expresión “es verdad” tal y como aplicaríamos algún predicado. Analizamos entonces la posibilidad de ver a la verdad como un predicado.

⁸⁵ *Ibidem.*, p. 32.

Argumenté que si la verdad fuera un predicado, entonces sólo podría ser un predicado de primer nivel, pues las proposiciones son *objetos* que se representan por medio de *NPs*, y los predicados de primer nivel toman como argumentos a *objetos*, y como signos de argumento a *NPs*. Dado que el predicado verdad se saturaría con *NPs* de los Valores de Verdad, entonces se predicaría la verdad precisamente de estos *objetos*, esto es, de Lo Verdadero o de Lo Falso.

Al aplicar el predicado de verdad sólo podemos obtener contradicciones o tautologías, y lo mismo sucede con el predicado de lo falso. Pues como el contenido de las oraciones sólo puede ser o bien Lo Verdadero o bien Lo Falso, entonces al aplicar 'x es verdad' a una proposición verdadera obtendremos una tautología y al aplicarlo a una proposición falsa una contradicción. Y de igual modo, si aplicamos el predicado 'x es falso' sólo obtendremos o bien una contradicción o bien una tautología.

Frege rechaza que la verdad sea un predicado. La verdad para él es una noción inmanente e indefinible; y no agrega nada al contenido de la proposición.

Encontramos entonces dos razones para rechazar que la verdad es un predicado, la primera, que yo argumenté, consiste en que si tomamos a la verdad como un predicado, entonces sólo podemos obtener contradicciones o tautologías; la segunda es, como nos dice Frege, que la verdad no añade nada al contenido de las oraciones.

Una vez que notamos que la verdad no añade nada al contenido de las oraciones, analizamos la posibilidad de verla como una *operación* que se aplica a las proposiciones. Si la

verdad fuera una operación de las proposiciones, entonces aunque no añadiría nada al contenido de la proposición al "aplicársela", pero deberíamos obtener una nueva proposición, tal y como ocurre en el caso de la negación, por ejemplo. Concluimos que la verdad no es una operación que se aplica a las proposiciones, pues si se aplica "es verdad" a una proposición no se obtiene una nueva proposición compuesta, sino que estamos ante uno y el mismo contenido.

En este momento nos encontramos con la perplejidad de que la verdad no es un predicado ni una operación, y sin embargo es una noción ampliativa. De modo que analizamos con más detalle en qué consiste el carácter ampliativo de la noción de verdad.

Vimos que el carácter ampliativo de la verdad consiste en que se reconoce la verdad de la proposición, esto es, en que sabemos que hemos conocido una propiedad de un *objeto*. Aunque el carácter ampliativo de la noción de verdad consiste en reconocer la verdad de la proposición; es decir reconocer que la *función* a partir de la cual se compone la proposición no sólo es completada por un *objeto*, sino que además es satisfecha por éste, no hay una identidad entre el carácter ampliativo de la noción de verdad y satisfacer. Las razones en favor de esta distinción son que la satisfacción de la *función* es la condición necesaria y suficiente para que el *NP* compuesto se refiera a Lo Verdadero, de modo que debemos tener el contenido proposicional: Lo Verdadero, para poder reconocerlo; es decir, "satisfacción" es una noción semántica, mientras que el carácter ampliativo de la verdad no lo es, y el reconocimiento de la verdad de una proposición conlleva además un elemento epistemológico: *conocer que la función* a partir de la cual se compone una proposición no sólo es completada por un *objeto* sino que además es satisfecha por éste.

Continuando con el análisis del carácter ampliativo de la verdad analizamos enunciados de identidad verdaderos del mismo *objeto*, y notamos que pueden identificarse diferencias en éstos, aún cuando hasta el momento se ha sostenido que todas las oraciones verdaderas tienen el mismo contenido conceptual: Lo Verdadero; al igual que todas las oraciones falsas tienen el mismo contenido conceptual: Lo Falso. Las diferencias que identificamos fueron: una en cuanto a lo que expresan y la otra en cuanto a su Valor cognoscitivo, esto es, en cuanto al conocimiento que proveen. Llamamos "Valor cognoscitivo" a las diferencias en el conocimiento que proveen los enunciados y notamos que a partir de las diferencias en el Valor cognoscitivo de los enunciados, podemos explicar diferencias en lo que expresan sus oraciones, esto es, notamos diferencia en el modo en que sus términos se refieren a uno y el mismo *objeto*.

Como el Valor cognoscitivo de los enunciados se refiere al conocimiento que nos proporcionan, entonces sólo pueden tener un Valor cognoscitivo los enunciados verdaderos; pero la verdad de los enunciados no es suficiente para tener un Valor cognoscitivo, pues además es necesario que sea un enunciado no trivial: sólo tienen Valor cognoscitivo los enunciados verdaderos que no son triviales. Expresar algo es una propiedad de todo símbolo, de este modo, tanto los enunciados verdaderos como los falsos expresan algo. Sin embargo, según lo que expresen los enunciados verdaderos estos pueden o no tener un Valor cognoscitivo: un enunciado Verdadero tiene Valor cognoscitivo o amplía nuestro conocimiento si expresa nuevas propiedades de los *objetos*, propiedades que no son obvias.

Concluimos que cuando Frege habla del carácter ampliativo de la noción de verdad se refiere al Valor cognoscitivo de

la proposición, esto es, al conocimiento que ésta provee. Y vimos que con los elementos con los que cuenta la *Conceptografía*, no se pueden explicar las diferencias en el Valor cognoscitivo de los enunciados verdaderos. Pues, en términos extensionales todas las oraciones verdaderas tienen el mismo contenido proposicional: Lo Verdadero. De modo que no se distingue lo que expresa cada una de estas oraciones y no se diferencia el Valor cognoscitivo de estos enunciados.

Por último supusimos que Frege introduce el ingrediente semántico del sentido a partir de motivaciones como éstas, pues de hecho vimos que para poder dar cuenta del carácter ampliativo de la verdad, esto es, del Valor cognoscitivo de los enunciados verdaderos, no basta con atender a la referencia de las oraciones, sino que se tiene que atender además a lo que lo éstas expresan.

8. Conclusiones finales.

8.1 La semántica monista fregeana

En esta tesis expuse la semántica fregeana extensional que Alberto Coffa⁶⁶ denomina "monista". Y es monista porque como vimos, explica qué es el significado contando solamente con la representación (nombre de, o signo) y su representado (*proposición*).

Esta semántica es la construcción de un lenguaje universal, perspicuo, preciso y canónico, que se rige con base en las leyes de la lógica. Este lenguaje se construye para representar lo expresado en el lenguaje natural y en el lenguaje de las matemáticas; es decir las proposiciones que son el contenido de los juicios, lo que Frege denomina: *contenido conceptual*. El lenguaje conceptual se denomina "Conceptografía" precisamente por ser la "grafía" o escritura, con la que se representa al *contenido conceptual*.

La *Conceptografía* se construye sobre las siguientes tesis y supuestos:

- i) La tesis de que hay una distinción entre la forma sintáctica de las "expresiones" (en el amplio sentido de la palabra) y el contenido o "pensamiento" expresado por éstas. Frege muestra que esta tesis es plausible por medio de ejemplos, de los que se concluye que no hay una correspondencia entre la forma sintáctica y el contenido de las "expresiones", pues la forma en la que se

⁶⁶Alberto J. Coffa 1991.

combinan las palabras del lenguaje natural y matemático no corresponde necesariamente con la forma en la que se combinan o relacionan los significados de éstas entre sí.

- ii) La tesis de que el *contenido conceptual*, que se puede expresar mediante las oraciones indicativas del lenguaje natural, mediante las expresiones de las equivalencias elementales de la aritmética, mediante los nombres, los numerales, etcétera: es un contenido preciso, claro, objetivo, público y comunicable; incluso argumentó que es un *objeto* independiente del lenguaje que lo expresa y de los hablantes que lo comunican.
- iii) El supuesto de que todas las *proposiciones* que pueden representarse mediante el lenguaje de la *Conceptografía*, también se representan en los lenguajes naturales, pero lo inverso no sucede.

Dentro de su lenguaje conceptual, Frege postula dos categorías ontológicas y dos sintácticas. Con base en las categorías sintácticas analiza las expresiones en las que escribe su *Conceptografía*; y con base en las entidades que esas expresiones representan explica la composición del *contenido conceptual* o proposición.

El mundo fregeano está compuesto de dos entidades: *objetos* y *funciones*, que son conjuntamente exhaustivas y mutuamente excluyentes.

La sintaxis fregeana está compuesta de dos tipos de expresiones *NPs* y *NF* que también son conjuntamente exhaustivas y mutuamente excluyentes. La teoría fregeana nos permite construir *funciones* jerárquicamente, en niveles ascendentes, con base en el tipo de argumento que admiten

las expresiones funcionales; las de primer nivel sólo admiten *NPs*, las de segundo nivel *NF*.

La distinción sintáctica y ontológica entre *objetos-funciones NPs-NF*, se da con base en el criterio dicotómico saturado-no saturado: los *objetos* y sus nombres son esencialmente completos o saturados, mientras que las *funciones* y sus expresiones son esencialmente incompletas o insaturadas.

Son *objetos* los números, las extensiones, las personas, los lugares, los objetos de sentido común y los Valores de Verdad, las *funciones* son *conceptos*.

En resumen, los símbolos que se utilizan en la *Conceptografía* son únicamente de dos tipos: *nombres propios* y *nombres de función*; y los contenidos de los que se ocupa son las proposiciones que se componen a partir de *objetos* y *funciones*.

La saturación y falta de saturación de los *NPs* y *NF* respectivamente, no sólo es una característica de su forma sintáctica, sino también de sus *contenidos* o representados. En el caso de los *NPs* tanto el pensamiento expresado, como la representación y la referencia son todos completos, son *objetos*. En cambio los *NF* no están saturados, son incompletos. Y debido a la correspondencia irrestricta entre representante y representado, la *proposición* o pensamiento que representa son incompletos, y por supuesto, no tienen un *Valor* ni son evaluables.

Frege representa dentro de su *Conceptografía* tanto a las proposiciones del lenguaje natural como a las del lenguaje matemático, con base en las categorías sintácticas y semánticas antes mencionadas.

La semántica fregeana funciona de la siguiente forma. En un principio se analiza a las expresiones tanto del lenguaje matemático como del lenguaje natural con base en las categorías de *NP-NF*.

Todas las expresiones saturadas o completas tanto sintáctica como semánticamente, se categorizan como *NP*'s. Dentro de los *NP*'s algunos son compuestos, pues presentan en su interior expresiones predicativas.

Se categoriza a las expresiones como *NF* cuando éstas son incompletas o insaturadas tanto sintáctica como semánticamente, o bien ahuecando a los *NP*'s compuestos, de modo que se obtengan sólo sus componentes predicativos.

La relación entre los *NP*'s y los *NF* a nivel sintáctico así como la relación entre los *objetos* y las *funciones* a nivel semántico, se basa en las nociones matemáticas de argumento y función: los *NP*'s funcionan como los signos de argumento que saturan a los *NF*', y los *objetos* funcionan como los argumentos que saturan a las *funciones*. Esta relación se da en tanto que los signos de argumento y los argumentos difieren de las expresiones funcionales y de las *funciones* en que los dos primeros tienen una naturaleza completa, mientras que los segundos no.

La falta de saturación o compleción de las expresiones funcionales es necesaria para que nuestro lenguaje "construya", combine o componga, una gran cantidad de nuevas expresiones. Es decir, precisamente por su diferencia de naturaleza, se pueden unir entre sí las expresiones funcionales y sus signos de argumento, a nivel sintáctico; así como las *funciones* y sus argumentos, a nivel semántico. De este modo, la relación entre las *funciones* y sus argumentos así como

entre las expresiones funcionales y sus signos de argumento es la de saturación o completación.

Frege argumentó que las *proposiciones* están compuestas únicamente de *objetos* y *funciones*; que pueden cuantificarse, es decir, que la cantidad de toda *proposición* es susceptible de analizarse semánticamente: mientras que la cualidad afirmativa o negativa, es una operación que se aplica a las *proposiciones*: afirmamos o negamos *proposiciones*. Y finalmente también sostuvo que las proposiciones son evaluables, pero a diferencia de la tradición, proporcionó una teoría lógica composicional en donde las partes del compuesto contribuyen al resultado de la evaluación: a la verdad o falsedad de las proposiciones.

Las proposiciones se escriben por medio de nombres propios y se "componen" a partir de *objetos* y *funciones*, sin embargo, estos no son los constituyentes de lo representado. Pues, cuando una *función* se satura con un argumento, lo que se obtiene no es un compuesto de *objeto-función*: lo que surge es algo completamente diferente de lo que representan el argumento y la expresión funcional; y la diferencia es tanto sintáctica como semántica. De hecho, se da el paso de una categoría a otra, de *NF* a *NP* y de *función* a *objeto*.

Frege sostiene que en general, del proceso de saturación de las *funciones* se obtiene el "*Valor de la función*" para ese argumento.

Frege categoriza ambos Valores de Verdad como *objetos*. Y así surge la noción de *función proposicional*. Una *función proposicional* se define como una *función* que expresa una predicación que al saturarse compone una *proposición*, cuyos *Valores* son los Valores de Verdad.

De este modo, las proposiciones se representan por medio de *NPs* que se refieren a los Valores de Verdad. Como un corolario de esta propuesta, observamos que todas las oraciones Verdaderas tienen una y la misma referencia: Lo Verdadero; y de igual modo en el caso de las oraciones Falsas, todas éstas tienen una y la misma referencia: Lo Falso.

Todas las *funciones* que vimos son *funciones* que van de *objetos* a *objetos*, esto es, que toman como argumentos *objetos* y arrojan como *Valor objetos*. Así, por ejemplo, las *funciones* numéricas (matemáticas) toman como argumento *objetos* (números) y arrojan como *Valor objetos* (números); las equivalencias matemáticas toman como argumento *objetos* (números) y arrojan como *Valor objetos* (Valores de Verdad); los predicados del lenguaje natural se traducen en *funciones proposicionales* que toman como argumentos *objetos* y nos dan como *Valor objetos* (Valores de Verdad).

El análisis fregeano de la composición de las proposiciones nos proporciona los mecanismos para llevar a cabo la composición de las *proposiciones* y de su representación. Así, las *proposiciones* se componen sintácticamente de *NF* y *NPs*, y semánticamente de *funciones proposicionales* y de *objetos*.

Frege da un análisis uniforme de la composición sintáctica y semántica tanto de las representaciones perspicuas y precisas, como de las *proposiciones* que éstas representan. No importa el lenguaje en que originalmente se expresan.

Para Frege los conceptos son *funciones* cuyo *Valor* es un Valor de Verdad, pues cuando se completan las *funciones proposicionales*, obtenemos como *Valor* un Valor de Verdad, porque la combinación de *NPs* y *NF* dentro de este lenguaje nos da como resultado oraciones las cuales expresan una *proposición*, y tienen la cualidad de ser evaluables.

Frege no sólo analiza la composición de proposiciones atómicas, sino también de las *proposiciones* moleculares. Las *proposiciones* moleculares se obtienen a partir de las conectivas lógicas, que en la semántica fregeana se representan como *funciones* o *conceptos* de *primer nivel*, que también se las denomina *funciones de Verdad*, porque los argumentos que las completan y los *Valores* que arrojan, son *Valores de Verdad*. Dado que son *funciones de primer nivel*, sólo admiten como signos de argumento *NPs*, y dado que las conectivas lógicas son *funciones veritativas*, entonces esos nombres deben representar *Valores de Verdad*, esto es, deben ser oraciones.

Vimos que además de la saturación, hay otro tipo de relación que pueden guardar entre sí los *NPs* y *NF* a nivel sintáctico y las *funciones* y *objetos* a nivel semántico: la relación de *satisfacción*. En la teoría fregeana se dice que un *objeto* satisface a una *función*, cuando el *objeto* no sólo completa a la *función* al insertar el signo de argumento en el *NF* que la representa, sino que además, el *objeto* tiene la propiedad de caer bajo ese *concepto* o *función*.

Recuérdese que notamos que el proceso de saturación es "indiferente" al de satisfacción y sólo es susceptible al tipo de argumento que debe utilizar: una *función* de segundo nivel no satura una de primer nivel, ni una de segundo nivel satura una de segundo nivel. La saturación responde a reglas categoriales, la satisfacción responde a reglas semánticas.

Hay una estrecha relación entre el significado de las oraciones (*proposiciones*), o más exactamente, entre la composición funcional de la *proposición* y su Valor de Verdad. Esa relación se elucida con base en la noción de *satisfacción*, porque la forma en la que se relacionan los componentes de

las oraciones determina su Valor de Verdad, pues si una oración se compone a partir de una *función proposicional* y de un *objeto* que sólo la satura o completara, pero no la satisficiera, entonces esa composición, arrojará una *proposición* falsa; mientras que si en su composición el *objeto* no sólo la satura, sino que además la satisficiera, entonces obtendríamos una *proposición* verdadera. De este modo, podemos concluir que la composición de las *proposiciones* y la forma en la que se relacionan sus componentes, no sólo determina al significado de las oraciones, es decir a las *proposiciones*, sino que también determina su Valor de Verdad.

Frege postula además un nuevo análisis de la cantidad universal o particular de las proposiciones, por medio de su teoría de la cuantificación. Por medio de la teoría fregeana de la cuantificación se determina por un lado el papel lógico de expresiones cuantitativas como 'algún', 'ningún', 'todo', 'nada'; y por otro, se proporciona un mecanismo mediante el cual se establecen las condiciones semánticas para cualquier proposición actual o posible.

Los cuantificadores que explican la cantidad de las proposiciones son el cuantificador universal y el existencial. Su papel lógico es el de las *funciones de segundo nivel*, el de predicados de predicados. Como los cuantificadores son *funciones* de segundo nivel, admiten como argumentos *funciones* de primer nivel.

El contenido o lo representado en el formalismo mediante el cuantificador existencial es un pensamiento particular, un pensamiento acerca de un *objeto* y la propiedad que se le aplica, y será verdadera si y sólo si en realidad existe al menos un *objeto* y éste tiene la propiedad descrita.

El contenido expresado por las oraciones universales se representa en el lenguaje de la *Conceptografía* mediante el cuantificador universal. Este cuantificador expresa el pensamiento universal: *Todo objeto si es F entonces es G*; esto es, representa la verdad de la conjunción de las oraciones de la forma 'Si x es F entonces x es G '. De este modo, la verdad de cualquier proposición universal, depende precisamente, de la verdad de las oraciones particulares de la forma 'Si x es F entonces x es G ' que la componen. O dicho de otra forma, la condición semántica que debe satisfacerse para que un enunciado universal sea verdadero es un enunciado conjuntivo, cuyos conjuntos son todas y cada una de las proposiciones condicionales que a su vez satisfagan la condición semántica definida para el condicional.

Expresiones cuantitativas como 'algún', 'ningún', 'todo', 'nada' son predicados, conceptos o *funciones* de segundo nivel que se aplican a *funciones* primer nivel, las cuales son los argumentos adecuados para completarlos.

Sobre la cualidad afirmativa o negativa que en los análisis tradicionales se identificaba como un componente de las proposiciones, Frege nos dice de ella, que no es un componente de las proposiciones, pues las *proposiciones* se componen solamente de *funciones* y *objetos*. La cualidad es una operación que se aplica a las *proposiciones* o *contenidos conceptuales*. Una vez que tenemos una *proposición*, podemos afirmarla o negarla. De este modo, la cualidad se aplica a cualquier *proposición* atómica o molecular. Y dado que la cualidad es una operación y no un constituyente de las proposiciones, el *contenido conceptual* de una oración no cambia cuando le aplicamos la negación y/o la afirmación, antes bien, obtenemos nuevas representaciones compuestas.

Y, por último, sobre la noción de verdad Frege concluye que es una noción *sui generis*, pues no es un predicado ni una operación, y sin embargo es una noción ampliativa.

En conclusión, vimos que las proposiciones se constituyen ontológicamente a partir de *objetos* y *funciones*: una vez compuestas tenemos un *contenido conceptual* que representamos mediante un *NP*. Ese contenido se cuantifica como universal o particular; se afirma, se niega y es juzgado como verdadero o falso.

Veamos a continuación las conclusiones críticas que obtuve.

8.2 Conclusiones críticas

Dentro de las virtudes que presenta la semántica fregeana vimos que al tomar a la existencia como un predicado de predicados, se puede explicar la evaluabilidad y verdad de oraciones como 'Pegaso no existe', que se nos presenta como verdadera a pesar de contener un término ('Pegaso') sin referencia, pues 'Pegaso no existe' se analiza como 'El concepto ser Pegaso está vacío' o dicho de otra forma "La pegaseidad es vacía".

Otra de las ventajas de la teoría cuantificacional es que se analizan las proposiciones de generalidad múltiple. Es decir, se proporcionan las condiciones semánticas que deben satisfacer las oraciones como "Todos aman a alguien", "Alguien ama a Todos", "Alguien ama a alguien", etc.

Sin embargo la teoría fregeana presenta por lo menos dos grandes problemas: el primero es que no todo lo que se afirma

en la *Conceptografía* se afirma en el lenguaje natural; y el segundo, es que dentro de la *Conceptografía* no se puede dar cuenta del carácter ampliativo de la noción de verdad.

8.2.1 No todo lo que se afirma en la Conceptografía se afirma en los lenguajes naturales

Vimos que falla el supuesto fregeano de que todo lo que afirma en la *Conceptografía* se afirma también en el lenguaje natural, pues:

- i) Con base en el mecanismo composicional fregeano obtenemos expresiones teóricamente significativas y correctas, dentro de las cuales podemos obtener proposiciones que no se podrían afirmar en el lenguaje natural, pues se presentan como francos sin sentidos. Ejemplo de este tipo de proposiciones son *5 < 40 es feo*, *45 es güero*, *2 Misha³ · Misha*, etc.
- ii) Aunque Frege sostiene que el cuantificador existencial recoge el significado del predicado "existe" del lenguaje natural, dentro del lenguaje natural usamos este predicado para referirnos a una propiedad de los *objetos*, no a una propiedad de predicados. Es decir, cuando aplicamos el predicado "existe" del lenguaje natural, lo hacemos para atribuir a un *objeto* la propiedad de existir, no para atribuir esta propiedad a otros predicados. Así por ejemplo, cuando nuestra abuelita nos dice que Dios existe atribuye la propiedad de existir al *objeto* Dios, no la atribuye a la propiedad de ser Dios o de la deidad
- iii) Dado que la verdad de proposiciones universales, como *Todos los estudiantes son altos*, depende de

la verdad de la conjunción de las oraciones particulares de la forma 'Si es F, entonces es G' que la componen, entonces esta proposición puede ser verdadera aún cuando hablemos de *objetos* que son estudiantes pero no son altos, o incluso, de *objetos* que ni son estudiantes ni son altos. Sin embargo, cuando en el lenguaje natural sostenemos que es verdad que *Todos los estudiantes son altos*, sostenemos de todos y cada uno de los estudiantes y **sólo de ellos**, que son altos; nunca justificamos la verdad de nuestra afirmación porque hablemos de altos que no son estudiantes, o incluso de *objetos* que ni son altos ni son estudiantes.

- iv) Dentro de la *Conceptografía* todas las oraciones verdaderas tienen el mismo contenido conceptual: Lo Verdadero; al igual que todas las oraciones falsas tienen el mismo contenido conceptual: Lo Falso. Sin embargo, dentro del lenguaje natural es posible identificar algunas diferencias, por ejemplo, en enunciados verdaderos del mismo *objeto*: diferencias en cuanto a lo que expresan y en cuanto a su Valor cognoscitivo, en cuanto al conocimiento que proveen. Esto es, dentro del lenguaje natural, cuando nos referimos al contenido de las oraciones, no sólo tomamos en cuenta su Valor de Verdad, sino también lo que éstas expresan, de aquí que podamos identificar diferencias en el Valor cognoscitivo de enunciados verdaderos del mismo *objeto*.

Veamos ahora los problemas concernientes a la explicación del carácter ampliativo de la noción de verdad

8.2.2 Dentro de la Conceptografía no se puede dar cuenta del carácter ampliativo de la noción de verdad.

Hay dos principales razones por las cuales no se puede dar cuenta del carácter ampliativo de la noción de verdad dentro de la *Conceptografía*: la primera es porque el carácter ampliativo de la noción de verdad está plasmado en el Valor cognoscitivo de las oraciones, y este Valor cognoscitivo no se puede representar en la *Conceptografía*, la segunda es porque el carácter ampliativo de la noción de verdad conlleva un elemento epistemológico.

8.2.2.1 Dentro de la Conceptografía no se puede representar el Valor cognoscitivo de los enunciados.

Notamos que el carácter ampliativo de la noción de verdad se plasma en el Valor cognoscitivo de los enunciados, esto es, en el conocimiento que estos nos proporcionan, el cual se ve reflejado además en la forma en la que las oraciones expresan algo. Dentro de la *Conceptografía* sólo se representa a los objetos de los que hablan las oraciones, esto es, su significado: el *contenido proposicional* de Lo Verdadero y el *contenido proposicional* de Lo Falso; de modo que no se puede representar al Valor cognoscitivo de los enunciados, pues no se distingue entre el Valor de Verdad de las oraciones y la forma en la que éstas expresan algo, antes bien, dentro de este lenguaje conceptual todas las oraciones verdaderas tienen uno y el mismo contenido: Lo Verdadero, y de igual modo sucede con todas las oraciones falsas, todas tienen uno y el mismo contenido: Lo Falso.

8.2.2.2 El carácter ampliativo de la noción de verdad conlleva un elemento epistemológico

Concluimos que el carácter ampliativo de la noción de verdad consiste en que se reconoce la verdad de la proposición, esto es, en que sabemos que hemos conocido una propiedad de un *objeto*, y notamos que este reconocimiento conlleva un elemento epistemológico: *conocer que* la *función* a partir de la cual se compone una proposición no sólo es completada por un *objeto* sino que además es satisfecha por éste. Con los elementos con los que cuenta la *Conceptografía*, no se pueden explicar las diferencias en el Valor cognoscitivo de los enunciados verdaderos, no se puede explicar el reconocimiento de la verdad, pues requiere de una noción de significado que vaya más allá de la referencia y las palabras, una noción de significado que pueda dar cuenta del elemento epistemológico que conlleva el carácter ampliativo de la noción de verdad.

Cierro mis conclusiones con algunos comentarios sobre verdad y significado

8.3 Comentarios sobre Significado y Verdad

La motivación que me llevo a escribir esta tesis fue la de determinar cuál es la relación entre el Valor de Verdad de las oraciones y su significado. Con base en el análisis fregeano de la composición de las proposiciones pude ver que el Valor de Verdad de las oraciones se compone con base en los *Valores* semánticos que aportan los *objetos* y las *funciones proposicionales* a partir de las cuales se compone la proposición, puede ver que en el caso de las proposiciones compuestas su Valor de Verdad depende del Valor de Verdad de las

proposiciones atómicas a partir de las cuales se componen, así como de las *funciones* a partir de las cuales se componen (conectivas lógicas y/o cuantificadores). Pero también noté que la noción de verdad tiene un carácter ampliativo, el cual conlleva un elemento epistemológico.

Si bien en un principio mi interés era el de determinar cuál es la relación entre el Valor de Verdad de las oraciones y su significado, sin embargo, he llegado a la conclusión de que ésta no es la única forma de acercarse al problema de determinar qué es la noción de verdad y cómo funciona, pues la noción de verdad no sólo está relacionada con problemas de orden semántico, sino también de orden epistemológico e incluso ontológico. Considero que un buen ejemplo de que la noción de verdad está relacionada con problemas de estas tres áreas de la filosofía, se ilustra al analizar la concepción clásica aristotélica de la verdad. La definición clásica de la verdad nos dice que

Decir de lo que no es que es, o de lo que es que no es, es falso; mientras que decir de lo que no es que no es o de lo que es que es, es verdadero.

Esta definición se nos puede presentar como incontrovertible, pero nótese que para saber qué es la verdad tendríamos que determinar qué es lo que es y lo que no es; cuál es la relación entre las palabras (lo que decimos) y las cosas (lo que es y lo que no es); cuándo podemos decir que hemos dicho de lo que es que es, o de lo que no es que no es; y cómo sabemos que esto ha ocurrido. En otras palabras, la definición clásica es un buen punto de partida para el análisis de la noción de verdad, en el que se muestra que una definición precisa de esta noción requiere de análisis semántico, epistemológico y ontológico, pues esta noción está

vinculada con problemas pertenecientes a estas áreas de la filosofía.

Dado que la noción de verdad está relacionada con problemas de orden epistemológico, semántico y ontológico, entonces pienso que no es de extrañarnos que toda vez que analicemos la noción de verdad dentro de una sola de estas áreas, queden aún aspectos indeterminados de esta noción (como sucedió en el caso de la semántica fregeana), aspectos concernientes precisamente a las demás áreas involucradas con esta noción. De este modo, considero que una explicación completa de la noción de verdad sólo es posible por medio de un análisis que tome en cuenta el papel de la noción de verdad dentro de la epistemología, la semántica y la ontología.

BIBLIOGRAFÍA

Originales:

FREGE, Gottlob:

[1879] Begriffsschrift, eine der arithmetische nachgebildete Formelsprache des reine Halle 1879; versión inglesa del cap. I., en Geach, P. y Black, M (eds.) Translations From The Philosophical Writings of Gottlob Frege Incluido también, en versión española completa, Padilla, Hugo (Comp. y trad.), Gottlob Frege: Conceptografía, los Fundamentos de la Aritmética.

[1880-81] "Boole's logical Calculus and the Concept-script" (1880-81), en Hermes, Hans, Kambartel, Friedrich y Kaulbach, Friedrich, (eds.) Gottlob Frege, Posthumous Writings Basil Blackwell, 1979, pp. 9-46.

[1884] Die Grundlagen der Arithmetick. Eine Logisch-mathematische Untersuchung uder den Begriff der Zahl. Breslau 1884; versión inglesa, Austin, J. L., The foundations of Arithmetic, Basil Blackwell, 1950; versión española en Padilla, H., Gottlob Frege: Conceptografía, Los fundamentos de la Aritmética, UNAM, México, 1972.

[1891-a] "Funtion und Begriff", Jena 1891, II, 31 S.: versión inglesa "Function and Concept", en Geach, P. y M. Black, Translations From the Philosophical Writings of Gottlob Frege, pp. 21-41; versión española "Función y Concepto", en Moulines, C. U., Gottlob Frege: Estudios sobre

semántica. Ariel. Colección Ariel, Barcelona, 1984, pp. 17-48.

[1891-b] "Über Sinn und Bedeutung", Zeitschr. F. Philos. U philos. Kritik, N. F. 100, 1891, 25-50; versión inglesa "On Sense and Reference" en Geach, P. y M. Black, Translations From the Philosophical Writings of Gottlob Frege, pp. 56-78; versión española "Sobre el Sentido y la Denotación", en Manuel Ml Valdés Villanueva ed. La Búsqueda del Significado Lecturas Sobre Filosofía del Lenguaje Tecnos, Madrid 1991, pp. 24-45.

[1892] "Über Begriff und Gegenstand", Vierteljahrschr. F. wiss. Philosophie 16, 1892, pp. 192-205; versión inglesa "On Concept and Object", en Geach, P. y M. Black, Translations From the Philosophical Writings of Gottlob Frege, pp. 42-55; versión española "Sobre Concepto y Objeto", en Moulines, C. U., Gottlob Frege: Estudios sobre semántica, Ariel, Colección Ariel, Barcelona, 1984, pp. 99-120.

[1893] Grundgesetze der Arithmetick Begriffsschriftlich abgeleitet Vol. I, Jena 1893; versión inglesa en Furth, M., The Basic Laws of Arithmetic, Berkeley, University of California Press, 1964.

[1904-a] "Frege-Hilbert Correspondence Leading to 'On the Foundations of Geometry'" 1904, en Kluge, (ed.), Gottlob Frege: On The foundations of Geometry and Formal Theories of Arithmetic, pp. 6-21.

[1904-b] "Was ist eine Funktion?" Festschr. L. Boltzmann gew. Z. 60 Geburtstag, 1904, pp 656-666; versión inglesa "What is a Function?" en Geach, P. y M. Black, Translations From the Philosophical Writings of Gottlob Frege, pp. 107-116; versión española "¿Qué es una función?", en Moulines, C. U., Gottlob Frege: Estudios sobre semántica, Ariel, Colección Ariel, Barcelona, 1984, pp 163-172.

[1918-19] "Der Gedanke. Eine Logische Untersuchung". Beitr. z. Philos. d. Dt. Idealism. 1, 1918-19, pp 58-77; versión inglesa "The Thought: A Logical Inquiry" en Hermes, et al. Postumous Writings, Basil Blackwell, Oxford, 1979; versión española "El pensamiento: una investigación lógica", en Valdés L., ed. Gottlob Frege: Investigaciones lógicas, Tecnos, Madrid, 1984, pp 49-85.

Comentaristas:

COFFA, Alberto:

[1991] The semantic Tradition from Kant to Carnap. Ed. Linda Wessels N.Y. Cambridge University Press, 1991, pp. 62-82.

BEUCHOT, Mauricio:

[1993] Elementos de semiótica. Universidad Veracruzana, Xalapa, 1993, pp. 15-41.

HIGGINBOTHAM, James:

[1989] "Frege, Concepts and the Design of Language" en Villanueva E. ed. Information, Epistemology and Semantics, Basil Blackwell-SOFIA, Oxford, 1989, pp. 153-171.

HERRERA, Alejandro:

[1976] ¿Es la existencia un predicado lógico?. IIF-UNAM, México, 1976.

MORADO, Raymundo:

[1987] "Frege, Hempel and Dedekind: definition of number and correferentiality" en *Ergo*, Revista de Filosofía, Vol 1, nº 2, Xalapa, México, 1987, pp. 45-56.

RESNIK, M.D.:

[1980] Frege and the Philosophy of Mathematics, (H. Lotze, "Logik", ed. Leipzig 188) Cornell University Press, Ithaca, N.Y., 1980, pp. 163-169.

ROBLES, José A.:

[1980] "La generalidad múltiple y la cuantificación en la lógica de Frege" en *Episteme*, Revista de las Academias de Filosofía del IPN, año 2, nº 4, julio-septiembre, 1980.

SIMPSON, Thomas M.:

[1964] "Oraciones, nombres propios y valores veritativos en la teoría de Frege" Apéndice I en Simpson, T.M., Formas lógicas, realidad v significado, 1964-9175, 2a ed. pp. 217-219.

THOMAS, J.:

[1906] s "Gedanken loser Denker, eine Ferien

plauderei" Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-vereinigung 15: 434-438, 1906. Traducido al inglés en H.E. Kluse (edit. y trad.) Gottlob Frege: In The Foundations of Geometry and Formal Theories of Arithmetic. New Haven Yale University Press. 1971.

VALDIVIA D., Lourdes:

[1985-a] "Frege: una estipulación viable", en Crítica, Revista Hispanoamericana de Filosofía, Vol. XVII, n° 49, IIF-UNAM, México, 1985, pp. 3-20.

[1985-b] "Lo indecible y sus raíces categoriales en la teoría de Frege" en Alvarez, S., F. Broncano, M. Quintanilla Actas: I Simposio Hispano-México de Filosofía, Salamanca, España, 1985.

[1987] "La teoría fregeana de los conceptos" en Valdivia, L y Villanueva, E compiladores, Filosofía del Lenguaje, de la Ciencia, de los Derechos Humanos y el Problema de su Enseñanza, UNAM, México, 1987, pp. 57- 78.

[1989] Introducción a la Semántica y Ontología de Gottlob Frege SOFIA-DGIA, UNAM, México, 1989.

[1997] Semántica de los términos singulares Cap. IV, UNAM-CNB, en prensa, 1997.

plauderei" Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-vereinigung 15: 434-438, 1906. Traducido al inglés en H.E. Kluse (edit. y trad.) Gottlob Frege: In The Foundations of Geometry and Formal Theories of Arithmetic. New Haven Yale University Press. 1971.

VALDIVIA D., Lourdes:

[1985-a] "Frege: una estipulación viable", en Crítica. Revista Hispanoamericana de Filosofía, Vol. XVII, n° 49, IIF-UNAM, México, 1985, pp. 3-20.

[1985-b] "Lo indecible y sus raíces categoriales en la teoría de Frege" en Alvarez, S., F. Broncano, M. Quintanilla Actas: I Simposio Hispano-México de Filosofía. Salamanca, España, 1985.

[1987] "La teoría fregeana de los conceptos" en Valdivia, L y Villanueva, E compiladores, Filosofía del Lenguaje, de la Ciencia, de los Derechos Humanos y el Problema de su Enseñanza. UNAM, México, 1987, pp. 57- 78.

[1989] Introducción a la Semántica y Ontología de Gottlob Frege SOFIA-DGIA. UNAM, México, 1989.

[1997] Semántica de los términos singulares Cap. IV, UNAM-CNB. en prensa, 1997.

Otros:

COPI, Irving:

[1953] Introduction to a Logic New York
Macmillan, 1953.

PLATTS, Mark De Bretton:

[1979] Ways of Meanings an Introduction to a
Philosophy of Lenguaje, Londres, R&K Paul,
1979; versión española Sendas del Significado
Introducción a una Filosofía del Lenguaje trad. C.
Hidalgo y E. Rabossi, México, F.C.E. UNAM,
1992.

RUSSELL, B.:

[1905] "On Denoting" en *Mind* n° 14 (oct. 1905)
pp. 479-493.

TARSKI, Alfred:

[1923-1938] Logic Semantics and Metamathe-
matics papers from 1923-1938 Cap. VIII ("The
concept of truth in formalized languages") trad.
J.H. Woodger, 2ª ed. Indianapolis Indiana,
Hackett, 1983.