

01190

3  
89

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE  
INGENIERÍA**

**LA CONSOLIDACIÓN TOTAL UNIDIMENSIONAL DE LOS SUELOS  
SATURADOS Y SU APLICACIÓN A LOS HUNDIMIENTOS  
OCASIONADOS POR BOMBEO**

**TESIS DOCTORAL**

**QUE PRESENTA:**

**GERMÁN EFRAÍN FIGUEROA VEGA**

**A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA**

**COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**DOCTOR EN INGENIERÍA**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F., ABRIL DE 1996**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

THE TOTAL UNIDIMENSIONAL CONSOLIDATION OF SATURATED SOILS. ITS APPLICATION TO  
SUBSIDENCE DUE TO PUMPING OF WELLS.

By: Germán Efraín Figueroa-Vega.

The unidimensional consolidation of soils is still an unsatisfactorily solved problem for its secondary portion, commonly attributed by most of the authors to some "structural viscosity" of the soil.

A dual model is proposed, a primary matrix with inclusions of a finer soil which introduce effects like those observed in reality, without the help of the aforementioned viscosity.

The concepts and parameters employed in the new theory are those commonly used by the Scientific Community and its application is straightforward and easy.

Two applications to the local and regional subsidence of the City of México are presented, showing the corresponding computing steps and a comparison between observed and calculated values.

M. EN ING. GERMAN E. FIGUEROA VEGA

THE TOTAL UNIDIMENSIONAL CONSOLIDATION OF SATURATED SOILS. ITS APPLICATION TO  
SUBSIDENCE DUE TO PUMPING OF WELLS.

By: Germán Efraín Figueroa-Vega.

The unidimensional consolidation of soils is still an unsatisfactorily solved problem for its secondary portion, commonly attributed by most of the authors to some "structural viscosity" of the soil.

A dual model is proposed, a primary matrix with inclusions of a finer soil which introduce effects like those observed in reality, without the help of the aforementioned viscosity.

The concepts and parameters employed in the new theory are those commonly used by the Scientific Community and its application is straightforward and easy.

Two applications to the local and regional subsidence of the City of México are presented, showing the corresponding computing steps and a comparison between observed and calculated values.

DEDICATORIAS:

*A todos mis maestros*

*A mi esposa e hijos.*

## **PROLOGO**

La consolidación unidimensional de los suelos es uno de los temas más apasionantes de la Mecánica de Suelos. Desde la formulación de la teoría original de Terzaghi, en 1923, mucho se ha escrito sobre el tema, pero aún no se ha escrito todo.

La desviación secular señalada por Buisman en 1936, a la que se denominó en forma general como Consolidación Secundaria, ha sido analizada desde múltiples puntos de vista, entre los que predomina la hipótesis de viscosidad estructural del suelo propuesta por Merchant y Taylor en 1939 y 1940, probablemente debido a la dominante personalidad de Taylor, fenómeno frecuente descrito por Kuhn en su conocido libro "La estructura de las revoluciones científicas" (1962). Esto impidió tal vez que se prestara atención al trabajo de De Josselin de Jong (1968) y a la propia sugerencia de Buisman (1940) sobre el efecto de la no uniformidad de los suelos en el proceso de consolidación.

En el presente trabajo se retoma esta última idea y se propone un modelo de suelo "dual" en el que la matriz del suelo principal contiene zonas discretas ("pastillas") invadidas por un suelo coloidal, resultando una respuesta combinada durante la consolidación del conjunto que explica la mayor parte de los aspectos conocidos del proceso de consolidación unidimensional sin necesidad de acudir a la hipotética viscosidad estructural del suelo.

No es la intención de este Prólogo hacer un resumen de la presente Tesis. Una breve revisión del índice dará una idea más completa sobre su contenido y alcances. Aquí solamente se externa la esperanza de que su lectura pueda resultar interesante y de algún provecho para las personas a las que va dirigido.

**El autor**

# **R E S U M E N**

## **R E S U M E N**

El propósito inicial de la presente tesis fué el de mejorar alguna de las teorías mas recientes sobre consolidación primaria y secundaria de suelos.

Durante la revisión del Estado del Arte, fue tomando fuerza la idea de que tal vez lo que se requiere es un cambio radical de la filosofía de partida como el que introdujo de Josselin de Jong en su segundo modelo a sugerencia de Buisman (ver inciso 2.4.1), eliminando la hipótesis casi generalmente empleada sobre la viscosidad estructural del suelo.

De esta manera, había que buscar otro mecanismo que pudiera explicar el retraso de una parte de la consolidación y su aparentemente total independencia de la presión de poro del suelo.

De Josselin de Jong partió de la existencia de muchas permeabilidades debidas a la presencia de micro y macrocanales en el suelo, siendo la presión neutral de estos últimos la que se mide con los piezómetros. La idea es muy atractiva, porque elimina el principal escollo: la consolidación secundaria con presión de poro casi nula.

En el fondo de lo anterior hay una idea más general: la obvia no uniformidad de los suelos. De esta manera, se generó aquí la idea del suelo dual o suelo en suelo (ver Capítulo III), representado esquemáticamente por una matriz de suelo "primario", que contiene un gran número de pequeñas pastillas de suelo combinado (matriz primaria invadida por suelo coloidal o "secundario"), a las que sirve de soporte y dren, discretas, iguales y uniformemente distribuídas.

Como puede verse, los conceptos empleados son los tradicionales, y la teoría aplicada es la original de Terzaghi, para una combinación de suelos.



Las ideas anteriores condujeron, como se esperaba, a un modelo de suelo que explica, además de la ausencia de presión de poro durante la fase secundaria del fenómeno, prácticamente todas las formas conocidas de consolidación de suelos (ver el Anexo, al final del trabajo).

Explica además, inesperadamente por cierto, otros aspectos del problema, como:

el comportamiento dual de los suelos (una ley de deformación para la rama de recarga y otra para la rama virgen)...

cómo el caso de la consolidación secundaria, supuestamente función lineal del logaritmo del tiempo (según sugerencia inicial de Buisman sin pretender su validez para tiempos muy grandes, que se constituyó con el tiempo en una especie de dogma básico para gran número de teorías posteriores), resulta ser la combinación de la rama final de la curva patrón primaria y la inicial de la curva patrón secundaria...

cómo los valores postulados por Mesri para su  $C_{\alpha}$ , quedan explicados mediante la presente teoría y porqué no es válida su aplicación para los tiempos "grandes".

Además, por la naturaleza misma del suelo dual o suelo en suelo, se explica el adelanto del grado de disipación de la presión de poro, con respecto al grado de consolidación correspondiente, ya que en la presente teoría la presión de poro es la de la porción primaria del modelo.

Otro aspecto que resulta aclarado es la razón de la diferencia que frecuentemente se presenta entre el valor determinado en el laboratorio para el coeficiente de consolidación,  $c_v$ , y el que aparentemente resulta de la reinterpretación de los

hundimientos reales observados en el prototipo,  $c_{vT}$  (ver Capítulo V, primera aplicación).

Adicionalmente, con la "Teoría de la consolidación total" se explica también la diferencia básica existente entre las curvas patrón de laboratorio y de campo, que elimina a gran parte de las teorías revisadas en los primeros tres capítulos del presente trabajo.

Y, por último, un aspecto más: el tradicional cambio de forma de las curvas de consolidación de laboratorio a medida que se llega, en series diferentes de pruebas, a la misma carga final a través de un mayor número de incrementos de carga, resulta obvio si se considera la acumulación de los efectos secundarios de las etapas anteriores de carga y se comparan, en el Anexo, las curvas para un valor de  $r$  fijo y crecientes valores de  $\alpha$ , ya que, dentro de la duración normal de las pruebas, lo que más cambia en la muestra es la permeabilidad del suelo "primario" (disminuye) y, con ella, el valor de su  $c_v$  (disminuye) y el de  $\alpha_H$  (aumenta).

De hecho, los cambios de forma mencionados en el párrafo anterior podrían servir de base para la calibración de las pruebas y obtención de parámetros del suelo, a nivel de laboratorio, aunque se deja esta tarea para algún trabajo posterior, propio o ajeno.

El Capítulo V muestra la aplicación de la teoría. El procedimiento de cálculo es sencillo y sistemático y se presta para ser ejecutado mediante el auxilio de un sencillo programa para computadora personal, en alguno de los lenguajes de uso común.

# Í N D I C E

**LA CONSOLIDACIÓN TOTAL  
UNIDIMENSIONAL DE LOS SUELOS  
SATURADOS Y SU APLICACIÓN A LOS  
HUNDIMIENTOS OCASIONADOS POR  
BOMBEO**

## Í N D I C E

### CAPÍTULO I.- LA CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL. SOLUCIÓN ORIGINAL Y PROBLEMAS NO RESUELTOS.

1.1.-	LA TEORÍA ORIGINAL DE TERZAGHI	1
1.2.-	UN PROCESO ASOCIADO TOTALMENTE INES- PERADO: LA "CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA"	3
1.2.1.-	LA FÓRMULA DE BUISMAN	3
1.2.2.-	UNA COMBINACIÓN TERZAGHI-BUISSMAN: LA FÓRMULA DE KOPPEJAN	4

### CAPÍTULO II.- LA CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA: ESTADO DEL ARTE.

2.1.-	ESTADO ACTUAL DE LAS TEORÍAS EXISTENTES: LAS PRIMERAS TEORÍAS	6
2.1.1.-	TEORÍA DE MERCHANT	6
2.1.2.-	EL EQUIVALENTE REOLÓGICO DE LA TEORÍA DE MERCHANT	6
2.1.3.-	LA TEORÍA B DE TAYLOR	9
2.1.4.-	UNA EXTRAPOLACIÓN GRÁFICA: LAS ISOTACAS DE SUKLJE	10
2.1.5.-	UN RESULTADO EMPÍRICO: LA FÓRMULA DE BRINCH HANSEN	11
2.2.-	MODELOS REOLÓGICOS.	11
2.2.1.-	EL MODELO REOLÓGICO DE LO	11
2.2.2.-	UN MODELO TIPO KELVIN DE VISCOSIDAD NO LINEAL: LA TEORÍA DE LAING BARDEN	13

2.2.3.-	SERIE INFINITA DE ELEMENTOS KELVIN-NEWTON CON AMBAS VISCOSIDADES VARIABLES: LA TEORÍA DE WAHLS	14
2.2.4.-	UN MODELO TIPO WAHLS SIMPLIFICADO: EL MODELO DE ZEEVAERT.	16
2.3.-	OTRAS TEORÍAS	16
2.3.1.-	LA ESCUELA INTEGRALISTA: LAS ECUACIONES DE NUTTING	16
2.3.2.-	LA TEORÍA DE JUÁREZ BADILLO	16
2.3.3.-	LA RELACIÓN $e(p,t)$ : LAS ECUACIONES DE BJERRUM Y BENT HANSEN	18
2.3.4.-	UNA COMBINACIÓN TERZAGHI-BENT HANSEN: LA TEORÍA DE GARLANGER	19
2.3.5.-	UNA VERSIÓN TERZAGHI-BERRY Y POSKITT - GARLANGER PARA DEFORMACIONES FINITAS: LA TEORÍA DE MESRI	21
2.3.6.-	CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA Y EMPUJE EN REPOSO DE LOS SUELOS: LA TEORÍA DE MARTINS Y LACERDA	23
2.3.7.-	GIBSON, SCHIFFMAN Y CARGILL: UNA TEORÍA PARA ESTRATOS GRUESOS.	24
2.4.-	CRITERIOS ESTOCÁSTICOS Y/O MOLECULARES	26
2.4.1.-	DOS MODELOS DE DE JOSSELIN DE JONG	26
2.4.2.-	MECÁNICA ESTADÍSTICA Y MECÁNICA DE SUELOS: LA TEORÍA DE PROCESOS DE VELOCIDAD	28
2.5.-	OTROS MÉTODOS	32
2.5.1.-	UN ÚLTIMO RECURSO: LA EXTRAPOLACIÓN HIPERBÓLICA	32
2.6.-	COLOFÓN	33

**CAPÍTULO III.- TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN TOTAL.**

3.1.-	RECAPITULACIÓN	35
3.1.1.-	LOS CRITERIOS EMPLEADOS EN LAS TEORÍAS EXISTENTES	35
3.1.2.-	LAS CAUSAS DE LA CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA, SEGÚN LOS DIFERENTES AUTORES	37
3.2.-	HACIA UNA NUEVA TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN	38
3.2.1.-	OTRA ALTERNATIVA A LA VISCOSIDAD ESTRUCTURAL DEL SUELO	38
3.2.2.-	LA DUALIDAD INTRÍNSECA DE LOS SUELOS	38
3.2.3.-	UN SUELO DUAL, PARA COMPORTAMIENTOS DUALES	39
3.3.-	LA NUEVA TEORÍA	42
3.3.1.-	UN NUEVO COMIENZO, A PARTIR DE TERZAGHI	42
3.3.2.-	ALGUNOS AJUSTES DE ORDEN PRÁCTICO	46
3.3.3.-	UNA GENERALIZACIÓN APROXIMADA, PARA SUELOS NO LINEALES	48
3.3.4.-	TIPO DE PRUEBAS DE LABORATORIO REQUERIDAS	49

**CAPÍTULO IV.-INCORPORACIÓN DE LA NUEVA TEORÍA A LOS MODELOS DE HUNDIMIENTOS REGIONALES.**

4.1.-	ACUÍFEROS CONFINADOS. SU SIMULACIÓN MEDIANTE MODELOS	51
4.2.-	MODELOS DE ACUÍFEROS SEMICONFINADOS CON ESTRATOS CONSOLIDANTES. INCORPORACIÓN DE LA NUEVA TEORÍA	53
4.3.-	MODELO SIMPLIFICADO PARA EL ANÁLISIS DE CIMENTACIONES AISLADAS	56

**CAPÍTULO V.- APLICACIÓN AL CASO DE LA CIUDAD DE MÉXICO.**

5.1.-	UN TERRAPLÉN DE PRUEBA	64
5.2.-	HUNDIMIENTOS DEBIDOS A LA SOBREENPLOTAÇÃO DEL ACUÍFERO	70
5.2.1.-	EL ACUÍFERO DE LA CIUDAD DE MÉXICO	70
5.2.2.-	CÁLCULO DE ABATIMIENTOS	76
5.2.3.-	CÁLCULO DE HUNDIMIENTOS	78

**CAPÍTULO VI.- RESUMEN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.**

6.1.-	RESUMEN GENERAL	82
6.2.-	CONCLUSIONES	87
6.3.-	RECOMENDACIONES	88
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
	RELACIÓN DE FIGURAS	98
	LISTA DE SÍMBOLOS	100

# **CAPÍTULO I**

**LA CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL.  
SOLUCIÓN ORIGINAL Y PROBLEMAS NO  
RESUELTOS**



## CAPÍTULO I.- LA CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL. SOLUCIÓN ORIGINAL Y PROBLEMAS NO RESUELTOS.

"Hence the results represent only approximations to reality."

Karl Terzaghi (1943).

### 1.1.- LA TEORÍA ORIGINAL DE TERZAGHI.

En 1923, Karl Terzaghi propuso para la interpretación del fenómeno de la consolidación de los suelos bajo un incremento de carga total constante aplicado en el tiempo cero, la conocida ecuación diferencial (Terzaghi, 1923):

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} = \left( \frac{1}{a_v} \right) \frac{\partial e}{\partial t} \quad (1.1)$$

donde  $c_v$  es el coeficiente de consolidación,  $u$  el exceso de presión hidrostática,  $z$  la coordenada vertical,  $t$  el tiempo,  $e$  la relación de vacíos y  $a_v$  el coeficiente de compresibilidad. En la expresión 1.1 se supone la incompresibilidad de los sólidos del suelo y del agua, la saturación total del suelo, la constancia de todos los parámetros involucrados, el cumplimiento de la ley de Darcy y del principio de esfuerzos efectivos del mismo Terzaghi, así como que las deformaciones resultantes son lineales y pequeñas, pudiendo por ello adoptarse un sistema fijo de referencia para la descripción del fenómeno. La solución, presentada gráficamente, se muestra en la Figura 1.1.

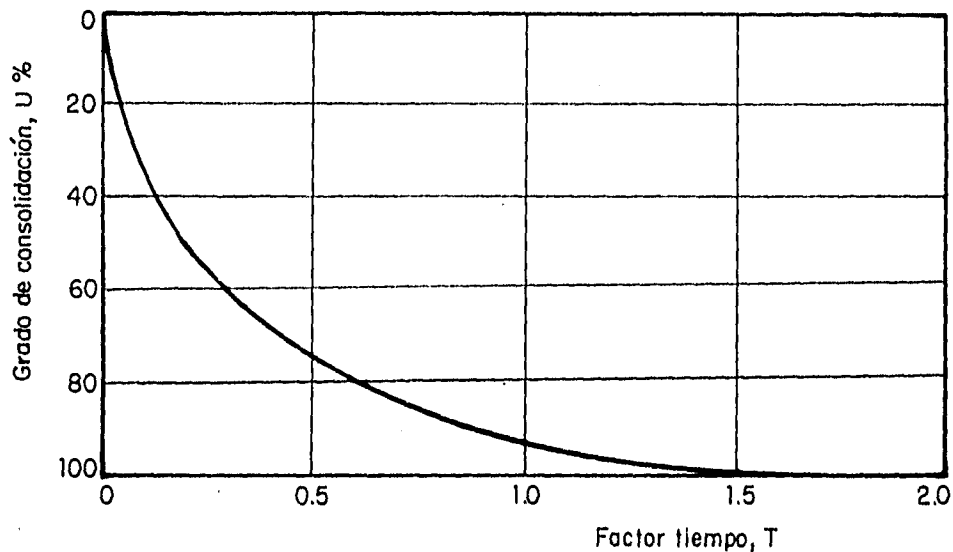


Fig. 1.1 Solución de Terzaghi (estrato con doble drenado).

Como lo demuestra el epígrafe del presente capítulo, Terzaghi estaba consciente de las limitaciones que imponían las hipótesis de partida de su teoría, debido a la no linealidad de la deformación, a la reducción de la permeabilidad con la reducción de volumen, etc. y, de hecho, desde el principio observó el efecto de la hoy llamada "consolidación secundaria", sin intentar explicarlo (Terzaghi, 1925).

Muy pronto, las consecuencias debidas a los aspectos no considerados en la teoría se hicieron más evidentes, como se verá a continuación.

## **1.2.- UN PROCESO ASOCIADO TOTALMENTE INESPERADO: LA "CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA".**

### *1.2.1.- LA FÓRMULA DE BUISMAN.*

Durante el primer Congreso Internacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, que tuvo lugar en la Universidad de Harvard, en Cambridge, Mass. E.U.A. se comentó lo siguiente:

"The existing settlement theory supposes that compressible soils demonstrate a definite degree of compressibility so that an increase of loading, after some time has elapsed, simply results in a definite decrease of the pore volume, to an amount, depending upon the properties of the soil and the magnitude of the applied load increment. If, for some soil sample, it lasted some days or even a week and more before final consolidation resulting from the new loading was attained, this circumstances had to be ascribed to a very small degree of permeability and not to secular effects."

Keverling Buisman (1936).

A continuación, el mismo autor, tras de mencionar que en publicaciones americanas recientes se mencionaba ya la observación de un efecto temporal secundario, presentó los resultados de algunas pruebas de larga duración o "seculares" realizadas en Holanda, para observar dicho efecto, tanto en estructuras como sobre muestras de laboratorio, resultando evidente que los efectos seculares no pueden desdeñarse en el tratamiento teórico y práctico de los problemas de hundimientos.

Para interpretar o predecir las mediciones de laboratorio y de campo del efecto secundario en casos similares, propuso, para espesor y carga unitarios, una ecuación del tipo:

$$z_t = \alpha_p + \alpha_s \log_{10} t \quad (1.2)$$

donde  $z_t$  es el hundimiento secular total (a tiempo  $t$ ) y  $\alpha_p$  y  $\alpha_s$  son la consolidación primaria total y el parámetro del efecto secular, respectivamente.

Buisman creía que ambos efectos ocurren simultáneamente y que podría cambiar de valor después de un tiempo prolongado.

#### 1.2.2.- UNA COMBINACIÓN TERZAGHI-BUISMAN: LA FÓRMULA DE KOPPEJAN.

Años más tarde, Haefeli y Schaad (1948) por una parte y Koppejan (1948) por la otra confirmaron experimentalmente la validez de la ecuación 1.2 para pruebas de consolidación de laboratorio de 3 años de duración. Este último, al observar en pruebas de laboratorio que el hundimiento secular es función lineal de **log t** a presión constante y de **log p** a tiempo constante, combinó la idea de Terzaghi (1925) sobre la relación empírica de tipo lineal que guardan la relación de vacíos y el logaritmo del esfuerzo efectivo del suelo y las de Buisman antes anotadas, para llegar a una relación del tipo:

$$s = h_o \left( 1/C_p + 1/C_s \log_{10} t \right) \log_{10} \frac{p_o + \Delta p}{p_o} \quad (1.3)$$

que confirmó posteriormente en un buen número de pruebas. La expresión es válida también para tiempos grandes y en ella la naturaleza de los coeficientes originales de Buisman resulta más explícita, siendo  $s$  el asentamiento,  $h_o$  la altura inicial de

muestra,  $C_p$  y  $C_s$  los parámetros de consolidación "primaria" y "secundaria",  $t$  el tiempo y  $p_0$  y  $\Delta p$  la presión inicial y su incremento.

En cuanto al "efecto secular", Buisman lo atribuyó inicialmente a la deformación plástica del agua adsorbida, acompañada de la expulsión del agua libre, mientras que Haefeli y Schaad lo atribuían a procesos coloidoquímicos, suponiendo que dejaba de tener efecto después de un tiempo prolongado. En cambio, de Josselin de Jong (1942), siguiendo una propuesta de Buisman, sugirió que la permeabilidad de los poros grandes del suelo controlaba la primera fase del fenómeno, mientras que la permeabilidad de los poros pequeños controlaba la segunda, siendo ésta, por lo menos en parte, de tipo hidrodinámico como la primera.

De esta manera se inició la búsqueda de la causa de la "consolidación secundaria", búsqueda que continúa hasta nuestros días y que se reseñará en forma breve a continuación, a través de la síntesis de algunos de los trabajos más representativos y de los conceptos en ella involucrados.

## **CAPÍTULO II**

### **LA CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA: ESTADO DEL ARTE**

## **CAPÍTULO II.- LA CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA: ESTADO DEL ARTE.**

"lo real se encierra en redes cada vez más estrictas, pero nunca se pueden definir esas redes como si alcanzarán una verdad absoluta."

André Lichnerowicz (1986).

### **2.1.- ESTADO ACTUAL DE LAS TEORÍAS EXISTENTES: LAS PRIMERAS TEORÍAS.**

#### *2.1.1.- TEORÍA DE MERCHANT.*

La primera teoría matemática sobre la Consolidación Secundaria fué desarrollada por Merchant (1939) bajo la supervisión de D. W. Taylor. En ella, se supuso que la deformación total en cualquier tiempo es la suma de una deformación "primaria" proporcional al esfuerzo efectivo, como la supuesta por Terzaghi, y de una deformación "secundaria" total, también proporcional al esfuerzo efectivo, que se desarrolla gradualmente, con una velocidad proporcional a la deformación secundaria faltante para el mismo tiempo.

#### *2.1.2.- EL EQUIVALENTE REOLÓGICO DE LA TEORÍA DE MERCHANT.*

Puede verse por lo anterior que el modelo reológico de la parte sólida del suelo adoptado por Merchant, representada aquí esquemáticamente por "M", corresponde a un cuerpo de Hooke (representado esquemáticamente por H, la parte primaria) en

serie con un cuerpo de Kelvin (representado esquemáticamente por  $\mathbf{K} = \mathbf{H} \parallel \mathbf{N}$ , la parte secundaria, donde donde " $\parallel$ " indica una conexión en paralelo), ésto es, a un modelo de estructura  $[(\mathbf{H} - (\mathbf{H} \parallel \mathbf{N})) = (\mathbf{H} - \mathbf{K}) = \mathbf{M}]$ , donde " - " indica una conexión en serie, según se muestra en la Figura 2.1, resultando un suelo viscoelástico que, en conjunto con el agua, constituye un suelo saturado  $[\mathbf{M} - \mathbf{N}]$ .

Merchant y Taylor (1940) obtuvieron únicamente la solución para tiempos pequeños de la ecuación diferencial correspondiente.

Ishii (1951), por una parte y Gibson y Lo (1961) por la otra, plantearon y resolvieron directamente la ecuación diferencial del modelo reológico antes descrito (Figura 2.1).

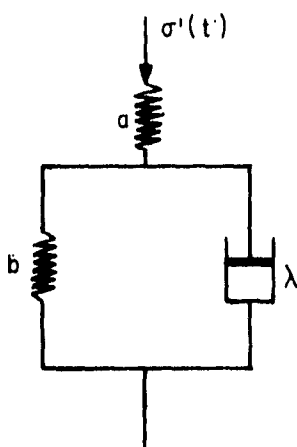


Fig. 2.1 Modelo de Merchant.

Christie (1964), resolviendo para todo tiempo la ecuación de Merchant (cuya solución original era válida sólo para valores pequeños del tiempo por una hipótesis simplificatoria que se introdujo durante la misma), demostró que resultaba idéntica al resultado obtenido por Gibson y Lo. El tipo de solución obtenido por Christie, en forma gráfica, se muestra en la Figura 2.2.



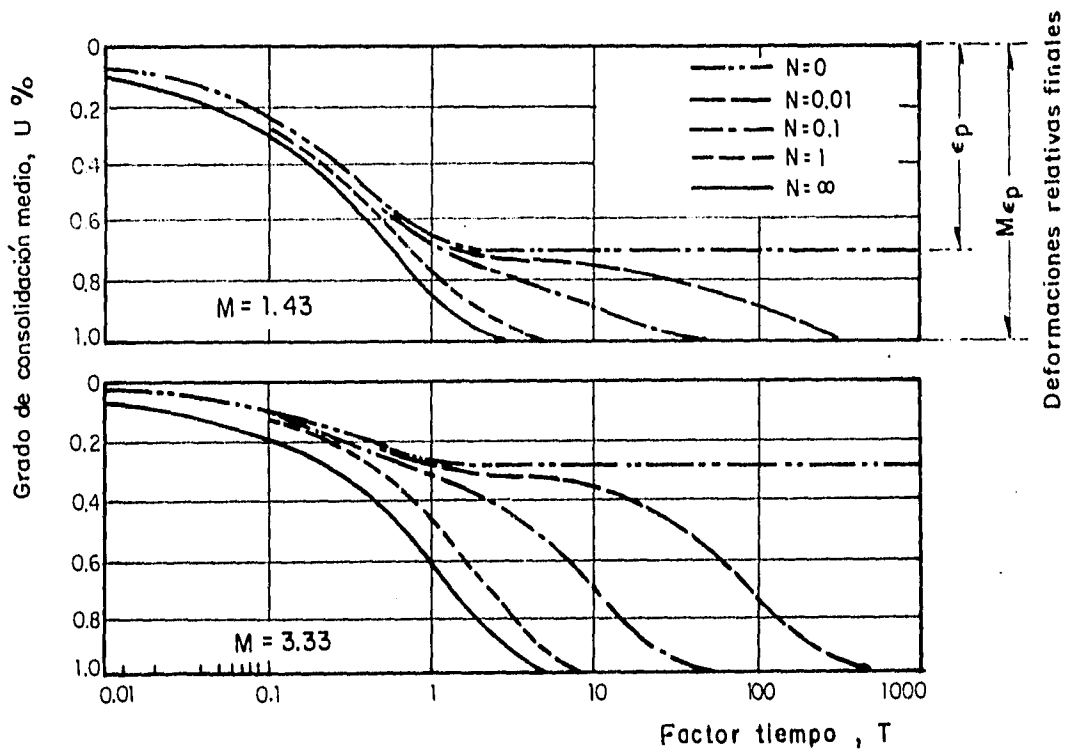


Fig. 2.2 Solución de Christie en Función del factor de fluidez N.

Un aspecto muy importante que se sigue de la teoría de Gibson y Lo es que si se acepta el modelo de la Figura 2.1 para el suelo, se puede demostrar que el tramo de "consolidación secundaria" ocurre, para fines prácticos y dentro del rango común de los parámetros involucrados en la mayoría de las arcillas, sólo a nivel de laboratorio, siendo prácticamente inexistente para espesores de arcilla de - digamos - más de un metro (Šuklje, 1969), aunque esto no quiere decir que la "consolidación secundaria" no exista, sino que resulta enmascarada al ocurrir en el mismo período de tiempo que la primaria.

Tal resultado es incongruente con la realidad, ya que las desviaciones con respecto a la teoría de Terzaghi son evidentes también en estratos gruesos.

Puede así verse como un modelo de tipo conceptual, desarrollado con base en algunas hipótesis de comportamiento, supuestas u observadas, puede resultar equivalente a algún modelo de tipo reológico más accesible a la intuición.

### 2.1.3.- LA TEORÍA B DE TAYLOR.

Poco después, el propio Taylor intentó mejorar la teoría de Merchant mediante lo que llamó Teoría B (Taylor, 1942). En ella, introdujo algunas ideas interesantes, como la de la existencia de una línea  $e-\log \sigma'$  que depende sólo de la relación de vacíos  $e$ , paralela a la usual del final de la consolidación primaria de laboratorio, y la descomposición del esfuerzo intergranular, de acuerdo con una idea propuesta por el mismo Terzaghi (1941), en:

$$\sigma' = p_g + p_b + p_v \quad (2.1)$$

que se ilustra en la Figura 2.3 donde, para cada relación de vacíos  $e$ ,  $p_g$  corresponde a la resistencia estática que depende solamente de  $e$ ,  $p_b$  es una resistencia plástica del suelo y  $p_g + p_b$  la situación alcanzada al final de la compresión primaria, usualmente obtenida en el consolidómetro a más tardar en 24 horas.

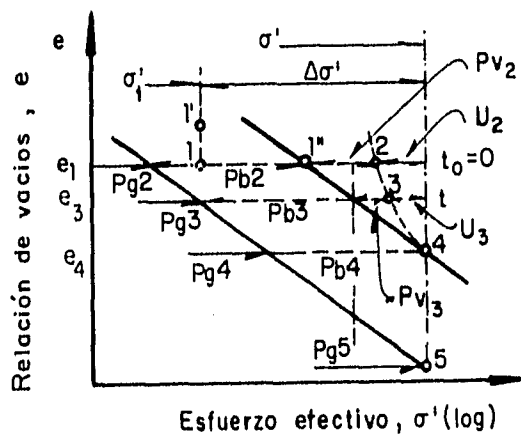


Fig. 2.3 El esfuerzo efectivo de Taylor.

La parte  $p_v = -\eta \partial e / \partial t$ , es debida a la viscosidad intergranular  $\eta$ . Una muestra en el consolidómetro sigue, en la Figura 2.3, la trayectoria 1', 1, 1" (debida a un ajuste por el contenido de aire del agua de la muestra), seguida de la trayectoria 1", 2, 3, 4, que es la que trata de simular la teoría.

La Teoría **B** de hecho constituye un caso particular de la teoría de Merchant-Taylor (Teoría **A**), correspondiendo a un cuerpo de Kelvin saturado  $[N \parallel (H \parallel N) = N \parallel K]$  y es también un caso particular de una solución posterior desarrollada por Florin (Florin, 1961).

Sin embargo, tuvo el mérito de señalar que los grados de disipación de las presiones del agua y de consolidación, pueden obedecer a leyes diferentes, con un juego de isócronas para cada uno. Este efecto no fué tomado en cuenta en la teoría de Merchant-Taylor, ahora llamada Teoría **A** (Šuklje, 1969).

En los casos de Gibson y Lo y de Christie, en los que aparece también este efecto, el grado de disipación (disipación media de presiones del agua), resulta siempre mayor al de consolidación (hundimiento parcial entre hundimiento final), como debe ocurrir siempre que exista viscosidad intergranular.

#### 2.1.4.- UNA EXTRAPOLACIÓN GRÁFICA: LAS ISOTACAS DE ŠUKLJE.

La ecuación 1.3 no ha sido el único intento de combinar alguna estimación de la "consolidación primaria" con la ecuación de Buisman. Šuklje (1957) propuso un método gráfico en el que se hace uso de una extrapolación semilogarítmica de la rama secundaria de las pruebas odométricas y una aportación interesante, la introducción de las isotacas o relaciones  $e - \log p$  para  $\partial e / \partial t$  constante, a diferencia de la idea esbozada por Taylor (y tiempo después por Bjerrum (1967)), en la que

dichas relaciones dependen supuestamente del tiempo y no de la velocidad de deformación.

#### 2.1.5.- UN RESULTADO EMPIRÍCO: LA FÓRMULA DE BRINCH HANSEN.

Brinch Hansen (1961), por su parte, integró la fórmula de Buisman con un esfuerzo efectivo primario proporcional a  $t^{1/2}$  para obtener, en combinación con las ecuaciones de Terzaghi y Buisman, una ecuación aproximada para todo tiempo, que posteriormente consideró no válida por los resultados experimentales encontrados tratando de comprobarla (Hansen e Inan, 1969). En el primer artículo, desarrolló la expresión 3.16 que se presenta más adelante, de gran utilidad para las aplicaciones prácticas que requieran una buena aproximación para la solución de Terzaghi.

### 2.2.- MODELOS REOLÓGICOS.

#### 2.2.1.- EL MODELO REOLÓGICO DE LO.

El mismo año de 1961, Lo (1961b) reportó que la teoría Gibson-Lo podría simular algunos de los tipos comunes de consolidación "secundaria" (los tipos I y II de la Figura 2.4) pero no los restantes (los tipos IIIa y IIIb de la misma figura). Por tal motivo, propuso (Lo, 1961a) el modelo reológico más general que se muestra en la Figura 2.5 compuesto por dos sólidos de Kelvin en serie con el cuerpo **S** que incorpora al segundo sólido de Kelvin cuando se llega a algún nivel de esfuerzo o deformación crítico sin contribuir él mismo a la deformación del conjunto (**K - S - K**). De esta manera, antes de un cierto tiempo crítico (que cambia con el espesor del estrato), se aplica el modelo Gibson-Lo y después el modelo de Lo generalizado.

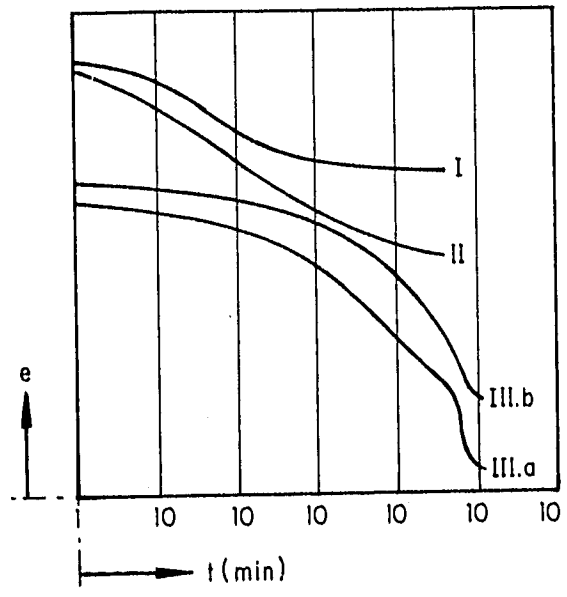


Fig. 2.4 Tipos de curvas secundarias de Lo.

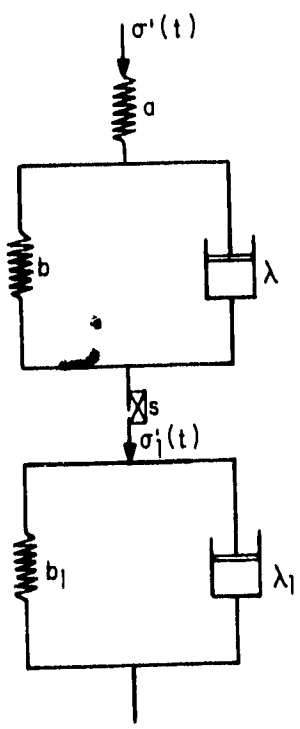


Fig. 2.5 Modelo reológico de Lo.

2.2.2.- UN MODELO TIPO KELVIN DE VISCOSIDAD NO LINEAL: LA TEORÍA DE LAING BARDEN.

Dentro de este proceso evolutivo, era sólo cuestión de tiempo para que se desarrollaran modelos con viscosidad no lineal en busca de mejores soluciones. De este tipo es el propuesto por Laing Barden (1965), en el que simula el comportamiento de la estructura del suelo a través de un sólido de Kelvin con resistencia viscosa de tipo exponencial (Ley de Ostwald (1925)). De esta manera, la ecuación 1.1 se transforma en un sistema también no lineal de ecuaciones que debe integrarse mediante la aplicación de métodos numéricos, con soluciones del tipo mostrado en la Figura 2.6. El modelo reológico equivalente es  $[(H - N_v) - N] = (K_v - N)$ , donde el subíndice v indica parámetro(s) variable(s), o sea, un cuerpo de Kelvin variable saturado.

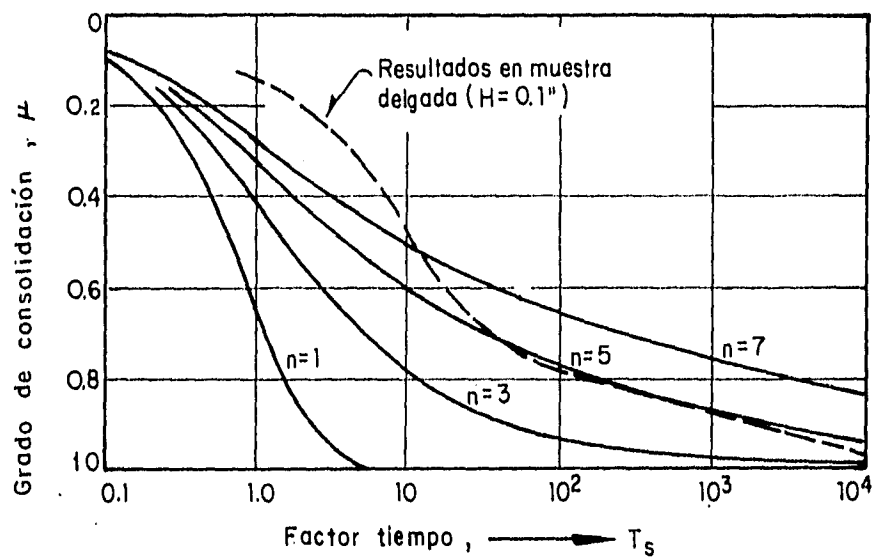


Fig. 2.6 Curvas de Laing Barden

De acuerdo con Šuklje (1969), la teoría de Laing Barden puede explicar las principales desviaciones observadas en la práctica con respecto a la teoría de Terzaghi, como la disipación más rápida de las presiones de poro, el escurrimiento plástico durante y después de dicha disipación y la influencia de la magnitud relativa del incremento de presión y del espesor de la muestra en la proporción relativa de compresión primaria y secundaria, aunque los datos experimentales publicados hasta esa fecha muestran que aún con la teoría de Laing Barden los efectos viscosos son exagerados en la consolidación primaria o poco importantes y de corta duración en la secundaria.

### 2.2.3.- SERIE INFINITA DE ELEMENTOS KELVIN-NEWTON : LA TEORÍA DE WAHLS.

En 1962 (Wahls, 1962) se reportaron los resultados de una serie de pruebas de consolidación efectuadas para estudiar el efecto secundario, las conclusiones alcanzadas y la teoría que de las mismas podía derivarse.

Para el limo calcáreo orgánico de Chicago empleado en las pruebas, Wahls reporta que el coeficiente de compresión secundaria,  $C_{\alpha}$ , es función solamente de la relación de vacíos y la presión efectiva actuante sobre el suelo y que su valor aumenta en cada prueba hasta alcanzar un máximo, disminuyendo a continuación en forma lineal a lo largo de lo que podría ser considerada la curva virgen de la relación de compresión secundaria (Figura 2.7). La ecuación de dicha recta fué:

$$C_{\alpha} = 0.360 e - 0.0122 \quad (2.2)$$

donde  $e$  es la relación de vacíos al final de la consolidación primaria. Un comportamiento similar fué observado por Mesri (1973) en las arcillas orgánicas de Paulding.

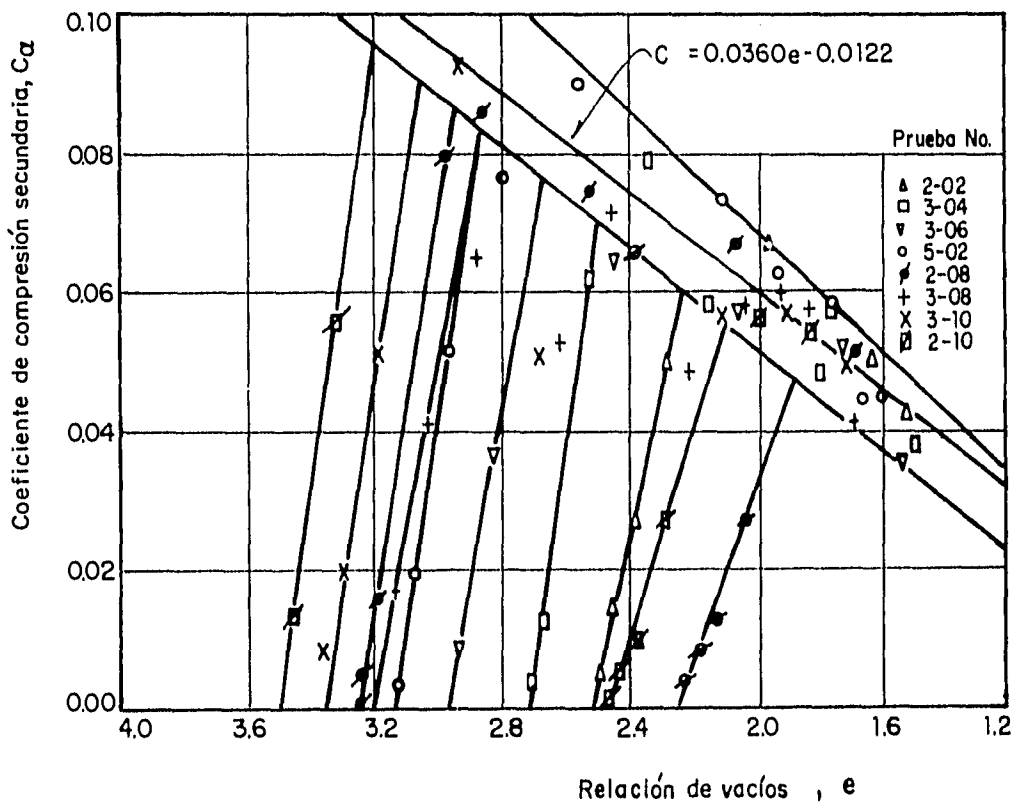


Fig. 2.7 Gráfica de Wahls

Posteriormente, Mesri (1987) postuló, para el coeficiente de compresión secundaria, la propiedad:

$$C_{\alpha} / C_c = \text{Constante} \quad (2.3)$$

donde  $C_c$  es el índice de compresión de la curva virgen. El valor de la constante, según Mesri, está comprendido entre 0.02 y 0.08 para todos los suelos y entre 0.03 y 0.06 para las arcillas.

Wahls adoptó una serie infinita de cuerpos de Kelvin, equivalentes a los del modelo reológico de la solución de Terzaghi ([K]), en serie, cada uno, con un amortiguador



no lineal (un cuerpo  $[K - N_V]$ ), que generan curvas de consolidación del tipo de las de Buisman.

#### *2.2.4.- UN MODELO TIPO WAHLS SIMPLIFICADO: EL MODELO DE ZEEVAERT.*

Con criterio similar, Zeevaert (1967) propuso un modelo reológico formado por la serie infinita ( $[T = \Sigma K]$ ) de sólidos de Kelvin que simulan a la solución de Terzaghi, en serie con una "Unidad Z" ( $N_V$ ), formada por dos amortiguadores en paralelo, uno de fluidez lineal y otro no lineal, resultando un cuerpo  $[T - N_V]$  que genera también curvas de consolidación del tipo de las de Buisman.

Zeevaert supuso que el agua toma al principio toda la carga aplicada.

### **2.3.- OTRAS TEORÍAS.**

#### *2.3.1.- LA ESCUELA INTEGRALISTA: LAS ECUACIONES DE NUTTING.*

La Ley de Ostwald (1925) utilizada por Laing Barden constituye una muestra de lo que Scott Blair (1944) denominó la Escuela Integralista de Reología. Según este autor, Nutting (1921a y 1921b) fué su iniciador al proponer relaciones exponenciales para las relaciones adecuadas esfuerzo - deformación - tiempo, primer problema de la Reología, mediante el empleo de parámetros constantes de tipo empírico.

#### *2.3.2.- LA TEORÍA DE JUÁREZ - BADILLO.*

Juárez-Badillo ha propuesto para los suelos leyes exponenciales del tipo de las de Nutting desde 1965 (Juárez-Badillo, 1965; Juárez-Badillo, 1975; Juárez-Badillo, 1981; Juárez-Badillo, 1985; Juárez-Badillo, 1988; Juárez-Badillo, 1992), postulándolas como ecuaciones de estado de los suelos.

Considera al volumen de los mismos como la variable apropiada y, en algunos casos, a alguna función del volumen que tenga el rango de variación requerido por las demás variables y que proporcione en forma automática los valores extremos adecuados del problema, proponiendo un ingenioso método para encontrar dicha variable.

Para el caso específico de la consolidación secundaria Juárez-Badillo (1985) propuso una ecuación para la relación deformación tiempo de la consolidación secundaria que, en los casos en que se ha aplicado con fines de extrapolación de deformaciones a través del tiempo (Juárez-Badillo, 1988), ha permitido obtener muy buenas aproximaciones. La ecuación es:

$$1/U = 1 + [t/t^*]^\delta \quad (2.4)$$

donde **U** es el grado de consolidación,  $\delta$  un parámetro del suelo menor que uno al que Juárez Badillo llama "Coeficiente de Viscosidad Volumétrica", y  $t^*$  el tiempo en que ocurre el 50 % de la consolidación del suelo, o "tiempo característico" del mismo. Juárez Badillo demuestra que la expresión anterior es equivalente a suponer:

$$\frac{dU}{d\tau} = (1-U)^2 \quad (2.5)$$

donde  $\tau = (t/t^*)^\delta$ . La relación **U** -  $\tau$  de Juárez Badillo guarda cierta semejanza con la **U** - **t** de Merchant, con la diferencia de que en aquel caso el exponente de **(1 - U)** era la unidad, Figura 2.8.

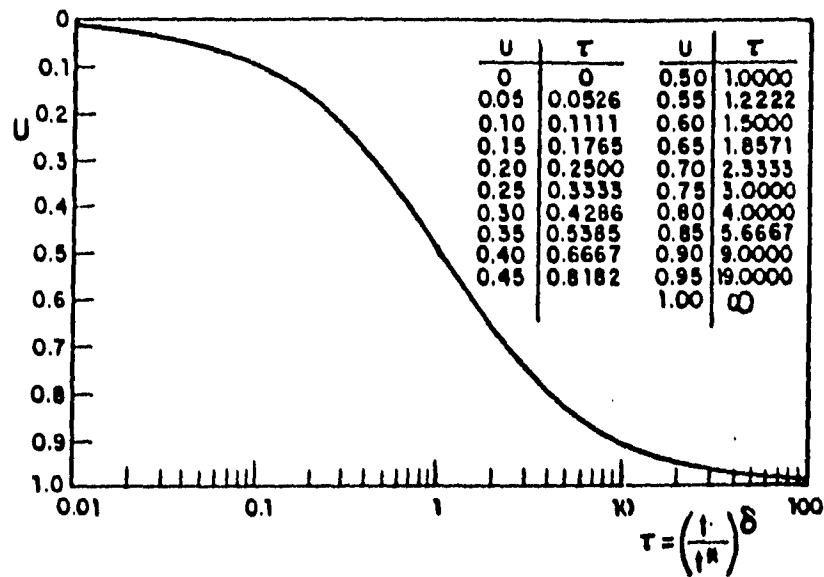


Fig. 2.8 Curva de Juárez Badillo.

### 2.3.3.- LA RELACIÓN $e(p,t)$ : LAS ECUACIONES DE BJERRUM Y BENT HANSEN.

A partir de las relaciones sugeridas por Taylor y Bjerrum se han propuesto varias ecuaciones de tipo exponencial para  $e$ ,  $p$  y  $t$ . La función  $e(p, t)$  resultante de la relación sugerida por Bjerrum (1967) es:

$$\Delta e = C_r \log(p_c/p_0) + C_c \log(p_f/p_c) + C_{\alpha} \log((t_1+t)/t_1) \quad (2.6)$$

donde  $\Delta e$  es el incremento en la relación de vacíos debido a la carga  $p_f$  ( $p_0$  y  $p_c$  son las cargas inicial y de preconsolidación) y a su permanencia durante un tiempo  $t$  a partir del tiempo  $t_1$ , con el significado usual para los tres coeficientes restantes ( $C_r$  es el índice de recompresión del suelo). Más tarde, Bent Hansen (1969) sugirió expresarla como:

$$(e/e_0) = (p_c/p_0)^{-a} (p_f/p_c)^{-b} ((t_1+t)/t_1)^c \quad (2.7)$$

donde  $e$  y  $e_0$  son la relación de vacíos a tiempo  $t$  e inicial.

Las expresiones anteriores incluyen las curvas virgen y de recarga de los suelos para diferentes tiempos.

#### 2.3.4.- UNA COMBINACIÓN TERZAGHI-BENT HANSEN: LA TEORÍA DE GARLANGER.

Posteriormente, Garlanger (1972) introdujo en la ecuación 1.1 de Terzaghi la expresión:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial e}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + (\frac{\partial e}{\partial t})_c \quad (2.8)$$

donde  $\frac{\partial e}{\partial p}$  es la compresibilidad del suelo y  $(\frac{\partial e}{\partial t})_c$  la velocidad de consolidación secundaria (creep), obteniendo las derivadas de  $e$  a partir de la ecuación 2.7. Esto equivale a adoptar un cuerpo de Kelvin con parámetros variables para la estructura del suelo  $[K_v]$ .

En esta forma, respetando el principio del esfuerzo efectivo de Terzaghi, llegó a un sistema que resolvió por métodos numéricos para las condiciones de frontera usuales del problema, proporcionando resultados para  $u$  y  $e$  que, integrados, condujeron finalmente a los grados de disipación y consolidación buscados para todo tiempo.

El mismo año, Berre e Iversen (1972) presentaron los resultados de una serie de pruebas de consolidación con probetas de diferentes alturas, haciendo ver que la solución de Terzaghi podía ajustarse sólo a algunos casos, resultando inconsistente para el conjunto.

Demostraron también que la solución de Gibson y Lo (1961) permitía reproducir la respuesta a tiempos grandes pero no a tiempos cortos o medios y que la solución de Barden (1965) proporcionaba deformaciones correctas para todo el conjunto de pruebas, exagerando la reducción de presiones del agua al principio de las mismas.

En cambio, la solución numérica de Garlanger arriba comentada daba resultados correctos (Figura 2.9), tanto para deformaciones como para presiones de poro, para todas las pruebas, desde las efectuadas en las probetas de menor altura (1.75 cm) hasta las más altas (45.0 cm).

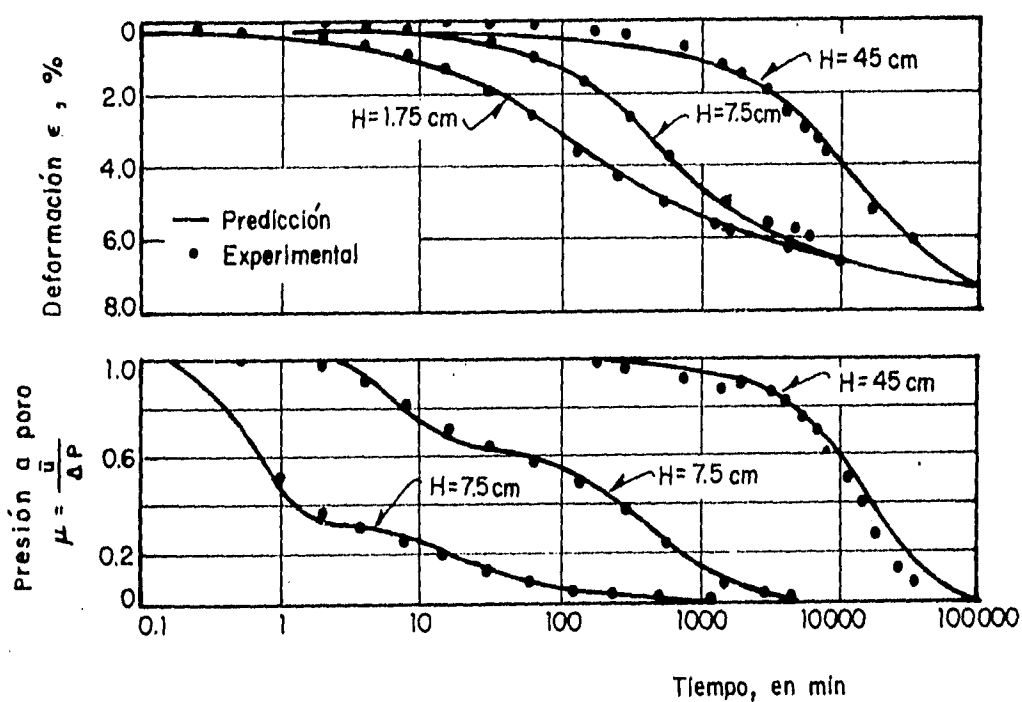


Fig. 2.9 Aplicación de la Teoría de Garlanger a los resultados de Berre e Iversen.

### 2.3.5.- UNA VERSIÓN TERZAGHI-BERRY Y POSKITT-GARLANGER PARA DEFORMACIONES FINITAS: LA TEORÍA DE MESRI.

Dos años más tarde, Mesri (1974) reunió en una nueva teoría los criterios más generalmente aceptados con respecto a la consolidación de los suelos. Así, adoptó la ecuación de continuidad empleada por Berry y Poskitt (1972)

$$\frac{(1+e_0)^2}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z_0} \left[ \frac{k}{1+e} \frac{\partial u}{\partial z_0} \right] = \frac{\partial e}{\partial t} \quad (2.9)$$

para el estudio de deformaciones finitas en turbas con la permeabilidad  $k$  variable (Taylor, 1948)

$$k = k_0 (k_p/k_0)^\beta \quad (2.10)$$

donde  $k_p$  es la permeabilidad al final de la consolidación primaria, cuando se inicia la deformación a presión efectiva constante,  $k_0$  la permeabilidad inicial y  $\beta$  un parámetro constante.

Utilizó también la ecuación 2.8 empleada anteriormente por Garlanger, a la que postula como la verdadera ecuación de estado de los suelos, determinando sus derivadas a partir de relaciones lineales  $e$ - $\log p$ , tanto para el tramo de recarga como para el virgen (con la posibilidad de iniciar el proceso en el primero y terminarlo en el segundo), y de la ecuación de Buisman.

El sistema resultante, equivalente a un cuerpo de Kelvin con parámetros variables  $[K_v]$ , saturado y con permeabilidad decreciente con la relación de vacíos, fué resuelto mediante métodos numéricos con el auxilio de una computadora.

Algunos resultados, presentados en forma gráfica para distintos parámetros, pueden verse en la Figura 2.10, apreciándose que tienen, cualitativamente hablando, la forma de las curvas de la Figura 2.9, donde el único parámetro de las diferentes curvas, en cada caso, es el espesor de estrato.

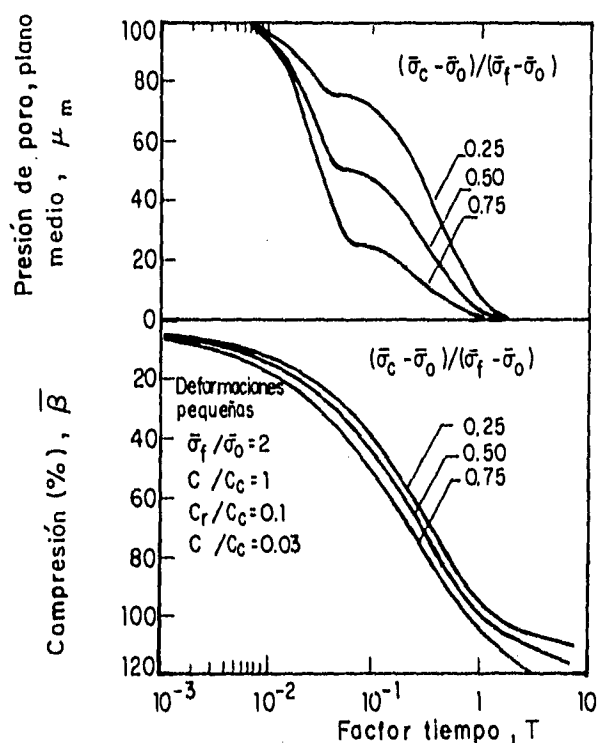


Fig. 2.10 Curvas de Mesri

Según Mesri, la diferencia existente entre las hipótesis de pequeñas deformaciones y deformaciones finitas es despreciable, para fines prácticos.

Una aplicación de los criterios utilizados en esta teoría al cálculo de asentamientos y presiones de poro bajo dos terraplenes, fué publicada 11 años más tarde por Mesri y Choi (1985). En ésta se observa que, si bien los asentamientos se predicen con buena aproximación, la disipación de presiones del agua resulta, en general, sobreestimada, siendo las presiones reales hasta un 50 % mayores.

### 2.3.6.- CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA Y EMPUJE EN REPOSO DE LOS SUELOS: LA TEORÍA DE MARTINS Y LACERDA.

Con motivo de una encuesta llevada a cabo por Schmertman (1983) sobre el comportamiento del empuje en reposo de los suelos con el tiempo, Kavanzajian y Mitchell (1984) sugirieron, con base en algunos resultados de laboratorio, que el coeficiente de empuje en reposo tiende a la unidad, como en los líquidos, cualquiera que sea su valor actual.

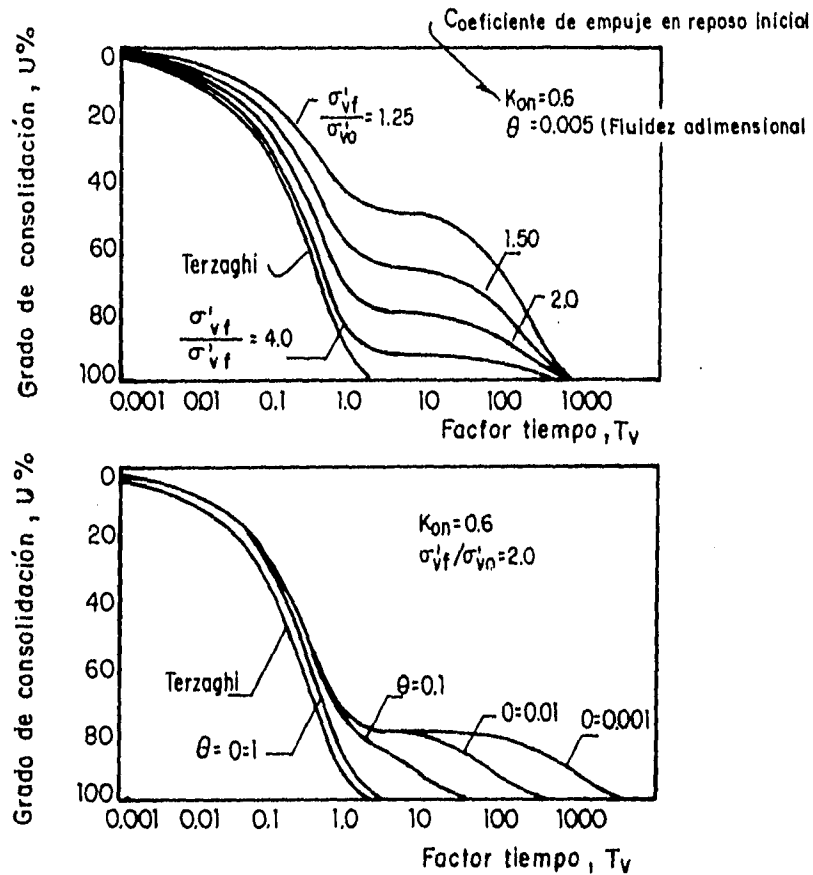
Martins y Lacerda (1985) adoptaron dicha idea y aceptando las hipótesis de Terzaghi más la de que los esfuerzos cortantes se relajan con el tiempo según  $dq/dt = -\lambda q$ , siendo  $q$  el esfuerzo desviador, obtuvieron la siguiente expresión para la deformación secundaria,  $\varepsilon_{vs}$ , adicional a la primaria de Terzaghi,

$$\varepsilon_{vs}(t) = \frac{2}{3} \frac{\sigma'_{vo}}{M} (1 - k_{on}) [1 - \exp(-\lambda t)] \quad (2.11)$$

donde  $\sigma'_{vo}$  es el esfuerzo efectivo vertical inicial,  $M$  el módulo de deformación volumétrica,  $k_{on}$  el coeficiente de empuje en reposo inicial,  $t$  el tiempo y  $\lambda$  el parámetro que regula la velocidad del fenómeno.

La deformación secundaria total se obtiene sumando a la primaria de Terzaghi la secundaria proporcionada por la expresión 2.11. El modelo reológico equivalente es un **[T - K]**. El tipo de resultados que se obtienen se ilustra en la Figura 2.11.





### 2.3.7.- GIBSON, SCHIFFMAN Y CARGILL: UNA TEORÍA PARA ESTRATOS GRUESOS.

La segunda parte de un trabajo de Gibson, England y Hussey (1967) fué preparada y publicada por Gibson, Schiffman y Cargill (1981). En ella, la inclusión de las ecuaciones diferenciales del equilibrio de la carga total vertical y de la presión del agua, para tomar en cuenta el peso propio del estrato, despreciable a nivel de las pruebas odométricas, conduce a la ecuación diferencial:

$$\pm \left[ \frac{\gamma_s}{\gamma_f} - 1 \right] \frac{d}{de} \left[ \frac{k(e)}{1+e} \right] \frac{\partial e}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k(e)}{\gamma_f(1+e)} \frac{d\sigma'}{de} \frac{\partial e}{\partial z} \right] + \frac{\partial e}{\partial t} = 0 \quad (2.12)$$

donde  $\gamma_s$  y  $\gamma_f$  son los pesos específicos de suelo y agua, siendo el primer término (con signo positivo si la coordenada vertical crece hacia arriba y negativo en caso contrario) la adición resultante a la ecuación diferencial para deformaciones finitas 2.9.

Con esto, las isócronas de exceso de presión hidrostática se vuelven asimétricas y más "cuadradas", como puede verse en la Figura 2.12, con lo que las presiones del agua se conservan más altas, excepto en el el centro del estrato (doble drenado) o junto a la frontera impermeable. Además, la consolidación se acelera, con respecto a lo que podría esperarse aplicando la teoría de Terzaghi.

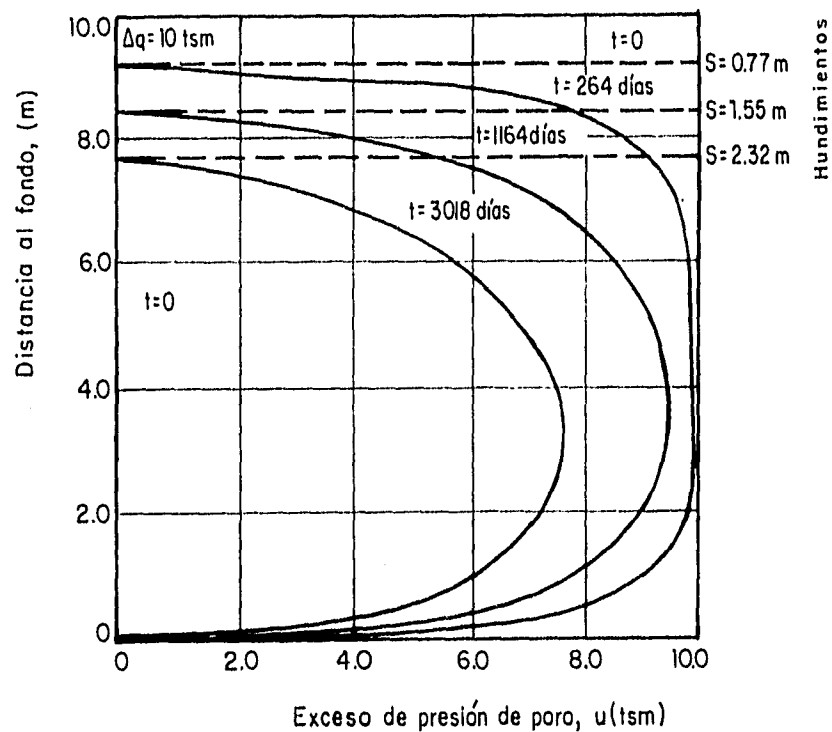


Fig. 2.12 Isócronas de estratos gruesos (Gibson, Schiffman y Cargill).

De hecho, esta teoría no maneja la consolidación secundaria. Se resume aquí porque otras teorías incluídas más adelante hacen uso de este planteamiento.

## **2.4.- CRITERIOS ESTOCÁSTICOS Y/O MOLECULARES.**

### *2.4.1.- DOS MODELOS DE DE JOSSELIN DE JONG.*

La Figura 2.5 (Modelo reológico de Lo) muestra una tendencia lógica: aumentar el número de cuerpos de Kelvin en el modelo elemental de la estructura del suelo para reproducir mejor el comportamiento del mismo. De esta manera, por ejemplo, Schiffman, Ladd y Chen (1964) propusieron modelos de cinco y siete parámetros, consistentes en un resorte en serie con dos y tres cuerpos de Kelvin respectivamente. Cuatro años más tarde, De Josselin de Jong (1968) propuso dos modelos basados en sendas hipótesis planteadas por Buisman (1940) que, según él, podrían explicar los efectos seculares.

Una de ellas fué ya mencionada en el inciso 1.2.2 (deformación viscosa del agua adsorbida). En la otra se atribuyen dichos efectos a las diferencias de tamaño de los poros que deben transmitir el agua expulsada para que pueda ocurrir la consolidación del suelo.

De Josselin de Jong exploró ambas posibilidades introduciendo en el modelo básico del suelo una distribución estocástica de parámetros. En el primer modelo, se simula el suelo mediante un gran número de cuerpos de Kelvin en serie **([K-K...-K])**, determinando la distribución de frecuencias de sus propiedades a partir de la gráfica de consolidación del suelo, dibujada como logaritmo de asentamiento vs. logaritmo del tiempo, Figura 2.13.

Sin embargo, cuando trató de incorporar la ecuación de Terzaghi para la porción primaria encontró que no era posible, matemáticamente hablando, encontrar una distribución de frecuencias válida para tiempos pequeños.

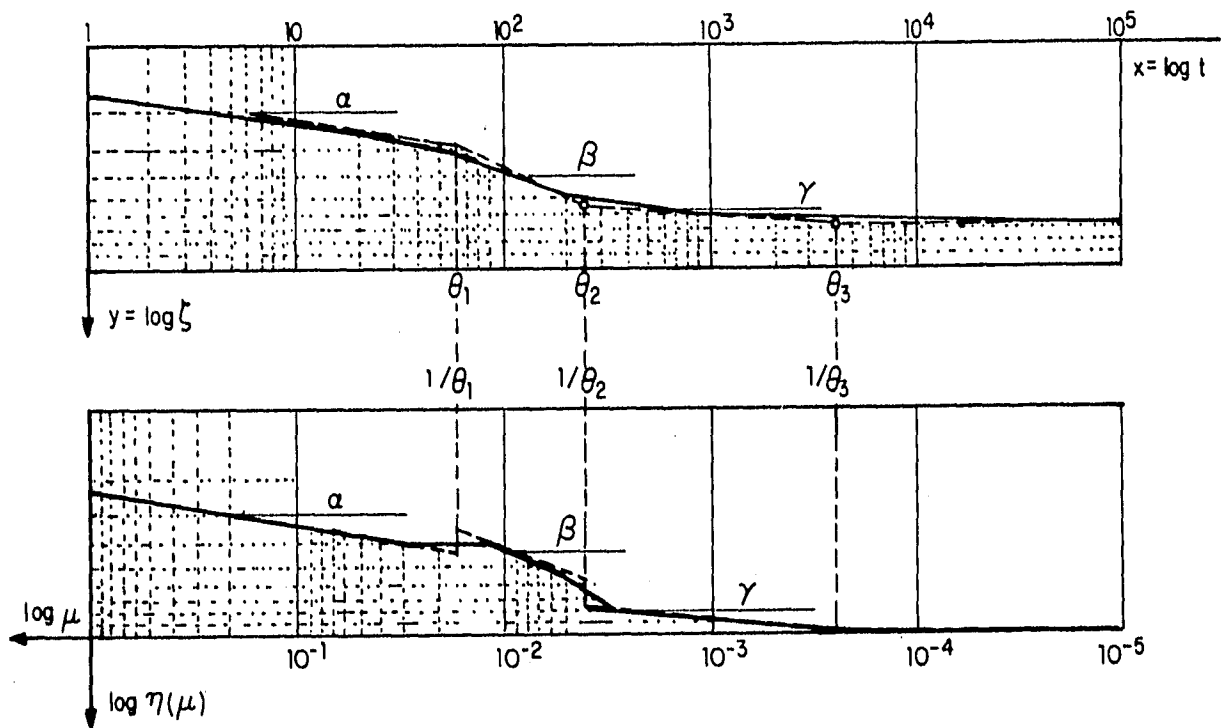


Fig. 2.13 Gráfica De Josselin de Jong

Por ello, procedió a desarrollar la segunda sugerencia de Buisman en combinación con la Teoría de Terzaghi, de acuerdo con el modelo de cavidades y canales que se muestra en la Figura 2.14, también de tipo estocástico, en el que los canales menos permeables retrasan el drenado de las cavidades a ellos conectados, produciéndose el efecto secular. Para este caso no es fácil sugerir algún modelo reológico equivalente.

Para tiempos grandes, encontró que el segundo modelo era esencialmente igual al primero, siendo por ello aplicable lo antes expuesto. Para tiempos pequeños demostró solamente su validez, al no producirse contradicciones de tipo matemático como en el primer caso, sin detallar la forma de ajustarlo o de aplicarlo, por la complicación de los desarrollos necesarios.

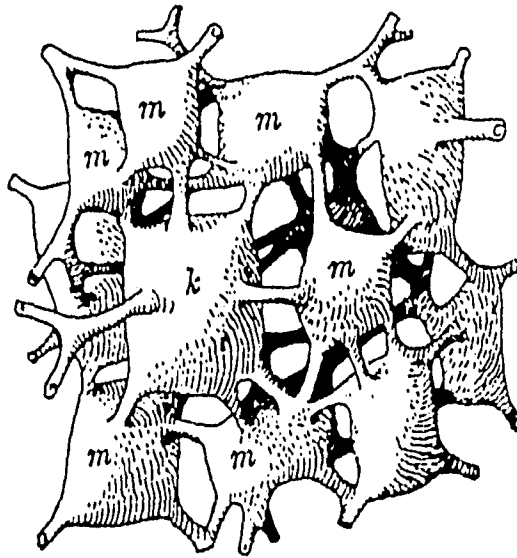


Fig. 2.14 Modelo de Cavidades y Canales.

Destacó solamente el hecho de que la posibilidad de ajustar su modelo a la realidad indica únicamente que éste contiene los elementos necesarios, sin que ello constituya una verificación de que el modelo es la descripción correcta del mecanismo físico en proceso, esperando que los conceptos desarrollados puedan servir en el estudio futuro de la macro y microestructura de los suelos.

#### 2.4.2.- MECÁNICA ESTADÍSTICA Y MECÁNICA DE SUELOS: LA TEORÍA DE PROCESOS DE VELOCIDAD.

La deformación y falla de los suelos implica reacomodos de materia que pueden ser estudiados mediante la Teoría de procesos de velocidad (Glasstone, Laidler y Eyring, 1941) según la cual, cuando los átomos, moléculas o partículas intervienen en un proceso temporal de deformación o flujo deben vencer ciertas barreras energéticas para cambiar su posición relativa, debiendo analizarse el fenómeno

desde un punto de vista estadístico por el gran número de contactos o ligas que intervienen (unidades de flujo), Figura 2.15.

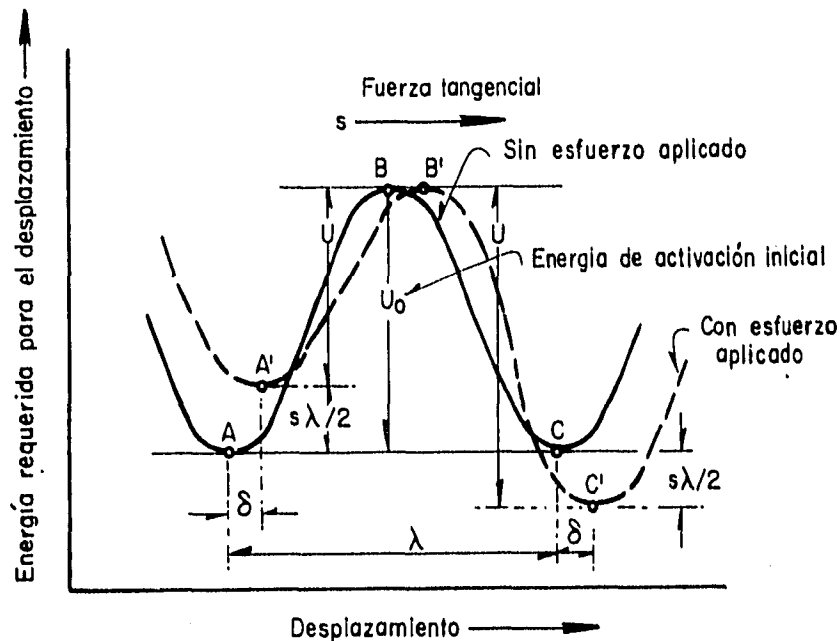


Fig. 2.15 Barreras energéticas que limitan el desplazamiento.

Este tipo de ideas conduce a la justificación de modelos de tipo Kelvin o similares con viscosidades (y otros parámetros) variables.

De esta manera y mediante otras hipótesis adicionales sobre la forma en que se supone influye el incremento de esfuerzo ( $\sigma - \sigma_0$ ), Murayama y Shibata (1961) calcularon la velocidad de deformación del modelo reológico de la Figura 2.16 (Murayama y Shibata, 1956), propuesto para simular el fenómeno de flujo secular (creep) que presentan los suelos en la cámara triaxial, encontrando que la deformación sigue una ley semilogarítmica hasta cierto valor a partir del cual se vuelve asintótica con su valor final, gobernado por los resortes.

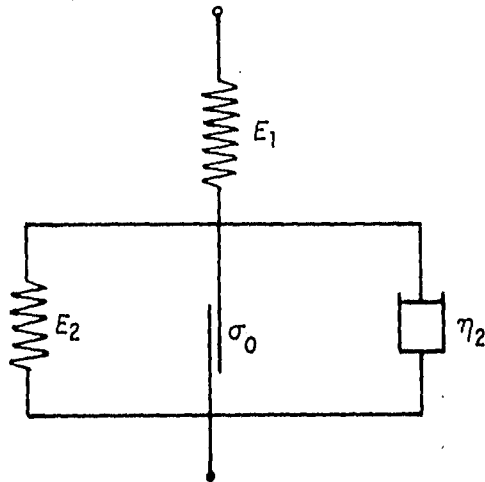


Fig. 2.16 Modelo de Murayama y Shibata.

Wu, Reséndiz y Neukirchner (1966) aplicaron las mismas ideas llegando al equivalente reológico de suelo, Figura 2.17,  $[(H-N) | | H]$  y a una ecuación diferencial no lineal para la deformación secundaria, que resolvieron mediante métodos numéricos suponiendo que el esfuerzo efectivo es el de la teoría de Terzaghi.

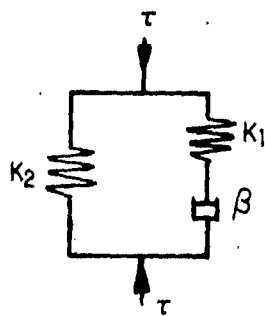


Fig. 2.17 Modelo de Christensen y Wu.

Superponiendo posteriormente la deformación de Terzaghi con la secundaria así calculada, lograron resultados como los que se muestran en las Figuras 2.18 y 2.19.

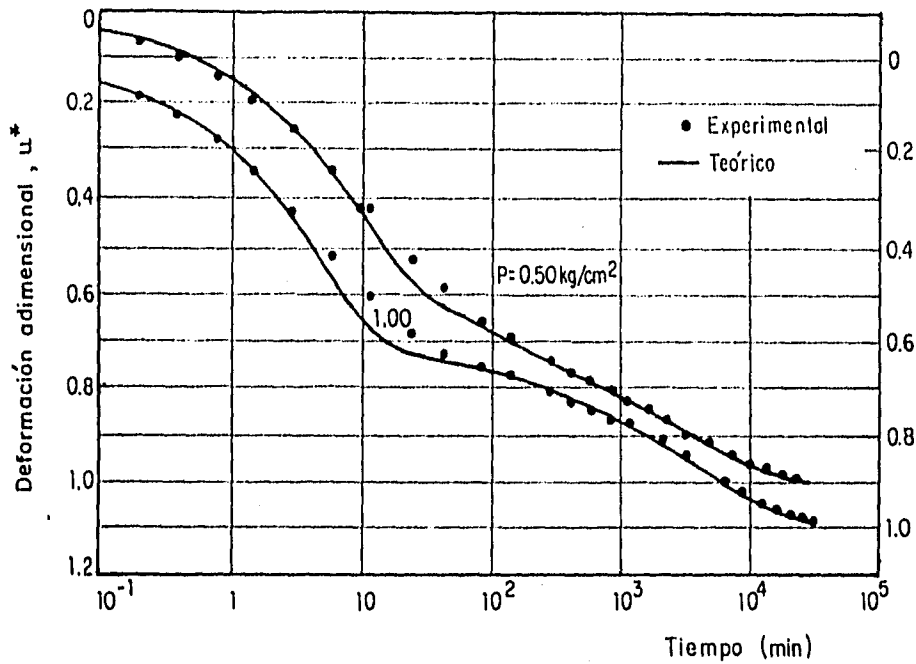


Fig. 2.18 Wu, Reséndiz y Neukirchner, Aplicación (1)

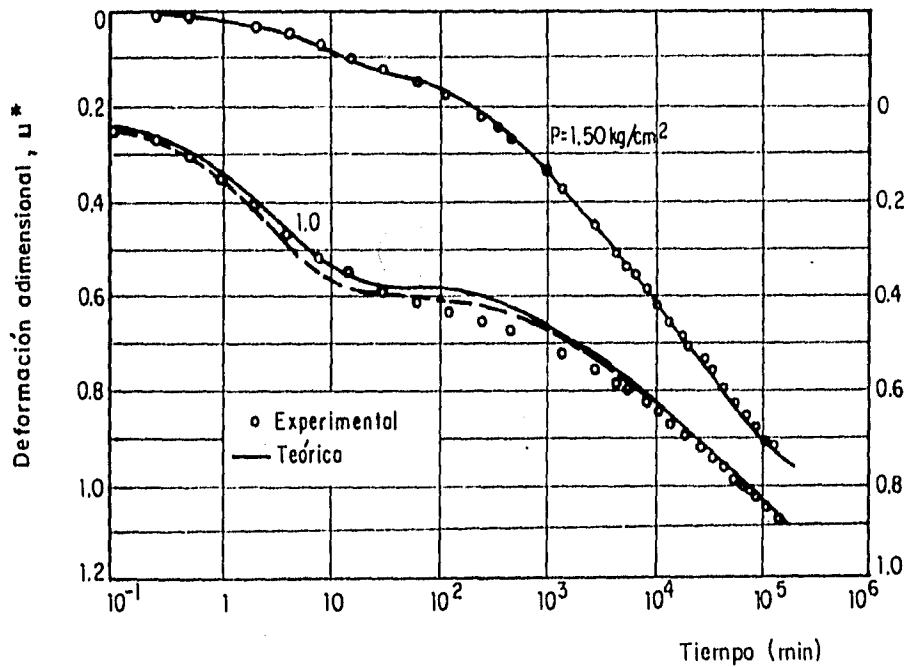


Fig. 2.19 Wu, Reséndiz y Neukirchner, Aplicación (2)



Feda (1989), por su parte, hizo lo propio con el flujo secular de los suelos (creep), haciendo algunos comentarios importantes que limitan la aplicabilidad del método.

Señaló que normalmente se ha estudiado el flujo distorsional y no el volumétrico y que hay tres tipos de flujo, el primario, donde hay aumento de la resistencia del suelo por aumentar el número de contactos entre sus partículas, el terciario, donde ocurre lo contrario y el secundario, donde ambas tendencias se contrarrestan mutuamente, siendo este caso el menos común en la práctica y en el campo de aplicación de las teorías de procesos de velocidad.

Los comentarios de Feda hacen recordar al antes mencionado que De Josselin de Jong hizo de su propia teoría:

"La posibilidad de ajustar un modelo a la realidad indica únicamente que éste contiene los elementos necesarios, sin que ello constituya una verificación de que el modelo es la descripción correcta del mecanismo físico en proceso."

## **2.5.- OTROS MÉTODOS.**

### *2.5.1.- UN ÚLTIMO RECURSO: LA EXTRAPOLACIÓN HIPERBÓLICA.*

Finalmente, conviene mencionar aquí un enfoque menos teórico y más pragmático. Se trata de una ecuación que, desarrollada por Southwell (1932) y Lundquist (1938) para otros fines, ha sido empleada recientemente en Mecánica de Suelos como una herramienta de predicción y control (Tan, Inoue y Lee, 1991).

Cuando alguna variable tiende a algún valor definido ( $s_{\infty}$ ) para  $t = \infty$ , haciendo uso de los valores de referencia  $t_1$  y  $s_1$ , la representación gráfica de  $((t - t_1)/(s - s_1))$  como ordenada vs.  $(t - t_1)$  como abscisa es asintótica a una recta de pendiente  $\beta$  que parte del origen, resultando así que,

$$s_{\infty} = 1/\beta \quad (2.13)$$

pudiendo utilizarse este hecho para calcular el valor final de la consolidación y el grado de avance de la misma, independientemente de que el problema sea o no lineal o implique pequeñas o grandes deformaciones.

## 2.6.- COLOFÓN.

Describir todos los trabajos que se han publicado sobre consolidación unidimensional de los suelos requeriría de varios volúmenes. Es por ello que en lo que precede se ha intentado solamente realizar un muestreo, de tipo conceptual y sin mayor detalle, que refleje adecuadamente la evolución de las principales ideas existentes al respecto y que constituya la base de los siguientes capítulos.

Obviamente, puede haber omisiones importantes, aunque algunas se subsanarán más adelante al tratar con más profundidad algunos temas. Aquí se pretende destacar únicamente lo siguiente:

Las teorías aquí revisadas y brevemente resumidas, corresponden, según se vió, en su gran mayoría, a modelos esfuerzo-deformación de suelos de tipo viscoelástico saturados, con excepción de algunos métodos empíricos (Šuklje, Brinch Hansen, Bjerrum y Bent Hansen, extrapolación hiperbólica) y del segundo modelo de De Josselin de Jong (suelo con distribución aleatoria de permeabilidad).

Este último autor demostró, suponiendo una distribución aleatoria de la permeabilidad del suelo, que no es necesario suponer una "viscosidad estructural" para explicar la consolidación secundaria, ya que tan sólo con la viscosidad del agua se puede lograr tal fin.

De este planteamiento surgió la idea central del presente trabajo, consistente en eliminar la parte aleatoria del mismo, que introduce parámetros ajenos a la experiencia común en Mecánica de Suelos, simplificando el problema como una combinación de dos suelos tipo Terzaghi en el mismo perfil y conservando los parámetros de tipo tradicional en la materia.

Todo el planteamiento que sigue se basa en esta idea.

Este último autor demostró, suponiendo una distribución aleatoria de la permeabilidad del suelo, que no es necesario suponer una "viscosidad estructural" para explicar la consolidación secundaria, ya que tan sólo con la viscosidad del agua se puede lograr tal fin.

De este planteamiento surgió la idea central del presente trabajo, consistente en eliminar la parte aleatoria del mismo, que introduce parámetros ajenos a la experiencia común en Mecánica de Suelos, simplificando el problema como una combinación de dos suelos tipo Terzaghi en el mismo perfil y conservando los parámetros de tipo tradicional en la materia.

Todo el planteamiento que sigue se basa en esta idea.

# **CAPÍTULO III**

## **TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN TOTAL**

### **CAPITULO III.- TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN TOTAL.**

"Una teoría es una buena teoría siempre que satisfaga dos requisitos: debe describir con precisión un amplio conjunto de observaciones sobre la base de un modelo que contenga sólo unos pocos parámetros arbitrarios, y debe ser capaz de predecir positivamente los resultados de observaciones futuras."

Stephen W. Hawking (1988).

#### **3.1.- RECAPITULACIÓN.**

##### *3.1.1.- LOS CRITERIOS EMPLEADOS EN LAS TEORÍAS EXISTENTES.*

Por todo lo aquí expuesto puede apreciarse que el estudio de la consolidación de los suelos, a partir de la teoría inicial de Terzaghi, se ha vuelto cada vez más complejo por la incorporación de un número cada vez mayor de criterios no incluidos en ésta, con objeto de explicar el inesperado efecto secundario, sin que a la fecha exista una teoría que reproduzca satisfactoriamente y en forma unificada todos los aspectos prácticos de la consolidación primaria y secundaria de los suelos.

Por tal razón, resulta conveniente tratar de captar los aspectos generales tomados en cuenta hasta la fecha. Por ejemplo, puede verse que las teorías unificadas aquí revisadas pueden agruparse, según su punto de partida, como sigue:

- 1) Las que parten de la ley de conservación de la masa, resolviendo luego la ecuación o ecuaciones diferenciales parciales resultantes.
- 2) Las que parten directamente de un modelo reológico para la columna del suelo, aplicando las técnicas de la viscoelasticidad.
- 3) Las que proponen directamente alguna ecuación que combina a las de Terzaghi y Buisman.

Como se indicó con anterioridad, se ha demostrado que las teorías del segundo grupo tienen, o pueden tener, su equivalente en el primero y por ello en los que sigue se concentrarán los comentarios en las del primer grupo, por razones obvias.

En este caso, se pueden definir dos grandes subgrupos, atendiendo a que el modelo teórico de suelo sea capaz de resistir o no, en forma permanente, esfuerzos isotrópicos y/o desviadores.

En el presente trabajo se parte de la hipótesis de que el segundo caso no es realista porque eventualmente conduce a volúmenes de suelo nulos o negativos o porque el coeficiente de empuje en reposo de los suelos tiene que tender necesariamente a uno.

Por ello, en lo que sigue se comentarán únicamente las teorías que parten de la ecuación diferencial de conservación de la masa, aplicada a suelos "sólidos", tanto en su aspecto volumétrico como en el distorsional.

En estos casos, los criterios adicionales o distintos de los empleados por Terzaghi han sido los siguientes:

- 1) La introducción, directa o indirecta, de alguna forma de viscosidad intergranular, constante o variable.
- 2) El empleo de  $m_v$  y/o  $k$  variables.
- 3) El planteamiento del problema en términos de deformaciones finitas.
- 4) La introducción de alguna(s) relación(es) lineal(es) de tipo semilogarítmico o logarítmico entre  $e$  y  $\sigma$ .
- 5) La introducción de ecuaciones de equilibrio adicionales, para tener en cuenta el peso propio de suelo y agua.
- 6) El reconocimiento de la no homogeneidad del suelo, a través de una macropermeabilidad y una micropermeabilidad para diferentes zonas del suelo.

### *3.1.2.- LAS CAUSAS DE LA CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA, SEGÚN LOS DIFERENTES AUTORES.*

En cuanto a las razones, explícitas o implícitas, que se han propuesto en las teorías existentes para la consolidación secundaria, la predominante y la que aquí se considera más realista son (en ese orden):

- 1.- Viscosidad estructural del suelo.
- 2.- Diferentes permeabilidades en los canales del suelo.



Pudiendo observarse que, como se recordará, de Josselin de Jong, siguiendo las sugerencias de Buisman, es el único que aporta una posible causa que no depende de alguna forma de viscosidad intergranular del suelo. Sin embargo, inexplicablemente, esta línea de investigación ha sido prácticamente desdeñada por la comunidad científica, probablemente por dar lugar a un conjunto de parámetros con poca relación con los conceptos físicos generalmente aceptados en la mecánica de medios contínuos.

Tal parece que los investigadores del tema se inclinan hacia las teorías que no sólo utilizan pocos parámetros arbitrarios, como se señala en el epígrafe del presente capítulo, sino que los eligen entre los ya conocidos en la especialidad.

### **3.2.- HACIA UNA NUEVA TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN.**

#### **3.2.1.- OTRA ALTERNATIVA A LA VISCOSIDAD ESTRUCTURAL DEL SUELO.**

El inciso anterior ilustra el hecho de que la causa generalmente reconocida para la consolidación secundaria es la llamada viscosidad estructural del suelo. Sin embargo, como se recordará, la introducción de la macropermeabilidad y la micropermeabilidad sugeridas por Buisman permitió a De Josselin de Jong simular comportamientos de tipo secundario. El modelo propuesto en el presente trabajo es un desarrollo no estocástico de este tipo de idea, en el que la viscosidad del agua es suficiente para explicar todo el fenómeno.

#### **3.2.2.- LA DUALIDAD INTRÍNSECA DE LOS SUELOS.**

Las consolidaciones primaria y secundaria de los suelos constituyen lo que se llama una dualidad, que no es única. Las leyes  $e-p$  para la recarga y para la ramá virgen

constituyen otra, que no tiene por qué estar desligada de la primera, debido a que ambas forman parte de lo que podría llamarse la ecuación de estado del suelo.

### 3.2.3.- UN SUELO DUAL, PARA COMPORTAMIENTOS DUALES.

Si imaginamos que dentro de un suelo fino, del tipo supuesto en la teoría de Terzaghi, o suelo primario, se presentan pequeñas zonas, como pastillas, invadidas por un suelo coloidal (suelo secundario), sensible, tixotrópico y más impermeable, más o menos uniformemente distribuidas dentro de la masa de suelo primario, se tiene un suelo combinado, suelo dual o "suelo en suelo", que puede exhibir las dos dualidades antes descritas (**e-p** y **e-t**), sin tener que acudir a la tan popular viscosidad estructural del suelo.

En efecto, desde el punto de vista del fenómeno de la consolidación, mientras el suelo primario limpio drena durante el proceso de consolidación más o menos como en la teoría original de Terzaghi, hacia las fronteras exteriores de la masa total de suelo, las "pastillas" de suelo primario y secundario drenan hacia el suelo primario que las aloja (ver Figura 3.1), ocasionando, por su menor permeabilidad, una compresión diferida de la masa total del suelo, aún cuando la presión de poro primaria (presión del agua en el suelo primario limpio, la única que pueden medir los piezómetros comunes) se haya reducido prácticamente a cero.

En cuanto a la dualidad **e-p**, durante la primera fase de consolidación del suelo, mientras la consolidación secundaria es aún inapreciable, también el suelo dual la presenta por necesidad, al mantener las "pastillas" de suelo combinado (Figura 3.1) su volumen hasta que se rebasa cierto esfuerzo (carga de preconsolidación), donde el suelo secundario pierde su resistencia por su sensibilidad, y empieza a ser extruido hacia el suelo primario limpio circundante, permitiendo reducciones adicionales del volumen de la masa total.

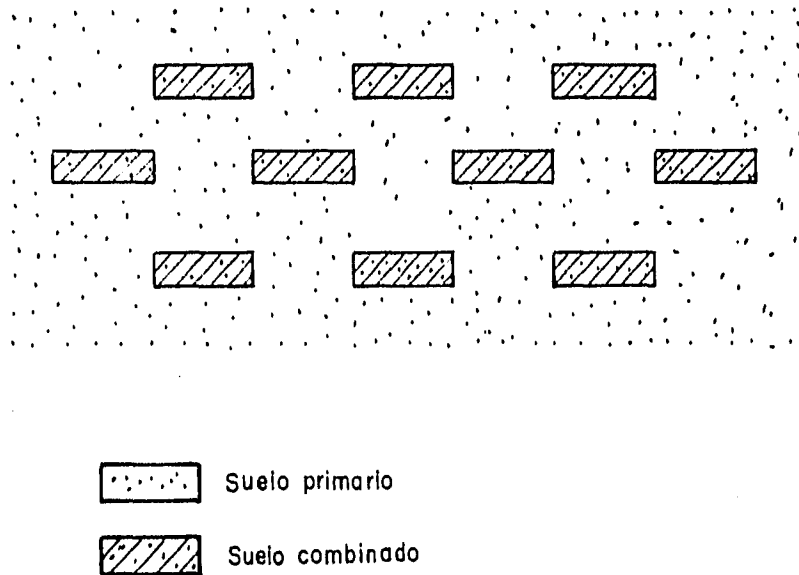


Fig. 3.1 Esquema suelo en suelo.

Al reducirse nuevamente los esfuerzos, la extrusión irrecuperable de las "pastillas" funciona como un gato de escalera que se deforma en un solo sentido y la nueva zona invadida se conserva al recuperarse por tixotropía la resistencia máxima alcanzada por las zonas ampliadas de suelo combinado (nueva carga de preconsolidación), límite inferior de la nueva carga de extrusión, si se vuelve a aumentar la carga.

Para simplificar al máximo el modelo de consolidación aquí propuesto, en lo que sigue se idealizará de acuerdo con el esquema mostrado en la Figura 3.1, suponiendo que el suelo primario limpio obedece a la ecuación de Terzaghi, con parámetros equivalentes referidos al volumen total de suelo, como si no hubiera invasión de suelo secundario, y que las pastillas de suelo combinado drenan también según la teoría de Terzaghi, en sentido vertical y de conformidad con la condiciones de frontera impuestas por la evolución de la presión de poro del suelo primario limpio, y suponiendo que el efecto de las descargas del suelo combinado o

secundario sobre las presiones de poro del primario son suficientemente pequeñas para poder ser despreciadas sin mucho error en las predicciones de comportamiento de la masa total del suelo.

Lo anterior equivale a reconocer el acoplamiento de las pastillas de suelo combinado con el suelo primario limpio circundante, pero no el de éste con el anterior, procedimiento aceptable siempre que la aportación de la consolidación secundaria sea pequeña comparada con la de la primaria mientras se alcanza un -digamos- 90% de ésta última.

Puede verse así que el modelo de suelo combinado aquí propuesto, suelo dual o "suelo en suelo" constituye una especie de modelo reológico en el que los elementos son porciones de suelo (una unidad tipo Terzaghi reversible, en serie con una unidad "secundaria" irreversible, según se aprecia en la expresión 3.10, que eventualmente limita, por un proceso de extrusión, la recuperación del suelo primario), con algunas de las propiedades conocidas de los mismos.

Mediante este artificio, la deformación recuperable se simula a través del suelo primario, la deformación primaria irreversible, que se atribuye generalmente a los cambios relativos irreversibles de las partículas de suelo hacia posiciones más estables (estados más densos del suelo), mediante el mecanismo de la extrusión irreversible del suelo secundario hacia el primario circundante y la irreversibilidad misma de las "pastillas" y la consolidación secundaria propiamente dicha a través de la consolidación de estas últimas.

En lo que sigue se desarrollarán los aspectos teóricos del presente modelo y más adelante se mostrará cómo el mismo permite simular un conjunto más amplio de aspectos del proceso global de consolidación que el que pueden simular los modelos o teorías que se comentaron en el capítulo anterior.

### 3.3.- LA NUEVA TEORÍA.

#### 3.3.1.- UN NUEVO COMIENZO, A PARTIR DE TERZAGHI.

Las ideas antes expuestas adquieren su forma más simple posible cuando se apoyan en la teoría de la consolidación unidimensional de Terzaghi, aceptando también las hipótesis básicas de la misma.

Para demostrar lo anterior, recordemos la solución clásica de Terzaghi para el grado de consolidación  $U'$  a la altura  $z'$ , dentro de una "pastilla" de altura total  $2h$ , con doble drenado, sometida a carga unitaria constante,

$$U' = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} (2/M) \text{sen}(Mz'/h) e^{-\alpha_H M^2 T} \quad (3.1)$$

donde  $M = (\pi/2)(2m+1)$  y  $\alpha_H T$  el Factor Tiempo de la "pastilla", cuyo coeficiente de consolidación es  $c_{v2}$ , expresado como un múltiplo del Factor Tiempo  $C_{v1}$  del estrato o muestra.

El parámetro  $\alpha_H$  es, numéricamente hablando, la razón existente entre los factores tiempo de la pastilla,  $c_{v2} t/h^2$ , y de la muestra o estrato en proceso de consolidación,  $c_{v1} t/H^2$ , donde  $c_{v2}$  es el coeficiente de consolidación de la "pastilla",  $h$  su longitud máxima de drenado y  $H$  es la longitud máxima de drenado de la muestra o estrato arcilloso.

La carga de la "pastilla" es la presión efectiva de la matriz primaria a la altura  $z$ , dentro del estrato de altura total  $2H$  (doble drenado):

$$U = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} (2/N) \text{sen}(Nz/H) e^{-N^2 T} \quad (3.2)$$

donde  $N=(\pi/2)(2n+1)$  y  $T$  el Factor Tiempo de la matriz primaria del estrato o muestra, cuyo coeficiente de consolidación es  $c_{v1}$ , y su derivada parcial respecto al Factor Tiempo,

$$\partial U / \partial T = \sum_{n=0}^{\infty} 2N \text{sen}(Nz/H) e^{-N^2 T} \quad (3.3)$$

constituye la velocidad de carga, medida en unidades de tiempo " $T$ ", que tiene lugar a la altura  $z$ .

Consecuentemente, si el nivel  $z$  intersecta a una "pastilla", el grado de consolidación alcanzado a dicho nivel se obtiene mediante la convolución de las expresiones 3.1 y 3.3, ésto es, mediante la integral

$$\begin{aligned} & \int_0^T \partial U(T') / \partial T' U' (\alpha_H T - \alpha_H T') dT' = \\ & = \int_0^T \left( \sum_{n=0}^{\infty} 2N \text{sen} Nz/H e^{-N^2 T'} - \right. \\ & \left. - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} 2N \text{sen} Nz/H 2/M \text{sen} Mz'/h e^{-N^2 T' - \alpha_H M^2 (T-T')} \right) dT' = \\ & = - \sum_{n=0}^{\infty} 2/N \text{sen} Nz/H (e^{-N^2 T} - 1) + \\ & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} 4N/(M (N^2 - \alpha_H M^2)) \text{sen} Nz/H \text{sen} Mz'/h (e^{-N^2 T} - e^{-\alpha_H M^2 T}) \quad (3.4) \end{aligned}$$

Con base en este resultado, el grado de consolidación medio de la pastilla de altura  $2h$  (doble drenado), resulta igual a:

$$U_z = (1/2h) \int_{z_0}^{z_0+2h} \int_0^T (\partial U(T') / \partial T') (U' (\alpha_H T - \alpha_H T')) dT' dz \quad (3.5)$$

y finalmente, el grado de consolidación secundario medio de **todas** las pastillas (Figura 3.1), aplicable a toda la masa del suelo, puede estimarse como:

$$U_s = (1/2H) \int_0^{2H} \int_0^T (\partial U(T') / \partial T') (U' (\alpha_H T - \alpha_H T')) dT' dz \quad (3.6)$$

con lo que, si  $H/h = v$ , utilizando las igualdades

$$\text{sen } Nz/H \text{ sen } Mz'/h = \text{sen}^2 Mvz/H \quad (3.7)$$

$$N/H = M/h \quad ; \quad N/M = v \quad (3.8)$$

que resultan de aplicar la propiedad de ortogonalidad de la función seno, frecuentemente empleada en la obtención de los coeficientes de las series de Fourier, se llega a:

$$U_s = 1/2H \int_0^{2H} \sum_{m=0}^{\infty} (2/M \text{ sen} Mz/H (1 - e^{-M^2 T}) + \sum_{m=0}^{\infty} 4v / (M^2(v^2 - \alpha_H)) \text{ sen}^2 Mvz/H (e^{-v^2 M^2 T} - e^{-\alpha_H M^2 T})) dz \quad (3.9)$$

o sea

$$U_s = U(T) - v/(v^2 - \alpha_H) [U(v^2 T) - U(\alpha_H T)] \quad (3.10)$$

expresión que proporciona la consolidación media de la "pastilla", en función de la solución clásica de Terzaghi para todo el estrato primario

$$U(T) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{N^2} e^{-N^2 T} \quad (3.11)$$

Para el caso extremo  $\nu = 1$ , se tiene:

$$U_s(\alpha_H, T) = U(T) - 1/(1 - \alpha_H) [ U(T) - U(\alpha_H T) ] \quad (3.12)$$

siendo ésta la primera opción a probar, especialmente cuando la deformación primaria es una fracción pequeña de la total. Esta expresión se reduce a,

$$U_s(\alpha_H, T) = U(T) - 2T \sum_{n=0}^{\infty} e^{-N^2 T} \quad (3.13)$$

mediante la aplicación de la regla de L'Hospital para  $\alpha_H \rightarrow 1$ , aunque es más fácil calcular  $U_s$  para un valor suficientemente cercano a 1. La ecuación 3.12 constituye la familia de curvas que se muestran en la Figura 3.2.

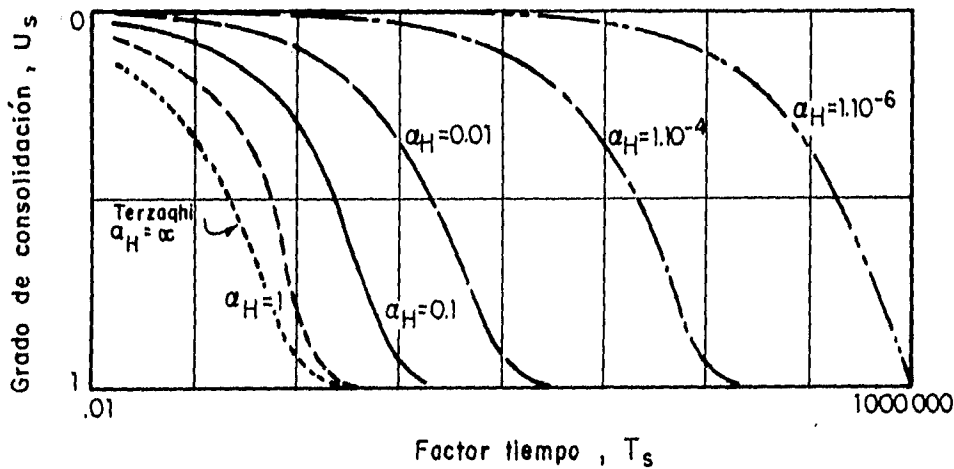


Fig. 3.2 Familia de curvas secundarias  $U_s$ .



Cuando  $v > 1$  (2, 3, etc.), el efecto secundario es tanto menor cuanto mayor sea el valor de  $v$ , siendo ésta la razón por la que se recomienda empezar a probar con el caso extremo  $v = 1$ .

### 3.3.2.- ALGUNOS AJUSTES DE ORDEN PRÁCTICO.

Para fines de cálculo, la expresión 3.12 se puede escribir como:

$$U_s(\alpha_H, T) = [U(\alpha_H, T) - \alpha_H U(T)] / (1 - \alpha_H) \quad (3.14)$$

y, si  $\rho$  es la fracción de suelo primario y  $m_1$  y  $m_2$  los coeficientes de variación volumétrica de los suelos primario y combinado, respectivamente, el hundimiento esperado es,

$$\Delta H = \Delta P H [M_1 U(T) + M_2 U_s(\alpha_H, T)] \quad (3.15)$$

donde  $\Delta P$  es la presión aplicada y  $M_1 = m_1 \rho$  y  $M_2 = m_2 (1 - \rho)$  las compresibilidades relativas, primaria y secundaria respectivamente. Adicionalmente, la ecuación 3.11 puede aproximarse mediante (Brinch Hansen, 1961)

$$U(T) = [T^3 / (T^3 + 0.5)]^{1/6} \quad (3.16)$$

que es válida para todo tiempo y tiene una precisión bastante, aceptable para fines prácticos (errores menores que 1%), como lo demostró su propio autor en el artículo antes mencionado.

En la Figura 3.2 puede verse que el caso  $\alpha_H = \infty$  corresponde a la curva tipo de Terzaghi, lo que también resulta evidente en la expresión 3.12, donde dicho valor reduce la expresión a la identidad  $U_s(\alpha_H, T) = U(T)$ . Puede verse también que las curvas tipo para diferentes valores de  $\alpha_H$ , parecidas a la de Terzaghi, se ubican tanto más a la derecha cuanto menor sea dicho parámetro y que, por ser éste proporcional a  $H^2/h^2$ , la curva a emplear en el prototipo es más cercana a la de Terzaghi que la correspondiente a las pruebas odométricas.

Como consecuencia, puede no haber indicios de consolidación secundaria en el laboratorio y presentarse ésta en forma importante en el prototipo, de inmediato o después de algún tiempo de ya no observarse hundimientos, o haber consolidación secundaria en el laboratorio y no apreciarse dicho efecto en el campo, salvo por los hundimientos mayores que resultan de la superposición de dos curvas muy parecidas, o algunos otros casos intermedios.

En el capítulo V se verá que las pruebas estándar de consolidación pueden ser aprovechadas para la aplicación de la presente teoría. En general, es conveniente llevar a cabo, además de la prueba estándar, otra en la que se consolide en una sola etapa la muestra a la presión que tenía in situ, para luego consolidarla en una segunda etapa hasta la carga final esperada en el prototipo.

La segunda prueba debe efectuarse sobre una muestra de espesor pequeño (1 cm. por ejemplo) y prolongarse lo más posible para que resulte evidente el comportamiento debido a la consolidación secundaria del suelo.

### 3.3.3.- UNA GENERALIZACIÓN APROXIMADA, PARA SUELOS NO LINEALES.

La ecuación 3.7 puede escribirse en forma más simple como:

$$\Delta H = \Delta H_1 U_1(T) + \Delta H_2 U_s(\alpha_H, T) \quad (3.17)$$

donde  $\Delta H_1$  y  $\Delta H_2$  son los hundimientos totales primario y secundario esperados, a través de los cuales se puede tomar en cuenta la no linealidad de las relaciones  $e - \sigma$  de los suelos, cuando es pequeño el error que implica suponer que las funciones  $U(T)$  y  $U(\alpha_H, T)$  son las mismas (lo que debe comprobarse a posteriori, en cada caso). Bajo estas condiciones, puede utilizarse la expresión (Juárez Badillo, 1965),

$$\Delta H = H_o \left[ 1 - (\sigma_{vo} / \sigma_v)^\gamma \right] \quad (3.18)$$

para incrementos de carga aplicados sobre la rama virgen, donde el índice "o" se refiere a los valores iniciales y el exponente  $\gamma$  es la pendiente de la curva virgen dibujada en papel logarítmico (si se trata de la de recarga se utiliza  $\gamma_p$ ). Así, cuando la consolidación tiene lugar sobre la rama de recarga,

$$\Delta H_1 = H \left[ 1 - (\sigma_{vo} / \sigma_v)^{\gamma_p} \right] \quad (3.19)$$

para la parte primaria, y

$$\Delta H_2 = H \left[ (\sigma_{vo} / \sigma_v)^\gamma - (\sigma_{vo} / \sigma_v)^{\gamma_p} \right] \quad (3.20)$$

para la parte secundaria correspondiente, empleándose para  $\sigma_{v0}$  y  $\sigma_v$  los valores medios del esfuerzo vertical inicial y final en todo el espesor del estrato considerado.

La razón de lo anterior estriba en que en las aplicaciones reales, en las que se evita rebasar la carga de preconsolidación de la arcilla (rama de recarga), si el suelo in situ prácticamente alcanzó durante el tiempo transcurrido (sin duda mucho mayor que el que pueda dedicarse a cualquier prueba de laboratorio) su deformación total bajo la  $\sigma_{v0}$  actual, es probable que la línea que pasa por el punto  $V - \sigma_{v0}$  y paralela a la curva virgen (en la representación **log V - log  $\sigma$**  empleada por Juárez Badillo) sea muy cercana a la línea de volúmenes mínimos posibles para todos los procesos de consolidación del suelo en cuestión.

#### 3.3.4.- TIPO DE PRUEBAS DE LABORATORIO REQUERIDAS.

Para aplicar la presente teoría, es necesario contar, como podrá verse en la primera parte del Capítulo V, con una prueba efectuada sobre una muestra representativa, consolidada primero a la presión efectiva de campo a que se encontraba sometida in situ antes del muestreo (estado inicial teórico de la muestra), para luego consolidarla con el incremento de presión total esperado de proyecto. que se estima inducirá en la misma la construcción del prototipo, siendo esta segunda etapa de consolidación la que se utilizará para la obtención de los parámetros de la presente teoría y para las subsecuentes predicciones.

Una vez dibujada la curva de consolidación de la muestra contra el logaritmo del tiempo, mediante comparación con un juego de curvas tipo como las que aparecen en el Apéndice del presente trabajo, se encuentran los órdenes de magnitud de los parámetros  $\alpha_H$  y  $r = M_1 / (M_1 + M_2)$  los que se afinan luego mediante tanteos con generación de nuevas curvas patrón, hasta encontrar un ajuste más satisfactorio. A continuación, se calcula  $\alpha'_H$  para el prototipo, multiplicando  $\alpha_H$  por el cuadrado del

espesor del estrato en cuestión y dividiéndolo por el cuadrado del espesor de la muestra, para generar luego la curva tipo de consolidación aplicable al prototipo, con la  $\alpha'_H$  de campo así obtenida.

En el Capítulo V se ilustrará lo anterior para el caso de la Ciudad de México, mediante la obtención de parámetros y la predicción de asentamientos debidos al peso de un terraplén, presentándose también la aplicación de las ideas del presente trabajo a la predicción de los hundimientos locales debidos a la sobreexplotación del acuífero.

# **CAPÍTULO IV**

## **INCORPORACIÓN DE LA NUEVA TEORÍA A LOS MODELOS DE HUNDIMIENTOS REGIONALES**

## CAPITULO IV.- INCORPORACIÓN DE LA NUEVA TEORÍA A LOS MODELOS DE HUNDIMIENTOS REGIONALES.

"Any system that can duplicate the response of a groundwater reservoir can be termed a *model* of the reservoir... models... simplify solution of groundwater problems that are beyond the usual pure mathematical treatments...."

Thomas A. Prickett (1975).

### 4.1.- ACUÍFEROS CONFINADOS. SU SIMULACIÓN MEDIANTE MODELOS.

Un estrato geológico horizontal permeable y saturado, limitado por arriba y por abajo por estratos impermeables, también horizontales, es lo que se llama un acuífero confinado al que puede inyectarse, o del que puede extraerse agua mediante pozos verticales que atraviesen el estrato confinante superior (Figura 4.1).

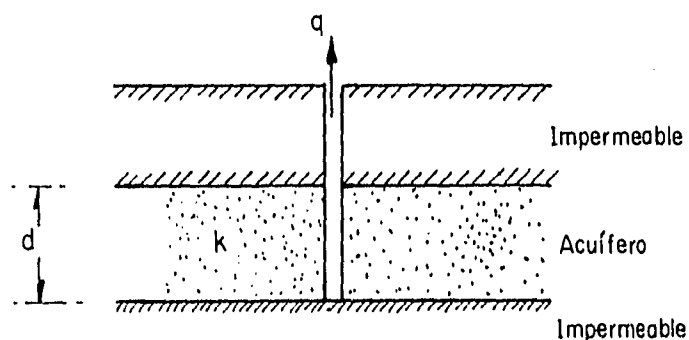


Fig. 4.1 Acuífero confinado

El flujo del agua en dicho acuífero obedece a la ecuación general de flujo de agua en suelos, adaptada a la geometría del caso:

$$\text{div } \bar{v} = S \partial h / \partial t + Q \quad (4.1)$$

donde  $\bar{v}$  es el vector velocidad de Darcy, en dos dimensiones,  $S$  el coeficiente de almacenaje,  $h$  el potencial hidráulico,  $t$  el tiempo y  $Q$  una eventual fuente o sumidero.

Si se subdivide en planta el acuífero por celdas (en el caso presente, cuadradas, para simplificar la presentación), y se aproxima la ecuación anterior mediante las técnicas de incrementos finitos, aplicando el criterio de Crank-Nicolson (1947) al gradiente medio en cada dirección, se llega a (Cruickshank y Chávez, 1969),

$$1/2 \sum_{i=1}^4 Y_{i,o} [h_{i,k+1} - h_{o,k+1} + h_{i,k} - h_{o,k}] + Q_{o,k} = \frac{A_o S_o}{\Delta t} [h_{o,k+1} - h_{o,k}] \quad (4.2)$$

donde el índice "o" se refiere a la celda analizada, el "i" a las vecinas,  $Y_{i,o}$  es la transmisibilidad media entre las dos celdas señaladas (la media armónica es la más adecuada, desde el punto de vista conceptual),  $A_o$  es el área de celda,  $Q_{o,k}$  el gasto de fuentes o sumideros en la misma, y  $k$  y  $k+1$  el tiempo presente (con valores de  $h$  ya conocidas) y el siguiente (con valores de  $h$  por calcular).

Las ecuaciones 4.2 constituyen un sistema lineal con las  $h$  del tiempo  $k+1$  como incógnitas, que se resuelve generalmente por métodos iterativos, como el de Gauss-Seidel. Las soluciones aproximadas que de él derivan son convergentes (tienden a la solución exacta al disminuir el tamaño de la malla) y estables (los errores de redondeo de cifras se amortiguan al aplicar el esquema hacia adelante en el tiempo) para cualquier tamaño de la malla espacial (área de los elementos) y de la malla temporal (intervalo de tiempo).



Aunque el problema puede plantearse y resolverse también mediante la aplicación de Elementos Finitos, se prefiere aquí la presentación anterior por ilustrar más directamente los aspectos conceptuales del mismo. Sin embargo, conviene aclarar que el Método de Elementos Finitos tiene en algunos casos ventajas claras de convergencia y/o estabilidad, y permite, por ejemplo, el manejo de algunos casos de suelos anisótropos, que no son manejables con Incrementos Finitos.

#### 4.2.- MODELOS DE ACUÍFEROS SEMICONFINADOS CON ESTRATOS CONSOLIDANTES. INCORPORACIÓN DE LA NUEVA TEORÍA.

Cuando los estratos vecinos al acuífero tienen baja permeabilidad, pero permiten que al abatirse las cargas hidráulicas en el acuífero se produzcan filtraciones verticales hacia el mismo desde los acuíferos (que se suponen con carga constante) que los siguen hacia arriba y/o hacia abajo, se dice que dichos estratos son semiconfinantes, y si además, éstos se consolidan aportando más agua al acuífero principal por esta causa, se les llama semiconfinantes-consolidantes (Figura 4.2).

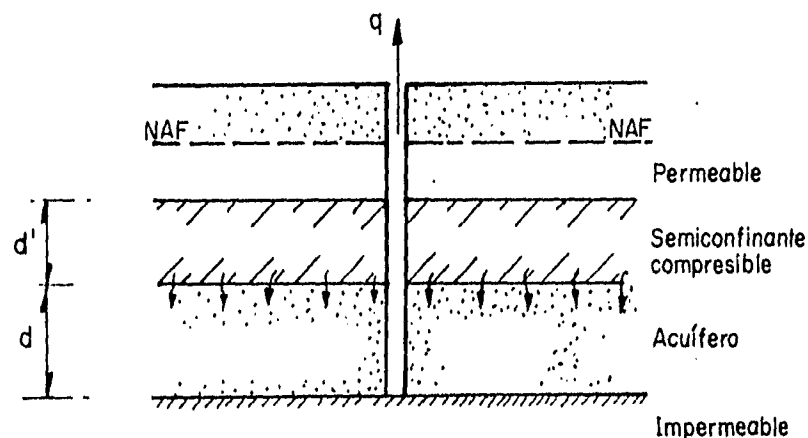


Fig. 4.2 Acuífero semiconfinado.

En estos casos, la  $Q_{o,k}$  de la expresión (4.1) toma la forma,

$$Q_{o,k} = Q_{o,k,w} + Q_{o,k,fs} + Q_{o,k,fi} + Q_{o,k,cs} + Q_{o,k,ci} \quad (4.3)$$

donde los índices adicionales **w**, **fs**, **fi**, **cs** y **ci** se refieren a gastos de pozos, a gastos de filtración procedentes de los acuíferos vecinos superior (**s**) y/o inferior (**i**) y a los gastos de consolidación respectivos.

Los gastos de filtración, con el índice "**j**", que puede tomar los valores **s** (superior) o **i** (inferior), resultan iguales a:

$$Q_{o,k,ij} = A_o k_j (h_{o,k,i} - h_{o,k}) / b_j \quad (4.4)$$

(las **k<sub>j</sub>** son las permeabilidades y los **b<sub>j</sub>** los espesores del estrato "**j**") y los de consolidación, a:

$$Q_{o,k,cj} = f A_o \left[ \int_0^{(k+1)\Delta t} \frac{\partial h(t)}{\partial t} \Delta H(t-\tau) / \Delta P \, dt - \int_0^{k\Delta t} \frac{\partial h(t)}{\partial t} \Delta H(t-\tau) / \Delta P \, dt \right] / \Delta t \quad (4.5)$$

donde  $\Delta t$  es el incremento de tiempo adoptado en el método numérico y  $\Delta H / \Delta P$  se toma de la expresión 3.15.

El factor **f** vale 1 para carga rectangular y **1/2** para carga triangular, debido a que la **U(T)** de Terzaghi empleada en la obtención de 3.15 es para carga rectangular. En el caso del acuífero de la ciudad de México hay que tomar en cuenta sólo el estrato semiconfinante-consolidante superior, con factor **f** igual a **1/2**.

El planteamiento anterior equivale a partir, para obtener la expresión aplicable que sustituya a la 4.2, de una ecuación integrodiferencial del tipo propuesto originalmente

por Herrera y Figueroa (1969) y del de su generalización (Herrera, 1970), que dieron lugar a una serie de modelos de hundimientos (Figueroa Vega, 1973b; Cruickshank, 1982; Figueroa Vega, Yamamoto y otros, 1984; Cruickshank, 1984; Rivera, 1990).

La preparación y calibración de un modelo de este tipo para un acuífero como el de la ciudad de México es algo muy laborioso que exige muchos meses de cómputo y personal especializado.

El especialista en Mecánica de Suelos busca sólo resolver el problema de un punto del acuífero y le resulta más conveniente proceder, como una solución aproximada, a suponer desacoplados al acuífero y al o a los estratos semiconfinantes (modelo simplificado).

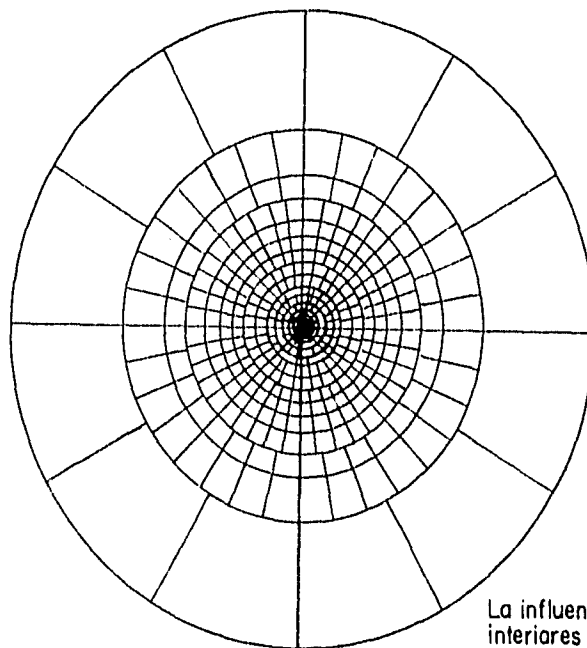
En estas condiciones, se pueden calcular los efectos del bombeo regional en el punto en cuestión para diferentes tiempos, mediante el Diagrama de Influencia que se describe más adelante (Figueroa Vega, 1968, 1970, 1971), despreciando las aportaciones verticales hacia el acuífero, para luego aplicar la expresión 4.5 con la historia de  $h$  así obtenida y los parámetros locales  $M_1$ ,  $M_2$  y  $\alpha_H$ , obtenidos mediante pruebas de laboratorio apropiadas.

Otra posibilidad, si se cuenta con buena historia local sobre hundimientos, abatimientos piezométricos y extracciones, es la aplicación iterativa de las expresiones 4.12 y 4.13, que se desarrollan más adelante, como en el segundo ejemplo del capítulo V.

#### 4.3.- MODELO SIMPLIFICADO PARA EL ANÁLISIS DE CIMENTACIONES AISLADAS.

Cuando en un acuífero muy extenso, como el de la ciudad de México, se efectúan extracciones mediante un gran número de pozos más o menos uniformemente distribuidos, es válido, excepto para la inmediata vecindad de cualquiera de los pozos, suponer que la extracción es equivalente, para el cálculo de abatimientos, a la extracción media por unidad de superficie que los pozos efectúan.

Con la idea anterior en mente y con apoyo en una expresión debida a Glover (1963) (ver fórmula 5.1), que proporciona el abatimiento al centro de un área circular con extracción uniforme de  $q$  ( $m^3/s$ )/ $m^2$  de superficie, Figueroa Vega (1968, 1970, 1971) desarrolló un diagrama de influencia similar al de Newmark en Mecánica de Suelos, que proporciona el abatimiento en un punto del acuífero tras un tiempo  $t$  de bombeo aplicado a un área arbitraria, Figura 4.3.



La influencia relativa de las celdas interiores es de 0.0025; la de las celdas de la corona exterior es solamente de 0.001

Fig. 4.3 Diagrama de influencia.

y la expresión aplicable es:

$$a = (qt/S) [0,0025 N_i + 0.001 N_e] \quad (4.6)$$

donde **S** es, como antes, el coeficiente de almacenaje del acuífero en el punto analizado,  $N_i$  es el número de "cuadros" interiores y  $N_e$  el de "cuadros" del anillo exterior que cubren la zona de bombeo.

Como en el ábaco de Newmark, para cada tiempo, las longitudes adimensionales del nuevo dibujo del área de bombeo deben calcularse de acuerdo con una expresión, que en el presente caso es:

$$l_i = l_j \sqrt{4\alpha t} \quad (4.7)$$

donde  $\alpha = T/S$ , **T** la Transmisibilidad y **S** el coeficiente de almacenaje y donde, como la ecuación diferencial resuelta es lineal, pueden superponerse soluciones para diferentes áreas y/o diferentes valores de **q** a través del tiempo.

Además, en un caso como el de la ciudad de México, mientras la circunferencia exterior quede comprendida dentro del área urbana, no es necesario contar los "cuadros", ya que intervienen los valores totales de  $N_i$  y de  $N_e$ , que son 384 y 12 respectivamente, resultando que  $a = qt/S$ , al despreciarse las extracciones ubicadas fuera de la misma.

Como recomendación de orden práctico, conviene dibujar una sola vez el área urbana en papel translúcido y tener el diagrama ya preparado en varios tamaños.

De esta manera, el procedimiento a seguir es:

- 1.- Ubicar el punto de cálculo dentro del área o áreas de bombeo, obteniendo los gastos medios de extracción por medio de pozos para diferentes fechas. Esto puede investigarse con las autoridades locales, y puede aceptarse como gasto medio el correspondiente a, unos -digamos - cinco kilómetros a la redonda del sitio.
- 2.- Obtener, con las autoridades locales, de estudios previos o mediante una prueba de bombeo los valores medios de **T** y **S** en la zona en estudio y de las primeras fuentes la historia de los abatimientos y hundimientos locales del acuífero hasta el momento actual, estimando en caso necesario los datos faltantes.
- 3.- Mediante aplicaciones repetidas del Diagrama de Influencia y su superposición, cuando ésto se requiera (o de la fórmula de Glover, como se hace en el Capítulo V), tratar de simular la historia de los abatimientos, calibrando por tanteos, si no se conocen, los valores de **T**, y **S**.
- 4.- Mediante pruebas de consolidación apropiadas, obtener los valores de **M<sub>1</sub>**, **M<sub>2</sub>** y  $\alpha_H$  representativos del sitio, calculando, mediante la expresión (4.5) los hundimientos históricos conocidos (validación del modelo).
- 5.- Una vez logrado lo anterior, prolongar hacia el futuro el cálculo de abatimientos con alguna hipótesis razonable respecto a las extracciones futuras.
- 6.- Finalmente, volviendo a aplicar la expresión 4.5, predecir los hundimientos correspondientes.

El modelo antes descrito parte de la información existente sobre las extracciones que se efectúan mediante pozos a través del tiempo en el acuífero y de las propiedades medias del mismo, información que no siempre se encuentra al alcance de los especialistas en cimentaciones.

Por otra parte, los Boletines de Mecánica de Suelos y otros documentos especializados permiten conocer las evoluciones piezométricas del acuífero local, requiriéndose complementar el modelo con expresiones que hagan uso de tal información, expresiones que formalmente constituyen una modificación y ampliación de la publicada en un artículo considerado clásico por el gremio dedicado a la Mecánica de Suelos en México (Carrillo, 1947, 1948) que se esboza a continuación.

Carrillo, con sencillez extraordinaria y apoyándose en la solución de Terzaghi para un estrato semiinfinito, cuya validez está restringida a un grado de consolidación de 56% o menos, demostró que, para un estrato de espesor finito (Ciudad de México), a una reducción a velocidad constante de la presión de agua en el acuífero corresponde un hundimiento acelerado de la superficie del terreno, proporcional a la potencia  $3/2$  del tiempo.

Para eliminar la restricción anterior, se propone aquí la siguiente alternativa a la teoría de Carrillo para proporcionar soluciones aproximadas para tiempos cortos y grandes mediante el empleo de la expresión 3.15 de la teoría de la consolidación total, simplificando al mismo tiempo el procedimiento descrito en los puntos 1 a 6 de los párrafos anteriores:

Para  $\alpha_H$  muy grande, si la variación piezométrica anual  $v_H$  del acuífero es constante y afecta uniformemente al espesor total del estrato arcilloso (carga rectangular) el hundimiento al tiempo  $t$  es:

$$\Delta H = \gamma_w (M_1 + M_2) H^3 v_h / c_{v1} \int_0^T U(T) dT \quad (4.8)$$

donde  $U(T)$  es la solución 3.11 de Terzaghi.

Para evaluar la expresión anterior, por el valor tan elevado obtenido de  $\alpha_H$  para el prototipo (ver el ejemplo del terraplén en el capítulo V), se hizo uso de la fórmula aproximada de Brinch Hansen para la solución de Terzaghi (Terzaghi, 1943), expresión 3.16, para los valores de  $U(T)$  y  $U(\alpha T)$  que aparecen en la expresión 3.15 y se integró mediante la regla de Simpson.

De esta manera, para  $\alpha_H \gg 1$ , se obtienen los valores siguientes para la integral (I) que aparece en 4.8:

**TABLA 4.1**

T	I	T	I	T	I
0.01	0.0007	0.75	0.468	10.0	9.656
0.05	0.0080	1.00	0.695	20.0	19.652
0.10	0.0240	2.00	1.668	50.0	49.636
0.20	0.0670	5.00	4.657	75.0	74.643
0.50	0.2610	7.50	7.155	100.0	99.636

pudiéndose comprobar que, de alrededor de  $T = 0.75$  en adelante, un valor aproximado para la integral es:

$$I \cong T - 0.305 \quad (4.9)$$

y que para  $T < 1$  se cumple, también aproximadamente, que



$$I \cong 0.695 T^{1.45} \quad (4.10)$$

con lo que la expresión 4.8 se reduce, para  $T > 1$ , prácticamente a:

$$\Delta H = \gamma_w (M_1 + M_2) H^3 v_H/c_{V1} (T - 0.305) \quad (4.11)$$

esto es, el hundimiento, que es proporcional a  $I$ , sigue una ley aproximadamente lineal, después del tramo curvo dado por la fórmula de Carrillo.

Este resultado es además lógico, ya que una velocidad de abatimiento piezométrico constante, tarde o temprano debe producir una velocidad de hundimiento también constante, mientras  $T > 1$  y la ley de deformación del suelo se mantenga lineal.

Para  $T \leq 1$ , resulta, combinando 3.15, 4.8 y 4.10, la siguiente aproximación:

$$\Delta H = 0.695 \gamma_w (M_1 + M_2) H^3 v_H/c_{V1} T^{1.45} \quad (4.12)$$

siempre que la carga sea rectangular. Si la carga es triangular, deben dividirse por 2 los valores 4.11 y 4.12.

Las ecuaciones anteriores, de fácil manejo, proporcionan soluciones aproximadas, con tiempos pequeños ( $T \leq 1$ ) y grandes ( $T \geq 1$ ) respectivamente, para los hundimientos debidos a una velocidad de abatimiento piezométrico constante en el acuífero subyacente, como en el caso de la Ciudad de México, siempre que la curva patrón del prototipo sea la de Terzaghi o una muy cercana (con  $\alpha_H = 100$  o más, por ejemplo).

Cuando  $\alpha_H < 100$ , hay que proceder en forma similar, con la ecuación para el grado de consolidación que proceda.

Cuando se extrae un gasto constante por medio de un pozo de un acuífero confinado, se inducen abatimientos en la zona afectada por el bombeo que son, a partir de casi el doble de un cierto tiempo o retraso inicial  $t_0 = R^2 S / (2.25 T)$ , prácticamente funciones lineales del logaritmo del tiempo, siendo  $T$  la transmisibilidad del acuífero,  $t$  el tiempo de bombeo y  $R$  la distancia al pozo (Figueroa Vega, 1969a, 1969b).

Lo mismo ocurre cuando se trata de un conjunto de pozos operando a gasto fijo durante el mismo tiempo, ya que, para un punto dado, el efecto resulta equivalente al de un solo pozo, con todo el gasto del conjunto, ubicado a un cierto "radio equivalente" (Figueroa Vega, 1968).

Bajo estas condiciones, la velocidad con que aumentan los abatimientos a través del tiempo es decreciente (curva de recesión).

Si con esta ley, tras del retraso inicial que implica, se supone que el gasto crece linealmente con el tiempo, mediante convolución se demuestra fácilmente que el abatimiento es proporcional a  $(t \ln t - t)$  y ésto es muy parecido a  $0.435 t^{1.36}$  para valores de  $t$  de 0 a 50, de donde se ve que la velocidad de aumento de los abatimientos es creciente con el tiempo.

Además, mediante la fórmula 4.7 del Diagrama de Influencia, se puede demostrar que para un punto dentro de una amplia zona de bombeo, más o menos uniformemente distribuido, hay un período inicial con abatimientos que aumentan casi linealmente con el tiempo, como los supuestos por Carrillo, seguido de una curva típica de recesión.

Los tipos de abatimiento señalados se asemejan a buena parte de las formas de variación de la ley de abatimientos que se presentan en la práctica. En el Capítulo V se mostrará la forma de aplicar las ideas hasta aquí desarrolladas.

Es obvio que, en un caso dado, los dos tipos de hundimientos que se ejemplifican en el siguiente capítulo (debidos a cargas superficiales y a extracción de aguas subterráneas), deben sumarse para obtener el hundimiento total observable mediante nivelaciones sucesivas de precisión referidas a un banco fijo, como las que periódicamente llevan a cabo la Gerencia local de la Comisión Nacional del Agua y el Departamento del Distrito Federal en el área urbana de la Ciudad de México y en la zona Xochimilco-Tláhuac.

# **CAPÍTULO V**

## **APLICACIÓN AL CASO DE LA CIUDAD DE MÉXICO**

## **CAPITULO V.- APLICACION AL CASO DE LA CIUDAD DE MEXICO.**

"Every theory consists of three parts, a set of assumptions, a process of reasoning, and a final result. Since the validity of reasoning can easily be verified, it suffices to concentrate our attention on the first and last parts."

Karl Terzaghi (1936).

### **5.1.- UN TERRAPLEN DE PRUEBA.**

Para poner a prueba la teoría desarrollada en el presente trabajo, se procedió a buscar en la literatura especializada algún caso reportado que pudiera servir para tal fin, sin lograrlo, debido a que, aunque la consolidación secundaria ha sido tema de innumerables artículos y simposios durante los últimos sesenta años, no existen trabajos que reporten las pruebas de laboratorio, los parámetros obtenidos a partir de la interpretación de las mismas, la predicción de hundimientos esperados en el prototipo y, finalmente, las mediciones de los hundimientos reales del mismo.

Afortunadamente, fué posible obtener copia de los datos originales de laboratorio y de las gráficas que muestran el comportamiento observado de un terraplén de prueba construido hace once años en la ciudad de México (Aguirre Menchaca y Juárez Badillo, 1987), lo que se describe a continuación.

Durante el año de 1984, con objeto de reunir información para el diseño de una nueva plataforma del Aeropuerto de la Ciudad de México, se construyó un terraplén de prueba de 140 m x 280 m que se estuvo observando entre el 10 de Octubre de

1984 y el 15 de Agosto de 1992 (Luis Miguel Aguirre Menchaca, comunicación personal).

El terraplén quedó ubicado en la llamada "Zona del Lago", donde se dan los mayores espesores arcillosos y las más bajas resistencias y mayores compresibilidades de arcilla del Valle de México.

El perfil estratigráfico del sitio muestra 53 m de arcillas de alta compresibilidad con contenidos de humedad relativamente uniformes, del orden de 250 a 300 %, interrumpidas por dos estratos de arena fina limosa negra a 2 y 8 m. de profundidad, de pequeño espesor (medio metro a un metro) y tres de vidrio volcánico de espesores similares, ubicados 26.5, 43 y 47.5 m. de profundidad .

Entre las pruebas de consolidación (muestras de 1.5 cm. de altura con doble drenado) efectuadas aproximadamente en el rango de presiones de interés (el terraplén aplica una presión de 1.2 ton/m<sup>2</sup>) la primera, efectuada sobre la muestra 14C extraída de los 14.20 a 14.40 m de profundidad del sondeo M-2 (Figura 5.1), se consolidó en la cuarta etapa (de 60 minutos cada una), desde la presión previa de 0.2477 kg/cm<sup>2</sup> a la de 0.3449 kg/cm<sup>2</sup>, ambas cercanas a las presiones efectivas del suelo ubicado a la profundidad a que se encontraba la muestra, antes y después de construido el terraplén (0.27 y 0.39 kg/cm<sup>2</sup> respectivamente).

Examinando las curvas patrón del Anexo, se vió que algunos valores cercanos a  $\alpha_{H} = 0.01$  y  $r = 0.1$  podrían conducir a una curva patrón suficientemente cercana a la de deformaciones vs log t de la prueba.

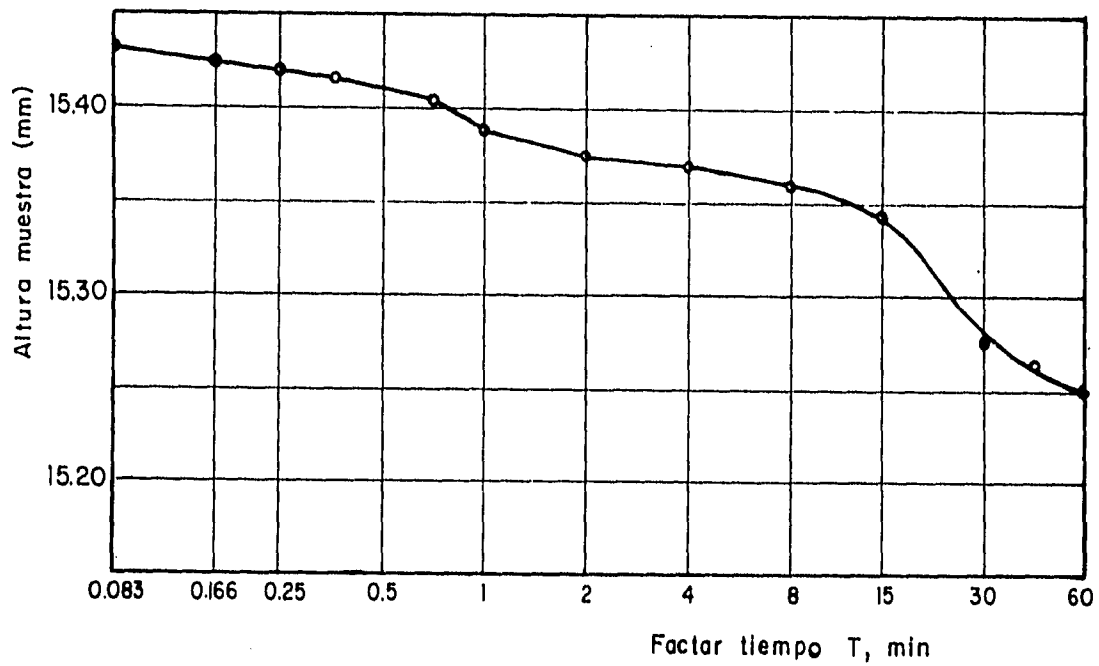


Fig. 5.1 Curva de laboratorio.

Por tal motivo, probando con valores cercanos ( $\alpha_H$  se emplea para el ajuste horizontal y  $r$  para el vertical), se llegó a la curva que se muestra en la Figura 5.2, con parámetros  $\alpha_H = 0.02$  y  $r = 0.2$ .

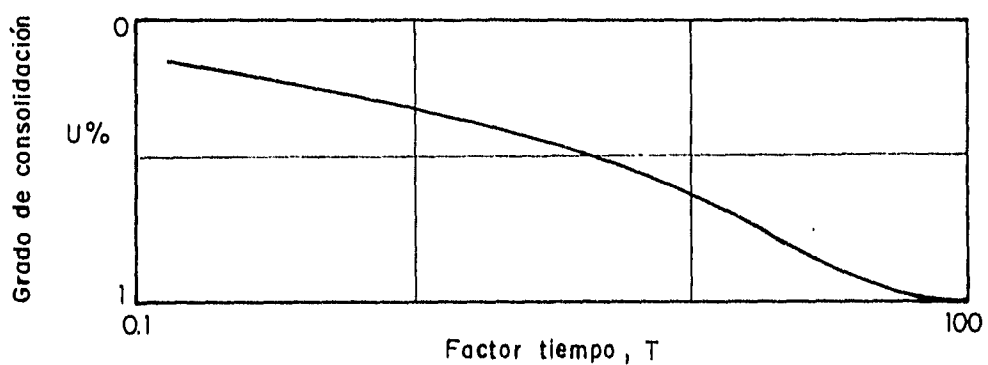


Fig. 5.2 Curva patrón de laboratorio.

A continuación, se seleccionó un punto homólogo en ambas figuras, con los valores  $U = 98\%$  y  $t = 60$  min. para los datos de la prueba y  $U = 98\%$  y  $T = 60$  para la curva patrón.

Como la deformación de la muestra en el consolidómetro fué de 1.27%, valor que se ajustó a 1.54% por la pequeña diferencia de cargas ( $0.1012 \text{ kg/cm}^2$  para la muestra y  $0.12 \text{ kg/cm}^2$  para el prototipo), se estimó, para todo el estrato arcilloso, un valor de  $(M_1 + M_2)$  de  $0.0154/0.12 = 0.1283 \text{ cm}^2/\text{kg}$ , con  $M_1$  igual a  $0.1283r(0.02566 \text{ cm}^2/\text{kg})$  y  $M_2$  igual a  $0.1283 - 0.02566 = 0.10264 \text{ cm}^2/\text{kg}$  y, finalmente, un hundimiento máximo al centro del terraplén de 81.6 cm.

Despreciando la pequeña reducción del incremento de esfuerzos con la profundidad (-1% para la mitad superior del estrato y -7% para la inferior) y aceptando como representativa de la compresibilidad de todo el estrato a la de la muestra antes mencionada, se obtuvo:

$$c_{VT} = 60 \times (0.75)^2 / (60/1440) = 809.35 \text{ cm}^2/\text{día} = 29.54 \text{ m}^2/\text{año}$$

El coeficiente de consolidación total así obtenido ( $c_{VT}$ ) es, conceptualmente hablando, similar al de Terzaghi, aunque referido a la curva de consolidación total, mientras que el del modelo clásico de Terzaghi corresponde al de la fracción primaria del suelo dual.

Con los procedimientos tradicionales, al obtenerse un Factor Tiempo de ajuste aparentemente menor, la curva de asentamientos calculados para el prototipo vs  $\log t$  resultaría desplazada hacia la izquierda, dando la impresión de que se retrasan los asentamientos reales del mismo, problema que se presenta frecuentemente en la práctica de la Mecánica de Suelos.



Como siguiente paso, se obtuvo el  $\alpha'_H$  correspondiente al prototipo, multiplicando el de la muestra por  $(53/0.075)^2$ , resultando un valor igual a 998,756 ( $\alpha_H = \infty$  es el caso Terzaghi), con el que se construyó la nueva curva patrón que aparece en la Figura 5.3.

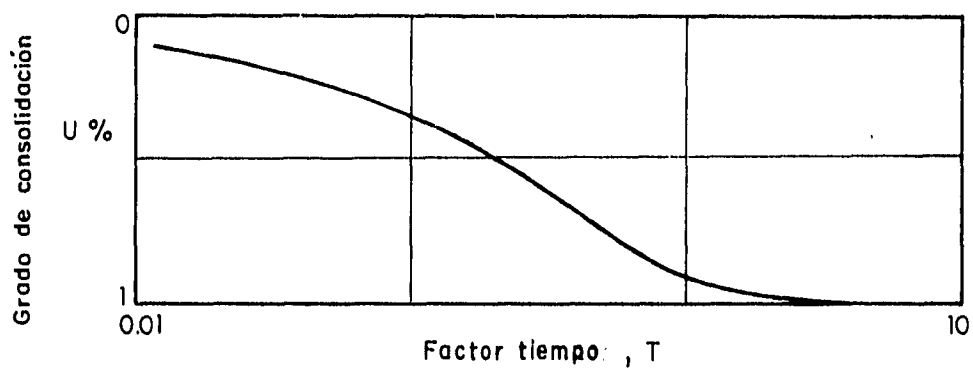


Fig. 5.3 Curva patrón para el prototipo.

Finalmente, tomando para el espesor efectivo de la arcilla bajo el terraplén al semiespesor total de las arcillas, 26.5 m, se obtuvo lo siguiente:

**TABLA 5.1**

<b>PERIODO</b> Días	<b>HUNDIMIENTO</b> <b>OBSERVADO</b> (cm.)	<b>T</b> <b>CALCULADO</b> Adimensional	<b>U</b> <b>CALCULADO</b> Adimensional	<b>HUNDIMIENTO</b> <b>CALCULADO</b> (cm.)
191	9.5	0.022	0.17	13.9
608	21.3	0.070	0.30	24.5
973	32.9	0.112	0.36	29.4
2,866	53.2	0.330	0.64	52.0

En la Tabla anterior, los datos de las columnas primera y segunda son mediciones reportadas del terraplén y los de las tercera a quinta fueron calculados en ese orden y en la forma usual, con la información previamente obtenida. Sobra decir que la magnitud de los hundimientos es muy parecida, y puede apreciarse que la diferencia máxima es de 4.4 cm. a los 191 días, pudiendo ésto deberse al efecto residual de las etapas anteriores de consolidación, a una pequeña sobreestimación del valor de  $r$  o al hecho de que la curva patrón obtenida tiene transiciones más suaves que la de laboratorio, lo que hace que haya pequeñas diferencias, positivas y negativas en el ajuste.

Puede apreciarse que los resultados son sorprendentes, tanto por su aproximación como por el hecho de poderse comprobar que, efectivamente, hay una curva patrón para la muestra del consolidómetro y otra, de forma totalmente distinta, para el prototipo.

Hay otra conclusión de carácter general que puede observarse a través del ejemplo anterior. Si se observa la forma de las curvas patrón de las Figuras 5.3 y 5.1, se verá que la primera se parece a la de Terzaghi, mientras que la segunda tiene una especie de berma intermedia. De hecho, todas las curvas patrón quedan comprendidas entre estos dos casos límite, como puede apreciarse en las figuras del Anexo.

La berma intermedia es precisamente la supuesta rama "recta" final postulada por diferentes autores a partir de Buisman para las gráficas  $e - \log t$  cuya pendiente constituye la  $C_{\alpha}$  de Mesri (1987) con valor empírico aproximado de 4 a 8% del valor de  $C_c$ . Para la arcilla probada en el ejemplo antes descrito, el valor de  $C_c$  fué de 4 y el  $C_{\alpha}$  de 0.27, esto es, del orden de un 7% del valor de  $C_c$ .

De esta manera se comprueba el valor aproximado de la  $C_{\alpha}$  de Mesri y su causa para los casos con berma bien definida (en los otros la hipótesis de Mesri no funciona), al mismo tiempo que se elimina definitivamente la hipótesis común de la rama recta final, que conduce a subestimar los hundimientos sobre el segundo talud, a la derecha de la berma, mientras  $U < 1$ , y a sobreestimarlos cada vez más cuando la "recta" rebasa el hundimiento total del suelo, para hipotéticos valores de  $U > 1$ .

Debe tenerse en cuenta que, lo que se desprecia como futuro muy distante puede estar a la vuelta de la esquina. Cualquier esfuerzo para prever ese "futuro distante" resulta ampliamente justificado.

## **5.2.- HUNDIMIENTOS DEBIDOS A LA SOBREEXPLOTACIÓN DEL ACUÍFERO.**

### *5.2.1.- EL ACUÍFERO DE LA CIUDAD DE MEXICO.*

La zona compresible de la Ciudad de México forma parte del fondo de los lagos de Texcoco y de la Gran Tenochtitlan, salado el primero y dulce el segundo, que se encontraban separados por el Albaradón de Netzahualcóyotl, la obra hidráulica más importante de la época precolombina.

El espesor de las arcillas, que cubren al acuífero local, va desde cero en lo que hoy se llama la zona de transición, al poniente de la ciudad, hasta más de 50 m, como se vió en el ejemplo del terraplén, en la zona del Lago.

El primer pozo profundo, según documentos históricos, se perforó en 1847 en el predio de la Alberca Pane, en la calle de Versalles, cerca de la actual estatua de Cristóbal Colón del Paseo de la Reforma y fué artesiano.

Le siguió la perforación de un gran número de pozos someros, también artesianos, que en conjunto empezaron descargando por la misma época un gasto del orden de 25 lps. gasto que aumentó continuamente con la perforación de nuevos pozos hasta provocar la desaparición de los manantiales de Chapultepec y el inicio del hundimiento de la ciudad, del que se conservan registros desde 1891.

El fenómeno fué descubierto en forma casual con motivo de una polémica respecto al hundimiento de las compuertas de San Lázaro, en la desembocadura de los colectores de la ciudad y a la entrada del Gran Canal del Desagüe de la misma (Figueroa Vega, 1973a).

"En 1925, Roberto Gayol informa a la Sociedad de Ingenieros y Arquitectos de México que la Ciudad se está hundiendo y que la causa probable de ese fenómeno es el drenaje de las aguas del subsuelo producido por las obras que él mismo había diseñado y construido a principios de siglo. Funda su afirmación en nivelaciones desde la Catedral al Lago de Texcoco. La mayoría de los ingenieros vinculados a las obras del Valle, no comparte esta opinión y sostienen que el lago se estaba azolvando. José A. Cuevas, iniciador de los estudios de Mecánica de Suelos en México, admite la conclusión de Gayol y propone a Nabor Carrillo, años más tarde, que analice la influencia de la extracción de agua subterránea sobre el hundimiento de la Ciudad. Carrillo establece que la pérdida de presión en los acuíferos del subsuelo por el bombeo, provoca cambios en el estado de esfuerzos e induce un proceso de consolidación, causa de los asentamientos a que se refería Gayol." (Marsal, 1992).

Durante los años veintes del presente siglo empezó a cobrar ímpetu la perforación de pozos profundos, gracias a los avances habidos en la fabricación de equipos de perforación y desapareció definitivamente el artesianismo, cobrando ímpetu también los hundimientos regionales.

De esta manera, los hundimientos, que, por ejemplo, en la Alameda Central de la Ciudad de México, fueron de 4.7 cm/año, en promedio, durante el período 1900 - 1938, aumentaron a 15.6 cm/año durante el período 1938 - 1948, a 44.0 cm/año en el período 1948 - 1950 y a 35.0 cm/año durante el período 1948 - 1956, con un máximo en 1951 de 46 cm/año, que originó inundaciones con aguas negras en el primer cuadro de la ciudad y la consecuente reducción obligada del bombeo en la misma zona, con relocalización de pozos hacia la periferia y entrada de 4 m<sup>3</sup>/seg. procedentes del Alto Lerma (1952) (Marsal y Mazari, 1959; Figueroa Vega, 1976).

La redistribución del bombeo, de cuyo detalle desafortunadamente no hay datos disponibles, produjo un inmediato descenso de la velocidad de hundimientos del primer cuadro de la ciudad, incluida la Alameda, a tan sólo 8.2 cm/año para el período 1956 - 1966 (Marsal y Mazari, 1959; Figueroa Vega, 1976).

Para mayor detalle, los hundimientos históricos de la ciudad, obtenidos por la CHCVM, después CAVM y ahora Gerencia del Estado y Valle de México de la Comisión Nacional del Agua y dados a conocer en sus Boletines de Mecánica de Suelos, se muestran en la Tabla 5.2.

Este tipo de información está disponible en la dependencia antes mencionada, Gerencia del Estado y Valle de México de la Comisión Nacional del Agua, no sólo a nivel de valores medios sino a nivel también de valores puntuales para toda la ciudad y resulta de utilidad para llevar a cabo los cálculos que se proponen más adelante para tratar de dar cumplimiento al Artículo 222 del Reglamento de Construcción vigente, que a la letra dice:

" Art. 222. en las zonas II y III señaladas en el Artículo 219 de este Reglamento, se tomará en cuenta la evolución futura del proceso de hundimiento regional que afecta

a gran parte del Distrito Federal y se preverán sus efectos a corto y largo plazos sobre el comportamiento de la cimentación en proyecto."

**TABLA 5.2**

**Valores medios del hundimiento del suelo en la antigua traza**

<b>PERÍODO DE NIVELACIÓN</b>	<b>HUNDIMIENTO MEDIO EN EL PERÍODO CONSIDERADO (m)</b>	<b>PERÍODO AÑOS</b>	<b>VELOCIDAD MEDIA DE HUNDIMIENTO m/AÑO</b>
1891-1938	2.12	47	0.045
1938-1948	0.76	10	0.076
1948-1950	0.88	2	0.440
1950-1951	0.46	1	0.460
1951-1952	0.15	1	0.150
1952-1953	0.26	1	0.260
1953-1957	0.68	4	0.170
1957-1959	0.24	2	0.120
1959-1963	0.22	4	0.055
1963-1966	0.21	3	0.070
1966-1970	0.28	4	0.070
1970-1973	0.17	3	0.056
1973-1977	0.27	4	0.066
1977-1986	0.45	9	0.050

"Este es un aspecto muy importante, ya que las condiciones del subsuelo sufren modificaciones al ser alteradas las condiciones de humedad, niveles freáticos, presiones, etc. por otras construcciones en la zona. Aunque es muy difícil establecer la evolución del proceso de hundimiento, el hecho de ya mencionarlo sugiere que se empleen sistemas de medición (bancos de nivel) para considerar, en los edificios apoyados directamente en la superficie del suelo, sus hundimientos, y en los apoyados en pilotes, su posible emersión."

Pero no basta con la historia de hundimientos para analizar el problema: se debe conocer también, o estimar, en caso necesario, la magnitud del bombeo a través del tiempo y su distribución superficial, pudiendo llegarse en las estimaciones a los resultados más disímolos (ver, por ejemplo, Marsal y Mazari, 1959 y Rivera, 1990).

La estimación de Marsal y Mazari antes mencionada se obtuvo aplicando un factor de 0.75 a los gastos medios de las aguas negras de estiaje, resultando variaciones difíciles de aceptar en un sistema de agua potable, mientras que la de Rivera se apoya en datos del D. D. F. que no explican los caudales de aguas negras ni los hundimientos de antes de 1930.

Por razones como las anteriores, el autor generó su propia estimación (Figueroa Vega, 1976), en la que se que tomó en cuenta la evolución de las dotaciones y población abastecida en diferentes épocas, deduciendo los caudales conocidos de fuentes externas.

El caso de la Alameda puede ilustrar las dificultades que normalmente se tienen para obtener toda la información pertinente, (Ver Tabla 5.3).

Aunque la información disponible es francamente escasa en algunos aspectos clave, aún así, el caso sirve para ilustrar la metodología que aquí se propone, con base en los desarrollos teóricos del capítulo anterior. El procedimiento a seguir se describe en el siguiente subcapítulo.

**TABLA 5.3**  
**Información disponible para el cálculo de hundimientos y abatimientos**  
**piezométricos en la Alameda**

<b>AÑO</b>	<b>HABITANTES</b> <b>MILES</b>	<b>AREA</b> <b>CIUDAD</b> <b>KM<sup>2</sup></b>	<b>GASTO EN</b> <b>POZOS</b> <b>m<sup>3</sup>/seg</b>	<b>HUNDIMIENTO</b> <b>ALAMEDA</b> <b>(m)</b>	<b>ABATIMIENTO</b> <b>(m)</b>
1890	300			0	0
1900	344	27.13			
1910	471	40.10	0.50		
1920	768				
1930	1,134		2.50		
1938				2.12	
1940	1,699	117.53	4.00		
1948				2.88	
1950	2,923		9.00	3.76	
1951				4.22	
1952				4.37	25.00
1953		240.58		4.63	
1956					30.00
1957				5.31	
1960	5,523		7.50		

**NOTAS:**

- 1) La población fué tomada de GAVM (1994).
- 2) Las superficies cubiertas por la ciudad fueron tomadas de DGCOH (1982).
- 3) Las extracciones mediante pozos efectuadas dentro de las áreas antes mencionadas, se tomaron de Figueroa Vega (1973a, 1976) la de 1910 y de Marsal y Mazari (1959) las demás.
- 4) Los abatimientos observados en la Alameda Central, suponiendo los niveles iniciales en la superficie del terreno, corresponden al piezómetro ubicado a - 77 m. (Marsal y Mazari, 1959)



### 5.2.2.- CÁLCULO DE ABATIMIENTOS.

La expresión de Glover (1960) que dió lugar a la fórmula 4.6 es:

$$a = (q t / S) [ (R^2 / 4\alpha t) ( - E_i (R^2 / 4\alpha t) ) + 1 - e^{-(R^2 / 4\alpha t)} ] \quad (5.1)$$

donde **R** es el radio equivalente de la zona con bombeo uniforme, **q** el gasto unitario de bombeo y **-E<sub>i</sub>** la Integral Exponencial, ampliamente tabulada en diferentes publicaciones, por ejemplo, en Hantush (1964). Aunque puede aplicarse directamente, para los fines del Artículo 222, se propone aquí aproximar la expresión anterior (con menos de 10% de error) como,

$$a (S \sqrt{\alpha}) = 0.47 R q \sqrt{t} \quad (5.2.a)$$

o como:

$$a = q t / S \quad (5.2.b)$$

(la que dé menor abatimiento), lo que simplifica enormemente su aplicación, porque los valores típicos de **α** y **S** que se presentan en la ciudad de México conducen a la aplicación de la opción 5.2.b sólo para períodos muy cortos, digamos, de menos de un año, en los que habría ya que analizar los abatimientos individuales de cada pozo en particular y su entorno inmediato.

En estas condiciones, el coeficiente de almacenaje se calcula aproximadamente como el volumen total liberado por toda la columna estratigráfica de la Alameda por cada metro de abatimiento piezométrico que tiene lugar en el acuífero (Figuroa Vega, 1969, 1970), o sea como  $4.37/25 = 0.17$  (valor frecuentemente encontrado en casos similares), el hundimiento total de 1950 dividido por el abatimiento correspondiente.

Los valores de  $S$  y  $\alpha$  en este caso son aparentes, mayores que los reales, por compensar el efecto de la alimentación natural, no incluida en el presente análisis.

En cuanto a  $Rq$ , es necesario hacer alguna hipótesis razonable para generar los datos faltantes.

Puede comprobarse mediante correlaciones entre los datos de la Tabla 5.3, que en este caso particular el gasto de pozos crece aproximadamente con la potencia 1.58 de la población, y el área con la potencia 0.91 y el radio la potencia 0.45, con lo que  $q$  crece con la potencia  $1.58 - 0.91 = 0.67$  y  $Rq$  crece con la potencia  $1.58 - 0.91 + 0.45 = 1.12$ .

Con base en estas observaciones, se pueden adoptar valores de  $Rq = 0.439 P^{1.12}$ , como se hace en la Tabla siguiente, procediéndose en la misma a efectuar el cálculo de abatimientos mediante la expresión 5.2.a.

**TABLA 5.4**  
**Calculo de Abatimientos**

AÑO	HABITANTES Miles	$Rq$ $M^2/año$	$a(S/\alpha)$ $m^2/año$	$a$ m
1890	300	261	966	0.00
1900	344	304	1,030	0.79
1910	471	184	560	2.05
1920	768	748	1,989	3.24
1930	1,134	1,158	2,553	6.25
1940	1,699	1,786	2,906	11.32
1950	2,923	3,343	2,222	19.47
1952		$\Sigma =$	12,226	25.00

Una vez obtenida la suma de los valores dados por la expresión 5.2.a para el año de 1952 (cuarta columna) en el que el abatimiento del acuífero fué de 25 m, se obtiene:

$$S\sqrt{\alpha} = 12,226/25 = 489.06 \text{ m}/\sqrt{\text{año}}$$

Con este valor, se aplica nuevamente 5.2.a para obtener todos los abatimientos que aparecen en la última columna.

Si los abatimientos históricos hubieran sido proporcionados por la Gerencia de la CNA (aunque no es éste el caso, ya que Marsal y Mazari (1959) no contaron con dicha información), no hubieran sido necesarios estos cálculos.

Con los resultados así obtenidos, se puede pasar a la siguiente etapa:

### 5.2.3.- CÁLCULO DE HUNDIMIENTOS.

Para el cálculo de hundimientos, se utilizarán las expresiones 4.11 (para  $T > 1$ ) y 4.12 (para  $T \leq 1$ ) desarrolladas en el Capítulo IV, que se repiten a continuación:

$$\Delta H = \gamma_w (M_1 + M_2) H^3 v_h/c_{v1} (T - 0.305) \quad (5.3.a)$$

$$\Delta H = 0.695 \gamma_w (M_1 + M_2) H^3 v_h/c_{v1} T^{1.45} \quad (5.3.b)$$

en las que, se recordará, deben dividirse por 2 los valores resultantes si la carga es triangular.

Las ecuaciones anteriores, de fácil manejo, proporcionan soluciones aproximadas, con tiempos pequeños ( $T \leq 1$ ) y grandes ( $T > 1$ ) respectivamente, para los hundimientos debidos a una velocidad de abatimiento piezométrico constante en el acuífero subyacente, como en el caso de la Ciudad de México, siempre que la curva patrón del prototipo sea la de Terzaghi o una muy cercana.

Por el  $\alpha_H$  tan grande que tiene el estrato arcilloso que cubre al acuífero de la Ciudad de México, éste es precisamente el caso.

Marsal y Mazari, (1959) reportan que el espesor de arcillas en La Alameda es de 30 m y que el valor de  $c_v$  para la formación arcillosa inferior es de  $10.501 \text{ m}^2/\text{año}$ . Por otra parte, el valor de  $(M_1 + M_2)$  del ejemplo del terraplén fué de  $0.01283 \text{ m}^2/\text{ton}$ .

Con todo ésto, la expresión 5.3.b, tomando en cuenta que la carga es triangular, toma la forma, en función del tiempo t:

$$\Delta H = 0.01805 v_h t^{1.45} \quad (5.4)$$

siendo ésta la expresión aplicable al caso de La Alameda y los cálculos se muestran a continuación:

**TABLA 5.5**

**Cálculo de Hundimientos**

<b>AÑO</b>	<b>h m</b>	<b>v<sub>h</sub> m/año</b>	<b><math>\Delta H_{\text{calc}}</math> m</b>	<b><math>\Delta H_{\text{real}}</math> m</b>	<b>ERROR %</b>
1890	0.00	0.079	0.00		
1900	0.79	0.126	0.04		
1910	2.05	1.119	0.17		
1920	3.24	0.301	0.43		
1930	6.25	0.507	0.93		
1938			1.65	2.12	-22
1940	11.32	0.815	1.87		
1948			3.14	2.88	9
1950	19.47	2.765	3.53	3.76	-6
1952	25.00		4.06	4.37	-7

Puede verse que el error máximo se dió al final del período con mayor incertidumbre en la información (- 22%), sugiriendo que el inicio del modelo deba correrse hacia atrás en el tiempo.

Posteriormente, el error máximo fué del orden del aceptado para las expresiones 4.12 y 4.13 desarrolladas en el capítulo anterior, por lo que puede decirse que el método es satisfactorio, pudiendo mejorarse afinando dichas expresiones y, por supuesto, con pruebas efectuadas sobre sondeos locales.

Con ésto termina la presentación de la metodología aquí propuesta para dar cumplimiento al Artículo 222 del Reglamento de Construcciones del Departamento del Distrito Federal. El ejemplo ilustra la aplicación de las teorías del presente trabajo al cálculo de hundimientos ocasionados por el bombeo regional efectuado mediante pozos.

De hecho, en algún caso de cimentación aislada puede que se consigan directamente los abatimientos históricos, lo que simplifica el problema, y que no se sepa que criterio de explotación del acuífero ván a seguir las autoridades, lo que lo complica, aunque la incertidumbre es común a cualquier tipo de predicción en donde no se tiene control sobre los factores que pueden modificar el estado de cosas que se trata de predecir.

En el caso de diseño de cimentaciones, conviene analizar diferentes escenarios futuros, en función de posibles evoluciones de los niveles piezométricos.

Se recomienda analizar, como mínimo, tres hipótesis: una optimista, suponiendo que habrá recuperación en los niveles piezométricos; otra intermedia, suponiendo que la tendencia de dichos niveles continuará igual y la última pesimista, suponiendo que

los abatimientos anuales se incrementarán de alguna forma, en función de las proyecciones de población, por ejemplo.

En todo caso, debe tenerse en cuenta el abatimiento máximo que provoca hundimientos, unos 38 metros en el caso de La Alameda, que dá lugar al drenado vertical total de las arcillas. Cualquier abatimiento adicional debe desecharse en los cálculos de hundimientos.

Por otra parte, la porción histórica que debe contener un modelo de hundimientos regionales debe permitir que sus primeras cargas hayan llegado a un - digamos- 95% de consolidación. Esto obliga, en el caso de la ciudad de México, a utilizar toda la historia conocida de los hundimientos, lo que no se ha hecho con otros modelos ya mencionados.

Por último, el horizonte de planeación debe limitarse a la vida útil de la obra por construir. De esta manera, ante un abanico de posibilidades futuras, puede tomarse una mejor decisión de diseño que, probablemente, elimine algún problema serio futuro con la cimentación de la obra en proyecto.

# **CAPÍTULO VI**

**RESUMEN, CONCLUSIONES Y  
RECOMENDACIONES**

## **CAPITULO VI.- RESUMEN, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.**

"A fin de desenredar la maraña de influencias interrelacionadas que controlan el mundo natural, es mejor empezar estudiando una hebra cada vez."

Ian Stewart, 1994.

### **6.1.- RESUMEN GENERAL.**

El propósito inicial de la presente tesis fué el de mejorar alguna de las teorías mas recientes sobre consolidación primaria y secundaria de suelos, tomando en cuenta algunos aspectos que se hubieran desechado para simplificar su planteamiento y la solución del problema resultante, con objeto de llegar a lo que se llamó desde un principio "Teoría de la Consolidación Total".

Durante la revisión del Estado del Arte, fue tomando fuerza la idea de que tal vez lo que se requiere es un cambio radical de la filosofía de partida (como el que introdujo de Josselin de Jong en su segundo modelo a sugerencia de Buisman, inciso 2.4.1), eliminando la hipótesis casi generalmente empleada sobre la viscosidad estructural del suelo.

De esta manera, había que buscar otro mecanismo que pudiera explicar el retraso de una parte de la consolidación y su aparentemente total independencia de la presión de poro del suelo.



Si se recuerda, de Josselin de Jong partió de la existencia de muchas permeabilidades debidas a la presencia de micro y macrocanales en el suelo, siendo la presión neutral de estos últimos la que se mide con los piezómetros. La idea es muy atractiva, porque elimina el principal escollo: la consolidación secundaria con presión de poro casi nula.

En el fondo de lo anterior hay una idea más general: la obvia no uniformidad de los suelos. De esta manera, se generó aquí la idea del suelo dual o suelo en-suelo (ver Capítulo III), representado esquemáticamente por una matriz de suelo "primario", que contiene un gran número de pequeñas pastillas de suelo combinado (matriz primaria invadida por suelo coloidal o "secundario"), a las que sirve de soporte y dren, discretas, iguales y uniformemente distribuidas, de manera que la descripción matemática del problema resultara relativamente sencilla y la nueva teoría resultara fácil de aplicar.

Y así fue, como se hace ver en los Capítulos III y IV en los que se desarrolla la nueva teoría, y en el Capítulo V en que se muestra su aplicación a dos casos típicos de la práctica profesional.

Obviamente, el segundo suelo introdujo nuevos parámetros que, en las ecuaciones finales se manifiestan a través de los parámetros  $\alpha_H$  (razón de factores tiempo),  $M_1$  y  $M_2$  (compresibilidades relativas de la matriz primaria y de las "pastillas", definidas como el producto de los coeficientes de variación volumétrica y las fracciones relativas de cada suelo).

Como puede verse, los conceptos empleados son los tradicionales, y la teoría aplicada es la original de Terzaghi, para una combinación de suelos.

Las ideas anteriores condujeron, como se esperaba, a un modelo de suelo que explica, además de la ausencia de presión de poro durante la fase secundaria del fenómeno, prácticamente todas las formas conocidas de consolidación de suelos (ver el Anexo, al final del trabajo).

Explica además, inesperadamente por cierto, otros aspectos del problema, como:

el comportamiento dual de los suelos (una ley de deformación para la rama de recarga y otra para la rama virgen),

cómo el caso de la consolidación secundaria, supuestamente función lineal del logaritmo del tiempo (según sugerencia inicial de Buisman sin pretender su validez para tiempos muy grandes, que se constituyó con el tiempo en una especie de dogma básico para gran número de teorías posteriores), resulta ser la combinación de la rama final de la curva patrón primaria y la inicial de la curva patrón secundaria,

cómo los valores postulados por Mesri para su  $C_{\alpha}$  quedan explicados mediante la presente teoría y porqué no es válida su aplicación para los tiempos "grandes".

Además, por la naturaleza misma del suelo dual o suelo en suelo, se explica el adelanto del grado de disipación de la presión de poro, con respecto al grado de consolidación correspondiente, ya que en la presente teoría la presión de poro es la de la porción primaria del modelo.

Otro aspecto que resulta aclarado es la razón de la diferencia que frecuentemente se presenta entre el valor determinado en el laboratorio para el coeficiente de consolidación,  $c_v$ , y el que aparentemente resulta de la reinterpretación de los hundimientos reales observados en el prototipo,  $c_{vT}$  (ver Capítulo V, primera aplicación).

Adicionalmente, con la Teoría de la consolidación total se explica también la diferencia básica existente entre las curvas patrón de laboratorio y de campo, que elimina a gran parte de las teorías revisadas en los primeros tres capítulos del presente trabajo.

Y, por último, un aspecto más: el tradicional cambio de forma de las curvas de consolidación de laboratorio a medida que se llega, en series diferentes de pruebas, a la misma carga final a través de un mayor número de incrementos de carga, resulta obvio si se considera la acumulación de los efectos secundarios de las etapas anteriores de carga y si se comparan, en el Anexo, las curvas para un valor de  $r$  fijo y crecientes valores de  $\alpha$ , ya que, dentro de la duración normal de las pruebas, lo que más cambia en la muestra es la permeabilidad del suelo "primario" (disminuye) y, con ella, el valor de su  $c_v$  (disminuye) y el de  $\alpha_H$  (aumenta).

De hecho, los cambios de forma mencionados en el párrafo anterior podrían servir de base para la calibración de las pruebas y obtención de parámetros del suelo, a nivel de laboratorio, aunque se deja esta tarea para algún trabajo posterior, propio o ajeno.

Aquí simplemente debe dejarse asentado que este tipo de posibles cambios justifica la recomendación hecha en el inciso 3.3.4 de aplicar a la muestra la carga de diseño en una sola etapa, tras de llevarla, también en una sola etapa a la carga que originalmente tenía "in situ".

En lo posible se deben prolongar ambas etapas lo necesario para que no haya distorsiones importantes en las deformaciones de diseño por las deformaciones aún en proceso de la primera etapa y para que las deformaciones de la segunda etapa

permitan determinar los parámetros adicionales requeridos por la Teoría aquí presentada.

En cuanto a la aplicación de la nueva teoría, el Capítulo V muestra que no existe mayor problema, ya que las aplicaciones ahí presentadas se procesaron, en parte, con un programa comercial de microcomputadora para generar las curvas patrón requeridas (incluyendo las del Anexo) y manualmente con una calculadora programable de bolsillo.

El procedimiento de cálculo es sencillo y sistemático y se presta para ser ejecutado mediante el auxilio de un sencillo programa para computadora personal, en alguno de los lenguajes de uso común, por ejemplo, el QBasic.

Para el caso del terraplén, una vez encontrada la curva patrón que más se ajustaba a la de laboratorio, la que automáticamente proporcionó los valores de  $r$  y  $\alpha_H$  (este último también para la muestra del laboratorio), se calculó  $c_{VT}$  y se hizo al valor de  $\alpha_H$  a el ajuste por la diferencia de espesor existente entre la muestra y el estrato real para generar el valor  $\alpha'_H$  de campo.

A continuación, se generó la nueva curva patrón correspondiente y se calcularon los hundimientos respectivos.

Para el caso de hundimientos por bombeo regional, a partir de los datos de la Tabla 5.3 para La Alameda, se aplicaron repetitiva y aditivamente las fórmulas desarrolladas en el capítulo anterior, entre la fecha inicial y la fecha final de cada etapa.

En ambos casos, los resultados de la Teoría fueron satisfactorios.

## 6.2.- CONCLUSIONES.

Todo lo anterior parece indicar que el modelo y la teoría aquí propuestos pueden incorporarse a la práctica profesional rutinaria de la Mecánica de Suelos, al tiempo que pueden servir de base para una nueva serie de modelos, cada vez más complejos (con deformación finita, propiedades variables, etc.), a través de un desarrollo similar al que siguió a la teoría original de Terzaghi.

Sin embargo, hay que señalar también las limitaciones del modelo, que son, en primer lugar, las de la Teoría de Terzaghi: validez de la Ley de Darcy, linealidad de las ecuaciones diferenciales de partida (lo que tiene, por otra parte la gran ventaja de permitir la superposición de soluciones), constancia de parámetros y deformaciones infinitesimales.

El efecto práctico de estas limitaciones puede apreciarse a través de algunos trabajos publicados (Mesri, 1974; Juárez Badillo y Chen, 1987) y podría describirse en conjunto como una cierta separación con respecto a la curva patrón de Terzaghi dentro de una faja, más o menos angosta que la contiene, con desviaciones que de ninguna manera llegan a ser tan importantes como lo pueden ser las inducidas por el efecto secundario. Tal vez, a ésto se deba la notable sobrevivencia de la teoría de Terzaghi ante los embates de tantas teorías recientes.

Adicionalmente, la ley de deformación empleada es única, esto es, no se consideró algún cambio brusco durante el proceso y por ello, la presente Teoría, tal como está, no puede aplicarse en la zona de transición del tramo de recarga al virgen. Resulta necesario desarrollar una ampliación de la misma para tomar en cuenta este importante caso.

### **6.3.- RECOMENDACIONES.**

Hemos llegado al final del presente trabajo y al principio, esperamos, de otros muchos, propios o ajenos.

Lo primero que se puede recomendar, desde el punto de vista de la Teoría de la consolidación total, es ampliar, tanto en investigaciones como en estudios rutinarios, el programa de pruebas de consolidación para incluir a las adicionales aquí recomendadas.

La siguiente recomendación sería llevar a cabo una aplicación intensa de la presente teoría para identificar en la práctica sus principales fallas, dando lugar a la elaboración de nuevas teorías que conduzcan cada vez a mejores soluciones.

Las nuevas teorías deben orientarse a la solución de los problemas ya identificados, a la remoción de las limitaciones señaladas en el inciso anterior, a explorar la utilidad del parámetro  $v$  y a la inclusión de las presiones de poro, cuantitativamente hablando.

Si se logra lo anterior, en breve la presente teoría tendrá, en el mejor de los casos, únicamente un interés histórico, pero habrá valido la pena el esfuerzo a ella dedicado.

**REFERENCIAS**

**BIBLIOGRÁFICAS**

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Aguirre Menchaca, L. M. y Juárez Badillo, E. (1987), "Geotechnical Problems in Designing an Apron on ancient Texcoco Lake", Proc. Simp. on Geotech. Eng. of soft Soils, México, SMMS, Aug. 1987, pp. 181-184.
2. Barden, L. (1965), "Consolidation of Clay with Non-linear Viscosity", Geotechnique, 15, 345-362.
3. Barden, L. (1969), "Time dependent deformation of normally consolidated clays and peats", J. Soil Mech. and Found. Div. ASCE, Vol. 95; No. SM1, pp. 1-31.
4. Berre, T. e Iversen, K. (1972), "Oedometer tests with different specimen heights on a clay exhibiting large secondary compression", Geotechnique, 22, No. 1, 53-70.
5. Berry, P. L. y Poskitt, T. J. (1972), "The Consolidation of Peat", Geotechnique, London, England, Vol. 22, No. 1, pp. 27-52.
6. Bjerrum, L. (1967), "Engineering Geology of Norwegian Normally-Consolidated marine clays as related to settlements of buildings", Geotechnique, 17, 2: 83-117.
7. N. S. (1960), "Pore Pressure and Suction in Soils", Conference of the British National Society of the Int. Soc. of Soil Mech. and Found. Eng. Inst. of Civil Engineers, London.
8. Buisman, Keverling (1936), "Results of long duration settlement tests", 1st. Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Settls. Harvard University, Cambridge, Mass. U. S. A.
9. Buisman, Keverling, (1940), "Grondmechanica", Delft: Waltman.
10. Carrillo, Nabor, (1947), "Influencia de los pozos artesianos en el hundimiento de la Ciudad de México", Anuario 1947 de la Comisión Impulsora y Coordinadora de la Investigación Científica, México (Versión en inglés publicada en Proceedings, Sec. Int. Conf. on Soil Mechs. and Found. Eng. Rotterdam, 1948 y reimpresión de ambas versiones en el Volumen Nabor Carrillo, 1969, Proyecto Texcoco, Secretaría de Hacienda y Crédito Público, México, pp. 7-14).



11. Crank, J. y Nicolson, P. (1947), "A Practical Method for Numerical Evaluation of Solutions of Partial Differential Equations of the Heat Conduction Type", Proc. Camb. Phil. Soc., 43, 50-67.
12. Crawford, C. B. y Bozozuk, M. (1990), "Thirty years of secondary consolidation in sensitive marine clay", Can. Geotech. J., 27, 315-319.
13. Cruickshank V. Carlos, (1982), "Modelos matemáticos para acuíferos del Valle de México", Capítulo 6 de "El sistema hidráulico del Distrito Federal", D. D. F. pp. 6.1-6.23.
14. Cruickshank V. Carlos, 1984, Simulación numérica del flujo en acuíferos semiconfinados con carga y descarga, U. N. A. M. (Tesis Doctoral).
15. Cruickshank V. Carlos y Chávez Guillén, Rubén, (1969), "Modelo Matemático "DAS" para el estudio del comportamiento de acuíferos", Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XXIII, Núm. 1, pp. 31-42.
16. Christensen, A. M. y Wu, T. H. (1964), "Analysis of clay deformation as a rate process", J. Soil Mech. & Found. Div. ASCE, V. 90 No. SM6, pp. 125-157.
17. Christie, I. F. (1964), "Re-appraisal of Merchant's Contribution to the Theory of Consolidation", Geotechnique, 14, 309-320.
18. Davis, E. H. y Raymond, G. P. (1965), "A Non-Linear Theory of Consolidation", Geotechnique, London, England, Vol. 15, No. 2, pp. 161-173.
19. De Josselin de Jong, G. , (1942), "Kanaalstelselhypothese", No publicado. (Citado por él mismo, 1968).
20. De Josselin de Jong, G. , (1968), "Consolidation Models of an Assembly of Viscous Elements or a Cavity Channel Network", Geotechnique, 18, 195-228.
21. DGCOH (1982) "El sistema hidráulico del Distrito Federal. Un servicio público en transición", D. D. F., p. 1.20.
22. Fedá, J. (1989), "Interpretation of creep of soils by rate process theory", Geotechnique, 39, No. 4, pp. 667-677.
23. Figueroa Vega Germán E. (1968), "Diagrama de influencia para bombeos regionales", Boletín Técnico No. 29, Comisión Hidrológica de la Cuenca del Valle de México, S. R. H.

24. Figueroa Vega Germán E. (1968), "La interpretación de abatimientos medios regionales provocados por bombeo mediante pozos", Boletín Técnico No. 27 de la Comisión Hidrológica de la Cuenca del Valle de México, S. R. H.
25. Figueroa Vega Germán E. (1969a), "Pruebas de bombeo en pozos con flujo transitorio y sus aplicaciones", Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XXIII, Num. 2, pp. 170-194.
26. Figueroa Vega Germán E. (1969b), "Problemas de flujo no establecido hacia pozos de bombeo", Tomo III de la Mecánica de Suelos de Juárez Badillo y Rico, 1a. edición, pp. 292-311.
27. Figueroa Vega Germán E. (1969), "Relaciones volumétricas para algunos acuíferos semiconfinados", Boletín Técnico del Instituto de Investigaciones Geohidrológicas, México, D. F.
28. Figueroa Vega Germán E. (1970), (reimpresión), "Relaciones volumétricas para algunos acuíferos semiconfinados", Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XXIV, Num. 2, pp. 205-206.
29. Figueroa Vega Germán E. (1970), "Una aportación al estudio de acuíferos", I Congreso Nacional de Hidráulica, A. M. H. pp. 325-328.
30. Figueroa Vega Germán E. (1970), "Aportación al estudio de acuíferos" (reimpresión), Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XXV, Num. 2, pp. 151-153.
31. Figueroa Vega, Germán E. (1973a), "El hundimiento de la ciudad de México; breve descripción", Recursos Hidráulicos, Vol. II, No. 4, pp. 525-533.
32. Figueroa Vega, Germán E. (1973b), "Aquifer and Subsidence Model for México City", Annual Meeting of the Geological Society of America, Dallas, U. S. A. p. 620.
33. Figueroa Vega, Germán E. (1976), "Subsidence of the City of México, a Historical Review", Publication No. 121 of the International Association of Hydrological Sciences, Proc. Anaheim Symposium, pp. 35-38.
34. Figueroa Vega, Germán E. Tamamoto, Soki y otros, (1984), "Techniques for prediction of Subsidence", Capítulo 5 de Guidebook of Subsidence due to Groundwater Withdrawal, UNESCO, pp. 89-117.
35. Florin, V. A. (1961), "Osnovy mekhaniki gruntov (Fundamentos de Mecánica de Suelos, en ruso)", 2, Gosstroyizdat, Leningrad-Moskva, 543 pp.

36. Garlanger, J. E. (1972), "The consolidation of soils exhibiting creep under constant effective stress", *Geotechnique*, 22, No. 1, 71-78.
37. GAVM (1994), "Sistema Cutzamala. Agua potable para millones de mexicanos", Comisión Nacional del Agua.
38. Gibson, R. E. England, G. L. y Hussey, M. J. L. (1967), "The Theory of One-Dimensional Consolidation of Saturated Clays. I. Finite Non-Linear Consolidation of Thin Homogeneous Layers", *Geotechnique*, London, England, Vol. 17, No. 3, pp. 261-273.
39. Gibson, R. E. y Lo, K. Y. (1961), "Theory of Consolidation for Soils Exhibiting Secondary Compression", Norwegian Geotechnical Institute, Publ. No. 41.
40. Gibson, R. E. Schiffman, R. L. y Cargill, K. W. (1981), "The Theory of One-Dimensional Consolidation of Saturated Clays. II. Finite Nonlinear Consolidation of Thick Homogeneous Layers", *Can. Geotech. J.* 18, 280-293.
41. Glasstone, S. Laidler, K. y Eyring, H. (1941), "The Theory of Rate Processes", Mc. Graw Hill, New York.
42. Glover, R. E. (1960), "Drawdown at the Center of a Circular Area due to Distributed Pumping within the Area", Bureau of Reclamation Technical Memorandum No. 657, Section A, p. 11.
43. Haefeli, R. y Schaad, W. (1948), "Time Effect in Connection with Consolidation Tests", 2nd. Int. Conf. Soil Mech. & Found. Eng. Rotterdam, pp. 23-29.
44. Hansen, Bent (1969), "A mathematical model for creep phenomena in clay", Advances in consolidation theories for clays, Proc. Specialty Session No. 12, 7th Int. Conf. Soil Mech. México.
45. Hansen, J. Brinch, (1961), "A Model Law for Simultaneous Primary and Secondary Consolidation", Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. Paris, 1, 133-136.
46. Hansen, J. Brinch e Inan, Ses, (1969), "Tests and formulas concerning Secondary Consolidation", Proc. 6th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. México, 45-53.
47. Hantush, Mahdi S. (1964), "Hydraulics of Wells", *Advances in Hydrosience*, Vol. 1, pp. 281-432.

48. Hawking, Stephen W. (1988), "A brief history of time. From the Big Bang to Black Holes", Bantam Books, New York.
49. Herrera, Ismael y Figueroa Vega, Germán E. (1969), "A Correspondence Principle for the Theory of Leaky Aquifers", Water Resources Research, Vol. 5 No. 4, pp. 900-904.
50. Herrera, Ismael, (1970), "Theory of Multiple Leaky Aquifers", Water Resources Research, Vol. 6, No. 1, pp. 185-193. Ishii, Y. (1951), "Consolidation Testing of Soils", Spec. tech. Publs. Am. Soc. Test. Mater. 126, 103.
51. Juárez-Badillo, E. (1965), "Compressibility of Soils", 5th Symp. of the Civ. & Hidr. Eng. Department on "Behaviour of Soil under Stress", Ind. Inst. of Sc. Bangalore, India, Vol 1, A2/1-35.
52. Juárez-Badillo, E. (1975), "Constitutive Relationships for Soils", Symp. on Recent Developments in the Analysis of Soil Behaviour and their Application to Geotechnical Structures, The Univ. of South Wales, Kensington, Australia, 231-257.
53. Juárez-Badillo, E. (1981), "General Compressibility Equation for Soils", Tenth Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng. Stockholm, Vol I, pp. 171-178.
54. Juárez-Badillo, E. (1985), "General Time Volume Change Equations for Soils", Proc. 11th ICSMFE, San Francisco, Calif. E.U.A.
55. Juárez-Badillo, E. & Chen, B. (1987), "General Consolidation Curves for Clays", Internal Report, Graduate School of Engineering, National Autonomous University of Mexico, Mexico.
56. Juárez-Badillo, E. (1987), "Mechanical Characterization of Mexico City Clay", Simp. on Geotech. Eng. of soft Soils, México, Aug. 1987, pp. 65-69.
57. Juárez-Badillo, E. (1988), "Postsurcharge Secondary Compression equation for Clays", Can. Geotec. Eng. of Soft Soils, 25, 594-599.
58. Juárez-Badillo, E. (1991), "Thirty years of secondary consolidation in sensitive marine clay", Discussion (1991), Can. Geotech. J. 28, 466-467.
59. Juárez-Badillo, E. (1992), "Natural Laws in Geomechanics", Raul J. Marsal Volume, Soc. Mexicana de Mecánica de Suelos, México, pp. 31-36.
60. Kavanazjian, Jr. E. y Mitchell (1984), "Time Dependence on Lateral Earth Pressure", ASCE J. Geotech. Eng. Div. 18706, Apr. pp. 530-533.

61. Koppejan, A. W. (1948), "A Formula combining the Terzaghi Load-Compression Relationship and the Buisman Secular Time Effect", Proc. 2nd. Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. Rotterdam, pp. 32-37.
62. Kuhn, T. S. 1962, "The Structure of Scientific Revolutions", University of Chicago Press. Leonards, G. A. y Girault, P. (1961), "A Study of the one-dimensional Consolidation Test", 5th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng. Paris.
63. Lichnerowicz, André (1986), "La philosophie des sciences aujourd'hui", Jean Hamburger, Bordas, París, Francia.
64. Lo, K. Y. (1961a), "Stress-Strain Relationship and Pore Water Pressure Characteristics of a Normally Consolidated Clay", Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. Paris, 1, 219-224.
65. Lo, K. Y. (1961b), "Secondary Compression of Clays", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, 87, No. SM 4, 61-87.
66. Lundquist, E. (1938), "Generalized analysis of experimental observations in problems of elastic stability", NACA, TN 658, Washington, D. C.
67. Marsal, Raul J. y Mazari, Marcos, (1959), "El subsuelo de la Ciudad de México", Primer Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos y Cimentaciones, UNAM. México.
68. Marsal, Raúl J. (1992), "Hundimiento de la Ciudad de México", El Colegio Nacional, México.
69. Martins, I. S. M. y Lacerda, W. A. (1985), "A Theory of Consolidation with Secondary Compression", XI Int. Conf. on Soils Mech. and Found. Eng. Sn. Fco. pp. 567-570.
70. Mesri, G. (1973), "Coefficient of Secondary Compression", J. of the Soil Mech. and Found. Div. Proc. A. S. C. E. V. 99, No. SM1, 123-137.
71. Mesri, G. (1974), "Theory of Consolidation for Clays", J. Geotech. Eng. Div. A.S.C.E. Vol 100, No. GT8, pp. 889-904.
72. Mesri, G. (1987), "The Fourth Law of Soil Mechanics: The Law of Compressibility", Simp. Int. de Ing. Geotécnica de Suelos Blandos, SMMS, México.

73. Merchant, W. (1939), "Some Theoretical Considerations on the One-Dimensional Consolidation of Clay", M. Sci. Thesis, M.I.T.
74. Mitchell, J. K. (1964), "Shearing resistance of soils as a rate process", J. Soil Mech. and Found. Div. ASCE, V. 90, No. SM1, pp. 29-61.
75. Mitchell, J. K. Campanella, R. G. y Singh, A. (1968), "Soil creep as a rate process", J. Soil Mech. and Found. Div. ASCE, V. 94, No. SM1, pp. 231-253./Murayama, S. y Shibata, T. (1956), "On the rheological characters of clay", Trans. Japan Soc. Civil Eng. No. 40, pp. 1-31.
76. Murayama, S. y Shibata, T. (1961), "Rheological properties of clays", Proc. 5th. Int. Cong. Soil Mech. & Found. Eng. V. 6, pp. 269-273.
77. Nutting, (1921a), Proc. Amer. Soc. Test. Mat. XXI, 1162
78. Nutting, (1921b), J. Franklin Inst. CXCI, 679.
79. Ostwald, W. (1925), "Ueber die Geschwindigkeitsfunktion des Viscositaet disperser Systeme", Kolloid-Z, 36, 99, 127.
80. Poskitt, T. J. (1969), "The Consolidation of Saturated Clay with Variable Permeability and Compressibility", Geotechnique, London, England, Vol. 19, No. 2, pp. 234-242.
81. Prickett, Thomas A. (1975), "Modeling Techniques for Groundwater Evaluation", Advances in Hydroscience, Vol 10, pp. 1-143.
82. Raymond, G. P. (1966a), "Laboratory Consolidation of Some Normally Consolidated Soils", Canadian Geotechnical Journal, Canada, Vol. 3, No. 4, pp. 217-234.
83. Raymond, G. P. (1966b), "Consolidation of Slightly Overconsolidated Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 92, No. 15, pp.1.
84. Rivera Bustos, Alfonso, (1990), "Modele Hydrogéologique Quasi-Tridimensionnel non-lineaire pour simuler la Subsidence dans les Systemès Aquifères Multicouches", Ecole Nationale des Mines de Paris, (Tesis Doctoral).
85. Schiffman, R. L. Ladd, C. C. y Chen, A. T. F. (1964), "The secondary consolidation of clay", Proc. Symp. Rheology Soil Mech. Grenoble, pp. 273-298.

86. Schmertman, J. H. (1983), "A Simple Question about Consolidation", ASCE J. Geotech. Eng. Div. 17601, Jan. pp. 119-122.
87. Scott Blair, G. W. (1944), "A Survey of General and Applied Rheology", Pitman Publishing Corp. N. Y. U. S. A.
88. Southwell, R. (1932), "On the analysis of experimental observations in problems of elastic stability", Proc. Roy. Soc. London, England, A, Vol 135, 601-616.
89. Stewart, Ian, (1994), "Juega Dios a los dados? La nueva matemática del caos", RBA Editores, S. A. (tercera edición en español).
90. Šuklje, Lujo, (1957), "The Analysis of the Consolidation Process by the Isotache Method", Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. London, 1, 200-206, 3, 107-109.
91. Šuklje, Lujo, (1969), "Rheological Aspects of Soil Mechanics", Wiley-Interscience.
92. Taylor, D. W. y Merchant, W. (1940), "A Theory of Clay Consolidation Accounting for Secondary Compression", J. Maths. and Physics, Massachusetts Institute of Technology, 19, 167-185.
93. Taylor, D. W. (1942), "Research on Consolidation of Clays", Dept. of Civil and Sanitary Eng. Massachusetts Inst. of Technology, Publ. Serial 82, 1-147.
94. Taylor, D. W. (1948), "Fundamentals of Soil Mechanics", John Wiley and Sons, Inc. New York, N. Y. 700 pp.
95. Terzaghi, Karl, (1923), "Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungserscheinungen", Sitzber. Akad. Wiss. Wien, Abt. IIa, Vol. 132.
96. Terzaghi, K. (1925), "Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage", Deuticke, Wien.
97. Terzaghi, Karl, (1936), "Presidential Address", First Int. Conf. on Soil Mechanics and Found. Engineering, Cambridge, Mass. U. S. A. p. 65.
98. Terzaghi, Karl, (1941), "Undisturbed clay samples and undisturbed clays", J. Boston Soc. of Civ. Eng. Vol. XXVIII, No. 3, 211-231.
99. Terzaghi, Karl, (1943), "Theoretical Soil Mechanics", John Wiley and Sons, Inc.

100. Terzaghi, Karl y Peck, Ralph B. (1948), "Soil Mechanics in Engineering Practice", John Wiley & Sons, New York.
101. Wahls, Harvey E. (1962), "Analysis of primary and secondary consolidation", J. of the Soil Mech. and Found. Div. A. S. C. E. V. 88, No. SM6, 207-231.
102. Wu, T. H. Reséndiz, D. y Neukirchner, R. J. (1966), "Analysis of consolidation by rate process theory", J. of the Soil Mech. and Found. Div. A.S.C.E. pp. 229-248.
103. Zeevaert, L. (1967), "Consolidation Theory for Materials Showing Intergranular Viscosity", Proc. III Panam. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng. Vol. I, 89, Caracas, Venezuela.



**RELACIÓN  
DE  
FIGURAS**

## **RELACIÓN DE FIGURAS**

- FIGURA 1.1: SOLUCIÓN DE TERZAGHI (ESTRATO CON DOBLE DRENADO)
- FIGURA 2.1: MODELO DE MERCHANT
- FIGURA 2.2: SOLUCIÓN DE CHRISTIE EN FUNCIÓN DEL FACTOR DE FLUIDEZ "N"
- FIGURA 2.3: EL ESFUERZO EFECTIVO DE TAYLOR
- FIGURA 2.4: TIPOS DE CURVAS SECUNDARIAS DE LO
- FIGURA 2.5: MODELO REOLÓGICO DE LO
- FIGURA 2.6: CURVAS DE LAING BARDEN
- FIGURA 2.7: GRÁFICA DE WAHLS
- FIGURA 2.8: CURVA DE JUAREZ BADILLO
- FIGURA 2.9: APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE GARLANGER A LOS RESULTADOS DE BERRE E IVERSEN
- FIGURA 2.10: CURVAS DE MESRI
- FIGURA 2.11: CURVAS TIPO DE MARTINS-LACERDA
- FIGURA 2.12: ISÓCRONAS DE ESTRATOS GRUESOS (GIBSON, SCHIFFMAN Y CARGILL)
- FIGURA 2.13: GRÁFICA DE DE JOSSELIN DE JONG
- FIGURA 2.14: MODELO DE CAVIDADES Y CANALES
- FIGURA 2.15: BARRERAS ENERGÉTICAS QUE LIMITAN EL DESPLAZAMIENTO

- FIGURA 2.16: MODELO DE MURAYAMA Y SHIBATA.
- FIGURA 2.17: MODELO DE CHRISTENSEN Y WU
- FIGURA 2.18: WU, RESÉNDIZ Y NEUKIRCHNER, APLICACIÓN (1)
- FIGURA 2.19: WU, RESÉNDIZ Y NEUKIRCHNER, APLICACIÓN (2)
- FIGURA 3.1: ESQUEMA DE SUELO EN SUELO
- FIGURA 3.2: FAMILIA DE CURVAS SECUNDARIAS  $U_s$
- FIGURA 4.1: ACUÍFERO CONFINADO
- FIGURA 4.2: ACUÍFERO SEMICONFINADO
- FIGURA 4.3: DIAGRAMA DE INFLUENCIA
- FIGURA 5.1: CURVA DE LABORATORIO
- FIGURA 5.2: CURVA PATRÓN DE LABORATORIO
- FIGURA 5.3: CURVA PATRÓN PARA EL PROTOTIPO

**LISTA  
DE  
SÍMBOLOS**

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $a$  = parámetro (Bjerrum y Bent Hansen)
- $a$  = abatimiento piezométrico
- $a_v$  = coeficiente de compresibilidad
- $A_o$  = área de la celda o
- $b$  = parámetro (Bjerrum y Bent Hansen)
- $b$  = espesor de estrato semiconfinante por filtración
- $c$  = parámetro (Bjerrum y Bent Hansen)
- $c$  = índice de flujo (creep)
- $c_v$  = coeficiente de consolidación
- $c_{v1}$  = coeficiente de consolidación de la matriz primaria del suelo
- $c_{v2}$  = coeficiente de consolidación de las "pastillas" de suelo combinado
- $c_{vT}$  = coeficiente de consolidación total
- $C_c$  = índice de compresión de la curva virgen
- $C_p$  = parámetro de consolidación primaria (Fórmula de Koppejan)
- $C_p$  = parámetro de consolidación secundaria (Fórmula de Koppejan)
- $C_{\alpha}$  = coeficiente de consolidación secundaria
- $e$  = relación de vacíos
- $e_o$  = relación de vacíos inicial
- $E_i$  = integral exponencial
- $h$  = semiespesor de "pastilla" (doble drenado)

- $h$  = carga hidráulica  
 $h_{o,k}$  = carga hidráulica, celda o y tiempo k  
 $h_{o,k+1}$  = carga hidráulica, celda o y tiempo k+1  
 $h_{i,k}$  = carga hidráulica, celda i y tiempo k  
 $h_{i,k+1}$  = carga hidráulica, celda i y tiempo k+1  
**H** = cuerpo de Hooke (modelo reológico)  
**H** = semiespesor del estrato o muestra (doble drenado)  
 $\Delta H$  = hundimiento esperado  
 $\Delta H_{calc}$  = hundimiento calculado  
 $\Delta H_{real}$  = hundimiento real (conocido)  
 $\Delta H_1$  = hundimiento total debido a la deformación de la matriz primaria  
 $\Delta H_2$  = hundimiento total debido a la deformación de las "pastillas" de suelo combinado  
*i* = número entero  
*l* = valor de una integral  
*k* = número entero  
*k* = permeabilidad de Darcy  
 $k_o$  = permeabilidad inicial  
 $k_{on}$  = coeficiente de empuje en reposo inicial (Martins y Lacerda)  
 $k_p$  = permeabilidad final de la consolidación primaria (Taylor)  
**K** = cuerpo de Kelvin (modelo reológico)  
**K<sub>v</sub>** = cuerpo de Kelvin con viscosidad variable (modelo reológico)

- $l_i$  = nueva longitud (Diagrama de Influencia)
- $l_j$  = longitud anterior (Diagrama de Influencia)
- M** = cuerpo de Merchant (modelo reológico)
- M** = múltiplo impar de  $\pi/2$ , que aparece en la solución de Terzaghi
- N** = cuerpo de Newton (modelo reológico)
- N** = múltiplo impar de  $\pi/2$ , que aparece en la solución de Terzaghi
- N<sub>v</sub>** = cuerpo de Newton con viscosidad variable (modelo reológico)
- $m_v$  = coeficiente de variación volumétrica del suelo primario
- $m_1$  = coeficiente de variación volumétrica del suelo primario
- $m_2$  = coeficiente de variación volumétrica del suelo combinado
- M<sub>1</sub>** = compresibilidad relativa de la matriz de suelo primario
- M<sub>2</sub>** = compresibilidad relativa de las "pastillas" presentes en una sección vertical del estrato o muestra
- $n$  = número entero
- N<sub>i</sub>** = número de "cuadros" interiores (Diagrama de Influencia)
- N<sub>e</sub>** = número de "cuadros" exteriores (Diagrama de Influencia)
- $p$  = esfuerzo total
- $p_b$  = resistencia plástica del suelo (Taylor)
- $p_c$  = esfuerzo de preconsolidación
- $p_f$  = esfuerzo final
- $p_g$  = resistencia estática del suelo (Taylor)
- $p_v$  = resistencia viscosa del suelo (Taylor)

- $p_0$  = esfuerzo inicial  
 $\Delta p$  = incremento de esfuerzo total  
 $P$  = población, en miles de habitantes  
 $q$  = gasto de bombeo por unidad de superficie de acuífero, en planta  
 $Q$  = valor de fuente o sumidero  
 $Q_{o,k}$  = valor de fuente o sumidero, en celda o y tiempo k  
 $Q_{o,k,w}$  = gasto de pozos, celda o y tiempo k  
 $Q_{o,k,fs}$  = gasto de filtración superior, celda o y tiempo k  
 $Q_{o,k,fi}$  = gasto de filtración inferior, celda o y tiempo k  
 $Q_{o,k,cs}$  = gasto de consolidación superior, celda o y tiempo k  
 $Q_{o,k,ci}$  = gasto de consolidación inferior, celda o y tiempo k  
 $r$  = fracción de deformación primaria total  
 $R$  = distancia a un pozo  
 $R$  = radio equivalente (del área de bombeo)  
 $S$  = coeficiente de almacenaje del acuífero  
 $t$  = tiempo  
 $t_0$  = tiempo inicial  
 $\Delta t$  = incremento de tiempo  
 $t_1$  = tiempo de referencia  
 $t^*$  = tiempo característico del suelo (Juárez Badillo)  
 $T$  = cuerpo de Terzaghi (modelo reológico)  
 $T$  = factor tiempo de Terzaghi



- T = transmisibilidad del acuífero
- T' = variable auxiliar de integración
- s = asentamiento (Fórmula de Koppejan)
- $s_{\infty}$  = valor final de una variable (extrapolación hiperbólica)
- S = coeficiente de almacenaje
- $S_o$  = coeficiente de almacenaje de la celda o
- u = exceso de presión hidrostática (presión de poro)
- U, U' = grado de consolidación
- U(T) = grado de consolidación de Terzaghi
- $U_s(\alpha_H, T)$  = grado de consolidación de las "pastillas" de suelo combinado
- $v_h$  = velocidad de descenso piezométrico en el acuífero
- $\bar{v}$  = vector velocidad de Darcy
- $Y_{i,o}$  = transmisibilidad media entre las celdas i y o
- z, z' = coordenada vertical
- $z_o$  = z inicial
- $z_t$  = hundimiento secular total (Fórmula de Buisman)
- $\alpha$  = transmisibilidad dividida por coeficiente de almacenaje
- $\alpha_H$  = razón existente entre los factores tiempo de las "pastillas" de suelo combinado y el de la matriz primaria de la muestra
- $\alpha'_H$  = razón existente entre los factores tiempo de las "pastillas" de suelo combinado y el de la matriz primaria del prototipo
- $\alpha_p$  = consolidación primaria total (Fórmula de Buisman)
- $\alpha_s$  = parámetro del efecto secular (Fórmula de Buisman)

- $\beta$  = parámetro de la permeabilidad (Taylor)
- $\beta$  = pendiente de recta (extrapolación hiperbólica)
- $\gamma$  = pendiente de la rama virgen, en papel logarítmico (Juárez Badillo)
- $\gamma_p$  = pendiente de la rama de recarga, en papel logarítmico (Juárez Badillo)
- $\gamma_w$  = peso específico del agua
- $\gamma_r$  = peso específico del agua
- $\gamma_s$  = peso específico de sólidos
- $\delta$  = coeficiente de viscosidad volumétrica (Juárez Badillo)
- $\epsilon_{vs}$  = deformación secundaria (Martins y Lacerda)
- $\eta$  = viscosidad intergranular de suelo
- $\lambda$  = parámetro de relajación (Martins y Lacerda)
- $\nu$  = razón existente entre el semiespesor del estrato o muestra y el de las "pastillas"
- $\rho$  = fracción de suelo primario
- $\sigma'$  = esfuerzo efectivo
- $\sigma_v$  = esfuerzo efectivo vertical (Juárez Badillo)
- $\sigma_{v0}$  = esfuerzo vertical inicial (Juárez Badillo)
- $\sigma'_{v0}$  = esfuerzo efectivo vertical inicial (Martins y Lacerda)
- $\tau$  = tiempo adimensional exponencial (Juárez Badillo)
- $\tau$  = variable auxiliar de integración

# ANEXO

## TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN TOTAL

### MUESTRA DE CURVAS PATRÓN

El grado de consolidación alcanzado por un suelo sujeto a doble drenado e incremento constante de carga en su superficie (ecuación 3.15), puede representarse por una familia de familias de curvas patrón de consolidación, como las tres del caso  $v = 1$  que se muestran en el presente anexo, para diferentes valores de  $v$ ,  $r$  y  $\alpha_H$ .

La manera de utilizarlas es la siguiente:

una vez que se ha dibujado la curva experimental de laboratorio en papel semilogarítmico (con las mismas escalas que las curvas patrón de la muestra), se busca la curva patrón que más se asemeja o las dos curvas patrón que puedan considerarse las "vecinas" más probables, con parámetros un poco mayor y menor.

El siguiente paso es generar nuevas curvas patrón, con parámetros  $v$ ,  $r$  y  $\alpha_H$  de valores comprendidos entre los de las "vecinas", hasta encontrar un ajuste satisfactorio.

Finalmente, se escalan  $v$  y  $\alpha_H$  en proporción a  $H$  y  $H^2$  respectivamente, para encontrar sus valores de campo y construir la curva patrón correspondiente, pudiendo omitirse la escalación de  $v$  si el valor de  $\alpha'_H$  corresponde a una curva patrón muy cercana a la de Terzaghi.

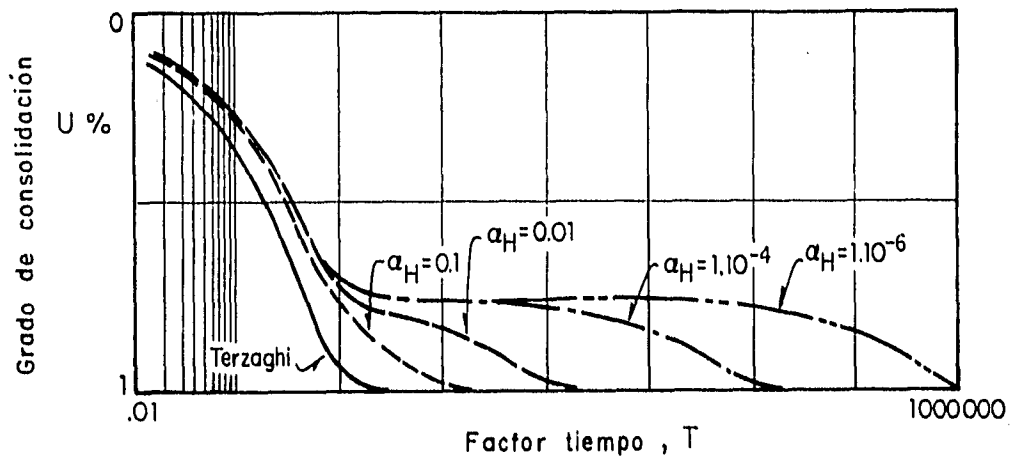


Fig A-1 ( $r = 0.75$ )

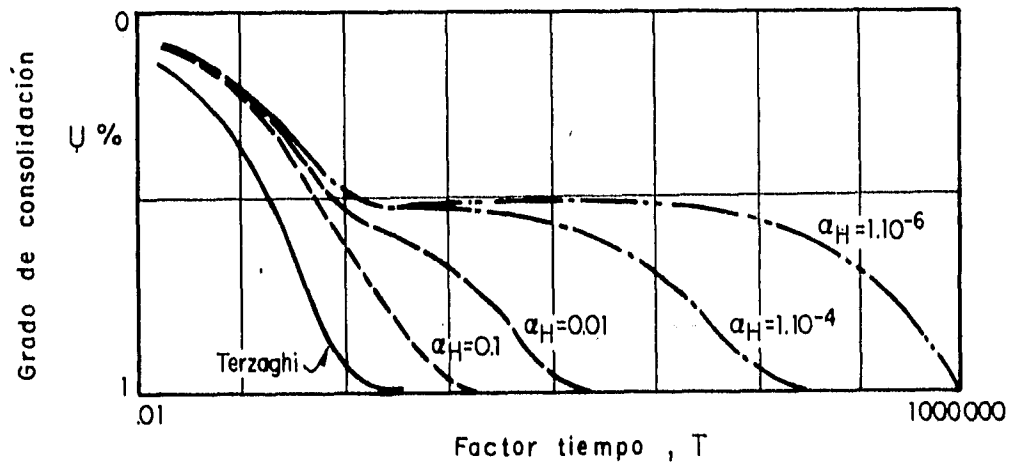


Fig A-2 ( $r = 0.5$ )

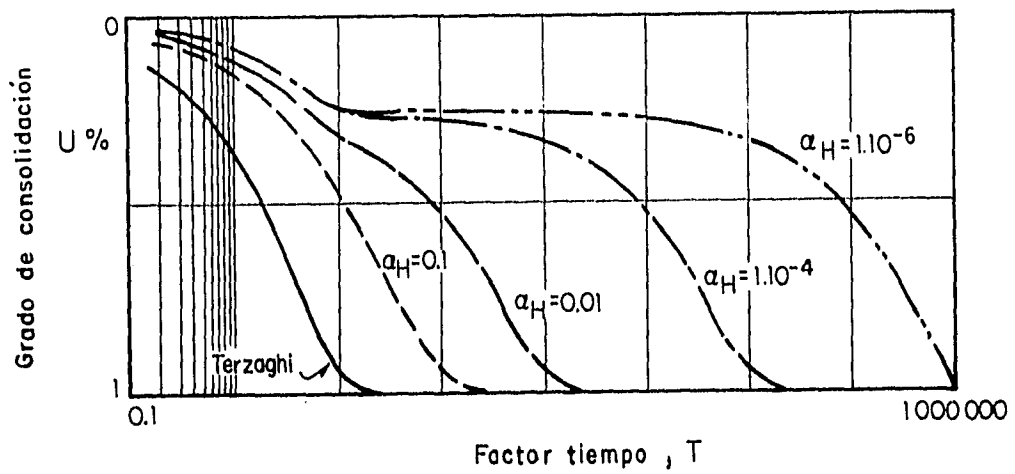


Fig A-3 ( $r=0.25$ )