



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

FENOMENO DE ARQUEO EN
ALCANTARILLAS BAJO TERRAPLENES

TESIS PROFESIONAL
PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A :
ROBERTO MAGALLANES GONZALEZ

ASESOR: ING. JESUS ALBERRO ARAMBURU



MEXICO, D. F.

1996

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
60-1-044/94

Señor
ROBERTO MAGALLANES GONZALEZ
Presente.

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor **ING. JESUS ALBERRO ARAMBURU**, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de **INGENIERO CIVIL**.

"FENOMENO DE ARQUEO EN ALCANTARILLAS BAJO TERRAPLENES"

INTRODUCCION

- I. CLASIFICACION DE ALCANTARILLAS**
- II. METODOS ANALITICOS PARA EL ANALISIS DE ALCANTARILLAS**
- III. ANALISIS MEDIANTE EL METODO DE ELEMENTO FINITO**
- IV. ANALISIS DE RESULTADOS Y SOLUCIONES AL PROBLEMA DE CONCENTRACION DE ESFUERZOS**
- V. CONCLUSIONES**
- VI. BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS**

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, a 17 de mayo de 1995.
EL DIRECTOR.


ING. JOSÉ MANUEL COVARRUBIAS SOLIS

JMCS/GMP*nl

A mi mamá y mi papá

A Anabí y Alex

A Mónica

Mi sincero agradecimiento al Ing. Jesús Alberro Arámburu por su invaluable ayuda y dirección en la realización de la presente tesis. A mi Universidad, a la Facultad de Ingeniería, a mis profesores, amigos, compañeros y a todas aquellas personas que han contribuido en mi formación profesional y humana. Al Ing. Bulmaro Cabrera Ruiz, por su apoyo.

FENÓMENO DE ARQUEO EN ALCANTARILLAS BAJO TERRAPLENES

	Pág.
CONTENIDO	i
ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS	ii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I. CLASIFICACIÓN DE ALCANTARILLAS	6
SEGÚN RIGIDEZ	6
SEGÚN COLOCACIÓN	7
SEGÚN MECANISMO DE INTERACCIÓN	10
CAPÍTULO II. MÉTODOS ANALÍTICOS PARA EL ANÁLISIS DE ALCANTARILLAS	12
MÉTODO DE NABOR CARRILLO	12
MÉTODO DE MARSTON-SPANGLER	16
MÉTODO DE YAROSHENKO	28
CAPÍTULO III. ANÁLISIS MEDIANTE EL MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO	31
DESCRIPCIÓN DEL TERRAPLÉN	32
HIPÓTESIS	35
METODOLOGÍA	37
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y SOLUCIONES AL PROBLEMA DE CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS	40
TERRAPLÉN CON MATERIAL HOMOGÉNEO	40
Comparación de resultados con métodos analíticos	43
TERRAPLÉN CON MATERIAL HETEROGÉNEO	48
ELEMENTOS MECÁNICOS EN LA ALCANTARILLA	87
CONCLUSIONES	96
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS	104

ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

	Pág.
Fig 1.1 Tipos de alcantarillas según su colocación	8
Fig 1.2 Mecanismos de interacción	11
Fig 2.1 Geometría considerada en la solución de Carrillo	14
Fig 2.2 Esfuerzos considerados en el problema de deformación plana	14
Fig 2.3 Faja con una discontinuidad rígida sometida a tensión unidimensional	15
Fig 2.4 Transferencia de esfuerzos y carga sobre la clave de una alcantarilla en terraplén	17
Fig 2.5 Asentamientos que influyen en la carga sobre la clave	20
Fig 2.6 Consideraciones de la solución de Marston-Spangler	23
Fig 2.7 Coeficientes de carga para alcantarillas en terraplén	25
Fig 2.8 Asentamientos que influyen en la carga sobre la clave de una alcantarilla en terraplén en zanja imperfecta o pseudozanja	27
Fig 2.9 Consideraciones de la solución de Yaroshenko. Alcantarilla en condición de proyección incompleta	30
Fig 3.1 Planta del terraplén "Barranca San Marcos"	33
Fig 3.2 Perfiles de los ejes del camino y de la alcantarilla	34
Fig 3.3 Malla de Elementos Finitos	36
Fig 3.4 Vista del terraplén "Barranca San Marcos" desde aguas arriba	39
Fig 4.1 Esfuerzos verticales y desplazamientos sobre la clave de la alcantarilla variando E_c . (Método del Elemento Finito)	41
Fig 4.2 Variación de los esfuerzos verticales en la clave de la alcantarilla en función de la relación de Poisson. Método del Elemento Finito	43
Fig 4.3 Comparación de resultados Método de Carrillo-Método del Elemento Finito: esfuerzo vertical en la clave de la alcantarilla	44
Fig 4.4 Comparación de esfuerzos normales y cortantes por el método de Carrillo y el Método del Elemento Finito	46
Fig 4.5 Criterios de variación de la geometría del colchón	50
Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla	52-61
Fig 4.7 Distribución de esfuerzos normales a lo largo de la pared de la alcantarilla	63-64
Fig 4.8 Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la pared de la alcantarilla	65-66
Fig 4.9 Relación de esfuerzos máximos que actúan sobre la alcantarilla (para diferentes relaciones E_c/E_s) respecto al esfuerzo máximo $E_c/E_s = 1$	68
Fig 4.10 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 0	70
Fig 4.11 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 4	71
Fig 4.12 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 5	72

	Pág.
Fig 4.13 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 6	73
Fig 4.14 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 19	74
Fig 4.15 Desplazamientos horizontales y verticales de un punto situado en la corona del terraplén sobre la clave de la alcantarilla	76
Fig 4.16 Desplazamientos nodales en la corona del terraplén	77-78
Fig 4.17 Zonas de plastificación según el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Estado 4. Método del Elemento Finito	80
Fig 4.18 Zonas de plastificación según el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Estado 5. Método del Elemento Finito	81
Fig 4.19 Zonas de plastificación según el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Estado 6. Método del Elemento Finito	82
Fig 4.20 Zonas de plastificación según el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Estado 19. Método del Elemento Finito	83
Fig 4.21 Curvas de esfuerzo en la clave de la alcantarilla contra relación de asentamientos por el Método de Marston-Spangler para conductos en zanja imperfecta. Comparación con el Método del Elemento Finito	86
Fig 4.22 Diagramas de momentos flexionantes a lo largo de la pared de la alcantarilla	90-91
Fig 4.23 Diagramas de fuerzas cortantes a lo largo de la pared de la alcantarilla	92-93
Fig 4.24 Diagramas de fuerzas normales a lo largo de la pared de la alcantarilla	94-95
Fig 5.1 Diagrama de esfuerzo vertical máximo-altura de colchón sobre la clave de la alcantarilla	98
Fig 5.2 Condiciones de apoyo de alcantarillas en terraplén	103
Tabla 2.1 Valores de α para la estimación del esfuerzo normal sobre una alcantarilla rígida circular	16
Tabla 2.2 Valores de diseño de la relación de asentamientos	19
Tabla 2.3 Coeficientes de carga para una alcantarilla en terraplén	24
Tabla 2.4 Parámetros para el cálculo del coeficiente de carga C_n para una alcantarilla en zanja imperfecta	28

INTRODUCCIÓN

Uno de los aspectos más importantes en el proyecto de una vía terrestre es la necesidad de un drenaje adecuado; es absolutamente esencial proporcionar un drenaje conveniente y económico para proteger la inversión hecha en la infraestructura de la vía de comunicación y la vida de las personas que hagan uso de ella, así como mantener la obra en óptimos niveles de operación y servicio.

Se llaman *obras de drenaje (o drenaje superficial)* las que tienen por objeto controlar las aguas que llegan a la vía y la afectan por escurrimiento superficial, independientemente de que dichas aguas hayan caído sobre o fuera de la vía terrestre. Las obras que tienen por objeto el control de las aguas subterráneas se conocen como *obras de subdrenaje*.

Las obras de drenaje superficial se agrupan en dos categorías:

a) *Obras complementarias de drenaje*: son aquellas que tienen por finalidad desalojar el agua que fluye sobre la superficie de la vía tan rápido como sea posible, así como controlar la erosión de taludes y de suelos adyacentes a la vía terrestre. Se pueden identificar las siguientes obras complementarias de drenaje: bombeo, bordos, guarniciones, cunetas, bordillos, contracunetas, lavaderos, canales interceptores, bajadas, bermas y el uso adecuado de la vegetación.

b) *Obras de drenaje transversal*: son las que permiten el cruce de las aguas bajo la vía terrestre en lugares en donde el escurrimiento superficial se concentra en un cauce natural o artificial, ya sea con régimen estacional o permanente. Las principales obras de drenaje transversal son: los puentes u obras de drenaje mayor y las alcantarillas u obras de drenaje menor.

La frontera entre obras de drenaje mayor y menor no está, naturalmente, definida; convencionalmente, se acepta en México que un puente es una obra que tiene algún claro de longitud mayor a los 6 m, reservándose el nombre de alcantarilla para estructuras con claros menores, independientemente del hecho de que esos claros menores de 6 m. pudieran repetirse varias veces, dando a la obra en conjunto una longitud mayor a ese límite.

La decisión de recurrir a un terraplén, con su respectiva alcantarilla, en lugar de un puente para resolver el sistema de drenaje transversal, depende de la comparación de las ventajas y desventajas de tales alternativas en función del costo y funcionamiento. En zonas montañosas con cuencas de captación pequeñas, se antojan soluciones con terraplenes y alcantarillas ya que, por una parte, hay grandes

volúmenes de materiales disponibles de los cortes aladaños y, por otra, se requiere áreas hidráulicas susceptibles de ser proporcionadas por las alcantarillas.

En el diseño de alcantarillas, como obras de drenaje menor, se distinguen seis aspectos importantes: hidrológicos, hidráulicos, geotécnicos, estructurales, de procedimientos constructivos y de costos. Los dos primeros aspectos están relacionados con la determinación de los parámetros hidráulicos de la alcantarilla (dados por la pendiente, área y perímetro hidráulico), a partir del gasto captado en la cuenca y que escurrirá por la alcantarilla. Los aspectos geotécnico y estructural están ligados a la forma de la alcantarilla, las cargas que gravitan sobre ella, el dimensionamiento y selección de materiales que la conformarán y su disposición en el terreno. Los últimos dos están relacionados con la comparación de ventajas y desventajas en la construcción de una alcantarilla con relación a la de un puente, como lo puede ser la disponibilidad de materiales, mano de obra y equipo o herramienta, programa de obra, tiempos disponibles e incluso experiencias previas.

En este trabajo se revisará el papel que juega el aspecto geotécnico en el diseño de alcantarillas y su principal protagonista: la cuantificación de la carga que gravita sobre su clave, que resulta fundamental para la selección definitiva de la forma, los materiales y el dimensionamiento de la alcantarilla.

La cuantificación de la carga sobre la clave de la alcantarilla no es simplemente el valor del esfuerzo geostático, γH , del prisma que la sobreyace; es necesario establecer las interacciones entre este prisma y los del material adyacente, tomando en cuenta sus propiedades y la relación que guardan con las características de la alcantarilla.

El capítulo 1 hace referencia a los diferentes criterios para la clasificación de alcantarillas, atendiendo a la rigidez de la alcantarilla, la forma en que es colocada y la interacción con el material del terraplén que la rodea. En el capítulo 2 se hace una revisión de los métodos analíticos para la cuantificación de la carga que gravita sobre la alcantarilla, señalando las hipótesis de partida de tales métodos. En el capítulo 3 se hace referencia a un caso real, el del terraplén "Barranca San Marcos", como modelo de análisis mediante el Método del Elemento Finito. Se describe el terraplén, las hipótesis de partida para su idealización y el programa de análisis paramétrico llevado a cabo para el estudio de las cargas sobre la alcantarilla rígida de este terraplén. En el capítulo 4 se presentan los esfuerzos calculados en el terraplén y su alcantarilla mediante el Método del Elemento Finito. Se comparan los resultados obtenidos con esta herramienta con los resultados arrojados por los métodos analíticos que se mencionan en el capítulo 2. En este capítulo se analiza como alternativa de solución para el problema de concentración de esfuerzos en alcantarillas rígidas la disposición del conducto en zanja imperfecta, estudiando los efectos de la relación de módulos de elasticidad del material del terraplén y el de un "colchón" de material más deformable colocado sobre el conducto; así mismo se estudian los efectos de la geometría de dicho colchón sobre la magnitud de la carga que gravita sobre la obra de drenaje. Finalmente en el capítulo 5 se mencionan las conclusiones y recomendaciones que este trabajo arroja.

CAPÍTULO I. CLASIFICACIÓN DE ALCANTARILLAS

Existen varios criterios para clasificar las alcantarillas. Los más comunes consideran rigidez, colocación y mecanismo de interacción.

SEGÚN RIGIDEZ

Se consideran alcantarillas flexibles las construidas por tubos o arcos de lámina de acero corrugada, con recubrimiento adicional o sin él, y que al colocarles material encima pierden su forma original debido a las cargas que gravitan sobre ellas. En cambio, las alcantarillas rígidas mantienen su forma original, sin que se deformen o compriman cuando se le dispone material encima. Generalmente son construidas mediante concreto reforzado o mampostería.

Un criterio más preciso para distinguir las alcantarillas según su rigidez es el que propone Klein (Karadi y Krizek, 1969) empleado en Rusia, que usa la expresión:

$$\frac{E_a}{E} \left(\frac{t}{r} \right)^3 = k$$

en donde:

- E_a : módulo de elasticidad del material de la alcantarilla.
- E : módulo de elasticidad del material que la rodea.
- t : espesor de la pared de la alcantarilla.
- r : radio promedio de la misma.

Si $k > 1$, la alcantarilla es flexible y rígida en caso contrario. En la ecuación anterior están involucradas las propiedades mecánicas y geométricas del conducto así como las del material del terraplén que la rodea.

SEGÚN COLOCACIÓN

Spangler (1973) clasifica las alcantarillas tomando en cuenta, por una parte, la forma en que geoméricamente están colocados estos conductos y por otra el mecanismo de interacción involucrado. Estos dos aspectos se combinan para definir el comportamiento rígido o flexible, y con ello, la magnitud de la carga sobre la clave. Según la forma en que se coloca el conducto, las alcantarillas pueden ser *en zanja* o *en terraplén*.

Las alcantarillas *en zanja* son las construidas en una zanja relativamente angosta previamente excavada en suelo inalterado y cubiertas con un relleno térreo, generalmente del producto de la excavación. Las alcantarillas *en terraplén* son las que tienen encima un terraplén o volumen adicional de suelo.

Las alcantarillas *en terraplén* pueden ser de *proyección positiva*, que son las dispuestas sobre el terreno natural y cubiertas por un terraplén o las de *proyección negativa*, que son las construidas en zanja relativamente angosta y superficial, con su clave a elevación menor de la del terreno natural y cubiertas por un terraplén. La figura 1.1 ilustra el concepto.

En la construcción de terraplenes para carreteras o ferrocarriles casi nunca se dan las condiciones para disponer las alcantarillas en zanja; casi siempre son en terraplén. La construcción de una alcantarilla en proyección negativa en terraplenes carreteros es muy favorable, debido a que los esfuerzos sobre la clave producidos por cierto espesor del terraplén son generalmente menores a los que se tendrían para el caso de una alcantarilla con proyección positiva; esto es más efectivo en la medida en que sobre la clave y hasta el nivel del terreno natural se rellene con suelo no compactado; por experiencia, se ha comprobado que una faja de 30 ó 40 cm de espesor basta para lograr un arqueado benéfico.

Un procedimiento constructivo que reduce todavía más la carga sobre la clave de conductos enterrados es el de la zanja imperfecta o pseudozanja, mediante el cual se coloca el conducto sobre el terreno natural, sin utilizar ninguna zanja; luego se construye el terraplén perfectamente bien compactado a los lados del tubo, hasta una distancia de dos veces el diámetro del conducto y una altura de unos 40 centímetros sobre su clave. Posteriormente se excava una zanja a lo largo del eje del conducto, con un

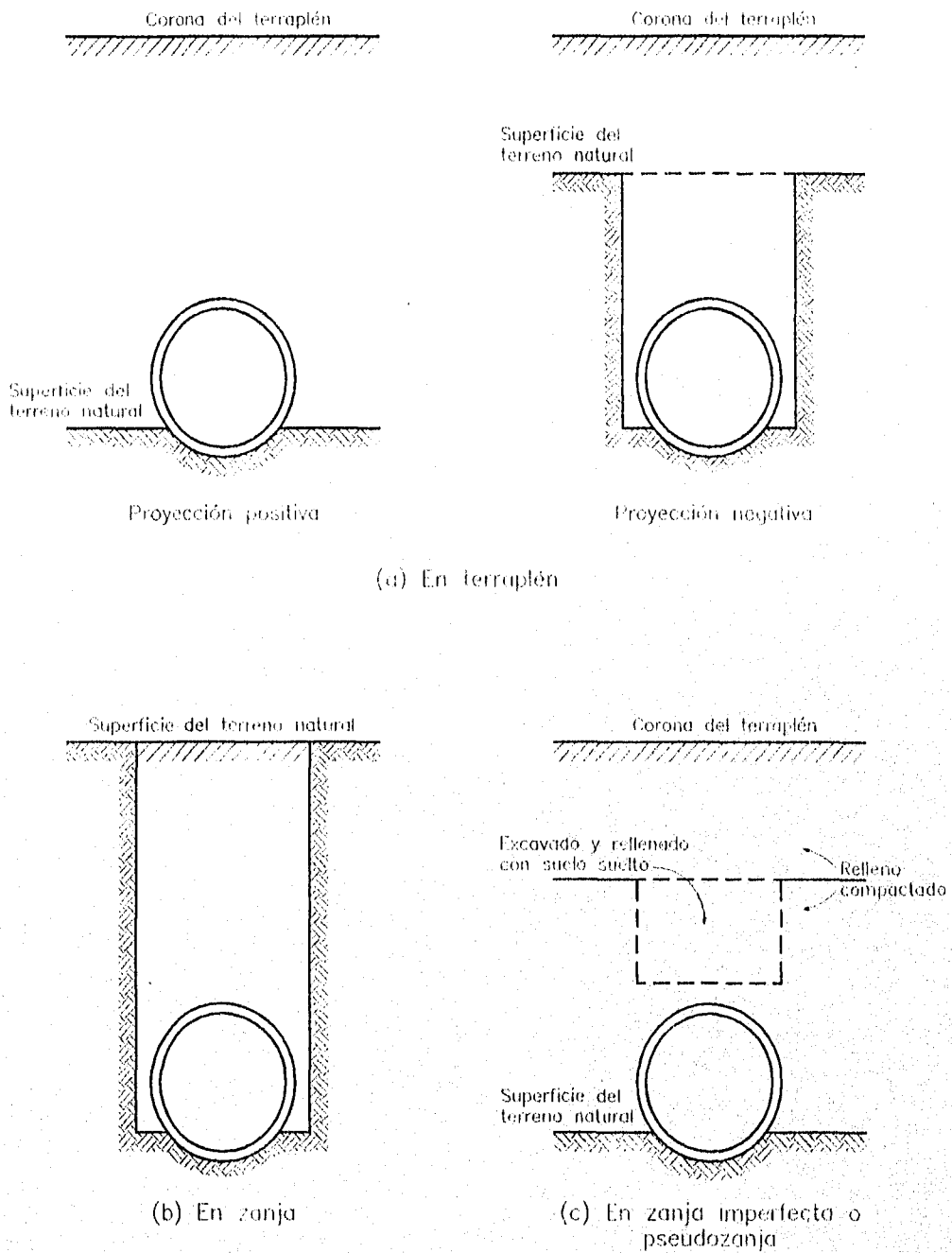


Fig 1.1 Tipos de alcantarillas según su colocación

ancho igual al diámetro del mismo y hasta una profundidad ligeramente menor que la parte superior del conducto (unos 10 centímetros sobre la clave). Esta zanja se rellena con material suelto y compresible hasta alcanzar el nivel de la zanja excavada y se continúa con la construcción del terraplén, compactándolo convencionalmente. Cuanto más compresible sea el material colocado en la zanja, mayor será la reducción de carga que actúa sobre el conducto; incluso Marston propuso añadir paja u hojas secas al relleno de la zanja para aumentar su compresibilidad. Este efecto se comprueba en los análisis que se realizarán más adelante.

SEGÚN MECANISMO DE INTERACCIÓN

A las clasificaciones anteriores se agrega una clasificación en función del comportamiento del conducto. Al respecto son muy útiles las ideas básicas de la teoría de Marston-Spangler: la carga sobre un conducto está en función del movimiento relativo del prisma de material sobreyacente al conducto respecto a los prismas laterales del mismo. Si el prisma que está sobre el conducto tiene un movimiento descendente respecto a los prismas laterales, se tendrá una transferencia de carga a los prismas laterales, y como consecuencia habrá una reducción de la carga que gravita sobre el conducto. Por el contrario, si los prismas contiguos al conducto sufren un movimiento descendente respecto al prisma sobreyacente al conducto, la carga se incrementará por efecto de arco invertido.

A partir de las ideas anteriores surge una clasificación de las alcantarillas según su mecanismo de interacción: *en condición de zanja* o *en condición de proyección*.

Al decir que un conducto trabaja *en condición de zanja*, debe entenderse que el prisma sobreyacente al conducto sufre mayor desplazamiento que los laterales y con ello se tendrá un menor esfuerzo sobre la clave que el esfuerzo geostático, γH . Por el contrario, cuando un conducto trabaja *en condición de proyección*, implica que en el prisma sobreyacente ocurre un menor desplazamiento que en los laterales, por lo que la carga sobre la clave es mayor que el geostático, γH . La figura 1.2 ilustra esta clasificación.

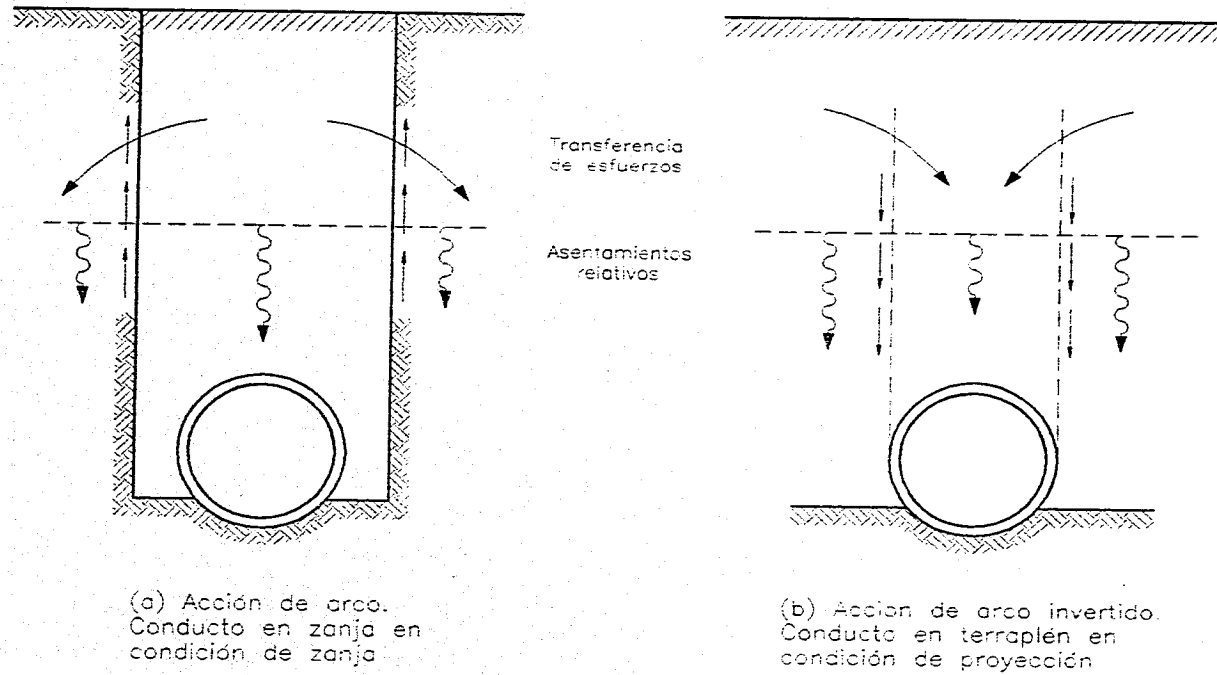


Fig 1.2 Mecanismos de interacción

CAPÍTULO II. MÉTODOS ANALÍTICOS PARA EL ANÁLISIS DE ALCANTARILLAS

Se plantean tres métodos: el de Nabor Carrillo, el de Marston-Spangler y el de Yaroshenko.

MÉTODO DE NABOR CARRILLO

El método de Carrillo para conocer los esfuerzos sobre una alcantarilla rígida se basa en la solución de Kirsch, que estudia la perturbación de un campo elástico uniforme de dos dimensiones que provoca la presencia de un agujero circular. Carrillo considera el caso en que, en vez de un agujero, se tiene una discontinuidad circular perfectamente rígida, caso comparable con las alcantarillas masivas de

concreto o mampostería construidas bajo terraplenes; según la clasificación de alcantarillas, se observa que se trata de una solución elástica para alcantarillas en terraplén y en condición de proyección positiva.

Para cuantificar la distribución de esfuerzos alrededor de una alcantarilla, se utiliza un modelo elástico (Fig 2.1) que parte de las siguientes hipótesis: la alcantarilla es de sección semicircular, de paredes rígidas, descansa sobre una base rígida y está rodeada de una masa elástica sin peso, limitada por un plano horizontal distante H de la altura media de la alcantarilla, siendo H mucho mayor que el radio exterior de la alcantarilla, a . Se pretende determinar los esfuerzos que actúan sobre la bóveda circular después de que la masa elástica adquiere un peso volumétrico γ . Se pueden distinguir dos casos límites bidimensionales:

1. Estado plano de esfuerzos, en que el espesor de la lámina de terreno analizado, en dirección del eje de la alcantarilla, es infinitamente delgado,
2. Estado plano de deformación, en que el espesor de la lámina es infinitamente grande.

La parte central de la alcantarilla, bajo la corona del terraplén, corresponde a un caso de estado plano de deformación; en las secciones transversales de la alcantarilla que están bajo los taludes, se tiene una condición semejante, aunque con la sobrecarga γH variable, de un máximo en la corona a un valor nulo en sus extremos.

Para el caso de una lámina de material en estado plano de deformación, debe considerarse la acción de un esfuerzo vertical γH y un esfuerzo horizontal $\gamma H\nu/(1-\nu)$, donde ν es el módulo de Poisson (Fig 2.2).

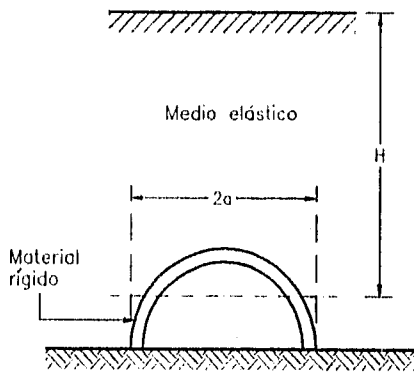


Fig 2.1 Geometría considerada en la solución de Carrillo

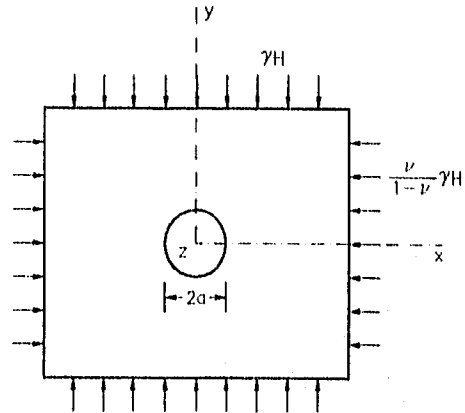


Fig 2.2 Esfuerzos considerados en el problema de deformación plana

Las siguientes ecuaciones, expresadas en coordenadas polares, resuelven el problema para un caso de estado de deformación plana de una lámina de material con una discontinuidad circular rígida sometida a tensión unidimensional (ver Fig 2.3):

$$\sigma_r = \left[1 + (1 - 2\nu) \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \frac{S}{2} + \left[1 + \frac{4}{3 - 4\nu} \left(\frac{a}{r} \right)^2 - \frac{3}{3 - 4\nu} \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right] \frac{S}{2} \cos 2\theta$$

$$\sigma_\theta = \left[1 - (1 - 2\nu) \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right] \frac{S}{2} - \left[1 - \frac{3}{3 - 4\nu} \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right] \frac{S}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = - \left[1 - \frac{2}{3 - 4\nu} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + \frac{3}{3 - 4\nu} \left(\frac{a}{r} \right)^4 \right] \frac{S}{2} \sin 2\theta$$

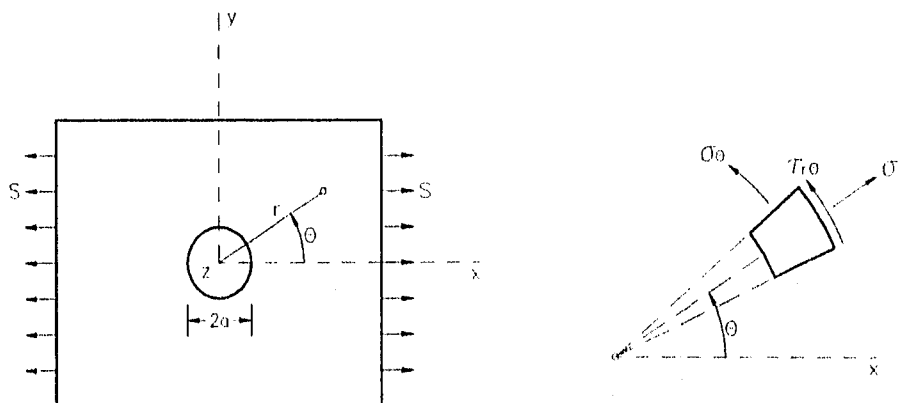


Fig 2.3 Faja con una discontinuidad rígida sometida a tensión unidimensional

Atendiendo al principio de superposición de causas y efectos, y combinando los efectos de los esfuerzos principales, las componentes normal y cortante de los esfuerzos en la frontera rígida están definidas por las expresiones:

$$\sigma_r = \gamma H \left[1 - 2 \left(\frac{1-2\nu}{3-4\nu} \right) \cos 2\theta \right] = \gamma H \alpha$$

$$\tau_{r\theta} = 2 \left(\frac{1-2\nu}{3-4\nu} \right) \gamma H \operatorname{sen} 2\theta = \gamma H \beta$$

donde:

α y β : factores correctivos del esfuerzo geostático γH , y que están en función del módulo de Poisson, ν , y del ángulo θ . La tabla 2.1 muestra los valores de α para la estimación del esfuerzo normal.

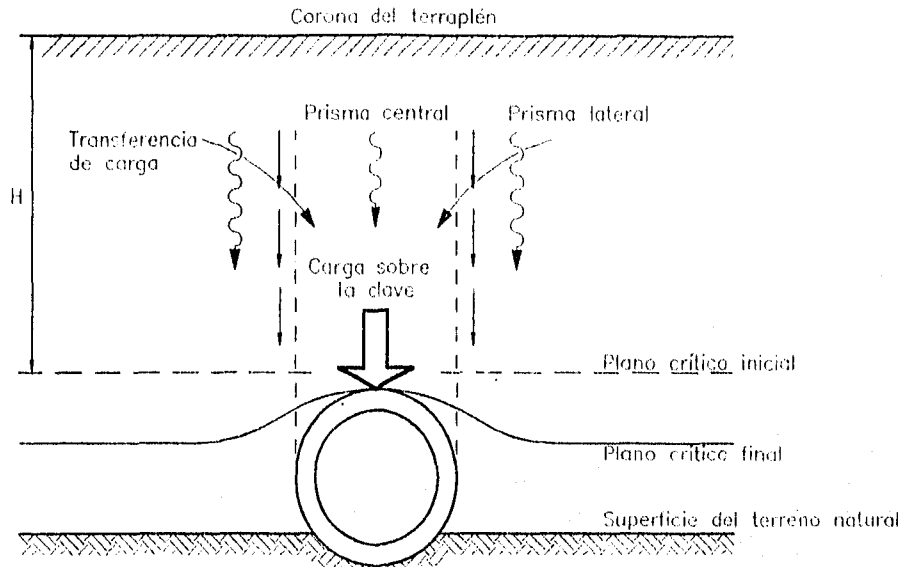
ν	0.0	0.1	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.5
Ángulo θ								
0	0.333	0.385	0.455	0.500	0.555	0.625	0.714	1.000
15	0.423	0.467	0.528	0.567	0.615	0.675	0.753	1.000
22.5	0.529	0.565	0.614	0.646	0.686	0.735	0.798	1.000
30	0.667	0.692	0.727	0.750	0.778	0.813	0.857	1.000
45	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
60	1.333	1.308	1.273	1.250	1.222	1.188	1.143	1.000
67.5	1.471	1.435	1.386	1.354	1.314	1.265	1.202	1.000
75	1.577	1.533	1.472	1.433	1.385	1.325	1.247	1.000
90	1.667	1.615	1.545	1.500	1.444	1.375	1.286	1.000

Tabla 2.1 Valores de α para la estimación del esfuerzo normal sobre una alcantarilla rígida circular

MÉTODO DE MARSTON-SPANGLER

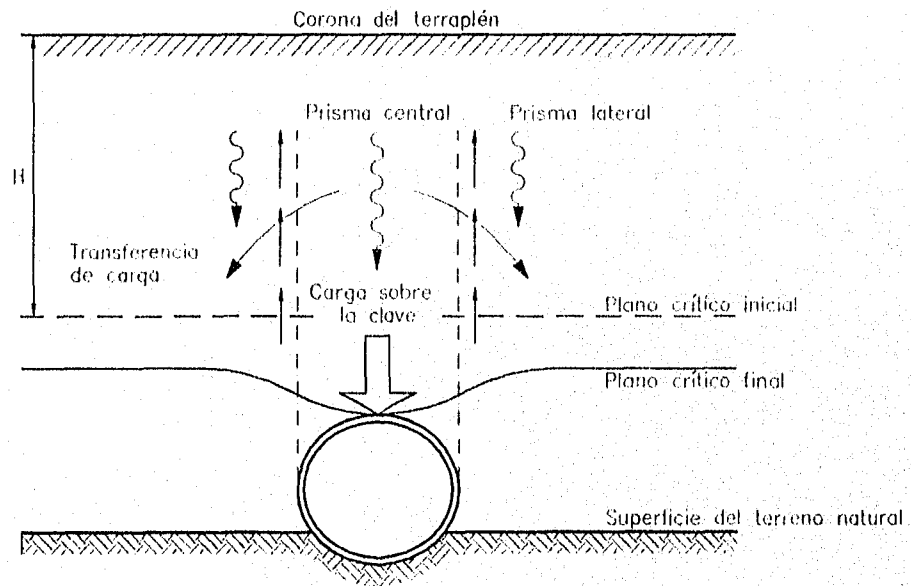
El método analítico de Marston-Spangler parte de la hipótesis de que el movimiento relativo entre el prisma de material sobreyacente al conducto respecto a los prismas laterales del mismo condicionan la magnitud de la carga sobre la clave, mediante una transferencia de carga producto de los esfuerzos cortantes que se generan a lo largo de los planos verticales donde se presentan dichos movimientos relativos. Estos planos verticales pasan por los bordes del conducto y se prolongan hacia arriba (Fig 2.4).

Se define como *relación de asentamientos*, r_{st} , el cociente de la diferencia del asentamiento de un plano horizontal que pasa sobre la clave, llamado *crítico*, y el asentamiento de la clave del conducto,



r_{sd} positivo
Menor desplazamiento en el prisma central que en los laterales

(a) En condición de proyección



r_{sd} negativo
Mayor desplazamiento en el prisma central que en los laterales

(b) En condición de zanja

Fig. 2.4 Transferencia de esfuerzos y carga sobre la clave de una alcantarilla en terraplén

entre la deformación del material del terraplén bajo el plano crítico (Fig 2.5). Tiene por finalidad establecer la dirección del movimiento relativo de los prismas, y con ello, la magnitud de la carga sobre la alcantarilla. La expresión que define la relación de asentamientos está dada por:

$$r_{sd} = \frac{(S_m + S_g) - (S_f + d_c)}{S_m}$$

en donde:

- S_m : es el asentamiento de las columnas laterales del suelo adyacentes al conducto, cuyas alturas son la distancia pB_c , es decir, desde la superficie del terreno natural hasta la clave del conducto. A p se la llama relación de proyección.
- S_g : asentamiento del terreno natural debido al peso del terraplén.
- S_f : asentamiento del conducto bajo su cimentación.
- d_c : acortamiento de la altura vertical del conducto.

El signo de la relación de asentamientos condicionará la magnitud de la carga sobre la clave. Si r_{sd} resulta positivo, gravitarán mayores cargas sobre la clave que el γH del prisma sobreyacente, presentándose una condición de proyección. Se puede observar que el plano crítico se asienta más que la clave de la alcantarilla (Fig 2.5 a). Por el contrario, si r_{sd} resulta negativo, gravitarán menores cargas, y el plano crítico se asienta menos que la clave del conducto (Fig 2.5 b).

Es difícil la determinación de la relación de asentamientos, por lo que se ha encontrado más práctico adoptar valores empíricos de alcantarillas reales de comportamiento conocido. En la tabla 2.2 se muestran los valores recomendados.

Condición	r_{sd}
Alcantarilla rígida cimentada en roca o suelo poco compresible	+1.0
Alcantarilla rígida cimentada en un suelo común de compresibilidad media	+0.5 a +0.8
Alcantarilla rígida cimentada en un material que muestra fluencia respecto al terreno natural adyacente	0 a +0.5
Alcantarilla flexible con rellenos laterales pobremente compactados	-0.4 a 0
Alcantarilla flexible con rellenos laterales bien compactados	-0.2 a -0.8

Tabla 2.2 Valores de diseño de la relación de asentamientos.

En el caso de terraplenes de gran altura, los esfuerzos cortantes y, por lo tanto, los desplazamientos relativos, no alcanzan la corona del terraplén; dichos desplazamientos terminan en un plano horizontal de altura H_c respecto al plano crítico original, arriba del cual se tendrán los mismos asentamientos en el prisma central y en los adyacentes. A partir de esta idea, se identifican dos condiciones:

- a) *Condición completa*: si los esfuerzos cortantes alcanzan la corona del terraplén.
- b) *Condición incompleta*: si los esfuerzos cortantes no alcanzan la corona del terraplén.

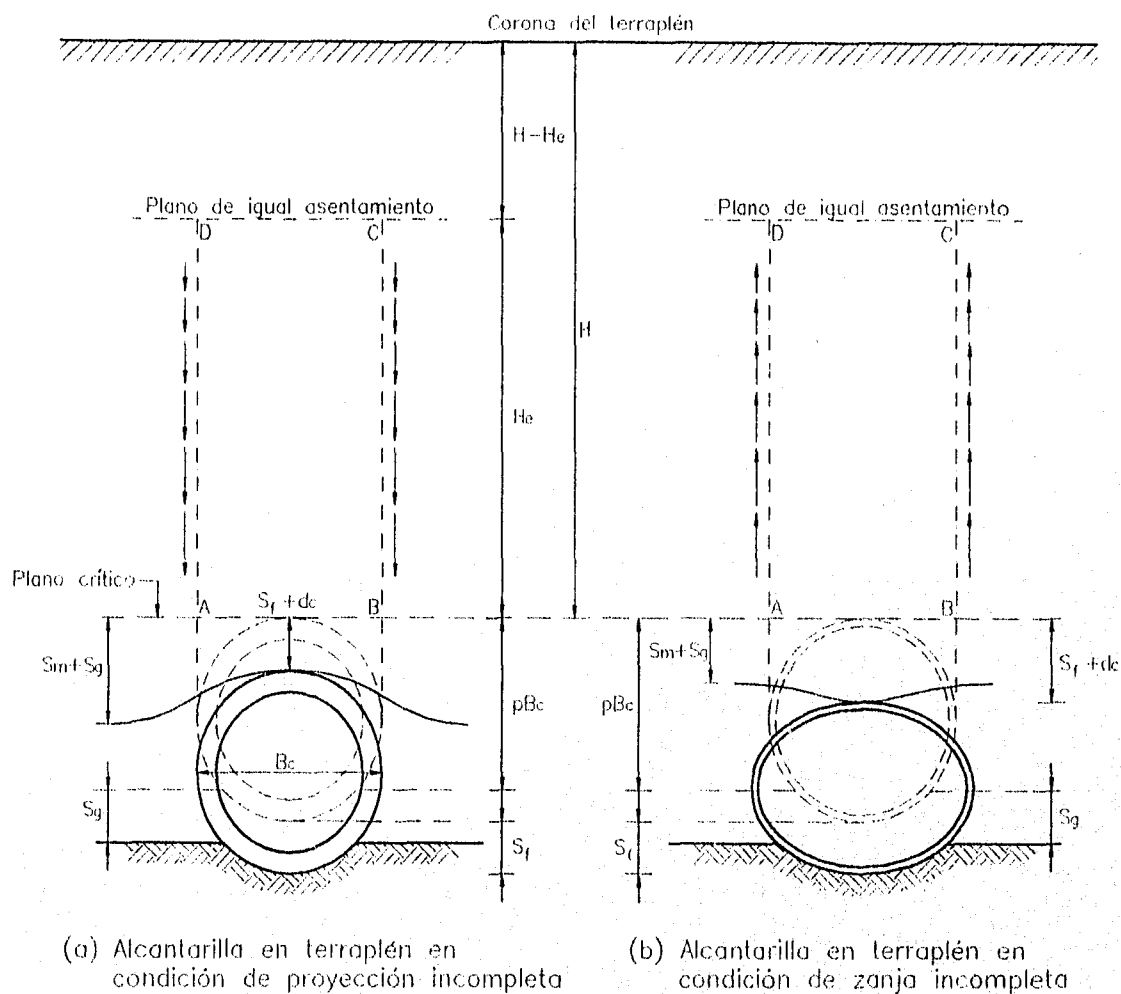


Fig 2.5 Asentamientos que influyen en la carga sobre la clave

Spangler evalúa esta altura igualando las deformaciones acumuladas de los prismas adyacentes y el asentamiento del plano crítico, con las deformaciones acumuladas en el prisma sobreyacente y el asentamiento de la clave del conducto. Así, Spangler propone la siguiente expresión:

$$\left[\frac{1}{2K_a\mu} \pm \left(\frac{H}{B_c} - \frac{H_c}{B_c} \right) \pm \frac{r_{sp}P}{3} \right] e^{\pm 2K_a\mu \left(\frac{H_c}{B_c} \right)} - 1 \pm \frac{1}{2} \left(\frac{H_c}{B_c} \right)^2 \pm \frac{r_{sp}P}{3} \left(\frac{H}{B_c} - \frac{H_c}{B_c} \right) e^{\pm 2K_a\mu \left(\frac{H_c}{B_c} \right)} - \frac{1}{2K_a\mu} \frac{H_c}{B_c} \mp \frac{H}{B_c} \frac{H_c}{B_c} =$$

$$= r_{sp}P \frac{H}{B_c}$$

Los signos superiores se utilizan para la condición incompleta de proyección; los inferiores para la condición incompleta de zanja.

En la Fig. 2.5 se pueden apreciar la interacción para cada tipo de condición de comportamiento del conducto, así como la condición incompleta en caso de terraplenes altos.

La solución del método de Marston-Spangler se deduce considerando el equilibrio de fuerzas verticales del elemento diferencial de altura dz y ancho B_c (Fig 2.6). De esta forma la ecuación para determinar la magnitud de la carga sobre una alcantarilla en terraplén con condición de proyección completa o zanja completa es:

$$\sigma_v = C_c \gamma B_c$$

en donde:

σ_v : esfuerzo vertical sobre la clave del conducto.

γ : peso volumétrico del material del terraplén.

B_c : ancho exterior de la alcantarilla.

C_c : coeficiente de carga para conductos en condición completa en terraplén.

$$C_c = \frac{e^{\pm 2K_a \mu \frac{H}{B_c}} - 1}{\pm 2K_a \mu}$$

en donde:

K_a : coeficiente de empuje lateral activo de Rankine.

$$K_a = (1 - \text{sen}\phi) / (1 + \text{sen}\phi)$$

μ : coeficiente de fricción interna del material del terraplén ($\tan\phi$)

H : altura del terraplén sobre la clave de la alcantarilla.

El signo negativo se emplea para la condición completa en zanja y el positivo para la condición completa en proyección.

Para una alcantarilla en terraplén con condición incompleta en zanja o condición incompleta en proyección, se usa la misma fórmula que en la condición completa, pero con el siguiente coeficiente de carga:

$$C_c = \frac{e^{\pm 2K_a \mu \frac{H_c}{B_c}} - 1}{\pm 2K_a \mu} + \left(\frac{H}{B_c} - \frac{H_c}{B_c} \right) e^{\pm 2K_a \mu \frac{H_c}{B_c}}$$

en donde:

H_c : altura respecto al plano crítico original hasta el plano de igual asentamiento.

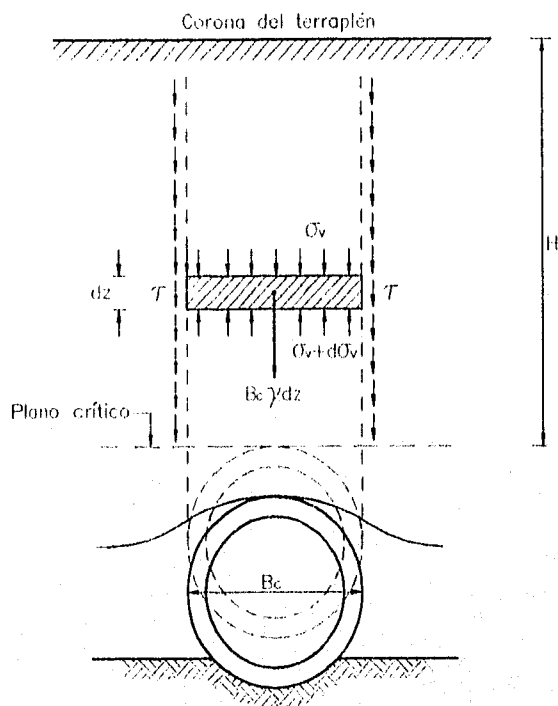


Fig 2.6 Consideraciones de la solución de Marston-Spangler

El cálculo de los coeficientes de carga C_c de las ecuaciones anteriores, se puede simplificar si se presentan dichas ecuaciones en forma gráfica, como se muestra en la Fig 2.7. Tomando en cuenta que el producto $K_a\mu = (1 - \text{sen}\phi)\tan\phi / (1 + \text{sen}\phi)$ no es muy sensible al valor de ϕ , Marston propuso un valor de $K_a\mu = 0.192$ (correspondiente a un valor de $\phi = 30$) para la condición en proyección; para el caso de condición en zanja consideró un valor de $K_a\mu = 0.13$. Estima que esta gráfica es de una precisión razonable para el cálculo de los esfuerzos verticales máximos sobre la clave si se toman en cuenta las hipótesis en las que se basa el análisis.

En lo que se refiere a la condición completa en proyección o en zanja, los coeficientes de carga, C_c , presentan una relación directa con el coeficiente H/B_c , por lo que su representación gráfica es única, como se aprecia por las envolventes en la Fig 2.7.

Para la condición incompleta en proyección o zanja, los coeficientes C_c guardan relación con el valor H/B_c . La altura H , está influenciada por el producto de la relación de asentamientos y la relación de proyección, $r_{sd}p$; esto es, por las condiciones de deformación diferenciales entre los prismas de material adyacentes y central, que inciden en el producto $r_{sd}p$. Así, dependiendo de los valores del producto $r_{sd}p$, la relación de los coeficientes C_c con el coeficiente H/B_c para las condiciones incompletas en proyección y de zanja, se representan por las rectas de la Fig 2.7 y de la Tabla 2.3, sin necesidad de conocer el valor de H_c . Los puntos de intersección de estas rectas con las envolventes, indican la condición en que $H=H_c$.

Cuando el producto $r_{sd}p=0$, $C_c=H/B_c$, que al sustituir en la ecuación para determinar la magnitud de la carga sobre la clave, da como resultado el peso del prisma sobreyacente.

Condición de proyección incompleta		Condición de zanja incompleta	
$r_{sd}p$	Ecuación	$r_{sd}p$	Ecuación
+0.1	$C_c=1.23 H/B_c-0.02$	-0.1	$C_c=0.82 H/B_c+0.05$
+0.3	$C_c=1.39 H/B_c-0.05$	-0.3	$C_c=0.69 H/B_c+0.11$
+0.5	$C_c=1.50 H/B_c-0.07$	-0.5	$C_c=0.61 H/B_c+0.20$
+0.7	$C_c=1.59 H/B_c-0.09$	-0.7	$C_c=0.55 H/B_c+0.25$
+1.0	$C_c=1.69 H/B_c-0.12$	-1.0	$C_c=0.47 H/B_c+0.40$
+2.0	$C_c=1.93 H/B_c-0.17$		

Tabla 2.3 Coeficientes de carga para una alcantarilla en terraplén.

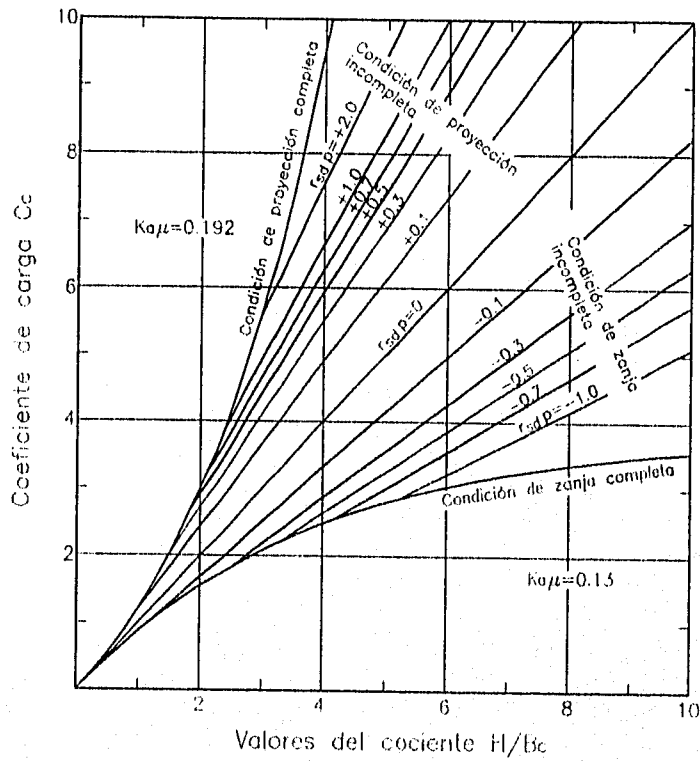


Fig 2.7 Coeficientes de carga para alcantarillas en terraplén

La instalación de alcantarillas en zanja imperfecta o pseudozanja resulta muy ventajoso, debido a la diferencia en compresibilidad entre los prismas laterales de material y el prisma sobreyacente a la alcantarilla, pues asegura que este último se asiente más que los laterales y que el sentido de los esfuerzos cortantes sea hacia arriba, por lo que se presenta una reducción en la carga que gravita sobre el conducto.

A diferencia del caso de alcantarillas en proyección positiva, la relación de asentamientos, r_{sd} , es la diferencia del asentamiento del relleno con el del plano crítico, respecto al asentamiento del material no compacto dentro de la zanja. La expresión de la relación de asentamientos para el caso de una alcantarilla en zanja imperfecta o pseudozanja esta dada por:

$$r_{sd} = \frac{S_g - (S_d + S_f + d_c)}{S_d}$$

en donde:

s_g : asentamiento del terreno compactado.

s_d : asentamiento del material no compacto dentro de la zanja.

La ecuación para evaluar la magnitud de la carga sobre la clave de una alcantarilla en pseudozanja es muy parecida a las ecuaciones para alcantarillas en proyección positiva, modificándose únicamente el coeficiente de carga, C_n . La expresión es la siguiente:

$$\sigma_v = C_n \gamma B_c$$

en donde:

$$C_n = \alpha \frac{H}{B_c} + \beta$$

en donde:

α y β : son parámetros de la ecuación del coeficiente de carga C_n . Estos parámetros pueden obtenerse de la tabla 2.4.

Para este caso, el coeficiente de carga es función de la relación H/B_c , de la relación de asentamientos, r_{sd} y de p' , que multiplicada por el ancho de la zanja nos da su profundidad (Fig 2.8). A

medida que el material de la zanja sea más compresible, se podrán adoptar valores negativos más grandes de r_{sd} . En la práctica se recomiendan valores de r_{sd} entre -0.3 y -0.5.

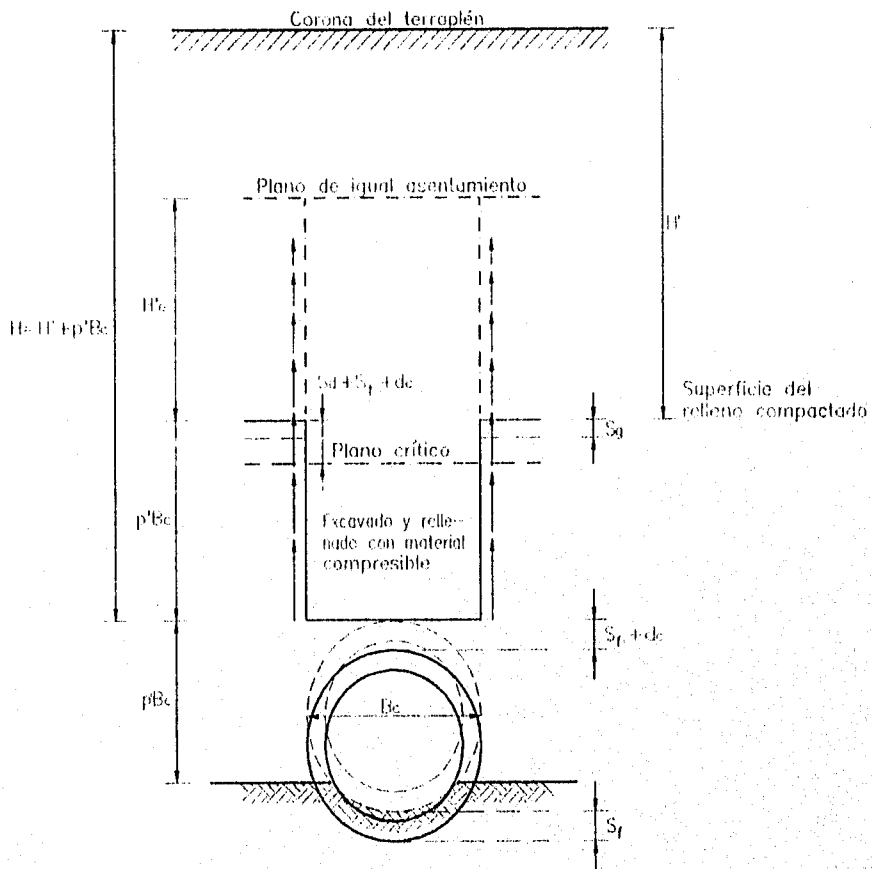


Fig 2.8 Asentamientos que influyen en la carga sobre la clave de una alcantarilla en terraplén en zanja imperfecta o pseudozanja

r_{sd}	0		-0.1		-0.2		-0.3		-0.4		-0.5	
p'	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β
0.5	0.88	0.03	0.77	0.09	0.71	0.14	0.67	0.17	0.61	0.23	0.53	0.33
1.0	0.77	0.11	0.65	0.25	0.58	0.34	0.53	0.41	0.47	0.52	0.40	0.69
1.5	0.68	0.23	0.55	0.44	0.48	0.58	0.44	0.66	0.38	0.81	0.31	1.15
2.0	0.59	0.37	0.47	0.65	0.40	0.82	0.36	0.92	0.31	1.11	0.24	1.52

Tabla 2.4 Parámetros para el cálculo del coeficiente de carga C_n para una alcantarilla en zanja imperfecta.

MÉTODO DE YAROSHENKO

El método de Yaroshenko parte de los mismos principios que la teoría de Marston-Spangler: la transferencia de carga producto de los esfuerzos cortantes que se generan en los planos verticales donde se presentan movimientos relativos entre el prisma de material que sobreyace la alcantarilla, y los prismas contiguos a este último. La única diferencia estriba en que Yaroshenko establece el equilibrio vertical de la masa deslizante considerándola como un bloque, en lugar de partir del equilibrio vertical de un elemento diferencial, fundamento de la teoría de Marston-Spangler (Fig 2.9).

Por otro lado, Yaroshenko deduce la siguiente expresión para el cálculo de la altura H_e del plano de igual asentamiento. Esta expresión está dada por:

$$H_e = \frac{\alpha}{H^2}$$

en donde:

H : altura del terraplén sobre la clave del conducto.

H_c : altura del plano de igual asentamiento sobre la clave del conducto.

α : coeficiente cuyo valor está determinado por la expresión:

$$\alpha = p' r_{sd} \frac{3 B_c^2 H}{K_a \tan \phi}$$

El significado de estas variables es el mismo que el definido para la teoría de Marston-Spangler.

Yaroshenko propone las siguientes ecuaciones para el cálculo de la magnitud de la carga sobre la clave de un conducto:

Para alcantarillas en terraplén en condición de proyección completa:

$$\sigma_v = \gamma B_c \left[\frac{H}{B_c} + \left(\frac{H}{B_c} \right)^2 K_a \tan \phi \right]$$

Para alcantarillas en terraplén en condición de zanja completa:

$$\sigma_v = \gamma B_c \left[\frac{H}{B_c} - \left(\frac{H}{B_c} \right)^2 K_a \tan \phi \right]$$

Para alcantarillas en terraplén en condición de proyección incompleta:

$$\sigma_v = \gamma B_c \left[\frac{H}{B_c} + \left(\frac{H}{B_c} \right)^2 K_a \tan \phi - \frac{(H - H_c)^2}{B_c^2} K_a \tan \phi \right]$$

Para alcantarillas en terraplén en condición de zanja incompleta:

$$\sigma_v = \gamma B_c \left[\frac{H}{B_c} - \left(\frac{H}{B_c} \right)^2 K_a \tan \phi + \frac{(H - H_c)^2}{B_c^2} K_a \tan \phi \right]$$

La nomenclatura de estas ecuaciones es la misma que utiliza la teoría de Marston-Spangler.

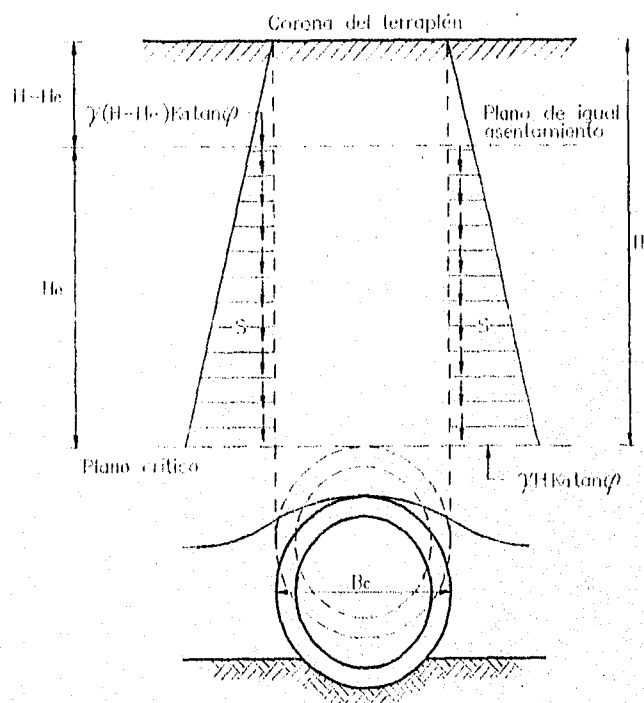


Fig 2.9 Consideraciones de la solución de Yaroshenko.
Alcantarilla en condición de proyección incompleta

CAPÍTULO III. ANÁLISIS MEDIANTE EL MÉTODO DEL ELEMENTO FINITO

En el capítulo anterior se presentaron algunas teorías para la evaluación de la distribución y de la magnitud de la carga sobre alcantarillas, dependiendo de su rigidez, su disposición en el terreno y su mecanismo de interacción. Sin embargo, dichas teorías no permiten considerar las características esfuerzo-deformación de los materiales constitutivos de terraplenes, ni las condiciones de frontera entre el material del terraplén y la alcantarilla. Por ello se consideró conveniente realizar un análisis mediante el Método del Elemento Finito, herramienta numérica que permite tomar en cuenta las características anteriores así como conocer el estado de esfuerzos y desplazamientos en el terraplén y la alcantarilla.

DESCRIPCIÓN DEL TERRAPLÉN

En el presente trabajo se analiza el comportamiento del terraplén carretero "Barranca San Marcos", situado en el km 133+610 de la autopista México-Acapulco, tramo Chilpancingo-Paso Morelos, con origen en Chilpancingo, Guerrero. La zona donde se localiza la obra es de topografía accidentada, como se aprecia en la Fig 3.1 y la Fig 3.2, que muestran la planta del terraplén, el eje de la carretera y el eje de la alcantarilla, esviada 30° izquierda respecto al eje del camino, así como los respectivos perfiles. El terraplén tiene una altura máxima de 52 m., su longitud es de 350 m. y sus taludes son de 1.5:1. La estructura de la alcantarilla está resuelta mediante una bóveda circular de concreto reforzado de 5.8 m. de claro, 6.10 m. de altura y con una longitud de 184 m. El espesor de material sobre su clave es de 42.10 m.

Este terraplén presenta características interesantes de estudiar, dada su gran altura, la obra de drenaje consta de una bóveda de concreto reforzado, y por lo tanto presenta condición de proyección; además la alcantarilla está en condiciones desfavorables de carga, dada su rigidez, su colocación y la forma en que interactúa con el material que la sobreyace. Por otro lado, el perfil del terraplén a lo largo del eje del camino no presenta simetría respecto al eje de la alcantarilla, como se aprecia en la Fig 3.2a, por lo que es de esperarse una distribución de esfuerzos asimétrica en las paredes del conducto. Sin embargo, estas condiciones se encuentran frecuentemente en las alcantarillas bajo terraplenes de las carreteras diseñadas con los criterios actuales.

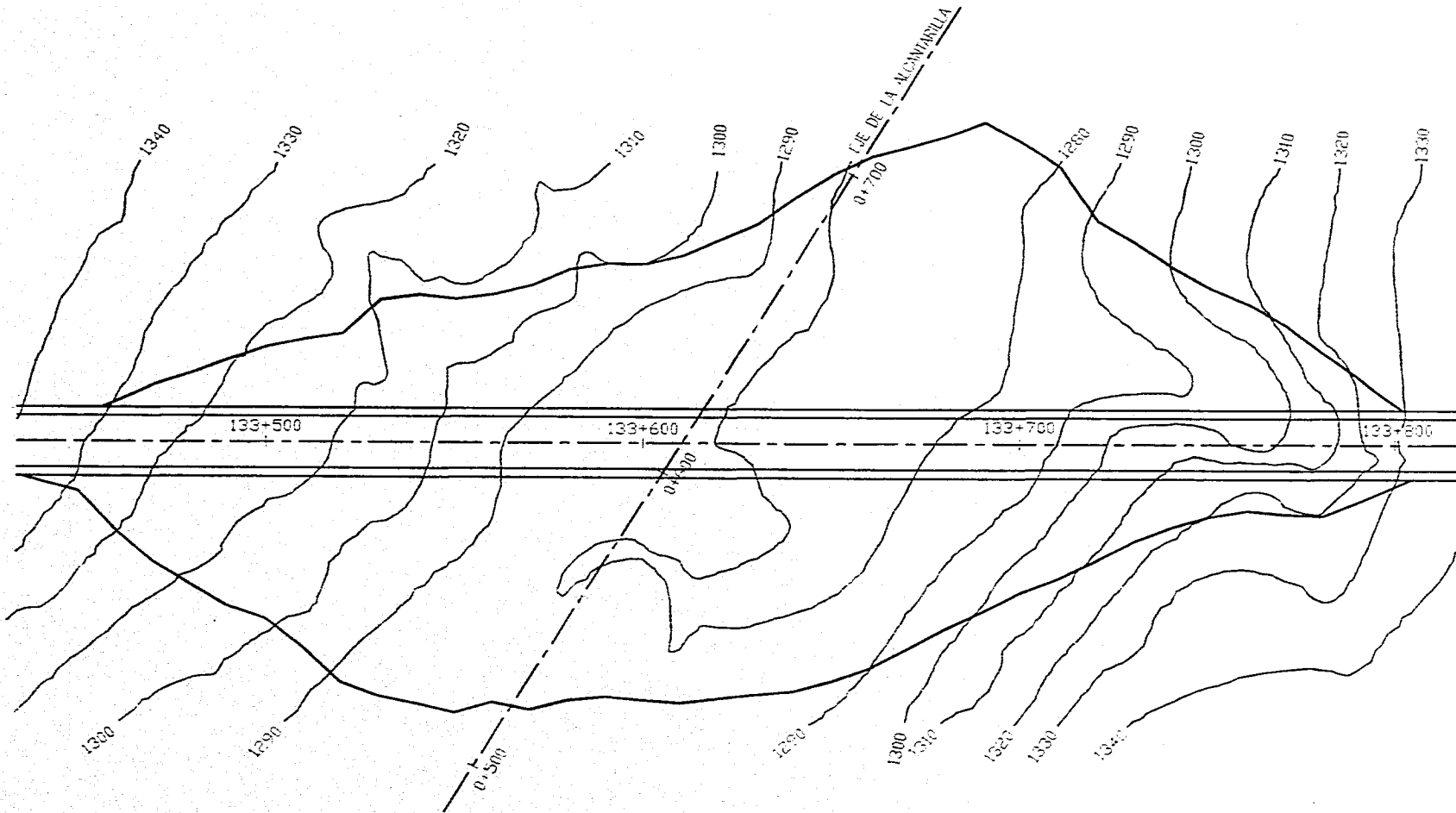
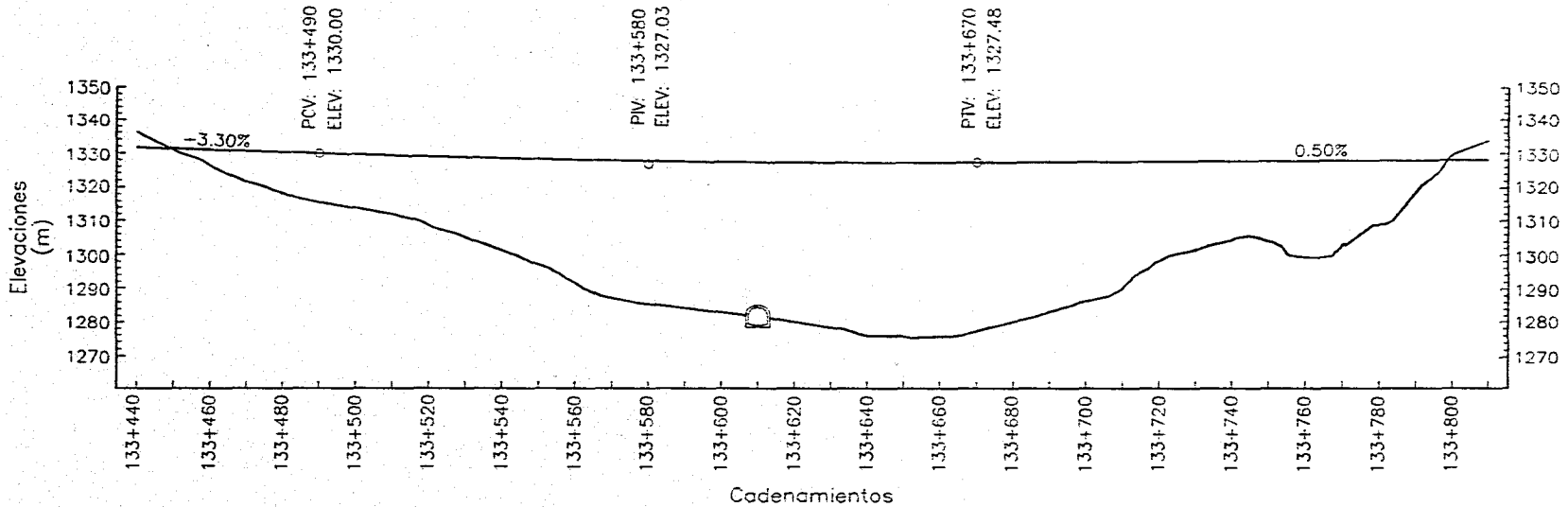
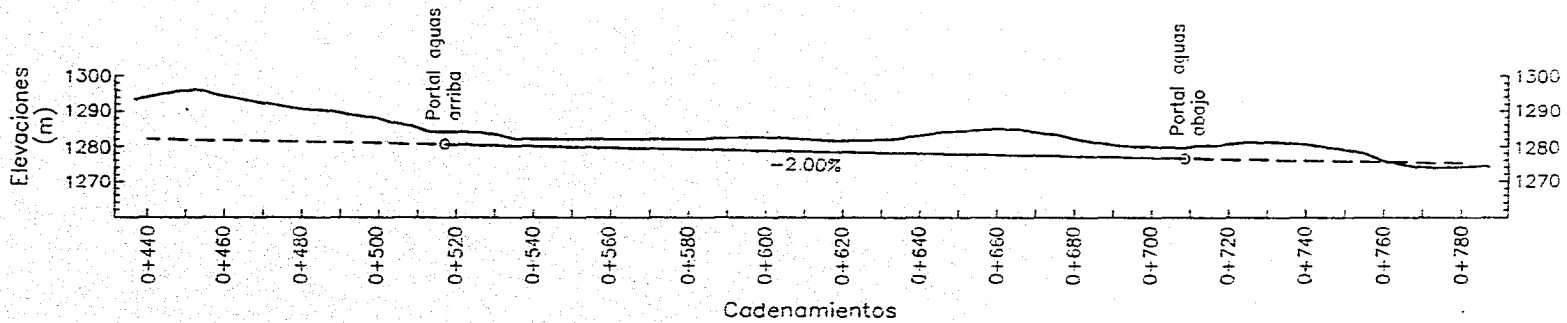


Fig. 3.1. Planta del terraplén "Barranca San Marcos".



(a) Perfil del terreno natural en el eje del camino y ubicación de la alcantarilla



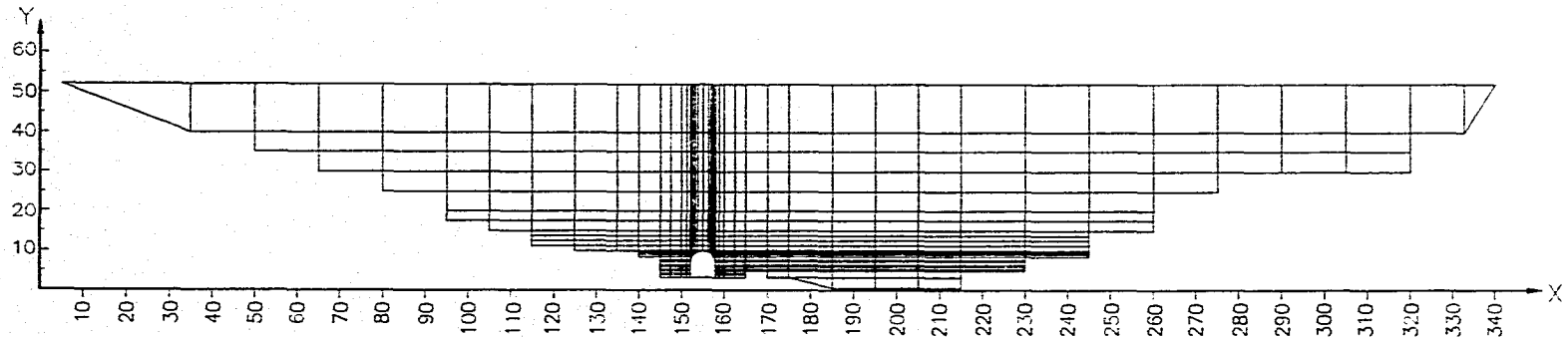
(b) Perfil del terreno natural en el eje de la alcantarilla

Fig 3.2 Perfiles de los ejes del camino y de la alcantarilla

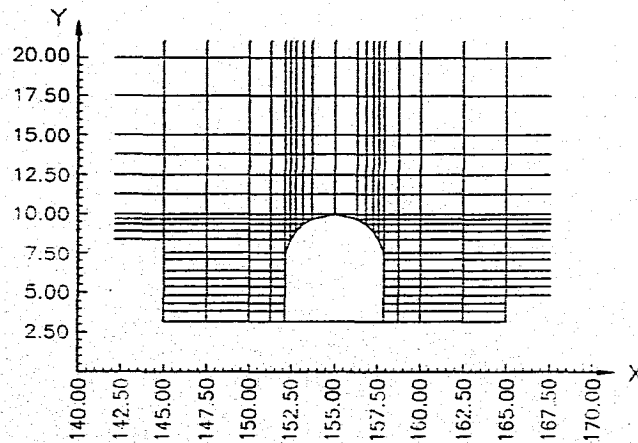
HIPÓTESIS

Para efectuar el análisis mediante el Método del Elemento Finito, se consideró una sección plana a lo largo del eje del camino, lo que permitió hacer la hipótesis de un estado plano de deformaciones. Se pretendió cuantificar el efecto provocado por la presencia de la alcantarilla en la distribución de esfuerzos que actúan sobre ella. Se consideró suficiente esta sección única para el análisis pues, como se observa en la Fig 3.2b, la línea rasante de la alcantarilla no corta la superficie del terreno natural en ningún punto, por lo que no es de esperarse la presencia de puntos débiles a lo largo del eje de la alcantarilla debidos a diferencias de rigidez en su cimentación. La Fig 3.3 muestra la forma en que se discretizó el terraplén en estudio mediante una malla de elementos finitos, así como los elementos que componen la obra de drenaje del terraplén "Barranca San Marcos". Para simplificar el análisis no se tomó en cuenta el esviate del eje de la alcantarilla, considerándolo perpendicular al eje del camino. Además se consideró que los materiales del terraplén y de la alcantarilla son elásticos no lineales. A pesar de todas estas hipótesis se consideró que los resultados serían indicativos del fenómeno de arqueamiento.

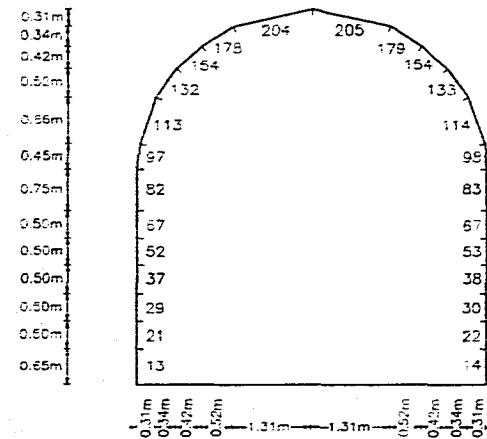
Suponer que el estado de esfuerzos y deformaciones en el terraplén se puede representar por la aplicación instantánea de las fuerzas gravitacionales en la estructura completa no es válido (Clough y Woodward, 1967 y Romo, Mendoza y Magaña, 1982). Los terraplenes se construyen con un proceso secuencial, por lo que los esfuerzos se acumulan gradualmente durante la construcción, en vez de aplicarse la carga total sobre la estructura finalizada. Para la modelación del terraplén se siguió un proceso incremental, de tal suerte que fue posible tomar en cuenta los efectos del proceso constructivo, que incrementa la altura del terraplén conforme se va construyendo.



(a) Discretización del terraplen.



(b) Detalle de la malla en el entorno de la alcantarilla



(c) Elementos de la bóveda.

Fig 3.3 Malla de Elementos Finitos

Como se mencionó antes, la alcantarilla en estudio presenta condiciones desfavorables por su rigidez, su colocación y su mecanismo de interacción con el material del terraplén. Es de esperarse la presencia de un fenómeno de arqueo invertido con la consecuente concentración de esfuerzos sobre el conducto, o sea, la carga sobre la clave será mayor que el peso del prisma sobreyacente γH . Una posible solución a ese problema es la colocación del conducto en zanja imperfecta o pseudozanja, ya que la carga sobre la clave a la cual se verá sometida será en tal caso menor que el peso del prisma sobreyacente. El hecho de generar una zona de mayor compresibilidad en la que el prisma central sufra mayores desplazamientos que los prismas adyacentes, asegura que los esfuerzos cortantes generados en los planos verticales que pasan en los extremos de los conductos estén dirigidos hacia arriba, con la consiguiente transferencia de esfuerzos del prisma central hacia los prismas adyacentes. Esta propuesta de solución a la concentración de esfuerzos se analiza en este trabajo y corresponde a una disposición del conducto en pseudozanja o zanja imperfecta.

METODOLOGÍA

Para evaluar los efectos de las propiedades del material del terraplén en el estado de esfuerzos en la alcantarilla y en su vecindad se realizó un análisis paramétrico variando las propiedades mecánicas de los materiales y la geometría del material compresible o *colchón*. Los rangos de variación así como los resultados obtenidos se comentan en el siguiente capítulo.

Se efectuaron dos grupos de análisis bajo condiciones de homogeneidad en los materiales; el primero, para evaluar la influencia del módulo de elasticidad (E) en la magnitud de los esfuerzos sobre

la clave del conducto permaneciendo la relación de Poisson constante y el otro para evaluar los efectos de la relación de Poisson (ν) permaneciendo constante el módulo de elasticidad.

Por otra parte, para determinar los efectos de colocar la alcantarilla en zanja imperfecta o pseudozanja en la magnitud de los esfuerzos sobre ella y en su alrededor, se varió la geometría de la zanja del *colchón* sobre el conducto, así como la relación de módulos de elasticidad del material del colchón (E_c) respecto al del resto del material que conforma el terraplén (E_t). Por lo tanto se hicieron otros dos grupos de análisis: el primero para evaluar la influencia de la geometría del colchón en la magnitud y distribución de los esfuerzos sobre la alcantarilla, permaneciendo la relación E_c/E_t constante; y el segundo, para evaluar los efectos de la relación E_c/E_t en el estado de esfuerzos sobre la alcantarilla y su vecindad, permaneciendo la geometría del colchón constante.

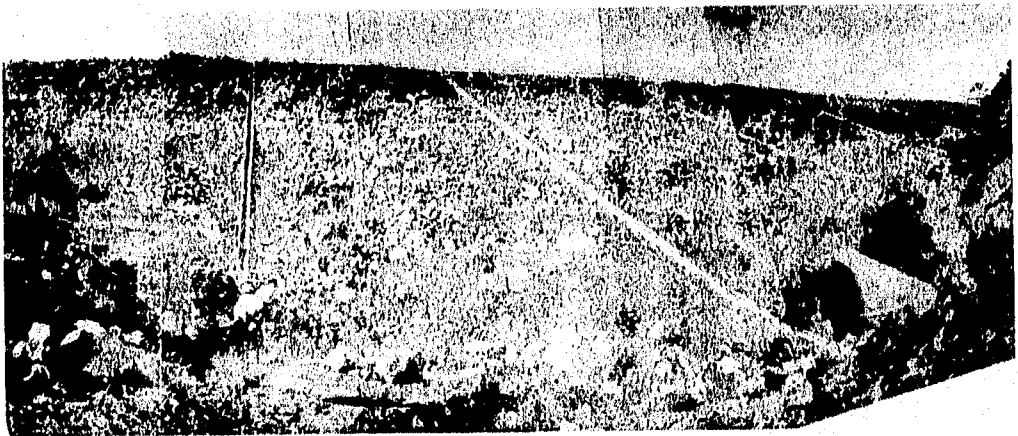


Fig 3.4 Vista del terraplén "Barranca San Marcos" desde aguas arriba

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y SOLUCIONES AL PROBLEMA DE CONCENTRACIÓN DE ESFUERZOS

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos con la metodología antes descrita, y se comparan algunos de estos resultados con los arrojados por los métodos analíticos mencionados en el capítulo 2.

TERRAPLÉN CON MATERIAL HOMOGÉNEO

El análisis bajo condiciones de homogeneidad de materiales pretende determinar la influencia de las propiedades elásticas del material de relleno, específicamente del módulo de elasticidad, en la

magnitud de la carga sobre el conducto; para ello se varió el valor del módulo de elasticidad, E , desde un valor de 500 T/m^2 hasta 5000 T/m^2 . Se considera que en este rango se encuentran los valores más representativos del módulo de elasticidad de los materiales usados en terraplenes carreteros. La relación de Poisson, ν , y el peso volumétrico, γ , se consideraron constantes, con valores típicos de 0.25 y 1.9 T/m^3 respectivamente.

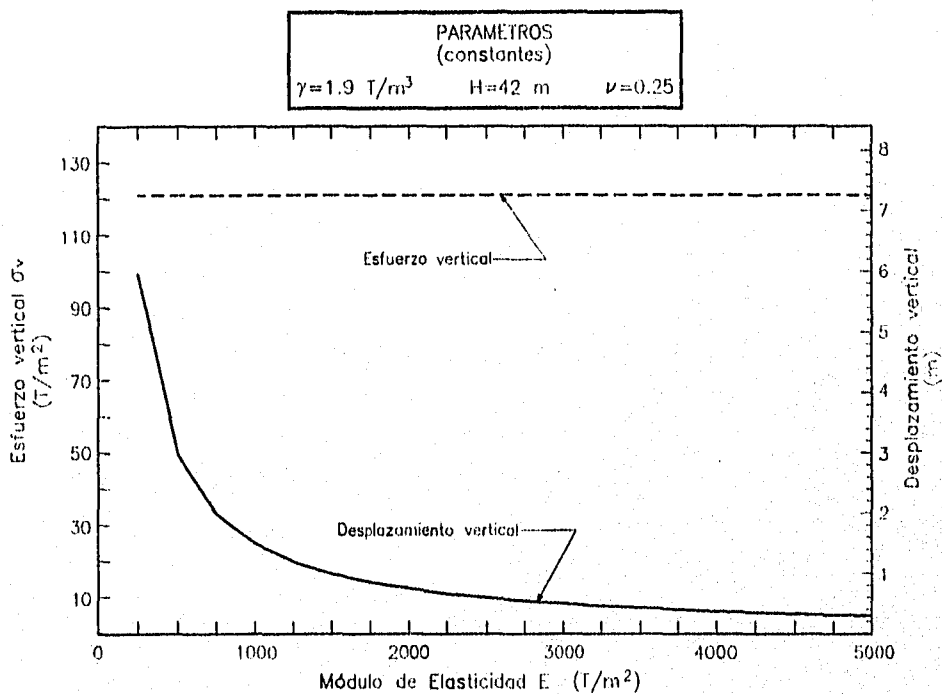


Fig 4.1 Esfuerzos verticales y desplazamientos sobre la clave de la alcantarilla variando E . (Método del Elemento Finito)

Como se aprecia en la Fig 4.1, la magnitud de los esfuerzos verticales sobre la clave del conducto es la misma para cualquier valor del módulo de elasticidad ($\sigma_v = 121 \text{ T/m}^2$), por lo que se deduce que éste no influye en la magnitud de la carga sobre la alcantarilla siempre y cuando se trate de un terraplén

formado con material homogéneo. Sin embargo, el valor del módulo de elasticidad impacta considerablemente sobre los desplazamientos de un punto en la corona de la carretera situado sobre la clave de la alcantarilla, de tal suerte que a menor valor del módulo de elasticidad se tendrán mayores desplazamientos verticales.

Estos resultados comprueban las hipótesis de los métodos analíticos, que de forma implícita no consideran la influencia del módulo de elasticidad, E , en la magnitud de la carga sobre alcantarillas en terraplenes de material homogéneo.

La influencia de la relación de Poisson, ν , en la magnitud de la carga sobre la clave de una alcantarilla de un terraplén de material homogéneo, se determinó variando el valor de tal relación desde un valor de $\nu=0$ hasta un valor de $\nu=0.5$ (material volumétricamente indeformable).

El módulo de elasticidad, E , y el peso volumétrico, γ , se consideraron constantes a lo largo del análisis, con los valores típicos de 2000 T/m^2 y 1.9 T/m^3 respectivamente.

Los resultados mostrados en la Fig 4.2, indican que la carga sobre la clave del conducto es mayor conforme disminuye la relación de Poisson, alcanzando valores 60% mayores que el peso del material que sobreyace la alcantarilla. Así mismo, la carga sobre el conducto tiende al valor γH a medida que ν tiende a 0.5.

Cabe señalar que el método analítico de Nabor Carrillo es el único que toma en cuenta la influencia de la relación de Poisson, ν , en la magnitud de la carga sobre un conducto enterrado. Como se mencionó líneas arriba, la relación de Poisson juega un papel importante en la cuantificación de esta carga.

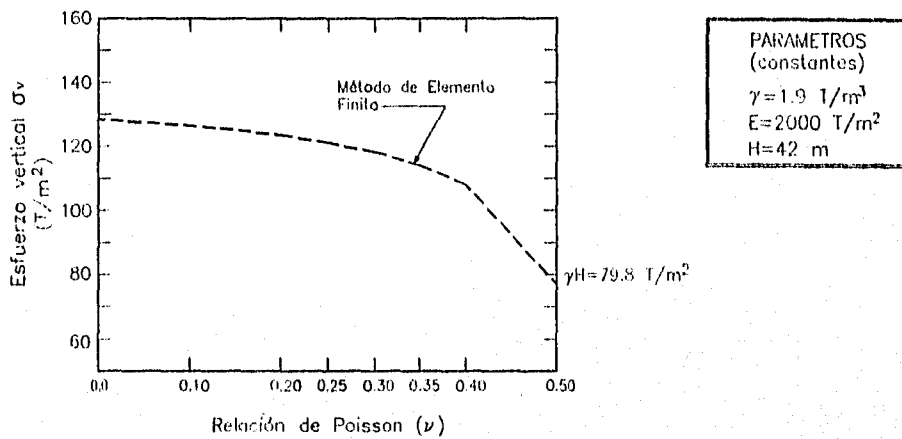


Fig 4.2 Variación de los esfuerzos verticales en la clave de la alcantarilla en función de la relación de Poisson (Método del Elemento Finito)

Comparación de resultados con métodos analíticos

Método de Nabor Carrillo

El método de Nabor Carrillo considera la existencia de una discontinuidad perfectamente rígida como es el caso de la alcantarilla de concreto considerada en este trabajo. Sin embargo, como el conducto no es un tubo circular es de esperarse diferencias en la distribución de esfuerzos. Por otro lado, son previsible las asimetrías en las distribuciones de esfuerzos normales y cortantes que actúan sobre la

alcantarilla, dadas las asimetrías tan marcadas en el perfil longitudinal del terraplén en toda su extensión respecto a la alcantarilla. La comparación de esfuerzos verticales sobre la clave de la alcantarilla obtenidos por el M.E.F. y el método de Nabor Carrillo, es como sigue:

Relación de Poisson (ν)	Esfuerzo vertical sobre la clave de la alcantarilla (T/m^2)	
	Método del Elemento Finito	Método de Nabor Carrillo
0.00	128.50	133.00
0.10	126.50	128.88
0.20	123.50	123.29
0.25	121.00	119.70
0.30	118.00	115.23
0.35	114.00	109.73
0.40	108.00	102.62
0.50	77.00	79.80

La Fig 4.3 ilustra gráficamente la diferencia entre ambos métodos; se observan valores muy similares del esfuerzo vertical sobre la clave del conducto.

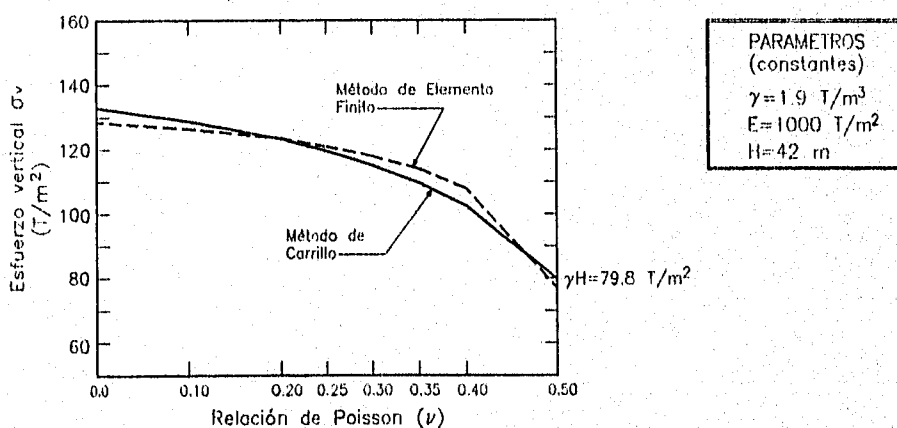


Fig 4.3 Comparación de resultados Método de Carrillo-Método del Elemento Finito: esfuerzo vertical en la clave de la alcantarilla

A continuación se muestran algunos de los esfuerzos normales y cortantes en la bóveda evaluados mediante las expresiones deducidas por Nabor Carrillo. Es importante resaltar que, dadas las hipótesis de partida de este método, solo puede aplicarse en la parte curva de la bóveda.

Elementos	γ (T/m ³)	H (m)	ν	Angulo	Esf. normal (T/m ²)	Esf. cortante (T/m ²)
113 y 114	1.9	42.0	0.25	17°46'43"	47.64	23.20
132 y 133	1.9	42.0	0.25	32°58'51"	63.55	36.44
154 y 155	1.9	42.0	0.25	45°00'00"	79.80	39.90
178 y 179	1.9	42.0	0.25	57°01'09"	96.05	36.44
204 y 205	1.9	42.0	0.25	76°34'39"	115.40	18.02
Clave	1.9	42.0	0.25	90°00'00"	119.70	0

La Fig 4.4 muestra la comparación entre los esfuerzos normales y cortantes en varios puntos de la bóveda calculados por el método analítico de Nabor Carrillo y el Método del Elemento Finito. Se aprecia la asimetría en las distribuciones de esfuerzos por la situación geométrica que guardan las laderas del terreno respecto al eje de la alcantarilla. También se aprecia que, para los parámetros seleccionados, el método analítico de Carrillo da resultados más conservadores que el Método del Elemento Finito. Esta diferencia puede ser atribuible a las diferencias en las hipótesis de partida antes mencionadas.

Método de Marston-Spangler

Para la aplicación del método analítico de Marston-Spangler se hicieron las siguientes hipótesis:

- Valor de la relación de proyección, p , igual a 1.00
- La alcantarilla se caracterizó como rígida y cimentada en roca o suelo poco compresible, por lo que el valor de r_{st} es igual a +1.00 (Tabla 2.2).

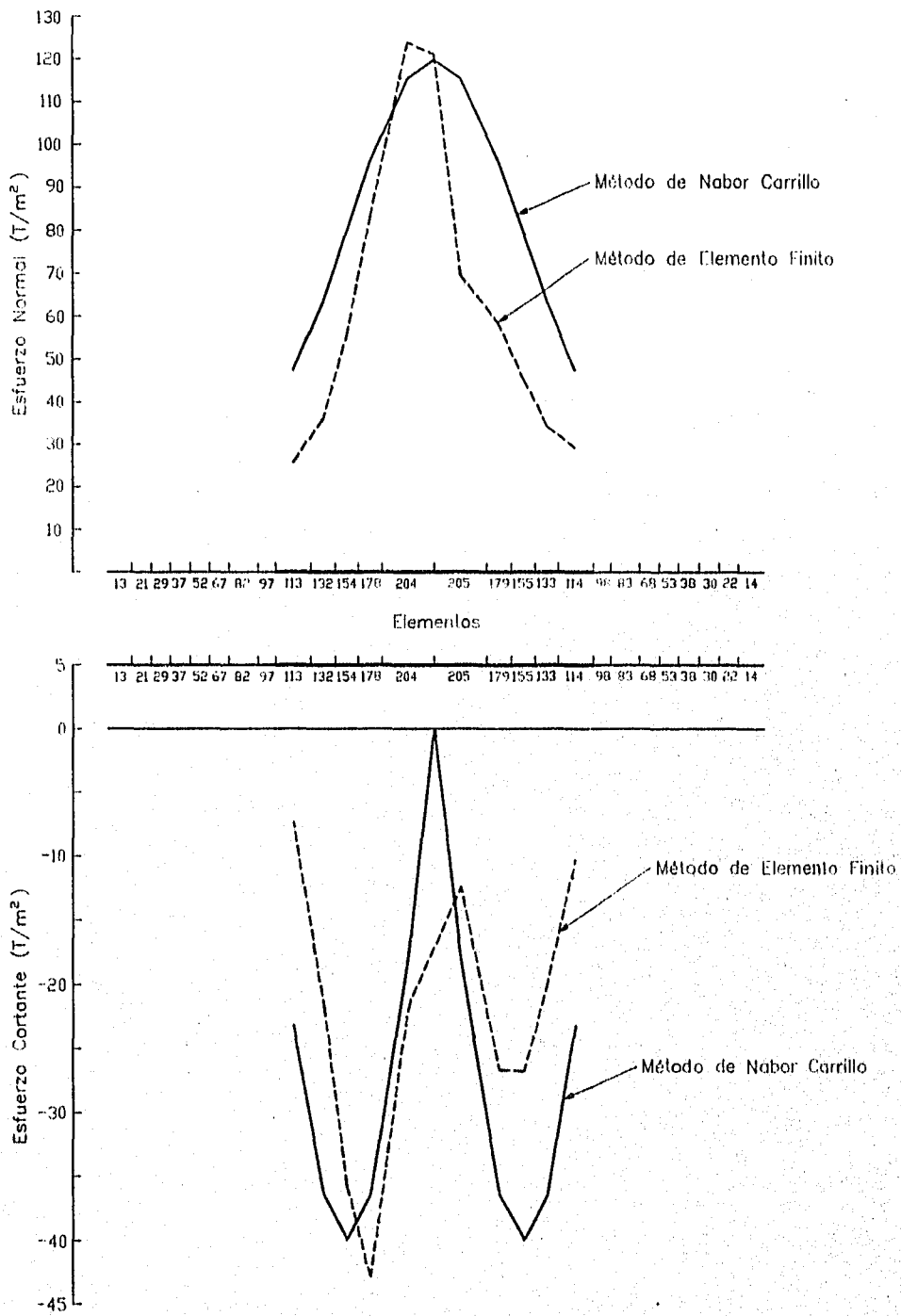


Fig 4.4 Comparación de esfuerzos normales y cortantes por el método de Carrillo y el Método del Elemento Finito

La altura del terraplén sobre la clave es de 42 m. y se consideró el ancho $B_c=5.80$ m., correspondiente a la parte curva del techo de la bóveda. De aquí, la relación $H/B_c=7.24$. Según la tabla 2.3, para condición de zanja incompleta y un producto $r_s p = +1.00$, el coeficiente de carga se calcula con la expresión $C_c = 1.69 H/B_c - 0.12$; por lo que se obtiene un valor del coeficiente de carga, $C_c = 12.11$. Entonces el esfuerzo vertical sobre la clave del conducto según el método de Marston-Spangler será:

$$\sigma_v = C_c \gamma B_c = (12.11)(1.9)(5.8) = 133.45 \text{ T/m}^2$$

Mediante el M.E.F. se obtuvo una magnitud de carga en el mismo punto de 121 T/m^2 que es 9% menor que el calculado por el método de Marston-Spangler; sin embargo el valor máximo del M.E.F. es de 129 T/m^2 , valor que es comparable con el método de Marston-Spangler, si bien tal esfuerzo vertical máximo no se presenta sobre la clave del conducto por la asimetría que presentan las laderas del terraplén respecto al eje de la alcantarilla.

Método de Yaroshenko

Dada la rigidez del conducto y la altura del terraplén, es de esperarse una condición de proyección incompleta. Para cuantificar la magnitud de la carga sobre la clave es necesaria la evaluación de la altura H_c del plano de igual asentamiento, altura definida por las expresiones:

$$H_c = \frac{\alpha}{H^2}$$

donde:

$$\alpha = p' r_{sd} \frac{3B_c^2 H}{K_a \tan \phi}$$

Suponiendo una relación de asentamientos $r_{sd} = +1.00$ (para alcantarillas rígidas cimentadas en roca o suelo poco compresible), una relación de proyección $p = 1.00$ y el factor $K_a \tan \phi = 0.192$ para una alcantarilla en condición de proyección, se tiene que $\alpha = 22076.25 \text{ m}^3$. De aquí, la altura $H_c = 12.51 \text{ m}$., con lo que se confirma la suposición de una alcantarilla en condición de proyección incompleta. Utilizando la expresión para determinar el esfuerzo vertical sobre la clave de una alcantarilla en proyección incompleta, se tiene que:

$$\sigma_v = (1.9)(5.8) \left[\frac{42}{5.8} + \left(\frac{42}{5.8} \right)^2 0.192 - \frac{(42 - 12.51)^2}{5.8^2} 0.192 \right] = 136 \text{ T/m}^2$$

que es una magnitud, aunque conservadora, equiparable con el esfuerzo vertical máximo obtenido mediante el Método del Elemento Finito que es de 129 T/m^2 .

TERRAPLÉN CON MATERIAL HETEROGÉNEO

Mediante este análisis se pretendió investigar los efectos del *colchón* de material más compresible y su geometría, así como la influencia de la relación de módulos de elasticidad del material del colchón y del material del resto del terraplén (E_c/E_r).

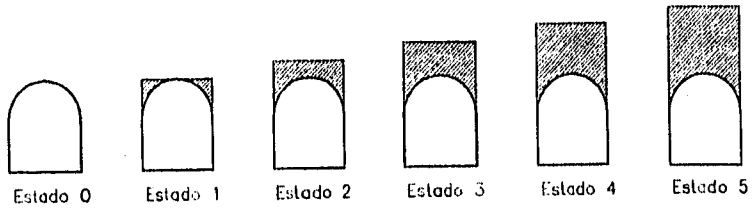
Como punto de partida para determinar el efecto de la geometría del colchón, se buscó una relación de Poisson, ν , comprendida entre los valores de 0.25 y 0.35, representativas de los materiales que conforman los terraplenes. Atendiendo a los resultados de Nabor Carrillo, se adoptó un valor de $\nu=0.25$, por considerarlo como el más desfavorable entre la gama posible de dichas relaciones (ver Tabla 2.1). Respecto a la relación de módulos de elasticidad, inicialmente se consideró un valor arbitrario de $E_r/E_t=0.5$, considerándolo suficiente para desarrollar el fenómeno de arqueado debido a la colocación del conducto en zanja imperfecta o pseudozanja.

Se analizaron diferentes estados, variando la geometría del colchón con los siguientes criterios:

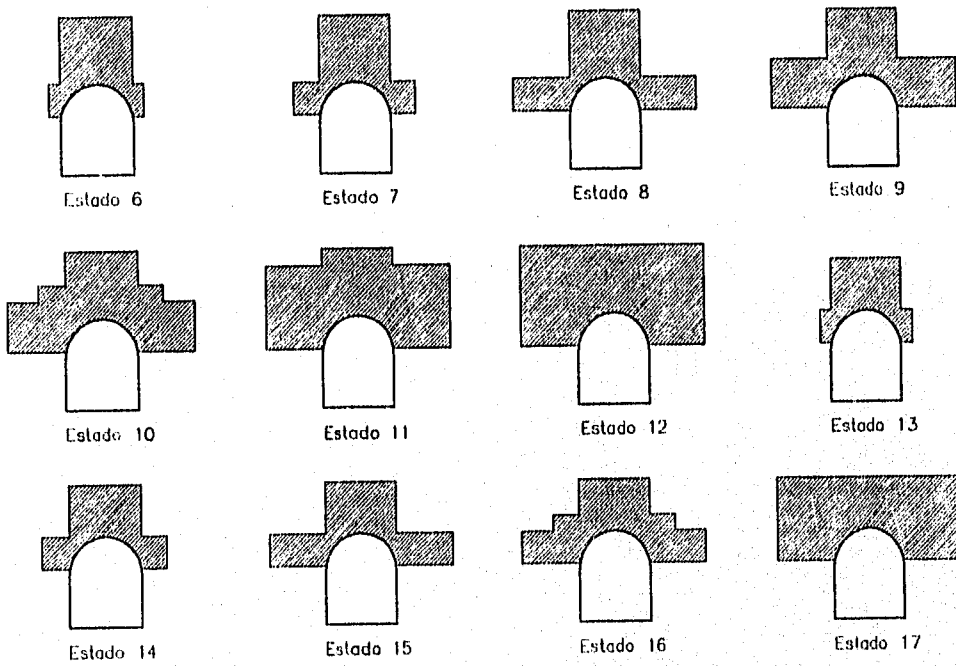
- a) Incrementar la altura vertical del colchón que se encuentra directamente sobre el conducto (Estados 0 a 5).
- b) Incrementar el ancho y la altura del colchón a los lados del conducto, permaneciendo constante la altura del colchón que se encuentra directamente sobre el conducto (estados 6 a 17).
- c) Arrojar el conducto con material compresible (estados 18 y 19).

Estos criterios se ilustran cualitativamente en la Fig 4.5.

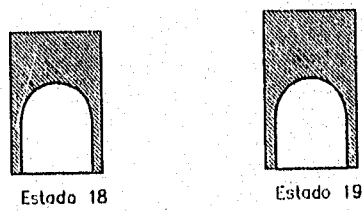
Se observa que la geometría del colchón incide directamente en la magnitud de la carga sobre el conducto. A medida que la altura del colchón colocado directamente sobre el conducto es mayor, los esfuerzos verticales van decreciendo, desde $\sigma_{v\max}=129 \text{ T/m}^2$ para el estado 0 (alcantarilla sin colchón), hasta $\sigma_{v\max}=89.6 \text{ T/m}^2$ para el estado 5 (altura de colchón de 5 m.).



(a) Criterio a



(b) Criterio b



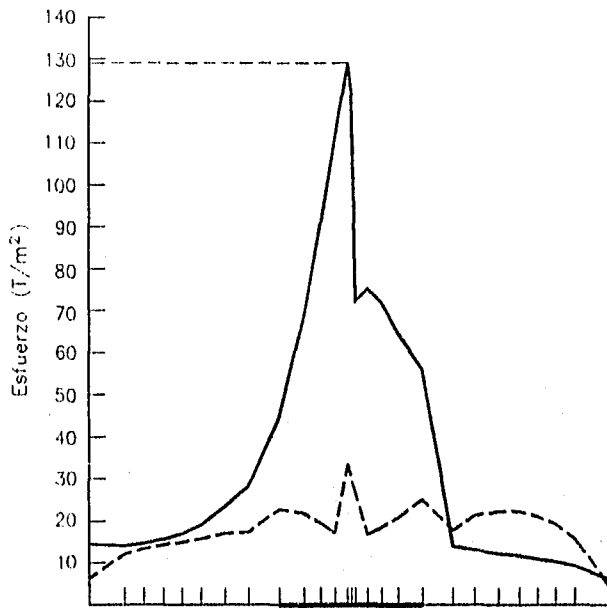
(c) Criterio c

Fig 4.5 Criterios de variación de la geometría del colchón

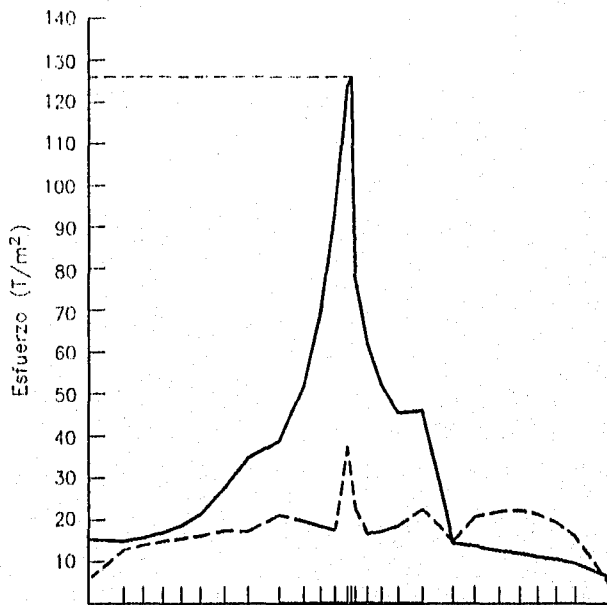
Incrementar el ancho y la altura del colchón (criterio b) a partir de las alturas de colchón de los estados 4 y 5, se traduce en un incremento del esfuerzo vertical máximo sobre el conducto. Conservando una altura de colchón constante sobre la alcantarilla de 3.75 m. y variando el ancho y la altura a los lados, se observa un incremento del σ_{vmax} de 93.5 T/m² (estado 4) hasta un σ_{vmax} de 105 T/m² (estado 17), y un incremento del σ_{vmax} de 89.6 T/m² para el estado 5 (altura de colchón sobre la alcantarilla de 5 m.) hasta un σ_{vmax} de 100 T/m² para el estado 12. Según el planteamiento de Spangler, este incremento del esfuerzo vertical sobre la alcantarilla puede ser explicado por lo siguiente: al existir zonas de mayor compresibilidad en los prismas de material adyacentes al central, los desplazamientos relativos entre los prismas se reducen y tienden a homogenizarse, con la consiguiente reducción en la magnitud de los esfuerzos cortantes; ello da lugar a una menor transferencia de esfuerzos del prisma central a los laterales.

El hecho de "arropar" la alcantarilla con material más compresible (criterio c) aparentemente no reporta ningún beneficio adicional en cuanto a reducción de esfuerzos verticales (el estado 19 reportó un $\sigma_{vmax}=93.18$ T/m², 4% mayor al reportado por el Estado 5); sin embargo se observó que los esfuerzos verticales en el paramento derecho de la alcantarilla resultaron mayores que los horizontales, caso contrario al del resto de los demás estados, en los que los esfuerzos horizontales resultaron mayores que los verticales.

La Fig 4.6 muestra las distribuciones de esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla.

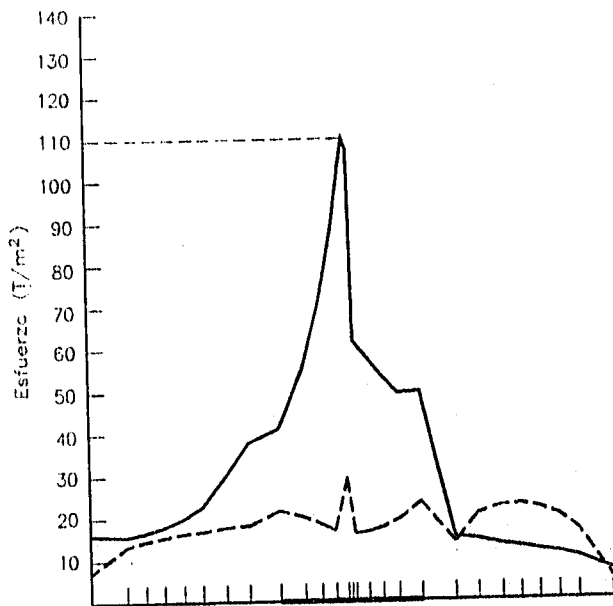


(a) Estado 0

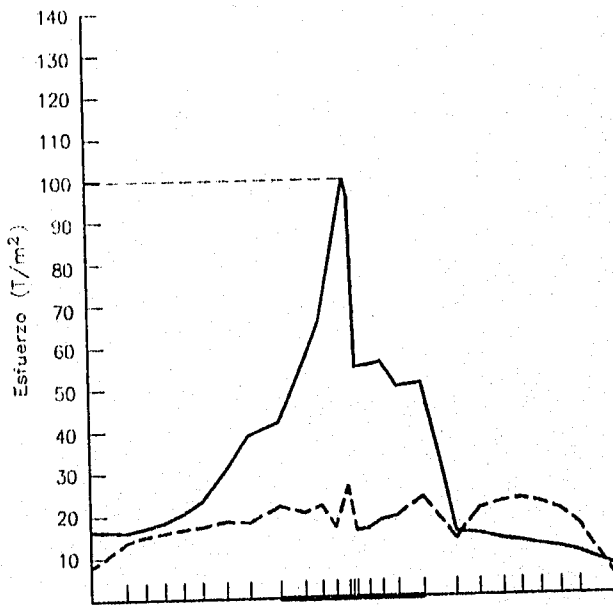
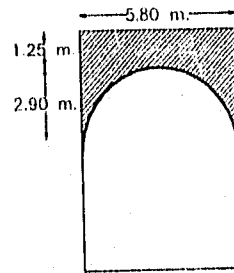


(b) Estado 1

Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla



(c) Estado 2



(d) Estado 3

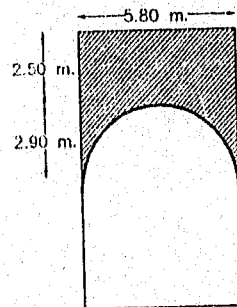
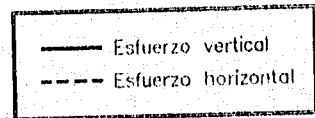
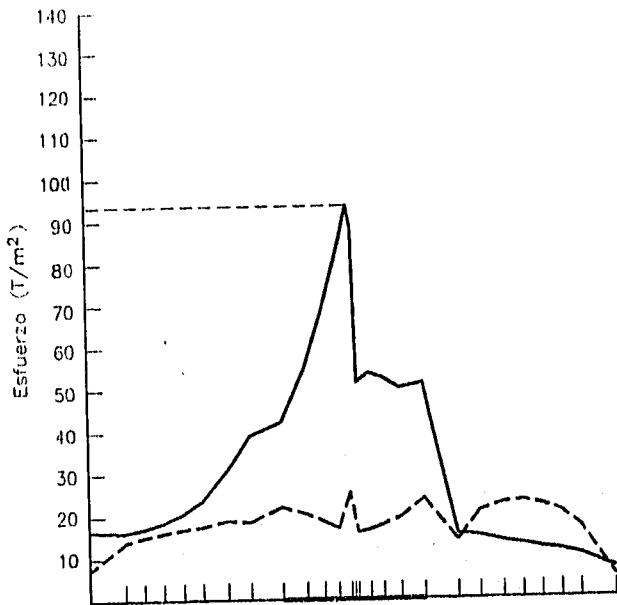
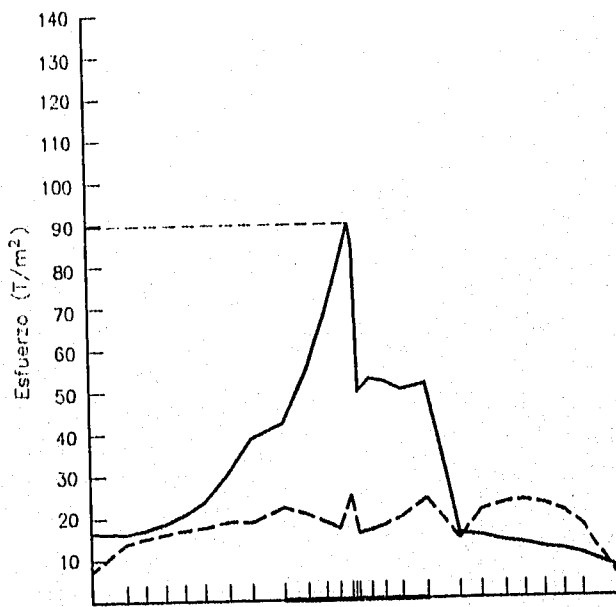
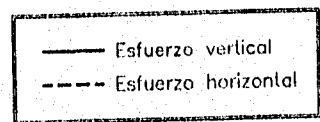
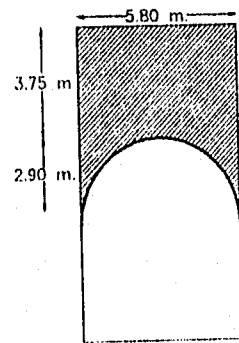


Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla



(e) Estado 4



(f) Estado 5

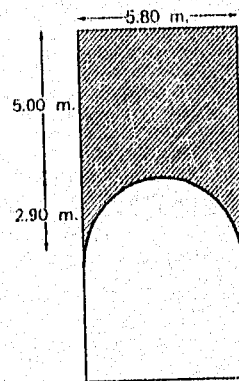
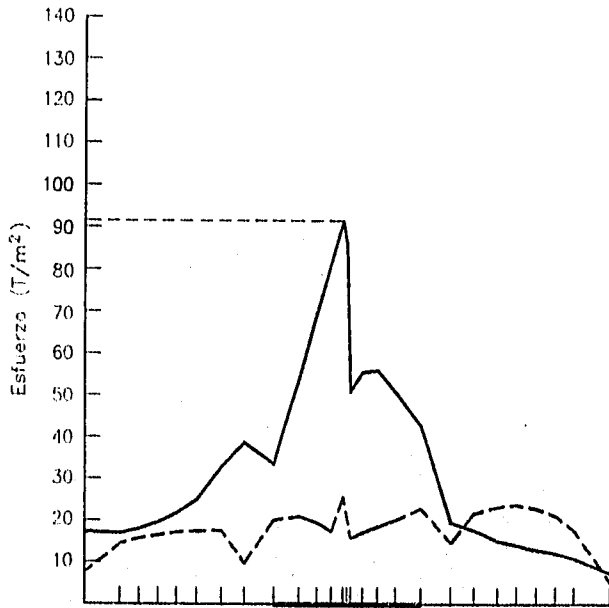
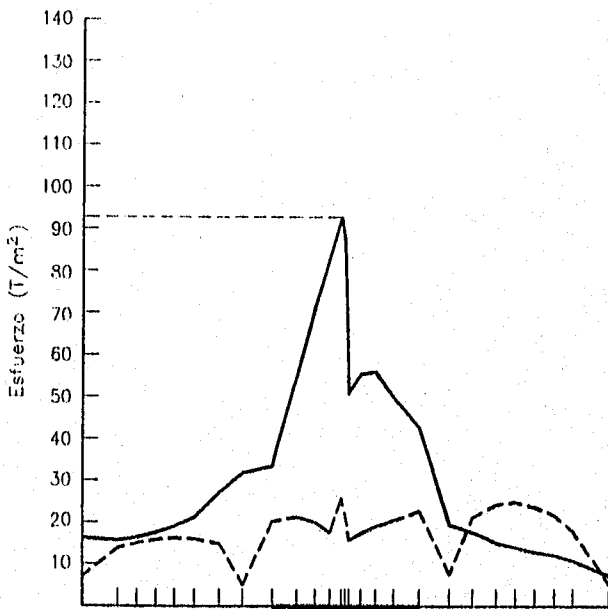
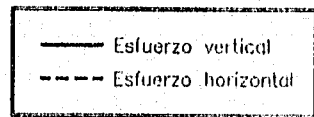
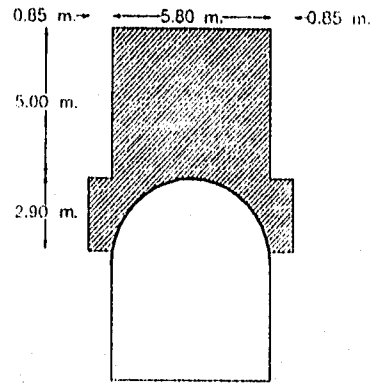


Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla



(g) Estado 6



(h) Estado 7

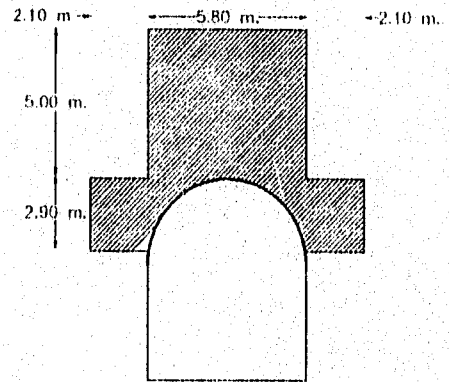
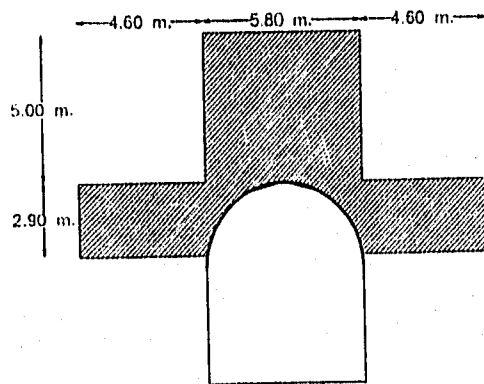
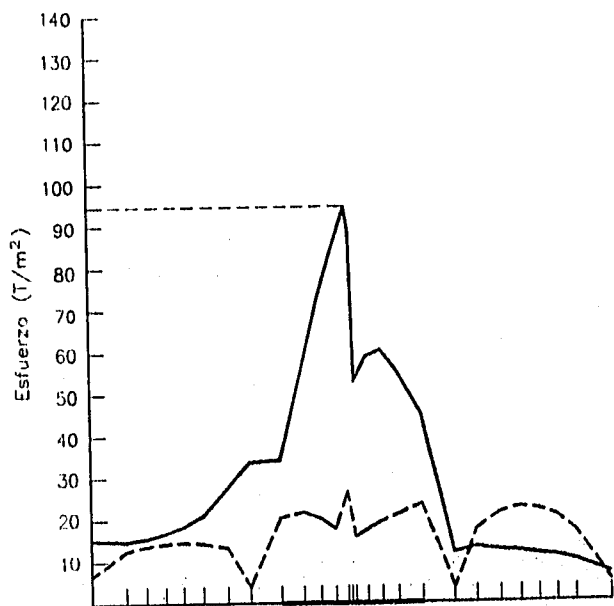
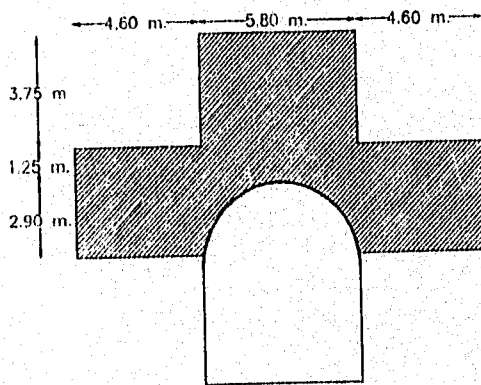
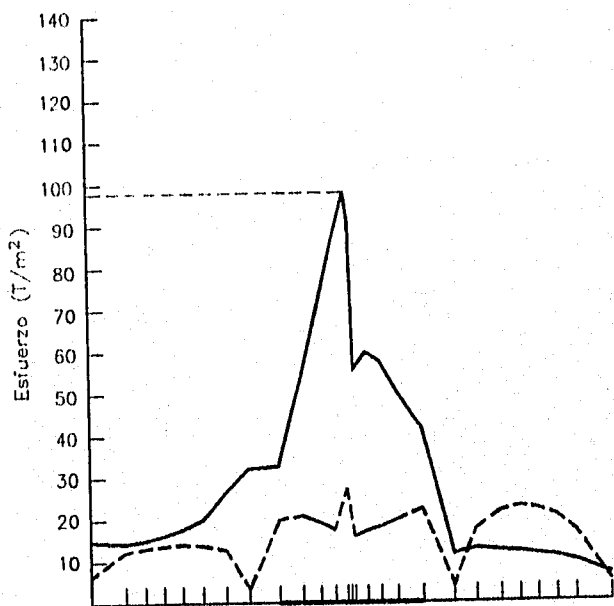
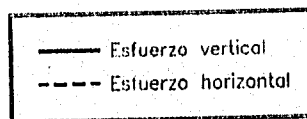


Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla

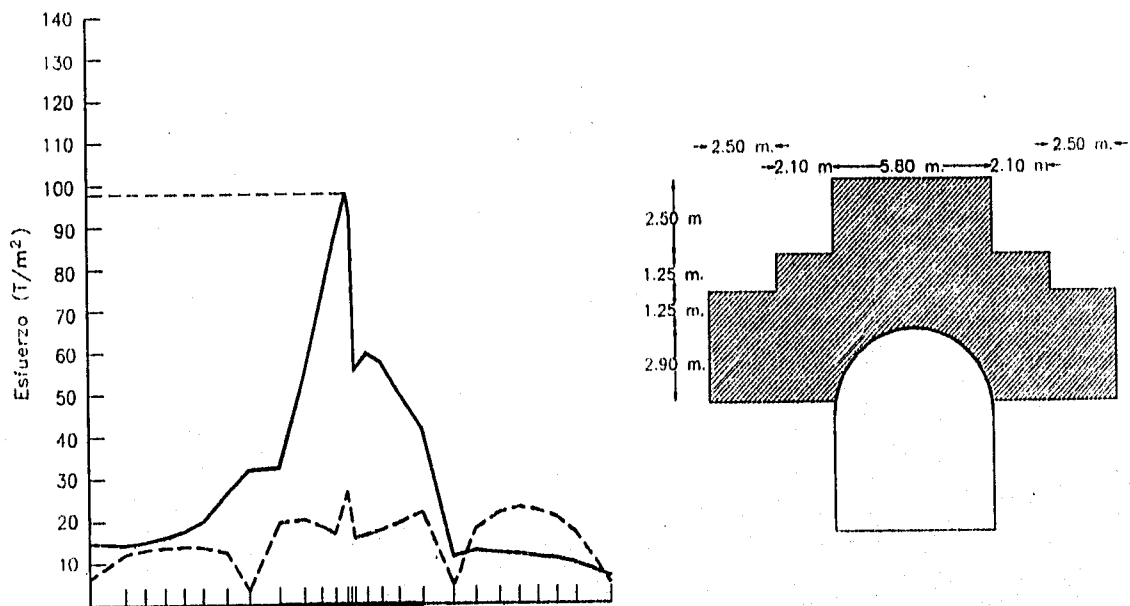


(i) Estado 8

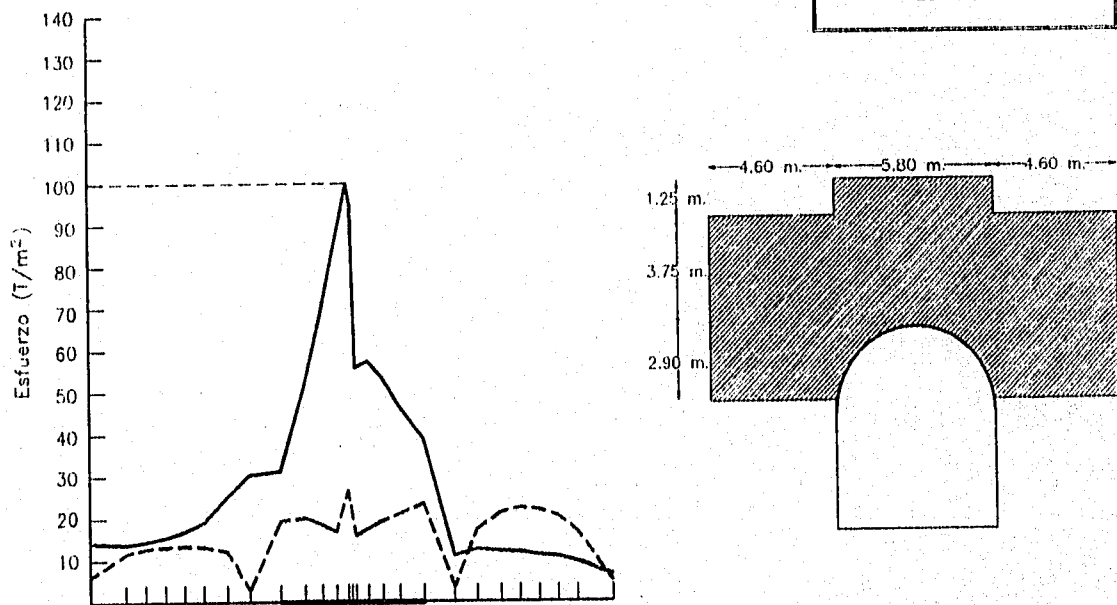


(j) Estado 9

Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla

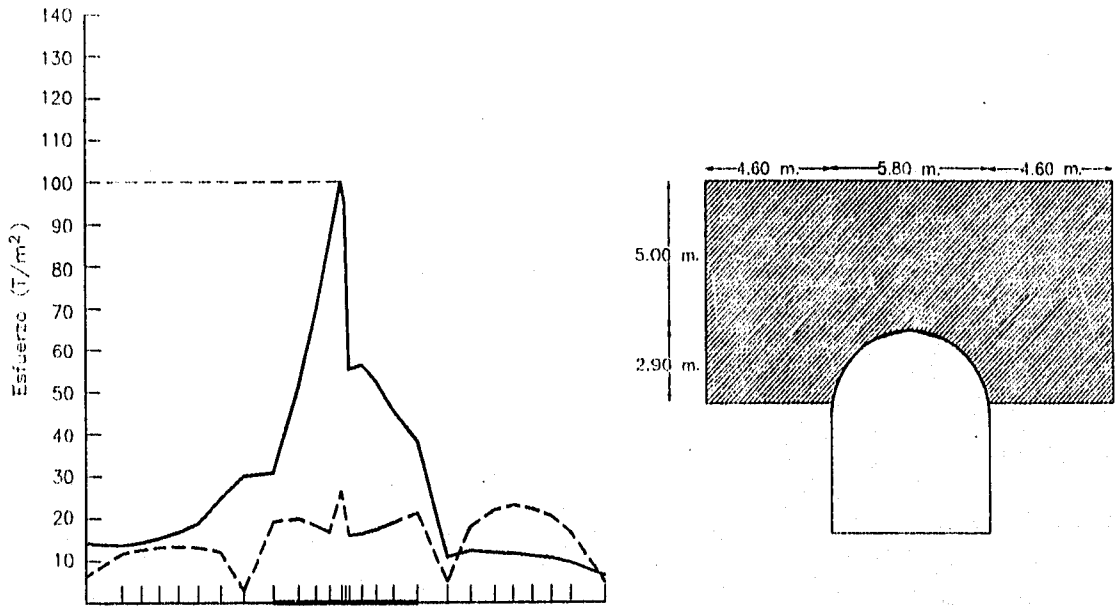


(k) Estado 10

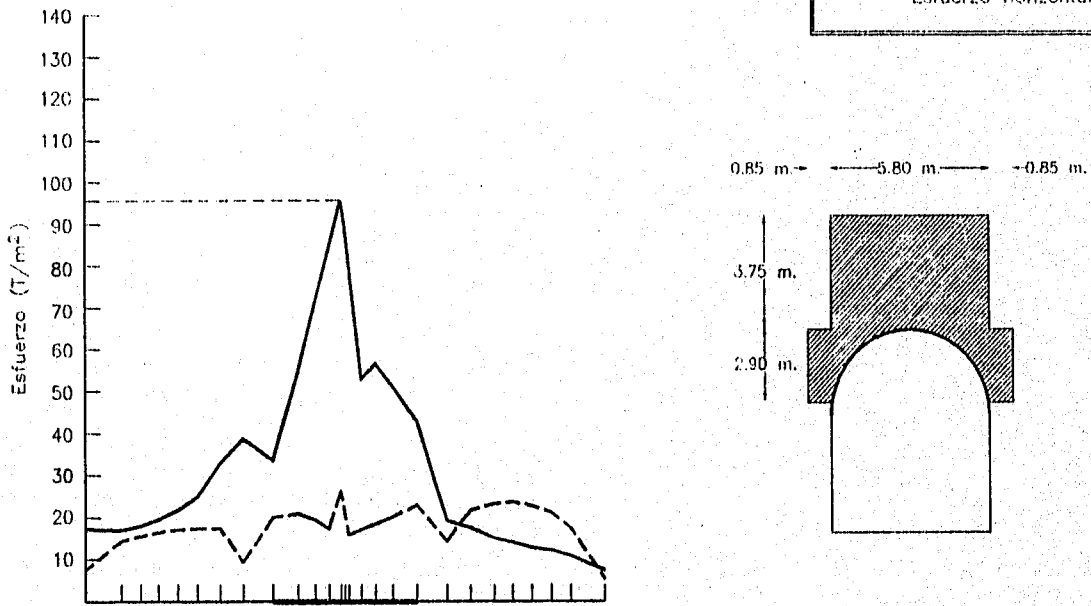
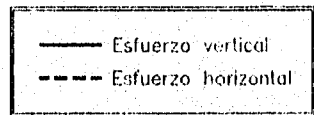


(l) Estado 11

Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla



(m) Estado 12



(n) Estado 13

Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla

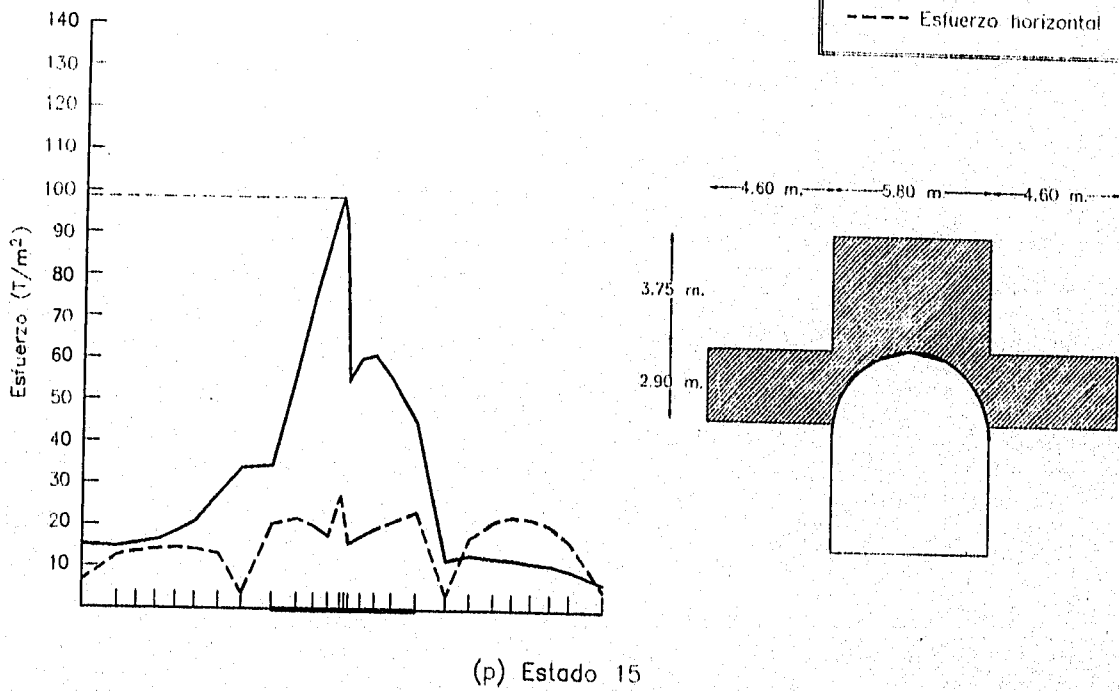
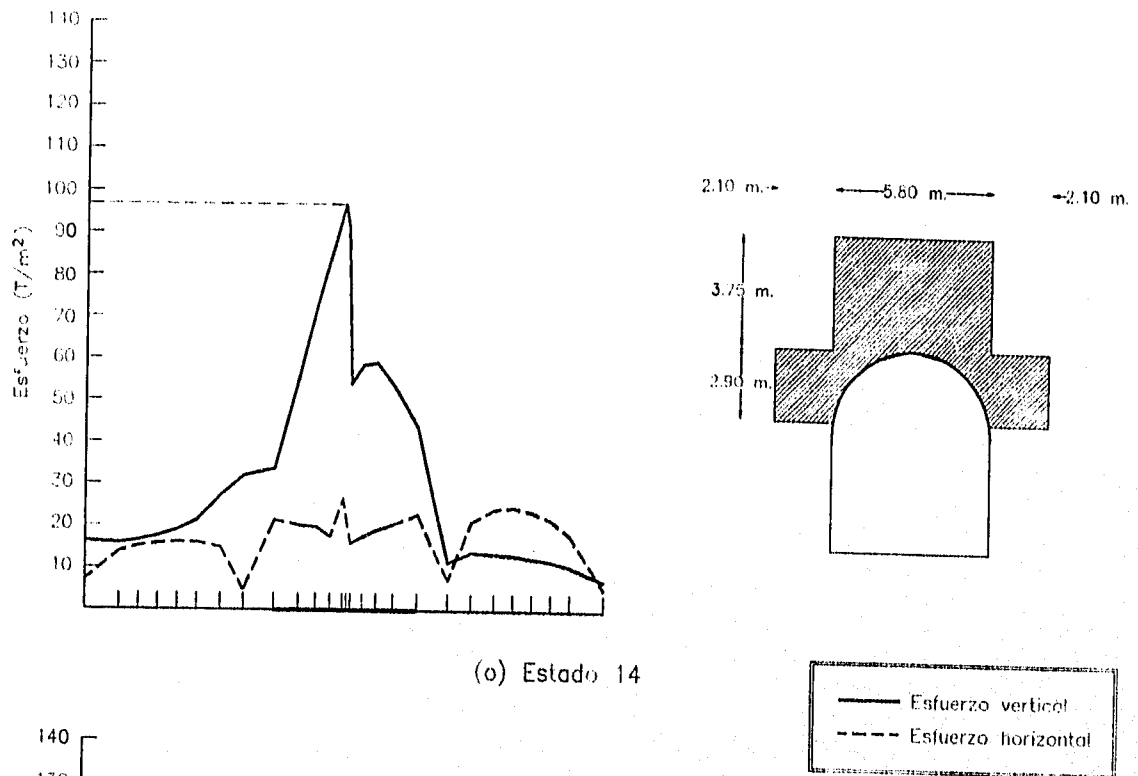
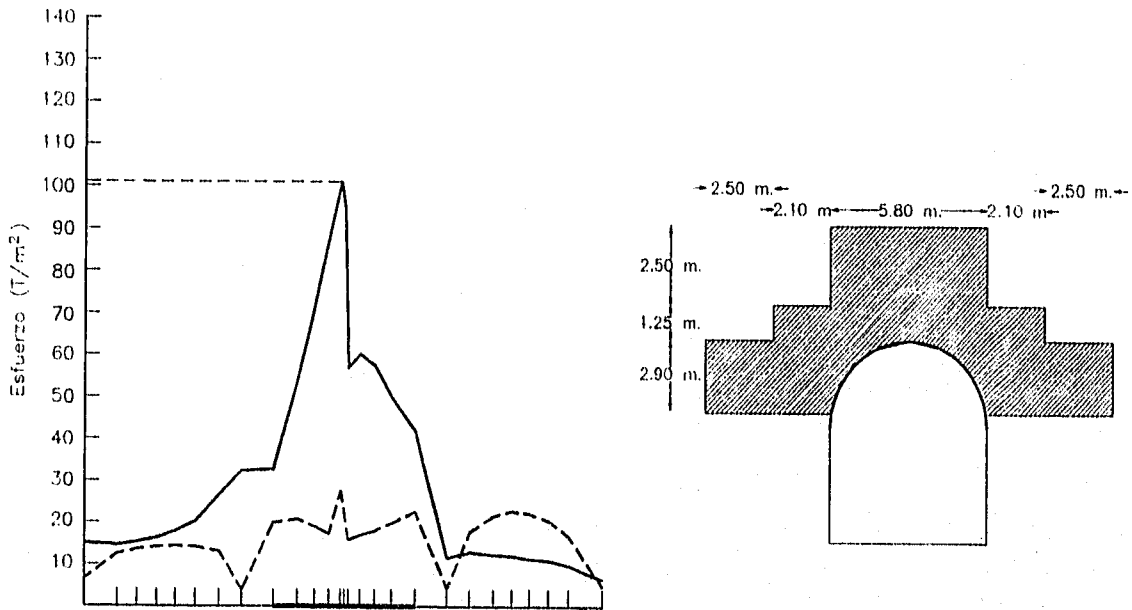
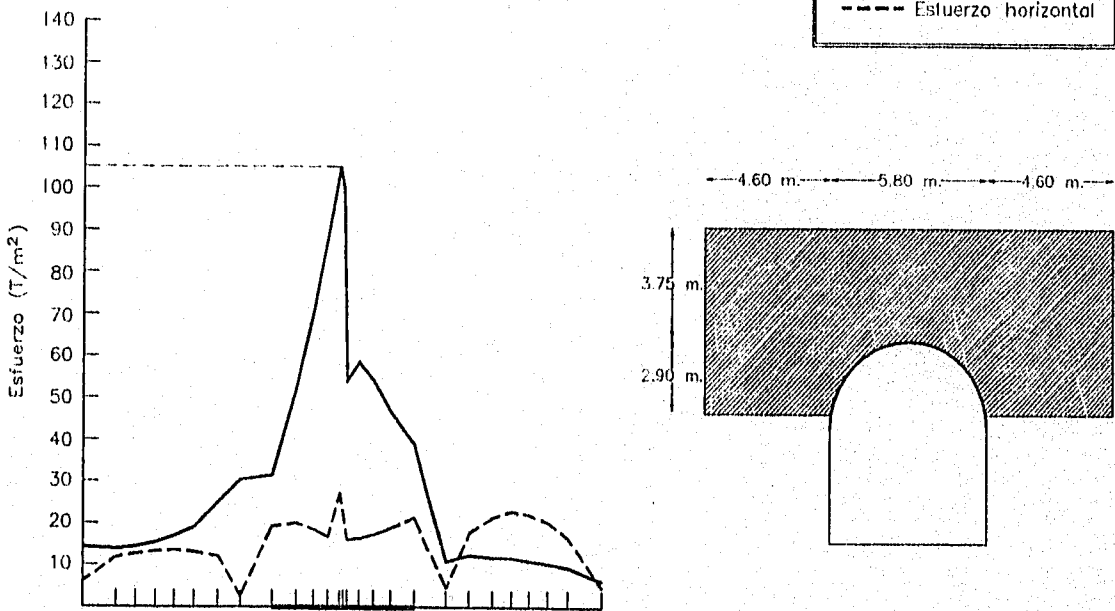
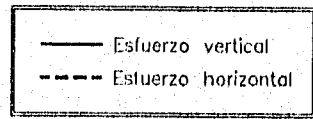


Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla

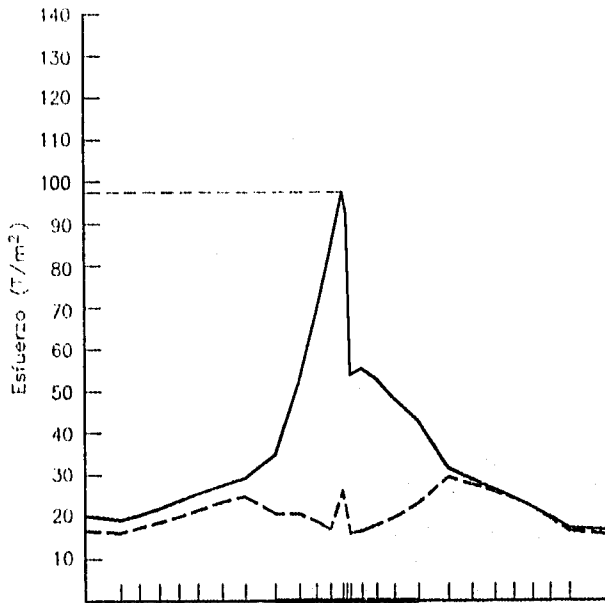


(q) Estado 16

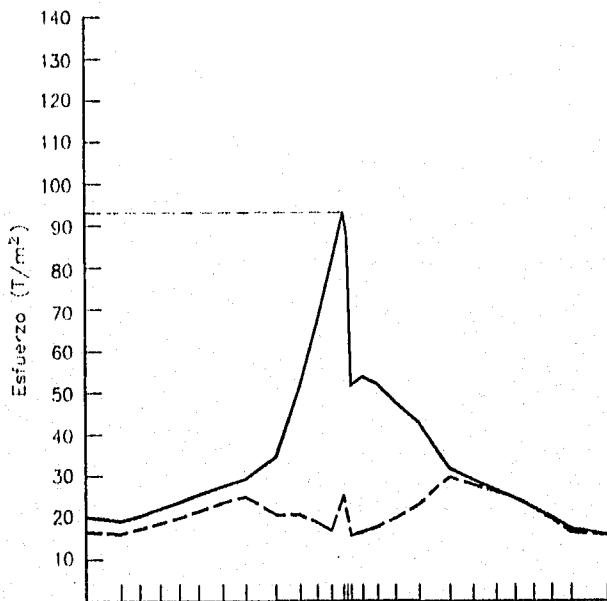
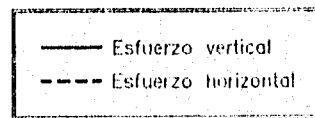
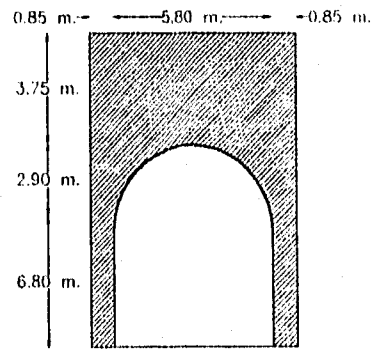


(r) Estado 17

Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla



(s) Estado 18



(t) Estado 19

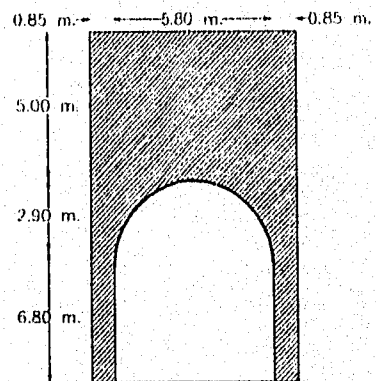


Fig 4.6 Esfuerzos verticales y horizontales a lo largo de la pared de la alcantarilla

De las geometrías de colchón analizadas, el estado 5 tiene la menor magnitud de $\sigma_{\text{máx}}$, aunque las geometrías de los estados 4, 6 y 19 tienen valores equiparables.

Por lo que se refiere al efecto de la relación de módulos de elasticidad, se seleccionaron las geometrías de los estados 4, 5, 6 y 19 para efectuar el análisis, ya que fueron las que tuvieron las menores magnitudes de esfuerzos verticales al variar la geometría del colchón.

Se consideraron cuatro relaciones básicas de módulos de elasticidad para cada geometría:

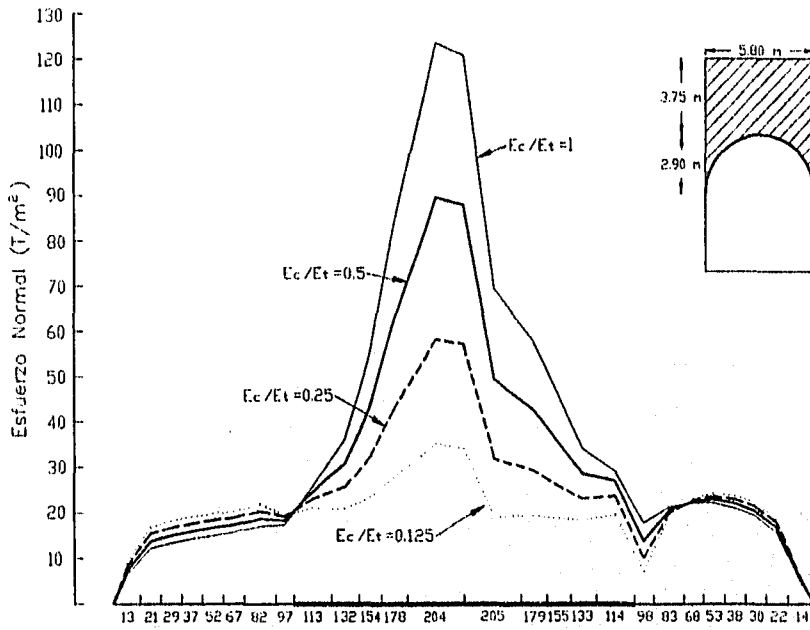
a) $E_c/E_t = 1.000$ (material sin colchón)

b) $E_c/E_t = 0.500$

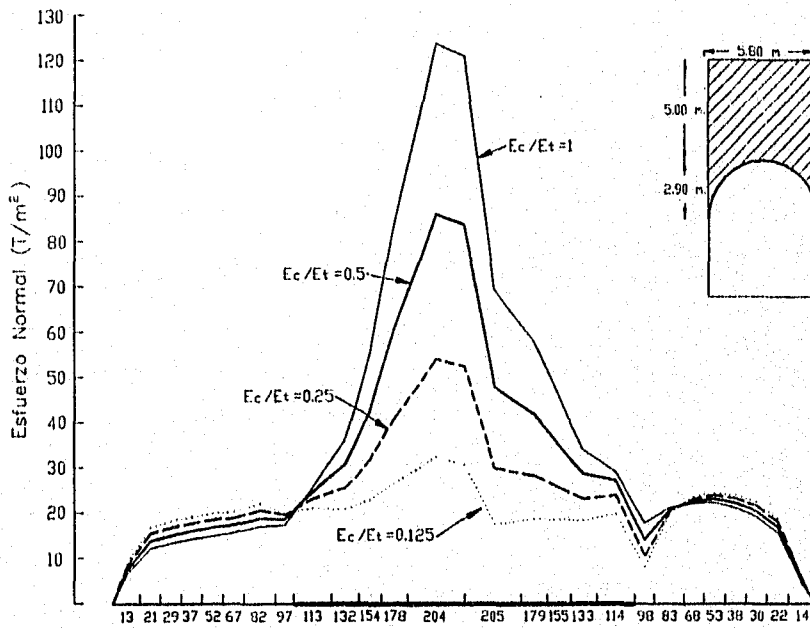
c) $E_c/E_t = 0.250$

d) $E_c/E_t = 0.125$

Siendo los esfuerzos normal y cortante los que juegan un papel decisivo en el diseño de las alcantarillas, se calcularon los valores de tales esfuerzos a lo largo de la pared del conducto. Las Figs 4.7 y 4.8 muestran los resultados, en donde se nota que a medida que el material del colchón es más compresible respecto al resto del terraplén, los esfuerzos normales y cortantes que actúan sobre la alcantarilla decrecen en magnitud. Se observa también que los esfuerzos normales tienden a ser constantes en el perímetro de la alcantarilla a medida que disminuye la relación de módulos de elasticidad, lo que hace pensar en un comportamiento estructural de la alcantarilla más favorable.

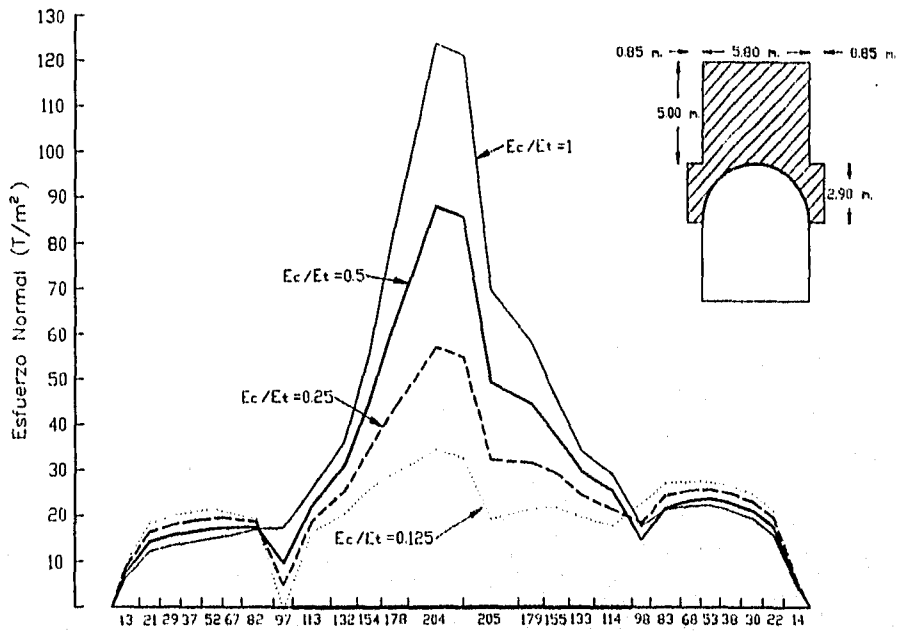


(a) Estado 4

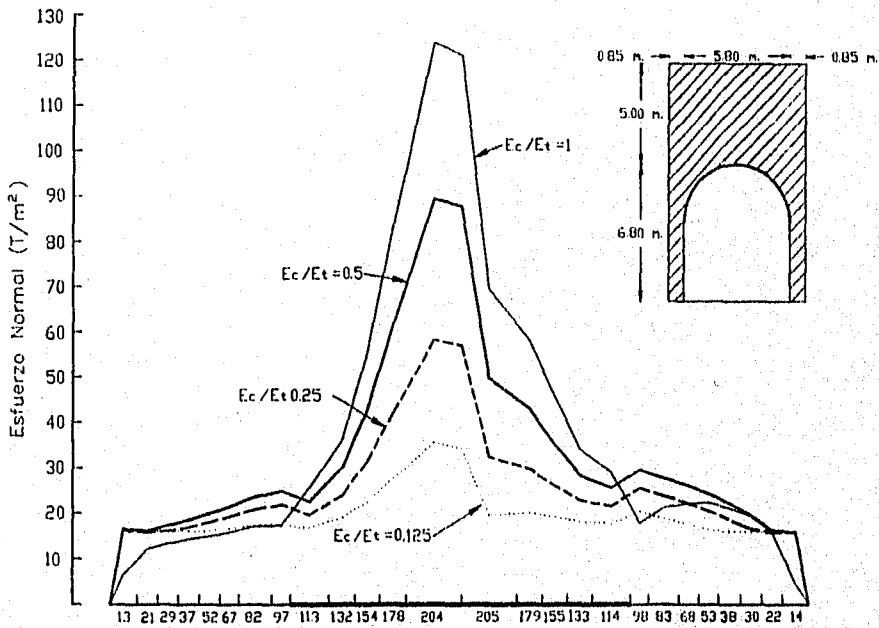


(b) Estado 5

Fig 4.7 Distribución de esfuerzos normales a lo largo de la pared de la alcantarilla

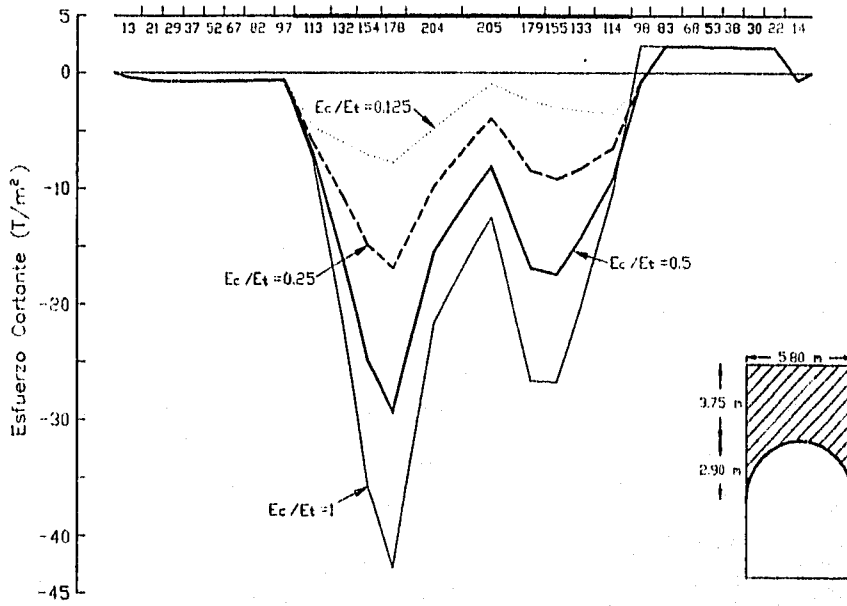


(c) Estado 6

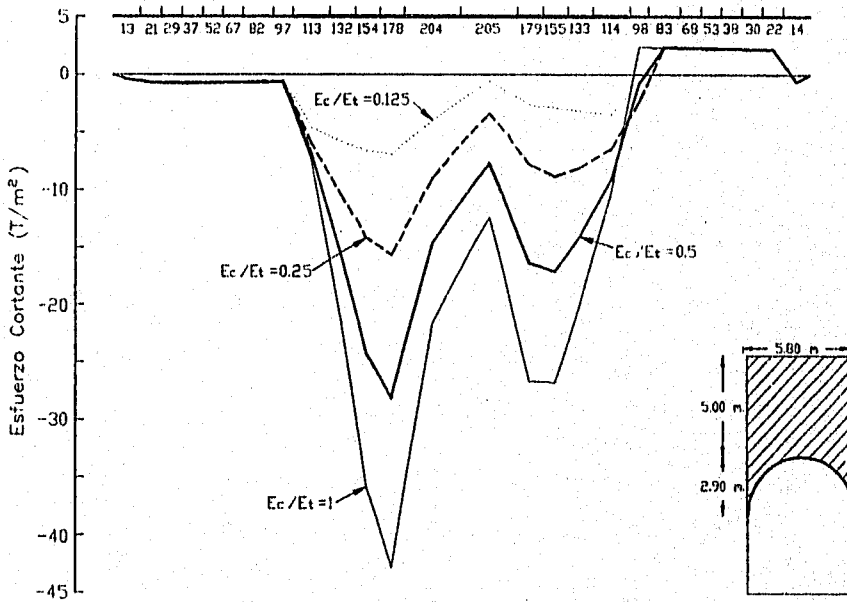


(d) Estado 19

Fig 4.7 Distribución de esfuerzos normales a lo largo de la pared de la alcantarilla

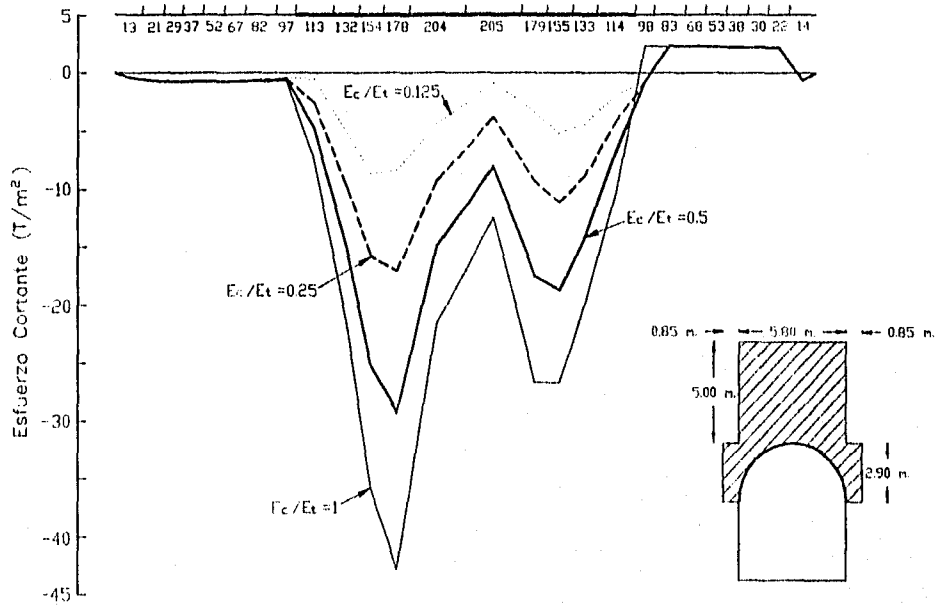


(a) Estado 4

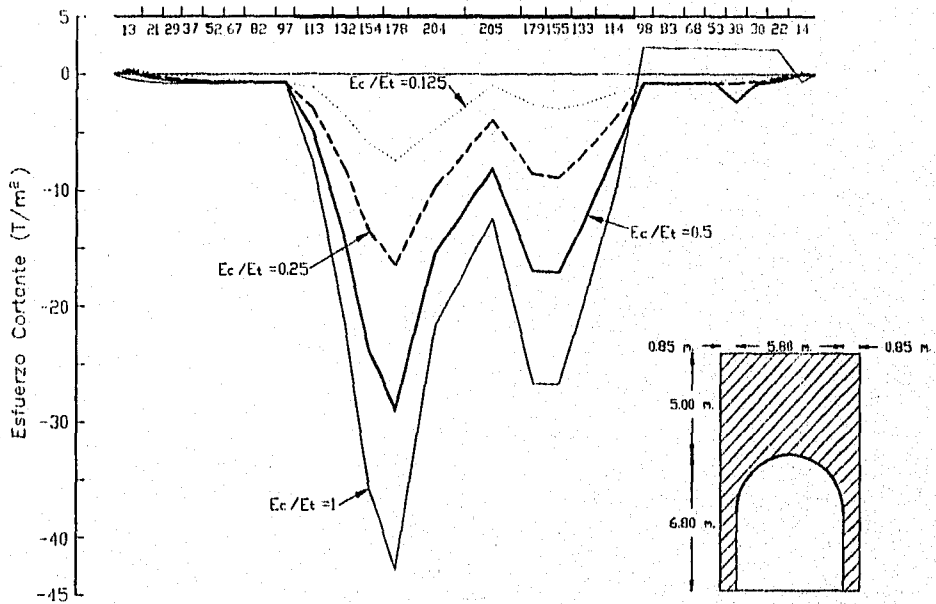


(b) Estado 5

Fig 4.8 Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la pared de la alcantarilla



(c) Estado 6



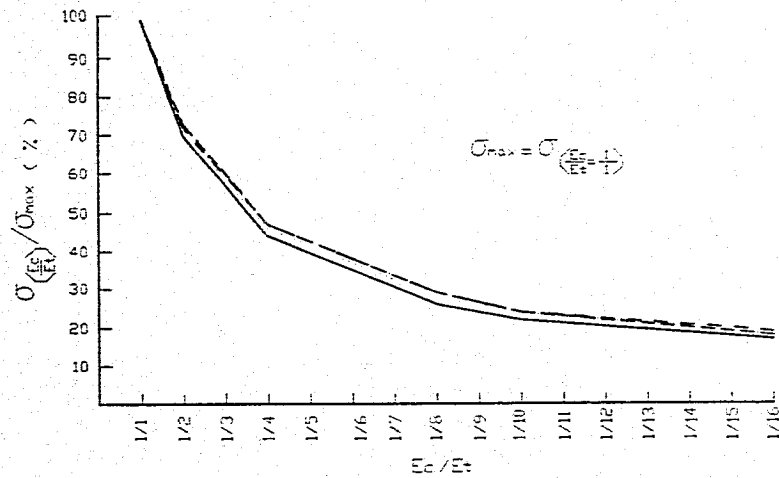
(d) Estado 19

Fig 4.8 Distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la pared de la alcantarilla

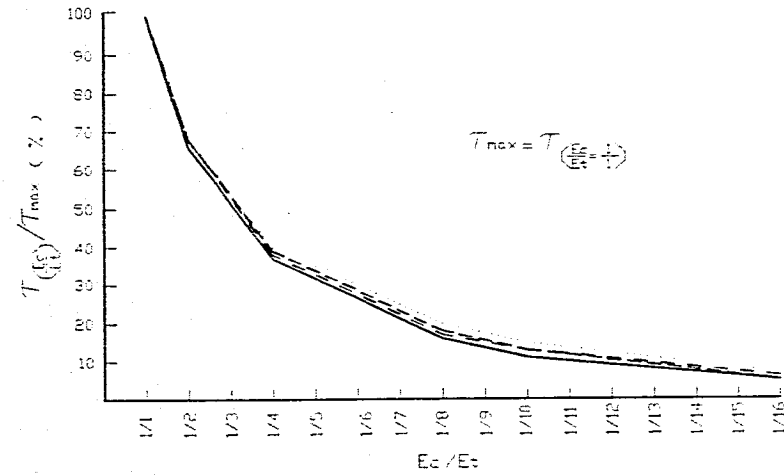
Vale la pena notar que en el estado 6 para una relación de módulos de elasticidad $E_c/E_t = 0.125$ llegan a presentarse tensiones en el paramento izquierdo de la alcantarilla debidas al fenómeno de arqueo: los esfuerzos verticales son transferidos a los prismas contiguos, de tal forma que en esa zona en particular se genera un "vacío" de esfuerzos normales, que dejan de comprimir el conducto.

Intuitivamente se percibe que a partir de una cierta relación E_c/E_t , ya no se generan decrementos sustanciales en la magnitud de los esfuerzos cortante y normal. En efecto, en la Fig 4.9 se observa que conforme la relación de módulos de elasticidad disminuye, la relación entre los esfuerzos máximos correspondientes a un estado sin colchón y los esfuerzos máximos correspondientes a un estado con colchón tiende a converger a un cierto valor, es decir, las curvas muestran un comportamiento asintótico hacia una determinada magnitud de esfuerzo. Este comportamiento muestra la existencia de una relación de módulos de elasticidad óptima, a partir de la cual el beneficio obtenido por disminución de esfuerzos es poco significativa.

Los resultados anteriores permiten observar los efectos de la relación de módulos de elasticidad, E_c/E_t , y los de la geometría del colchón sobre los esfuerzos actuantes en las paredes de la alcantarilla, pero no permiten apreciar el estado de esfuerzos en su vecindad. Las Figs 4.10 a 4.14 muestran los estados de esfuerzos verticales y horizontales para los estados 0, 4, 5, 6 y 19 con las relaciones de módulos de elasticidad propuestas. En ellas se observan los efectos de la relación E_c/E_t en la distribución de los esfuerzos en la masa de suelo aledaña al conducto. En general se experimenta disminuciones de los esfuerzos verticales en la masa de suelo, respecto al estado 0, hasta de 80 T/m^2 en el material sobreyacente al conducto, producto del fenómeno de arqueo. Se observa también la generación de zonas de concentración de esfuerzos verticales en los bordes exteriores de los planos verticales que pasan por



(a) Esfuerzo normal



(b) Esfuerzo cortante

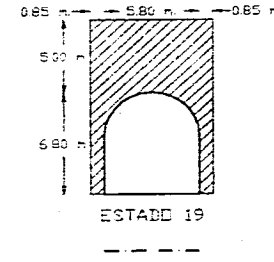
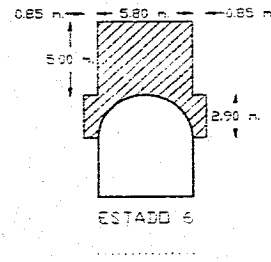
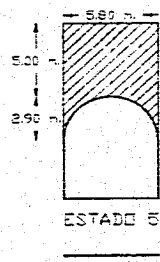
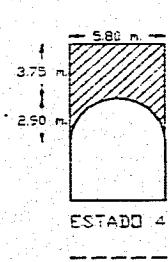


Fig 4.9 Relación de esfuerzos máximos que actúan sobre la alcantarilla (para diferentes relaciones E_c/E_t) respecto al esfuerzo máximo $E_c/E_t = 1$

las orillas del colchón; conforme disminuye la relación E_c/E_s , estas concentraciones aumentan en extensión y magnitud. Con esto, se confirma la hipótesis de que a medida que aumenta la compresibilidad del material del colchón respecto al material del resto del terraplén, aumenta la transferencia de carga del prisma central a los prismas laterales, dando origen al fenómeno de arqueo.

La generación de zonas de concentración de esfuerzos se observa en menor medida en los estados 6 y 19; como se mencionó anteriormente, el hecho de crear zonas de mayor compresibilidad en los prismas laterales adyacentes al conducto, disminuye la magnitud de los esfuerzos cortantes, con la consecuente disminución en la transferencia de carga. En los estados 6 y 19 (Figs 4.13 y 4.14) la existencia de estas zonas de mayor compresibilidad no influye de manera importante en la transferencia de carga, pues el incremento del σ_{vmax} es de 2% y 4% respecto al estado 5; sin embargo se notan cambios importantes en la configuración de los estados de esfuerzos a medida que la relación E_c/E_s es más pequeña: se observa que los esfuerzos horizontales y verticales en las paredes de la alcantarilla tienden a un mismo rango de valores; por otro lado las concentraciones de esfuerzos se *alejan* del entorno de la alcantarilla, con el consecuente beneficio para el comportamiento estructural de la misma.



Estado de esfuerzos verticales



Estado de esfuerzos horizontales

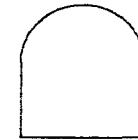
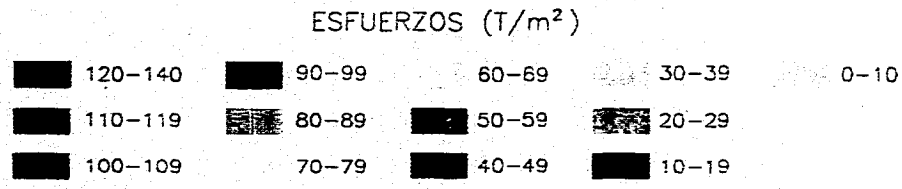


Fig 4.10 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 0.

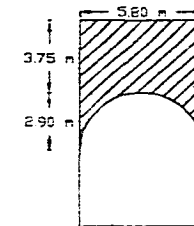
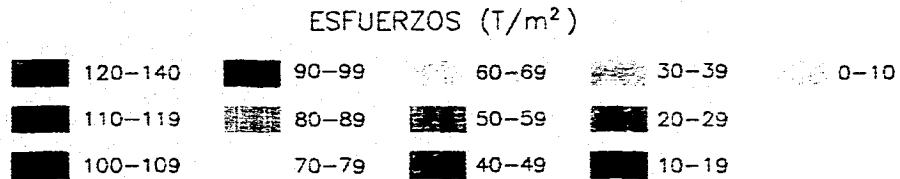
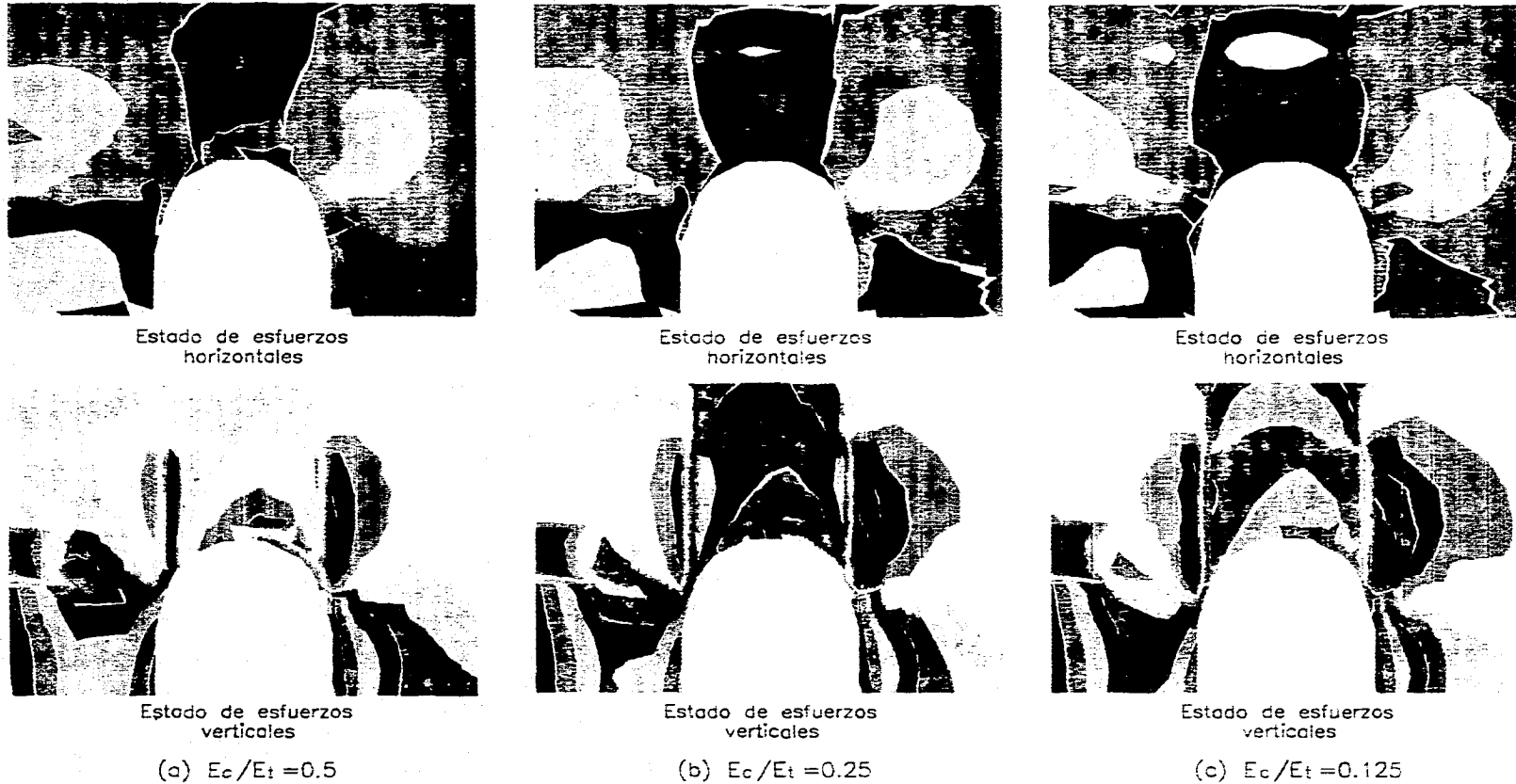


Fig 4.11 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 4.

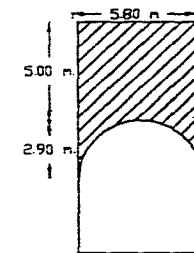
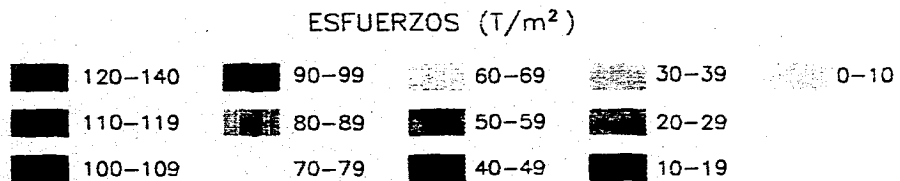
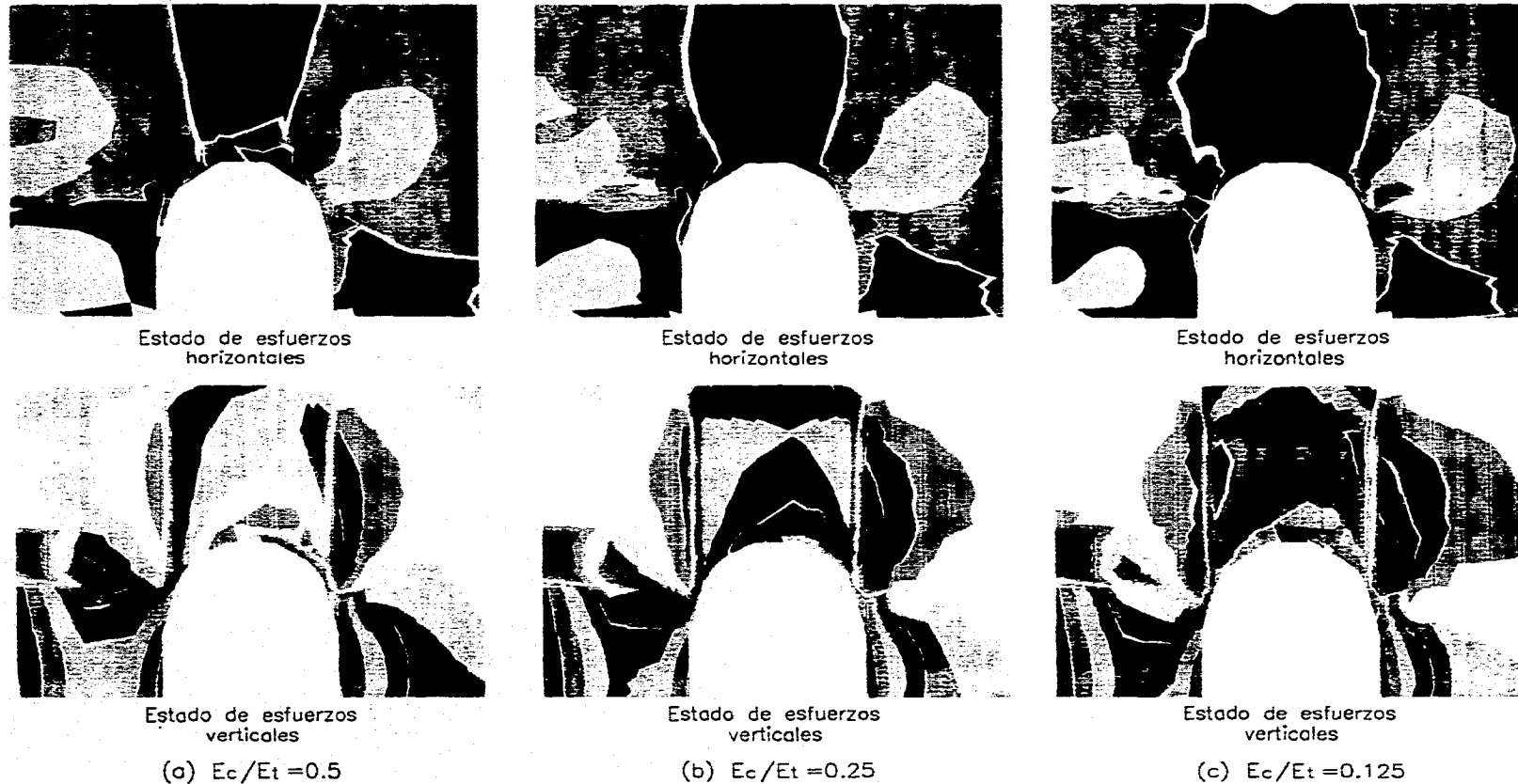


Fig 4.12 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 5.

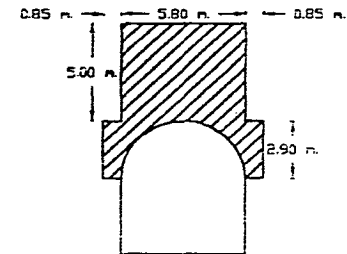
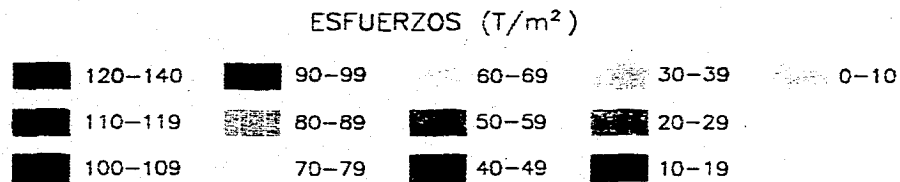
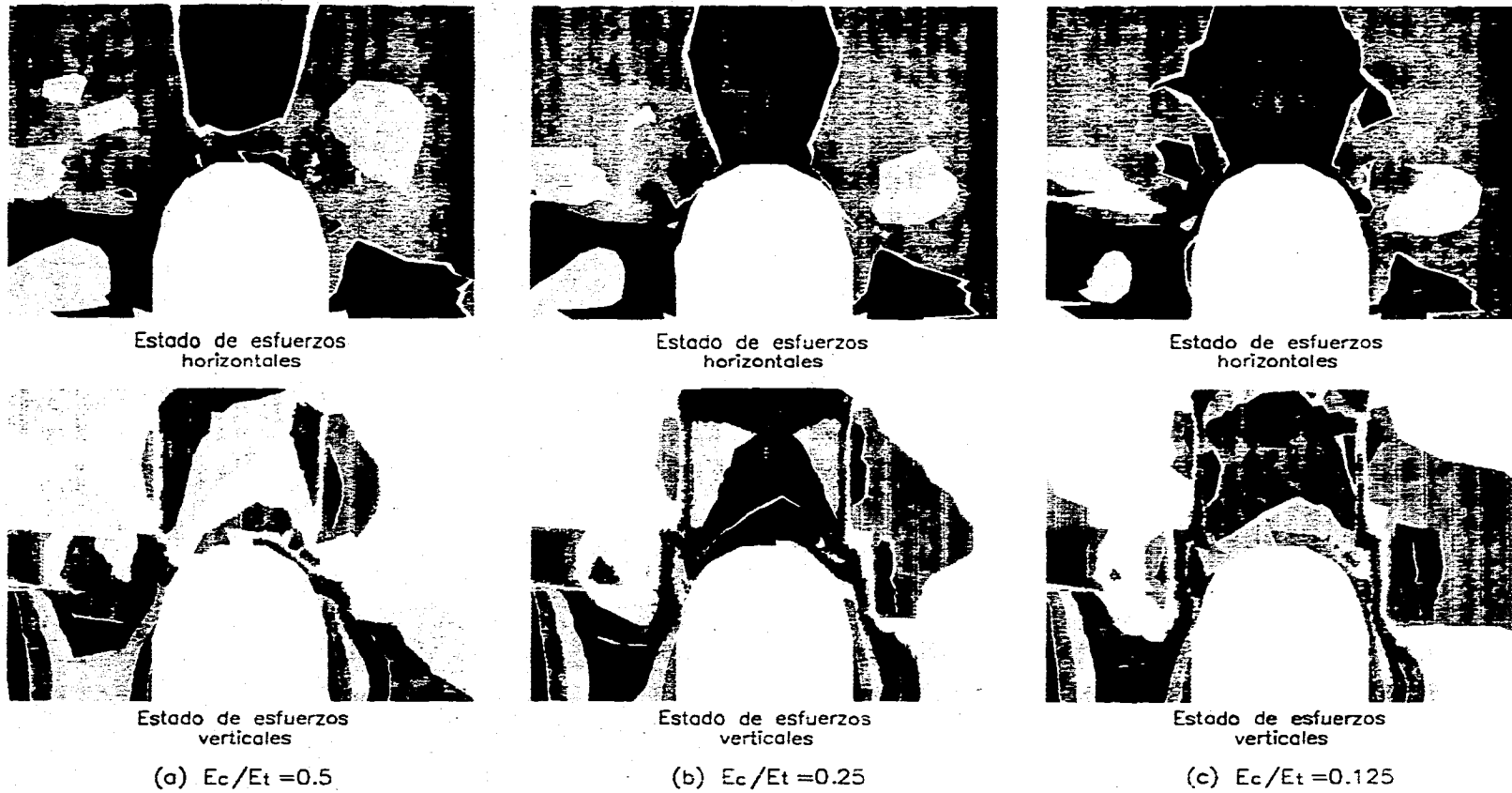


Fig 4.13 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 6.

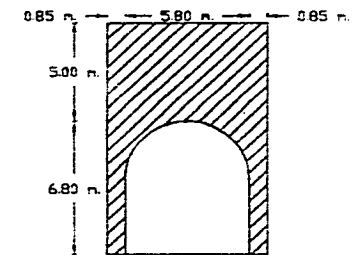
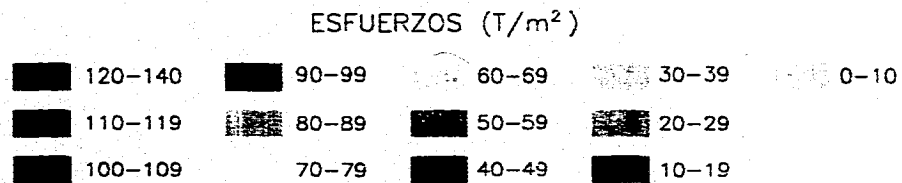
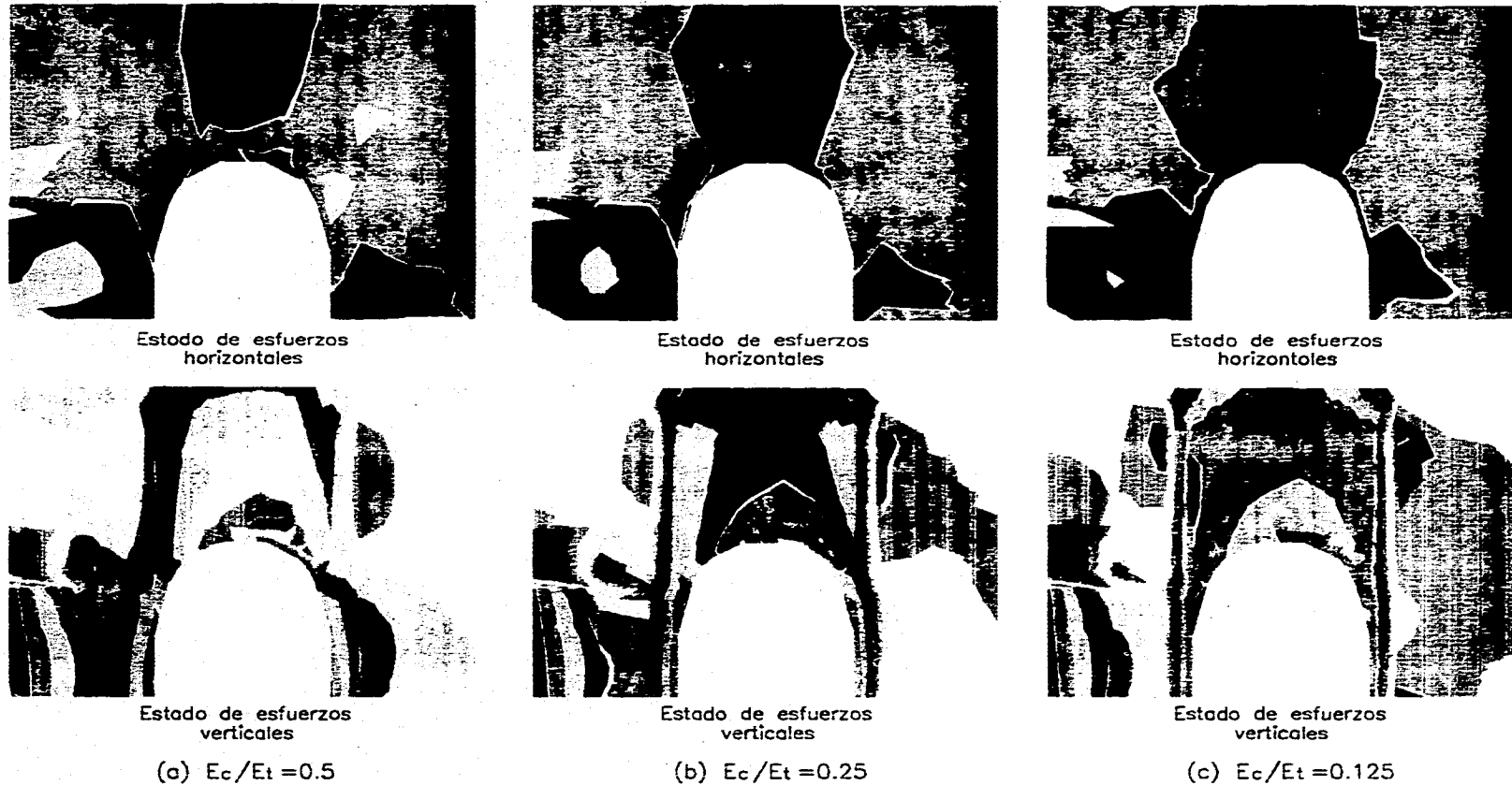


Fig 4.14 Estado de esfuerzos horizontales y verticales en la vecindad de la alcantarilla. Estado 19.

Como se mostró en la Fig 4.1, los desplazamientos en terraplenes de material homogéneo están íntimamente ligados al módulo de elasticidad del material; conforme aumenta el módulo de elasticidad, los desplazamientos experimentados por el terraplén tendrán menores magnitudes. En un terraplén de material heterogéneo, para evaluar los desplazamientos en la corona del terraplén inducidos por la presencia de una alcantarilla colocada en zanja imperfecta, se llevó a cabo un análisis con el Método del Elemento Finito, suponiendo un módulo de elasticidad de 4000 T/m^2 en los estados con la relación de módulos propuestos.

La Fig 4.15 muestra los desplazamientos horizontales y verticales de un punto situado en la corona del terraplén directamente sobre la clave de la alcantarilla. Se observa que a medida que la relación de módulos de elasticidad disminuye y el área de la sección transversal del colchón se incrementa, los desplazamientos verticales aumentan en magnitud; el mayor desplazamiento vertical está asociado, en el estado 19, a una relación $E_c/E_r=0.125$. Conforme la relación de módulos de elasticidad disminuye, el punto sobre la corona del terraplén se desplaza menos horizontalmente. La Fig 4.16 muestra los asentamientos de la corona del terraplén. De la misma manera, se observa que a mayor área transversal del colchón y menor relación de módulos de elasticidad, la corona sufre mayores asentamientos. Sin embargo se considera que la diferencia entre los asentamientos del Estado 0 (material sin colchón) y el Estado 19- $E_c/E_r=0.125$ es relativamente pequeña (de 4.69 cm.), y puede ser tolerada en función de los beneficios que reporta al problema de concentración de esfuerzos y al diseño estructural del conducto.

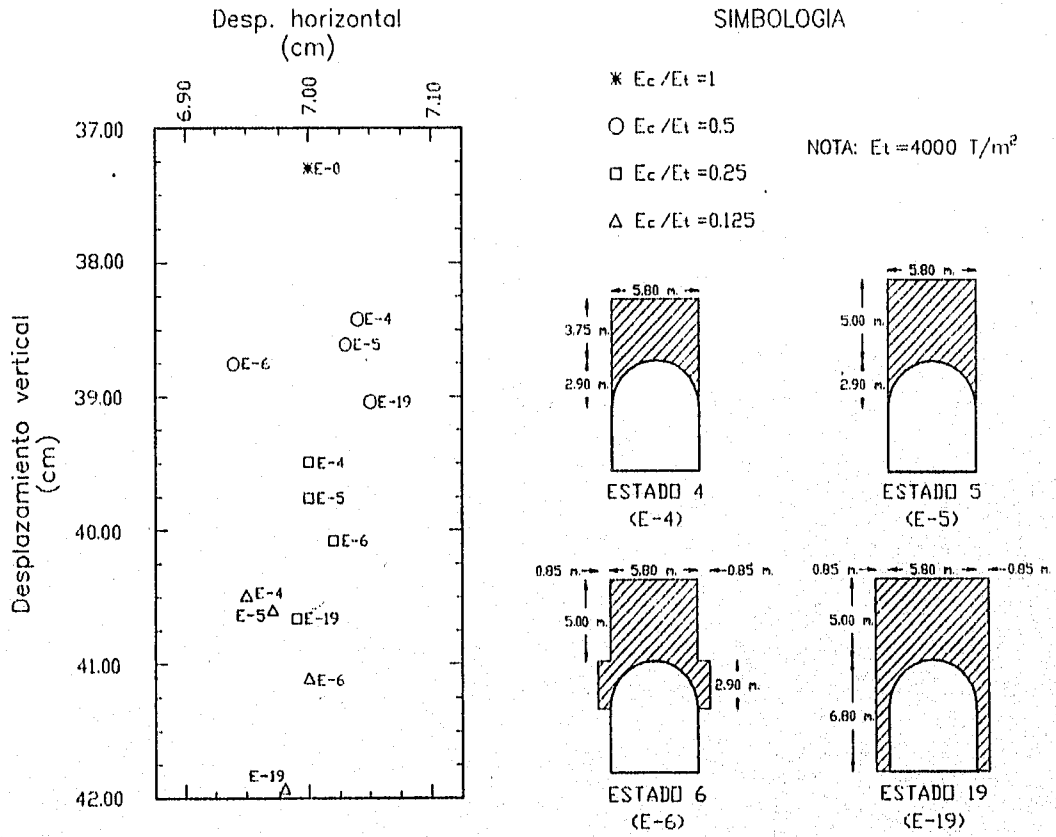
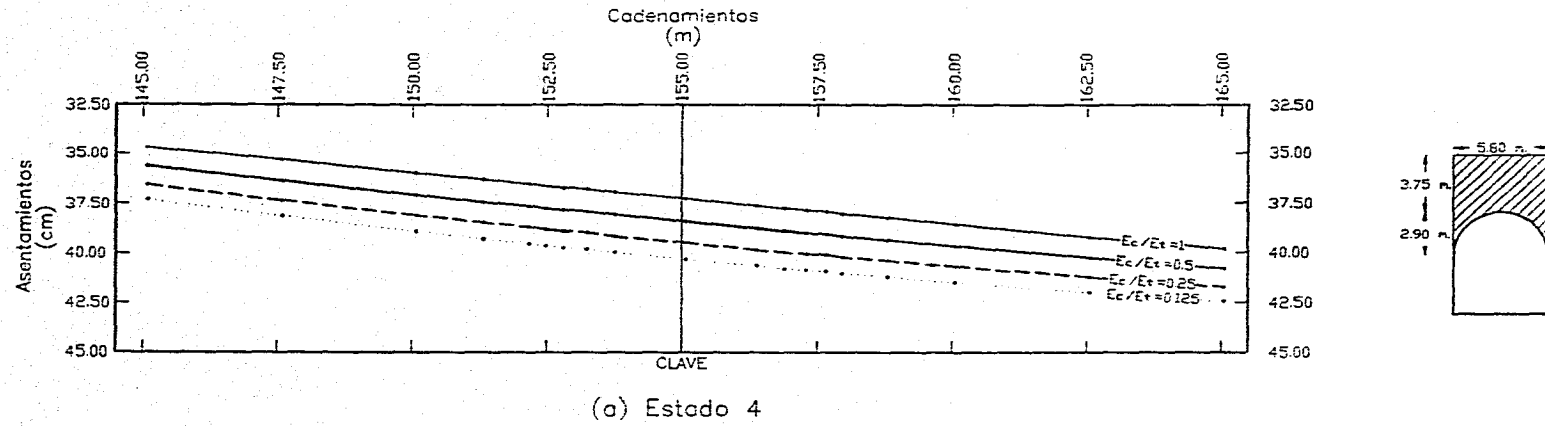


Fig 4.15 Desplazamientos horizontales y verticales de un punto situado en la carona del terraplén sobre la clave de la alcantarilla.



NOTA: $E_t = 4000 \text{ T/m}^2$

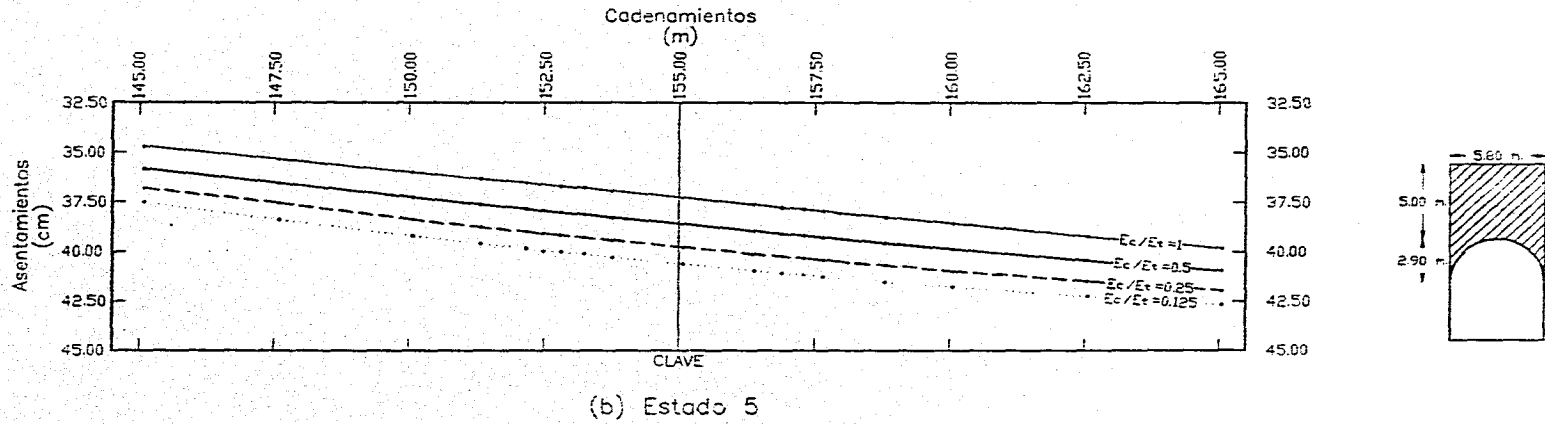
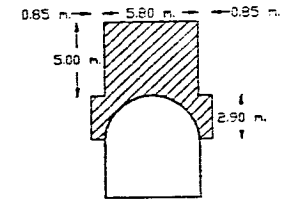
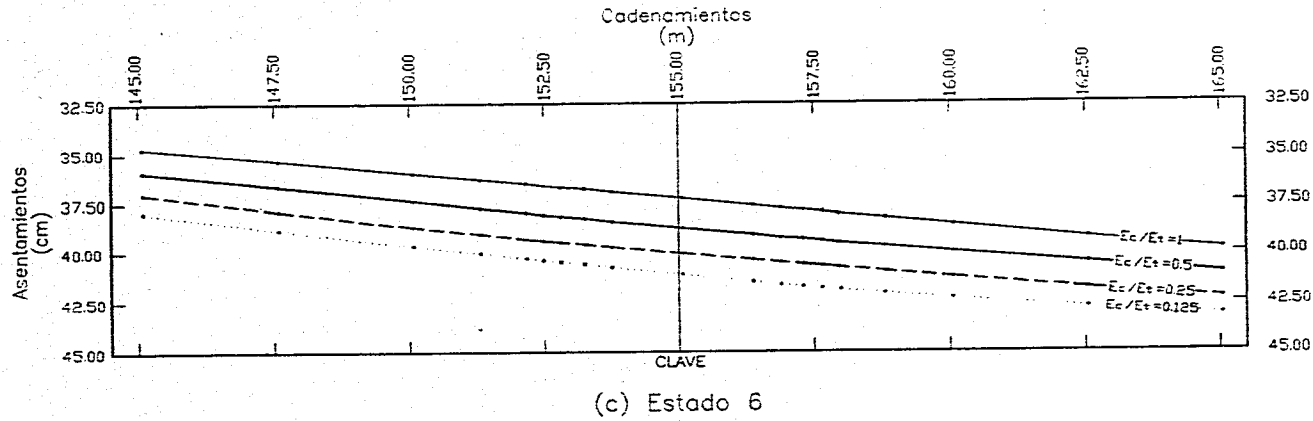


Fig 4.16 Desplazamientos nodales en la corona del terraplén



NOTA: $E_t = 4000 \text{ T/m}^2$

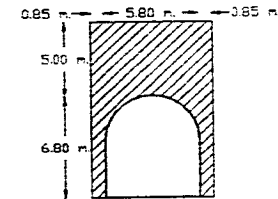
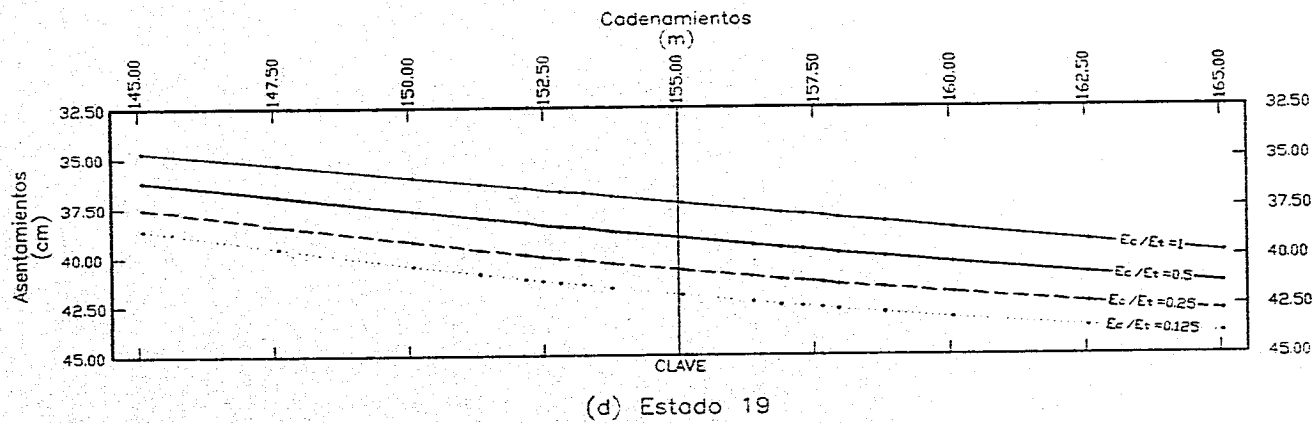


Fig 4.16 Desplazamientos nodales en la corona del terraplén

Por otra parte, con el fin de percibir gráficamente la evolución del fenómeno de arqueado al variar la geometría del colchón y la relación E_c/E_p , se estudiaron las zonas en las que el material falló en la vecindad de la alcantarilla. Se utilizó el criterio de falla de Mohr-Coulomb, definido por la expresión:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \tan^2 \left[45^\circ + \frac{\phi}{2} \right]$$

donde:

σ_1 : Esfuerzo principal mayor

σ_3 : Esfuerzo principal menor

ϕ : Angulo de fricción interna

Como no se contó con información acerca de las propiedades mecánicas del material que compone el terraplén, se consideró un valor de $\phi=40^\circ$, ya que es representativo de los materiales que conforman este tipo de terraplenes.

En las Figs 4.17 a 4.20 se observan las zonas de plastificación del material. Se aprecia que para cada uno de los Estados las zonas de falla están localizadas en áreas contiguas a los planos verticales que pasan por los bordes del colchón, mismas que coinciden con las zonas de concentración de esfuerzos verticales y zonas donde los esfuerzos horizontales ven reducida su magnitud. Dado que las direcciones de los esfuerzos principal mayor y principal menor se asemejan a las de los esfuerzos verticales y horizontales respectivamente, es de esperarse un incremento en la relación σ_1/σ_3 tal, que sea superior al valor reportado por el criterio de falla de Mohr-Coulomb ($\sigma_1/\sigma_3=4.6$). La plastificación de zonas aledañas al colchón de material más compresible muestra el desarrollo del fenómeno de arqueado, dada la transferencia de esfuerzos del prisma central a los prismas laterales.

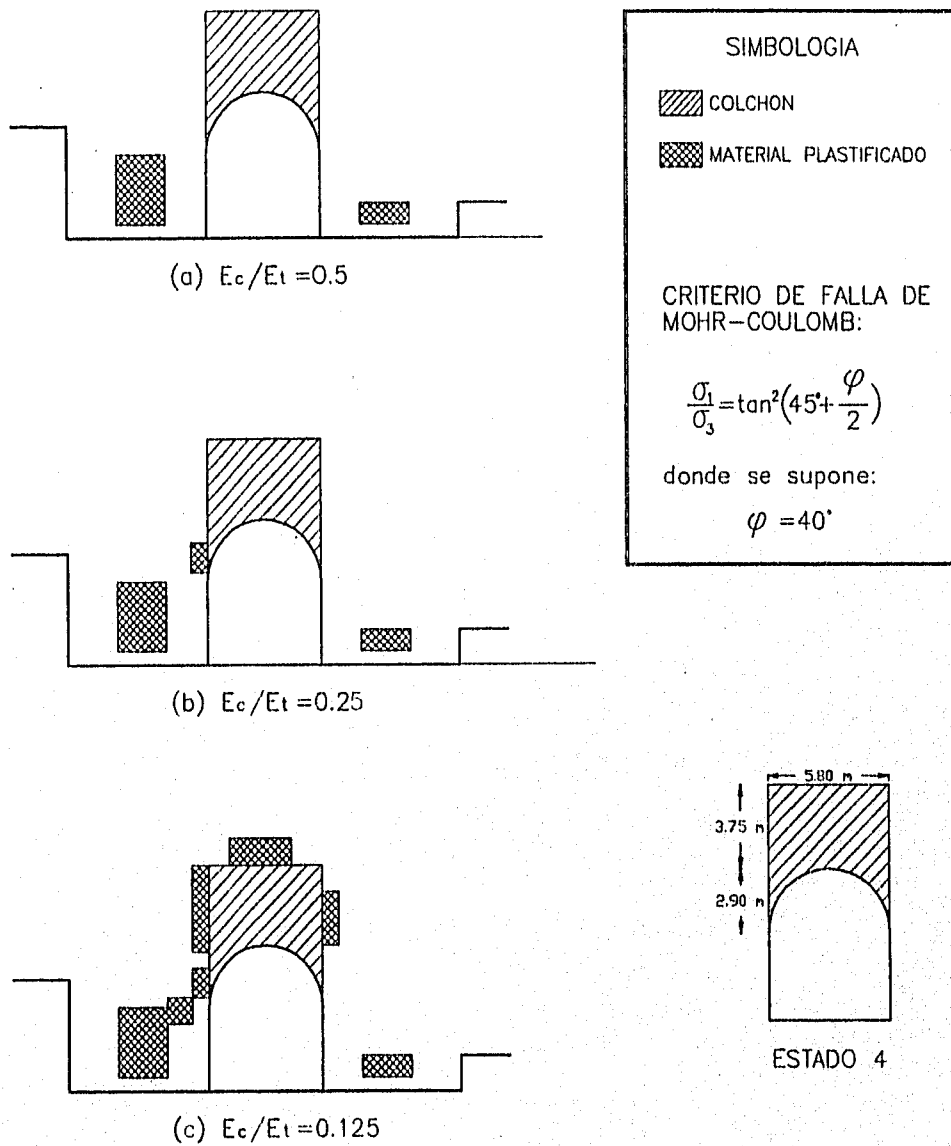


Fig 4.17 Zonas de plastificación según el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Estado 4. Método del Elemento Finito.

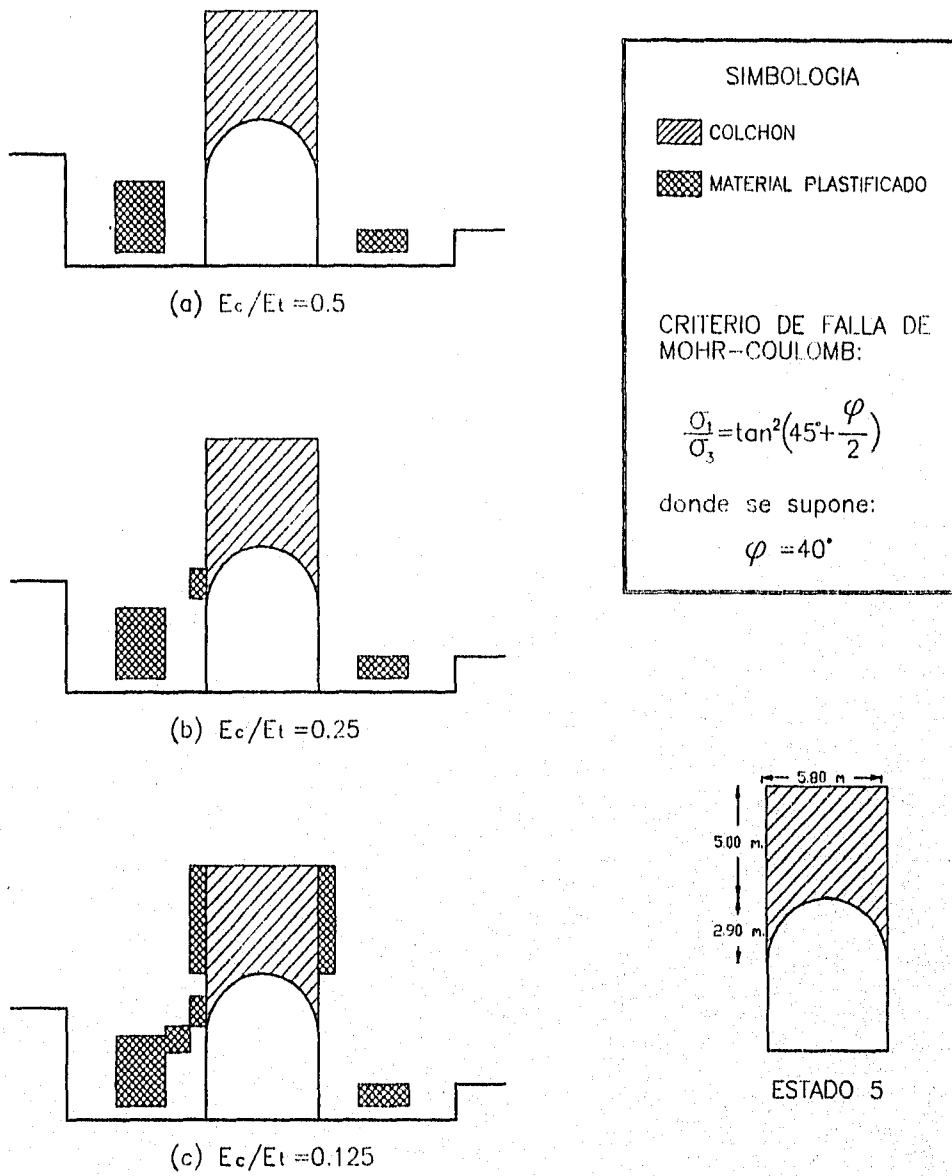


Fig 4.18 Zonas de plastificación según el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Estado 5. Método del Elemento Finito.

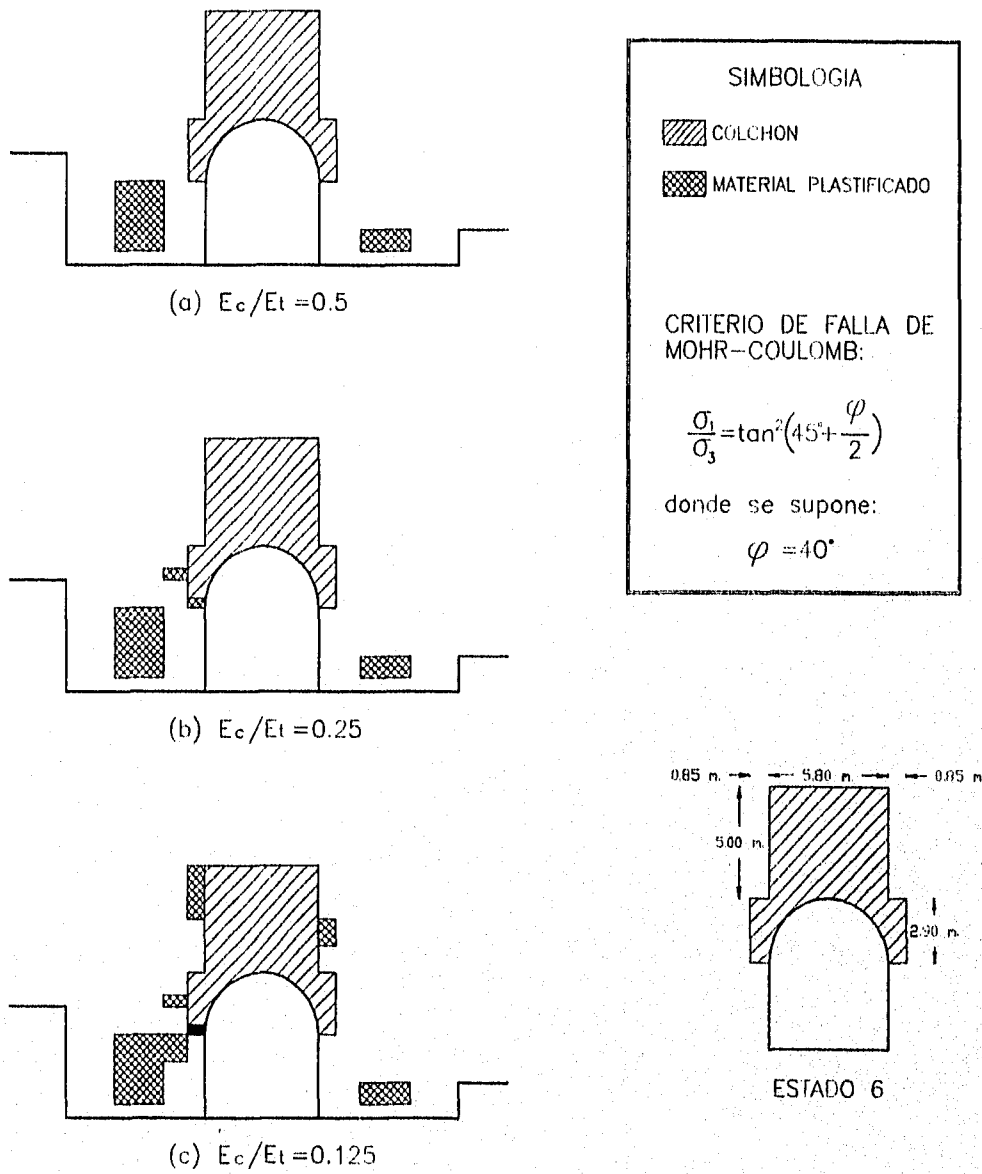


Fig 4.19 Zonas de plastificación según el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Estado 6. Método del Elemento Finito.

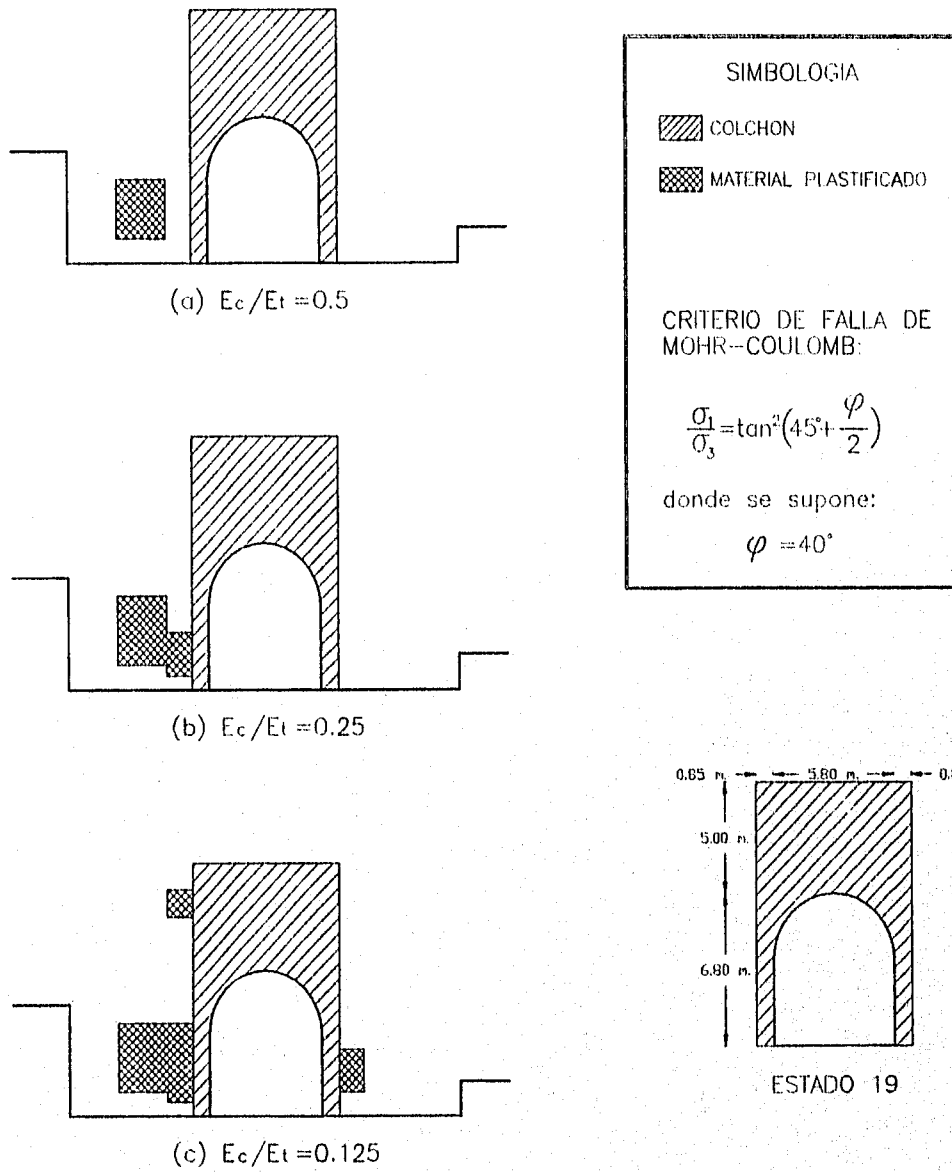


Fig 4.20 Zonas de plastificación según el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Estado 19. Método del Elemento Finito.

Respecto a la comparación con métodos analíticos, el único método que toma en cuenta la existencia de una zanja de material de mayor compresibilidad colocado sobre el conducto y que permite una comparación con los resultados del Método del Elemento Finito, es el debido a Marston-Spangler. Sin embargo, este método presenta dos limitaciones serias: la primera, es que no toma en cuenta, de manera satisfactoria, la relación de módulos de elasticidad del material del colchón y del material del terraplén; la segunda es que no da suficiente información acerca de los valores de la relación de asentamientos, r_{sd} (que está en función de la relación E_c/E_t), y que resulta indispensable para el cálculo de los coeficientes de carga y la posterior evaluación de la magnitud de la carga sobre la clave del conducto. Spangler sugiere valores de r_{sd} entre -0.30 y -0.50; los valores negativos más grandes de r_{sd} se utilizan cuando el material colocado en el colchón es más compresible.

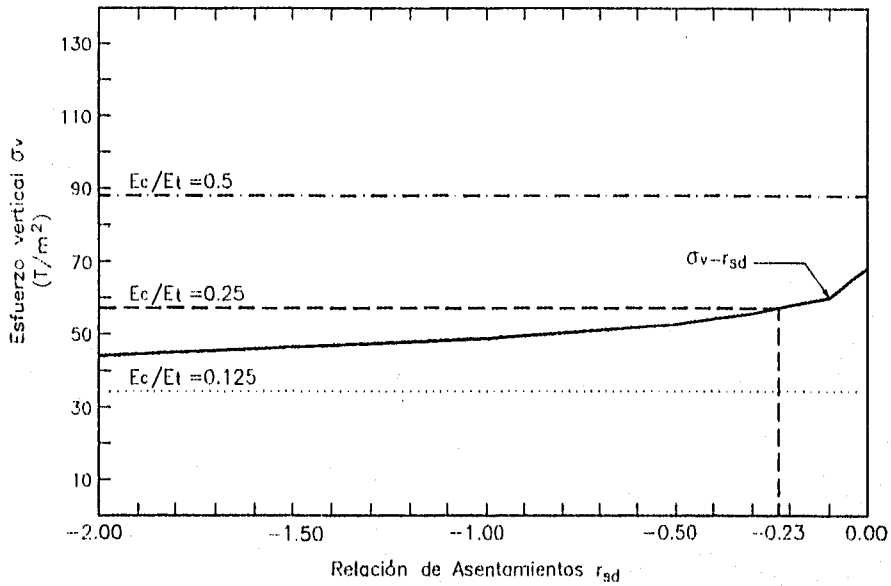
Se utilizaron los estados 4 y 5 para comparar los resultados obtenidos por el M.E.F. y los calculados por el método de Marston-Spangler, puesto que guardan similitudes geométricas con las hipótesis de partida del método analítico. En el estado 4 la altura de colchón (h_c) es de 3.75 m; $B_c=5.80$ m., o sea la parte curva del techo de la bóveda; la relación de proyección p' se estima como $p'=h_c/B_c$ (Fig 2.8), es decir, $p'=0.65$. Del mismo modo, para el estado 5, $h_c=5.00$ m. y la relación de proyección $p'=0.86$; $H/B_c=42/5.8=7.24$. Mediante las relaciones de la Tabla 2.4, es posible el cálculo de los coeficientes de carga, que resultan:

Altura del colchón	r_{sd}	0.00	-0.10	-0.30	-0.50	-1.00	-2.00
	p'						
3.75 m (Estado 4)	0.50	6.40	5.67	5.28	5.02	4.65	4.17
	0.65	6.19	5.46	5.06	4.79	4.43	4.00
5.00 m (Estado 5)	0.86	5.89	5.16	4.75	4.47	4.12	3.75
	1.00	5.69	4.96	4.54	4.25	3.92	3.59

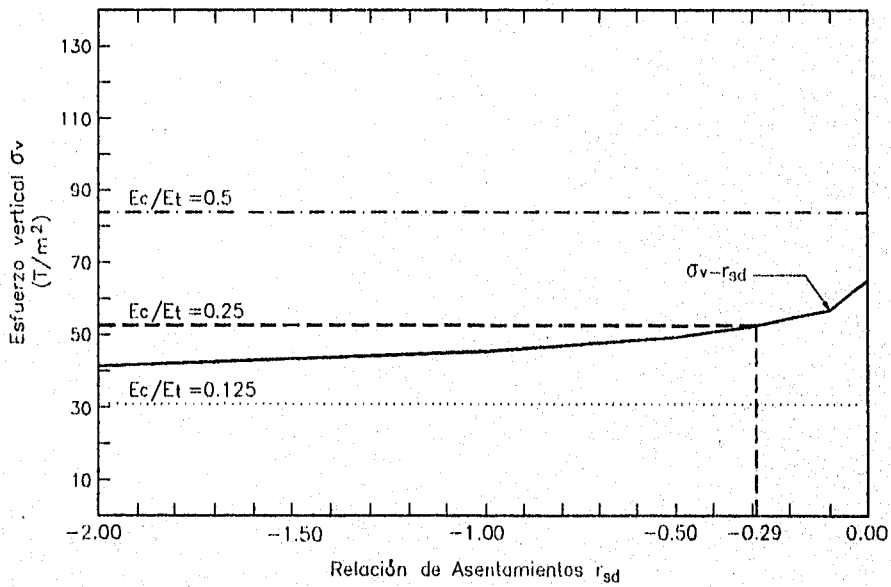
Los esfuerzos verticales en la clave de la alcantarilla se evalúan según la expresión deducida por la teoría de Marston-Spangler. Estos son:

Altura de colchón	r_{sd}	0.00	-0.10	-0.30	-0.50	-1.00	-2.00
	p'						
3.75 m (Estado 4)	0.65	68.21	60.17	55.76	52.79	48.82	44.08
5.00 m (Estado 5)	0.86	64.91	56.86	52.35	49.26	45.40	41.33

Por las razones expuestas anteriormente, no es posible seleccionar *a priori* un valor de r_{sd} que tome en cuenta la diferencia en compresibilidad entre el colchón y el terraplén; sin embargo, a partir de un esfuerzo conocido es posible obtener la relación de asentamientos correspondiente, según el método de Marston-Spangler. Este procedimiento es mostrado en la Fig 4.21. Para el esfuerzo vertical correspondiente a la relación $E_c/E_t=0.25$, se obtiene una relación de asentamientos de 0.29 para el Estado 4 y de 0.21 para el Estado 5; si bien ambas relaciones de asentamiento quedan fuera del rango de relaciones de asentamiento r_{sd} sugerido, ambas pueden compararse satisfactoriamente con la teoría de Marston-Spangler. Sin embargo, se observa que los esfuerzos verticales sobre la clave debidos a las relaciones $E_c/E_t=0.5$ y $E_c/E_t=0.125$ quedan fuera del dominio de los valores r_{sd} propuestos. De aquí la limitación de este método, pues no toma en cuenta la relación de módulos de elasticidad en la determinación de la carga sobre la clave de la alcantarilla.



(a) Estado 4 ($h_{\text{colchón}} \approx 3.75$ m.)



(b) Estado 5 ($h_{\text{colchón}} \approx 5.00$ m.)

Fig 4.21 Curvas de esfuerzo en la clave de la alcantarilla contra relación de asentamientos por el Método de Marston-Spangler para conductos en zanja imperfecta o pseudozanja. Comparación con el Método del Elemento Finito.

ELEMENTOS MECÁNICOS EN LA ALCANTARILLA

En lo anterior se determinaron los esfuerzos normales y cortantes que actúan sobre la alcantarilla colocada en zanja imperfecta o pseudozanja así como el estado de esfuerzos horizontales y verticales en la masa del suelo adyacente a ella; la magnitud de los esfuerzos está en función de la geometría del material del colchón y la relación que guarda su módulo de elasticidad con el del resto del terraplén. Si bien la correcta combinación de estas variables proporciona una solución satisfactoria al problema de arqueado invertido (concentración de esfuerzos), una solución adecuada desde el punto de vista estructural será aquella que reporte los elementos mecánicos más favorables al conducto. Partiendo de este hecho, las Figs 4.22, 4.23 y 4.24 muestran los elementos mecánicos que actúan sobre la alcantarilla para cada uno de los sistemas de cargas asociados a los estados de esfuerzos analizados en este trabajo. Dichos sistemas están compuestos por cargas concentradas que fueron evaluadas a partir de las Figs 4.7 y 4.8, y su valor es el del esfuerzo por el área tributaria del elemento en donde actúa el esfuerzo en cuestión. De esta forma, para cada elemento de la alcantarilla, se obtuvo una fuerza perpendicular (fuerza normal) y una fuerza paralela (fuerza rasante) aplicadas en el centro del elemento.

Como se aprecia, los elementos mecánicos guardan una relación directamente proporcional con la relación de módulos de elasticidad. En la medida en que la relación de módulos de elasticidad decrece, los elementos mecánicos generados a partir de los estados de esfuerzo asociados a la relación E_c/E_s , experimentan el mismo comportamiento.

Conforme la relación E_c/E_s , disminuye, la distribución de momentos flexionantes sufre una reducción en magnitud sobre el techo curvo de la bóveda y en sus paramentos verticales y experimenta

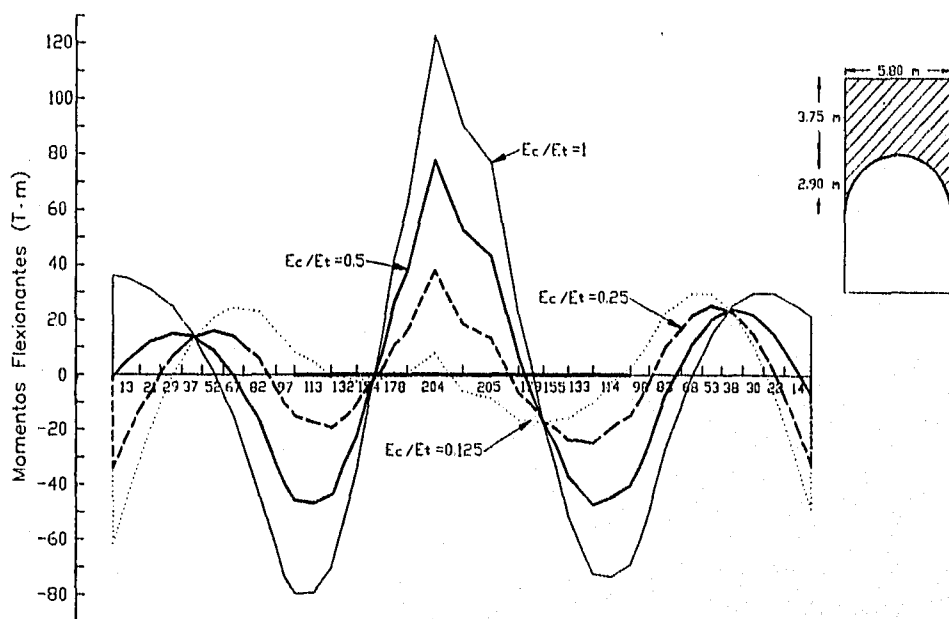
un aumento en los estrados de la alcantarilla (Fig 4.22). Si bien es más fácil y económico proporcionar una sección resistente a los momentos flexionantes en los estrados que en los paramentos y techo del conducto (distribuciones de momentos debidas a estados de esfuerzos originados por relaciones bajas de módulos de elasticidad), y esta parecería una adecuada solución desde el punto de vista estructural, en la práctica son preferibles distribuciones de esfuerzos que generen momentos flexionantes máximos de magnitud similar, con el objeto de proporcionar secciones resistentes de geometría constante a lo largo del perímetro de la alcantarilla.

El estado 19, y para cada relación de módulos de elasticidad, da los menores momentos flexionantes a lo largo del conducto. Para la relación $E_c/E_t=0.25$, este Estado reporta la distribución de momentos flexionantes más favorable para la alcantarilla, dentro del total de casos analizados y tomando en cuenta el razonamiento mencionado con anterioridad.

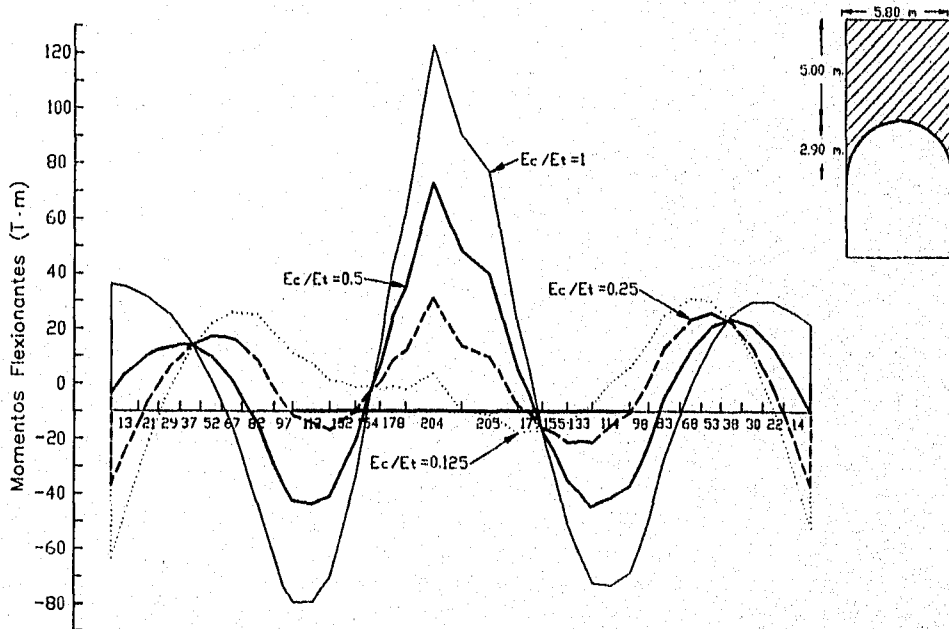
Los diagramas de fuerzas cortantes muestran un rango similar para los estados 4,5 y 19, mientras que el estado 6 reporta los menores cortantes en el techo del conducto presentando diferencias de 59 T., 52 T. y 43 T. respecto a los estados 4, 5 y 19; esto no es así en los estrados y partes inferiores de los paramentos verticales, donde la magnitud de los cortantes es mayor hasta en 50 T. en el estrado izquierdo y hasta 82 T. en el estrado derecho respecto a los estados 4, 5 y 19. A pesar de esto, es preferible proporcionar secciones resistentes a la acción de la fuerza cortante en los estrados de la bóveda que en su techo, por lo que el estado 6 resulta más favorable en el comportamiento de la estructura por fuerza cortante.

Los diagramas de fuerzas normales muestran comportamientos parecidos para los cuatro estados y para las relaciones E_c/E_t . El estado 5 reportó las menores fuerzas normales en la estructura; sin embargo la diferencia en fuerzas normales entre el Estado 6, que reportó las mayores magnitudes de fuerzas normales, y el Estado 5, es pequeña (alrededor de 10 T). El comportamiento de la alcantarilla debido a las fuerzas normales es el mismo para cada uno de los estados, por lo que es indiferente la selección de algún estado buscando un mejor comportamiento en relación con la fuerza normal.

El diseño estructural de cualquier elemento está regido, por orden de importancia, por la distribución de momentos flexionantes, de fuerzas cortantes y fuerzas normales que actúan sobre el mismo. Se aprecia que el estado 19, para una relación $E_c/E_t=0.25$, reúne en general las distribuciones de elementos mecánicos más adecuadas para el diseño estructural de la alcantarilla, por lo que se estima como una solución adecuada para el problema de concentración de esfuerzos y para el diseño estructural de la alcantarilla.

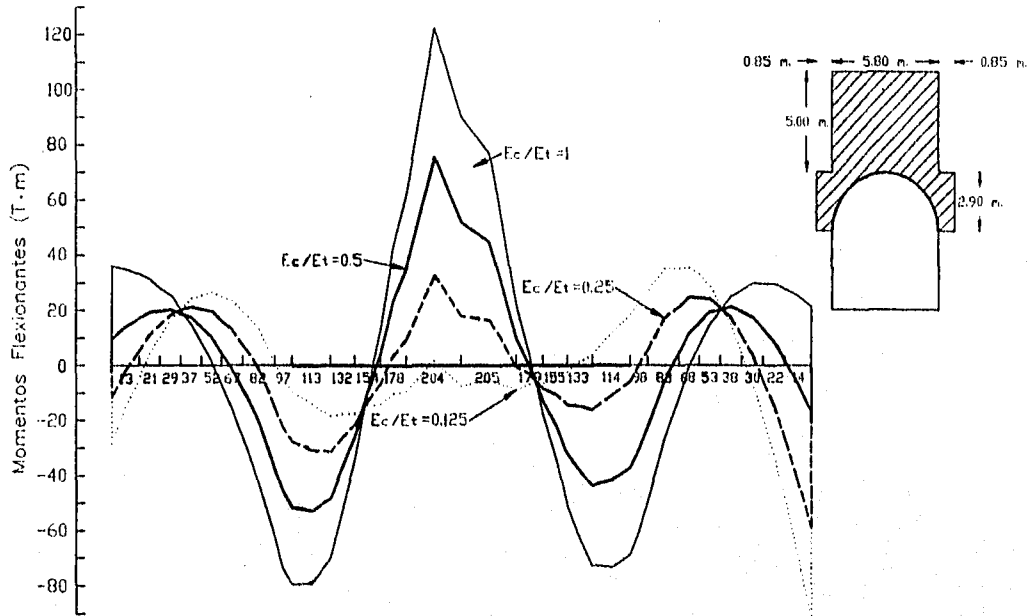


(a) Estado 4

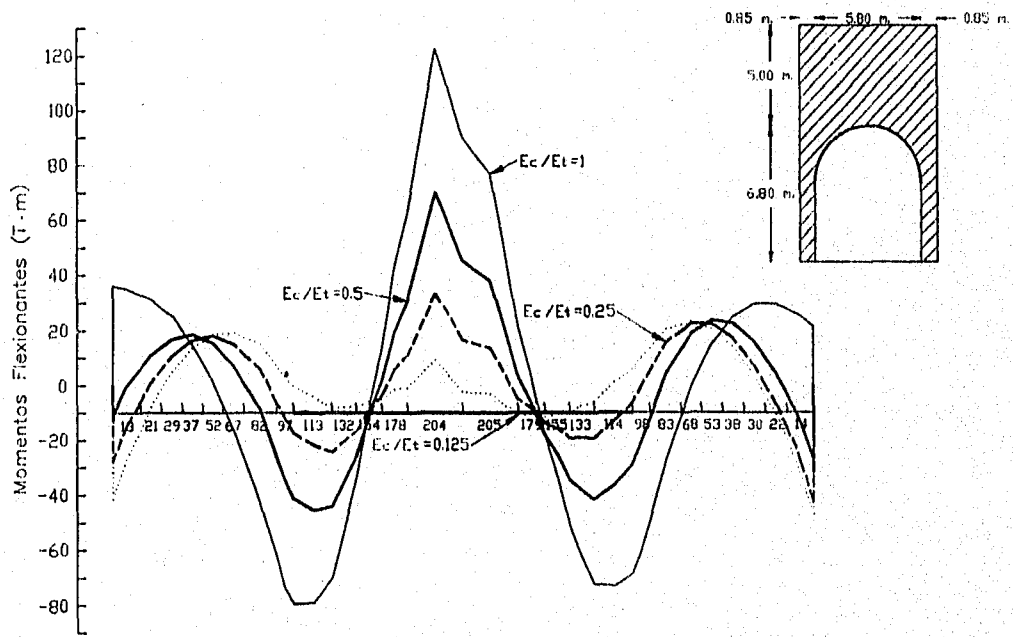


(b) Estado 5

Fig 4.22 Diagramas de momentos flexionantes a lo largo de la pared de la alcantarilla

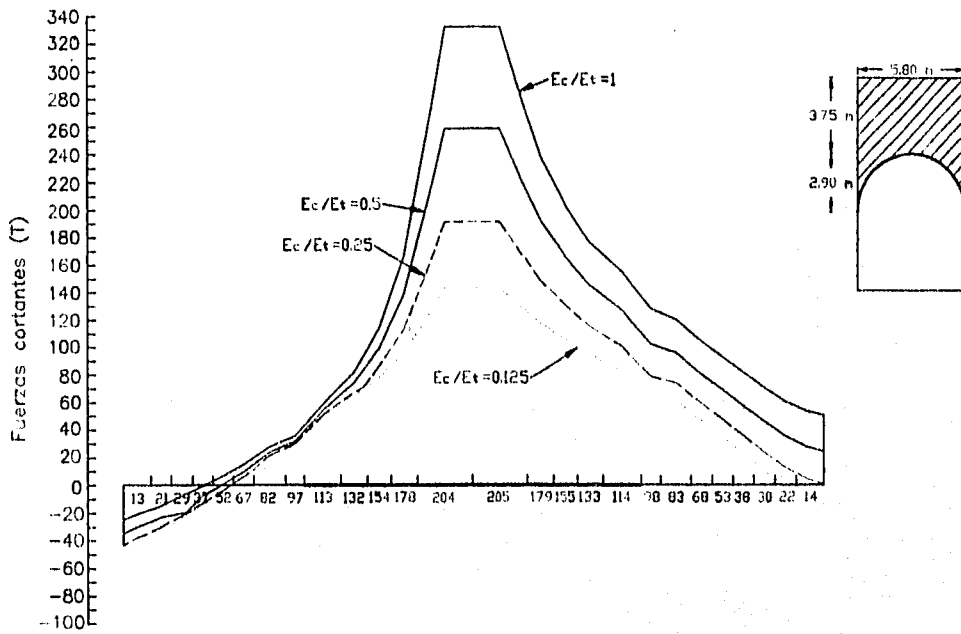


(c) Estado 6

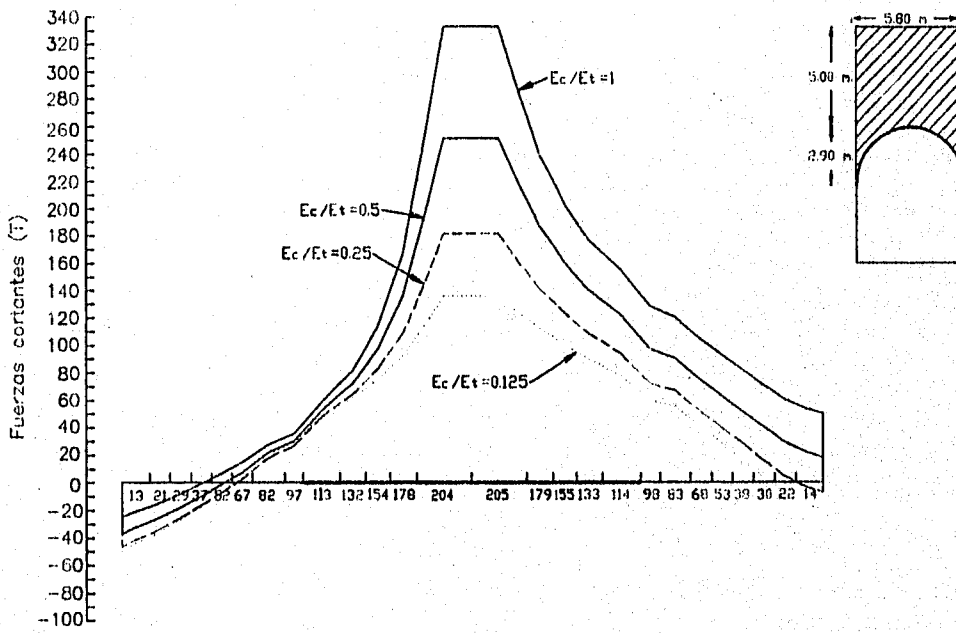


(d) Estado 19

Fig 4.22 Diagramas de momentos flexionantes a lo largo de la pared de la alcantarilla

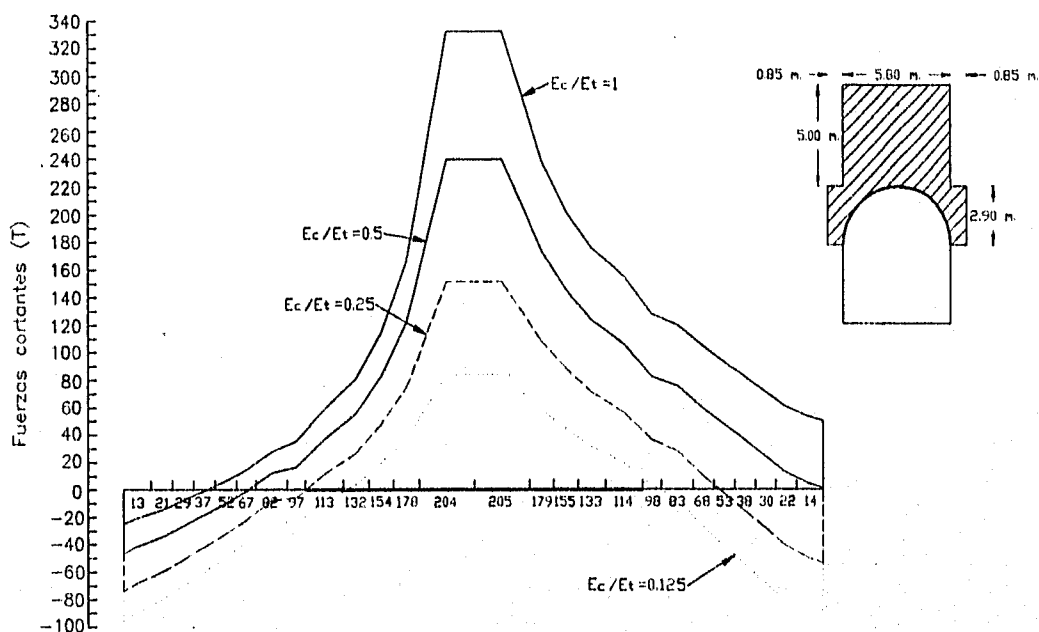


(a) Estado 4

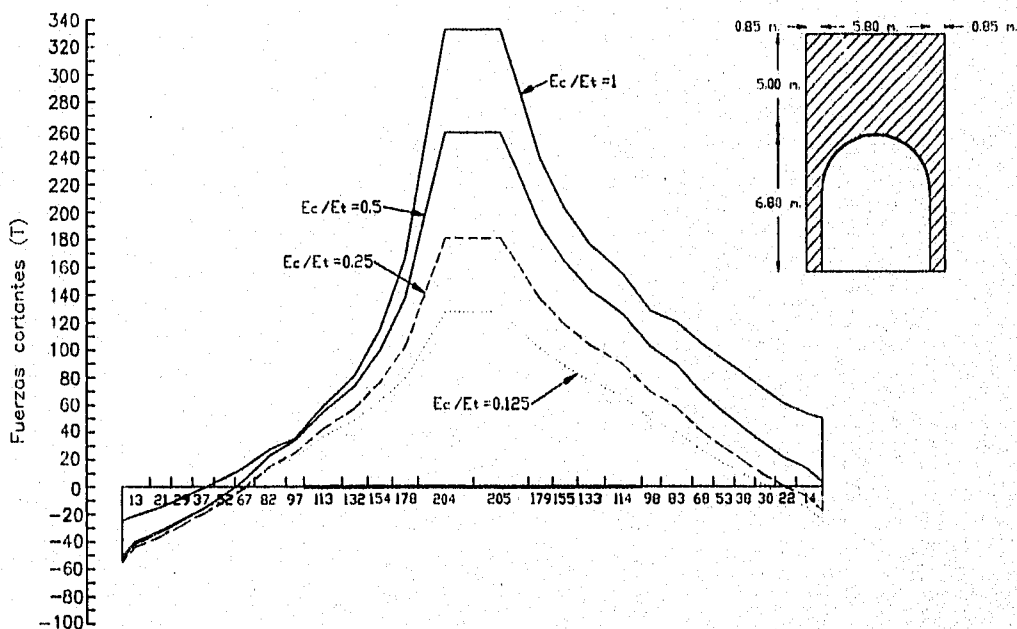


(b) Estado 5

Fig 4.23 Diagramas de fuerzas cortantes a lo largo de la pared de la alcantarilla

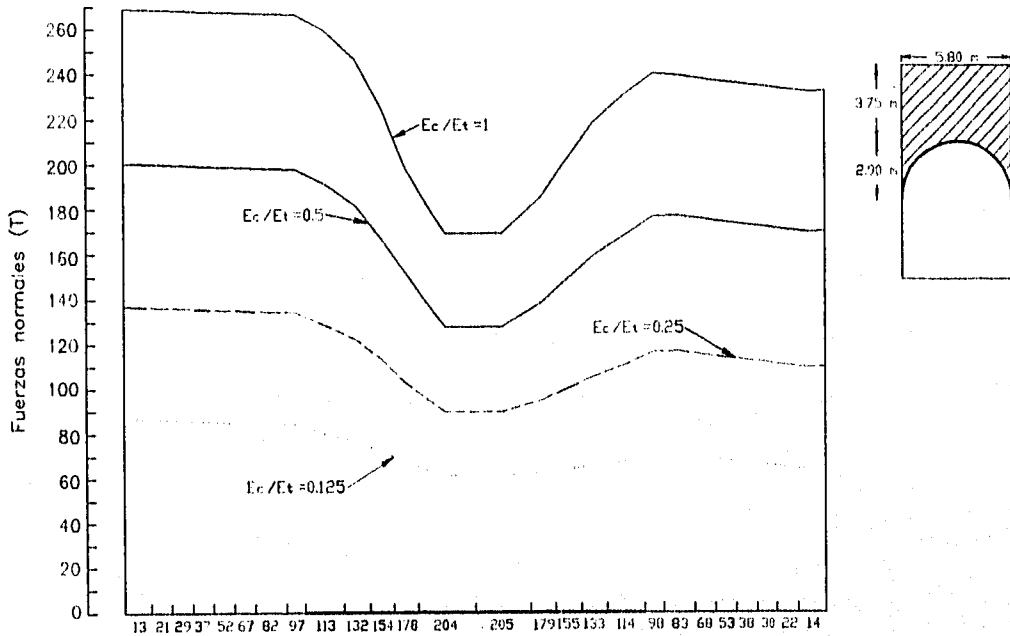


(c) Estado 6

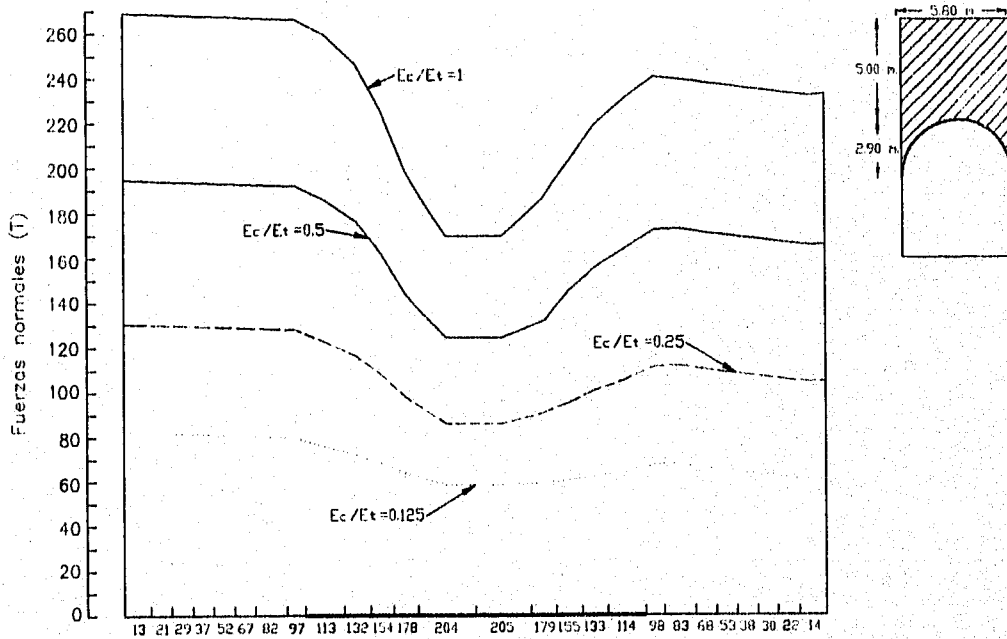


(d) Estado 19

Fig 4.23 Diagramas de fuerzas cortantes a lo largo de la pared de la alcantarilla

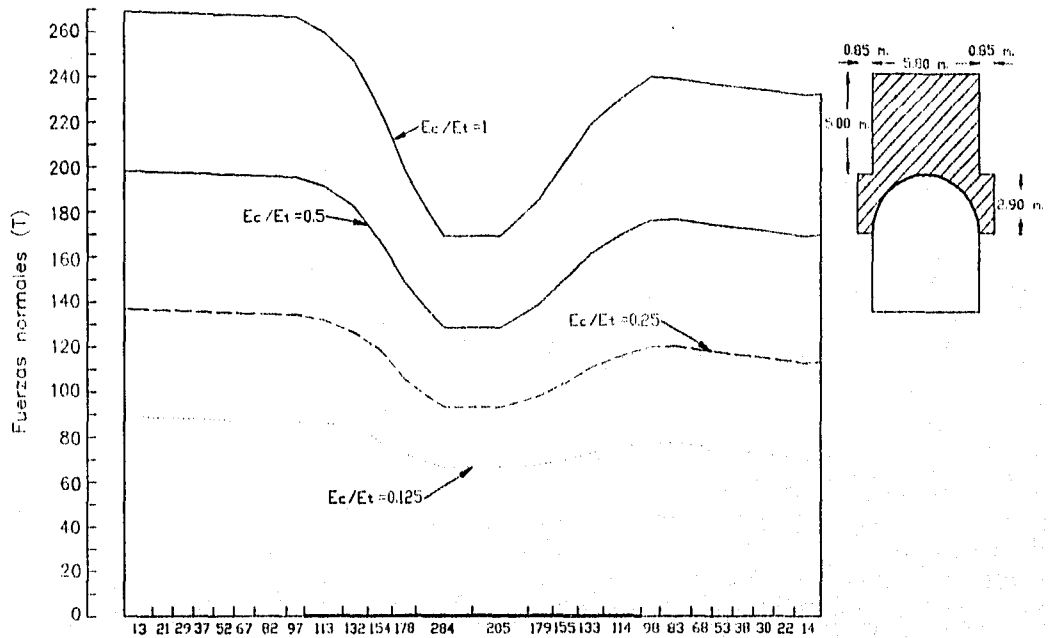


(a) Estado 4

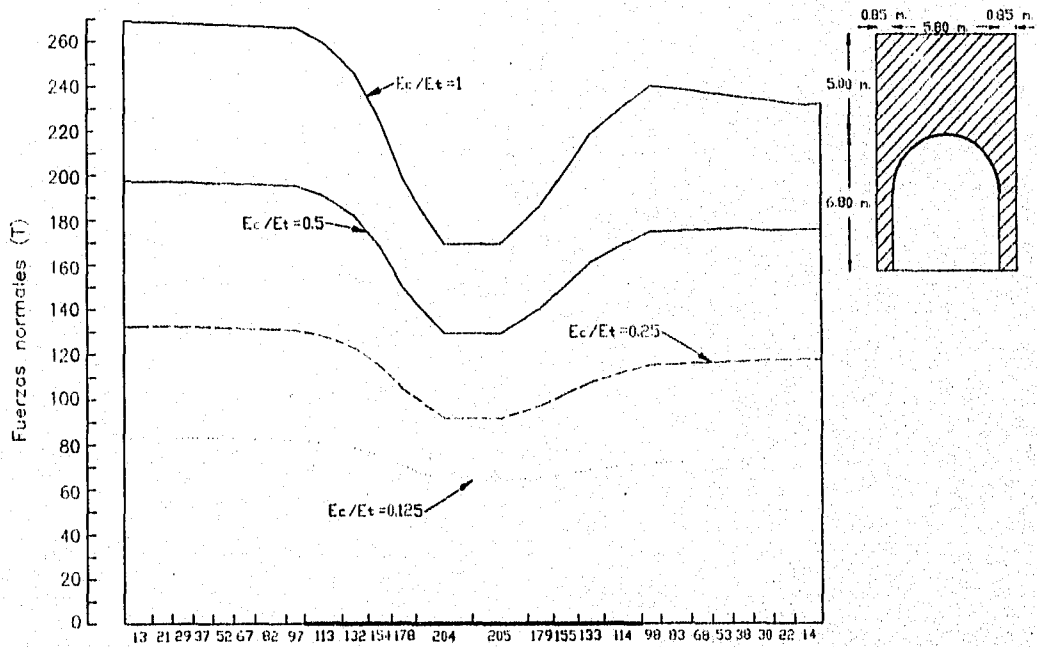


(b) Estado 5

Fig 4.24 Diagramas de fuerzas normales a lo largo de la pared de la alcantarilla



(c) Estado 6



(d) Estado 19

Fig 4.24 Diagramas de fuerzas normales a lo largo de la pared de la alcantarilla

CONCLUSIONES

1. La evaluación de la carga sobre una alcantarilla colocada bajo un terraplén es fundamental para su análisis y diseño. La decisión de construir un terraplén con su respectiva alcantarilla o un puente para resolver el problema de drenaje transversal, dependerá de los resultados de los análisis de factibilidad técnica y económica que a su vez dependen de manera importante de la cuantificación de la carga sobre el conducto.

2. La carga sobre la clave de una alcantarilla no es simplemente el valor del esfuerzo geostático γH del prisma del material que la sobreyace, sino que depende de la rigidez del conducto, de su colocación y de la interacción que guarda el prisma sobreyacente con el conducto y con los prismas de

material adyacente a él. Las relaciones entre estas variables condicionarán la magnitud de la carga sobre la alcantarilla.

3. El procedimiento de colocación condionará la magnitud de la carga sobre la alcantarilla. Una solución al problema de concentración de esfuerzos para la alcantarillas en condición de proyección, es colocar el conducto en zanja imperfecta o pseudozanja. A medida que el material que se coloque en la zanja (o *colchón*) sea más deformable respecto al material del resto del terraplén, se tendrán importantes reducciones en los niveles de esfuerzos que actúan sobre la alcantarilla, con el consiguiente decremento en las magnitudes de los elementos mecánicos asociados a los sistemas de carga. Se ha llegado a experimentar la adición de hojarasca al material del colchón e incluso se ha sustituido este último por pacas de paja con el fin de aumentar la compresibilidad del material sobreyacente a la alcantarilla respecto al material del resto del terraplén (Spangler, 1958).

Por otro lado, la geometría del colchón de material compresible juega también un papel importante en la solución al problema de concentración de esfuerzos. A medida en que se incrementa la altura del colchón sobre el techo de la alcantarilla, se experimentan reducciones en los esfuerzos que actúan sobre el conducto. En este trabajo, se observó que a partir de cierta altura de colchón sobre la clave del conducto, el decremento en los niveles de esfuerzo vertical tiende a un comportamiento asintótico (Fig 5.1). Esto hace pensar en una altura óptima a partir de la cual ya no se producen decrementos sustanciales en el nivel del esfuerzo vertical máximo. De acuerdo a las condiciones del terraplén en estudio y según los resultados obtenidos en este trabajo, se propone como altura óptima la que corresponda al diámetro del conducto, $h_c = B_c$. Por otro lado, el ampliar horizontalmente el colchón a los lados del techo de la alcantarilla no proporciona beneficio alguno; por el contrario, a medida en que

la sección transversal del colchón aumenta más allá de los paramentos del conducto, se tienen incrementos en la magnitud de los esfuerzos actuantes sobre la estructura.

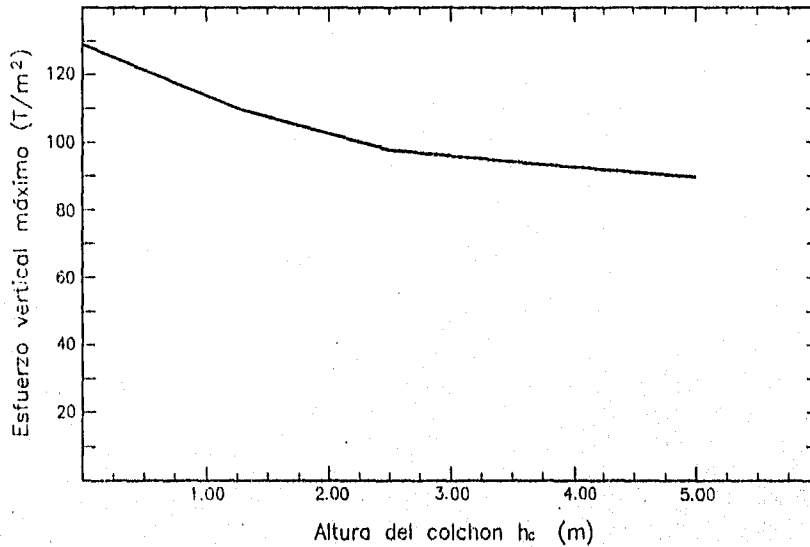


Fig 5.1 Diagrama de esfuerzo vertical máximo–altura del colchón sobre la clave de la alcantarilla

Se propone como solución al problema de concentración de esfuerzos una variante a la colocación del conducto en zanja imperfecta o pseudozanja sugerida en la teoría de Marston-Spangler. Esta consiste en *arrojar* completamente el conducto con material más compresible. Si bien la magnitud de σ_{vmax} que arroja esta propuesta es prácticamente la misma a la arrojada por la geometría sugerida por Spangler para una misma altura de colchón, los elementos mecánicos asociados a los sistemas de cargas generados por la geometría propuesta muestran que es capaz de competir ventajosamente con el resto de las geometrías estudiadas. Los estados de esfuerzo son más favorables, dado que los niveles de esfuerzo que actúan en

las paredes del conducto tienden a un mismo valor, así como el desplazamiento de las zonas de concentración de esfuerzos a los bordes exteriores del colchón, con lo que dichas zonas se *alejan* del conducto.

4. La magnitud de la carga sobre una alcantarilla es función de los desplazamientos relativos entre el prisma de material sobreyacente al conducto y los prismas adyacentes. La compactación es el método tradicional para la formación de terraplenes, pues mejora las propiedades mecánicas del material que lo integra, y se reducen los asentamientos en la masa de suelo compactado; para que la colocación de la alcantarilla en zanja imperfecta o pseudozanja proporcione efectos satisfactorios al problema de concentración de esfuerzos (cualquiera que sea la geometría del colchón), es de suma importancia proporcionar una compactación tal, que la diferencia entre la compresibilidad del material del terraplén y el material del colchón asegure que el prisma sobreyacente al conducto se asiente más que los prismas laterales (independientemente de los asentamientos que sufra el conducto), de tal suerte que los desplazamientos relativos entre prismas den lugar al desarrollo del fenómeno de arqueo. Las magnitudes de las cargas que actúan sobre el conducto estarán en función directa de la relación de compresibilidad (relación de módulos de elasticidad, E_c/E_s) de dichos materiales, tal como se ha demostrado en este trabajo.

5. Aparentemente existe una relación de módulos de elasticidad óptima a partir de la cual ya no se obtienen decrementos sustanciales en la magnitud de los esfuerzos que actúan en la alcantarilla. Se considera que a partir de valores de relación E_c/E_s , menores que 0.2 no se experimentarán decrementos importantes en la magnitud de los esfuerzos.

6. Si bien los asentamientos en la corona del terraplén inducidos por la geometría del colchón propuesta son mayores que para las demás, estos no son excesivos (para un punto en la corona situado directamente sobre la clave de la alcantarilla y considerando el módulo de elasticidad del terraplén $E_t=4000 \text{ T/m}^2$ y una relación $E_c/E_t=0.125$, se obtiene un asentamiento de 4.69 cm. mayor que si no se tuviera ningún tipo de colchón). Esto pudiera tolerarse dados los beneficios que reporta al comportamiento estructural de la alcantarilla.

7. Desde un punto de vista estructural, parecería que la geometría de colchón y relación de módulos de elasticidad que ofrezcan la mejor solución, serían las que tengan las menores magnitudes de elementos mecánicos en el perímetro de la alcantarilla, o en su defecto, aquellas que proporcionen los menores elementos mecánicos en el techo y paramentos verticales de la bóveda aumentando en los estrados de la misma, ya que es más fácil proporcionar una sección resistente a la acción de los elementos mecánicos en los estrados y secciones bajas de los paramentos de la alcantarilla que en su techo y secciones superiores de los paramentos. Sin embargo, dadas las prácticas constructivas en nuestro país, resulta más conveniente proporcionar una sección resistente constante a lo largo del perímetro de la alcantarilla, por lo que es más conveniente adoptar geometrías y relaciones de módulos de elasticidad que proporcionen elementos mecánicos máximos de misma magnitud en el perímetro del conducto.

De igual forma, parecería que la mejor solución al problema de concentración de esfuerzos provendría de una solución que tomara en cuenta una relación de módulos de elasticidad del material del colchón y el material del resto del terraplén baja; sin embargo, para lograr tal relación es necesario un estricto control en los procedimientos de compactación del terraplén que puede llegar a ser complicado y costoso. Tomando en cuenta esto, se considera que relaciones de módulos de elasticidad del orden de

0.2 a 0.25 son suficientes para proporcionar los beneficios del fenómeno de arqueo invertido sin incrementar demasiado el costo y/o dificultad en la construcción del terraplén.

8. La comparación entre los resultados obtenidos mediante la aplicación del Método de Elemento Finito y los métodos analíticos para la cuantificación de la carga sobre la alcantarilla de un terraplén de material homogéneo, es buena, sobre todo si se consideran las diferencias en las hipótesis de partida de los métodos analíticos y las condiciones reales del terraplén analizado, principalmente las condiciones geométricas. Se aprecia una importante similitud entre los resultados arrojados por el M.E.F. y el método analítico de Nabor Carrillo en la evaluación de la carga en la clave de la alcantarilla. Los métodos de Marston-Spangler y de Yaroshenko proporcionan resultados que, aunque conservadores, son comparables con los proporcionados por el M.E.F. En cuanto a los métodos analíticos para la estimación de la carga sobre una alcantarilla de un terraplén de material heterogéneo, el método de Marston-Spangler presenta limitaciones serias, pues no toma en cuenta apropiadamente la diferencia de compresibilidades entre el material del colchón y el material del terraplén. Como se observó en el capítulo 4, no se cuenta con información suficiente sobre la relación de asentamientos, r_{sd} , que permita adoptar un valor representativo del mecanismo de interacción entre el conducto, el material del colchón y el material del terraplén. De aquí que el Método del Elemento Finito resulta ser una herramienta poderosa para el análisis de alcantarillas con este procedimiento de colocación.

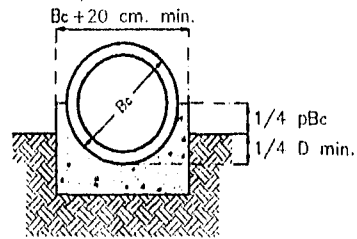
9. Es necesario enfatizar la importancia de lograr una buena calidad en la cimentación de conductos enterrados con el propósito de que estos desarrollen su capacidad máxima de carga. Estudios realizados para estimar el impacto de la cimentación en el comportamiento estructural de la alcantarilla (Spangler, 1953), muestran que la forma de cama o base que recibe al conducto condiciona la distribución

de la reacción vertical en el piso de la alcantarilla, y a su vez condiciona la magnitud de los momentos flexionantes en la misma. Se ha determinado que el momento máximo actuante sobre un conducto que descansa sobre una cama perfilada con un arco de 90° , se vio reducido en un 53% respecto al caso en que el conducto descansa directamente sobre la superficie del terreno. Es inaceptable no preparar el terreno para recibir al conducto. En la práctica, son recomendables las condiciones de apoyo tipo B y C, según la Fig 5.2.

10. El Método del Elemento Finito es una herramienta numérica poderosa, que permite tomar en cuenta las características esfuerzo-deformación del material constitutivo del terraplén y las condiciones de frontera con la alcantarilla. Sin embargo, para que el Método del Elemento Finito arroje resultados satisfactorios y permita realizar predicciones sobre el estado de esfuerzos y deformaciones del fenómeno en análisis, es necesario: *a)* representar, en la medida de lo posible, las características geométricas del prototipo en análisis, así como su procedimiento constructivo, y *b)* conocer en forma precisa las propiedades mecánicas de los materiales para los diversos estados de esfuerzo a los que son sometidos; de aquí la importancia de la determinación de leyes constitutivas esfuerzo-deformación de los suelos. Es y será preciso elegir los parámetros representativos del comportamiento mecánico de los suelos con base en los resultados de pruebas efectuadas en los suelos involucrados para distintos niveles y estados de esfuerzos (Marsal, 1973). La aplicación del Método del Elemento Finito y su éxito dependerán, por un lado, de la correcta idealización del prototipo, y por el otro, de los resultados de estudios experimentales sobre el comportamiento mecánico de suelos.

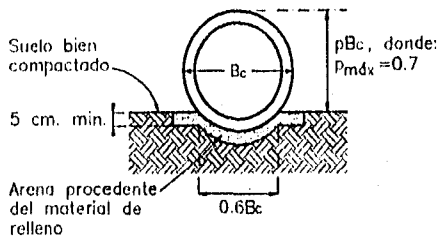
D	d (min)
$27'' > D$	7.5 cm.
$30'' < D < 60''$	10 cm.
$66'' < D$	15 cm.

Bc: Diámetro exterior
 D : Diámetro interior
 d : profundidad de la plantilla
 p : relación de proyección
 pBc: altura del conducto sobre el terreno natural (ver Fig 2.5)

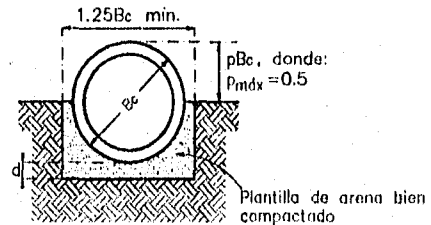


Cama de concreto simple

(a) Clase A

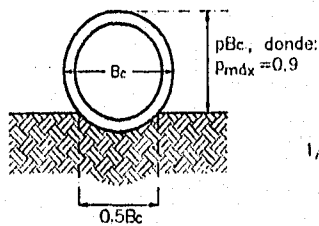


Forma perfilada con plantilla de arena

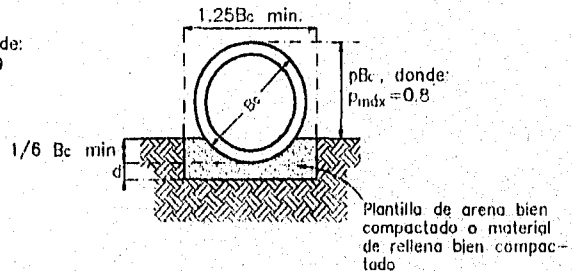


Plantilla de arena

(b) Clase B

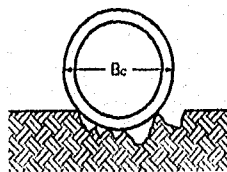


Forma perfilada para recibir al conducto

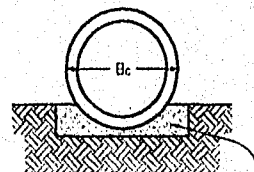


Plantilla de arena

(c) Clase C



Sin forma para recibir al conducto



Colchón delgado de suelo

(d) Clase D

Fig 5.2 Condiciones de apoyo de alcantarillas en terraplén

Fuente: Concrete Pipe Technology Handbook

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

1. AMERICAN CONCRETE PIPE ASSOCIATION: *Concrete pipe technology handbook*, 2^a reimp., United States of America, 1994
2. CARRILLO, N.: *Perturbación de un campo circular rígido en un campo elástico de esfuerzo uniforme*, México, Comisión Impulsora y Coordinadora de la Investigación Científica, Anuario 1944
3. CARRILLO, N.: *Una alcantarilla a la luz de la teoría de elasticidad*, México, Comisión Impulsora y Coordinadora de la Investigación Científica, Anuario 1944

4. CASAGRANDE, A y COVARRUBIAS, S.: *Tension zones in embankments caused by conduits and cutoff walls*, México, Publicación E2, Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., Julio de 1970
5. CLOUGH, R.W. y WOODWARD, R.J.: *Analysis of Embankment Stresses and Deformations*, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 93, SM-4, Julio 1967
6. LEONARDS, G.A.: *Foundation Engineering*, New York, Mc. Graw Hill-Kogakusha Co., 1967
7. MARSAL, R.J.: *Resistencia y Compresibilidad de Enrocamientos y Gravas*, México, Publicación 306, Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., Agosto de 1972
8. MENDOZA, M.J.: *Instrumentación y observaciones durante la construcción del pedraplén "La Plazuela" en el camino Costero del Pacífico*, México, Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., 1977
9. MENDOZA, M.J.: *Comportamiento del pedraplén La Chachalaca durante su construcción y operación. Camino México-Zihuatanejo*, México, Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., 1982
10. MENDOZA, M.J.; ROMO, M.P.; y MAGAÑA R.: *Cargas sobre alcantarillas de pedraplenes*, México, Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., 1982
11. RICO, A. y DEL CASTILLO, H.: *La Ingeniería de Suelos en las Vías Terrestres*, 1ª ed., México, Ed. Limusa, 1984, t.2

12. SOTELO , G.: *Drenaje en Carreteras y Aeropuertos*, México, Publicación 315 Instituto de Ingeniería, U.N.A.M., Junio 1973

13. SPANGLER, M.G. y HANDY, R.L.: *Soil Engineering*, 3^a ed., New York, Intext Educational Publishers, 1973

14. SZÉCHY, K.: *The Art of Tunnelling*, Budapest, Akadémiai Kiadó, 1966

15. WRIGHT, P.H. y PAQUETTE, R.J.: *Ingeniería de carreteras*, 5^a edición, México, Limusa, 1993