70

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

1995

LOGICA INDUCTIVA Y LOGICA DEDUCTIVA: UNA ALTERNATIVA PARA LA ENSEÑANZA MEDIA SUPERIOR

T E S I S

Que para obtener el Título de:

A C T U A R I O

P r e s e n t a:

RAUL PASTOR ALARCON

FALLA DE ORIGEN

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

M. EN C. VIRGINIA ABRIN BATULE
Jefe de la División de Estudios Profesionales
Facultad de Ciencias
Presente

Los abajo firmantes, comunicamos a Usted, que habiendo revisado el trabajo de Tesis que realiz(ó)ron el pasante(s) Raúl Pastor Alarcón

con número de cuenta 7156636-8 con el Título: Lógica Inductiva y Lógica Deductiva: Una alternativa para la enseñanza media superior.

Otorgamos nuestro Voto Aprobatorio y consideramos que a la brevedad deberá presentar su Examen Profesional para obtener el título de Actuario

GRADO	NOMBRE(S) APELLIDOS COMPLETOS	FIRMA
M. en C.	CARLOS TORRES ALCARAZ	
Director de Tesis		
M. en C.	JOSE ALFREDO AMOR MONTAÑO	
Mat.	REYNALDO DE LA VEGA CERON	
M. en C.	GUILLERMO GOMEZ ALCARAZ	
Suplente		
M. en C.	RAFAEL ROJAS BARBACHANO	
Suplente		

A MIS.

PADRES,

ESPOSA,

HIJOS,

HERMANOS, Y

AMIGOS.

AGRADECIMIENTOS
Al Director de Tesis
M. en C. CARLOS TORRES ALCARAZ
cuyas orientaciones, sugerencias y comentarios, contribuyeron en gran medida en la elaboración de este trabajo.

Al profesor
M. en C. JOSE ALFREDO AMOR MONTAÑO
por su labor de asesoría, que con su experiencia y conocimiento enriqueció el trabajo presentado.

A los profesores
M. en C. GUILLERMO GOMEZ ALCARAZ
M. en C. RAFAEL ROJAS BARBACHANO
Mat. REYNALDO DE LA VEGA CERON
por la cuidadosa revisión del trabajo, que con dedicación se enfrascaron en su lectura y aportaron valiosas observaciones.

ÍNDICE

PRIMERA PARTE

Pág.

SEGUNDA PARTE

TERCERA PARTE

PRIMERA PARTE

1.1. PREFACIO

Este texto se ha elaborado tomando en consideración los cursos de Lógica del plan de estudios del Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH) proporcionando un tratamiento a profundidad de los temas en el expuestos, con una amplia profusión de ejercicios. Algunos puntos tratados en este libro se prestan al análisis y la discusión, comenzando por la distinción entre enunciado y proposición.

La forma en que se presenta el material pretende imitar el modo en que, en mi experiencia docente, trato de llevar sus contenidos a los estudiantes. Obviamente en un texto como el presente no se pueden incorporar diversos factores que más que nada dependen de las circunstancias: intereses de los alumnos, perfil del grupo, etc. que en ocasiones son decisivos en el modo de abordar los temas y la manera de presentar el material.

El libro se organiza en tres partes. En la primera se presentan los conceptos básicos de proposición e inferencia lógica y se compara el razonamiento deductivo, dándose un análisis preliminar de ciertas formas de razonamiento falaces. La segunda parte trata de la lógica de proposiciones, de sus símbolos y sus métodos básicos como lo son las tablas de verdad. En esta sección se da por vez primera una definición de lo que se entiende por argumento válido a través de las nociones de tautología y contingencia lógica. La tercera parte se ocupa de la lógica de predicados, introduciéndose en ella las nociones de variable y cuantificador. Se hace énfasis en el poder simbólico de los lenguajes de primer orden, que nos permiten representar una gran cantidad de argumentos y relaciones entre individuos.

1.2. INTRODUCCION

La Lógica trata con los procedimientos que seguimos para alcanzar conclusiones o, más específicamente, con la relación que existe entre una conclusión y las razones que se ofrecen en su apoyo.

Puestos a elegir, hemos de preferir los buenos hábitos de pensamiento antes que los malos. Y la Lógica nos ofrece la oportunidad de discernir entre una forma válida de razonamiento y una falaz. Esta disciplina se interesa antes que nada en un tipo específico de pensamiento, aquel que llamamos razonamiento, el proceso mediante el cual se obtiene una conclusión a partir de una o más proposiciones. En este texto nos ocuparemos de distintos métodos para distinguir un razonamiento correcto de uno incorrecto, mostrando algunas técnicas formales para evaluar inferencias y algunos procedimientos para aplicarlos a casos concretos.

En el lenguaje ordinario un argumento puede ser desde un breve discurso hasta una acalorada disputa entre individuos. Para los fines que en este texto se persiguen, un argumento se define como un conjunto de proposiciones, una de las cuales se distingue como la conclusión y las demás como premisas, o hipótesis sobre las que se apoya la verdad de la conclusión. Desde el púnto de vista de la lógica, para juzgar la validéz de un razonamiento se asume que las premisas son verdaderas, más no es necesario comprobar si de verdad lo son. Lo que se afirma es que si las premisas son verdaderas, entonces la conclusión también lo es, lo que de modo alguno significa que se afirme que las premisas en

realidad son verdaderas. El decidir la verdad o la falsedad de una proposición es algo que, en términos generales no compete a la Lógica.
Hemos señalado que un argumento es un conjunto de una o más proposiciones con un cierto orden entre ellas. Aquí por proposición entendemos aquello que puede ser verdadero o falso y que se expresa a través de símbolos verbales que obedecen a ciertas reglas gramaticales, los enunciados. Para no incurrir en la sutil distinción entre proposición y enunciado extendemos el uso de la palabra "proposición" a las locusiones lingüisticas que expresan proposiciones. Así por ejemplo, llamaremos proposiciones a expresiones tales como "Beethoven fué un compositor del siglo XIX" o " John F. Kennedy murió de cancer en el higado a los 75 años de edad". La distinción original entre proposición y enunciado, que aquí ignoraremos, es la distinción entre "significado" y "vehículo a través del cual se comunica el significado". En un sentido estricto, un enunciado es una entidad física, una sucesión de manchas en el papel o de ondas sonoras, y una entidad lingüistica, una colección de letras organizadas conforme a un orden gramatical. En cambio una proposición es aquello que se comunica a través del enunciado. Su significado. En sentido estricto los enunciados "La nieve es blanca" y "Snow is white" expresan una misma proposición en distintos idiomas, la cual seria su contenido significativo común. Esta distinción nos parece demasiado estricta en este momento y habremos de ignorarla.

1.3 ARGUMENTOS, PREMISAS Y CONCLUSIONES.

Hemos definido un argumento como un conjunto de proposiciones una de las cuales se distingue como una conclusión y las demás como premisas, evidencias que sirven de apoyo o implican en la conclusión . Por definición todo argumento tiene una conclusión y al menos una premisa. Identificar estos elementos es el primer paso para evaluar la validéz de un argumento. Considera los siguientes argumentos:

1.- Como el PRI ya ha incurrido en prácticas fraudulentas en el pasado, lo más seguro es que el PRI, vuelva a incurrir en prácticas fraudulentas.

2.- Talvéz fracasen las negociaciones en Haiti, pues ni el gobierno golpista ni el presidente Clinton de Estados Unidos estan dispuestos a ceder.

3.- Todos los mamíferos amamantan a sus crías. Por lo tanto, todas las jirafas amamantan a sus crías, pues las jirafas son mamíferos.

En el argumento 1, la conclusión es "lo más ... fraudulentas", mientras que en el argumento 2, la conclusión es "talvéz fracasen las negociaciones en Haiti". ¿Puedes reconocer la conclusión en el argumento 3? ¿cómo se reconoció en cada caso la conclusión correspondiente al argumento?. No en términos de su posición en el argumento, pues en cada caso varía la misma. Tampoco por su forma o estructura. Más bién, lo que permite reconocerla es su relación con las otras proposiciones, el modo en que se utiliza dentro del argumento. Es aquello a donde todo lo demás parece apuntar. Talvéz, la próxima vez que encontremos la misma proposición esta desempeñe un papel diferente:

4.- Dado que todas las jirafas amamantan a sus crías, y que esta pequeña jirafa acaba de nacer, concluimos que su madre la amamantará.
Lo que era una conclusión en el argumento 3, se ha convertido en una premisa en el argumento 4.

Otros indicios para indicar premisas y conclusiones son algunas palabras clave. No todos los argumentos las contienen, pero cuando se hacen presentes indican con toda claridad la relación que las proposiciones guardan entre sí.

"Como", "pues", "y", son palabras que, en general indican que la proposición que sigue de ellas son premisas. "Lo más seguro es que", "por lo tanto", "concluimos que", son palabras que indican que la proposición que sigue de ellas es una conclusión.

Indicativos de premisas: "debido a que", "a causa de", "en vista de que", "sobre la base de que", "teniendo como causa que", "con base en", "sobre la hipótesis de que", "en virtud de que", "pues".

Indicativos de conclusión: "Por lo tanto", "se sigue que", "concluimos que", "se infiere que", "en consecuencia","implica que".

Ejercicios. Identifica (a) la conclusión, (b) las premisas, en cada uno de los siguientes argumentos.

1. Las arañas no son insectos, pues los insectos solo tienen seis patas.

2. $x + y = 6$ y $x = 2$ implica que $y = 4$.

3. La guerra de Vietnam fué fútil, pues en ella todos perdieron.

4. La guerra de Vietnam no fué futil, ya que la industria militar norteamericana se benefició enormemente con ella.

5. Jorge Campos jamás jugará basquetbol profesional. Sólo pesa 70 Kg. y sólo mide 1.75 m.

6. Ninguna proposición se puede demostrar con certeza absoluta. Por lo tanto, la proposición "Ninguna proposición se puede demostrar con certeza absoluta" se puede demostrar con certeza absoluta.

7. Lleva tres segundos jalar el gatillo de esta arma de fuego. Por lo tanto, nigún individuo pudo recibir tres disparos producidos con esta arma en un lapso de 5 segundos como afirma el fiscal.

Los razonamientos o argumentos pueden ser falaces. Esto sucede cuando la conclusión no se sigue de las premisas por necesidad.

He aquí algunos ejemplos de razonamientos falaces.

En la ciudad de Valle de Santiago Guanajuato, se cultivan verduras gigantes, rábanos, cebollas, y coliflores de 25 kilos y claveles de 13 kilos, cultivados por los agricultores Carmen García y Oscar Arredondo. Se rumora sobre la existencia de ovnis y personas contactadas como la señora Mercedes Cortés. Se concluye que los ovnis y los extraterrestres son los causantes de cosechas tan abundantes.

En Angel R Cabada Ver. Perdieron la vida los policías rurales Rolando Santos Solís de 49 años de edad e Israel Topete Nato de 42 años de edad oriundos de la congregación El Jobo de este municipio; fueron acribillados por cinco desconocidos en estado de ebriedad según informes del señor Juan Coyotl Zapo. Las autoridades concluyen de la información obtenida que se trata de una venganza.(Periódico La Prensa, 19 de Agosto de 1994)

Considerando que: La diócesis de Tijuana niega haber recibido dinero sucio del narcotráfico para la reconstrucción del templo mayor y que la proveniencia de las donaciones se pueden calificar de anónimas y que además los hombres de la Iglesia no investigan a quién se acerca a ellos. Resulta imposible investigar el orígen de las ayudas a la Iglesia. (Periódico EL UNIVERSAL, 9 de Agosto de 1994)

Como la señora Rosa Perea de 72 años de edad dueña de una gasolinera en Villa Nicolás Romero, Méx., tiene mucho dinero y a pesar de su edad no se muere ni hereda a su nieto Edgar Trueva Vargas, quién vive con ella. Este la secuestra pidiendo fuerte suma de dinero por el rescate. El mal razonamiento consiste en suponer que secuestrandola podría disfrutar del dinero de la mencionada señora.

En cada uno de nuestros razonamientos aplicamos de manera intuitiva la inducción y la deducción, es decir; usamos la lógica de manera natural. Muchas veces esta forma de aplicación nos conduce a hacer razonamientos incorrectos que parecen correctos, conocidos con el nombre de falacias.

1.4. FALACIAS

Falacia.- Razonamiento que parece correcto pero que al ser analizado resulta erróneo.

Como por ejemplo:

a) El Sr. Carpizo, es Secretario de Gobernación y es honesto.
El Sr. Salinas es Presidente de la República y es honesto.
El Sr. Solana es Secretario de Educación Pública y es honesto.
Por lo tanto,
Todos los que ocupan un cargo público son honestos

La falacia consiste en suponer que todos los servidores públicos son honestos.

b) El candidato a la presidencia de la República Ernesto Zedillo declara lo siguiente: Señores en el esclarecimiento de la muerte del señor Colosio no se debe escatimar esfuerzo alguno. Lo estoy exigiendo, todos los mexicanos lo estamos exigiendo.
El razonamiento anterior es, falaz, porque supone que todos los mexicanos lo estamos exigiendo.

c) La señora María Rodríguez dijo haber visto un fantasma en la Clínica 25 del IMSS, y la señora Cecilia Cervantes dijo también haber visto un fantasma en el Hospital General donde trabaja por la noche. Por lo tanto, los fantasmas existen.
La falacia consiste en suponer que los fantasmas existen.

d) Un jóven de 18 años de edad, quién se encarga de la sección de sonido de una discotheque dice ser el ingeniero de sonido sólo por esto. Esto es un razonamiento engañoso debido a que para alcanzar este grado académico hay que pasar por la escuela varios años, cubrir todos los créditos y presentar la tésis correspondiente.

Aquí solo trataremos con las falacias más comunes, aquéllas con las que tropezamos todos los días.

1.4.1. La falsa generalización.- Sucede cuando las conclusiones que obtenemos a partir del conocimiento de una parte las generalizamos al todo.

Como por ejemplo:
a) En la ciudad de Tula Hgo., se presentó el siguiente caso: El jóven José Luis Ramírez Mendoza de 22 años de edad, como tenía muchos enemigos, debía dinero, bebía, robaba, no quería ir a la cárcel y su mamá no lo quería, llegó a la conclusión de que nadie lo quería por lo que decidió quitarse la vida. Lo falso de la conclusión se comprueba en el hecho de que en su recado póstumo menciona a José Gelacio y a la tía de este como las personas que lo estimaban.
b) Las cremas Nivea,Anew de Avón, C de Ponds evitan las arrugas. Por lo tanto, todas las cremas evitan las arrugas. Se trata de un razonamiento falaz. Además, no estamos seguros de que haya cremas que quiten las arrugas.

d) En la propaganda del PRI que pasan por el canal 2, un señor dice lo siguiente: voy a votar por Ernesto Zedillo porque el promete bienestar social para nuestra familia y a mi eso me interesa mucho, y le interesa a todos los mexicanos. La falacia consiste en suponer que lo que a él le interesa, también me interesa a mí.
e) Los jóvenes Juan Martínez, Virginia Castro y Felipe Solís son estudiantes de la UNAM y estudian. Luego, todos los estudiantes estudian. También se trata de un razonamiento falaz porque existen algunos que no lo hacen.
La falsa generalización es una práctica muy común en nuestra vida diaria.

1.4.2. La conclusión inatingente.- Se presenta cuando se usa una proposición particular para probar una conclusión diferente.

Por ejemplo:

a) Quienes no van a la junta, no participan de la democracia.
La junta puede ser sólo un caso particular de la democracia. El hecho de no asistir no garantiza la no participación de la democracia.
b) Sí asistes a la asamblea del comisariado ejidal, entonces disfrutarás de los beneficios que ofrece la SARH. El asistir a la asamblea no es una garantía para disfrutar de esos beneficios.
c) Sí vamos de paseo, entonces contamos con mucho dinero para hacerlo. También es un razonamiento falaz ya que para salir de paseo no se necesita tener mucho dinero.
d) No puede haber buen gobierno si no hay buenos partidos y no hay buenos partidos si no habemos buenos ciudadanos(Diego Fernández de Cevallos). Se trata de un razonamiento falaz porque un buen gobierno no depende de los partidos sino de otros factores.
e) Si no sé lo que hice hoy, entonces no voy a saber lo que voy a hacer mañana. También esto resulta ser una falacia ya que lo que haré mañana no depende de lo que haga hoy.

1.4.3. Argumentum at baculum (apelación a la fuerza, al garrote).- Sucede cuando se apela o amenaza de fuerza para provocar la aceptación de una conclusión.

Por ejemplo:
a) Si un niño es obligado a comer bajo amenazas , es seguro que comerá.
b) Cuando un adulto es obligado mediante tortura física a confesarse culpable de un délito, es seguro que este resultará culpable.
c) Cuando alguien es obligado por medio de la violencia a practicar la lectura y la escritura, es seguro que este aprenderá a leer y escribir
d) La amenaza de invadir Haiti por parte de la ONU, sino se somete a ciertas condiciones.
e) La propaganda priísta que dice llevar la delantera en la preferencia del público mediante estadísticas que supuestamente llevan a cabo en distintas partes de la República y que por lo tanto ganarán las elecciones presidenciales del 21 de agosto de 1994.
Regularmente se acude a este tipo de falacia cuando fracasan las prüebas o argumentos racionales.

1.4.4. Argumentum ad Hominen Ofensivo (argumento contra el hombre).-Acontece cuando en lugar de refutar la verdad de lo que se afirma, se ataca al hombre que la dice.

Caemos con frecuencia en esta falacia cuando no escuchamos o hacemos caso de lo que dicen algunas personas sólo porque nos caen mal.
Por ejemplo:
a) Cada vez que se presenta el informe presidencial, se ataca al presidente.

b) Cuando un diputado o senador termina su periodo legislativo y se le cuestiona por lo que no hizo.

c) Cuando un profesor tiene muchos alumnos reprobados y se le cuestiona solo por esto, argumentando que se trata de un profesor sin actitudes para la enseñanza.
d) Cuando un investigador policiaco presenta su informe y se le ataca solo porque no ha reunido las pruebas para inculpar al acusado.
e) Si alguien predica una religión de casa en casa, entonces es agredido en su persona solo porque se dedica a esta actividad.

1.4.5. Argumentum ad Hominen Circunstancial.- se presenta cuando se quiere conquistar el asentimiento de algún oponente por circunstancias especiales que lo vinculan en esos momentos.

Por ejemplo:
a) Cuando un sacerdote habla sobre marxismo y se niega lo que dice solo porque viste túnica.
b) Cuando se niega la veracidad de lo que dice un partido liberal solo porque adopta una postura "tibia".
c) Cuando no se acepta la crítica a un funcionario público solo porque parte de la oposición.
d) Cuando no aceptamos la crítica de nuestros errores solo porque parte de un amigo.

1.4.6. Argumentum ad Ignorantiam (argumento a la ignorancia).- Sucede cuando se sostiene que una proposición es verdadera solo porque nadie ha demostrado su falsedad.

Por ejemplo:
a) El señor Isidro Rodríguez dice haber visto allá en su pueblo como a las cuatro de la madrugada a un jinete sin cabeza que no lo dejaba pasar. El señor Toche dice haber visto también como a la misma hora cerca del puente a un enorme perro negro que no lo dejaba pasar. Luego los espantos existen porque nadie ha demostrado lo contrario.
b) Los señores Porfirio Calderón y Mario Rodríguez en su ejido fueron sorprendidos mientras dormían por una mujer como de 1.20 metros de estatura cabezona y de ojos saltones quién jugaba las brazas de la fogata en sus manos sin sufrir quemaduras, al interrogarla solamente decía amatletle, armándose de valor la agarraron y la llevaron hasta la orilla del carril sin que jamás la hallan vuelto a ver por esos alrrededores. Por lo tanto dijeron que se trataba de un extraterrestre, ya que hace apróximadamente cuatro meses vieron bajar un plato volador y de el descendieron estos extraños seres metiéndose entre los sembradíos de caña.

c) La comunicación mental entre dos personas es una realidad. Por lo tanto la telepatía existe pues nadie ha demostrado lo contrario.
d) Al acudir a un centro espititual me sorprendió que muchos de los iniciados hayan visto espíritus como los de la Virgen de Guadalupe, San Judas Tadeo, etc. Finalmente el espíritu de Jesucristo se manifiesta a través del medium y dice su mensaje a los ahí presentes. por lo tanto, los espíritus existen porque nadie ha demostrado lo contrario.
e) En el aspecto jurídico una persona es inocente hasta que no se demuestra su culpabilidad.

Cuando se trata de saber la verdad por la vía del conocimiento, no se incurre en este tipo de falacia, como en el ejemplo anterior.

1.4.7. Argumentum ad Misericordiam (llamado a la piedad).- Se presenta cuando se apela a la piedad para conseguir que se acepte una conclusión.

Por ejemplo:

a) Cuando una persona dice me debe dar una limosna, pues soy un pobre ciego.

b) O cuando una persona nos dice me debe dar de comer, pues me quedé sin empleo.

c) O cuando una persona le dice al juez dejeme en libertad pues mi ignorancia me llevó a cometer este intento de robo, ya no lo vuelvo a hacer.
d) O cuando en los peseros escuchamos alguna persona de 60 años de edad pidiendo una ayuda económica porque es viuda y tiene que mantener a sus hijos de 2, 3 y 5 años respectivamente.
e) O cuando el asesino de sus padres pide misericordia al juez por ser huérfano.

1.4.8. Argumentum ad Populum (llamado al pueblo).- Sucede cuando se dirige un llamado emocional "al pueblo", para ganar el asentimiento de una conclusión que no está sustentada en un razonamiento válido. Trata de excitar las pasiones y el entusiasmo del público. Es un recurso de los propagandistas, políticos, vendedores y artistas de variedades.

Por ejemplo:
a) Hoy más que nunca debemos estar unidos para velar por el bienestar de nuestras familias y luchar porque cada mexicano alcance un mejor nivel de vida. Por eso compañeros mexicanos su mejor opción es el PRI.
b) Si usted usa el jabón PALMOLIVE, tendrá cutis de porcelana.
c) Si usted consume los PRODUCTOS que el país produce, será un buen mexicano.
d) En el mar la vida es más sabrosa con TECATE.
e) Esta música es capáz de cambiar el color de las cosas. Ahujetas de color de rosa...
f) En el canal 2 de TV pasan el siguiente comercial: Parejas audaces Adán y Eva, Sansón y Dalila, el Gordo y el Flaco. y llegan a la conclusión de que Brandy Viejo Vergel y refresco de cola es otra de las parejas audaces. Es un razonamiento falaz porque esta pareja no tiene nada de audaz; sin embargo es una forma de atraer la atención del público consumidor.
g) Por sobre todo los mexicanos creemos en la Constitución, creemos en la justicia. Por eso proponemos un gobierno donde se tome en cuenta a todos. En el PRI no estamos en contra de nadie, estamos a favor de México, por eso daremos más empleo y mejores salarios.(fracción del discurso pronunciado por Ernesto Zedillo el 14 de agosto de 1994).

Recuerde que la aceptación popular de una actitud no demuestra que sea razonable y que el uso difundido de un producto no demuestra que éste sea satisfactorio.

1.4.9. Argumentum ad Vericundiam (apelación a la autoridad).- Se apela al respeto que siente la gente por las personas famosas para ganar el asentimiento de una conclusión.

Por ejemplo:

a) La publicidad y la propaganda que acude al actor famoso para anunciar un producto, los pantalones de mezclilla anunciados por jugadores de la selección mexicana de fútbol, o algún cómico anunciando alguna de las campañas de vacunación.
b) Una limosna por el amor de Dios. Es decir, si usted me da una limosna será amado por Dios.
c) El juramento que hace Gómez Farías acerca de la constitución de 1857: En nombre de Dios y con la autoridad del pueblo juramos hacer valer la Constitución.
d) En el canal 2 de TV, aparece Guadalupe Pineda y otros artistas reconocidos para invitarnos a ejercer nuestro derecho al voto.
e) El actor Saúl Lizaso, que hace la prueba del añejo de Rón Bacardí, para demostrar que es mejor que cualquier otro Rón.
f) Cuando dos personas discuten sobre religión y uno de ellos apela a las opiniones de Oparín que es una autoridad en Biología; esta apelación es falaz.

1.4.10. Anfibología.- Sucede cuando el significado de un enunciado se vuelve confuso debido a la manera descuidada o torpe en que se combinan las palabras.

Por ejemplo:

a) José y Marcela se fueron a su casa: (¿a casa de José, de Marcela, de los dos?)."

b)El la vio con el telescopio. (¿Llevaba ella un telescopio? ¿Uso el un telescopio para verla?)

c)"Le mordió la pierna un perro y cojea".(¿Quién cojea, el señor o el perro?)

1.4.11. El Equívoco.- Se presenta cuando se confunde el significado de las palabras.

Por ejemplo:

a) El fin de una cosa es su perfección.
La muerte es el fin de la vida, por lo tanto la muerte es la perfección de la vida.

El primer fin es una meta u objetivo y el segundo es un acontecimiento, por lo que el razonamiento es falaz.
b) El fin de un trabajo es que le paguen. El pago es el saldo de una deuda. Por lo tanto, El pago es el fin de un trabajo.
c) El fin de un semestre es la calificación. El esfuerzo realizado es el fin de un periodo. Por lo tanto, el esfuerzo realizado es la calificación.
d) Debe ser buen maestro porque es muy inteligente.
e) Tiene que ser un buen alumno, pues es un buen amigo.

1.4.12. La Causa Falsa.- Toma como causa de un efecto algo que no es su causa real.
Tiene dos variantes: La Non Causa Procausa:
Por ejemplo.- Me reprobaron porque no me gustaba la materia o porque le caía mal al profesor.
La otra variante es Post Hoc Ergo Propter Hoc:
Por ejemplo.- Dar por hecho, que si tocan los tambores durante un eclipse el Sol reaparecerá. Cabe hacer notar que la reaparición del Sol obedece a otra causa.
Algunas supersticiones de la gente son ejemplos de esta variante; como el cortarse las pestañas en Luna llena para que crezcan.
Si pasas debajo de una escalera, es seguro que alguien morirá.

1.4.13. La Pregunta Compleja.- Sucede cuando se exige una sola respuesta a dos o más preguntas.

Por ejemplo, ¿Ha dejado de emborracharse?. Se piden dos respuestas, aceptar que se emborracha y que si ha dejado de hacerlo.
Otro ejemplo seria, ¿Quieren portarse bién y callarse?. Se pide una sola respuesta a dos preguntas.
O también podría ser el que sigue: ¿Están en pro del capital extranjero y la prosperidad del país? sí o no., puede darse el caso que haya dos respuestas diferentes.
O ¿Ha dejado de pegarle a su mujer?. En este caso también es posible que haya dos respuestas.

1.4.14. El Énfasis.- Los enunciados adquieren significados diferentes según las palabras que se subrayan o destacan.

En los periódicos sensacionalistas se usa esta falacia poniendo una parte de los títulos en tipografía más pequeña.

Por ejemplo: Murió Michel Jackson (ocho columnas) para sus admiradoras mexicanas, pues no tuvo el éxito esperado.
Los almacenes utilizan la falacia del énfasis engañoso en los precios: **N$99.95** ¡menos de cien pesos!
A veces, la verdad dentro de un contexto engañoso puede volverse mentira.

Como aquella anécdota del barco donde el primer oficial bebía mucho y por eso tenía disgustos constantes con el capitán. Un día el capitán anotó el hecho en la bitácora: "Hoy el primer oficial estaba borracho". El primer oficial quedó resentido y esperó la oportunidad de vengarse. Así, un día registró en la bitácora: "Hoy el capitán está sobrio". Era cierto. Sin embargo, puesto así; parecía que éste estaba ebrio todos los días.

1.4.15. Composición y División.- Hay dos tipos:

I. 1.- Composición.- Se presenta esta falacia, cuando concluimos que las propiedades de las partes de un todo, son las del todo mismo.

Por ejemplo:

a) Cuando un jugador es excelente, el equipo es excelente.
b) Si el acumulador es bueno, todo el automóvil es bueno.

2.- Composición.- Se comete cuando pensamos que las propiedades de los elementos de una clase, son los de la clase misma. Durante la guerra hubo muchas bombas ordinarias; entonces estas hicieron más daño que las dos atómicas.

II. 1.- División.- Cuando afirmamos que lo cierto de un todo, también lo es para cada una de sus partes.

Ejemplos:

a) Como la selección es muy buena, cada uno de sus jugadores es muy bueno.
b) Como la máquina de vapor es pesada, cada una de sus partes es pesada.

2.-División.- Se presenta esta falacia cuando sostenemos que de las propiedades de una clase se deducen las propiedades de cada elemento.
Todos los árboles dan una sombra espesa, entonces cada árbol da una sombra espesa.
Todos los peces tienen branquias, entonces cada pez tiene branquias.

1.5. INDUCCIÓN

Un argumento inductivo es un razonamiento por medio del cual a partir de proposiciones menos generales o particulares como datos o premisas, se obtiene una proposición más general.
Es posible que los términos "más general" y "menos general" conlleven alguna confusión o ambigüedad en sí mismos, con esto queremos decir que el número de elementos contenidos en la conclusión; en ningún caso será menor al número de elementos contenidos en cualquier premisa.
Observemos los siguientes ejemplos:
1.- Supongamos que tenemos un conjunto de semillas de maíz y hacemos el siguiente experimento:
a).- Se toma una primer semilla de maíz, se expone a la humedad con temperatura adecuada y germina.
b).- Se toma una segunda semilla de maíz, se expone a la humedad con temperatura adecuada y germina.
De todo esto podemos concluir o inducir que una tercer semilla con humedad y temperatura adecuada también germinará.

2.- De un conjunto de *m* objetos con masa distinta de cero y desde de una altura *h* diferente de cero, se hacen las siguientes pruebas:
1) Se toma el primer objeto, se suelta y cae.
2) Se toma el segundo objeto, se suelta y cae.

... ...

n) Se toma el enésimo objeto, se suelta y cae.

Finalmente inducimos que cualquier objeto del conjunto, al soltarlo desde una altura h, caerá.
3.- Observando el movimiento de los planetas se determinó que:
a).- Venus describe una órbita elíptica
b).- Mercurio describe una órbita elíptica
c).- La Tierra describe una órbita elíptica

Por lo tanto, podemos decir que: todos los planetas describen órbitas elípticas.
4.- Se tiene un punto p cualquiera fuera de una recta l arbitraria y se quiere demostrar que la distancia más corta es la perpendicular del punto a la recta.
Después de analizar el problema se llega a la conclusión de que: En todo punto que esté fuera de una recta, la distancia más corta es la perpendicular del punto a la recta.

De los ejemplos anteriores podemos decir que los razonamientos inductivos pueden aplicarse a las diferentes ramas del conocimiento; como la agricultura, física, matemáticas, astronomía y por consiguiente a toda actividad científica y de investigación.

La inducción es una manera de razonar que nos conduce al descubrimiento de propiedades o relaciones generales, partiendo de casos particulares y de su combinación. La inferencia inductiva es aquella en la cual la conclusión tiene mayor grado de generalidad que las premisas.
Por medio de la inducción, lo que se ha determinado para un número limitado de procesos de una clase o conjunto se extiende a la clase entera.
En consecuencia, inducir es tanto como inferir que lo determinado en ciertas condiciones específicas, se cumplirá siempre que se presenten esas condiciones.
Cuando se parte de la observación y el experimento, la inducción nos lleva a establecer ciertas relaciones que luego permiten reconstruir racionalmente los procesos observados y experimentados, a la vez que permite construir hipotéticamente otros procesos de la misma clase.
Cuando se parte de ciertos juicios ya formulados, entonces la inferencia inductiva permite concluir otro juicio más general, que implica; necesariamente a todos los juicios considerados como premisas.
Por consiguiente, cuando las premisas son juicios singulares, la conclusión puede ser un juicio particular o universal, y cuando las premisas son juicios particulares la conclusión será un juicio universal.

1.5.1. LA ANALOGÍA

Una de las formas más comunes y simples es el razonamiento por analogía. Veamos los siguientes ejemplos:
1.- Se puede observar una gran similitud entre la tierra que habitamos y los demás planetas. Todos ellos giran alrededor del sol al igual que la tierra. Todos ellos toman energía del sol al igual que la tierra.
Sabemos también que varios de ellos giran sobre sus propios ejes, al igual que la tierra. Algunos de ellos tienen lunas y están sometidos a la misma ley de gravitación universal, al igual que la tierra. Considerando todas estas semejanzas no es descabellado pensar que al igual que la tierra; estos planetas pueden estar habitados por seres vivos de algún orden.
2.- La fuerza que se ejerce entre dos cargas eléctricas es similar a la fuerza de atracción gravitacional que se ejerce entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2. La fuerza de atracción gravitacional entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2, es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente al cuadrado de la distancia que las separa.
3.- El átomo de neón tiene una estructura atómica similar a la del átomo de helio. El helio es inerte. Por consiguiente, el neón también es inerte.
4.- Un día Pasteur observó con disgusto que en una botella de orina hervida en la cual había bacilos de carbunclo, pululaban una gran cantidad de huéspedes inesperados: se había contaminado con microorganismos del aire. A la mañana siguiente observó que los gérmenes de carbunclo habían sido eliminados por los bacilos del aire. Pasteur llegó a la siguiente conclusión: si los microorganismos del aire eran capaces de suprimir a los bacilos de la botella, entonces también lo podían hacer dentro del cuerpo humano.
Los razonamientos por analogía no son seguros o demostrativamente válidos; pues no existe una prueba formal de validez como en los razonamientos deductivos; ninguna de sus conclusiones se deriva necesariamente de sus premisas. Es decir:
Es posible que la tierra sea el único planeta habitado, que la fuerza entre dos cargas eléctricas no sea inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa y que el neón no sea inerte o que los gérmenes del aire actúen de manera diferente dentro del cuerpo.
Los razonamientos por analogía pueden simbolizarse de la siguiente forma:

i) a, b, c y d, tienen las propiedades P, Q y R
II) a, b y c, tienen la propiedad S
iii) Por consiguiente, d también tiene la propiedad S.

Existen algunos criterios para estimar que tan probables son las conclusiones en los razonamientos por analogía:

i) Es importante el número de comparaciones en las cuales se afirman las analogías; por ejemplo.
Si fuí al puesto de la esquina me comí una torta y me hizo daño; hay alguna probabilidad de que la próxima vez que vuelva a comer una torta también me haga daño. En cambio si he comido diez veces torta y las diez veces me han hecho daño, existe una mayor probabilidad de que la próxima vez que coma también me hagan daño.

ii) Es importante también el número de aspectos en los cuales se establecen las analogías, por ejemplo.
Si vuelvo a comer tortas en el mismo lugar, las preparan las mismas personas, con los mismos ingredientes y en las mismas condiciones (utensilios, ambiente, moscas, etc.); es probable que nuevamente me hagan daño.

iii) Se debe considerar la exactitud de la conclusión con respecto a las premisas involucradas; por ejemplo.
Si una persona tiene un coche nuevo que le rinde 10 km. por litro de gasolina y otra persona compra un coche nuevo de la misma marca, de la misma fábrica y del mismo modelo, y asegura que le rendirá más de 8 km. por litro la probabilidad de su conclusión es buena, pero si asegura que le rendirá más de 9 km. por litro, su conclusión es más débil que la anterior; pero si concluye que le rendirá exactamente 10 km. por litro, su conclusión es mucho más débil.

iv) Diferencias de premisas en casos análogos, por ejemplo.
En el ejemplo anterior, si consideramos que una persona conduce casi siempre a menos de 60 km/h, mientras que la otra lo hace a más de 90 km/h; a la primera le gusta manejar tranquilamente y a la segunda le gustan los arrancones y acelerones, estas diferencias en las premisas reducen la probabilidad en la conclusión
v) Este último criterio se refiere a la discriminación de premisas que no influyen en la conclusión; por ejemplo:
El que un estudiante egresado del CCH termine exitosamente su primer año en la facultad de ciencias, puede considerarse como muy probable, sobre la base de que otros cien estudiantes provenientes del CCH que obtuvieron calificaciones similares al primero y terminaron exitosamente el primer año; la conclusión es mucho más fuerte si estos cien estudiantes no se parecen mucho entre sí, es decir; difieren en lo económico, en su origen racial, en lo religioso, en lo social, viven en distintos rumbos, su sistema de vida es diferente, pertenecieron a distintos planteles y turnos del CCH, distinta edad, sexo, etc.

1.5.2. GENERALIZACIÓN INDUCTIVA

Significado de Causa.

La palabra causa se encuentra intrínsecamente relacionada con la palabra efecto, de tal manera que para que algo suceda, es necesario que se presenten condiciones que den origen a lo que serán sus efectos, por ejemplo:
Si una persona muere envenenada, la causa es el envenenamiento y el efecto es la muerte.

Existen dos tipos de condiciones que preceden a un fenómeno o suceso: Las condiciones necesarias y las condiciones suficientes.
Definición:
Condición Necesaria.- Es aquella condición en cuya ausencia no se produce el fenómeno o suceso.

Por ejemplo:
Para que haya combustión es necesario que haya oxígeno, es decir; el que haya oxígeno es una condición necesaria para la combustión. Aunque es una condición necesaria, no es suficiente.

Definición:
Condición Suficiente.- Es aquella condición que su sola presencia basta para producir un fenómeno o suceso.

Por ejemplo:
Si en un organismo vivo cesan todas sus funciones orgánicas y celulares, es condición suficiente para producirle la muerte. Luego el sólo hecho de que terminen las funciones orgánicas y celulares basta para producirle la muerte.

Definición:

Condición Necesaria y Suficiente.- Es aquella condición necesaria cuya sola presencia basta para producir un fenómeno o suceso.
Por ejemplo:
En casi toda substancia hay un límite de temperatura tal que, hallarse por encima de esa temperatura; en presencia del oxígeno, produce la combustión de esa substancia. Por consiguiente podemos afirmar que: Hallarse por encima de esa temperatura en presencia del oxígeno es una condición necesaria y suficiente para que se produzca la combustión.
Es evidente que puede haber varias condiciones necesarias para que se produzca un fenómeno o suceso y que todas ellas deben estar incluidas dentro de la condición suficiente; es decir:
$n_1 \wedge n_2 \wedge n_3 \wedge \ldots \wedge n_i = S$
Donde la conjunción de todas las condiciones necesarias (n_i) para que un fenómeno suceda, forman la condición suficiente.
A la condición suficiente para producir un fenómeno la llamaremos la CAUSA, y el fenómeno producido será el EFECTO de esa causa.
Cabe hacer notar que fenómenos diferentes son el producto de causas diferentes, es decir; fenómenos diferentes no pueden ser resultado de una misma causa.
Comúnmente se piensa lo contrario, esto es; que un efecto puede ser el producto de causas diferentes, por ejemplo:
La muerte de una persona puede ser generada por un ataque cardiaco, por envenenamiento, por una bala, etc., pero como una causa debe ser condición necesaria y suficiente de su efecto, podemos inferir que la muerte se produce por una y solamente una causa.
Consecuentemente podemos concluir que en algunos casos, siempre que se presente una determinada causa, se obtendrá siempre el mismo resultado.

Definición:
Generalización Inductiva.- Es el proceso de llegar a formular proposiciones generales o universales a partir de hechos particulares producto de la experiencia.
Por ejemplo:

De un conjunto de premisas que afirman que, tres trozos particulares de papel tornasol azul que se volvieron rojos cuando se les sumergió en un ácido, podemos obtener una conclusión particular acerca de lo que ocurrirá a un cuarto papel tornasol azul si se sumerge en un ácido o bién una conclusión general acerca de lo que le ocurrirá a todo trozo de papel tornasol azul que se sumerja en un ácido.
Si derivamos la primera conclusión tenemos un razonamiento por analogía y si la segunda obtenemos un razonamiento por generalización inductiva.
Por analogía podemos inferir que un caso particular diferente que manifieste una de las propiedades, manifestará también la otra.
Por generalización inductiva podemos inferir que todos los casos en que se manifieste una de las propiedades serán también casos en que se manifieste la otra.
Una generalización inductiva por enumeración simple, se simboliza así:

1) E es efecto de C
2) E es efecto de C
3) E es efecto de C
... ...
Luego: En todos los casos, E es efecto de C.

Las conclusiones por enumeración simple son muy frecuentes y, a pesar de su debilidad son a menudo muy valiosas y sugerentes. Sin embargo no son muy confiables, como en el siguiente ejemplo:
1) Víctor rompió un espejo y se cortó la mano
2) Lourdes rompió un espejo y reprobó el exámen de
Lógica.

3) Isabel rompió un espejo y perdió su bolsa

4) Luego romper un espejo siempre trae mala
suerte.
Nos resulta dificil creer en tal razonamiento, sin embargo se trata de un razonamiento por enumeración simple que se fundamenta en tres casos confirmatorios. Muy a pesar nuestro diriamos que estos tres casos probablemente fueron coincidencia y no obedecieron a una ley causal.
En esto reside la principal debilidad de los razonamientos por enumeración simple, su propia naturaleza les impide distinguir las leyes causales por un lado, y meros accidentes o coincidencias por el otro.

EJERCICIOS

I.- En cada uno de los siguientes razonamientos por analogía, se sugieren seis premisas adicionales. Determina con respecto a cada una de ellas, si su adición haría al razonamiento más o menos probable.
1.- Un agente viajero pasa un día de cada mes en Puebla, y durante los últimos diez meses almorzó siempre en el mismo restaurante de esta ciudad. En todas las ocasiones halló de su

gusto la comida. En su última visita decide comer nuevamente ahí, suponiendo que la comida será de su gusto.
a) Supón que comió una vez por semana en lugar de una vez al mes, en los últimos diez meses.
b) Supón que siempre comió chilaquiles y que hoy piensa comer lo mismo.
c) Supón que en las ocasiones anteriores no solo fué de su gusto sino que la encontró deliciosa.
d) Hoy se entera que hay nuevo cocinero.
e) Cada mes ha habido diferente cocinero.
f) Hoy se entera que cambiaron a la cajera por una menos guapa.

2.- Un apostador desea invertir su dinero en un caballo llamado "cansadón", que ha ganado las últimas seis carreras de caballos y concluye que hoy ganará también.

a) Suponga que le apuesta a que entra en primero o segundo lugar.
b) Se entera que hoy la carrera será de una milla, en lugar de media milla como fue antes.
c) Las seis anteriores fueron con pistas, distancias y jockeys diferentes.
d) "Cansadón" ganó las últimas diez carreras en lugar de las últimas seis.
e) El jockey de hoy es diferente al que montó las últimas seis carreras.
f) Suponer que el apostador soñó la noche anterior, que ganaba "cansadón".

II.- Resuelve los siguientes problemas, estableciendo la inferencia por analogía que corresponda en cada caso.
1) El átomo de magnesio tiene una estructura análoga al átomo de cobre. El átomo de cobre es electropositivo, ¿cómo es el átomo de magnesio?
2) Las ecuaciones y las desigualdades presentan varias analogías. Una ecuación no se altera cuando se suma la misma cantidad a sus dos miembros. qué sucede con una desigualdad, cuando se suma la misma cantidad a sus dos miembros?
3) La suma de números pares e impares es análoga a la multiplicación de números positivos y negativos. La suma de dos pares es par, ¿cómo será la suma de dos números positivos?
4) La función que desempeña el número cero en la adición es análoga a la que desempeña el número uno en la multiplicación. La suma de cero y siete es igual a siete; ¿cómo será la multiplicación de uno y siete?

1.6. LOS MÉTODOS DE MILL

Existen varios métodos inductivos para obtener conclusiones o para investigar la causa o el efecto de un fenómeno con un grado más alto de probabilidad, algunos son más precisos que otros y se aplican de acuerdo con el tipo de premisas o problemas que se tengan. Estos métodos son conocidos como los cánones de la inducción o métodos de Mill en consideración a John Stuart Mill (1806-1873), quién da nueva forma a los métodos de Francisco Bacon (1561-1626); y son los siguientes: Método de Concordancia, Método de Diferencia, Método de Concordancia y Diferencia, Método de los Residuos, y Método de las Variaciónes Concomitantes.

El razonamiento por enumeración simple tiene desventajas; entre las que podemos mencionar cuando se produce un fenómeno, este no solo aparece bajo una circunstancia; sino bajo varias las que de alguna manera hay que analizar.

1.6.1. MÉTODO DE CONCORDANCIA

El método de concordancia consiste en analizar dos o más casos del fenómeno o suceso a investigar, ya sea como causa o como efecto; y si estos casos se presentan bajo varias circunstancias, pero solo una es común, esta circunstancia en la que todos los casos concuerdan es la causa o el efecto del fenómeno investigado.
Por ejemplo.- Se observó que los habitantes de algunas ciudades de la R. M, presentaban una proporción mucho menor de caries dentales que el término medio de toda la nación; y se trató de descubrir la causa de éste fenómeno. Se encontró que las circunstancias propias de cada ciudad diferían en muchos aspectos como: latitud, longitud, elevación y tipos de economía. En cambio había una circunstancia común a todas ellas: La presencia de un porcentaje raramente elevado de flúor.
Se llegó a la conclusión de que el uso del flúor puede causar una disminución en la formación de caries dentales; y la aceptación de esta circunstancia los condujo a adoptar tratamientos a base de flúor, para evitar la formación de caries en la población de otras localidades.
Este método nos sirve para buscar la causa o el efecto de algún suceso; pero como en todos los casos de inducción incompleta su aplicación es limitada a un cierto número de casos y por consiguiente su conclusión es solamente probable. si el efecto no se especifica de manera precisa puede haber más de una circunstancia común.
En muchos casos es posible y además conveniente, enunciar este método en forma negativa: si una circunstancia no es común a todos los casos del fenómeno, entonces no puede ser la causa de este.

Formulado de esta manera sirve para eliminar causas propuestas que no satisfacen los requisitos de toda causa.
El esquema correspondiente a este método es el siguiente:

CONCORDANCIA.- si dos o más casos del fenómeno que se investiga, tienen solamente una circunstancia en común, la cual esta presente en todos los casos; entonces esa circunstancia es la causa o el efecto del fenómeno investigado.

CASOS	CIRCUNSTANCIAS-ANTECEDENTES					FENÓMENO
1	A	B	C		E	S
2	A	B		D	E	S
3	A		C	D		S
...	...					...
n	A	B		D	E	S

Por lo tanto, es probable que A sea la causa de S.

1.6.2. MÉTODO DE DIFERENCIA

Si al analizar el método de concordancia aparece más de una circunstancia en común para el mismo efecto, entonces éste método no funciona. En este caso es posible usar el método de diferencia, cuya aplicación se da con mucha frecuencia en la experimentación cuando se tiene planteada la hipótesis o bién cuando se quiere comprobar lo que se ha encontrado con algún otro método. Este método se puede enunciar de la siguiente manera:

Si en un caso en el cual el fenómeno que se investiga se presenta, y un caso en el cual no se presenta tienen todas las circunstancias comunes, excepto una presentándose esta solamente en el primer caso, la circunstancia única en la cual difieren los dos casos es el efecto o la causa, o una parte indispensable de la causa de dicho fenómeno.

Por ejemplo: Para probar el uso terapéutico de descargas eléctricas, perforaron las conchas de caracoles que dividieron en dos grupos, al primero se le aplicó la magnoterapia y el segundo no recibió ningún tratamiento.
Como resultado, el primer grupo de moluscos registró una regeneración considerablemente mayor del tejido extirpado de la concha.
Estos métodos, el de concordancia y el de diferencia en la práctica; muchas veces se aplican de manera conjunta a un mismo experimento, ya sea por la imposibilidad de aplicar uno de ellos o para reforzar los resultados obtenidos.
MÉTODO DE DIFERENCIA.- si en un caso en el cual el fenómeno que se investiga se presenta, tienen todas las circunstancias comunes, excepto una, presentándose esta solo en el primer caso, la circunstancia única en la cual difieren los dos casos, es la causa o el efecto o una parte indispensable de la causa de dicho fenómeno.

CASOS	CIRCUNSTANCIAS-ANTECEDENTES						FENÓMENO
1	A	B	C	D	E	F	S
2		B	C	D	E	F	-

Por lo tanto, es probable que A sea la causa de S.

1.6.3. MÉTODO DE CONCORDANCIA Y DIFERENCIA

Este método combinado de concordancia y diferencia se aplica muchas veces de manera simultánea a un mismo experimento debido a que el método de diferencia es como la contraprueba del método de concordancia y nos sirve para determinar la causa o el efecto de un fenómeno que se produzca; y su esquema es el siguiente.

ANTECEDENTES			FENOMENOS			ANTECEDENTES			FENOMENOS		
A	B	C	*a*	*b*	*c*	A	B	C	*a*	*b*	*c*
A	D	E	*a*	*d*	*e*		B	C		*b*	*c*

Luego, A es el efecto o la causa o una parte indispensable de la causa de *a*.

Cada uno de estos métodos usados por separado otorga cierta probabilidad a la conclusión, en cambio aplicados de manera conjunta su probabilidad es mayor.

1.6.4. MÉTODO DE LOS RESIDUOS

Cuando a un fenómeno se le quitan las circunstancias ya obtenidas anteriormente como "no determinantes", la restante o residuo es probablemente la causa de tal fenómeno.

Por ejemplo: El acumulador de un auto puede no retener la carga por varias circunstancias; que la banda del ventilador no se encuentre lo suficientemente tensa al generador, que este generador ya no sea eficiente, que el regulador tenga pegados los platinos o que el acumulador presente fallas. Se comprueba que la banda, el generador y el regulador son eficientes, entonces el acumulador es el que ya no retiene la carga. Este método puede representarse por el siguiente esquema:

CASOS	CIRCUNSTANCIAS-ANTECEDENTES				FENÓMENO
S	a	b	c	d	P
		b es b			
		c es c			
		d es d			

Luego, a es P

Se puede decir que este método, consiste en ir eliminando posibles causas o circunstancias hasta que quede la verdadera causa. De la misma forma se procede por residuos cuando ya se conoce el efecto de una parte de las circunstancias, nos dedicamos a buscar entre las restantes la verdadera causa del efecto en general.

Causas	Fenómeno
X	x
Y	y
Z	z

Sabemos que:
Z, es la causa de z
Y es la causa de y
Luego, X es la causa de x.

1.6.5. MÉTODO DE LAS VARIACIONES CONCOMITANTES

Si en algunos casos del fenómeno observado, al variar una de las circunstancias que intervienen en él, varía en la misma proporción el fenómeno, tal circunstancia es probablemente la causa de tal efecto.

Por ejemplo, si notamos que la luz de la casa aumenta y disminuye en intensidad, lo que hace que revisemos las habitaciones para explicarnos éstos altibajos, hasta darnos cuenta que la "sirvienta conecta y desconecta la plancha de acuerdo con sus necesidades"; esta circunstancia concomitante o al mismo tiempo del fenómeno de los altibajos de la luz es probablemente la causa.

Este método se puede ilustrar a través del siguiente esquema:

CASOS	CIRCUNSTANCIAS			EFECTO
S	a	b	c	P
S'	a'	b	c	P'
S	a	b	c	P

Luego, a es P

En el primer caso (S) las circunstancias producen el efecto P, en el segundo caso (S') se alteró la circunstancia a' y a la par se notó una alteración en el efecto (P'), en el tercer caso (S), volvió a la normalidad la circunstancia (a) y también el efecto (P); luego (a) es la causa de P.

1.7. EL PRINCIPIO DEL UNIVERSO CERRADO.

Cuando una fórmula o enunciado no se puede refutar a partir de un conjunto de hipótesis o premisas, se concluye que esta es verdadera.

Se llama del universo cerrado porque esto equivale a suponer que la información que se tiene es la necesaria para conocer todos los hechos de este universo .De este principio se deriva un método de inferencia.

Por ejemplo:

a) En el aspecto legal, cuando no se puede demostrar que una persona no es culpable, entonces es inocente y se le absuelve.

b) En el reglamento de tránsito, lo que no está prohibido está permitido.

c) En el caso de las dietas prescritas por los médicos, el paciente supone que lo que no está en su dieta; le está permitido comer.

EJERCICIO

1.- Completar la siguiente tabla.

Número de lados del polígono	número de triángulos que se forman	Suma de los ángulos interiores
3	1	1 180°
4	2	2 180°
5	3	3 180°
6	4	4 180°
7	5	5 180°
...	...	...
10	...	...
...	...	...
n	...	...

2.- Los números dispuestos de la manera que se muestran, corresponden a los coeficientes del binomio de Newton: $(a + b)^n$ y arreglados de esta forma constituyen el triángulo de Pascal.

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
 & & & & & & 1 & & & & & & \\
 & & & & & 1 & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & \\
 & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \\
1 & & 6 & & 15 & & 20 & & 15 & & 6 & & 1
\end{array}
$$

... ...

Observe el comportamiento de la tabla y encuentre los siguientes cuatro renglones.

3.- Como se puede ver, se cumplen las siguientes igualdades:

$2^2 - 1^2 = 2 \times 1 + 1$

$3^2 - 2^2 = 2 \times 2 + 1$

$4^2 - 3^2 = 2 \times 3 + 1$

$5^2 - 4^2 = 2 \times 4 + 1$

$6^2 - 5^2 = 2 \times 5 + 1$

... ...

Encuentra la fórmula general para cualquier número "*n*", y después comprueba que la igualdad se cumple.

4.- En cada uno de los ejemplos que siguen, obtener la conclusión; indicando el método de inducción utilizado.

i) Parker, Davis & Co. fabricantes de antibióticos de cloromicetina informaron que 62 menores de dos años enfermos de tos convulsa manifestaron una clara mejoría y volvieron a sus temperaturas normales, entre uno a tres días después de iniciar el tratamiento con cloromicetina.

ii) Juan, María, Pedro y José estudian en el CCH, llevan las mismas materias, están en el sexto semestre, estudian juntos, participan en los mismos equipos, llevan aprobadas todas las materias hasta el quinto semestre. Sabemos que Juan, Pedro y María pasaron a facultad.

iii) Eijkman, alimentó a un grupo de pollos exclusivamente con arroz blanco, todos ellos desarrollaron una polineuritis y murieron; alimentó a otro grupo de pollos (de la misma edad aproximadamente y bajo condiciones similares) con arroz sin refinar y ni uno solo de ellos contrajo la enfermedad.

iv) Luis metió un papel tornasol en ácido y se volvió rojo, Manuel metió un papel tornasol azul en ácido y se volvió rojo, Elena metió un papel tornasol azul en ácido y se volvió rojo.

v) El arco iris sólo aparece cuando llueve y brilla el Sol. La coloración irisada se puede contemplar también cuando la luz pasa a través de un prisma de cristal. En las nubes de agua que forman las cascadas, en las salpicaduras de los remos, en las gotas de rocío y cuando la luz atraviesa las gotas de lluvia. En todos esos casos se tiene la coincidencia de que el iris se produce por el paso de la luz a través de un medio transparente.

vi) El experimento de Mechnikov, de inocular el Treponema Pallidum a un joven estudiante de medicina junto con un grupo de monos. Después de una hora se frotó la herida del estudiante con el ungüento de Protocloruro de Mercurio, pero no se le aplicó a los monos.
Al cabo de 30 días, los monos estaban enfermos de sífilis mientras que el estudiante se encontraba enteramente sano. ¿qué relación existe entre el protocloruro de mercurio y la sífilis?

vii) Entre un grupo de ratas tuberculosas, se encontraron varias con tumores cancerosos en el estómago. Después se averiguó que dichas ratas provenían de sitios infestados de cucarachas. Entonces se realizó el experimento de alimentar a otro grupo de ratas con cucarachas y, conforme fueron muriendo, se les practicó la autopsia; descubriéndose que muchas de ellas tenían cáncer en el estómago. ¿qué se puede concluir de lo antes dicho?

viii) Un grupo de personas no inmunes, puestas en contacto repetido y durante varios días con la ropa sucia y los utensilios empleados por enfermos de fiebre amarilla pero aislados y protegidos totalmente de los mosquitos, no contraen esa enfermedad. En cambio otro grupo de personas sin ningún contacto con la ropa o los utensilios de los enfermos, pero que sean picados por mosquitos, contraen la infección; ¿a qué conclusión se puede llegar?

SEGUNDA PARTE

2.1. PROPOSICIONES LÓGICAS

En todos los lenguajes existen enunciados que afirman o niegan algo de alguien, y que pueden ser falsos o verdaderos; como por ejemplo:

a) El universo es finito
b) La tierra es plana
c) La luna gira en torno a la tierra
d) El hidrógeno es un gas
e) La contaminación perjudica la salud
f) La pobreza acaba con la muerte
g) La desnutrición engendra muchas enfermedades
h) La violencia genera violencia
i) En el mundo existe mucha marginación
j) Las ciudades padecen muchas enfermedades

Estos enunciados reciben el nombre de proposiciones lógicas.
Definición.- Proposición lógica es una expresión declarativa, la que puede ser falsa o verdadera; pero no las dos cosas simultáneamente.
Veamos los siguientes ejemplos:

1) El falciparum produce el paludismo
2) La medicina cura ciertos males
3) Los vertebrados tienen hueso
4) El argón pertenece a los gases muertos
5) Los escorpiones son ponzoñosos
6) El alacrán es venenoso
7) Los huracanes causan desastres
8) La vida termina con la muerte
9) Me compré unos zapatos
10) El sol brilla con luz propia

Todas estas expresiones son falsas o verdaderas, por lo que se trata de proposiciones lógicas; y cada una de ellas afirma algo de alguien.

EJERCICIO

De las expresiones que siguen diga cuáles son proposiciones, cuáles no, y por qué.

1. La luna está hecha de queso verde
2. La pantera rosa
3. El perro ladra

4. ¡Muchas gracias!
5. ¡Hola que tal!
6. ¡Saludos!
7. El niño es curioso
8. El arte musical
9. El corte perfecto
10. El rosal está muy florido
11. ¡Ojalá y te vaya bonito!
12. ¿Cómo estás?
13. 0 +1 = 1
14. 2 1 = 2
15. La luna es un satélite
16. Marte ocupa el tercer lugar en el sistema
planetario.
17. Trabajo de lunes a sábado
18. El cisne es blanco
19. La tierra está viva
20. El transporte público tiene muchas deficiencias

Existen otro tipo de proposiciones que no se pueden calificar de falsas o verdaderas y reciben el nombre de proposiciones abiertas.

Definición.- Proposición abierta es aquel enunciado que no tiene bién definido el sujeto y que no se puede calificar de falsa o verdadera, pero tiene la propiedad de generar conjuntos.
Ejemplos:

1) El niño es curioso
2) "x" es un planeta del sistema solar
3) Es un municipio del estado de Chiapas
4) Tiene forma cilíndrica
5) Contiene un volumen finito

Es claro que estas proposiciones no tienen el sujeto bién definido y por lo tanto no se les puede asignar un valor de verdad. Al definirse el sujeto en cada una de estas expresiones generan todo un conjunto de proposiciones lógicas verdaderas.

2.2. CONECTIVOS LÓGICOS O TÉRMINOS DE ENLACE

Observemos ahora las siguientes proposiciones:

1. Estudias y trabajas por la tarde
2. Si voy a la escuela, no trabajo
3. Te pago siempre y cuando tenga dinero
4. Si me saco la lotería, voy de vacaciones

5. No es cierto que la tierra es plana
6. Voy al cine o voy al teatro
7. Me duermo temprano si y solamente si tengo sueño
8. Voy a la escuela si sólo si tengo ganas
9. No es verdad que, estoy bién de salud
10. Quiero trabajar y es difícil colocarme

Se puede ver que en cada proposición hay palabras que unen o enlazan a una o más proposiciones, entre las cuales figuran las siguientes:

i) "no"
ii) "y"
iii) "o"
iv) "Sí...entonces..."
v) "...sí y sólo sí..."

A los que llamaremos conectivos lógicos o términos de enlace.

Definición.- Conectivo lógico es la palabra, frase o símbolo que sirve para enlazar o unir proposiciones.

Por ejemplo:

Con las proposiciones:

a) Voy a la escuela
b) Trabajo por la tarde

Podemos formar otras proposiciones:

1) Si no voy a la escuela, entonces trabajo por la tarde.
2) Voy a la escuela o trabajo por la tarde.
3) Voy a la escuela si y sólo si trabajo por la tarde
4) Voy a la escuela y trabajo por la tarde.
5) No trabajo por la tarde.

El conectivo es lo que aparece subrayado en cada una de las proposiciones anteriores.

EJERCICIO

En las siguientes proposiciones señala el conectivo o conectivos lógicos que se utilizan.

1) Si estudio medicina, entonces seré rico y obtendré lo que quiera.
2) Eres feo y rico, o guapo y pobre
3) Voy al cine o voy a la escuela o voy al teatro

4) Si haces las tareas y apruebas tus exámenes, entonces disfrutarás de tus vacaciones.
5) Habrá clase de lógica si y solamente si viene el maestro.
6) La contaminación causa enfermedades broncopulmonares y la pobreza hambre y desnutrición.
7) México es un país rico y pobre
8) Habrá progreso y riqueza si y solamente si nos hacemos independientes.
9) Los problemas políticos, sociales y económicos de México son el resultado de la falta de preparación de sus habitantes.
10) Trabajo pero no me pagan.

Puede notarse en el ejercicio anterior que hay algunas proposiciones que tienen varios conectivos lógicos.

2.3. PROPOSICIONES SIMPLES Y COMPUESTAS

Definición.- Proposición simple es aquella que no tiene conectivos lógicos.

Ejemplos:

1) Las orugas invernan en su capullo
2) La naturaleza es sabia
3) El ser humano posee una estructura molecular
4) Las pirañas son carnívoras
5) Algunos perros son amaestrados
6) $5 + 3 = 8$
7) $2 > 3$
8) $2 + 1 = 6 - 3$
9) $4 + 6 = 10$ 1
10) $10 \div 2 = 5$

Definición.- Proposición compuesta es aquella que tiene uno o más conectivos lógicos.

Ejemplos:

1. No es verdad que, asisto a la escuela
2. No me voy de vacaciones
3. Hace frío y siento calor
4. Si es domingo entonces no hay clases
5. O trabajas o estudias
6. $3 + 5 = 8$ o $4 + 1 = 2$
7. Termino de pintar siempre y cuando me apure
8. Hoy es lunes si y sólo si ayer fue domingo
9. Si la leche es poca, al niño le toca
10. Pedro y Carla te llamaron por teléfono

Puede verse que cada una de estas proposiciones tienen uno o más conectivos lógicos, por lo que se trata de proposiciones compuestas.

EJERCICIO

Correlaciona las dos columnas.

a) Proposición simple

b) Proposición compuesta

c) No es proposición

d) Proposición abierta

1.( ) El conejo vuela
2.( ) Las estrellas brillan con luz refleja.
3.( ) La Luna y el Sol brillan.
4.( ) Si corro, me canso
5.( ) Obtengo una beca siempre y cuando tenga buen promedio.
6.( ) O ganas o pierdes
7.( ) Te apuras o te alcanzo.
8.( ) Te duermes y no vas a la excursión.
9.( ) ¿A donde vas?
10.( ) El número x es par.
11.( ) ¡Que tal!
12.( ) x es un número primo.

2.3.1. LA NEGACIÓN DE UNA PROPOSICIÓN

Cuando negamos una proposición le anteponemos una de las palabras o frases que siguen:

a) "No"
b) "No es cierto que"
c) "No es verdad que"
d) "No ocurre que"

Neguemos las siguientes proposiciones:

1.- El perico es verde y muy hablador
2.- La calandria es de color amarillo y negro
3.- El coche contamina
4.- La lluvia es ácida y perjudica la salud
5.- El ambiente contaminado es propicio o maligno para la vida.

Las negaciones correspondientes a cada proposición quedan como sigue:

1) No es cierto que, el perico es verde y muy hablador.
2) No es verdad que, la calandria es de color amarillo y negro.
3) No ocurre que, el coche contamina.
4) No es verdad que la lluvia es ácida y perjudica la salud.
5) No ocurre que, un ambiente contaminado es propicio o maligno para la vida.

Neguemos ahora las siguientes proposiciones de manera más explícita.

1. La tierra gira
2. La paloma canta
3. El cuervo grazna
4. El cisne es blanco
5. La luna es un satélite

Las que quedan de la siguiente manera:

a. La tierra no gira
b. La paloma no canta
c. El cuervo no grazna
d. El cisne no es blanco
e. La luna no es un satélite

Pero no es válido negarlas como sigue; debido a que su significado es diferente a la negación.

i. La tierra está inmóvil
ii. La paloma grazna
iii. El cuervo canta
iv. El cisne es negro
v. La luna es un planeta

EJERCICIO

Niega explícitamente las proposiciones que siguen.

1) José y María se aman
2) El cielo es azul
3) El jilguero con sus trinos nos arrulla
4) El número 4 no es primo
5) El mar y el cielo se confunden
6) Las trombas provocan derrumbes
7) La luna está inmóvil
8) La atmósfera está quedando sin capa de ozono
9) El armadillo se protege con su concha
10) La tierra no es una estrella

2.3.2. LA CONJUNCIÓN

Definición.- La conjunción es una proposición formada por dos o más proposiciones unidas por el conectivo lógico "y".

Ejemplos:

1. El gato maúlla y es pardo
2 Existo y luego pienso
3. Voy a clases y luego me duermo
4. Tengo dinero y me lo gasto
5. Corro y me canso
6. Si tengo dinero, lo gasto y si no tengo dinero, me deprimo.
7. Como si y solamente si tengo ganas y si no tengo
ganas entonces no como.
8.. Me voy al cine y después a la escuela
9. Me compro unos zapatos o una camisa, y un pantalón o una chamarra.
10. Esta tela es de algodón o de lino, y la otra es dacrón.

Se pueden formar conjunciones con proposiciones simples o compuestas, si las unimos o enlazamos por medio del conectivo lógico "y".

2.3.3. LA DISYUNCIÓN

Definición.- La disyunción es una proposición compuesta formada por dos o más proposiciones unidas o enlazadas por el conectivo lógico "o".

Ejemplos:

1) Todos coludos o todos rabones
2) Estudias o trabajas
3) Gritas o guardas silencio
4) Apruebas o repruebas el exámen de lógica
5) Estudias y aprendes, o trabajas y tienes dinero

También pueden formarse disyunciones con proposiciones compuestas, por ejemplo.

1. Si estudio no trabajo, o si trabajo no estudio
2. Si el hidrógeno es un gas, sirve como combustible o si no se quema, no es combustible.
3. Júpiter o saturno o plutón giran o no son planetas.
4. Si la luna es de queso, el universo es finito o el universo es infinito y la luna no es de queso.
5. Tengo dinero si y sólo si trabajo o trabajo si y sólo si me pagan.

Veamos ahora el significado que tienen cada una de las siguientes disyunciones.

a) El elevador sube o baja
b) Apruebo o repruebo el exámen de lógica
c) Prendo o apago el foco
d) Como sopes o hamburguesas

e) Se ponchó la llanta o se desinfló

Analizando cada una de estas proposiciones, encontramos que las tres primeras indican que puede suceder una de las dos cosas; pero no pueden ocurrir de manera simultánea. Esto es, la primera indica que no puede suceder que el elevador suba y baje al mismo tiempo. En cambio, las dos últimas disyunciones nos indican que puede suceder una de las dos alternativas o las dos cosas; por ejemplo la última proposición presenta los siguientes casos:

i) Que se ponche la llanta
ii) Que se desinfle, ó
iii) Que se ponche y se desinfle.

Esto quiere decir que, el conectivo lógico "o", tiene dos significados diferentes; a los que denominaremos:

1. Sentido exclusivo.- significa que puede suceder una de las dos alternativas pero no ambas.
2. Sentido inclusivo.- significa que puede suceder una de las dos alternativas o las dos.

Aquí usaremos la disyunción en sentido inclusivo, que es más amplio.

EJERCICIO

Señala en cada una de las siguientes disyunciones, el sentido exclusivo o inclusivo.

1) Camino despacio o rápido
2) Obtengo NA en Física o MB en Biología
3) Existo o pienso
4) Ser o no ser
5) Como pinole o silbo
6) Tienen mucho trabajo o no tuvieron tiempo de repararlo.
7) El tren ya salió o está descompuesto
8) Murió envenenado o de muerte natural
9) La acompaña su mamá o no asiste a la fiesta
10) Tengo sueño o ganas de dormir

2.3.4. LA IMPLICACIÓN O CONDICIONAL

Definición.- La condicional o implicación es una proposición compuesta formada por dos proposiciones, unidas o enlazadas por el conectivo lógico "Si...entonces...".

Ejemplos:

1. Si hace calor, entonces me baño
2. Si corro, entonces te alcanzo
3. Si $x + 1 = 3$ entonces $x = 2$

4. Si escuchas entonces entenderás
5. Si hay dos libros entonces uno es mío

Podemos formar condicionales o implicaciones con proposiciones compuestas, por ejemplo:

1) Si llueve y llego tarde entonces no voy al cine
2) Si asisto al concierto o voy a la playa entonces nos vemos mañana y vamos al mundo submarino.
3) Si haces tus tareas y aprendes, entonces aprobarás tus exámenes y podrás vacacionar sin preocupaciones.
4) Si no trabajo, entonces no tengo dinero y no podré comprarme lo que necesito.
5) Sí, voy de viaje si y solamente si consigo hospedaje, entonces te espero en Cancún si y sólo si vas de vacaciones.

Se observa que el conectivo o término de enlace está formado por las palabras "sí" y "entonces". La proposición que está antes de la palabra entonces se llama antecedente o hipótesis y a la que está después se le conoce con el nombre de consecuente o tesis de la condicional.

EJERCICIO

Señala el antecedente y el consecuente de cada condicional.

1) Si me baño entonces me mojo
2) Si tengo dinero entonces te pago
3) Si $x > 0$, entonces x es positivo
4) Si tengo hambre, como
5) Si eres honrrado te respetarán
6) Si la figura tiene tres lados, entonces es un triángulo.
7) Si $a < b$ y $b < c$ entonces $a < c$
8) Si una primera cosa es igual a una segunda cosa, y esa segunda cosa es igual con una tercera cosa, entonces la primera cosa es igual con la tercera cosa.
9) Si A está contenido en B y B está contenido en A, entonces A es igual a B (A y B, son conjuntos).
10) Si me enfermo entonces no trabajo
11) Q si P
12) $P \rightarrow Q$
13) P sólo si Q
14) Cuando Q, P

2.3.5. LA EQUIVALENCIA LÓGICA O BICONDICIONAL

Definición.- La bicondicional es una proposición compuesta formada por dos proposiciones simples unidas por el conectivo lógico "...sí y sólo sí...".

Ejemplos:

1. Trabajo si y sólo si me pagan
2. Hay producción académica si y sólo si existen los estímulos.
3. Es de día si y sólo si no es de noche
4. Leo un libro si y sólo si tengo tiempo
5. La contaminación puede disminuir si y sólo si todos cumplen con la parte que les corresponde.

Podemos formar bicondicionales con proposiciones compuestas, por ejemplo.

1) La pobreza y el hambre van de la mano si y sólo si no se encuentran los mecanismos para evitarla
2) Se controla la explosión demográfica o pereceremos si y sólo si las ciudades crecen y llegan a su exterminio.
3) Los asentamientos humanos constituyen un problema social y genera demanda de servicios si y sólo si no se planea el crecimiento de las ciudades.
4) A es igual a B si y sólo si A está contenido en B y B está contenido en A.
5) $a < c$ si y sólo si $a < b$ y $b < c$

Estas proposiciones en el lenguaje cotidiano pueden ser expresadas de otra forma, substituyendo el conectivo lógico "...si y sólo si..." por la expresión "siempre y cuando"; quedando de la siguiente manera:

1) La pobreza y el hambre van de la mano siempre y cuando no se encuentren los mecanismos para evitarla.
2) Se controla la explosión demográfica o pereceremos siempre y cuando las ciudades crecen y llegan a su exterminio.
3) Los asentamientos humanos constituyen un problema social y genera demanda de servicios siempre y cuando no se planee el crecimiento de las ciudades.
4) A es igual a B siempre y cuando A esté contenido en B y B esté contenido en A.
5) $A < C$ siempre y cuando $A < B$ y $B < C$.

EJERCICIO

Escribe las siguientes bicondicionales substituyendo el conectivo lógico "...si y sólo si" por la frase "siempre y cuando".

1. Te pago si y sólo si tengo dinero.
2. Duermo si y sólo si tengo sueño.
3. Hace frío si y sólo si está nublado.
4. $x + 1 = 0$ si y sólo si $x = -1$
5. Es un cuadrilátero si y sólo si tiene cuatro lados.
6. Voy al cine y luego al teatro si y sólo si dispongo de tiempo y dinero.
7. Haces bromas o platicas en serio si y sólo si la ocasión lo amerita.
8. Suena el teléfono si y sólo si entra la llamada
9. El día existe si y sólo si le precede la noche.

10. La delincuencia se incrementa si y sólo si no se aplican castigos ejemplares y a la altura del delito.

2.4. SIMBOLIZACIÓN DE PROPOSICIONES LÓGICAS Y CONECTIVOS LÓGICOS

Una proposición puede simbolizarse utilizando una letra minúscula del alfabeto español, por ejemplo:

p: trabajo por la noche
q: mañana salgo de vacaciones
r: camino hacia la esquina

p, q, y r simbolizan las proposiciones anteriores. Así de esta forma podemos simbolizar cualquier proposición, ya sea simple ó compuesta.

SIMBOLIZACIÓN DE CONECTIVOS LÓGICOS

Los conectivos lógicos "no", "y", "o", "Sí...entonces..." y "...sí y sólo sí..."; los simbolizaremos de acuerdo con la tabla que sigue:

CONECTIVO	SÍMBOLO
NO	$\neg$, $\sim$
Y	$\wedge$, &
O	$\vee$
Sí...entonces...	$\rightarrow$
...si y sólo si...	$\leftrightarrow$

Usaremos los conectivos $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, y $\leftrightarrow$ para la negación, la conjunción, la disyunción, la condicional y la bicondicional, respectivamente.

Las proposiciones que siguen:

a) Tengo dinero
b) Si tengo dinero entonces me compro unos zapatos
c) Tengo dinero y me lo gasto en cháchara s
d) Leo un libro o leo una revista
e) Voy al gimnasio siempre y cuando tenga tiempo

Quedan simbolizadas de la siguiente forma:

a. p
b. $p \rightarrow q$
c. $r \wedge s$
d $t \vee w$

e. $m \leftrightarrow n$

Donde cada letra representa o simboliza la proposición simple que le corresponde.

EJERCICIO

Simboliza las siguientes proposiciones.
1) Si hace frío nevará
2) Si llueve me mojo
3) Trabajo y estudio por la noche
4) Voy de paseo y me divierto
5) Veo un programa de TV o me duermo temprano
6) Nos va bien o nos va mal
7) Es un cuadrado si y sólo si tiene cuatro lados
8) Estudio medicina si y sólo si no estudio química.
9) Obtengo MB en matemáticas o B en física
10) Me prestan dinero y me voy este fin de semana para Acapulco.
11) $x + 2 = 5$ si y sólo si $x = 3$
12) Si estudio matemáticas, entonces no estudio ingeniería.
13) O este edificio es muy alto o bajo o estoy perdiendo la vista.
14) Vivimos una época difícil o lo que ganamos no es suficiente.
15) Si no acabamos con la contaminación, entonces ella acabará con nosotros.

2.5. ANÁLISIS DE LA NEGACIÓN Y VALORES DE VERDAD

Vimos que hay varias formas de negar una proposición. Aquí utilizaremos la forma explícita para analizar cuando estas proposiciones son verdaderas y en que caso resultan falsas, por lo cual es necesario definir lo que son los valores de verdad de una proposición.
Valores de Verdad.- Son los adjetivos calificativos que se le asignan a una proposición: V si es verdadera o F si es falsa.

Por ejemplo:
a) p: El perico es verde$\longrightarrow$ V
La que al calificarse resulta verdadera, y su negación falsa.
$\neg$p: El perico no es verde$\longrightarrow$ F

b) P: El numero 3 es par$\longrightarrow$ F

Proposición que es falsa y la que al negarse resulta verdadera.
$\neg$p : El número 3 no es par$\longrightarrow$ V
Por lo que podemos concluir que esta proposición compuesta es:
I) falsa cuando la original es verdadera, y
II) verdadera cuando la original es falsa.

Estas observaciones quedan resumidas en la siguiente tabla de verdad:

TABLA DE VERDAD DE LA NEGACIÓN.

	Componente	Compuesta
Casos	P	$\neg$P
1	V	F
2	F	V

Tabla de verdad.- es un arreglo de renglones y columnas donde se anotan los valores de verdad que asume una proposición compuesta. Existe un orden entre los conectivos lógicos respecto a la amplitud o "fuerza de enlace", entre las proposiciones; y el orden de menor fuerza a mayor fuerza, es como sigue.

I) "No"
ii) "y", "o"
iii) "Sí...entonces..."
iv) "...si y sólo si..."
El conectivo lógico "no" sólo abarca la proposición que está negando, por ejemplo.
$\neg p \vee q$, sólo niega a p.
Por lo que $\neg(p \vee q)$ es diferente de $\neg p \vee q$; debido a que la primera niega a una disyunción.
Véase la siguiente proposición compuesta:
$[((\neg r) \vee s) \rightarrow r] \leftrightarrow [(p \wedge (\neg r)]$

En esta proposición no son necesarios los paréntesis, ya que el orden de los conectivos actúa en lugar de los paréntesis y la podemos escribir como:
$\neg r \vee s \rightarrow r \leftrightarrow p \wedge \neg r$
En cambio las siguientes proposiciones sí necesitan paréntesis.

a) $\neg(p \vee q)$
b) $p \vee (q \wedge r)$
c) $p \wedge (q \vee r)$
d) $(p \wedge q) \wedge q \rightarrow p$
e) $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$

2.6. TABLA DE VERDAD DE LA CONJUNCIÓN

Como ya vimos, estas proposiciones son aquellas que llevan el conectivo lógico "y" como termino de enlace; ahora analizaremos cuando son verdaderas y en que casos resultan falsas. Analicemos la proposición :
trabajo y estudio
para que dicha proposición sea cierta debemos realizar las dos actividades, esto es; solamente ocurrirá cuando sus dos componentes sean ciertas. Será falsa cuando no se realice alguna de las dos actividades o las dos.

En consecuencia podemos decir que este tipo de proposiciones es verdadera cuando sus dos componentes son verdaderas; en los demás casos resulta falsa; estas observaciones pueden ser resumidas en la siguiente tabla:

TABLA DE VERDAD DE LA CONJUNCIÓN.

	1ª componente	2ª componente	Compuesta
Casos	P	Q	$P \wedge Q$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	F

Usemos la tabla para calificar las siguientes.

Caso 1.- Sea la proposición:
La luna es un satélite y gira
Vemos que ambas componentes son verdaderas, y por lo tanto la conjunción es verdadera.
Caso 2.- Si la proposición es:
La luna es un satélite y es un planeta
Se observa que la primera componente es verdadera y la segunda es falsa; y como no ocurren las dos cosas entonces la conjunción resulta falsa.
Veamos ahora el caso inverso:
Caso 3.- La luna es un planeta y un satélite
Es claro que también en este caso la conjunción es falsa.
Caso.- La conjunción:
La luna es un planeta y una estrella
Como no suceden las dos cosas, la conjunción es falsa.

EJERCICIO

De acuerdo con la tabla de verdad califica las siguientes proposiciones.

1) Voy de paseo al campo y me divierto

2) Voy al cine y veo televisión

3) Silbo y como pinole

4) $3 + 2 = 5$ y $4 + 1 = 5$

5) $3 > 2$ y $2 > 3$

6) Leo un libro de lógica y una novela de ciencia ficción

7) Me saco la loteria y me compro un coche

8) Juana y Juan se aman

9) El sol es una estrella y el número dos es par

10) La luna está hecha de queso verde y de material geológico.

2.7. TABLA DE VERDAD DE LA DISYUNCIÓN

Esta proposición compuesta es la que lleva el conectivo lógico "o" como término de enlace, y veremos en que casos es verdadera y en cuales resulta falsa.
Para que esta proposición sea verdadera debe cumplirse al menos una de las dos alternativas; y solamente será falsa cuando no se cumplan ambas componentes.
Analicemos la siguiente proposición:

Caso 1.- El número dos es par o primo.
Por un lado el número dos es par y por el otro también es primo; por lo tanto se cumplen las dos alternativas y la disyunción resulta verdadera.
Caso 2.- Sea ahora la disyunción:
El número dos es par o impar.
Claramente se ve que el número dos es par y no impar; por lo que se cumple una de las dos alternativas y la disyunción es verdadera. En el caso inverso la disyunción también resulta verdadera.
Caso 3.- Veamos la proposición: El número dos es impar o par.
Como en esta expresión se cumple la segunda alternativa, la disyunción es verdadera.
Caso 4.- En la proposición: El número dos es impar o mayor que tres.
Se nota que las dos componentes son falsas, es decir; ninguna de las dos se cumple o sucede, y en consecuencia la disyunción resulta falsa.
Se observa que la disyunción es falsa, cuando sus dos componentes son falsas; en los demás casos resulta verdadera.
Todas estas observaciones quedan resumidas en la siguiente tabla:

TABLA DE VERDAD DE LA DISYUNCIÓN

	1ª componente	2ª componente	Compuesta
Casos	P	Q	P∨Q
1	V	V	V
2	V	F	V
3	F	V	V
4	F	F	F

La disyunción es una proposición que solamente es falsa cuando sus dos componentes son falsas, en los demás casos es verdadera.

EJERCICIO

I.- Califica las disyunciones que siguen de acuerdo con la tabla de verdad correspondiente.

1) El sol es una estrella o un planeta.

2) La tierra gira o permanece estática.

3) El universo tiene volumen o es infinito.

4) Este curso es de lógica o de geometría plana.

5) Corro o camino despacio.

6) Como o duermo.

7) Obtengo MB en lógica o NA.

8) O el agua es líquida o sólida.

9) La tierra es plana o esférica.

10) $3 + 2 = 5$ ó $3 + 2 = 7$

II.- Simboliza las proposiciones anteriores.

2.8. TABLA DE VERDAD DE LA CONDICIONAL O IMPLICACIÓN.

La condicional es la proposición que usa el conectivo lógico "Si...entonces..." como término de enlace.
Veamos en que situación, esta proposición es verdadera; y en que casos es falsa. Analicemos la expresión que dice:
Si me saco la lotería, entonces me compro un coche.
Esta expresión será verdadera cuando me saque la lotería y me compre un coche, o cuando no me saque la lotería y no me compre un coche, o si no me saco la lotería y me compro un coche quizá con los ahorros que tengo guardados. Solamente será falsa, si me saco la lotería y no me compro el coche.
Todo esto puede resumirse en la siguiente tabla:

TABLA DE VERDAD DE LA CONDICIONAL.

	1ª componente	2ª componente	Compuesta
Casos	P	Q	$P \to Q$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

La condicional es una expresión que puede tomar las siguientes formas:

1.- Si trabajo , me pagan.

2.- Me pagan, si trabajo.

3.- Trabajo sólo si me pagan.

4.- Trabajar es condición suficiente para que me paguen.

5.- Pagarme es condición necesaria para que trabaje.

EJERCICIO.

Simboliza y califica las siguientes condicionales.

1) Si corro, me canso.

2) Si escuchas, entenderás.

3) Si $4 + 1 = 5$, entonces $3 + 2 = 6$.

4) $x > 3$, si $x = 10$.

5) Es de noche, si no es de día.

6) Apruebo el examen de lógica, si estudio.

7) Leo un libro, si lo compro.

8) Veo un programa de TV, sólo si dispongo de tiempo.

9) $3 + 2 = 10$ sólo si $9 + 1 = 20$.

10) Es viernes, sólo si ayer fue jueves.

11) Si hace calor, entonces me baño.

12) Si $x + 1 = 3$, entonces $x = 2$.

13) Si antecedente, entonces consecuente.

14) $1 > 3$, si $3 > 6$.

15) Si $10 < 20$, entonces $20 < 10$.

2.9. TABLA DE VERDAD DE LA BICONDICIONAL O EQUIVALENCIA.

La bicondicional es la proposición que lleva el conectivo lógico "...si y sólo si...", como término de enlace. Deslindemos en que situaciones es verdadera y cuando es falsa.
Analicemos la proposición compuesta; la que simbolizamos así:

$p \leftrightarrow q$: trabajo si y sólo si me pagan.
Es verdadera sólo si trabajo y me pagan ó si no trabajo y no me pagan. Será falsa cuando trabaje y no me paguen ó cuando me paguen y no trabaje. Todo esto puede escribirse en la siguiente tabla de verdad.

TABLA DE VERDAD DE LA BICONDICIONAL.

	1ª componente	2ª componente	Compuesta
Casos	P	Q	$P \leftrightarrow Q$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	V

La bicondicional es verdadera, cuando sus dos componentes son verdaderas ó las dos son falsas; en los demás casos resulta falsa.

Recibe el nombre de bicondicional, porque se puede descomponer en dos proposiciones condicionales; una que va de P a Q y otra en sentido inverso, es decir; de Q a P. Por lo tanto la bicondicional $p \leftrightarrow q$, es equivalente a la conjunción $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$; lo que se denota así:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Donde el símbolo "≡", significa "es equivalente a".
La bicondicional se expresa en el lenguaje coloquial como sigue:

a) Voy de paseo siempre y cuando tenga tiempo.

b) Te pago siempre y cuando tenga dinero.

c) Obtengo MB en lógica siempre y cuando estudie mucho.

d) 2 + 1 = 3 siempre y cuando 3 + 0 = 3.

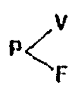
e) x + 2 = 5 siempre y cuando x = 3.

EJERCICIO.

Simboliza y califica de acuerdo con la tabla de verdad las siguientes bicondicionales.
1.- 3 + 1 es mayor que 2 si y sólo si 2 + 3 es mayor que 2.
2.- A = B si y sólo si $A \subset B$ y $B \subset A$.
3.- Es un cuadrilátero siempre y cuando tenga cuatro lados.
4.- Es un triángulo equilátero si y sólo si tiene tres ejes de simetría.
5.- Es de día si y sólo si no es de noche.
6.- Soy feliz siempre y cuando no me case.
7.- El sol es una estrella siempre y cuando brille con luz propia.
8.- El mercurio es un metal siempre y cuando se extraiga del subsuelo.
9.- Es un buen catalizador siempre y cuando se acelere la reacción en un tiempo mínimo.
10.- La luna es un satélite siempre y cuando gire alrededor de la tierra.

2.10. CONSTRUCCIÓN DE TABLAS DE VERDAD

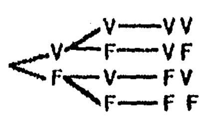
En la elaboración de tablas de vedad debemos tener en cuenta el conectivo lógico principal, así como el número de proposiciones simples diferentes comprendidas. De acuerdo con estas componentes se determinará el número de casos que se deben analizar.
Se ha observado que cuando se trata de una sola proposición el número de casos analizados es de dos, es decir, que la proposición sea verdadera o falsa.



ó

Casos	P
1	V
2	F

Si la proposición compuesta está formada por dos proposiciones simples diferentes, entonces el número de casos que se analizarán es de cuatro, es decir,



ó

	Proposiciones	
Casos	P	Q
1	V	V
2	V	F
3	F	V
4	F	F

Si la proposición compuesta consta de tres proposiciones simples diferentes, el número de casos que se analizan es de ocho, y así sucesivamente. Todo esto puede expresarse a través de la siguiente fórmula: $p(n) = 2^n$, donde el exponente indica el número de proposiciones simples de que está formada la proposición compuesta. Todo lo anterior se resume en una tabla como sigue:

# de Proposicones simples	# de casos por analizar
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
...	...
n	2^n

Si el número de los casos que se analizan es de ocho, entonces la primera columna se llena con cuatro símbolos "V" y cuatro "F" la segunda columna involucra dos veces al símbolo "V" y dos a "F" hasta llenarla, y la última una vez al símbolo "V" y una al símbolo "F", con lo que el número de casos se duplica.

2.11. PROPOSICIONES LÓGICAMENTE EQUIVALENTES

Definición.- Dos proposiciones son lógicamente equivalentes, si tienen los mismos valores de verdad.
Por ejemplo veamos las tablas de las proposiciones compuestas $\neg(p \wedge q)$ y $\neg p \vee \neg q$.

1	2	3	4	5	6	7
P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \vee \neg Q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Puede verse que las columnas 6 y 7, tienen los mismos valores de verdad; por lo tanto las proposiciones son equivalentes. En este caso escribimos

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

Donde el símbolo "≡" significa "es equivalente a".
Determinemos ahora si las proposiciones $\neg(\neg p \vee q)$ y $p \wedge \neg q$, son equivalentes.
Elaborando la tabla de verdad de cada una de ellas, podemos darnos cuenta si son o no equivalentes.

TABLA DE VERDAD DE $\neg(\neg p \vee q)$.

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$\neg(\neg p \vee q)$
V	V	F	V	F
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	V	F

TABLA DE VERDAD DE LA PROPOSICIÓN $p \wedge \neg q$.

p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

Se observa que la columna correspondiente a **cada una de las proposiciones compuestas, es la** misma; por lo que podemos concluir que

$$\neg(\neg p \vee q) \equiv p \wedge \neg q$$

Se puede decir también que las proposiciones **equivalentes son las que generan un mismo** conjunto; por ejemplo: las proposiciones

p(x) = El número x es par.
q(x) = El número x es divisible por 2.

son equivalentes. Al especificar valores para la **variable x en la proposición p(x), tenemos:**

p(1) = El número 1 es par ⟶ F
p(2) = El número 2 es par ⟶ V
p(3) = El número 3 es par ⟶ F
p(4) = El número 4 es par ⟶ V
p(5) = El número 5 es par ⟶ F etc.

Las proposiciones que al ser **calificadas resultan verdaderas; generan el conjunto de los números** pares, esto es.

P = {x / x es par } = {2, 4, 6, 8, ...}

Análogamente al asignarle valores a la variable x en la proposición q(x), obtenemos el conjunto de los números que son divisibles entre dos. Es decir:

Q = {x / x es divisible entre 2} = {2, 4, 6, 8, ...}

Puede notarse que los conjuntos P y Q son iguales, y en consecuencia las proposiciones p(x) y q(x) son aritméticamente equivalentes.

EJERCICIO

I.- Verifique si las siguientes parejas de proposiciones son equivalentes mediante tablas de verdad.

a) $\neg(p \wedge q)$, $\neg p \vee \neg q$

b) $p \rightarrow q$, $\neg p \vee q$

c) $p \leftrightarrow q$, $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow q)$

d) $p \vee (q \wedge r)$, $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

e) $p \wedge (q \vee r)$, $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

f) $\neg(p \rightarrow q)$, $p \wedge \neg q$

g) $\neg(\neg(r \vee s))$, $r \vee s$

h) $p \rightarrow q$, $\neg q \rightarrow \neg p$

i) $(p \rightarrow q) \wedge p$, q

j) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$, $p \rightarrow r$

II.- Niega cada una de las proposiciones que siguen y encuentra la proposición equivalente.

a) Obtengo MB o NA en el curso de lógica.

b) No estudio y apruebo el exámen.

c) Si trabajo entonces tengo dinero.

d) Si hace calor entonces llueve.

e) Ganaré una beca si y sólo si obtengo buenas calificaciones.

f) El universo es finito si y sólo si tiene volumen.

2.12. PROPIEDADES DE LA EQUIVALENCIA

Sean P, Q y R cualesquiera proposiciones. Las equivalencias más usuales son las siguientes:

1) $P \equiv P$	**IDENTIDAD**
2) $P \wedge P \equiv P$	**IDEMPOTENCIA**
3) $P \vee P \equiv P$	
4) $\neg(\neg P) \equiv P$	**DOBLE NEGACIÓN**
5) $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$	**CONMUTATIVAS**
6) $P \vee Q \equiv Q \vee P$	
7) $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$	**ASOCIATIVAS**
8) $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$	
9) $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	**DISTRIBUTIVAS**
10) $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	
11) $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$	**D'MORGAN**
12) $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$	
13) $P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$	**CONTRAPUESTA**
14) $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$	**IMPLICACIÓN**
15) $P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	**EQUIVALENCIA**
16) $P \wedge Q \rightarrow R \equiv [P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$	**EXPORTACIÓN**

Las leyes de D'Morgan son importantes porque nos permiten encontrar la proposición equivalente a la negación de una conjunción o una disyunción; y su aplicación es muy frecuente.

Por ejemplo, al negar la proposición

$p \wedge q \equiv$ Tengo dinero y soy feliz.

con las leyes de D'Morgan para la negación de la conjunción tenemos la expresión

$\neg(p \wedge q) \equiv$ No es cierto que tengo dinero y soy feliz.
$\neg p \vee \neg q \equiv$ No tengo dinero o no soy feliz.

Neguemos la proposición:

Si uso lentes, entonces tengo deficiencia visual.

Simbolicemos la proposición por:

$p \rightarrow q \equiv$ Si uso lentes, entonces tengo deficiencia visual.

Aplicando la equivalencia de la implicación y la ley de D'Morgan para la disyunción tenemos que:

$\neg(p \rightarrow q) \equiv$ No es cierto que, si uso lentes, entonces tengo deficiencia visual.
$\equiv$ No es cierto que, no uso lentes o tengo deficiencia visual.
$\equiv$ No, no uso lentes y no tengo deficiencia visual
$\equiv$ Uso lentes y no tengo deficiencia visual.

De manera que simbolizando los tres últimos renglones de la derecha se tiene:

$\neg(p \rightarrow q) \equiv \neg(\neg p \vee q)$	Por la ley de Implicación.
$\equiv \neg\neg p \wedge \neg q$	Por la ley de D'Morgan'
$\equiv p \wedge \neg q$	Por doble negación.

Donde p: Uso lentes y q: Tengo deficiencia visual.

En consecuencia la proposición equivalente a $\neg(p \rightarrow q)$ es $p \wedge \neg q$ cuya traducción dice:

Uso lentes y no tengo deficiencia visual.

Aplicando las leyes de equivalencia dadas con anterioridad podemos verificar cuando una proposición es equivalente con otra. Por ejemplo, podemos demostrar que:

$$\neg(\neg p \rightarrow \neg q) \equiv \neg p \wedge q$$

como sigue:

$\neg(\neg p \rightarrow \neg q) \equiv \neg(\neg\neg p \vee \neg q)$	Por ley de Implicación.
$\equiv \neg(p \vee \neg q)$	Por doble Negación.
$\equiv \neg p \wedge \neg\neg q$	Ley de D'Morgan.
$\equiv \neg p \wedge q$	Doble negación.

Por lo tanto, $\neg(\neg p \rightarrow \neg q) \equiv \neg p \wedge q$.

Podemos también encontrar una proposición equivalente a una proposición dada, por ejemplo:
Hallar una proposición equivalente a $p \wedge q \rightarrow \neg q$.

$p \wedge q \rightarrow \neg q \equiv \neg(p \wedge q) \vee \neg q$	Implicación
$\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee \neg q$	D'Morgan
$\equiv \neg p \vee (\neg q \vee \neg q)$	Asociativa
$\equiv \neg p \vee \neg q$	Idempotencia
$\equiv \neg(p \wedge q)$	D'Morgan

Por lo tanto $p \wedge q \rightarrow \neg q \equiv \neg(p \wedge q)$.

Encontrar una proposición equivalente a $\neg(\neg p \wedge \neg q)$

$\neg(\neg p \wedge \neg q) \equiv \neg\neg p \vee \neg\neg q$	D'Morgan(D'M)
$\equiv p \vee q$	Doble Negación(DN)

Por lo tanto, $\neg(\neg p \wedge \neg q) \equiv p \vee q$

Encontrar una proposición equivalente a $\neg(p \rightarrow q) \wedge q$.

$\neg(p \rightarrow q) \wedge q \equiv \neg(\neg p \vee q) \wedge q$	Implicación
$\equiv [\neg\neg p \wedge \neg q] \wedge q$	D'M
$\equiv (p \wedge \neg q) \wedge q$	DN
$\equiv p \wedge (\neg q \wedge q)$	Asociativa
$\equiv p \wedge C$	Ley de Contradicción, pues $\neg q \wedge q \equiv C$
$\equiv C$	Ley de contradicción, pues $p \wedge C \equiv C$.

Por lo tanto, $\neg(p \rightarrow q) \wedge q \equiv C$

q	¬q	q ∧ ¬q
V	F	F
F	V	F

(a)

p	C	p ∧ C
V	F	F
F	F	F

(b)

Como se puede ver en las tablas (a) y (b). Las proposiciones $\neg q \wedge q$ y $p \wedge C$, son contradicciones, porque siempre son falsas.

Hallar una proposición equivalente a $p \wedge q \rightarrow \neg q$.

$(p \wedge q) \rightarrow \neg q \equiv \neg(p \wedge q) \vee \neg q$	Implicación
$\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee \neg q$	D'M

$\equiv \neg p \vee (\neg q \vee \neg q)$ **Asociativa**

$\equiv \neg p \vee \neg q$ **Idempotencia**

$\equiv p \rightarrow \neg q$ **Implicación**

Por lo tanto, $p \wedge q \rightarrow \neg q \equiv p \rightarrow \neg q$. Esto puede demostrarse a través de una tabla de verdad:

p	q	$\neg q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow \neg q$	$p \rightarrow \neg q$
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V

Puede verse claramente que las columnas correspondientes a estas proposiciones son iguales; por lo que las proposiciones son equivalentes, es decir:

$$p \wedge q \rightarrow \neg q \equiv p \rightarrow \neg q$$

EJERCICIO

Construir tablas de verdad para determinar si los siguientes pares de proposiciones son lógicamente equivalentes.

1) $\neg(p \rightarrow q)$, $\neg p \rightarrow \neg q$

2) $\neg(p \rightarrow q)$, $p \wedge \neg q$

3) $\neg p \rightarrow \neg q$, $p \rightarrow q$

4) $\neg(p \wedge q)$, $\neg p \vee \neg q$

5) $\neg(p \vee q)$, $\neg p \wedge \neg q$

2.13. TAUTOLOGÍAS.- Una proposición que **siempre es verdadera, independientemente del** valor de verdad que puedan asumir sus **componentes, se llama TAUTOLOGÍA**.

Ejemplo: Elaboremos la tabla **de verdad de la proposición $\neg(\neg p) \rightarrow p$.**

p	$\neg p$	$\neg\neg p$	$\neg\neg p \rightarrow p$
V	F	V	V
F	V	F	V

En la columna correspondiente a la proposición $\neg(\neg p) \rightarrow p$ se puede observar que los valores de verdad resultan todos verdaderos; por lo que se trata de una tautología.

Veamos ahora si las siguientes proposiciones son tautologías.

a) $p \wedge q \rightarrow p$
b) $p \wedge p \rightarrow p$
c) $p \vee p \rightarrow p$

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

(a)

p	$p \wedge p$	$p \wedge p \rightarrow p$
V	V	V
F	F	V

(b)

c) $p \vee p \rightarrow p$

p	$p \vee p$	$p \vee p \rightarrow p$
V	V	V
F	F	V

En cada caso se puede ver que en la última columna todos los valores de verdad son V, independientemente del valor de verdad de sus componentes. Por lo tanto podemos decir que las tres proposiciones compuestas son tautologías.

EJERCICIO

Elabora la tabla de verdad de cada una de las proposiciones que siguen para ver si son tautologías.

1. $[(p \vee q) \wedge \neg q] \rightarrow p$

2. $[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow q$

3. $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

4. $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$

5. $p \wedge q \rightarrow q$

Existen también proposiciones que son lo contrario de una tautología y reciben el nombre de contradicciones.

2.14. CONTRADICCIONES.- Una proposición que siempre resulta falsa independientemente del valor que puedan asumir sus componentes es una CONTRADICCIÓN.

Por ejemplo, al hacer la tabla de verdad de la proposición $\neg[(p \wedge q) \rightarrow q]$, se observa que en la última columna todos los valores de verdad son F, lo que corresponde a una proposición que siempre es falsa; por lo que se trata de una contradicción.

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \rightarrow q$	$\neg((p \wedge q) \rightarrow q$
V	V	V	V	F
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

Elaboremos las tablas de verdad de las proposiciones:

a) $p \wedge \neg p$

p	$\neg p$	$p \wedge \neg p$
V	F	F
F	V	F

b) $p \wedge \neg(p \vee q)$

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$p \wedge \neg(p \vee q)$
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	F

En ambos casos la última columna demuestra que las **proposiciones son contradicciones.**

La proposiciones que no son tautologias ni contradicciones **recibén el nombre** de contingencias.

2.15. CONTINGENCIA.- Es una proposición cuya **tabla presenta como resultado valores falsos y** verdaderos.

Ejemplos:

Elaboremos la tabla de verdad de las **siguientes proposiciones:**

a) $p \wedge \neg q \rightarrow q$

b) $\neg p \rightarrow p$

c) $\neg p \vee q$

d) $\neg p \leftrightarrow q$

e) $\neg p \wedge \neg q$

a) Tabla de verdad de $p \wedge \neg q \rightarrow q$.

p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$p \wedge \neg q \rightarrow q$
V	V	F	F	V
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

b) Tabla de verdad de la proposición $\neg p \rightarrow p$

p	$\neg p$	$\neg p \rightarrow p$
V	F	V
F	V	F

c) Tabla de verdad de la proposición $\neg p \vee q$.

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$
V	V	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

d) Tabla de verdad de $\neg p \leftrightarrow q$

p	q	$\neg p$	$\neg p \leftrightarrow q$
V	V	F	F
V	F	F	V
F	V	V	V
F	F	V	F

e) Tabla de verdad de la proposición $\neg p \wedge \neg q$.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Puede observarse que en la última columna tienen valores V y F, por lo que se trata de proposiciones contingentes.

EJERCICIO

Determinar si las siguientes proposiciones son tautologías, contradicciones o contingencias.

1. $p \wedge q \rightarrow p$

2. $p \rightarrow p \vee q$

3. $p \vee \neg p \rightarrow p \vee q$

4. $p \vee \neg p \rightarrow q \wedge \neg p$

5. $\neg p \wedge \neg q \leftrightarrow \neg(p \vee q)$

6. $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg p \wedge q$

7. $p \rightarrow q \leftrightarrow p \wedge \neg q$

8. $((p \rightarrow q) \wedge p) \wedge q$

9. $((p \rightarrow q) \wedge p) \wedge \neg q$

10. $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$

2.16. PROPIEDADES DE LAS TAUTOLOGIAS Y LAS CONTRADICCIONES.

Denotaremos a las tautologías y a las contradicciones por medio de letras mayúsculas.

Se usa la letra "T" para las tautologías y la "C" para las contradicciones.
Si P es una proposición cualquiera, puede verificarse que las siguientes equivalencias son ciertas.

1. $\neg T \equiv C$

2. $\neg C \equiv T$

3. $P \wedge \neg P \equiv C$

4. $P \vee \neg P \equiv T$

5. $P \wedge T \equiv P$

6. $P \wedge C \equiv P$

7. $P \vee T \equiv T$

8. $P \vee C \equiv P$

Elaboremos la tabla de verdad de la proposición $p \vee \neg p$, **para determinar si se trata de una** tautología.

TABLA DE VERDAD DE LA PROPOSICIÓN $p \vee \neg p$.

p	¬p	p ∨ ¬p
V	F	V
F	V	V

Puede verse en la última columna que todos los **valores de verdad son V, por lo que se trata de** una tautología, es decir: $p \vee \neg p \equiv T$.

Elaboremos ahora la tabla de verdad de la **proposición** $p \wedge \neg p$, **para determinar si se trata de una** contradicción.

p	¬p	p ∧ ¬p
V	F	F
F	V	F

Puede verse que **en la última columna sólo aparece el valor de verdad F, por lo que se trata de una** contradicción, esto es: $p \wedge \neg p \equiv C$.

Estas propiedades se pueden usar de manera simultánea con las leyes de equivalencia para simplificar una proposición compuesta.

Por ejemplo: Simplificar la proposición $\neg(\neg p \rightarrow q) \vee q$.

$\neg(\neg p \rightarrow q) \vee q \equiv \neg(\neg\neg p \vee q) \vee q$	**Implicación**
$\equiv \neg(p \vee q) \vee q$	**DN**
$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee q$	**D'M**
$\equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee q)$	**Distributiva**
$\equiv (\neg p \vee q) \wedge T$	**Prop. Tautológica**
$\equiv (\neg p \vee q)$	**Prop. Tautológica**

Por lo tanto, $\neg(\neg p \rightarrow q) \vee q \equiv \neg p \vee q$.

Simplifiquemos ahora la proposición $\neg[(q \rightarrow p) \wedge (\neg p \rightarrow q)]$.

$\neg[(q \rightarrow p) \wedge (\neg p \rightarrow q)] \equiv \neg[(\neg q \vee p) \wedge (\neg\neg p \vee q)]$	**Implic.**
$\equiv \neg(\neg q \vee p) \vee \neg(p \vee q)$	**D'M y DN.**
$\equiv (\neg\neg q \wedge \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	**D'M.**
$\equiv (q \wedge \neg p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	**DN.**
$\equiv (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	**Conmutat.**
$\equiv \neg p \wedge (q \vee \neg q)$	**Distrib.**
$\equiv \neg p \wedge T$	**Prop.Tautológ.**
$\equiv \neg p$	**Prop.Tautológ.**

Consecuentemente tenemos que:

$$\neg[(q \rightarrow p) \wedge (\neg p \rightarrow q)] \equiv \neg p.$$

Por último simplifiquemos la proposición $\neg[p \wedge q \rightarrow q]$.

$\neg[p \wedge q \rightarrow q] \equiv \neg[\neg(p \wedge q) \vee q]$	**Implicación.**
$\equiv \neg[(\neg p \vee \neg q) \vee q]$	**D'M.**
$\equiv \neg[\neg p \vee (\neg q \vee q)]$	**Asociativa.**
$\equiv \neg[\neg p \vee T]$	**Prop.Tautológica.**
$\equiv \neg[T]$	**Prop.Tautológica.**
$\equiv C$	**Ley de Contrad.**

Consecuentemente tenemos **que**:

$$\neg[p \wedge q \rightarrow q] \equiv C.$$

Aplicando las leyes **expuestas anteriormente demostremos que la proposición compuesta:**

$(p \vee q) \wedge \neg p \rightarrow q \equiv T$

$(p \vee q) \wedge \neg p \rightarrow q \equiv \neg[(p \vee q) \wedge \neg p] \vee q$	Implicación.
$\equiv [\neg(p \vee q) \vee \neg\neg p] \vee q$	D'M.
$\equiv [\neg(p \vee q) \vee p] \vee q$	DN.
$\equiv [(\neg p \wedge \neg q) \vee p] \vee q$	D'M.
$\equiv [(\neg p \vee p) \wedge (\neg q \vee p)] \vee q$	Distributiva.
$\equiv [T \wedge (\neg q \vee p)] \vee q$	Ley Tautológica.
$\equiv [\neg q \vee p] \vee q$	Ley Tautológica.
$\equiv p \vee (\neg q \vee q)$	Asociativa.
$\equiv p \vee T$	Ley Tautológica.
$\equiv T$	Ley Tautológica.

Por lo tanto, $(p \vee q) \wedge \neg p \rightarrow q \equiv T$.

EJERCICIO

Aplicando las leyes de equivalencia, así como las leyes tautológicas y de contradicción; simplifica las siguientes proposiciones.

1. $\neg p \rightarrow p$

2. $\neg(\neg p \rightarrow \neg p)$

3. $p \wedge \neg(p \wedge \neg q)$

4. $\neg q \vee \neg(p \vee \neg q)$

5. $\neg p \wedge \neg(p \wedge q)$

6. $q \vee (q \vee \neg p)$

7. $\neg[p \vee \neg(p \vee q)]$

8. $p \wedge (p \rightarrow q)$

9. $\neg[\neg p \vee \neg(p \rightarrow q)]$

10. $(p \vee q) \wedge (q \rightarrow p)$

Demuestra que las siguientes proposiciones son equivalentes aplicando las leyes de equivalencia, tautológicas y contradictorias.

1. $p \wedge (\neg p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow q) \equiv p \wedge q$

2. $\neg[(q \rightarrow \neg p) \wedge (p \rightarrow q)] \equiv p$

3. $p \wedge q \rightarrow s \equiv p \rightarrow (q \rightarrow s)$

4. $\neg[\neg(p \vee \neg q)] \equiv p \wedge \neg q$

5. $\neg[p \vee \neg(\neg p \rightarrow q)] \equiv \neg p \wedge q$

6. $p \rightarrow p \wedge q \equiv p \rightarrow q$

7. $p \rightarrow q \wedge r \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

8. $p \rightarrow q \vee r \equiv (p \rightarrow q) \vee r$

9. $(q \rightarrow p) \rightarrow p \wedge q \equiv q$

10. $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q \equiv T$

2.17. DEDUCCIÓN LÓGICA.

Uno de los aspectos importantes en la Lógica es la deducción; por medio de la cual se puede avanzar en el proceso del conocimiento. De proposiciones conocidas como verdaderas se pueden deducir otras también verdaderas. Por ejemplo de las proposiciones:

1) Si el universo es infinito, entonces tiene volumen.
2) El universo es infinito.

se puede concluir que

3) El universo tiene volumen.

A las proposiciones (1) y (2) se les llama premisas y a (3) se le da el nombre de conclusión. Todo esto constituye un ejemplo de razonamiento deductivo o argumento lógico.

Aunque un argumento puede estar formado por proposiciones falsas y verdaderas, no podemos decir que éste resulte por ello falso o verdadero. De los argumentos lo que podemos decir es que son válidos o no válidos, correctos o incorrectos.

Validez lógica de un argumento.

Se dice que, un argumento es válido si al establecer una condicional entre la conjunción de las premisas y la conclusión ésta resulta ser una tautología. Esto significa que no puede haber un caso en que todas las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. Si llamamos P a la conjunción de premisas y C a la conclusión, el argumento quedará representado por la proposición compuesta $P \to C$.

Un argumento será no válido solamente cuando haya un caso en que todas las premisas son verdaderas y la conclusión falsa, o cuando la condicional no resulte ser una tautología, esto es: $P \to C \not\equiv T$.

2.18. ARGUMENTOS LÓGICOS.- UN ARGUMENTO LÓGICO consiste de un conjunto de proposiciones llamadas premisas y una proposición llamada conclusión, diciéndose de esta última que es consecuencia lógica de las premisas.

Esto es: ARGUMENTO

$$\frac{\{P_1, P_2, \ldots, P_n\} \quad \text{(PREMISAS)}}{C \quad \text{(CONCLUSIÓN)}}$$

En la lógica, las conclusiones se suelen inferir de las premisas por medio de **reglas de inferencia**.

2.19. REGLAS DE INFERENCIA.- Una regla de inferencia es un procedimiento por medio del cual obtenemos una conclusión a partir de ciertas premisas.

Las reglas de inferencia que aquí trataremos son: Modus Ponendo Ponens, Modus Tollendo Tollens, Modus Tollendo Ponens, Silogismo Hipotético, Ley de Simplificación, Ley de Adjunción, Ley de Adición y Silogismo Disyuntivo.

2.19.1. MODUS PONENDO PONENS (MPP).

Es el método que consiste en afirmar el consecuente de una condicional afirmando el antecedente, es decir:

Modus Ponendo Ponens.- Si tenemos una condicional y su antecedente como premisas, entonces podemos concluir el consecuente de ésta proposición.

Simbólicamente se puede representar por el siguiente esquema; donde P y Q son proposiciones cualesquiera.

1) $P \to Q$		Condicional (premisa 1).
2) P		Antecedente de la condicional (premisa 2).
3) Q	MPP(1,2)	Consecuente de la condicional.(conclusión).

Ejemplos:

1) Si hace calor entonces llueve
2) Hace calor
3) Por lo tanto, llueve. MPP(1,2)

1) Si voy al cine, entonces me divierto.
2) Voy al cine
3) En consecuencia, me divierto. MPP(1,2)

1) $p \vee q \rightarrow r$
2) $p \vee q$
3) Por lo tanto, r. MPP(1,2)

1) $p \rightarrow q \wedge r$
2) p
3). Por tanto, $q \wedge r$. MPP(1,2).

EJERCICIO

En cada uno de los casos, hallar la conclusión a partir del conjunto de premisas.

1) Si es coche, entonces contamina.
Es coche.

2) Si tengo dinero, te pago.
Tengo dinero.

3) Si es político, entonces es corrupto.
Es político.

4) Si leo un libro y me acuesto, entonces me duermo.
Leo un libro y me acuesto.

5) Si ella se casa, entonces encontró un tonto que la mantenga por el resto de su vida.
Ella se casa.

6) Si la vida es un sueño, entonces prefiero dormir. La vida es un sueño.

7) Si me voy de viaje, entonces gastaré todos mis ahorros. Me voy de viaje.

8) $p \vee q \rightarrow r$
$p \vee q$

9) $(q \rightarrow p) \rightarrow (r \vee s)$
$q \rightarrow p$

10) $\neg p \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
$\neg p \wedge \neg q$

2.19.2. MODUS TOLLENDO TOLLENS (MTT).

Es el método o regla de inferencia en la que negando el consecuente de una condicional se puede negar el antecedente de la misma. Esto es:

MODUS TOLLENDO TOLLENS.- Si tenemos una condicional y la negación del consecuente como premisas, se puede obtener como conclusión; la negación del antecedente.
Esta regla puede representarse de la siguiente forma, donde P y Q representan proposiciones cualesquiera.

1) $P \rightarrow Q$	Condicional (Premisa 1).
2) $\neg Q$	Negación del consecuente (Premisa 2)
3) Por lo tanto $\neg P$. MTT(1,2).	Negación del antecedente. (conclusión).

Ejemplos:

1) Si leo un libro, entonces aprendo.
2) No aprendo.
3) Por lo tanto, no leo un libro.

1) Si no estudio física, entonces estudio medicina
2) No estudio medicina.
3) En consecuencia, estudio física. MTT(1,2)

1) Si no se frena la contaminación, entonces lo lamentaremos.
2) No lo lamentaremos.
3) En consecuencia, se frena la contaminación. MTT(1,2).

1) Si una sociedad alcanza su máximo grado de desarrollo, entonces llega a su exterminio total.
2) No llega a su exterminio total.
3) Por lo tanto, no alcanza su máximo grado de desarrollo. MTT(1,2).

1) Si el agua se contamina, entonces pereceremos.
2) No pereceremos.
3) En consecuencia, el agua no se contamina. MTT(1,2)

EJERCICIO.

En cada caso hallar la conclusión que se desprende o deriva de cada grupo de premisas.

1. Si escucho música entonces estoy en casa.

No estoy en casa.

2. Si voy de paseo, entonces me divierto.
   No me divierto.

3. Si no como, entonces no tengo hambre.
   Tengo hambre.

4. Si no estudio, entonces no apruebo el examen.
   Apruebo el examen.

5. Si trabajo, entonces tengo dinero.
   No tengo dinero.

6. Si salgo temprano, entonces llego temprano a casa.
   Si llego temprano a casa, entonces hago la tarea.
   No hago la tarea.

7. Si voy al cine o al teatro, entonces no voy a la fiesta.
   Voy a la fiesta.

8. a) $p \vee \neg q \rightarrow r \wedge s$
   b) $\neg(r \wedge s)$

9. a) $\neg p \rightarrow \neg s$
   b) $\neg s \rightarrow t$
   c) $\neg t$

10. a) $p \rightarrow \neg q$
    b) $\neg q \rightarrow s$
    c) $\neg s$

11. a) $p \rightarrow q$
    b) $q \rightarrow s$
    c) $\neg p \rightarrow t$
    d) $\neg t$

Nota.- Obsérvese que de las premisas siguientes:

1. $P \rightarrow Q$
2. $\neg P$

No podemos extraer ninguna conclusión, siendo erróneo concluir $\neg Q$; ya que éste razonamiento no representa un argumento válido como mostraremos más adelante.

2.19.3. MODUS TOLLENDO PONENS (MTP).
(Modo de afirmar negando)

Es el método en el que negando una de las componentes de una disyunción, se afirma la otra componente; esto es:

MODUS TOLLENDO PONENS.- Si tenemos una disyunción y la negación de una de sus componentes como premisas, se puede concluir la otra componente.

De manera simbólica ésta regla puede escribirse como sigue:

1) $P \vee Q$
2) $\neg P$

---

3) Q MTP(1,2)

1) $P \vee Q$
2) $\neg Q$

---

3) P MTP(1,2)

EJEMPLOS

1) Estudio medicina o ingeniería
2) No estudio medicina
3) En consecuencia, estudio ingeniería. MTP(1,2)

1) Estudio o trabajo.
2) No trabajo.
3) En consecuencia, estudio. MTP(1,2)

1) Voy al cine o al teatro.
2) No voy al cine.
3) Luego, voy al teatro. MTP(1,2)

1) $(\neg p \wedge q) \vee (p \rightarrow q)$
2) $\neg(\neg p \wedge q)$
3) $p \rightarrow q$. MTP(1,2).

EJERCICIOS

En cada caso obtener la conclusión correspondiente.

1.- Salgo temprano o salgo tarde.
No salgo temprano.

2.- Estudio maestría o doctorado.
No estudio doctorado.

3.- Estudio o trabajo.
Si trabajo, entonces gano dinero.
No estudio.

4.- x = y o x = z
Si x = z, entonces x = 6.
No es x = 6.

5.- x = 0 o x = 1
Si x = 1, entonces x = z.
x es diferente de z.

6.- a) $(p \wedge q) \vee \neg s$
b) $\neg s \rightarrow t$
c) $\neg(p \wedge q)$

7.- a) $p \rightarrow q$
b) $s \rightarrow \neg q$
c) $s \vee t$
d) $\neg t$

8.- a) $p \wedge \neg q \rightarrow s \vee \neg t$
b) $\neg s \wedge t$
c) p

9.- a) $p \vee q$
b) $p \rightarrow r$
c) $s \rightarrow \neg r$
d) s

10.- Obtener s.
a) $p \vee q$
b) $\neg q$
c) $p \rightarrow s$

2.19.4. SILOGISMO HIPOTÉTICO (SH).

Si tenemos dos condicionales como premisas, en donde el antecedente de la segunda es el consecuente de la primera, se puede concluir otra condicional cuyo antecedente es el de la primera y su consecuente es el de la segunda.

Esto puede representarse de la siguiente forma, siempre que P, Q y R sean proposiciones cualesquiera.

1) $P \to Q$ Premisa
2) $Q \to R$ Premisa

3) $P \to R$ Conclusión. SH(1,2).

1) $Q \to R$
2) $P \to Q$

3) $P \to R$ SH(1,2).

Ejemplos:

1) Si hace calor, entonces estamos en primavera
2) Si estamos en primavera, entonces hay flores.
3) Luego, Si hace calor, entonces hay flores. SH(1,2).

1) Si hoy es lunes, entonces mañana es martes
2) Si mañana es martes, entonces no tengo clase de lógica
3) Luego, Si hoy es lunes, no tengo clase de lógica. SH(1,2).

1) Si no se abre el cajón, entonces no podré guardar estos papeles.
2) Si no guardo estos papeles, entonces es posible que se pierdan.
3) Luego, si no se abre este cajón, entonces es posible que se pierdan. SH(1,2).

1) $p \wedge q \to r$
2) $r \to m$
3) $p \wedge q \to m$. SH(1,2).

1) $a \vee b \to \neg c$
2) $\neg c \to d$
3) $d \to t$
4) $a \vee b \to d$. SH(1,2).
5) $a \vee b \to t$. SH(3,4).

EJERCICIOS

En cada uno de los siguientes casos obtener la conclusión correspondiente.

1. 1) $q \to \neg p$
   2) $\neg p \to r$

2. 1) $p \to r \wedge \neg s$
   2) $r \wedge \neg s \to t$

3. 1) $s \vee t \to r \vee q$
   2) $r \vee q \to \neg p$

4. 1) $s \to \neg t$
   2) $\neg t \to \neg r$

En cada uno de los siguientes casos demostrar que la conclusión es consecuencia lógica de las premisas.

5. Obtener $\neg t$.
1) $(q \to r) \wedge p$

6. Obtener p.
1) $\neg r$

2) $r \to t$
3) $(q \to r) \to \neg t$

2) $\neg p \to q$
3) $q \to r$

7. Obtener q
1) $\neg r \to s$
2) $s \to p \wedge q$
3) $r \to t$
4) $\neg t$

8. Obtener $x = 6 \vee x > 6$
1) $x + y \to y < x$
2) $(x > 5 \to y < x) \to y = 5$
3) $y = 5 \vee x = 6$
4) $x > 5 \to x = y$

9. Obtener $x > y$

1) $x \neq y \to x > y \vee x < y$
2) $x > y \vee x < y \to x \neq 4$
3) $x < y \to \neg(x \neq y \to x \neq 4)$
4) $x \neq y$

10. Demostrar que: $y + z = 8$

1) $z = 5 \to ((y = 3 \to y + z = 8) \wedge z > y)$
2) $(xy + z = 11 \to x = 2) \to (y = 3 \wedge z = 5)$
3) $xy = 6 \to x = 2$
4) $xy + z = 11 \to xy = 6$

2.19.5. SILOGISMO DISYUNTIVO (SD).

Silogismo disyuntivo.- Si tenemos una disyunción y dos condicionales cuyos antecedentes son las componentes de la disyunción, se puede concluir otra disyunción que tenga como componentes los consecuentes de las condicionales respectivas.

Esto es, si P, Q, R y S son proposiciones cualesquiera, entonces esta regla de inferencia puede escribirse como sigue:

1) $P \vee Q$	Premisa
2) $P \to R$	Premisa
3) $Q \to S$	Premisa
4) $R \vee S$	conclusión. SD (1,2,3).

EJEMPLOS.

a. 1) Está nublado o despejado
2) Si está nublado entonces llueve
3) Si está despejado, entonces hace calor
4) Por lo tanto, llueve o hace calor. SD (1, 2, 3)

b. 1) O me voy de vacaciones o me quedo en casa
2) Si me voy de vacaciones, entonces me divierto
3) Si me quedo en casa, entonces descanso
4) Luego me divierto o descanso. SD (1, 2, 3)

c. 1) Voy de prisa o voy despacio
2) Si voy de prisa entonces llego temprano

3) Si voy despacio, entonces llego tarde
4) Por lo tanto, llego temprano o tarde. SD (1, 2, 3)

d. 1) $p \vee q$
2) $p \rightarrow r \wedge s$
3) $q \rightarrow t$
4) $(r \wedge s) \vee t$ SD (1, 2, 3)

e. 1) $\neg p \vee q$
2) $\neg p \rightarrow \neg r$
3) $q \rightarrow s$
4) $\neg r \vee s$ SD (1, 2, 3)

EJERCICIO

Obtener la conclusión en cada uno de los siguientes conjuntos de premisas.

1) *x* es un número positivo o es un número negativo. Si x es un número positivo, entonces x es mayor que cero. Si x es número negativo entonces x es menor que cero.

2) *x* es piedra caliza o es granito. Si x es caliza, entonces x es sedimentaria. Si x es granito, entonces x es ígnea.

3) Estudio o trabajo. Si estudio, entonces progresaré. Si trabajo, entonces tendré dinero.

4. 1) $p \vee \neg q$
2) $\neg p \rightarrow r$
3) $p \rightarrow \neg s$

5. 1) $\neg t \vee \neg s$
2) $\neg s \rightarrow p$
3) $\neg t \rightarrow q$

6. 1) $q \vee r$
2) $q \rightarrow \neg s$
3) $r \rightarrow \neg t$

7. 1) $(r \wedge s) \vee t$
2) $(r \wedge s) \rightarrow \neg q$
3) $t \rightarrow p$

8. Obtener t
1) $p \vee \neg r$
2) $\neg r \rightarrow s$
3) $p \rightarrow t$
4) $\neg s$

9. Obtener s
1) $p \rightarrow q$
2) $q \rightarrow \neg r$
3) r
4) $p \vee (t \wedge s)$

10. Obtener $x = 3 \vee x = 2$
1) $x + y = 7 \rightarrow x = 2$
2) $y - x = 2 \rightarrow x = 3$

3) $x + y = 7 \vee y - x = 2$

2.19.6. LEY DE SIMPLIFICACIÓN (Simpl.).

REGLA DE SIMPLIFICACIÓN.- Si se tiene una conjunción como premisa; se puede deducir cualquiera de sus componentes o ambas componentes.

Sí P y Q son proposiciones cualesquiera, esta regla se puede esquematizar como sigue:

1) $P \wedge Q$ (premisa)
2) P (conclusión)

1) $P \wedge Q$ (premisa)
2) Q (conclusión)

EJEMPLOS

a. 1) Es de día y está obscuro
2) Por lo tanto, es de día.

O también:

b. 1) Es de día y está obscuro
2) Por lo tanto, está obscuro.

c. 1) $2 + 1 = 3 \wedge 3 + 1 = 4$
2) Por lo tanto, $2 + 1 = 3$ Simpl. 1

d. 1) $2 + 1 = 3 \wedge 3 + 1 = 4$
2) Por lo tanto, $3 + 1 = 4$ Simpl. 1

e. 1) $(p \vee q) \wedge r$
2) Por lo tanto, r Simpl. 1

EJERCICIO

Obtener la conclusión en cada uno de los siguientes conjuntos de premisas.

a) Los residuos industriales son contaminantes y esterilizan el suelo.

b) Los temblores son reacomodamientos de los bloques de la corteza terrestre y producen catástrofes en las ciudades.

c. Si hay justicia, entonces tenemos menos atropellos y todos vivimos en paz.

d. $(p \wedge q) \wedge (p \vee q)$

e. Obtener $\neg c$

f. Obtener $a \vee b$

1. $a \wedge \neg b$ 1. $a \rightarrow b$
2. $c \rightarrow \neg a$ 2. a

2.19.7 LEY DE ADJUNCIÓN (Adj.)

REGLA DE ADJUNCIÓN.- Si tenemos dos proposiciones verdaderas como premisas, podemos obtener como conclusión una conjunción que también es verdadera.

Es decir, si P y Q son proposiciones cualesquiera; la ley expuesta en el párrafo anterior se puede esquematizar como sigue:

1) P
2) Q
3) $P \wedge Q$ Adj(1,2)

Veamos algunos ejemplos:

a. 1) La luna es un satélite
2) La luna gira.
3) Luego, la luna es un satélite y gira Adj.(1,2)

b. 1) El número 10 es par
2) El número 10 es divisible entre 2.
3) Luego, el número 10 es par y divisible entre 2.

Esta ley es la recíproca de la ley de simplificación expuesta anteriormente.

EJERCICIO

Escribe la conclusión en cada caso.

a. 1) Está dormida
2) Se encuentra mal de salud.

b. 1) Este libro es de química
2) Este libro es mío.

c. 1) El sol es una estrella
2) El sol tiene luz propia.

d. 1) La luz tiene fotones
2) La luz viaja a 300000 km/seg.

e. 1) Los mayas fueron grandes astrónomos
2) Los mayas inventaron el cero.

f. 1) p
2) q

g. 1) $p \vee q$
2) r

h. 1) $a \rightarrow b$
2) $b \rightarrow a$

i. 1) $p \rightarrow q$
2) r

j. 1) $p \vee q \rightarrow r$
2) $\neg p \vee \neg q$

2.19.8. LEY DE ADICIÓN (Ad.)

REGLA DE ADICIÓN.- Si tenemos una proposición verdadera como premisa, se puede obtener como conclusión una disyunción formada por ella y otra proposición cualquiera.

Si P es una proposición verdadera, y Q una proposición cualquiera, entonces:

1) P	Premisa.
2) $P \vee Q$	Conclusión Ad. 1

Ejemplos:

a. 1) La tierra es un planeta
2) Luego, la tierra es un planeta o un satélite. **Ad.1**

b. 1) El número 2 es par
2) En consecuencia, el número 2 es par o primo. **Ad.1**

c. 1) Hoy es martes 13
2) Luego, hoy es martes 13 o miércoles 14. **Ad.1**

d. 1) Está dormida
2) Luego, está dormida o está despierta. **Ad.1**

e. 1) Voy de paseo
2) Por lo tanto, voy de paseo o me quedo en casa. **Ad.1**

EJERCICIO.

Escribe la conclusión para cada una de las siguientes premisas.

1) Salgo de vacaciones.
2) Estudio medicina.
3) Estoy dormido.
4) Leo un libro.
5) Yo trabajo por la mañana.
6) $p \wedge q$.
7) $p \rightarrow q$.
8) $\neg r$.
9) $p \wedge q \rightarrow r$.
10) $a \leftrightarrow b$.

2.20. LEYES DE IMPLICACIÓN.

Las reglas o leyes de inferencia expuestas anteriormente reciben el nombre de **Leyes de Implicación**.

LEY DE IMPLICACIÓN.- Es aquella que puede escribirse como una condicional entre las premisas y la conclusión y esta resulta ser una tautología.

Es decir; si P son las premisas y C la conclusión, entonces podemos escribir:

$P \rightarrow C \equiv T$.

Podemos probar que cada uno de estos argumentos es tautológico. Por ejemplo, la regla de Modus Ponendo Ponens se puede escribir como una condicional y esta resulta ser una tautología.

Esto es:

1) $P \rightarrow Q$	Premisa
2) P	Premisa
3) Q	Conclusión MPP(1,2)

Formemos primero la condicional entre las premisas y la conclusión.

$(P \rightarrow Q) \wedge P \rightarrow Q$.

Demostremos ahora que esta condicional resulta ser una tautología, aplicando las leyes de equivalencia.

$(P \rightarrow Q) \wedge P \rightarrow Q \equiv T$

1) $(P \to Q) \wedge P \to Q$	$\equiv \neg[(P \to Q) \wedge P] \vee Q$	Implicación.
2	$\equiv[\neg(P \to Q) \vee \neg P] \vee Q$	D'M.
3)	$\equiv [\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg P] \vee Q$	Implicación.
4)	$\equiv [(\neg\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg P] \vee Q$	D'M
5)	$\equiv [(P \wedge \neg Q) \vee \neg P] \vee Q$	DN
6)	$\equiv [(P \vee \neg P) \wedge (\neg Q \vee \neg P)] \vee Q$	Distrib.
7)	$\equiv [T \wedge (\neg Q \vee \neg P)] \vee Q$	Prop. Taut.
8)	$\equiv [(\neg Q \vee \neg P) \vee Q$	Prop. Taut.
9)	$\equiv \neg P \vee (\neg Q \vee Q)$	Asociativa.
10)	$\equiv \neg P \vee T$	Prop. Taut.
11)	$\equiv T$	Prop. Taut.

12) Por lo tanto, $(P \to Q) \wedge P \to Q \equiv T$.

Demostremos ahora que el Modus Tollendo Tollens, **es una ley de implicación**.

MODUS TOLLENDO TOLLENS.

1) $P \to Q$	Premisa
2) $\neg Q$	Premisa
3) $\neg P$	Conclusión

Primero establecemos la condicional entre **las premisas y la conclusión**.

$(P \to Q) \wedge \neg Q \to \neg P$.

Demostremos ahora **que se trata de una tautología aplicando para esto las reglas de** equivalencia.

$(P \to Q) \wedge \neg Q \to \neg P \equiv T$

1) $(P \to Q) \wedge \neg Q \to \neg P \equiv \neg[(P \to Q) \wedge \neg Q] \vee \neg P$ **Implic.**

2)	$\equiv [\neg(P \rightarrow Q) \vee \neg\neg Q] \vee \neg P$	D'M
3)	$\equiv [\neg(P \rightarrow Q) \vee Q] \vee \neg P$	DN
4)	$\equiv [\neg(\neg P \vee Q) \vee Q] \vee \neg P$	Implic.
5)	$\equiv [(\neg\neg P \wedge \neg Q) \vee Q] \vee \neg P$	D'M.
6)	$\equiv [(P \wedge \neg Q) \vee Q] \vee \neg P$	DN
7)	$\equiv [(P \vee Q) \wedge (Q \vee \neg Q)] \vee \neg P$	Distrib.
8)	$\equiv [(P \vee Q) \wedge T] \vee \neg P$	Prop.Taut.
9)	$\equiv [P \vee Q] \vee \neg P$	Prop.Taut.
10)	$\equiv (P \vee \neg P) \vee Q$	Asociativa.
11)	$\equiv T \vee Q$	Prop. Taut.
12)	$\equiv T$	Prop. Taut.

13) Por lo tanto, $(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \rightarrow \neg P \equiv T$.

EJERCICIO.

Demuestra que las reglas de inferencia que siguen son leyes de implicación.

1) Modus Tollendo Ponens.
2) Silogismo Hipotético.
3) Regla de Adjunción.
4) Regla de Adición.
5) Regla de Simplificación.
6) Silogismo Disyuntivo.

2.21. LEYES DE EQUIVALENCIA.

Cuando dos fórmulas P y Q son lógicamente equivalentes, la expresión "$P \equiv Q$" se dice que es una ley de Equivalencia. En tal caso, la bicondicional "$P \leftrightarrow Q$" es una tautología.

Por ejemplo, ¿$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$?

Lo es si demostramos que $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$ es una tautología. Para ello vamos a demostrar que $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q \equiv T$.

1) $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q \equiv [\neg(P \vee Q) \rightarrow \neg P \wedge \neg Q] \wedge [\neg P \wedge \neg Q \rightarrow \neg(P \vee Q)]$ Bicond.

2) $\equiv [\neg\neg(P \vee Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)] \wedge [\neg(\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg(P \vee Q)]$ Implicación.

3) $\equiv [(P \vee Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)] \wedge [\neg(\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg(P \vee Q)]$ DN.

4) $\equiv [(P \vee Q) \vee \neg(P \vee Q)] \wedge [\neg\neg(P \vee Q) \vee \neg(P \vee Q)]$ D'M.

5) $\equiv [(P \vee Q) \vee \neg(P \vee Q)] \wedge [(P \vee Q) \vee \neg(P \vee Q)]$ DN.

6 $\equiv [\ T\ ] \wedge [\ T\ ]$ Prop. Tautológica.

7) $\equiv T$ Prop. Tautológica.

8) Luego, $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q \equiv T$.

Ejemplos

Apliquemos las leyes de implicación, equivalencia, tautológicas y contradictorias para demostrar la validez de los siguientes argumentos.

a. 1) Si 4 es impar, entonces 4 es divisible entre 3.
2) Si 4 no es impar, entonces 4 es par.
3) 4 no es divisible entre 3.
Luego:
4) 4 no es impar (aplicando el MTT a 1 y 3).
5) 4 es par (aplicando el MPP a 2 y 4).

Veamos ahora la representación simbólica de éste argumento.

1) $p \rightarrow q$
2) $\neg p \rightarrow r$
3) $\neg q$
Luego
4) $\neg p$ (MTT 1,3)
5) r (MPP 2,4)

b. 1) El hombre es mamífero y es inteligente
2) Si el hombre es mamífero, entonces tiene respiración pulmonar
Luego
3) El hombre es mamífero (aplic. Simpl. en 1)

4) El hombre tiene respiración pulmonar (aplic. MPP en 2 y 3)

Simbolizando el argumento, tenemos:

1) $p \wedge q$
2) $p \rightarrow r$
Luego
3) p Simpl. (1)
4) r MPP (2, 3)

c. 1) El universo es infinito y tiene volumen
2) Si el universo es infinito, entonces tiene infinidad de estrellas
Luego:
3) El universo es infinito Simpl. (1)
4) El universo tiene infinidad de estrellas MPP(2,3)

Forma lógica

1) $p \wedge q$
2) $p \rightarrow r$
Luego
3) p Simpl (1)
4) r MPP(2, 3)

d. 1) Los ciclones tienen una causa sobrenatural o son fenómenos naturales
2) Si los ciclones son fenómenos naturales, entonces los ciclones obedecen leyes
3) Si los ciclones obedecen leyes, entonces los ciclones son pronosticables
4) Los ciclones no tienen una causa sobrenatural
Luego:
5) Los ciclones son fenómenos naturales MTP (1,4)
6) Si los ciclones son fenómenos naturales, entonces son pronosticables SH (2,3)
7) Los ciclones son pronosticables (MPP 5,6)

Forma lógica

1) $p \vee q$
2) $q \rightarrow r$
3) $r \rightarrow s$
4) $\neg p$
Luego
5) q MTP (1,4)
6) $q \rightarrow s$ SH (2,3)
7) s MPP (5,6)

e. 1) Si terminó con este trabajo y gano dinero entonces estudiaré la maestría
2) Terminó con este trabajo y mi situación académica es regular
3) Gano dinero
Luego:

4) Terminó con este trabajo	(Simpl 2.)
5) Terminó con este trabajo y gano dinero	(Adj. 3,4)
6) Estudiaré la maestría	MPP (1,5)

Forma lógica

1) $p \wedge q \rightarrow r$
2) $p \wedge s$
3) q
Luego

4) p	Simpl 2.
5) $p \wedge q$	Adj (3,4)
6) r	MPP (1,5)

f. 1) El negro era un paranoico
2) Si el negro era un paranoico ó un hombre malo, entonces era la persona menos indicada para dirigir la SPV.
Luego:

3) El negro era un paranoico o era un hombre malo	(Ad. 1)
4) El negro era la persona menos indicada para dirigir la SPV	(MPP (2,3)

Forma lógica.

1) p
2) $p \vee q \rightarrow r$
Luego

3) $p \vee q$	Ad. 1
4) r	MPP (2,3)

g. 1) Si estudio ingeniería o matemáticas, entonces ingresaré en la UAM.
2) Si obtengo una beca, entonces estudiaré matemáticas o ingeniería
3) Obtengo una beca
Luego:

4) Estudiaré matemáticas o ingeniería	MPP (2,3)
5) Estudiaré ingeniería o matemáticas	Conmut. (4)
6) Ingresaré en la UAM	MPP (1,5)

Forma lógica.

1) $q \vee p \rightarrow r$
2) $s \rightarrow p \vee q$

3) s
Luego
4) $p \vee q$ MPP (2,3)
5) $q \vee p$ Conmut. (4)
6) r MPP (1,5)

h.Obtener t del siguiente conjunto de premisas.

1) $(p \wedge q) \wedge r$
2) $(q \wedge r) \rightarrow t$
Luego
3) $p \wedge (q \wedge r)$ Asoc. 1
4) $q \wedge r$ Simpl.3
5) t MPP (2,4)

i. 1) 2 es un número natural y, o 2 es par o 2 es impar
2) No es cierto que 2 es un número natural y 2 es impar
Luego:
3) 2 es número natural y 2 es par, o 2 es natural y 2 es impar (Distrib. 1)
4) 2 es un número natural y es impar MTP (2,3)
Forma lógica.
1) $p \wedge (q \vee r)$
2) $\neg(p \wedge r)$
Luego
3) $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ Dist. 1
4) $p \wedge q$ MTP (2,3)

j. Obtener r

1) $t \rightarrow (p \wedge q)$
2) $\neg p \vee \neg q$
3) $\neg t \rightarrow r$
Luego
4) $\neg(p \wedge q)$ D'M 2
5) $\neg t$ MTT (1,5)
6) r MPP(3,5)

Como puede verse en los siguientes ejemplos, se pueden hacer demostraciones formales de argumentos escritos en lenguaje simbólico aplicando las leyes de implicación y de equivalencia así como las tautológicas y contradictorias.

i. 1) $(a \wedge b) \rightarrow c$
2) $\neg(b \rightarrow c)$

3) $d \vee a$
4) $d \rightarrow e$
Luego

5) $a \rightarrow (b \rightarrow c)$	Exportación 1
6) $\neg a$	MTT (2,5)
7) d	MTP (3,6)
8) e	MPP (4,7)

ii. 1) $\neg b \rightarrow \neg a$
2) $b \rightarrow c$
Luego

3) $a \rightarrow b$	Contrap. 1
4) $a \rightarrow c$	SH (2,3)

iii. 1) $\neg a \vee \neg b$
2) $c \rightarrow (a \wedge b)$
3) $\neg c \rightarrow d$
Luego

4) $\neg (a \wedge b)$	D'M
5) $\neg c$	MTT (2,4)
6) d	MPP (3,5)

iv. 1) $(a \wedge b) \rightarrow c$
2) $(b \rightarrow c) \rightarrow \neg d$
3) $d \vee e$
4) a
Luego

5) $a \rightarrow (b \rightarrow c)$	Export. 1
6) $a \rightarrow \neg d$	SH (2,5)
7) $\neg d$	MPP (3,6)
8) e	MTP (3,7)

v. 1) $\neg b \rightarrow \neg a$
2) $b \rightarrow c$
3) $(a \rightarrow c) \rightarrow (d \vee e)$
4) $\neg e$
Luego

5) $a \rightarrow b$	Transp. 1
6) $a \rightarrow c$	SH (2,5)
7) $d \vee e$	MPP (3,6)
8) d	MTP (4,7)

En cada uno de los siguientes argumentos indica la ley utilizada.

i. 1) $a \wedge (b \vee c)$
2) $\neg (a \wedge c)$
3) $a \rightarrow d$
4) $(d \vee e) \rightarrow c$
Luego

5) $(a \wedge b) \vee (a \wedge c)$	(1)
6) $a \wedge b$	(2,5)
7) a	(6)
8) d	(3,7)
9) $d \vee e$	(8)
10) c	(4,9)

ii. 1) $\neg (m \vee n)$
2) $a \rightarrow n$
3) $\neg a \rightarrow (t \vee s)$
4) $\neg s$
5) r
Luego

6) $\neg m \wedge \neg n$	(1)
7) $\neg n$	(6)
8) $\neg a$	(2,7)
9) $t \vee s$	(3,8)
10) t	(4,9)
11) $r \wedge t$	(5,10)

iii) 1) $(a \wedge b) \rightarrow (c \vee d)$
2) e
3) b
4) $(e \wedge b) \rightarrow a$
5) $\neg d$
Luego

6) $e \wedge b$	(2,3)
7) a	(4,6)
8) $a \wedge b$	(3,7)
9) $c \vee d$	(1,8)
10) c	(5,9)

iv. 1) $m \vee (n \wedge p)$
2) $\neg m$
3) $p \rightarrow (n \wedge m)$
4) $(m \wedge n) \rightarrow q$
Luego

5) $(m \vee n) \wedge (m \vee p)$	(1)
6) $m \vee p$	(5)
7) p	(2,6)
8) $n \wedge m$	(3,7)
9) $m \wedge n$	(8)
10) q	(4,9)

v. 1) $(a \vee b) \rightarrow (b \rightarrow c)$
2) $\neg c$
3) a
4) $\neg b \rightarrow (d \vee e)$
5) $\neg d$
6) $e \rightarrow f$
Luego

7) $a \vee b$	(3)
8) $b \rightarrow c$	(1,7)
9) $\neg b$	(2,8)
10) $d \vee e$	(4,9)
11) e	(5,10)
12) f	(6,11)

TERCERA PARTE

3.1. PROPOSICIONES UNIVERSALES, PARTICULARES, SINGULARES Y CUANTIFICADORES.

Todas las proposiciones tienen la forma SUJETO-PREDICADO.

Por ejemplo:

1.- Todos los miembros del EZLN son campesinos.

2.- Algunos miembros del EZLN son personas preparadas

3.- Ningún lacandón es canival

4.- Algunos animales no son carnívoros

5.- Marcos es subcomandante del EZLN.

Puede observarse que todas las expresiones constan de un sujeto y un predicado; donde el predicado es la característica o propiedad que se dice o afirma acerca del sujeto.

Estas proposiciones pueden clasificarse como sigue: Universales, particulares y singulares.

Proposiciones universales.- Son aquellas en las que el predicado se dice o afirma de todos los elementos de un conjunto.

Estas proposiciones usan dentro de su estructura lógica los adverbios: Todos, ninguno, cualquier, cada uno.

EJEMPLOS:

1.- Todos los chiapanecos son zapatistas

2.- Ningún chiapaneco es guatemalteco

3.- Cualquier burro es inteligente

4.- Cada número par es natural

5.- Cualquier mexicano es americano.

Las constantes lógicas todos, ninguno, cada uno, cualquiera, significan lo mismo y se les llama cuantificador universal y se simboliza con $\forall$.

Proposiciones Particulares.- Son aquellas en las que el predicado se dice o afirma de sólo una parte de los elementos del conjunto.

Estas proposiciones usan dentro de su estructura los adverbios; algunos, algún y existe.

POR EJEMPLO:

1) Algunos televisores son malos
2) Algún pájaro habla
3) Algunas computadoras piensan
4) Existe un animal racional
5)Algunos perros no muerden

Las constantes lógicas algún, algunos, existe significan lo mismo y reciben eel nombre de cuantificador existencial y se simboliza por $\exists$.
Proposiciones singulares.- Son aquellas en las que el predicado se dice o afirma de sólo un elemento del conjunto.

Esta proposición en su estructura no usa adverbios, por ejemplo:

1) El número 2 es par
2) Anacleto es un gato
3) Pimpón es un muñeco
4) Mercurio es un planeta.

En el lenguaje cotidiano usamos las proposiciones universales, particulares no solo afirmando sino también negando por lo cual podemos considerar la siguiente clasificación:

1.- Universales afirmativas
2.- Universales negativas
3.- Particulares afirmativas
4.- Particulares negativas
5.- Singulares afirmativas
6.- Singulares negativas

3.2. SIMBOLIZACIÓN DE LAS PROPOSICIONES.

Para representar a las proposiciones usaremos los símbolos de los conectivos lógicos y algunos otros.

1.- Usaremos las letras mayúsculas A, B, C, D,..., Z para representar predicados
2.- Usaremos letras minúsculas a, b, c, d,..., w para representar constantes individuales

3.- Usaremos a las letras x, y, z para representar variables individuales
4.- Usaremos el símbolo ∀ para representar a todos o ninguno como ya se mencionó en páginas anteriores y lo llamamos cuantificador universal
5.- Usaremos el símbolo ∃ para representar a la expresión "algunos"; y lo llamamos cuantificador existencial.

Para simbolizar proposiciones singulares afirmativas lo haremos como a continuación se indica. Por ejemplo:

"El mercurio es un metal", se simboliza por Mm

En donde M es el predicado y m la constante individual.

Como una proposición singular negativa es la negación de una proposición singular afirmativa, tenemos que a ésta se le antepone el signo de la negación.

Por ejemplo la proposición.

El mercurio no es un Metal; se simboliza por $\neg$ Mm.

EJERCICIO.

Simboliza los siguientes proposiciones.

1) El perico es verde
2) El hidrógeno es un gas
3) El número 2 es par
4) La pera no está verde
5) Anacleto no es un gato

Para simbolizar una proposición particular debemos tener en cuenta que también son el resultado de generalizaciones. Por ejemplo, la proposición:

Algunos elementos son radiactivos

. Lo anterior significa que existe al menos un objeto x tal que: x es elemento y x es radiactivo. Esto es:

existe al menos un x tal que, x es elemento y x es radiactivo

se simboliza

$$\exists x\,(Ex \wedge Rx)$$

Donde E = elemento y R = radiactivo.

La proposición "Algunos elementos no son radiactivos" quiere decir que existe al menos un x que cumple con el predicado E y no cumple con el predicado R. En términos de una conjunción queda expresado como sigue .

Existe al menos un x tal que x es elemento, y x no es radiactivo se simboliza así:

$$\exists x\,(Ex \wedge \neg Rx)$$

Simbolización de una proposición Universal. La proposición "Todos los hombres son mortales", que significa que para todo x si se cumple el predicado ser hombre entonces se cumple el predicado ser mortal, se puede escribir de manera equivalente como sigue:

Para todo x, Si x es un hombre, entonces x es mortal

Que se simboliza así:

$$\forall x\,(Hx \rightarrow Mx)$$

Donde H = hombre y M = mortal.

Veamos ahora la proposición que dice:

Todos los moluscos no son vertebrados: Que significa que para todo x, si se cumple el predicado ser molusco entonces se cumple el predicado no ser vertebrado. De manera equivalente podríamos decir que:

Para todo x, Si x es molusco, entonces x no es vertebrado

que se simboliza

$$\forall x\,(Mx \rightarrow \neg Vx)$$

En donde M = molusco y V = vertebrado.

EJERCICIO.

Simboliza las siguientes proposiciones.

1) Todos los perros ladran
2) Todos los gatos son pardos
3) Ningún veracruzano es tabasqueño
4) Algunas ratas son blancas
5) Existen ecuaciones con soluciones imaginarias
6) Ninguna piraña es carnívora
7) Algún elemento no es metal
8) Algunas algas son marinas

9) cualquier árbol es verde
10)Todas las viboras son reptiles.

3.3. CUADRO TRADICIONAL DE OPOSICIÓN.

En la lógica aristotélica existen cuatro tipos diferentes de proposiciones conocidas con el nombre de categóricas, Son las que a continuación se indican:

Universales Afirmativas	A
Universales Negativas	E
Particulares Afirmativas	I
Particulares Negativas	O

Estos juicios los simbolizamos con las letras A, E, I y O respectivamente. De acuerdo a su estructura o forma lógica los podemos escribir de la siguiente manera:

Todos los S son P	A
Ningún S es P	E
Algunos S son P	I
Algunos S no son P	O

Las relaciones entre estos juicios se muestran por medio de un cuadro, que de alguna manera resume la forma en que estos se podían oponer unos con otros. Para esto, deben tener el mismo sujeto y predicado y aún así difieren en la cuantificación del sujeto ya sea en sentido afirmativo o negativo.

Todos los S son P (A) $\forall x\,(Sx \rightarrow Px)$	⟵ Contrarias ⟶	Ningún S es P (E) $\forall x\,(Sx \rightarrow \neg Px)$
↑ Contradictorias ↓		↑ Contradictorias ↓
Algunos S no son P (O) $\exists x\,(Sx \wedge \neg Px)$	⟵ Subcontrarias ⟶	Algunos S son P (I) $\exists x\,(Sx \wedge Px)$

Cuadro tradicional de oposición

Las proposiciones A con O y E con I, se les llama contradictorias, y si observamos, vemos que A es negación de O, y E es negación de I, y viceversa, lo que quiere decir:

3.3.1. Proposiciones Contradictorias.- Son aquellas que no pueden ser simultáneamente verdaderas o falsas; necesariamente una es verdadera y la otra falsa.

EJEMPLOS:

a) Todos los planetas tienen atmósfera.
   Algunos planetas no tienen atmósfera

b) Ninguna estrella es un planeta,
Alguna estrella es un planeta.

Las proposiciones A con E, se llaman contrarias.

3.3.2. Proposiciones Contrarias.- Son aquellas que no pueden ser simultáneamente verdaderas, pero si falsas.

Esto significa que si una proposición universal es verdadera su contraria tendrá que ser falsa. Pero si una proposición universal es falsa, su contraria puede ser verdadera o falsa.

EJEMPLOS:

a) Todos los metales son maleables.
Ningún metal es maleable.

3.3.3. Proposiciones Subcontrarias.- Son aquellas que no pueden ser simultáneamente falsas, aunque si pueden ser ambas verdaderas.

Esto es si una proposición particular es falsa, su subcontraria tendrá que ser verdadera.

Si una proposición particular es verdadera, su subcontraria podrá ser verdadera o falsa

Ejemplo.

Algunos números son pares
Algunos números no son pares

EJERCICIO.

I. Escribe ejemplos de proposiciones contradictorias donde:

1) La proposición A es verdadera y la proposición **O es falsa.**
2) La proposición E es verdadera y la proposición **I es falsa.**
3) La proposición O es verdadera y la proposición **A es falsa.**
4) La proposición E es verdadera y la proposición **O es falsa.**

II. Escribe dos proposiciones contrarias que:

1) Ambas sean falsas
2) Una sea falsa y la otra verdadera

III. Escribe dos proposiciones subcontrarias que:

1) Ambas sean verdaderas
2) Una sea falsa y la otra verdadera

3.4. REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DE UN RACIOCINIO.

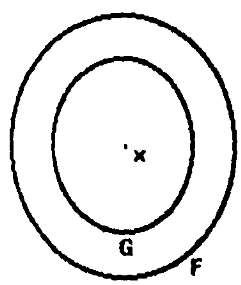
En algunas ocasiones no es suficiente hacer un análisis puramente analítico de un determinado argumento para conocer de una manera rigurosa y formal cada uno de sus aspectos estructurales, sino que también es necesario tener una idea intuitiva y menos abstracta de ellos. Mediante los diagramas de Venn, utilizados para representar conjuntos, podemos hacer un análisis intuitivo de los raciocinios.

Ejemplo.- Para simbolizar la proposición:

Todos los gatos son felinos

usaremos la proposición equivalente que dice:

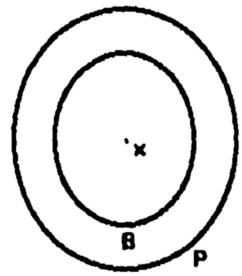
"Para todo x, si x es gato entonces x es felino", donde las proposiciones "x es gato" y " x es felino " generan el conjunto de los gatos y el de los felinos respectivamente; y la proposición condicional nos dice que el conjunto los gatos forma parte del conjunto de los felinos; lo que escribiremos de manera simbólica como sigue:



1) $G=\{ x \mid x \text{ es gato} \}$
$F=\{x \mid x \text{ es felino} \}$
Por lo tanto, $G \subseteq F$

Representemos geométricamente la proposición:

Todos los burros son pardos. Lo podemos representar de la siguiente manera:

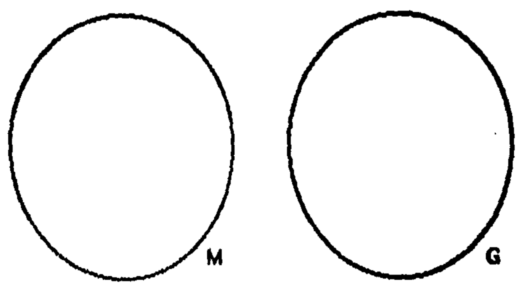


2) B={x | x es burro}
P={x | x es pardo}

Representamos geométricamente ahora la proposición:

Ningún metal es gaseoso.

Es equivalente a la proposición: Para todo x, si x es metal entonces x no es gaseoso; cuya representación geométrica es la siguiente.



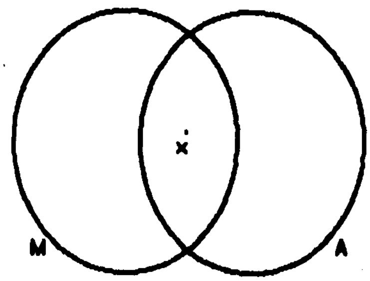
3) M={x | x es metal }
G={x | x es gaseoso}
$M \cap G = \emptyset$

Obsérvese que la proposición afirma que los metales y los gases no tienen elementos en común, de donde se sigue que el conjunto M no está contenido en G.

Representamos ahora la siguiente proposición de manera geométrica:

Algunos mamíferos son acuáticos

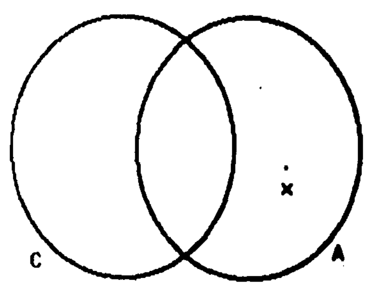
que es equivalente a "existe al menos un x tal que, x es mamífero y x es acuático". Su representación es:



4) M={x | x es mamífero}
A={x | x es acuático}
$M \cap A \neq \varnothing$

Puede verse que los conjuntos M y A deben tener al menos un elemento x en común, es decir un individuo que además de ser mamífero sea también acuático.

Representemos geométricamente ahora la proposición; Algunas aves no son canoras.



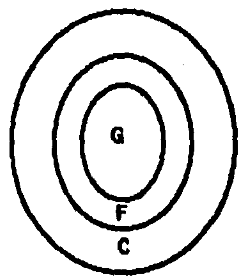
(5) A = {x | x es ave}
C = {x | x es canora}
$A - C \neq \varnothing$.

Por ejemplo, un águila es ave pero no es canora.

Busquemos ahora la forma de representar el siguiente raciocinio de manera geométrica.

1) Todos los gatos son felinos
2) Todos los felinos son carnívoros
Por lo tanto,
3) Todos los gatos son carnívoros

Las dos primeras premisas de este argumento las podemos representar mediante la siguiente gráfica.

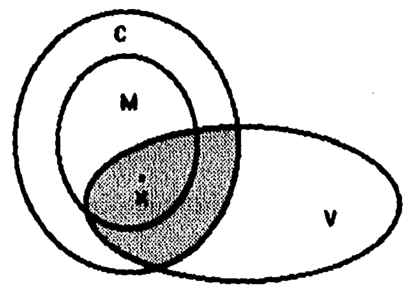


(6) - G = { x | x es gato }
F = { x | x es felino }
C = { x | x es carnívoro}

Obtenemos que G está contenido en F y F está contenido en C, por lo que G está contenido en C.

Representamos ahora el siguiente raciocinio.

1) Todos los mamíferos son cordados
2) Algunos mamíferos son vegetarianos
Por lo tanto,
3) Algunos vegetarianos son cordados

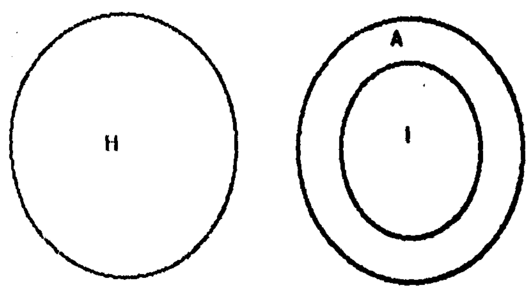


(7) - C = {x | x es cordado}
M = {x | x es mamífero}
V = {x | x es vegetariano}

Se Puede ver que existe al menos un elemento de V que pertenece al conjunto C. lo cual resulta ser la conclusión del silogismo.

Veamos ahora de que manera se representa el siguiente argumento.

1) Ningún hombre es apolítico
2) Todos los irracionales son apolíticos
Por lo tanto,
3) Ningún hombre es irracional



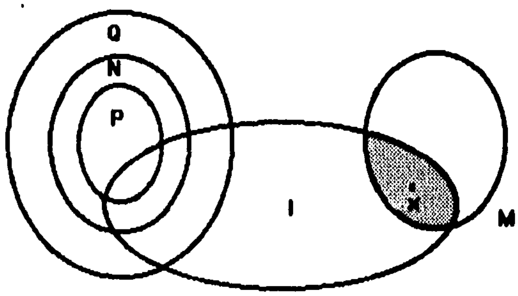
(8) H = { x | x es hombre}
A = { x | x es apolítico}
I = { x | x es irracional}

Simbolicemos ahora el siguiente argumento:

1) Todos los números primos son naturales
2) Todos los números naturales son positivos
3) Ningún número positivo es negativo
4) Algunos números impares son negativos
Luego
5) Algunos números impares no son primos

Los predicados pueden ser simbolizados como sigue:

P = primo N = natural Q = positivo M = negativo I = impar.

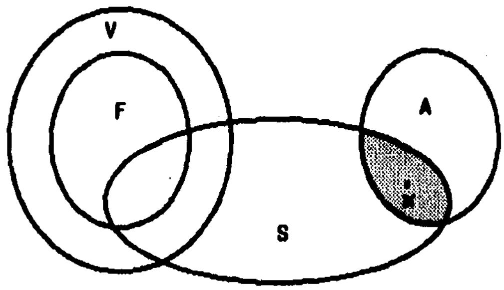


Por último tratemos de simbolizar el raciocinio que sigue:

1) Todas las flores son vegetales
2) Ningún vegetal es animal
3) Algunos seres marinos son animales
Luego:
4) Algunos seres marinos no son flores

En donde:

V = vegetales; A = animales S = seres marinos **F = flores**



Como se ve, mediante un análisis de diagramas se puede obtener una conclusión a partir de dos o más premisas siempre que ésta exista.

EJERCICIO.

I.- Simboliza gráficamente las siguientes proposiciones.

a) Todos los políticos son honestos
b) Ningún policía es mentiroso
c) Algunas medicinas son peligrosas
d) Algunos perros no son carnívoros
e) Algunos mexicanos son socialistas

II.- Representa geométricamente los siguientes argumentos y señala si es un argumento válido.

1) Todos los chiapanecos son mexicanos. José es chiapaneco
Luego: José es mexicano.
2) Todos los peces tienen branquias
Todos los que tienen branquias son de sangre fría . Luego todos los peces son de sangre fría
3) Ningún cuadrúpedo es invertebrado
Todos los moluscos son invertebrados
Luego, ningún molusco es cuadrúpedo
4) Todos los mulatos son chinos
Algunos mulatos son negros
Algunos negros son chinos
5) Ningún metal es volátil
Todos los gases son volátiles
Algunos gases son orgánicos
Luego, algunos orgánicos no son metales
6) Ningún pobre es capitalista
Algunas personas son pobres

Luego, algunas personas no son capitalistas

3.5. ARGUMENTOS EN LA LÓGICA CUANTIFICACIONAL

A continuación veremos cuatro leyes que son las siguientes:

1) Ley de ejemplificación universal (EU).
2) Ley de ejemplificación existencial (EE).
3) Ley de generalización universal (GU).
4) Ley de generalización existencial (GE).

Las primeras dos nos sirven, respectivamente, para quitar los cuantificadores universal y existencial y las otras dos para introducirlos.

3.5.1. Ley de Ejemplificación Universal (EU)

Sabemos que una proposición universal es el resultado de la generalización de proposiciones singulares. Es decir, dada una proposición universal siempre existe una proposición singular que la hace verdadera. Por ejemplo, de la proposición:

Todos los mexicanos son americanos

cuya simbolización es $\forall x\ (Mx \rightarrow Ax)$, podemos encontrar una proposición singular que la haga verdadera, substituyendo la variable individual "x" por la constante individual "j" (por "Juan") y tenemos la proposición singular:

$Mj \rightarrow Aj$ (Si Juan es mexicano entonces Juan es americano).

De acuerdo con esto podemos escribir la ley correspondiente:

Ley de Ejemplificacióñ Universal (EU)

1) $\forall x\ Px$
por lo tanto
2) Pj

Esto significa que si en un argumento tenemos como premisa una proposición universal en donde todos los objetos cumplen con el predicado P; podemos obtener como conclusión una proposición singular en donde un solo objeto en particular cumple con el predicado P.

Ejemplo

1) Todos los guerrilleros son valientea
2) Marcos es guerrillero

3) Luego, Marcos es valiente

Podemos probar ahora la validez de éste argumento aplicando EU así como las leyes de implicación y equivalencia lógicas; simbolizando tenemos que:

(G = Guerrillero, V = Valiente, m = Marcos)

1) $\forall x\,(Gx \rightarrow Vx)$
2) Gm
Por lo tanto,

3) $Gm \rightarrow Vm$	EU1,
4) Vm	MPP(2,3)

Al traducir (4) tenemos que la conclusión:

Vm ≡ Marcos es Valiente

Hemos probado que la conclusión es consecuencia lógica de las premisas y, en consecuencia, que el argumento es válido.

Probemos ahora la validez del siguiente argumento:

1) Todos los guerrilleros son astutos
2) Todos los astutos son inteligentes
3) Marcos es guerrillero
Luego:
4) Marcos es inteligente

Simbolizando tenemos:

(G = Guerrillero, A = Astuto, I = Inteligente, m = Marcos)

1) $(\forall x)\,(Gx \rightarrow Ax)$
2) $(\forall x)\,(Ax \rightarrow Ix)$
3) Gm
Por lo tanto,

4) $Gm \rightarrow Am$	EU1
5) $Am \rightarrow Im$	EU2
6) Am	MPP(3,4)
7) Im	MPP(5,6)

Donde Im ≡ Marcos es inteligente.

3.5.2. Ley de Generalización Universal

Esta ley es la inversa de la Ejemplificación Universal, es decir:

Dada una proposición singular como premisa en donde el sujeto cumple con un predicado P, se puede concluir una proposición universal en donde todos los elementos del conjunto cumplen también con el predicado P. Es decir:

LEY DE GENERALIZACIÓN UNIVERSAL.

1) Pa, donde a es arbitraria.
Por lo tanto,
2) $\forall x$ Px

Por ejemplo veamos el siguiente argumento en donde aplicamos esta ley.

1) Ningún pobre es capitalista
2) Todos los ricos son capitalistas
Luego:
3) Ningún pobre es rico

Simbólicamente hablando tenemos:
J = Pobre C = Capitalista R= Rico

1) $\forall x (Jx \rightarrow \neg Cx)$
2) $\forall x (Rx \rightarrow Cx)$
Por lo tanto:
3) $Jp \rightarrow \neg Cp$ -EU1
4) $Rp \rightarrow Cp$ -EU2
5) $\neg Cp \rightarrow \neg Rp$ -Transpuesta 4
6) $Jp \rightarrow \neg Rp$ -SH (3,5)
7) $\forall x (Jx \rightarrow \neg Rx)$ -GU6

Traduciendo esto último tenemos la proposición **universal**:

Ningún pobre es rico.

Veamos ahora las dos últimas leyes.

3.5.3. Ley de Ejemplificación Existencial (EE).
Esta ley nos dice que cuando tengamos una proposición particular como premisa podemos concluir una proposición singular. Esto es:

1) $\exists x P(x)$.
2) P(a), aquí a es un individuo especial (no cualquiera).

Esto significa que cuando en un argumento tengamos una proposición en la que se indica que existe al menos un elemento x que cumple con el predicado P, se puede concluir otra proposición en la cuál un individuo en particular cumple con el predicado P.

Veamos el siguiente argumento en donde aplicamos esta ley.

1) Todos los artistas son egocéntricos
2) Algunos artistas son politicos
Luego:
3) Algunos politicos son egocéntricos.

Simbolizando tenemos:

(A = Artista, P = Políticos, E = Egocéntrico)

1) $\forall x\,(Ax \rightarrow Ex)$
2) $\exists x\,(Ax \wedge Px)$
Por lo tanto,

3) $Aj \wedge Ej$	EE2
4) $Aj \rightarrow Pj$	EU1
5) Aj	Simpl.3
6) Pj	MPP(4,5)
7) Ej	Simpl. 3
8) $Ej \wedge Pj$	Adj(6,7)
9) $Pj \wedge Ej$	Conmut. 8

En la línea (9) obtuvimos una proposición singular $Pj \wedge Ej$ y lo que necesitamos es una proposición particular por lo que precisamos de una ley más y es la que sigue:

3.5.4. Ley de Generalización Existencial (GE)

Si en un argumento tenemos una proposición singular en la que de un individuo "a" se dice un predicado P, se puede obtener como conclusión que existe al menos un elemento "x" que cumple con el predicado P. Es decir:

1) Pa , donde a es arbitraria
Por lo tanto,
2) $\exists x\, Px$

Ahora estamos en condiciones de agregar una línea de deducción más al argumento anterior quedando como sigue: Simpl. 3

1) $\forall x\,(Ax \rightarrow Ex)$

2) $\exists x\,(Ax \wedge Px)$
Por lo tanto:

3) $Aj \wedge Ej$	EE2
4) $Aj \rightarrow Pj$	EU1
5) Aj	Simpl.3
6) Pj	MPP(4,5)
7) Ej	Simpl. 3
8) $Ej \wedge Pj$	Adj.(6,7)
9) $Pj \wedge Ej$	Conmut.8
10) $\exists x\,(Px \wedge Ex)$	GE9

En donde, la proposición $\exists x\,(Px \wedge Ex)$; Significa "Algunos políticos son egocéntricos".

Demostremos ahora que el siguiente argumento es válido.

1) Ningún periodista es persona de fiar
2) Algunos publicistas son periodistas
Luego:
3) Algunos publicistas no son personas de fiar

Si P = Periodista, F= Persona de Fiar, Q= Publicista; entonces al simbolizar tenemos lo siguiente:

1) $\forall x\,(Px \rightarrow \neg Fx)$
2) $\exists x\,(Qx \wedge Px)$
Por lo tanto,

3) $Qa \wedge Pa$	EE2
4) $Pa \rightarrow \neg Fa$	EU1
5) Pa	Simpl.3
6) $\neg Fa$	MPP (4,5)
7) Qa	Simpl.3
8) $\neg Fa \wedge Qa$	adj (6,7)
9) $Qa \wedge \neg Fa$	Conmut.8
10) $\exists x\,(Qx \wedge \neg Fx)$	GE. 9

Traduciendo la proposición $\exists x\,(Qx \wedge \neg Fx)$ tenemos: "Algunos publicistas no son personas de fiar"

En la demostración de la validez de un argumento desarrollamos los siguientes pasos:

1.- Simbolizamos las proposiciones (premisas)
2.- Quitamos cuantificadores (Ejemplificamos)
3.- Aplicamos las leyes de inferencia

4.- Introducimos cuantificadores (generalizamos)

Hagamos algunas demostraciones más; aplicando todas las leyes que sean necesarias.

1) Todos los venezolanos son sudamericanos
2) Algunos colombianos son venezolanos
Luego:
3) Algunos colombianos son sudamericanos

Demostración: Sean V = Venezolano, S = Sudamericano, C = Colombiano.

1) $\forall x(Vx \rightarrow Sx)$
2) $\exists x(Cx \wedge Vx)$
Por lo tanto,

3) $Ca \wedge Va$	**EE2**
4) $Va \rightarrow Sa$	**EU1**
5) Va	**Simpl.3**
6) Sa	**MPP(4,5)**
7) Ca	**Simpl.3**
8) $Sa \wedge Ca$	**Adj.(6,7)**
9) $Ca \wedge Sa$	**Conmut.8**
10) $\exists x(Cx \wedge Sx)$	**GE9.**

Demostrar que el siguiente argumento es **válido.**

1) Ningún político es honesto
2) Todos los comentaristas son políticos
3) Algunos mexicanos son comentaristas
Luego:
4) Algunos mexicanos no son honestos

DEMOSTRACIÓN.

1) $\forall x\ (Px \rightarrow \neg Hx)$
2) $\forall x\ (Cx \rightarrow Px)$
3) $\exists x\ (Mx \wedge Cx)$
Por lo tanto,

4) $Ma \wedge Ca$	**EE3**
5) $Pa \rightarrow \neg Ha$	**EU1**
6) $Ca \rightarrow Pa$	**EU2**
7) $Ca \rightarrow \neg Ha$	**SH(5,6)**
8) Ca	**Simpl.4**

9) $\neg$ Ha	MPP(7,8)
10) Ma	Simpl.4
11) $\neg$ Ha $\wedge$ Ma	Adj.(9,10)
12) Ma $\wedge$ $\neg$ Ha	Conmut.11
13) $\exists$x (Mx $\wedge$ $\neg$ Hx)	GE.12

Demostremos el argumento que dice:

1) Todos los zapatistas son bragados
2) Todos los guerrilleros son valientes
3) Ningún valiente es bragado
Luego:
4) Ningún guerrillero es zapatista

Sean Z = Zapatistas B = Bragados

G = Guerrilleros V = Valientes

1) $\forall x\ (Zx \rightarrow Bx)$
2) $\forall x\ (Gx \rightarrow Vx)$
3) $\forall x\ (Vx \rightarrow \neg Bx)$
Por lo tanto,

4) $Zm \rightarrow Bm$	EU1
5) $Gm \rightarrow Vm$	EU2
6) $Vm \rightarrow \neg Bm$	EU3
7) $Gm \rightarrow \neg Bm$	SH(5,6)
8) $\neg Bm \rightarrow \neg Zm$	Transp.4
9) $Gm \rightarrow \neg Zm$	SH (7,8)
10) $\forall x\ (Gx \rightarrow \neg Zx)$	GU9

Ningún guerrillero es zapatista

EJERCICIO.

Demuestra que los siguientes argumentos son válidos.

1) Todas las aves vuelan
El jilguero es un ave
Luego, el jilguero vuela

2) Ningún medicamento cura. La penicilina es un medicamento
Luego, la penicilina no cura.

3) Todas las águilas son animales carnívoros
Todos los carnívoros son vertebrados
Luego: todas las águilas son animales vertebrados

4) Todos los hidrocarburos son de origen vegetal
Algunos gases son hidrocarburos
Luego, algunos gases son de origen vegetal

5) Ningún estudiante es americano
Algunos atletas son estudiantes
Luego, algunos atletas no son americanos

6) Todos los árboles son vegetales
Ningún vegetal es animal
Algunos seres acuáticos son animales
Luego: Algunos seres acuáticos no son árboles

7) Todos números primos son naturales
Todos los números naturales son positivos
Ningún número positivo es negativo
Algunos números impares son negativos
Luego:
Algunos números impares no son primos

8) Todos los rinocerontes son herbívoros
Ningún herbívoro es carnívoro
Algunos animales feroces son carnívoros
Luego:
Algunos animales feroces no son carnívoros

9) Ningún campesino es latifundista
Todos los ricos son latifundistas
Algunos campesinos son pobres
Luego:
Algunos pobres no son ricos

10) Ningún indígena es preparado
los burgueses son preparados
Algunos indígenas son listos
Luego: Algunos listos no son burgueses

CONCLUSIONES

A pesar que el estudio de la Lógica como forma de razonamiento se remonta a la época de Aristóteles, es hasta el siglo XIX cuando ocurren grandes descubrimientos y avances de la misma. Este cambio se debió a que se introduce en la exposición y desarrollo de la Lógica, las técnicas y recursos del algebra, en particular sistemas simbólicos y cálculos, dando lugar a la Lógica Simbólica o Matemática.

Por tal razón se considera conveniente un curso de introducción a la Lógica Simbólica en el ciclo del bachillerato debido a que permite al estudiante entender con presición y claridad los cursos de matemáticas que a este nivel se imparten.

Al término de la lectura del material elaborado, el estudiante deberá tener presentes cierto número de ideas claras y simples de los elementos de la Logica Inductiva y de la Lógica Deductiva; tales como los conceptos de falacia, causa, efecto y relación causal; así como también los métodos que se utilizan para determinar la causa o el efecto de un gran número de fenómenos que acontecen en la naturaleza. Por otra parte conocerá los elementos de la Lógica de Enunciados y los de la Lógica de

Predicados; así como las leyes de inferencia lógica,... etc. y podrá aplicarlos con entero conocimiento.

El alumno podrá aplicar las tablas de verdad para decidir cuando una proposición compuesta es una tautología, contradicción o contingencia; también aplicará las leyes de equivalencia para demostrar cuando dos proposiciones son lógicamente equivalentes, o si se trata de una ley de implicación o de equivalencia.

Usará las leyes de implicación, equivalencia y de inferencia lógica, para demostrar que una conclusión se deriva de un conjunto determinado de premisas, y manejará los cuantificadores universal y existencial en la lógica de predicados. En consecuencia, comprenderá y aplicará la metodología de la lógica inductiva y deductiva.

Aunque el propósito del material elaborado es simplemente estimular el estudio de la lógica y sus aplicaciones. También se sientan las bases para que el estudiante pueda profundizar en el estudio de los temas de lógica pura o bién ascender a diferentes niveles de análisis lógico, en particular la lógica de predicados de primer orden.

Este material se puede ampliar agregando algunos temas como el método de árboles de verdad para decidir si un razonamiento es válido o no válido en la lógica de enunciados.

El alumno observará que los métodos inductivos que aquí se explican sirven para encontrar la causa o el efecto que produce un fenómeno. Así también comprenderá el método deductivo y establecerá la diferencia que existe entre ambos.Los aplicará a las distintas áreas del conocimiento para que llegue al establecimiento de conceptos cada vez más generales.

BIBLIOGRAFIA

ALFREDO DEAÑO	Introducción a la Lógica Formal (Vol. I), Madrid: Alianza Editorial, 1975.
MANUEL GARRIDO	Lógica Simbólica, Madrid: Editorial Tecnos, 1983.
M. V. QUINE	Los Métodos de la Lógica (Traducción de Juán José Acero y Nieves Guasch), Barcelona Ariel, 1981.
ELLIOTT MENDELSON	Introduction to Mathematical Logic, New York, Van Nostrand, 1964.
P. SUPPES Y S. HILL	Introducción a la Lógica Matemática (Traducción del Dr. Enrrique Linés Escardo). Madrid: Editorial Reverté, 1975.
IRVING M. COPI	Introducción a la Lógica (Traducción de Nestor Alberto Miquez), Buenos Aires. EUDEBA, 1974.
BENSON MATES	Lógica Matemática Elemental (Traducción de Carmen Garcóa Trevijano), Madrid: Editorial Tecnos, 1974.
JOSE FERRATER MORA Y HUGUES LEBLANC	Lógica Matemática, México, Fondo de Cultura Económica, 1975.