



00382
12/9
UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

FLUCTUACIONES ESTADÍSTICAS EN COLISIONES CON IONES
PESADOS: ANÁLISIS DE LA REACCIÓN $^{12}\text{C}(^{14}\text{N}, \alpha)^{10}\text{B}$

T E S I S

Que para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

p r e s e n t a

JUAN JAIME VEGA CASTRO

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

México, D. F.

Marzo de 1983



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

1	Introducción	1
	Referencias	5
2	Análisis teórico de la función de autocorrelación	6
	2.1. Introducción	6
	2.2. Cálculo de la función de autocorrelación de la sección	10
	2.3. Los parámetros estadísticos N_{eff} y Y_D	25
	Referencias	35
3	La varianza y las técnicas involucradas en su extracción a partir de datos experimentales	36
	3.1. Introducción	36
	3.2. El análisis experimental de las fluctuaciones de Ericson	38
	3.2.1. Procesos no estacionarios	39
	3.2.2. Presencia de componente directa	41
	3.2.3. Presencia de estructura no estocástica	43
	3.2.4. Corrección debida a una resolución experimental finita	43
	3.2.5. Problemas debidos a una muestra finita de datos	44
	Referencias	49

4	Análisis de la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$	53
4.1	Introducción	53
4.2	Elección y análisis de los datos experimentales	55
	Referencias	60
5	Teoría estadística del método de Pappalardo	63
5.1	Introducción	63
5.2	Obtención de la curva teórica de Pappalardo	65
5.3	Efecto de la resolución	74
5.4	Efecto de muestra finita de datos	78
5.5	Efecto de la discretez de los datos experimentales	80
5.6	Análisis de funciones de excitación sintéticas	83
	Referencias	89
6	Comparación del cálculo teórico con el valor experimental	90
6.1	Introducción	90
6.2	Extracción de la varianza reducida	92
6.3	Cálculo teórico de la varianza reducida de la sección	93
6.4	Comparación teoría experimento	96
	Referencias	99
7	Conclusiones	101
	Referencias	106

	APENDICES	107
A	Método modificado de Pappalardo (una función de excitación con dos estructuras de diferente an- chura	107
B	Comparación de los estimadores (5.42a) y (5.42b)	113
	FIGURAS	114
	TABLAS	142

CAPITULO 1 INTRODUCCION

A principios de la década de los sesentas, Ericson junto con Brink y Stephen dan un paso importante en el campo de la teoría estadística de reacciones nucleares (Er-60, Er-63a, Er-63b, Br-63, Br-64, St-63), con el formalismo que proponen para el tratamiento de las fluctuaciones estadísticas que frecuentemente pueden observarse en una función de excitación, en un intervalo de energías unos cuantos Mev arriba del umbral de emisión de neutrón. La descripción teórica de este fenómeno antecedió a su observación experimental; sin embargo, poco después de haber surgido la explicación teórica del fenómeno, éste fue observado experimentalmente (Co-62, Fa-62). A partir de entonces, la evidencia experimental acerca de la naturaleza estadística de las fluctuaciones en funciones de excitación ha aumentado rápidamente. Resúmenes de estos experimentos se encuentran en los trabajos de Marcazzan (Ma-70) y de Richter (Ri-73).

El fenómeno de las fluctuaciones estadísticas o de Ericson, como se ha dado en llamar, es la manifestación de un proceso de interferencia coherente, pero al azar, que se presenta en una reacción que procede a través de la formación de un núcleo compuesto, a tal energía de excitación que la anchura promedio, Γ , de los niveles del núcleo compuesto es mayor que la correspondiente separación media entre estos niveles. Cada uno de los niveles contribuye en alguna medida a la amplitud de dispersión (ver ec.(2.1) o ec.(2.2)). A una energía dada se puede considerar que la sección de fluctuación o de núcleo com-

puesto está determinada por la interferencia coherente de todas las resonancias que yazgan en una vecindad de radio $\Gamma/2$ en torno a la energía considerada, de tal manera que para que la sección varíe apreciablemente es necesario fijarse en una nueva energía que diste más de Γ de la anterior energía, con objeto de estar, esencialmente, muestreando otro conjunto de resonancias del núcleo compuesto. Dada la gran complejidad de los niveles del núcleo compuesto es de esperarse que las fases con las que las distintas resonancias contribuyen a la amplitud de dispersión sean números al azar; o sea, las fluctuaciones que se observan en la función de excitación son el resultado de la interferencia coherente de las resonancias cercanas a la energía de excitación considerada, las cuales, por tener fases al azar, se observarán en la sección como fluctuaciones estadísticas.

Probablemente la información más interesante que se pueda obtener acerca del núcleo, en experimentos en que se observan fluctuaciones estadísticas, sea: i) separación de la sección en parte directa y en parte de fluctuación y ii) vida media del núcleo compuesto. Los trabajos experimentales relacionados con estos dos puntos son muy bastos (ver referencias del capítulo 4); sin embargo, en la mayoría de estos, se han usado reacciones con iones ligeros. Esta tendencia a usar reacciones con iones ligeros es más marcada cuando se intenta no sólo hacer una determinación experimental de algún parámetro estadístico, sino inclusive hacer una estimación teórica de estos parámetros para ser comparada con el valor experimental. Este es el caso del parámetro N_{eff} conocido en la literatura como "número efectivo de canales estadísticamente independientes", en

en cuyo caso la comparación de la predicción teórica con el valor experimental sólo ha sido hecha para iones pesados con la reacción $^{13}\text{C}(^{12}\text{C},\text{X})$, por Dayras et. al. (Da-76).

En vista de la situación descrita arriba, en este trabajo se eligió hacer un estudio usando una reacción con iones pesados. En gran medida se centrará la atención en torno al parámetro estadístico N_{eff} ; sin embargo, también serán abordadas cuestiones como: i) el tratamiento teórico de las fluctuaciones de Ericson, en donde se obtendrá una expresión de N_{eff} y se analizarán algunas expresiones aproximadas que proporciona la teoría estadística y cuyas justificaciones no son nada evidentes. ii) La extracción de los parámetros estadísticos relevantes a partir de los datos experimentales.

Con objeto de contar con un marco teórico, útil en la descripción del fenómeno de interés, en el capítulo 2 se presenta un tratamiento, a la Ericson, de las fluctuaciones estadísticas que se observan en una función de excitación unos cuantos Mev arriba del umbral de emisión de neutrón. No obstante que se sigue el lineamiento del trabajo de Ericson (Er-63b), se prefirió usar la representación de la matriz de dispersión propuesta por Kawai, Kerman y Mc-Voy (Ka-73), lo cual a la larga permite tomar en cuenta la contribución de la parte directa en forma más consistente en comparación a como lo hizo Ericson (ver discusión después de la ec.(2.35)). Bajo la suposición de ausencia de parte directa se llega a una expresión, ec.(2.49), de la varianza reducida de la sección en función de los factores de transmisión, la cual será usada posteriormente en el capítulo 6. Por último, en el capítulo 2 se analiza la expresión de la varianza reducida que se usa comúnmente en la literatura (ec.(2

.71)); en este punto se introduce el parámetro N_{eff} sobre el cual se centrará la atención en el capítulo 6 y también se analiza el parámetro Y_D .

En el capítulo 3 se presenta el estado actual del método de análisis de datos experimentales que exhiben fluctuaciones de Ericson; paralelamente se presentan las principales limitaciones experimentales para la extracción de los parámetros estadísticos.

En el capítulo 4 se hace un estudio de la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$ en base al método de Pappalardo para la extracción de la varianza reducida. Los resultados obtenidos hacen evidente la necesidad de hacer un estudio sistemático del método de Pappalardo, lo cual constituye materia del capítulo 5. En este capítulo se determina la forma de la curva teórica de Pappalardo en base a un estudio de un ensemble de funciones de excitación sintéticas. Las barras de error se determinan numéricamente para lo cual se usa una muestra finita de funciones de excitación tomadas del ensemble que describe al proceso.

En el capítulo 6 se reanalizan los datos de la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$ con base en los resultados del capítulo 5. Brevemente se puede concluir a partir de este análisis que hay una buena concordancia entre la predicción teórica (ver la sección 6.4) y el valor experimental.

Finalmente, en el capítulo 7 se da una serie de conclusiones generales de este trabajo.

REFERENCIAS

- Br-63 Brink, D. M. y Stephen, R. O., Phys. Lett. 5 (1963) 77.
- Br-64 Brink, D. M., Stephen, R., O. y Tanner, N. W., Nucl. Phys. 54 (1964) 577.
- Co-62 Colli, L., Facchini, U., Iori, L., Marcazzan, G., M., Milazzo, M. y Tonolini, F., Phys. Lett. 1 (1962) 120.
- Da-76 Dayras, R. A., Stokstad, R. G., Switkoski, Z. E. y Wisland, R. M., Nucl. Phys. A265 (1976) 153.
- Er-60 Ericson, T. Phys. Rev. Lett. 5 (1960) 430.
- Er-63a Ericson, T., Phys. Lett. 4 (1963) 258.
- Er-63b Ericson, T., Ann. Phys. 23 (1963) 390.
- Fa-62 Facchini, U., Saetta-Menichella, E. y Tonolini, F., Phys. Lett. 1 (1962) 209.
- Ka-73 Kawai, M., Kerman, A. K. y McVoy, K., W., Ann. Phys. 75 (1973) 156.
- Ma-70 Marcazzan, M. G., Milazzo Colli, L., Progr. Nucl. Phys. 11 (1970) 145.
- Ri-74 Richter, A., en Nuclear Spectroscopy and Reactions, Parte B, Ed. J. Cerny, Academic Press, New York; (1974).
- St-63 Stephen, R. O., Clarendon Laboratory, Oxford (1963).

CAPITULO 2 ANALISIS TEORICO DE LA FUNCION DE AUTOCORRELACION

2.1 INTRODUCCION

Unos cuantos Mev arriba del umbral de emision de neutrón, en una función de excitación (sección en función de la energía) se pueden observar rápidas fluctuaciones. A estas energías de excitación no es correcto identificar a estas estructuras como resonancias aisladas del núcleo compuesto, dado que la separación promedio entre éstas es ya menor que su anchura promedio. O sea, la sección está determinada por la interferencia de las amplitudes de muchas resonancias. Esto da pie a que esta región de energías en una función de excitación se conozca como la región de fluctuaciones estadísticas. Es decir, la interferencia de las amplitudes de las varias resonancias traslapantes a una energía dada se puede ver como un fenómeno al azar que se manifiesta en forma de fluctuaciones en la función de excitación. El marco teórico para la descripción de este fenómeno estadístico fué desarrollado a principio de los años sesenta (Er-60, 63a, 63b, Br-63, 64, St-63).

En este capítulo se obtendrá la expresión de la función de autocorrelación de la sección siguiendo los lineamientos del trabajo de Ericson (Er-63); pero, a diferencia de éste, se usará otra manera de representar la matriz de dispersión. Ericson usó la forma que propone Feshbach en su teoría unificada de reacciones nucleares (Fe-62),

$$S_{c'c}(E) = S_{c'c}^{(0)} - i\sum_{\lambda} \frac{\bar{g}_{\lambda c} \bar{g}_{\lambda c}}{E - \epsilon_{\lambda}} \quad (2.1)$$

En esta representación, se considera que las amplitudes de las anchuras parciales $\bar{g}_{\lambda c}$, las energías de las resonancias (complejas) ϵ_{λ} y el término de fondo $S_{c'c}^{(0)}$, son casi independientes de la energía. Aquí se tiene el inconveniente de que el promedio de la suma de resonancias no es cero. Esto implica que la suma resonante interferirá con el término de fondo en la expresión del promedio energético de la sección, lo cual es inconveniente si se intenta separar la sección en parte directa y en parte de núcleo compuesto.

La forma alternativa para representar la matriz de dispersión y que será usada de ahora en adelante es la propuesta por Kawai, Kerman y McVoy (Ka-73) (en lo siguiente referido como KKM),

$$S_{c'c}(E) = \bar{S}_{c'c}(E) - i\sum_q \frac{g_{qc}(E) g_{qc}(E)}{E - \epsilon_q} \quad (2.2)$$

En esta representación, es posible escoger el fondo como la matriz de dispersión óptica, $\bar{S}_{c'c}(E, I) = S_{c'c}^{opt}(E)$, adecuada a un intervalo de promedio de tamaño I . Ahora, las fases de las amplitudes parciales $g_{qc}(E)$ mostrarán una suave dependencia con E a lo largo del intervalo de energía I . Al promediar la ec. (2.2) en el intervalo I , la dependencia de q es tal que la suma de resonancias promedia cero, siempre y cuando $\bar{S}_{c'c}$ sea invariante al repromediarse, o sea, en la medida en que

$$\langle \bar{S}_{c'c} \rangle_I = \bar{S}_{c'c} \quad (2.3)$$

Con lo anterior se logra que en esta representación de la matriz de dispersión se elimine la interferencia de la parte directa con la parte de núcleo compuesto en la sección promedio. O sea, si se define

$$S_{c'c}^{f1}(E) = -i\frac{g_{qc}(E)g_{qc}(E)}{E - \epsilon_q} \quad (2.4)$$

entonces,

$$S_{c'c}(E) = \bar{S}_{c'c}(E) + S_{c'c}^{f1}(E). \quad (2.5)$$

Dado que

$$\bar{\sigma}_{c'c} = \pi\lambda_c^2(21+1) \overline{|\delta_{c'c} - \bar{S}_{c'c}(E) - S_{c'c}^{f1}(E)|^2}$$

y usando que

$$\overline{S_{c'c}^{f1}(E)} = 0,$$

se obtiene la siguiente expresión para $\bar{\sigma}_{c'c}$:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{c'c} &= \pi\lambda_c^2(21+1)(|\delta_{c'c} - \bar{S}_{c'c}|^2 + |S_{c'c}^{f1}|^2) \\ &= \sigma_{c'c}^{dir} + \sigma_{c'c}^{f1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde

$$\sigma_{c'c}^{dir} = \pi\lambda_c^2(21+1)|\delta_{c'c} - \bar{S}_{c'c}|^2 \quad (2.7a)$$

y

$$\sigma_{c'c}^{f1} = \pi\lambda_c^2(21+1)|S_{c'c}^{f1}|^2. \quad (2.7b)$$

Esta será la representación de la matriz de dispersión que en la sección 2.2 se usará en la obtención de la función de autocorrelación de la sección. Una ventaja que se tiene al usar el formalismo de KKM es que permite tomar en cuenta la contribución de la parte directa consistentemente, lo cual no es posible usando el formalismo de Ericson. Esto se discutirá ampliamente en el momento adecuado (después de la ec.(2.35)).

Las ecs.(2.16) y (2.22) muestran un resultado muy interesante de la teoría estadística: bajo ciertas condiciones generales, las fluctuaciones estadísticas pueden ser descritas enteramente en término de las mismas cantidades promedio que

aparece en la expresión de la sección promedio, $\bar{S}_{c,c}$ y $S_{c,c}^{f1*}(E+\epsilon)S_{c,c}^{f1}(E)$. A partir de las ecs. (2.23), (2.28) y (2.44) se ve que la última cantidad se puede expresar en término de la matriz de transmisión de Satchler (Sa-63), la cual se define como $P_{c,c} = \delta_{c,c} - \xi \bar{S}_{c,c} \bar{S}_{c,c}^*$. Esto significa que es posible expresar la fluctuación en término de la matriz de dispersión promedio. En un caso real, el número de elemento de la matriz de dispersión involucrados en el cálculo de la fluctuación en general será grande. Esto es una fuerte limitante si se considera el largo cálculo numérico que esto representa. Por ejemplo, la diagonal de la matriz de dispersión promedio representa la dispersión elástica. Esto se puede calcular usando un modelo óptico adecuado para cada canal, lo cual desde el punto de vista numérico es razonable intentar. Los elementos fuera de la diagonal de la matriz de dispersión promedio representan la componente directa de una dispersión inelástica o de una reacción. Estos elementos se pueden obtener con un cálculo de canales acoplados pero, debido a que en un caso de interés estos en general son muy numerosos, el problema numérico que esto representa es realmente complejo. Este problema no se presenta cuando la reacción procede enteramente a través de la formación de un núcleo compuesto. En este caso los elementos fuera de la diagonal de la matriz de dispersión promedio valen cero. Fuera de este caso límite es prácticamente imposible tratar de hacer un cálculo exacto de la fluctuación. Sin embargo, la teoría estadística proporciona una expresión bastante sencilla de la fluctuación; válida bajo la suposición de canales equivalentes. En la sección 2.3 se introduce el concepto de sección básica, el cual es muy útil para obtener esta forma simplificada de la

fluctuación (ver ec.(2.68)). Dado que la condición de secciones básicas equivalentes es muy factible que no se cumpla, entonces lo común en la literatura es introducir el parámetro N_{eff} , o número efectivo de secciones básicas estadísticamente independientes, de tal manera que la fluctuación pueda seguir expresándose en forma semejante al caso de secciones básicas equivalentes (ver ec.(2.71)). En la última parte de la sección 2.3 se analiza esta forma de expresar la varianza reducida.

2.2 CALCULO DE LA FUNCION DE AUTOCORRELACION DE LA SECCION

Como punto de partida se usará la formulación de la matriz de dispersión que sirve de marco al formalismo desarrollado por Blatt y Biedenharn (B1-52) para describir el efecto del momento angular en la sección. El proceso que se considera es aquél en donde un par de partículas (proyectil y blanco) da lugar a un sistema intermedio conocido como núcleo compuesto, el cual, eventualmente, decaerá, dando lugar a diferentes pares de partículas. Cada posible par de partículas, incluyendo el par formado por el proyectil y el blanco, será la base para definir el concepto de canal. Con más precisión, por canal se entenderá el siguiente conjunto de cantidades $C \equiv \{\alpha(I_1 I_2) s l, JM\}$. El significado de estas cantidades es el siguiente: I_1 e I_2 representan los spines de cada una de las dos partículas que forman el canal; α denota los demás números cuánticos ($\alpha_1 \alpha_2$) necesarios para definir los estados de cada partícula del par, s es el spin del canal. El spin del canal se forma de I_1 e I_2 ; $s = I_1 + I_2$ y toma valores de $|I_1 - I_2|$ a $I_1 + I_2$; l es el momento angular relativo del par de partículas y J es el momento angular total del sistema (spin total) con componente M . Para el canal

de entrada se usará $c \equiv \{\alpha(I_1 I_2) s l, JM\}$ y para el canal de salida se usará $c' \equiv \{\alpha'(I_1' I_2') s' l', JM\}$.

Con objeto de no cargar en la derivación siguiente con la contribución debida a la dispersión coulombiana y el término debido a la interferencia de ésta con la dispersión de resonancia, se supondrá en lo que sigue que $\alpha' \neq \alpha$. Tomando esto en cuenta en el formalismo de Blatt y Biedenharn (B1-52) se obtiene la siguiente expresión para la sección diferencial a un ángulo θ_α :

$$\frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}}{d\Omega_{\alpha'}} = \frac{1}{(2I_1+1)(2I_2+1)} \sum_{s, s'} (2s+1) \frac{d\sigma_{\alpha' s', \alpha s}}{d\Omega_{\alpha'}} \quad (2.8)$$

donde

$$\frac{d\sigma_{\alpha' s', \alpha s}}{d\Omega_{\alpha'}} = \frac{\lambda_\alpha^2}{2s+1} \sum_{L=0}^{\infty} B_L(\alpha' s', \alpha s) P_L(\cos(\theta_\alpha)) \quad (2.9)$$

Si se sustituye la ec.(2.9) en la ec.(2.8) se obtiene que:

$$\frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}}{d\Omega_{\alpha'}} = \frac{\lambda_\alpha^2}{(2I_1+1)(2I_2+1)} \sum_{L=0}^{\infty} B_L(\alpha', \alpha) P_L(\cos(\theta_\alpha)) \quad (2.10)$$

donde

$$B_L(\alpha', \alpha) = \sum_{s, s'} B_L(\alpha' s', \alpha s) \quad (2.11)$$

Cuando $\alpha \neq \alpha'$, la forma de la $B_L(\alpha, \alpha')$ es la siguiente:

$$B_L(\alpha', \alpha) = \frac{1}{4} \sum_{J_1 J_2, l_1 l_2, l_1' l_2' s s'} (-1)^{s-s'} \bar{Z}(l_1 J_1, l_2 J_2, s L) \bar{Z}(l_1' J_1', l_2' J_2', s' L) \times \text{Re}(S_{\alpha' s' l_1' \alpha s l_1}^{J_1} S_{\alpha' s' l_2' \alpha s l_2}^{J_2*}) \quad (2.12)$$

donde

$$\bar{Z}(l_1 J_1, l_2 J_2, s L) = (2l_1+1)^{1/2} (2l_2+1)^{1/2} (s J_1+1)^{1/2} (2J_2+1)^{1/2} \times \langle l_1 l_2 00 | L 0 \rangle W(l_1 J_1, l_2 J_2, s L) \quad (2.13)$$

W es un coeficiente de Racah y $\langle | \rangle$ es un coeficiente de Clebsch-Gordan. Nótese que, en la ec. (2.12), se toma la parte real del producto de dos elementos de la matriz de dispersión. Dado que los coeficientes \bar{Z} son invariantes cuando se permutan las l sin prima con las l primadas, y estos son índices mudos, se ve que esta es una cantidad real. Por tanto, la indicación de tomar la parte real se usará de acuerdo a lo que convenga.

Si ahora se usa la representación de la matriz de dispersión que se muestra en la ec. (2.5) para calcular la sección promedio, es fácil ver que ésta se puede escribir como:

$$\frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}}{d\Omega_{\alpha'}} = \frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}^{dir}}{d\Omega_{\alpha'}} + \frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}^{fl}}{d\Omega_{\alpha'}} \quad (2.14)$$

donde

$$\frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}^{dir}}{d\Omega_{\alpha'}} = \frac{\lambda_{\alpha}^2}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \sum_{L=0} B_L^{dir}(\alpha', \alpha) P_L(\cos(\theta_{\alpha'})) \quad (2.15a)$$

$$\frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}^{fl}}{d\Omega_{\alpha'}} = \frac{\lambda_{\alpha}^2}{(2I_1 + 1)(2I_1 + 1)} \sum_{L=0} B_L^{fl}(\alpha', \alpha) P_L(\cos(\theta_{\alpha'})) \quad (2.15b)$$

y

$$B_L^{dir}(\alpha', \alpha) = \frac{1}{4} \sum_{J_1 J_2 l_1 l_2 l_1' l_2' s s'} (-1)^{S-S'} \bar{Z}(l_1 J_1 l_2 J_2, s L) \bar{Z}(l_1' J_1' l_2' J_2', s' L) \\ \times \text{Re}(S_{\alpha' s' l_1', \alpha s l_1}^{J_1} (E) S_{\alpha' s' l_2', \alpha s l_2}^{J_2*} (E)) \quad (2.16a)$$

$$B_L^{fl}(\alpha', \alpha) = \frac{1}{4} \sum_{J_1 J_2 l_1 l_2 l_1' l_2' s s'} (-1)^{S-S'} \bar{Z}(l_1 J_1 l_2 J_2, s L) \bar{Z}(l_1' J_1' l_2' J_2', s' L) \\ \times S_{\alpha' s' l_1', \alpha s l_1}^{J_1 fl} (E) S_{\alpha' s' l_2', \alpha s l_2}^{J_2 fl*} (E) \quad (2.16b)$$

Dentro de este mismo formalismo se pasará ahora a la obtención de la función de autocorrelación de la sección, que será denotada como $F(\alpha, \alpha', \epsilon)$ y que está definida de la siguiente

manera:

$$\begin{aligned}
 F(\alpha, \alpha', \epsilon) &= \frac{\frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}(E+\epsilon)}{d\Omega_{\alpha'}} - \frac{d\bar{\sigma}_{\alpha', \alpha}}{d\Omega_{\alpha'}}}{\frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}(E)}{d\Omega_{\alpha'}} - \frac{d\bar{\sigma}_{\alpha', \alpha}}{d\Omega_{\alpha'}}} \\
 &= \frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}(E+\epsilon)}{d\Omega_{\alpha'}} \frac{d\sigma_{\alpha', \alpha}(E)}{d\Omega_{\alpha'}} - \left(\frac{d\bar{\sigma}_{\alpha', \alpha}}{d\Omega_{\alpha'}} \right)^2. \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

Desde luego, se ha supuesto un proceso estacionario, en el cual el promedio de la sección no depende de la energía. Desde el punto de vista experimental esto equivale a restringirse a un intervalo de energías no muy grande como para que se pueda considerar constante a la sección promedio.

La forma explícita de F en función de la matriz de dispersión es:

$$\begin{aligned}
 F(\alpha, \alpha', \epsilon) &= \frac{\sum f_{\alpha', \alpha}(I_1, I_2, L, \bar{L}, s, s', \bar{s}, \bar{s}', J_1, J_2, \bar{J}_1, \bar{J}_2, \\
 &\quad L \bar{L} s s' \bar{s} \bar{s}' J_1 J_2 \bar{J}_1 \bar{J}_2 \\
 &\quad l_1 l_2 \bar{l}_1 \bar{l}_2 l_1 l_2 \bar{l}_1 \bar{l}_2 \\
 &\quad l_1, l_2, \bar{l}_1, \bar{l}_2, l_1, l_2, \bar{l}_1, \bar{l}_2) \times} \\
 &= \frac{\{ S_{\alpha', s', l_1, \alpha s l_1}^{J_1} (E+\epsilon) S_{\alpha', s', l_2, \alpha s l_2}^{J_2*} (E+\epsilon) S_{\alpha', \bar{s}', \bar{l}_1, \alpha \bar{s} \bar{l}_1}^{\bar{J}_1} (E) S_{\alpha', \bar{s}', \bar{l}_2, \alpha \bar{s} \bar{l}_2}^{\bar{J}_2*} (E) \\
 &\quad - S_{\alpha', s', \bar{l}_1, \alpha s l_1}^{J_1} (E) S_{\alpha', s', l_2, \alpha s l_2}^{J_2*} (E) \times S_{\alpha', \bar{s}', \bar{l}_1, \alpha \bar{s} \bar{l}_1}^{\bar{J}_1} (E) S_{\alpha', \bar{s}', \bar{l}_2, \alpha \bar{s} \bar{l}_2}^{\bar{J}_2*} (E) \},}{(2.18)}
 \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
 f_{\alpha', \alpha}(\dots) &= \left(\frac{\lambda_{\alpha/4}}{(2I_1+1)(2I_2+1)} \right)^2 (-1)^{s+\bar{s}-(s'+\bar{s}')} \\
 &\quad \times P_L(\cos(\theta_{\alpha'})) \bar{Z}(l_1 J_1 l_2 J_2, sL) \bar{Z}(l_1 \bar{J}_1 l_2 \bar{J}_2, s'L) \\
 &\quad \times P_L(\cos(\theta_{\alpha'})) \bar{Z}(\bar{l}_1 \bar{J}_1 \bar{l}_2 \bar{J}_2, \bar{s}L) \bar{Z}(\bar{l}_1 \bar{J}_1 \bar{l}_2 \bar{J}_2, \bar{s}'L). \quad (2.19)
 \end{aligned}$$

En lo que sigue ya no se indicarán los índices sobre los cuales se efectúan las sumas, y en $f_{\alpha', \alpha}$ ya no se indicarán todos los

índices de los cuales depende.

Al sustituir la ec.(2.5) en la ec.(2.18) se obtiene, entre otras cosas, un promedio de un producto de cuatro términos de la forma $S_{c',c}^{f1}$. Este promedio fue manejado por mucho tiempo sobre bases intuitivas pero no formales (Br-63, Er-66). Agassi, Weidenmüller y Mantzouranis (Ag-75), en 1975, elaboraron una teoría estadística de reacciones nucleares (que de ahora en adelante será referida como AWM), en la cual dan una fundamentación teórica para el cálculo de esta cantidad. Esencialmente, lo que demuestran es: partiendo de un modelo de matrices estocásticas para el hamiltoniano nuclear, se sigue que tanto la parte real como la imaginaria de cada elemento de la parte fluctuante de la matriz de dispersión son variables estocásticas que poseen una ley de distribución normal. Bajo estas condiciones se cumple que

$$i) \overline{S_{c',c}^{f1} S_{c',c}^{f1}} = 0, \quad (2.20a)$$

$$ii) \overline{x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_l}} = \begin{cases} 0 & \text{si } l \text{ es par} \\ \sum_{j_1, \dots, j_l} (\overline{x_{j_1} x_{j_2}}) (\overline{x_{j_3} x_{j_4}}) \dots (\overline{x_{j_{l-1}} x_{j_l}}), & (2.20b) \end{cases}$$

donde la suma sobre j_1, \dots, j_l agota todas las $(l-1)!!$ maneras de arreglar las x_{i_1}, \dots, x_{i_l} en pares. En ii) x representa o la parte fluctuante, o su conjugado, de algún elemento de la matriz de dispersión.

Si se aplica la regla i) en la ec.(2.18) se obtiene:

$$F(\alpha, \alpha', \epsilon) = \sum f_{\alpha', \alpha}^x$$

$$\overline{\{S_{\alpha' s' i_1, \alpha s i_1}^{J_1} (E) S_{\alpha' s' i_2, \alpha s i_2}^{J_2*} (E) S_{\alpha' s' i_2, \alpha s i_2}^{f1 J_2*} (E + \epsilon) S_{\alpha' s' i_1, \alpha s i_1}^{f1 J_1} (E)\}}$$

$$\begin{aligned}
& + \overline{S}_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{J_2^*} (E) \overline{S}_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{J_1} (E) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{f1J_1} (E+\epsilon) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{f1J_2^*} (E) \\
& + \overline{S}_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{f1J_1} (E+\epsilon) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{f1J_2^*} (E+\epsilon) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{f1J_1} (E) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{f1J_2^*} (E) \\
& - S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{f1J_1} (E) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{f1J_2^*} (E) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{f1J_1} (E) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{f1J_2^*} (E) \}.
\end{aligned}
\tag{2.21}$$

Dado que los índices con barra y los que no la tienen toman valores en el mismo intervalo, entonces, en el segundo término de la ec.(2.21), se puede hacer el intercambio de índices sin barra a índices con barra y viceversa, pues éstos son índices mudos; además, la $f_{\alpha, \alpha}$ es invariante ante este cambio. Respecto al tercer término de esta ecuación, se pueden aplicar las reglas i y ii, ecs.(2.20a) y (2.20b). De esta manera, el tercer término da lugar a otros dos y, de éstos dos, uno es tal que se cancela con el último término de la ec.(2.21). Tomando en cuenta todas estas modificaciones, la ec(2.21) toma la siguiente forma:

$$F(\alpha, \alpha', \epsilon) = \Sigma f_{\alpha', \alpha} \times$$

$$\begin{aligned}
& (\overline{S}_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{J_1} (E) \overline{S}_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{J_2^*} (E) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{f1J_2^*} (E+\epsilon) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{f1J_1} (E) \\
& + \overline{S}_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{J_1} (E) \overline{S}_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{J_2^*} (E) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{f1J_2^*} (E) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{f1J_1} (E+\epsilon) \\
& + S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{f1J_1} (E+\epsilon) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{f1J_2^*} (E) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_2}^{f1J_2^*} (E+\epsilon) S_{\alpha' s' 1 \frac{1}{2}, \alpha s 1_1}^{f1J_1} (E) \}.
\end{aligned}
\tag{2.22}$$

De las ecs. (2.16b) y (2.22) se ve que el bloque elemental, tanto para el cálculo de la sección de fluctuación como para el cálculo de la función de autocorrelación, es la cantidad

$S_{c'c}^{f1*}(E+\epsilon) S_{\bar{c}'\bar{c}}^{f1}(E)$; para la sección, sólo se requiere el valor de esta cantidad cuando $\epsilon=0$. La simplificación que, desde el punto de vista teórico, se introduce al considerar sólo el valor de $\epsilon=0$, es muy grande; es decir, parece ser que cuando se considera valores de ϵ diferentes de cero se requiere, en cierta forma, un mayor conocimiento de las propiedades físicas del fenómeno que se estudia. Cuando $\epsilon=0$, la función de autocorrelación se reduce a la varianza. En este caso particular no se requieren cantidades más complejas que las que aparecen en la expresión de la sección de fluctuación ec(2.16b). Debido a esto, el cálculo de la varianza reducida resulta ser una prueba de la consistencia de la teoría estadística, pues el cálculo de ésta sólo requiere las mismas cantidades empleadas usadas en el caso de la sección de fluctuación.

A partir de este punto, el cálculo de la sección de fluctuación y el de la autocorrelación de ésta se pueden desarrollar en termino de la función de correlación de la matriz de dispersión (de la parte fluctuante),

$$S_{c'c, \bar{c}'\bar{c}}^S(\epsilon) = S_{c'c}^{f1*}(E+\epsilon) S_{\bar{c}'\bar{c}}^{f1}(E), \quad (2.23)$$

donde se usa la siguiente notación: $c' \equiv \{\alpha' s' l' J\}$, $c \equiv \{\alpha s l J\}$, $\bar{c}' \equiv \{\alpha' \bar{s}' \bar{l}' \bar{J}\}$ y $\bar{c} \equiv \{\alpha \bar{s} \bar{l} \bar{J}\}$.

En el formalismo de KKM, para obtener una expresión de $C^S(0)$, se supone que la ley de distribución de las anchuras, $P(\Gamma)$, es muy picuda y, obviamente, centrada en $\Gamma = \bar{\Gamma}$. El cálculo de $C^S(\epsilon)$, también puede efectuarse con base en esta suposición;

Ericson hizo uso de esta suposición en su cálculo de $C^S(\epsilon)$ (Er-63). La justificación que normalmente se da es que se espera que la desviación de una Γ_q respecto a su valor promedio $\bar{\Gamma}$ sea pequeña en la región de resonancias taslapantes. Esto se debe a que, en esta región, a la Γ_q contribuyen muchas anchuras parciales, lo cual hace que Γ_q sea menos propensa a fuertes fluctuaciones. Mcvov, Mello y Tang (McV-81) (referida en lo que sigue como MMT) amplían el formalismo de KKM para poder considerar el problema del promedio de productos de cantidades a dos energías diferentes; demuestran que la suposición anterior, acerca de la ley de distribución de las anchuras, $P(\Gamma)$, es válida sólo en el límite de absorción débil. La motivación de MMT fué un cálculo numérico hecho por Moldauer (Mo-75). En este trabajo, se usan anchuras plausibles para la matriz K y se encuentra que al menos en el caso especial de muchos canales equivalentes con $T_c=0.91$ (coeficiente de transmisión), la distribución de las anchuras de la matriz S, $P(\bar{\Gamma}_2)$, es en realidad muy ancha, con una varianza comparable con $\bar{\Gamma}$. Los resultados de MMT se irán tomando en cuenta en el momento oportuno. Si la ec. (2.4) se sustituye en la ec.(2.23) se obtiene que:

$$C_{c_2 c_2, \bar{c}_1 \bar{c}_1}^S(\epsilon) = \sum_{q, \bar{q}} \frac{g_{qc_2}^{J_2^*} g_{qc_2}^{J_2^*} g_{\bar{q}c_1}^{\bar{J}_1} g_{\bar{q}c_1}^{\bar{J}_1}}{(E+\epsilon - E_q - i\frac{\Gamma_q}{2})(E - E_{\bar{q}} + i\frac{\bar{\Gamma}_{\bar{q}}}{2})} \quad (2.24)$$

En ésta ecuación se puede considerar que para valores diferentes de q no hay correlación alguna. Si, además de esto, en la ec.(2.24) se usa una función de peso Lorentziana

$$\rho_I(E) = \frac{I/2\pi}{(E-E^0)^2 + I^2/4}, \quad (2.25)$$

se obtiene

$$C_{c_2}^S c_2, c_i c_1(\epsilon) = \delta_{J_2, \bar{J}_1} 2\pi \Sigma \left\{ \frac{1}{q} \times \frac{I/2\pi}{\Gamma_q^{J_2+i\epsilon} (E_q - E)^2 + I^2/4} g_{qc_2}^{J_2*} g_{qc_2}^{J_2*} g_{qc_i}^{J_2} g_{qc_1}^{J_2} \right\} \quad (2.26)$$

Se ha supuesto que: $I \gg \Gamma_q \gg D$, donde D es la separación promedio entre niveles del núcleo compuesto, y que la variación de las "amplitudes de anchuras parciales" con la energía, es mucho más lenta que la originada por el denominador de la ec. (2.24) (ver KKM). Si se aproxima la suma sobre q de esta ecuación con una integral sobre E_q , se obtiene

$$C_{c_2}^S c_2, \bar{c}_i \bar{c}_1(\epsilon) = \delta_{J_2, \bar{J}_1} \frac{2\pi}{D} \left\langle \frac{g_{qc_2}^{J_2*} g_{qc_2}^{J_2*} g_{qc_i}^{J_2} g_{qc_1}^{J_2}}{\Gamma_q^{J_2+i\epsilon}} \right\rangle_q \quad (2.27)$$

En este punto, tanto Ericson como KKM suponen una $P(\Gamma)$ picuda, de tal manera que el denominador que aparece en el promedio sobre q de la ec. (2.27), lo sacan de ésta simplemente como $\frac{1}{\Gamma_q^{J_2+i\epsilon}}$. En lugar de esto, se hará uso de la suposición, propuesta por MMT, de que la cantidad $(\Gamma_q^{J_2+i\epsilon})^{-2}$ no está correlacionada con el producto de las cuatro "amplitudes de anchuras parciales", de tal manera que

$$\begin{aligned} C_{c_2}^S c_2, \bar{c}_i \bar{c}_1(\epsilon) &= \delta_{J_2, \bar{J}_1} \frac{2\pi}{D} \left\langle \frac{1}{\Gamma_q^{J_2}} \right\rangle_q \left\langle g_{qc_2}^{J_2*} g_{qc_2}^{J_2*} g_{qc_i}^{J_2} g_{qc_1}^{J_2} \right\rangle_q \frac{\left\langle \frac{1}{\Gamma_q^{J_2+i\epsilon}} \right\rangle_q}{\left\langle \frac{1}{\Gamma_q^{J_2}} \right\rangle_q} \\ &= -C_{c_2}^S c_2, \bar{c}_i \bar{c}_1(0) \frac{\left\langle \frac{1}{\Gamma_q^{J_2+i\epsilon}} \right\rangle_q}{\left\langle \frac{1}{\Gamma_q^{J_2}} \right\rangle_q} \end{aligned} \quad (2.28)$$

donde

$$C_{c_2^s c_2^s, \bar{c}_1^s \bar{c}_1^s}(0) = \delta_{J_2, J_1} \frac{2\pi}{D^{J_2}} \left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2}} \right\rangle_q \langle g_{qc_2^s}^{J_2^*} g_{qc_2^s}^{J_2^*} g_{qc_1^s}^{J_2} g_{qc_1^s}^{J_2} \rangle_q. \quad (2.29)$$

Si se sustituye la ec.(2.28) en la ec.(2.22) se obtiene

$$\begin{aligned} F(\alpha, \alpha', \epsilon) = & \sum f_{\alpha', \alpha} \times \{ 2 \bar{S}_{\alpha^s, 1_1^s}^{J_1} \}_{\alpha s 1_1} (E) \bar{S}_{\alpha^s, \bar{1}_2^s}^{J_2^*} \}_{\alpha \bar{s} \bar{1}_2} (E) \\ & \times C_{\alpha^s, 1_2^s, \alpha s 1_2; \alpha^s, \bar{1}_1^s, \alpha \bar{s} \bar{1}_1}^{S J_2}(0) \operatorname{Re} \left(\frac{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2 + i\epsilon}} \right\rangle_q}{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2}} \right\rangle_q} \right) \\ & + C_{\alpha^s, 1_1^s, \alpha s 1_1; \alpha \bar{s}, \bar{1}_2^s, \alpha \bar{s} \bar{1}_2}^{S J_1}(0) C_{\alpha^s, 1_2^s, \alpha s 1_2; \alpha \bar{s}, \bar{1}_1^s, \alpha \bar{s} \bar{1}_1}^{S J_2}(0) \\ & \times \left. \frac{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_1 - i\epsilon}} \right\rangle_q \left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2 + i\epsilon}} \right\rangle_q}{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_1}} \right\rangle_q \left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2}} \right\rangle_q} \right\}. \quad (2.30) \end{aligned}$$

En la ec.(2.17) se ve que $F(\alpha, \alpha', \epsilon)$ es una cantidad real, de donde se sigue que:

$$\begin{aligned} F(\alpha, \alpha', \epsilon) = & \sum f_{\alpha', \alpha} \times \{ \operatorname{Re} (2 \bar{S}_{\alpha^s, 1_1^s}^{J_1} \}_{\alpha s 1_1} (E) \bar{S}_{\alpha^s, \bar{1}_2^s}^{J_2^*} \}_{\alpha \bar{s} \bar{1}_2} (E) \\ & \times C_{\alpha^s, 1_2^s, \alpha s 1_2; \alpha^s, \bar{1}_1^s, \alpha \bar{s} \bar{1}_1}^{S J_2}(0) \times \operatorname{Re} \left(\frac{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2 + i\epsilon}} \right\rangle_q}{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2}} \right\rangle_q} \right) \\ & + \operatorname{Re} (C_{\alpha^s, 1_1^s, \alpha s 1_1; \alpha^s, \bar{1}_2^s, \alpha \bar{s} \bar{1}_2}^{S J_1}(0) C_{\alpha^s, 1_2^s, \alpha s 1_2; \alpha^s, \bar{1}_1^s, \alpha \bar{s} \bar{1}_1}^{S J_2}(0) \\ & \times \left. \frac{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_1 - i\epsilon}} \right\rangle_q \left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2 + i\epsilon}} \right\rangle_q}{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_1}} \right\rangle_q \left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2}} \right\rangle_q} \right\}. \quad (2.31) \end{aligned}$$

Esta expresión es más general que la propuesta por Ericson (Er-

63a); éste simplifica esta expresión, considerando en la ec.(2.29) sólo aquellos términos que son positivos definidos, lo cual, como se verá después de la ec.(2.35) no es necesario suponer en el formalismo de KKM. Por ahora, se hará esta simplificación, con lo cual la ec.(2.29) toma la siguiente forma:

$$C_{c_2 c_2, \bar{c}_1 \bar{c}_1}^S(0) = C_{c_2 c_2}^{SJ}(0) \delta_{c_2, \bar{c}_1} \delta_{c_2, \bar{c}_1} \\ = \frac{2\pi}{D^{J_2}} \left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2}} \right\rangle_q \langle |g_{qc_2}^{J_2}|^2 |g_{qc_2}^{J_2}|^2 \rangle_q \delta_{c_2, c_1} \delta_{\bar{c}_2, \bar{c}_1} \quad (2.32)$$

Si se sustituye este resultado en la ec.(2.31) se obtiene

$$F(\alpha, \alpha', \epsilon) = \sum f_{\alpha'} \alpha \delta_{J_2, \bar{J}_1} \delta_{l_2, \bar{l}_1} \delta_{s', \bar{s}} \delta_{s, \bar{s}} C_{\alpha' s', l_2, \alpha s l_2}^{SJ_2}(0) \\ \times \left[2 \operatorname{Re} \left(S_{\alpha' s', l_1, \alpha s l_1}^{-J_1}(E) S_{\alpha' s', \bar{l}_2, \alpha \bar{s} \bar{l}_2}^{-J_2^*}(E) \right) \frac{\left\langle \frac{\Gamma^{J_2}}{q} \right\rangle_q \left\langle \frac{1}{(\Gamma^{J_2})^2} \right\rangle_q}{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2}} \right\rangle_q} \right. \\ \left. + \delta_{J_1, \bar{J}_2} \delta_{l_1, \bar{l}_2} \delta_{l_2, \bar{l}_1} C_{\alpha' s', l_1, \alpha s l_1}^{SJ_1}(0) \times \operatorname{Re} \left(\frac{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_1 - i\epsilon}} \right\rangle_q \left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2 + i\epsilon}} \right\rangle_q}{\left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_1}} \right\rangle_q \left\langle \frac{1}{\Gamma^{J_2}} \right\rangle_q} \right) \right]. \quad (2.33)$$

En esta ecuación se ve que si la distribución de las Γ , $P(\Gamma)$, no dependiera de J , fuera picuda y centrada en $\Gamma = \Gamma$ entonces se podría factorizar la dependencia con ϵ de la F como un factor de la forma:

$$\frac{\Gamma^{-2}}{\Gamma + \epsilon^2} \quad (2.34)$$

o sea,

$$F(\alpha, \alpha^i, \epsilon) = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \epsilon^2} \text{VAR}\left(\frac{d\sigma_{\alpha^i}}{d\Omega_{\alpha^i}}\right). \quad (2.35)$$

Nótese que en esta ecuación, la aproximación que se ha hecho sólo se requiere para F; en la varianza ($\epsilon=0$), Γ desaparece (ver la ec.(2.33)).

Como se ha visto, la aproximación de Ericson consiste en que, en la ec.(2.29), sólo considera los términos positivos definidos; esto es, las fases de las diferentes amplitudes son totalmente al azar. Esto, de hecho, equivale a suponer un proceso totalmente estadístico, o sea, no hay reacción directa. Sin embargo, en el formalismo de Ericson se sigue considerando la posible contribución de una parte directa. En este punto, el formalismo de KKM es más adecuado, puesto que sí considera la contribución de los términos no positivos definidos en la ec.(2.29), lo cual, sin contradicción, permite tomar en cuenta a la parte directa. Según KKM, el promedio de las cuatro amplitudes de la ec.(2.29) se puede escribir como:

$$\langle g_{qc_2}^J g_{qc_2}^{J*} g_{qc_1}^J g_{qc_1}^{J*} \rangle = X_{c_2 \bar{c}_1} X_{c_2 \bar{c}_1} + X_{c_2 \bar{c}_1} X_{c_2 \bar{c}_1}^* \quad (2.36)$$

donde

$$X_{cc'} = \langle g_{qc} g_{qc'} \rangle_q$$

De donde la ec.(2.29) toma la forma

$$C_{c_2 c_2', c_1 c_1'}^S(0) = \delta_{J_2, J_1} \frac{2\pi}{D_{J_2}} \left\langle \frac{1}{\Gamma_{J_2}} \right\rangle_q \{ X_{c_2 \bar{c}_1} X_{c_2 \bar{c}_1} + X_{c_2 \bar{c}_1} X_{c_2 \bar{c}_1}^* \} \quad (2.37)$$

Para expresar $C^S(\epsilon)$ en función de la matriz P de Sattler (Sa-63) KKM lo hacen a través de X, o sea, se puede ver que por unitariedad

$$P_{c',c} = \delta_{J_{c'}, J_c} \frac{2\pi}{D^J} \left\langle \frac{1}{\Gamma^J} \right\rangle_q \{X \text{Tr}(X) + X^2\}_{c',c}. \quad (2.38)$$

Dado que J es una cantidad que se conserva, entonces no puede haber correlación entre elementos que difieran en el valor de J . En vista de esto, conviene fijarse en un bloque de la matriz P formado con todos los canales con J fija. De tal manera que

$$P^J = \frac{2\pi}{D^J} \left\langle \frac{1}{\Gamma^J} \right\rangle_q \{X^J \text{Tr}(X^J) + (X^J)^2\}. \quad (2.39)$$

Despejando la matriz X^J se obtiene

$$X^J = -\frac{1}{2} \text{Tr}(X^J) + \left\{ \left(\frac{1}{2} \text{Tr}(X^J) \right)^2 - \frac{D^J}{2\pi} \left\langle \frac{1}{\Gamma^J} \right\rangle_q^{-1} P^J \right\}^{-1/2}. \quad (2.40)$$

Con este par de ecuaciones se puede hacer la siguiente aproximación. Si se considera un gran número de canales, entonces $\text{Tr}(X^J) \gg 1$, por lo cual es de esperarse que $(X^J)^2$ sea pequeña comparada con $X^J \text{Tr}(X^J)$. Si en la ec.(2.38) se desprecia la $(X^J)^2$ se obtiene

$$P^J = \frac{2\pi}{D^J} \left\langle \frac{1}{\Gamma^J} \right\rangle_q X^J \text{Tr}(X^J), \quad (2.41)$$

de donde se sigue

$$\text{Tr}(X^J) = \left\{ \frac{D^J}{2\pi} \left\langle \frac{1}{\Gamma^J} \right\rangle_q^{-1} \text{Tr}(P^J) \right\}^{1/2}. \quad (2.42)$$

De tal manera que

$$X^J = \left\{ \frac{D^J}{2\pi} \left\langle \frac{1}{\Gamma^J} \right\rangle_q^{-1} \right\}^{1/2} \frac{P^J}{\sqrt{\text{Tr}(P)}}. \quad (2.43)$$

Si se sustituye la ec.(2.43) en la ec.(2.37) se obtiene

$$C_{c_2' c_2, \bar{c}_1' \bar{c}_1}^{S J_2} (0) = \delta_{J_2, J_1} \frac{P_{c_2' \bar{c}_1'}^{J_2} P_{c_2 \bar{c}_1}^{J_2} + P_{c_2' \bar{c}_1}^{J_2} P_{c_2 \bar{c}_1'}^{J_2}}{\text{Tr}(P^{J_2})}. \quad (2.44)$$

Algo interesante que se sigue de la ec.(2.40), para el caso en que no hay reacciones directas, caso en que la matriz P es diagonal, es que la matriz X también es diagonal.

La forma más general que se puede obtener, en el límite $\text{Tr}(P) \gg 1$, para la función de autocorrelación de la sección, se obtiene sustituyendo la ec.(2.44) en la ec.(2.28) y, ésta, en la ec.(2.22). Sin embargo, en la práctica, la expresión resultante es tan complicada (requiere de la ley de distribución de la r^J ; mínimamente, del conocimiento de los promedios de las funciones de la r^J involucrados; también requiere del conocimiento de los elementos no diagonales de la \bar{S}), que resulta ser poco menos que no utilizable. MMT, respecto al problema de como manejar la cantidad $\langle \frac{1}{r_q^J + i\epsilon} \rangle_q$ que aparece en la ec.(2.28), proponen usar la parametrización de un solo polo para esta cantidad, propuesta por AWM, o sea,

$$\langle \frac{1}{r_q^J + i\epsilon} \rangle_q = \frac{\langle \frac{1}{r_q^J} \rangle_q^2}{\langle (\frac{1}{r_q^J})^2 \rangle_q} \frac{1}{\Gamma^{\text{corr}J_2 + i\epsilon}} \quad (2.45)$$

para la cual demuestran que:

$$\Gamma^{\text{corr}J_2} = \frac{\langle \frac{1}{r_q^J} \rangle_q}{\langle (\frac{1}{r_q^J})^2 \rangle_q} \quad (2.46)$$

Se ha querido llevar el desarrollo teórico hasta este punto, con el objeto de contar con un marco teórico más general para el fenómeno que se considera, lo cual permite un mejor entendimiento de la física del problema.

De ahora en adelante se enfocará la atención en el \bar{c} -
culo de la varianza (o sea, $\epsilon=0$), bajo la suposición de que no
hay reacción directa, es decir, P diagonal. Con esto, la ec.(2.
44) toma la forma siguiente:

$$C_{c_2^2, \bar{c}_1 \bar{c}_1}^{S J_2} (0) = \delta_{c_2^2, \bar{c}_1} \delta_{c_2^2, \bar{c}_1} \frac{P_{c_2^2}^{J_2} P_{c_2^2}^{J_2}}{\text{Tr}(P^{J_2})}. \quad (2.47)$$

Con esto se recupera la ec.(2.32), o sea, el formalismo de
Ericson. Sin embargo, esto ocurre, como era de esperarse, bajo
la suposición de no haber parte directa.

Por último, en el capítulo 6 se necesitará la expresión
de la varianza reducida de la sección, $C(0)$,

$$C(0) \equiv \frac{\text{VAR}(\sigma)}{(\bar{\sigma})^2}. \quad (2.48)$$

Para el caso de una reacción puramente de núcleo compuesto (S
diagonal); se sustituye entonces la ec.(2.47) en las ecs.(2.16b
) y (2.28), la ec.(2.16b) en la ec.(2.15b) y la ec.(2.28) en la
ec.(2.22), obteniéndose

$$C(0) = \left\{ \sum_{\substack{J_1 J_2 l_1 l_2 L \\ l_1' l_2' s s'}} (\bar{\Sigma} \bar{Z}(l_1 J_1 l_2 J_2, s L) \bar{Z}(l_1' J_1 l_2' J_2, s' L) P_L(\cos(\theta_{\alpha_1})) \right\}^2 \\ \times \frac{P_{\alpha_1 l_1 s}^{J_1} P_{\alpha_1 l_1 s}^{J_1} P_{\alpha_1 l_2 s}^{J_2} P_{\alpha_1 l_2 s}^{J_2}}{\text{Tr}(P^{J_1}) \text{Tr}(P^{J_2})} \\ \times \left\{ \sum_{\substack{J_1 l_1 l_1' \\ s s' L}} (-1)^{s-s'} \bar{Z}(l_1 J_1 l_1 J_1, s L) \bar{Z}(l_1' J_1 l_1' J_1, s' L) P_L(\cos(\theta_{\alpha_1})) \right\} \\ \times \frac{P_{\alpha_1 l_1 s}^{J_1} P_{\alpha_1 l_1 s}^{J_1}}{\text{Tr}(P^{J_1})} \Big\}^{-2}. \quad (2.49)$$

Esta es la expresión que será usada en el capítulo 6 en el cálculo teórico de la varianza reducida, en el análisis de la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$.

El problema de como tratar el caso de una reacción en la que hay contribución directa, será considerado en la próxima sección.

2.3 LOS PARAMETROS ESTADISTICOS N_{eff} Y Y_D

En esta sección se tratará de explicar el origen de una parametrización de la varianza reducida que tradicionalmente ha sido usada en la literatura. Esta dice que

$$c(0) = \frac{1}{N_{\text{eff}}}(1 - Y_D^2), \quad (2.50)$$

donde al parámetro N_{eff} se ha llamado número efectivo de canales estadísticamente independientes y a Y_D se le ha identificado como la sección directa entre la sección total, es decir, sección directa más sección de fluctuación.

Conviene empezar haciendo uso en forma explícita del hecho de que: una reacción que se lleva a cabo con un haz no polarizado es tal que la sección está dada como una superposición incoherente de las contribuciones debidas a las distintas posibles proyecciones de los spines de las dos partículas entrantes y de las dos partículas salientes. A cada una de estas componentes incoherentes de la sección se ha dado por llamar en la literatura como sección básica. Al conjunto de índices $\{I_1 Z I_2 I_1' Z I_2'\}$ se denotará como μ ; estas cantidades son las proyecciones de los spines de las dos partículas incidentes y las dos salientes en una reacción. La sección básica para una μ dada se

denotará σ^μ , o sea,

$$\sigma_\alpha^\mu |l_1 l_2, \alpha l_1 l_2\rangle = \sigma_\alpha^\mu |l_1 l_2 l_1 z l_2 z, \alpha l_1 l_2 l_1 z l_2 z\rangle. \quad (2.51)$$

En lo que sigue ya no se indicarán los índices $\alpha, \alpha l_1 l_2 l_1 l_2$ pues están fijos. Con esta notación la sección se puede escribir como

$$\sigma = \sum_{\mu} \sigma^\mu. \quad (2.52)$$

σ^μ en función de la matriz de dispersión tiene la siguiente expresión (se supone $\alpha \neq \alpha'$):

$$\sigma^\mu = \sqrt{\pi} \lambda_\alpha^2 \left| -i \sum_{l_1 l_1'} (2l_1 + 1)^{1/2} \gamma_{l_1'}^1(\Omega_\alpha) S_{\alpha, l_1 l_1', \alpha l_0}^\mu \right|^2. \quad (2.53)$$

Si se define

$$A(l_1 l_1 m) = -i \sqrt{\pi} \lambda_\alpha (2l_1 + 1)^{1/2} \gamma_{l_1 m}^1(\Omega_\alpha), \quad (2.54)$$

entonces

$$\sigma^\mu = \sum_{\substack{l_1 m_1 l_1 \\ l_2 m_2 l_2}} A(l_1 m_1 l_1) A^*(l_2 m_2 l_2) S_{\alpha, l_1 m_1, \alpha l_1 0}^\mu S_{\alpha, l_2 m_2, \alpha l_2 0}^{\mu*}. \quad (2.55)$$

La cantidad S^μ que aparece en esta ecuación se puede romper en su promedio más la parte fluctuante, o sea,

$$S^\mu = \bar{S}^\mu + S^{\mu f l}. \quad (2.56)$$

Si se substituye esta expresión de S^μ en la ec. (2.55) se obtiene

$$\sigma^\mu = \sigma^{\mu \text{dir}} + \sigma^{\mu f l}, \quad (2.57)$$

donde

$$\sigma^{\mu \text{dir}} = \sum_{\substack{l_1 m_1 l_1 \\ l_2 m_2 l_2}} A(l_1 m_1 l_1) A^*(l_2 m_2 l_2) \bar{S}_{\alpha, l_1 m_1, \alpha l_1 0}^\mu \bar{S}_{\alpha, l_2 m_2, \alpha l_2 0}^{\mu*} \quad (2.58a)$$

y

$$\sigma^{\mu f1} = \frac{\sum_{\substack{1_1 m_1 1_1 \\ 1_2 m_2 1_2}} A(1_1 m_1 1_1) A^*(1_2 m_2 1_2) S_{\alpha_1}^{\mu f1} S_{\alpha_2}^{\mu f1*}}{\quad} \quad (2.58b)$$

Seguendo un camino paralelo al de la sección anterior se puede ver que

$$\begin{aligned} \text{VAR}(\sigma^{\mu}) &= \frac{\sum_{\substack{c_1 c_1 \bar{c}_1 \bar{c}_1 \\ c_2 c_2 \bar{c}_2 \bar{c}_2}} A(c_1 c_1) A^*(c_2 c_2) A(\bar{c}_1 \bar{c}_1) A^*(\bar{c}_2 \bar{c}_2)}{\quad} \\ &\times \{ 2 S_{c_1 c_1}^{\mu} \overline{S_{c_2 \bar{c}_2}^{\mu*}} \overline{S_{c_1 \bar{c}_1}^{\mu f1}} S_{c_2 c_2}^{\mu f1*} + S_{c_1 c_1}^{\mu f1} \overline{S_{c_2 \bar{c}_2}^{\mu f1*}} \overline{S_{c_1 \bar{c}_1}^{\mu f1}} S_{c_2 c_2}^{\mu f1*} \}. \end{aligned} \quad (2.59)$$

En esta ecuación se usa la siguiente notación: $c_i \equiv \{1_i, 0\}$, $\bar{c}_i \equiv \{\bar{1}_i, 0\}$, $c_i^{\dagger} \equiv \{1_i, m_i\}$ y $\bar{c}_i^{\dagger} \equiv \{\bar{1}_i, \bar{m}_i\}$. $A(c_i c_i)$ representa $A(1_i m_i 1_i)$ y así las otras A .

La varianza se puede escribir como

$$\begin{aligned} \text{VAR}(\sigma^{\mu}) &= \frac{\sum_{\substack{c_1 \bar{c}_1 c_2 c_2 \\ c_1 \bar{c}_1 c_2 c_2}} A(\bar{c}_1 \bar{c}_1) A^*(c_2 c_2) S_{c_1 \bar{c}_1}^{\mu f1} S_{c_2 c_2}^{\mu f1*}}{\quad} \\ &\times \left\{ \frac{2 \sum_{\substack{c_1 c_1 \bar{c}_2 \bar{c}_2}} A(c_1 c_1) A^*(\bar{c}_2 \bar{c}_2) S_{c_1 c_1}^{\mu} \overline{S_{\bar{c}_2 \bar{c}_2}^{\mu*}}}{\quad} \right. \\ &\left. + \frac{\sum_{\substack{c_1 \bar{c}_1 c_2 c_2}} A(c_1 c_1) A^*(c_2 c_2) S_{c_1 c_1}^{\mu f1} \overline{S_{\bar{c}_2 \bar{c}_2}^{\mu f1*}}}{\quad} \right\}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Si se sustituyen las ecs. (2.58a) y (2.58b) en esta ecuación se obtiene

$$\begin{aligned} \text{VAR}(\sigma^{\mu}) &= \sigma^{\mu f1} \{ 2 \sigma^{\mu \text{dir}} + \sigma^{\mu f1} \} \\ &= \frac{1}{\sigma^{\mu}} \left\{ 1 - \left(\frac{\sigma^{\mu \text{dir}}}{\sigma^{\mu}} \right)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (2.61)$$

de donde se sigue

$$c^H(0) \frac{\text{VAR}(\sigma^H)}{\sigma^H{}^2} = 1 - (Y_D^H)^2. \quad (2.62)$$

En esta ecuación $Y_D = \frac{\sigma^{Hdir}}{\sigma^H}$.

En la obtención de la ec. (2.60) se supuso que

$$\begin{aligned} \frac{S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*} S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*}}{S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*} S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*}} &= \frac{S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*} S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*}}{S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*} S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*}} \\ &+ \frac{S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*} S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*}}{S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*} S_{c_1c_1}^{\mu fl} S_{c_2c_2}^{\mu fl*}}; \end{aligned} \quad (2.63)$$

esto se justifica a partir de que las S^H tengan una distribución gaussiana. Esto, como se dijo anteriormente (Ag-75), así ocurre. Sin embargo se puede usar esta propiedad de las S^H desde el comienzo para el cálculo de $\text{VAR}(\sigma^H)$. Si se define

$$A^{\mu fl} = -i \sum_{l'm'l} A(l'm'l) \frac{\mu fl}{\alpha^{l'm'l}} \alpha^{l0}$$

y se usa el resultado de que la suma de variables gaussianas independientes es también una variable gaussiana, entonces las $A^{\mu fl}$ cumplirán

$$\overline{A^{\mu fl} A^{\mu fl*} A^{\mu fl} A^{\mu fl*}} = 2 \overline{(A^{\mu fl} A^{\mu fl*})^2}$$

de donde si se define

$$\overline{A^H} = -i \sum_{l'm'l} A(l'm'l) \overline{S_{\alpha^{l'm'l}}^H} \alpha^{l0}$$

resulta

$$\begin{aligned} \text{VAR}(\sigma^H) &= \overline{|A^H + A^{\mu fl}|^2} - \overline{|A^H|^2 + |A^{\mu fl}|^2} \\ &= 2 \overline{|A^H|^2} \overline{|A^{\mu fl}|^2} + \overline{|A^{\mu fl}|^2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2\sigma^{\mu\text{dir}}\sigma^{\mu\text{fl}} + (\sigma^{\mu\text{fl}})^2 \\
 &= \sigma^{\mu\text{fl}}(2\sigma^{\mu\text{dir}} + \sigma^{\mu\text{fl}}) \\
 &= (\overline{\sigma^\mu})^2 \left(1 - \left(\frac{\sigma^{\mu\text{dir}}}{\overline{\sigma^\mu}}\right)^2\right).
 \end{aligned}$$

Es interesante analizar el caso en que las secciones básicas no están correlacionadas. En ese caso se tiene

$$\text{VAR}(\sigma) = \text{VAR}(\sum_{\mu} \sigma^\mu) = \sum_{\mu} \text{VAR}(\sigma^\mu) = \sum_{\mu} \overline{\sigma^\mu}^2 \{1 - (Y_D^\mu)^2\}. \quad (2.64)$$

De aquí se sigue

$$c^\sigma(0) = \frac{\text{VAR}(\sigma)}{\overline{\sigma^\mu}^2} = \frac{\sum_{\mu} (\overline{\sigma^\mu}^2) \{1 - (Y_D^\mu)^2\}}{(\sum_{\mu} \overline{\sigma^\mu}^2)}. \quad (2.65)$$

Si no hay reacción directa, entonces

$$c(0) = \frac{\sum_{\mu} \overline{\sigma^\mu}^2}{(\sum_{\mu} \overline{\sigma^\mu}^2)^2}. \quad (2.66)$$

Este resultado fue derivado por primera vez por Bondorf (Bo-65). En la aplicación de la ec.(2.66), las $\overline{\sigma^\mu}$ se estiman usando cálculos de Hauser-Feshbach.

A propósito de la correlación de las σ^μ , es fácil ver que la aproximación de fases al azar para las S^μ implica que las σ^μ no están correlacionadas. Esto se ve claro a partir de que

$$\overline{\sigma^\mu \sigma^\mu} = \overline{\sigma^\mu \sigma^\mu} = \sum_{c_1 c_2} \sum_{\bar{c}_1 \bar{c}_2} A(c_1 c_1) A^*(c_2 c_2) A(\bar{c}_1 \bar{c}_1) A^*(\bar{c}_2 \bar{c}_2) \times$$

$$\times \{ 2S_{c_1 c_1}^{\mu} \overline{S_{c_2 c_2}^{\mu*}} \overline{S_{c_1 c_1}^{\mu fl}} \overline{S_{c_2 c_2}^{\mu fl*}} + S_{c_1 c_1}^{\mu fl} \overline{S_{c_2 c_2}^{\mu fl*}} \overline{S_{c_1 c_1}^{\mu fl}} \overline{S_{c_2 c_2}^{\mu fl*}} \} \quad (2.67)$$

Se ve fácilmente que si en esta ecuación se aplica la aproximación de fases al azar se obtiene

$$\overline{\sigma^{\mu} \sigma^{\mu}} - \overline{\sigma^{\mu}} \overline{\sigma^{\mu}} = 0, \quad \mu \neq \mu$$

o sea, las σ^{μ} no están correlacionadas.

Antes de analizar las consecuencias de que las σ^{μ} estén correlacionadas es interesante dar un paso más, o sea, suponer que $\sigma^{\mu \text{dir}} = \frac{1}{N} \sigma^{\text{dir}}$ y $\sigma^{\mu \text{fl}} = \frac{1}{N} \sigma^{\text{fl}}$ para toda μ , donde N es el número de secciones básicas σ^{μ} ; tomando en cuenta como una a un par de secciones básicas que difieran en que sean, mutuamente, una la inversa de las proyecciones de los spines de la otra. En este caso especial la ec.(2.65) implica que

$$c^{\sigma}(0) = \frac{1}{N}(1 - Y_D^2), \quad (2.68)$$

donde

$$Y_D = \frac{\sigma^{\text{dir}}}{\sigma} = \frac{\sigma^{\mu \text{dir}}}{\sigma^{\mu}}$$

En este caso se ve que el parámetro estadístico N_{eff} coincide con el número de secciones básicas, y Y_D es la razón de la sección básica directa a la sección básica total, o sea, directa más la de fluctuación, la cual en este caso no depende de μ .

Las suposiciones que se han hecho para obtener la ec.(2.68) son muy fuertes. Sin embargo, esta ecuación ha sido ampliamente usada en la literatura (ver capítulo 3). A continuación, se analizará el caso en que las σ^{μ} estén correlacionadas o que no tengan el mismo peso las $\sigma^{\mu \text{fl}}$ y las $\sigma^{\mu \text{dir}}$. Para este fin, se

partirá de la expresión dada por la ec.(2.31), en la cual se hace $\epsilon=0$, o sea,

$$C^\sigma(0) = \frac{F(\alpha, \alpha', 0)}{\bar{\sigma}^2} = \{2\sum f_{\alpha', \alpha} C_{c_2' c_2}^{S J_2}; \bar{c}_1' \bar{c}_1(0) S_{c_1' c_1}^{J_1} S_{c_2' c_2}^{J_2} + \sum f_{\alpha', \alpha} C_{c_2' c_2}^{S J_2}; \bar{c}_1' \bar{c}_1(0) C_{c_1' c_1}^{S J_1}; \bar{c}_2' \bar{c}_2(0)\} / \bar{\sigma}^2. \quad (2.69)$$

Si se define

$$\frac{1}{N_{\text{eff}}} = \frac{\sum f_{\alpha', \alpha} C_{c_2' c_2}^{S J_2}; c_1' c_1(0) C_{c_1' c_1}^{S J_1}; \bar{c}_2' \bar{c}_2(0)}{(\sigma^{fl})^2}$$

entonces

$$C^\sigma(0) = \frac{1}{N_{\text{eff}}} \left[\left(\frac{\sigma^{fl}}{\bar{\sigma}}\right)^2 + 2 \left(\frac{\sigma^{fl}}{\bar{\sigma}}\right)^2 \frac{\sum f_{\alpha', \alpha} C_{c_2' c_2}^{S J_2}; \bar{c}_1' \bar{c}_1(0) S_{c_1' c_1}^{J_1} S_{c_2' c_2}^{J_2}}{\sum f_{\alpha', \alpha} C_{c_2' c_2}^{S J_2}; \bar{c}_1' \bar{c}_1(0) C_{c_1' c_1}^{S J_1}; \bar{c}_2' \bar{c}_2(0)} \right]. \quad (2.70)$$

Si se quisiera escribir esta ecuación en la forma

$$C^\sigma(0) = \frac{1}{N_{\text{eff}}} (1 - Y_D^2), \quad (2.71)$$

entonces,

$$Y_D^2 = 1 - \left(\frac{\sigma^{fl}}{\bar{\sigma}}\right)^2 - 2 \left(\frac{\sigma^{fl}}{\bar{\sigma}}\right)^2 R, \quad (2.72)$$

donde R es la razón de las dos sumas que aparecen en la ec.(2.70). La ec.(2.72) se puede reescribir como

$$Y_D^2 = \left(\frac{\sigma^{dir}}{\bar{\sigma}}\right)^2 \{1 + 2 \frac{\sigma^{fl}}{\sigma^{dir}} (1 - \frac{\sigma^{fl}}{\sigma^{dir}} R)\}. \quad (2.73)$$

Como se dijo al comienzo de esta sección, lo común en el análisis de los datos experimentales es usar $Y_D = \frac{\sigma^{dir}}{\bar{\sigma}}$. A partir de la ec.(2.73) se ve que esta aproximación equivale a

$$1 - \frac{\sigma^{fl}}{\sigma^{dir}} R = 0,$$

o sea,

$$R = \frac{\sigma^{dir}}{\sigma^{fl}}. \quad (2.74)$$

Explícitamente esto es

$$\frac{\sum f_{\alpha', \alpha} C_{C_2}^{S J_2} ; \bar{C}_1 \bar{C}_1 (0) S_{C_1 \alpha_1}^{J_1} S_{C_2 \alpha_2}^{J_2^*}}{\sum f_{\alpha', \alpha} C_{C_2}^{S J_2} ; \bar{C}_1 \bar{C}_1 (0) C_{C_1 \alpha_1}^{S J_1} ; \bar{C}_2 \bar{C}_2 (0)} = \frac{\sigma^{dir}}{\sigma^{fl}}. \quad (2.75)$$

Por su apariencia, esta ecuación da la impresión de cumplirse, o sea, el numerador del lado izquierdo parece ser igual a $\sigma^{fl} \times \sigma^{dir}$ y el denominador igual a $(\sigma^{fl})^2$. Esto, obviamente, haría válida la ec.(2.75). Sin embargo, la realidad es que no se cumple, lo cual se debe a que los canales están intercambiados; esto es, el coeficiente $f_{\alpha', \alpha}$ consta de un producto de 4 coeficientes de Biedenharn que no mezclan los canales con barra con los canales sin barra (ver ec.(2.19)); sin embargo, tanto la $C^{S J}$ como el producto de dos S^J que aparecen en la ec.(2.75) en el numerador, si mezclan los canales con barra con los canales sin barra, este intercambio de canales impide acoplar el numerador a $\sigma^{fl} \sigma^{dir}$ y el denominador a $(\sigma^{fl})^2$.

El origen del término R en las ecs.(2.72) y (2.73) se puede entender muy fácilmente de la siguiente manera. Si se usa $\hat{\sigma}^{fl}$ para denotar la sección de fluctuación no promediada, o sea, $\hat{\sigma}^{fl} = \sigma^{fl}$ y se usa σ^I para designar el término de interferencia entre la parte compuesta y la parte directa, entonces,

$$\begin{aligned} \text{VAR}(\sigma) &= \overline{(\sigma - \bar{\sigma})^2} \\ &= \overline{\{(\sigma^{dir} + \hat{\sigma}^{fl} + \sigma^I) - (\sigma^{dir} + \sigma^{fl})\}^2} \\ &= \overline{(\hat{\sigma}^{fl} - \sigma^{fl})^2} + \overline{(\sigma^I)^2} = \end{aligned}$$

$$= \text{VAR}(\hat{\sigma}^{f1}) + \text{VAR}(\sigma^I), \quad (2.76)$$

de donde

$$\begin{aligned} c^\sigma(0) &= \frac{\text{VAR}(\sigma)}{\bar{\sigma}^2} = \frac{\text{VAR}(\hat{\sigma}^{f1})}{(\hat{\sigma}^{f1})^2} \left(\frac{\sigma^{f1}}{\bar{\sigma}}\right)^2 + \frac{\text{VAR}(\sigma^I)}{\bar{\sigma}^2} \\ &= \frac{\text{VAR}(\hat{\sigma}^{f1})}{(\sigma^{f1})^2} \left\{ \left(\frac{\sigma^{f1}}{\bar{\sigma}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma^{f1}}{\bar{\sigma}}\right)^2 \frac{\text{VAR}(\sigma^I)}{\text{VAR}(\hat{\sigma}^{f1})} \right\}. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Si se compara esta ecuación con la ec. (2.70) se obtiene

$$\frac{1}{N_{\text{eff}}} = \frac{\text{VAR}(\hat{\sigma}^{f1})}{(\hat{\sigma}^{f1})^2} = c^{\hat{\sigma}^{f1}}(0), \quad (2.78)$$

$$R = \frac{\Sigma f_{\alpha', \alpha} c_{c_2^J}^{S J_2} ; \bar{c}_1 \bar{c}_1(0) \overline{S_{c_1 c_1}^{J_1}} \overline{S_{c_2^J c_2^*}^{J_2^*}}}{\Sigma f_{\alpha', \alpha} c_{c_2^J}^{S J_2} ; \bar{c}_1 \bar{c}_1(0) c_{c_1 c_1}^{S J_1} ; \bar{c}_2 \bar{c}_2(0)} = \frac{1 \text{VAR}(\sigma^I)}{2 \text{VAR}(\hat{\sigma}^{f1})}, \quad (2.79)$$

$$\text{VAR}(\hat{\sigma}^{f1}) = \Sigma f_{\alpha', \alpha} c_{c_2^J}^{S J_2} ; \bar{c}_1 \bar{c}_1(0) c_{c_1 c_1}^{S J_1} ; \bar{c}_2 \bar{c}_2(0) \quad (2.80)$$

y

$$\text{VAR}(\sigma^I) = \frac{1}{2} \Sigma f_{\alpha', \alpha} c_{c_2^J}^{S J_2} ; \bar{c}_1 \bar{c}_1(0) \overline{S_{c_1 c_1}^{J_1}} \overline{S_{c_2^J c_2^*}^{J_2^*}}. \quad (2.81)$$

Con esto se puede ver que la aproximación $Y_D = \frac{\sigma^{\text{dir}}}{\bar{\sigma}}$ corresponde a suponer que

$$\frac{\sigma^{\text{dir}}}{\sigma^{f1}} = \frac{1}{2} \frac{\text{VAR}(\sigma^I)}{\text{VAR}(\hat{\sigma}^{f1})}. \quad (2.82)$$

Algo interesante es que ni aún suponiendo una correlación de fases al azar para la S^{f1} la R se reduce a $\sigma^{\text{dir}}/\sigma^{f1}$. Finalmente, si se sustituye la ec. (2.79) en la ec. (2.73) se obtiene

$$Y_D^2 = \left(\frac{\sigma^{\text{dir}}}{\bar{\sigma}}\right)^2 \left\{ 1 + 2 \frac{\sigma^{f1}}{\sigma^{\text{dir}}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\sigma^{f1} \text{VAR}(\sigma^I)}{\sigma^{\text{dir}} \text{VAR}(\hat{\sigma}^{f1})} \right) \right\}. \quad (2.83)$$

En este capítulo se ha obtenido, por un lado, una expresi-

si3n de la varianza reducida de la secci3n, ec.(2.49), la cual ser3 usada en el capitulo 6 para el an3lisis te3rico de la reacci3n $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$ y, por otro lado, se ha visto que la forma usual de tomar en cuenta en la varianza reducida la presencia de la parte directa, ec.(2.71), realmente no es posible garantizar que sea correcta en todos los casos.

REFERENCIAS

- Ag-75 Agassi, D., Weidenmüller, G., Phys. Rep. 22c (1975) 145
, referido como AWM.
- B1-52 Blatt, J.M. y Biedenharn, L.C., Rev. Mod. Phys. 24
(1952) 258.
- Bo-65 Bondorf, J. y Leachman, R. B., Kgl. Danske Videnskab.
Selskab, Mat. Fys. Medd. 34(10) (1965).
- Br-63 Brink, D. M. y Stephen, R. O., Phys. Lett. 5 (1963) 77.
- Br-64 Brink, D. M., Stephen, R. O. y Tanner, N. W., Nucl.
Phys. 54 (1964) 577.
- Er-60 Ericso, T., Phys. Rev. Lett. 5 (1960) 430.
- Er-63a Ericson, T., Phys. Lett. 4 (1963) 258.
- Er-63b Ericso, T., Ann. Phys. 23 (1963) 390.
- Er-66 Ericso, T. y Mayer-Kuckuk, T., Annu. Rev. Nucl. Sci. 16
(1966) 183.
- Fe-62 Feshbach, H., Ann. Phys. 19 (1962) 287.
- Ka-73 Kawai, M., Kerman, A. K. y McVoy, K. W., Ann. Phys. 75
(1973).
- McV-81 McVoy, K. M., Mello, P. A. y Tang, X. T., preprint
(1982), referido como MMT.
- Mo-75 Moldauer, P. A., Phys. Rev. C11 (1975) 426.
- Sa-63 Satchler, G. R., Phys. Lett. 7 (1963) 55.
- St-63 Stephen, R. O., Clarendon Laboratory Report, Oxford
(1963)

CAPITULO 3
LA VARIANZA Y LAS
TÉCNICAS INVOLUCRADAS
EN SU EXTRACCIÓN A PARTIR
DE DATOS EXPERIMENTALES

3.1 INTRODUCCION

Las fluctuaciones estadísticas observadas en las funciones de excitación de algunas reacciones se deben exclusivamente a la formación de un núcleo compuesto. Este fenómeno es entonces de gran utilidad para el entendimiento de los procesos físicos involucrados y su estudio puede proporcionar un método bastante confiable para distinguir entre los dos mecanismos extremos de reacciones nucleares: interacción directa y formación de núcleo compuesto. Esta ventaja que proporciona el análisis de las fluctuaciones en una reacción se hace más indispensable, sobre todo, en aquellas reacciones que no proceden enteramente por un solo mecanismo de reacción. En ocasiones, un análisis basado en el estudio de distribuciones angulares o del espectro de energías de los productos de la reacción, no proporciona una respuesta contundente. En estos casos, resulta muy conveniente estudiar las funciones de excitación correspondientes a algunos de los diferentes estados residuales del par de partículas que emergen de una reacción. Desde luego, por la misma naturaleza estocástica de las estructuras observadas en la función de excitación, este estudio ha de enfocarse desde un punto de vista estadístico. Procediendo en orden de complejidad, se ha de em-

pezar, en primer lugar, por tratar de determinar el valor de la sección promedio; en segundo lugar, tratar de determinar la varianza de la sección, o sea, el tamaño de la fluctuación y, procediendo de acuerdo a este orden, se puede, inclusive, tratar de determinar la función de correlación de la sección, la cual da información acerca de la vida media del núcleo compuesto. Momentos de orden superior podrían, en ocasiones ser de interés desde el punto de vista teórico; sin embargo, tratar de extraer a partir de datos experimentales, estos momentos de orden superior es, realmente, poco factible. En la proxima sección se presenta la forma en que se ha desarrollado el análisis de las fluctuaciones de la sección y, paralelamente, se presentan las principales limitaciones experimentales para la extracción de información estadística más fina.

La mayor parte del trabajo que se ha hecho por varios autores en relación a las fluctuaciones estadísticas es sobre: i) análisis del comportamiento promedio de la sección y ii) análisis de las fluctuaciones. El cálculo teórico de estas cantidades es tan complejo que este tipo de cálculos ha de efectuarse con la ayuda de una computadora. Esto es particularmente tardado para el caso del cálculo de la varianza (De-65, von W-66, Bo-66, Gi-67, Se-67, Lo-68, Ha-70, Le-72, Da-76). Por estas razones, el camino principal que se ha seguido en el análisis de las fluctuaciones no ha sido el de comparar cálculos teóricos con valores experimentales, sino, más bien, el de usar las fórmulas teóricas que predice la teoría estadística como guía para saber como extraer del experimento ciertas cantidades relevantes. Por ejemplo, en la teoría estadística se obtiene

$$C_{\text{exp}}(\epsilon) = \frac{1}{N_{\text{eff}}} (1 - Y_D^2) \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \epsilon^2}, \quad (3.1)$$

donde C_{exp} es la función de correlación de la sección que se extrae de los datos experimentales. N_{eff} es el valor de la varianza reducida que predice la teoría estadística para el caso de núcleo compuesto puro, Y_D es la fracción de la sección que procede por reacción directa y Γ es la anchura de correlación o de coherencia. El cálculo teórico de N_{eff} es muy complicado, por lo que la ec. (3.1), generalmente, no se emplea para comparar el valor experimental con el predicho por la teoría estadística, sino que se acepta, y se emplea para extraer el valor de la anchura de correlación (ver referencias citadas en Br-70), la cual da información acerca de la vida media del núcleo compuesto $\tau \nu h / \Gamma$. En otras ocasiones, lo que se hace es emplear una aproximación de N_{eff} que proporciona la misma teoría estadística:

$$N_{\text{eff}} = \begin{cases} g/2 & \text{para } g \text{ par} \\ (g+1)/2 & \text{para } g \text{ impar,} \end{cases} \quad (3.2)$$

donde $g = (2I_1 + 1)(2I_2 + 1)(2I_3 + 1)(2I_4 + 1)$. Con esta aproximación es posible hacer una estimación de la fracción directa Y_D .

3.2 EL ANALISIS EXPERIMENTAL DE LAS FLUCTUACIONES DE ERICSON

La comparación de los valores experimentales con las predicciones de la teoría estadística no es siempre directa, sino que, generalmente, es necesario tomar en cuenta varios efectos que pueden hacer diferir los dos valores que se comparan. En esta sección se presentan y analizan los principales efectos que deben tomarse en cuenta antes de comparar la teoría

con el experimento: i) procesos no estacionarios, ii) presencia de componente directa, iii) presencia de estructura no estadística, iv) corrección debida a una resolución experimental finita, v) problemas debidos a una muestra finita de datos.

3.2.1 PROCESOS NO ESTACIONARIOS

Una vez que se confirmó experimentalmente la existencia de fluctuaciones estadísticas en la función de excitación, surgió el primer problema para realizar un análisis correcto de los datos; éste consiste en como medir las fluctuaciones: esto es, hay que definir de alguna manera la sección promedio $\langle \sigma(E) \rangle$, en torno a la cual se miden las fluctuaciones de $\sigma(E)$. Generalmente, sucede que el simple promedio de la sección, en todo el intervalo de datos experimentales, no resulta ser una buena línea base para a partir de ella medir las fluctuaciones. En cambio en el tratamiento teórico de este fenómeno (Er-60, Er-63a, Er-63b, Br-63, Br-64), se parte de la suposición de que se trata de un proceso estacionario, o sea, la sección promedio no depende de la energía.

En la práctica, lo que se observa en muchos casos es una lenta variación de la sección promedio con la energía y, sobre ésta, se observan las rápidas fluctuaciones estadísticas. Se puede buscar el origen de esta lenta dependencia con la energía en: i) resonancias de potencial, ii) la competencia de los canales que se van abriendo al aumentar la energía, iii) el factor χ^2 en las expresiones de la sección.

Este problema se ha tratado de eliminar definiendo de alguna manera el promedio local de la sección, y usando esta

línea como base para medir las fluctuación. En esta forma se garantiza que el valor de la fluctuación que se obtiene se debe sólo a la parte estadística o de núcleo compuesto. Dos han sido las manera usadas para definir la línea base: i) ajustar a los datos polinomios cada vez de mayor orden e ir calculando el valor de la fluctuación para cada polinomio. Cuando el orden del polinomio sea tal que éste ya pueda seguir la lenta variación de la sección promedio con la energía, entonces, al aumentar el orden del polinomio, la forma de éste ya no debe cambiar apreciablemente. En efecto, puesto que las fluctuaciones estadísticas son muy rápidas, para que un polinomio las pueda seguir, debe ser de un orden mayor que el requerido para seguir la variación lenta con la energía de la línea base. Este método ha sido usado por (Di-68). ii) El segundo método consiste en realizar un alisamiento empírico de los datos, usando un intervalo de promedio variable. Para cada valor, Δ , del tamaño del intervalo de promedio, se define una línea base, a partir de la cual se mide la fluctuación. Cuando Δ es muy pequeña, entonces la línea base seguirá, en gran medida, la tendencia de los datos; esto significa que la medida de la fluctuación será pequeña. A medida que Δ crece, la línea base irá dejando de seguir la variación rápida de los datos; llegará un momento en que el valor de Δ sea tal que la línea base ya no varía apreciablemente, lo cual permite definir a esa línea como la sección promedio que varía lentamente con la energía. A partir de este valor de Δ , la fluctuación permanecerá estacionaria, siempre y cuando Δ no crezca tanto como para alisar las lentas estructuras que se observan en lo que se ha definido como sección promedio. Resumiendo, la fluctuación crece de cero a un determinado tamaño

cuando Δ va de cero a cierto valor para el cual se puede definir la sección promedio. A partir de este valor de Δ , la fluctuación permanece constante, en tanto que el valor de Δ no alcance a alisar las estructuras de la sección promedio. La forma de la curva se muestra en la Fig. 3.1. Este método ha sido estudiado por Pappalardo (Pa-64) y ha sido ampliamente usado en el análisis de datos (Si-65, El-66, La-68, Ma-68, Gr-69, Sh-74, Ba-79, Or-80, Ga-80).

El método de polinomios en ciertos problemas podría ser el método natural; por ejemplo, esto ocurriría si se usara una familia ortogonal de polinomios (Br-81), a los cuales se les pudiera asignar algún significado físico. Sin embargo, para el problema considerado tiene más sentido un promedio de ventana para definir un promedio local de la sección. Para este fin, basta determinar un valor adecuado del tamaño de la ventana de promedio, la cual no dependerá del tamaño de la muestra y, por lo mismo, es posible encontrarle alguna interpretación física. Tal vez sea posible relacionarlo con algún tiempo característico de algún proceso físico involucrado. Cuando se trabaja con polinomios es claro que, a no ser que se cuente con un problema con muy poca estructura en la función de excitación, el grado del polinomio que describa el promedio local dependerá del tamaño de la muestra. Esto hace poco factible darle una interpretación física al polinomio que se encuentra adecuado. Debido a esto se optó por usar el método del promedio de ventana.

3.2.2 PRESENCIA DE COMPONENTE DIRECTA

Cuando se observan fluctuaciones de Ericso en la función de excitación de alguna reacción, el camino usual para separar

la sección en su parte directa y en su parte compuesta, generalmente, ha sido el estudio de la varianza reducida de la sección, ec.(3.1) con $\epsilon=0$. La manera para logra esta separación es, por un lado, determinar de alguna manera el parámetro N_{eff} y, por otro lado, identificar la cantidad Y_D como el cociente de la parte directa de la sección entre la sección total, o sea, directa más compuesta. N_{eff} puede determinarse ya sea con un cálculo teórico (De-65, von W-66, Bo-66, Gi-67, Se-67, Lo-68, Ha-70, Le-72, Da-76) o bien, en los casos en que se pueda despreciar la parte directa para ángulos hacia atrás, el valor de N_{eff} coincidirá con $C_{exp}(0)$ (De-65). Si se usa el segundo método para determinar N_{eff} , hay que tener cuidado, dado que este parámetro varía con el ángulo de dispersión. Sin embargo, como ya se vió en capítulo 2 (ec.(2.83)), identificar Y_D como la fracción directa de la reacción es una aproximación, la cual será buena en la medida en que se cumpla la ec.(2.82), o sea,

$$\frac{\sigma_{dir}}{\sigma_{fl}} = \frac{1}{2} \frac{VAR(\sigma^I)}{VAR(\hat{\sigma}^{fl})} = R.$$

En la ec.(2.75) se da la expresión explícita de R ; sin embargo, nunca se ha hecho un cálculo de esta cantidad; esto, fundamentalmente, obedece a lo laborioso que sería este cálculo, pues involucra elementos no diagonales de la matriz de dispersión promedio. No obstante, sería interesante escoger una reacción en la cual existan pocos procesos de reacción directa con objeto de simplificar el cálculo de R . De esta manera, se contaría con una estimación numérica del error que se comete al suponer

$$Y_D = \frac{\sigma_{dir}}{\sigma_{dir} + \sigma_{fl}}$$

3.2.3 PRESENCIA DE ESTRUCTURA NO ESTADISTICA

El tema de la identificación de estructuras no estadísticas en una función de excitación ha despertado mucho interés en reacciones inducidas con iones pesados. Muchos han sido los trabajos teóricos sobre este tema (Ma-72, Sh-74, Ba-74, Vo-74, L"Ec-75, Fo-77, Br-77, Pa-77, Tr-78, Ma-78, Ko-79, De-79, Na-79, Er-80, Or-80); sin embargo, dado que la parte del fenómeno que corresponde a fluctuaciones de Ericson es un proceso estadístico, la identificación de algún tipo de estructura debe ser en base a varias pruebas que confirmen su origen no estadístico (Ba-74, De-79). Cabe mencionar que se ha visto que la abundancia de estructuras no estadísticas en una función de excitación depende mucho de los núcleos que reaccionan; por ejemplo, se ha comprobado experimentalmente que en reacciones del tipo $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$, $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$, $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$, se observan, en la función de excitación, numerosas estructuras (Ma-72, Sh-74, Vo-74, Br-77, Fo-77, Pa-77, Tr-78, Ko-79, Na-79, Er-80). Cuando el interés no se centra en las estructuras no estadísticas, sino, más bien, como en este caso (ver capítulo 6), en efectuar una comprobación de las predicciones de la teoría estadística de reacciones nucleares, entonces es conveniente seleccionar una reacción que no presente este tipo de estructuras.

3.2.4 CORRECCION DEBEIDA A UNA RESOLUCION EXPERIMENTAL FINITA

Para probar en forma confiable la validez de la teoría estadística para una reacción, es necesario, entre otras cosas, disponer de una baja dispersión en energía del haz ($\Delta E \ll \Gamma$), capaz de resolver las estructuras de la función de excitación.

El grosor del blanco es una de las principales limitaciones para poder mejorar la resolución en energía. Sin embargo, aunque en los casos en que la resolución es comparable o aun mayor que Γ , se pierdan las estructuras más finas en la función de excitación, es posible extraer de los datos información relativa al fenómeno estadístico de las fluctuaciones. Por ejemplo, si el estudio de las fluctuaciones se realiza con el método de la función de correlación (Er-63) y no por el método de conteo de máximos (Br-63), es posible relajar la condición de que $\Delta E \ll \Gamma$. Gibbs (Gi-65a, Fe-65) ha estudiado el efecto de la resolución ΔE sobre la amplitud de fluctuación, llegando a la conclusión de que ésta es afectada en base a la razón $\Delta E/\Gamma$. Por ejemplo, para una resolución de forma cuadrada y de ancho ΔE , se obtiene que la amplitud de fluctuación modificada $\bar{C}(0)$ vale:

$$\bar{C}(0) = \frac{1}{N_{\text{eff}}} (1 - \gamma_D^2) \frac{2 \frac{\Delta E}{\Gamma} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta E}{\Gamma} \right) - \ln(1 + (\Delta E/\Gamma)^2)}{(\Delta E/\Gamma)^2} \quad (3.3)$$

Es fácil ver que

$$\bar{C}(0) \xrightarrow{\Delta E \gg \Gamma} \frac{1}{N_{\text{eff}}} (1 - \gamma_D^2) \frac{1}{\Delta E/\pi\Gamma + 1} \quad (3.4)$$

Este resultado es de gran utilidad en el caso en que la masa del núcleo compuesto es grande: por ejemplo, para $A \sim 100$, Γ es ya muy pequeña, tanto que aún en muy buenas condiciones experimentales $\Delta E > \Gamma$. De tal modo, sólo usando la expresión de la ec. (3.3), es posible hacer una determinación de la anchura de coherencia .

3.2.5 PROBLEMAS DEBIDOS A UNA MUESTRA FINITA DE DATOS

En el capítulo 2 se presentó la derivación de una expre-

sión para la varianza reducida dentro del marco de la teoría estadística. En este desarrollo se manejan promedios en un intervalo de energías infinito; pero, experimentalmente, existe la limitación de manejar promedios en intervalos de energía de tamaño finito. Adicionalmente y, posiblemente, de mayor interés desde el punto de vista de la física de problema, cuando se aumenta el tamaño de la muestra ocurren lentas variaciones de la sección con la energía. Sea cual fuera su origen, estas modulaciones pueden llegar a ocultar o distorsionar la información correspondiente al fenómeno de carácter estadístico que se asocia a los procesos que ocurren a través de la formación de un núcleo compuesto en la región de resonancias fuertemente traslapantes.

Una estimación de una cantidad a partir de una muestra finita siempre tendrá asociados dos efectos: i) una barra de error y II) algunas cantidades tendrán sesgo.

Si $\langle \sigma \rangle_I$ representa el promedio experimental de la sección, medida ésta con un paso suficientemente pequeño, entonces

$$\langle \sigma \rangle_I = \frac{1}{I} \int_{E-I/2}^{E+I/2} \sigma(E') dE'. \quad (3.5)$$

Dado que la operación del promedio sobre un ensemble es lineal, entonces se cumple

$$\langle \sigma \rangle_I = \bar{\sigma}; \quad (3.6)$$

es decir, $\langle \sigma \rangle_I$ es un estimador sin sesgo de $\bar{\sigma}$. La barra sobre $\langle \sigma \rangle_I$ en la ec.(3.6) indica un promedio sobre un ensemble de muestras de tamaño I. En cuanto al error debido al tamaño finito de la muestra de datos, se tiene la siguiente expresión (Bo-

65, G1-65a, G165b):

$$(\text{error})^2 = \text{VAR}(\langle \sigma \rangle_I) = \frac{1}{N} \bar{\sigma}^2 / n, \quad (3.7)$$

donde

$$n = \frac{I/\Gamma}{2 \tan^{-1}(I/\Gamma) - (\Gamma/I) \ln(1+(I/\Gamma)^2)}$$

$$\frac{I/\Gamma \gg 1}{\rightarrow} \frac{I}{\pi \Gamma} + \frac{4}{\pi^2}. \quad (3.8)$$

Se acostumbra designar a n como el número de energías independientes; a continuación se dará una justificación formal de este nombre. Considerese el caso general en que la sección está compuesta por la superposición incoherente de N secciones básicas. Esto permite escribir la sección como

$$\sigma = \sum_{j=1}^N \{ (s_j^I)^2 + (s_j^{II})^2 \}, \quad (3.9)$$

donde $s_j = s_j^I + i s_j^{II}$ y la j corre sobre las proyecciones de los $s_{\vec{i}}$ nes.

Si se supone que las s_j^I y las s_j^{II} están distribuidas normalmente, con media cero, varianza a^2 , y no están correlacionadas, entonces la ley de distribución de la sección (σ/a^2) será una χ^2 con $2N$ grados de libertad

$$f(\sigma/a^2) = \frac{1}{2^N (N-1)!} \left(\frac{\sigma}{a^2}\right)^{N-1} \exp(-\sigma/2a^2), \quad (3.10)$$

o dado que $\bar{\sigma} = 2Na^2$,

$$f(\sigma) = \frac{N^N}{\bar{\sigma}^N (N-1)!} \left(\frac{\sigma}{\bar{\sigma}}\right)^{N-1} \exp(-N\frac{\sigma}{\bar{\sigma}}), \quad (3.11)$$

De la ley de distribución, ec.(3.11) se sigue

$$\bar{\sigma}^m = \frac{1}{N^m} \frac{(N-1+m)!}{(N-1)!} \bar{\sigma}^m. \quad (3.12)$$

Si, por ejemplo, $m=2$

$$\overline{\sigma^2} = \frac{N(N+1)}{N^2} \bar{\sigma}^2 = \bar{\sigma}^2 + \frac{1}{N} \bar{\sigma}^2, \quad (3.13)$$

de donde

$$\text{VAR}(\sigma) = \overline{\sigma^2} - \bar{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \bar{\sigma}^2. \quad (3.14)$$

Las ecs.(3.7) y (3.14) implican

$$\text{VAR}(\langle \sigma \rangle_I) = \frac{1}{n} \text{VAR}(\sigma), \quad (3.15)$$

lo cual permite identificar a n como el número efectivo de piezas de datos estadísticamente independientes. Cuando $I \gg \Gamma$, se acostumbra usar

$$n = I/\pi\Gamma + 1. \quad (3.16)$$

En caso de haber una componente directa se cuenta con la siguiente expresión (Ha-68)

$$(\text{error})^2 = \text{VAR}(\langle \sigma \rangle_I) = \frac{1 - \gamma_D^2}{N} \frac{\bar{\sigma}^2}{n} \quad (3.17)$$

A diferencia del caso donde el valor experimental promedio de la sección se usa como estimador del promedio teórico, el caso de la varianza reducida experimental, $C^I(0) = \frac{\text{VAR}^I(\sigma)}{\langle \sigma \rangle_I^2}$, resulta ser un estimador con sesgo del valor teórico, $\bar{C}(0)$; o sea, no se puede comparar directamente $C^I(0)$ con $\bar{C}(0)$. Sin embargo, el problema del cálculo del valor de expectación de $C^I(0)$ no ha sido tratado exactamente. Es probable que el mejor tratamiento de este problema sea el de Dallimore y Hall (Da-66). La suposición que ellos hacen es que la diferencia $\bar{C}(0) - C^I(0)$ no esté correlacionada con la sección experimental promedio, $\langle \sigma \rangle_I$. De aquí se sigue (cuando $\gamma_D=0$)

$$\gamma(0) = \frac{48}{(\bar{C}(0) - C^I(0))} = \frac{1+N}{N(1+nN)}, \quad (3.18)$$

donde n está dada por la ec.(3.8) y N es el número de secciones básicas.

Dallimore y Hall (Da-65, Da-66) proponen, como error de $C^I(0)$, a su valor rms, o sea,

$$\text{error}(C^I(0)) = (N+1) \frac{(N+n^{-1})^2 \frac{2\Gamma}{I} \tan^{-1}(\frac{I}{\Gamma}) - 2N(N+1) \frac{1}{n^2} + 24\pi^2(N+1)b}{(N+n^{-1})^2 (N^3 + 6N^2/n + 3N/n^2 + 24\pi^2 b)}, \quad (3.19)$$

donde

$$b = (\frac{\Gamma}{I})^3 \tan^{-1}(\frac{I}{2\Gamma}) - (\frac{\Gamma}{I})^4 \ln\{1 + (\frac{I}{2\Gamma})^2\}. \quad (3.20)$$

Se puede ver que

$$\text{error}(C^I(0)) \xrightarrow{n \gg 1} \frac{1}{N} \left\{ \frac{\pi\Gamma}{I} \left(1 + \frac{1}{N}\right) \right\}^{1/2}. \quad (3.21)$$

Los resultados de esta sección resumen, esencialmente, el estado actual de las técnicas que la teoría estadística proporciona para el tratamiento del efecto de muestra finita de datos. Sin embargo, en el capítulo siguiente, se verá que el estado actual de estas técnicas es aún insuficiente para la determinación experimental de la varianza reducida. Como se verá, oportunamente, esto se debe fundamentalmente al problema de la variación lenta con la energía de la sección promedio, lo cual, no sólo hace necesario replantear de nuevo el problema de muestra finita de datos, sino, como se verá en el capítulo 5, requiere de un nuevo tratamiento dentro del marco de la teoría estadística para la determinación experimental de la varianza reducida.

REFERENCIAS

- Ba-79 Barrette, J., Levine, M. J., Braun-Munzinger, P., Berkowitz, G. M., Gai, M., Harris, J. W. Jachcinski, C. M. y Uhlhorn, C. D. Phys. Rev. C 20 (1979) 1759.
- Ba-74 Baudinet-Robinet, Y. y Mahaux, C., Phys. Rev. C 9 (1974) 723.
- Bo-66 Bobyr, V., Corti, M. Marcazzan, G. M., Millazzo Colli, L. y Millazzo, M. Energia Nucleare 13 (1966) 420.
- Bö-65 Böhning, M., Conferencia Internacional de Física Nuclear, París, 1964. Contribución C158.
- Bo-65 Bondorf, J. y Leachman, R. B., Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. Fys. Medd. 34 No. 10 (1965).
- Br-70 Braga, M. G. y Millazzo Colli, L. Progr. Nucl. Phys. 11 (1970) 145.
- Br-77 Brandorf, D., Nagorka, B. N. y Newton, J. O., J. Phys. G: Nucl. Phys. 3 (1977) 1565.
- Br-81 Brody, T. A., Flores, J., French, J. B., Mello, P. A., Pandey, A. y Wong, S. S. M., Rev. Mod. Phys. (1981) en prensa.
- Da-65 Dallimore, P. J. y Hall, I., Phys. Lett. 18 (1965) 138.
- Da-66 Dallimore, P. J. y Hall, I., Nucl. Phys. 88 (1966) 193.
- Da-76 Dayras, R. A., Stokstad, R. G., Switkowski, Z. E. y Wieland, R. M., Nucl. Phys. A265 (1976) 153.
- De-65 Dearnaley, G., Gibbs, W. R., Leachman, R. B. y Rogers, P. C., Phys. Rev. B139 (1965) 1170.

- De-79 Dennis, L. C., Thornton, S. T. y Cordel, K. R., Phys. Rev. C19 (1979)
- Di-68 Dietzch, O., Douglas, R. A., Farrelly Pessoa, E., Gomez Porto, V., Hamburger, E. W., Polga, T., Sala, O., Perez, S. M. y Hodgson, P. E., Nucl. Phys. A114 (1968) 330.
- EI-66 Elliot, R. V. y Spear, R. H., Nucl. Phys. 84 (1966) 209.
- Er-80 Erb, K. A., Betts, R. R., Korotky, S. K., Hindi, M. M., Tung, P. P., Sachs, M. W., Willet, S. J. y Bromley, D. A., Phys. Rev. C22 (1980) 507.
- Er-60 Ericso, T., Phys. Rev. 5 (1960) 430.
- Er-63a Ericso, T., Phys. Lett. 4 (1963) 258.
- Er-63b Ericso, T., Ann. Phys. 23 (1963) 390.
- Fe-65 Fessenden, P., Gibss, W. R. y Leachman, R. B., Phys. Rev. Lett. 15 (1965) 796.
- Fo-77 Fortune, H. T., Greenwood, L. R., Segel, R. E. y Erskine, J. R., Phys. Rev. C22 (1980) 439.
- Ga-80 Galster, W., Dück, P., Fröhlich, H., Trev, W., Voit, H. y Lee, S. M. B., Phys. Rev. C22 (1980) 515.
- Gi-65a Gibbs, W.R., Reporte de Los Alamos LA-3266 (1965).
- Gi-65b Gibbs, W. R., Phys. Rev. B139 (1965) 1185.
- Gi-67 Gibbs, W. R., Phys. Rev. 153 (1965) 1206.
- Ha-70 Harney, H. L. y Richter, A., Phys. Rev. C2 (1970) 421.
- Ko-79 Kovar, D. G., Geesaman, D. F., Braid, T. H., Eisen, Y., Henning, W., Ophel, T. R., Paul, M., Rehm, K. E. y Prosser, Jr., F. W., Phys. Rev. C20 (1979) 1305.

- La-68 Lamba, C. M., Sarma, N., Thampi, N. S., Sood, D. K. y Deshpande, V. K., Nucl. Phys. A110 (1968) 111.
- Le-72 Leachman, R. B., Fessenden, P. y Gibbs, W. R., Phys. Rev. C6 (1972) 1240.
- L'Ec-75 L'Ecuyer, J., Volders, R., Cardinal, C., Deschenes, L. y Marquardt, N., Phys. Rev. C12 (1975) 1878.
- Lo-68 Lock, G. A., Curry, J. R., Riley, P. J. y Shugart, C. G., Phys. Rev. 176 (1968) 1293.
- Ma-72 Malmin, R. E., Siemssen, R. H., Sink, D. A. y Singh, P. P., Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 1590.
- Ma-68 Manero, F. y Vigón, M. A. Nucl. Phys. A119 (1968) 356.
- Ma-78 Mateja, J. F., Frawley, A. D., Roy, A., Hurd, J. R. y Fletcher, N. R., Phys. Rev. C18 (1978) 2622.
- Na-79 Nagatani, K., Shimoda, T., Tanner, D., Tribble, R. y Yamaya, T., Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1480.
- Or-80 Ortiz, M. E., Andrade, E., Cárdenas, M., Dacal, A., Menchaca-Rocha, A., Ford, Jr., J. L. C., Gómez del Campo, J., Robinson, R. L., Shapira, D. y Aguilera, E., Phys. Rev. C22 (1980) 1104.
- Pa-64 Pappalardo, G., Phys. Lett. 13 (1964) 320.
- Pa-77 Park, J. Y., Greiner, W., Scheis, W., Phys. Rev. C16 (1977) 2276.
- Pu68 Put, L. W., Roeders, J. D. A. y van der Woude, A., Nucl. Phys. A112 (1968) 561.
- Se-67 Seaman, G. G., Leachman, R. B. y Dearnaley, G., Phys. Rev. 153 (1967) 1194.

- Sh-74 Shapira, D., Stokstad, R. G. y Bromley, D. A., Phys. Rev. C10 (1974) 1063.
- Si65 Singh, P. P., Segel, R. E., Meyer-Schützmeister, L., Hanna, S. S. y Állas, R. G., Nucl. Phys. 65 (1965) 577.
- St-63 Stephen, R. O., Clarendon Laboratory Report, Oxford (1963).
- Tr-78 Trev, W., Fröhlich, H., Galster, W. y Dück, F., Phys. Rev. C18 (1978) 2148.
- von W-66 von Witsch, W., von Brentano, P., Mayer-Kuckuk, T. y Richter, A., Nucl. Phys. 80 (1966) 394.
- Vo-74 Voit, H., Dück, P., Galster, W., Haindl, E., Hartmann, G., Helb, H. D., Siller, F. e Ischenko, G., Phys. Rev. C10 (1974) 1331.

CAPITULO 4
 ANALISIS DE LA REACCION
 $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$

4.1 INTRODUCCION

En los últimos años se ha observado la formación de un núcleo compuesto en muchas reacciones que involucran iones pesados (Vo-64, Da-68, Fi-73; Ha-74, Fo-74, Vo-75, Ha-75, Gu-76, Kl-76, Go-76, Re-77, Ha-78); es más, en varios casos se han visto fluctuaciones en la función de excitación (Al-64, Ha-67a, Ha-67b, Le-7, Sh-74, Go-74, Gr-72, Gr-75, Da-76, Ba-79, Or-80, Ga-80), aunque, en ocasiones, se ha conjeturado que algunas estructuras están asociadas con algún tipo de proceso directo y, consecuentemente, no son de naturaleza estadística.

Se ha visto que varios de los resultados de la teoría estadística, que han resultado ser correctos en la descripción de reacciones con iones ligeros, también son aplicables para el caso de iones pesados. Por ejemplo, la fórmula de Hauser-Feshbach para la sección promedio de núcleo compuesto, la separación de las componentes directa y compuesta usando la varianza de la función de excitación y, finalmente, la extracción de la anchura de correlación a partir de la función de autocorrelación o a partir del conteo de máximos. Sin embargo, hay predicciones de la teoría estadística que raramente han sido usadas en conexión con iones pesados (Da-76) y, en su lugar, se han usado estimaciones burdas. Un ejemplo de esto lo es el parámetro N_{eff} (número de canales estadísticamente independientes), el cual, en ausencia de reacciones directas, es el recíproco de la

varianza reducida de la sección. Esta cantidad fue obtenida por Ericson (Er-63) siguiendo las ideas de la teoría estadística, y es expresable en términos de los mismos factores de transmisión que aparecen en la fórmula de Hauser-Feshbach para la sección promedio de núcleo compuesto (ver ec.(2.49)).

En este capítulo se intentará determinar experimentalmente el valor de N_{eff} . Esto se hará para el caso particular de la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$, la cual ha sido estudiada en las referencias (Co-78, Ha-78). En (Co-78) se muestra que la sección promedio se describe muy bien por la fórmula de Hauser-Feshbach; por otro lado, también extraen la anchura de coherencia de la función de excitación. En vista de esto, esta reacción parece ser una buena oportunidad para intentar hacer una determinación experimental de la varianza reducida, la cual posteriormente pueda ser comparada con algún cálculo teórico (para esto último ver el capítulo 6).

El análisis de la varianza reducida se hace utilizando el método introducido por Pappalardo (Pa-64). Sin embargo, se encuentran algunas dificultades para extraer el valor de ésta (ver próxima sección). Como probable origen de estas dificultades se sugieren tres causas: i) fuertes fluctuaciones aún consistentes con la teoría estadística (el análisis de esta posibilidad se pospone hasta el capítulo 6); ii) presencia de alguna resonancia que se sale del marco de la teoría estadística y iii) superposición de dos estructuras de diferente anchura. En los casos ii) y iii) se practican análisis adicionales de los datos. El resultado de estos parece indicar que, en efecto, esas son las causa de las dificultades encontradas en algunas de las funciones de excitación. No obstante, no es posible hacer

una determinación del valor de la varianza reducida. Esto, fundamentalmente, se debe a la carencia de un tratamiento estadístico de método de Pappalardo. (ver el capítulo 5).

4.2 ELECCION Y ANALISIS DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

Para hacer una prueba confiable de un cálculo teórico del parámetro estadístico N_{eff} es conveniente que la reacción estudiada cumpla las siguientes características:

- a) Para reducir la imprecisión en las cantidades extraídas de los datos experimentales, la función de excitación debe medirse en un intervalo I , grande comparado con $\pi\Gamma$, donde Γ es la anchura de correlación.
- b) El proceso debe ser fundamentalmente de naturaleza de núcleo compuesto.
- c) El paso en energía al medir la función de excitación, lo mismo que la resolución experimental, es conveniente que sean menores que la anchura de correlación, con objeto de no perder estructura fina.

La reacción que fue seleccionada para este estudio es $^{12}\text{C}(^{14}\text{N}, \alpha)^{22}\text{Na}$, en la región $10\text{Mev} < E_{cm} < 18\text{Mev}$. Las características b) y c) se cumplen en este caso (Co-78). En cuanto a a), se tiene que $I/(\pi\Gamma)=16$, lo cual, desafortunadamente, no es tan grande como en algunos análisis previos con iones ligeros, donde hay casos (Pa-64) en los que la razón vale ≈ 25 . Esto será de hecho el origen de varias dificultades en el análisis, que se verán adelante.

Si $\theta=0^\circ$ ó si los spines de las partículas entrantes y salientes son cero, la teoría da el resultado $N_{eff}=1$, el cual ha

sido usado en la práctica para extraer el parámetro Y_D (ver ec. (3.1)). El experimento que se eligió para estudiar no cae en ninguno de los casos mencionados: en cierto modo, es por lo mismo más interesante, puesto que ofrece más posibilidades. Por otro lado, dado que el experimento parece cumplir la condición b) (esto es, $Y_D=0$), sería interesante extender las medidas a ángulos más pequeños (hacia adelante), para ver si se sigue cumpliendo la predicción de la teoría estadística.

En la Fig. 4.1 se muestran las funciones de excitación correspondientes a los distintos estados residuales del ^{22}Na en la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$. En cada caso se presenta una curva lisa, la cual corresponde a un cálculo teórico de la sección de fluctuación promedio. Este es un cálculo del tipo Hauser-Feshbach. En la mayoría de las curvas de esta figura se puede observar que la sección promedio exhibe cierta variación lenta con la energía. En estas condiciones el método de Pappalardo resulta ser una forma muy adecuada para analizar los datos con objeto de determinar la varianza reducida. Este método consiste en lo siguiente. Supongase que se promedia la sección diferencial $d\sigma/d\Omega$ usando una ventana de promedio de tamaño Δ , obteniendo como resultado $\langle d\sigma/d\Omega \rangle_{\Delta}$. Si se emplea esta curva como "línea base" para definir la fluctuación, entonces se puede definir la varianza reducida como

$$C(\Delta) \equiv \frac{\langle (d\sigma/d\Omega - \langle d\sigma/d\Omega \rangle_{\Delta})^2 \rangle_{\Delta_0}}{\langle d\sigma/d\Omega \rangle_{\Delta}^2} \quad (4.1)$$

donde I es el intervalo de energías disponible (8Mev en este caso). Δ indica que se está calculando la varianza reducida usando como línea base $\langle d\sigma/d\Omega \rangle_{\Delta}$. La Δ_0 es menor que I pues para

definir $\langle d\sigma/d\Omega \rangle_{\Delta}$ en los puntos extremos se requiere un intervalo de tamaño $\Delta/2$ a la izquierda del primer punto (la energía más chica) y otro intervalo igual a la derecha del último punto (la energía más grande). Por tanto, si Δ_{\max} es el máximo valor de Δ para el cual se quiere calcular $C(\Delta)$, ha de cumplirse que $\Delta_{\max} + \Delta_0 < I$.

Si se grafica $C(\Delta)$ contra Δ , se obtiene una curva que comienza en 0 cuando $\Delta=0$, crece, y, eventualmente, alcanzará una meseta si se estuviera en presencia de un proceso puramente de núcleo compuesto estacionario. En la Fig. 4.2 se muestra el resultado de aplicar este análisis a los datos de la referencia (Co-78), correspondientes a los niveles finales que se pudieron resolver y cuya J^{π} se conoce. En esta figura se alcanza definir claramente una meseta para los estados excitados primero, noveno, décimo, décimotercero y décimocuarto. En el caso del estado base y del tercer estado excitado se observa una incipiente definición de la meseta. Los estados restantes (cuarto, octavo, undécimo y duodécimo) ni siquiera una tendencia presentan.

En base a los resultados obtenidos surge la pregunta del origen de las formas irregulares de algunas de las curvas de Pappalardo. Algunas de las posibles causas de estas irregularidades son: i) fuertes desviaciones respecto a la curva promedio de Pappalardo; ii) presencia de alguna resonancia que se sale del marco de la teoría estadística; iii) superposición de dos estructuras de diferente anchura. El análisis de la posibilidad i), debido a su extensión, será materia del próximo capítulo, en el cual se hará un tratamiento de la extracción de la varianza reducida en base a la teoría estadística. Esto, entre otras cosas, permitirá dar una contestación objetiva de la posi-

bilidad i).

Respecto a la posibilidad ii), en la Fig. 4.1 se puede ver que en las funciones de excitación de los niveles tercero, cuarto y décimoprimeros se presentan, a una energía de 14 Mev, ciertas estructuras muy notorias que pudieran corresponder a procesos no de núcleo compuesto (sería interesante observar esta reacción a otro ángulo). Es probable que estas estructuras sean las responsables de que las correspondientes curvas de Pappalardo de estos niveles no exhiban una meseta, por lo cual se decidió efectuar una sustracción total de estos trozos de datos, tratando de unir las piezas resultantes de la función de excitación en forma continua. Después de esta operación se realizó el análisis de las tres funciones de excitación resultantes usando el método de Pappalardo y los resultados se muestran en la Fig. 4.3 junto con las curvas originales. Esta figura sugiere que las estructuras extraídas podrían ser las causantes de que en las curvas originales no se alcanzara una meseta. Desde luego, aun en el caso de que ésta sea la causa real de la forma irregular de estas curvas, este análisis de los datos no puede ser usado para extraer el valor de la varianza reducida. Aquí se empleó, exclusivamente, con objeto de dar una evidencia de la existencia de alguna estructura no estadística en algunas de las funciones de excitación.

Respecto a la posibilidad iii) se remite al lector al apéndice A, donde se considera esta posibilidad en una manera elemental. En este apéndice se sugiere una modificación al método de Pappalardo. Esta consiste en modificar $d\sigma/d\Omega$ restándole su promedio $\langle d\sigma/d\Omega \rangle_\delta$ sobre un intervalo de tamaño δ (que alisa la estructura más fina), y efectuar el análisis normal de Pa-

pappalardo en el resultado $d\sigma/d\Omega - \langle d\sigma/d\Omega \rangle_{\delta}$. La elección de δ debe ser, por un lado, tratando de no alterar demasiado las mesetas de aquellas curvas de la Fig. 4.2 que ya presentaban una y, por otro lado, tratando de que las curvas que no presentaban una meseta ahora sí la muestren. Con base en estas consideraciones se determinó que $\delta \approx 1.5 \text{ Mev}$ es apropiada para el análisis de las funciones de excitación de la Fig. 4.1, correspondientes a la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N}, \alpha)^{22}\text{Na}$. En la Fig. 4.4 se muestran las curvas modificadas de Pappalardo (curvas continuas). Como punto de comparación, se presentan también en esta figura las curvas normales de Pappalardo (curvas discontinuas). En esta figura se ve claramente como en todos los casos se observa una meseta en las curvas correspondientes al método modificado.

Con el método de Pappalardo ha sido posible observar en varios casos una meseta en la curva de $\mathcal{L}(\Delta)$ contra Δ , e, inclusive, ha sido posible que se defina una meseta en las curvas correspondientes a la modificación de este método. Sin embargo, no ha sido posible determinar el valor de la varianza reducida. Esto se debe fundamentalmente a que en la literatura no se cuenta con un tratamiento estadístico de este método que proporcione las expresiones necesarias para que, a partir del valor que se alcanza en la meseta, se pueda determinar el valor de la varianza reducida. Este tema será tema del próximo capítulo.

REFERENCIAS

- A1-64 Almqvist, E., Kuehner, J. A., Mcperson, D. y Vogt, E. W., Phys. Rev. 136 (1964) B84.
- Ba-79 Barrette, J., Levine, M. J., Braun-Munzinger, P., Berkowitz, C. M., Gai, M., Harris, J. W., Jachcinski, C. M. y Uhlhorn, C. D., Phys. Rev. C20 (1979) 1759.
- Co-78 Cordel, K. R., Thornton, S. T., Denis, L. C., Schweizer, T. C., Gómez del Campo, J. y Ford, Jr., J. L. C., Nucl. Phys. A296 (1978) 278.
- Da-68 Darrah Thomas, T., Ann. Rev. Nucl. Sci. 18 (1968) 343.
- Da-76 Dayras, R. A., Stokstad, R. G., Switkowski, Z. E. y Wieland, R. M., Nucl. Phys. A265 (1976) 153.
- Er-63 Ericson, T., Ann. Phys. 23 (1963) 390.
- Fi-73 Fifield, L. K., Zurmühle, R. W. y Balamuth, D. P., Phys. Rev. C8 (1973) 2217.
- Fo-74 Ford, Jr., J. L. C., Gómez del Campo, J., Robinson, R. L., Stelson, P. H. y Thornton, S. T., Z. Physik. 269 (1974) 147.
- Ga-80 Galster, W., Dück, P., Fröhlich, H., Trev, W., Voit, H. y Lee, S. M. B., Phys. Rev. C22 (1980) 515.
- Go-74 Gómez del Campo, J., Ford, Jr., J. L. C., Robinson, R. L., Stelson, P. H. y Thornton, S. T., Phys. Rev. C9 (1974) 1258.
- Go-76 Gómez del Campo, J., Ortiz, M. E., Dacal, A., Ford, Jr., J. L. C., Robinson, R. L. y Stelson, P. H., Nucl. Phys. A262 (1976) 125.

- Gr-72 Greenwood, L. R., Katori, K., Malmin, R. E., Braid, T. H., Stolztus, J. C. y Siemssen, R. H., Phys. Rev. C6 (1972) 2112.
- Gr-75 Greenwood, L. R., Segel, R. E., Raghunathan, K. y Lee, M. A., Phys. Rev. C12 (1975) 156.
- Gu-76 Gustafson, D. G., Gómez del Campo, J., Robinson, R. L., Stelson, P. H., Miller, P. D. y Bair, J. K., Nucl. Phys. A262 (1976) 96.
- Ha-67a Halbert, M. L., Durham, F. E. y van der Woude, A., Phys. Rev. 162 (1967) 899.
- Ha-67b Halbert, M. L., Durham, F. E., Moak, C. D. y Zucker, A. Phys. Rev. 162 (1967) 918.
- Ha-74 Hanson, D. L., Stokstad, R. G., Erb, K. A., Olmer, C. y Bromley, D. A., Phys. Rev. C9 (1974) 929.
- Ha-75 Hallock, J. N., Enge, H. A., Garrett, J. D., Middleton, R. y Fortune, H. D., Nucl. Phys. A252 (1975) 141.
- Ha-78 Hallock, J. N., Enge, H. A., Sperduto, A., Garrett, J. D., Middleton, R. y Fortune, H. T., Nucl. Phys. A306 (1978) 229.
- KJ-76 Klapdor, H. V., Reiss, H. y Rosner, G., Nucl. Phys. A262 (1976) 157.
- Le-72 Leachman, R. B., Fessenden, P. y Gibbs, W. R., Phys. Rev. C6 (1972) 1240.
- Or-80 Ortiz, M. E., Andrade, E., Cárdenas, M., Dacal, A., Menchaca-Rocha, A., Ford, Jr., J. L. C., Gómez del Campo, J., Robinson, R. L., Shapira, D. y Aguilera, E., Phys. Rev. C22 (1980) 1104.

- Pa-64 Pappalardo, G., Phys. Lett. 13 (1964) 320.
- Re-77 Reiss, H., Klapdor, H. V., Kosner, F., Ford, Jr., J. L. C. y Thornton, S. T., Nucl. Phys. A283 (1977) 149.
- Sh-74 Shapira, D., Stockstad, R. G. y Bromley, D. A., Phys. Rev. C10 (1974) 1063.
- Vo-64 Vogt, E. W., Mcpherso, D., Kuehner, J. y Almqvist, E., Phys. Rev. 136 (1964) 99.
- Vo-75 Volant, C., Conjeaud, S., Harr, S., Lee, S. M., Lepine, A. y Silveira, E. F., Nucl. Phys. A238 (1975) 120.

CAPITULO 5
TEORIA ESTADISTICA
DEL METODO DE PAPPALARDO

5.1 INTRODUCCION

Como se vió en el capítulo anterior, un método que parece ser adecuado para la extracción de la varianza reducida a partir de datos experimentales lo constituye el método de Pappalardo. Este método consiste en determinar un valor de la varianza reducida, $C(\Delta)$, para cada valor del tamaño de la ventana usada en la construcción de la línea base a partir de la cual se miden las fluctuaciones. En relación a este método, dos problemas impiden hacer una determinación de la varianza reducida : i) hasta ahora se desconoce como se puede obtener el valor de la varianza reducida a partir de la cantidad $C(\Delta)$ y ii) no se conoce expresión alguna de la magnitud de la barra de error para esta forma de determinar la varianza reducida. Estos dos problemas podrían resolverse si se contara con una adecuada teoría estadística del método de Pappalardo. En el capítulo 3 se hizo un resumen de lo que hasta ahora constituye la teoría estadística de la extracción de la varianza reducida, la cual, esencialmente, fue resumida y completada por Dallimore y Hall (Da-66). Sin embargo, esta teoría no es aplicable en conexión con el método de Pappalardo, pues en esta se presupone que la medición de la fluctuación es a partir del promedio de todos los datos experimentales, mientras que en el método de Pappalardo la fluctuación se mide a partir de una línea base definida como un promedio de ventana.

Es razonable pensar que los resultados de Dallimore y Hall sean una buena aproximación a los valores reales cuando se usa el método de Pappalardo con un tamaño de ventana bastante grande, de tal manera que la línea base correspondiente se parezca mucho al promedio de todos los datos. Con base en esto, el valor de la varianza reducida se podría determinar aplicando el defecto de Dallimore y Hall al método de Pappalardo con un tamaño de ventana grande. En realidad, tartandose de reacciones con iones pesados, esto no es realista, pues, en estas reacciones, es muy común no observar meseta alguna en la curva de Pappalardo (ver capítulo 4). En estas condiciones, la varianza reducida ha de determinarse usando también el comienzo de la curva. Sin embargo, en esta región no son aplicables las expresiones de Dallimore y Hall. Por lo anterior, se puede decir que para la determinación de la varianza reducida es menester contar con las expresiones adecuadas al método empleado. Esto ha servido de motivación para que este capítulo tenga como objetivo el de desarrollar, hasta donde sea posible, una teoría estadística del método de Pappalardo.

En forma muy concreta se puede decir que los objetivos son dos; i) determinar la forma de la curva teórica de Pappalardo, $C(\Delta)$, y ii) determinar barras de error para las curvas experimentales correspondientes. Aquí, la curva teórica se entenderá como el resultado de promediar las curvas de Pappalardo correspondientes a funciones de excitación pertenecientes a un ensemble representativo del problema, es decir, todas generadas con los mismos parámetros estadísticos. Más adelante se abordará ampliamente este tema. La curva teórica será expresada en

términos del espectro de potencia de la función de excitación, lo cual es muy útil para comprender mejor la manera en que funciona el método de Pappalardo.

En principio, la determinación de las barras de error para las curvas experimentales de Pappalardo, se puede realizar de la misma manera en que se determina la curva teórica. Sin embargo, esto se vuelve bastante engorroso, pues involucra el cálculo de momentos superiores a los usados en la obtención de la curva teórica. En vista de esta dificultad, el cálculo de las barras de error se hará numéricamente usando una muestra de 100 funciones de excitación del ensemble, o sea, el error se determinará como la raíz cuadrada de la desviación cuadrática media de esta muestra.

Un efecto que desde luego será tomado en cuenta en este análisis es el de la resolución, lo mismo que el efecto de muestra finita de los datos. Sin embargo, un efecto que hasta ahora no ha sido tomado en cuenta en el análisis de la varianza reducida es el del carácter discreto de los datos. Por ejemplo, experimentalment lo que se maneja es

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma(E_i)$$

y no

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{I} \int_0^I \sigma(E) dE.$$

Sin embargo, tradicionalmente, cuando en algún cálculo teórico de alguna cantidad importante se ha usado $\langle \sigma \rangle$, esto se ha hecho expresando $\langle \sigma \rangle$ usando una integral en vez de una suma.

5.2. OBTENCION DE LA CURVA TEORICA DE PAPPALARDO

En la derivación siguiente se hará uso de un ensemble de funciones de excitación con las características siguientes:

- i) Funciones de excitación definidas de $-\infty$ a $+\infty$.
- ii) Funciones de excitación estacionarias.
- iii) Funciones de excitación con autocorrelación Lorentziana, es decir,

$$\overline{(\sigma(E) - \bar{\sigma})(\sigma(0) - \bar{\sigma})} = \text{VAR}(\sigma) \frac{\Gamma^2}{E^2 + \Gamma^2}. \quad (5.1)$$

La barra sobre σ indicará promedio sobre el ensemble. Un promedio en un intervalo de energías de tamaño Δ en torno a E se denotará $\langle \sigma \rangle_{\Delta}(E)$. La función de peso que se usará es

$$\rho_{\Delta}(E') = \begin{cases} \Delta^{-1} & \text{si } |E' - E| < \Delta/2 \\ 0 & \text{si } |E' - E| > \Delta/2. \end{cases} \quad (5.2)$$

La transformada de Fourier de cualquier función de la energía se denotará mostrando su dependencia con la frecuencia. Por ejemplo, para la función de excitación se tiene

$$\sigma(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\sigma(E) - \bar{\sigma}) e^{-i\omega E} dE. \quad (5.3)$$

Por el teorema de convolución se puede ver que si $\langle \sigma \rangle_{\Delta}(\omega)$ es la transformada de Fourier de

$$\langle \sigma \rangle_{\Delta}(E) - \bar{\sigma} = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{\Delta}(E' - E) \sigma(E') dE', \quad - \bar{\sigma},$$

entonces

$$\langle \sigma \rangle_{\Delta}(\omega) = \rho_{\Delta}(\omega) \sigma(\omega), \quad (5.4)$$

donde, de acuerdo a la convención anterior, $\rho_{\Delta}(\omega)$ es la transformada de $\rho_{\Delta}(E)$. La ec.(5.4) se puede interpretar diciendo que promediar $\sigma(E)$ con la función de peso $\rho_{\Delta}(E)$ equivale a "filtrar

" $\sigma(\omega)$ con la función de filtrado $\rho_{\Delta}(\omega)$. La forma de $\rho_{\Delta}(\omega)$ correspondiente a la ec. (5.2) es

$$\rho_{\Delta}(\omega) = \frac{\text{sen}(\omega\Delta/2)}{\omega\Delta/2}. \quad (5.5)$$

En la Fig 5.1 se muestra la forma de $\rho_{\Delta}(\omega)$; se puede considerar que en forma aproximada, $\rho_{\Delta}(\omega)$ elimina las componentes de Fourier con $|\omega| > 2\pi/\Delta$.

La curva de Pappalardo se forma al graficar

$$\langle (\sigma - \langle \sigma \rangle_{\Delta})^2 \rangle_{\Delta_0} / \langle \sigma \rangle_{\Delta_0}^2 \quad (5.6)$$

como función de Δ , que es el tamaño de la ventana que define la línea base. Por claridad, es conveniente fijar la atención temporalmente en la cantidad $\langle (\sigma - \langle \sigma \rangle_{\Delta})^2 \rangle_{\Delta_0}$, o sea, la varianza o la fluctuación medida a partir de la línea base $\langle \sigma \rangle_{\Delta}$. Se puede ver fácilmente que el espectro de Fourier de $\sigma(E) - \langle \sigma \rangle_{\Delta}(E)$ es

$$(1 - \rho_{\Delta}(\omega))\sigma(\omega), \quad (5.7)$$

cuya función filtro, $1 - \rho_{\Delta}(\omega)$, se muestra en la Fig. 5.1. En esta figura se ve claramente que el efecto de medir la fluctuación respecto a la línea base $\langle \sigma \rangle_{\Delta}(E)$, lo cual constituye la esencia del método de Pappalardo, consiste en disminuir la contribución de las frecuencias bajas; se puede decir que, aproximadamente, se eliminan las frecuencias $|\omega| < 2\pi/\Delta$. Con esta aproximación es muy fácil entender la forma de la curva de Pappalardo. Cuando $\Delta \rightarrow 0$, $2\pi/\Delta \rightarrow \infty$ y, por tanto, se filtra la contribución a la varianza de todas las frecuencias. Por eso la curva de Pappalardo empieza valiendo cero. Cuando Δ es mayor que cero pero muy pequeña, $2\pi/\Delta$ es muy grande y, entonces, sólo contribuyen a la varianza las frecuencias altas. A medida que Δ va creciendo se van tomando en cuenta las contribuciones de

frecuencias cada vez menores hasta que, en el límite $\Delta \rightarrow \infty$, se toma en cuenta la contribución de todo el espectro de frecuencias. Con base en la forma en que actúa el método de Pappalardo es posible concebirlo como un proceso de filtrado en el espacio de las frecuencias.

Por lo que se ha visto hasta aquí, es claro que sería muy útil disponer del espectro de potencia teórico de la función de excitación. Este será designado como $P(\omega)$ y queda definido como la transformada de Fourier de la función de autocorrelación de la sección; más precisamente

$$P(\omega) = \overline{F\{(\sigma(E) - \bar{\sigma})(\sigma(0) - \bar{\sigma})\}}, \quad (5.8)$$

aquí con $F\{\}$ se designa la transformada de Fourier del argumento, que por comodidad se designará como $R(E)$. Haciendo uso de que la función de autocorrelación es una Lorentziana, se tiene

$$\begin{aligned} P(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \text{VAR}(\sigma) \frac{\Gamma^2}{E^2 + \Gamma^2} \exp(-i\omega E) dE \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \text{VAR}(\sigma) \frac{\Gamma^2}{E^2 + \Gamma^2} \exp(-i\omega E) dE \\ &\stackrel{(5.8)}{=} \begin{cases} \omega < 0 \\ \omega > 0 \end{cases} \pm 2\pi i \{ \text{VAR}(\sigma) \frac{\Gamma^2}{\pm 2i\Gamma} \exp(-i\omega(\pm i\Gamma)) \} \\ &= \text{VAR}(\sigma) \pi \Gamma \exp(-|\omega|\Gamma). \end{aligned} \quad (5.9)$$

La forma del espectro de potencia ec.(5.9) se muestra en la Fig. 5.2. Es sobre este espectro de potencia que actúa como un filtro el método de Pappalardo. La cantidad de señal filtrada dependerá, desde luego, del tamaño de la ventana que define la línea base. Esto queda más claro si se calcula el espectro de potencia de la sección, $P_{\Delta}(\omega)$, medida respecto a la línea base base $\langle \sigma \rangle_{\Delta}(E)$; o sea,

$$P_{\Delta}(\omega) = F\{(\sigma(E) - \langle\sigma\rangle_{\Delta}(E))(\sigma(0) - \langle\sigma\rangle_{\Delta}(0))\}. \quad (5.10)$$

Una vez que se cuenta con el espectro de potencia básico, es decir, $P(\omega)$, el cálculo de cualquier otro espectro de potencia relacionado resulta muy fácil. Por ejemplo, $P_{\Delta}(\omega)$ se puede obtener muy fácilmente, si en lugar de usar la definición de espectro de potencia como la transformada de Fourier de la función de autocorrelación, ec.(5.10), se usa el teorema de Wiener-Khintchine que establece que

$$P(\omega) = |\sigma(\omega)|^2, \quad (5.11a)$$

$$P_{\Delta}(\omega) = |\sigma_{\Delta}(\omega)|^2. \quad (5.11b)$$

Si la ec.(5.7) se sustituye en la ec.(5.11b) se obtiene

$$\begin{aligned} P_{\Delta}(\omega) &= F_{\Delta}(\omega)P(\omega) \\ &= (1 - \rho_{\Delta}(\omega))^2 \text{VAR}(\sigma) \pi \Gamma \exp(-|\omega|\Gamma), \end{aligned} \quad (5.12)$$

donde

$$F_{\Delta}(\omega) = (1 - \rho_{\Delta}(\omega))^2. \quad (5.13)$$

En la Fig. 5.3 se muestra la forma de $P_{\Delta}(\omega)$ para varios valores de Δ . En esta figura también se muestra la curva $P(\omega)$, lo cual sirve para ver más fácilmente el efecto del filtro $F_{\Delta}(\omega)$. Fundamentalmente, el efecto de filtro consiste en eliminar las frecuencias tales que $|\omega| < 2\pi/\Delta$.

Por comodidad, el argumento de F en la ec.(5.10) será designado como $R_{\Delta}(E)$. La gráfica de $R_{\Delta}(0)$ como función de Δ da una curva que esencialmente es la curva de Pappalardo; para que en efecto coincidiera con ésta faltaría dividirla entre el cuadrado del promedio de la sección. La curva $R_{\Delta}(E)$, desde luego, se puede obtener como la transformada inversa de Fourier de

$P_{\Delta}(\omega)$. En particular, $R_{\Delta}(0)$ es, simplemente, la integral de $+$ a $-\infty$ de $P_{\Delta}(\omega)$. Sin embargo, resulta interesante hacer un cálculo directo de $R_{\Delta}(E)$, lo cual hace evidente la relación entre $R_{\Delta}(E)$ y $R(E)$. Para esto, si se suma y se resta $\bar{\sigma}$ en la expresión de $R_{\Delta}(E)$ es posible expresarla como

$$R_{\Delta}(E) = R(E) - \overline{(\sigma(E) - \bar{\sigma}) \langle \sigma - \bar{\sigma} \rangle_{\Delta}(0)} - \overline{(\sigma(0) - \bar{\sigma}) \langle \sigma - \bar{\sigma} \rangle_{\Delta}(E) + \langle \sigma - \bar{\sigma} \rangle_{\Delta}(E) \langle \sigma - \bar{\sigma} \rangle_{\Delta}(0)}. \quad (5.14)$$

En esta igualdad se pueden intercambiar el orden de los promedios, es decir, para el caso del segundo término del lado derecho de la igualdad esto sería

$$\begin{aligned} \overline{(\sigma(E) - \bar{\sigma}) \langle \sigma - \bar{\sigma} \rangle_{\Delta}(0)} &= \overline{(\sigma(E) - \bar{\sigma}) \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} (\sigma(E') - \bar{\sigma}) dE'} = \\ &= \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} \overline{(\sigma(E) - \bar{\sigma}) (\sigma(E') - \bar{\sigma})} dE' = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} R(E - E') dE' = \frac{1}{\Delta} \int_{E-\Delta/2}^{E+\Delta/2} R(E') dE' = \\ &= \langle R \rangle_{\Delta}(E) = \text{VAR}(\sigma) \frac{\Gamma}{\Delta} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{E+\Delta/2}{\Gamma} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{E-\Delta/2}{\Gamma} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Si se hace esto, la ec.(5.14) toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} R_{\Delta}(E) &= R(E) - 2\langle R \rangle_{\Delta}(E) + \langle \langle R \rangle_{\Delta} \rangle_{\Delta}(E) = \\ &= \text{VAR}(\sigma) \left[\frac{\Gamma^2}{E^2 + \Gamma^2} - 2 \frac{\Gamma}{\Delta} \left(\tan^{-1} \left(\frac{E+\Delta/2}{\Gamma} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{E-\Delta/2}{\Gamma} \right) \right) \right. \\ &+ \frac{\Gamma^2}{\Delta^2} \left\{ \frac{E+\Delta}{\Gamma} \tan^{-1} \left(\frac{E+\Delta}{\Gamma} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \left(\frac{E+\Delta}{\Gamma} \right)^2 \right) \right. \\ &+ \frac{E-\Delta}{\Gamma} \tan^{-1} \left(\frac{E-\Delta}{\Gamma} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \left(\frac{E-\Delta}{\Gamma} \right)^2 \right) \\ &\left. \left. - 2 \frac{E}{\Gamma} \tan^{-1} \left(\frac{E}{\Gamma} \right) + \ln \left(1 + \left(\frac{E}{\Gamma} \right)^2 \right) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Si en esta ecuación se hace $E=0$ se obtiene la curva teórica de Pappalardo, o sea,

$$R_{\Delta}(0) = \text{VAR}(\sigma) \left[1 - 4 \frac{\Gamma}{\Delta} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta}{2\Gamma} \right) + \frac{\Gamma^2}{\Delta^2} \left\{ 2 \frac{\Delta}{\Gamma} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta}{\Gamma} \right) - \ln \left(1 + \left(\frac{\Delta}{\Gamma} \right)^2 \right) \right\} \right]. \quad (5.17)$$

En la Fig. 5.4 se muestra la forma de $R_{\Delta}(0)/\text{VAR}(\sigma)$ como función de Δ .

En el capítulo 4, cuando se vió que con el método de Pappalardo no se obtenían, en algunos casos, curvas en las cuales se observara una meseta, se hizo una modificación al método de Pappalardo. La modificación consiste en restar a la función de excitación un promedio de ventana (de tamaño δ) y después aplicar el método normal de Pappalardo. La idea de restar el promedio de ventana es la de eliminar una segunda posible estructura que varíe más lentamente con la energía que la componente de núcleo compuesto, por lo cual δ es normalmente mucho mayor que Γ . El cálculo del espectro de potencia correspondiente, $P_{\Delta}(\delta, \omega)$, no es complicado; pero el cálculo de la función de autocorrelación correspondiente, $R_{\Delta}(\delta, E)$, es muy laborioso; por esto sólo se derivará la forma de $P_{\Delta}(\delta, \omega)$. Para este fin es conveniente usar el teorema de Wiener-Khintchine, lo cual requiere de la transformada de Fourier de la cantidad cuya fluctuación se determina en el método modificado de Pappalardo, es decir,

$$\sigma(E) - \langle \sigma \rangle_{\delta}(E) - \langle \sigma(E) - \langle \sigma \rangle_{\delta}(E) \rangle_{\Delta}.$$

Usando el resultado de la ec.(5.4) es fácil ver que la transformada de Fourier de esta cantidad es

$$(1 - \rho_{\delta}(\omega))(1 - \rho_{\Delta}(\omega))\sigma(\omega).$$

De donde se sigue usando el teorema de Wiener-Khintchine que

$$\begin{aligned}
 P_{\Delta}(\delta, \omega) &= (1 - \rho_{\delta}(\omega))^2 (1 - \rho_{\Delta}(\omega))^2 |\sigma(\omega)|^2 \\
 &= (1 - \rho_{\delta}(\omega))^2 (1 - \rho_{\Delta}(\omega))^2 P(\omega).
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

En esta igualdad se ve claramente que la modificación al método de Pappalardo esencialmente consiste en un ~~filtrado~~ filtro adicional, con el filtro $(1 - \rho_{\delta}(\omega))^2$, con respecto al método normal de Pappalardo. El filtro $F_{\delta}(\omega) = (1 - \rho_{\delta}(\omega))^2$ tendrá como función la de eliminar la contribución de las frecuencias bajas, entre las cuales se sospecha que puede existir una componente no estadística.

Con objeto de entender un poco más el ~~método~~ método de Pappalardo se puede partir de la ec. (5.10) y escribir $R_{\Delta}(E)$ como

$$R_{\Delta}(E) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\Delta}(\omega) \exp(i\omega E) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\Delta}(\omega) P(\omega) \exp(i\omega E) d\omega, \tag{5.19}$$

donde $F_{\Delta}(\omega) = (1 - \rho_{\Delta}(\omega))^2$. Si se hace la aproximación

$$F_{\Delta}(\omega) \approx F_{\Delta}^0(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{si } |\omega| < \frac{2\pi}{\Delta} \\ 1 & \text{si } |\omega| > \frac{2\pi}{\Delta}, \end{cases} \tag{5.20}$$

entonces

$$\begin{aligned}
 R_{\Delta}^0(E) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\Delta}^0(\omega) P(\omega) \exp(i\omega E) d\omega \\
 &= \text{VAR}(\sigma) \Gamma \int \frac{\exp(-\omega \Gamma) \exp(i\omega E) d\omega}{2\pi/\Delta} \\
 &= \text{VAR}(\sigma) \frac{\Gamma}{\Gamma - iE} \exp\left\{2\frac{\pi}{\Delta}(-\Gamma + iE)\right\}.
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

La curva de Pappalardo es la gráfica de $R_{\Delta}(0)$ como función de Δ , o sea,

$$R_{\Delta}(0) = \text{VAR}(\sigma) \exp(-2\pi \frac{\Gamma}{\Delta}). \tag{5.22}$$

En esta aproximación o, si se quiere, variante al método de Pappalardo, la forma correspondiente a la curva de Pappalardo, $R_{\Delta}^0(0)$, resulta ser la integral del espectro de potencia, $P(\omega)$, de $2\pi/\Delta$ a ∞ , es decir,

$$R_{\Delta}^0(0) = \frac{1}{\pi} \int_{2\pi/\Delta}^{\infty} P(\omega) d\omega. \quad (5.23)$$

La diferencia se debe únicamente a la función filtro que se usa en cada caso. En el método de Pappalardo se usa $F_{\Delta}(\omega) = (1 - \rho_{\Delta}(\omega))^2$ y en esta variante se usa $F_{\Delta}^0(\omega)$ definida en la ec. (5.20). En la Fig. 5.5 se comparan la curva de Pappalardo, $R_{\Delta}(0)$, y su variante, $R_{\Delta}^0(0)$. Tal vez sea pertinente hacer notar aquí que no tiene sentido preguntar cual es más precisa. Cualquiera de las dos curvas puede ser considerada como la curva teórica; pero una vez adoptada alguna, es decir, definido un método de análisis, se debe ser consistente con él. En este trabajo se adoptará el uso de $R_{\Delta}(0)$, la cual corresponde al conocido método de Pappalardo.

A la curva $R_{\Delta}(0)$ como función de Δ le falta ser dividida entre el cuadrado de la sección promedio para realmente ser la curva de Pappalardo. Más precisamente, la curva de Pappalardo, $C(\Delta)$, es

$$C(\Delta) = \frac{(\sigma - \langle \sigma \rangle_{\Delta})^2}{\bar{\sigma}^2} \quad (5.24)$$

El valor de $C(\Delta)$ se puede obtener directamente de la ec. (5.17) resultando

$$C(\Delta) = C \left[1 - 4 \frac{\Gamma}{\Delta} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta}{2\Gamma} \right) + \frac{\Gamma^2}{\Delta^2} \left\{ 2 \frac{\Delta}{\Gamma} \tan^{-1} \left(\frac{\Delta}{\Gamma} \right) - \ln \left(1 + \left(\frac{\Delta}{\Gamma} \right)^2 \right) \right\} \right]. \quad (5.25)$$

donde: $C = \text{VAR}(\sigma) / \bar{\sigma}^2$.

5.3 EFECTO DE LA RESOLUCION

En la sección anterior se hizo un análisis del método de Pappalardo, tomando como punto de partida el conocimiento de la sección. Sin embargo, en la práctica, al determinar experimentalmente la sección, lo que se obtiene es $\langle \sigma \rangle_R$, o sea,

$$\langle \sigma \rangle_R(E) = \int_0^{\infty} \rho_R(E'-E) \sigma(E') dE', \quad (5.26)$$

donde ρ_R es una función de peso que tiene que ver con la resolución experimental, la cual queda determinada por causas tales como la dispersión en energía del haz y el grueso del blanco empleado. En lo que sigue se considerará que

$$\rho_R(E) = \begin{cases} 1 & \text{si } |E| < R \\ 0 & \text{si } |E| > R. \end{cases} \quad (5.27)$$

Debido al efecto de la resolución experimental finita resulta necesario investigar el comportamiento del siguiente estimador de la varianza reducida

$$\frac{(\langle \sigma \rangle_R - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_{\Delta})^2}{\langle \sigma \rangle_R^2}. \quad (5.28)$$

Con objeto de aislar el efecto de la resolución del efecto de medir la fluctuación respecto a una línea base diferente de $\bar{\sigma}$, sería muy ilustrativo analizar el comportamiento de la cantidad $(\langle \sigma \rangle_R - \bar{\sigma})^2$ como función de R. Esto se hará siguiendo un camino semejante al usado en la sección anterior, para lo cual si se define

$$P_R(\omega) = F\{(\langle \sigma \rangle_R(E) - \bar{\sigma})(\langle \sigma \rangle_R(0) - \bar{\sigma})\}. \quad (5.29)$$

El argumento de F de esta igualdad, que será llamado $P_R(\omega)$, se puede escribir, siguiendo los pasos usados en la obtención de

La ec. (5.15), como

$$\begin{aligned}
 R_R(E) &= \langle\langle R \rangle_R \rangle_R(E) \\
 &= \text{VAR}(\sigma) \frac{\Gamma^2}{R^2} \left\{ \frac{E+R}{\Gamma} \text{tañ}^{-1} \left(\frac{E+R}{\Gamma} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \left(\frac{E+R}{\Gamma} \right)^2 \right) \right. \\
 &\quad + \frac{E-R}{\Gamma} \text{tañ}^{-1} \left(\frac{E-R}{\Gamma} \right) - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \left(\frac{E-R}{\Gamma} \right)^2 \right) \\
 &\quad \left. - 2 \frac{E}{\Gamma} \text{tañ}^{-1} \left(\frac{E}{\Gamma} \right) + \ln \left(1 + \left(\frac{E}{\Gamma} \right)^2 \right) \right\}. \quad (5.30)
 \end{aligned}$$

El valor de la varianza es simplemente $R_R(0)$, o sea,

$$\text{VAR}(\langle\sigma\rangle_R) = R_R(0) = \text{VAR}(\sigma) \frac{\Gamma^2}{R^2} \left\{ 2 \frac{R}{\Gamma} \text{tañ}^{-1} \left(\frac{R}{\Gamma} \right) - \ln \left(1 + \left(\frac{R}{\Gamma} \right)^2 \right) \right\}. \quad (5.31)$$

Esta expresión de $\text{VAR}(\langle\sigma\rangle_R)$ es la forma propuesta por Dallimore y Hall para tomar en cuenta el efecto de la resolución en el análisis de la varianza reducida (ver ec. (3.3)). Desde luego esto no es aplicable al método de Pappalardo pues en este caso se está usando a $\bar{\sigma}$ como línea base en vez de $\langle\sigma\rangle_\Delta$.

Si se aplica el teorema de convolución en la ec. (5.30) para encontrar la transformada de Fourier de $R_R(E)$, o sea, $P_R(\omega)$, se obtiene

$$P_R(\omega) = \rho_R^2(\delta) P(\omega). \quad (5.32)$$

En la Fig. 5.6 se muestra la forma de $P_R(\omega)/\text{VAR}(\sigma)$ para varios valores de la resolución R . En esta figura se ve claramente cómo la resolución afecta principalmente a las frecuencias altas.

En la sección anterior se vió que el método de Pappalardo equivale a un filtrado con la función $F_\Delta(\omega) = (1 - \rho_\Delta(\omega))$, o sea,

$$P_\Delta(\omega) = F_\Delta(\omega) P(\omega).$$

Ahora, se acaba de ver que el efecto de la resolución equivale

a un filtrado con la función $F_R(\omega) = \rho_R^2(\omega)$, o sea,

$$P_R(\omega) = F_R(\omega)P(\omega).$$

Cuando se quiere tomar en cuenta la presencia de ambos efectos conviene determinar la transformada de Fourier de

$$\langle \sigma \rangle_R(E) - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_{\Delta}(E),$$

la cual es fácil ver que está dada por

$$\langle \sigma \rangle_R(\omega) - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_{\Delta}(\omega) = F\{\langle \sigma \rangle_R(E) - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_{\Delta}(E)\} = \rho_R(\omega)(1 - \rho_{\Delta}(\omega))\sigma(\omega),$$

de donde si

$$R_{\Delta}^R(E) = \frac{(\langle \sigma \rangle_R(E) - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_{\Delta}(E))(\langle \sigma \rangle_R(0) - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_{\Delta}(0))}{\dots} \quad (5.33)$$

y

$$P_{\Delta}^R(\omega) = F\{R_{\Delta}^R(E)\}, \quad (3.34)$$

entonces por el teorema de Wiener-Khinchine

$$\begin{aligned} P_{\Delta}^R(\omega) &= \frac{|\langle \sigma \rangle_R(\omega) - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_{\Delta}(\omega)|^2}{\dots} \\ &= \rho_R^2(\omega)(1 - \rho_{\Delta}(\omega))^2 |\sigma(\omega)|^2 \\ &= F_R(\omega)F_{\Delta}(\omega)P(\omega). \end{aligned} \quad (5.35)$$

En esta expresión de $P_{\Delta}^R(\omega)$ se ve como $F_R(\omega)$ elimina las frecuencias altas, $|\omega| > \frac{2\pi}{R}$, y $F_{\Delta}(\omega)$ elimina las frecuencias bajas, $|\omega| < \frac{2\pi}{\Delta}$.

Si en la ec.(5.33) se suma y se resta $\bar{\sigma}$ ésta se puede reescribir como

$$R_{\Delta}^R(E) = \langle \langle R \rangle_R \rangle_R(E) - 2\langle \langle \langle R \rangle_R \rangle_R \rangle_{\Delta}(E) + \langle \langle \langle \langle R \rangle_R \rangle_R \rangle_{\Delta} \rangle_{\Delta}(E). \quad (5.36)$$

Efectuando los promedios indicados en esta ecuación y evaluando

en $E=0$ se obtiene la curva de Pappalardo $R_{\Delta}^R(0)$:

$$R_{\Delta}^R(0) = \text{VAR}(\sigma) \left\{ \frac{\Gamma^2}{R^2} G\left(\frac{R}{\Gamma}\right) - \frac{2\Gamma^3}{R^2\Delta} \left[H\left(\frac{\Delta/2-R}{\Gamma}\right) + H\left(\frac{\Delta/2+R}{\Gamma}\right) - 2H\left(\frac{\Delta}{2\Gamma}\right) \right] + \frac{\Gamma^4}{R^2\Delta^2} \left[F\left(\frac{\Delta-R}{\Gamma}\right) + F\left(\frac{\Delta+R}{\Gamma}\right) - 2F\left(\frac{R}{\Gamma}\right) - 2F\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right) \right] \right\}, \quad (5.37)$$

donde

$$G(x) = 2x \tan^{-1}(x) - \ln(1+x^2), \quad (5.38a)$$

$$H(x) = x^2 \tan^{-1}(x) - \tan^{-1}(x) - x \ln(1+x^2), \quad (5.38b)$$

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 \tan^{-1}(x) - x \tan^{-1}(x) - \frac{1}{2}x^2 \ln(1+x^2) + \frac{1}{6} \ln(1+x^2). \quad (5.38c)$$

La forma de la curva $R_{\Delta}^R(0)$ como función de Δ se muestra en la Fig. 5.7 para $R=0.075\text{Mev}$ y $\Gamma=0.163\text{Mev}$.

La función G de la ec.(5.37) proviene del término $\langle\langle R \rangle_R \rangle_{\Delta}^R(0)$ de la ec.(5.36), el término $-2\langle\langle R \rangle_R \rangle_{\Delta}^R(0)$ da lugar a las tres funciones H que aparecen en la ec.(5.37) y, finalmente, el término $\langle\langle\langle R \rangle_R \rangle_{\Delta} \rangle_{\Delta}^R(0)$ da lugar a las cuatro funciones F .

Si se comparan las ecs.(5.16) y (5.36) y se hace uso de que el orden en que se toman los promedios no importa, es decir, $\langle\langle R \rangle_R \rangle_{\Delta}^R(E) = \langle\langle R \rangle_{\Delta} \rangle_R(E)$, se obtiene

$$R_{\Delta}^R(E) = \langle\langle R_{\Delta} \rangle_R \rangle^R(E). \quad (5.39)$$

Por último, si se redefine la $C(\Delta)$ para poder tomar en cuenta la resolución, o sea, en vez de la ec.(5.25) se usa

$$C(\Delta) = \frac{(\langle\sigma\rangle_R - \langle\langle\sigma\rangle_R \rangle_{\Delta})^2}{\bar{\sigma}^2} \quad (5.40)$$

(en el denominador se usa $\bar{\sigma}$ pues $\langle\langle\sigma\rangle_R \rangle_{\Delta} = \bar{\sigma}$), se obtiene, usando la

$$\begin{aligned}
 C(\Delta) = & C \left[\frac{\Gamma^2}{R^2} G\left(\frac{R}{\Gamma}\right) \right. \\
 & - 2 \frac{\Gamma^3}{R^2 \Delta} \left[H\left(\frac{\Delta/2-R}{\Gamma}\right) + H\left(\frac{\Delta/2+R}{\Gamma}\right) - 2H\left(\frac{\Delta}{2\Gamma}\right) \right] \\
 & \left. + \frac{\Gamma^4}{R^2 \Delta^2} \left[F\left(\frac{\Delta-R}{\Gamma}\right) + F\left(\frac{\Delta+R}{\Gamma}\right) - 2F\left(\frac{R}{\Gamma}\right) - 2F\left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right) \right] \right], \quad (5.41)
 \end{aligned}$$

donde $C = \text{VAR}(\sigma) / \bar{\sigma}^2$.

5.4 EFECTO DE MUESTRA FINITA DE DATOS

Hasta ahora, se ha considerado que se cuenta con muestras infinitas de datos, de tal manera que no se han enfrentado los problemas que plantea el manejar muestras finitas. Por ejemplo, si se tiene una función de excitación en un intervalo de energía de tamaño I y se tiene en cuenta que Δ no puede ser definida para aquellos puntos que disten menos que $\Delta/2$ de los extremos, entonces es posible usar alguno de los siguientes estimadores de $C(\Delta)$:

$$\text{i) } C^{\text{exp}}(\Delta) = \frac{\langle (\langle \sigma \rangle_R - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_\Delta)^2 \rangle_{I-\Delta}}{\langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_I^2} \quad (5.42a)$$

$$\text{ii) } C^{\text{exp}}(\Delta) = \frac{\langle (\langle \sigma \rangle_R - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_\Delta)^2 \rangle_{\Delta_0}}{\langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_I^2} \quad (5.42b)$$

En la segunda opción, $\Delta_0 < I$ y esto determina la Δ máxima para la cual queda definida $C^{\text{exp}}(\Delta)$. En este caso lo que se gana es mantener fija la muestra analizada, en este caso de tamaño Δ_0 . En la primera opción, se tiene la ventaja de usar una muestra lo más grande posible, lo cual es de esperarse que reduzca las barras de error. Sin embargo, esto es a costa de variar la mues

tra a medida que aumenta Δ , lo cual porña introducir comportamientos de $C^{\text{exp}}(\Delta)$ no previsible. En este trabajo, después de probar estas dos opciones se prefirió usar la segunda para el análisis de los datos experimentales, pues, por ejemplo, el carácter monótono creciente de $C(\Delta)$ lo cumplen mejor las curvas resultantes cuando se usa la segunda opción (ver la Fig. B.1 del apéndice B).

Al usar la ec.(5.42b) como estimador de $C(\Delta)$ definido en la ec.(5.40) surge la cuestión de si $\overline{C^{\text{exp}}(\Delta)} = C(\Delta)$. Dar respuesta a esta incógnita en forma exacta no es fácil; pero si se supone que $\overline{C^{\text{exp}}(\Delta)}$ se puede escribir como

$$\overline{C^{\text{exp}}(\Delta)} = \frac{\langle (\langle \sigma \rangle_R - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_{\Delta})^2 \rangle_{\Delta_0}}{\langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_I^2} \quad (5.43)$$

(una suposición semejante fue hecha por Dallimore y Hall (Da-66). La ec.(5.43) se justificará más adelante usando una muestra finita extraída de un ensemble representativo del proceso) entonces se ve fácilmente que $\overline{C^{\text{exp}}(\Delta)} \neq C(\Delta)$. Esto se debe a que en el numerador se puede intercambiar el orden de los promedios sobre el ensemble y sobre el intervalo Δ_0 , obteniéndose simplemente $\langle \langle \sigma \rangle_R - \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_{\Delta} \rangle_{\Delta}^2$, el cual coincide con el numerador de $C(\Delta)$ (ver e.(5.40)). El denominador de la ec.(5.43) se puede calcular en forma semejante a la derivación de la ec.(5.15), obteniéndose

$$\begin{aligned} \langle \langle \sigma \rangle_R \rangle_I^2 &= \bar{\sigma}^2 + \langle \langle \sigma - \bar{\sigma} \rangle_R \rangle_I^2 = \bar{\sigma}^2 + \langle \langle \langle \langle \sigma \rangle \rangle_R \rangle_I \rangle_I \\ &= \bar{\sigma} + \text{VAR}(\sigma) \frac{\Gamma^4}{R^2 I} \{ F(\frac{\Delta-R}{I}) + F(\frac{\Delta+R}{I}) - 2F(\frac{R}{I}) - 2F(\frac{\Delta}{I}) \}, \end{aligned} \quad (5.44)$$

donde $F(x)$ está dada por la ec.(5.38c). Con esto se ve que

$\langle\langle\sigma\rangle_R\rangle_I^2 \neq \bar{\sigma}$, es decir, no coinciden los denominadores de las ecs. (5.40) y (5.43). Por tanto, $C^{\text{EXP}}(\Delta) \neq C(\Delta)$. La forma de $C^{\text{EXP}}(\Delta)$ usando la aproximación de la ec.(5.43) es

$$C^{\text{EXP}}(\Delta) = C \left\{ \frac{\Gamma^2 G(\frac{R}{\Gamma})}{R^2} - 2 \frac{\Gamma^3}{R^2 \Delta} \left[H(\frac{\Delta/2-R}{\Gamma}) + H(\frac{\Delta/2+R}{\Gamma}) - 2H(\frac{\Delta}{2\Gamma}) \right] \right. \\ \left. + \frac{\Gamma^4}{R^2 \Delta^2} \left[F(\frac{\Delta-R}{\Gamma}) + F(\frac{\Delta+R}{\Gamma}) - 2F(\frac{R}{\Gamma}) - 2F(\frac{\Delta}{\Gamma}) \right] \right\} \\ \times \left[1 + C \frac{\Gamma^4}{R^2 \Delta^2} \left[F(\frac{I-R}{\Gamma}) + F(\frac{I+R}{\Gamma}) - 2F(\frac{R}{\Gamma}) - 2F(\frac{\Delta}{\Gamma}) \right] \right]^{-1} \quad (5.45)$$

donde $C = \text{VAR}(\sigma) / \bar{\sigma}^2$ y las funciones $G(x)$, $H(x)$ y $F(x)$ están dadas por las ecs. (5.38a), (5.38b) y (5.38c). En la Fig. 5.8 se muestra la forma de $C^{\text{EXP}}(\Delta)$ para $C=1$, $R=0.075\text{Mev}$ y $\Gamma=0.163\text{Mev}$.

5.5 EFECTO DE LA DISCRETEZ DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

La forma de la expresión de $C^{\text{EXP}}(\Delta)$, ec.(5.45), parte de calcular los promedios en forma continua y no discreta. Por ejemplo,

$$\langle\sigma\rangle_{\Delta}(E) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{\Delta}(E'-E) \sigma(E') dE' = \frac{1}{\Delta} \int_{E-\Delta/2}^{E+\Delta/2} \sigma(E') dE' \quad (5.46)$$

Experimentalmente, lo más que se puede hacer es definir

$$\langle\sigma\rangle_{\Delta}(E) = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=-n}^n \sigma(kp+E), \quad (5.47)$$

donde p es el tamaño del paso en energía al tomar los datos y $\Delta=2np$. Esta forma de definir el promedio energético determina que los valores esperados de los diferentes estimadores correspondientes a las distintas cantidades analizadas en las secciones anteriores sean diferentes a los ya derivados usando una

función de peso continua en lugar de discreta.

En el caso del efecto de la resolución, ~~en~~ si es correcto seguir usando la forma continua para calcular promedios.

Para tomar en cuenta el efecto de disponer de datos discretos y poder aprovechar los resultados ya obtenidos con anterioridad para el caso continuo, conviene redefinir la función de peso $\rho_{\Delta}(E)$ como

$$\rho_{\Delta}(E) = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=-n}^n \delta(E-kp), \quad (5.48)$$

la cual se designa como $\rho_n(E)$ en lo que sigue. Con esta nueva forma de ρ_n se puede seguir usando la ec. (5.46), lo cual permite hacer uso de todos los resultados anteriores. Por ejemplo, el espectro de potencia que se obtiene cuando la fluctuación se mide respecto a una línea base $\langle \sigma \rangle_{\Delta}(E)$ y, además se toma en cuenta el efecto de la resolución, seguirá teniendo la misma forma de antes (ver e. (5.35)), pero ahora $F_{\Delta}(\omega) = (1 - \rho_n(\omega))^2$ cambia, pues $\rho_n(\omega)$ en esta ocasión representa la transformada de Fourier de $\rho_n(E)$ definida por la ec. (5.48), o sea,

$$\begin{aligned} \rho_n(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_n(E) \exp(-i\omega E) dE = \frac{1}{2n+1} \left[1 + \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=1}^n (\exp(-i\omega p))^k \right\} \right] \\ &= \frac{1}{2n+1} \left[1 + \frac{\cos(\omega np) + \cos(\omega p) - 1 - \cos(\omega p(n+1))}{1 - \cos(\omega p)} \right]. \end{aligned} \quad (5.49)$$

En la Fig. 5.9 se muestra el espectro de potencia del caso discreto, $P_n^R(\omega) = (1 - \rho_n(\omega))^2 P(\omega)$, comparado con el caso continuo, $P_{\Delta}^R(\omega)$, para varios valores de n . Se puede ver cómo el efecto de usar $\rho_{\Delta}(E)$ continua, en lugar de $\rho_n(E)$ discreta, es más importante cuando Δ es pequeña. Esto, tal vez sea más claro si se comparan las correspondientes curvas de Pappalardo.

Si en la ec. (5.36) se efectúan los promedios $\langle \rangle_R$ como antes, pero los promedios $\langle \rangle_\Delta$ se sustituyen por $\langle \rangle_n$, o sea, usando la función de peso $\rho_n(E)$ dada por la ec. (5.4B), se obtiene

$$R_n^R(0) = \text{VAR}(\sigma) \left\{ \frac{\Gamma^2}{R^2} G\left(\frac{R}{\Gamma}\right) - 2 \frac{\Gamma^3}{R^2 \Delta} [H^n(\Delta, -\frac{R}{\Gamma}) + H^n(\Delta, \frac{R}{\Gamma}) - 2H^n(\Delta, 0)] \right. \\ \left. + \frac{\Gamma^4}{R^2 \Delta^2} [F^n(\Delta, -\frac{R}{\Gamma}) + F^n(\Delta, \frac{R}{\Gamma}) + 2F^n(0, \frac{R}{\Gamma}) - 2F^n(\Delta, 0)] \right\}, \quad (5.50)$$

donde $G(x)$ está dada como antes, ec. (5.38a) y

$$H^n(\Delta, x) = \frac{\Delta}{2\Gamma(2n+1)} \sum_{k=-n}^n G\left(\frac{k\Delta}{\Gamma} + x\right), \quad (5.51a)$$

$$F^n(y, x) = \begin{cases} \frac{\Delta^2}{2\Gamma^2(2n+1)^2} \sum_{\substack{k, j=-n \\ k \neq j}}^n G\left(\frac{(k-j)\Delta}{\Gamma} + x\right) & \text{si } y \neq 0 \\ \frac{\Delta^2}{2\Gamma^2(2n+1)} G(x) & \text{si } y = 0. \end{cases} \quad (5.51b)$$

En la fig. 5.10 se comparan las formas de $R^R(0)/\text{VAR}(\sigma)$ y $R_n^R(0)/\text{VAR}(\sigma)$ para $R=0.075\text{Mev}$ y $\Gamma=0.163\text{Mev}$.

Por último, la forma correspondiente de la varianza reducida, $\overline{C^{\text{exp}}(n)}$, es

$$\overline{C^{\text{exp}}(n)} = C \left\{ \frac{\Gamma^2}{R^2} G\left(\frac{R}{\Gamma}\right) - 2 \frac{\Gamma^3}{R^2 \Delta} [H^n(\Delta, -\frac{R}{\Gamma}) + H^n(\Delta, \frac{R}{\Gamma}) - 2H^n(\Delta, 0)] \right. \\ \left. + \frac{\Gamma^4}{R^2 \Delta^2} [F^n(\Delta, -\frac{R}{\Gamma}) + F^n(\Delta, \frac{R}{\Gamma}) + 2F^n(0, \frac{R}{\Gamma}) - 2F^n(\Delta, 0)] \right\} \\ \times \left\{ 1 + C \frac{\Gamma^4}{R^2 \Delta^2} [F^n(I, -\frac{R}{\Gamma}) + F^n(I, \frac{R}{\Gamma}) + 2F^n(0, \frac{R}{\Gamma}) - 2F^n(I, 0)] \right\}^{-1} \quad (5.52)$$

En la Fig. 5.11 se comparan las formas de $\overline{C^{\text{exp}}(\Delta)}$ y $\overline{C^{\text{exp}}(n)}$

para $C=1$, $\Gamma=0.163\text{Mev}$ y $R=0.075\text{Mev}$.

5.6 ANALISIS DE FUNCIONES DE EXCITACION SINTETICAS

En la obtención de la expresión de $\overline{C^{\text{exp}}(n)}$, ec.(5.52), el único punto que puede ser cuestionado es la validez de la ec.(5.43), o sea, calcular el promedio del cociente como el cociente de los promedios. En esta sección se tratará de dar alguna evidencia de que esta aproximación no es mala. Esto se hará en base al estudio de una muestra de funciones de excitación sintéticas seleccionadas del ensemble representativo del proceso. Para cada una de estas funciones de excitación se construirá $C^{\text{exp}}(n)$, se promediarán las curvas resultantes y, finalmente, se comparará este promedio con la predicción teórica, $\overline{C^{\text{exp}}(n)}$, dada por la ec.(5.52).

La generación de la muestra del ensemble representativo del proceso se efectuó tratando de simular el mayor número posible de condiciones experimentales. Para simular el efecto de muestra finita se generaron funciones de excitación en un intervalo de energía igual, en unidades de Γ , al del experimento tratado en el capítulo 4.

Los elementos de matriz $S_{c,c}$ asociados al proceso $c \rightarrow c'$ se tomaron de acuerdo al siguiente modelo

$$S_{c,c}(E) = \bar{h} \frac{G_n^{c,c'}}{E_n - E + i\Gamma_n/2} \quad (5.53)$$

Las resonancias se escogieron equidistantes

$$E_n = nD, \quad n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (5.54)$$

y todas con la misma anchura

$$\Gamma_n = \Gamma, \quad (5.55)$$

y el efecto del momento angular no fue considerado por simplicidad.

Tanto la parte real como la imaginaria de los residuos $G_n^{c'c}$ fueron muestreados de la misma distribución gaussiana de ancho a y centrada en cero. Las $G_n^{c'c}$ fueron tomadas estadísticamente independientes cuando $n \neq n'$. El promedio de la ec.(5.53) es entonces cero.

La sección y su promedio se definen como

$$\sigma_{c'c} = |S_{c'c}|^2, \quad (5.56)$$

$$\langle \sigma_{c'c} \rangle = \langle |S_{c'c}|^2 \rangle, \quad (5.57)$$

donde $c' \neq c$. En esta definición no se toma en cuenta el factor usual $\pi \lambda^2$, con objeto de tener una función de excitación estacionaria. Sustituyendo la ec.(5.53) en la ec.(5.57) se encuentra, para $\Gamma \gg D$,

$$\langle \sigma_{c'c} \rangle = \frac{4\pi(a/D)^2}{\Gamma/D}. \quad (5.58)$$

Para una Γ/D dada, a/D se escogió, por conveniencia, de tal manera que $\langle \sigma_{c'c} \rangle = 1$.

Usando las ideas anteriores se construyó una muestra de 100 funciones de excitación definidas en un intervalo de aproximadamente 50Γ . La razón Γ/D se escogió igual a 20. Con objeto de evitar efectos en los bordes del intervalo, se generaron resonancias en un intervalo de energía de un tamaño igual a 200Γ y, en un intervalo de 50Γ centrado en este intervalo de resonancias, se generó la función de excitación. El paso en energía en las funciones de excitación se escogió semejante al experi-

mental en unidades de Γ , lo cual da un total de 111 puntos para cada función de excitación.

Para cada función de excitación de la muestra se construyó la curva de Pappalardo correspondiente de acuerdo a la ec.(5.42b). Después, se calculó la curva promedio sobre la muestra. En la Fig. 5.12 se comparan este promedio, $\langle C^{\text{exp}}(n) \rangle$, y el promedio sobre el ensemble, $\overline{C^{\text{exp}}(n)}$, dado por la ec.(5.52) usando $C=1$. Las barras de error de la curva promedio de la muestra se calcularon como el valor RMS sobre la muestra dividido entre 10 para cada punto. Se ve que las dos curvas de la Fig. 5.12 coinciden dentro de las barras de error, lo cual se puede tomar como evidencia de que la aproximación de la ec.(5.43) es bastante buena.

Es de interés notar que el error relativo en cada punto, es decir, el error dividido entre el valor del promedio del ensemble para cada punto, es esencialmente constante (ver tabla 5.1). En este caso el error se toma como el valor RMS, sin dividir entre 10, pues ahora se está considerando las barras de error asociadas a una curva de la muestra del ensemble de curvas de Pappalardo.

Dado que el error relativo es esencialmente constante, se decidió determinar el valor de C (ver ec.(5.52)) mediante un ajuste por mínimos cuadrados pesados. Esto queda más claro si se define la cantidad $S(C)$ de acuerdo a la ec.(5.59), cuyo valor se trata de minimizar como función de C (ver ec.(5.52)).

$$\begin{aligned}
 S(C) &= \sum_{n=1}^{27} (C^{\text{exp}}(n) - \overline{C^{\text{exp}}(n)})^2 \frac{1}{C^{\text{exp}}(n)^2} \\
 &= \sum_{n=1}^{27} \left(\frac{C^{\text{exp}}(n)}{C^{\text{exp}}(n)} - 1 \right)^2
 \end{aligned} \tag{5.59}$$

En la definición de $S(C)$, $C^{\text{exp}}(n)$ representa el valor de la curva experimental de Pappalardo y $C^{\text{exp}}(n)$ está dada por la ec. (5.52), y representa a la curva teórica para un valor de la varianza reducida igual a C , que es el parámetro respecto al cual se quiere minimizar a S .

En esta forma se determinó el valor de C que minimiza a S para cada una de las curvas de Pappalardo correspondientes a las 100 funciones de excitación sintéticas. El valor medio de estos 100 valores es 1.0234 y la desviación estandar igual a 0.4647, la cual se puede considerar como barra de error para cada determinación de la varianza reducida. Si se prefiere identificar la barra de error como la fluctuación respecto al valor teórico, que es igual a 1, en vez de medirla respecto al promedio de la muestra, se obtiene una barra de error igual a 0.463.

En el capítulo 4 se mencionó que una de las posibles causas de las formas "irregulares" de las curvas de Pappalardo correspondientes a las funciones de excitación de los diferentes estados finales en la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N}, \alpha)^{22}\text{Na}$ (ver Fig. 4X), es que esta reacción procedía en alguna medida, vía algún proceso más rápido que el de núcleo compuesto, lo cual equivale a introducir en la función de excitación variaciones con la energía más lentas que las fluctuaciones estadísticas debidas a la formación de un núcleo compuesto. Esta manera de interpretar la forma de las curvas de Pappalardo se sugiere, sobre todo, por el aparente mal comportamiento de las curvas para valores grandes de Δ , que, se recuerda, es el tamaño de la ventana usada para definir la línea base del método de Pappalardo. En base a esta explicación se propuso en el capítulo 4 una modificación

al método de Pappalardo. Esta consiste en sustraer a los datos experimentales un promedio de ventana de los mismos datos, que sólo contenga la variación lenta con la energía y, dentro de la cual, se encuentre la contribución de algún proceso diferente al de núcleo compuesto; al restar este promedio a los valores experimentales se espera tener sólo contribución debida a la formación del núcleo compuesto.

Como resultado de este análisis, ahora se cuenta con un criterio más objetivo para clasificar una notoria anomalía de una curva experimental de Pappalardo como indicio de alguna estructura no estadística. Por ejemplo, se puede ver si la curva cae dentro o fuera de las barras de error. Algo realmente importante de hacer notar es que las barras de error relativo resultan ser constantes. Esto, aunado a que el valor del error relativo sea grande, 46.53%, y a que la curva típica de Pappalardo empieza en cero y crece asintóticamente hasta un cierto valor, hace que buena parte de las curvas experimentales que presenten fuertes irregularidades para Δ grande puedan ser interpretadas, a primera vista, como estructuras no estadísticas. Sin embargo, ahora que se sabe que el error relativo vale 46.53 % se ve que hay que ser más cuidadoso al tratar de identificar la presencia de estructuras no estadísticas. Con objeto de ver aislado el efecto de un error relativo de esta magnitud, en la Fig. 5.13 se muestran varias de las curvas de Pappalardo de algunas de las funciones de excitación sintéticas, comparadas con la curva teórica de Pappalardo correspondiente a la varianza reducida teórica de la muestra que es igual a 1 y con $r=0.163$ Mev. En esta figura se ven algunas curvas que a primera vista pueden ser consideradas como indicadores de posibles estructu-

ras no estadísticas, mientras que las funciones de excitación sintéticas por construcción corresponden enteramente a un proceso de núcleo compuesto.

En vista de esta situación, no es justificable eliminar la parte de Δ grande en las curvas experimentales de Pappalardo para la determinación de la varianza reducida, puesto que la "irregularidad" en muchas de las curvas experimentales es sólo en apariencia mayor para Δ grande. La manera más objetiva de proceder sería la de ver si alguna parte de la curva cae fuera de las barras de error, en cuyo caso podría pensarse en suprimir esos puntos de la curva en la determinación de la varianza reducida. Si este fuera el caso, esto sería una fuerte evidencia de alguna otra estructura.

REFERENCIAS

Da-65 Dallimore, P. J. y Hall, I., Phys. Lett. 18 (1965) 138.

CAPITULO 6 COMPARACION DEL CALCULO TEORICO CON EL VALOR EXPERIMENTAL

6.1 INTRODUCCION

Con objeto de poder obtener un valor experimental de la varianza reducida de una función de excitación, la cual está relacionada con el parámetro estadístico N_{eff} ver ec.(2.50), o sea, el número de canales estadísticamente independientes que intervienen en la reacción, en el capítulo 4 se decidió usar el método de Pappalardo. La forma de la curva típica que se obtiene con este método se explico en el capítulo 4. Una característica fundamental de esta curva es que debe presentar una meseta a partir de la cual se puede determinar el valor de la varianza reducida; en caso de contar con valores de la función de excitación en un intervalo muy grande con relación a la anchura de correlación, es posible usar el valor en la meseta como una buena aproximación de la varianza reducida. El principal problema que se encontró en el capítulo 4 es el que las curvas experimentales de Pappalardo en varios casos no presentaban una meseta, lo cual impidió en aquella ocasión extraer el valor de la varianza reducida. Lo más razonable parecía ser que las fuertes irregularidades de la curvas eran atribuibles a la posible contribución a la sección de algún proceso diferente al de núcleo compuesto, el cual sería más evidente en la parte de Δ grande en la curva de Pappalardo, pues es ahí donde contribuyen las variaciones lentas con la energía que se presentan en una

función de excitación y que corresponden a procesos más rápidos que el de núcleo compuesto. Esto motivó que, en el capítulo 4, se tratara de eliminar de la función de excitación la contribución de estas estructuras débilmente dependientes de la energía mediante una modificación al método de Pappalardo, la cual se analiza en el apéndice A. Sin embargo, esta forma de explicar los resultados no es más que una interpretación, ya que sólo se basa en la observación de fuertes irregularidades en algunas curvas de Pappalardo. En esa situación era necesario determinar hasta qué punto esta justificado atribuir esas fuertes irregularidades para Δ grande a la presencia de estructuras no estadísticas. En el capítulo 5, para este fin, se realizó un estudio de una muestra de funciones de excitación sintéticas tomadas de un ensemble correspondiente al caso en el que sólo hay una sección básica y definidas en un intervalo de energía semejante, en unidades de Γ (anchura de correlación), al de las funciones de excitación experimentales. Entre otros resultados se vió que las curvas de Pappalardo sintéticas también exhibían fuertes irregularidades para Δ grandes. Sin embargo sometiendo la misma información a un análisis cuidadoso, se vió que el error relativo del promedio de la muestra, definido como la raíz cuadrada de la variación cuadrática media respecto a la curva promedio del ensemble, dividido entre el valor de esta curva en cada punto, es constante como función de Δ y bastante grande, $\approx 50\%$. Al comprobarse que las irregularidades de las curvas de Pappalardo no son exclusivas de la parte de Δ grande y que el error relativo de estas curvas es bastante grande, resulta menos obvia la interpretación de las fuertes irregularidades de las curvas de Pappalardo como evidencia de la existencia de es-

estructuras no estadísticas en la función de excitación. A menos que las curvas experimentales estén fuera de las barras de error, en cuyo caso habrá una base más objetiva para sospechar la presencia de estructura no estadística:

En el capítulo 5 se determinó la forma de la curva teórica de Pappalardo en función del valor de la varianza reducida y de la anchura de correlación (ver ec.(5.52)). Esto habrió la posibilidad de extraer el valor de la varianza reducida experimentalmente usando un ajuste por mínimos cuadrados pesados como fue descrito en el capítulo 5. Esto es un gran avance en relación a la situación anterior, es decir, a utilizar únicamente la supuesta meseta de la curva de Pappalardo y tomar este valor como una aproximación de la varianza reducida o, en dado caso, corregir este valor usando las expresiones propuestas por Dallimore y Hall (ver ec.(3.18)), la cual, desde luego, no es la expresión adecuada. Con base en estas consideraciones, en este capítulo se procederá a reanalizar las funciones de excitación correspondientes a los diferentes estados finales del ^{22}Na en la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$. Para esto, desde luego, se hará uso de los resultados obtenidos en el capítulo 5.

6.2 EXTRACCION DE LA VARIANZA REDUCIDA

En esta sección se efecturá la extracción de la varianza reducida de las funciones de excitación de los diferentes estados finales de la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$ (ver Fig. 4.1), mediante un ajuste pro mínimos cuadrados pesados. Es decir, se tratará de minimizar respecto a C el valor de la cantidad $S(C)$ (ver ec.(5.59). En la ec.(5.59) $C^{\text{exp}}(n)$ representa la curva experimental de Pappalardo en el punto $\Delta=2np$ (p es el tamaño en

energía del paso experimental), definida por la ec.(5.42b), y $C^{\text{exp}}(n)$ representa la curva teórica de Pappalardo en el punto $\Delta=2np$ (ver ec.(5.52)), correspondiente a un valor de la varianza reducida igual a C , que es el parámetro respecto al cual se quiere minimizar la cantidad $S(C)$.

Los valores de la varianza reducida obtenidos con el método de mínimos cuadrados pesados se muestran en la Tabla 6.1 bajo la columna $C_{m.c.}$; los diferentes estados residuales del ^{22}Na se identifican con su energía de excitación y el valor J^{π} .

Con objeto de poder hacer una comparación más significativa entre la teoría y el experimento es muy conveniente contar con expresiones para las barras de error de los resultados. Uno de los resultados del capítulo 5 que se obtuvo en el análisis de la muestra de funciones de excitación sintéticas es que las barras de error relativo de las curvas de Pappalardo son esencialmente constantes. Si se acepta que las barras de error relativo no dependen apreciablemente del valor de la varianza reducida, es posible usar el valor del error relativo obtenido en el capítulo 5, 46.53%, en el caso de las funciones de excitación experimentales. Dado que las curvas de Pappalardo son muy irregulares, se optó por aplicar las barras de error a la curva de Pappalardo que predice la teoría estadística, o sea, la ec. (5.52) con C igual al valor que predice la teoría estadística (ver la ec.(2.49)). La descripción detallada del cálculo de acuerdo a la teoría estadística es materia de la próxima sección.

6.3 CALCULO TEORICO DE LA VARIANZA REDUCIDA DE LA SECCION

El cálculo de la varianza reducida C fue realizado con-

siderando que la reacción $^{12}\text{C}+^{14}\text{N}$ procede fundamentalmente a través de núcleo compuesto en un intervalo amplio de energías de bombardeo (von Oe-70, K1-73, K1-74, Be-73, Ha-74, Wo-75, Ze-76, St-74, Lo-76, Co-78, Ha-78). La ec.(2.49) fue la expresión usada para el cálculo teórico.

Los factores de penetración que aparecen en la ec.(2.49) se calcularon usando, para cada canal, los mismos potenciales ópticos que fueron usados en la referencia (Co-78) para ajustar la sección promedio. Estos se muestran en la Tabla 6.2. Los niveles discretos del núcleo residual, lo mismo que los parámetros de la fórmula de densidad de niveles para la región del espectro tratada en la aproximación de un continuo, son los mismos que en la referencia (Co-78). Estos se muestran en la Tabla 6.2. Estas cantidades se usan para evaluar $\text{Tr}(P^J)$ que aparece en la expresión de C, ec.(2.49). Explícitamente,

$$\text{Tr}(P^J) = \sum_{\alpha' s' l'} P_{\alpha' s' l'}$$

donde la suma sobre α' indica una suma sobre todos los posibles pares de partículas residuales y sobre los estados excitados de éstas que sean accesibles a la energía considerada. En la práctica la suma se efectúa hasta una energía de excitación E_c para cada núcleo residual (ver Tabla 6.2). De E_c hasta la máxima energía permitida, la suma se reemplaza por una integral sobre un continuo de estados descritos con la siguiente densidad de niveles propuesta por Gilbert y Cameron (Gi-65)

$$\rho(E, J) = \frac{1}{2} \omega(E) e(E, J), \quad (6.1)$$

donde

$$e(E, J) = \exp(-J^2/2ct) - \exp(-(J+1)^2/2ct) \quad (6.2)$$

$$\omega(E) = \frac{\exp\{2(aU)^{1/2}\}}{12(2ac)^{1/2}at^3} \quad (6.3)$$

La cantidad U se puede escribir como $U=E-\Delta$ o como $U=at^2$, donde Δ es la corrección de energía de apareamiento y t es la temperatura nuclear. La cantidad c se relaciona con el parámetro de corte de spin σ por la expresión $\sigma^2=ct$ y con el parámetro de densidad de niveles a como $c=(1.44/\pi^2)A^{2/3}a$.

En reacciones en las que tanto el blanco como el proyectil son iones pesados se ha encontrado evidencia experimental acerca de la existencia de un momento angular crítico J_{Max} que limita la formación de un núcleo compuesto, de tal manera que las ondas parciales en el canal de entrada con un momento angular $l > J_{\text{Max}}$ no contribuyen a la formación de un núcleo compuesto (Na-72, Le-74 y varias referencias citadas en esta última). Klapdor (Kl-76) desarrolló un método que resulta ser mucho más confiable que el análisis de la sección experimental para determinar el parámetro J_{Max} . El método de Klapdor explota la gran selectividad de spins altos de algunas reacciones con iones pesados para determinar el momento angular crítico J_{Max} en sistemas nucleares ligeros ($A < 40$). El método se basa en un análisis, con el modelo estadístico (fórmulas de Hauser-Feshbach), de razones de secciones de niveles del núcleo final en reacciones con iones pesados; se trata de hacer una predicción, variando el valor de J_{Max} , de tal manera de lograr el mejor ajuste de las razones experimentales.

La existencia de un momento angular crítico es un hecho comprobado experimentalmente; sin embargo, todavía no es claro en que medida este fenómeno se origina a partir de efectos di-

námicos en el canal de entrada o a partir de una estabilidad limitada del núcleo compuesto. En el caso de la reacción que se está analizando, $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$, se ha visto (Co-78) que a las energías de bombardeo de 11.1 y 13.8 Mev (c.m.) el momento angular crítico J_{Max} vale $8\hbar$ y $10\hbar$ respectivamente. En estos dos casos se piensa que el valor de J_{Max} se debe al momento angular de "grazing" l_{gr} , o sea, el valor del momento angular orbital para el cual el coeficiente de transmisión vale $1/2$, $T(l_{\text{gr}})=1/2$. A una energía de bombardeo de 17Mev (c.m.) el valor de J_{Max} es de $12\hbar$, el cual parece deberse a un límite de yrast definido en el ^{26}Al como la extrapolación de la banda rotacional del estado base ($K^\pi=5^+$).

En el cálculo de la varianza reducida efectuado para una energía de bombardeo de 13.846Mev se usó el valor sugerido del momento angular crítico, $J_{\text{Max}}=10\hbar$; se comprobó que un cambio en J_{Max} de uno, en promedio, afecta el valor de C en menos de 14%.

6.4 COMPARACION TEORIA EXPERIMENTO

Los resultados del cálculo teórico descritos en la sección anterior se muestran en la Tabla 6.1 bajo la columna C_{t.e.}. En la Fig. 6.1 se comparan la curva de Pappalardo experimental (línea punteada) con la que predice la teoría estadística (línea continua), a la cual se asignan barras de error como se describe en la sección 6.2. Las barras de error también se muestran como líneas continuas. Otra manera más global de hacer esta comparación es: usar en vez de la curva experimental de Pappalardo la correspondiente curva teórica que se obtiene a partir de la experimental mediante un ajuste por mínimos cuadrados

pesados. En la Fig. 6.2 se muestra esta comparación. Se ve que las curvas experimentales de Pappalardo pertenecientes a el estado base y a los niveles excitados primero, noveno, décimo, décimoprimer y décimosegundo están a menos de una barra de error del valor que predice la teoría estadística. Los niveles excitados tercero, cuarto, octavo, décimotercero y décimocuarto están a más de una barra de error pero a menos de dos. En suma, de un total de 11, son 6 los niveles para los que, dentro de las barras de error, concuerdan la teoría y el experimento; es decir, un 55% de los niveles. Esto parece indicar una concordancia razonable entre la predicción teórica y el valor experimental.

De los 5 niveles para los cuales la curva experimental de ajuste por mínimos cuadrados dista más de una barra de error de la respectiva curva que predice la teoría estadística, las de los niveles excitados tercero y cuarto son las más alejadas. Además en las curvas experimentales de la Fig. 6.1 de estos niveles, se observa una rampa que comienza alrededor de 2Mev en ambos casos, y que, aparentemente, es la responsable de que las curvas se salgan de los límites de las barras de error. En vista de esto, estos dos niveles son los candidatos más fuertes para presentar alguna estructura no estadística. Conviene notar que las funciones de excitación de estos dos niveles son dos de las tres funciones de excitación que, en el capítulo 4, fueron sometidas a la eliminación de una estructura, aparentemente, no estadística. Con esto se logró mejorar las formas de las correspondientes curvas de Pappalardo (ver Fig. 4.3):

En caso de ser correcta la sospecha de la presencia de alguna estructura no estadística en la función de excitación de

los niveles tercero y cuarto, explicando, consecuentemente, para estos dos niveles la discrepancia entre el valor teórico y el experimental, se reduce a 3, sólomente, los casos en que no concuerdan teoría y experimento, lo cual es realmente satisfactorio como comprobación de la teoría estadística.

REFERENCIAS

- Be-68 Bearnse, R. C., Phys. Rev. 175 (1968) 1442.
- Be-73 Belote, T. A., Nyas-Weiss, N., Beccker, J. A., Cornell, J. C., Fisher, P. S., Hudson, P. N., Menchaca-Rocha, A., Panigiotou, A. D. y Scott, D. K., Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 450.
- Co-78 Cordel, K. R., Thornton, S. T., Dennis, L. C., Sweizer, T. C., Gómez del Campo, J. y Ford, Jr., J. L. C., Nucl. Phys. A298 (1978).
- Fa-70 Fallk, W. R., Huber, A., Matter, V., Benjamin, R. W. y Marmier, P., Nucl. Phys. A140 (1970) 548.
- Gi-65 Gilbert, A. y Cameron, A. G. W., Can. J. Phys. 43, (1965), 1446.
- Gr-72 Greenwood, L. R., Katori, K. y Siemssen, R. H., Phys. Rev. C6 (1972) 2112.
- Ha-74 Hanson, D. L., Stokstad, R. G., Erb, K. A., Oster, C. y Bromley, D. A., Phys. Rev. C9 (1974) 929.
- Ha-78 Hallock, J. N., Enge, H. A., Sperduto, A., Garnett, J. D., Middleton, R. y Fortune, H. T., Nucl. Phys. A306.
- K1-73 Klapdor, H. V. y Reiss, H., Z. Phys. 262 (1973) 83.
- K1-74 Klapdor, H. V., Reiss, H. y Roesner, G., Phys. Lett. 53b (1974) 147.
- K1-76 Klapdor, H. V., Reiss, H. y Roesner, G., Nucl. Phys. A262 (1976) 157.
- Le-74 Lefort, M., Le Beye, Y. y Peter, J., Actas de la Conf. Int. Reactions between complex nuclei, Nashville 1974.

eds. R. L. Robinson et. al. (North-Holland, Amsterdam 1974) Vol. II.

- Lo-76 Lowry, M., Schweitzer, J. S., Dayras, R. y Stokstad, R. G., Nucl. Phys. A259 (1976) 122.
- McFa-66 McFadden, L. y Satccler, G. R., Nucl. Phys. 84, (1966) 177.
- Na-72 Natowitz, J. B., Chulik, E. T. y Namboodiri, M. N., Phys. Rev. C6 (1972) 2133.
- Pe-72 Perey, C. M. y Perey, F. G., Nucl. Data B10 (1972) 539.
- St-74 Stelson, P. H. y Thornton, S. T., Phys. Rev. C9 (1974) 1258.
- Vo-75 Volant, C., Conjeaud, S., Harar, S., Lee, S. M., Lepine, A. y Silveira, E. F., Nucl. Phys. A238 (1975) 120.
- vonOe-70 von Oertzen, W., Liu, M., Caverzasio, C., Jacmart, J. C., Pougheon, F., Riou, M., Roynette, J. C. y Stephan, C., Nucl. Phys. A143 (1970) 34.
- Ze-76 Zeller, A. F., Williams-Norto, M. E., Puigh, R. J., Moore, G. E., Kemper, K. W. y Hudson, G. M., Phys. Rev. C6 (1976) 2162.

CAPITULO 7 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha querido investigar hasta que punto el formalismo de Ericson para el tratamiento de las fluctuaciones estadísticas que se observan en una función de excitación a energías unos cuantos Mev arriba del umbral de emisión de neutrón, es adecuado en la descripción, no solo cualitativa sino cuantitativa, de este fenómeno.

Con objeto de que la comprobación de la predicción de la teoría estadística sea más significativa, todos los parámetros que aparecen en el cálculo teórico de la varianza reducida basado en el formalismo de Ericson, los cuales también aparecen en la expresión que la misma teoría estadística propone para la sección media (fórmulas de Hauser-Feshbach), fueron mantenidos fijos e iguales a los valores usados en la referencia (Co-78), en la cual se describe la sección promedio y la anchura de coherencia o de correlación Γ .

Para extraer un valor experimental de la varianza reducida se eligió el método de Pappalardo. Este método es adecuado para el caso en que las fluctuaciones estadísticas estén superpuestas a alguna tendencia que varíe lentamente con la energía. Esto ocurre muy frecuentemente cuando se analiza una reacción con iones pesados pues, para estas reacciones, la anchura de correlación es grande (del orden de 100Kev para reacciones como la estudiada, $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$, lo cual implica un intervalo de energías grande para la función de excitación, si es que se quiere tener un número adecuado de piezas de datos estadística-

mente independientes (las cuales son de tamaño igual a πI). Esto último es con la idea de reducir las barras de error o efecto de muestra finita de datos. El problema de usar un intervalo de energía muy grande para la función de excitación es que entonces es muy probable que la línea base a partir de la cual se midan las fluctuaciones ya no sea una recta sino que muy seguramente presente ligeras variaciones con la energía.

El problema principal en relación al empleo del método de Pappalardo es que se carecía de una teoría estadística adecuada para este método que permitiera extraer el valor de la varianza reducida a partir de la forma de curva de Pappalardo. En vista de esta situación, en el capítulo 5 se desarrolla un tratamiento estadístico de este método que permite obtener una expresión de la forma de la curva teórica de Pappalardo en función de la varianza reducida, que se quiere determinar, y de la anchura de correlación. Esto brinda la oportunidad de hacer una determinación experimental de la varianza reducida usando el método de Pappalardo, lo cual no era posible anteriormente. Adicionalmente, en el capítulo 5 también se logra obtener una determinación numérica del tamaño de las barras de error inherente a este método para determinar la varianza reducida.

El contar con la forma teórica de la curva de Pappalardo y con estimaciones de las barras de error de este método, permiten emplear este procedimiento de análisis de la varianza reducida en una forma cuantitativa, y no meramente en forma cualitativa, como hasta ahora se venía haciendo. Aun en el terreno cualitativo estos resultados son importantés. Esto se debe a que lo esperado de una curva de Pappalardo es que presente una subida seguida de una meseta, cuyo comienzo es indicativo de

que ya se están tomando en cuenta, esencialmente, todas las fluctuaciones estadísticas debidas a la formación de un núcleo compuesto. Cuando en una curva de Pappalardo se observa una "evidente" irregularidad respecto al comportamiento mencionado, se sugiere (Ba-79, Or-80) la posibilidad de un origen no estadístico. Ahora que se cuenta con la curva teórica de Pappalardo y estimaciones de las barras de error, es posible dar una base más objetiva a la sospecha de estructura no estadística en algunos casos. Por ejemplo, si cierta parte de la curva no cae dentro de las barras de error. Esto es algo que se debe tener en cuenta al tratar de decidir respecto a la presencia o no de estructuras no estadísticas, pues dado que el error inherente al método de Pappalardo es en general grande ($\approx 50\%$ en la reacción estudiada en este trabajo) es muy fácil, si no se conoce éste, considerar una fuerte desviación respecto a la curva promedio, pero aún dentro de las barras de error, como debida a una estructura no estadística en la función de excitación correspondiente. Dentro de esta filosofía, en el capítulo 6 se concluyó que de los 11 niveles de la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$ que fueron analizados, las funciones de excitación de los niveles tercero y cuarto son los dos candidatos que probablemente presentan alguna contribución no estadística (ver Fig. 6.1 y 6.2). Con base en esta evidencia, resulta interesante estudiar distribuciones angulares de estos dos niveles. Probablemente podría identificarse alguna resonancia si se practicara un análisis semejante al seguido en la referencia (Or-80). En ese trabajo se estudia la reacción $^{12}\text{C}(^{15}\text{N},\alpha)^{23}\text{Na}$ a un ángulo en el laboratorio de 7° y en una región de excitación del núcleo compuesto de 26.81MeV a 34.63MeV. Tanto la reacción como las condiciones

en que se realizó se parecen mucho al experimento que se analiza aquí ($^{12}\text{C}(^{14}\text{N},\alpha)^{22}\text{Na}$ a 7° en el laboratorio y en una región de excitación del núcleo compuesto de 25.22MeV a 33.16MeV). En la referencia (Or-80) se identifican ciertas estructuras que presentan alta probabilidad de tener origen no estadístico. Estas son sometidas a un análisis que consiste en tomar distribuciones angulares en la resonancia y a una energía ligeramente desplazada de la resonancia. La idea de este estudio es la de comparar las distribuciones angulares experimentales con ajustes que presuponen la excitación de un nivel de alto spin del núcleo compuesto, con objeto de ver si este cálculo reproduce los datos experimentales. Con base en esto, estas estructuras parecen deberse a niveles resonantes relativamente aislados. Debido al alto momento angular involucrado, el número de canales abiertos es pequeño, lo cual hace más notorias estas estructuras para los canales abiertos.

El método de Pappalardo para la determinación de la varianza reducida ha sido usado en el análisis de varias reacciones con iones ligeros y pesados. Sin embargo, en el caso de reacciones con iones pesados (Sh-74, Ba-79, La-80, Ga-80, Or-80) la identificación de una meseta en las curvas de Pappalardo no es muy clara. Esta situación y el hecho de no conocer la forma de la curva teórica de Pappalardo, ha impedido en estos casos hacer una determinación experimental de la varianza reducida. En vista de esto sería interesante reanalizar estas reacciones usando los resultados del capítulo 5 en relación al tratamiento estadístico del método de Pappalardo. Aún en los casos en que se observa una meseta sería conveniente reanalizar los datos a la luz de los resultados del capítulo 5, pues estas son

las expresiones exactas que corresponden al método de Pappalardo.

Por último, en el capítulo 2 se hizo un análisis de la expresión

$$C(0) = \frac{1}{N_{\text{eff}}}(1 - Y_D^2),$$

donde Y_D se acostumbra tomar como la razón de la sección directa entre la suma de la sección directa más la sección de fluctuación. Sin embargo, la ec.(2.83) muestra que esto es una aproximación. En vista de esto, sería interesante calcular el valor de Y_D usando la ec.(2.83) para una reacción en la cual no hubieran muchos canales abiertos para no complicar demasiado el cálculo teórico y, de esta manera, tener una idea de que tan buena es la aproximación $Y_D = \sigma^{\text{dir}} / (\sigma^{\text{dir}} + \sigma^{\text{fl}})$.

REFERENCIAS

- Ba-79 Barrette, J., LeVine, M. J., Braun-Munzinger, P., Berkowitz, G. M., Gai, M., Harris, J. W., Jachcinski, C. M. y Uhlhorn, C. D., Phys. Rev. C20 (1979) 1759.
- Co-78 Cordel, K. R., Thornton, S. T., Dennis, L. C., Schweizer, T. C., Gómez del Campo, J. y Ford, Jr., J. L. C., Nucl. Phys. A296 (1978) 278.
- Ga-80 Galster, W., Dück, P., Fröhlich, H., Treu, W., Voit, H. y Lee, S. M. B., Phys. Rev. C22 (1980) 515.
- La-80 Labrie, J. P., Deschênes, L., L'Ecuyer, J. L., Nucl. Phys. A341 (1980) 159.
- Or-80 Ortiz, M. E., Andrade, E., Cardenas, M., Dacal, A., Menchaca-Rocha, A., Ford, Jr., J. L. C., Gómez del Campo, J., Robinson, R. L., Shapira, D. y Aguilera, E., Phys. Rev. C22 (1980) 1104.
- Sh-74 Shapira, D., Stokstad, R. G. y Bromley, D. A., Phys. Rev. C10 (1974) 1063.

APENDICE A
METODO MODIFICADO
DE PAPPALARDO

(Una función de
excitación con
dos estructuras
de diferente
anchura)

Supongase que se está en presencia de una función de excitación con una estructura fina de anchura Γ , modulada por una estructura con una anchura mayor Γ' . Si $\Gamma' \gg \Gamma$, la curva de Pappalardo mostrará una subida, luego una meseta y, eventualmente, otra subida. Es claro que a medida que Γ' se acerca a Γ , el tamaño de la meseta disminuye y, finalmente serán indistinguibles las dos subidas. Como resultado, debido a las barras de error, una meseta pequeña no será confiable. Sería muy conveniente si se contara con una manera de eliminar el origen de la segunda subida en la curva de Pappalardo. Es claro que, cuando $\Gamma' \gg \Gamma$, se puede lograr esto con el siguiente procedimiento. Se modifica la $d\sigma/d\Omega$ restándole su promedio $\langle d\sigma/d\Omega \rangle_\delta$ sobre un intervalo δ (que alisa la estructura fina) y se realiza el análisis de Pappalardo en el resultado $d\sigma/d\Omega - \langle d\sigma/d\Omega \rangle_\delta$. Desde luego, en este caso particular ($\Gamma' \gg \Gamma$) la meseta es tan grande que no se gana alguna ventaja adicional al eliminar la segunda subida. Se dará evidencia de que cuando Γ' y Γ no son muy diferentes, la modificación del método de Pappalardo descrita arriba actúa como un

filtro que permite definir una meseta asociada con Γ . Para este fin se analizará un ejemplo simple, el cual tiene solución analítica.

Supongase que se representa una de las dos estructuras con una senoide, $k\text{sen}(\omega E)$, en el intervalo $-\infty$ a $+\infty$. La línea base usada en el método de Pappalardo será

$$\langle k\text{sen}(\omega E) \rangle_{\Delta} \equiv \frac{1}{\Delta} \int_{E-\Delta/2}^{E+\Delta/2} k\text{sen}(\omega E') dE' = \frac{\text{sen}(\omega\Delta/2)}{\omega\Delta/2} k\text{sen}(\omega E). \quad (\text{A.1})$$

Si se mide la función original con respecto a la línea base (A.1), y se usa un paréntesis, $()_{\Delta}$, para denotarla, entonces

$$(k\text{sen}(\omega E))_{\Delta} \equiv k\text{sen}(\omega E) - \langle k\text{sen}(\omega E) \rangle_{\Delta} = \left(1 - \frac{\text{sen}(\omega\Delta/2)}{\omega\Delta/2}\right) k\text{sen}(\omega E). \quad (\text{A.2})$$

Su varianza calculada sobre un intervalo infinito es,

$$\text{VAR}\{(k\text{sen}(\omega E))_{\Delta}\} = \frac{1}{2} k^2 \left(1 - \frac{\text{sen}(\omega\Delta/2)}{\omega\Delta/2}\right)^2. \quad (\text{A.3})$$

La ec. A.3, cuando se grafica contra la variable Δ , es la curva de Pappalardo de la función $k\text{sen}(\omega E)$. Esta se muestra, para varios valores de k y ω , en la Fig A.1. Se observa que, cuando $\Delta \rightarrow \infty$, la curva oscila en torno al valor asintótico $k^2/2$, el cual corresponde a la meseta de Pappalardo.

La situación en la que se tienen dos estructuras de diferente anchura se puede simular usando dos sinusoides de frecuencias: 1 y ω , y con amplitudes 1 y k , respectivamente. En estas condiciones se tiene que

$$f(E) = \text{sen}(E) + k\text{sen}(\omega E). \quad (\text{A.4})$$

La curva de Pappalardo correspondiente está dada por

$$\text{VAR}\{(f)_{\Delta}\} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\text{sen}(\Delta/2)}{\Delta/2}\right)^2 + \frac{1}{2}k^2\left(1 - \frac{\text{sen}(\omega\Delta/2)}{\omega\Delta/2}\right)^2. \quad (\text{A.5})$$

Una gráfica de esta ecuación, para varios valores de ω , se muestra en la Fig. A.2 como la curva señalada por $\delta=\infty$. Se está usando $\omega < 1$, así que el primer término de la ec. A.4, $\text{sen}(E)$, o sea el de mayor frecuencia, es el que se quiere extraer. La amplitud de la estructura más ancha se escogió igual a $\sqrt{10}$, con objeto de hacer más difícil la extracción de la otra componente. En esta figura se ve claramente como las dos subidas asociadas con cada una de las dos estructuras se aproximan a medida que ω aumenta: la meseta que se ve cuando $\omega=1/5$, es difícilmente visible para $\omega=1/4$ y desaparece completamente para $\omega=1/3$ y $1/2$. Cuando Δ es suficientemente grande, estas curvas alcanzarán un valor asintótico, el cual, de acuerdo a la ec. (A.5), es igual a $1/2 + k^2/2 = 5.5$, pero no se muestra en la Fig. A.2. La estructura de estas curvas es semejante a la de aquellas curvas de Pappalardo que se obtienen de los datos experimentales (ver sección 4.2) que muestran una meseta incipiente o que no muestran meseta alguna (ver Fig. 4.2). En el ejemplo presente, el análisis modificado de Pappalardo será aplicable sólo para $\omega < \frac{1}{5}$; aún para $\omega=1/5$, la meseta corta, mostrada en la Fig. A.2a, es como un 60% mayor que el valor de la varianza (igual a 0.5) asociada a la estructura de frecuencia alta. Por eso, en lo que sigue, usando el modelo simplificado de dos estructuras sinusoidales, se tratará de determinar el efecto del método modificado de Pappalardo sobre la varianza reducida.

Primero se restará a $f(E)$ (ver ec. (A.4)) su promedio $\langle f \rangle_{\delta}$, sobre un intervalo δ , obteniendo

$$(f)_{\delta} \equiv f - \langle f \rangle_{\delta} = \left(1 - \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2}\right) \text{sen}(E) + k \left(1 - \frac{\text{sen}(\omega\delta/2)}{\omega\delta/2}\right) \text{sen}(\omega E). \quad (\text{A.6})$$

Esto será considerado como los nuevos datos a los cuales se les aplicará el análisis normal de Pappalardo. Por tanto, si se define una línea base promediando sobre un intervalo Δ , respecto a la cual se mide la fluctuación de la ec. (A.6), se obtiene

$$\begin{aligned} ((f)_{\delta})_{\Delta} &\equiv (f)_{\delta} - \langle (f)_{\delta} \rangle_{\Delta} = \\ &= \left(1 - \frac{\text{sen}(\Delta/2)}{\Delta/2}\right) \left(1 - \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2}\right) \text{sen}(E) + \\ &+ k \left(1 - \frac{\text{sen}(\omega\Delta/2)}{\omega\Delta/2}\right) \left(1 - \frac{\text{sen}(\omega\delta/2)}{\omega\delta/2}\right) \text{sen}(\omega E). \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

La varianza de la ec. (A.7) como función de Δ (evaluada en un intervalo infinito) será referida como la curva modificada de Pappalardo. Esta curva está dada por

$$\begin{aligned} \text{VAR}\{((f)_{\delta})_{\Delta}\} &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\text{sen}(\Delta/2)}{\Delta/2}\right)^2 \left(1 - \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2}\right)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k^2 \left(1 - \frac{\text{sen}(\omega\Delta/2)}{\omega\Delta/2}\right)^2 \left(1 - \frac{\text{sen}(\omega\delta/2)}{\omega\delta/2}\right)^2. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Se puede decir que este procedimiento actúa como un buen filtro si k^2 por el facto

$$\alpha_2(\omega) \equiv \left(1 - \frac{\text{sen}(\omega\delta/2)}{\omega\delta/2}\right)^2, \quad (\text{A.9})$$

asociado con el segundo término de la ec. (A.8), se puede hacer muy pequeño comparado con 1, y, al mismo tiempo, el factor

$$\alpha_1(\omega) \equiv \left(1 - \frac{\text{sen}(\delta/2)}{\delta/2}\right), \quad (\text{A.10})$$

asociado con el primer término de la ec. (A.8), se puede hacer suficientemente cercano a 1, con objeto de no alterar significativamente la componente de frecuencia alta que se quiere extraer. Por ejemplo, si $\delta=2$ se tiene $\alpha_1=1$. En este caso el comportamiento de α_2 como función de ω se muestra en la Fig. A.3.

Se puede ver que aún para $k^2=10$, el producto $k^2\alpha_2(\omega)$ es igual a 0.3 para $\omega=1/3$, y se hace rápidamente menor que este valor a medida que ω disminuye más.

En la Fig. A.2 se ve como la modificación del método de Pappalardo, en este problema de dos estructuras, cambia los resultados drásticamente. Las curvas correspondientes al método modificado están indicadas en esta figura con $\delta=2\pi$. Para este valor de δ y $\omega=1/5$ la modificación de los datos originales filtra casi completamente la segunda estructura (la estructura ancha), y la curva de Pappalardo resultante es casi idéntica a la que se quiere extraer. Se ve que para $\omega=1/3$ se puede aún extraer la componente de frecuencia alta muy confiablemente. El filtro empeora cuando $\omega \rightarrow 1$; de hecho, para $\omega=1/2$, se tiene que tomar δ tan pequeña como 5.25 para ver una tendencia a estabilizarse en la curva modificada de Pappalardo: pero esto ocurre en un valor mayor que el valor 0.5 que se quiere extraer. Al mismo tiempo la componente de frecuencia alta de los datos ha sido alterada, como se observa en la Fig. A.4, en la cual se presenta la curva modificada para varios valores de δ y $\omega=1/2$. En este caso extremo ($k^2=10$, $\omega=1/2$), no se puede confiar en el valor extraído para la varianza reducida.

Se ha visto que la modificación al método de Pappalardo actúa como un filtro que permite extraer con cierta confiabilidad la información relativa al proceso asociado con la anchura de correlación menor, el cual, en el ejemplo anterior, fué simulado con la señal de frecuencia mayor. En un caso real, esta acción de filtrado, además de eliminar las estructuras no deseadas, también afectará a la componente estadística de interés, por lo cual, aún en caso de obtener con este método una curva

que presente una meseta, hace falta saber como, a partir del valor en la meseta, se puede calcular el valor de la varianza reducida.

APENDICE B
COMPARACION DE
LOS ESTIMADORES
(5.42a) Y (5.42b)

En la sección 5.4 se presentó la disyuntiva entre la ec. (5.42a) y la ec. (5.42b) para ser usadas como estimadores de la cantidad dada por la ec. (5.40). Se optó por la ec. (5.42b) argumentando que las curvas correspondientes a esta ecuación son de un carácter monótono creciente más marcado que las que se obtienen con la otra ecuación. En la Fig. B.1 se comparan los dos tipos de curvas correspondientes a las funciones de excitación de la reacción $^{12}\text{C}(^{14}\text{N}, \alpha)^{22}\text{Na}$. Las curvas continuas corresponden a la ec. (5.42a) y las punteadas a la ec. (5.42b). Se puede ver que las curvas punteadas (las de la ec. (5.42b)) presentan una tendencia monótona creciente mejor que las curvas continuas. Esto, como se dijo en la sección 6.4, se debe a que en la opción a la muestra no se mantiene fija.

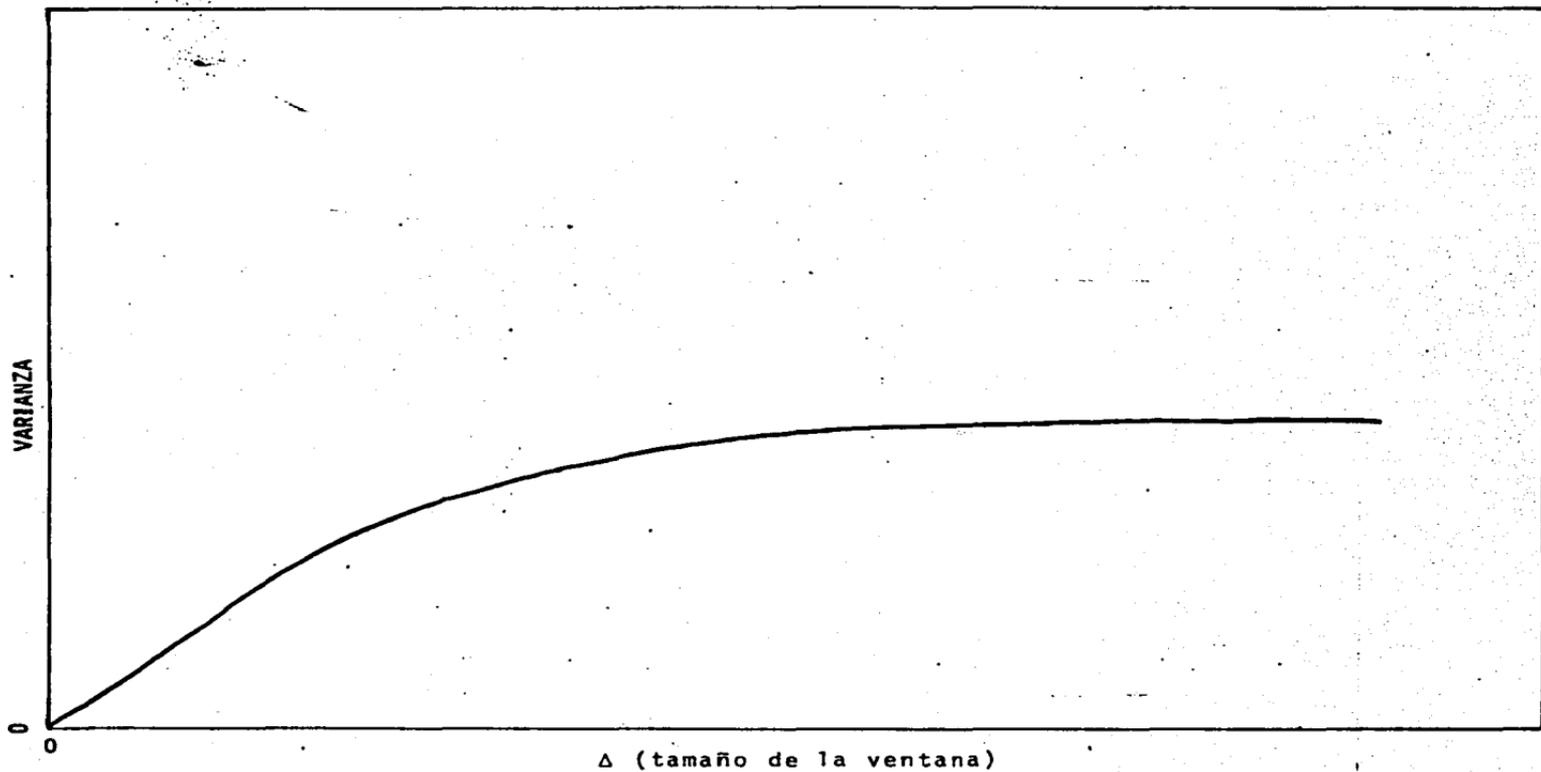


Fig. 3.1

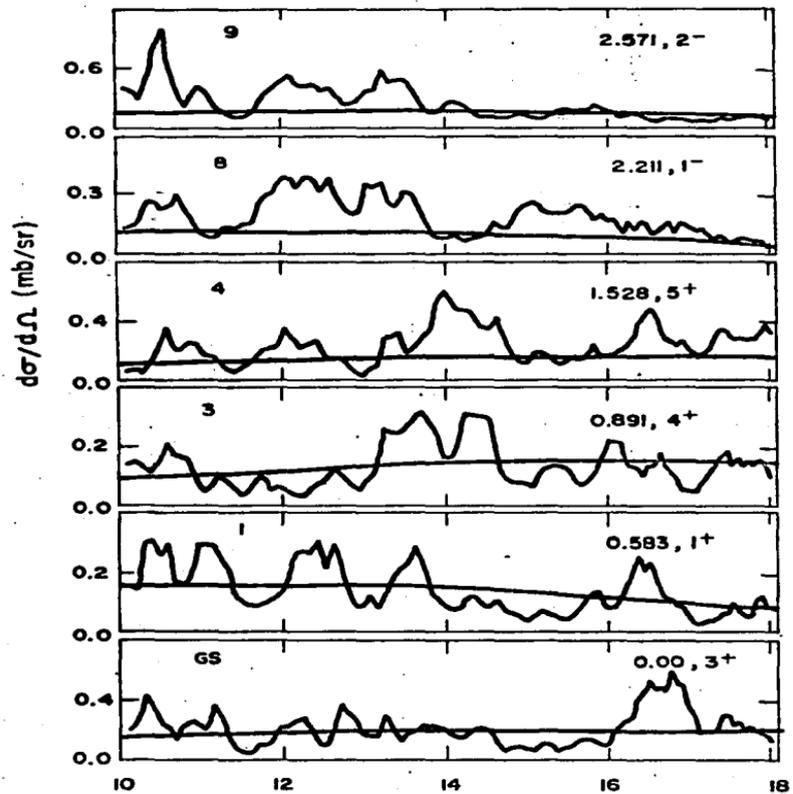
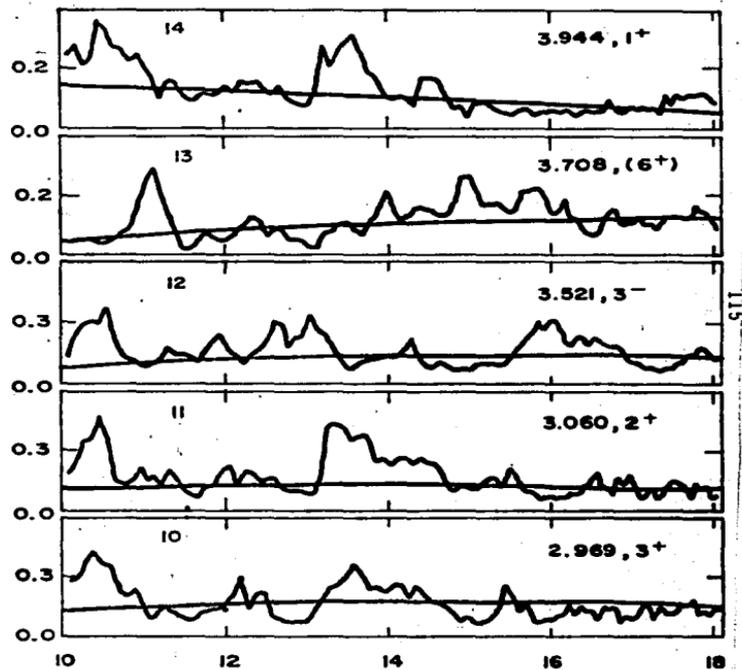


Fig. 4.1



ENERGIA (MeV)

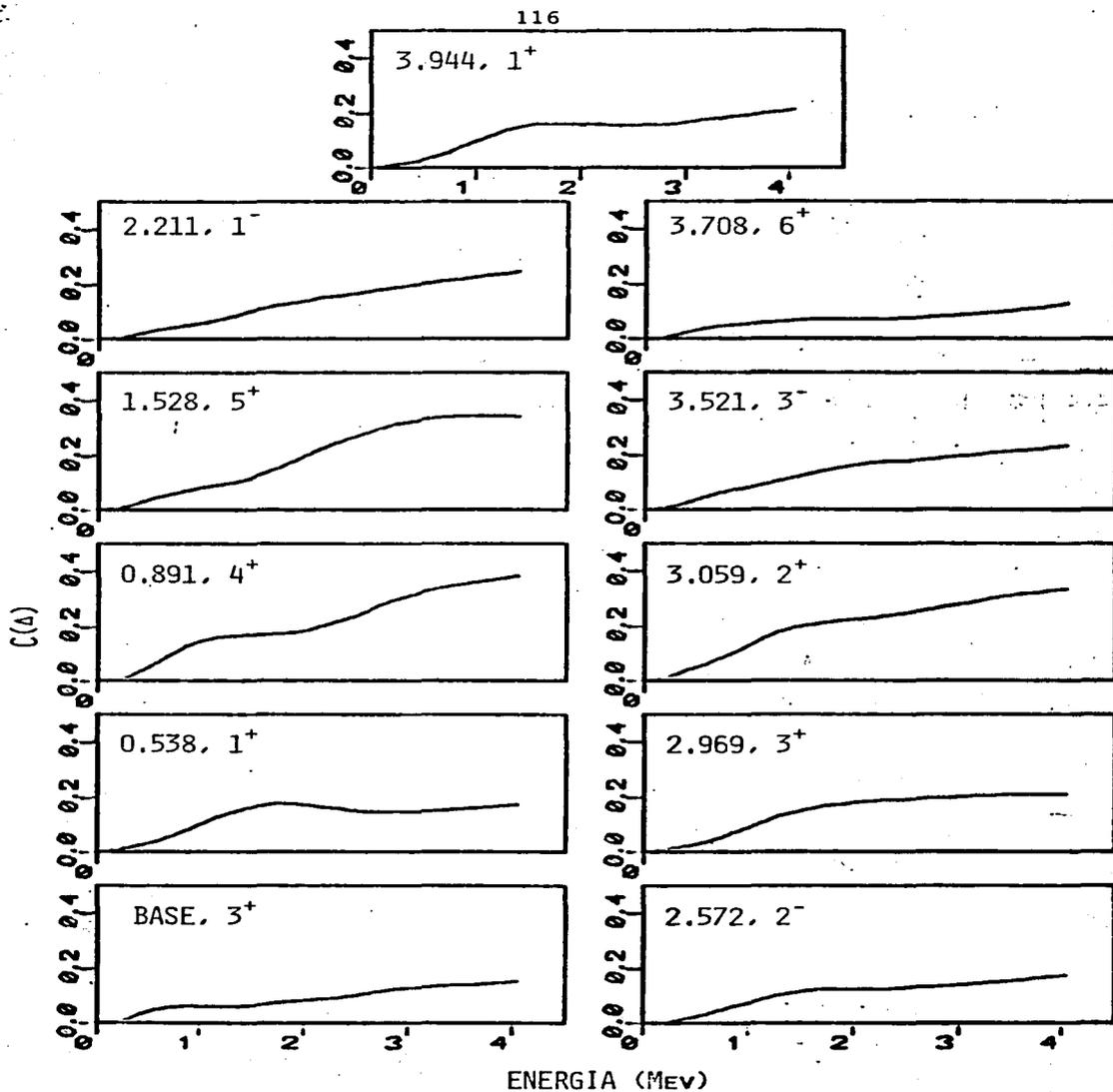
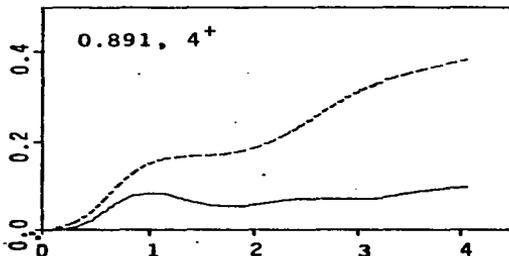
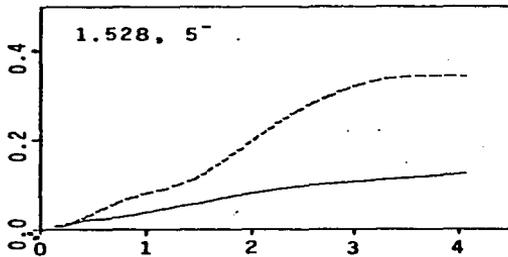
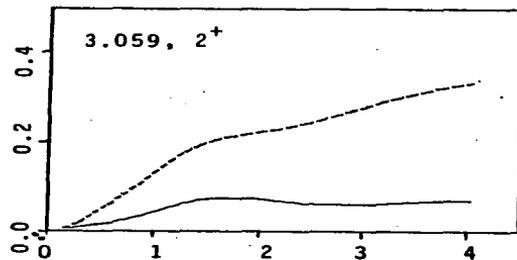


Fig. 4.2



--- no se suprimió la
estructura de la
función de excitación

— si se suprimió la
estructura de la
función de excitación

Fig. 4.3

--- método normal
de Pappalardo

— método modificado
de Pappalardo con
 $\delta=1.5\text{MEV}$

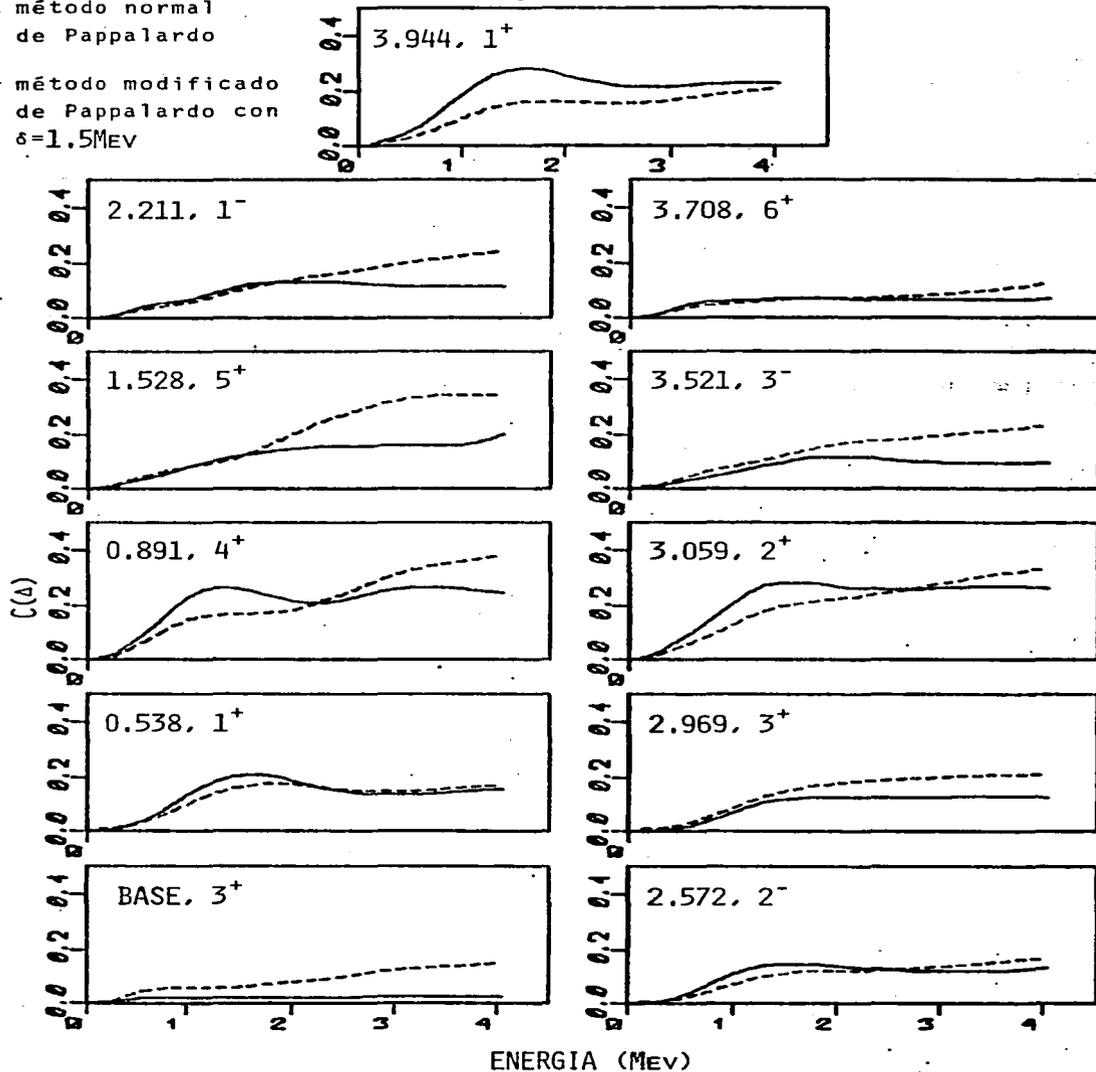


Fig. 4.4

ENERGA (MEV)

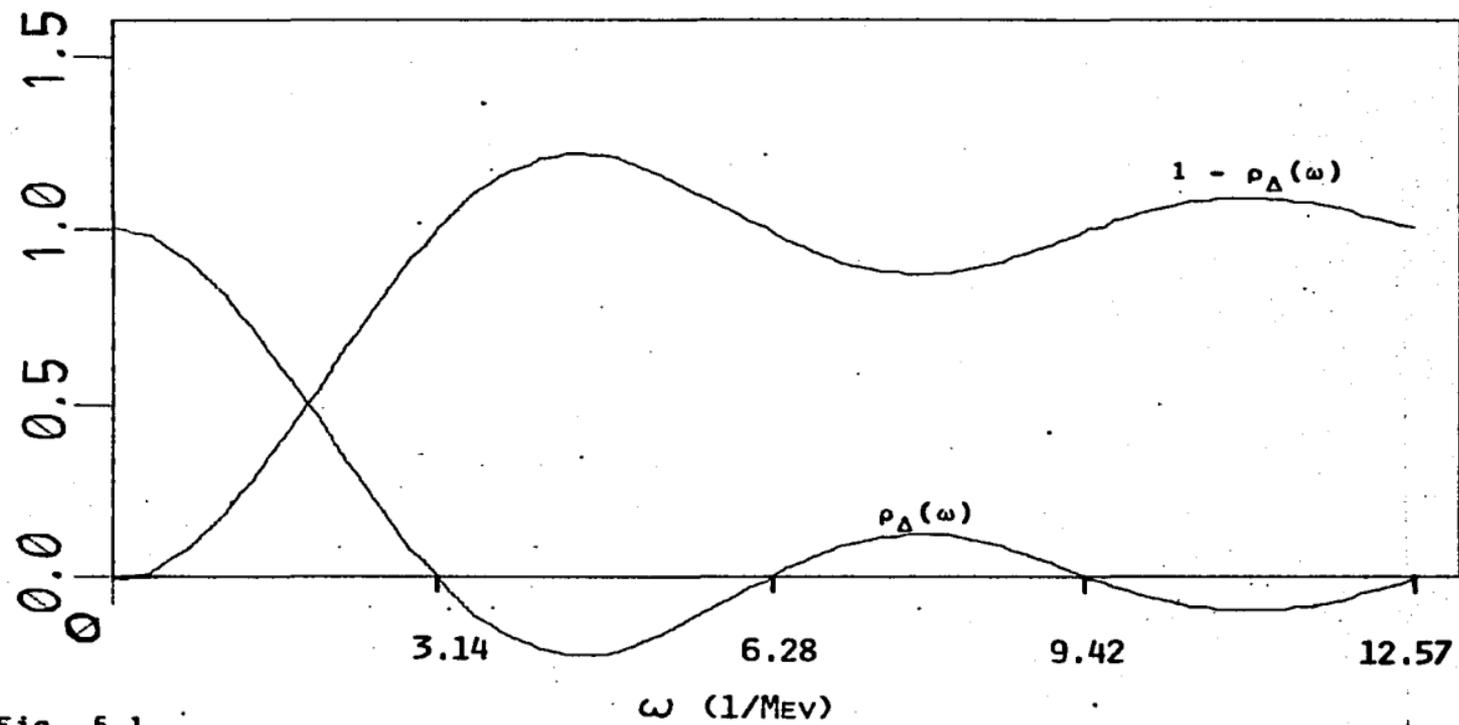


Fig. 5.1

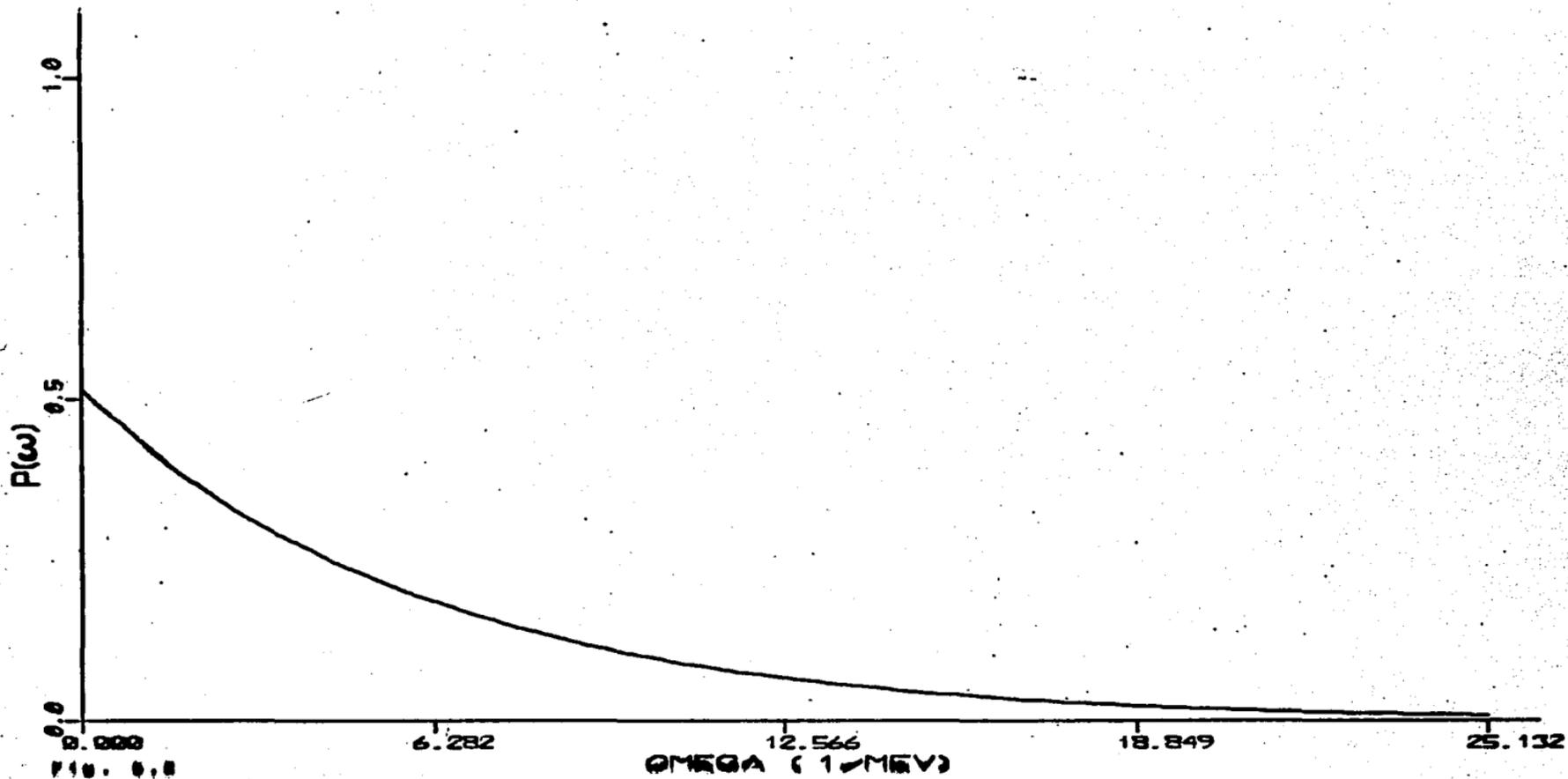


Fig. 0.0

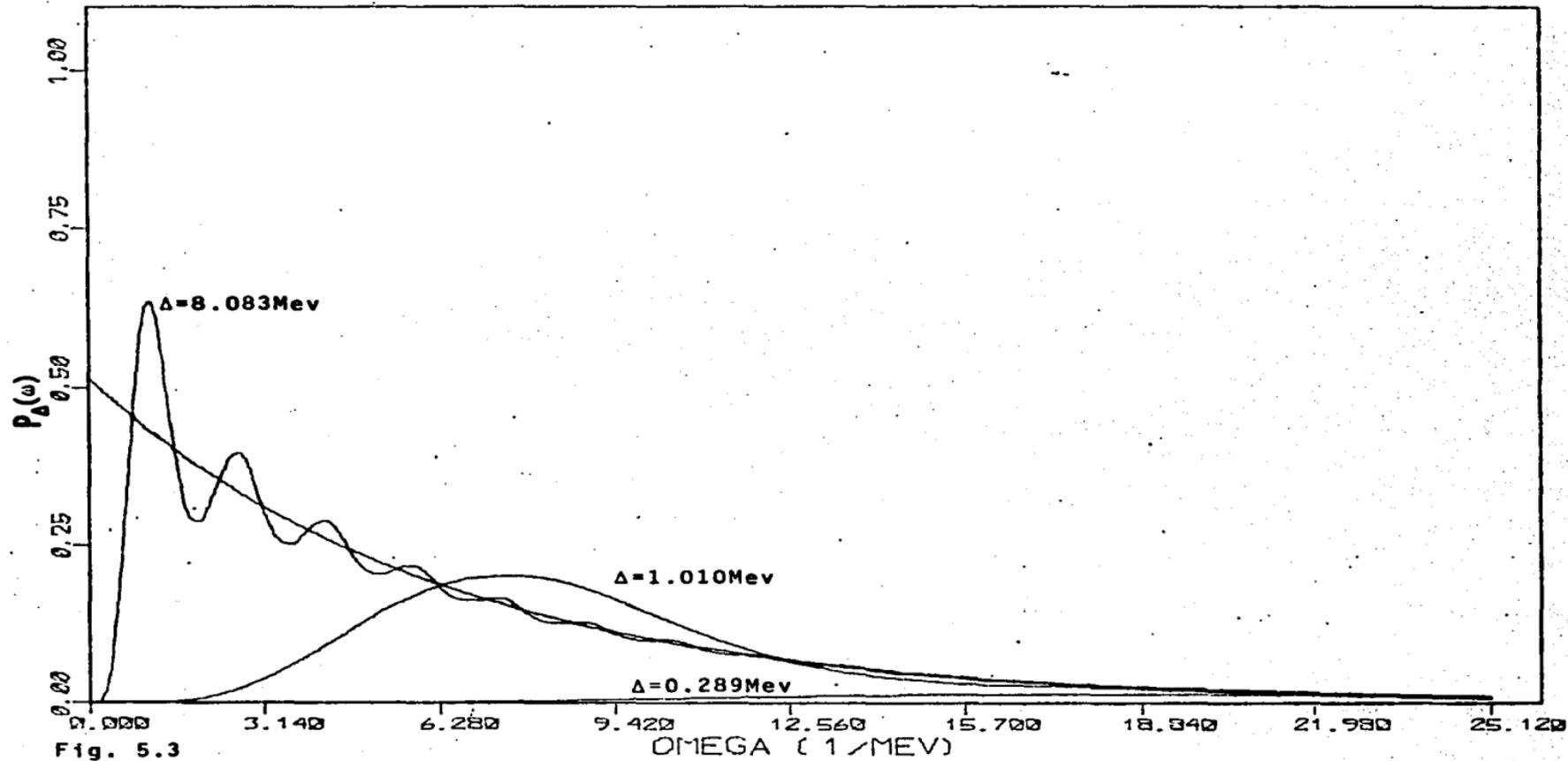


Fig. 5.3

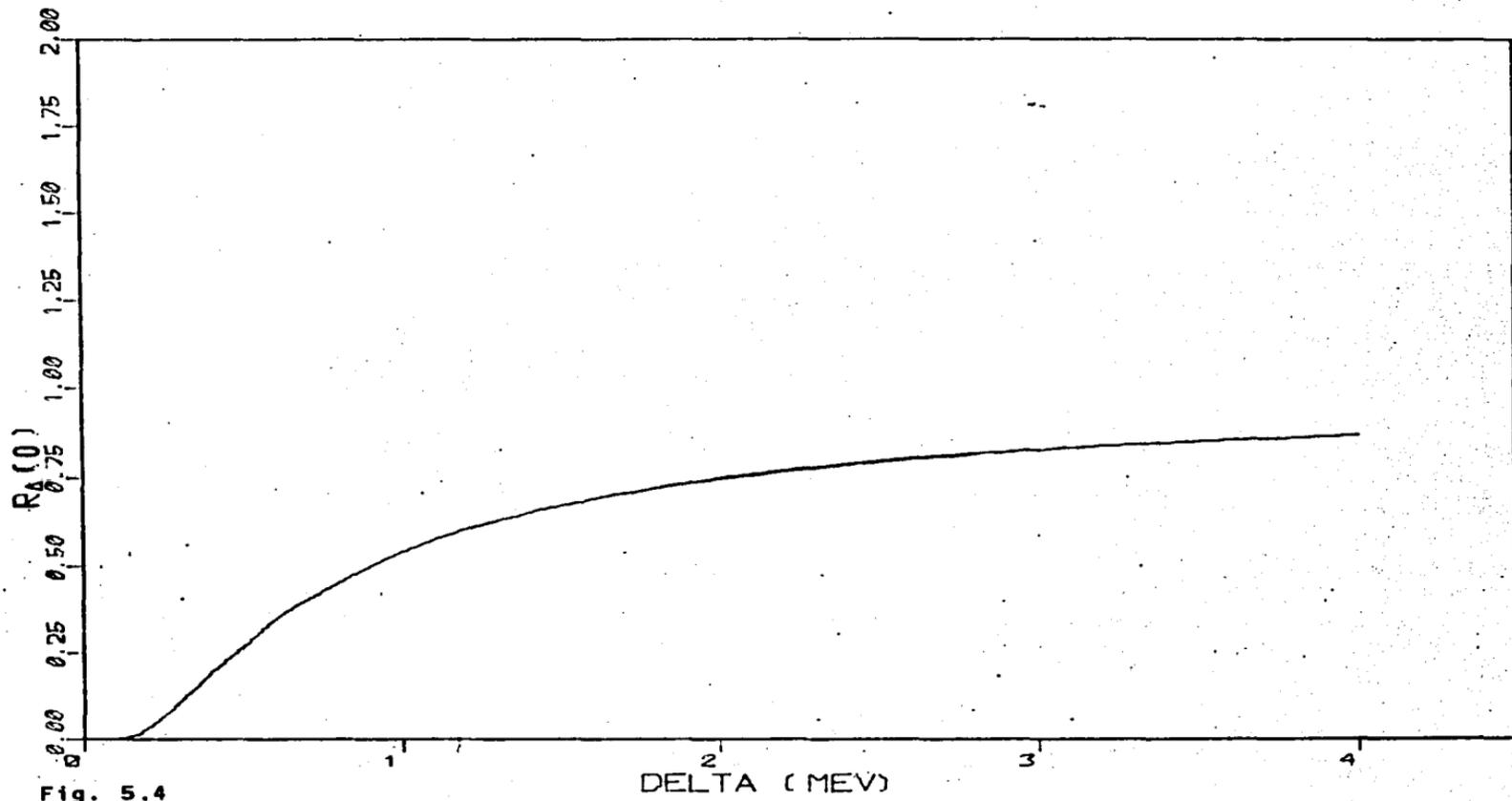


Fig. 5.4

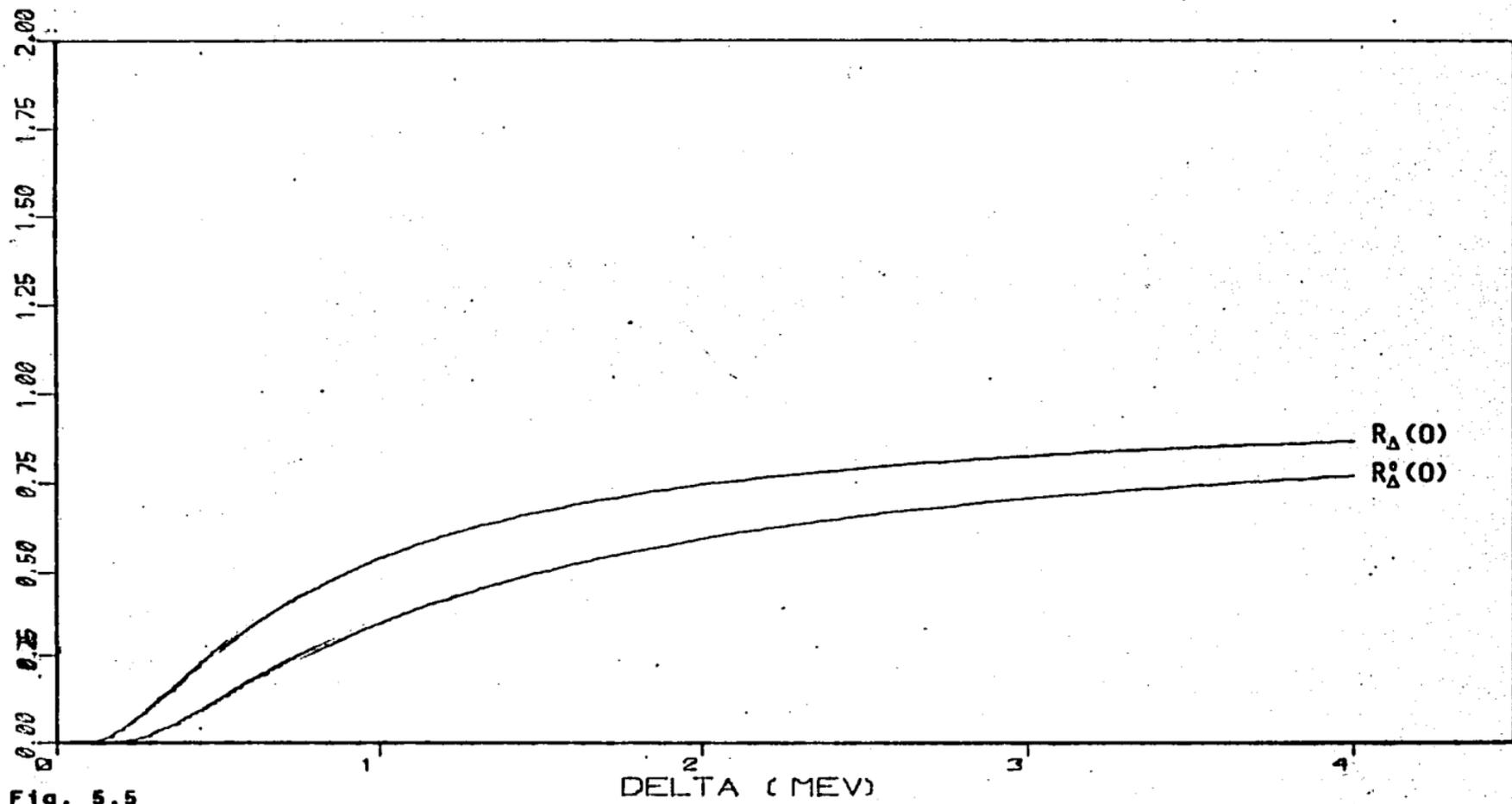


Fig. 5.5

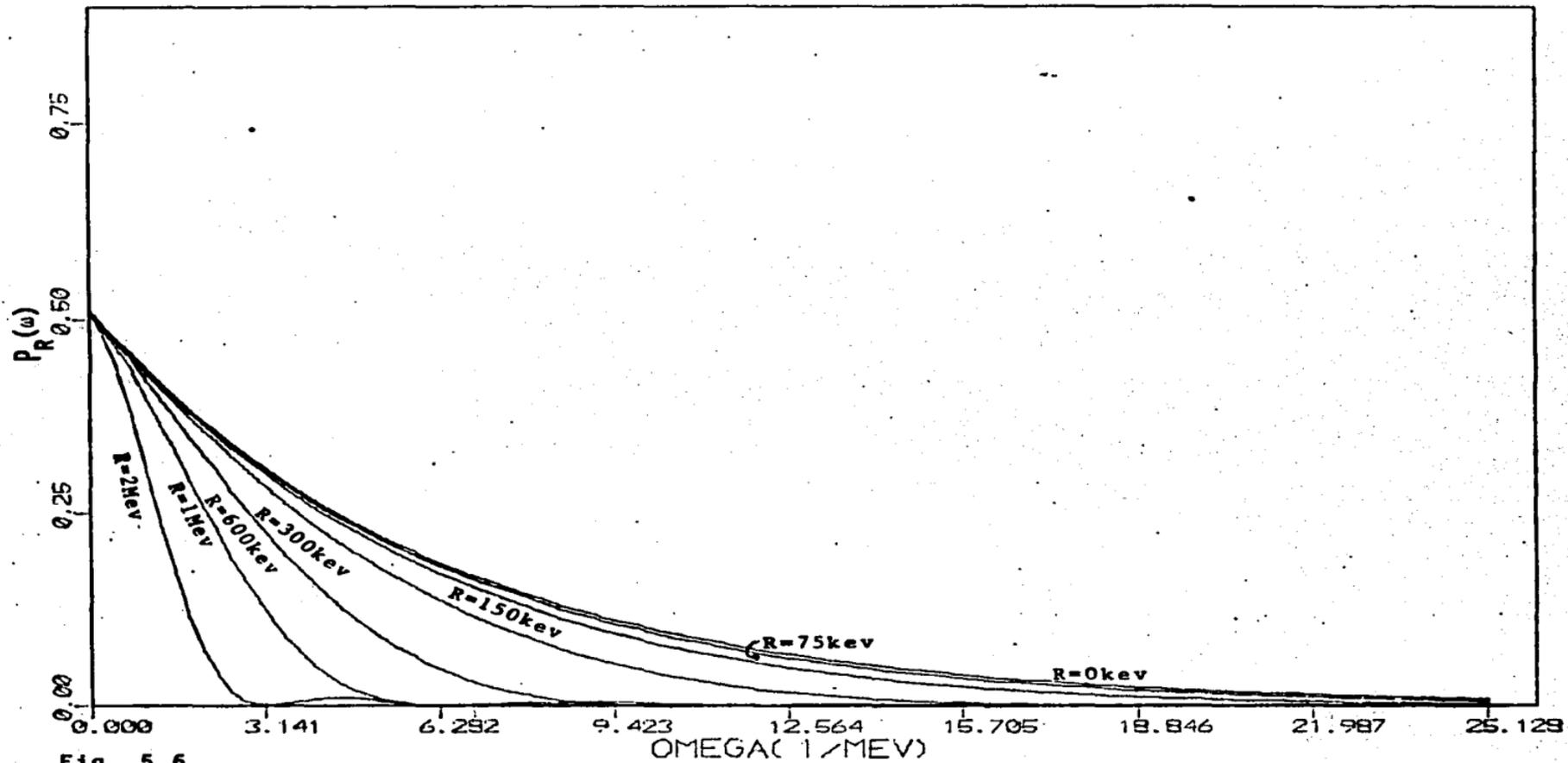


Fig. 5.6

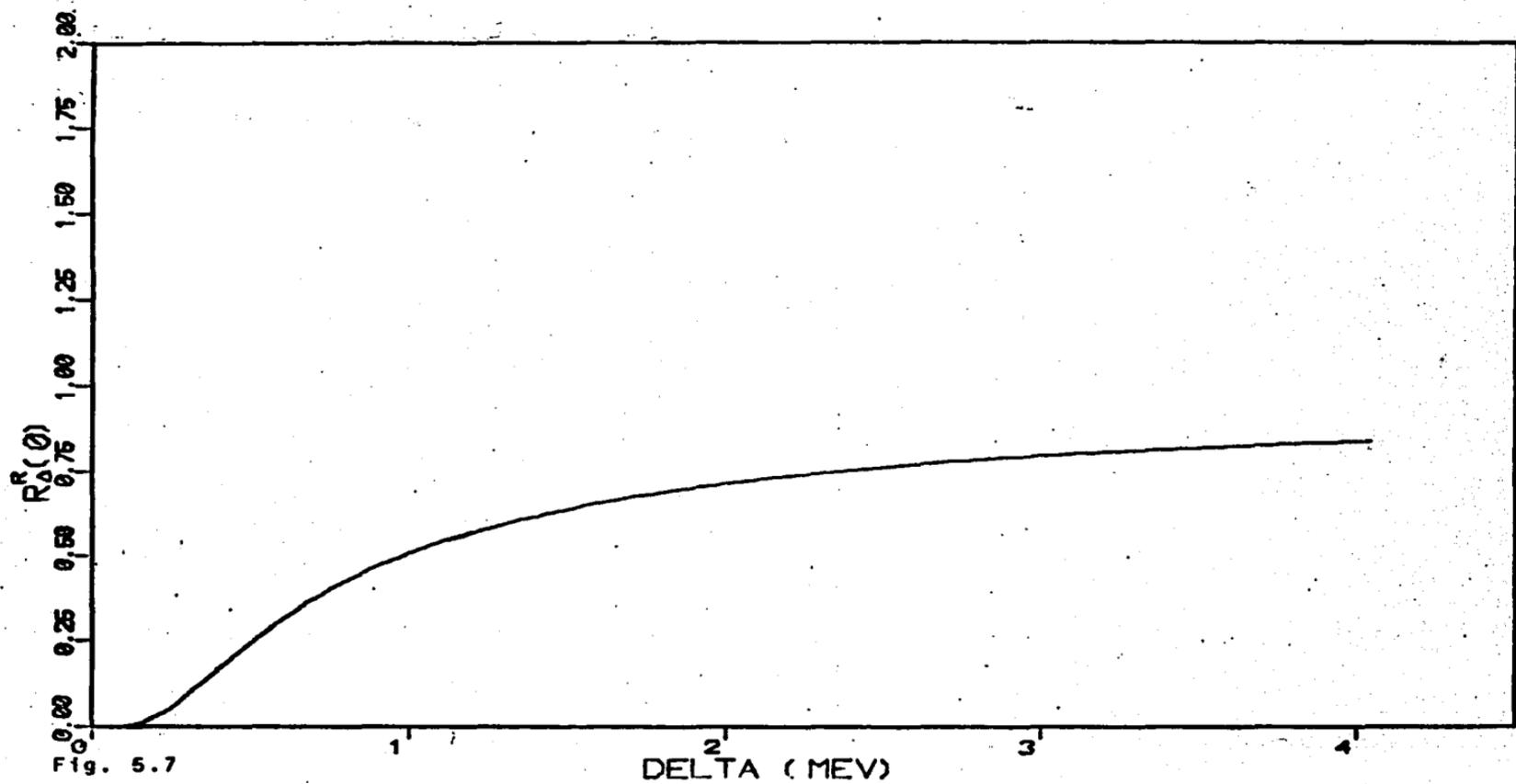


Fig. 5.7

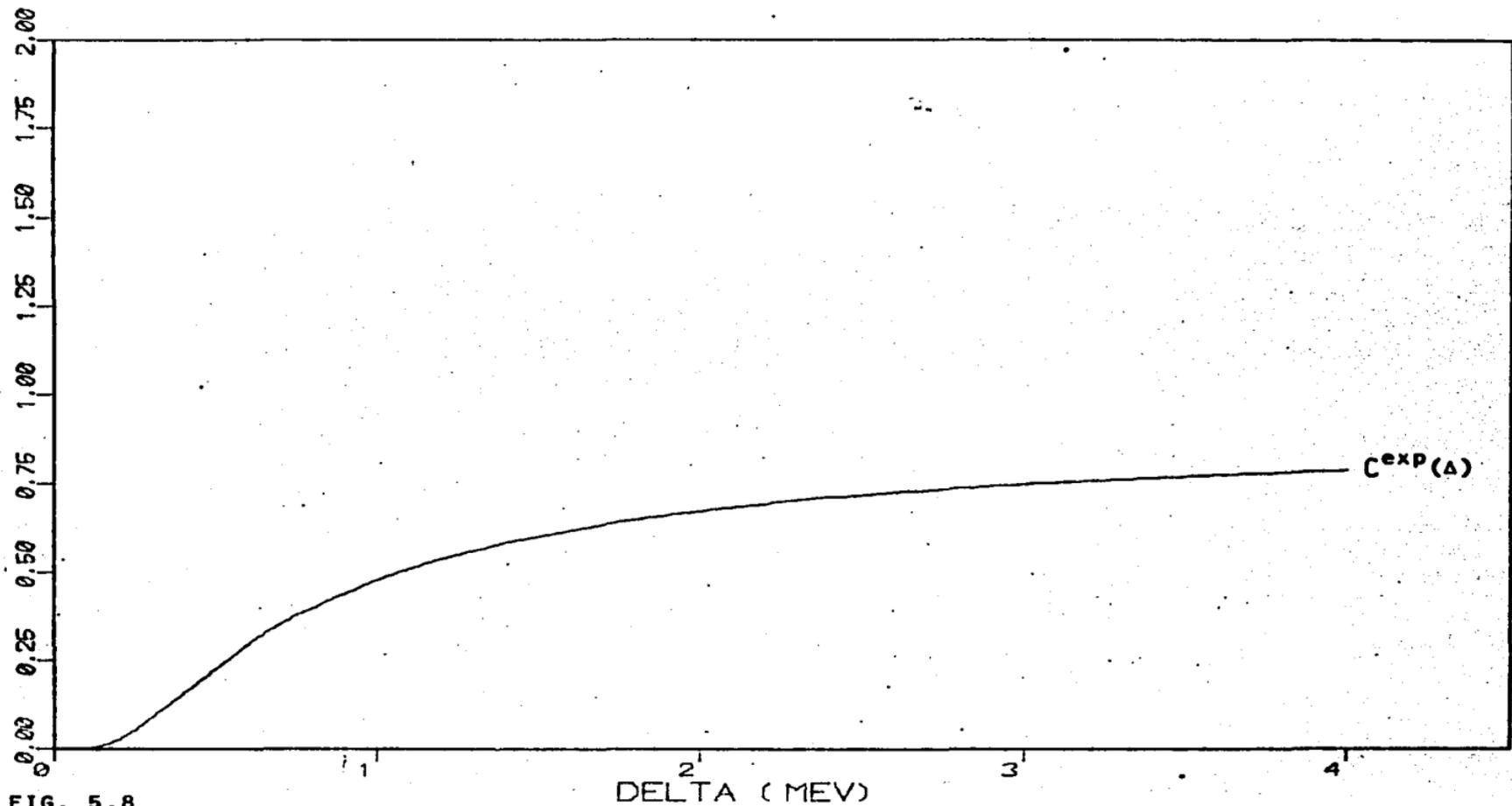


FIG. 5.8

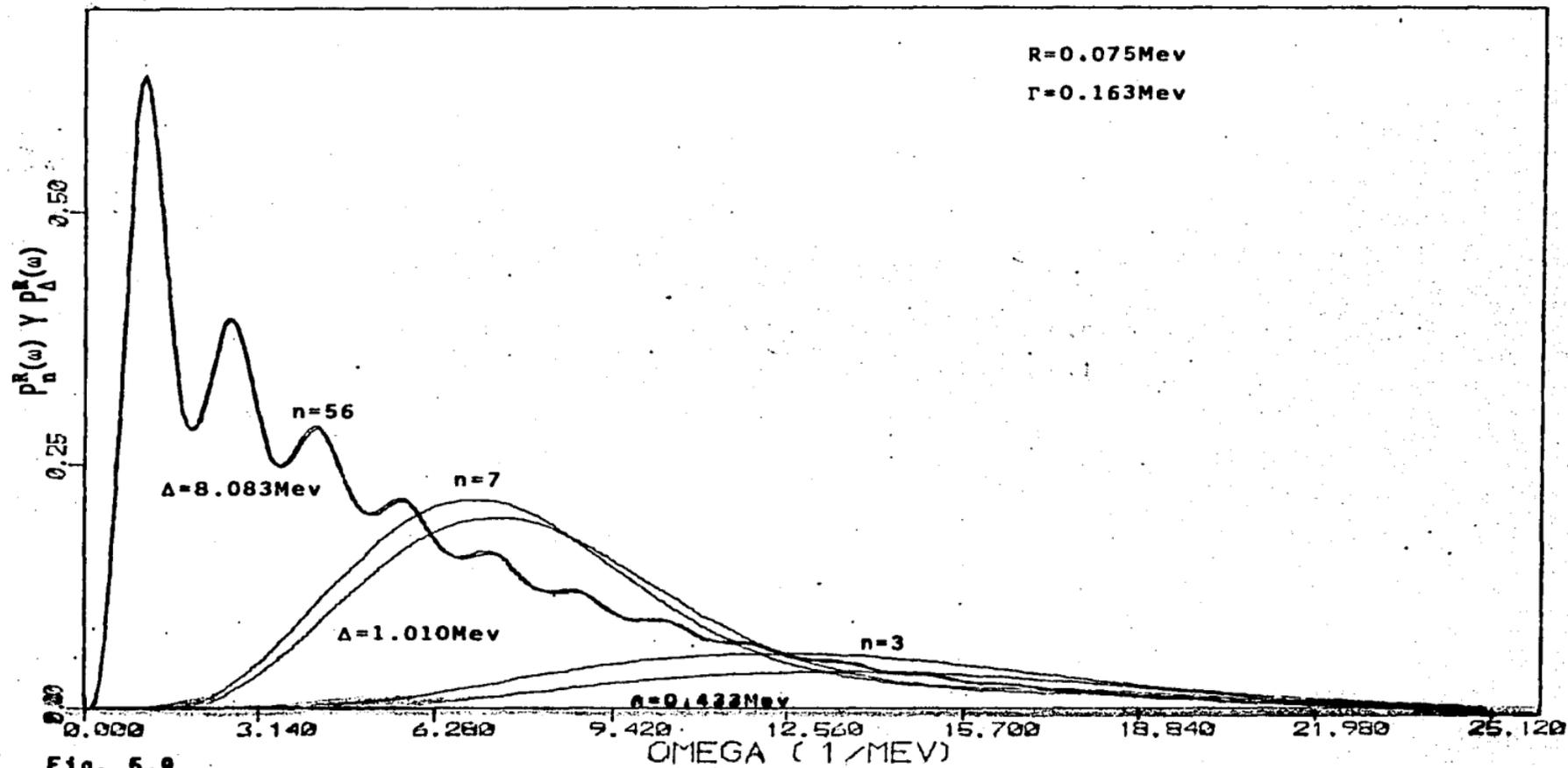


Fig. 5.9

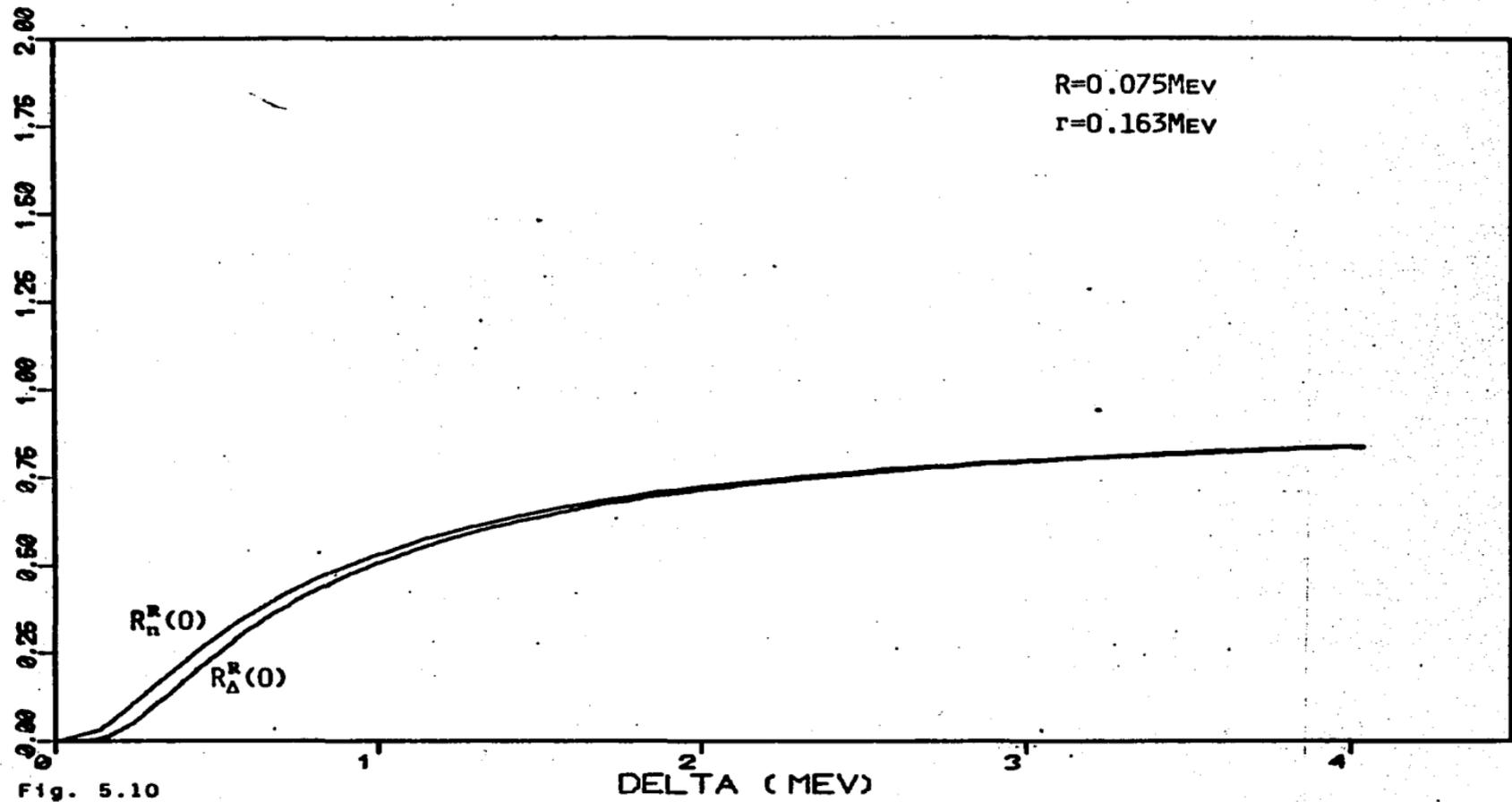


Fig. 5.10

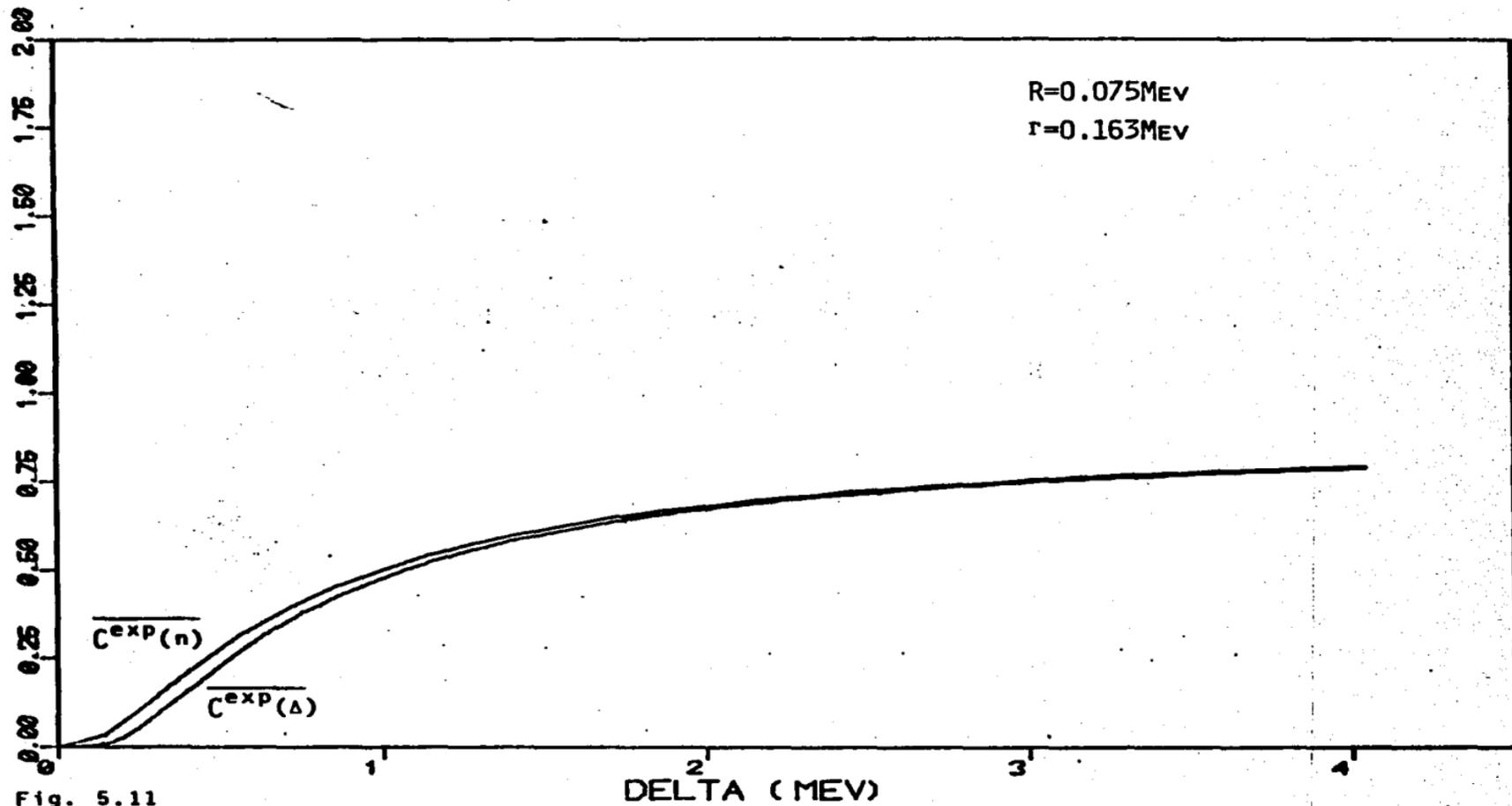


Fig. 5.11

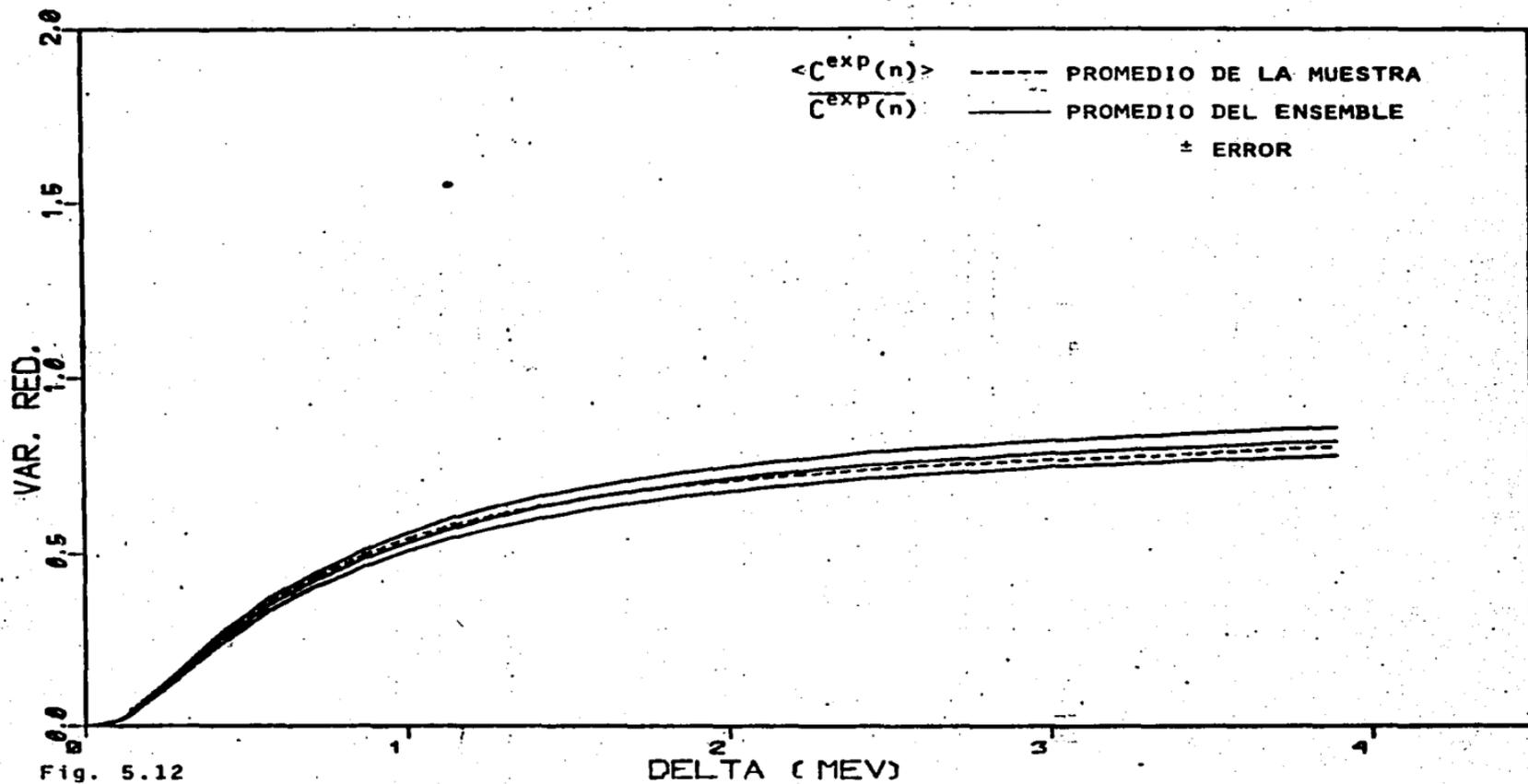


Fig. 5.12

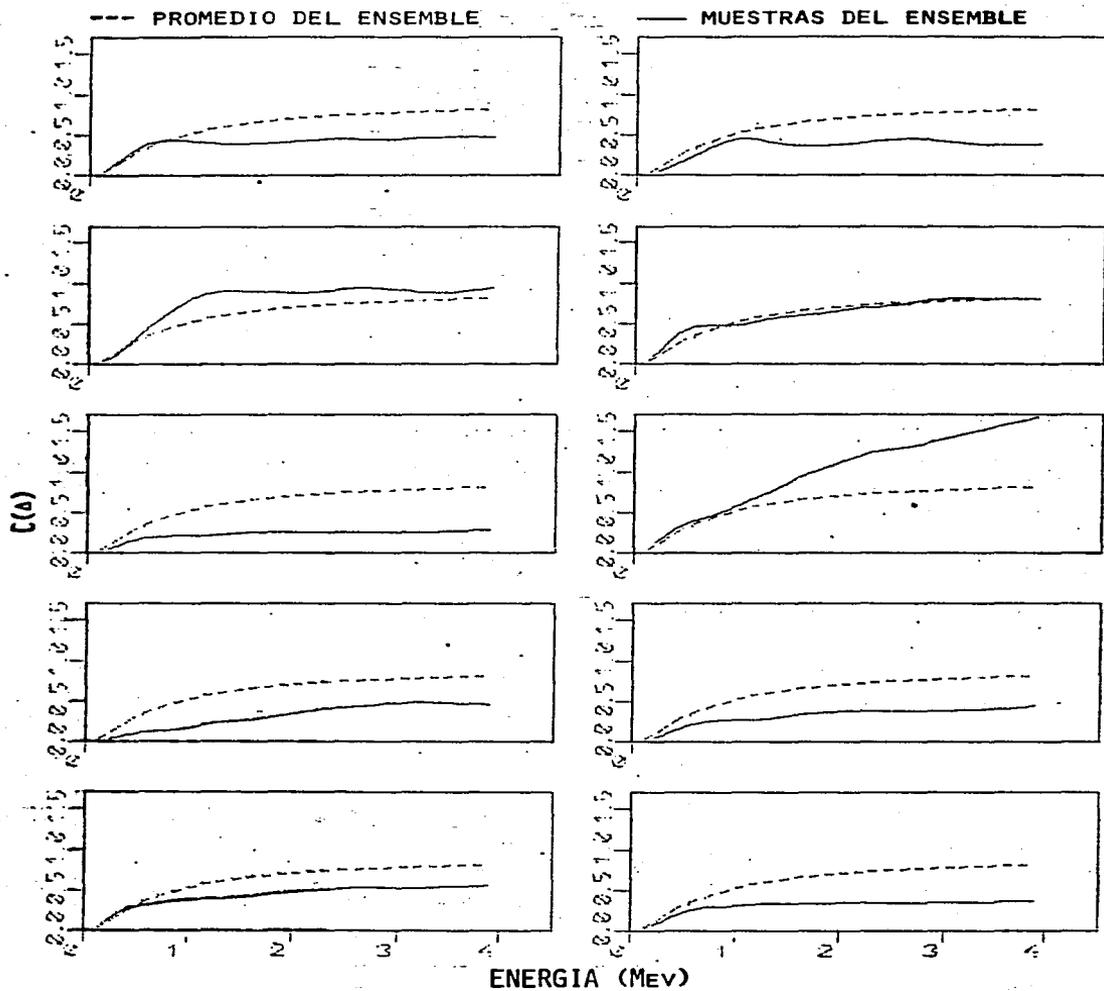


Fig. 5.13

— TEO. EST. \pm ERROR
 --- EXPERIMENTAL

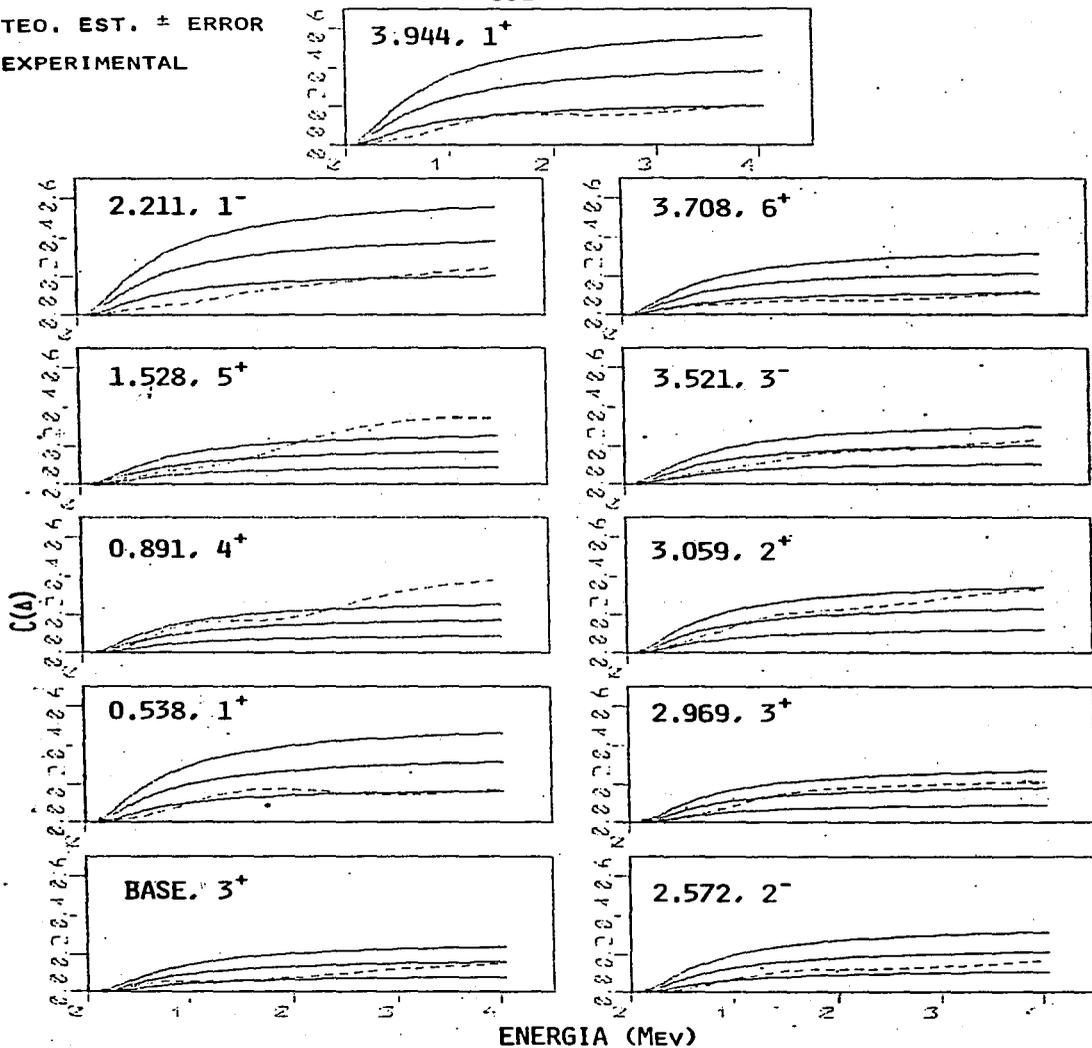


Fig. 6.1

ENERGIJA (MeV)

— TEO. EST. \pm ERROR
 - - - AJUSTE POR MIN.
 CUAD. PESADOS
 EXPERIMENTALES

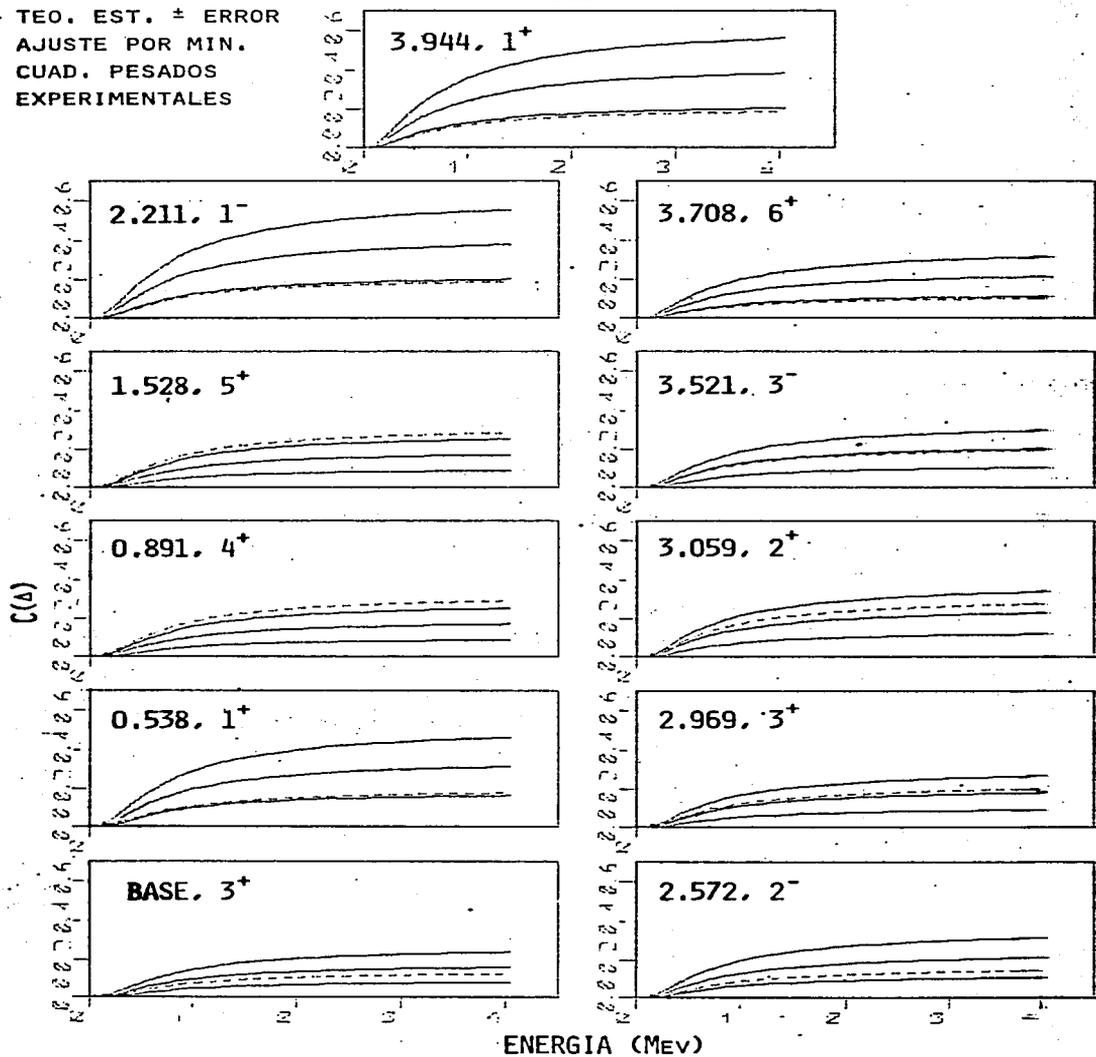
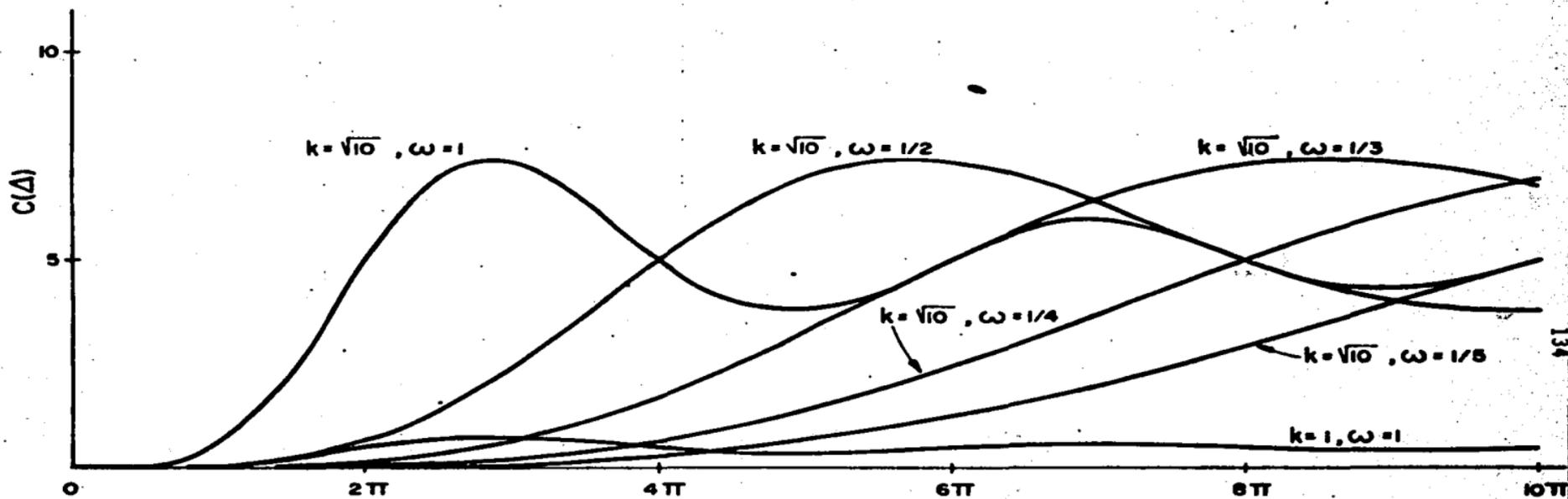


Fig. 6.2



134

Fig. A.1

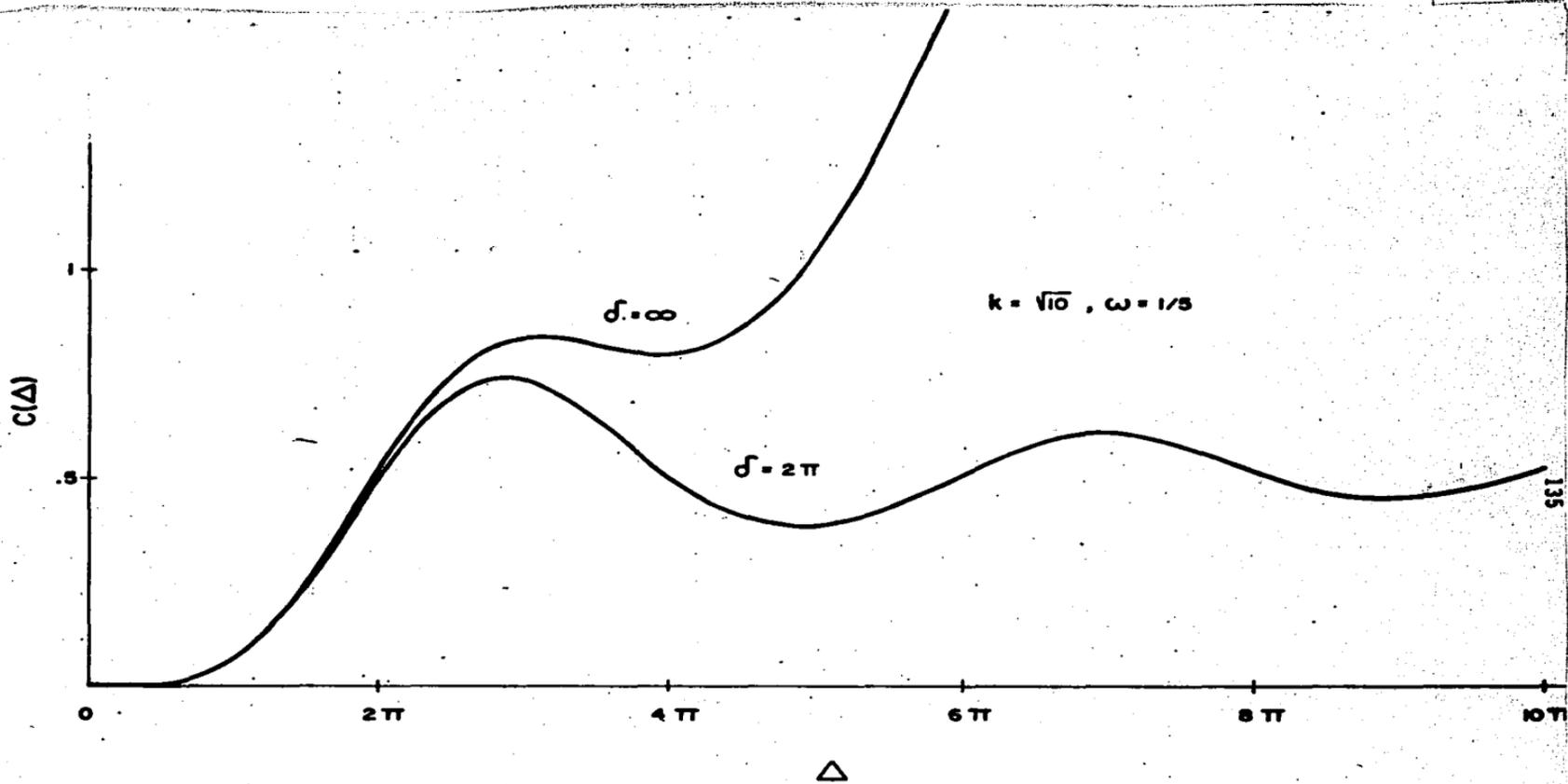


Fig. A.2a

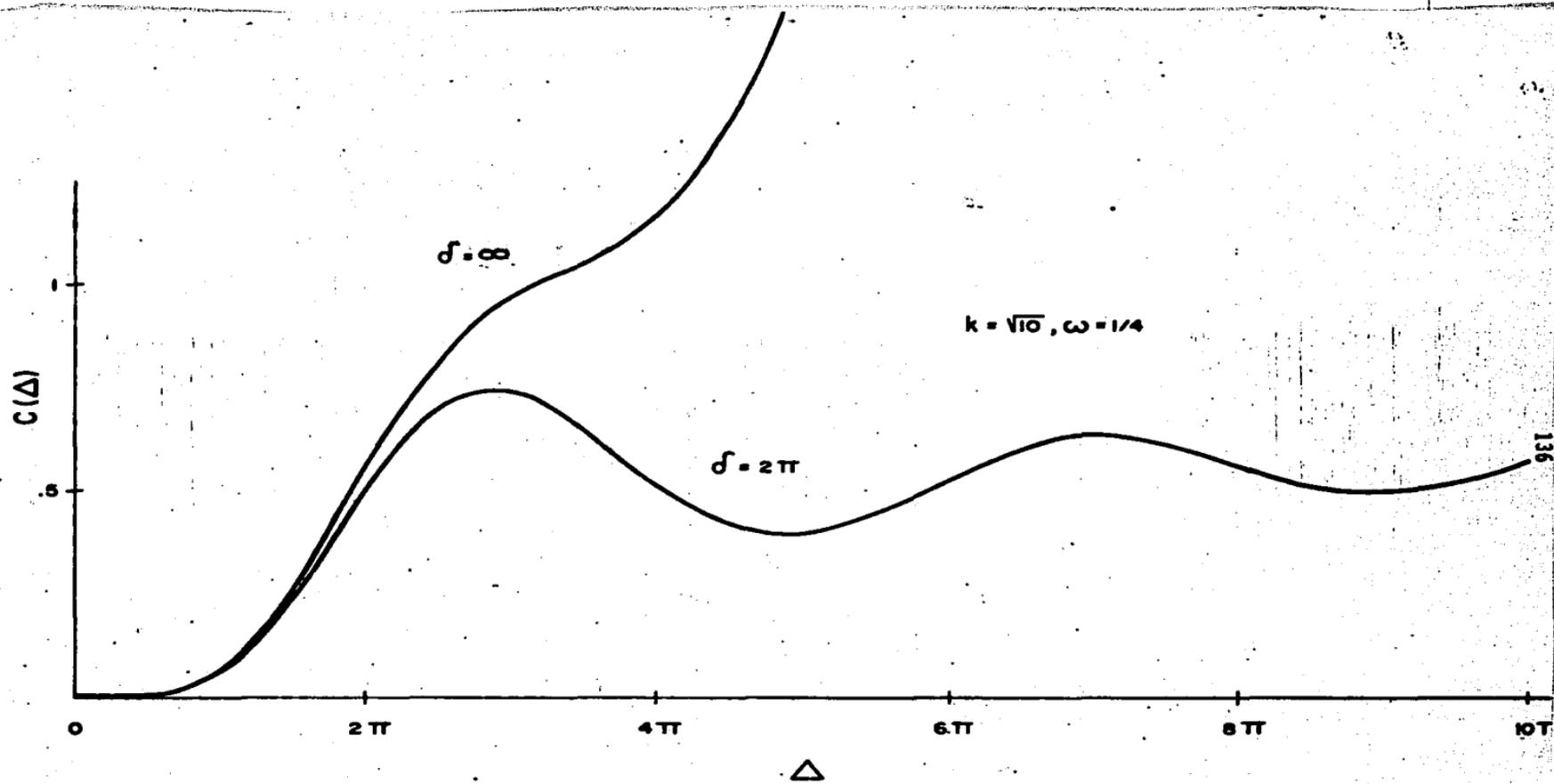
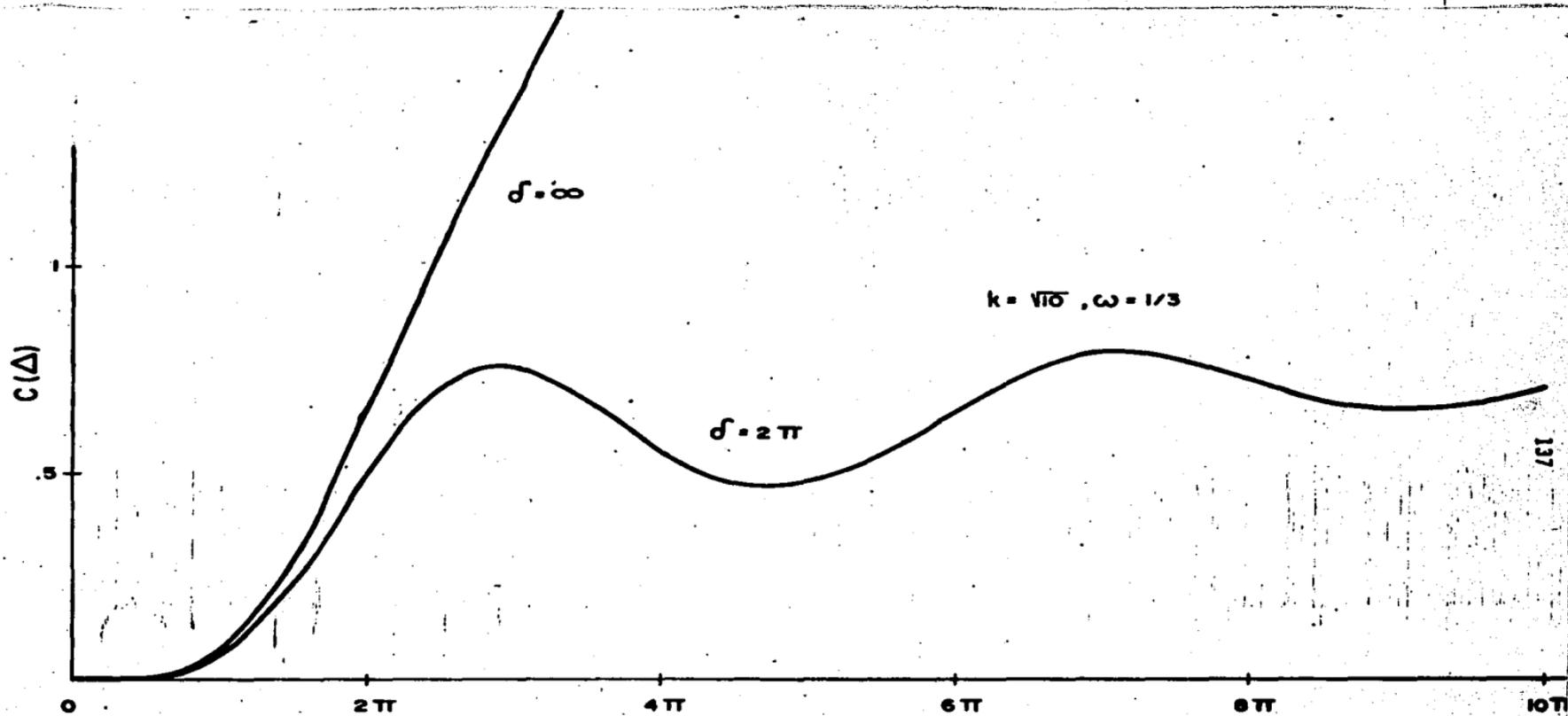


Fig. A.2b





137

Fig. A.2c



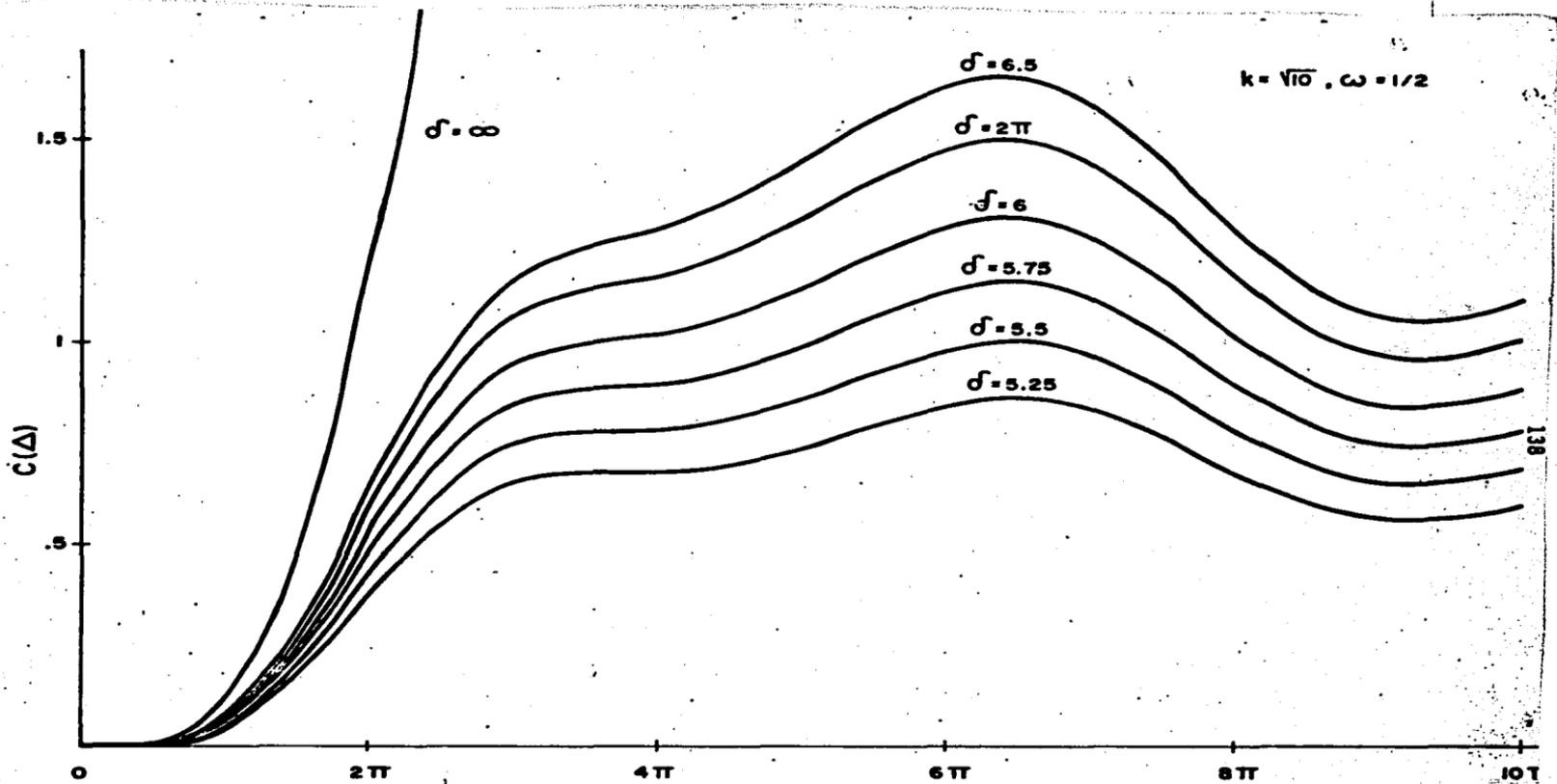


Fig. A.2d



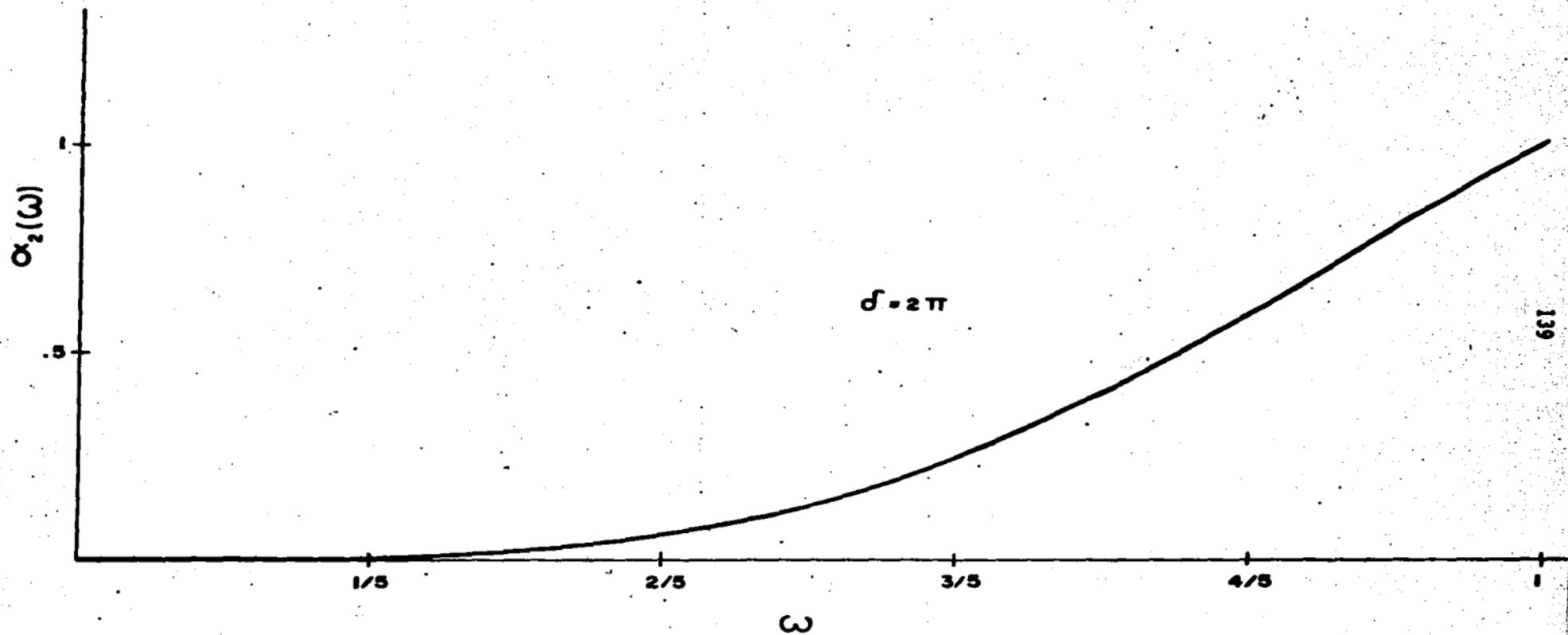


Fig. A.3

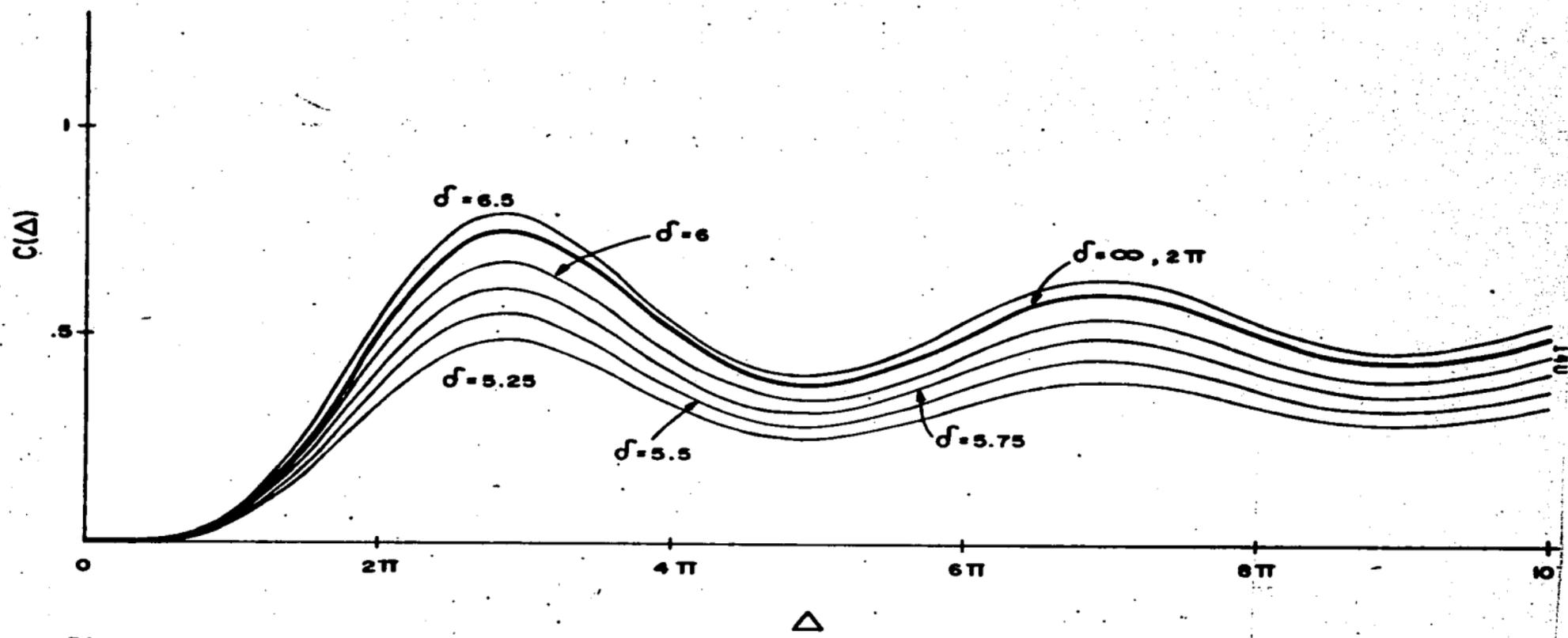


Fig. A.4

— se usa 1a
ec.(5.42a)
- - - se usa 1a
ec.(5.42b)

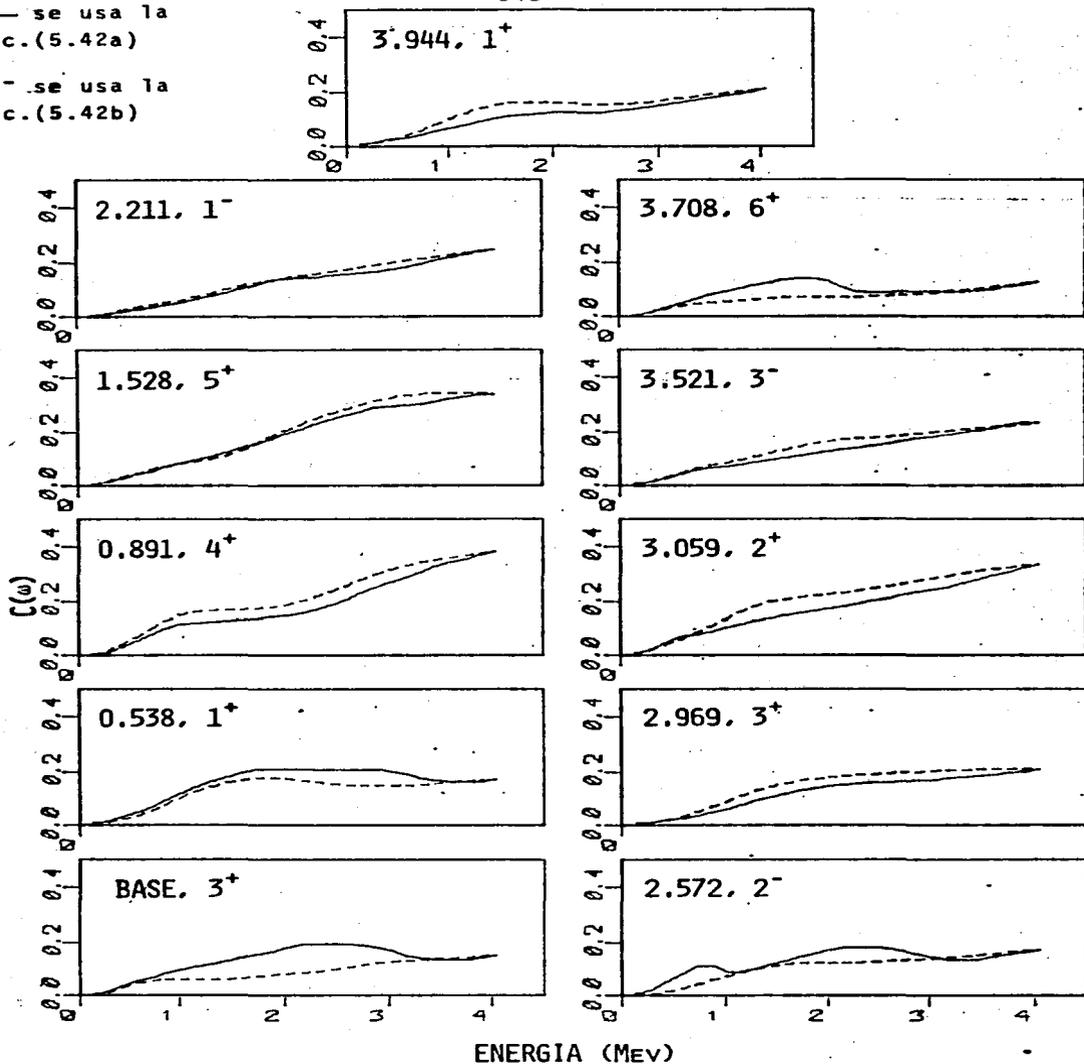


Fig. B.1

Tabla 5.1 Barras de error de las curvas de Pappalardo.

$\Delta(\text{Mev}) = (2n-1) * \text{paso}$	error	$\overline{c^{\text{exp}}(n)}$	error relativo %
0.144	0.2176	0.0453	48.02
0.289	0.7990	0.1529	52.27
0.433	0.1375	0.2633	52.22
0.577	0.1797	0.3565	50.42
0.722	0.2135	0.4314	49.48
0.866	0.2418	0.4914	49.21
1.010	0.2653	0.5399	49.14
1.155	0.2843	0.5797	49.05
1.299	0.2991	0.6127	48.82
1.443	0.3120	0.6405	48.72
1.588	0.3240	0.6641	48.79
1.732	0.3338	0.6844	48.77
1.876	0.3411	0.7021	48.58
2.021	0.3470	0.7176	48.36
2.165	0.3520	0.7312	48.14
2.309	0.3565	0.7434	47.95
2.454	0.3611	0.7542	47.88
2.598	0.3664	0.7640	47.96
2.742	0.3717	0.7728	48.09
2.887	0.3762	0.7808	48.19
3.031	0.3803	0.7881	48.25
3.175	0.3845	0.7948	48.38
3.320	0.3897	0.8009	48.66
3.464	0.3953	0.8066	49.01
3.608	0.4006	0.8118	49.34
3.753	0.4053	0.8167	49.63
3.897	0.4095	0.8212	49.87

Tabla 6.1 Comparación de la varianza reducida experimental y teórica.

Nivel	C_{mc}	C_{te} $E_{cm}=13.846$ Mev	$C_{te} \pm$ error error=46.53%	N_{eff} mc	N_{eff} te
base, 3^+	0.16	0.20	0.11 - 0.29	6.3	5.0
0.538, 1^+	0.22	0.39	0.21 - 0.30	4.5	2.6
0.891, 4^+	0.36	0.21	0.11 - 0.31	2.8	4.8
1.528, 5^+	0.35	0.21	0.11 - 0.31	2.9	4.8
2.211, 1^-	0.23	0.47	0.25 - 0.68	4.3	2.1
2.572, 2^-	0.18	0.26	0.14 - 0.39	5.6	3.8
2.969, 3^+	0.25	0.22	0.12 - 0.33	4.0	4.5
3.059, 2^+	0.34	0.28	0.15 - 0.42	2.9	3.6
3.521, 3^-	0.24	0.25	0.13 - 0.36	4.2	4.0
3.708, 6^+	0.13	0.26	0.14 - 0.38	7.7	3.8
3.944, 1^+	0.23	0.47	0.25 - 0.69	4.3	2.1

Tabla 6.2 Parámetros de densidad de niveles y del modelo óptico de la reacción $^{14}\text{N}+^{12}\text{C}$.

	$^{22}\text{Na} + \alpha$	$^{24}\text{Mg} + d$	$^{25}\text{Al} + n$	$^{25}\text{Mg} + p$	$^{23}\text{Na} + ^3\text{He}$
a (Mev ⁻¹)	2.83 ^a	3.58 ^b	3.1 ^a	3.1 ^a	3.84 ^b
Δ^d (Mev)	0.0	5.13	2.67	2.46	2.67
E_c (Mev)	13.8	16.7	8.0	6.0	5.8
No. de niveles	115	99	21	12	13
V (Mev)	99.9 ^e	89.32-0.27E ^f	47.01-0.267E ^f	53.3-0.55E ^f	153.5 ^g
$R_0=rA^{1/3}$ (fm)	4.19 ^e	3.32 ^f	3.8 ^f	3.65 ^f	3.27 ^g
a_0 (fm)	0.6 ^e	0.81 ^f	0.66 ^f	0.65 ^f	0.69 ^g
W (Mev)	11.3 ^e	14.4+0.24E ^f	9.52-0.053E ^f	13.5 ^f	30.5 ^g
$R_1=rA^{1/3}$ (fm)	4.19 ^e	3.86 ^f	3.68 ^f	3.65 ^f	4.13 ^g
a_1 (fm)	0.6 ^e	0.68 ^f	0.48 ^f	0.47 ^f	0.89 ^g
forma	Saxon-Woods	Saxon-Woods derivada	Saxon-Woods derivada	Saxon-Woods derivada	Saxon-Woods

a) Los valores de a se obtienen de $a=A/7.8$

b) Valores de Fa-70

e) Potenciales del modelo óptico de McFa-66

f) Potenciales del modelo óptico de Pe-72

g) Potenciales del modelo óptico de Be-68

Tabla 6.2 continuación

	$^{20}\text{Ne} + ^6\text{Li}$	$^{21}\text{Ne} + ^5\text{Li}$	$^{18}\text{F} + ^8\text{Be}$	$^{10}\text{B} + ^{16}\text{O}$	$^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$
a (Mev ⁻¹)	2.84	3.41 ^c	2.4	1.5	1.86
Δ^d (Mev)	3.6	2.25	0.0	0.0	0.0
E _c (Mev)	15.0	3.5	17.0	15.5	16.0
No. de niveles	10	3	20	25	10
V (Mev)	$7.5+0.4E^h$				
R ₀ =rA ^{1/3} (fm)	$1.35(A_1^{1/3}+A_2^{1/3})^h$				
a ₀ (fm)	0.45^h				
W (Mev)	$0.4+0.125E^h$				
R _i =rA ^{1/3} (fm)	$1.35(A_1^{1/3}+A_2^{1/3})^h$				
a _i (fm)	0.45^h				
forma	Saxon-Woods				

c) Valores de La-66.

d) Valores de Gi-65.

h) Potenciales del modelo óptico de Gr-72 y referencias citadas ahí.