



Universidad Nacional
Autónoma de
México

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

BIBLIOTECA DE LAS DIVISIONES
DE INVESTIGACION Y ESTUDIOS SUPERIORES
DE LA FACULTAD DE INGENIERIA

SOBRE LA RESPUESTA TORSIONAL DE EDIFICIOS DE CORTANTE

TESIS

Para obtener el grado de
Maestro en Ingeniería (Estructuras)
que presenta

ROBERTO CARDONA NUÑEZ

MEXICO 1977

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

501,575 01149 0028

78 23



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A LA MEMORIA DE MI PADRE

ING. MOISES CARDONA T.

INDICE	
1. INTRODUCCION	1
2. REVISION DE LA LITERATURA	2
3. METODO DE ANALISIS APROXIMADO	7
3.1 <i>Torsión estática</i>	7
3.2 <i>Torsión dinámica</i>	7
3.3 <i>Amplificación dinámica de torsión para propósitos de diseño</i>	9
3.4 <i>Análisis modal</i>	11
4. ANALISIS NO LINEAL	13
4.1 <i>Ecuación de equilibrio dinámico</i>	13
4.2 <i>Relaciones fuerza-desplazamiento</i>	14
4.3 <i>Método de análisis</i>	14
5. CASOS ANALIZADOS	16
5.1 <i>Método aproximado</i>	16
5.2 <i>Análisis no lineal</i>	17
6. RESULTADOS	18
6.1 <i>Método aproximado</i>	18
6.2 <i>Análisis no lineal</i>	18
7. CONCLUSIONES	19
7.1 <i>Método aproximado</i>	19
7.2 <i>Análisis no lineal</i>	19
8. RECONOCIMIENTO	20
9. REFERENCIAS	20
TABLA	21
FIGURAS	22

1. INTRODUCCION

Un gran número de daños en edificios asimétricos en planta se han observado en temblores pasados. Se deduce entonces, que pueden existir excentricidades mayores que las calculadas estáticamente.

Esta discrepancia es grandemente influida por el método de análisis utilizado. Es común analizar las estructuras con el método sísmico estático, el cual supone que las masas de los edificios están concentradas al nivel de los pisos y que los efectos del temblor de diseño se representan por un conjunto de fuerzas laterales actuando en el centro de gravedad de dichas masas. Los cortantes que resultan al aplicar estas fuerzas se distribuyen en los marcos de la estructura proporcionalmente a sus rigideces, añadiéndoles cortantes que se originan por torsión. Esto es, al no coincidir los centros de masa y rigidez en algún entrepiso se tiene una excentricidad nominal, la cual se afecta de factores de amplificación apropiados que toman en cuenta el comportamiento dinámico de la estructura. El producto de la excentricidad así calculada por la fuerza cortante conduce a un momento torsionante que proporciona los cortantes adicionales mencionados anteriormente.

El criterio proporciona malos resultados cuando, por ejemplo, en edificios donde las excentricidades estáticas difieren fuertemente de un entrepiso a otro, se producen fuerzas de inercia que pueden dar lugar a excentricidades significativas a través de toda la estructura.

La discrepancia existente entre la excentricidad estática y la excentricidad real que se presente se puede también atribuir al comportamiento no lineal del material de que esté hecha la estructura. Sea, por ejemplo, un edificio que esté formado por dos diafragmas paralelos los cuales coincidan con la dirección del sismo, y que tengan diferente rigidez y resistencia. Es posible esperar que uno de los diafragmas fluya primero, produciendo como resultado que el centro de torsión cambie de posición y por tanto la excentricidad varíe sustancialmente.

Este trabajo consta de dos partes. En la primera, se presenta y calibra un método para determinar un conjunto de pares torsionales dinámicos, que se supone actúan en las masas de los pisos, y tales que el momento torsional de entrepiso calculado por equilibrio

estático de la parte del edificio arriba de un entrepiso dado, bajo la acción de las fuerzas laterales y momentos torsionantes de piso, proporcione un valor aproximado de la torsión dinámica real de entrepiso. El criterio se puede aplicar cuando los cortantes de entrepiso y las excentricidades se obtengan ya sea de un análisis estático o de uno dinámico que no tome en cuenta los grados de libertad en torsión.

En la segunda, se analiza la respuesta dinámica no lineal de edificios asimétricos en planta con elementos resistentes de cortante cuyo comportamiento ante cargas laterales es elastoplástico. Para estos sistemas se investiga la relación entre los factores de ductilidad que se obtienen al analizar la estructura, cuando tiene un grado de libertad por piso (traslación en dirección paralela al sismo) y cuando tiene dos grados de libertad por piso (traslación en dirección paralela al sismo y rotación alrededor de un eje vertical). Asimismo, se investiga la variación de los factores de ductilidad al tener las estructuras un diafragma sobrerresistente.

En este estudio, los análisis elástico e inelástico se aplican a estructuras de cortante, con planta como la de la fig 1a, y se supone que las masas de los edificios están concentradas en los niveles de los pisos.

2. REVISION DE LA LITERATURA

Fueron Housner y Outinen (1958) quienes primeramente hicieron notar que la diferencia entre la excentricidad estática y la dinámica puede ser importante. Esta conclusión la obtuvieron al realizar el análisis dinámico sísmico de edificios de un piso sujetos a torsión y traslación. Utilizaron el análisis modal, usando para ello un espectro hiperbólico en todo el rango de periodos. Bustamante y Rosenblueth (1960) del análisis de edificios de varios pisos, indican que la excentricidad dinámica puede exceder de los valores calculados estáticamente, y que el exceso es particularmente importante cuando los momentos polares de inercia de los pisos son próximos a sus valores críticos (o sea, cuando la frecuencia en torsión tiene un valor semejante a la frecuencia en traslación); los cuales se obtienen dentro del rango de características usuales de edificios. Se indica también, que una estimación aproximada de efectos dinámicos de torsión en edificios de varios pisos, se puede obtener de la respuesta de estructuras de un solo piso teniendo características similares. Las estructuras analizadas en este estudio se trataron como

sistemas de dos grados de libertad por piso, o sea torsión y traslación en una dirección. Los espectros utilizados fueron, además del que utilizaron Housner y Outinen, los del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal vigente en aquel tiempo.

Posteriormente, Bustamante (1961) analizó estructuras con tres grados de libertad por piso, torsión y traslación en dos direcciones perpendiculares, una de ellas paralela a la dirección del sismo. Aquí se estudiaron estructuras de uno y cuatro pisos, con planta cuadrada, la misma masa y el mismo momento polar de inercia. El trabajo concluye que la excentricidad dinámica puede exceder la excentricidad calculada estáticamente; el exceso puede ser particularmente grande para distribuciones iguales de rigideces y de masas en planta, y puede ser prácticamente nulo si la distribución de masas es tal que el momento polar de inercia es muy pequeño comparado con la rigidez en traslación de la estructura.

Con el objeto de obtener la respuesta de estructuras con más de un grado de libertad por piso, de manera más precisa (Housner y Outinen obtienen la respuesta como la suma de las respuestas modales y Rosenblueth y Bustamante emplean el criterio de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las respuestas modales) Elorduy y Rosenblueth (1968), introducen un procedimiento de análisis que se basa en los resultados obtenidos al idealizar los temblores como procesos Gaussianos estacionarios modificados. La idealización conduce a una expresión más adecuada para la superposición de las respuestas estructurales de diseño que la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las respuestas modales.

De acuerdo con este criterio de superposición, Elorduy y Rosenblueth analizan edificios de un piso con amortiguamiento viscoso y excentricidad según una dirección de rigidez principal. El trabajo presenta diagramas de cortantes y factores de amplificación de la excentricidad, como funciones de los diversos parámetros significativos. Los resultados se comparan con los obtenidos al calcular la respuesta como la raíz de la suma de los cuadrados de las respuestas modales, y con las normas reglamentarias, vigentes en aquel tiempo, demostrándose que el primero de estos criterios es extremadamente conservador, y que las normas yerran del lado de la inseguridad cuando la frecuencia en traslación tiene un valor semejante a la frecuencia en torsión.

De los métodos anteriormente mencionados, ninguno toma en cuenta la componente torsionante del movimiento del terreno, o sea, que conducen a excentricidad nula en edificios en donde el centro de rigidez coincide con el centro de masa. El efecto citado se suele tomar en cuenta estableciendo una excentricidad adicional. Newmark (1969), desarrolla un procedimiento aproximado para estimar los movimientos torsionantes del suelo, a partir de registros de traslación y de hipótesis sobre el tipo y la velocidad de propagación de las ondas que los ocasionan. De estos movimientos estima espectros de respuesta torsionante. A partir de esto se puede determinar la respuesta combinada en torsión y traslación. Se calculan las respuestas relativas en torsión y traslación de varias configuraciones típicas de edificios, tomando en cuenta las diferencias en frecuencias en estos modos de respuesta. Finalmente, se determinan valores de la excentricidad para representar la respuesta calculada, en términos del ancho del edificio y la velocidad de propagación de onda. El estudio concluye que la excentricidad de diseño podría variar con la frecuencia natural del edificio, y variar también con el tiempo que tarda la onda en atravesar la base del edificio. Se indica también que para la misma frecuencia torsionante la excentricidad varía de 1.0 a 1.7 veces más para un edificio con muros de cortante o con un pequeño número de columnas a un edificio con resistencia al corte distribuida relativamente uniforme a través de su área en planta, con la relación mayor siendo aplicable a frecuencias torsionantes bajas. Finalmente, se indica que la relación de excentricidad de diseño a la mayor dimensión en planta es un máximo para edificio con una planta cuadrada, y disminuye cerca de la mitad para un edificio largo y estrecho.

Cuando se efectúa un análisis dinámico modal, la respuesta máxima debida a todos los modos de vibración se obtiene a menudo por el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las contribuciones modales individuales. Sin embargo, este método produce grandes errores en algunos casos, donde dos de sus mayores contribuciones modales tienen frecuencias parecidas, particularmente cuando el amortiguamiento es pequeño. El comportamiento anormal causado por frecuencias cercanas en edificios es estudiado por Penzien (1969), quien presenta un método aproximado para determinar la respuesta sísmica máxima cuando los edificios están sujetos a aceleraciones en su base correspondiendo a la componente N-S del temblor de El Centro de 1940. El método se basa en la respuesta forzada de un sistema de dos grados de libertad. El método de análisis predice aproximadamente un coeficiente sísmico en torsión y traslación aún cuando el periodo fundamental de vibración en torsión es igual al periodo fundamental de vibración en traslación. El estudio recomienda que para reducir las fuerzas sísmicas

causadas por una excentricidad en un edificio se podría diseñar el edificio, de tal modo que su periodo fundamental en torsión difiera considerablemente (preferentemente alto) del periodo fundamental en traslación.

Con el desarrollo de computadoras digitales en años recientes, ha sido posible realizar análisis detallados del comportamiento dinámico de edificios altos sujetos a temblores; en particular, es posible considerar movimiento en traslación y rotación en el plano. Kho *et al* (1969), presentan un estudio cuantitativo de los incrementos de la fuerza cortante causados por efectos torsionantes en edificios, especialmente en marcos exteriores. El modelo analítico desarrollado se basa en las siguientes hipótesis: los edificios se componen de marcos planos abiertos o de marcos con muros; para la rigidez de los marcos se incluyen flexión, cortante y deformación axial de los miembros; los marcos o miembros pueden tener características no lineales; las losas de los pisos son rígidas en sus planos y la masa del edificio se supone concentrada al nivel de los pisos. Para el cálculo de la respuesta se utilizaron los ocho primeros segundos de la componente N-S del temblor de El Centro; el factor de amortiguamiento viscoso supuesto fue de 3 y 5 por ciento para diferentes estructuras analizadas. Se analizaron cuatro estructuras diferentes, de las cuales se obtuvieron gráficas que presentan la variación de la fuerza de cortante a través de la altura del edificio y su comparación con la variación de la fuerza cortante obtenida sin considerar torsión. Aún cuando en el estudio no se obtiene un análisis sistemático de los resultados, se puede observar de las gráficas presentadas que la magnitud de la fuerza cortante en columnas exteriores difiere significativamente cuando se toma en cuenta la torsión de cuando no se toma.

Shibata *et al* (1969), realizan el análisis de la respuesta no lineal de edificios asimétricos de un piso con fuerzas restauradoras histeréticas bilineales bajo la acción de temblores idealizados presentan también los resultados de experimentos dinámicos y estáticos de estructuras de concreto reforzado de un piso asimétrico. El modelo analítico se tomó como una losa rígida cuadrada con masa uniformemente distribuida y el centro de gravedad localizado en el centro geométrico de la losa. El modelo incluye tres grados de libertad y su movimiento se define por dos desplazamientos ortogonales y la rotación alrededor del centro de gravedad. En los modelos estudiados se hace una variación sistemática de la rigidez y la resistencia, para dos tipos de distribuciones de resistencias: a) el cortante de fluencia de cada resorte (las columnas se representan con resortes) es proporcionar a la constante elástica del mismo, y b) el cortante de fluencia de cada

resorte es una constante independiente. En los experimentos se probaron dos tipos diferentes de especímenes con características similares a los modelos analíticos. Se concluye que los movimientos del terreno en las dos direcciones ortogonales deberían considerarse simultáneamente, ya que la fluencia en una dirección produce efectos sobre la respuesta en la otra dirección. De la respuesta de modelos elastoplásticos se observa que cuando la resistencia es proporcional a la rigidez, los movimientos rotacionales en el rango no lineal son mucho mayores que en el caso en el cual la resistencia es una constante independiente de la rigidez. Los factores de ductilidad en edificios con torsión son diferentes dependiendo de la distribución de resistencia, y se encuentra que por una selección adecuada de relaciones entre rigidez y resistencia, la distribución de los factores de ductilidad se aproxima a una distribución uniforme. En la prueba dinámica, se observó que la relación de movimiento en rotación a movimiento en traslación se incrementó con el incremento de amplitud y el colapso ocurrió en el modo torsional.

Anagnostopoulos *et al* (1973), describen un programa de computadora (cuyo método de análisis se basa en la integración numérica paso a paso de las ecuaciones de equilibrio dinámico) para calcular la respuesta no lineal de un edificio a costos bajos de computación, y usar esta información para una estimación gruesa del daño en varios tipos de edificios como función de la estrategia de diseño y la intensidad del movimiento sísmico. El procedimiento de análisis seguido no obtiene información detallada de algún miembro o junta en particular, sino un promedio de las demandas de ductilidad para los diversos componentes en cada entrepiso. Se adoptaron ocho diferentes resortes no lineales para reproducir el comportamiento de entrepiso de varios componentes estructurales y no estructurales. Se supusieron como sistemas estrechamente acoplados muros divisorios, muros no estructurales y marcos, y como sistemas lejanamente acoplados muros de cortante y cajones. Además, la capacidad al corte de cada componente se determina y se compara en cada paso con la fuerza cortante real para detectar la posibilidad de una falla frágil. El modelo considera que cada losa de piso puede actuar como un diafragma rígido, teniéndose entonces un sistema con tres grados de libertad por piso (dos desplazamientos ortogonales y una rotación). Por último, se puede incluir el efecto de las cargas gravitacionales sobre la geometría deformada (efecto $P-\Delta$). En este estudio, se realizó el análisis de un edificio de cinco pisos, con una excentricidad bastante grande. Se confirmó que los efectos torsionantes dinámicos no pueden ser tomados en cuenta al imponer un conjunto de fuerzas estáticas con la misma excentricidad. La distribución de fuerzas entre los marcos cambia considerablemente a lo largo de la altura del edificio al empezar a fluir algunos de los elementos.

3. METODO DE ANALISIS APROXIMADO

3.1 Torsión estática

Se introduce una definición de torsión estática que difiere de la comúnmente usada, como sigue: sea Q_i la fuerza lateral actuando en el centro de gravedad de la masa M_i , y J_i el momento de inercia de la masa M_i con respecto a un eje vertical que pasa por su centro de gravedad. Sean θ_i y δ_i la rotación de la masa M_i en un plano horizontal y la traslación de su centro de gravedad en la dirección paralela a Q_i , respectivamente. Por definición, el momento torsionante estático T_i , que actúa en la masa M_i , se relaciona con Q_i por la siguiente proporcionalidad:

$$\frac{T_i}{Q_i} = \frac{J_i \theta_i}{M_i \delta_i} \quad (1)$$

3.2 Torsión dinámica

Una estimación aproximada de la torsión dinámica se puede obtener si T_i dado por la ec 1, se multiplica por un factor de amplificación apropiado. Un criterio para definir dicho factor, se deriva por extensión de los resultados presentados por Newmark y Rosenblueth (1971) para sistemas de un solo piso, como sigue:

Se define un sistema de referencia, como se muestra en la fig 1a o en la 1b. Este es una estructura de un solo piso asimétrico con masa M supuesta concentrada en el extremo superior de la estructura, centro de gravedad G , y momento de inercia J con respecto a un eje vertical que pasa por G . Sea $K_{1,1}$ la rigidez en traslación del entrepiso en la dirección de las fuerzas sísmicas, $K_{2,2}$ la rigidez en torsión del entrepiso con respecto a g , t y e el centro de torsión y la excentricidad nominal, respectivamente. De $K_{1,1}$, $K_{2,2}$ y e es fácil de obtener la rigidez fuera de la diagonal $K_{1,2}$.

Sean Z_i , $i = 1, 2$, los vectores característicos del sistema y z_1, z_2 las componentes de alguno de ellos. Las condiciones para vibración libre se pueden expresar como sigue:

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} M \\ J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad (2)$$

Premultiplicando la ec anterior por $Z^T = [z_1 \ z_2]$ y haciendo $z_1 = 1$, $z_2 = \alpha$, se obtiene

$$-\omega^2 (M + J\alpha^2) + K_{11} + (K_{12} + K_{21})\alpha + K_{22}\alpha^2 = 0 \quad (3)$$

A fin de definir una correspondencia de la representación generalizada de un sistema de varios pisos y un sistema de referencia, sean Z_1 y Z_2 los dos primeros vectores característicos, y Z_δ y Z_θ las formas de los modos fundamentales (o aproximaciones de ellos) en cortante puro y torsión pura respectivamente del sistema de varios pisos bajo estudio. Si se introduce la aproximación $Z^T = [Z_\delta^T \ \alpha Z_\theta^T]$, las condiciones de vibración libre se pueden escribir como

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} \tilde{M} \\ \tilde{J} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_\delta \\ \alpha Z_\theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12} \\ \tilde{K}_{21} & \tilde{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z_\delta \\ \alpha Z_\theta \end{Bmatrix} = 0 \quad (4)$$

Donde \tilde{M} , \tilde{J} , \tilde{K}_{11} , \tilde{K}_{12} , \tilde{K}_{21} y \tilde{K}_{22} son matrices.

Premultiplicando la ec anterior por Z^T

$$-\omega^2 (Z_\delta^T \tilde{M} Z_\delta + \alpha^2 Z_\theta^T \tilde{J} Z_\theta) + Z_\delta^T \tilde{K}_{11} Z_\delta + (Z_\theta^T \tilde{K}_{21} Z_\delta + Z_\delta^T \tilde{K}_{12} Z_\theta) \alpha + Z_\theta^T \tilde{K}_{22} Z_\theta \alpha^2 = 0 \quad (5)$$

La correspondencia con el sistema de referencia es obvia. Entonces, los resultados de amplificación disponibles para sistemas de un piso se pueden extender en forma aproximada a sistemas de varios pisos.

Puesto que se pretende un procedimiento simplificado, donde no se requiera el cálculo convencional de los modos Z_δ y Z_θ , se les debe suponer una forma razonable: por

ejemplo lineales, o proporcionales a los desplazamientos estáticos producidos por las fuerzas Q_j . La determinación de las masas generalizadas $Z_\delta^T \tilde{M} Z_\delta$ y $Z_\theta^T \tilde{J} Z_\theta$ no tiene problemas, ya que no se hace uso de cantidades que no se obtengan en la práctica ordinaria. El cálculo de las rigideces generalizadas se expresa en términos de submatrices de rigideces, pero se pueden expresar fácilmente en términos del trabajo virtual: tómese por ejemplo $Z_\theta^T \tilde{K}_{21} Z_\delta = Z_\theta^T Q_\delta$, donde Q_δ es el vector de fuerzas asociadas con la aproximación del modo en traslación. El trabajo virtual correspondiente se puede determinar en términos de fuerzas internas o externas.

El método propuesto es como sigue:

- a) Se aplican las fuerzas laterales Q_j , y se calculan δ_j , θ_j y T_j .
- b) Se obtienen las matrices generalizadas de masas y rigideces, que se usan en la ec 5.
- c) Se determinan el factor de amplificación dinámica del momento torsionante estático T_E con respecto al centro de gravedad de la masa del piso en la estructura de un solo piso y la relación correspondiente de cortante dinámicos a estáticos, por medio de expresiones aproximadas o a través de la aplicación de figuras, tales como de la 2 a la 6, las cuales se discuten más adelante.
- d) Los factores así determinados se aplican a todos los T_j y Q_j , respectivamente.

3.3 Amplificación dinámica de torsión para propósitos de diseño

Haciendo referencia a la fig 1, el factor de amplificación dinámica de torsión tradicionalmente se calcula como la relación de la excentricidad dinámica (momento torsionante dinámico T'_D con respecto al centro de torsión dividido por el cortante dinámico V_D) a la excentricidad estática e . Para este propósito, T'_D y V_D se obtienen por superposición de las correspondientes contribuciones modales de acuerdo a la siguiente ecuación (Newmark y Rosenblueth, 1971):

$$R^2 = \sum_i R_i^2 + \sum_{i \neq j} \frac{R_i R_j}{1 + \epsilon_{ij}^2} \quad (6)$$

Aquí, R es la respuesta de interés, R_i la contribución correspondiente del i -ésimo modo (con un signo escogido apropiadamente) y ϵ_{ij} una cantidad que se toma en cuenta para la correlación estocástica entre los tiempos en los cuales ocurren R_i y R_j . Las figuras 2 y 3 se obtuvieron de acuerdo con el criterio anterior, para espectros de aceleración hiperbólica y constante, tomando sucesivamente R igual a la fuerza lateral dinámica Q_D y al momento torsionante dinámico T_D con respecto al centro de torsión. Sin embargo, a fin de comparar estas figuras con las figs 4 a 6, ellas se dibujaron en términos de Q_D y T_D , referidos al centro de masa. Esto implica, por ejemplo, que las fuerzas cortantes de diseño V_1 y V_2 para los diafragmas respectivos en la fig 1a se podrían obtener de consideraciones de equilibrio estático en términos de Q_D y T_D . Los resultados difieren claramente del caso cuando R en la ec 6 es o V_1 o V_2 , esto es, cuando la superposición modal se lleva a cabo directamente para las fuerzas internas en los diafragmas, porque los valores "máximos probables" de Q_D y T_D o T_D no ocurren simultáneamente y porque, además, V_1 y V_2 no necesariamente toman lugar simultáneamente con alguno de ellos. Las figs 4 y 5 muestran lo que se obtiene cuando V_1 y V_2 son calculados directamente con la ec 6 y Q_D y T_D se obtienen de ellos por estática.

Las discrepancias son obvias. Tómese por ejemplo el caso cuando $\eta = 1$ y $e^2 M/J = 0.03$. De las figs 2 y 3 se obtiene $V_1 = 0.28$, $V_2 = 0.61$, mientras que de las figs 4 y 5, $V_1 = 0.5$ y $V_2 = 0.5$. Supóngase que las rigideces fueran dadas por los elementos mostrados en la fig 1b, en lugar de los de la fig 1a, y que Q_D y T_D se obtengan por estática de los valores de los cortantes que actúan en cada diafragma determinados directamente por medio de la ec 6. La relación de cortante dinámico a estático es en este caso igual a la que da la fig 2. Es necesario, a raíz de estas discrepancias, revisar los criterios usuales para la especificación de las excentricidades torsionales de diseño. Esto, sin embargo, no afecta la validez de la secuela de comparación hecha entre los valores de la respuesta "exacta" y aproximada de estructuras asimétricas de varios pisos.

4. ANALISIS NO LINEAL

4.1 Ecuación de equilibrio dinámico

La ecuación general de equilibrio dinámico para sistemas de varios pisos es

$$F_I + F_D + F_R = F_E \quad (8)$$

Aquí, F_I , F_D , F_R y F_E son los vectores de fuerzas de inercia, disipadoras, restauradoras y externas respectivamente. Todas las fuerzas involucradas en la ecuación anterior son funciones del tiempo y para sistemas discretos se pueden expresar de la siguiente manera

$$\begin{aligned} F_I &= \tilde{M}\ddot{u}(t) \\ F_D &= \tilde{C}\dot{x}(t) \\ F_R &= \tilde{K}x(t) \\ F_E &= P(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Donde \tilde{M} y \tilde{K} se han definido anteriormente y \tilde{C} es la matriz de amortiguamientos. Aquí, $\ddot{u}(t)$, $\dot{x}(t)$, $x(t)$ y $P(t)$ son los vectores de aceleraciones absolutas, velocidades relativas, desplazamientos relativos y cargas externas respectivamente.

No se cuenta con información experimental que permita construir en forma rigurosa la matriz \tilde{C} , sin embargo, para aplicaciones de interés, en que la mayor parte de la respuesta está asociada a los modos de vibración con periodo más largo, es aceptable y ventajoso desde el punto de vista práctico, suponer que \tilde{C} es una combinación lineal de \tilde{M} y \tilde{K} como sigue

$$C = \alpha\tilde{M} + \beta\tilde{K} \quad (10)$$

Los parámetros α y β se pueden determinar de tal manera de minimizar la fracción del amortiguamiento crítico asociado al modo i -ésimo, dado por la expresión $\zeta_i = 0.5(\alpha/\omega_i + \beta\omega_i)$, de la cual resulta

$$\alpha = \zeta_1 \omega_1, \quad \beta = \zeta_1 / \omega_1 \quad (11)$$

Aquí, ζ_1 es la fracción del amortiguamiento crítico asociado al primer modo de la estructura, cuya frecuencia circular está dada por ω_1 .

Para el caso lineal, \tilde{M} , \tilde{C} y \tilde{K} son constantes y la ec 8 resulta ser lineal de coeficientes constantes. Para el caso no lineal F_R sigue una ley distinta de la dada por la ec 9 y estará sujeta a la ley de variación que rija para el material de la estructura. Para el caso en que dicha ley sea no lineal, es necesario integrar la ec 8 paso a paso, suponiendo que F_R está dada por la siguiente expresión

$$F_{R_i} = F_{R_{i-1}} + \tilde{K}_{i-1} (x_i - x_{i-1}) \quad (12)$$

En donde los subíndices se refieren al paso en cuestión y \tilde{K} , la matriz de rigideces tangentes de la estructura, varía paso a paso, en el caso más general.

4.2 Relaciones fuerza-desplazamiento

En los estudios experimentales encaminados a determinar las relaciones fuerza-desplazamiento de entresijos de edificio simétricos cuando se les somete a cargas alternadas, se ha comprobado que éstas son no lineales y del tipo histerético. El modelo seleccionado para representar el comportamiento histerético de estructuras simétricas, es elastoplástico, como el que se muestra en la fig 8. Para saber en un instante dado en que parte de la curva se encuentra el material se necesita conocer su historia de cargas. Si se toma un edificio, con plantas como el de la fig 1a, el comportamiento para cada diafragma se supondrá elastoplástico histerético.

4.3 Método de análisis

El método de análisis se basa en la solución numérica de las ecuaciones de equilibrio dinámico, y puesto que estas ecuaciones están referidas a los centros de gravedad de las masas, es necesario introducir una matriz de transformación para obtener los

desplazamientos de los diafragmas a cada paso de integración y poder así tomar en cuenta su comportamiento histerético. Las fuerzas que intervienen en la ecuación de movimiento se definen a continuación

BIBLIOTECA DE LAS DIVISIONES
DE INVESTIGACION Y ESTUDIOS SUPERIORES DE LA FACULTAD DE INGENIERIA

4.3.1 Vector de fuerzas de inercia

Las fuerzas de inercia se definen de acuerdo con la segunda ley de Newton mediante la expresión

$$F_I = \tilde{M}\ddot{u}(t) \quad (13)$$

Donde el vector $\ddot{u}(t)$ representa las aceleraciones absolutas de cada masa del sistema. Para determinar el campo de desplazamientos $x(t)$, relativos a la base, el desplazamiento absoluto estará dado por la relación

$$u(t) = u_b(t)I + x(t) \quad (14)$$

donde I es un vector unitario del mismo orden que $u(t)$ y $u_b(t)$ es el movimiento de la base del edificio. Entonces el vector de fuerzas de inercia resulta

$$F_I = \tilde{M}(\ddot{x}(t) + I \ddot{u}_b(t)) \quad (15)$$

4.3.2 Vector de fuerzas disipadoras

En este modelo hay dos fuentes disipadoras de energía; la que se encuentra en el material por su comportamiento histerético y la que constituye el amortiguamiento viscoso del material.

Por la incertidumbre que existe en la determinación del amortiguamiento viscoso, la matriz \tilde{C} se considera constante y se calcula de acuerdo con la ec 10, en donde \tilde{K} es la matriz de rigideces inicial de la estructura.

El vector de fuerzas restauradoras se calcula mediante la ec 12, y el vector de fuerza externas, para este estudio, resulta ser nulo.

4.3.3 Ecuaciones de equilibrio

Las ecuaciones de equilibrio dinámico se obtienen al sustituir las fuerzas anteriormente definidas en la ec 8 y están dadas en forma matricial como sigue

$$\tilde{M}\ddot{x}(t_j) + \tilde{C}\dot{x}(t_j) + \tilde{K}_{i-1}x(t_j) = P(t_j) \quad (16)$$

donde

$$P(t_j) = \tilde{K}_{i-1}x(t_{i-1}) - F_{R_{i-1}} - \tilde{M}\ddot{u}_b(t_j)$$

La ec 16 es un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden acopladas, no homogéneas y lineales en cada incremento. El esquema de integración para resolver la ec 16 que se utiliza en este estudio, es el θ de Wilson. Una vez resueltas las ecuaciones de movimiento se pueden conocer las aceleraciones, velocidades y desplazamientos relativos de los pisos en cualquier tiempo.

5. CASOS ANALIZADOS

5.1 Método aproximado

El procedimiento aproximado fue calibrado comparando sus resultados con los valores "exactos", para un número de sistemas de varios pisos, los cuales cubrían un amplio rango de propiedades mecánicas. Se consideró solamente un espectro de aceleraciones constantes. Todos los pisos de todos los sistemas tenían una planta similar a la de la figura, con rigidez y excentricidad (definida como la distancia del centro de la figura al centro de rigidez) como se dan en la tabla 1. Todas las masas fueron iguales en un sistema dado y b/a se tomó igual a 2 en todos los casos.

Los valores "exactos" de fuerzas laterales y momentos torsionantes dinámicos actuando en los centros de masas se obtuvieron por estática de los cortantes de diseño "exactos" en ambos muros de todos los pisos, calculados directamente por medio de la ec 6. Las relaciones de valores "exactos" a aproximados se muestran en la fig 7.

5.2 *Análisis no lineal*

Para excitar los edificios analizados, se utilizaron tres temblores registrados en la zona blanda del Valle de México, y de características similares. Estos temblores se escalaron apropiadamente con el fin de obtener espectros del orden de los especificados en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal. Los temblores sin escalar, así como las historias de aceleraciones, velocidades y desplazamientos se muestran en las figs 9 a 14.

Se analizaron edificios de cinco pisos con curvas carga-desplazamiento elastoplásticas. Para todos los casos se consideró; un amortiguamiento viscoso del 2 por ciento del crítico, los pisos tenían una planta similar a la de la fig 1a y la relación b/a se tomó igual a 0.707. Asimismo, se consideraron solamente dos periodos fundamentales; 0.5 y 2.5 segundos. La distribución de rigidez para todos los casos fue uniforme. Se analizaron los casos para los cuales la relación e/b , uniforme para todos los casos, tenía los valores; 0, 5, 30 y 40 por ciento. Las resistencias laterales de entrepiso se determinaron de los cortantes de entrepiso obtenidos a través de un análisis modal, basado en los valores del espectro reducido promedio. Este espectro representa el espectro elastoplástico de aceleraciones para un amortiguamiento viscoso del 2 por ciento del crítico y factor de ductilidad de 4.

Se analizaron también edificios que tenían un diafragma sobrerresistente (es común, encontrar en los edificios elementos sobrerresistentes por requerimientos arquitectónicos) para los dos periodos considerados y para relaciones e/b de 5, 30 y 40 por ciento. Se supuso que solamente el diafragma rígido tenía sobrerresistencia, y con valores del 50 y 400 por ciento.

En las figs 15 a 20 se muestran los resultados de los casos analizados, los cuales representan la variación del factor de ductilidad a lo largo de la altura del edificio. Asimismo, se representa con línea gruesa la respuesta promedio y con área achurada la dispersión que resulta al utilizar los tres temblores mencionados anteriormente.

6. RESULTADOS

6.1 Método aproximado

Se observa que el método propuesto proporciona cortantes de diseño en general mayores que los dados por el análisis "exacto", pero las desviaciones claramente caen dentro de los límites tolerables para aplicaciones prácticas.

6.2 Análisis no lineal

Se observa que aún para los casos en que no existe excentricidad los factores de ductilidad reales se subestiman; en el primer piso para periodos cortos y en los pisos superiores para periodos largos.

Para periodo corto y para todos los casos de excentricidades, los factores de ductilidad para el diafragma rígido son menores a los obtenidos cuando no existe excentricidad.

Para el diafragma blando, los factores de ductilidad aumentan sustancialmente para el caso en el cual la relación e/b es del 30 por ciento y disminuyen para los demás casos. Para este periodo y para todos los casos de excentricidades los aumentos y disminuciones de los factores de ductilidad tienen la misma forma general de variación que los casos en que no existe excentricidad.

Para periodo largo, se observa que nuevamente los factores de ductilidad para el diafragma rígido y para todos los casos de excentricidades, son menores a los obtenidos cuando no existe excentricidad. En cambio, para el diafragma blando se observan

aumentos en los factores de ductilidad, que llegan a alcanzar valores hasta del 100 por ciento de los obtenidos para el caso en que no existe excentricidad. Estos valores se obtienen para los casos de relación e/b del 30 y 40 por ciento. Para este periodo, los aumentos y disminuciones mantienen la forma de variación del caso en que no hay excentricidad, solo para la relación e/b del 5 por ciento.

Para los sistemas con sobrerresistencia, se observó que para todos los casos y ambos periodos, se mantenían los valores de los factores de ductilidad para el diafragma blando, de los obtenidos cuando no existía sobrerresistencia. Para el diafragma rígido, se observó que para ambos periodos y todos los casos de excentricidades (excepto para los casos de periodo largo, relaciones de e/b del 5 y 30 por ciento y sobrerresistencia del 50 por ciento, para los cuales los factores de ductilidad tenían valores del 50 por ciento de los casos correspondientes en que no existía sobrerresistencia), se tenían factores de ductilidad menores que la unidad.

7. CONCLUSIONES

7.1 Método aproximado

La respuesta torsional dinámica de sistemas de varios pisos se puede predecir en forma aproximada por la extrapolación de los resultados aplicables a sistemas de un solo piso. Se proponen las definiciones de masas, momentos de inercia, rigideces y torsiones estáticas generalizadas que permiten tales extrapolaciones. Se deben definir cortantes y momentos torsionantes de tal manera de proporcionar, a través de métodos convencionales de análisis estructural, valores de diseño adecuados de las fuerzas que actúan en los elementos resistentes.

7.2 Análisis no lineal

La respuesta no lineal de estructuras se subestima al utilizar el análisis modal empleando espectros elastoplásticos. Esta subestimación es mucho mayor en los diafragmas blandos de la estructura cuando esta tenga una excentricidad apreciable.

El hecho de tener diafragmas sobrerresistentes, solo produce reducciones en los factores de ductilidad de estos, aunque las ductilidades en los diafragmas blandos siguen siendo de consideración. En los casos estudiados, por otro lado, no se observó que la sobrerresistencia del diafragma rígido haya dado lugar a demandas excesivas de ductilidad en el blando. Esto se debe, tal vez, a que el incremento en la capacidad ante cortante directo del conjunto compensa los efectos de la excentricidad.

8. RECONOCIMIENTO

Se agradecen los valiosos comentarios y sugerencias del Dr. Luis Esteva durante el desarrollo de esta tesis.

9. REFERENCIAS

Housner, G W y Outinen, H, "The effect of torsional oscillations on earthquake stresses", *Bull Seismological Society of America*, 48, 3 (jul 1958), 221-229

Bustamante, J y Rosenblueth, E, "Building code provisions on torsional oscillations", *Proc Second World Conference on Earthquake Engineering*, Tokyo, Japon (1960), 879-94

Bustamante, J, "Reglamento del Distrito Federal. Estudio comparativo entre los métodos estático y dinámico de análisis sísmico", *Revista Ingeniería*, México (abr 1961)

Elorduy, J y Rosenblueth, E, "Torsiones sísmicas en edificios de un piso", No 164, *Instituto de Ingeniería, UNAM*, México (abr 1968)

Newmark, N M, "Torsion in symmetrical buildings", *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago de Chile (1969), A-3-19-32

Penzien, J, "Earthquake response of irregularly shaped buildings", *Proc Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago de Chile (1969), A-3-75-89

Koh, T, Takase, H y Tsugawa, T, "Torsional problems in aseismic design on high rise buildings", Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago de Chile (1969), A-4-71-87

Shibata, A, Onose, J y Shiga, T, "Torsional response of buildings to strong earthquake motions", Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago de Chile (1969), A-4-123-138

Newmark, N M y Rosenblueth, E, "Fundamentals of earthquake engineering", Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J. (1971)

Anagnostopoulos, S A, Roesset, J M y Biggs, J M, "Non-linear dynamic analysis of buildings with torsional effects", Preprints Fifth World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 2 (1973)

Wilson, Farhoomand y Bathe, "Nonlinear dynamic analysis of complex structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 1, No 3 (1973) 241-52

TABLA 1. SISTEMAS ESTUDIADOS

SISTEMA ENTRERISO	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11	
	K	e/b	K	e/h	K	e/b																
1	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	0.1	0.1	0.1	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.3	1.0	0.3
2	1.0	0.1	1.0	0.3	0.9	0.1	0.9	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.3	1.0	0.0
3	1.0	0.1	1.0	0.3	0.8	0.1	0.8	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.3	1.0	0.0
4	1.0	0.1	1.0	0.3	0.7	0.1	0.7	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.3	1.0	0.0
5	1.0	0.1	1.0	0.3	0.6	0.1	0.6	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.3	1.0	0.0
6	1.0	0.1	1.0	0.3	0.5	0.1	0.5	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	0.1	0.1	0.1	0.3	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.0
7	1.0	0.1	1.0	0.3	0.4	0.1	0.4	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	0.1	0.1	0.1	0.3	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.0
8	1.0	0.1	1.0	0.3	0.3	0.1	0.3	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	0.1	0.1	0.1	0.3	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.0
9	1.0	0.1	1.0	0.3	0.2	0.1	0.2	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	0.1	0.1	0.1	0.3	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.0
10	1.0	0.1	1.0	0.3	0.1	0.1	0.1	0.3	1.0	0.1	1.0	0.3	0.1	0.1	0.1	0.3	1.0	0.3	1.0	0.0	1.0	0.0

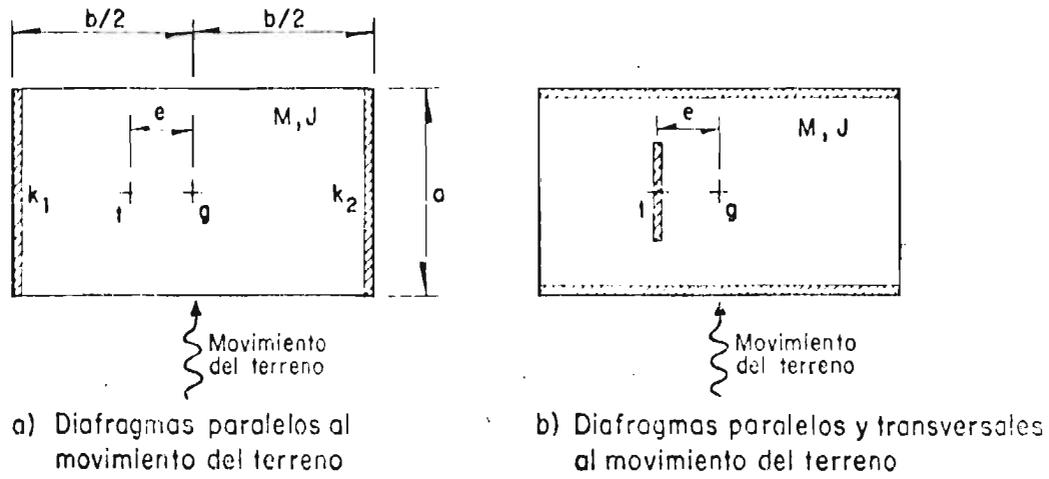


Fig 1. Sistema de referencia de un piso

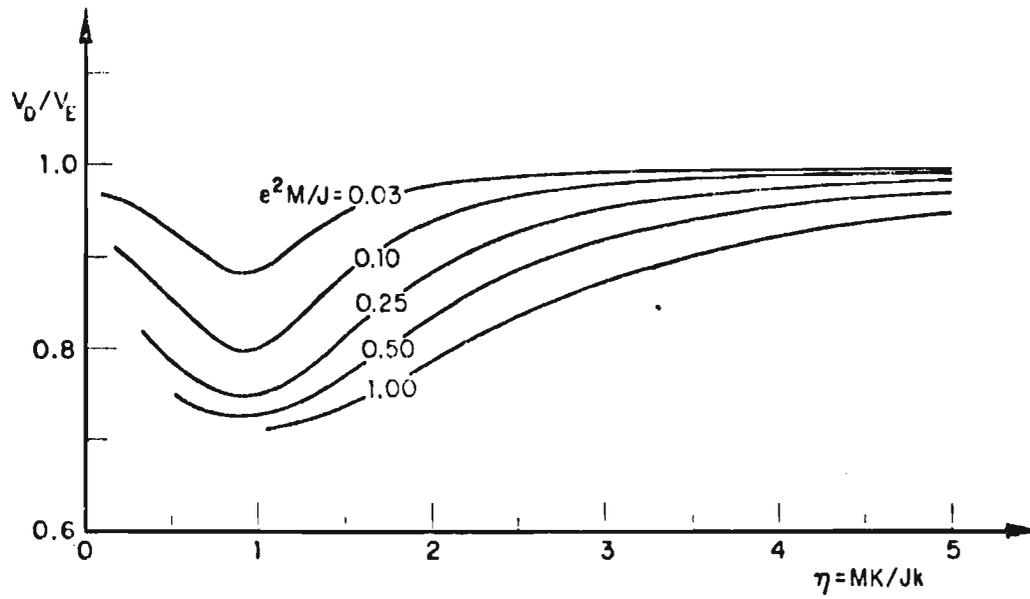


Fig 2. Relación del cortante dinámico al estático. Sistema 1b. Espectro de aceleración constante

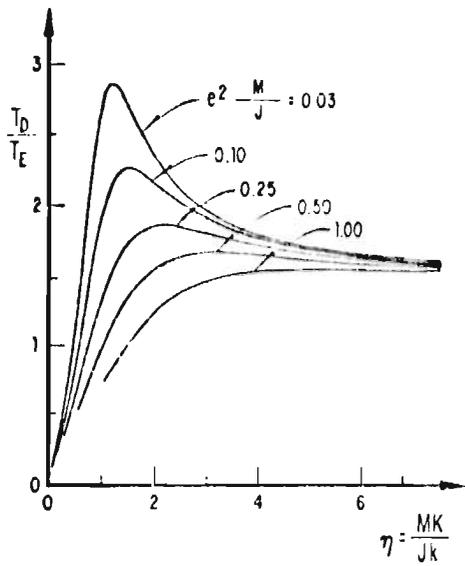


Fig 3. Relación de la torsión dinámica a la estática. Sistema 1b. Espectro de aceleración constante

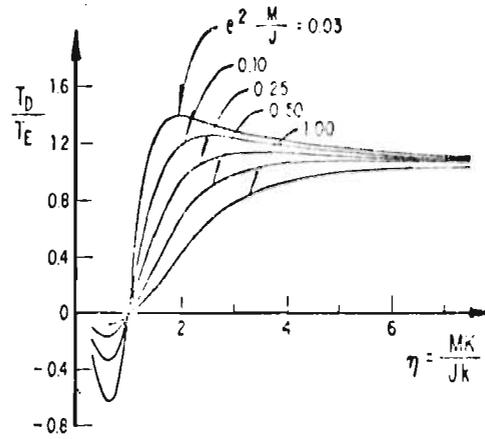


Fig 4. Relación de la torsión dinámica a la estática de acuerdo con el criterio propuesto de superposición modal. Sistema 1a. Espectro de aceleración constante

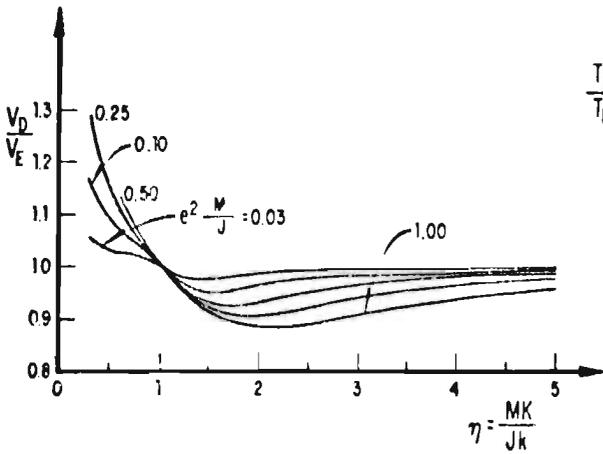


Fig 5. Relación del cortante dinámico al estático de acuerdo con el criterio propuesto de superposición modal. Sistema 1a. Espectro de aceleración constante

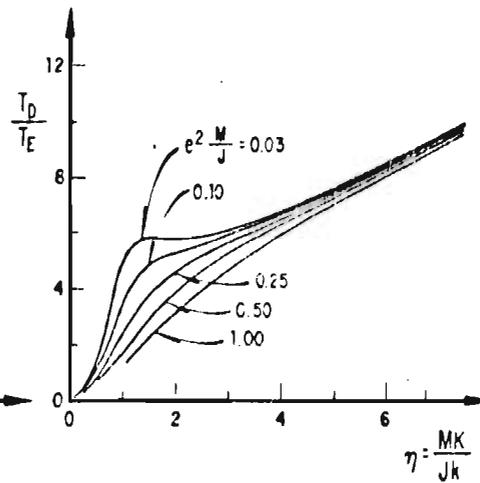


Fig 6. Relación de la torsión dinámica a la estática de acuerdo con el criterio propuesto de superposición modal. Sistema 1b. Espectro de aceleración constante

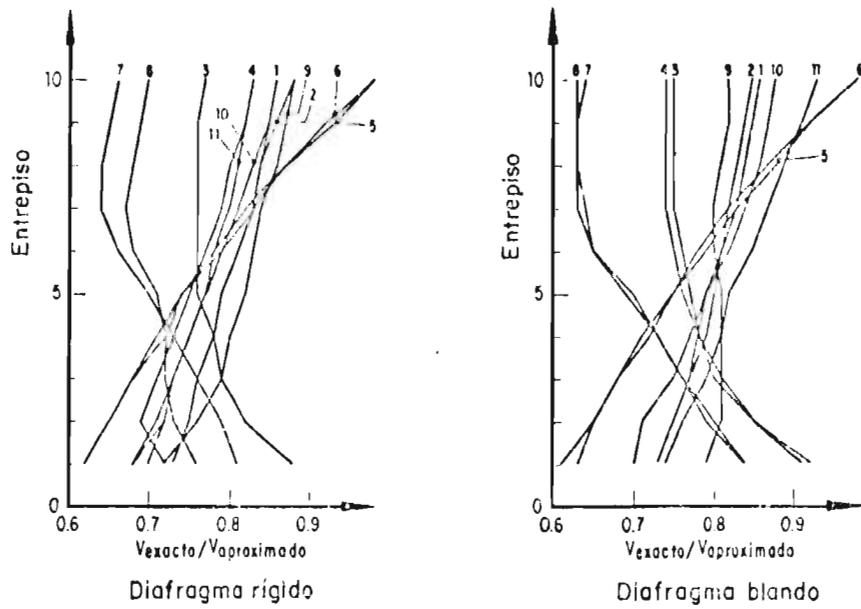


Fig 7. Relación del cortante exacto al aproximado en los diafragmas

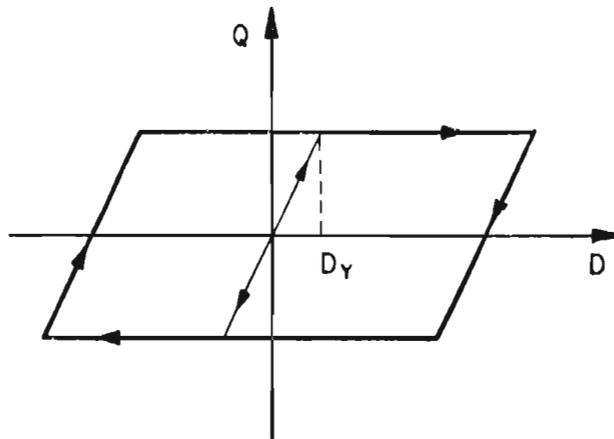


Fig 8. Ley fuerza - desplazamiento

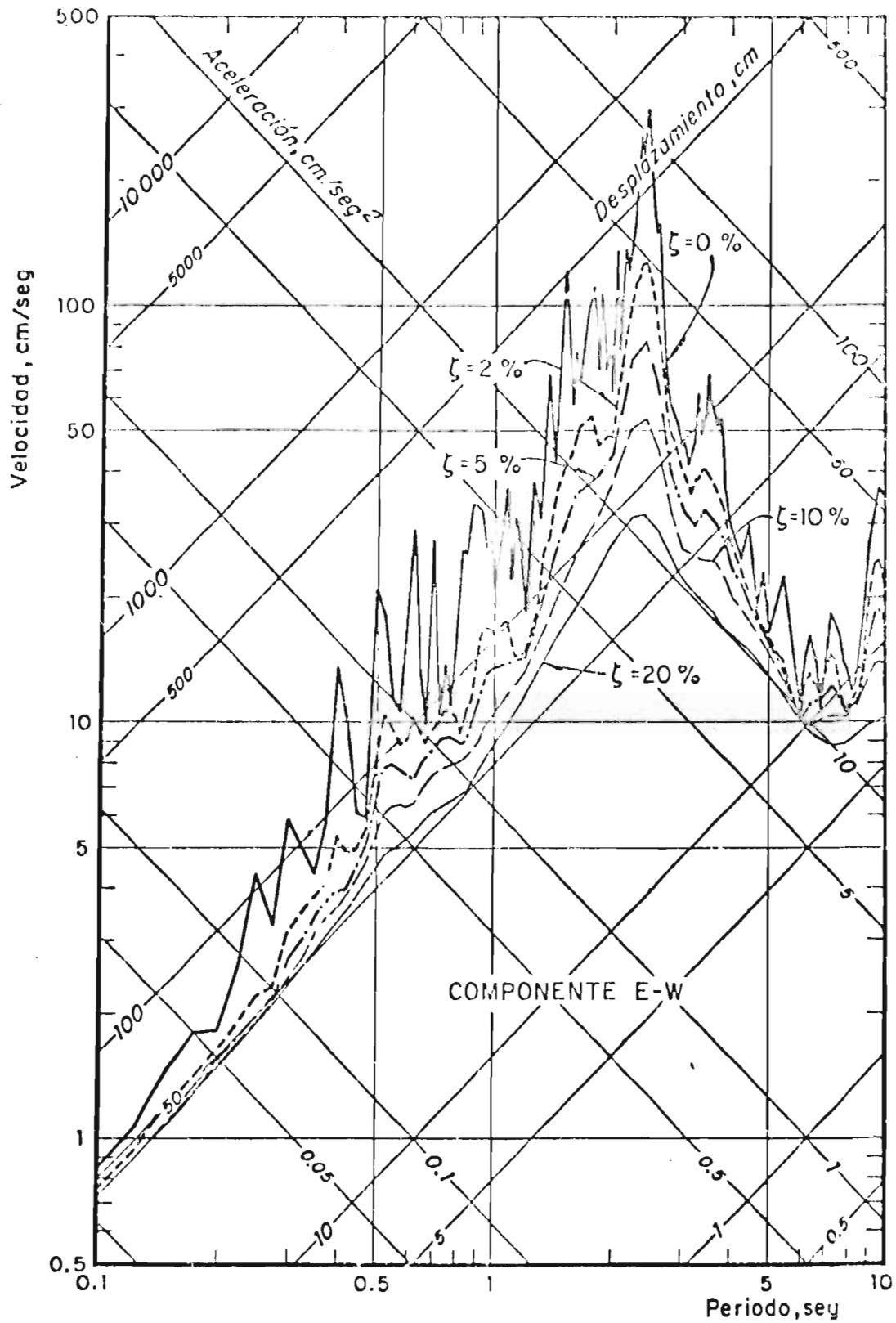


Fig 9. Espectros de respuesta. Patio Edificio Atizapán,
2 de agosto de 1968

COMPONENTE E - W

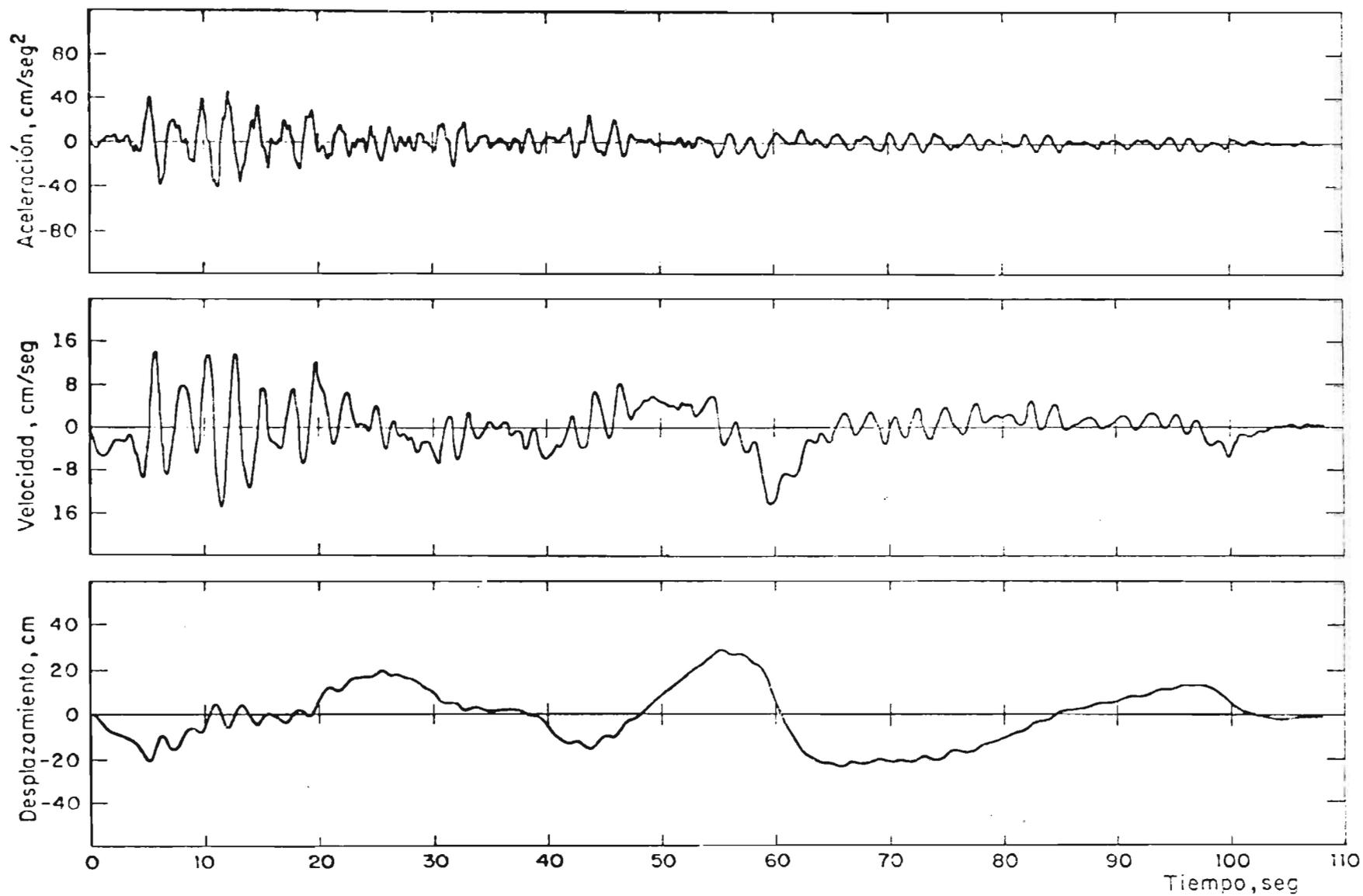


Fig 10. Movimiento del terreno. Patio edificio Atizapán, 2 de agosto de 1968

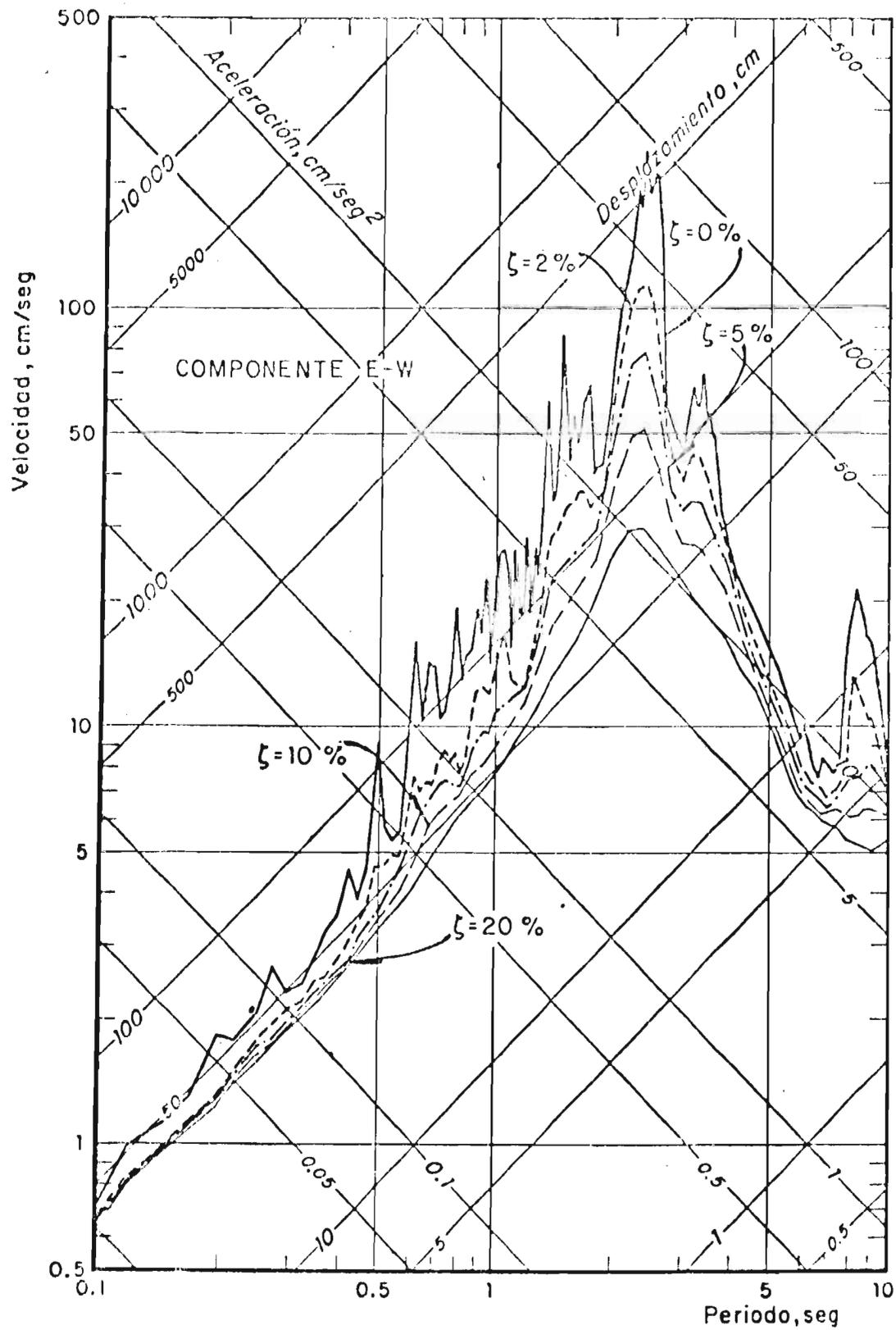


Fig 11. Espectros de respuesta .Cimentación Edificio Atizapán,
2 de agosto de 1968

COMPONENTE E - W

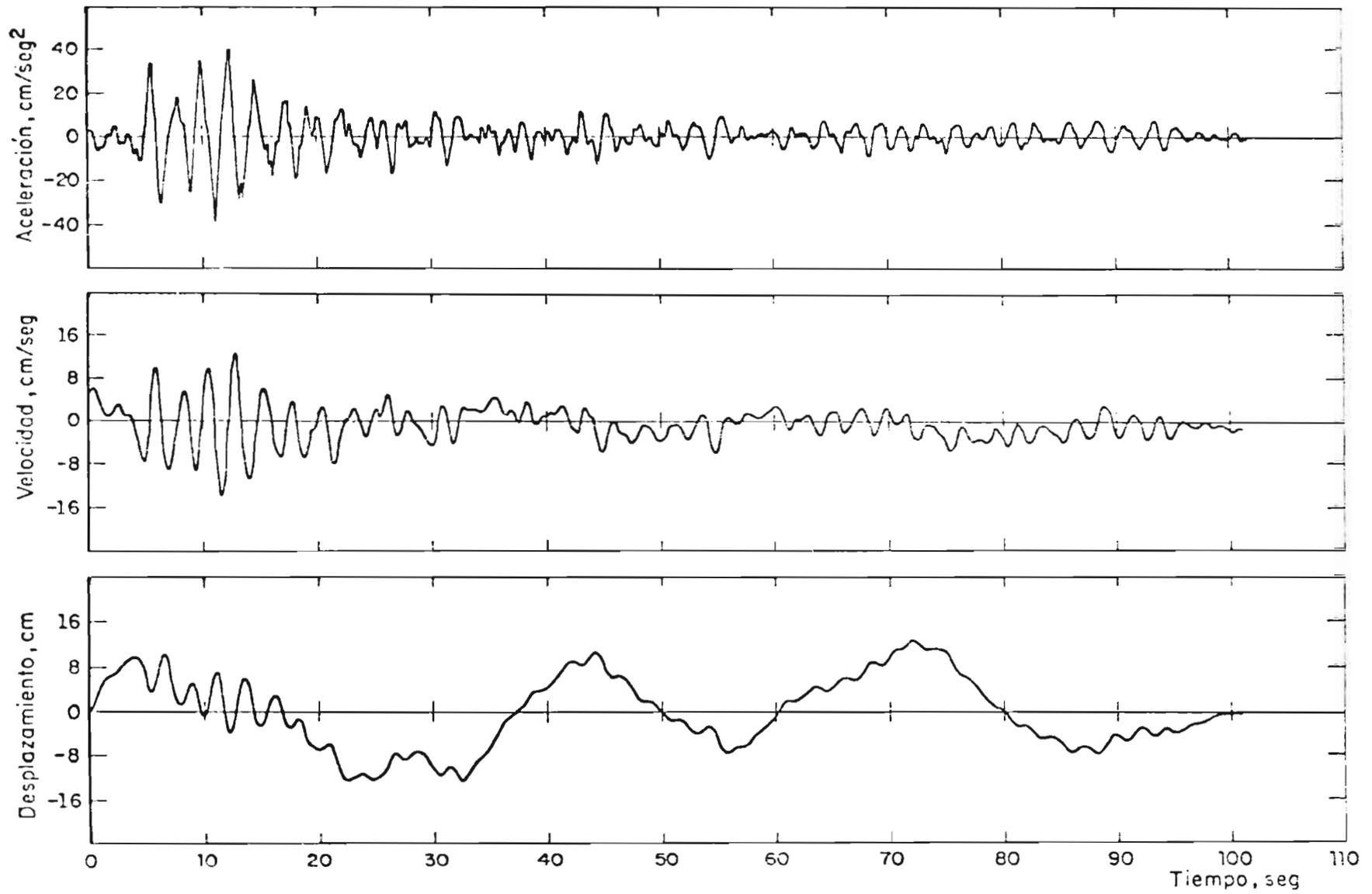


Fig 12. Movimiento del terreno. Cimentación edificio Atizapán, 2 agosto de 1968

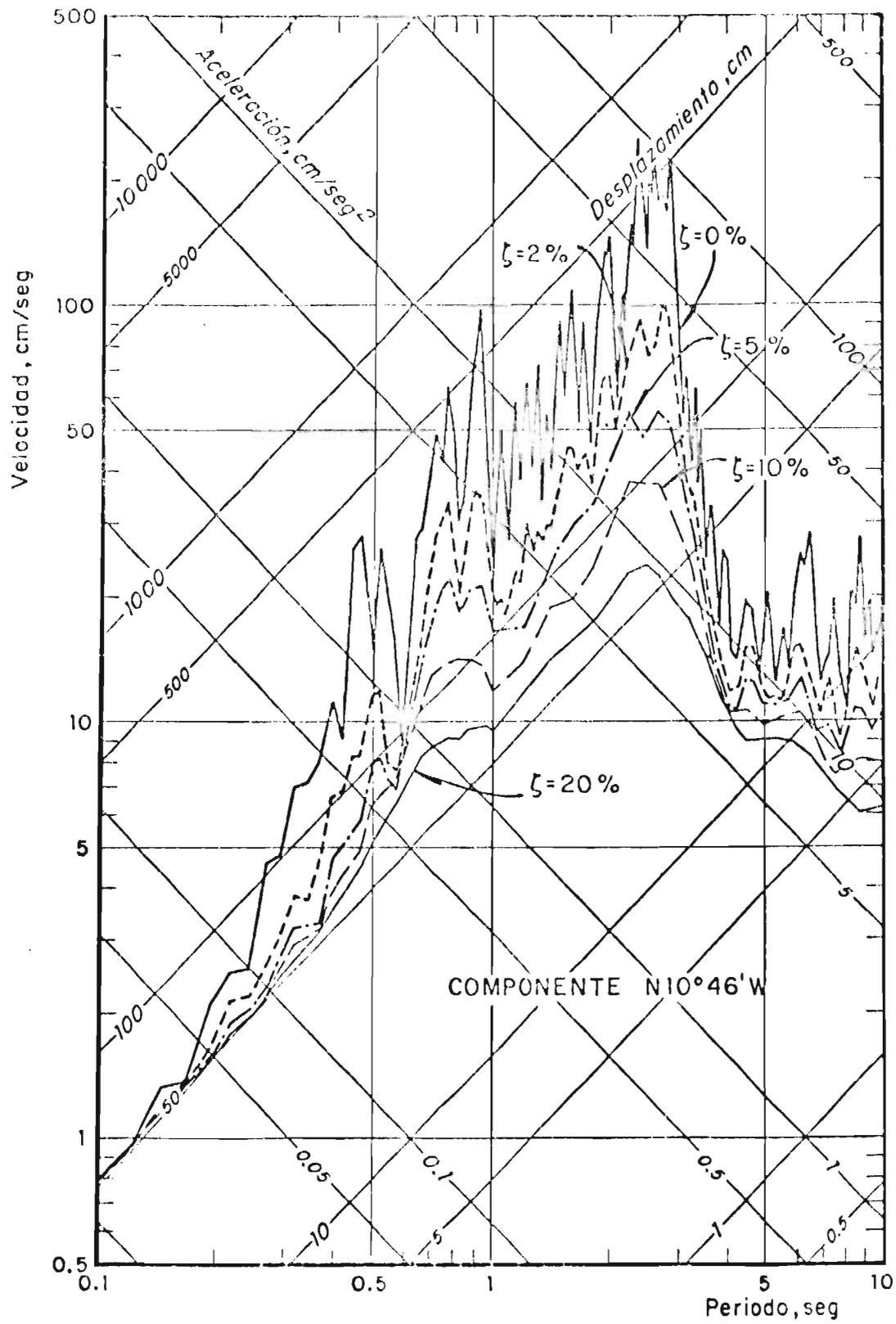


Fig 13. Espectros de respuesta. Alameda Central, 11 de mayo de 1962

COMPONENTE N 10° 46' W

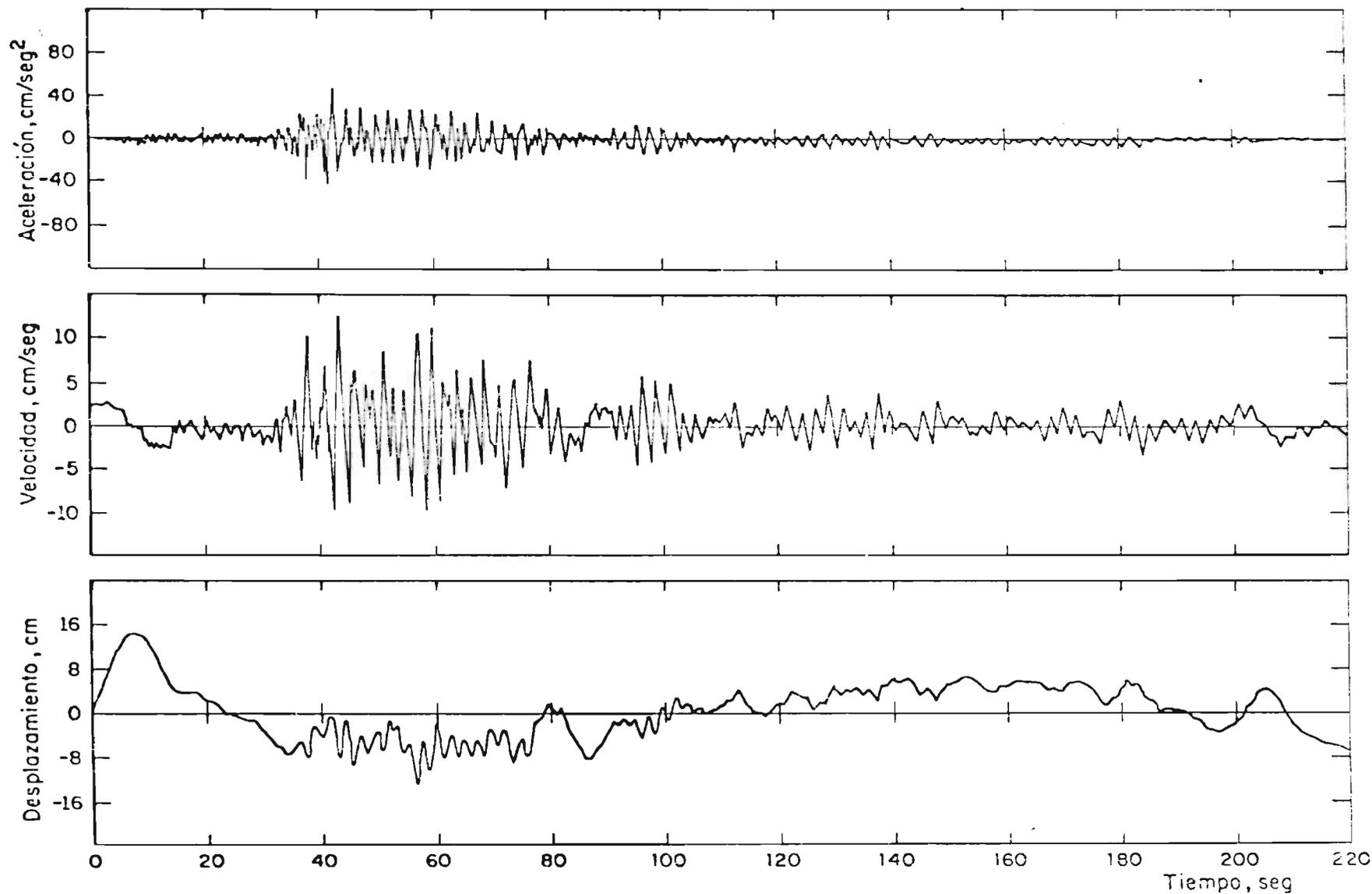


Fig 14. Movimiento del terreno. Alameda Central, 11 de mayo de 1962

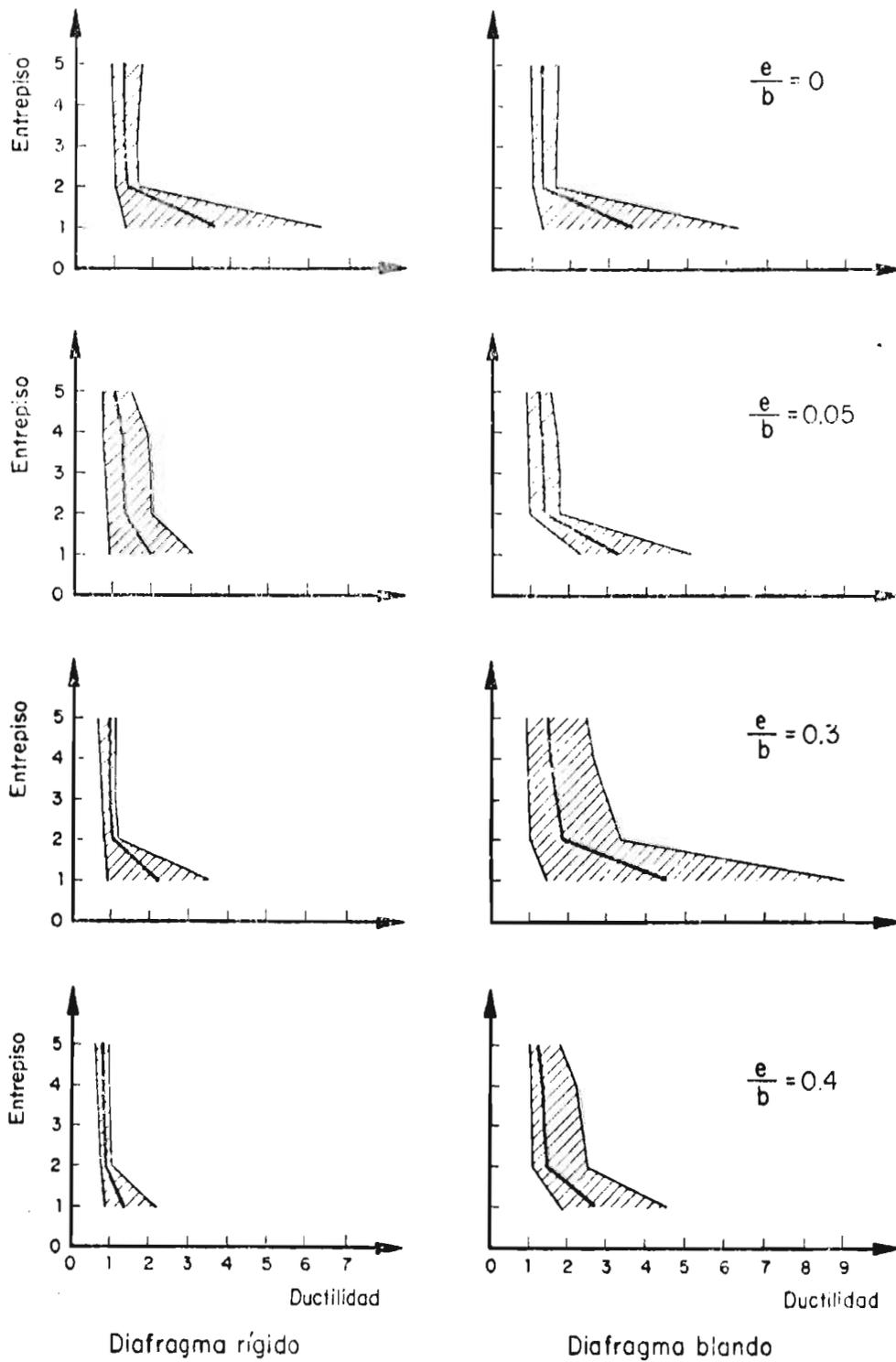


Fig 15. Demandas de ductilidad . T= 0.5 seg

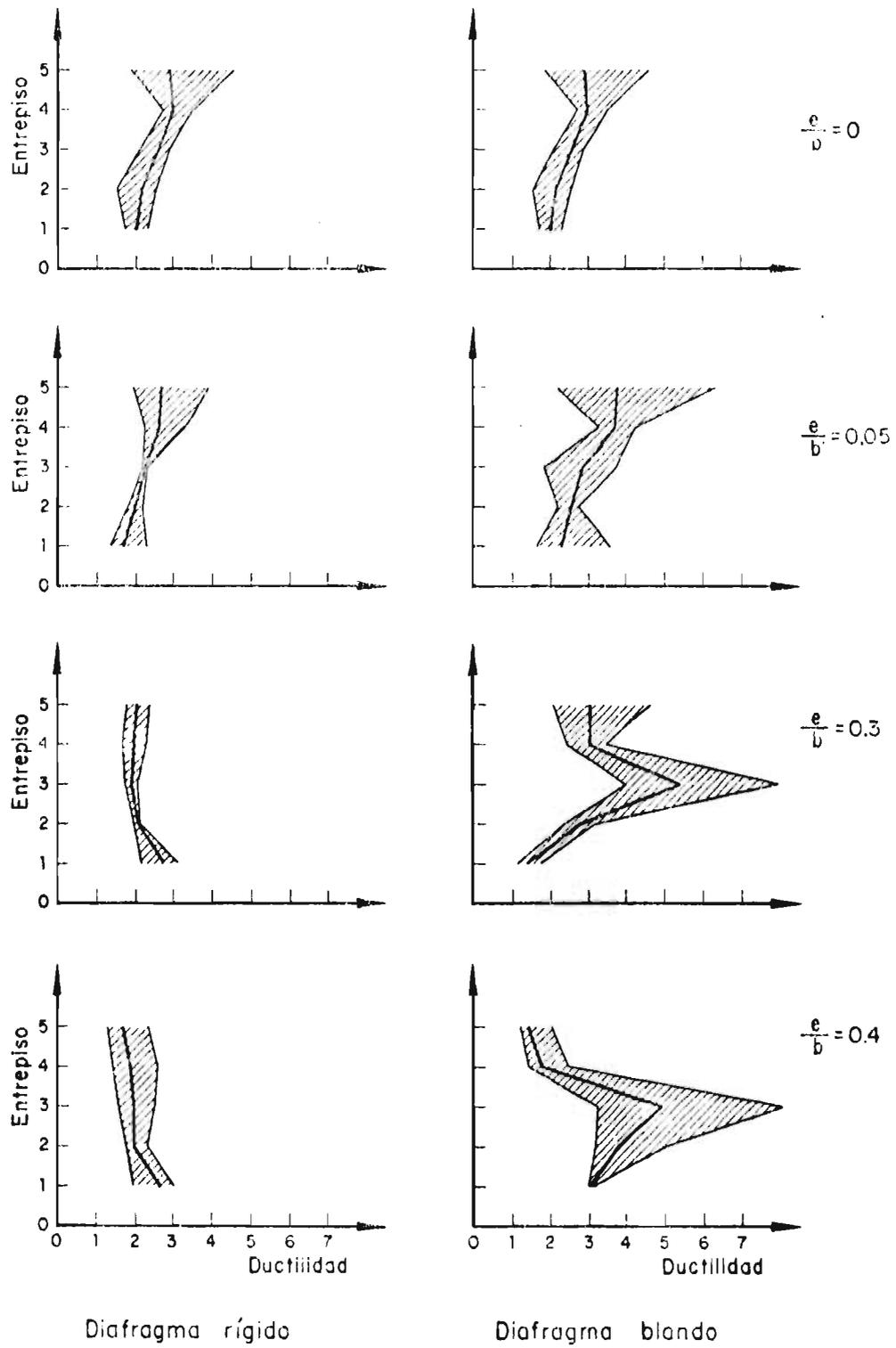


Fig 16. Demandas de ductilidad, T=2.5 seg

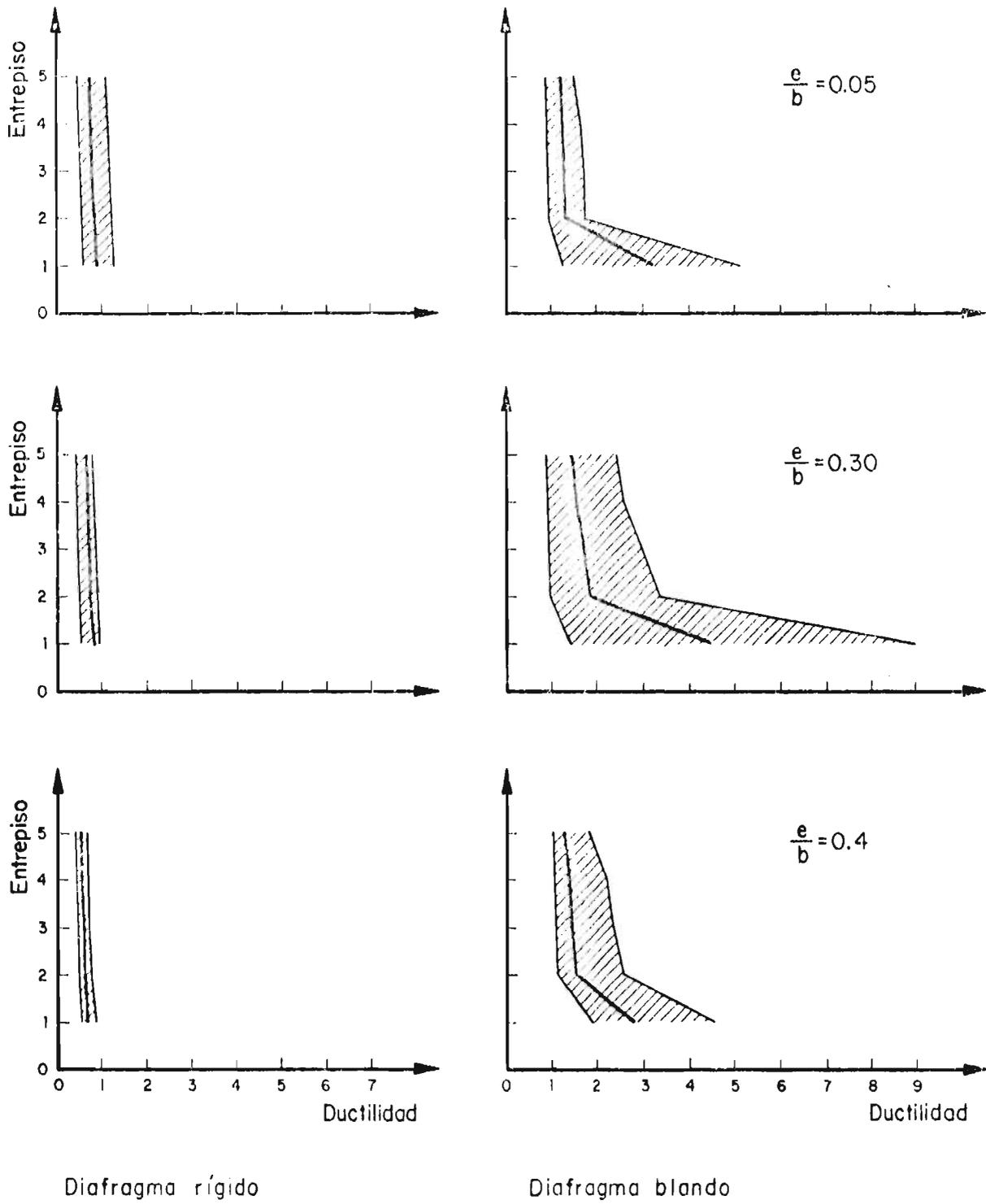
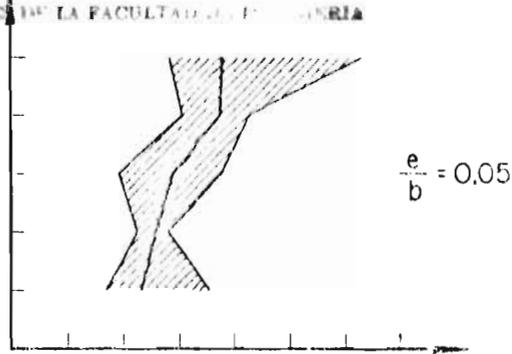
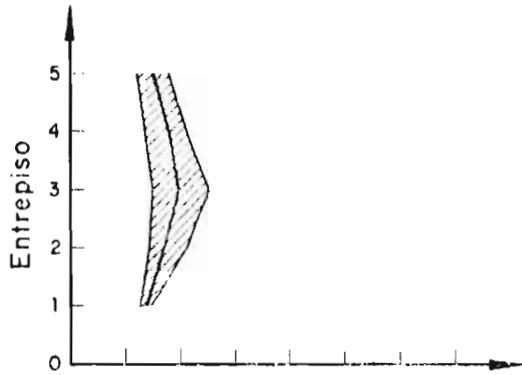
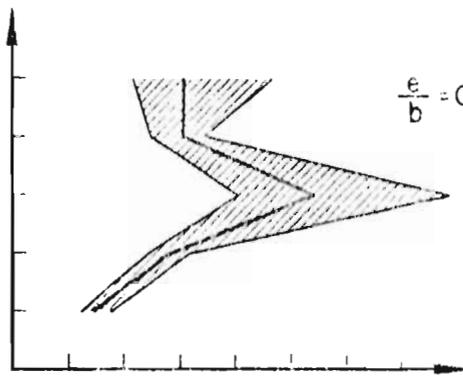
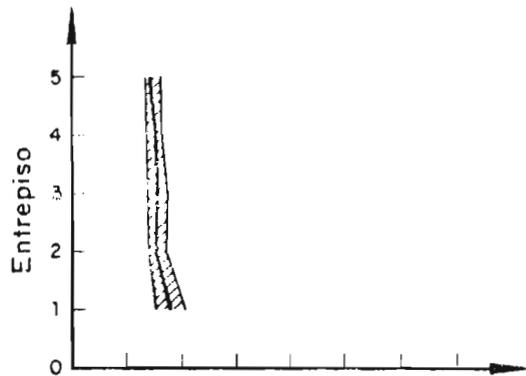


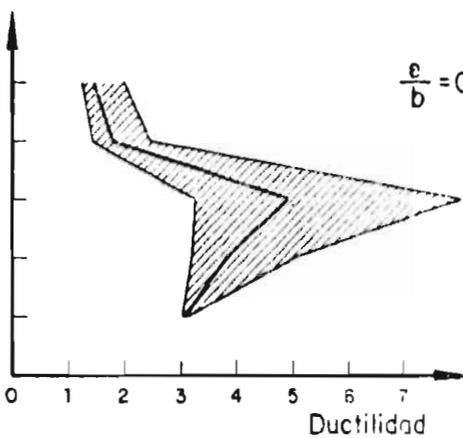
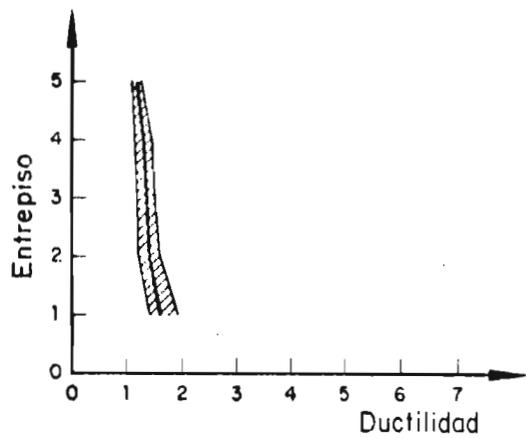
Fig 17. Demandas de ductilidad. $T=0.5$ seg. Sobrerresistencia en el diafragma rígido = 1.5



$$\frac{e}{b} = 0.05$$



$$\frac{e}{b} = 0.30$$

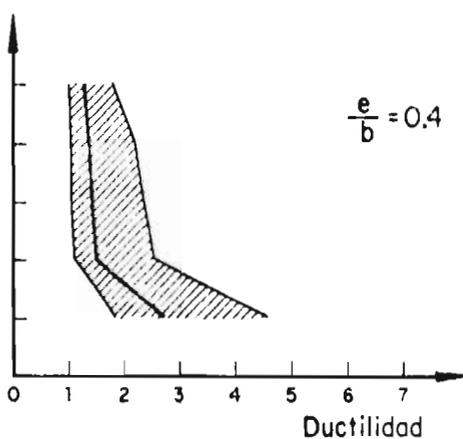
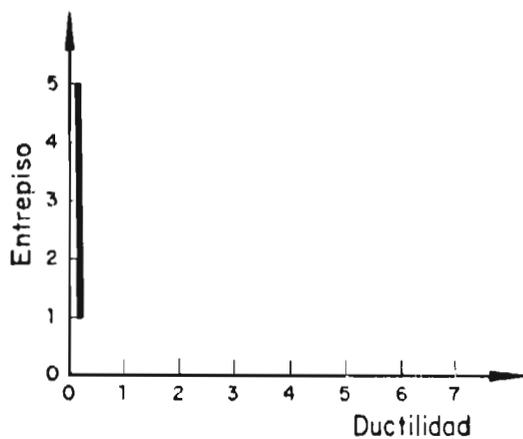
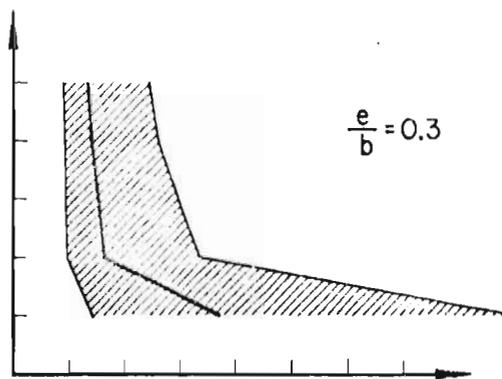
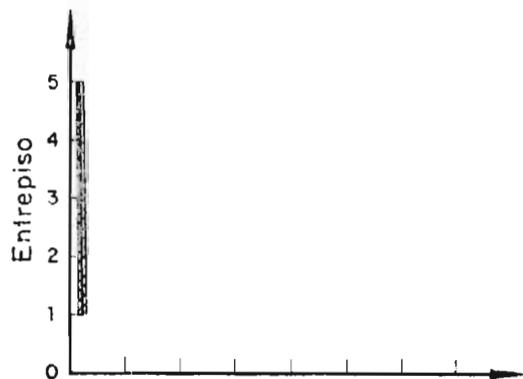
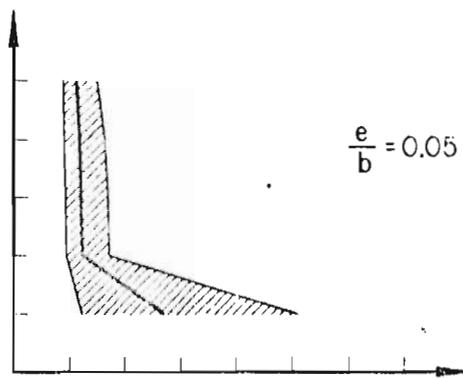
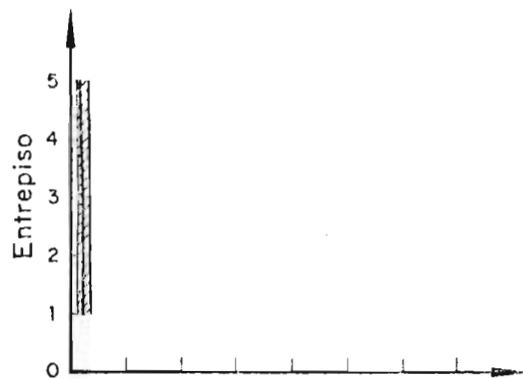


$$\frac{e}{b} = 0.4$$

Diafragma rígido

Diafragma blando

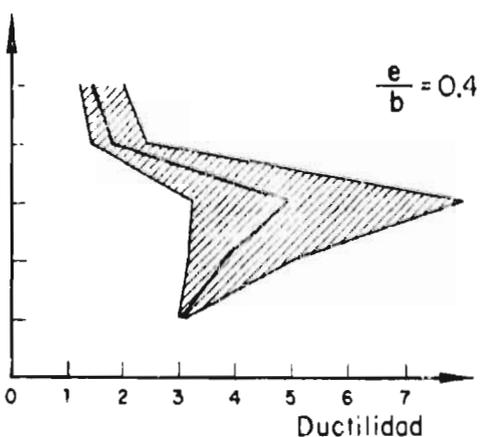
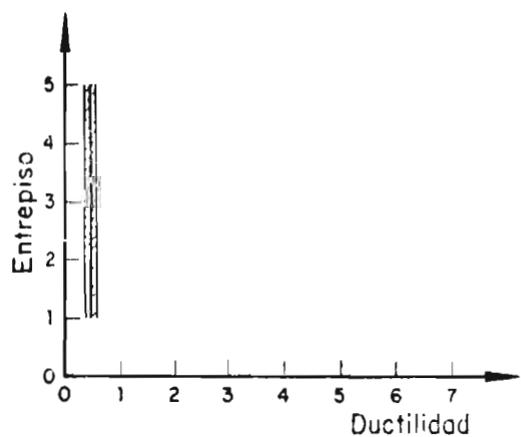
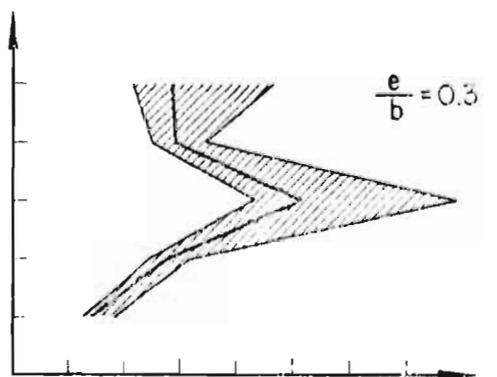
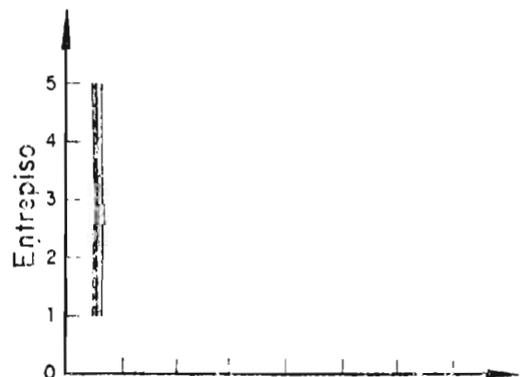
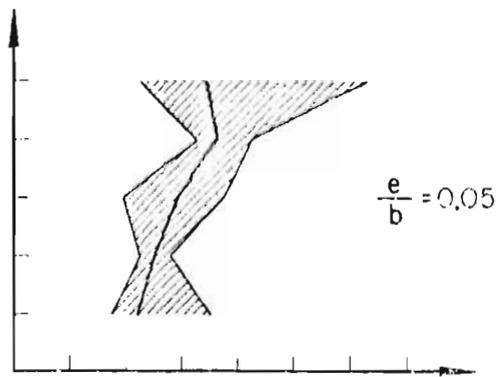
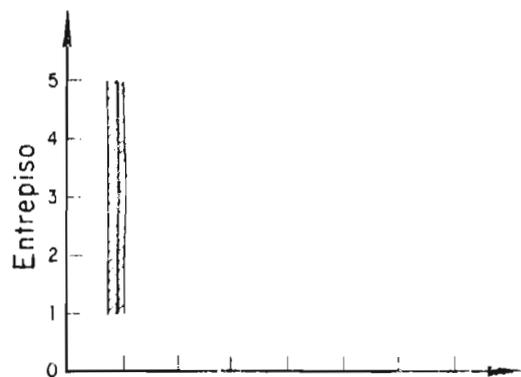
Fig 18. Demandas de ductilidad. $T = 2.5$ seg. Sobrerresistencia en el diafragma rígido = 1.5



Diafragma rígido

Diafragma blando

Fig 19. Demandas de ductilidad. $T=0.5$ seg. Sobrerresistencia en el diafragma rígido = 4



Diafragma rígido

Diafragma blando

Fig 20. Demandas de ductilidad. $T=2.5$ seg. Sobrerresistencia en el diafragma rígido = 4