

01149

121

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES
SECCION DE PLANEACION

FRECIOS DE MERCADO Y DE EQUILIBRIO DE LOS
SECTORES PRODUCTIVOS DE LA
ECONOMIA MEXICANA

TESIS QUE PRESENTA EL
ING JAVIER RIVAS ALVAREZ
PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN PLANEACION

CREDITOS POR TESIS 12

JURADO:

M. EN C AGUSTIN PAULIN PEREZ

DR. PEDRO REYES ORTEGA

DR. SERGIO FUENTES MAYA

DR. JOSE DE JESUS ACOSTA REYES

DR. FELIPE OCHOA ROSSO

JEFE DE LA SECCION
M. EN C AGUSTIN PAULIN PEREZ



C. U.. México, D. F.

1979

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES
SECCION DE PLANEACION

PRECIOS DE MERCADO Y DE EQUILIBRIO DE LOS
SECTORES PRODUCTIVOS DE LA
ECONOMIA MEXICANA.

TESIS QUE PRESENTA EL
ING JAVIER RIVAS ALVAREZ
PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN PLANEACION.

CREDITOS POR TESIS 12

JURADO:

M EN C AGUSTIN PAULIN PEREZ

DR PEDRO REYES ORTEGA

DR SERGIO FUENTES MAYA

DR JOSE DE JESUS ACOSTA REYES

DR FELIPE OCHOA ROSSO

JEFE DE LA SECCION
M EN C AGUSTIN PAULIN PEREZ

G. U., México, D. F.

1979

A MIS PADRES

ARNULFO RIVAS GONZALEZ
MA DEL REFUGIO ALVAREZ

A MIS HERMANOS

A PROFESORES DE LA D. E. S. F. I.
Y AL DR PEDRO REYES ORTEGA
POR SU COLABORACION

I N D I C E

Capítulo	Página
1. INTRODUCCION	1
1.1 Exposición del problema	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Contenido	2
1.4 Antecedentes	3
1.5 Procedimiento	6
2. EQUILIBRIO ECONOMICO GENERAL	9
2.1 Modelo de Walras-Cassel	10
2.2 Modelo de Dorfman, Samuelson y Solow	14
3. CUADRO DE TRANSACCIONES INTERINDUSTRIALES	23
3.1 Clasificación sectorial	24
3.2 Descripción del cuadro de insumo-producto	25
3.3 Estructura del cuadro de insumo-producto	26
3.4 Cuadro de insumo-producto y el sistema de cuentas nacionales	30
4. EXPOSICION TEORICA DE MODELOS ECONOMICOS	32
4.1 Modelo de Insumo-Producto	32
4.1.1 Requerimientos directos e indirectos de los insumos	39
4.1.2 Factores primarios	40
4.1.3 Precios de mercado	41
4.2 Modelo de Dos Canales	44
4.2.1 Proceso de trabajo y proceso de valorización	51
4.2.2 Acumulación originaria	57
4.2.3 Proceso de reproducción simple	60
4.2.4 Acumulación de capital	61
4.2.5 Conversión de la plusvalía en capital	62
4.2.6 Exposición matemática	64
4.2.6.1 Primer Canal	65
4.2.6.2 Segundo Canal	66

Capítulo	Página
4.2.6.3 Sistema Combinado	67
4.3. Modelo de Análisis de Actividades	68
4.3.1 Programa primal	70
4.3.2 Programa dual	72
4.3.3 Interpretación económica de la solución óptima	73
4.3.3.1 Variables primales	73
4.3.3.2 Variables duales	73
4.3.3.3 Variables de holgura del primal	74
4.3.3.4 Variables de holgura del dual	75
4.3.3.5 Condiciones de holgura complementaria	75
5. APLICACION DE LOS MODELOS ECONOMICOS E INTERPRETACION DE RESULTADOS	78
5.1 Modelo de Insumo-Producto	78
5.2 Modelo de Dos Canales	82
5.2.1 Primer Canal	82
5.2.2 Segundo Canal	86
5.2.3 Sistema Combinado	89
5.3 Modelo de Análisis de Actividades	89
5.4 Interpretación de resultados	93
5.5 Interpretación de resultados del modelo lineal de Análisis de Actividades	106
5.5.1 Variables duales	106
5.5.2 Variables de holgura del dual	109
5.5.3 Condiciones de holgura complementaria	109
6. CONCLUSIONES	118
APENDICE A	121
Matriz de transacciones interindustriales	
APENDICE B	122
Propiedades de la matriz de coeficientes tecnológicos	
APENDICE C	124
Datos y resultados de los modelos económicos de Leontief, Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades	
BIBLIOGRAFIA	173

C A P I T U L O I

I N T R O D U C C I O N

1.1 Exposición del problema

El problema fundamental de este trabajo es obtener los precios de mercado y de equilibrio económico general de los principales sectores productivos de la economía mexicana. Los precios de mercado pertenecen a las estructuras de competencia imperfecta y las políticas correctivas gubernamentales, por lo cual estos precios no corresponden al óptimo aprovechamiento de los recursos escasos ni a los valores sociales de los bienes. Por otra parte, los precios de equilibrio económico general sí cumplen con las condiciones anteriores de acuerdo a una economía de competencia perfecta; el problema de equilibrio no se presentaría en economías donde la producción fuera controlada completamente y asignada a los consumidores sin la intervención de ningún mercado o decisión descentralizada.

1.2 Objetivos

Los principales objetivos que se plantean en este tra-

bajo son los siguientes:

1. Encontrar los precios de mercado y de equilibrio económico general de los sectores productivos.
2. Obtener la distorsión existente entre los precios de mercado y de equilibrio general para efectuar un mejor diseño de la política económica.
3. Disponer de un mejor conjunto de precios que puedan usarse en el diseño de programas óptimos de asignación de recursos y producción.
4. Establecer lineamientos para lograr una mejor distribución de bienes y servicios.

1.3 Contenido

El contenido de los capítulos que se desarrollan se describe a continuación:

En el Capítulo I se expone el problema por resolver, el cual consiste en la obtención de los precios de mercado y de equilibrio general de los principales sectores en que se ha agrupado la economía mexicana.

En el Capítulo II se expone el problema de equilibrio económico general desde el punto de vista teórico para enmarcar la solución cuantitativa de los modelos de Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades; dicho problema revisa

te una gran importancia porque se presenta en todas las economías parcial y totalmente descentralizadas.

En el Capítulo III se presenta la descripción estructural del cuadro de transacciones interindustriales del Apéndice A, el cual forma la base de aplicación de los modelos económicos.

En el Capítulo IV se hace la exposición teórica de los modelos económicos de Leontief o Insumo-Producto, para obtener los precios de mercado; y los de Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades, para obtener los precios de equilibrio económico general.

El Capítulo V contiene la aplicación de los modelos a la economía mexicana, utilizando el cuadro de transacciones interindustriales del Apéndice A, y la interpretación de los resultados.

El Capítulo VI contiene las conclusiones que se obtienen del análisis de los resultados de la aplicación de los modelos a la economía mexicana.

Los apéndices A, B y C contienen el cuadro de transacciones interindustriales o matriz de insumo-producto de 1960, las propiedades de la matriz de coeficientes tecnológicos y los datos y solución de los modelos económicos; finalmente se anexa la Bibliografía.

1.4 Antecedentes

Históricamente, de los principales estudios relacionados

con este trabajo se pueden citar los siguientes:

El cuadro de equilibrio general del economista francés Quesnay del grupo de los fisiócratas, el cual fue presentado en 1758 por medio de su Tableau Économique^{1/}.

De la Escuela de Lausana, especialmente Leon Walras presentó su modelo en 1874 que contiene series de ecuaciones para el ingreso y los gastos del consumidor, el costo de producción en cada sector y la oferta y demanda totales de mercancías y factores de producción^{2/}; este sistema fue perfeccionado por Vilfredo Pareto, de la misma Escuela.

En 1932 G. Cassel presentó un modelo, Walras-Cassel, que toma en cuenta los coeficientes tecnológicos fijos con algunas simplificaciones^{3/}.

El primer estudio riguroso de las condiciones de equilibrio general fueron hechas por Abraham Wald en 1932^{4/}. Este modelo fue posteriormente tratado por Dorfman, Samuelson y Solow^{5/} para efectuar una rigurosa demostración de la solu-

- 1/ F. Quesnay, Tableau Économique et maximes générales du gouvernement Économique, Paris, 1758.
- 2/ Leon Walras, Elements d'Économie politique pure, Lausana; F. Rouge, 1874.
- 3/ G. Cassel, Theory of Social Economy, rev. ed. 137-155, Harcourt, Brace and Company, Inc., New York, 1932.
- 4/ A. Wald, Some Systems of Equations of Mathematical Economics, Econometrica, 19, 368-403, 1951.
- 5/ R. Dorfman, P. A. Samuelson and M. Solow; Linear Programming and Economic Analysis; McGraw-Hill Book Co.; 1958.

ción del problema de equilibrio económico general, el cual sirve como planteamiento teórico del problema para, posteriormente en el desarrollo del trabajo, efectuar una solución cuantitativa.

La contribución de los trabajos de Leontief fue su modelo abierto de Insumo-Producto, el cual se expone teóricamente y se aplica para la obtención de los precios de mercado, que son analizados conjuntamente con los precios de equilibrio general obtenidos mediante los modelos de Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades. Los trabajos fueron publicados en 1936, 1941 y 1951; el procedimiento consistió en simplificar el modelo de Walras al obtener un conjunto de parámetros que permitió eliminar los efectos de las ofertas limitadas de factores, así como suprimir algunos ajustes que caracterizan al concepto walrasiano de equilibrio general.

El trabajo denominado Cuadro de Insumo-Producto de 1960 que fue elaborado por personal del Banco de México, del cual se presenta la matriz en el Apéndice A y se hace una exposición estructural para comprender cada uno de los elementos que se usan en la exposición teórica de los modelos económicos y su aplicación.

Los antecedentes del modelo de Dos Canales se encuentran en la exposición de economía política que hace Marx en su obra El Capital^{6/} y en la exposición matemática del trabajo

6/

C. Marx, El Capital Vol. I, F. C. E., México, 1973.

de P.A. Reyes y V. Solis⁷. El enfoque de economía política permite exponer y aplicar el modelo en tres modalidades surgidas del análisis del valor de las mercancías, el cual representa la fuerza de trabajo invertida en su producción; este enfoque si bien no sigue la teoría del modelo de Dorfman, Samuelson y Solow sí llega a determinar los precios de equilibrio económico general.

Por otra parte se presenta el modelo lineal de Análisis de Actividades, que tiene como primeros antecedentes la técnica de programación lineal desarrollada en 1939 por Kantorovich y posteriormente por Koopmans, la cual es descendiente del análisis de insumo-producto. La solución cuantitativa obtenida por este modelo que corresponde a los precios de equilibrio económico general se ajusta más a la exposición presentada por Dorfman, Samuelson y Solow ya que se hace intervenir los factores primarios como insumos para la producción y por lo tanto la demanda de los productos de las familias a lo más puede ser igual a su ingreso.

1.5 Procedimiento

El procedimiento comprende principalmente las siguientes partes:

La primera es una introducción conveniente al desarrollo del trabajo, que se presenta mediante el planteamiento del pro

⁷ P.A. Reyes y V. Solis, Formulación de Precios en las Economías Soviéticas, por editar.

blema, del cual por su importancia el equilibrio económico general se expone desde el punto de vista teórico empleando los modelos de Walras-Cassel como una primera tentativa de solución, basándose en el análisis de variables y ecuaciones; y el de Dorfman, Samuelson y Solow que ofrece una rigurosa demostración de solución al problema.

La segunda comprende un análisis estructural del cuadro de transacciones interindustriales que se toma como base para la aplicación de los modelos de Leontief o Insumo-Producto, de Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades; y una presentación teórica de los modelos económicos, que comprenden los supuestos principales en que se basan y la exposición matemática, para obtener mediante el modelo de Leontief los precios de mercado; y con los de Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades, los precios de equilibrio económico general.

La tercera es la aplicación de los modelos a la economía mexicana, basados en la matriz de transacciones interindustriales o de insumo-producto de 1960, para obtener una solución cuantitativa tanto de los precios de mercado como de equilibrio económico general y que analizados en una forma conjunta se puedan inferir resultados que muestren el comportamiento de la economía y se puedan establecer lineamientos a seguir para su planeación.

Finalmente cabe hacer notar que en el procedimiento, que

corresponde a la parte de aplicación de los modelos, se emplea la programación en lenguaje FORTRAN de computadora para el procesamiento electrónico de los datos, ya que la magnitud de las matrices requieren un análisis flexible para llegar a resultados más precisos.

C A P Í T U L O I I

EQUILIBRIO ECONOMICO GENERAL

El concepto de equilibrio económico general no presenta problemas especiales en una economía completamente centralizada, puesto que la producción es enteramente controlada y asignada a los consumidores sin la intervención de ningún mercado o decisión descentralizada; los problemas son de factibilidad y optimización más que de equilibrio.

En una economía con cualquier grado de descentralización, especialmente si los intercambios se efectúan a través del mercado, hay un problema real de equilibrio, por lo cual este problema se presenta también en economías parcialmente centralizadas, tales como las de tipo soviético.

Por lo tanto, el problema de equilibrio económico general se trata tomando como base una economía competitiva completamente descentralizada, el cual se aborda inicialmente en este trabajo empleando el modelo de Walras-Cassel que determina mediante el análisis de variables y ecuaciones la probable existencia de solución; posteriormente, empleando el modelo de Dorfman, Samuelson y Solow, se demuestra rigu-

rosamente la existencia y unicidad de solución de este problema.

2.1 Modelo de Walras-Cassel

Se considera una economía con n mercancías y m recursos, por lo cual existe disponible una cantidad en oferta del i 'ésimo recurso b_i para la producción de la j 'ésima cantidad de mercancía x_j . Las posibilidades de producción técnica se caracterizan por mn cantidades fijas de a_{ij} , que representa la cantidad física del i 'ésimo recurso usado en la producción de la j 'ésima mercancía.

Además, para producir la primera mercancía los productores requieren $a_{11}x_1$ unidades del recurso 1, los productores de la segunda mercancía requieren $a_{12}x_2$ y el total del i 'ésimo recurso de demanda para la producción es entonces $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n$; por lo tanto, se pueden establecer m ecuaciones igualando la oferta a la demanda de los m recursos empleados en la economía, las cuales son:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \tag{2-1}$$

Ahora, cada mercancía y recurso o factor de producción tienen un valor representado por sus precios, por lo cual

(2-1) por los precios v_i , donde $i=1, \dots, m$, y sumando se tiene:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j v_i = \sum_{i=1}^m b_i v_i$$

y tratando el sistema (2-3) de la misma forma por x_j , donde $j=1, \dots, n$, se tiene:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m a_{ji} x_j v_i = \sum_{j=1}^n p_j x_j$$

por lo tanto se obtiene:

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j = \sum_{i=1}^m v_i b_i$$

La cual establece que el valor de los productos es exactamente igual al de los recursos escasos empleados en su producción.

Se supone en este modelo que la oferta de factores b_i son constantes dados por naturaleza, es decir, que las funciones de oferta (2-4) son perfectamente inelásticas con respecto a todos los precios.

En este nivel de análisis se cuentan variables y ecuaciones para poder determinar si el modelo es consistente con la existencia de un equilibrio económico general.

Considerando los sistemas de ecuaciones (2-1), (2-2), (2-3) y (2-4) se tienen $2n+2m$ ecuaciones y $2n+2m$ incógnitas x_j , p_j , v_i y b_i . Como la oferta de recursos o factores b_i depende de los precios de mercado de todos los servicios producidos y de los precios de las mercancías finales, se crea una dicotomía de precios absolutos y relativos.

Walras maneja la situación seleccionando un tipo de mercancía que se usa como unidad de cuenta o el numerario del sistema de precios relativos. Por lo cual toma la mercancía tipo x_1 y establece su precio $p_1=1$, reduciendo el número de incógnitas y ecuaciones en una respectivamente; la incógnita seleccionada se determina por la ecuación

$$(1) x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n = v_1 b_1 + v_2 b_2 + \dots + v_m b_m$$

En el modelo de Walras-Cassel se consideran los precios absolutos sujetandolos a una condición razonable, la cual se establece como:

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n + v_1 + v_2 + \dots + v_m = 1$$

Esta condición no tiene significado económico, pero se pueden encontrar precios absolutos que la satisfagan.

En cualquiera de los dos casos se preserva el número de ecuaciones independientes y el número de incógnitas. Sin embargo, no se puede concluir que el sistema de Walras-Cassel tiene solución, aun menos que la solución es única o que tiene una solución con significado económicamente completo.

2.2 Modelo de Dorfman, Samuelson y Solow

El modelo usa como herramienta el teorema de dualidad de la programación lineal y el teorema de punto fijo de Kakutani; además, considera las siguientes suposiciones:

1. Las desigualdades siguientes:

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\
 \dots &\dots \\
 a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m
 \end{aligned}
 \tag{2-1a}$$

incorporarán el proceso de decidir que recursos son libres con precio cero y que recursos tienen precios positivos. De otra manera, las desigualdades (2-1a) incluyen la preguipción siguiente: si alguna desigualdad se cumple estrictamente para su recurso correspondiente, ese recurso tendrá precio cero.

2. Especificoamente; a) cada recurso está presente en una cantidad positiva; b) todos los coeficientes de insumos a_{ij} son no negativos; c) para cada j al menos un coeficiente a_{ij} es positivo (cada mercancía requiere al menos un insumo en su producción).
3. Se impone una restricción razonable a los precios absolutos, la cual se establece como sigue:

$$\sum_{j=1}^n p_j + \sum_{i=1}^m v_i = 1$$

4. La demanda de mercado está definida para toda la configuración de precios y es continua.
5. Se emplea la preferencia revelada para expresar la ausencia de equilibrio múltiple. Esta se puede exponer como sigue: si p_j^1 y x_j^1 son precios y cantidades de productos

que satisfacen (2-2) y p_j^2 y x_j^2 es otro de tales conjuntos, entonces

$$\sum p_j^1 x_j^1 \geq \sum p_j^1 x_j^2 \implies \sum p_j^2 x_j^2 < \sum p_j^2 x_j^1$$

Es decir, si el precio de la mercancía x^2 cuesta menos que x^1 , y el consumidor selecciona x^1 , entonces la mercancía x^1 ha sido revelada para ser superior a x^2 . Por lo tanto, al precio p^2 , cuando se compra x^2 debe costar menos que x^1 , de resultar lo contrario la preferencia previamente revelada será restringida. Esta suposición trata las funciones (2-2) de demanda del mercado y no de las funciones de demanda individual.

Ahora, el sistema de ecuaciones de costo unitario iguales al precio (2-3) se debe cumplir por las razones siguientes; porque si el precio excede los costos unitarios, el producto incrementará y los precios de los factores se elevarán, así disminuyendo el precio e incrementando los costos unitarios se cumplen las ecuaciones (2-3); porque si los costos unitarios exceden el precio, el producto disminuirá y los precios de los factores también, así elevando el precio del producto disminuyen los costos unitarios, por lo cual también se cumplen las ecuaciones (2-3). En este último proceso el producto puede caer hasta cero pero no más bajo puesto que ese precio no cubriría los costos unitarios de los factores de cualquier producto positivo. Sustituyendo las n ecuaciones (2-3) por desigualdades, se tiene;

$$\begin{aligned}
 a_{11}v_1 + a_{21}v_2 + \dots + a_{m1}v_m &\geq p_1 \\
 a_{12}v_1 + a_{22}v_2 + \dots + a_{m2}v_m &\geq p_2 \\
 \dots &\dots \\
 a_{1n}v_1 + a_{2n}v_2 + \dots + a_{mn}v_m &\geq p_n
 \end{aligned}
 \tag{2-3a}$$

con la condición de que si las desigualdades se cumplen estrictamente en uno o más renglones de (2-3a), el correspondiente producto x debe ser cero.

Puesto que los sistemas (2-1a) y (2-3a) cuentan con las variables x_j y v_i no negativas y con sus coeficientes iguales, sólo que transpuestos, toman la estructura de las restricciones de los problemas primal y dual de la programación lineal respectivamente, lo cual permite establecer los siguientes problemas:

Primal:

Maximizar el valor de la producción =

$$= p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n$$

s. a: (2-1a)

Minimizar el costo de la producción =

$$= b_1v_1 + b_2v_2 + \dots + b_mv_m$$

s.a: (2-3a)

Un teorema fundamental de la programación lineal dice que el problema tiene solución si el primal y el dual son factibles; esta condición se satisface porque se tienen productos y costos de factores no negativos que satisfacen (2-1a)

y (2-3a). Mediante los recursos b_i positivos y los precios p_j no negativos, se puede encontrar un conjunto de productos x_j tan pequeño que satisfaga al sistema (2-1a) y un conjunto de precios v_i de recursos tan grande que satisfaga al sistema (2-3a). Por lo tanto, el par de problemas de programación lineal poseé solución. Puesto que al resolver los problemas se encuentra que Maximizar $\sum_{j=1}^n p_j x_j = \text{Minimizar } \sum_{i=1}^m b_i v_i$, se tiene una solución de equilibrio del sistema de equilibrio general, lo cual permite afirmar que los gastos totales en productos son iguales a la renta total de factores.

Cuando los sistemas (2-1a) y (2-3a) se satisfacen con estricta desigualdad, las correspondientes variables duales serán cero, lo cual corresponde al razonamiento económico. Cuando se tienen más bienes que factores $n > m$, el modelo de producción establecido tendrá m bienes para ser producidos y $n-m$ no serán producidos. Si se tienen más factores que bienes $m > n$, el modelo estará en equilibrio con los n precios de factores positivos y los $(m-n)$ factores serán bienes libres.

Para encontrar la solución del sistema de equilibrio general se hace uso de las ecuaciones (2-2) y de las desigualdades (2-1a) y (2-3a), donde las incógnitas son x_j , p_j y v_i . Si se asignan precios arbitrarios no negativos a los problemas duales de programación lineal, los resultados de x_j y v_i son tales que satisfacen las desigualdades (2-1a) y (2-3a). El problema ahora es que al seleccionar arbitrariamente los precios p_j y obtener los x_j y v_i de los problemas duales de

programación lineal, no se garantiza que el conjunto particular de p_j , x_j y v_1 satisfaga las relaciones (2-2). Entonces se asignan otros precios p_j , obteniendo otro conjunto de x_j y v_1 satisfaciendo las desigualdades (2-1a) y (2-3a) respectivamente. Con los nuevos precios p_j y v_1 se determinan en las funciones de demanda un segundo conjunto de productos x_j . Si este conjunto de x_j coincide con los primeros x_j de (2-2) entonces el sistema de equilibrio general tendrá solución. Si esto no ocurre se sigue el mismo procedimiento hasta lograr la coincidencia de x_j en el sistema de ecuaciones (2-2); de esta forma se prueba la existencia de solución de equilibrio. Pero para completar la demostración se hace uso del teorema de Kakutani, el cual se describe a continuación.

El teorema de Kakutani considera un conjunto S de puntos "y", el cual es convexo, cerrado y acotado; con cada punto $y \in S$ se asocia un subconjunto H_y de S ($H_y \subset S$). El mapeo $y \rightarrow H_y$ debe ser semicontinuo superior; un mapeo que asocia con cada "y" a un conjunto H_y es semicontinuo superior si lo siguiente se cumple; cualquier secuencia de puntos "y" tiende a un punto z ; cualquier secuencia de puntos, uno de los cuales corresponde a la imagen de conjuntos H_{y_i} , que se supone tiende a un punto límite w ; entonces w es un punto de H_z . Por lo tanto, el teorema afirma que al menos uno de los conjuntos H_y contendrá al punto "y" con el cual se asocia.

El teorema se emplea en la forma siguiente: se impone la condición $\sum p_j + \sum v_1 = 1$; entonces el conjunto de precios no

negativos p_j y v_i que satisface esta condición es el conjunto S , el cual es cerrado, acotado y convexo. Con cada $(p_j, v_i) \in S$ se asocia un x_j de acuerdo a las funciones de demanda (2-2); ahora p_j y v_i determinan los productos que el mercado demandará a esos precios; esta canasta de bienes puede no ser producible, es decir, puede no satisfacer (2-1a); si no la satisface, se disminuyen todos los productos x_j proporcionalmente hasta que (2-1a) se satisfaga. Alternativamente esos productos pueden ser producibles pero no eficientes; los productos pueden satisfacer (2-1a) con las desigualdades estrictas; en ese caso sería factible incrementar todos los productos simultáneamente hasta que al menos una igualdad se cumpla y no se puedan incrementar más. El resultado es el siguiente: primero se encuentra $x_1 = F_1(p_1, \dots, p_n; v_1, \dots, v_m), \dots, x_n = F_n(p_1, \dots, p_n; v_1, \dots, v_m)$. Entonces de (x_1, \dots, x_n) se encuentra un nuevo conjunto (kx_1, \dots, kx_n) de productos, los cuales son proporcionales a los anteriores; esta proporcionalidad se determina mediante la selección de la constante k para hacer a los nuevos productos eficientes.

Ahora se menciona la propiedad importante del conjunto eficiente de productos: para algún conjunto de precios p_j no negativos, se tiene una maximización de $\sum p_j x_j$ entre todos los productos factibles. Si x_j se localiza en la superficie de la frontera eficiente, maximizará el valor del producto para solamente una configuración de precios particular. Si x_j se localiza en una esquina o en una arista, será un conjunto completo de configuraciones de precios para los cuales se maximiza

rá el valor de la producción; estas configuraciones de precios formarán lo que es técnicamente llamado como poliedro convexo.

Primeramente a (p_j, v_1) se asocia la producción x_j ; entonces a la producción x_j eficiente, que es solución del problema de programación lineal (2-1a), corresponden precios p_j eficientes; ahora se pueden insertar los precios p_j de este conjunto en el problema de programación lineal (2-3a) y resolver el problema para obtener los precios v_1 de los recursos empleados como insumos que minimizan $\sum b_1 v_1$, sujetos a (2-3a). Con cada (p_j, v_1) iniciales del conjunto S se asocia una colección completa de precios (p_j, v_1) ; se cambia cada colección (p_j, v_1) proporcionalmente hasta que satisfagan la condición $\sum p_j \sum v_1 = 1$ del conjunto S; a este conjunto final se le denota como H_{pv} .

El conjunto H_{pv} es un subconjunto de S, el cual es cerrado y convexo; además todas las condiciones del teorema de Kakutani son satisfechas: (1) el mapeo de la condición inicial de precios (p_j, v_1) en H_{pv} es semicontinuo superior porque las funciones de demanda son continuas; (2) el mapeo x_j en un eficiente x_j es continuo; y (3) el mapeo final del x_j en H_{pv} es semicontinuo superior. El teorema dice que al menos una colección (p_j, v_1) denotado por (\bar{p}_j, \bar{v}_1) está contenido en su propio conjunto $H_{\bar{p}\bar{v}}$. Para este caso especial (\bar{p}_j, \bar{v}_1) se sabe por construcción que satisface (2-3a); se tiene también su producción eficiente \bar{x}_j que satisface (2-1a). Enseguida se demuestra que para \bar{x}_j, \bar{p}_j y \bar{v}_1 las funciones de demanda (2-2) se satisfacen; las funciones de demanda son tales que $\sum \bar{p}_j \bar{x}_j = \sum b_1 \bar{v}_1$;

pero de la naturaleza de la programación lineal de (2-1a) y (2-3a) se sabe que para la producción \bar{x}_j eficiente también se satisface la igualdad $\sum \bar{p}_j \bar{x}_j = \sum b_i v_i$; por construcción \bar{x}_j es proporcional a x_j , $\bar{x}_j = kx_j$; solamente para $k=1$ se tiene que $\bar{x}_j = x_j$; por lo tanto, las funciones de demanda se satisfacen y el equilibrio general competitivo, de los precios p_j de la producción x_j y los precios v_i de los recursos b_i , debe existir.

Para completar la demostración se considera lo siguiente: puesto que a lo largo de la demostración se consideró la oferta de recursos b_i perfectamente inelástica, entonces la elasticidad de las funciones (2-4) se resuelve tomando en cuenta que para la producción x_j que satisface las funciones de demanda, en el proceso anterior, se encuentran los recursos b_i de las funciones de oferta. Finalmente, si se supone que hay dos soluciones p_j^1, x_j^1 y p_j^2, x_j^2 ; del problema de programación lineal en (2-1a) se deduce que $\sum p_j^1 x_j^1 \geq \sum p_j^1 x_j^2$, porque x_j^1 maximiza a $\sum p_j^1 x_j^1$ para x_j factible; similarmente $\sum p_j^2 x_j^2 \geq \sum p_j^2 x_j^1$, lo cual contradice el axioma de preferencia revelada; por lo tanto, si se acepta esta suposición la solución es única en p_j y x_j .

C A P I T U L O I I I

CUADRO DE TRANSACCIONES INTERINDUSTRIALES

El cuadro de transacciones interindustriales tiene como primeros antecedentes; el Tableau Économique de Quesnay, publicado en 1758 y los modelos de equilibrio general de Walras y Pareto (1874). El sistema de Walras, que contiene series de ecuaciones para el ingreso y los gastos del consumidor, el costo de producción en cada sector y la oferta y demanda totales de mercancías y factores de producción, ha sido usado para demostrar la existencia de determinadas soluciones para las cantidades y precios en el sistema, de acuerdo con supuestos de funcionamiento llevado al máximo.

El antecedente como economía aplicada es el trabajo de Leontief de 1936, el cual consistió en simplificar el sistema de Walras para obtener, por una abstracción separada de cada una de las transacciones interindustriales en la economía, un conjunto de parámetros para su modelo. Utilizó el supuesto original de Walras de coeficientes de producción fijos.

De esta manera para el análisis del sistema de precios

de mercado y de equilibrio se toma como base el cuadro de transacciones interindustriales también llamado cuadro de insumo-producto, el cual presenta:

1. La estructura de la oferta y la demanda de las mercancías y servicios.
2. Las transacciones interindustriales.
3. La composición y origen de los insumos en cada proceso productivo.
4. El destino de la producción sectorial y de las importaciones (como insumos en otros procesos productivos o como abastecimiento de la demanda final).
5. La contribución de cada sector al producto interno (valor añadido).

3.1 Clasificación sectorial

De acuerdo con los supuestos del modelo Insumo-Producto que se expone en el Capítulo IV, cada sector es un grupo de unidades económicas homogéneas con respecto al producto que ofrecen, a la estructura de costos y a la tecnología de producción; por lo tanto, el cuadro de transacciones interindustriales que se encuentra en el Apéndice A cuenta con 45 sectores de producción.

3.2 Descripción del cuadro de insumo-producto

La separación entre consumo intermedio y final de producción, y entre insumos producidos y primarios conduce a la formación de cuatro tipos de transacciones, que se indican en el Cuadro (3-1).

C U A D R O (3-1)
TRANSACCIONES INTERINDUSTRIALES

INSUMOS	PRODUCTOS	
	USOS INTERMEDIOS	USOS FINALES
	I	II
INSUMOS	Transacciones	Usos
INTERMEDIOS	Interindustriales	Finales Sectoriales
	III	IV
INSUMOS	Valor	Agregados
PRIMARIOS O FACTORES	Añadido Sectorial	Totales

El cuadrante I comprende la parte esencial de las transacciones, que indican los bienes y servicios producidos en el sector del renglón correspondiente para ser consumidos en el

sector de la columna correspondiente.

El cuadrante II contiene el consumo final de los bienes y servicios producidos por los diferentes sectores de la economía (se incluyen los cambios en inventarios).

El cuadrante III contiene los costos de los factores requeridos como insumos en cada sector. El total del sector es igual al valor añadido cuando se incluyen otros pagos:

$$V = W + K + D + (R_1 - R_2)$$

en donde:

W pagos al trabajo

K pagos al capital

D depreciación

R_1 impuestos indirectos

R_2 subvenciones (subsídios)

El cuadrante IV contiene las sumas sectoriales del valor añadido y del valor de la producción. Incluye además el insumo directo de factores primarios en el consumo final, cuyos principales ejemplos son los empleos de gobierno y los servicios nacionales para hacer compatibles a la sumas con los totales nacionales.

3.3 Estructura del cuadro de insumo-producto

Para la presentación formal de la estructura se hace

uso de la notación del Cuadro (3-2).

La ecuación (3-1) se aplica a los renglones del Cuadro (3-2), la cual expresa que para cada mercancía la oferta total es igual a la demanda total y ésta, a la vez, está compuesta de la demanda intermedia más la demanda final:

1. Oferta igual a demanda sectorial

$$M_i + x_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij} + Y_i = b_i + Y_i; \quad i=1, \dots, n \quad (3-1)$$

2. Consumo intermedio

$$b_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij}; \quad i=1, \dots, n \quad (3-2)$$

3. Consumo final

$$Y_i = I_i + G_i + E_i; \quad i=1, \dots, n \quad (3-3)$$

La ecuación (3-4) se aplica a las columnas del Cuadro (3-2), la cual expresa que la producción total en cada sector es igual al valor de los insumos comprados de otros sectores más el valor añadido en ese sector:

4. Insumo-producto

$$x_j = \sum_{i=1}^n Z_{ij} + V_j = u_j + V_j; \quad j=1, \dots, n \quad (3-4)$$

de la ecuación (3-1) se obtiene:

$$x_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij} + Y_i - M_i; \quad i=1, \dots, n$$

sumando renglones,

CUADRO 3-2
TRANSACCIONES INTERINDUSTRIALES.

INSUMOS		PRODUCTOS									
		CONSUMO INTERMEDIO				CONSUMO FINAL				PRODUCCION	
		1	2... n	\sum_j	I	C	G	E	\sum_j	IMPORTACIONES.	TOTAL
PRODUCCION INTERMEDIA	1	z_{11}	$z_{12} \dots z_{1n}$	b_1	I_1	C_1	G_1	E_1	Y_1	M_1	x_1
	2	z_{21}	$z_{22} \dots z_{2n}$	b_2	I_2	C_2	G_2	E_2	Y_2	M_2	x_2

	n	z_{n1}	$z_{n2} \dots z_{nn}$	b_n	I_n	C_n	G_n	E_n	Y_n	M_n	x_n
	\sum_1	u_1	$u_2 \dots u_n$	Z					$\sum Y_i$		$\sum x_i$
VALOR AÑADIDO.		v_1	$v_2 \dots v_n$	$\sum v_j$		v_k			$\sum v_k$		V
PRODUCCION TOTAL.		x_1	$x_2 \dots x_n$	$\sum x_j$	I	C	G	E	Y	M	X

Notación

- Z_{ij} ventas intermedias del sector i al sector j.
- u_j uso directo total, en el sector j, de insumos producidos por la economía.
- V_j valor añadido en el sector j.
- V_k uso directo de los factores, en consumo final.
- x_j costo total de la producción del sector j.
- b_i valor total de las ventas del sector i, para consumo intermedio.
- I_i inversión y cambios en inventarios, en el sector i.
- C_i consumo de particulares, de productos del sector i.
- G_i consumo de Gobierno, de productos del sector i.
- E_i exportaciones de productos del sector i (sector de origen).
- Y_i valor total de las ventas del sector i, para consumo final.
- M_i importaciones de productos del sector i (sector de origen).
- x_i valor total de la producción del sector i.

$$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Z_{ij} + \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n M_i \quad (3-5)$$

de la ecuación (3-4) se obtiene:

$$x_j = \sum_{i=1}^n Z_{ij} + V_j \quad ; \quad j = 1, \dots, n$$

sumando columnas,

$$\sum_{j=1}^n x_j = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n Z_{ij} + \sum_{j=1}^n V_j \quad (3-6)$$

Puesto que $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{j=1}^n x_j$ los segundos miembros de las ecuaciones (3-5) y (3-6) son iguales:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Z_{ij} + \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n M_i = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n Z_{ij} + \sum_{j=1}^n V_j$$

por lo tanto, se obtiene el valor añadido:

$$\sum_{j=1}^n V_j = \sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n M_i \quad (3-7)$$

3.4 Cuadro de insumo-producto y el sistema de cuentas nacionales

Una vez establecida la estructura de transacciones inter-industriales, cabe señalar la diferencia de enfoques con el sistema de cuentas nacionales.

El análisis de insumo-producto tiene por objeto determinar niveles de producción total para cada uno de los sectores de la economía y la elección de elementos autónomos (consumo final) es, en esencia, cuestión de conveniencia; básicamente

está encaminado hacia la planeación de la economía.

En el sistema de contabilidad del ingreso nacional se atribuye importancia al producto nacional bruto como medida del funcionamiento de la economía y como un pronóstico de la conducta de sus componentes.

Sin embargo bajo el aspecto estadístico, conviene definir al consumo final en la misma forma que en el análisis de insumo-producto, como medida tendiente a la realización de un sistema unificado de contabilidad nacional.

Por lo tanto en el cuadro de insumo-producto que se encuentra en el Apéndice A, el total de pagos de factores más otros costos corresponde al P I B, es decir,

$$P I B = W + K + D + (R_1 - R_3)$$

y el total de pagos de factores corresponde al Ingreso Nacional Bruto.

C A P I T U L O I V

EXPOSICION TEORICA DE MODELOS ECONOMICOS

Los modelos económicos que se exponen, permiten determinar los precios de los sectores en que se puede agrupar una economía donde sus transacciones se efectúan parcial o totalmente a través del mercado. Los precios de mercado se obtienen empleando el modelo de Insumo-Producto; y los precios de equilibrio general, mediante los modelos de Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades.

4.1 Modelo de Insumo-Producto

El modelo que se presenta es el modelo de Leontief, que se caracteriza por ser estático y abierto; estático porque describe la estructura de la economía en un momento dado; abierto porque permite definir el vector de demanda (consumo) final exógenamente y resolver el modelo en términos del nivel de producción sectorial requerido para satisfacer tal demanda^{1/}.

^{1/} En el modelo cerrado todos los insumos son producidos por el sistema mismo y todos los productos se usan solo como insumos. El conjunto de insumos es idéntico al conjunto de productos.

Los supuestos básicos del modelo son^{2/}

1. Cada sector produce un solo producto homogéneo, que en general se destina a varios usos. Los correlarios de este supuesto son: a) no existe la producción conjunta, es decir, que cada proceso produce a un solo producto; y b) que cada sector tiene únicamente una sola producción primaria.
2. En cada sector la tecnología es fija, o sea, existe un proceso único para la obtención de cada producto. Esto implica que los coeficientes de los insumos, en cada proceso son fijos. La elasticidad de sustitución entre cualquier par de insumos es cero para todos los procesos productivos.
3. Los insumos comprados por cada sector son solamente una función del nivel de producción de ese sector. La función de insumo es lineal.
4. El efecto total de llevar a cabo varios tipos de producción constituye la suma de los efectos separados (supuesto de aditividad).

Estos supuestos del modelo de Insumo-Producto hacen posible formular una ecuación para la demanda Z_{ij} de cada industria j de cada mercancía i , como una función de su propio nivel de producción x_j ; del supuesto de linealidad de las funciones se tiene

$$Z_{ij} = a_{ij} x_j \quad (4-1)$$

^{2/} Leontief, W. W., et al., Studies in Structure of American Economy, New York: Oxford University Press, 1953.
Intriligator, M. D., Mathematical Optimization and Economic Theory, Prentice Hall, 1971.

donde a_{ij} es el insumo requerido i para la unidad de producción de la industria j .

Mediante la combinación de la ecuación (3-1), de balance de oferta igual a la demanda de cada sector, con las funciones de insumo de la ecuación (4-1), se obtiene una ecuación de equilibrio para cada sector

$$x_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = Y_i - M_i \quad ; \quad i = 1, \dots, n \quad (4-2)$$

en el modelo se pueden determinar las importaciones fuera del sistema, por lo cual se puede considerar la ecuación siguiente como ecuación básica del modelo de Leontief

$$x_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = Y_i \quad (4-3)$$

en forma matricial se tiene:

$$\begin{aligned} X - AX &= Y \\ (I - A)X &= Y \end{aligned} \quad (4-4)$$

en donde;

- A matriz de coeficientes tecnológicos
- X vector de producción total
- AX vector de producción intermedia
- Y vector de demanda final (demanda exógena)
- (I-A) matriz de Leontief
- (I-A)X vector de producción neta; cantidad de productos aprovechables para la venta al exterior del sector de producción, de acuerdo a una demanda final.

La formulación del modelo expuesta, permite determinar los niveles de producción en cada sector, correspondientes a cualquier conjunto dado de demanda final.

El problema fundamental que se presenta es si la economía puede producir cualquier nivel de demanda final, es decir, si se tiene una demanda de productos "Y" (que es esencialmente no negativa), el problema es si hay una producción X tal que

$$(I - A) X = Y, \quad X \geq 0$$

Si la matriz de Leontief es no singular se puede resolver para X directamente

$$X = (I - A)^{-1} Y \quad (4-5)$$

pero esto no garantiza que $X \geq 0$; entonces se requiere que la matriz A sea semipositiva e irreducible para que $(I - A)^{-1}$ sea positiva y se pueda encontrar una producción $(I - A)^{-1} Y$ no negativa para una demanda Y no negativa. Las propiedades de la matriz A, semipositiva e irreducible, aparecen en el Apéndice (B).

De la propiedad (d.2) se tiene la condición suficiente para que $(I - A)^{-1}$ sea positiva, la cual es que la raíz λ^* dominante sea menor que la unidad, como se demuestra por la serie geométrica.

Sean A y B matrices semipositivas e irreducibles, entonces

$$B = \sum_{i=0}^{\infty} A^i = I + A^1 + A^2 + A^3 + \dots \quad (4-6)$$

que al diagonalizar cada uno de sus elementos

$$T^{-1} B T = I + A^1 + A^2 + A^3 + \dots$$

se encuentran n series de números cuyos elementos son:

$$1 + \lambda_1 + \lambda_1^2 + \dots$$

entonces cuando el módulo $|\lambda_1| < 1$ la serie geométrica

$$\sum_{k=0}^{\infty} \lambda_1^k = (1 - \lambda_1^k) / (1 - \lambda_1) ; \quad (4-7)$$

converge a $(1 - \lambda_1)^{-1}$, por lo tanto

$$T^{-1} B T = \begin{bmatrix} (1 - \lambda_1)^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & (1 - \lambda_2)^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & (1 - \lambda_n)^{-1} \end{bmatrix} \quad \text{o bien } T^{-1} B T = (I - A)^{-1}$$

tomando las inversas

$$B^{-1} = I - T A T^{-1} = I - A ; \quad B = (I - A)^{-1} \quad (4-8)$$

por lo tanto, para el módulo

$$|\lambda_1| < 1 \quad \text{para } i \implies \lim_{s \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^s A^k = (I - A)^{-1} \quad (4-9)$$

Si se considera el insumo exógeno o factor primario denotado por f_{kj} , que significa la cantidad del factor primario k requerido por unidad de producción para la industria j , entonces el modelo debe satisfacer la condición

$$\sum_{j=1}^n f_{kj} x_j \leq F_k ; \quad k=1, \dots, r \quad (4-10)$$

Si la cantidad total de factor primario está limitada a una cantidad F_k , es obvio que para cualquier X se pueda encontrar algún múltiple escalar que satisfaga la condición.

Por lo tanto, la demanda final puede ser de cualquier proporción siempre y cuando se satisfaga la condición anterior, desigualdad (4-10).

El significado económico de las condiciones para satisfacer la demanda final "Y", se basan en consideraciones de cantidad y de precio, las cuales son:

- a) Si cualquier demanda final $Y > 0$ puede ser encontrada con todas las industrias de producción, entonces las demandas finales en todas las proporciones pueden ser encontradas.
- b) Si hay cualquier conjunto de precios positivos para los cuales cada industria puede al menos cubrir el costo de sus insumos industriales, entonces las demandas finales en todas las proporciones pueden ser encontradas.

Si la condición (a) se satisface entonces

$(I-A) X \gg 0$, con \gg para alguna i , $X \gg 0$ esto es

$$A X \leq X, \text{ con } \leq \text{ para alguna } i, X \gg 0, \quad (4-11)$$

lo cual significa que la producción intermedia para alguna i es menor que la producción total; además, si los productos se escriben como una matriz X diagonal, en lugar de como un vector, entonces

$$X = X \tilde{I}$$

donde \tilde{I} es el vector columna unitario; entonces se puede escribir el sistema de desigualdades anterior como:

$A X \tilde{I} \leq X \tilde{I}$, con \leq para alguna i ; premultiplicando ambos miembros por X^{-1} , se tiene:

$X^{-1} A X \tilde{I} \leq \tilde{I}$, con \leq para alguna i , de donde $X^{-1} A X \tilde{I}$ es el vector columna que contiene las sumas de los renglones de $X^{-1} A X$ que tiene las mismas raíces que A ; cada suma es menor que o igual a la unidad, con al menos una menor que la

unidad; si s y S son las sumas más pequeña y grande respectivamente, se tiene $s < 1$ y $S \leq 1$; entonces de la propiedad (f) de la matriz tecnológica A , que es semipositiva e irreducible según se muestra en el Apéndice B, se tiene que $\lambda^* < 1$; por lo tanto se concluye que $(I - A)^{-1}$ es positiva.

Si la condición (b) se satisface entonces

$P(I - A) \geq 0$, con $>$ para alguna j , $P \gg 0$ esto es

$$P A \leq P, \text{ con } < \text{ para alguna } j, P \gg 0 \quad (4-12)$$

esta desigualdad significa que por lo menos los costos de insumos son cubiertos a los precios que hay en el mercado, además con el vector unitario de precios P se tiene que:

$\bar{I} A < \bar{I} \implies A$ es productiva; de la ecuación (3-4)

$$x_j = \sum_{i=1}^n z_{ij} + v_j$$

dividiendo entre x_j , se obtiene

$$1 = \sum_{i=1}^n a_{ij} + v_j/x_j$$

por lo tanto si $x_j > 0$ y $v_j > 0$, se cumple la condición de factibilidad de la producción

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \leq 1, \text{ para } j \quad (4-13)$$

$\sum_{i=1}^n a_{ij} < 1$, para alguna j ; y por lo tanto $(I - A)^{-1}$ es positiva.

Ahora, para una demanda $Y > 0$ igual a la constante C y si hay dos soluciones X y Z del sistema $(I - A)X = C$, entonces $(I - A)(X - Z) = C - C = 0$; para que el sistema tenga solución

única se requiere que las columnas de $(I - A)$ sean linealmente independientes; en cuyo caso $X-Z=0$, por lo tanto $X=Z$ y el sistema $(I - A) X=C$ tiene unicidad $\iff r=m=n$, donde r rango de la matriz $(I-A)$, m número de ecuaciones y n número de variables. En tal caso $(I - A)$ es una matriz cuadrada no singular; por lo tanto $(I - A)^{-1}$ existe y la solución se encuentra premultiplicando el sistema $(I - A)X = C$ por $(I-A)^{-1}$

$$X = (I - A)^{-1}C > 0 \quad (4-14)$$

4.1.1 Requerimientos directos e indirectos de los insumos

Simplificando el sistema $X = (I - A)^{-1}C$ haciendo $A^* = (I - A)^{-1}$ se tiene $X = A^* C$; seleccionando una demanda particular de bienes $C_n^1 = 1$ y $C_i^1 = 0$ para $n \neq i$; entonces

$$X = A^* C = A^* \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1n}^* \\ a_{2n}^* \\ \vdots \\ a_{nn}^* \end{bmatrix} \quad (4-15)$$

en donde la solución señala el requerimiento total de insumo i para producir la unidad del producto de la mercancía n .

Por lo tanto, los diferentes requerimientos de insumo se obtienen de las matrices A y A^* :

a_{ij} requerimiento directo de insumo i para producir una unidad del producto j .

a_{ij}^* requerimiento total del insumo i para producir una

unidad del producto j .

$a_{ij}^* - a_{ij}$ requerimiento indirecto del insumo i para producir una unidad del producto j .

4.1.2 Factores primarios

Como consecuencia de lo anterior se tiene lo siguiente: dividiendo el valor añadido sectorial en sus componentes

$$V_j = w_j + k_j$$

en donde:

w_j insumo de mano de obra en el sector j

k_j insumo de capital en el sector j

a) Requerimientos directos

Suponiendo funciones lineales de los factores tecnológicos, se tiene:

$$f_{wj} = w_j/x_j$$

$$f_{kj} = k_j/x_j$$

(4-16)

en donde :

f_{wj} requerimiento directo de mano de obra w para producir una unidad del producto j .

f_{kj} requerimiento directo de capital k para producir una unidad del producto j .

x_j producción total del sector j .

- b) Los requerimientos totales de los factores primarios para la unidad del producto j se consideran iguales a los precios de mercado, los cuales se tratan a continuación.

4.1.3 Precios de mercado

Igualmente que en el caso anterior, de la exposición de los insumos secundarios, se tiene que cuando se consideran los factores primarios (mano de obra y capital) el modelo de Insumo-Producto puede transformar cualquier lista de productos finales en requisitos para el capital y el trabajo o puede emplearse para especificar las producciones realizables con determinadas cantidades de factores primarios, lo cual conduce a la determinación de precios de equilibrio de mercado ya que si el nivel de salarios y los pagos al capital habilitan a las familias para comprar el producto neto de la economía, las utilidades son exactamente cero en todas las industrias como se demuestra a continuación.

Se tiene que P es un vector de precios proporcional al vector de requerimientos totales de factores primarios (mano de obra y capital) por unidad de producción, es decir, $P = k a_0^*$ en donde $a_0^* = f A^*$, f vector de requerimientos directos por unidad de producción de factores primarios, A^* la matriz de q

querimientos totales de insumos secundarios y k arbitrario; si se considera un vector de demanda final arbitrario C , entonces el valor de la demanda final es PC ; si F representa los factores primarios totales usados para producir esta cantidad de bienes, entonces $F = a_0^* C$; por otra parte, si los pagos a los factores z son tales que las familias pueden justo comprar la cantidad de bienes, se debe tener

$$zF = z a_0^* C = PC = k a_0^* C$$

por lo tanto

$$z = k$$

La utilidad unitaria de la industria j es π_j , la cual es dada por

$$\pi_j = p_j - \sum_{i=1}^n p_i a_{ij} - z f_{kj}$$

el vector de utilidades de todas las industrias es dado por

$$\pi = P(I - A) - kf \quad \text{poniendo} \quad z = k ;$$

puesto que

$$P = k a_0^* = k f A^* = kf(I - A)^{-1} \quad \text{se tiene}$$

$$\pi = kf(I - A)^{-1} (I - A) - kf = 0$$

por lo tanto, los requerimientos de factores primarios $a_0^* = f A^*$ por unidad de producción son iguales a los precios de equilibrio de mercado.

La formulación de los precios de equilibrio de mercado o precios normalizados se plantea a través de las propiedades duales de la matriz de insumo producto. En este sentido no se

aparta de los supuestos de Leontief, además se mencionan por su importancia los siguientes:

1. La existencia de un solo factor primario de producción que da lugar a remuneración igual para el factor en todas sus aplicaciones y un vector único de precios.
2. Las transformaciones del sistema dan lugar a cantidades y precios no negativos.

Bajo los supuestos mencionados, se puede definir el precio de una mercancía como:

$$p_j = \bar{z}f_j + \sum_{i=1}^n p_i a_{ij} \quad (4-17)$$

en donde:

f_j es la cantidad de factor primario por unidad de producción; f_j es igual a f_{kj} , por ser f_{1j} el trabajo vivo más f_{2j} que es la fuerza de trabajo acumulada (capital), ambos por unidad de producto j ; por lo cual se considera un solo factor primario.

a_{ij} es el coeficiente tecnológico (cantidad de insumo por unidad de producto).

p_i o p_j es el precio medio del sector i o j .

\bar{z} es el precio o retribución media del factor primario (trabajo).

En forma matricial se tiene:

$$P = \bar{z}f + PA \quad (4-18)$$

en donde : P y f son vectores renglón de precios y cantidades de factor primario por unidad de producción, y A es la matriz de coeficientes tecnológicos.

La solución para los precios es:

$$P = \zeta f (I - A)^{-1}, \quad \text{haciendo } \zeta = 1 \quad (4-19)$$

Como se sabe ^{3/}, La dimensión del espacio semivectorial de soluciones es $z-r$, siendo z la dimensión del vector de inógnitas y r la del sistema de ecuaciones (en este caso el rango de la matriz A). En este caso, se tienen $z = n+1$ precios y salario por determinar; y, $r = n$ ecuaciones. Esto conduce a que el espacio de soluciones sea unidimensional, significando que se tendría un número infinito de soluciones, todas ubicadas en un rayo y con la característica de ser proporcionales entre sí. Si se normaliza el salario, $\zeta = 1$, se obtiene una única solución al lograr un espacio de soluciones cero dimensional; es decir, se logra expresar los precios como proporcionales al factor primario, lo cual conduce a la aplicación de la teoría del valor-trabajo.

4.2 Modelo de Dos Canales

Este modelo se basa en la teoría de economía política

^{3/} Lancaster K., Mathematical Economic, The Mcmillan Company, New York, 1970.

para determinar los precios de equilibrio económico general mediante el estudio del valor, el cual se expone a continuación⁴.

Para el estudio del valor se considera el análisis de los elementos que componen las mercancías, los cuales son: el valor de uso, objeto útil y valor.

El valor de uso de una mercancía está constituido por la combinación de dos elementos; la materia que suministra la naturaleza y el trabajo.

El objeto útil está formado por las propiedades de las materias corpóreas y todos los elementos de la riqueza material no suministrados por la naturaleza que deben siempre su existencia a una actividad productiva específica, útil, por medio de la cual se asimilan a determinadas necesidades humanas determinadas materias que la naturaleza brinda al hombre.

Ahora bien, si se prescinde del valor de uso de las mercancías éstas sólo conservan una cualidad, la de ser productos del trabajo. Pero no de un trabajo real y concreto, puesto que desaparecen los elementos materiales y sus propiedades, el carácter útil de los productos del trabajo y las formas concretas de estos trabajos; sino que serán productos de un trabajo humano, el cual es sustancia común a todas las mer-

4

G. Marx, El Capital Vol. 1, F. C. E., México, 1973.

cancias. Los productos así considerados, como cristalización de esta sustancia social, representan los valores de las mercancías.

Por lo tanto, las mercancías sólo se materializan como valores en cuanto son expresión de la misma unidad social: trabajo humano, que su materialidad como valores es puramente social, y esa su materialidad como valores sólo puede revelarse en la relación social de unas mercancías con otras.

La magnitud de una mercancía se mide por la cantidad de trabajo socialmente necesario que encierra; y, a su vez, la cantidad de trabajo se mide por el tiempo de su duración. El trabajo socialmente necesario es el que se requiere para producir una mercancía cualquiera en las condiciones normales de producción y con el grado medio de destreza e intensidad de trabajo imperantes en la sociedad. Por lo tanto, las mercancías consideradas como valores, no son más que determinadas cantidades de tiempo de trabajo cristalizado.

La magnitud de una mercancía permanecerá constante, invariable, si permanece también constante el tiempo de trabajo necesario para su producción; pero éste varía al cambiar la capacidad productiva de trabajo, la cual depende de una serie de factores, tales como el grado medio de destreza del obrero, el nivel de progreso de la ciencia y de sus aplicaciones, la organización social del proceso de producción, el volumen y la eficiencia de los medios de producción y las condiciones naturales. La magnitud de valor de una mercancía cambia en ra

zón directa a la cantidad y en razón inversa a la capacidad productiva del trabajo que en ella se invierte, puesto que disminuye el trabajo invertido en su producción.

Un objeto puede ser valor de uso sin ser valor, lo cual acontece cuando la utilidad que ese objeto encierra para el hombre no se debe al trabajo; es el caso del aire, de la tierra virgen, de las praderas naturales, de los bosques silvestres; y un objeto puede ser útil y producto del trabajo humano sin ser mercancía, lo cual ocurre cuando los productos del trabajo son destinados a satisfacer las necesidades de las personas que los crea. Finalmente ningún objeto puede ser un valor sin ser a la vez un objeto útil; si es inútil, lo será también el trabajo que éste encierra; no contará como trabajo ni representará, por tanto, un valor.

Ahora atendiendo a la manifestación de valor de las mercancías en la relación social de unas mercancías con otras, se encuentran dos polos de la expresión de valor: forma relativa de valor y forma equivalencial. Para que las magnitudes de objetos distintos puedan ser comparables entre sí, es necesario ante todo reducirlas a la misma unidad. Sólo representándolas como expresiones de la misma unidad se puede ver en ellas magnitudes de signo igual y, por tanto, comensurables. La expresión de equivalencia de diversas mercancías pone de manifiesto el carácter específico del trabajo como fuente de valor, al reducir a su nota común, la de trabajo humano y simple, los diversos trabajos contenidos en las diversas mercancías.

Por lo tanto, la relación de valor entre dos mercancías constituye la expresión más simple de valor de una mercancía: "x" mercancía A vale "y" mercancía B, donde x_A es la cantidad de trabajo humano invertido en la producción de la mercancía A, la cual expresa su valor en la mercancía B y y_B es la cantidad de trabajo humano invertido en la producción de la mercancía B, que expresa el valor de la mercancía A; por lo tanto, la razón de valor hace que la forma natural de la mercancía B se convierta en la forma de valor de la mercancía A. Al referirse a la mercancía B como materialización corpórea de valor, como encarnación de trabajo humano, la mercancía A convierte el valor de uso B en material de su propia expresión de valor. El valor de la mercancía A expresado en el valor de uso de la mercancía B, reviste la forma de valor relativo.

La forma equivalencial es la posibilidad de cambiarse directamente por otra mercancía.

La primera característica de la forma equivalencial es que el valor de uso se convierte en valor, puesto que la mercancía B no representa respecto a la mercancía A más que valor.

En la expresión de valor de la mercancía A la mercancía B asume una propiedad sobrenatural de ambos objetos, algo puramente social, su valor.

La segunda característica de la forma equivalencial es que el trabajo concreto se convierte en trabajo humano abs-

tracto, puesto que la mercancía B está constituida por valor de uso, el cual se transforma en valor al asumir la posición de equivalente de la mercancía A.

La tercera característica de la forma equivalencial es que en ella el trabajo privado reviste la forma del trabajo en forma directamente social, puesto que el trabajo invertido en la producción de la mercancía B, reviste formas de igualdad con los trabajos que producen otras mercancías, por lo cual se traduce en un producto de ser directamente cambiado por otras mercancías.

El valor de la mercancía A se expresa cualitativamente en la posibilidad de cambiar directamente la mercancía B por la mercancía A. Cuantitativamente, se expresa mediante la posibilidad de cambiar una cantidad determinada de la mercancía B por una determinada cantidad de la mercancía A.

La antítesis interna de valor de uso y valor que se alberga en la mercancía toma cuerpo en una antítesis externa, es decir, en la relación entre dos mercancías, de las cuales la una, aquella cuyo valor trata de expresarse, sólo interesa como valor de uso, mientras que la otra, aquella en que se expresa el valor, interesa sólo como elemento de cambio, que es la expresión de valor.

De acuerdo al proceso histórico, se ha considerado un equivalente general para representar el valor de todas las mercancías; con lo cual se ha expresado los valores del mundo de las

mercancías en una sola clase de mercancía destacada entre ellas y lo que se ha hecho es reducir todos los trabajos reales al carácter de trabajo humano común a todos ellos, a la inversión de fuerza humana de trabajo.

La forma general del valor, forma que presenta los productos de trabajo humano indistinto, demuestra por su propia estructura que es la expresión social del mundo de las mercancías. Y revela al mismo tiempo que, dentro de este mundo, es el carácter general y humano del trabajo el que forma su carácter específicamente social.

Ahora bien, la clase específica de mercancías a cuya forma natural se incorpora socialmente la forma de equivalente, es la que se convierte en mercancía-dinero o funciona como dinero. Esta mercancía tiene como función social específica, y por lo tanto como monopolio social dentro del mundo de las mercancías, el desempeñar el papel de equivalente general, que expresa en última instancia en las transacciones de las mercancías su precio.

Debido a la oferta y la demanda de las mercancías entre productores y consumidores, los precios oscilan alrededor de los valores que representan la fuerza de trabajo invertida en la producción de las mercancías, lo cual conduce a la determinación de dos tipos de precios: cuando la oferta es igual a la demanda de mercancías se obtienen los precios de equilibrio, puesto que estos precios coinciden con el valor de las mercancías; y los precios de mercado, que son los que

oscilan alrededor de los valores de las mercancías.

Por lo tanto, los precios de equilibrio así determinados se obtienen mediante el modelo de Dos Canales, en el cual se emplean como base fundamental los salarios, que son los ingresos de los trabajadores por el trabajo, no por la fuerza de trabajo, empleado en la producción de las mercancías; y el capital que no es otra cosa más que la fuerza de trabajo acumulada, puesto que es la parte de la plusvalía dedicada a la formación de capital.

Para la comprensión más clara de los elementos que se toman como base en el modelo, a continuación se presenta como se originan en el proceso de trabajo y proceso de valorización, acumulación originaria, proceso de reproducción simple, acumulación de capital y conversión de la plusvalía en capital.

4.2.1 Proceso de trabajo y proceso de valorización

El trabajo es, en primer término, un proceso entre la naturaleza y el hombre, proceso en que éste realiza, regula y controla mediante su propia acción su intercambio de materias con la naturaleza.

Los factores simples que intervienen en el proceso de trabajo son: la actividad adecuada a un fin, es decir, el propio trabajo, sus medios y su objeto.

El medio de trabajo es aquel objeto o conjunto de obje

tos que el hombre interpone entre él y el objeto que trabaja y que le sirve para encauzar su actividad sobre este objeto.

Los medios para el proceso de trabajo son, además de aquellos que sirven de mediadores entre el trabajo y el objeto de éste (como edificios, maquinaria y equipo, etc.) y que, por lo tanto, actúan de un modo o de otro para encauzar la actividad del trabajador, todas aquellas condiciones materiales como la tierra, el agua y todas las materias primas que intervienen como insumos intermedios que han de concurrir para que el proceso de trabajo se efectúe. De esta manera en el proceso del trabajo la actividad del hombre consigue, valiéndose del instrumento correspondiente, transformar el objeto sobre que versa el trabajo, con arreglo a un fin perseguido, en producto. Este es un valor de uso y objeto útil, una materia dispuesta por la naturaleza y adaptada a las necesidades humanas mediante un cambio de forma. El trabajo se materializa en objeto, al paso que éste se elabora.

Para engendrar un valor de uso como producto, el proceso de trabajo absorbe, en conceptos de medios de producción, otros valores de uso, producto a su vez de procesos de trabajo anteriores. Y el mismo valor de uso que forma el producto de este trabajo, constituye el medio de producción de aquél. Es decir, que los productos no son solamente el resultado, sino que son, al mismo tiempo, las condiciones del proceso de trabajo. Excepción hecha de la industria extractiva, aquella a que la naturaleza brinda el objeto sobre que trabaja,

la caza, la pesca, etc.; todas las ramas industriales recaen sobre objetos que tienen el carácter de materias primas, es decir, sobre objetos que son ya, a su vez, productos de trabajo.

En el proceso de trabajo ocurre que los productos se vuelven a utilizar como materia prima para la elaboración de otros productos, como se hace con todos los productos intermedios del cuadro de transacciones interindustriales del Apéndice A. De esta manera ocurre que aun siendo ya de suyo un producto, la materia prima tenga que recorrer toda una gradación de diferentes procesos, en los que va funcionando como materia prima, bajo una forma distinta cada vez, hasta llegar al proceso de trabajo final, del que sale convertida en modelo de vida apto para su consumo o en instrumento de trabajo terminado.

El que el valor de uso represente el papel de materia prima, medio de trabajo o producto, depende única y exclusivamente de las funciones concretas que ese valor de uso desempeña en el proceso de trabajo.

Por lo tanto, los productos existentes no son solamente resultados del proceso de trabajo, sino también condiciones de existencia de éste; además, su incorporación al proceso de trabajo, es decir, su contacto con el trabajo vivo es el único medio de conservar y realizar como valores de uso estos productos de un trabajo anterior.

El trabajo devora sus elementos materiales, su objeto y sus instrumentos, se alimenta de ellos; es, por lo tanto, su proceso de consumo. Este consumo productivo se distingue del consumo individual en que éste devora los productos como medios de vida del ser viviente, mientras que, aquél los absorbe como medios de vida del trabajo, de la fuerza de trabajo del individuo, puesta en acción.

El proceso de trabajo, tomando en cuenta sus elementos en forma simple y abstracta, es la actividad racional encaminada a la producción de valores de uso, la asimilación de las materias naturales al servicio de las necesidades humanas, la condición general del intercambio de materias entre la naturaleza y el hombre, la condición natural eterna de la vida humana, y por lo tanto, independiente de las formas y modalidades de esta vida y común a todas las formas sociales por igual.

El valor de las mercancías presupone dos condiciones: la primera es que en el proceso de trabajo se convierta al objeto, empleando los medios de trabajo con arreglo a un fin perseguido, en valores de uso y la segunda es que solamente se invierta el tiempo de trabajo necesario bajo las condiciones sociales de producción reinantes.

En el proceso de trabajo, todo gira alrededor de una actividad encaminada a un fin. El trabajo es diferente de otros trabajos productivos y la diferencia se revela subjetiva y objetivamente en la finalidad especial de la actividad,

en sus especiales manipulaciones, en el carácter especial de sus medios de producción y en el valor de uso especial de su producto. En cambio, enfocado como fuente de valor, el trabajo es único, no hay diferencia de trabajos, lo cual permite que los insumos intermedios utilizados para la producción de una mercancía dada, sólo difieran cuantitativamente del valor total de la mercancía. Aquí, ya no se trata de la calidad, de la naturaleza y el contenido del trabajo, sino pura y exclusivamente de su cantidad. Y ésta se calcula suponiendo que el trabajo empleado en los diferentes procesos productivos, es trabajo social medio. Por lo tanto, es aquí cuando el valor de la mercancía es igual al valor del capital desembolsado para su producción. El valor desembolsado de esta manera no se valoriza, no engendra plusvalía.

El carácter útil de la fuerza de trabajo, en cuanto apta para fabricar productos y, a la vez, como fuente de valor permite crear más valor prolongando la jornada de trabajo o intensificando el trabajo, el cual no es retribuido; a este excedente de trabajo o plus-trabajo materializado en la mercancía que tiene su equivalente en dinero, en la órbita de la circulación, forma la plusvalía.

Si se compara el proceso de creación de valor y el proceso de valorización de un valor existente, se ve que el proceso de valorización no es más que el mismo proceso de creación de valor prolongado a partir de un determinado punto. Si este sólo llega hasta el punto en que el valor de la fuerza de tra

bajo pagada por el capital deja el puesto a un nuevo equivalente, se obtiene un proceso de simple creación de valor. Pero si el proceso rebasa ese punto, se tratará de un proceso de valorización.

El trabajo considerado como trabajo más complejo, más elevado que el trabajo social medio, es la manifestación de una fuerza de trabajo que representa gastos de preparación superiores a los normales, cuya producción representa más tiempo de trabajo y, por lo tanto, un valor superior al de la fuerza de trabajo simple. Esta fuerza de trabajo de valor superior al normal se traduce, lógicamente, en un trabajo superior, materializándose, por lo tanto, durante los mismos periodos de tiempo, en valores relativamente más altos.

Por otra parte, en todo proceso de creación de valor, el trabajo complejo debe reducirse siempre al trabajo social medio.

Debido a que no todos los factores de producción intervienen en el proceso de trabajo por igual en la formación del valor de los productos, cabe hacer la distinción entre capital constante y capital variable. Capital constante es la parte del capital, que se invierte en medios de producción, es decir, materias primas, materias auxiliares e instrumentos de trabajo, los cuales no cambian de magnitud de valor en el proceso de producción, puesto que los valores de los medios de producción absorbidos reaparecen en el producto como partes integrantes de su valor por el carácter útil concreto, por la

forma específica productiva del trabajo. De lo anterior se tiene que, en el proceso de trabajo, el valor de los medios de producción sólo se transfiere al producto en la medida en que los medios de producción pierden su valor de uso y su valor; situación que permite calcular el desgaste de todos los medios de trabajo.

Capital variable es el que se invierte en fuerza de trabajo, puesto que cambia de valor en el proceso de producción, además de reproducir su propia equivalencia, crea un remanente, la plusvalía que puede también variar.

Al comenzar el proceso de producción $C_t = C_c + C_v$ en donde C_t es el capital total, C_c es el capital constante desembolsado y C_v es el capital variable; y al terminar el proceso de producción se obtiene un producto cuyo valor es $C_t = C_c + C_v + PV$, en donde C_c es el capital para reponer las materias primas y el desgaste de los medios de trabajo, el cual sólo es una fracción de su valor que transfiere al producto, el resto persiste bajo la forma en que existía con anterioridad; C_v capital que se invierte en fuerza de trabajo, y PV es la plusvalía.

4.2.2 Acumulación originaria

La acumulación de capital presupone la acumulación originaria en la cual ni el dinero ni la mercancía son de por sí

capital, como no lo son tampoco los medios de producción ni los artículos de consumo; necesitan convertirse en capital; y para ello han de concurrir una serie de circunstancias concretas, las cuales pueden resumirse de la siguiente manera: han de enfrentarse y entrar en contacto dos clases muy diversas de poseedores de mercancías; de una parte, los propietarios de dinero, medios de producción y artículos de consumo, deseosos de valorizar la suma de valor de su propiedad mediante la compra de fuerza de trabajo; de otra parte, los obreros libres, vendedores de su propia fuerza de trabajo y, por lo tanto, de su trabajo.

Los obreros no figuran directamente entre los medios de producción, como los esclavos y los siervos, ni cuentan tampoco con medios de producción propios. El proceso que engendra el capitalismo es el proceso de disociación entre el obrero y la propiedad sobre las condiciones de su trabajo, que de una parte convierte en capital los medios sociales de vida y de producción, mientras de otra parte convierte a los productores directos en obreros asalariados. Por lo tanto la acumulación originaria no es, pues, más que el proceso histórico de disociación entre el productor y los medios de producción. Se le llama originaria porque forma la prehistoria del capital, y del régimen capitalista de producción.

La estructura económica de la sociedad capitalista brotó de la estructura económica de la sociedad feudal, donde el obrero no disponía de su persona hasta que no dejó de vivir

como esclavo o siervo de otra persona; esta transición data de fines del siglo XV en Italia en donde el siervo italiano se emancipa antes de haber podido adquirir por prescripción ningún derecho sobre el suelo; por lo cual su emancipación le convierte directamente en proletario libre y privado de medios de producción, que además se encuentra ya con una estructura social realizada procedente del tiempo de los romanos. En Inglaterra la transición se produjo a partir del último tercio del siglo XV, cuando el licenciamiento de las huestes feudales lanzó al mercado de trabajo a una masa de proletarios libres y privados de medios de producción. En México la acumulación originaria se presenta en las dos décadas de 1855 a 1875, en las cuales se iniciaron grandes cambios agrarios que habrían de consolidarse en el porfirismo, después de más de cuarenta años de violencias, despojos y reparto de tierras públicas. Las transformaciones fortalecieron estructuras coloniales de sólido raigambre como fue la hacienda. Como parte central de la revolución se encuentran grandes movilizaciones de la población por causas bélicas y económicas y la extensa destrucción del aparato productivo. Se redujo radicalmente el poder económico de la iglesia y se destruyeron extensivamente comunidades para repartirse los despojos. Se iniciaron obras de infraestructura esenciales y se introdujeron cambios tecnológicos al calor de la guerra.

En la historia de la acumulación originaria hacen época todas las transformaciones que sirven de base al régimen capitalista, la cual presenta una movilidad diversa en cada pa

is, y en cada uno de ellos recorre las diferentes fases en distinta gradación y en épocas históricas diversas.

4.2.3 Proceso de reproducción simple

El proceso de producción es necesariamente continuo cualquiera que sea su forma social, puesto que ninguna sociedad puede dejar de consumir, ni puede tampoco, por lo tanto, dejar de producir. Por consiguiente, todo proceso social de producción considerado en sus constantes vínculos y en el flujo ininterrumpido de su renovación es al mismo tiempo, un proceso de reproducción.

En donde la producción presenta forma capitalista, la presenta también la reproducción; en el régimen capitalista de producción el proceso de trabajo no es más que un medio para el proceso de valorización; del mismo modo, la reproducción es simplemente un medio para reproducir como capital, es decir, como valor que se valoriza, el valor previamente invertido en la producción.

Como incremento periódico del valor capital, es decir, como fruto periódico del capital en acción, la plusvalía reviste la forma de renta producida por el capital; la riqueza, al igual que el trabajo y por medio del trabajo, arroja un fruto anual que puede destruirse cada año, sin que con ello disminuya la riqueza; a este fruto se le llama renta, la cual brota del capital.

Cuando el capitalista sólo aprovecha esta renta como fondo de consumo o la gasta con la misma periodicidad con que la obtiene, el proceso es, suponiendo que las demás circunstancias permanezcan idénticas, un proceso de reproducción simple.

En el proceso de reproducción el consumo del obrero presenta un doble carácter. En el proceso de la producción consume mediante su trabajo medios de producción, convirtiéndolos en productos de valor superior al del capital invertido: tal es su consumo productivo; que no es más que su fuerza de trabajo consumida por el capitalista. Por otra parte, el obrero invierte el dinero de su salario en medios de vida, lo cual constituye su consumo individual. El consumo productivo del obrero y su consumo individual son fenómenos totalmente distintos. En aquél, el obrero actúa como fuerza motriz del capital y pertenece al capitalista; en éste se pertenece a sí mismo y cumple funciones de vida al margen del proceso de producción. Por lo tanto, el proceso capitalista de producción, enfocado como proceso de reproducción simple, produce: mercancías, plusvalía y el régimen de capital; de una parte al capitalista y de la otra al obrero asalariado.

4.2.4 Acumulación de capital

En el proceso de acumulación de capital se tiene como primer paso la puesta en funciones a la cantidad de valor como capital para convertir una suma de dinero en medios de pro

ducción y fuerza de trabajo cuya operación se realiza en el mercado en la órbita de la circulación; el segundo paso es el proceso de producción en el cual los medios de producción se convierten en mercancías con un valor excedente del valor de sus partes integrantes, conteniendo además del capital inicialmente invertido una cierta plusvalía; el tercer paso es poner nuevamente las mercancías en la órbita de la circulación, en donde al venderse se realiza su valor en dinero, para convertir este dinero en nuevo capital; a este ciclo se le denomina ciclo de circulación del capital, el cual se repite en forma sucesiva.

4.2.5 Conversión de la plusvalía en capital

La inversión de la plusvalía como capital o la reversión a capital de la plusvalía se llama acumulación de capital.

El valor de capital reviste forma de dinero desde el momento de su inversión; en cambio, la plusvalía se presenta desde el primer momento como valor de una determinada parte del producto bruto. Al venderse ésta y convertirse en dinero, el valor del capital recobra su forma primitiva, mientras que la plusvalía cambia de forma o modalidad. Pero, a partir de este instante el capital y la plusvalía, son sumas de dinero y su reversión a capital se efectúa de la misma manera. La inversión de ambas sumas en la compra de las mercancías para

la fabricación de un artículo determinado, sobre una escala ampliada, se efectúa a través del mercado.

La producción anual debe suministrar todos los valores de uso con los que han de reponerse los elementos materiales del capital consumidos en el transcurso del año. Deducidos estos elementos, queda el producto neto o producto excedente que encierra la plusvalía. Si este producto excedente se destina para el fondo de consumo, la plusvalía se gastaría por completo y no habría margen más que para la reproducción simple.

Para acumular, es forzoso convertir en capital una parte del trabajo excedente. Pero sólo se pueden convertir en capital los objetos susceptibles de ser empleados en el proceso de trabajo; es decir, los medios de producción y los medios de vida de los obreros. Por consiguiente, una parte del trabajo excedente anual deberá invertirse en crear los medios de producción y de vida adicionales, rebasando la cantidad necesaria para reponer el capital previamente invertido en la producción. La plusvalía sólo es susceptible de transformarse en capital, porque el producto excedente cuyo valor representa aquélla, encierra ya los elementos materiales de un nuevo capital.

Para hacer que estos elementos entren en funciones como capital, se requiere contar con una nueva afluencia de trabajo. No pudiendo aumentar extensiva o intensivamente la explotación de los obreros que ya trabajan, es forzoso incorporar

a los medios de producción adicionales contenidos ya en la producción anual fuerzas de trabajo supletorias y con ello se habrá operado la conversión de la plusvalía en capital; por lo tanto, la acumulación de capital se reduce a la reproducción del capital en una escala progresiva.

4.2.6 Exposición matemática ^{5/}

De lo antes expuesto, en el modelo de Dos Canales se emplean como elementos fundamentales los salarios y el trabajo acumulado en la forma siguiente; en el primer canal se emplean los salarios; en el segundo canal, el capital acumulado; y, un sistema combinado de los dos elementos. De esta manera se crean tres modalidades distintas del modelo.

Los supuestos básicos del modelo son:

1. Con respecto al primer canal, que responde a la formulación de precios según la teoría del valor-trabajo, el beneficio (o plus-producto) se considera proporcional a los salarios pagados en determinado período.
 2. En el segundo canal, vía el trabajo acumulado, el beneficio se considera proporcional al rendimiento de los activos (fijo y circulante) de capital.
 3. Para ambos casos, se supone que el valor total de la demanda final permanece idéntica.
 4. En los dos canales combinados, se supone que los benefi
- ^{5/} P. A. Reyes y V. Solís, Formulación de Precios en las Economías Soviéticas, por editar.

cios son una combinación de las dos fuentes de valor.

Por lo tanto, la ecuación de balance de precios está dada por:

$$\sum_{j=1}^n P_j Z_{ij} + W_i + T_i = P_i X_i ; \quad i=1, \dots, n \quad (4-20)$$

además, el supuesto 3 conduce a

$$\sum_{j=1}^n P_j Y_j = Y \quad (4-21)$$

en donde:

P_j y P_i son los precios sectoriales

W_i es el fondo de salarios del sector i

Y_j es la demanda final del sector j

Y es la demanda final total

T_i es el beneficio o plusproducto del sector i (retribuciones al capital del sector i)

X_i es la producción total del sector i

Z_{ij} producción intermedia del sector i utilizada por el sector j .

4.2.6.1 Primer Canal (precios valor-trabajo)

Bajo el supuesto (1), las retribuciones al capital se ex

presan como:

$$T_i = \alpha W_i \quad (4-22)$$

sustituyendo ésta en la ecuación (4-20), de balance de precios, y manteniendo la expresión (4-21), el modelo queda como:

$$\sum_{j=1}^n P_j Z_{ij} + W_i(1 + \alpha) = P_i X_i ; \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (4-23)$$

$$\sum_{j=1}^n P_j Y_j = Y$$

las $n+1$ ecuaciones permiten determinar en forma única n precios y el coeficiente de proporcionalidad α .

4.2.6.2 Segundo Canal

En forma análoga al primer Canal y de acuerdo con el supuesto (2) se tiene

$$T_i = P_k \pi K_i ; \text{ para } i=1, \dots, n \quad (4-24)$$

que significa que las retribuciones al capital son proporcionales a la tasa de rendimiento π y al valor del capital K_i empleado en el sector. El coeficiente de proporcionalidad es el factor-precio de ajuste del sector que produce el bien de capital (P_k).

Sustituyendo la expresión (4-24) en la (4-20) y manteniendo la (4-21) se tiene:

$$\sum_{j=1}^n P_j Z_{1j} + W_1 + P_k \pi K_1 = P_1 X_1 ; \text{ para } i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n P_j Y_j = Y \quad (4-25)$$

este sistema de ecuaciones permite calcular n precios y la tasa media de rendimiento π . Cabe señalar que el producto $P_k \pi$ rompe con las condiciones de linealidad, que puede evitarse agregando una ecuación y una variable (por ejemplo: utilizando $\gamma = P_k \pi$).

4.2.6.3 Sistema Combinado

Como puede observarse, se han planteado dos soluciones externas pudiendo existir conjuntos de precios igualmente válidos, es decir, se puede encontrar una combinación para valores de α y π no negativos que satisfagan las condiciones de equilibrio del balance intersectorial y de la demanda final como se observa en la figura siguientes:



Bajo este planteamiento el rendimiento de capital puede ex-

presarse como $T_i = F_i (W_i, rK_i)$, que bajo condiciones de aditividad queda como:

$$T_i = \alpha W_i + P_k r K_i \quad (4-26)$$

Sustituyendo esta expresión en la (4-20) y manteniendo (4-21), se tiene:

$$\sum_{j=1}^n P_j Z_{ij} + (1 + \alpha) W_i + P_k r K_i = P_i X_i ; \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (4-27)$$

$$\sum_{j=1}^n P_j Y_j = Y$$

Como este sistema admite una infinidad de soluciones, es necesario prefijar el valor de una de las incógnitas; por ejemplo, la tasa media de rendimiento del capital que no es difícil de obtener.

4.3 Modelo de Análisis de Actividades

El modelo de Análisis de Actividades es una generalización del modelo de Leontief para el caso en que se tienen varias actividades o procesos de producción (tecnologías), que pueden utilizarse de manera independiente o conjunta, para la obtención de un mismo producto.

Este modelo es una técnica para asignar recursos limitados entre varios usos optativos, el cual se emplea para obtener los precios eficientes de la producción, pero como se emplean las retribuciones a los factores primarios, además de

los insumos para la producción, se convierten en precios de equilibrio general.

Para simplificar el análisis, se supone que todas las relaciones entre variables, de la función objetivo y restricciones, toman una forma lineal, con lo que las técnicas de programación lineal resultan aplicables.

Al resolver el problema con el método de programación lineal, se obtiene la solución óptima del modelo de Análisis de Actividades.

Por lo tanto, el modelo lineal de Análisis de Actividades permite seleccionar la combinación óptima de tecnologías y especificar el nivel de intensidad de cada una de ellas para satisfacer cualquier vector de demanda final; además señala cuando no es factible satisfacer una cierta demanda.

Los supuestos fundamentales del modelo son:

1. En los procesos, los coeficientes técnicos son fijos; no hay sustitución entre insumos.
2. Las variables son no negativas; los procesos son irreversibles.
3. Las variables son continuas; los productos (primarios, intermedios y finales) son divisibles.
4. De cada proceso se obtiene un solo producto; no hay producción conjunta.

5. Las funciones son aditivas; hay ausencia de externalidades.
6. Las funciones son homogéneas de primer grado; hay proporcionalidad en los insumos; los rendimientos de escala son constantes.
7. Existe una función objetivo; se hace explícito un criterio de selección de opciones tecnológicas.

Por lo tanto, el modelo de Análisis de Actividades se establece en su forma de programación lineal como sigue:

4.3.1 Programa primal

Obtener el programa de producción (x_1, \dots, x_n) que genere el valor máximo de la función objetivo

$$Q = \sum_{j=1}^n p_j x_j \quad (4-28)$$

sujeta a las restricciones

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad ; \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n f_{kj} x_j \leq F_k \quad ; \quad k = 1, \dots, r$$

$$x_j \geq 0 \quad ; \quad j = 1, \dots, n$$

en donde:

- m número de bienes o productos G_1, \dots, G_m , que pueden ser insumos o productos (bienes o servicios) del sistema económico.
- n número de actividades o procesos: H_1, \dots, H_n para la transformación (producción o consumo) de los n productos.
- r número de factores primarios (mano de obra y capital)
- A_{mn} matriz de coeficientes a_{ij} que especifican las transformaciones correspondientes a las n actividades, además a_{ij} es la cantidad de un producto i que interviene en el proceso j cuando éste se realiza a un nivel unitario de intensidad.
- $$a_{ij} = \begin{cases} > 0 & \text{el producto i es un insumo del proceso j.} \\ = 0 & \text{el producto i no interviene en el proceso j.} \\ < 0 & \text{el producto i es un producto del proceso j.} \end{cases}$$
- f_{kj} coeficientes de factores primarios (mano de obra y capital), que indica la cantidad de factor primario k que interviene en el proceso j cuando se realiza a un nivel unitario de intensidad.
- x_j nivel de intensidad con que se realiza el proceso j; estas variables son no negativas $x_j \geq 0$ ($j=1, \dots, n$)
- E_i cantidad inicial disponible de cada bien i; cuando las b_i son negativas, señalan demandas exógenas de

bienes i que el programa de producción deberá satisfacer.

F_k cantidades totales de factores primarios empleados en la producción.

π_j es el rendimiento neto (rendimiento bruto menos costo), que deriva de la realización de cada producto j a nivel unitario, donde se utilizan los valores contables de los costos.

Asociado con el problema de producción se establece el problema dual, el cual corresponde a la asignación de precios eficientes de los productos y factores primarios; para este caso se tiene el planteamiento siguiente.

4.3.2 Programa dual

Encontrar el sistema de precios $(\lambda_1, \dots, \lambda_m; \lambda_1, \dots, \lambda_r)$ que hace mínimo el valor imputado total de los productos:

$$Q = \sum_{i=1}^m b_i \lambda_i + \sum_{k=1}^r F_k \lambda_k \quad (4-29)$$

sujeta a las restricciones

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} \lambda_i + \sum_{k=1}^r f_{jk} \lambda_k \geq \pi_j; \quad j=1, \dots, n$$

$$\lambda_{i,k} \geq 0; \quad i=1, \dots, m; k=1, \dots, r$$

en donde:

$\lambda_{i,k}$ es el precio imputado tanto al bien i , como al factor primario k que interviene en la producción; este precio debe ser no negativo, es decir, $\lambda_{i,k} \geq 0$ donde $i=1, \dots, m$ y $k=1, \dots, r$; se refiere a los costos económicos de los productos, particularmente empleados para medir el valor que para una entidad tiene la disponibilidad de un cierto recurso i . Al valor económico de ese recurso se le denomina también precio imputado o precio sombra o precio eficiente.

4.3.3 Interpretación económica de la solución óptima

4.3.3.1 Variables primales

En la solución óptima, la función objetivo del programa primal es:

$$Q^* = \sum_{j=1}^n \pi_j x_j^* \quad (4-30)$$

donde cada variable primal x_j^* indica el nivel óptimo al que debe realizarse la actividad j . El conjunto de variables primales óptimas, determina el programa óptimo de producción.

4.3.3.2 Variables duales

En la solución óptima, la función objetivo del dual es:

$$Q^* = \sum_{i=1}^m b_i \lambda_i^* + \sum_{k=1}^r F_k \lambda_k^* \quad (4-31)$$

cuya derivada con respecto al recurso i y k, es:

$$\partial Q^* / \partial b_i = \lambda_i^* \quad \text{y} \quad \partial Q^* / \partial F_k = \lambda_k^* \quad (4-32)$$

esta relación tiene validez mientras no se modifique la base óptima; lo que podría ocurrir en el caso de que la solución óptima no fuera única. Dada una solución básica, la relación anterior indica que las variables duales λ_i^* y λ_k^* son el rendimiento marginal del recurso i y k para el sistema económico considerado. Es decir que λ_i^* y λ_k^* miden el aumento en las ganancias, resultante, de un incremento diferencial en la disponibilidad del recurso i y k, o de un decremento diferencial en la demanda exógena del producto final.

El conjunto de variables λ_i^* ($i = 1, \dots, m$) y λ_k^* ($k = 1, \dots, r$) constituye un sistema de precios eficientes.

4.3.3.3 Variables de holgura del primal

En la solución óptima del primal se define:

$$\begin{aligned} h_i^* &= b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^* & ; & \quad i = 1, \dots, m \\ h_k^* &= F_k - \sum_{j=1}^n f_{kj} x_j^* & ; & \quad k = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (4-33)$$

de modo que h_i^* y h_k^* son las cantidades excedentes de los recursos i y k, disponibles en el sistema económico. Cuando

la restricción i o k del primal es activa, es decir,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^* = b_i \quad y, \quad (4-34)$$

$$\sum_{j=1}^n f_{kj} x_j^* = F_k$$

la variable de holgura h_i^* o h_k^* es nula.

4.3.3.4 Variables de holgura del dual

En la solución óptima del dual se define:

$$c_j^* = \left(\sum_{i=1}^m a_{ji} \lambda_i^* + \sum_{k=1}^r f_{jk} \lambda_k^* \right) - \pi_j; \quad j = 1, \dots, n \quad (4-35)$$

donde $\sum_{i=1}^m a_{ji} \lambda_i^* + \sum_{k=1}^r f_{jk} \lambda_k^*$ es el valor imputado a la realización del proceso j a nivel unitario (cuando los recursos empleados se valúan de acuerdo con sus precios sombra) y π_j es el rendimiento neto, derivado de la realización del proceso j , también a nivel unitario.

Entonces c_j^* mide el costo alternativo (o costo optativo) de la realización del proceso j ; se define costo alternativo de una actividad al valor de los beneficios no percibidos, por el hecho de no asignar los recursos disponibles a la realización de la mejor actividad optativa.

4.3.3.5 Condiciones de holgura complementaria

A partir del teorema fundamental de equilibrio, se ob-

tienen las condiciones de holgura complementaria.

Teorema fundamental de equilibrio.

a) Si x_j^* y $\lambda_{i,k}^*$ son factibles, son óptimos \iff
 $\lambda_{i,k}^* = 0$ cuando $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^* < b_i$; $i=1, \dots, m$

$$\sum_{j=1}^n f_{kj} x_j^* < F_k$$
 ; $k=1, \dots, r$; y

$$x_j^* = 0 \text{ cuando } \sum_{i=1}^m a_{ji} \lambda_i^* + \sum_{k=1}^r f_{jk} \lambda_k^* > c_j$$

a estas expresiones se les denomina condiciones de holgura complementaria e indican que la variable "s" de un programa es nula cuando la restricción "s" de su programa dual es inactiva, y viceversa.

b) El óptimo (o los óptimos) es tal que el número de variables no nulas en cada programa, no excede al número de restricciones del mismo.

Por lo tanto, se tiene, en el primal

$$h_i^* \lambda_i^* = 0 \quad ; \quad i=1, \dots, m$$

$$h_k^* \lambda_k^* = 0 \quad ; \quad k=1, \dots, r$$

y en el dual

$$x_j^* c_j^* = 0 \quad ; \quad j=1, \dots, n$$

o sea que:

$$1) \quad h_i^* > 0 \implies \lambda_i^* = 0$$

$$h_k^* > 0 \implies \lambda_k^* = 0$$

si hay un excedente del recurso i o k en el sistema económico, su precio sombra es nulo'

$$2) \lambda_i^* > 0 \implies h_i^* = 0$$

$$\lambda_k^* > 0 \implies h_k^* = 0$$

si el precio sombra del recurso i o k es positivo, este es un recurso limitante para la expansión del programa de producción.

$$3) x_j^* > 0 \implies c_j^* = 0$$

si la actividad j se realiza, su costo alternativo es nulo.

$$4) c_j^* > 0 \implies x_j^* = 0$$

si el costo alternativo de la actividad es positivo, esta actividad no se realiza (la actividad j no forma parte del programa óptimo de producción).

C A P I T U L O V

APLICACION DE LOS MODELOS ECONOMICOS E INTERPRETACION DE RESULTADOS

Para la aplicación de los modelos se hace uso de la matriz de transacciones interindustriales, que muestra todos los sectores en que se ha dividido la economía de México; ésta aparece en el Apéndice A.

Con la aplicación de los modelos económicos se trata de encontrar solución cuantitativa al problema planteado en el Capítulo I, los cuales se emplean de la manera siguiente: mediante el modelo de Insumo-Producto o de Leontief se obtienen los precios de mercado; y con los modelos de Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades, los precios de equilibrio económico general.

5.1 Modelo de Insumo-Producto

Los precios de mercado se obtienen aplicando la ec. (4-19)

$$P = fZ(I - A)^{-1}$$

en donde se hace uso de la información de la matriz de transac

ciones interindustriales del Apéndice A en la forma siguiente:

- \bar{w} es el precio o retribución media al factor primario, el cual se considera unitario.
- f es el vector de factor primario por unidad de producción empleado en cada industria; representa el cociente de (sueldos, salarios y prestaciones sociales + ingresos de capital y mixtos + asignaciones por consumo de capital (depreciación)) entre la producción total disminuida por las importaciones e impuestos indirectos menos subsidios, ya que a las exportaciones se les resta las importaciones y a la formación interna de capital fijo de las empresas, los impuestos indirectos menos subsidios.
- A. matriz de coeficientes tecnológicos, en donde se toma como coeficientes del sector 45 los cocientes de (otros servicios + ajuste por servicios proporcionados por el Gobierno) entre la producción total anterior; y a la columna del sector 44 de servicios de crédito, seguros y finanzas se le suma la columna de ajuste por servicios bancarios para tomar sus coeficientes tecnológicos respectivos y tener de esta manera una matriz cuadrada.

Tomando como base dicha información, la cual se presenta en el Apéndice C, se procede a obtener los precios de mercado que en la Tabla 1 se expresan.

T A B L A I

PRECIOS DE MERCADO DE LOS SECTORES DE PRODUCCION.

S E C T O R.	PRECIO DE MERCADO.
1 Agricultura.	1.00
2 Ganadería.	1.00
3 Silvicultura.	1.00
4 Pesca.	1.00
5 Explotación de minas metálicas.	1.00
6 Explotación de minerales no metálicos.	1.00
7 Extracción y refinación de petróleo y fabricación de productos derivados del carbón.	1.00
8 Matanza ganado, aves, prep. y conservación, carnes; fabricación productos lácteos.	1.00
9 Molienda trigo y nixtamal; manuf. prod. panadería, pastelería; fabricación tortillas.	1.00
10 Manufactura de otros productos alimenticios.	1.00
11 Elaboración de bebidas.	1.00
12 Manufacturas de productos de tabaco.	0.90
13 Hilado, tejido y acabado de textiles fibras blandas	1.00
14 Otras industrias textiles.	1.00
15 Fabricación calzado, prendas de vestir, tejidos de punto, etc.	1.00
16 Industrias de la madera y el corcho.	1.00
17 Fabricación de papel y productos de papel.	1.00
18 Imprenta, editorial e industrias conexas.	1.00
19 Industrias del cuero y productos del cuero.	1.00
20 Fabricación y reparación de productos de hule.	1.00
21 Fabricación de productos químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	1.00
22 Fabricación fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómetros, hule sintético.	1.00
23 Fabricación y mezcla de abonos, fertilizantes e insecticidas.	1.00
24 Producción jabones, detergentes y otros productos para lavado y aseo.	1.00
25 Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales.	1.00
26 Fabricación de perfumes, cosméticos y otros productos de tocador.	1.00
27 Otras industrias químicas.	1.00
28 Fabricación de productos minerales no metálicos.	1.00
29 Industr. metálicas básicas, fundiciones fierro, bronce y otros metales.	1.00
30 Fabricación y reparación productos metálicos.	1.00

S E C T O R	PRECIO DE MERCADO.
31 Construcción y reparación de maquinaria.	1.00
32 Construcción y rep. maquinaria, aparatos, accesorios eléctricos.	1.00
33 Construcción y reparación de equipo y material de transporte.	1.00
34 Construcción de vehículos, automóviles.	1.00
35 Industrias manufactureras diversas.	1.00
36 Construcción e instalaciones.	1.00
37 Electricidad.	1.00
38 Cinematografía y otros servicios de esparcimiento.	1.00
39 Transportes.	1.00
40 Comunicaciones.	1.00
41 Comercio.	1.00
42 Alquileres de inmuebles.	
43 Servicios de preparación de alimentos y bebidas y alojamiento temporal.	1.00
44 Servicios de crédito, seguros y finanzas.	1.00
45 Otros servicios.	1.00

5.2 Modelo de Dos Canales

Igualmente que el modelo de Leontief, éste se basa en el cuadro de insumo-producto del Apéndice A para encontrar, en este caso, los precios de equilibrio económico general, empleando tres modalidades de acuerdo al enfoque de economía política presentado en el Capítulo IV, las cuales consideran las retribuciones al trabajo vivo, el trabajo acumulado (capital) y un sistema combinado de los dos elementos anteriores para proceder de la manera siguiente:

5.2.1 Primer Canal

Este modelo es el que emplea las retribuciones al trabajo vivo para obtener los precios de acuerdo con la expresión de la ecuación (4-22), $T_1 = \infty W_1$ originada del supuesto (1), y el sistema de ecuaciones (4-23)

$$\sum_{j=1}^{45} P_j Z_{ij} + W_1(1 + \infty) = P_i X_i; \text{ para } i = 1, \dots, 45$$

$$\sum_{j=1}^{45} P_j Y_j = Y$$

en donde:

Z_{ij} es la producción intermedia de la matriz de insumo-producto, Apéndice A, con el sector 45 aumentado en las cantidades del renglón de ajuste por servicios proporciona-

dos por el Gobierno y la columna 44 aumentada en la cantidad de la columna de ajuste por servicios bancarios.

W_i es el fondo de salarios del sector i , que corresponde a sueldos, salarios y prestaciones sociales de la matriz de transacciones interindustriales.

α coeficiente de proporcionalidad entre el fondo de salarios y el plusproducto del sector i .

X_i producción total del sector i , disminuida por las importaciones e impuestos indirectos menos subsidios como se explicó en el modelo de Leontief.

Y_j es la demanda final del producto correspondiente al sector j , disminuida por las importaciones e impuestos indirectos menos subsidios en la columna de exportación de mercancías y servicios, y en la de formación interna de capital fijo de las empresas respectivamente.

Y es la demanda final total disminuida por las cantidades anteriormente citadas.

P_j y P_i son los precios de los sectores productivos de la economía.

Esta información se encuentra en el Apéndice C y los resultados del modelo que corresponden a los precios de los productos sectoriales se encuentran en la Tabla 2.

T A B L A 2
 PRECIOS DE EQUILIBRIO ECONOMICO GENERAL,
 MODELO PRIMER CANAL

S E C T O R	P R E C I O
1. Agricultura.	1.0045
2. Ganadería.	0.6964
3. Silvicultura.	0.5525
4. Pesca.	1.5621
5. Explotación de minas metálicas.	1.2405
6. Explotación de minerales no metálicos.	1.2869
7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de productos derivados del carbón.	1.2216
8. Matanza ganado, aves, prep. y conservación de carnes; fabricación de prod. lácteos.	0.9762
9. Molienda trigo y nixtamal; manuf. prod. panadería, pastelería; fabricación tortillas	1.1131
10. Manufactura de otros productos alimenticios.	1.0810
11. Elaboración de bebidas.	1.2396
12. Manufacturas de productos de tabaco.	0.8506
13. Hilado, tejido y acabado de textiles de fibras blandas.	1.5712
14. Otras industrias textiles.	1.2364
15. Fabricación calzado, prendas de vestir, tejidos de punto etc.	1.3379
16. Industrias de la madera y el corcho.	0.8182
17. Fabricación de papel y productos de papel.	1.3238
18. Imprenta, editorial e industrias conexas.	1.5669
19. Industrias del cuero y prod. del cuero.	1.1046
20. Fabricación y reparación de prod. de hule.	1.0859
21. Fabricación de productos químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	1.3428
22. Fabricación fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómetros, hule sintético.	1.2475
23. Fabricación y mezola de abonos, fertilizantes e insecticidas.	1.2411
24. Producción jabones, detergentes y otros productos para lavado y aseo.	1.0656
25. Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales.	1.6320
26. Fabricación de perfumes, cosméticos y otros prod. de tocador.	0.9867
27. Otras industrias químicas.	1.1337
28. Fabricación de prod. minerales no metálicos.	1.4412

S E C T O R	P R E C I O
29. Industrias metálicas básicas; fundiciones fierro, bronce y otros metales.	1.3384
30. Fabricación y reparación de prod. metálicos.	1.5124
31. Construcción y reparación de maquinaria.	0.9836
32. Construcción y reparación de maquinaria, aparatos, accesorios eléctricos.	1.5581
33. Construcción y reparación de equipo y material de transporte.	1.6666
34. Construcción de vehículos, automóviles.	1.3884
35. Industrias manufactureras diversas.	1.4885
36. Construcción e instalaciones.	1.6787
37. Electricidad.	1.8877
38. Cinematografía y otros servicios de esparcimiento.	1.5751
39. Transportes.	1.9211
40. Comunicaciones.	2.2322
41. Comercio.	0.5438
42. Alquileres de inmuebles.	0.2683
43. Servicios de preparación de alimentos y bebidas y alojamiento temporal.	1.5498
44. Servicios de crédito, seguros y finanzas.	1.8051
45. Otros servicios.	1.9390
46. ∞	2.6338

5.2.2 Segundo Canal

En este modelo se emplea el trabajo acumulado o capital fijo, el cual se basa en la ecuación (4-24), establecida de acuerdo al supuesto (2) $T_i = P_k \pi K_i$ para $i=1, \dots, 45$, y en el sistema de ecuaciones (4-25) para obtener los precios de equilibrio económico general.

$$\sum_{j=1}^{45} P_j Z_{ij} + W_i + P_k \pi K_i = P_i X_i; \text{ para } i=1, \dots, 45$$

$$\sum_{j=1}^{45} P_j Y_j = Y$$

en donde:

Z_{ij} , W_i , X_i , Y_j e Y representan las mismas cantidades que los elementos del modelo Primer Canal.

P_k es el factor-precio de ajuste del sector que produce el bien de capital; en este caso es el precio del sector de comercio.

π es la tasa de rendimiento de capital fijo.

K_i es el acervo de capital fijo para cada sector i ^{1/} cuyos valores se encuentran en la matriz correspondiente del Apéndice C.

Los datos señalados para la solución del sistema de ecuaciones se encuentran en el Apéndice C y los precios en la Tabla 3.

^{1/}

Cuentas Nacionales y Acervos de Capital, Banco de México S. A., México, 1969.

T A B L A 3

PRECIOS DE EQUILIBRIO ECONOMICO GENERAL,
MODELO SEGUNDO CANAL

S E C T O R	P R E C I O
1. Agricultura.	0.6725
2. Ganadería.	1.0126
3. Silvicultura.	0.2329
4. Pesca.	0.8769
5. Explotación de minas metálicas.	1.0203
6. Explotación de minerales no metálicos.	0.9585
7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de productos derivados del carbón.	1.2575
8. Matanza ganado, aves, prep. y conservación de carnes; fabricación prod. lácteos.	0.9609
9. Molienda trigo y nixtamal; manuf. prod. panadería, pastelería; fabricación tortillas	0.8175
10. Manufactura de otros prod. alimenticios.	0.8354
11. Elaboración de bebidas.	1.0088
12. Manufacturas de prod. de tabaco.	0.6625
13. Hilado, tejido y acabado de textiles de fibras blandas.	1.1570
14. Otras industrias textiles.	1.0361
15. Fabricación calzado, prendas de vestir, tejidos de punto, etc.	0.9285
16. Industrias de la madera y el corcho.	0.8555
17. Fabricación de papel y prod. de papel.	1.3074
18. Imprenta, editorial e industrias conexas.	1.1344
19. Industrias del cuero y prod. del cuero.	0.9788
20. Fabricación y reparación de prod. del hule	0.8827
21. Fabricación de prod. químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	1.2751
22. Fabricación fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómetros, hule sintético.	1.3742
23. Fabricación y mezcla de abonos, fertilizantes e insecticidas.	1.4564
24. Producción de jabones, detergentes y otros productos para lavado y aseo.	1.3063
25. Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales.	1.0727
26. Fabricación de perfumes, cosméticos y otros productos de tocador.	0.6543
27. Otras industrias químicas.	0.9501
28. Fabricación de productos minerales no metálicos.	1.2181

SECTOR	PRECIO
29. Industrias metálicas básicas; fundicio- nes fierro, bronce y otros metales.	1.4726
30. Fabricación y reparación de prod. metálicos.	1.6040
31. Construcción y reparación de maquinaria.	1.2287
32. Construcción y reparación de maquinaria, apa- ratos, accesorios eléctricos.	1.2749
33. Construcción y reparación de equipo y material de transporte.	1.1246
34. Construcción de vehículos, automóviles.	1.0896
35. Industrias manufactureras diversas.	1.1634
36. Construcción e instalaciones.	0.9609
37. Electricidad.	2.0653
38. Cinematografía y otros servicios de esparcimien- to.	0.9535
39. Transportes.	2.4763
40. Comunicaciones.	1.8525
41. Comercio.	0.4687
42. Alquileres de inmuebles.	1.9425
43. Servicios de preparación de alimentos y bebidas y alojamiento temporal.	0.9016
44. Servicios de crédito seguros y finanzas.	0.8432
45. Otros servicios.	3.2257
46. $\gamma = \frac{R}{N}$	0.2365

5.2.3 Sistema Combinado

En este modelo se emplea el rendimiento de capital expresado mediante la ecuación (4-26), $T_i = \alpha W_i + P_k \pi K_i$, y el sistema de ecuaciones (4-27) para establecer el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\sum_{j=1}^{45} P_j Z_{i,j} + (1 + \alpha)W_i + P_k \pi K_i = P_i X_i; \text{ para } i=1, \dots, 45$$

$$\sum_{j=1}^{45} P_j Y_j = Y$$

en donde se utiliza una tasa de rendimiento de capital fijo de $\pi = 18.5\%$, el precio-coeficiente del sector comercial P_k igual a 0.5438, obtenido mediante la aplicación del modelo Primer Canal, y los elementos restantes que representan un valor igual a los utilizados en los modelos Primer y Segundo Canal.

Los datos mencionados se encuentran en el Apéndice C, con los cuales se encuentran los precios de equilibrio general de la Tabla 4 y una retribución al capital debido al empleo de fuerza de trabajo igual a una $\alpha = 0.5134$.

5.3 Modelo de Análisis de Actividades

Los precios de equilibrio económico general se obtienen empleando el programa dual de la expresión (4-29), que minimiza el valor imputado de los productos.

T A B L A 4

PRECIOS DE EQUILIBRIO ECONOMICO GENERAL,
MODELO SISTEMA COMBINADO

SECTOR	PRECIO
1. Agricultura.	0.8633
2. Ganadería.	0.8309
3. Silvicultura.	0.4166
4. Pesca.	1.2707
5. Explotación de minas metálicas.	1.1468
6. Explotación de minerales no metálicos.	1.1472
7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de prod. derivados del carbón.	1.2369
8. Matanza ganado, aves, preparación y conservación de carnes; fabricación de prod. lácteos.	0.9697
9. Molienda de trigo y nixtamal; manufactura de prod. de panadería, pastelería; fabricación de tortillas.	0.9874
10. Manufactura de otros productos alimenticios.	0.9765
11. Elaboración de bebidas.	1.1414
12. Manufacturas de productos de tabaco.	0.7706
13. Hilado, tejido y acabado de textiles fibras blandas.	1.3950
14. Otras industrias textiles.	1.1512
15. Fabricación calzado, prendas de vestir, tejidos de punto, etc.	1.1637
16. Industrias de la madera y el corcho.	0.8341
17. Fabricación de papel y productos de papel.	1.3168
18. Imprenta, editorial e industrias conexas.	1.3830
19. Industrias del cuero y productos del cuero.	1.0511
20. Fabricación y reparación de prod. de hule.	0.9995
21. Fabricación de productos químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	1.3140
22. Fabricación fibras sintéticas, resinas materiales plásticos, elastómetros, hule sintético.	1.3014
23. Fabricación y mezcla de abonos, fertilizantes e insecticidas.	1.3327
24. Producción jabones, detergentes y otros prod. para lavado y aseo.	1.1680
25. Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales	1.3941
26. Fabricación de perfumes, cosméticos y otros productos de tocador.	0.8453
27. Otras industrias químicas	1.0556
28. Fabricación de productos minerales no metálicos	1.3463
29. Industrias metálicas básicas; fundiciones hierro, bronce y otros metales.	1.3955
30. Fabricación y reparación de prod. metálicos.	1.5514
31. Construcción y reparación de maquinaria.	1.0878

SECTOR	PRECIO
32. Construcción y reparación de maquinaria, aparatos, accesorios eléctricos.	1.4376
33. Construcción y reparación de equipo y material de transporte.	1.4360
34. Construcción de vehículos, automóviles.	1.2613
35. Industrias manufactureras diversas.	1.3502
36. Construcción e instalaciones.	1.3734
37. Electricidad.	1.9632
38. Cinematografía y otros servicios de esparcimiento.	1.3107
39. Transportes.	2.1573
40. Comunicaciones.	2.0707
41. Comercio.	0.5119
42. Alquileres de inmuebles.	0.9805
43. Servicios de preparación de alimentos y bebidas y alojamiento temporal.	1.2741
44. Servicios de crédito, seguros y finanzas.	1.3959
45. Otros servicios.	2.4864
46. α	1.5134

$$Q = \sum_{i=1}^{45} b_i \lambda_i + \sum_{k=1}^3 F_k \lambda_k$$

s. a.:

$$\sum_{i=1}^{45} a_{ji} \lambda_i + \sum_{k=1}^3 f_{jk} \lambda_k \geq r_j ; \text{ para } j=1, \dots, 45$$

$$\lambda_{i,k} \geq 0$$

en donde intervienen los factores primarios, además de los insumos intermedios, como restricciones en el programa primal para considerar la demanda de los productos de todos los sectores de producción de la economía y como consecuencia, los precios obtenidos sean de equilibrio económico general. Por otra parte los diferentes elementos que intervienen son:

b_i las disponibilidades de cada bien, que corresponden a la columna 46 del cuadro de transacciones interindustriales del Apéndice A.

F_k factores primarios empleados en la producción, los cuales son: sueldos, salarios y prestaciones sociales; e ingresos de capital y mixtos más asignaciones por consumo de capital (depreciación).

a_{ji} los coeficientes tecnológicos en forma transpuesta con las modificaciones descritas en el modelo de Leontief.

f_{jk} los coeficientes de factores primarios en forma transpuesta: f_{1j} es el cociente resultante de sueldos, salarios y prestaciones sociales entre la producción to-

tal x_j definida para el modelo de Dos Canales; f_{2j} es el cociente de ingresos de capital y mixtos entre x_j ; y f_{3j} es el cociente de asignaciones por consumo de capital (depreciación) entre x_j , para cada $j=1, \dots, 45$ que son los sectores de la economía.

π_j rendimiento neto, derivado de la realización de cada proceso j a nivel unitario.

$\lambda_{1,k}$ los precios de equilibrio económico general: λ_1 para los productos y λ_k para los factores primarios.

Los datos se encuentran en el Apéndice A y la solución del programa, que corresponde a los precios $\lambda_{1,k}$, se encuentra en la Tabla 5 y Apéndice C.

5.4 Interpretación de resultados

Mediante la comparación de los precios de mercado y de equilibrio, obtenidos aplicando los modelos a la economía de México, Tabla 6, se puede observar la distorsión que refleja el comportamiento de la economía en los diferentes sectores productivos, como se ejemplifica analizando los precios de los sectores que se presentan en la Tabla 7:

1. Agricultura

La distorsión del precio de mercado en este sector con

T A B L A 5

PRECIOS DE EQUILIBRIO ECONOMICO GENERAL, MODELO LINEAL
DE ANALISIS DE ACTIVIDADES

S E C T O R	P R E C I O
1. Agricultura.	1.19078
2. Ganadería.	0.78946
3. Silvicultura.	1.40964
4. Pesca.	0.00000
5. Explotación de minas metálicas.	1.02990
6. Explotación de minerales no metálicos.	0.72543
7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de prod. derivados del carbón.	0.97142
8. Matanza ganado, aves; preparación y conservación de carnes; fabricación de prod. lácteos.	2.29945
9. Molienda trigo y nixtamal; manufactura de productos de panadería pastelería; fabricación tortillas.	0.81769
10. Manufactura de otros productos alimenticios.	0.85139
11. Elaboración de bebidas.	0.92618
12. Manufacturas de prod. de tabaco.	0.00000
13. Hilado, tejido y acabado de textiles fibras blandas.	0.00000
14. Otras industrias textiles.	0.82341
15. Fabricación calzado, prendas de vestir, tejidos de punto, etc.	0.00000
16. Industrias de la madera y el corcho.	0.00000
17. Fabricación de papel y prod. de papel.	0.91674
18. Imprenta, editorial e industrias conexas.	1.07533
19. Industrias del cuero y prod. del cuero.	2.05953
20. Fabricación y reparación de prod. de hule.	1.09168
21. Fabricación de prod. químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	0.93272
22. Fabricación fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómetros, hule sintético.	2.96613
23. Fabricación y mezcla de abonos, fertilizantes e insecticidas.	0.71039
24. Producción jabones, detergentes y otros productos para lavado y aseo.	1.30976
25. Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales.	0.00000
26. Fabricación de perfumes, cosméticos y otros productos de tocador.	1.41880
27. Otras industrias químicas.	0.29107
28. Fabricación de productos minerales no metálicos.	1.29532

- 2 -

S E C T O R	P R E C I O
29. Industrias metálicas básicas; fundiciones fierro, bronce y otros metales.	0.78150
30. Fabricación y reparación de prod. metálicos.	1.48502
31. Coanstrucción y reparación de maquinaria.	2.32935
32. Coanstrucción y reparación de maquinaria, aparatos, accesorios eléctricos.	1.07380
33. Construcción y reparación de equipo y material de transporte.	0.00000
34. Construcción de vehíoulos automóviles.	1.95521
35. Industrias manufactureras diversas.	0.00000
36. Construcción e instalaciones.	0.89042
37. Electricidad.	0.00000
38. Cinematografía y otros servicios de esparci - miento.	0.00000
39. Transportes.	0.37128
40. Comunicaciones.	4.90199
41. Comercio.	0.68851
42. Alquileres de inmuebles.	0.65903
43. Servicios de preparación de alimentos y bebi- das y alojamiento temporal.	15.77597
44. Servicios de crédito seguros y finanzas.	0.85693
45. Otros servicios.	0.00000

T A B L A 6
 PRECIOS DE MERCADO Y PRECIOS DE EQUILIBRIO DE LOS SECTORES PRODUCTIVOS
 DEL PAIS.

S E C T O R	PRECIO DE MERCADO.	P R E C I O D E E Q U I L I B R I O			ANALISIS DE ACTIVIDADES.
		PRIMER CANAL.	SEGUNDO CANAL.	SISTEMA COMBINADO.	
1. Agricultura.	1.00	1.0045	.6725	.8633	1.19078
2. Ganadería.	1.00	.6964	1.0126	.8309	.78946
3. Silvicultura.	1.00	.5525	.2329	.4166	1.40964
4. Pesca.	1.00	1.5621	.8769	1.2707	
5. Explotación de minas metálicas.	1.00	1.2405	1.0203	1.1468	1.02990
6. Explotación de minerales no metálicos.	1.00	1.2869	.9585	1.1472	.72543
7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de productos derivados del carbón.	1.00	1.2216	1.2575	1.2369	.97142
8. Matanza ganado, aves, prep. y conserv. carnes; fabricación de productos lácteos.	1.00	.9762	.9609	.9697	2.29946
9. Molienda trigo y nixtamal, manuf. prod. panadería, pastelería, fabricación tortillas.	1.00	1.1131	.8175	.9874	.81769
10. Manufactura de otros productos alimenticios.	1.00	1.0810	.8354	.9765	.85139
11. Elaboración de bebidas.	1.00	1.2396	1.0088	1.1414	92618
12. Manufacturas de productos de tabaco.	0.90	.8506	.6625	.7706	
13. Hilado, tejido y acabado de textiles fibras blandas.	1.00	1.5712	1.1570	1.3950	1.3950
14. Otras industrias textiles.	1.00	1.2364	1.0361	1.1512	.82341
15. Fabricación calzado, prendas de vestir, tejidos de punto, etc.	1.00	1.3379	.9285	1.1637	
16. Industrias de la madera y el corcho.	1.00	.8182	.8555	.8341	
17. Fabricación de papel y productos de papel.	1.00	1.3238	1.3074	1.3168	.91674
18. Imprenta, editorial e industrias conexas.	1.00	1.5669	1.1344	1.3830	1.07533
19. Industrias del cuero y productos del cuero.	1.00	1.1046	.9788	1.0511	2.05953
20. Fabricación y reparación de productos de hule.	1.00	1.0859	.8827	.9995	1.09168
21. Fabricación de productos químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	1.00	1.3428	1.2751	1.3140	.93272
22. Fabricación fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómetros, hule sintético.	1.00	1.2475	1.3742	1.3014	2.96613

S E C T O R.	PRECIO DE MERCADO.	P R E C I O D E E Q U I L I B R I O.			
		PRIMER CANAL.	SEGUNDO CANAL.	SISTEMA COMBINADO.	ANALISIS DE ACTIVIDADES
23. Fabricación y mezcla de abonos, fertilizantes e insecticidas.	1.00	1.2411	1.4564	1.3327	.71039
24. Producción jabones, detergentes y otros productos para lavado y aseo.	1.00	1.0656	1.3063	1.1680	1.30976
25. Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales.	1.00	1.6320	1.0727	1.3941	
26. Fabricación de perfumes, cosméticos y otros productos de tocador.	1.00	9867	.6543	.8453	1.41880
27. Otras Industrias químicas.	1.00	1.1337	.9501	1.0556	.29107
28. Fabricación de productos minerales no metálicos.	1.00	1.4412	1.2181	1.3463	1.29532
29. Industs. metálicas básicas, fundiciones fierro, bronce y otros metales.	1.00	1.3384	1.4726	1.3955	.78150
30. Fabricación y reparación productos metálicos.	1.00	1.5124	1.6040	1.5514	1.48502
31. Construcción y reparación de maquinaria.	1.00	.9836	1.2287	1.0878	2.32935
32. Construcción y rep. maquinaria, aparatos accesorios eléctricos.	1.00	1.5581	1.2749	1.4376	1.07380
33. Construcción y reparación de equipo y material de transporte.	1.00	1.6666	1.1246	1.4360	
34. Construcción de vehículos, automóviles.	1.00	1.3884	1.0896	1.2613	1.95521
35. Industrias manufactureras diversas.	1.00	1.4885	1.1634	1.3502	
36. Construcción e instalaciones.	1.00	1.6787	.9609	1.3734	.89042
37. Electricidad.	1.00	1.8877	2.0653	1.9632	
38. Cinematografía y otros servicios de esparcimiento.	1.00	1.5751	.9535	1.3107	
39. Transportes.	1.00	1.9211	2.4763	2.1573	.37128
40. Comunicaciones.	1.00	2.2322	1.8525	2.0707	4.90199
41. Comercio.	1.00	.5438	.4687	.5119	.68851
42. Alquileres de inmuebles.	1.00	.2683	1.9425	.9805	.65903
43. Servicios de preparación de alimentos y bebidas y alojamiento temporal.	1.00	1.5498	.9016	1.2741	15.77597
44. Servicios de crédito, seguros y finanzas.	1.00	1.8051	.8432	1.3959	.85693
45. Otros Servicios.	1.00	1.9390	3.2257	2.4864	
46. <		2.6338		1.5134	
47. >			0.2365		

T A B L A 7

PORCENTAJE DE DISTORSION DE LOS PRECIOS SECTORIALES DE
MERCADO

PRECIOS SECTORIALES	SOBREVALUACION	SUBVALUACION
1. Agricultura		
Mercado	1.00000	
Primer Canal	1.00450	0.45
Segundo "	0.67250	48.70
Sistema com- binado.	0.86330	15.83
Análisis de Actividades	1.19078	16.02
2. Ganadería		
Mercado	1.00000	
Primer Canal	0.69640	43.60
Segundo "	1.01260	1.24
Sistema Com- binado	0.83090	20.35
Análisis de Actividades	0.78946	26.67
3. Silvicultura		
Mercado	1.00000	
Primer Canal	0.55250	80.99
Segundo "	0.23290	329.37
Sistema Com- binado	0.41660	140.04
Análisis de Actividades	1.40964	29.06
4. Pesca		
Mercado	1.00000	
Primer Canal	1.56210	36.00
Segundo "	0.87690	14.04
Sistema Com- binado	1.27070	21.30
Análisis de Actividades	0.00000	100.00

- 2 -

PRECIOS SECTORIALES	SOBREVALUACION	SUBVALUACION
5. Explotación de minas y metales		
Mercado	1.00000	
Primer Canal	1.24050	19.39
Segundo "	1.02030	2.00
Sistema Combinado	1.14680	12.80
Análisis de Actividades	1.02990	2.90
6. Explotación de minerales no metálicos		
Mercado	1.00000	
Primer Canal	1.28690	22.29
Segundo "	0.95850	4.33
Sistema Combinado	1.14720	12.83
Análisis de Actividades	0.72543	37.85
7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de prod. derivados del carbón		
Mercado	1.00000	
Primer Canal	1.22160	18.14
Segundo "	1.25750	20.48
Sistema Combinado	1.23690	19.15
Análisis de Actividades	0.97142	2.94
16. Industrias de la madera y el corcho		
Mercado	1.00000	
Primer Canal	0.81820	22.22
Segundo "	0.85550	16.89
Sistema Combinado	0.83410	19.89
Análisis de Actividades	0.00000	100.00

PRECIOS SECTORIALES	SOBREVALUACION	SUBVALUACION
34. Construcción de vehículos automóviles		
Mercado	1.00000	
Primer Canal	1.38840	27.98
Segundo "	1.08960	8.22
Sistema Combinado	1.26130	20.72
Análisis de Actividades	1.95521	48.85

respecto al precio del modelo Primer Canal, representa una subvaluación de 0.45 %, que refleja un excedente de trabajo que se convierte en plusvalía, la cual es captada por los sectores económicos restantes; mediante el precio del modelo Segundo Canal se obtiene una distorsión que representa una sobrevaluación de 49 %, que refleja una formación de capital fijo con una tecnología precaria; el precio del modelo Sistema Combinado genera una distorsión de 16 % de sobrevaluación y significa, además de lo señalado, que el precio de equilibrio obedece al trabajo vivo extensivo invertido en la producción; y el precio debido al modelo lineal de Análisis de Actividades, refleja una subvaluación de 16 %, que significa una compra de productos agrícolas a precios bajos por la intermediación comercial.

2. Ganadería

La distorsión del precio de mercado con respecto al precio obtenido empleando el modelo Primer Canal, es de una sobrevaluación de 44 %, que refleja un empleo mínimo de fuerza de trabajo en la producción; el precio debido al modelo Segundo Canal, muestra una subvaluación de 1.2 %, que significa un empleo de grandes inversiones en la formación de capital fijo; la sobrevaluación de 20 %, obtenida mediante el modelo Sistema Combinado, significa, además de lo señalado, que el precio de equilibrio obedece más a la formación de capital fijo que

al trabajo vivo empleado en la producción; la sobrevaluación de 27 %, obtenida mediante el modelo lineal de Análisis de Actividades, refleja una escasez de producción de este sector, provocada básicamente por el control monopolístico de mercado.

3. Silvicultura

La distorsión que se obtiene aplicando el modelo Primer Canal, queda representada por una sobrevaluación de 81 %, que refleja un exiguo empleo de trabajo vivo o capital variable en la producción; la sobrevaluación de 329 %, obtenida empleando el modelo Segundo Canal, significa que los medios de producción no tienen una tecnología avanzada; la sobrevaluación de 140 %, encontrada aplicando el modelo Sistema Combinado, significa que se emplea un reducido capital variable y un capital fijo invertido básicamente en maquinaria para la construcción de caminos, camiones de transporte y equipo de aserradero, dejando de lado la industrialización de la madera y la reforestación que contribuye en la precipitación pluvial para la conservación de las cuencas y que en una forma indirecta, aguas abajo de las cuencas, se puede aumentar la producción agrícola; y la subvaluación de 29 %, debida al modelo lineal de Análisis de Actividades, significa que hay una producción de materia prima que es controlada por un reducido número de productores.

4. Pesca

La subvaluación de 36 %, debida al modelo Primer Canal,

significa que hay una explotación en pesca muy raquítica, por lo cual la retribución a la fuerza de trabajo empleada en la producción es mínima; la sobrevaluación de 14 %, obtenida mediante el modelo Segundo Canal, significa que hay un empleo de capital fijo muy exiguo; la subvaluación de 21 %, que se obtiene aplicando el modelo Sistema Combinado, significa que hay una industrialización muy raquítica; y la sobrevaluación de 100 % que se obtiene aplicando el modelo lineal de Análisis de Actividades, significa que hay una abundancia de recursos marítimos de este sector que no son explotados por falta de políticas de explotación.

5. Explotación de minas y metales

La distorsión del precio de mercado con respecto al precio obtenido mediante el modelo Primer Canal, es de 19 % de subvaluación, que refleja una explotación intensiva de fuerza de trabajo, la cual se convierte en plusvalía que finalmente se distribuye en los sectores de la economía; la subvaluación de 2 %, debida al modelo Segundo Canal, refleja un empleo de maquinaria que se opera a un nivel por abajo de su capacidad; la subvaluación de 13 %, debida al modelo Sistema Combinado, significa, además de lo señalado, que el precio de equilibrio obedece más al trabajo vivo empleado en la producción; y el 3 % de subvaluación, debido al modelo lineal de Análisis de Actividades, significa que la compra de este producto es con-

trolada por un reducido número de consumidores.

6. Explotación de minerales no metálicos

La subvaluación de 22 %, obtenida mediante el modelo Primer Canal, refleja una explotación muy exigua, por lo cual la fuerza de trabajo no es bien retribuida; la sobrevaluación de 4 %, debida al modelo Segundo Canal, significa que hay una inversión en capital fijo raquítica; la subvaluación de 13 % obtenida aplicando el modelo Sistema Combinado, refleja, además de lo señalado, que el precio de equilibrio obedece más a la formación de capital fijo; y la sobrevaluación de 38 % que se obtiene aplicando el modelo lineal de Análisis de Actividades, presenta una producción raquítica, la cual se distribuye en los sectores relacionados.

7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de productos derivados del carbón

Los precios de equilibrio debidos al modelo de Dos Canales quedan muy por arriba de los de mercado, lo cual muestra que los precios de mercado tienen porcentajes del orden de 18, 20 y 19 de subvaluación, de acuerdo a las tres modalidades, que significa que la extracción y refinación de petróleo opera con subsidios muy fuertes que permiten mantener los pre-

cios bajos en beneficio del consumidor, lo mismo sucede con las empresas paraestatales. La sobrevaluación de 3 %, debida al modelo lineal de Análisis de Actividades, significa que además de satisfacer la demanda interna de petróleo, se exporta en forma de materia prima porque no se puede refinar e industrializar todo el producto. Y por lo que corresponde a los precios, obtenidos aplicando el modelo de Dos Canales con sus tres modalidades, de la fabricación de productos derivados del carbón se infiere que existe una subvaluación por la fabricación raquítica y la operación de las industrias por abajo de su capacidad instalada, y la sobrevaluación del modelo lineal de Análisis de Actividades, refleja el control de los precios por el monopolio de este sector.

16. Industria de la madera y el corcho

La sobrevaluación del precio de mercado con respecto al precio de equilibrio, obtenido por medio de los modelos de Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades, significa que hay una producción raquítica donde se emplea muy poca fuerza de trabajo, un capital fijo reducido y una producción controlada por los monopolios.

34. Construcción de vehículos automóviles

La subvaluación de los vehículos automóviles, indica que se .

tienen grandes inversiones en capital fijo cuya maquinaria y equipo no se operan a toda su capacidad instalada; se lograría operar las industrias a toda su capacidad instalada sólo si el Gobierno subsidiara a todo el sector.

Los sectores de electricidad, transporte y comunicaciones al igual que el de extracción y refinación de petróleo conservan precios bajos por los subsidios gubernamentales, lo cual se refleja por la subvaluación que se deduce de la Tabla 6.

5.5 Interpretación de resultados del modelo lineal de Análisis de Actividades

5.5.1 Variables duales

Las variables duales corresponden a los precios de equilibrio general, que multiplicados por los coeficientes correspondientes de la función objetivo se obtiene la minimización del valor imputado total de los productos cuyo valor es de 214,353.97748 millones de pesos, Tabla 8. Por otra parte, los precios que tienen un valor de cero representan a un bien libre como corresponde a los recursos sectoriales siguientes: pesca; manufactura de productos de tabaco; hilado, tejido y acabado de textiles de fibras blandas; fabricación de calzado, prendas de vestir, tejidos de punto, etc.; industrias de la

T A B L A 8

VALORES DE LA FUNCION OBJETIVO DEL PROGRAMA DUAL

SECTOR	PRECIO	COEFICIENTE
1. Agricultura.	1.19078	9576.000
2. Ganadería.	0.78946	1579.000
3. Silvicultura.	1.40964	687.000
4. Pesca.	0.00000	468.000
5. Explotación de minas metálicas	1.02990	1536.000
6. Explotación de minerales no metálicos.	0.72543	681.000
7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de prod. derivados del carbón.	0.97142	6857.000
8. Matanza ganado, aves, preparación y conservación de carnes; fabricación de prod. lácteos.	2.29946	410.000
9. Molienda trigo y nixtamal; manufactura prod. panadería, pastelería; fabricación tortillas.	0.81769	2553.000
10. Manufactura de otros prod. alimenticios.	0.85139	3743.000
11. Elaboración de bebidas.	0.92618	178.000
12. Manufacturas de prod. de tabaco.	0.00000	1.000
13. Hilado, tejido y acabado de textiles fibras blandas.	0.00000	1471.000
14. Otras industrias textiles.	0.82341	910.000
15. Fabricación calzado, prendas de vestir, tejidos de punto, etc..	0.00000	379.000
16. Industrias de la madera y el corcho	0.00000	1085.000
17. Fabricación de papel y prod. de papel.	0.91674	1733.000
18. Imprenta, editorial e industrias conexas.	1.07533	1011.000
19. Industrias del cuero y prod. del cuero.	2.05953	927.000
20. Fabricación y reparación de prod. de hule.	1.09168	859.000
21. Fabricación de prod. químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	0.93272	822.000
22. Fabricación fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómeros hule sintético.	2.96613	645.000
23. Fabricación y mezcla de abonos, fertilizantes e insecticidas.	0.71039	563.000
24. Productos de jabón, detergentes y otros prod. para lavado y aseo.	1.30976	136.000
25. Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales.	0.00000	273.000

SECTOR	PRECIO	COEFICIENTE
26. Fabricación de perfumes, cosméticos y otros prod. de tocador.	1.41880	178.000
27. Otras industrias químicas.	0.29107	780.000
28. Fabricación de prod. minerales no metálicos.	1.29532	2113.000
29. Industrias metálicas básicas; fundiciones de fierro, bronce y otros metales.	0.78150	4090.000
30. Fabricación y reparación de prod. metálicos.	1.48502	1414.000
31. Construcción y reparación de maquinaria.	2.32935	554.000
32. Construcción y rep. de maquinaria, aparatos, accesorios eléctricos.	1.07380	836.000
33. Construcción y reparación de equipo y material de transporte.	0.00000	273.000
34. Construcción de vehículos automóviles.	1.95521	292.000
35. Industrias manufactureras diversas	0.00000	219.000
36. Construcción e instalaciones.	0.89042	992.000
37. Electricidad.	0.00000	1371.000
38. Cinematografía y otros serv. de esparcimiento.	0.00000	363.000
39. Transportes.	0.37128	2762.000
40. Comunicaciones.	4.90199	590.000
41. Comercio.	0.68851	12182.000
42. Alquileres de inmuebles.	0.65903	3322.000
43. Servicios de preparación de alimentos y bebidas y alojamiento temporal.	15.77597	433.000
44. Servicios de crédito seguros y finanzas.	0.85693	2579.000
45. Otros servicios.	0.00000	2698.000

madera y del corcho; fabricación de productos farmacéuticos medicinales; construcción y reparación de equipo y material de transporte; industrias manufactureras diversas; electricidad; cinematografía y otros servicios de esparcimiento; y otros servicios.

5.5.2 Variables de holgura del dual

Las variables de holgura del dual miden el costo alternativo (o costo optativo, también denominado costo de oportunidad), el cual es el valor de los beneficios no percibidos, por el hecho de no asignar los recursos disponibles en cada sector productivo a la realización de la mejor actividad optativa; dichos costos se presentan en la Tabla 9; de los sectores que tienen mayor costo de oportunidad son: fabricación y reparación de productos de hule; fabricación de fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómetros, hule sintético; y construcción de vehículos automóviles.

5.5.3 Condiciones de holgura complementaria

En el programa primal se tiene que el producto del recurso i o k por el precio de equilibrio general es cero, o sea:

$$h_i^* \lambda_i = 0 ; \quad i=1, \dots, 45$$

$$h_k^* \lambda_k = 0 ; \quad k=1, \dots, 3$$

T A B L A 9
COSTOS OPTATIVOS SECTORIALES

S E C T O R	C O S T O
1. Agricultura.	0.00000
2. Ganadería.	0.00000
3. Silvicultura.	0.02671
4. Pesca.	0.00000
5. Explotación de minas metálicas.	0.00000
6. Explotación de minerales no metálicos.	0.00798
7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de prod. derivados del carbón.	0.00000
8. Matanza ganado, aves, preparación y conservación de carnes; fabricación de prod. lácteos.	0.00000
9. Molienda trigo y nixtamal; manufactura prod. panadería, pastelería; fabricación tortillas.	0.00000
10. Manufactura de otras prod. alimenticios.	0.00000
11. Elaboración de bebidas.	0.00000
12. Manufacturas de prod. de tabaco.	0.00000
13. Hilado, tejido y acabado de textiles de fibras blandas.	0.00000
14. Otras industrias textiles.	0.00000
15. Fabricación calzado, prendas de vestir, tejidos de punto, etc..	0.00000
16. Industrias de la madera y el corcho.	0.00000
17. Fabricación de papel y prod. de papel.	0.00000
18. Imprenta, editorial e industrias conexas.	0.00000
19. Industrias del cuero y prod. del cuero.	0.00000
20. Fabricación y reparación de prod. de hule.	0.09506
21. Fabricación de productos químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	0.00000
22. Fabricación de fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómetros, hule sintético.	0.08354
23. Fabricación y mezcla de abonos, fertilizantes e insecticidas.	0.00000
24. Producción jabones, detergentes y otros prod. para lavado y aseo.	0.00000
25. Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales	0.00000
26. Fabricación de perfumes, cosméticos y otros productos de tocador.	0.00000
27. Otras industrias químicas.	0.03057
28. Fabricación de prod. minerales no metálicos.	0.00000
29. Industrias metálicas básicas; fundiciones fierro, bronce y otros metales.	0.00000
30. Fabricación y reparación de prod. metálicos.	0.00000

SECTOR	COSTO
31. Construcción y reparación de maquinaria.	0.00000
32. Construcción y reparación de maquinaria, aparatos, accesorios electricos.	0.00000
33. Construcción y reparación de equipo y material de transporte.	0.00000
34. Construcción de vehiculos automoviles.	0.11640
35. Industrias manufactureras diversas.	0.04761
36. Construcción e instalaciones	0.00000
37. Electricidad.	0.00000
38. Cinematografía y otros servicios de esparcimiento.	0.01647
39. Transportes.	0.00000
40. Comunicaciones.	0.00000
41. Comercio.	0.00000
42. Alquileres de inmuebles.	0.00000
43. Servicios de preparación de alimentos y bebidas y alojamiento temporal.	0.00000
44. Servicios de crédito, seguros y finanzas.	0.00000
45. Otros servicios.	0.00000

si hay un excedente del recurso i o k y los precios de equilibrio general son iguales a cero:

$$1) \quad h_i^* > 0 \implies \lambda_i^* = 0$$

$$h_k^* > 0 \implies \lambda_k^* = 0$$

o si los precios de equilibrio general son positivos y los recursos son iguales a cero:

$$2) \quad \lambda_i^* > 0 \implies h_i^* = 0$$

$$\lambda_k^* > 0 \implies h_k^* = 0 ;$$

los valores correspondientes se presentan en la Tabla 10.

En el primer caso se tiene que los recursos sectoriales que exceden en mayor cantidad al programa óptimo de producción son: pesca; hilado, tejido y acabado de textiles de fibras blandas; e industrias de la madera y el corcho; los valores son: 317.20565, 271.92509 y 165.972 millones de pesos respectivamente. Los precios de equilibrio general correspondientes, iguales a cero, expresan que ese recurso interviene como un bien libre.

En el segundo caso todas las disponibilidades de recursos son consumidas en el programa óptimo de producción, teniendo a éstos como limitantes para la expansión del programa de producción.

En el programa dual se tiene que el producto de los niveles de actividad sectorial por los costos optativos son cero, es decir,

$$x_j^* c_j^* = 0 ; \quad j = 1, \dots, 45$$

T A B L A 10
 PRECIOS Y VALOR DE LAS VARIABLES DE HOLGURA
 DEL PRIMAL

SECTOR	PRECIO	VALOR DE VARIABLES
1. Agricultura.	1.19078	0.00000
2. Ganadería.	0.78946	0.00000
3. Silvicultura.	1.40964	0.00000
4. Pesca.	0.00000	317.20565
5. Explotación de minas metálicas.	1.02990	0.00000
6. Explotación de minerales no metálicos.	0.72543	0.00000
7. Extracción y refinación de petróleo y fabricación de prod. deriv. del carbón.	0.97142	0.00000
8. Matanza ganado, aves; prep. y conservación de carnes; fabricación de prod. lácteos.	2.29945	0.00000
9. Molienda trigo y nixtamal, manufactura de prod. panadería, pastelería; fabricación tortillas.	0.81769	0.00000
10. Manufactura de otros prod. alimenticios.	0.85139	0.00000
11. Elaboración de bebidas.	0.92618	0.00000
12. Manufacturas de prod. de tabaco.	0.00000	0.01159
13. Hilado, tejido y acabado de textiles de fibras blandas.	0.00000	271.92508
14. Otras industrias textiles.	0.82341	0.00000
15. Fabricación calzado, prendas de vestir, etc..	0.00000	42.44516
16. Industrias de la madera y el corcho.	0.00000	165.97200
17. Fabricación de papel y prod. de papel.	0.91674	0.00000
18. Imprenta, editorial e industrias conexas.	1.07533	0.00000
19. Industrias del cuero y prod. del cuero.	2.05953	0.00000
20. Fabricación y reparación de prod. de hule.	1.09168	0.00000
21. Fabricación de prod. químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	0.93272	0.00000

SECTOR	PRECIO	VALOR DE VARIABLES
22. Fabricación fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómetros, hule sintético.	2.96613	0.00000
23. Fabricación y mezcla de abonos fertilizantes e insecticidas.	0.71039	0.00000
24. Prod. jabones, detergentes y otros prod. para lavado y aseol.	3.30976	0.00000
25. Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales.	0.00000	32.20503
26. Fabricación de perfumes, cosméticos y otros prod. de tocador.	1.41880	0.00000
27. Otras industrias químicas.	0.29107	0.00000
28. Fabricación de prod. minerales no metálicos.	1.29532	0.00000
29. Industrias metálicas básicas; fundiciones fierro, bronce y otros metales.	0.78150	0.00000
30. Fabricación y reparación prod. metálicos.	1.48502	0.00000
31. Construcción y rep. de maquinaria.	2.32935	0.00000
32. Construcción y rep. de maquinaria, aparatos, accesorios eléctricos.	1.07380	0.00000
33. Construcción y rep. de equipo y material de transporte.	0.00000	9.83187
34. Construcción de vehículos automóviles.	1.95521	0.00000
35. Industrias manufactureras diversas.	0.00000	51.51956
36. Construcción e instalaciones.	0.89042	0.00000
37. Electricidad.	0.00000	15.23514
38. Cinematografía y otros serv. de esparcimiento.	0.00000	6.30607
39. Transportes.	0.37128	0.00000
40. Comunicaciones.	4.90199	0.00000
41. Comercio.	0.68851	0.00000
42. Alquileres de inmuebles.	0.65903	0.00000
43. Servicios de preparación de alimentos y bebidas y alojamiento temporal.	15.77597	0.00000
44. Serv. de crédito seg. y finanzas.	0.85693	0.00000
45. Otros servicios.	0.00000	21.73392

si los niveles de actividad sectorial son óptimos, mayores que cero, y el costo optativo del recurso j es igual a cero:

$$1) \quad x_j^* > 0 \implies c_j^* = 0$$

o si los costos de oportunidad de los recursos sectoriales son mayores que cero y los niveles de actividad son iguales a cero :

$$2) \quad o_j^* > 0 \implies x_j^* = 0;$$

los valores correspondientes se presentan en la Tabla 11.

En el primer caso se expresa una utilización óptima de los recursos escasos para la producción.

En el segundo caso se presentan las actividades con costo de oportunidad elevado, por lo cual no se deberán emplear todos los recursos de esos sectores, pero si el sector es muy activo, como es el caso de construcción de vehículos automóviles, deberá subsidiarse por el Gobierno para lograr el óptimo aprovechamiento de los recursos y la operación de las plantas a su máxima capacidad.

T A B L A 11

NIVELES DE ACTIVIDAD Y COSTOS OPTATIVOS SECTORIALES

SECTOR	NIVEL DE ACTIVIDAD	COSTO OPTATIVO
1. Agricultura.	14065.08625	0.00000
2. Ganadería.	15255.40220	0.00000
3. Silvicultura.	0.00000	0.02671
4. Pesca.	146.38007	0.00000
5. Explotación de minas metálicas.	3486.37359	0.00000
6. Explotación de minerales no metálicos.	0.00000	0.00798
7. Extracción y ref. de petróleo y fab. de prod. deriv. del carbón.	6124.47709	0.00000
8. Matanza ganado, aves; prep. y conservación de carnes; fab. de prod. lácteos.	2916.73233	0.00000
9. Molienda trigo y nixtamal; manufactura prod. panadería, pastelería; etc..	9146.25638	0.00000
10. Manufactura de otros prod. alimenticios.	3425.87300	0.00000
11. Elaboración de bebidas.	5331.80395	0.00000
12. Manufactura de prod. de tabaco.	13573.09910	0.00000
13. Hilado, tejido y acabado de textiles de fibras blandas.	3409.33938	0.00000
14. Otras industrias textiles	2088.87819	0.00000
15. Fabricación calzado, prendas de vestir, etc.	4444.44009	0.00000
16. Industrias de la madera y el corcho.	1820.37371	0.00000
17. Fabricación de papel y prod. de papel.	1576.64716	0.00000
18. Imprenta editorial e industrias conexas.	459.95862	0.00000
19. Industrias del cuero y productos del cuero.	2890.03285	0.00000
20. Fabricación y rep. de productos de hule.	0.00000	0.09506
21. Fabricación de prod. químicos básicos orgánicos e inorgánicos.	986.97271	0.00000

- 2 -

SECTOR	NIVEL DE ACTIVIDAD	COSTO OPTATIVO
22. Fabricación de fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, etc..	0.00000	0.08354
23. Fabricación y mezcla de abonos, fertilizantes e insecticidas.	1274.91326	0.00000
24. Prod. jabones, detergentes y otros prod. para lavado y aseo.	996.31051	0.00000
25. Fabricación de prod. farmacéuticos medicinales.	286.78636	0.00000
26. Fabricación de perfumes, cosméticos y otros prod. de tocador.	469.37420	0.00000
27. Otras industrias químicas.	0.00000	0.03057
28. Fabricación de productos minerales no metálicos.	6591.72205	0.00000
29. Industrias metálicas básicas; fundiciones de hierro, bronce y otros metales.	3338.06341	0.00000
30. Fabricación y rep. de prod. metálicos.	3248.65614	0.00000
31. Construcción y rep. de maquinaria	1573.74310	0.00000
32. Construcción y rep. de maquinaria, aparatos, accesorios eléctricos.	2451.67308	0.00000
33. Construcción y rep. de equipo y material de transporte.	1738.75269	0.00000
34. Construcción de vehículos automóviles.	0.00000	0.11640
35. Industrias manufactureras diversas.	0.00000	0.04761
36. Construcción e instalaciones	9617.72108	0.00000
37. Electricidad.	2240.88078	0.00000
38. Cinematografía y otros serv. de esparcimiento.	0.00000	0.01647
39. Transportes.	10950.76921	0.00000
40. Comunicaciones.	1667.45629	0.00000
41. Comercio.	49420.26911	0.00000
42. Alquileres de inmuebles.	10200.87461	0.00000
43. Servicios de prep. de alimentos y bebidas y alojamiento temporal.	3942.55788	0.00000
44. Servicios de crédito, seguros y finanzas.	4805.38570	0.00000
45. Otros servicios.	8388.94036	0.00000

C A P I T U L O VI

C O N C L U S I O N E S

Las conclusiones obtenidas del análisis de los resultados de la aplicación de los modelos económicos a la economía de México son:

1. Mediante el análisis conjunto de los precios de mercado y de equilibrio económico general, Tabla 6, se obtiene el comportamiento de la economía, el cual muestra en su generalidad una oferta de fuerza de trabajo superior a la demanda, manifestada por la subvaluación de los sectores productivos cuando se aplica el modelo Primer Canal, que es característica esencial del sistema capitalista.
2. Se recomienda aplicar los precios de equilibrio del modelo Sistema Combinado, Tabla 4, que considera una tasa de rendimiento de capital fijo de $r=18.50\%$ y una retribución del capital variable W de $\alpha=0.5134$ para la formación de capital o acumulación de capital.
3. La distorsión de los precios de los sectores productivos podrá corregirse mediante políticas fiscales, gra-

vando impuestos a los sectores con sobrevaluación y mediante exención de impuestos a los sectores con subvaluación; de otra manera, aumentando la producción en las industrias que operan por abajo de su capacidad instalada o reglamentando las unidades de producción, o consumo, que ejercen influencia sobre el precio de los sectores productivos.

4. Los sectores que tienen un costo de oportunidad significativo deberán tecnificar la producción o asignar los recursos a otras actividades mas rentables, como es el caso de los siguientes: fabricación y reparación de productos de hule; fabricación de fibras sintéticas, resinas, materiales plásticos, elastómetros, hule sintético. Y en cuanto a la construcción de vehículos automóviles, como es una actividad muy dinámica, se recomienda aumentar la producción a su capacidad instalada mediante subsidio del Gobierno.
5. A los sectores que tienen un precio de cero, obtenido mediante el modelo lineal de Análisis de Actividades, se recomienda aumentar su producción incrementando el nivel tecnológico.
6. Se recomienda la planeación de los sectores productivos de la economía, para lograr un mejor aprovechamiento de los recursos escasos al maximizar la producción y mejorar la distribución de la riqueza, mediante modelos eco-

nómicos tales como el de Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades.

A P E N D I C E A

Matriz de transacciones interindustriales

A P E N D I C E B

Propiedades de la matriz de coeficientes tecnológicos

Propiedades de la matriz de coeficientes tecnológicos A

Las propiedades de la matriz semipositiva A, de acuerdo a su raíz característica λ^* dominante y su vector característico x^* asociado, son:

- a) λ^* es real y no negativa
- b) Ninguna raíz característica tiene su módulo mayor que λ^* .
- c) x^* es un vector no negativo.
- d) Para todo $\mu > \lambda^*$, $\mu I - A$ es no singular y $(\mu I - A)^{-1}$ es una matriz semipositiva.

Las propiedades a), c) y d) son reforzadas, si la matriz A es irreducible, mediante:

- a.1) λ^* es positiva y no es una raíz repetida.
- c.2) x^* es un vector estrictamente positivo.
- d.2) $(\mu I - A)^{-1}$ es una matriz estrictamente positiva.
- e) No hay otro vector característico no negativo igual a x^* .
- f) Si s es la más pequeña y S la más grande de las sumas de los renglones de A ($s = \min_i \sum_j a_{ij}$, $S = \max_i \sum_j a_{ij}$), entonces $s < \lambda^* < S$, a menos que $s = S$ en cuyo caso $s = \lambda^* = S$. Las relaciones se cumplen para las columnas.

- g) La solución no negativa de los sistemas de desigualdades $AX \leq \lambda X$ y $AX \geq \lambda X$ es solamente X^* ; y la solución no negativa de los sistemas de desigualdades $AX \leq kX$ y $AX \geq kX$, donde al menos una igualdad se cumple, es solamente $k = \lambda^*$, $X = X^*$.
- h) Si A y B son semipositivas, irreducibles y del mismo orden, entonces si $A \gg B$ implica que $\lambda_A^* > \lambda_B^*$.
- i) Para cualquier selección de índices (i, j) , hay una potencia $r \leq n$ de A tal que el (i, j) -ésimo elemento de A^r es positivo.

A P E N D I C E C

Datos y resultados de los modelos económicos de Leontief,
Dos Canales y el lineal de Análisis de Actividades

MODELO DE LEONTIEF

TELE PRODUCTION TOTAL
10010.
11000.
070.
000.
100.
100.
100.
0200.
000.
0700.
11010.
000.
000.
000.
1000.
0277.
1700.
000.
1000.
1070.
000.
001.
002.
001.
1000.
1070.
100.
1000.
000.
000.
0000.
100.
1000.
000.
000.
100.
100.
10017.
1000.
1000.
0010.
0000.
0000.
12700.
0100.
0000.
0000.

000010 21. FACTOR PRIME110 00000000

1 1000.000000
2 700.000000
3 500.000000
4 310.000000
5 197.000000
6 70.000000
7 000.000000
8 100.000000
9 200.000000
10 300.000000
11 100.000000
12 010.000000
13 000.000000
14 000.000000
15 000.000000
16 000.000000
17 000.000000
18 000.000000
19 000.000000
20 000.000000
21 000.000000
22 000.000000
23 000.000000
24 000.000000
25 000.000000
26 000.000000
27 000.000000
28 000.000000
29 000.000000
30 000.000000
31 000.000000
32 000.000000
33 000.000000
34 000.000000
35 000.000000
36 000.000000
37 000.000000
38 000.000000
39 000.000000
40 000.000000
41 000.000000
42 000.000000
43 000.000000
44 000.000000
45 000.000000
46 000.000000
47 000.000000
48 000.000000
49 000.000000
50 000.000000

TABLE 2. TERMINAL SYMBOLS

1	000000
2	000001
3	000010
4	000011
5	000100
6	000101
7	000110
8	000111
9	001000
10	001001
11	001010
12	001011
13	001100
14	001101
15	001110
16	001111
17	010000
18	010001
19	010010
20	010011
21	010100
22	010101
23	010110
24	010111
25	011000
26	011001
27	011010
28	011011
29	011100
30	011101
31	011110
32	011111
33	100000
34	100001
35	100010
36	100011
37	100100
38	100101
39	100110
40	100111
41	101000
42	101001
43	101010
44	101011
45	101100
46	101101
47	101110
48	101111
49	110000
50	110001
51	110010
52	110011
53	110100
54	110101
55	110110
56	110111
57	111000
58	111001
59	111010
60	111011
61	111100
62	111101
63	111110
64	111111

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100													
10000	10001	10002	10003	10004	10005	10006	10007	10008	10009	10010	10011	10012	10013	10014	10015	10016	10017	10018	10019	10020	10021	10022	10023	10024	10025	10026	10027	10028	10029	10030	10031	10032	10033	10034	10035	10036	10037	10038	10039	10040	10041	10042	10043	10044	10045	10046	10047	10048	10049	10050	10051	10052	10053	10054	10055	10056	10057	10058	10059	10060	10061	10062	10063	10064	10065	10066	10067	10068	10069	10070	10071	10072	10073	10074	10075	10076	10077	10078	10079	10080	10081	10082	10083	10084	10085	10086	10087	10088	10089	10090	10091	10092	10093	10094	10095	10096	10097	10098	10099	10100

PRECIO DE MERCADO

1	.00007
2	.00000
3	.00000
4	.00000
5	.00000
6	.00000
7	.00000
8	.00000
9	.00007
10	.00000
11	.00007
12	.00000
13	.00001
14	.00000
15	.00000
16	.00000
17	.00000
18	.00000
19	.00000
20	.00000
21	.00000
22	.00000
23	.00000
24	.00000
25	.00000
26	.00000
27	.00000
28	.00000
29	.00000
30	.00000
31	.00000
32	.00000
33	.00000
34	.00000
35	.00000
36	.00000
37	.00000
38	.00000
39	.00000
40	.00000
41	.00000
42	.00000
43	.00000
44	.00000
45	.00000
46	.00000
47	.00000
48	.00000
49	.00000
50	.00000

ULTRAVIOLET
13267296-120

ESTADO DE INGRESOS Y EGRESOS DEL
DEPARTAMENTO

1	2000.000
2	1410.000
3	110.000
4	100.000
5	531.000
6	270.000
7	1400.000
8	300.000
9	1230.000
10	1210.000
11	620.000
12	00.000
13	1220.000
14	750.000
15	400.000
16	220.000
17	237.000
18	300.000
19	101.000
20	100.000
21	100.000
22	100.000
23	00.000
24	421.000
25	107.000
26	122.000
27	532.000
28	720.000
29	607.000
30	130.000
31	000.000
32	211.000
33	000.000
34	200.000
35	200.000
36	1700.000
37	100.000
38	022.000
39	2700.000
40	000.000
41	000.000
42	000.000
43	000.000
44	000.000
45	000.000
46	000.000
47	000.000
48	000.000
49	000.000
50	000.000
51	000.000
52	000.000
53	000.000
54	000.000
55	000.000
56	000.000
57	000.000
58	000.000
59	000.000
60	000.000
61	000.000
62	000.000
63	000.000
64	000.000
65	000.000
66	000.000
67	000.000
68	000.000
69	000.000
70	000.000
71	000.000
72	000.000
73	000.000
74	000.000
75	000.000
76	000.000
77	000.000
78	000.000
79	000.000
80	000.000
81	000.000
82	000.000
83	000.000
84	000.000
85	000.000
86	000.000
87	000.000
88	000.000
89	000.000
90	000.000
91	000.000
92	000.000
93	000.000
94	000.000
95	000.000
96	000.000
97	000.000
98	000.000
99	000.000
100	000.000

	31	34	35	36	37	38	39	40	41	
1	72.00	0.00	0.00	0.00	942.00	0.00	7.00	30.00	117.00	265.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00	411.00	0.00	0.00	2.00	22.00	120.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	70.00	0.00	2.00	2.00	11.00	110.00
4	0.00	0.00	0.00	1.00	20.00	0.00	0.00	0.00	0.00	102.00
5	0.00	1.00	0.00	0.00	100.00	27.00	0.00	17.00	0.00	231.00
6	0.00	0.00	0.00	3.00	27.00	0.00	0.00	12.00	0.00	270.00
7	3.00	07.00	0.00	12.00	107.00	0.00	12.00	22.00	07.00	100.00
8	13.00	0.00	0.00	0.00	200.00	20.00	0.00	19.00	0.00	202.00
9	20.00	5.00	0.00	20.00	0.00	07.00	12.00	21.00	07.00	102.00
10	00.00	10.00	0.00	10.00	117.00	70.00	01.00	30.00	00.00	121.00
11	20.00	20.00	0.00	15.00	0.00	21.00	15.00	07.00	00.00	020.00
12	2.00	7.00	0.00	2.00	20.00	10.00	0.00	0.00	10.00	70.00
13	73.00	5.00	0.00	12.00	500.00	72.00	1.00	11.00	0.00	122.00
14	24.00	1.00	0.00	0.00	07.00	20.00	1.00	5.00	0.00	255.00
15	0.00	0.00	0.00	10.00	505.00	0.00	12.00	20.00	00.00	101.00
16	0.00	1.00	0.00	0.00	110.00	10.00	0.00	0.00	1.00	222.00
17	0.00	1.00	0.00	0.00	100.00	09.00	12.00	10.00	01.00	237.00
18	0.00	2.00	0.00	11.00	170.00	20.00	2.00	0.00	10.00	200.00
19	0.00	1.00	0.00	2.00	270.00	10.00	3.00	0.00	10.00	101.00
20	10.00	0.00	0.00	3.00	100.00	0.00	0.00	7.00	20.00	100.00
21	10.00	1.00	0.00	0.00	100.00	11.00	2.00	0.00	10.00	100.00
22	11.00	0.00	0.00	2.00	0.00	3.00	0.00	0.00	0.00	100.00
23	0.00	1.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	20.00	00.00
24	3.00	0.00	0.00	2.00	117.00	2.00	7.00	0.00	0.00	00.00
25	0.00	20.00	0.00	13.00	170.00	10.00	10.00	17.00	70.00	021.00
26	1.00	0.00	0.00	2.00	0.00	0.00	3.00	0.00	10.00	107.00
27	10.00	2.00	0.00	3.00	110.00	0.00	2.00	0.00	0.00	122.00
28	70.00	2.00	0.00	0.00	200.00	21.00	0.00	21.00	30.00	032.00
29	02.00	2.00	0.00	7.00	210.00	72.00	20.00	02.00	130.00	720.00
30	20.00	2.00	0.00	13.00	101.00	32.00	0.00	15.00	30.00	007.00
31	0.00	0.00	0.00	3.00	30.00	15.00	0.00	2.00	1.00	120.00
32	11.00	7.00	0.00	12.00	117.00	20.00	0.00	11.00	30.00	020.00
33	3.00	1.00	0.00	0.00	00.00	21.00	1.00	3.00	7.00	211.00
34	0.00	2.00	0.00	0.00	100.00	0.00	10.00	17.00	00.00	200.00
35	10.00	1.00	0.00	7.00	02.00	17.00	2.00	0.00	12.00	200.00
36	00.00	0.00	0.00	20.00	100.00	30.00	07.00	00.00	201.00	270.00
37	00.00	0.00	0.00	12.00	00.00	0.00	2.00	23.00	10.00	700.00
38	07.00	-107.00	0.00	10.00	102.00	107.00	11.00	10.00	30.00	020.00
39	27.00	0.00	-002.00	23.00	100.00	00.00	0.00	70.00	07.00	270.00
40	00.00	0.00	0.00	-003.00	71.00	10.00	1.00	7.00	0.00	000.00
41	00.00	0.00	270.00	101.00	-0000.00	000.00	70.00	200.00	200.00	000.00
42	0.00	0.00	0.00	1.00	00.00	-070.00	0.00	23.00	00.00	270.00
43	0.00	0.00	0.00	20.00	10.00	010.00	-0100.00	0.00	3.00	1000.00
44	12.00	0.00	0.00	10.00	117.00	10.00	10.00	-007.00	0.00	1000.00
45	00.00	11.00	0.00	00.00	00.00	000.00	07.00	-000.00	07.00	2710.00
46	00.00	0.00	0.00	0.00	00.00	000.00	00.00	00.00	00.00	00.00

0

PLATA DE PRECIOS DE (BULLI-413)
DL. PRECIO CASO

1	1.0000
2	1.0000
3	1.0000
4	1.0000
5	1.0000
6	1.0000
7	1.0000
8	1.0000
9	1.0000
10	1.0000
11	1.0000
12	1.0000
13	1.0000
14	1.0000
15	1.0000
16	1.0000
17	1.0000
18	1.0000
19	1.0000
20	1.0000
21	1.0000
22	1.0000
23	1.0000
24	1.0000
25	1.0000
26	1.0000
27	1.0000
28	1.0000
29	1.0000
30	1.0000
31	1.0000
32	1.0000
33	1.0000
34	1.0000
35	1.0000
36	1.0000
37	1.0000
38	1.0000
39	1.0000
40	1.0000
41	1.0000
42	1.0000
43	1.0000
44	1.0000
45	1.0000
46	1.0000
47	1.0000
48	1.0000
49	1.0000
50	1.0000
51	1.0000
52	1.0000
53	1.0000
54	1.0000
55	1.0000

STATE OF INDIANA INDEPENDENT ALL
STATEWIDE LEVEL

1	3000.000
2	1210.000
3	110.000
4	100.000
5	020.000
6	270.000
7	1000.000
8	200.000
9	1000.000
10	1000.000
11	1000.000
12	000.000
13	1000.000
14	000.000
15	1000.000
16	000.000
17	1000.000
18	000.000
19	1000.000
20	000.000
21	1000.000
22	000.000
23	000.000
24	000.000
25	000.000
26	000.000
27	1000.000
28	000.000
29	000.000
30	000.000
31	000.000
32	000.000
33	000.000
34	000.000
35	000.000
36	000.000
37	000.000
38	000.000
39	000.000
40	000.000
41	000.000
42	000.000
43	000.000
44	000.000
45	000.000
46	000.000
47	000.000
48	000.000
49	000.000
50	000.000
51	000.000
52	000.000
53	000.000
54	000.000
55	000.000
56	000.000
57	000.000
58	000.000
59	000.000
60	000.000
61	000.000
62	000.000
63	000.000
64	000.000
65	000.000
66	000.000
67	000.000
68	000.000
69	000.000
70	000.000
71	000.000
72	000.000
73	000.000
74	000.000
75	000.000
76	000.000
77	000.000
78	000.000
79	000.000
80	000.000
81	000.000
82	000.000
83	000.000
84	000.000
85	000.000
86	000.000
87	000.000
88	000.000
89	000.000
90	000.000
91	000.000
92	000.000
93	000.000
94	000.000
95	000.000
96	000.000
97	000.000
98	000.000
99	000.000
100	000.000

VALOR DE FUNCION DE EJECUCION
 DE ALGUNAS CANTAS

1	00700
2	100100
3	00200
4	00700
5	100000
6	00000
7	100070
8	00000
9	00170
10	00200
11	100000
12	00000
13	100170
14	100000
15	00000
16	00000
17	100070
18	100000
19	00700
20	00000
21	100000
22	100000
23	100000
24	100000
25	100000
26	00000
27	00000
28	100000
29	100000
30	100000
31	100000
32	100000
33	100000
34	100000
35	100000
36	00000
37	00000
38	00000
39	00000
40	00000
41	00000
42	100000
43	00000
44	00000
45	00000
46	00000
47	00000
48	00000
49	00000
50	00000

TABLE 3C. (Continued on opposite page)
 31. Multiple Correlations

1	.0000
2	.0000
3	.0000
4	.0000
5	.0000
6	.0000
7	.0000
8	.0000
9	.0000
10	.0000
11	.0000
12	.0000
13	.0000
14	.0000
15	.0000
16	.0000
17	.0000
18	.0000
19	.0000
20	.0000
21	.0000
22	.0000
23	.0000
24	.0000
25	.0000
26	.0000
27	.0000
28	.0000
29	.0000
30	.0000
31	.0000
32	.0000
33	.0000
34	.0000
35	.0000
36	.0000
37	.0000
38	.0000
39	.0000
40	.0000
41	.0000
42	.0000
43	.0000
44	.0000
45	.0000
46	.0000
47	.0000
48	.0000
49	.0000
50	.0000
51	.0000
52	.0000
53	.0000
54	.0000
55	.0000
56	.0000
57	.0000
58	.0000
59	.0000
60	.0000
61	.0000
62	.0000
63	.0000
64	.0000
65	.0000
66	.0000
67	.0000
68	.0000
69	.0000
70	.0000
71	.0000
72	.0000
73	.0000
74	.0000
75	.0000
76	.0000
77	.0000
78	.0000
79	.0000
80	.0000
81	.0000
82	.0000
83	.0000
84	.0000
85	.0000
86	.0000
87	.0000
88	.0000
89	.0000
90	.0000
91	.0000
92	.0000
93	.0000
94	.0000
95	.0000
96	.0000
97	.0000
98	.0000
99	.0000
100	.0000

MODELO DE ANALISIS DE
ACTIVIDADES

DATE	AMOUNT	DESCRIPTION	BY	DATE	AMOUNT	DESCRIPTION	BY	DATE	AMOUNT	DESCRIPTION	BY
1954-01-01	100.00	INITIAL DEPOSIT	...	1954-01-01	100.00	INITIAL DEPOSIT	...	1954-01-01	100.00	INITIAL DEPOSIT	...
1954-01-15	50.00	PAYROLL	...	1954-01-15	50.00	PAYROLL	...	1954-01-15	50.00	PAYROLL	...
1954-02-01	200.00	SALES	...	1954-02-01	200.00	SALES	...	1954-02-01	200.00	SALES	...
1954-02-15	75.00	EXPENSES	...	1954-02-15	75.00	EXPENSES	...	1954-02-15	75.00	EXPENSES	...
1954-03-01	150.00	REVENUE	...	1954-03-01	150.00	REVENUE	...	1954-03-01	150.00	REVENUE	...
1954-03-15	30.00	DEBIT	...	1954-03-15	30.00	DEBIT	...	1954-03-15	30.00	DEBIT	...
1954-04-01	250.00	SALES	...	1954-04-01	250.00	SALES	...	1954-04-01	250.00	SALES	...
1954-04-15	60.00	PAYROLL	...	1954-04-15	60.00	PAYROLL	...	1954-04-15	60.00	PAYROLL	...
1954-05-01	180.00	REVENUE	...	1954-05-01	180.00	REVENUE	...	1954-05-01	180.00	REVENUE	...
1954-05-15	40.00	EXPENSES	...	1954-05-15	40.00	EXPENSES	...	1954-05-15	40.00	EXPENSES	...
1954-06-01	300.00	SALES	...	1954-06-01	300.00	SALES	...	1954-06-01	300.00	SALES	...
1954-06-15	80.00	PAYROLL	...	1954-06-15	80.00	PAYROLL	...	1954-06-15	80.00	PAYROLL	...
1954-07-01	220.00	REVENUE	...	1954-07-01	220.00	REVENUE	...	1954-07-01	220.00	REVENUE	...
1954-07-15	50.00	EXPENSES	...	1954-07-15	50.00	EXPENSES	...	1954-07-15	50.00	EXPENSES	...
1954-08-01	350.00	SALES	...	1954-08-01	350.00	SALES	...	1954-08-01	350.00	SALES	...
1954-08-15	90.00	PAYROLL	...	1954-08-15	90.00	PAYROLL	...	1954-08-15	90.00	PAYROLL	...
1954-09-01	280.00	REVENUE	...	1954-09-01	280.00	REVENUE	...	1954-09-01	280.00	REVENUE	...
1954-09-15	60.00	EXPENSES	...	1954-09-15	60.00	EXPENSES	...	1954-09-15	60.00	EXPENSES	...
1954-10-01	400.00	SALES	...	1954-10-01	400.00	SALES	...	1954-10-01	400.00	SALES	...
1954-10-15	100.00	PAYROLL	...	1954-10-15	100.00	PAYROLL	...	1954-10-15	100.00	PAYROLL	...
1954-11-01	320.00	REVENUE	...	1954-11-01	320.00	REVENUE	...	1954-11-01	320.00	REVENUE	...
1954-11-15	70.00	EXPENSES	...	1954-11-15	70.00	EXPENSES	...	1954-11-15	70.00	EXPENSES	...
1954-12-01	450.00	SALES	...	1954-12-01	450.00	SALES	...	1954-12-01	450.00	SALES	...
1954-12-15	110.00	PAYROLL	...	1954-12-15	110.00	PAYROLL	...	1954-12-15	110.00	PAYROLL	...
1955-01-01	380.00	REVENUE	...	1955-01-01	380.00	REVENUE	...	1955-01-01	380.00	REVENUE	...
1955-01-15	80.00	EXPENSES	...	1955-01-15	80.00	EXPENSES	...	1955-01-15	80.00	EXPENSES	...

BIBLIOGRAFIA

1. Allen, R. G. D.
Mathematical Analysis for Economists
Macmillan, London, 1938.
2. Allen, R. G. D.
Mathematical Economics, 2a. ed.,
Macmillan, London, 1959.
3. Allingham, M. G.
Equilibrium and Stability
Econometrica, Vol. 42, No.4 (julio, 1974).
4. Arrow, K. J.
Economic Equilibrium
International Encyclopedia of the Social Sciences,
Vol. 4: 376-86.
Macmillan, New York, 1968.
5. Arrow, K. J. and G. Debreu
Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy
Econometrica, Vol. 22: 265-290, 1954.
6. Arrow, K. J. and L. Hurwicz
On the Stability of Competitive Equilibrium
Econometrica, Vol. 26: 522-52, 1958.
7. Arrow, K. J. ; H. D. Block and L. Hurwicz
On the Stability of Competitive Equilibrium, II,
Econometrica, Vol. 27: 82-109, 1959.
8. Arrow, K. J.; S. Karlin and P. Suppes.
Mathematical Methods in the Social Sciences, 1959.
Stanford University Press, 1960.
9. Arrow, K. J.
Decision Theory and Operations Research
Operations Research, V, No. 6, 765-74, dic. 1957 .
10. Arrow, K. J.; L. Hurwicz y H. Uzawa
Studies in Linear and Nonlinear Programming
Stanford University Press, 1958.

11. Balboa, M.
Cortabilidad Social, Tomos I, II y III,
ILPES/CEPAL/DOAT
México, junio de 1966.
12. Balderston, J.
Models of General Economic Equilibrium
Economic Activity Analysis (O. Morgenstern, ed.),
John Wiley, New York, 1954.
13. Balderston, J. B. and T. M. Whitin
Aggregation in the Input-Output Model
en Economic Activity Analysis, 1954.
14. Banco de Mexico, S. A.
Cuentas Nacionales y Acervos de Capital
México, junio de 1966.
15. Barana, T.
The Structural Interdependence of the Economy
John Wiley, 1956.
16. Baumol, J. W.
Economic Theory and Operations Analysis, 3a. ed.
Prentice-Hall, Inc., 1972.
17. Bellman, R. E.
Introduction to Matrix Analysis
McGraw-Hill, 1960.
18. Charnes, A. W.; W. Cooper y A. Henderson
An Introduction to Linear Programming
John Wiley, New York, 1953.
19. Chenery, H. B.
Interregional and International Input-Output Analysis, en
The Structural Interdependence of Economy, 1956.
20. Chenery, H. B. y G. Clark
Economía Interindustrial, 2a. ed.
Fondo de Cultura Económica, 1964.
21. Chiang, A. C.
Fundamental Methods of Mathematical Economics, 2a. ed.,
McGraw-Hill, 1974.
22. Chipman, J.
Linear Programming
Review of Economics and Statistics, XXXV, No. 2, 101-17,
mayo de 1953.
23. Dantzig, G. B.
Programming in a Linear Structure
Econometrica, Vol. 17, 73-74, 1949.

24. Danzig, G. E.; A. Orden and P. Wolfe
Generalized Simplex Method for Minimizing a Linear Form under Linear Inequality Restraints
Pacific J. Math., Vol.5, 183-195, 1955.
25. Dantzig, G. E.
The Programming of Interdependent Activities: Mathematical Model, en Koopmans ed., Activity Analysis of Production and Allocation, 1951a.
26. Danzig, G. E.
Maximization of a Linear Function of Variables Subject to Linear Inequalities, en Koopmans ed., Activity Analysis of Production and Allocation, 1951b.
27. Debreu, G.
Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium
Wiley, 1959.
28. Debreu, G.
New Concepts and Techniques for Equilibrium Analysis
International Economic Review, Vol. 3: 257-273, 1962.
29. Dorfman, R.; P. A. Samuelson and R. M. Solow
Linear Programming and Economic Analysis
McGraw-Hill Book Co. 1958.
30. Dorfman, R.
Mathematical or Linear Programming: A Nonmathematical Exposition
American Economic Review, XLIII, No. 5, 797-825, dic. de 1953.
31. Dorfman, R.
Prices and Markets
Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1972.
32. Evans, W. D. and M. Hoffenberg
The Interindustry Relations Study for 1947
The Review of Economics and Statistics, Vol. 34:97-142, 1952.
33. Evans, W. D.
Input-Output Computation
en The Structural Interdependence of Economy, 1956.
34. Evans, W. D. and M. Hoffenberg
The Nature and Uses of Interindustry Relations Data and Methods, en National Bureau of Economic Research, Input-Output Analysis: An Appraisal, Princeton University Press, Princeton, 1955.

35. Evans, W. D. and M. Hoffenberg
The Interindustry Relations Study for 1947
The Review of Economics and Statistics, Vol. 34:97-142, 1952.
36. Ferguson, C. E.
Teoría Microeconómica
Fondo de Cultura Económica, 1974.
37. Fisher, W. D.
Criteria for Aggregation in Input-Output Analysis
Review of Economics and Statistics, XL, 3:250-60, 1958.
38. Gale, D.
The Theory of Linear Economic Models
McGraw-Hill Book Co., 1960.
39. Georgeson-Roegen, N.
Leontief's System in the Light of Recent Results
Review of Economics and Statistics, XXXII, No.3: 214-222, agosto 1950.
40. Hadley, G.
Linear Programming
Addison-Wesley Publishing Company, 1975.
41. Haveman, R. y K. Knopf
El sistema de precios
Ammorrortu editores, Buenos Aires, 1970.
42. Hawkins, D. and H. A. Simon
Note: Some Conditions of Macroeconomic Stability
Econometrica, Vol. 17: 245-8, 1949.
43. Henderson, J. M. and R. E. Quandt
Microeconomic Theory, 2a. ed.
McGraw-Hill Book Co., 1972.
44. Henderson, A. and R. Schlaifer
Mathematical Programming
Harvard Business Review, Vol. 32:73-100, 1954.
45. Hicks, J. R. and R. G. D. Allen
A Reconsideration of the Theory of Value
Economica, Vol. 1: 52-76 and 196-219, 1934.
46. Hicks, J. R.
Value and Capital, 2a. ed.
Oxford University Press, 1946.
47. Hoffman, A. J.; M. Mannos; D. Sokolowsky and N. Wiegmann
Computational Experience in Solving Linear Programs
Journal of Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol 1: 17-33, 1953.

48. Holzman, M.
Problems of Classification and Aggregation, en Leontief y otros, Studies in the Structure of the American Economy, Oxford University Press, New York, 1953.
49. Houthakker, H. S.
Revealed Preference and the Utility Function
Economica, Vol. 17: 159-74, 1950.
50. Intrilligator, M. D.
Mathematical Optimization and Economic Theory
 Prentice-Hall, 1971.
51. Isard, W.
Interregional and Regional Input-Output Analysis, A Model of a Space Economy; Review of Economics and Statistics, Vol. 4:318-28, nov. 1951.
52. Jauffred M., F. J.; Alberto M. B. y J. Jesús Acosta F.
Metodos de Optimización
 Representaciones y Servicios de Ingenieria, S. A. México, 1971.
53. Kakutani, S.
A Generalization of Brouwer's Fixed Point Theorem
Duke Mathematical Journal, Vol. 8:457-458, 1941.
54. Kaldor, N.
The Irrelevance of Equilibrium Economics
Economic Journal, Vol. 82: 1237-55, 1972.
55. Kantorovich, L. V.
Economic Calculation of The Best Use of Resources
 Moscú, 1959.
56. Köhler, H.
Planificación y bienestar
 Amorrortu editores, Buenos Aires, 1967.
57. Koopmans, T. C.
Ed., Activity Analysis of Production and Allocation
 Cowles Commission Monograph, No. 13,
 John Wiley and Sons, New York, 1951a.
58. Koopmans, T. C.
 Analysis of Production as a Efficient Combination of Activities, Ch. III of Production and Allocation,
 Cowles Commission Monograph 13, John Wiley and Sons,
 New York, 1951b.
59. Koopmans, T. C.
Three Essays on the States of Economic Science
 McGraw-Hill Book Co. New York, 1957.

60. Kuenne, R.
Walras, Leontief and the Interdependence of Economic Activities; Quarterly Journal of Economics, LXVIII, Vol. 3: 323-54, 1954.
61. Kuhn, H. W. and A. W. Tucker
Contributions to the Theory of Games, I. Annals of Mathematics Studies No. 24. II. Annals of Mathematics Studies No. 28, Princeton University Press, Princeton, New York, 1953.
62. Kuhn, H. W. and A. W. Tucker
Linear Inequalities and Related Systems, Annals of Mathematics Studies No. 38, Princeton University Press, Princeton, New York, 1956.
63. Lancaster, K.
Mathematical Economics
Macmillan, 1968.
64. Leontief, W.
Input-Output Economics
New York Oxford University Press, 1966.
65. Leontief, W.
The Structure of American Economy, 1919-1939, 2a. ed.
Oxford University Press, New York, 1951.
66. Leontief, W.
Studies in the Structure of American Economy
Oxford University Press, New York, 1953.
67. Leontief, W.
Quantitative Input-Output Relations in the Economic System of the United States, Review of Economics and Statistics, XVIII, Vol. 3: 105-25, 1936.
68. Liebling, H. I.
Interindustry Economics and National Income Theory, en Input-Output Analysis: An Appraisal, 1955.
69. MacKenzie, L. W.
Matrices with Dominant Diagonals and Economic Theory, in K. J. Arrow et. al. (eds), Mathematical Methods in the Social Sciences, 1959, California, Stanford University, 1960.
70. MacKenzie, L. W.
On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and Other Competitive Systems
Econometrica, Vol.22: 147-161, 1954.
71. Manne, A. S.
A Linear Programming Model of the U. S. Petroleum Refining Industry, Econometrica, XXVI, 67-106, enero 1958.

72. Markowitz, H.
Industry-Wide, Multi-Industry and Economic-Wide Process Analysis, en The Structural Interdependence of the Economy, 1956.
73. Marx, C.
El Capital, Tomo I,
Fondo de Cultura Económica, 1975.
74. Metzler, L. A.
Stability of Multiple Markets: The Hicks Conditions
Econometrica, Vol. 13: 227-92, 1945.
75. Metzler, L. A.
A Multiple-Region Theory of Income and Trade
Econometrica, XVIII, Vol. 4: 329-54, 1950.
76. Morgenstern, O.
Ed., Economic Activity Analysis
Wiley, 1954.
77. Morishima, M.
Equilibrium Stability and Growth
Oxford University Press, 1964.
78. Moses, L.
The Stability of Interregional Trading Patterns and Input-Output Analysis, American Economic Review, XLV, Vol. 5: 803-32, 1955.
79. Naciones Unidas
Un Sistema de Cuentas Nacionales
New York, 1970.
80. Nikaido, H.
Convex Structures and Economic Theory, Vol. 51,
Academic Press, London, 1968.
81. Patinkin, D.
Money, Interest and Prices, 2a. ed.
Harper and Row, London, 1965.
82. Quirk, J. and R. Saposnik
Introduction to General Equilibrium Theory and Welfare Economics
McGraw-Hill, New York, 1968.
83. Rander, R.
Competitive equilibrium under uncertainty
Econometrica, Vol. 36, No.1 (enero de 1968).
84. Rander, R.
Existence of equilibrium of plans, prices and price expectations in a sequence of markets
Econometrica, Vol. 40, No. 2 (marzo de 1972).

85. Rader, T.
The welfare loss from price distortions
Econometrica, Vol. 44, No. 6 (noviembre de 1976).
86. Reyes, P. A. y V. Solis
Formulación de Precios en las Economías Sovieticas,
por editar.
87. Riley, Vera and R. L. Allen
Interindustry Economic Studies
John Hopkins Press, Baltimore, 1955.
88. Roberts, B. and D. L. Schlze
Modern Mathematic and Economic Analysis
Worton and Co. Inc., New York, 1973.
89. Samuelson, P. A.
Foundations of Economic Analysis
Harvard University Press. Harvard Economic Studies,
LXXX, 1947.
90. Samuelson, P. A.
Curso de economía moderna, 13a. ed.
Aguilar, S. A., Madrid (España), 1965.
91. Shone, R.
Microeconomics: A Modern Treatment
The Macmillan Press, Ltd., 1975.
92. Sigel, S. J.
A Comparison of the Structures of Three Social Accounting Systems,
en Input-Output Analysis: An Appraisal, 1955.
93. Simonard, M.
Linear Programming
Prentice-Hall, In.
Englewood Cliffs, N. J. , 1966.
94. Solow, R.
On the Structure of Linear Models
Econometrica, Vol. 29-46, 1952.
95. Sonnenschein, H. F.
Demand Theory without Transitive Preferences. With
Applications to the Theory of Competitive Equilibrium,
in J. S. Chipman et. al.. Ed. Preferences, Utility,
and Demand, ch. 10. Harcourt Brace Jovanovich Inc.,
New York, 1971.
96. Star, R. M.
Quasi-equilibria in markets with non-convex preferences
Econometrica, Vol. 37, No. 1 (enero de 1969).

97. Stone, R.
Input-Output and the Social Accounts, en
The Structural Interdependence of the Economy, 1956.
98. Symonds, Gifford H.
Linear Programming: The Solution of Refinery Problems,
Esso Standard Oil Company, New York, 1955.
99. Tucker, A. W.
Linear Programming
Proceedings, Annual Convention of the American Society
for Quality Control, pp. 651-657, mayo 1953.
100. Tucker, A. W.
Game Theory and Linear Programming
Oklahoma Agricultural and Mechanical College, Still-
water, Okla., 1955.
101. Thieil, H.
Linear Aggregation in Input-Output Analysis
Econometrica, XXV, Vol. 1:111-22, 1957.
102. Vajda, S.
Theory of Games and Linear Programming
Methuen and Co. Ltd., London, 1956.
103. Wagner, H.
A Linear Programming Solution to Dynamic Leontief Type
Models
Management Science, III, No. 3: 234-54, 1957.
104. Wald, A.
On Some Systems of Equations of Mathematical Economics
Econometrica, Vol. 19: 368-403, 1951.
105. Walras, L.
Elements of Pure Economics
Richard D. Irwin, Homewood, Illinois, 1954.
106. Weintraub, E. R.
General Equilibrium Theory
Macmillan Studies in Economics, London, 1974.