

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE INGENIERIA

DIVISION DEL DOCTORADO

01148  
PERFORADO 69

88  
PERFORADO

*Duplicado*

T-107

J

DES

BIBLIOTECA DE LAS DIVISIONES DE INVESTIGACION Y DEL DOCTORADO DE INGENIERIA

CARGA VIVA DEBIDA A MUEBLES EN UNIDADES  
DE HABITACION DEL DISTRITO FEDERAL

Tesis para obtener el grado  
de Maestro en Ingenieria en la  
especialidad de Estructuras

Francisco Javier Jauffred Mercado

BIBLIOTECA DE LA  
DIVISION DEL DOCTORADO

TESIS CON

19 5 9



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

1-107

J  
DES

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE INGENIERIA

DIVISION DEL DOCTORADO

69

CARGA VIVA DEBIDA A MUEBLES EN UNIDADES  
DE HABITACION DEL DISTRITO FEDERAL

Tesis para obtener el grado  
de Maestro en Ingeniería en la  
especialidad de Estructuras

Francisco Javier Jauffred Mercado

BIBLIOTECA DE LA  
DIVISION DEL DOCTORADO

1 9 5 9

0297

Manifiesto mi agradecimiento a las siguientes personas: Al Dr. Emilio Rosenblueth por la dirección y revisión de la tesis; a los Ings. Oscar de Buen y Neftalí Rodríguez por la revisión adicional de esta tesis; al Ing. Jorge I. Bustamante por su consejo en el uso de la calculadora electrónica; a los Sres. Guillermo Aguilar, Pedro Delgado, Guillermo Sosa y Luis Robledo del Instituto de Ingeniería por su ayuda en la recolección de datos y en cálculos numéricos, y al personal del Centro Electrónico de Cálculo de la Universidad Nacional Autónoma de México por su colaboración.

México, D. F.

Julio 1959

Francisco J. Jauffred



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

ESCUELA NAL. DE INGENIERIA.  
DIRECCION DE ESTUDIOS SUPERIORES.

Of.  
Exp. 59-208

Al Sr. FRANCISCO JAVIER JAUFFRED MERCADO

P r e s e n t e .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a Ud. el tema, que ratificado por esta Dirección, propone el Sr. Prof. DR. EMILIO ROSENBLUETH. para que lo desarrolle como Tesis en su Examen para Maestro en Ingeniería, con especialidad en ESTRUCTURAS.

TITULO DE LA TESIS.-

"CARGA VIVA DEBIDA A MUEBLES EN UNIDADES DE HABITACION  
DEL DISTRITO FEDERAL"

Al mismo tiempo hago de su conocimiento que deberán entregarse 10 copias de la tesis a la Secretaría de esta División.

Atentamente.

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
México, D.F., a 16 de febrero de 1959.

EL JEFE DE LA DIVISION.

  
ING. JOSE LUIS SANCHEZ BRIBIESCA.

BIBLIOTECA DE LA  
DIVISION DEL DOCTORADO

# I N D I C E

INTRODUCCION	pág.
1. Objeto y limitaciones de la tesis	1
CAPITULO I. MUESTREO	
1. Generalidades sobre el muestreo	4
2. Planeación del muestreo	4
3. Descripción del muestreo efectuado	6
CAPITULO II. PRUEBAS DE SIGNIFICACION	
1. La z de Fisher	12
2. Análisis de variancia	12
3. Análisis efectuados con la evidencia colectada	18
4. Ejemplo	21
CAPITULO III. CARGAS PROBABLES	
1. Ajuste de una recta a una colección de puntos empleando el criterio de los mínimos cuadrados	23
2. La distribución normal	23
3. Cargas con probabilidad prefijada de ser superadas	24
4. Valor de los parámetros $\bar{w}$ y $f$	34

BIBLIOTECA DE LA  
DIVISION DEL DOCTORADO

## INTRODUCCION

### 1. Objeto y limitaciones de la tesis

El presente trabajo forma parte de la investigación que se lleva a cabo en el Instituto de Ingeniería para conocer la carga viva en construcciones del Distrito Federal. La investigación comprenderá, eventualmente, todos los principales tipos de edificación.

Para el cálculo de la carga viva de diseño ha sido propuesta la siguiente expresión (ref. 19),

$$w_d = \bar{w} \left( 1 + \frac{cf}{\sqrt{A}} \right) \quad (1)$$

en la cual

$w_d$  = carga de diseño, por unidad de área.

$\bar{w}$  = esperanza de la carga viva, por unidad de área.

$f$  = parámetro que depende de la probabilidad permisible de falla para el miembro de la estructura.

$c$  = coeficiente dependiente de la forma de la superficie de influencia para la carga actuante. Si el diseño está gobernado por la carga total,  $c = 1$ .

$A$  = área de la sección del miembro en diseño.

La expresión se basa en ciertas hipótesis que fueron verificadas para la carga proveniente de muebles en edificios para oficinas de la ciudad de Londres:

- Conocimiento determinístico de todas las variables que intervienen en el diseño, excepto la carga viva a la que se le supone una variación casual.
- La esperanza y la dispersión de la carga viva en un elemento suficientemente pequeño de la superficie son independientes



de la localización del elemento.

- La esperanza y dispersión de la carga viva en el elemento son independientes de la carga en otros elementos.

En la investigación se pretende verificar para los edificios y condiciones locales esta expresión y cuantificar los parámetros  $\bar{w}$  y  $f$  que en ella intervienen o, en su caso, deducir expresiones más adecuadas para el rango de interés en diseño.

Por lo que a esta tesis se refiere, su objeto es encontrar cargas debidas a muebles con probabilidad prefijada de ser superadas y, de ser aplicable la expresión 1, valuar los parámetros  $\bar{w}$  y  $f$  de la expresión propuesta para las cargas debidas a muebles, de manera que, al determinarse las debidas a personas, se logren los fines de la investigación en las unidades de habitación en el Distrito Federal.

Al coleccionar datos en los diferentes apartamientos y casas se consiguieron no solamente los debidos a muebles, sino también los relativos al número máximo de personas en cada habitación durante el día de la visita, en la semana, en el trimestre, en el año, así como el máximo de que se tenía noticia y la fecha aproximada en que tal máximo ocurrió. Sin embargo, no basta con estos datos para conocer los máximos de carga debida a personas pues éstas no permanecen estáticas; más todavía, sus movimientos frecuentemente se efectúan en forma rítmica y simultáneamente por la casi totalidad de gente que proporciona la carga (durante los bailes).

Por lo anterior el dato proporcionado para personas en la pieza debe incrementarse. En el Instituto se hicieron diferentes experiencias encaminadas a conocer el monto del incremento. Se obtuvieron así los siguientes factores medios de amplificación (media de los cocientes de la carga dinámica entre la estática); 4.20 para tarima de

madera de 5 cm de espesor sostenida por cables; 3.43 en una losa de 10 cm perimetralmente empotrada en tres lados y libremente apoyada en el cuarto, y 7.51 para una losa encasetonada de 30 cm de espesor.

En vista de la amplitud del rango en que se hallan comprendidos los factores medios de amplificación y lo elevado de su magnitud, se decidió diferir su estudio y efectuarlo, en su oportunidad, atacando teórica y experimentalmente el problema.

La tesis se ha dividido en tres capítulos. El primero planea y describe el muestreo efectuado. El segundo estudia los análisis efectuados con la evidencia colectada y obtiene conclusiones de ellos; y en el tercer capítulo se encuentran cargas debidas a muebles con una probabilidad prefijada de ser superadas; se tienen en cuenta los análisis del capítulo segundo. En cada capítulo se presenta un resumen de la teoría estadística empleada en él.

## CAPITULO I. MUESTREO

### 1. Generalidades sobre el muestreo (refs.18 y 24)

Se entenderá por muestreo la selección, recolección y reducción de los datos, obtenidos de muestras, que caracterizan una población.

Población es la colección de objetos en estudio.

Muestras son los objetos que forman la población.

Colectivo de muestras es el conjunto conocido de objetos de la población.

El problema del muestreo puede sintetizarse en: conseguir las suficientes muestras para formar un colectivo que sea representativo de la población.

Al planear un muestreo debe atenderse a los siguientes puntos fundamentales.

- 1) ¿Cuál es la población?
- 2) ¿Qué se desea conocer de la población?
- 3) ¿Qué se conoce ya de la población?
- 4) ¿Se sabe alguna especificación de la población?
- 5) ¿Cómo se logra que el error introducido sea mínimo?

Se dice que la población está estratificada si existen subpoblaciones en ella.

Si está estratificada, el muestreo se efectúa seleccionando aleatoriamente objetos de cada subpoblación; el conjunto de éstos forman el colectivo de muestras.

### 2. Planeación del muestreo

Con referencia a las preguntas de los puntos fundamentales

citados, en el presente estudio puede asegurarse lo siguiente.

- 1) Forman la población la totalidad de cargas por metro cuadrado de muebles y personas en unidades de habitación en el Distrito Federal.
- 2) Se desea conocer de esta población cargas por metro cuadrado cuya probabilidad de ser superada esté prefijada (por consideraciones de probabilidad permisible de falla), así como la distribución de probabilidades en el rango correspondiente a cargas elevadas.
- 3) Se sabe que para unidades de habitación suecas (ref.14) la distribución de probabilidades en el rango buscado se aproxima a la normal o bien a la logarítmico-normal cuando la carga es producida por muebles, y a normal o a extrema del tipo I si lo es por personas.
- 4) Se usará como especificación que la distribución de probabilidades es normal. Bajo esta hipótesis se efectuarán las pruebas de significación para los datos. La hipótesis es tentativa y será ratificada o rectificada a la luz de los resultados.
- 5) Se evitará el sesgo de los errores sistemáticos y se usará un método eficiente para analizar estadísticamente los datos.

En la población que se estudia se aprecian a priori los siguientes estratos.

- 1) Apartamientos y casas.
- 2) Unidades propias y alquiladas.
- 3) Diferentes rentas por metro cuadrado.
- 4) Apartamientos situados a diferente altura respecto a la calle y variación en el número de plantas en casas.
- 5) Destino de las habitaciones en una misma casa o apartamento.

6) Area de habitaciones

7) Edad de la construcción.

3. Descripción de muestreo efectuado

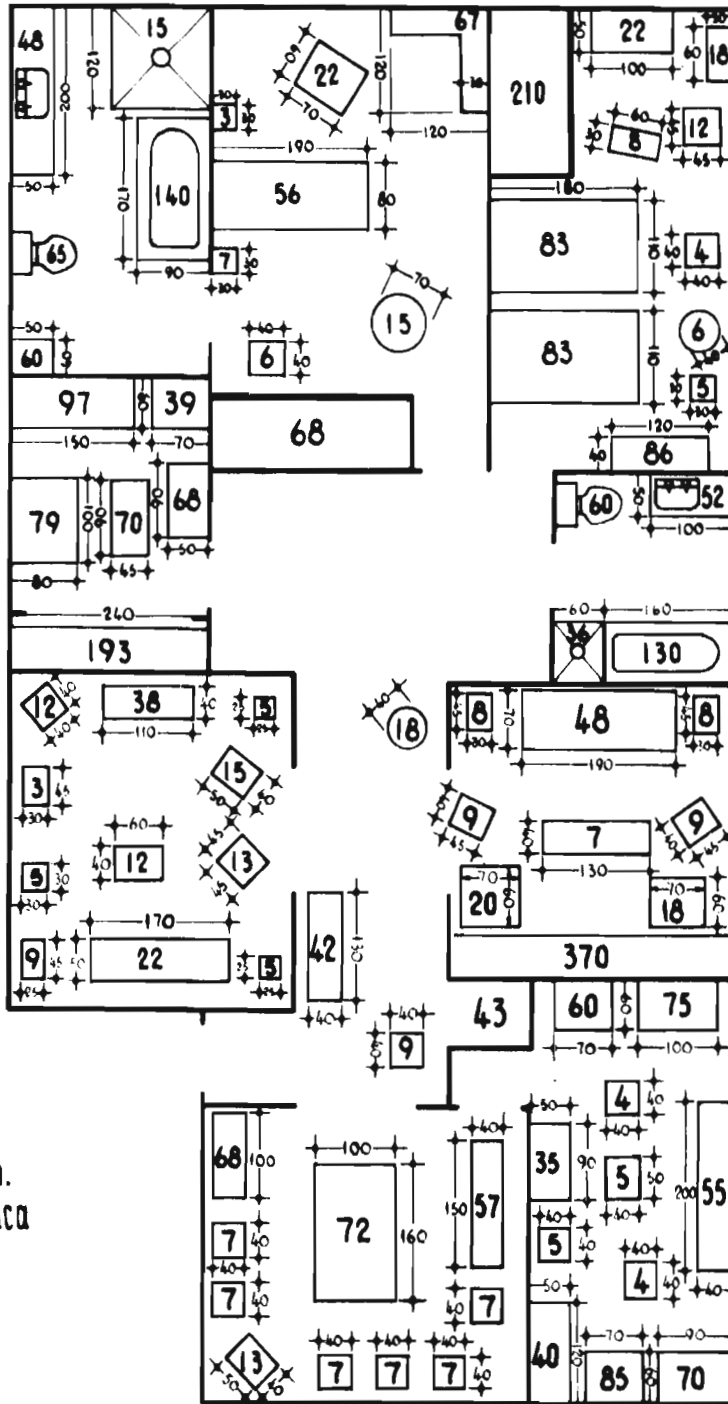
Al coleccionar los datos se encontró que los apartamentos propios, los alquilados de renta por metro cuadrado superior a 15 pesos y las casas con tres plantas, son suficientemente escasos en el Distrito Federal para no considerarlos en este estudio. Por consiguiente, para la recopilación de los datos que forman el colectivo se clasificaron las unidades de habitación de la siguiente manera.

Apartamentos alquilados	hasta 3 \$/m <sup>2</sup>	planta baja planta superior con elevador planta superior sin elevador
	3 a 7 \$ /m <sup>2</sup>	
	7 a 11 \$ /m <sup>2</sup>	
	11 \$ /m <sup>2</sup> en adelante	

Casas	Propias	hasta 3 \$ /m <sup>2</sup>	Una planta Dos plantas
		3 a 7 \$ /m <sup>2</sup>	
	Alquiladas	7 a 11 \$ /m <sup>2</sup>	
		11 a 15 \$ /m <sup>2</sup>	
		15 \$ /m <sup>2</sup> en adelante	

Seleccionado el departamento o casa, en un croquis fueron señaladas las dimensiones, forma y posición de los muebles. En un segundo croquis se indicó para cada habitación la carga estática por personas en el día de la visita, la máxima en la última semana, en el último trimestre, en el último año y la máxima de que se tenía noticia, así como el número de años transcurridos desde su ocurrencia (figs. 1,2,3).

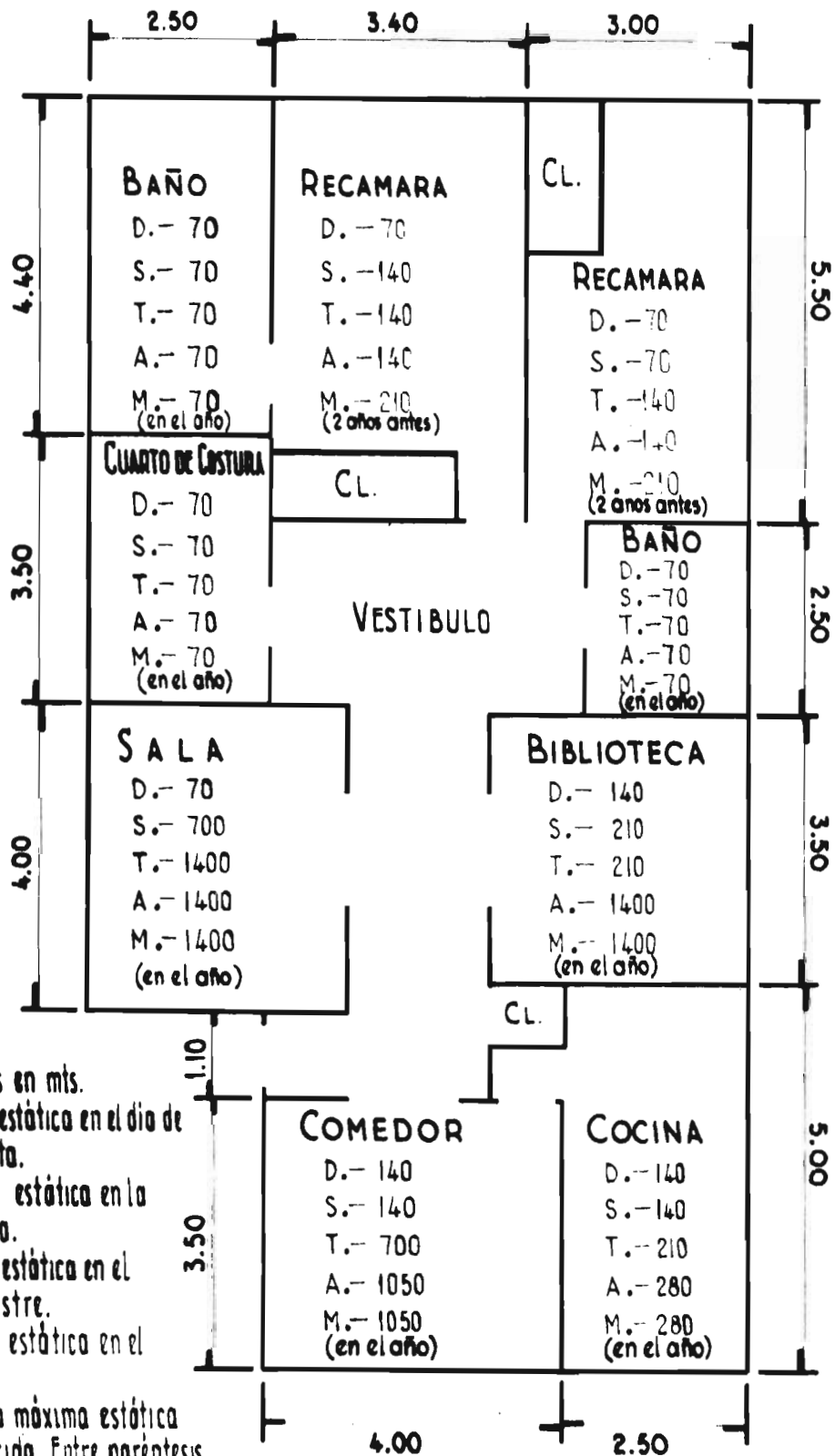
# LARGAS POR MUEBLES



NOTAS:  
 Acotaciones en cm.  
 En el mueble se indica  
 su peso en Kg.

# LARGAS POR PERSONAS

- 8 -



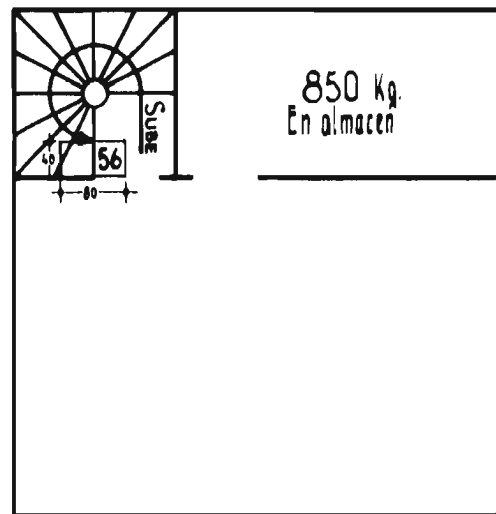
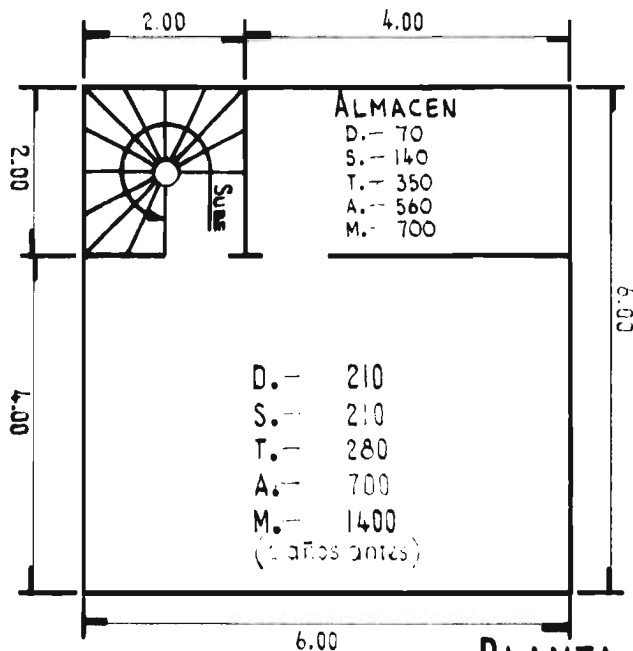
## NOTAS:

- 1.- Acotaciones en mts.
- 2.- D = Carga estática en el día de la visita.
- 3.- S = Carga estática en la semana.
- 4.- T = Carga estática en el trimestre.
- 5.- A = Carga estática en el año.
- 6.- M = Carga máxima estática conocida. Entre paréntesis se indica el número de años transcurridos desde que se

FIG. 2

CARGAS POR PERSONAS

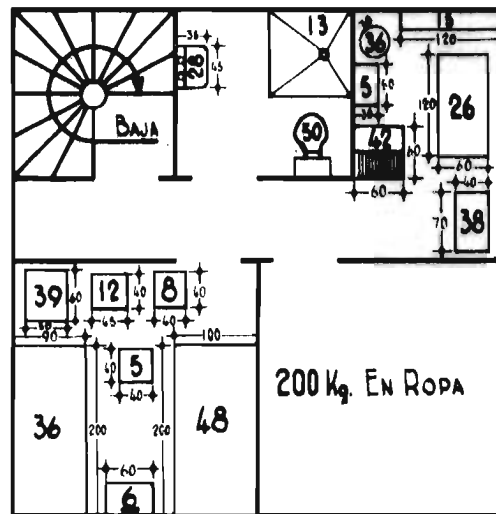
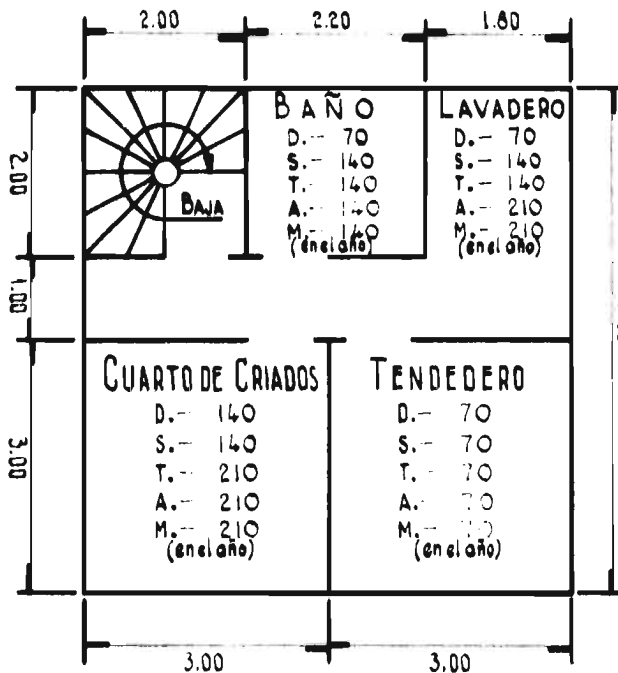
CARGAS POR MUEBLES



PLANTA ALTA

CARGAS POR PERSONAS

CARGAS POR MUEBLES



NOTAS:  
Las mismas de las figuras 1 y 2

FIG. 3



El colectivo quedó integrado por 180 muestras de las cuales 130 corresponden a departamentos de los edificios "Multifamiliar Presidente Juárez" y las 50 restantes son unidades de habitación que cubren la clasificación anterior, así como cinco apartamentos en condominio y tres casas con más de dos plantas.

De los croquis se calcularon áreas y cargas por metro cuadrado (fig. 4), tanto las provenientes de muebles como las cargas estáticas de personas; las últimas no se utilizaron posteriormente en este trabajo.

N°	CLASIFICACION	EDAD	CLAVE	MUEBLES		PERSONAS		AREAS (en m <sup>2</sup> )
				Kg.	Kg/m <sup>2</sup>	Kg.	Kg/m <sup>2</sup>	
1.14	MONTE BLANCO 730  C-1213  RENTA 7.22 (Pesos mensuales por m <sup>2</sup> )							
			A	1171	89.73	700	53.64	13.05
			B	697	33.35	280	13.40	20.90
			C	438	33.18	280	21.21	13.20
			H	1049	26.42	140	9.66	39.70
			P	125	4.26	1400	47.77	29.31
			R	888	13.82	4550	70.82	64.25
Cc	316	21.94	420	29.17	14.40			

## CLAVE:

- A = Alacenas
- B = Baños
- C = Cocinas
- H = Recamaras
- P = Pasillos
- R = Recepciones
- Cc = Cuartos de Criados

FIG. 4

CAPITULO II. PRUEBAS DE SIGNIFICACION

1. La z de Fisher (refs. 12 y 19)

Sean dos colectivos de muestras independientes con  $n_1$  y  $n_2$  valores respectivamente; la variancia de las muestras del primer colectivo es  $s_1^2$  y la variancia de las del segundo es  $s_2^2$ . Las muestras pertenecen a dos poblaciones cuyas variancias son respectivamente  $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2$ . A  $\nu_1 = n_1 - 1$ ,  $\nu_2 = n_2 - 1$  se les llama grados de libertad de z y se define la variable

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{n_1 \nu_2 s_1^2}{n_2 \nu_1 s_2^2}, \quad -\infty < z < +\infty \quad (2)$$

conocida como la z de Fisher.

Sea, ahora, una variable casual x; a cada valor de z corresponde una probabilidad P de que los valores de x sean menores o iguales que el elegido para z. Se tiene así una relación funcional (valor de z - probabilidad), que es la distribución z de Fisher. Los valores de esta función se encuentran tabulados (ref. 11).

2. Análisis de variancia

1) Atendiendo a un solo factor

Sea un conjunto de valores de x divididos en p familias:

$$\begin{array}{cccc}
 x_{11} & x_{21} & \dots & x_{n_1 1} \\
 x_{12} & x_{22} & \dots & x_{n_2 2} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 x_{1p} & x_{2p} & \dots & x_{n_p p}
 \end{array}$$

Se desea saber si el factor medido por x varía significativamente de familia a familia, o bien, si es posible considerar

a los valores de  $x$  como homogéneos, pertenecientes a la misma población. Para ello, se hace una hipótesis de partida, la heterogeneidad entre familias, y con los valores de  $x$  se encuentra la probabilidad  $P$  de que la hipótesis efectuada no se verifique en colectivos de la misma población. (Cabe hacer notar que, si la distribución de la población no es normal, la conclusión no puede extenderse a la población; en la mayor parte de los casos, la prueba de significación proporciona meramente un aceptable criterio cualitativo). Si la probabilidad es suficientemente pequeña la hipótesis se acepta; en caso contrario se rechaza.

En el análisis de variancia para encontrar  $P$  se acude a la  $z$  de Fisher (refs. 10 y 16).

$$z_A = \frac{1}{2} L \frac{N-p}{p-1} \frac{\sum_{i,j} (x_{ij} - x_{..})^2}{\sum_{i,j} (x_{ij} - x_{.j})^2} \quad (3)$$

donde

$N$  = total de valores de  $x$ .

$p$  = número de familias de valores.

$n_j$  = número de valores de  $x$  en la familia  $j$ .

$x_{ij}$  =  $i$ -ésimo valor de  $x$  perteneciente a la familia  $j$ .

$x_{.j}$  = valor medio de los de  $x$  que pertenecen a la familia  $j$ .

$x_{..}$  = valor medio de la totalidad de valores de  $x$ .

$(N-p)$  y  $(p-1)$  son los grados de libertad de  $z$ .

A cada valor de  $z$  corresponde uno para  $P$  que puede encontrarse de las tablas. Si resulta  $0,1\% < P < 1\%$  se dice que la variación de  $x$  es significativa al  $1\%$  pero no al  $0,1\%$ .

Suelen ordenarse las operaciones como muestra la fig. 5.

Suma de cuadrados		Grados de libertad	Cocientes
(1)	(2)	(3)	(4)
A	$\sum_{j=1}^p (x_{.j} - x_{..})^2$	$p - 1$	$\frac{1}{p-1} \sum_{j=1}^p (x_{.j} - x_{..})^2$
residuo	$\sum_{ij} (x_{ij} - x_{.j})^2$	$N - p$	$\frac{1}{N-p} \sum_{ij} (x_{ij} - x_{.j})^2$
Total	$\sum_{ij} (x_{ij} - x_{..})^2$	$N - 1$	$\frac{1}{N-1} \sum_{ij} (x_{ij} - x_{..})^2$

fig 5. Cuadro de operaciones en el análisis de variancia atendiendo a un solo factor.

2) Atendiendo a n factores

Sea una colección de valores de x,

$$x_1, x_2, \dots, x_s, \dots, x_t, \dots, x_u,$$

clasificados en la forma que se esquematiza en la fig 6.

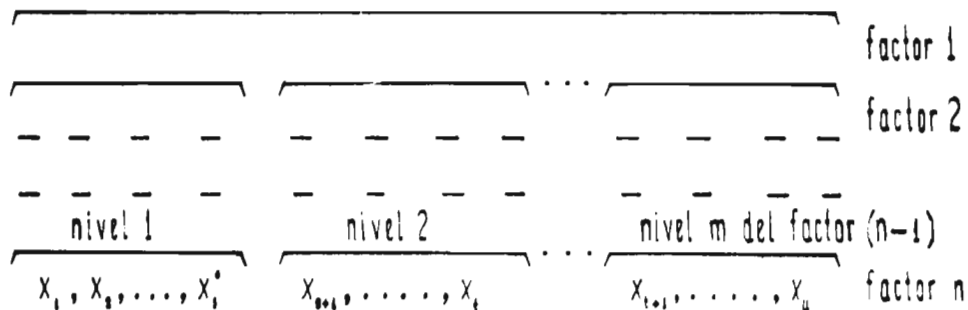


fig 6. Clasificación atendiendo a n factores.

Se entiende por familia de valores de x al conjunto de ellos con niveles en común. Si tienen a en común se dice que la familia es de a niveles.

Se desea saber si la magnitud medida por x:

1) Varía significativamente de nivel a nivel para un mismo factor o puede considerarse probable la homogeneidad entre niveles.

2) Varía significativamente de factor a factor o puede considerarse probable la homogeneidad entre factores.

Para ello se hace una hipótesis de partida, heterogeneidad entre niveles en el primer caso, o bien, heterogeneidad entre factores en el segundo y mediante los valores de  $x$  se encuentra la probabilidad de que esta hipótesis no se verifique en la población, de la cual los valores de  $x$  constituyen un colectivo. Si la probabilidad es suficientemente pequeña, la hipótesis se acepta; en caso contrario se rechaza.

El análisis de variancia para determinar la probabilidad utiliza la distribución de la  $z$  de Fisher.

Sea una clasificación de valores de  $x$  atendiendo a tres factores (fig. 7), A, B, C, el factor A con  $p$  niveles, el B con  $q$  y el C con  $r$  niveles (ref. 17).

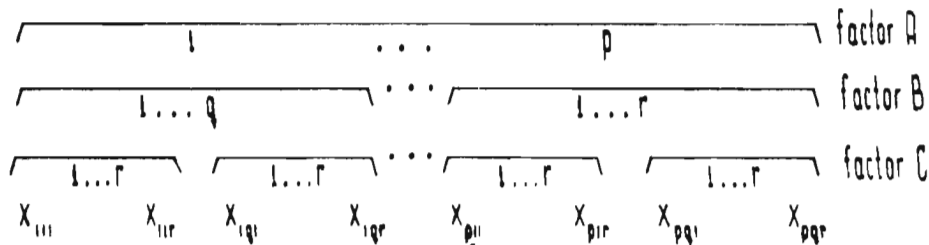


fig 7. Clasificación atendiendo a tres factores.

$$z_a = \frac{1}{2} L (q-1) (r-1) \frac{\sum (X_{j..} - X_{...})^2}{\alpha} \quad (4)$$

$$z_b = \frac{1}{2} L (p-1) (r-1) \frac{\sum (X_{.k.} - X_{...})^2}{\alpha} \quad (5)$$

$$z_c = \frac{1}{2} L (p-1) (q-1) \frac{\sum (X_{..l} - X_{...})^2}{\alpha} \quad (6)$$

$$z_{ab} = \frac{1}{2} L (r-1) \frac{\sum (X_{jk.} - X_{j..} - X_{.k.} + X_{...})^2}{\alpha} \quad (7)$$

$$z_{ac} = \frac{1}{2} L (q-1) \frac{\sum (X_{j.l} - X_{j..} - X_{..l} + X_{...})^2}{\alpha} \quad (8)$$

$$z_{bc} = \frac{1}{2} L(p-1) \frac{\sum_{j,k,l} (x_{jkl} - x_{.k.} - x_{j..} + x_{...})^2}{\alpha} \quad (9)$$

donde

p = niveles en el factor A.

q = niveles en el factor B.

r = niveles en el factor C.

$x_{jkl}$  = valor de x en el nivel j del factor A, en el k del factor B y en el l del C.

$x_{.kl}$  = media de todos los valores que se encuentran en el nivel k del factor B y en el l del C.

$x_{j..}$  = media de todos los valores en el nivel j del factor A y en el l del factor C.

$x_{jk.}$  = media de todos los valores en el nivel j del factor A y en el k del factor B.

$x_{...}$  = media de todos los valores que se encuentran en el nivel l del factor C.

$x_{.k.}$  = media de todos los valores que se encuentran en el nivel k del factor B.

$x_{j..}$  = media de todos los valores en el nivel j del factor A.

$x_{...}$  = media de la totalidad de valores.

$$\alpha = \sum_{j,k,l} (x_{jkl} - x_{j..} - x_{.kl} - x_{.k.} - x_{jk.} - x_{.kl} - x_{j..} + x_{...})^2$$

Las operaciones suelen ordenarse como se esquematiza en la figura 8.

Calculados  $z_A, z_B, z_C, z_{AB}, z_{BC}, z_{AC}$ , se encuentran las probabilidades correspondientes,  $P_A, P_B, P_C, P_{AB}, P_{BC}, P_{AC}$ , mediante tablas de la distribución z. Las probabilidades  $P_A, P_B$  y  $P_C$  per-

Suma de cuadrados		Grados de libertad	C o c i e n t e s
(1)	(2)	(3)	(4)
A	$\sum_j (x_{j..} - x_{...})^2$	$p - 1$	$\frac{1}{p-1} \sum_j (x_{j..} - x_{...})^2$
B	$\sum_k (x_{.k.} - x_{...})^2$	$q - 1$	$\frac{1}{q-1} \sum_k (x_{.k.} - x_{...})^2$
C	$\sum_l (x_{...l} - x_{...})^2$	$r - 1$	$\frac{1}{r-1} \sum_l (x_{...l} - x_{...})^2$
AB	$\sum_{j,k} (x_{jk.} - x_{j..} - x_{.k.} + x_{...})^2$	$(p-1)(q-1)$	$\frac{1}{(p-1)(q-1)} \sum_{j,k} (x_{jk.} - x_{j..} - x_{.k.} + x_{...})^2$
BC	$\sum_{k,l} (x_{.kl} - x_{.k.} - x_{...l} + x_{...})^2$	$(q-1)(r-1)$	$\frac{1}{(q-1)(r-1)} \sum_{k,l} (x_{.kl} - x_{.k.} - x_{...l} + x_{...})^2$
AC	$\sum_{j,l} (x_{j.l} - x_{j..} - x_{...l} + x_{...})^2$	$(p-1)(r-1)$	$\frac{1}{(p-1)(r-1)} \sum_{j,l} (x_{j.l} - x_{j..} - x_{...l} + x_{...})^2$
residuo	$\sum_{j,k,l} (x_{jkl} - x_{j..} - x_{.k.} - x_{...l} + x_{jk.} - x_{.kl} - x_{j.l} + x_{...})^2$	$(p-1)(q-1)(r-1)$	$\frac{1}{(p-1)(q-1)(r-1)} \sum_{j,k,l} (x_{jkl} - x_{j..} - x_{.k.} - x_{...l} + x_{jk.} - x_{.kl} - x_{j.l} + x_{...})^2$
Total	$\sum_{j,k,l} (x_{jkl} - x_{...})^2$	$pqr - 1$	

Fig 8. Cuadro de operaciones en el análisis de variancia atendiendo a tres factores.

miten saber si la variación de la magnitud medida por x es significativa entre los niveles del factor A, del B o del C respectivamente. Las probabilidades  $P_{AB}$ ,  $P_{BC}$ ,  $P_{AC}$  permiten saber si la magnitud medida por x varía significativamente en la población entre los factores A y B, B y C, A y C, respectivamente.



3. Análisis efectuados con la evidencia colectada

1) Planeación

En el capítulo anterior del presente estudio se describió la estructura del colectivo, 180 muestras de las cuales 130 corresponden a departamentos del Multifamiliar Presidente Juárez y las 50 muestras restantes cubren la clasificación de las páginas 5 y 6.

Los análisis de este capítulo tienen por objeto determinar, de las características del lugar en que se encuentra la carga, cuáles afectan significativamente la variación de su magnitud. Estadísticamente el problema consiste en averiguar si es significativa la variación en la carga debida a muebles, de nivel a nivel en un mismo factor, o de factor a factor, en cada una de las clasificaciones que se muestran en la figura 9.

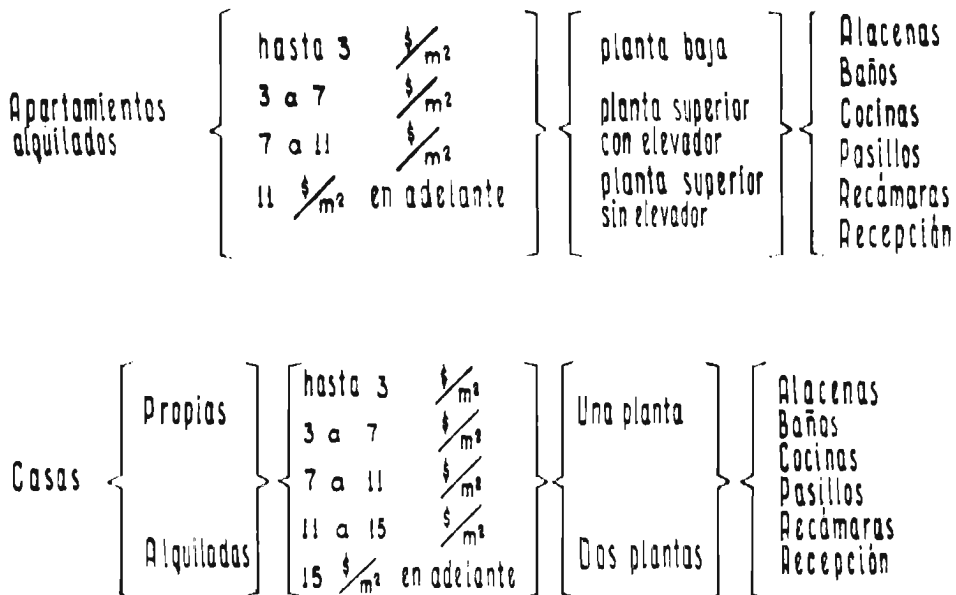


fig 9. Clasificación de las cargas por metro cuadrado debidas a muebles.

y estudiar a continuación si resulta significativa la variación de la carga al pasar de casas a departamentos.

Dada la particular composición del colectivo los análisis a efectuar son,

a) Con los 130 apartamentos del Multifamiliar disponibles, investigar la variación con la renta, con la altura, con el destino de la habitación y con el área mediante análisis de variancia atendiendo a un solo factor. Los análisis serán consecutivos.

b) Con los apartamentos no situados en el Multifamiliar, estudiar simultáneamente la variación de la carga al cambiar renta, situación respecto al nivel de la calle y destino de la habitación. Para ello efectuar análisis de variancia atendiendo a tres factores.

c) Con las casas estudiar simultáneamente la variación de la carga al cambiar el tipo de propiedad, la renta, el número de plantas y el destino de la habitación. Análisis de variancia atendiendo a cuatro factores.

d) Tanto en apartamentos no situados en el Multifamiliar como en casas, estudiar si es significativa la variación de la carga al cambiar el área. Análisis de variancia atendiendo a un solo factor.

e) Estudiar si es probable la homogeneidad de cargas en casas y apartamentos. Análisis de variancia atendiendo a un solo factor.

## 2) Resultados

a) Variación de la renta, no significativa al 10%.

Variación con la altura, no significativa al 10%.

Variación con el destino de la habitación, significativa al 0.1%

Variación con el área, significativa al 5%.

- b) Variación con el destino de la habitación, significativa al 0.1%.

Variación con la renta, con la situación de los pisos así como variaciones entre los factores anteriores que se consideran dos a dos, no se encontraron significativas al 10%

- c) Variación con el destino de la habitación, significativa al 0.1%.

Variaciones restantes (entre niveles y entre factores), no se encontraron significativas al 10%.

- d) Variación con el área significativa al 5% y al 0.1% respectivamente en alacenas y cocinas; en las restantes habitaciones, no significativa al 10%.

- e) Variación entre departamentos y casas, significativa al 5% en alacenas y al 0.1% en cocinas; en las restantes habitaciones no significativa al 10%.

El resultado del análisis (e) (variación significativa en la carga debida a muebles entre departamentos y casas, únicamente al considerar alacenas y cocinas) llevó a pensar en la posibilidad de que esta variación fuera causada más por el área que por el tipo de edificación. A esta idea contribuyó también el resultado del análisis (d) (variación significativa con el área al 5% en alacenas y al 0.1% en cocinas.)

Con el propósito de verificar el criterio anterior, se disminuyó la influencia del área usando cargas ponderadas, en las que el factor de peso dependía del área. El análisis indicó va-

riación en alacenas y cocinas no significativa entre casas y departamentos.

### 3) Conclusiones

- La variación de la carga debida a muebles es significativa al considerar los distintos tipos de habitaciones de una casa o departamentos.

- La carga viva debida a muebles varía significativamente, en un mismo tipo de habitación, al cambiar el área.

- Dado que sólo afectan significativamente la variación de la carga el destino de la habitación y el área, pueden usarse expresiones similares a la citada en la introducción, pero distinguiendo una para cada tipo de habitación.

### 4 . Ejemplo

Con el fin de ilustrar se presenta en detalle el análisis de variancia efectuado en apartamentos no pertenecientes al Multifamiliar atendiendo a tres factores: destino de la habitación; altura y elevador, y renta.

El cuadro de operaciones (fig.10) es el que corresponde en este ejemplo particular al cuadro general dado en la fig. 8.

Se usan la abreviaturas DH, A y E, R, con el siguiente significado.

DH = destino de la habitación

A y E = altura y elevador

R = renta.

Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cocientes	
(1)	(2)	(3)	
DH	4 588 117.41	4	1 146 529.30
A y E	8 627.97	2	4 313.98
R	196 694.33	3	65 564.77
DH - A y E	88 906.86	8	11 113.36
DH - R	215 488.88	12	17 957.24
A y E - R	175 250.10	6	29 208.36
residuo	742 241.64	24	30 926.73
Total	8 013 325.28	59	

fig 10. Cuadro de operaciones para el ejemplo.

De la expresión 4

$$z_{DH} = \frac{1}{2} L \frac{1\ 146\ 529.30}{3\ 0926.73} = \frac{1}{2} L (37.07) = 1.8068$$

A este valor corresponde una probabilidad (ref. 11)  $P < 0.1\%$ . Luego la variación de la carga debida a muebles al cambiar el destino de la habitación es significativa al  $0.1\%$ .

En forma similar se encuentra

De (5), A y E  $z = \frac{1}{2} L (0.1395) = -0.9848$  No significativa al  $10\%$

De (6), R  $z = \frac{1}{2} L (2.120) = 0.3757$  No significativa al  $10\%$

De (7), DH-A y E  $z = \frac{1}{2} L (0.3593) = -0.5122$  No significativa al  $10\%$

De (8), DH - R  $z = \frac{1}{2} L (0.5806) = -0.2715$  No significativa al  $10\%$

De (9), A y E-R  $z = \frac{1}{2} L (0.9444) = -0.0288$  No significativa al  $10\%$ .

CAPITULO III. CARGAS PROBABLES

1. Ajuste de una recta a una colección de puntos empleando el criterio de los mínimos cuadrados

Dada la colección de puntos  $(x_1, y_1), i = 1, 2, \dots, n,$  se desea ajustar una recta en forma tal que la suma de los cuadrados de las distancias de los puntos a la recta sea mínima. Las distancias se medirán según uno de los ejes.

Si se adoptan como independientes los valores de  $x, y$  como dependientes los de  $y,$  las distancias se deben medir según el eje de las  $y.$  La recta que resuelve el problema tiene por ecuación

$$y = a_0 + a_1 x$$

(ref. 13), donde

$$a_0 = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i) \cdot (\sum_{i=1}^n x_i y_i) - (\sum_{i=1}^n y_i) \cdot (\sum_{i=1}^n x_i^2)}{(\sum_{i=1}^n x_i)^2 - n (\sum_{i=1}^n x_i^2)}$$

$$a_1 = \frac{(\sum_{i=1}^n x_i) \cdot (\sum_{i=1}^n y_i) - n \cdot (\sum_{i=1}^n x_i y_i)}{(\sum_{i=1}^n x_i)^2 - n (\sum_{i=1}^n x_i^2)}$$

2. La distribución normal

Si la función de distribución está definida por

$$F(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx$$

$\sigma =$  dispersión de  $x$   
 $\bar{x} =$  esperanza de  $x$

se dice que es normal o de Gauss.

Para facilidad de manejo es conveniente, cuando se trabaja con la distribución normal, usar papel probabilístico normal. En éste, las ordenadas son valores de la función distribución normal y la escala de las abscisas es aritmética. En un papel así la curva normal es una recta.

### 3. Cargas con probabilidad prefijada de ser superadas

Las conclusiones del capítulo anterior son

- Variación significativa de la carga debida a muebles al cambiar el destino de la habitación.
- Variación significativa de la carga debida a muebles en un mismo tipo de habitación al cambiar el área.
- Pueden usarse para las condiciones locales expresiones similares a la de la introducción, una para cada tipo de habitación.

En este capítulo, conociendo las conclusiones anteriores, se han elaborado gráficas, una para cada tipo de habitación, en las que aparece en el eje de las abscisas una función del área, en el eje de las ordenadas la carga por metro cuadrado debida a muebles. Con el fin de utilizar la fórmula citada en la introducción y cuantificar los parámetros  $\bar{w}$  y  $f$ , se adopta como función del área, la recíproca de su raíz cuadrada.

Se dispone por tanto, para cada tipo de habitación, de una colección de puntos  $(\frac{1}{\sqrt{A_1}}, w_1)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Para cada colección de ellos se encontró la ordenada al origen de una supuesta recta, la que se ajustaría a los puntos de la colección por el criterio de los mínimos cuadrados, suponiendo  $\frac{1}{\sqrt{A_1}}$  como variable independiente.

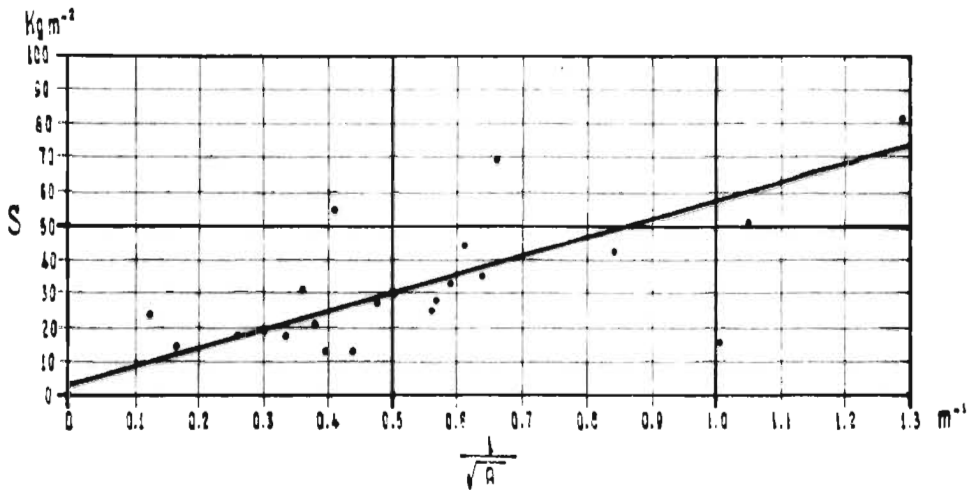


fig. 11. Gráfica  $\frac{1}{\sqrt{A}}$  -  $S$  para puntos colectados en alacenas

Haciendo la hipótesis de que la dispersión de los puntos tiende a cero cuando el área tiende a infinito (hipótesis que en los seis casos, alacenas, baños, ..., se encontró justificada, fig. 11), se trazaron diez rectas, todas ellas con la ordenada al origen encontrada y reuniendo las siguientes condiciones.

Una recta de pendiente nula

Una recta que contiene al menos un punto de la colección y tal que los restantes puntos (de la colección) tienen ordenadas que, para igual abscisa, no superan a las de los puntos de la recta.

Ocho rectas que dividen la región del plano de que son frontera las dos anteriores en nueve sectores de igual ángulo central.

Trazadas las rectas se encontró la pendiente de cada una de ellas y el número de puntos en cada sector.

Con la pendiente de una cierta recta y el cociente del



número de puntos cuyas ordenadas superan a las correspondientes de la recta en cuestión, entre el número de puntos con ordenadas que superan a la ordenada al origen de la recta cuya pendiente es nula (fig. 12), se sitúa un punto en el papel probabilístico. Se procede en esta forma para cada una de las rectas. En el papel probabilístico se obtienen puntos, los que en el rango en estudio (probabilidad no mayor que el diez por ciento de que sea superada una cierta pendiente), se encontró que caían suficientemente cerca de una recta (figs. 13, 14, 15, 16, 17 y 18). Luego, en este rango es normal la distribución de probabilidades de que sea superada una cierta pendiente. Obsérvese que la conclusión se refiere únicamente a probabilidades no mayores que el diez por ciento, para probabilidades fuera del rango mencionado no se aplica la misma conclusión. Por otra parte, en el diseño de un miembro estructural, carecen de interés cargas cuya probabilidad de ser excedidas sea muy superior al diez por ciento.

Ampliando el estudio, se calcularon, a partir de las cargas colectadas, cargas por metro cuadrado para fracciones del área y cargas por metro cuadrado para yuxtaposiciones de áreas. Para esta tesis la yuxtaposición de áreas se efectuó al azar. En un estudio más refinado sería conveniente seleccionar áreas empleando tablas de números casuales y calcular las distribuciones recurriendo a métodos de Monte Carlo.

Para la totalidad de puntos se encontró la ordenada al origen de una supuesta recta ajustada por mínimos cuadrados. Con el criterio ya señalado se trazaron las diez rectas y se encontró la distribución de probabilidades, la que en el rango en estudio coincide suficientemente con la inicialmente encontrada.

Conocida la distribución, se encontró la pendiente correg

m<sup>-2</sup>

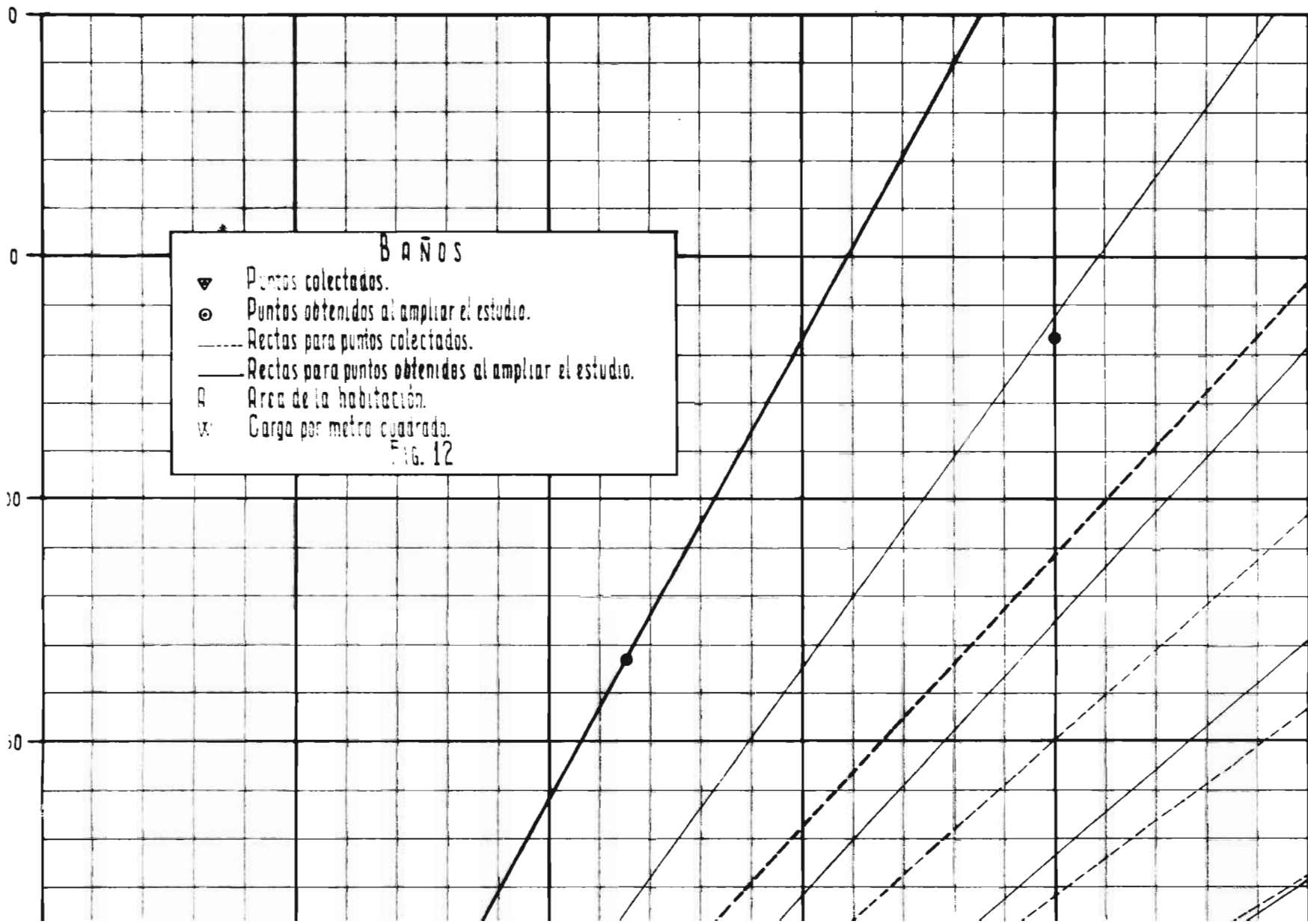
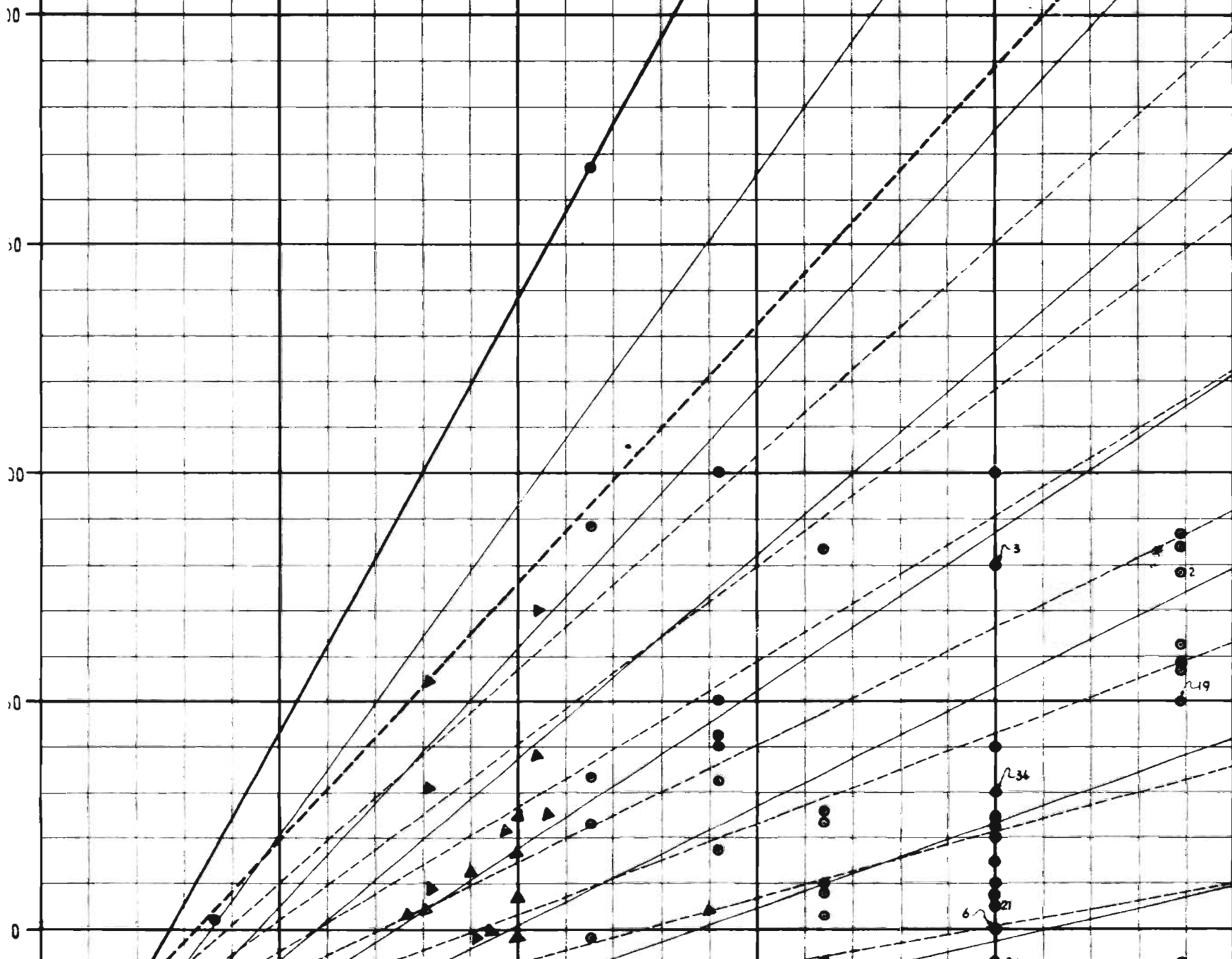
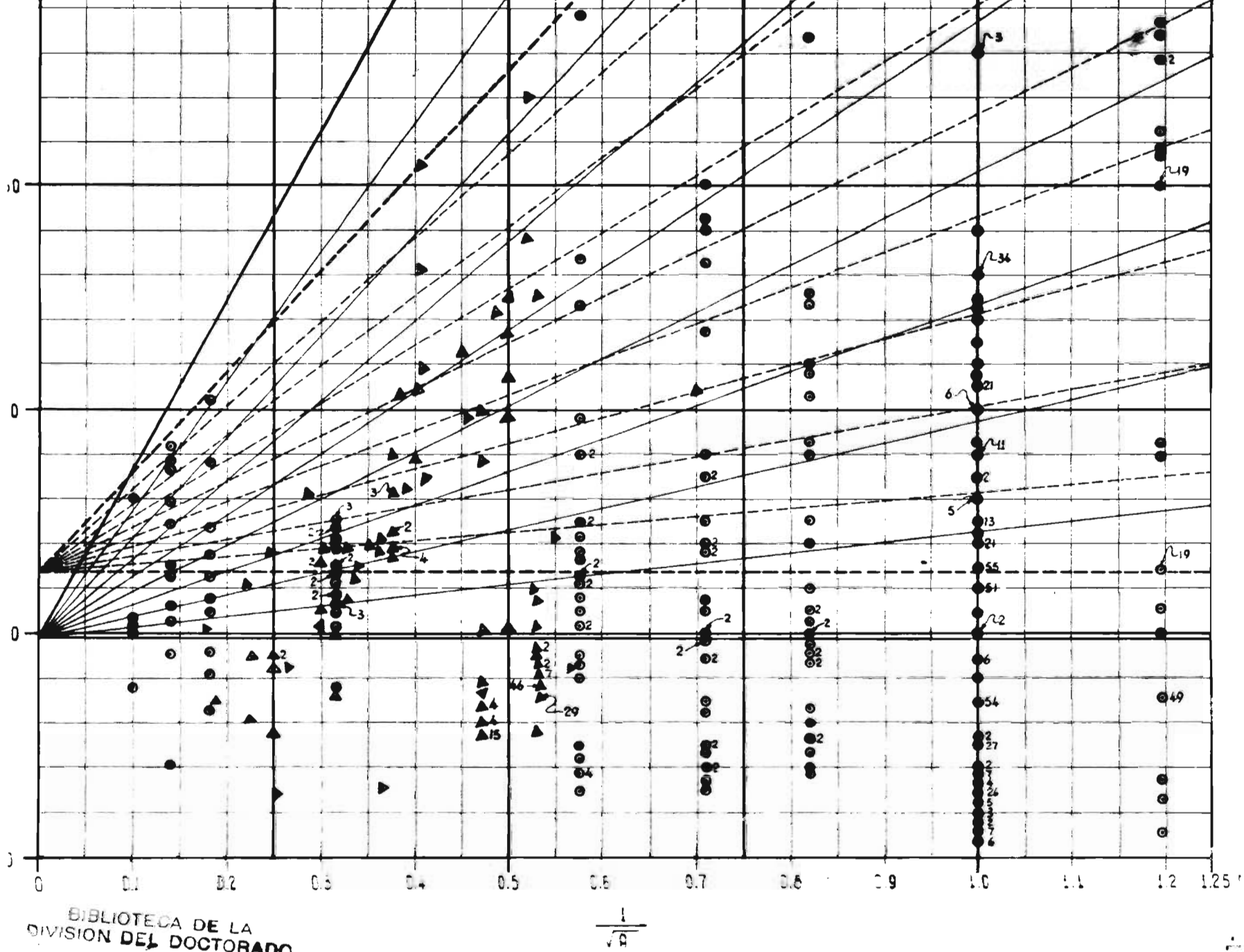


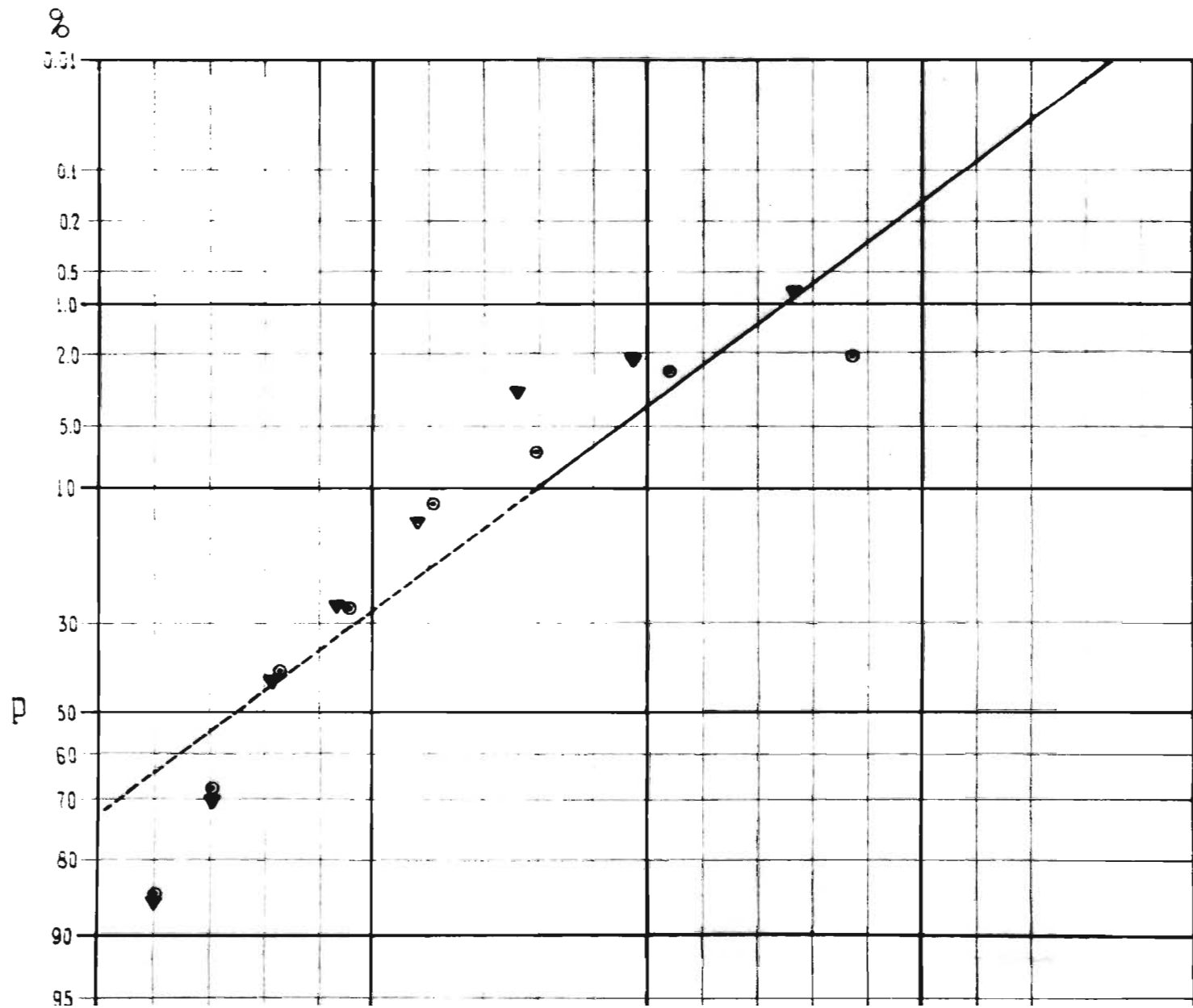
Fig. 12

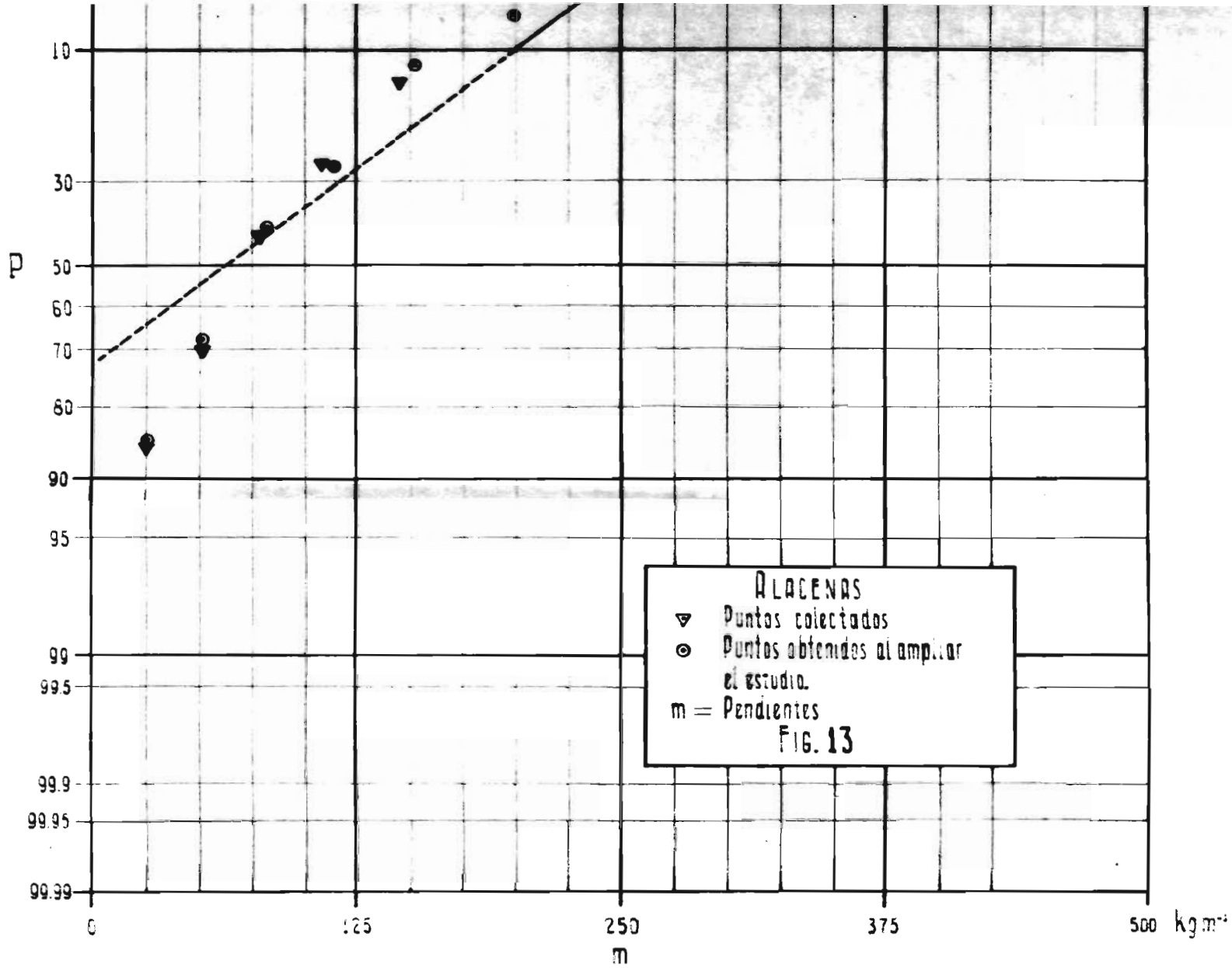
A Área de la estructura.  
w Carga por metro cuadrado.  
Fig. 12.

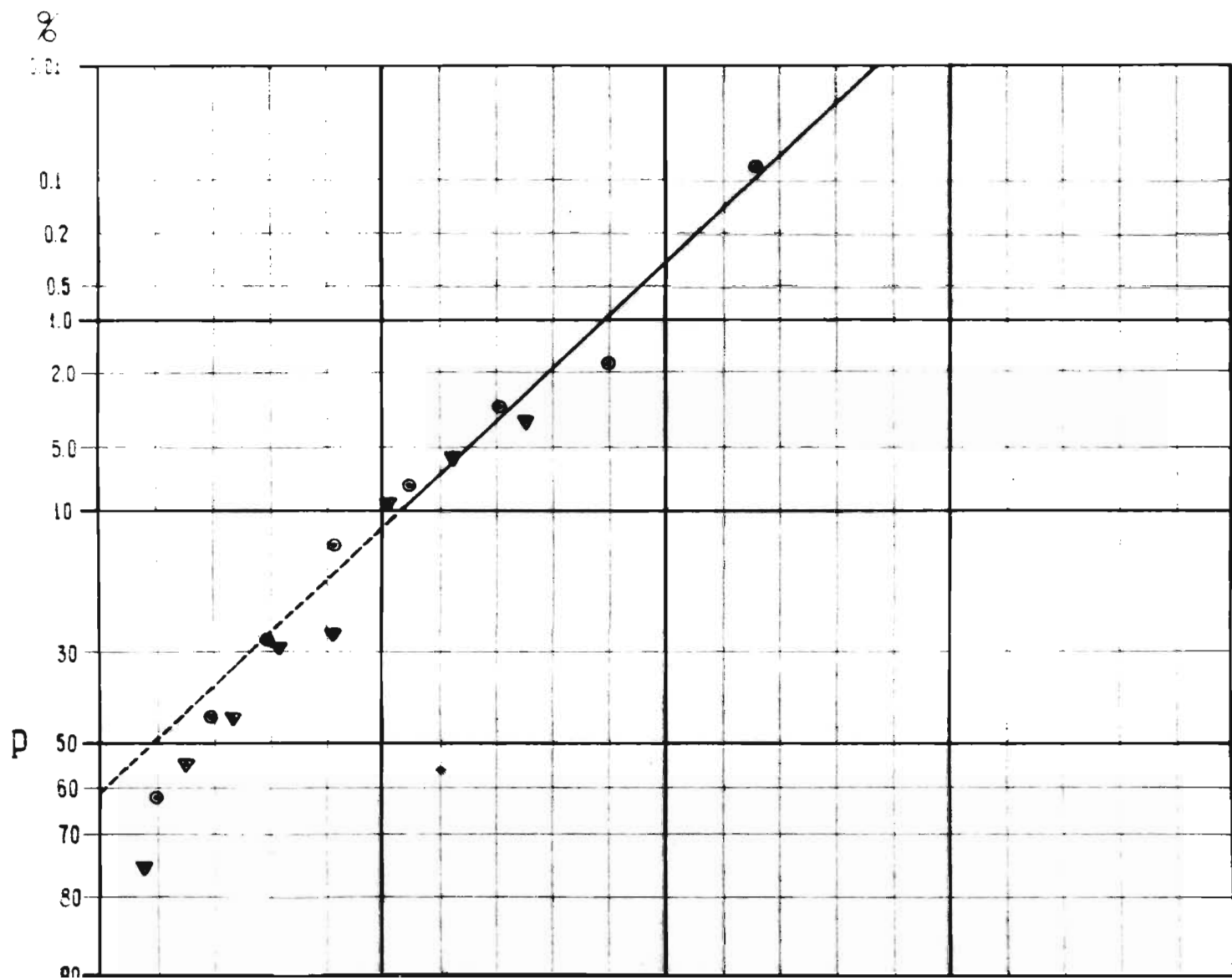


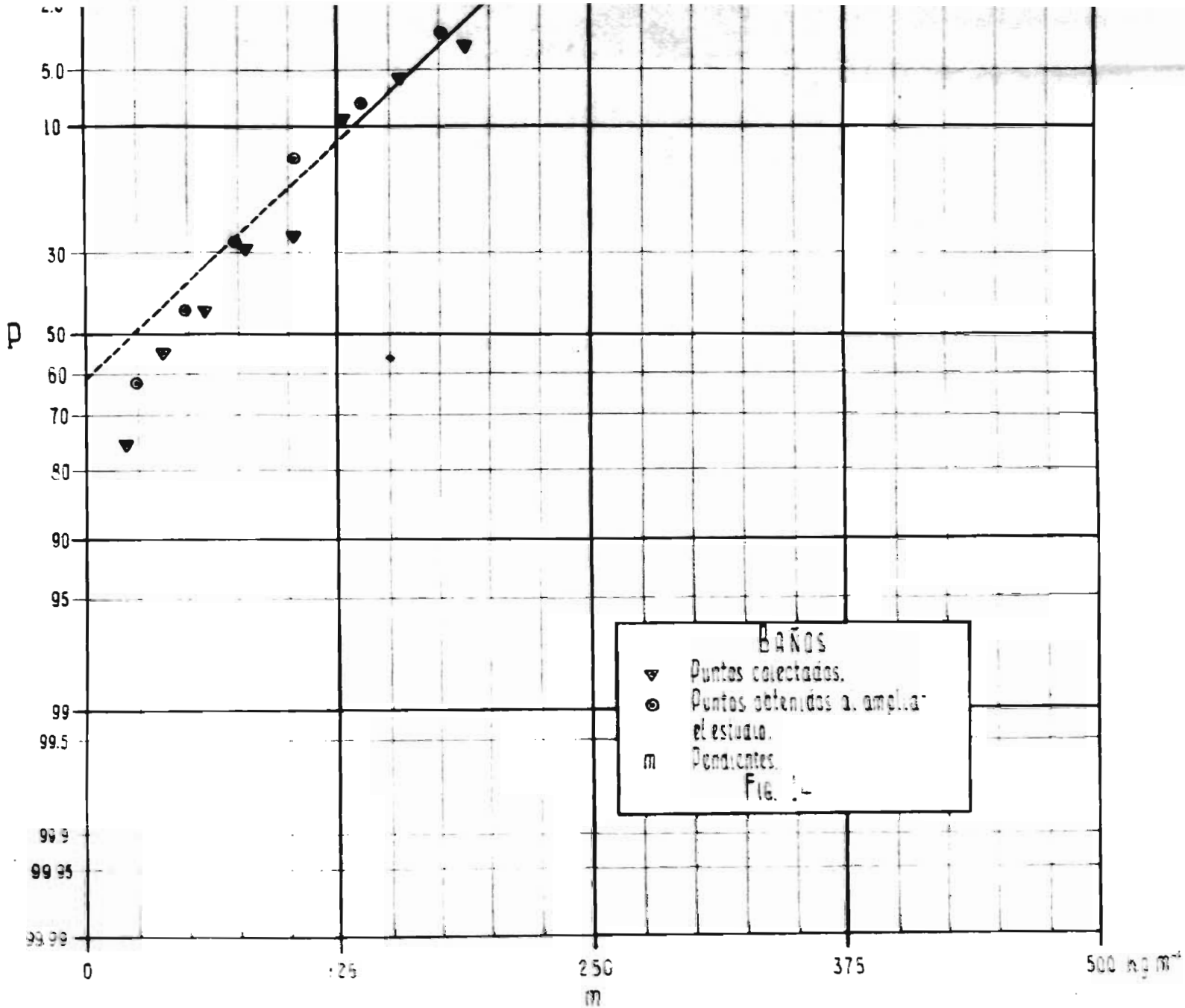


BIBLIOTECA DE LA  
DIVISION DEL DOCTORADO

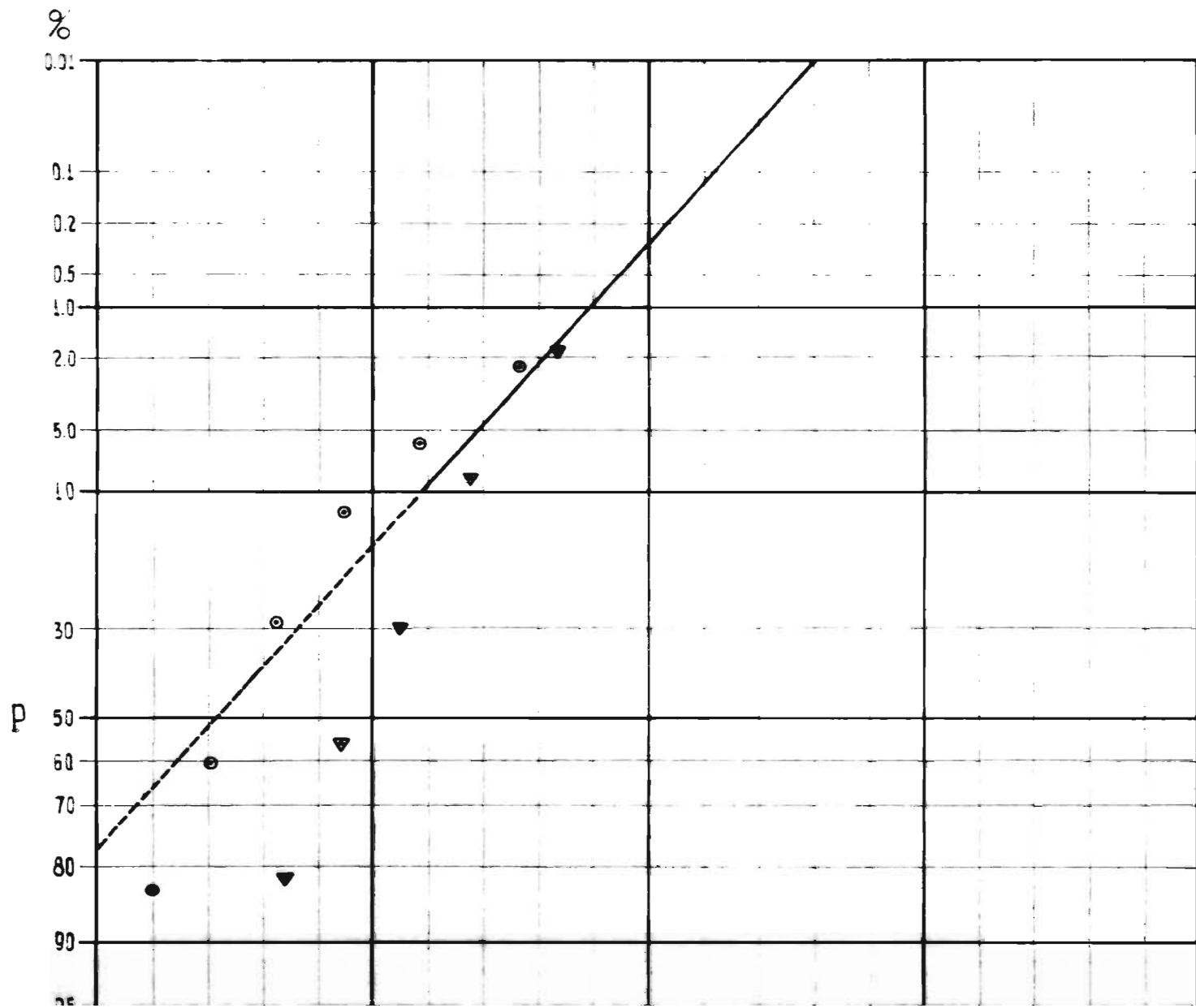


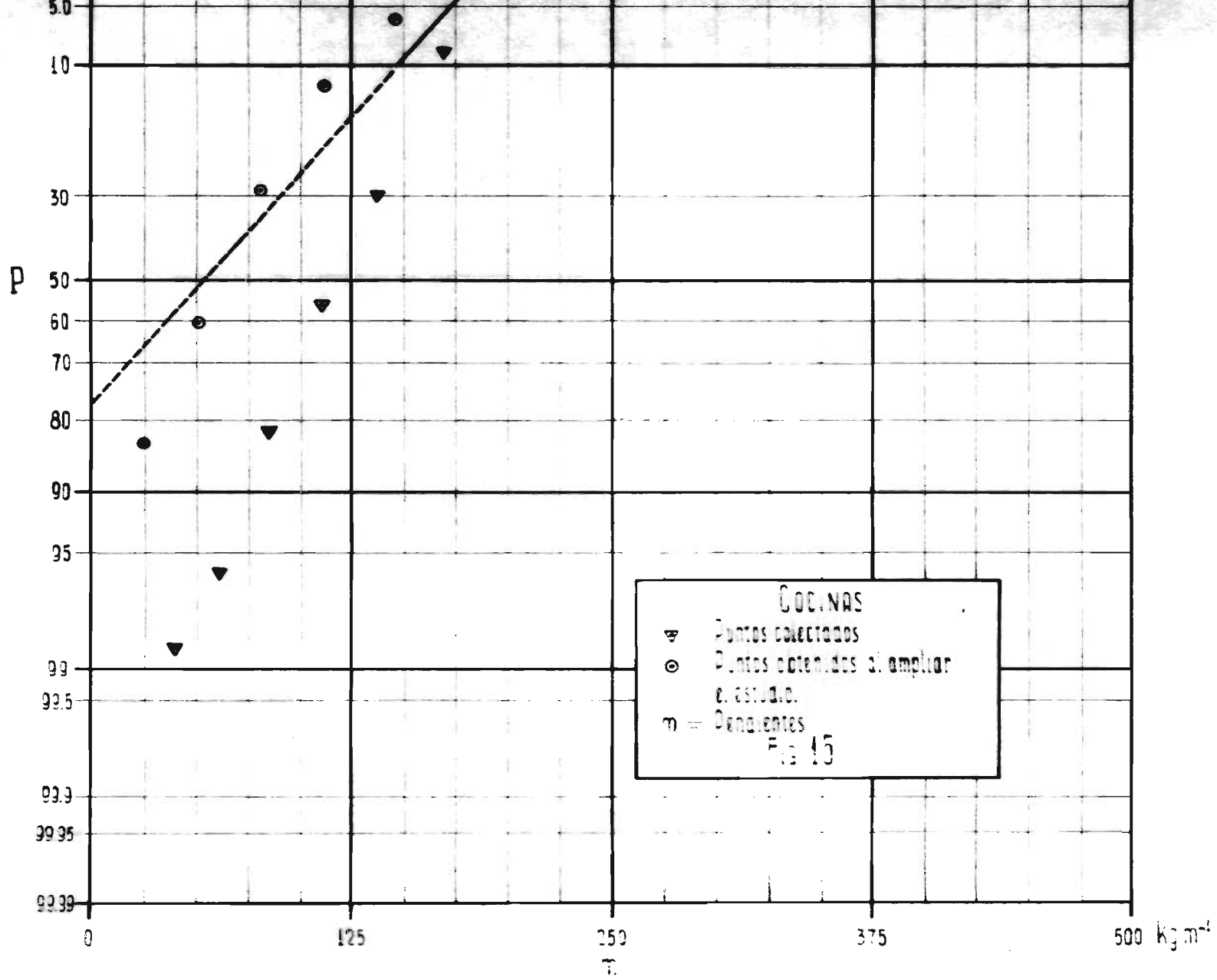


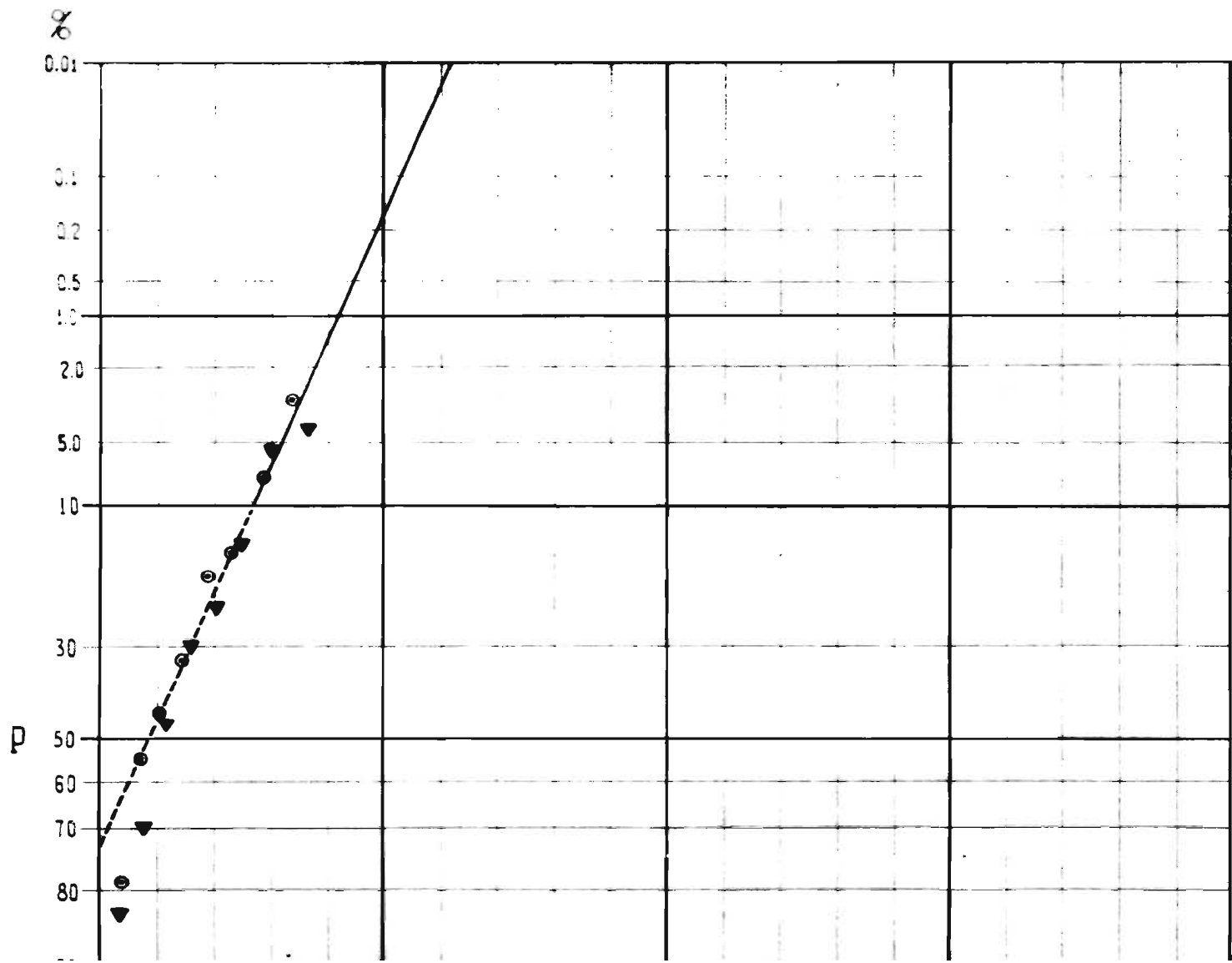


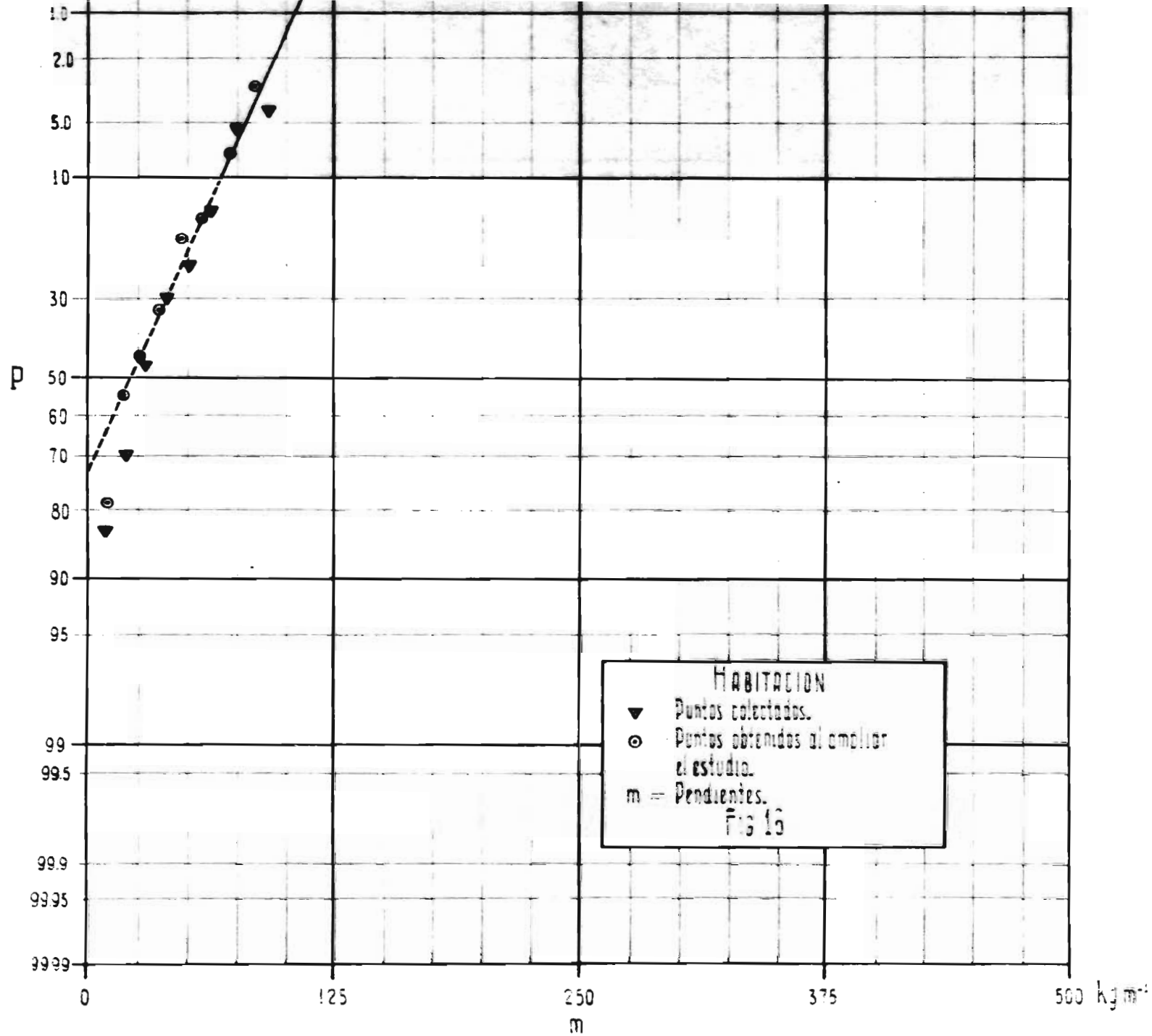


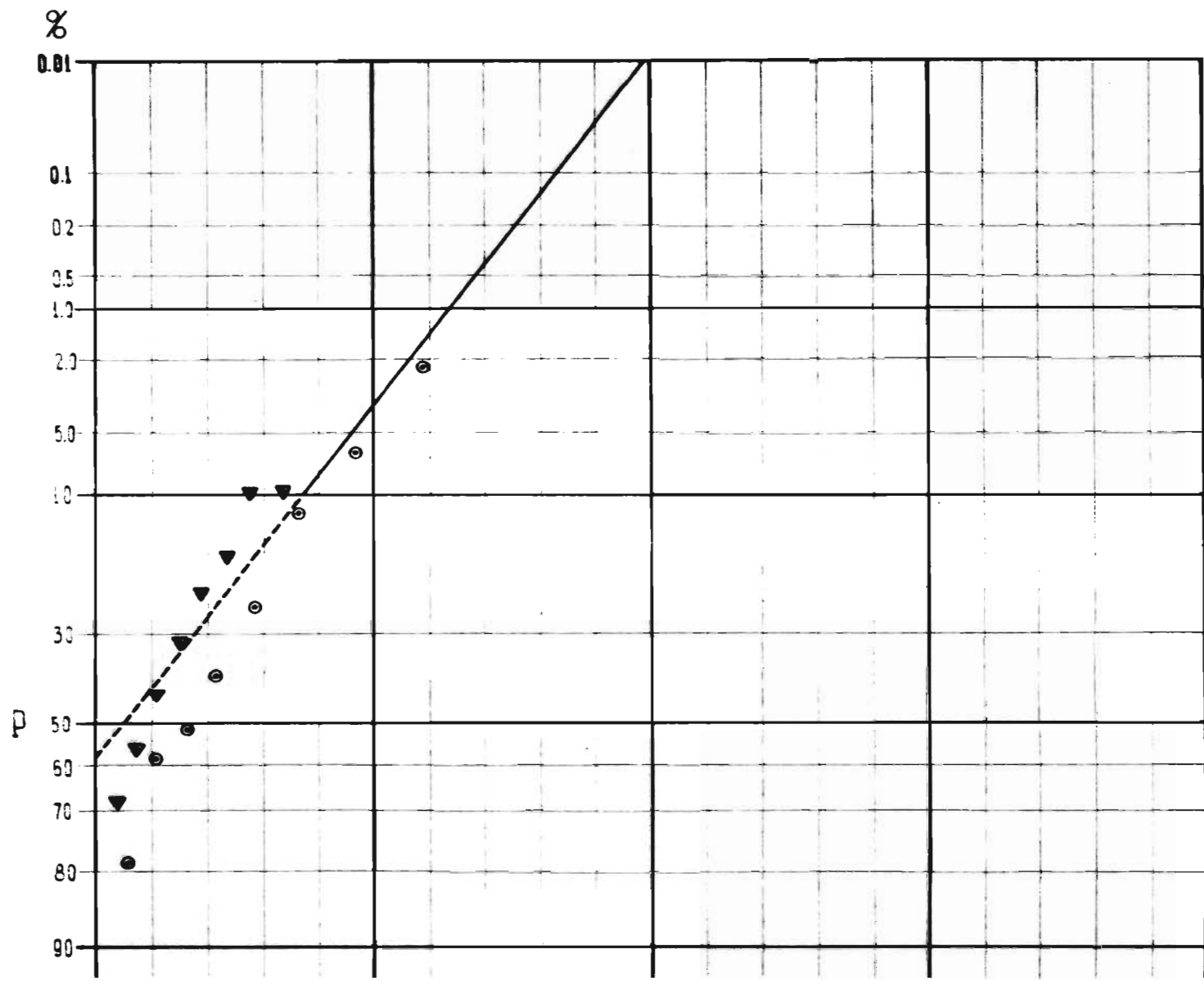


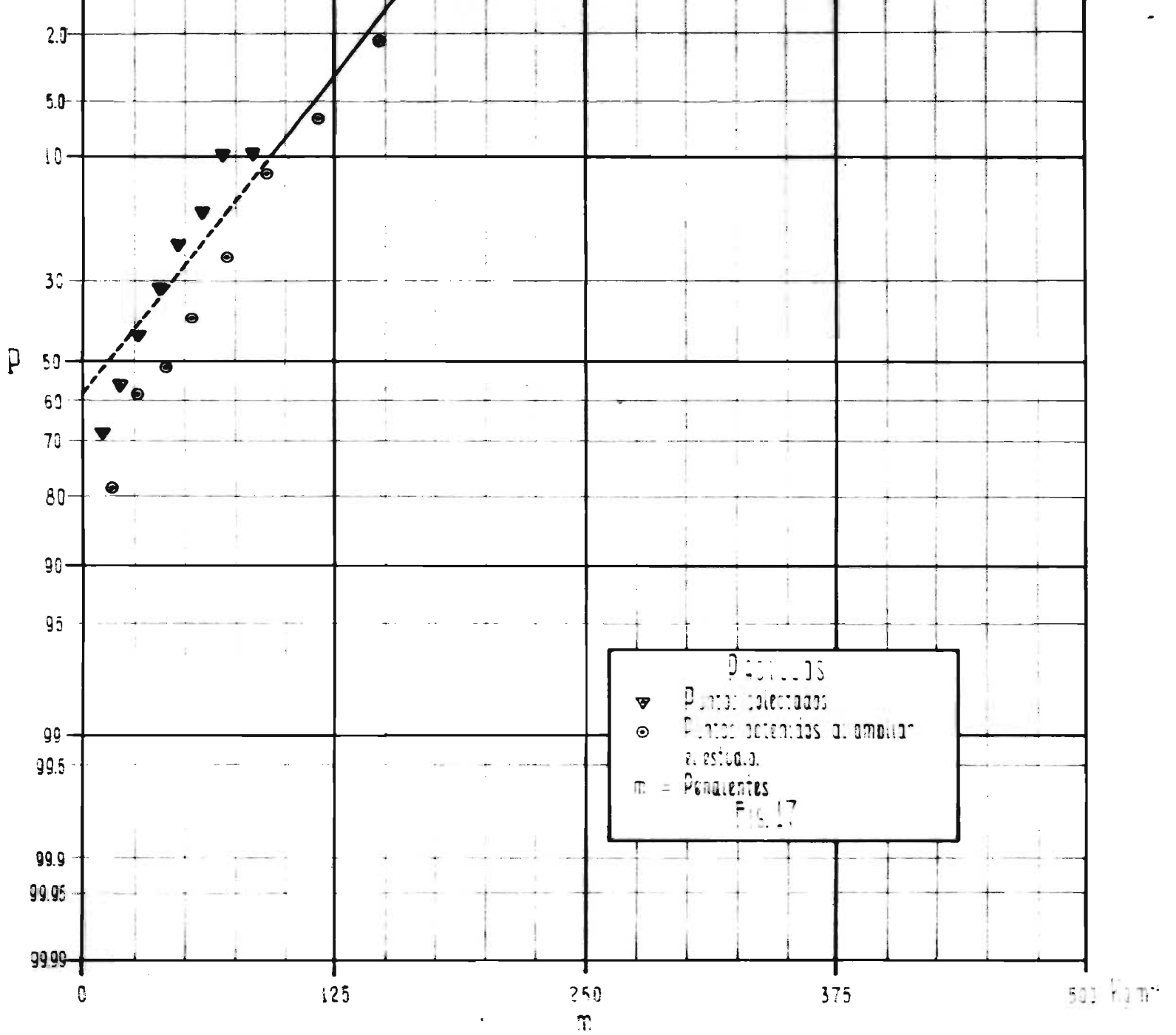


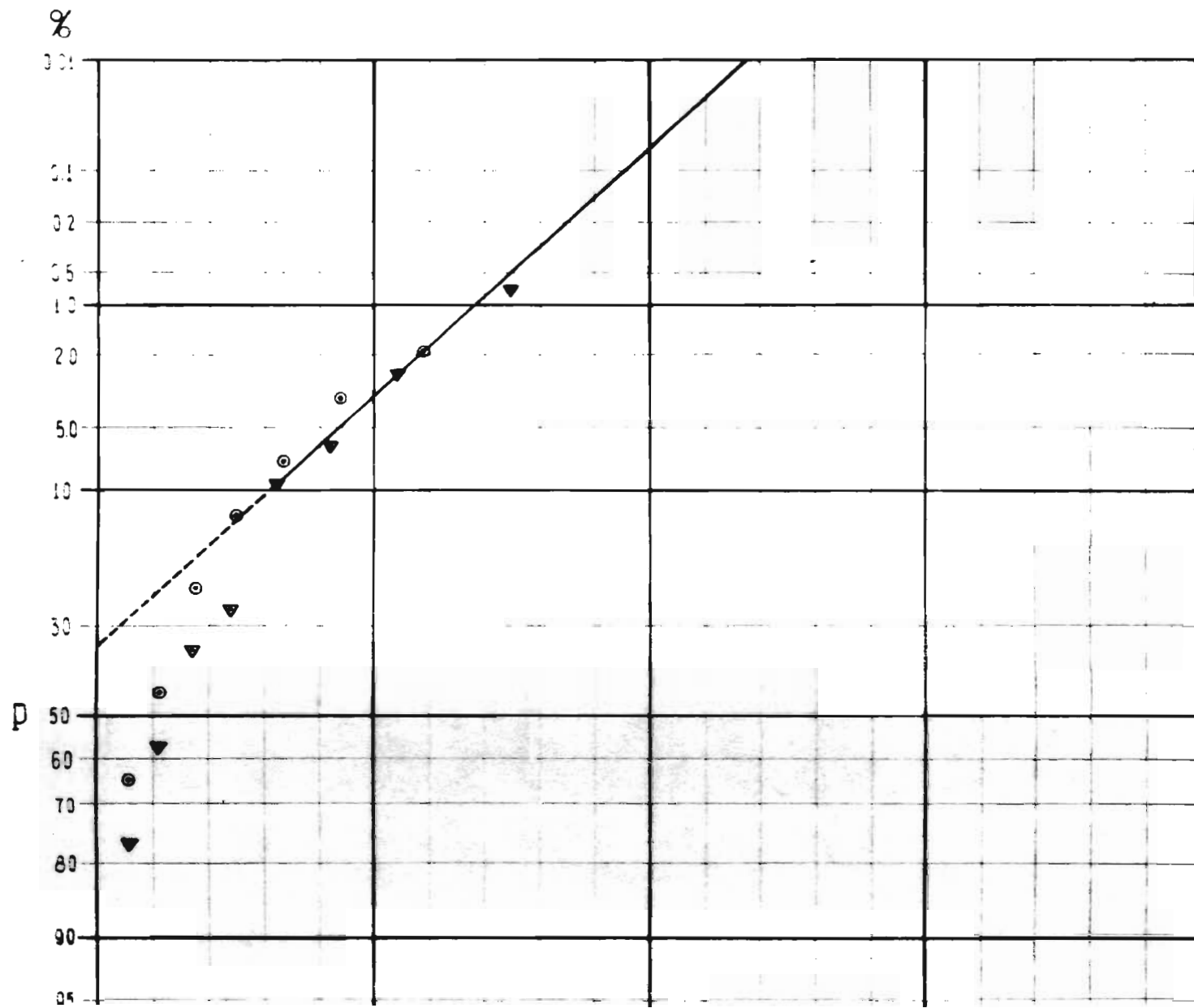


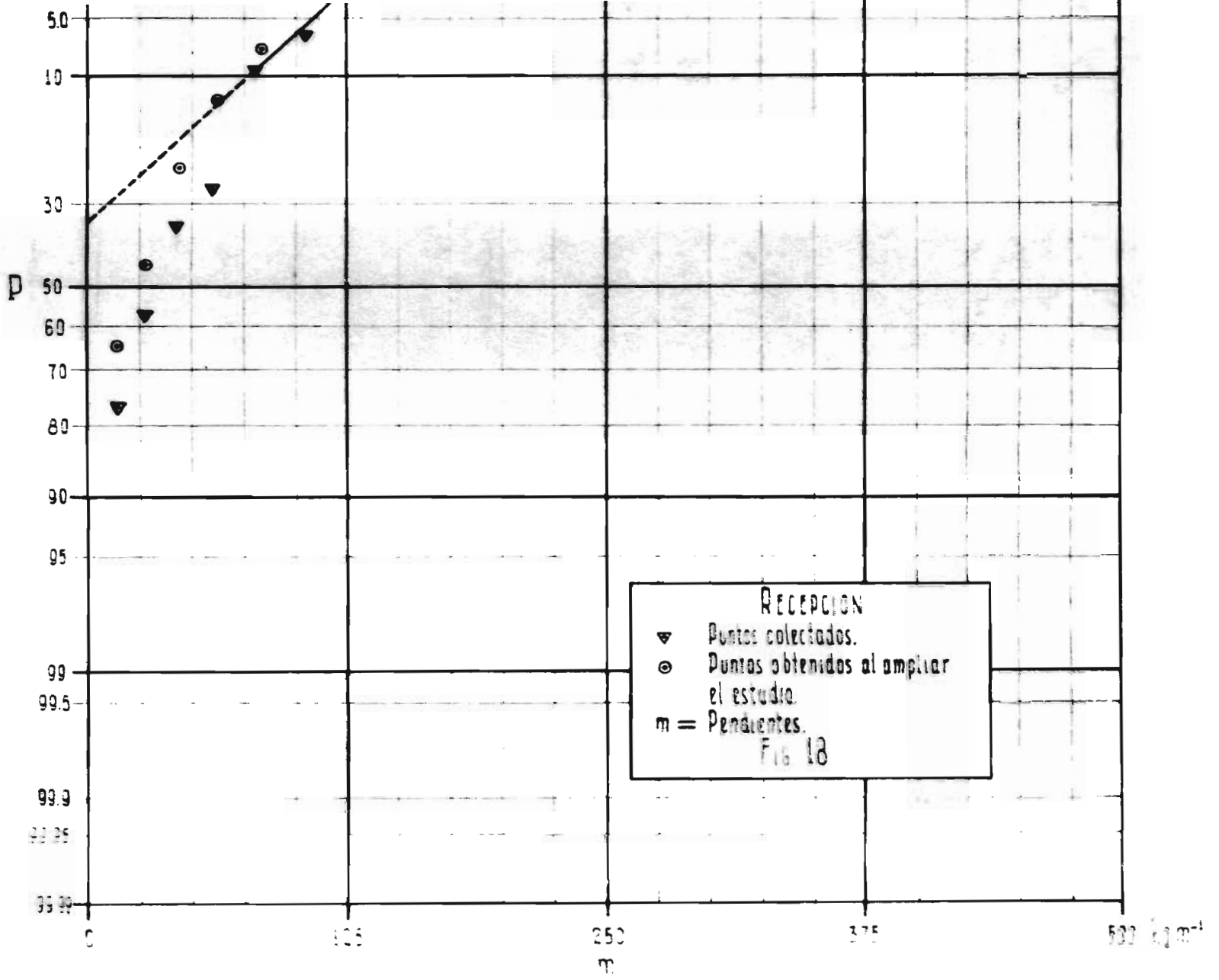














pendiente a cada una de las siguientes probabilidades (P) de que sea superada una cierta pendiente, 0.0001, 0.001, 0.005, 0.02, 0.05 y 0.1.

Con estas pendientes y la ordenada al origen obtenida al ampliar el estudio se trazaron rectas (figs. 19, 20, 21, 22, 23 y 24) para cada tipo de habitación.

#### 4. Valor de los parámetros $\bar{w}$ y $f$

La ecuación de una cualquiera de las rectas de una de las figs. 17 a 22 es

$$w = \bar{w} \left( 1 + \frac{f}{\sqrt{\lambda}} \right),$$

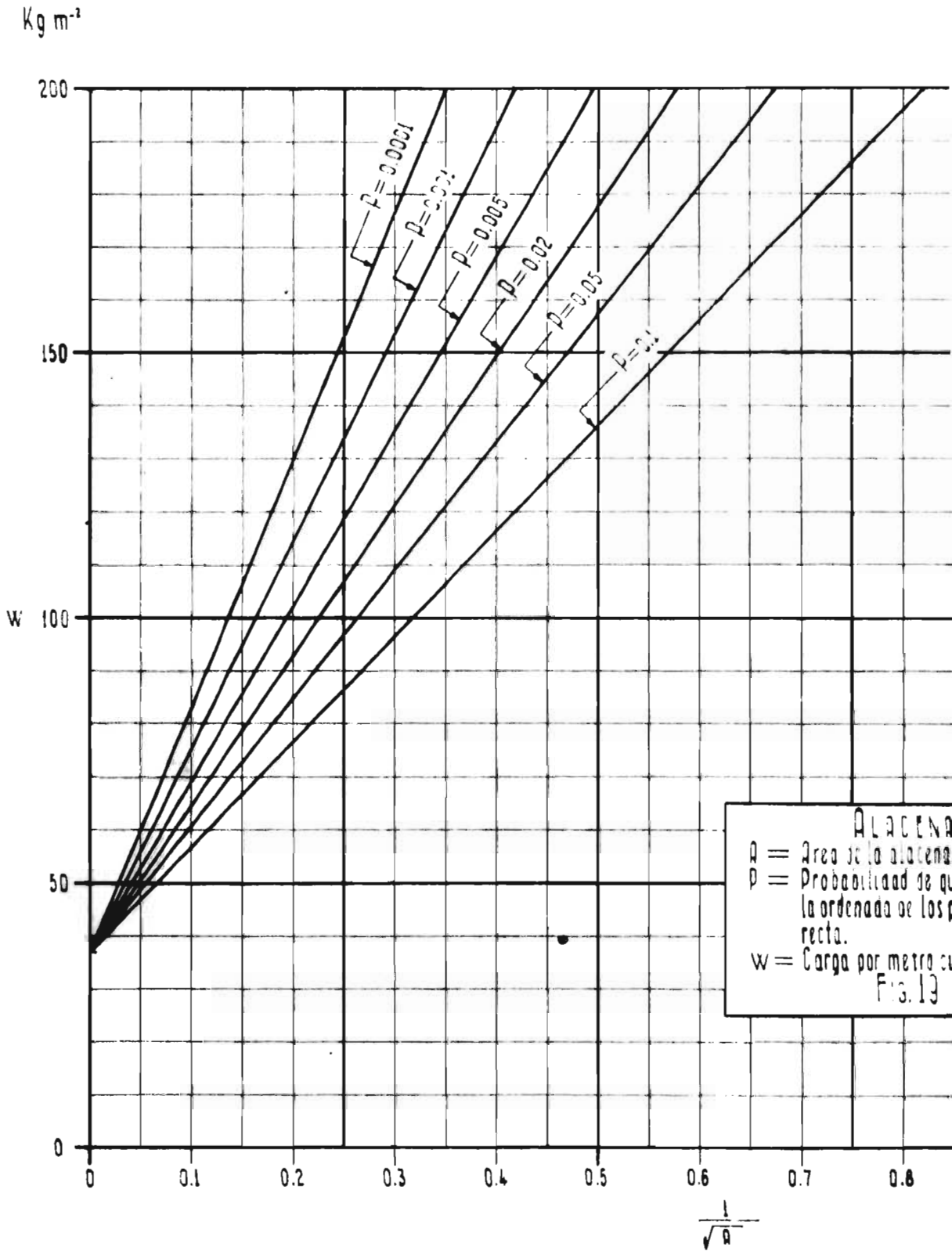
luego

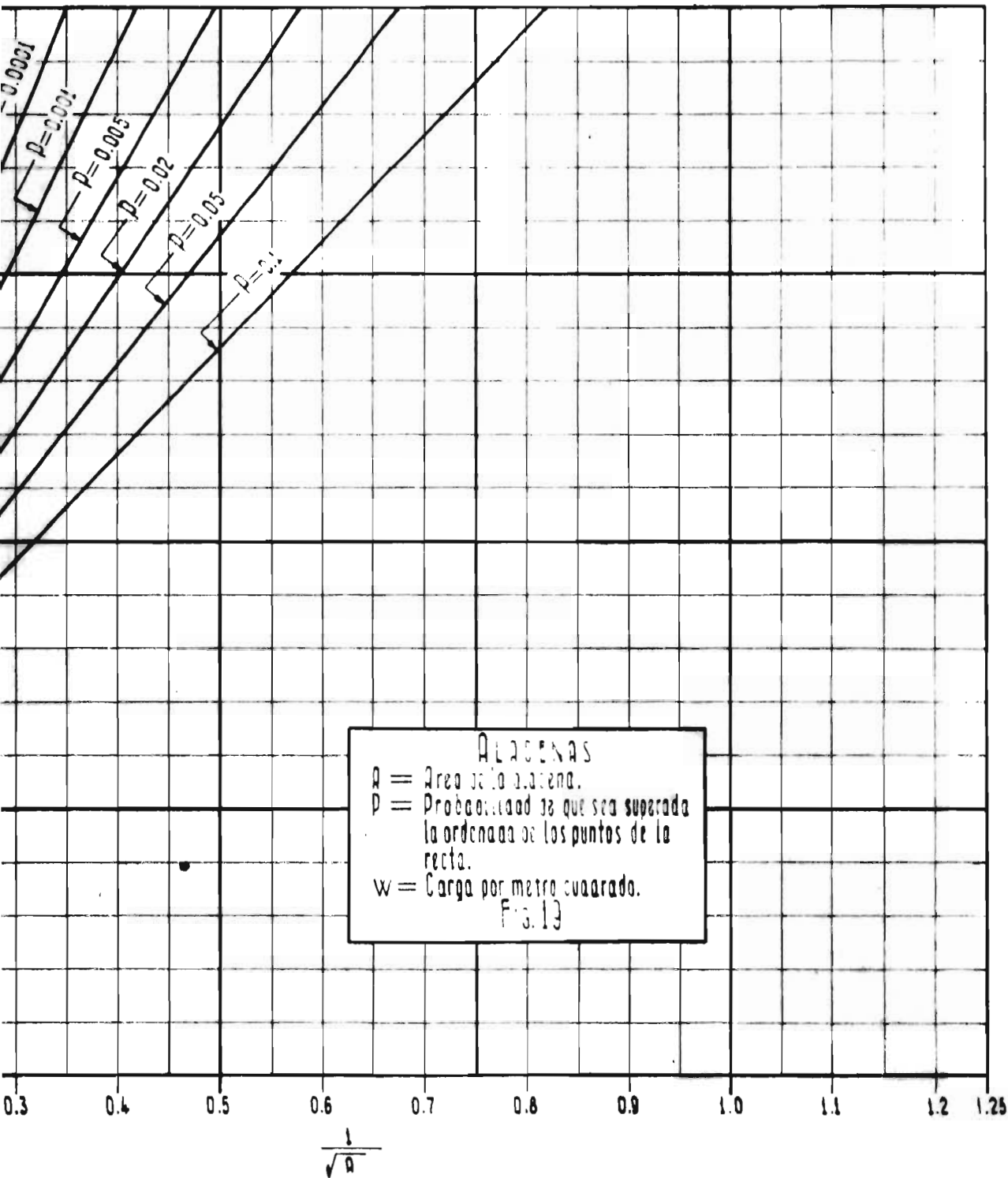
$$w = \bar{w} f \frac{1}{\sqrt{\lambda}} + \bar{w}$$

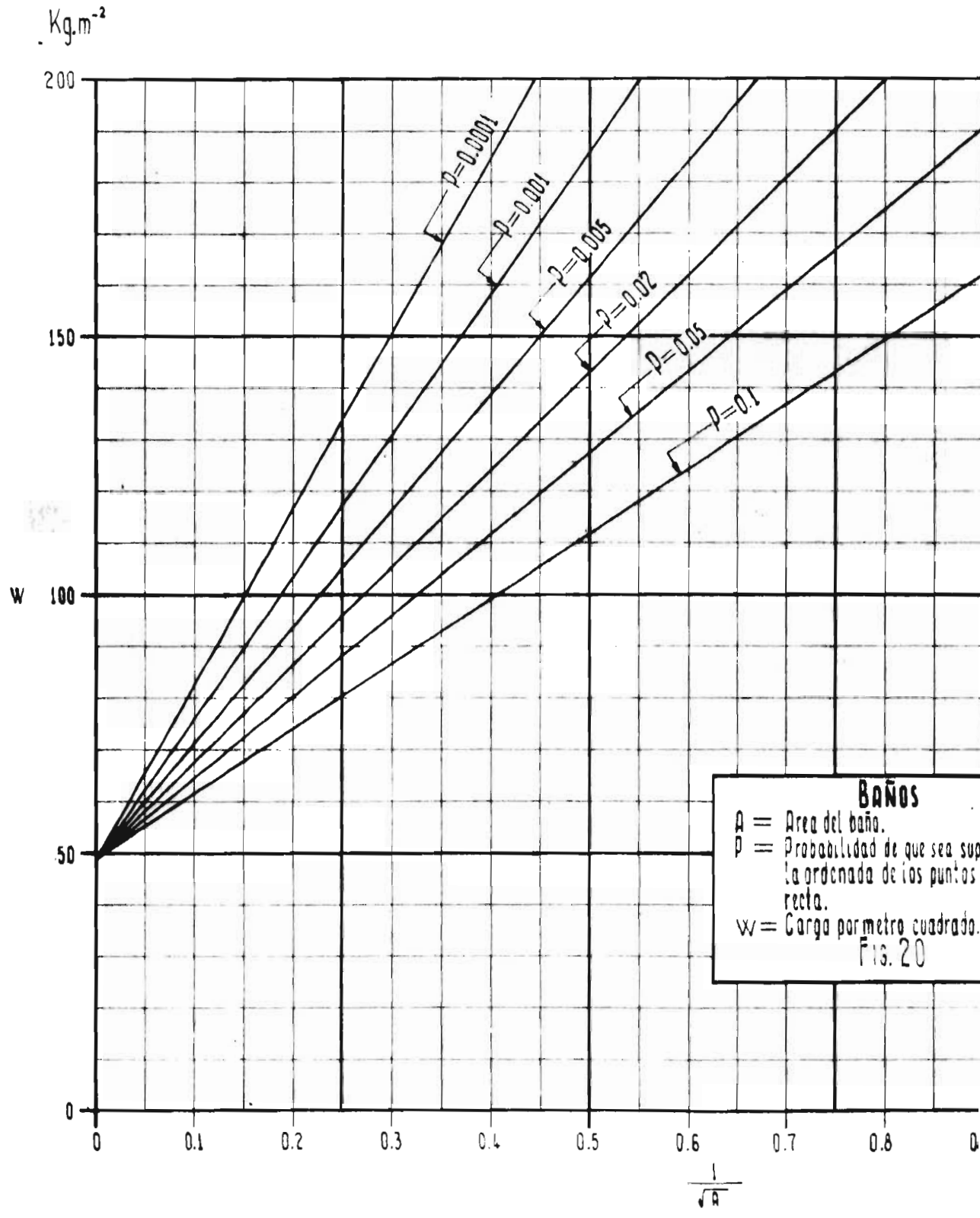
la pendiente es  $\bar{w}f$  y la ordenada al origen  $\bar{w}$ .

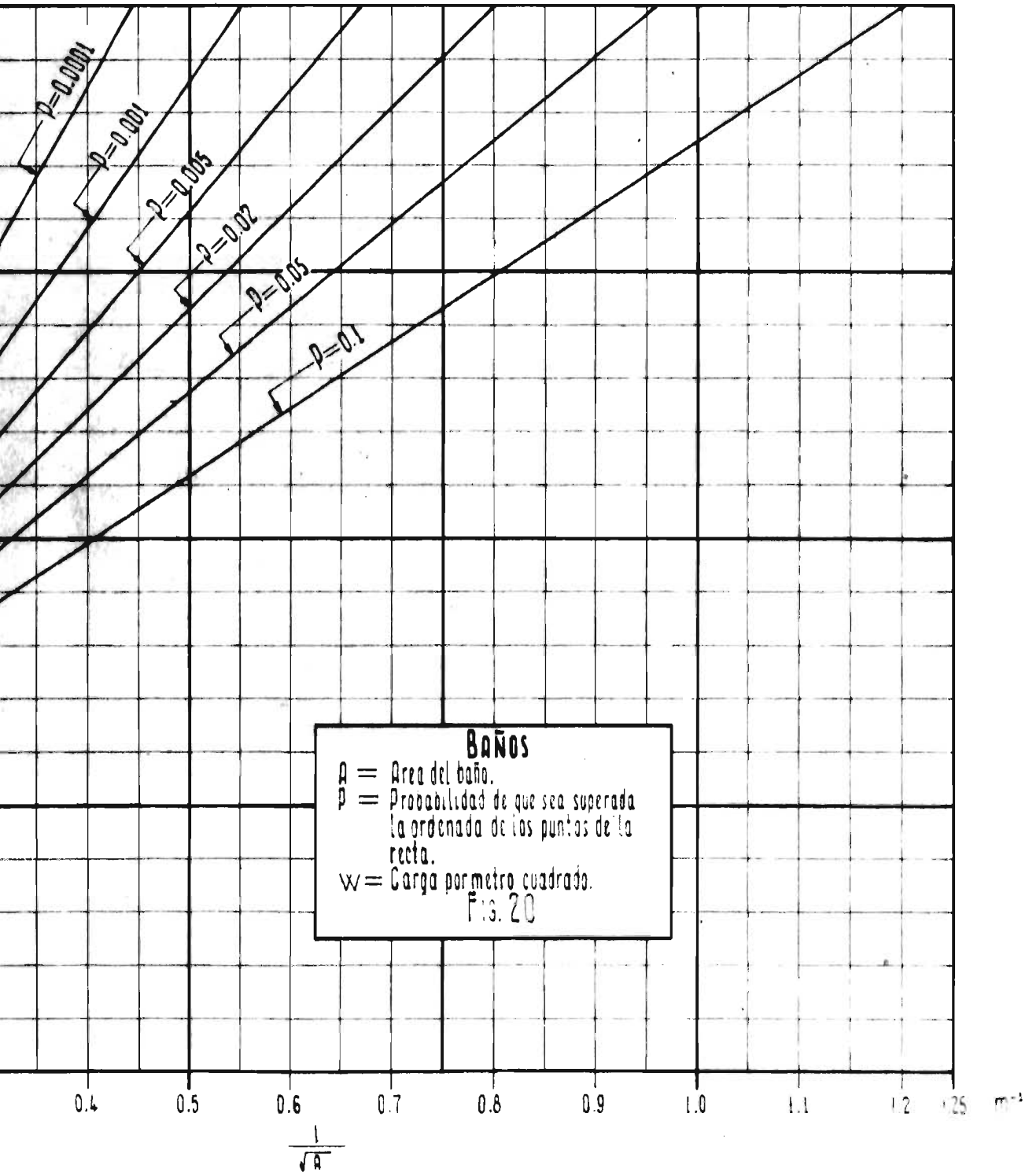
Trazadas las rectas se pueden calcular, en cada caso, el valor de  $\bar{w}$  y el de  $f$ . A cada tipo de habitación corresponde un valor de  $\bar{w}$  y a cada tipo de habitación y valor de la probabilidad P, corresponde un valor de  $f$ .

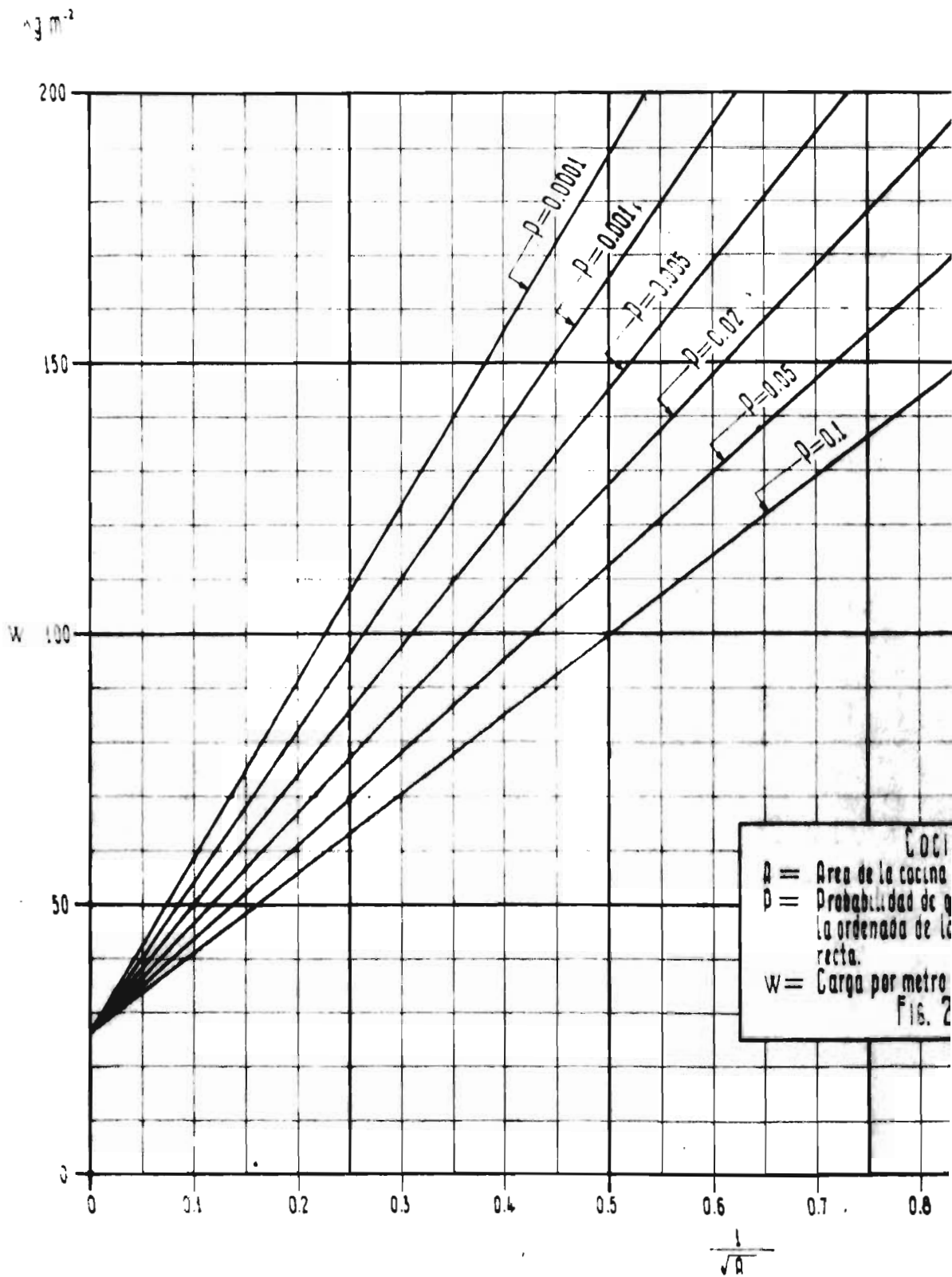
En el cálculo de  $\bar{w}$  y  $f$  se deben seleccionar valores de P, tales que la probabilidad de falla estructural sea del orden de  $10^{-4}$  (influyen en dicha probabilidad los materiales, la mano de obra, etc.). En este trabajo se eligen para P los valores 0.05, 0.02, 0.01 y se obtienen para los parámetros los valores que aparecen tabulados en la fig. 25.

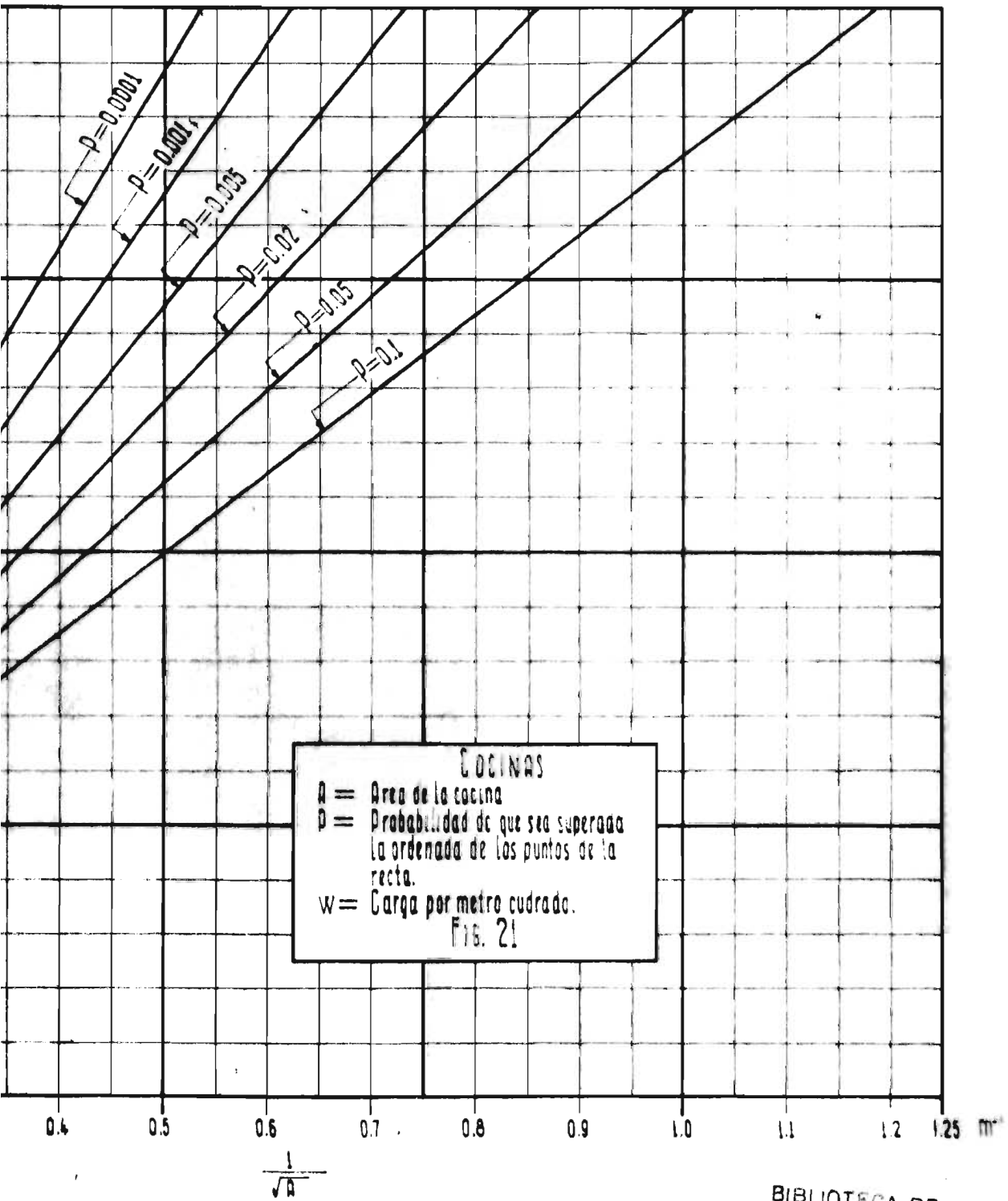






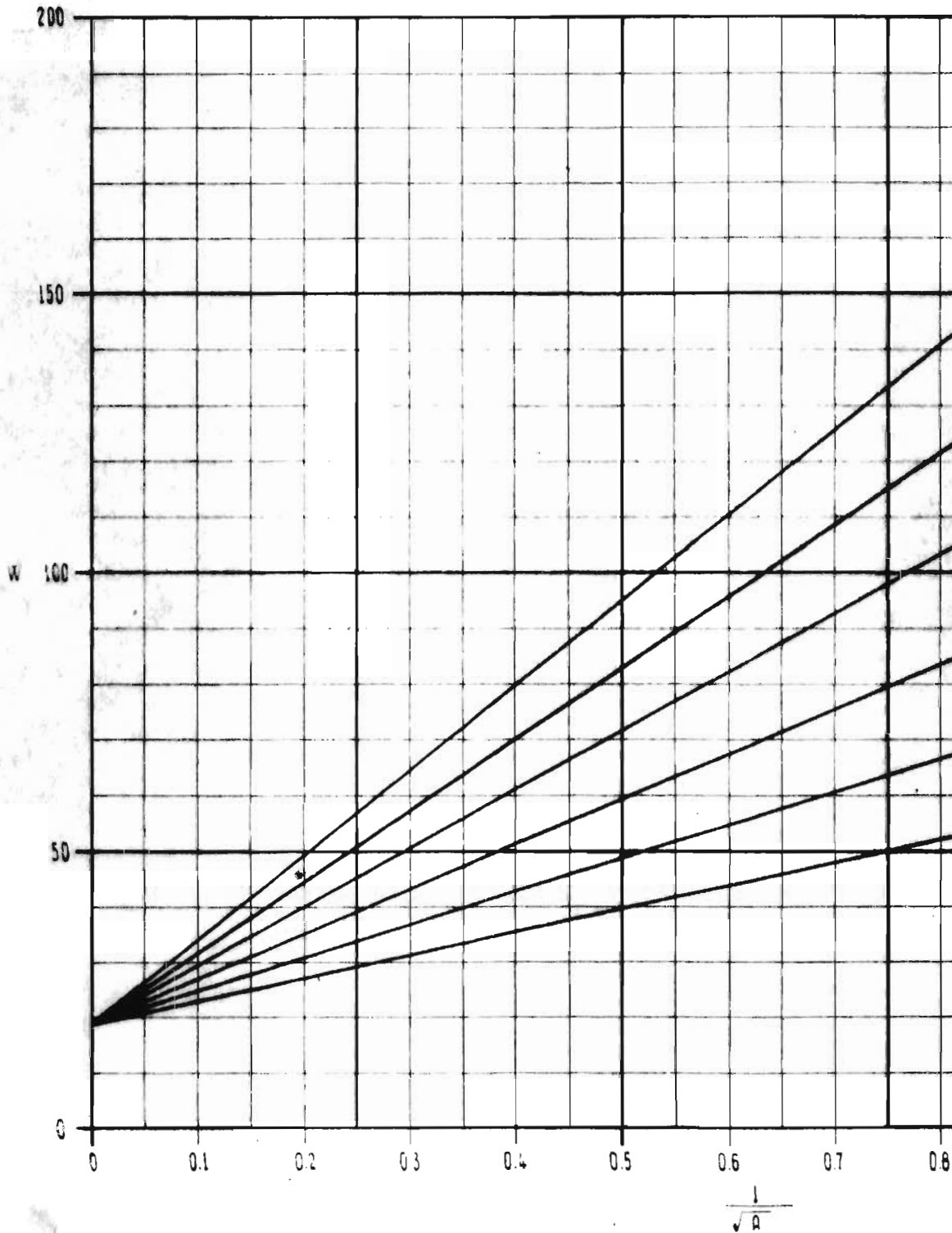




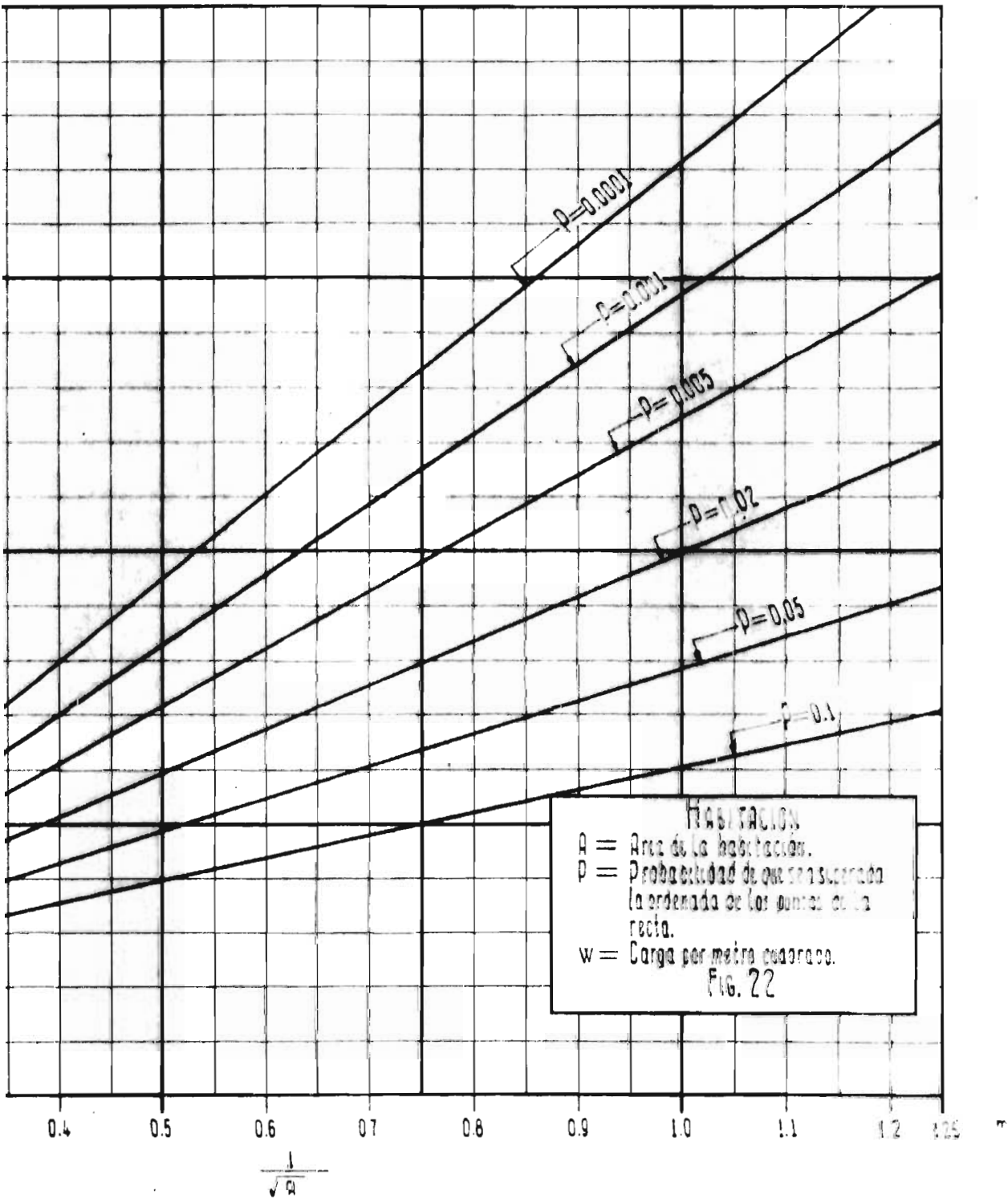


**COCINAS**  
 $A$  = Area de la cocina  
 $P$  = Probabilidad de que sea superada la ordenada de los puntos de la recta.  
 $w$  = Carga por metro cuadrado.  
Fig. 21

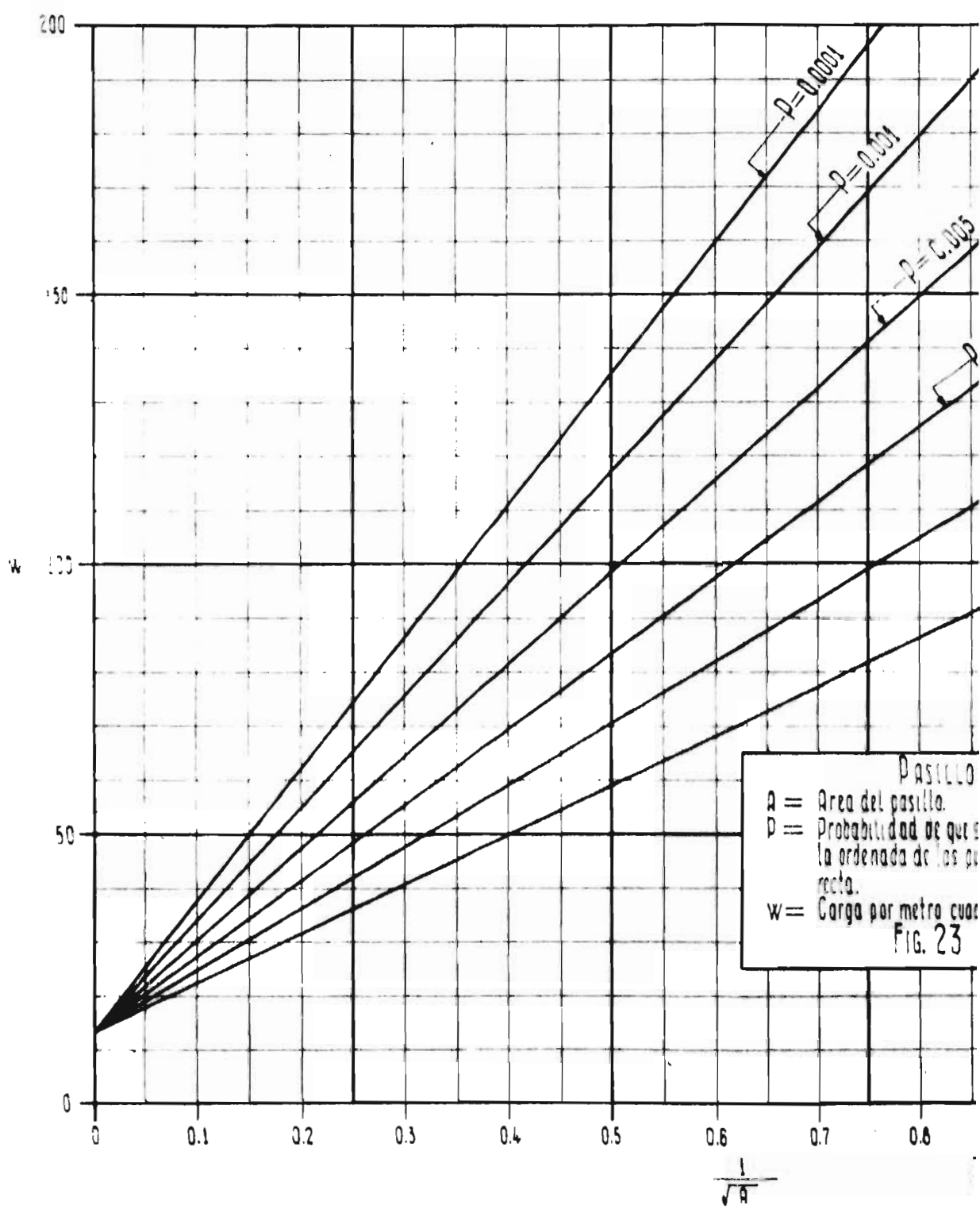
$\text{kg m}^{-2}$

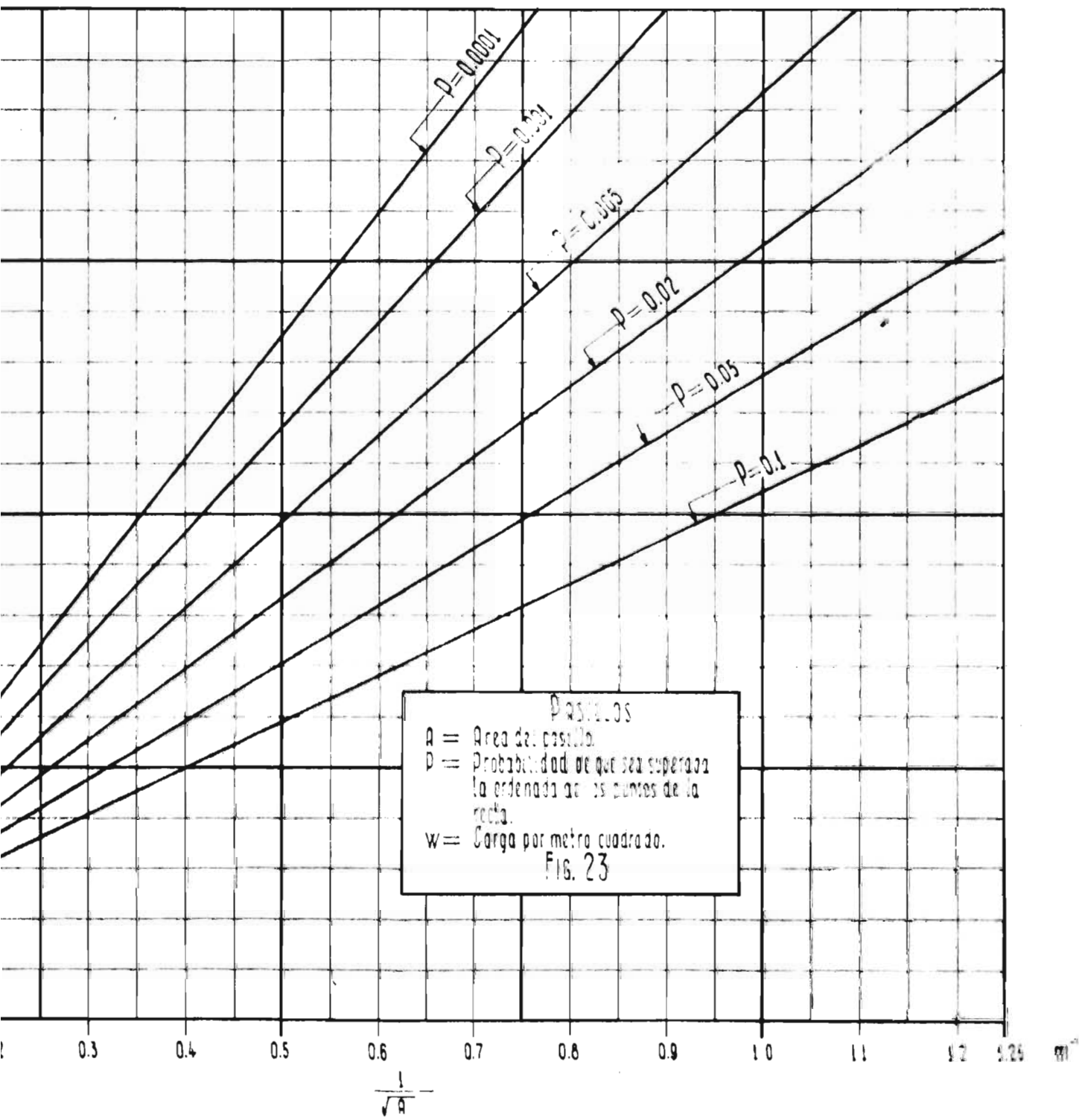




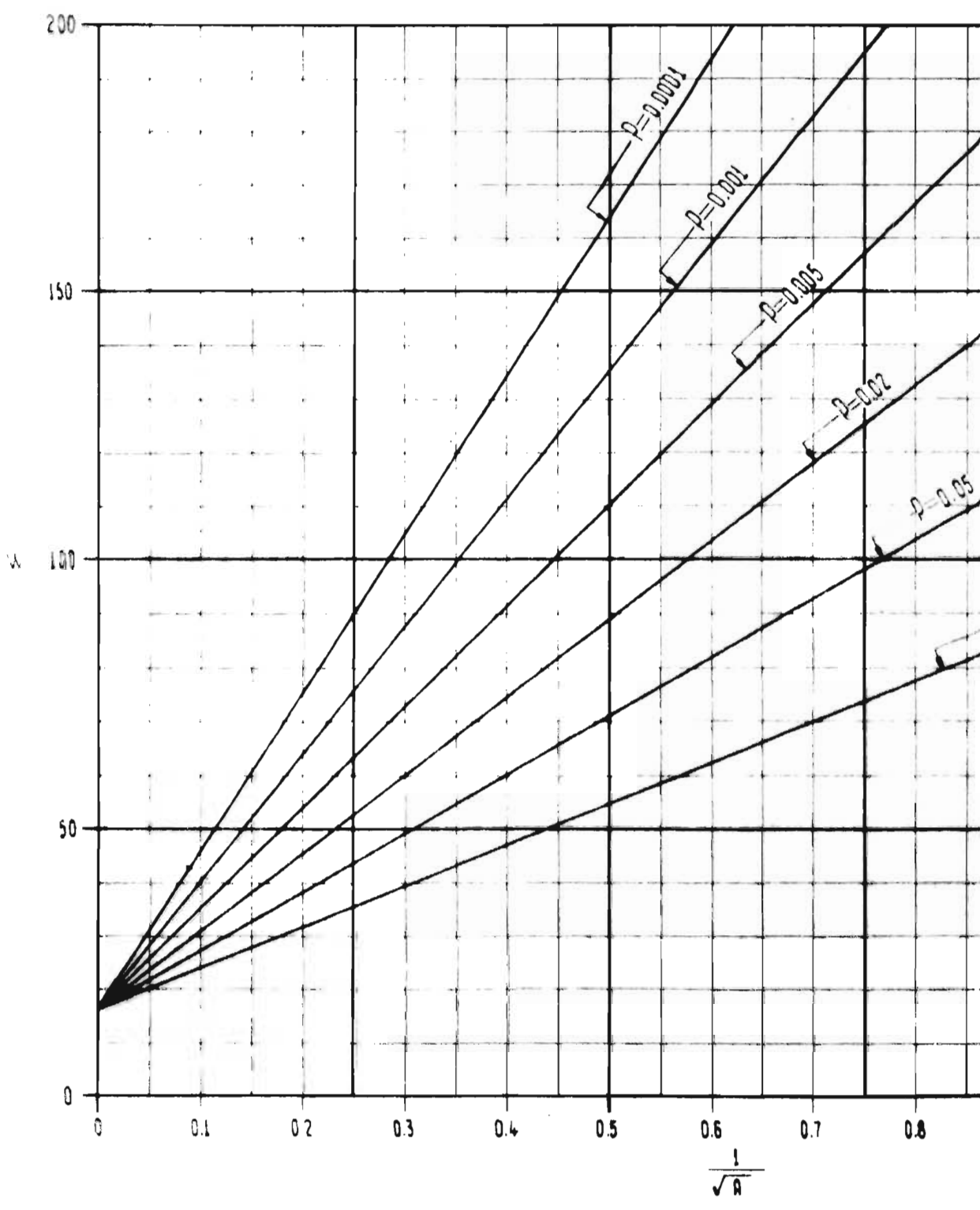


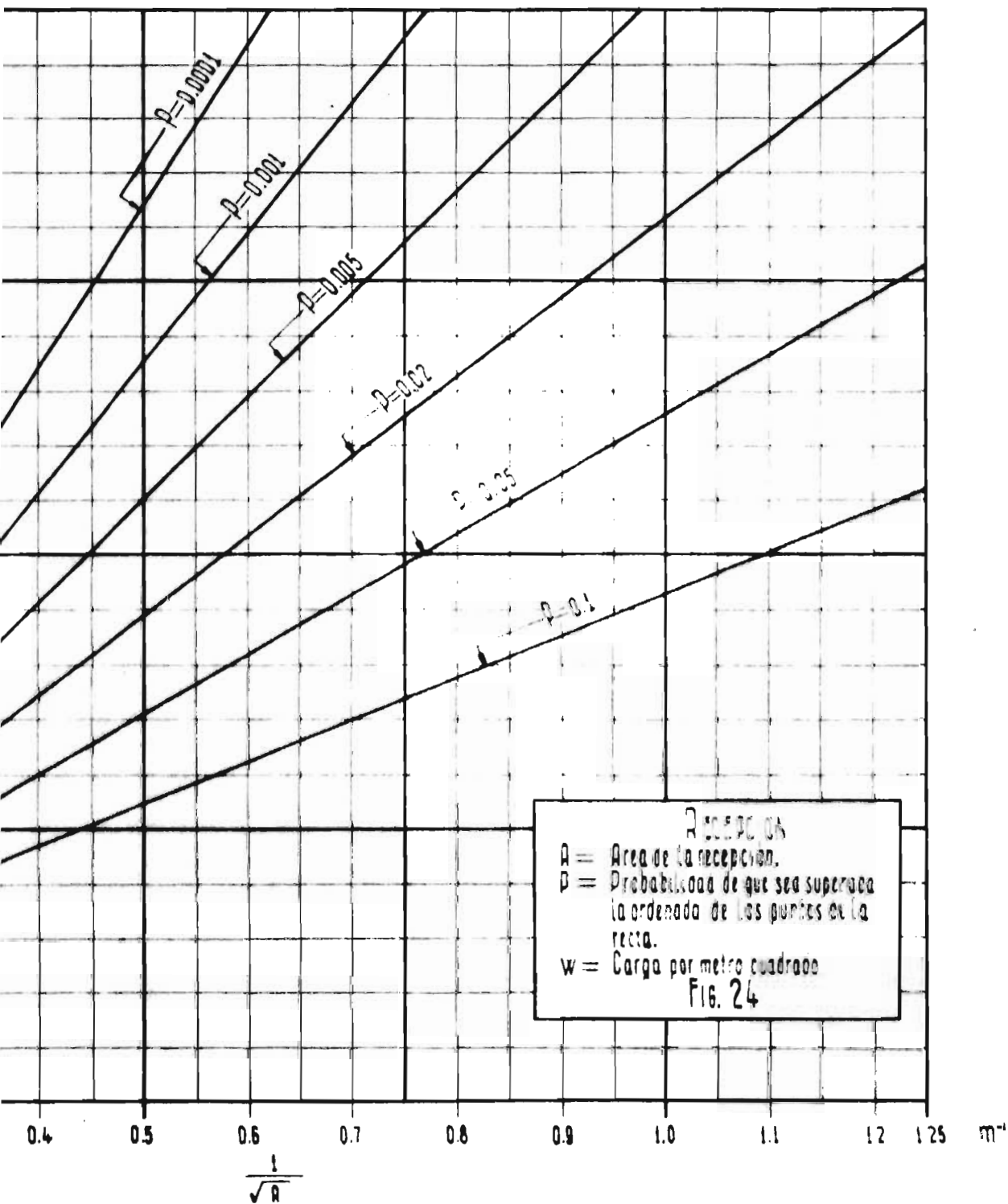
Kg. m<sup>-2</sup>





kg m<sup>-2</sup>





Tipo de la habitación	$\bar{w}$ ( $\frac{kg}{m^2}$ )	f (m)		
		P = 0.05	P = 0.02	P = 0.01
Alacena	37.0	6.4	7.6	8.5
Baño	48.5	3.4	4.1	4.6
Cocina	26.0	5.8	6.7	7.1
Pasillo	13.0	9.2	10.8	12.3
Recámara	18.5	4.3	4.9	5.7
Recepción	16.0	7.2	9.0	10.6

fig. 25. Valores de  $\bar{w}$  y f.

REFERENCIAS

1. Aitken, A.C., "Estadística Matemática", Editorial Dossat, S.A. (Madrid).
2. Areán, F., Tesis Profesional, Escuela Nacional de Ingeniería (México, D.F)
3. Baker, J.F., Horne, M.R., and Heyman, J., "The Steel Skeleton", Cambridge University Press, Vol. II (Cambridge, 1956), págs. 346-368.
4. Baker, A.L.L., "The Ultimate-Load Theory Applied to the Design of Reinforced and Prestressed Concrete Frames", Concrete Publications Limited (London, 1956), págs. 1-7.
5. Barlow, P., "Barlow's Tables", Chemical Publishing Co., Inc. (New York, 1950).
6. Cramér, H., "The Elements of Probability Theory", John Wiley and Sons (New York, 1955).
7. Dunham, J.W., "Design Live Loads in Buildings", Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol. 112 (1947).
8. Dwight, H.B., "Tables of Integrals and Other Mathematical Data", The Macmillan Company (New York, 1957).
9. Feller, W., "An Introduction to Probability Theory and Its Applications" Vol. I, John Wiley and Sons, Inc. (New York, 1957).
10. Fisher, R.A., "Métodos Estadísticos para Investigadores", Aguilar, S.A. (Madrid, 1949).
11. Fisher, R.A., and Yates, F., "Tablas Estadísticas para Investigadores Científicos", Aguilar, S.A., (Madrid, 1949), págs. 54-62.
12. Hald, A., "Statistical Theory with Engineering Applications", John Wiley and Sons, Inc. (New York, 1952).
13. Jeffreys, H., "Scientific Inference", Cambridge University Press, (Cambridge, 1957), págs 1 a 40.
14. Johnson, A.I., "Strength, Safety and Economical Dimensions of Structures", Bulletins of the division of Building Statics and Structural Engineering at the Royal Institute of Technology (Stockholm, 1953), págs. 111-114.

15. Kendall, M.G., "The Advanced Theory of Statistics", Charles Griffin and Co., Vol. II, (London, 1948), págs. 145-151.
16. Kendall, M.G., "The Advanced Theory of Statistics", Charles Griffin and Co., Vol. II, (London, 1948), págs. 175-179.
17. Kendall, M.G., "The Advanced Theory of Statistics", Charles Griffin and Co., Vol. II, (London, 1948), págs. 187-190.
18. Kendall, M.G., "The Advanced Theory of Statistics", Charles Griffin and Co., Vol. II, (London, 1948), págs. 247-256.
19. Kendall, M.G., "The Advanced Theory of Statistics", Charles Griffin and Co., Vol. I, (London, 1948), págs. 249-250.
20. Mann, H.B., "Analysis and Design of Experiments", Dover Publications Inc., (New York, 1949), págs. 2 a 51.
21. Neyman, J., "The Problem of Inductive Inference", Transactions of Symposia in Applied Mathematics. Chicago 1954). Vol. II, págs. 13 a 46.
22. Rosenblueth, E., "Teoría de la Carga Viva en Edificios", Trabajo presentado al IV Congreso Nacional de Ingeniería Civil (México, D.F., 1958).
23. Tippett, L.H.C., "Technological Applications of Statistics", John Wiley and Sons, Inc., (New York, 1950).
24. Yule, G.U., and Kendall, M.G., "Introducción a la Estadística Matemática", Aguilar, S.A. (Madrid, 1954).

BIBLIOTECA DE LA  
DIVISION DEL DOCTORADO