

15. 13



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**DETERMINACION DE LA PERMEABILIDAD VERTICAL  
A PARTIR DE PRUEBAS DE PRESION**

**TESIS PROFESIONAL**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO PETROLERO  
P R E S E N T A

**EMILIO TALAVERA MARTINEZ**

**MEXICO, D. F.**

**1983**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DETERMINACION DE LA PERMEABILIDAD VERTICAL A TRAVES DE  
PRUEBAS DE PRESION

Capítulo 1.- Introducción

Capítulo 2.- La permeabilidad vertical.

2.1.- Generalidades.

2.2.- Importancia de la permeabilidad vertical  
en Ingeniería de Yacimientos.

2.3.- Análisis de las técnicas que se emplean  
para determinar la permeabilidad verti--  
cal.

Capítulo 3.- Condiciones del pozo seleccionado en las --  
pruebas verticales de presión.

3.1.- Requisitos que debe reunir el pozo.

3.2.- Dinámica y arreglo mecánico del pozo.

Capítulo 4.- Pruebas verticales de presión.

4.1.- Generalidades.

4.2.- Factibilidad de la aplicación de una prue  
ba de presión.

4.3.- Etapas en el desarrollo de la prueba

4.3.1.- Estabilización de la presión.

4.3.2.- Inyección o producción.

4.3.3.- Cierre.

#### 4.4.- Prueba de pulsos.

4.4.1.- Técnica de Falade y Brigham.

4.4.2.- Diseño de las pruebas.

4.4.3.- Análisis de las pruebas de pulsos,  
con la técnica de Falade y Brigham.

4.4.4.- Análisis del sistema infinito.

4.4.5.- Análisis del sistema semi-infinito.

4.4.6.- Análisis del sistema finito.

4.4.7.- Técnica de Mirasati.

4.4.7.1.- Efecto de interacción.

4.4.7.2.- Diseño e interpretación de -  
la prueba.

#### 4.5.- Pruebas de interferencia.

4.5.1.- Técnica de Frats.

4.5.1.1.- Características del modelo --  
teórico.

4.5.1.2.- Interpretación de la prueba.

4.5.2.- Técnica de variación inicial.

4.5.2.1.- Interpretación.

4.5.3.- Técnica de Burns.

4.5.3.1.- Desarrollo teórico.

4.5.3.2.- Interpretación.

### Capítulo 5.- Aplicaciones.

5.1.- Diseño de pruebas.

5.1.1.- Ejemplo ilustrativo

5.1.1.1.- Diseño con la técnica de -  
Falade y Brigham.

5.1.1.2.- Diseño con la técnica de -  
Hirasaki.

5.1. - Ejemplos ilustrados de pruebas de  
pulsos.

5.2.- Pruebas de Interferencia.

Capítulo 6.- Conclusiones

Capítulo 7.- Nomenclatura

Capítulo 8.- Bibliografía

Capítulo 9.- Apéndices

9.1.- Apéndice A.- Desarrollo teórico de las\_  
pruebas verticales de pulsos de presión

9.2.- Apéndice B.- Bases teóricas de la técni\_  
ca de Hirasaki

9.2.1.- Desarrollo de las ecuaciones con -  
base a la Fig. 4.10

9.2.2.- Determinación de la permeabilidad\_  
vertical en función del tiempo de\_  
llegada de la máxima respuesta de\_

presión.

9.2.3.- Análisis de la estimación de la permeabilidad horizontal, útil en el diseño de la prueba.

9.2.4.- Desarrollo de las ecuaciones con base a la Fig. 4.11.

9.3.- Apéndice C.- Respuesta de presión para -- tiempos largos.

9.4.- Apéndice D.- Bases teóricas de la Técnica de variación inicial.

9.4.1.- Desarrollo de ecuaciones.

9.4.2.- Extrapolación de la línea tangente - al punto de inflexión cuando se grafica el tiempo sobre una escala lineal.

9.4.3.- Extrapolación de la línea tangente - al punto de inflexión cuando se grafica el tiempo sobre una escala logarítmica.

9.4.4.- Determinación de la permeabilidad -- vertical.

## CAPITULO 1

### INTRODUCCION

El propósito de este trabajo consiste en -- describir las técnicas para determinar la permeabilidad -- vertical a través de las pruebas verticales de presión, -- contribuyendo de esta manera al desarrollo de la Industria Petrolera en el Area de Ingeniería de Refinamientos.

En los últimos treinta años la necesidad de contar con valores precisos de la permeabilidad vertical original de la formación dió lugar al desarrollo de técnicas de análisis que permiten evaluarla, estas técnicas se han desarrollado en base a las pruebas verticales de presión, las cuales generalmente pueden ser: pruebas de pulsos o pruebas de interferencia. Ambas pruebas son similares a las pruebas de pulsos y de interferencia convencionales con la única diferencia de que las pruebas verticales de presión se desarrollan en un solo pozo. Es requisito que el pozo que se elija debe tener como mínimo dos series de perforaciones en la tubería de revestimiento, separadas cierta distancia, una de las perforaciones sirven para pro

## CAPITULO 1

### INTRODUCCION

El propósito de este trabajo consiste en -- describir las técnicas para determinar la permeabilidad -- vertical a través de las pruebas verticales de presión, -- contribuyendo de esta manera al desarrollo de la Industria Petrolera en el Área de Ingeniería de Yacimiento..

En los últimos treinta años la necesidad de contar con valores precisos de la permeabilidad vertical - original de la formación dió lugar al desarrollo de técnicas de análisis que permiten evaluarla, estas técnicas se han desarrollado en base a las pruebas verticales de presión, las cuales generalmente pueden ser: pruebas de pulsos o pruebas de interferencia. Ambas pruebas son similares a las pruebas de pulsos y de interferencia convencionales con la única diferencia de que las pruebas verticales de presión se desarrollan en un solo pozo. Es requisito - que el pozo que se elija debe tener como mínimo dos series de perforaciones en la tubería de revestimiento, separadas cierta distancia, una de las perforaciones sirven para pro

ducir o inyectar fluido (perforaciones de flujo) y la otra para registrar los cambios de presión (perforaciones de observación). No debe de existir comunicación entre ambas series de perforaciones. La detección de los cambios de presión se lleva a cabo con manómetros de muy alta sensibilidad.

La importancia fundamental de las pruebas - verticales de presión es que permiten evaluar con relativa facilidad y exactitud la permeabilidad vertical de la formación, en base al tiempo de prueba. A partir de la información que se obtenga del yacimiento se puede predecir con mayor exactitud el comportamiento del yacimiento y establecer el mecanismo de explotación que permita obtener la recuperación óptima de hidrocarburos bajo determinados gastos de producción, minimizando así los costos. En programas de recuperación secundaria el conocimiento de la permeabilidad vertical es de suma importancia ya que permitirá obtener una alta eficiencia de desplazamiento.

En este trabajo se expone de una manera objetiva y sencilla la aplicación de las pruebas enfocadas\_\_

a la estimación de la permeabilidad vertical, incluyendo -  
el diseño (pruebas de pulsos) y la aplicación de las -  
mismas , así como la teoría en que se fundamentan.

a la estimación de la permeabilidad vertical, incluyendo -  
el diseño (pruebas de pulsos) y la aplicación de las -  
mismas , así como la teoría en que se fundamentan.

## CAPITULO 2

### LA PERMEABILIDAD VERTICAL

#### 2.1.- Generalidades.

La permeabilidad vertical de una formación porosa y permeable se define como, la capacidad que tiene el medio poroso de permitir el flujo vertical de fluido.

Normalmente la permeabilidad vertical de una formación es diferente de la permeabilidad horizontal. Tal efecto de anisotropía es el resultado del ambiente de depósito y a la compactación de los sedimentos después de la depositación. Generalmente la permeabilidad vertical es menor que la permeabilidad horizontal ya que se considera que el flujo de fluidos a través de los espacios comunicados de una formación ocurre paralelamente a los planos de estratificación y un poco en sentido perpendicular.

#### 2.2.- Importancia de la permeabilidad vertical en Ingeniería de Yacimientos.

La estimación de la permeabilidad vertical

en una formación, es que ésta es la influencia dominante - en:

a).- La conificación de agua y gas en un pozo. La Fig.2.1 muestra un pozo terminado en la zona de aceite así como el sentido del flujo que siguen los fluidos a través del medio poroso. La Fig. 2.2 muestra esquemáticamente la conificación de agua y gas después de cierto período de explotación, efecto que es perjudicial en los pozos productores de aceite, ya que provoca una disminución en la producción de aceite y un aumento en la relación gas-aceite o en la producción de agua. Además de la permeabilidad, otro factor muy importante en la conificación de gas o agua es el gasto con que se está produciendo el aceite.

b).- La segregación gravitacional en yacimientos de alto relieve estructural. Este fenómeno se define como la tendencia que siguen los fluidos de distribuirse de acuerdo a su densidad. En ocasiones la cuantificación de la permeabilidad vertical en yacimientos de --- aceite volátil con echados pronunciados y altas presiones de burbujeo en el aceite es de mucha importancia ya que los volúmenes de gas disueltos se pueden aprovechar como un mecanismo de empuje del aceite que se produce al depre

sionarse el yacimiento durante la etapa de explotación. - Este mecanismo se conoce con el nombre de "segregación gravitacional". Para que actúe la segregación del gas disuelto liberado, además de existir buena comunicación vertical en la formación, es indispensable que se tenga pleno control en el gasto de producción, ya que uno de los requisitos en la producción es precisamente que produzcan por segregación del gas disuelto liberado es que el gasto con que se produce el aceite no debe ser mayor al gasto con que se segrega el gas disuelto liberado.

La observación de la Fig. 2.3 permite analizar en forma cualitativa, los trayectorias de las burbujas de gas liberado en un yacimiento, así como las fuerzas que actúan sobre las mismas; dichas fuerzas son:

1).- El peso de la burbuja de gas --  
( $F_g$ ).

2).- El empuje debido a la diferencia de densidades entre el gas y el aceite ( $F_e$ ).

3).- La fuerza debida al gradiente de

presión (Fp).

El gradiente de presión es menor entre mayor es la distancia al pozo, así la burbuja 1 en la Fig. 2.3 cuyo diagrama de cuerpo libre se presenta en la misma figura, tiende a ascender, pero su movimiento predominante es hacia el pozo; sin embargo, en la burbuja 2, de acuerdo a su diagrama de cuerpo libre, la resultante de las fuerzas tiende a incorporarla a un casquete que se desarrolla en la parte superior del yacimiento, en vez de desplazarse hacia el pozo.

c).- El flujo cruzado en capas estratificadas en proyectos de recuperación secundaria, Fig. 2.4. La eficiencia de barrido del aceite en un medio poroso depende mucho de la eficacia con que se logre desplazar el fluido desplazante tanto horizontal como verticalmente, de ahí que el conocimiento de la permeabilidad vertical sea un factor decisivo para el éxito de la operación.

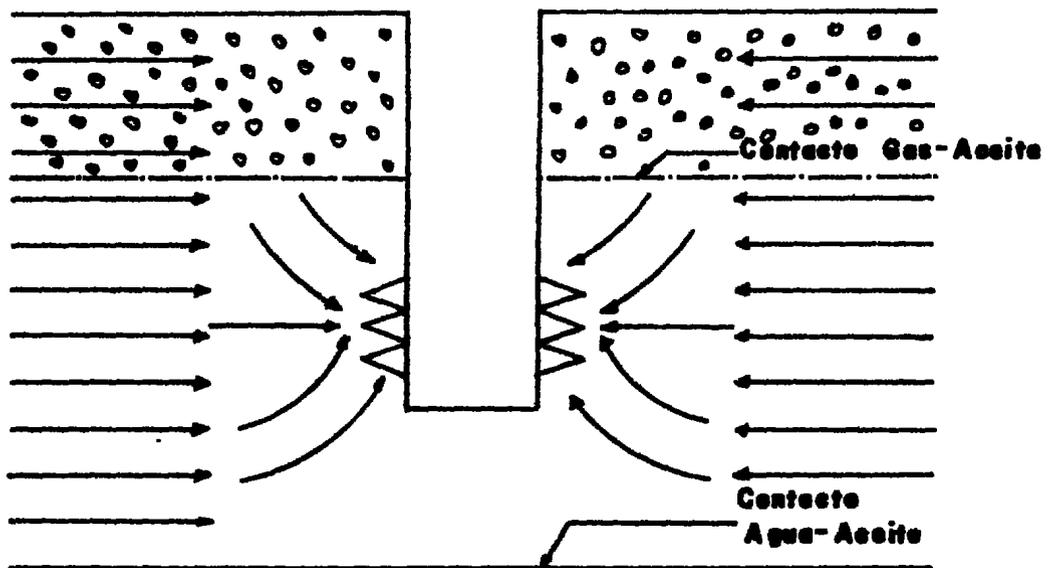
### 2.3.- Análisis de las técnicas que se emplean para determinar la permeabilidad vertical.

Con frecuencia es necesario conocer la permeabilidad vertical de la formación para planear el desarrollo del yacimiento bajo diferentes alternativas de producción que nos permitan obtener la mayor recuperación al menor costo posible. Las maneras en que puede determinarse son las siguientes:

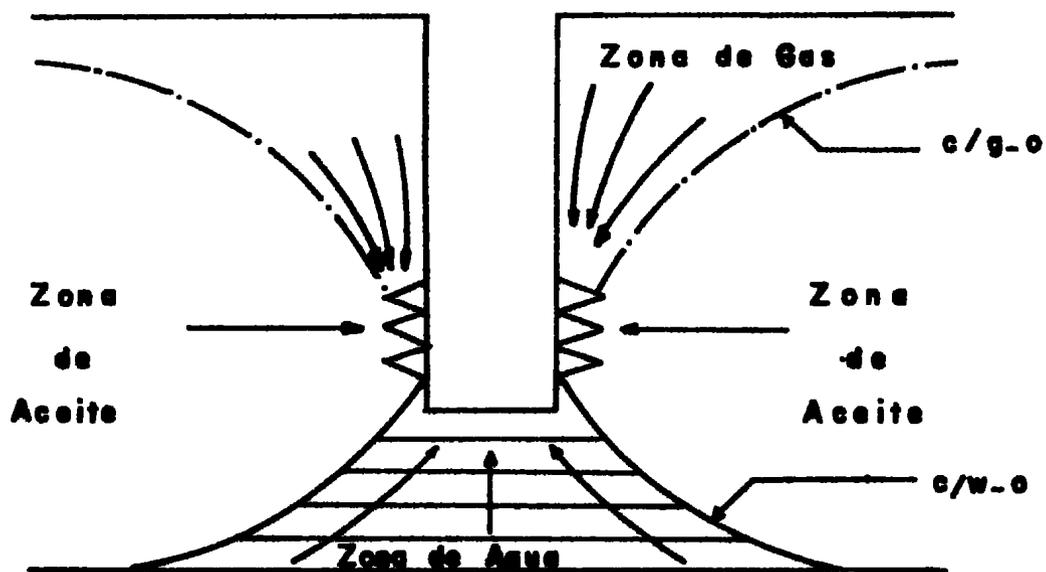
1).- Midiéndola sobre muestras recuperadas de una formación durante la perforación del pozo. Esta forma de obtenerla ofrece la desventaja de que el valor que se obtiene de ésta es poco representativo de la formación ya que las muestras sobre las que se hacen las mediciones son muy pequeñas. Otro inconveniente que presenta esta técnica es el hecho de que las muestras utilizadas para efectuar las mediciones de la permeabilidad por lo general no se encuentran a las condiciones de fondo; por tanto, el valor que se obtiene no es representativo de las condiciones originales. Otra limitación surge al considerar que el muestreo se lleva a cabo bajo condiciones estáticas de flujo lo cual altera el valor de la permeabilidad vertical, ya que no toma en cuenta los cambios de permeabilidad provocados por el depresionamiento del yaci

miento durante la etapa de producción.

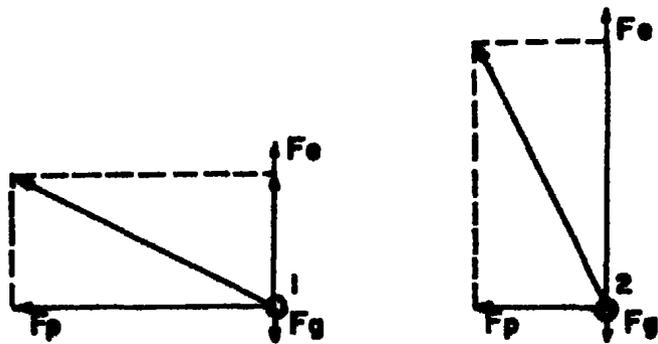
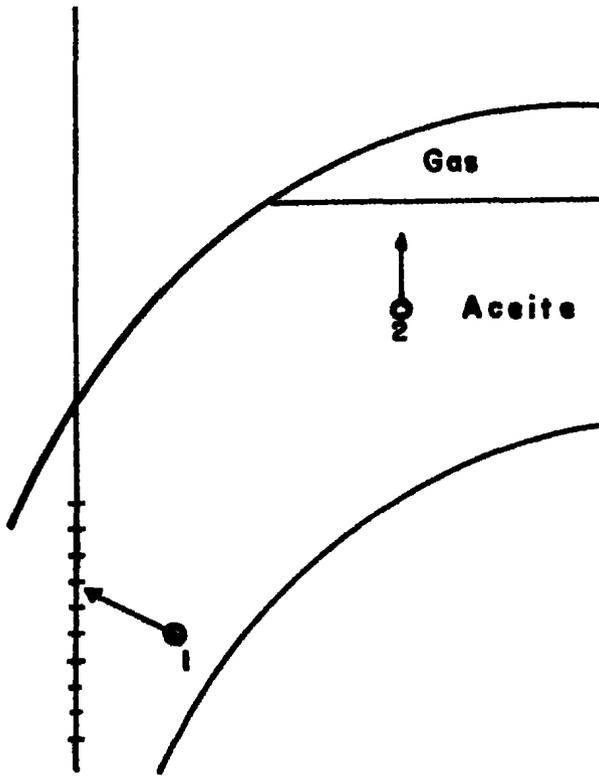
2).- A partir de pruebas de presión verticales. Esta técnica tiene la ventaja de que el desarrollo de la prueba se realiza bajo condiciones dinámicas de flujo y los valores que se obtienen de la permeabilidad vertical a partir de los resultados de las pruebas son representativos de la formación, ya que el radio de análisis - en el estrato probado tanto vertical como horizontalmente es lo suficiente grande.



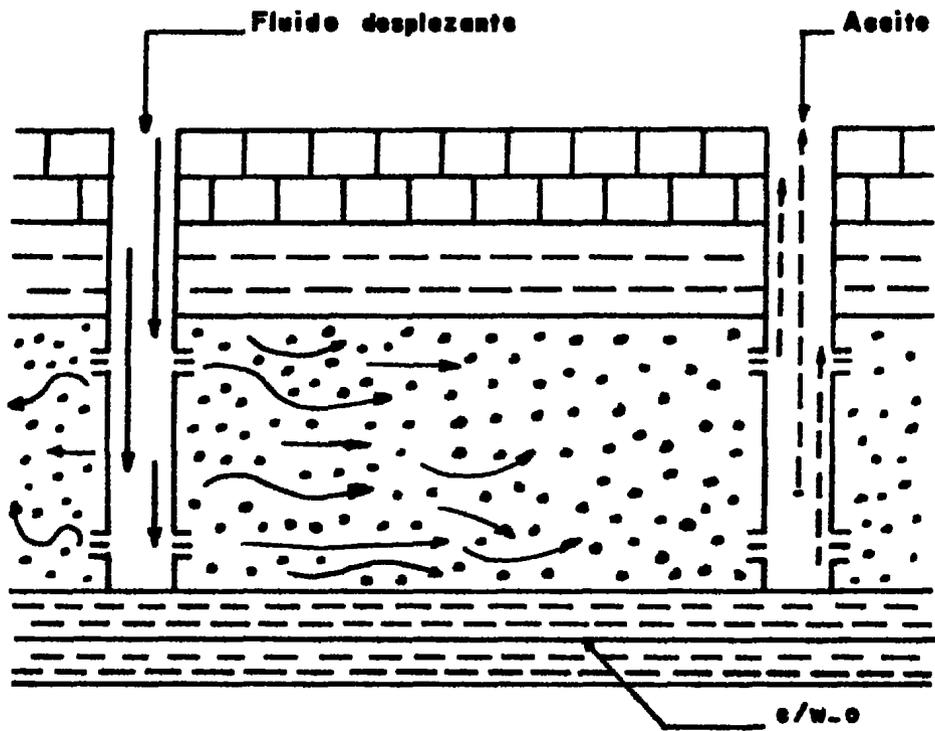
**Fig. 2.1. Distribución y sentido del flujo de los fluidos en el yacimiento.**



**Fig. 2.2. Cenificación de agua y gas en el pozo.**



**Fig. 2.3. Representación de la tendencia de las burbujas de gas de acuerdo a las fuerzas que actúan sobre ella.**



- ┌┴┐ Celizo
- ⋮⋮⋮ Arena
- Lutite

Fig. 2.4. Flujo cruzado en una capa arenosa estratificada.

## CAPITULO 3

### CONDICIONES DEL POZO SELECCIONADO EN LAS PRUEBAS VERTICALES DE PRESION.

#### 3.1.- Requisitos que debe reunir el pozo.

Las pruebas verticales de presión se llevan a cabo en un solo pozo, el cual debe reunir una serie de características que se enuncian a continuación:

1).- Debe tener cementada una tubería de revestimiento a lo largo del intervalo de producción.

2).- No debe existir comunicación entre la formación y el pozo o sea que la tubería de revestimiento no debe estar dañada.

3).- Debe tener dos o más series de perfo-

raciones en la tubería de revestimiento, una de ellas se utiliza para producir (inyectar) fluido a través de ellas y la otra para medir la respuesta de presión.

4).- Los intervalos de inyección y medición deben ser cortos comparados con la distancia que existe entre ellos, probablemente un 10% o menos sea suficiente.

5).- La distancia entre el intervalo de medición de la presión y el intervalo de producción (inyección) debe ser del orden de 25 veces el producto del radio del pozo por la relación entre la permeabilidad vertical y la permeabilidad horizontal:  $25 r_w (k_v/k_h)$ .

6).- El pozo elegido debe estabilizarse si se trata de un pozo productor de aceite con muy poco gas libre.

7).- Los intervalos analizados no deben --  
contener los contactos entre fluidos.

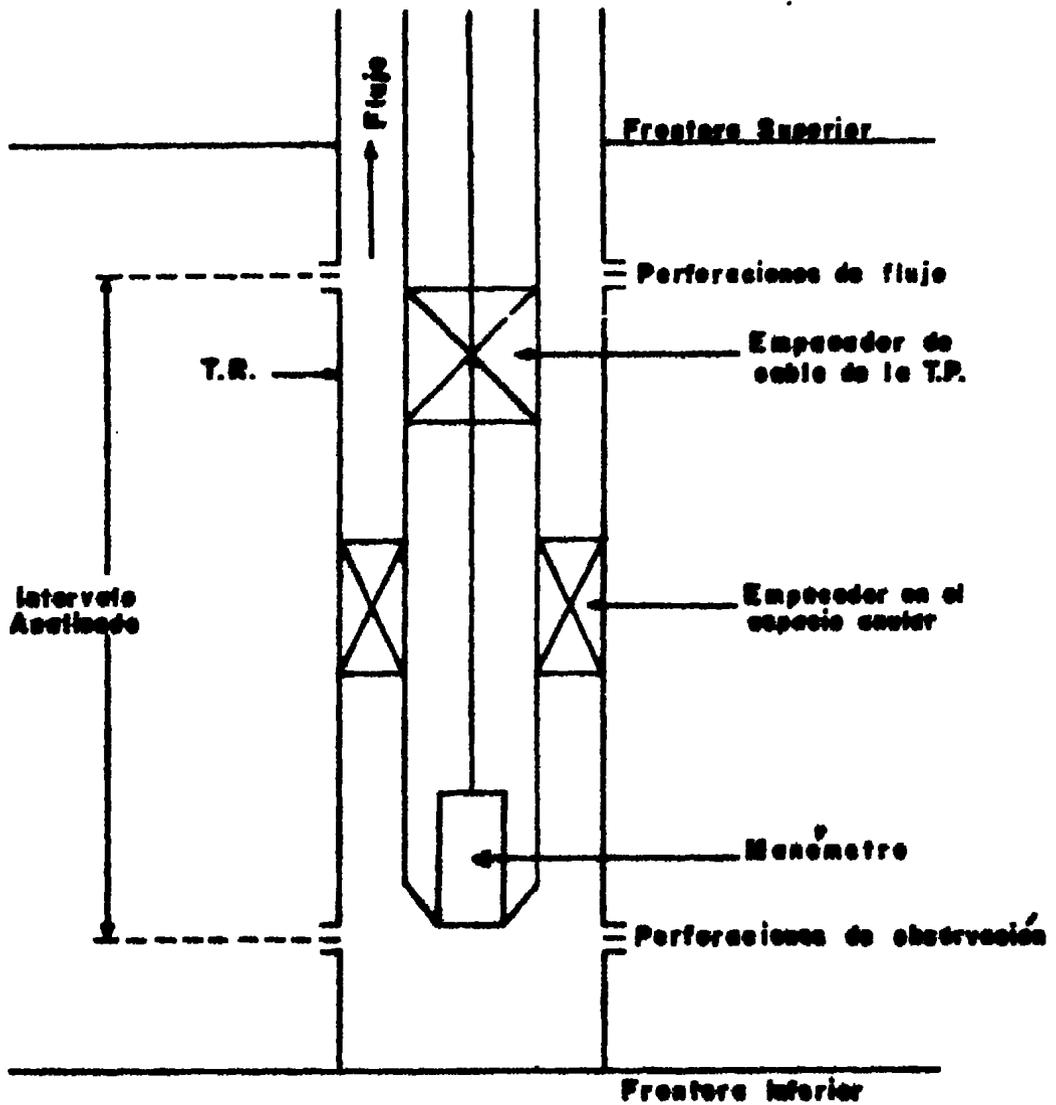
8).- El gasto de inyección o producción en  
las perforaciones de flujo debe ser -  
constante durante el período de flujo  
y tan alto como sea posible sin dañar  
o fracturar la formación.

Está claro que el primer requisito excluye  
los pozos que fueron terminados en agujero abierto. La se-  
gunda limitación excluye la aplicación de las pruebas de\_  
presión en intervalos empacados con grava (los cuales son  
intervenidos debido a la alta producción de arenas no con-  
solidadas o a calizas); también se excluye a los pozos --  
con pobre cementación en las tuberías de revestimiento. -  
La tercera, impide la ejecución del método a pozos que no  
tengan por lo menos dos series de perforaciones en el in-  
tervalo por analizar, este problema puede resolverse si -  
se perfora un nuevo intervalo en la T.R, ésto debe estar\_  
de acuerdo a un análisis técnico-económico para decidir -  
si conviene perforar un nuevo intervalo . La cuarta limi-  
tante excluye a los pozos perforados extensamente sobre -  
el intervalo de producción o sea que la longitud del área  
perforada no debe ser grande, este problema puede resol--

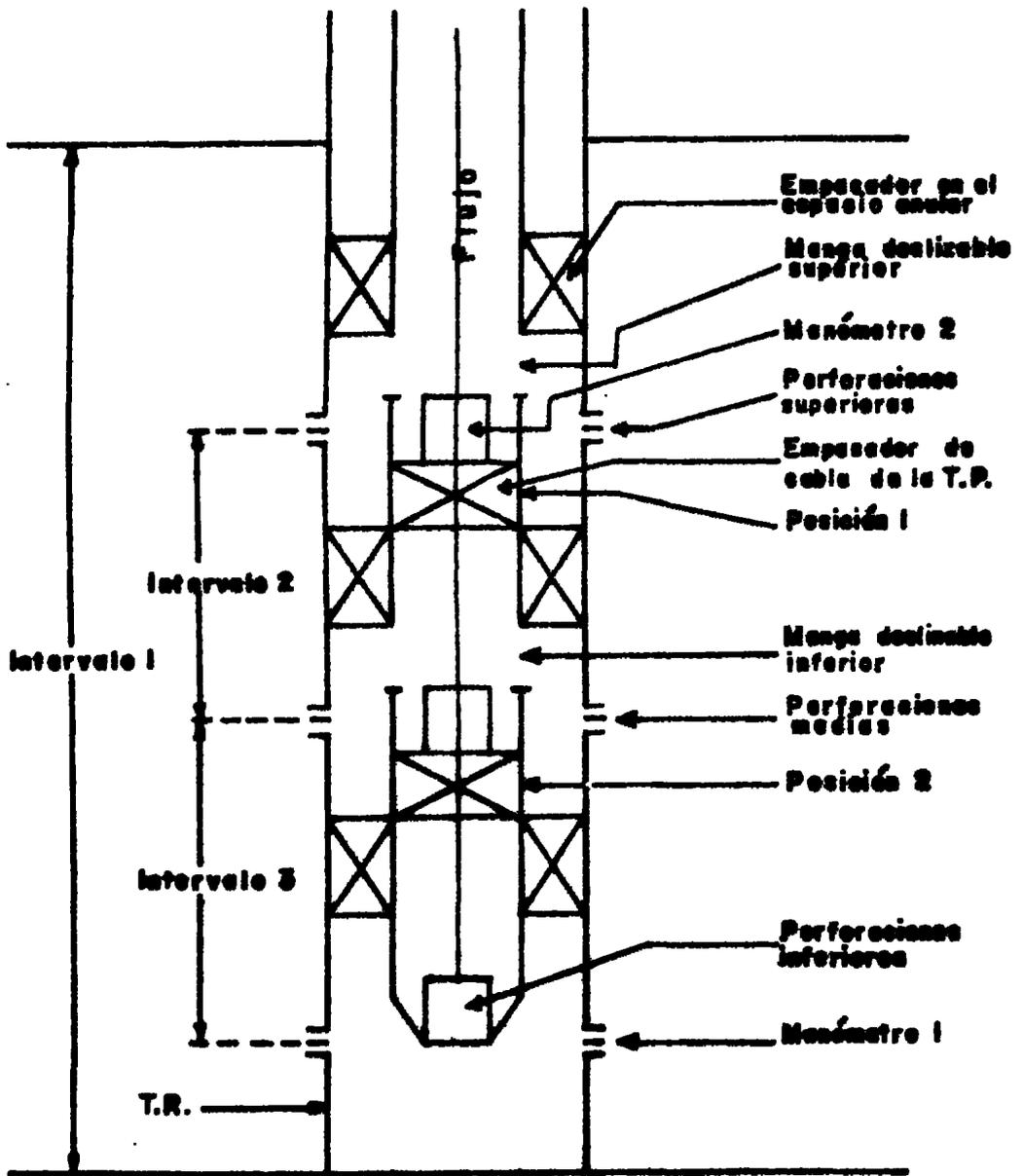
verse sellando temporalmente parte del área perforada que se va a utilizar en la prueba mediante el uso de empaques inflables. La quinta limitación no es tan seria cuando se tiene una estimación del valor de la permeabilidad vertical y horizontal. Sin embargo, en la práctica la relación de  $(k_v/k_h)$  no es probable que exceda a 1, así la restricción podría ser reemplazada diciendo que la distancia entre el intervalo de medición y producción no debe ser mayor que 25 veces el radio del pozo ( $25 r_w$ ). La distancia crítica es solamente 9 pies cuando se perfora con una barrena de 9 pulgadas, dado que normalmente la permeabilidad vertical se mide sobre una distancia significativa, la distancia crítica 9 pies puede no ser una limitación - excepto en arenas muy compactas en donde sería muy difícil medir los cambios de presión. La sexta limitación excluye los pozos de gas ya que la estabilización de éstos llevaría semanas quizás meses. La séptima excluye la aplicación de las pruebas a los intervalos que contengan los contactos de fluidos, ya que una respuesta de presión reflejaría principalmente las bajas permeabilidades relativas de los fluidos en lugar de la permeabilidad de la roca saturada por un solo fluido. La octava condición limita el flujo de fluidos a gastos que dañen el medio poroso.

### 3.2.- Dinámica y arreglo mecánico del pozo.

Las pruebas verticales de presión pueden -  
llevarse a cabo con diversos arreglos alternados de equi-  
po de fondo, dos arreglos útiles se ilustran esquemática-  
mente en las Figs. 3.1 y 3.2. La Fig. 3.1 describe la ---  
prueba en un solo intervalo con flujo en el espacio anu-  
lar, las perforaciones de flujo están aisladas de las per-  
foraciones de observación por dos empacadores, uno en el\_  
espacio anular (espacio entre la T.R. y la tubería de pro-  
ducción), y el empacador de cable colocado arriba del me-  
didor de presión dentro de la tubería de producción elimi-  
na la respuesta de presión causada por la columna hidros-  
tática del fluido dentro de la tubería de producción. La\_  
Fig. 3.2 ilustra una prueba múltiple en el mismo pozo por  
medio del uso de mangas deslizables en la tubería de pro-  
ducción. El intervalo 1 y 2 puede ser analizado fluyendo\_  
el pozo por las perforaciones superiores. El intervalo 3\_  
puede ser analizado, cerrando la manga deslizable supe-  
rior, desplazando el empacador de cable y el manómetro 2\_  
en el interior de la tubería de producción de la posición  
1 a la posición 2 y fluyendo las perforaciones medias a -  
través de la manga deslizable inferior.



**Fig. 3.1. Arreglo del equipo de fondo para una prueba de presión en un solo intervalo**



**Fig. 3.2. Arreglo del equipo de fondo para una prueba múltiple de presión**

## CAPITULO 4

### PRUEBAS VERTICALES DE PRESION

#### 4.1.- Generalidades.

Las pruebas verticales de presión son técnicas que permiten evaluar la permeabilidad vertical de la formación a partir de un análisis de variación de presión\_ registrado durante el desarrollo de la prueba por medio de un manómetro de alta sensibilidad. De acuerdo a la manera\_ en que se llevan a cabo estas pruebas pueden dividirse en:

a).- Pruebas de pulsos

b).- Pruebas de interferencia

En cada una de estas pruebas existen dife-- rentes técnicas de interpretación, las cuáles dependen --- principalmente del sistema de flujo empleado, del tipo de\_ yacimiento en donde se lleva a cabo la prueba (finito, se-

mi-infinito, infinito), de la posición de las perforaciones de flujo y observación con respecto a las fronteras horizontales del yacimiento y de la variación de la presión con respecto a los tiempos de flujo y cierre ( en la prueba que lo requiera ).

#### 4.2.- Factibilidad de la aplicación de una prueba de presión.

Un aspecto muy importante en las pruebas -- verticales de presión consiste en determinar las condiciones bajo las cuales es posible que se realice, para lo --- cual es necesario contar con la siguiente información:

1).- Profundidad y espesor de la formación.

2).- Localización de todas las series de -- perforaciones relativas a las fronte-- ras horizontales del yacimiento.

3).- Posición y espesores de cualquier ba--

rrera de lutita o de una zona impermeable.

4).- Posición de los contactos entre fluidos en el área.

5).- Distancias desde el pozo a las fronteras próximas al campo o a las fallas que pudieran existir.

6).- Dimensiones de la tubería de producción y tuberías de revestimiento.

7).- Gastos de flujo máximos que se pueden alcanzar en las perforaciones de flujo.

8).- Temperatura y presión de fondo.

9).- Presión de fractura.

10).- Estimación de la permeabilidad vertical y horizontal.

11).- Porosidad.

12).- Viscosidad del fluido.

13).- Compresibilidad del fluido y roca.

14).- Factor volumétrico del fluido de la formación.

El comportamiento de la presión esperada podría calcularse para un número de posibles combinaciones de permeabilidades, propiedades roca-fluido, gastos de flujo y posiciones de las perforaciones de producción (inyección) y observación. La forma y dimensión de la respuesta de presión en las perforaciones de observación determina si la prueba es factible, y, si lo es, también indica el tipo de medidor de presión que puede utilizarse en base a la máxima caída de presión que se espera ocurra durante el flujo de fluidos, además de la duración de la prueba. Una

prueba es factible si:

a).- La respuesta de presión estimada, después de 6 a 12 horas de flujo, es 10 veces menor que la sensibilidad del manómetro que se espera utilizar, si no se cuenta con manómetros de alta sensibilidad que den este rango de sensibilidad, no es posible detectar los mínimos cambios de presión, después de haber transcurrido determinado período de tiempo durante el desarrollo de la prueba.

b).- Es necesario tener los cambios de presión en tiempos cortos. En ocasiones es muy difícil obtenerlos ya que la respuesta de presión no es probable que ocurra rápidamente y para poder registrarlos se necesitan medidores de presión de muy alta sensibilidad. Esta y la anterior condición son limitaciones de tipo tecnológico.

Cualquier medidor que se encuentre dentro de los requisitos que establezca un análisis del diseño de la prueba, además de las consideraciones normales de presión, temperatura, dimensiones y costo, podría ser utilizado. Obviamente los medidores con mayor sensibilidad -

tienen mayor aplicación en las pruebas de presión desarrolladas en yacimientos de baja permeabilidad vertical. Se recomienda utilizar dos medidores colocados uno tras otro para asegurar la precisión de la presión medida.

#### 4.3.- Etapas en el desarrollo de la prueba.

Después de colocar el equipo dentro del pozo, un procedimiento típico de la prueba podría ser el siguiente:

##### 4.3.1.- Estabilización de la presión.

Una vez que se han colocado los empaques y medidores de presión se debe de permitir que se alcance la estabilización de la presión, cerrando el agujero por un período de tiempo, como mínimo la mitad del período de flujo de la prueba. Para facilitar la interpretación de la prueba, la presión podría permanecer constante o cambiar linealmente durante el período de estabilización.

#### 4.3.2.- Inyección o producción.

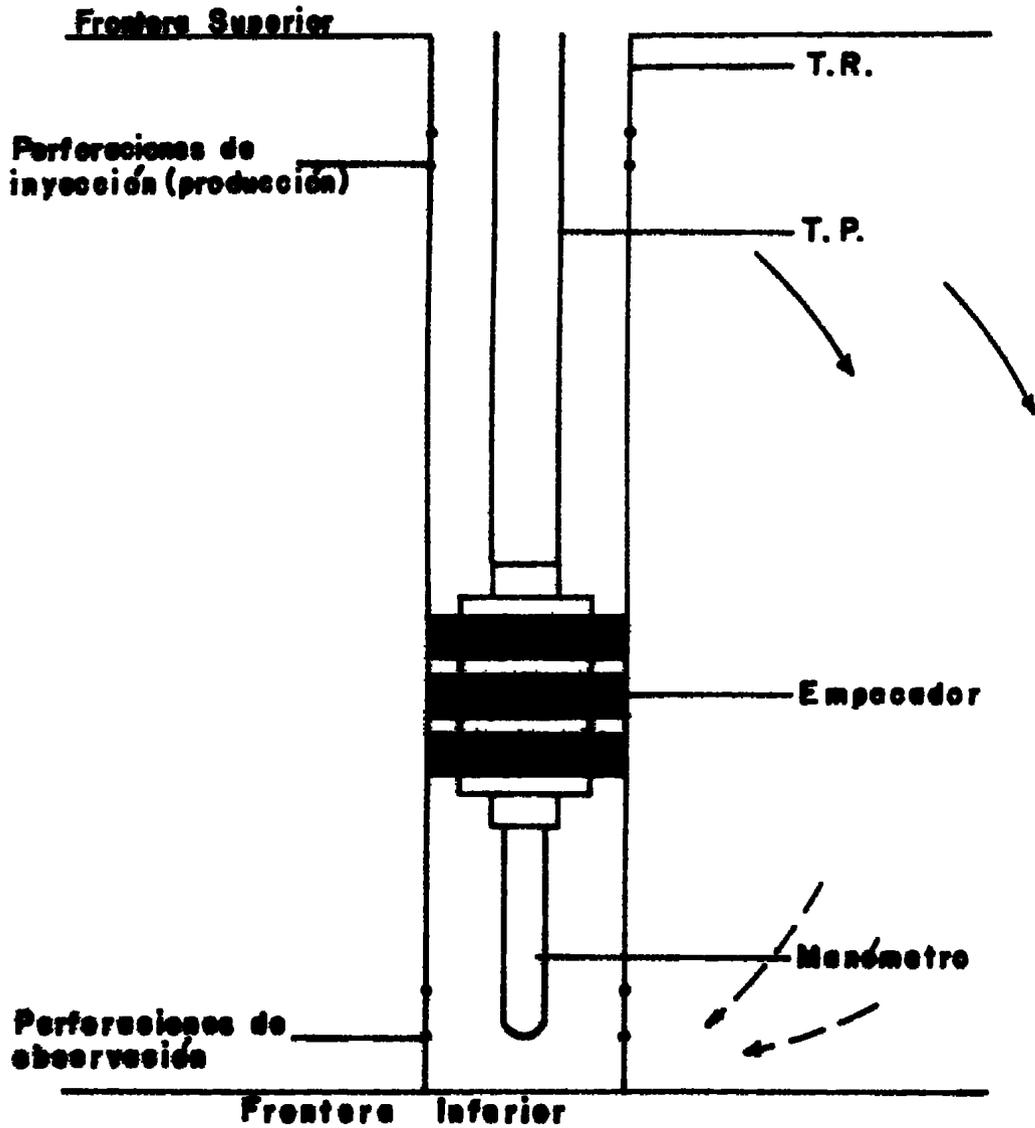
Después del período de estabilización, se empieza la inyección o producción del fluido a través de las perforaciones de flujo como se muestra en la Fig. ---

4.1. El gasto es constante sobre el período de flujo, siendo tan alto como práctico pueda ser. El flujo debe estabilizarse lo más posible con la ayuda de un manómetro. Durante la inyección (producción) se van registrando los cambios de presión que tienen lugar en esta etapa debido al flujo de fluidos; estos valores son utilizados en la etapa de interpretación de la prueba.

#### 4.3.3.- Cierre.

Cuando ha transcurrido el período de flujo predicho, el pozo es cerrado durante un período de tiempo como mínimo el 20 % del tiempo que duró el flujo. En las pruebas de pulsos el cierre es necesario, ya que a partir de los pulsos se obtienen las propiedades del yacimiento. En las pruebas de interferencia, el comportamiento de la presión durante el período de cierre sirve como una comprobación al comportamiento de la respuesta de presión del período de flujo. Las perforaciones de flujo pueden -

ser pulsadas fluyendo alternadamente por cierto período\_ y cerrándolo para otro. La pulsación puede algunas veces\_ demostrar comunicación a través de la T.R; entonces las - pulsaciones proporcionan un diagnóstico de la respuesta - de presión, ya que una curva de respuesta de presión obte\_ nida durante el período de flujo debe ser similar a la -- que se obtenga durante el período de cierre, si es así, - entonces puede concluirse que la respuesta de presión es característica de la naturaleza del yacimiento probado, y, si no, la respuesta puede deberse a la presencia de algu- na ruptura de la T.R o alguna discordancia o falla en la\_ formación.



**Fig. 4.1. Arreglo del pozo para una prueba vertical de presión**

#### 4.4.- Prueba de pulsos.

Las pruebas de pulsos constituyen una manera de obtener información, necesaria para evaluar las propiedades del yacimiento, tales como la difusividad  $(k/\mu c_t)$ , la transmisibilidad  $(kh/\mu)$ , etc. Estas pruebas consisten en producir (inyectar) el pozo por períodos alternados, seguidos por períodos de cierre. En algunas técnicas de análisis los tiempos de cierre son diferentes a los tiempos de producción (inyección), mientras que en otras es condición suficiente y necesaria el que estos tiempos de producción (inyección) sean iguales. Durante el desarrollo de las pruebas se van registrando los cambios de presión debido a los períodos de producción (inyección) y cierre por medio de un manómetro de alta sensibilidad. El comportamiento de la respuesta de presión refleja indirectamente la naturaleza del yacimiento y a partir de este comportamiento se obtiene la permeabilidad vertical. La pulsación a la que se somete el yacimiento se hace repetidamente dependiendo de la magnitud del intervalo analizado y de la difusividad del yacimiento, ya que en intervalos grandes, la medición de los cambios de presión en tiempos cortos son un poco difíciles de obtenerlos y lo mismo sucede en rocas compactas (en estas últimas, la detección de la respuesta de presión puede durar muchas horas). Los cambios de presión por unidad de tiempo son útiles durante

la etapa de interpretación de la prueba, como se verá posteriormente. Las técnicas de interpretación desarrolladas en base a las pruebas verticales de pulsos, que se utilizan para analizar la permeabilidad vertical en estratos sedimentarios se describen a continuación.

#### 4.4.1.- Técnica de Falade y Brigham.

Esta técnica solo se aplica a pozos alejados de una frontera o discordancia que limite al yacimiento lateralmente, las fronteras horizontales no tienen mucho efecto debido a que las pruebas de pulso son de corta duración, a menos que las perforaciones de observación y flujo estén muy cercanas a las fronteras horizontales. Esta forma de evaluar la permeabilidad vertical se aplica solamente a yacimientos infinitos, homogéneos y anisotrópicos.

La Fig. 4.2 presenta la configuración del pozo y la nomenclatura usada para una prueba vertical de pulsos y aunque las perforaciones de flujo se presentan en la cima del pozo y las de observación en el fondo, la disposición puede invertirse sin afectar las técnicas --

de análisis.

La Fig. 4.3 es una representación esquemática de una historia de gastos y respuestas de presión para una prueba vertical de pulsos. Los parámetros importantes que se pueden distinguir en la Fig. 4.3 son los siguientes:

Tiempo de ciclo ( $\Delta t_c$ ).

Es el tiempo que permanece en producción (inyección) el pozo más el tiempo que dura el cierre.

Tiempo de pulso ( $\Delta t_p$ ).

Es el tiempo que tarda el flujo al pozo o al yacimiento (producción o inyección), o el tiempo que permanece cerrado el pozo.

Tiempo de retraso ( $t_r$ ).

Es el tiempo que existe entre el final de un gasto pulsante y la cima de la curva de respuesta de presión causada por el pulso.

#### Amplitud de respuesta ( $\Delta p$ )

Es la distancia que existe entre dos líneas tangentes a las cimas y valles de la curva de respuesta de presión.

La determinación de estos dos últimos parámetros se puede lograr como se indica a continuación:

a).- Graficar los datos de respuesta de presión contra el tiempo de prueba en papel normal (historia de respuesta de presión, Fig. 4.3).

b).- Determinar los puntos de inflexión de la curva de respuesta de presión (cimas y valles).

c).- Trazar una línea tangente a dos va---

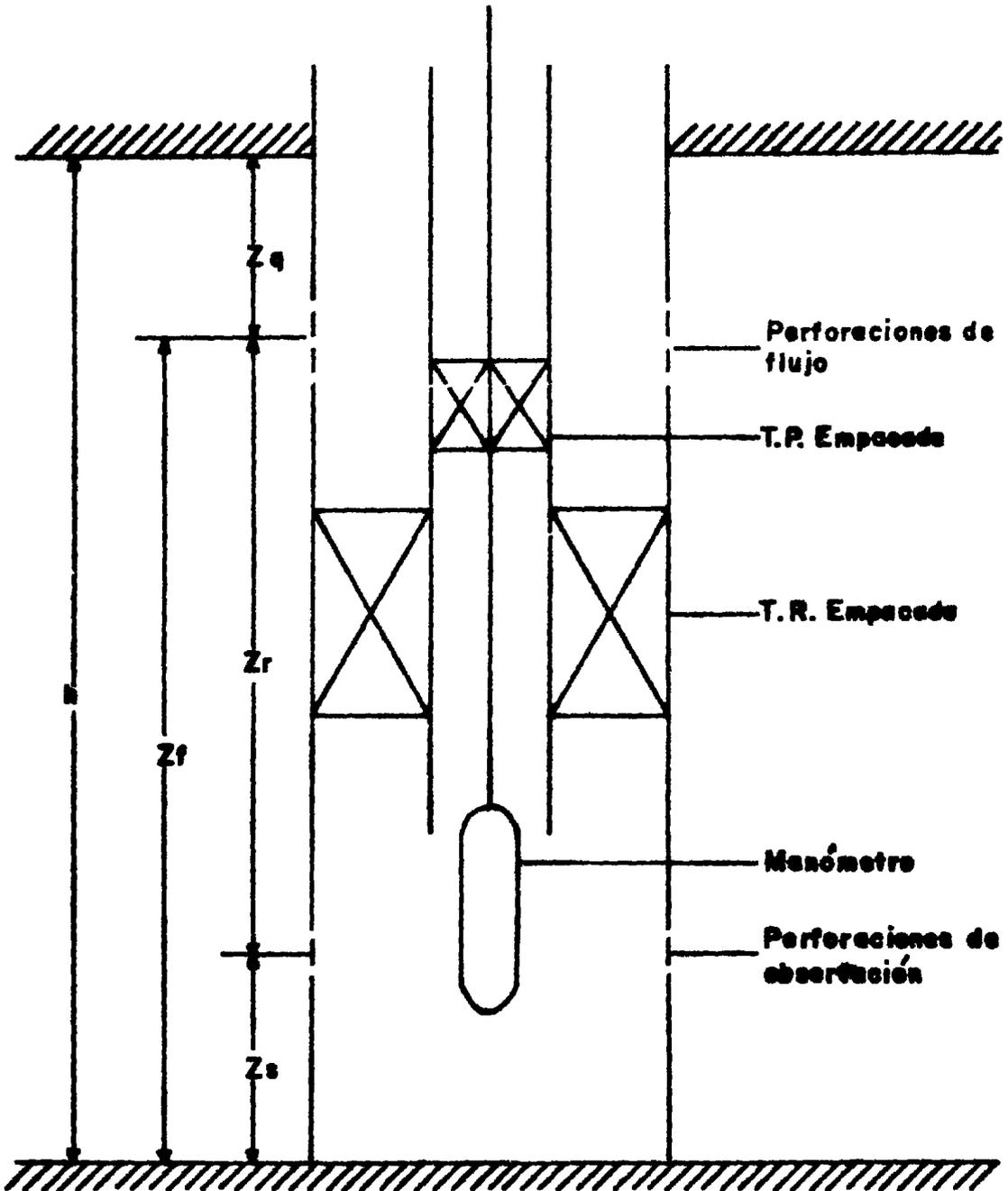
les o cimas de la curva de respuesta de presión según --  
sea el caso.

d).- Trazar una línea paralela a la línea\_  
de dos valles o dos cimas, dicha línea debe pasar por el\_  
punto de inflexión de la cima o valle de la curva de res-  
puesta.

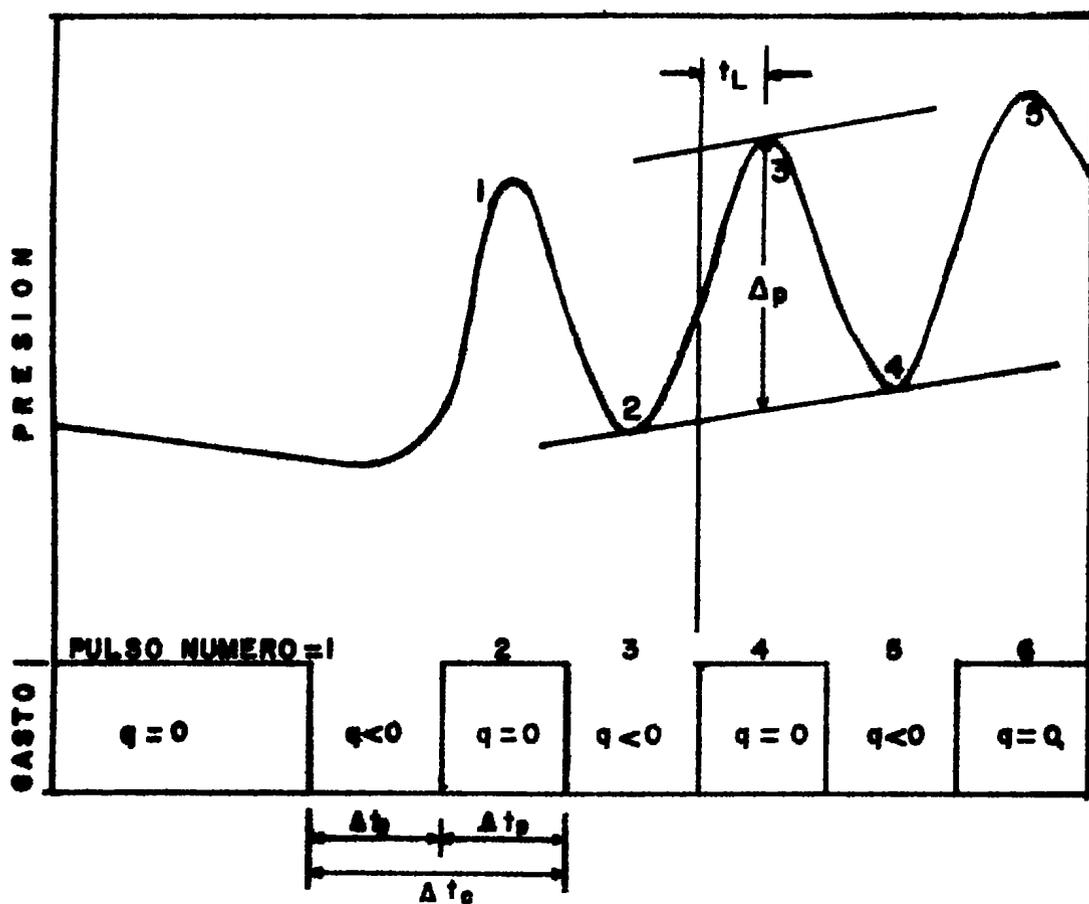
e).- Determinar la amplitud de respuesta -  
midiendo la distancia vertical que existe entre dos lí---  
neas tangentes a cimas y a valles de la curva de respues-  
ta.

f).- Graficar los gastos pulsantes contra\_  
el tiempo de flujo en el mismo papel normal (historia de\_  
gastos, Fig. 4.3).

g).- Determinar el tiempo de retraso que -  
existe entre el final del gasto pulsante y la cima o va--  
lle de la curva de respuesta, según sea el caso considera\_  
do.



**Fig.4.2. Arreglo mecánico del pozo y nomenclatura usada en pruebas verticales de pulsos.**



**Fig. 4.3.** Historia de gastos y de respuesta de presión en una prueba de pulsos.

Falade y Brigham establecieron el tiempo - de pulso adimensional en función de la permeabilidad - vertical ( $k_v$ ) y la distancia vertical entre las perfora - ciones de flujo y las de observación ( $z_r$ ):

$$\Delta t_{PDV} = \frac{0.00105 k_v \Delta t_p}{\phi \mu c_t z_r^2} \quad \dots(4.1)$$

Y también definieron adimensionalmente la amplitud del - pulso de respuesta de la manera siguiente :

$$\Delta P_{DV} = \frac{k_h z_r \Delta P}{70.6 q \mu B} \quad \dots(4.2)$$

La presión adimensional vertical está basada en la -- permeabilidad horizontal,  $k_h$ , y la distancia entre las - dos series de perforaciones,  $z_r$ .

#### 4.4.2.- Diseño de las pruebas.

Una vez que la prueba de pulsos es elegida para obtener información del yacimiento mediante las técnicas de interpretación, es importante diseñar la longitud del pulso y la magnitud de la respuesta de presión para ser compatibles con las características de la formación y el instrumento de presión a usar; así, en el diseño de una prueba con la técnica de Falade y Brigham es necesario estimar:  $k_v$ ,  $k_h$ ,  $\phi$ ,  $\mu$ ,  $c_t$ ,  $z_r$ , B, algunos de los cuales pueden obtenerse en el laboratorio: Aunque los valores de  $k_v$  y  $k_h$  son aproximados, se pueden estimar por medio de la medición a muestras obtenidas de núcleos de la formación en estudio. El valor de  $z_r$  es un valor conocido a partir de la posición de las perforaciones de la prueba. Una vez que se tiene la información, se procede a obtener los parámetros de interés para el diseño de una prueba:

a).- Tiempo de pulso ( $\Delta t_p$ , inyección o producción), horas; donde:  $\Delta t_c$ , es el tiempo de ciclo y corresponde a una etapa completa de producción y cierre, y:

$\Delta t_p$  (cierre) =  $\Delta t_p$  (producción/inyección) -

b).- Amplitud de respuesta de presión ---  
( $\Delta P$ ), Psi.

c).- Tiempo de retraso ( $t_L$ ), horas.

La forma en que se obtienen es la siguiente:

1).- Escoger un punto sobre la curva de di seño que se encuentre dentro de la media del rango de ope ración, Fig. 4.4. De los datos de amplitud de respuesta - del pulso presentados por Brigham<sup>1</sup> para un sistema radial infinito, Fig. 4.4, puede observarse que para las pruebas con duraciones de pulsos grandes, las amplitudes de res-- puesta adimensional son grandes, pero los tiempos de re-- traso adimensional son pequeños. Por otra parte, cuando - las duraciones de pulso son pequeñas, las amplitudes de - respuesta adimensional son pequeñas, pero los tiempos de re tr aso ad im en s ional son grandes. De esta tendencia en el comportamiento, puede deducirse que el producto de las am pl itud es y tiempos de retraso ad im en s ionales para un --

sistema infinito,  $((\Delta P_{DV}) \times (t_{DL}))_{\infty}$ , calculados sobre un rango de duraciones de pulsos convenientes, pueden pasar a través de una región óptima. Si se establece un criterio de diseño óptimo donde las amplitudes de respuesta y tiempo de retraso adimensionales están razonablemente balanceados, fuera de los extremos alto y bajo, respectivamente; entonces, un rango de diseño admisible de duración de pulso puede ser definida usando la curva de diseño como se muestra en la Fig. 4.4. Esta curva de diseño presenta las variaciones de  $(\Delta P_{DV} \times t_{DL})_{\infty}$  y  $(t_{DL})_{\infty}$  para un sistema infinito. Se puede considerar que cualquier sistema independientemente del que se trate (afectado por una sola frontera horizontal ya sea la superior, inferior o ambas) se comporta inicialmente como un sistema infinito o sea que ninguna de las fronteras presentes afecta la respuesta de presión. Como puede verse en la gráfica la media del rango de operación corresponde a  $\Delta t_{PDV} = .20$  y  $(\Delta P_{DV} \times t_{DL})_{\infty} = 0.035$ .

2).- En base al punto seleccionado encontrar los valores de los siguientes parámetros.

$$a).- (\Delta P_{DV})_{\infty} \left[ (t_L)_{\infty} / \Delta t_P \right]$$

$$b). - \Delta t_{P.L.}$$

$$c). - (t_L)_{\infty} / \Delta t_p$$

$$t_{DL} = (t_L)_{\infty} / \Delta t_p \quad \dots\dots(4.3)$$

3).- Encontrar los valores de los parámetros de interés en el diseño de la prueba, mencionados anteriormente:

$$\Delta t_p = \frac{\beta \mu c_t z_r^2 (\Delta t_{PDV})_{C.D.}}{0.00105 k_v} \quad \dots\dots(4.4)$$

C. D. curva de diseño

$$\Delta P = \frac{70.6 B \mu q (\Delta P_{DV})_{C.D.}}{k_h z_r} \quad \dots\dots(4.5)$$

y  $\Delta P = C q \quad \dots\dots(4.6)$

Así por medio de la ecuación (4.6) se puede fijar convenientemente al gasto (producción/inyección) y la caída de presión que genera tal gasto; ésto es útil en la selección del manómetro.

$$t_L = \left[ \left( \frac{(t_L)_\infty}{\Delta t_p} \right) \times \Delta t_p \right] \text{ C.D.} \quad \dots(4.7)$$

Con la ecuación (4.7) se estima el tiempo que va a tardar en responder el yacimiento a los cambios de presión debidos al pulso, el cual comprende tiempos de producción/inyección o cierre. Los tiempos de flujo y cierre deben ser iguales.

Inicialmente el tiempo de retraso para --- cualquier sistema que se analice (infinito, semi-infinito, finito) se comporta inicialmente como un sistema infinito durante los primeros pulsos.

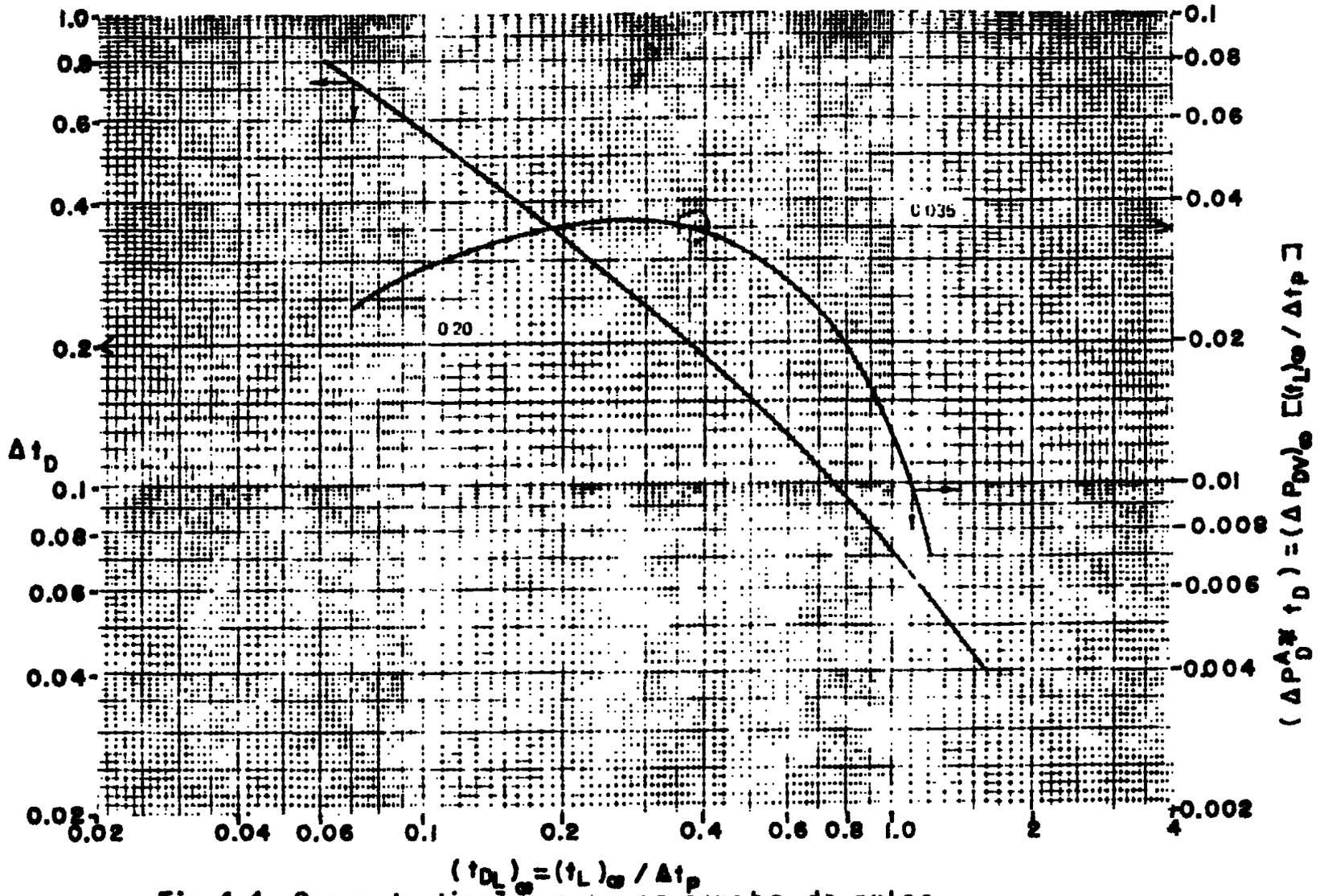


Fig. 4.4. Curva de diseño para una prueba de pulso.

#### 4.4.3.- Análisis de las pruebas de pulsos, con la técnica de Falade y Brigham.

El análisis de datos para una prueba vertical de pulsos es más compleja que una prueba horizontal de pulsos, debido a la influencia de las fronteras horizontales de la formación, superior e inferior, respectivamente.

#### Clasificación de sistemas:

Los sistemas se clasifican de acuerdo al número de fronteras que afectan la respuesta de presión durante el desarrollo de la prueba.

a).- Sistema infinito. En este sistema las fronteras superior e inferior no tienen influencia sobre la presión observada. Este sistema se puede tener cuando las pruebas se desarrollan en formaciones compactas o cuando los pulsos son cortos. El análisis de datos en este sistema es directo, como se verá posteriormente.

b).- Sistema semi-infinito. Cuando una de las fronteras afecta la respuesta de presión, no importando cual de ellas sea (superior o inferior), El sistema semi-infinito se puede presentar cuando la prueba se desarrolle en formaciones muy porosas y permables o cuando una de las perforaciones de la prueba estén cercanas a una de las fronteras. En este caso la técnica de análisis requiere de un método iterativo.

c).- Sistema finito. Aquí se tiene influencia en la respuesta de presión por parte de las dos fronteras ( superior e inferior). Los casos en que se tienen estos sistemas son los mismos que se dan para el sistema semi-infinito; se considera que el sistema semi-infinito es un caso particular de éste. El análisis de datos también requiere un procedimiento iterativo.

Sin considerar el sistema que se trate (infinito, semi-infinito, finito), el primer paso en el análisis de una prueba vertical de pulsos consiste en calcular el factor geométrico que se necesita para entrar a las curvas de correlación. El comportamiento de estas curvas se basan en la solución de la ecuación de difusión en forma radial bajo determinadas condiciones iniciales y de frontera (en el Apéndice A se explica el análisis matemá-

tico en que se basan estas curvas de correlación.

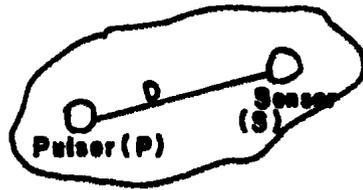
El factor geométrico original es:

$$G_p = \frac{z_p}{z_r} \quad \dots\dots(4.8)$$

Y el factor geométrico recíproco es:

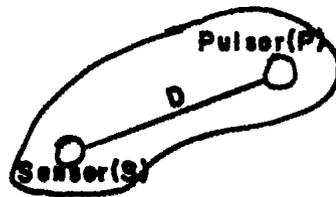
$$G_R = \frac{h}{z_r} - G_p - 1 \quad \dots\dots(4.9)$$

Los valores de  $G_p$  y  $G_R$  determinan el tipo de sistema que se tenga: Una vez que los factores son calculados, es requisito que  $G_p < G_R$ , lo cual indica que físicamente la frontera superior es la primera que tiene efecto en los resultados de la prueba. Se puede presentar el caso en el que  $G_p > G_R$ , entonces se aplica el principio de reciprocidad que establece que: "La respuesta de presión en un sensor R, debido a un pulsor P separados por una distancia, es la misma si se invierte la posición del pulsor y sensor, respectivamente", Fig. 4.5, quedando  $G_p < G_R$ .



**Esquema Original**

**$\Delta P$  (caída de presión)**



**Esquema Sudo-Original**

**$\Delta P_{so}$  (caída de presión)**

**De acuerdo al principio de reciprocidad:**

$$\Delta P_o = \Delta P_{so}$$

**Fig. 4.5. Esquema para ilustrar el principio de reciprocidad**

#### 4.4.4.- Análisis del Sistema Infinito.

Quando  $G_p$  y  $G_R$  son mayores que 2 el sistema se considera infinito y físicamente se puede establecer que las fronteras horizontales no influyen en la prueba cuando la distancia que existe entre las perforaciones de flujo y observación con respecto a las fronteras horizontales del yacimiento, es por lo menos dos veces la longitud que existe entre ambas perforaciones. La técnica de análisis en este sistema es iterativa. Con los datos obtenidos de  $t_L$  y  $\Delta t_p$  en la historia de gastos y respuestas de presión se entra a la gráfica de la Fig. 4.6 hasta la curva correspondiente que esté analizándose. Es conveniente volver a subrayar que el tiempo de retraso en los primeros pulsos es independiente del sistema que se trate, éste, se comporta inicialmente como un sistema infinito. De esta gráfica se obtiene  $\Delta t_{pD}$ , que es el parámetro requerido para evaluar la permeabilidad vertical de la formación en el intervalo analizado. El valor de  $\Delta t_{pD}$  se sustituye en la ecuación (4.10), la cual es una modificación de la ecuación (4.1).

$$k_v = \frac{\phi c_t \mu z_r^2 \Delta t_{pD}}{0.00105 \Delta t_p} \quad \dots (4.10)$$

#### 4.4.5.- Análisis del Sistema Semi-Infinito.

Este sistema se va a tener cuando  $G_p < 2$  y  $G_R > 2$ . En la etapa de interpretación se toma el factor geométrico cuyo valor sea menor ( $G_p$ ), lo cual indica que la frontera superior será la primera que afecta la respuesta de presión, (uno de los requisitos en la técnica de Falade y Brigham con respecto a los factores geométricos, es que  $G_p < G_R$ ). Si se tuviera  $G_p > G_R$ , entonces se debe de aplicar al principio de reciprocidad enunciado anteriormente.

Etapas durante la interpretación.

1).- Con la relación de valores, -----  
 $(t_L)_{es} / \Delta t_p$ , los cuales se obtienen de la historia de gastos y de respuestas de presión se entra a la gráfica de la Fig. 4.6, refiriéndolos al pulso que este analizándose, obteniéndose  $\Delta t_{pdy}$ .

2).- Ahora, con el valor del factor geométrico  $G_p$ , el cual es el menor de ambos y el valor de ----

$\Delta t_{PDV}$  se entra a alguna gráfica de las Figs. 4.7, 4.8 o 4.9 dependiendo del pulso analizado, obteniéndose la relación del tiempo de retraso del sistema semi-infinito al tiempo de retraso de un sistema infinito ( $t_L / (t_L)_{\infty}$ ).- Inicialmente el tiempo de retraso en cualquier sistema -- se comporta como el de un sistema infinito.

3).- Con la relación de tiempos de retraso obtenida en el punto 2 y la relación  $(t_L)_{\infty} / \Delta t_p$  (historia de gastos y respuestas de presión) se obtiene un nuevo valor de  $(t_L)_{\infty} / \Delta t_p$  por medio de la siguiente ecuación:

$$\left[ (t_L)_{\infty} / \Delta t_p \right]_N = \frac{(t_L / \Delta t_p)_{\text{Inicial}}}{N (t_L / (t_L)_{\infty})} \dots (4.11)$$

N; Nuevo

4).- Con el nuevo valor de  $(t_L)_{\infty} / \Delta t_p$  se entra a la gráfica de la Fig. 4.6, refiriéndolo al pulso en cuestión, encontrándose un nuevo valor de  $\Delta t_{PDV}$ .

5).- Si el valor de  $\Delta t_{PDV}$  encontrado en el paso anterior, es igual el valor de  $\Delta t_{PDV}$  estimado en el paso 1, se debe de tomar éste para estimar la permeabili-

dad vertical, sustituyéndolo en la ecuación (4.10), y, si no lo es, se debe continuar iterando hasta encontrar dos valores iguales de  $\Delta t_{PDV}$ . Durante las siguientes iteraciones se toma el valor de  $\Delta t_{PDV}$  estimado en el punto 4 como el valor inicial (punto 1) y se continúa el procedimiento.

#### 4.4.6.- Análisis del Sistema Finito.

Este sistema se presenta cuando  $G_P$  y  $G_R$  -- son menores que 2, esto quiere decir que tanto la frontera horizontal superior como la inferior afectan la respuesta de la prueba, lo que implica que la interpretación requiera un análisis iterativo similar al descrito para el análisis semi-infinito. Este procedimiento se describe a continuación.

1).- Con la relación de datos  $(t_L)_n / \Delta t_{P-}$  (historia de gastos y respuestas de presión) se entra a la gráfica de la Fig. 4.6 y se obtiene  $\Delta t_{PDV}$  de acuerdo al pulso que se esté analizando.

2).- Con  $\Delta t_{pDy}$  y para cada uno de los factores geométricos  $G_P$  y  $G_R$  se entra a alguna de las gráficas de las Figs. 4.7, 4.8 o 4.9 dependiendo del pulso analizado, y se obtiene un valor de la relación de tiempos - de retraso del sistema finito con respecto a un sistema - infinito  $(t_L / (t_L)_{\infty})$ , para cada uno de los factores geométricos.

3).- Se estima un valor correcto de la relación de tiempos de retraso obtenidos en el inciso anterior, en base a la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{t_L}{(t_L)_{\infty}}\right)_{\text{c}} = \left(\frac{t_L}{(t_L)_{\infty}}\right)_{G_P} \times \left(\frac{t_L}{(t_L)_{\infty}}\right)_{G_R} \quad \dots\dots(4.12)$$

4).- Con la relación de tiempos de retraso correcto, se obtiene un nuevo valor de  $(t_L)_{\infty} / \Delta t_p$ , con la ecuación (4.11). Y se estima un nuevo valor de  $\Delta t_{pDy}$  entrando a la gráfica de la Fig. 4.6.

5).- Con el nuevo valor de  $\Delta t_{pDy}$  encontrado en el paso anterior, si es igual el valor de  $\Delta t_{pDy}$  estimado en el paso 1, se debe de tomar éste para evaluar -

la permeabilidad vertical, sustituyéndolo en la ecuación\_ (4.10), y, si no lo es, se debe de continuar iterando hasta encontrar dos valores iguales de  $\Delta t_{PDV}$ . Durante las siguientes iteraciones se toma el valor de  $\Delta t_{PDV}$  estimado en el punto 4 como el valor inicial ( punto 1 ).

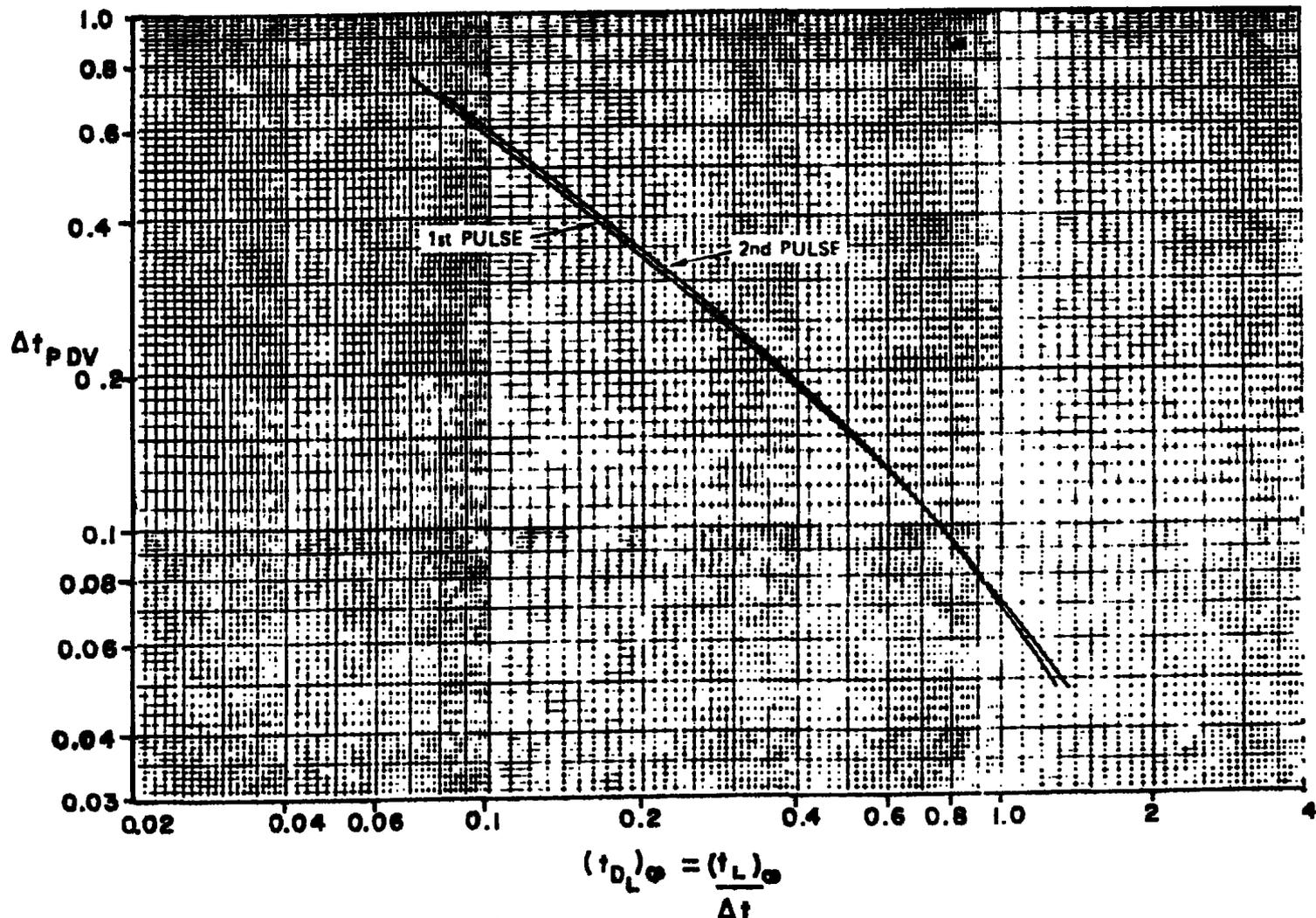


Fig. 4.6. Variación del tiempo de retraso adimensional contra la duración del pulso (caso infinito)

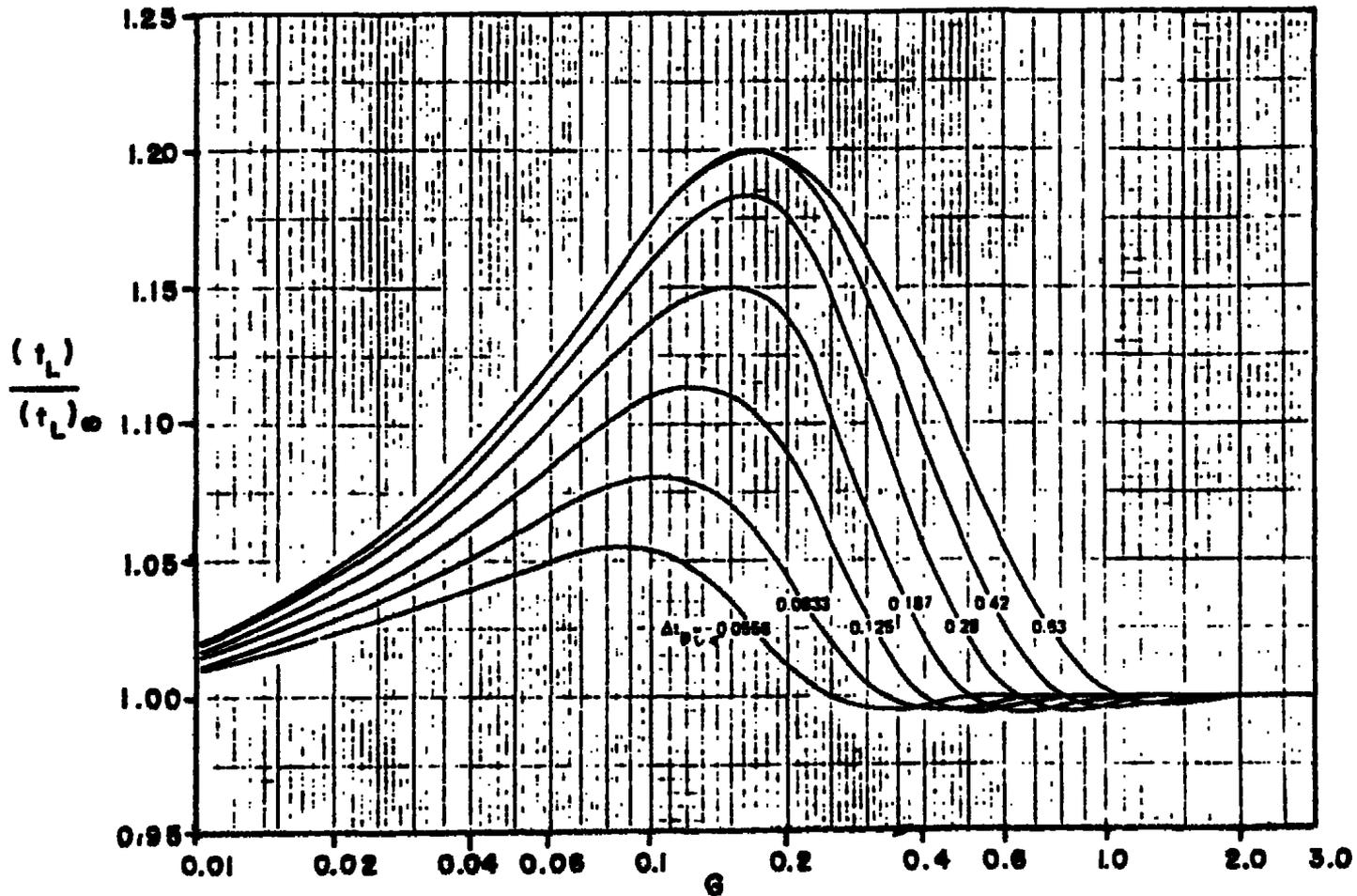


Fig. 4.7. Curvas de correlación para el tiempo del segundo pulso.

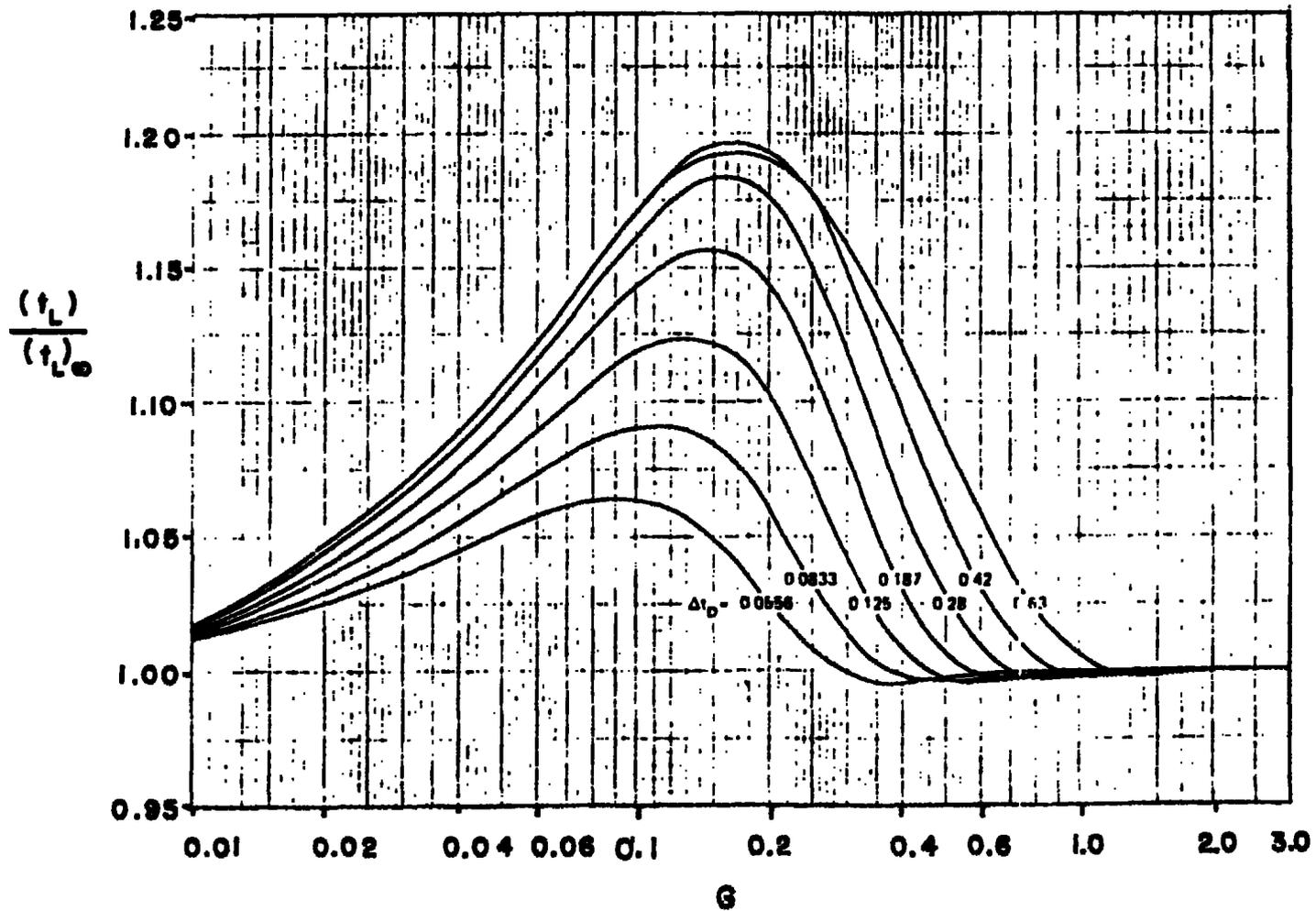
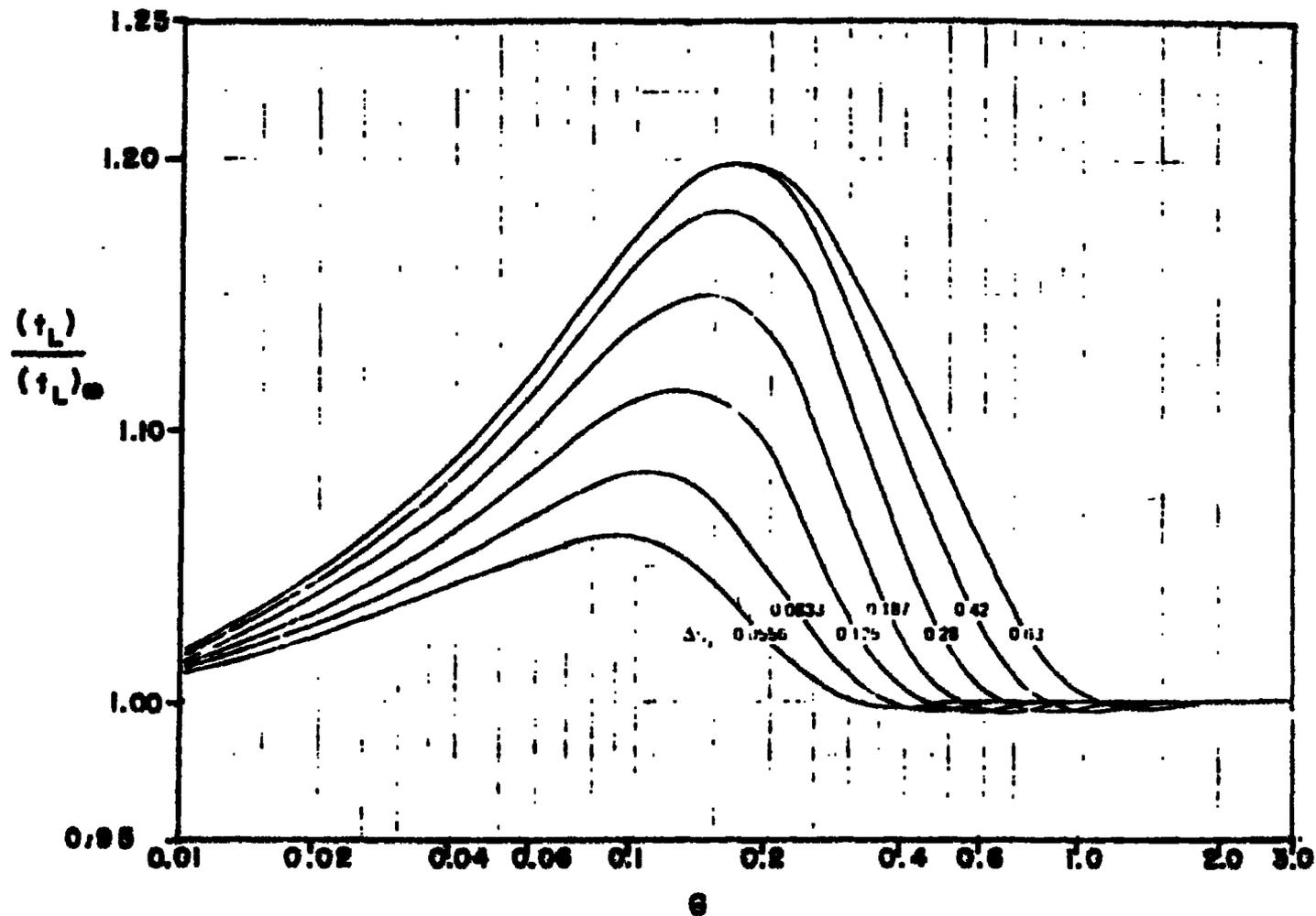


Fig. 4.8. Curvas de correlación para el tiempo de retraso del primer pulso.



**Fig. 4.9. Curvas de correlación para el tiempo de retraso de los pulcos posteriores al segundo pulso.**

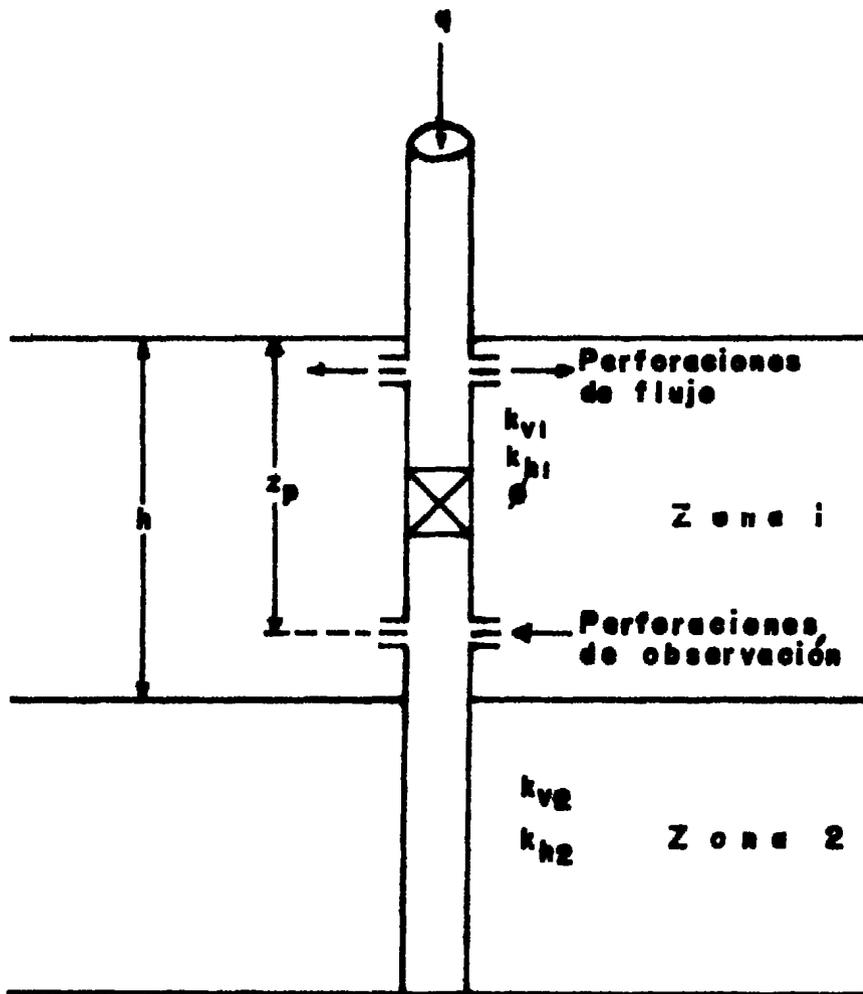
#### 4.4.7.- Técnica de Hirasaki.

Esta técnica se basa sobre el tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión, obtenida durante el cierre del pozo después de haber estado fluyendo por espacio de cierto período de tiempo. Normalmente, el tiempo de flujo es muy pequeño comparado con el tiempo requerido para obtener la máxima respuesta de presión, por tanto, el efecto de alguna frontera lateral al pozo de prueba resulta nula. La técnica se aplica especialmente a sistemas estratificados. Es de mucha importancia señalar que gran parte de la confiabilidad de los resultados depende del estudio geológico y petrofísico con que se cuente. El estudio geológico describe detalladamente la estratificación del yacimiento y el estudio petrofísico permite describir tanto cualitativa como cuantitativamente la estratificación del yacimiento, en base a los registros geofísicos y a mediciones hechas en el laboratorio.

Los registros geofísicos permiten estimar cuantitativamente la porosidad del yacimiento y la saturación de los fluidos, y en forma cualitativa dan una idea de la permeabilidad de la formación.

Esta técnica fué desarrollada con el propósito de presentar un medio simple de interpretar de una manera sencilla la respuesta de presión en sistemas estratificados.

El arreglo de las perforaciones de flujo y observación en relación con los estratos del yacimiento se presentan en las Figs. 4.10 y 4.11, se observa que son dos capas que modelan al yacimiento, por lo que la presencia de la capa 2 interfiere con la respuesta de presión registrada en la capa 1, ya sea que la prueba se desarrolle en la misma o diferente zona. Por tanto, el considerar los estratos homogéneos, cuando éstos no lo son, equivale a cometer un grave error.

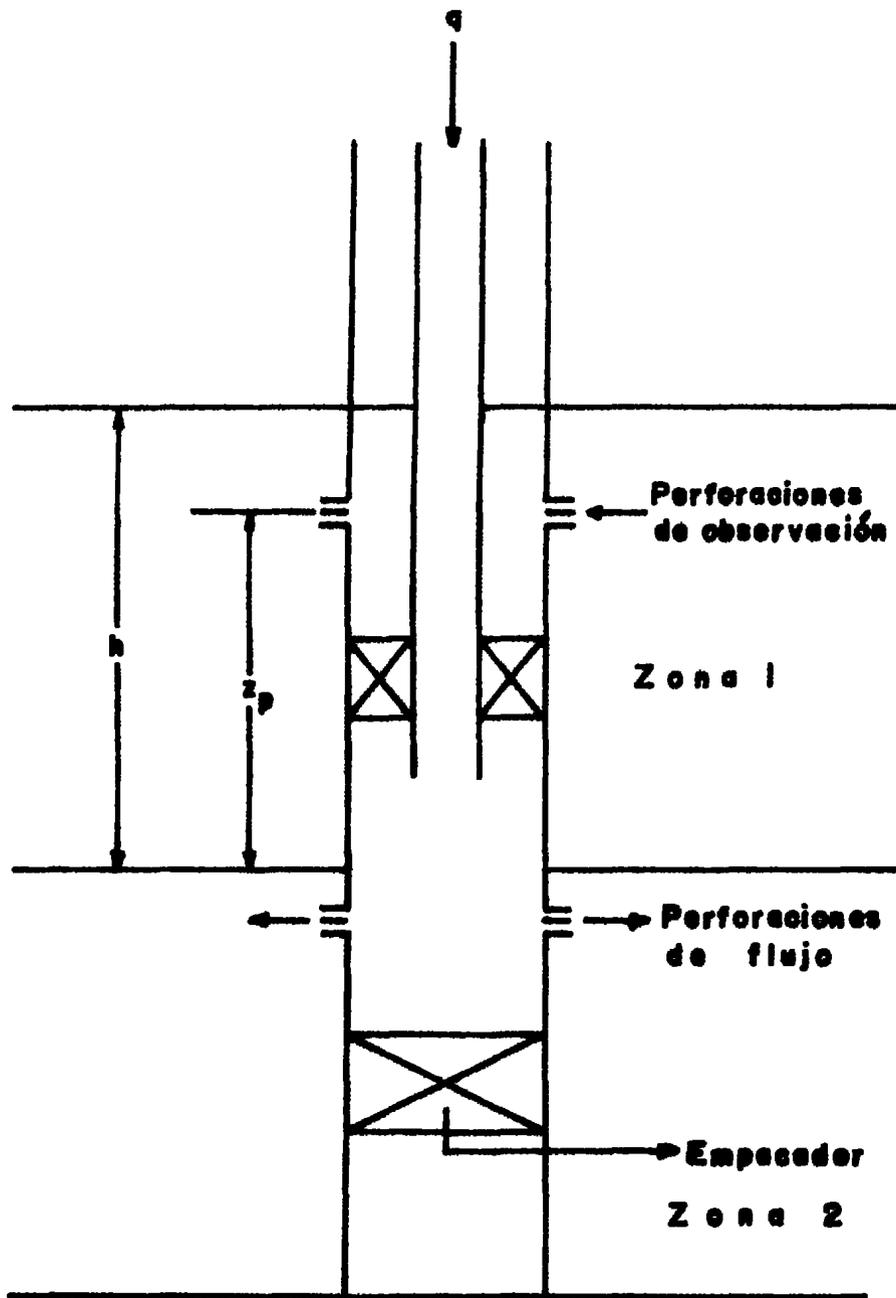


Caso A :  $k_{v1} = k_{v2}$  ;  $k_{h1} = k_{h2}$

Caso B :  $k_{v2} = 0$  ;  $k_{h2} = 0$

Caso C :  $k_{v2} \rightarrow \infty$  ;  $k_{h2} \rightarrow \infty$

Fig. 4-10. Arreglo del pozo para pruebas con flujo y medición en la misma zona.



**Fig. 4.11. Arreglo del pozo para pruebas con flujo y medición en diferentes zonas**

#### 4.4.7.1.- Efectos de Interacción.

En la prueba de pulsos analizada con la técnica de Hirasaki existe una interacción menor, ocasionada por la posible presencia de alguna barrera o discordancia cercana al pozo de prueba. La interpretación no requiere el uso de grandes respuestas de presión después de que se empiezan a sentir los efectos de alguna de las fronteras horizontales o de ambas. Además, la presencia de alguna discordancia o falla situada a una distancia,  $d$ , desde el pozo de prueba, no interfiere con la prueba siempre que:

$$d > 2 h \sqrt{k_v/k_h} \quad \dots(4.13)$$

Donde  $h$ , es el espesor de la formación.

La ecuación (4.13) está basada en el tiempo requerido para que una discontinuidad lateral no interfiera con la prueba, comparado con el tiempo máximo requerido en la interpretación de esta técnica.

#### 4.4.7.2.- Diseño e Interpretación de la Prueba.

Durante la interpretación de la prueba se tomarán como modelos para el análisis tanto interpretativo como matemático (Apéndice B) los arreglos mostrados en las Figs. 4.10 y 4.11. Cuando se interpreta la prueba bajo el arreglo de la Fig. 4.10, la zona 2 tiene influencia en la respuesta de presión registrada en la zona 1, por lo que es necesario que la técnica tome en cuenta tal efecto, para que la información que se obtenga sea confiable.

La técnica de Hirasaki permite estimar la permeabilidad vertical de la capa 1 en presencia de la capa 2. El análisis para la interpretación del modelo está basado en las consideraciones siguientes:

1).- Las perforaciones de flujo se encuentran localizadas en la cima de la zona 1, límite de la frontera impermeable.

2).- La permeabilidad de la zona 2 puede considerarse corresponder a uno de los siguientes casos:

A).- Se supone que la zona 2 tiene igual -- permeabilidad a la zona 1 y es menos gruesa. De tal manera que la capa 2 no interfiere en la respuesta de presión registrada en la capa 1.

B).- Del lado de la zona homogénea (zona 1) y la zona 2 es una zona impermeable.

C).- La permeabilidad de la zona 2 tiende a infinito, lo cual equivale a tener una presión constante\_ justamente abajo de la interfase entre ambas zonas o también puede ser que la zona 2 estuviera fracturada y entonces la permeabilidad tanto vertical como horizontal serían altas.

La interpretación de la técnica bajo el --- arreglo de la Fig. 4.10 requiere identificar el caso que - se adapte el sistema estratificado real. La selección de - alguno de los casos mencionados anteriormente, se puede -- llevar a cabo mediante el estudio geológico y petrofísico\_ hecho durante la etapa de exploración o explotación. En el supuesto caso que no disponga de información del área a -- probar, necesaria para identificar el caso, se recomienda\_ estimar la permeabilidad vertical para los tres casos (si-

se encuentran fuera del rango de coincidencia) y los valores que se obtienen pueden utilizarse para tener una idea de la verdadera permeabilidad vertical de la formación. Es conveniente señalar que los tres casos ideales coinciden inicialmente en su comportamiento. Un parámetro importante en la delimitación del rango de coincidencia es;  $Z_D$ , cuyo valor es muy importante durante la interpretación ya que este parámetro representa la fracción del espesor con respecto a la distancia que existe entre las perforaciones de flujo (en la frontera de la zona) y las perforaciones de observación. Esta variable es útil para poder establecer el rango de validez de los tres casos discutidos: cuando  $0.3 \leq Z_D \leq 0.625$ , los tres casos coinciden y cuando  $0.625 < Z_D \leq 1$  difieren completamente; esto quiere decir que los valores de la permeabilidad obtenidos en el primer dominio es independiente del caso que se trate, por lo que no es necesario identificar el caso, basta con aplicar la técnica al sistema que se analiza. Por otro lado, la permeabilidad vertical obtenida con algún valor de  $Z_D$  comprendido en el segundo intervalo, depende del caso que se tenga, lo cual requiere identificar el sistema estratificado que se estudia. Es posible que existan casos intermedios entre A, B y C, en tal situación se recomienda estimar la permeabilidad para los casos extremos al caso intermedio (A, B o C), y así tener un rango de permeabilidad vertical, en el cual se encuentra el valor verdadero de la permeabilidad vertical de la formación. Cuando no se conoz

can los casos que identifiquen el sistema estratificado real intermedio de yacimiento, se recomienda aplicar el criterio mencionado en párrafos anteriores, sobre esta situación en particular.

Las perforaciones de flujo pueden ser usadas para inyección o producción. El análisis puede ser usado en el mismo caso si la localización de las perforaciones de flujo y observación son intercambiadas.

Como se indicó anteriormente la prueba de pulsos también puede ser interpretada con el arreglo del pozo presentado en la Fig. 4.11. En este caso las perforaciones están en la interfase de las zonas. Se supone que durante el cierre la presión máxima en las perforaciones de flujo declina rápidamente comparado con el tiempo para registrar la máxima respuesta de presión en las perforaciones de observación. Esto ocurre si la permeabilidad vertical y horizontal de la zona 1 es mucho menor que la de la zona 2, lo cual indica que es muy difícil registrar la máxima respuesta de presión en las perforaciones de observación; sin embargo existen funciones que pueden representar este fenómeno con cierta exactitud como se explica en el Apéndice B.

Para obtener la permeabilidad vertical con la técnica de Hirasaki bajo cualquiera de los arreglos --- ilustrados en las Figs. 4.10 y 4.11, se necesita conocer - el tiempo en que ocurre la máxima respuesta de presión, pa - ra lo cual se registran los cambios de presión contra el - tiempo que dura el pulso. El tiempo de flujo se considera - muy pequeño comparado con el tiempo de cierre requerido pa - ra obtener la máxima respuesta de presión; este último se - corrige para un período de flujo finito cuando se tiene -- producción del pozo. En el Apéndice B se discute la expre - sión para calcular el tiempo de llegada de la máxima res-- puesta de presión en forma adimensional, y se visualiza -- que éste se incrementa en una mitad del tiempo de flujo -- adimensional, lo que sugiere que el tiempo de llegada de - la máxima respuesta de presión puede obtenerse empezando - en un medio del tiempo de flujo.

Una gráfica de los cambios de presión con-- tra el tiempo en escalas normales permite obtener  $t_{AM}$  en - el caso de inyección o  $t'_{AM}$  producción ( $t'_{AM} = t_{AM} - \frac{1}{2} t_F$ ) bajo cualquier arreglo que se tenga del pozo. Cuando se -- trata del tiempo que se obtiene con los resultados de la - prueba desarrollada con el arreglo de la Fig. 4.11, es ne - cesario cerciorarse de que  $t_{AM}$  sea el tiempo correspondien - te a la máxima respuesta de presión, mediante la ecuación:

$$t^* = \frac{t_F}{1 - \left[ \frac{1.175 \times 10^{-4} \phi \mu c_t h^2}{k t_F} \right]^{0.5}} \quad \dots\dots(4.14)$$

Esta ecuación permite evaluar el tiempo para que la presión en la zona 2 caiga un cierto porcentaje ( $\alpha$ ) de la máxima respuesta de presión una vez que se suspende el flujo en las perforaciones de inyección o producción. Se considera que existe flujo en toda la zona 2 y la presión se evalúa en un radio igual a h (espesor de la zona 1).

En la ecuación (4.14) se utilizan las propiedades correspondientes a la zona 2. Se puede establecer que cuando la presión cae un 10 % o menos de la máxima respuesta de presión entonces es aceptable para su interpretación. Por otro lado, si el flujo ocurre justamente abajo de la zona 1, pueden esperarse resultados más optimistas y si el flujo ocurre muy abajo de la zona 1 pueden esperarse resultados más pesimistas. La interpretación de la prueba requiere que  $t^*$  sea comparado con el valor de  $t_{AM}$ , de tal manera que:

a).- Si  $t^* > t_{AM}$  el valor de  $t_{AM}$  se puede -

utilizar en la interpretación, puesto que la caída de presión no es mayor que el 10 %.

b).- Si  $t^* < t_{AM}$ , el valor de  $t_{AM}$  no es con fiable para utilizarse en la interpretación.

Otro parámetro importante utilizado en la interpretación es el factor geométrico  $Z_D$  que puede obtenerse con la siguiente expresión:

$$Z_D = \frac{z_p}{h} \quad \dots(4.15)$$

Hirasaki define el tiempo de llegada adimensional de la máxima respuesta de presión adimensional en la siguiente manera:

$$T_{DM} = \frac{2.6385 \times 10^{-4} k_v t_{AM}}{\phi \mu c_t h^2} \quad \dots(4.16)$$

De donde:

$$k_v = \frac{3790 \phi \mu c_t h^2 T_{DM}}{t_{AM}} \quad \dots\dots(4.17)$$

El tiempo de llegada adimensional,  $T_{DM}$ , se determina de la Fig. 4. 12 cuando se desarrolla la prueba bajo el arreglo de la Fig. 4.10 para cualquiera de los tres casos (A,B o C); o de la Fig. 4.13 para el arreglo de la Fig. 4.11. El comportamiento de  $T_{DM}$  depende de  $T_D$ .

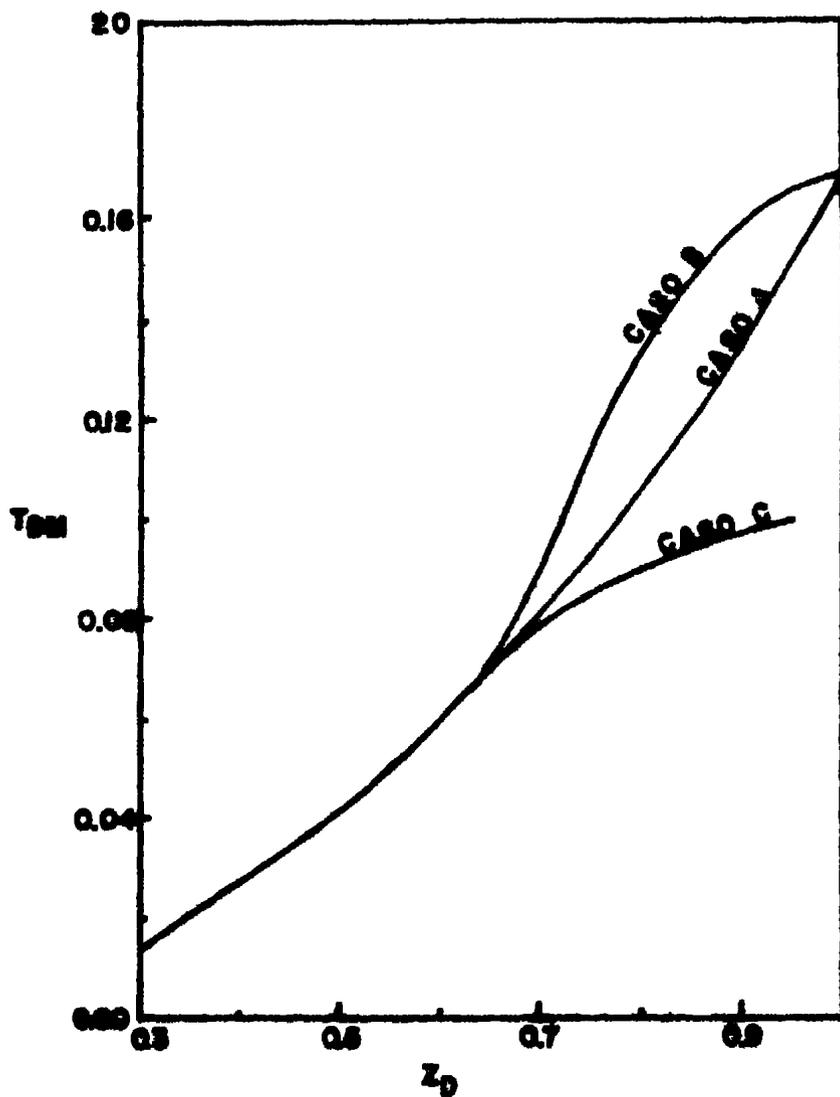
Anteriormente se mencionó que las pruebas fueron diseñadas para períodos pequeños de flujo comparados con el tiempo para obtener la máxima respuesta de presión, cuando se tiene producción de fluido el tiempo en -- que ocurre la máxima respuesta de presión puede estimarse usando un valor aproximado de la permeabilidad vertical -- con la siguiente ecuación:

$$t'_{AM} = \frac{3790 \phi \mu c_t T_{DM} h^2}{k_v} \quad \dots\dots(4.18)$$

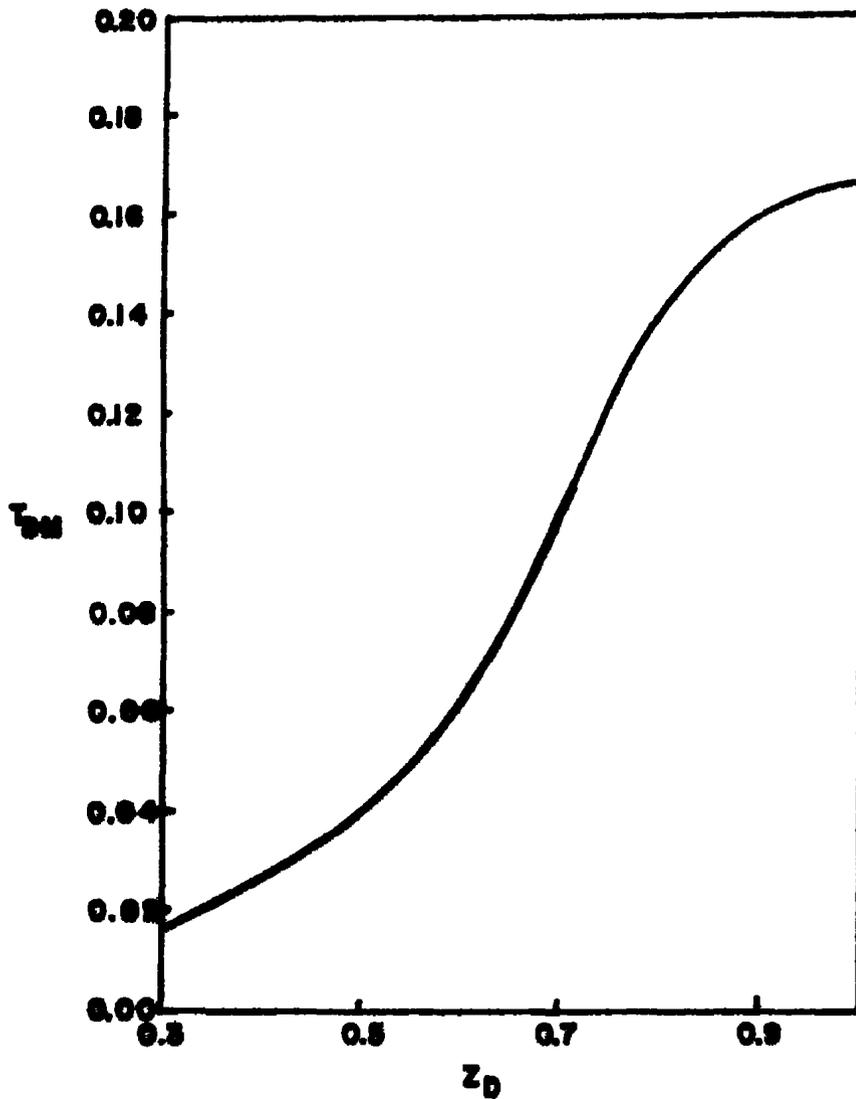
O con la ecuación (4.19) cuando se tenga inyección de fluido al yacimiento.

$$t_{AM} = \frac{3790 \phi \mu c_t h^2 T_{DM}}{r_w} \quad \dots\dots(4.19)$$

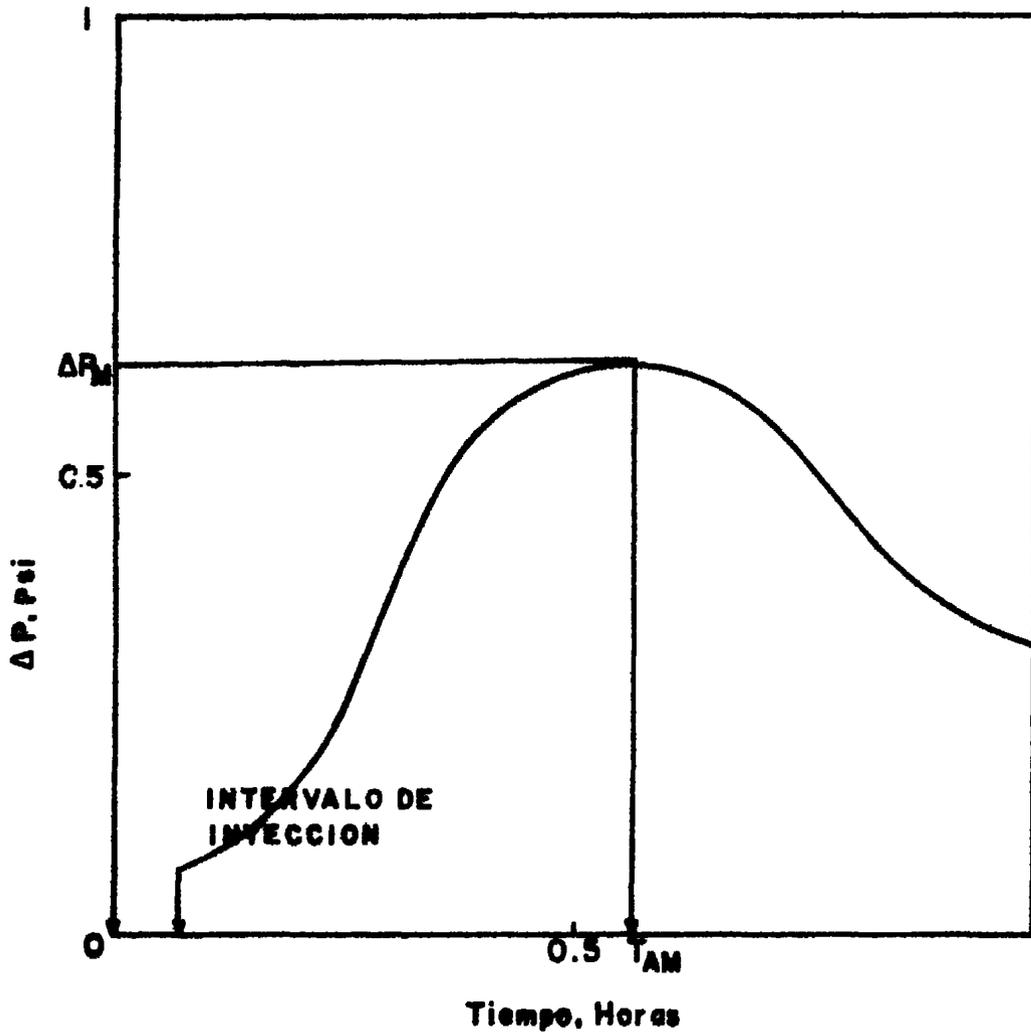
Una curva de respuesta de presión obtenida en una prueba de pulso (producción de fluido) se muestra en la Fig. 4.14.



**Fig.4.12. Tiempo de respuesta adimensional para pruebas de pulso con flujo y medición en la misma zona.**



**Fig. 4.13. Tiempo de respuesta adimensional para pruebas de patos con flujo y observación en diferentes zonas.**



**Fig. 4.14. Curva de respuesta de presión en una prueba pulsos.**

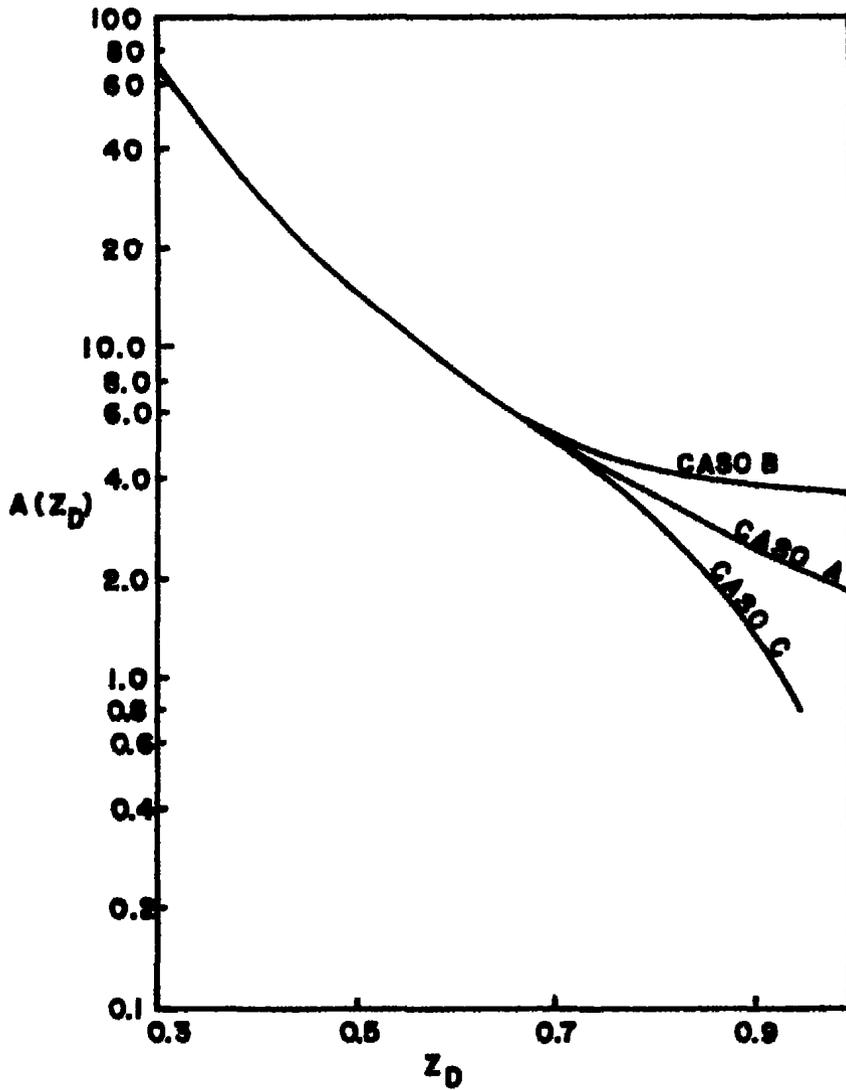
En el diseño de una prueba es necesario determinar la máxima respuesta de presión esperada. Con el arreglo de la Fig. 4.10, la máxima caída de presión se puede estimar sustituyendo un valor aproximado de la permeabilidad vertical y horizontal en la ecuación:

$$\Delta P = \frac{4.49 \times 10^{-1} (k_v/k_h) Q A(Z_D)}{\phi \mu h^3} \quad \dots(4.20)$$

Donde  $A(Z_D)$  es la amplitud adimensional de la máxima respuesta de presión adimensional y se determina entrando a la Fig. 4.15 con el factor geométrico  $Z_D$  y refiriéndolo a alguno de los casos de situaciones ideales de yacimiento o algún caso intermedio existente, ésto si no coinciden los casos A, B o C para ese valor de  $Z_D$ . Cuando se desconozca el caso de yacimiento que identifique el sistema estratificado real se recomienda analizar la caída de presión para los tres casos, lo cual dará un intervalo de variación de caída de presión que ayudará a seleccionar el manómetro más adecuado.

Para la estimación de la máxima respuesta de presión en el arreglo de la Fig. 4.11 se recomienda se realice con la ecuación (4.20) por carecer de una expresi-

si3n propia y tomando las mismas consideraciones que se hi  
cieron en el dise1o de la prueba bajo el arreglo de la ---  
Fig. 4.10.



**Fig. 4.15. Amplitud adimensional de la respuesta del pulso.**

#### 4.5.- Pruebas de Interferencia.

Las pruebas de interferencia se desarrollan al permitir el flujo de fluidos a través de las perforaciones elegidas para el flujo y midiendo los cambios de presión en aquellas perforaciones de observación durante un cierto período de tiempo. El flujo de fluidos lo puede generar tanto la inyección como la producción. Los cambios de presión se utilizan para evaluar ciertos parámetros del yacimiento, tales como la porosidad, permeabilidad, etc. Existen en la literatura diferentes técnicas para la interpretación de las pruebas verticales de interferencia.

##### 4.5.1.- Técnica de Frats.

Esta técnica consiste en analizar los datos de las pruebas de interferencia en una forma simple y práctica, utilizando únicamente la gráfica de la Fig. 4.17. La técnica puede ser aplicable a modelos de yacimientos infinitos, homogéneos y anisotrópicos.

##### 4.5.1.1.- Características del Modelo Teórico.

Se considera un yacimiento infinito, de espesor uniforme ( $h$ ), que contiene un solo fluido (de compresibilidad constante y una viscosidad  $\mu$  a una presión inicial  $P_i$ ) y de porosidad constante. Para facilitar el análisis matemático, la permeabilidad en el plano horizontal se considera igual, variando únicamente en el plano vertical. Para determinar la permeabilidad vertical de la formación debe implicarse el flujo de fluidos en la región de interés, por lo que es evidente entonces que para efectuar el análisis de una prueba de presión se debe tomar en cuenta el flujo vertical de fluidos. Durante el desarrollo de la prueba se tiene producción o inyección de fluidos a través de las perforaciones de flujo, y se elige además una segunda perforación (separada de la primera por un empacador) a través de la cual se mide la respuesta de presión. Durante el análisis matemático el intervalo comprendido por las perforaciones de observación se consideran únicamente como un punto fuente, y las perforaciones de flujo se representan como un punto fuente continuo. El arreglo del pozo utilizado para el desarrollo de una prueba de interferencia en la técnica de Prats, se presenta esquemáticamente en la Fig. 4.16. La solución teórica de Prats representa al pozo real con un radio igual a cero, debido a que para tiempos largos, la dimensión del agujero no afecta la respuesta de presión medida, siempre que los cambios de presión sean registrados en una distancia míni-

ma de  $(25 r_w k_v / k_h)$ , medida desde la perforación de inyección o producción. Las ecuaciones de este modelo se analizan en el Apéndice C.

#### 4.5.1.2.- Interpretación de la Prueba.

La respuesta de presión a un tiempo largo - medida de un punto  $z'$  (localizado sobre el eje del pozo de radio cero en una formación de espesor  $h$ ), debida al flujo a través de un punto fuente continuo en  $z$  (en el eje del pozo y produciendo a un gasto constante), esta dada por la ecuación:

$$\begin{aligned}
 P_w - P_i = & \frac{70.6 q \mu}{h k_h} \left[ F(z_f/h, z_s/h) \right. \\
 & \left. + 2.303 \log \frac{k_v}{\phi \mu c_t h^2} - 8.241 \right] \\
 & + \frac{162.6 q \mu}{h k_h} \log t \quad \dots (4.21)
 \end{aligned}$$

Se observa que la permeabilidad vertical está contenida solamente en el segundo término del lado derecho de la ecuación (4.21). La función  $F(z_f/h, z_s/h)$ , la cual depende solamente de la posición de las perforaciones de producción (inyección) y las de observación, con respecto a la frontera horizontal inferior del yacimiento, se obtiene a través de la gráfica de la Fig. 4.17 y la ecuación 4.22:

$$F(z_f/h, z_s/h) = G(z_f/h, z_s/h) \cdot h / |z_f - z_s| \quad \dots (4.22)$$

El procedimiento para obtener la permeabilidad vertical de la formación, utilizando la técnica de Prats, es el siguiente:

a).- Con los datos de presión de la prueba, se construye una gráfica semi-logarítmica de la caída de -

presión contra el logaritmo del tiempo, como se muestra en la Fig. 4.18.

b).- Se obtiene la pendiente de la línea -- recta para tiempos largos ( $\Delta P/ciclo$ ), la cual sirve para obtener el valor de  $hK_v$ , además de el de la permeabilidad vertical.

c).- Determinar la caída de presión que ocurre en  $t = 1$  hora, la cual se denomina  $\Delta P(1)$ .

d).- Determinar el factor geométrico -----  $F(z_f/h, z_g/h)$ , el cual se obtiene a partir de la gráfica - de la Fig. 4.17 y la ecuación (4.22).

e).- Determinar la permeabilidad vertical - por medio de la ecuación (4.25).

Despejando la permeabilidad vertical de la ecuación (4.21), y tomando la caída de presión que ocurre

en una hora se obtiene:

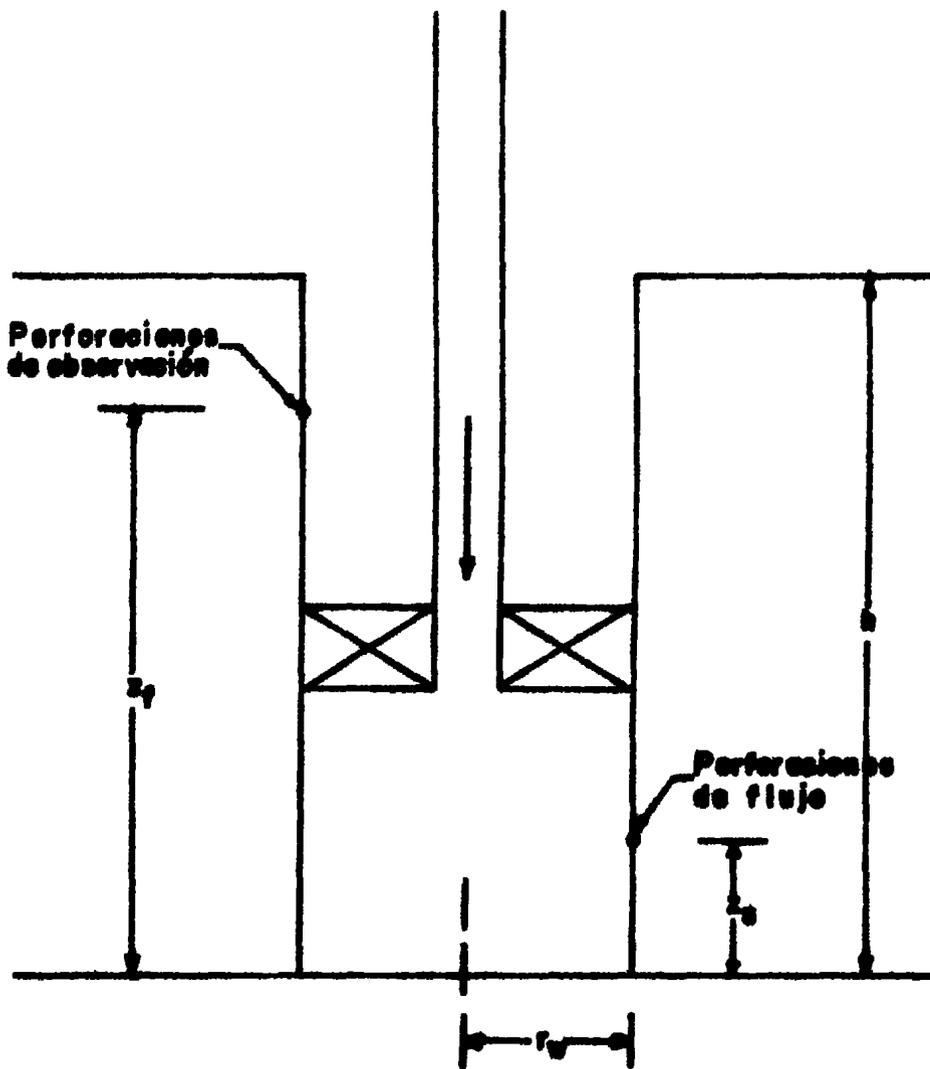
$$k_v = 3788 \phi \mu c_t h^2 \times \exp \left[ \frac{h k_h \Delta P(1)}{70.6 q h} - F(z_f/h, z_s/h) \right] \dots(4.23)$$

La ecuación (4.23) , también puede escribirse tomando en cuenta la pendiente de la línea recta:

$$m = \frac{162.6 q \mu}{h k_h} \dots(4.24)$$

Sustituyendo la ecuación (4.24) en la ecuación (4.23), se obtiene:

$$k_v = 3788 \phi \mu c_t h^2 \times \exp \left[ \frac{2.303 \Delta P(1)}{\Delta P / \text{ciclo}} - F(z_f/h, z_s/h) \right]$$



**Fig. 4.16. Arreglo del pozo para la prueba de interferencia.**

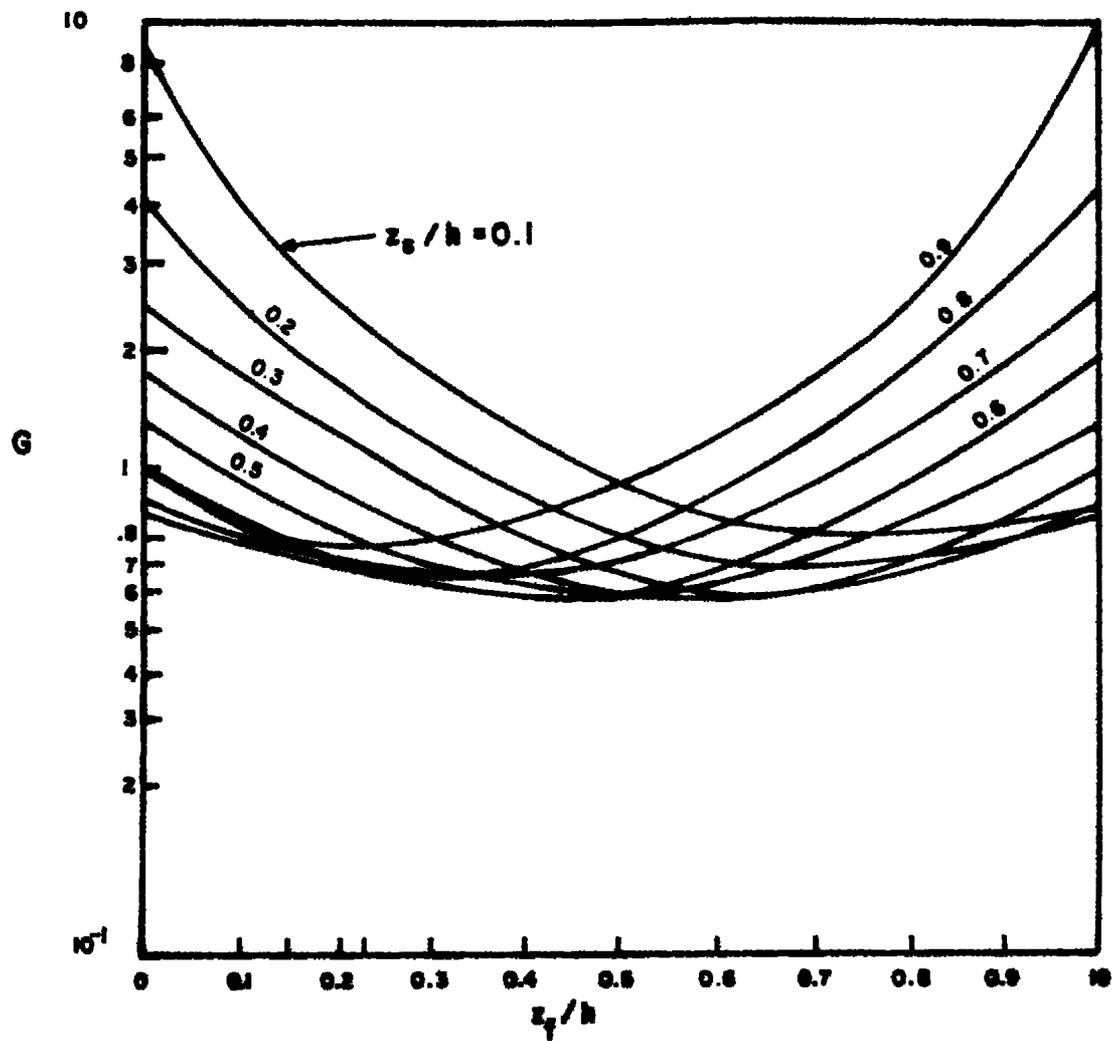


Fig. 4.17. Función Geométrica

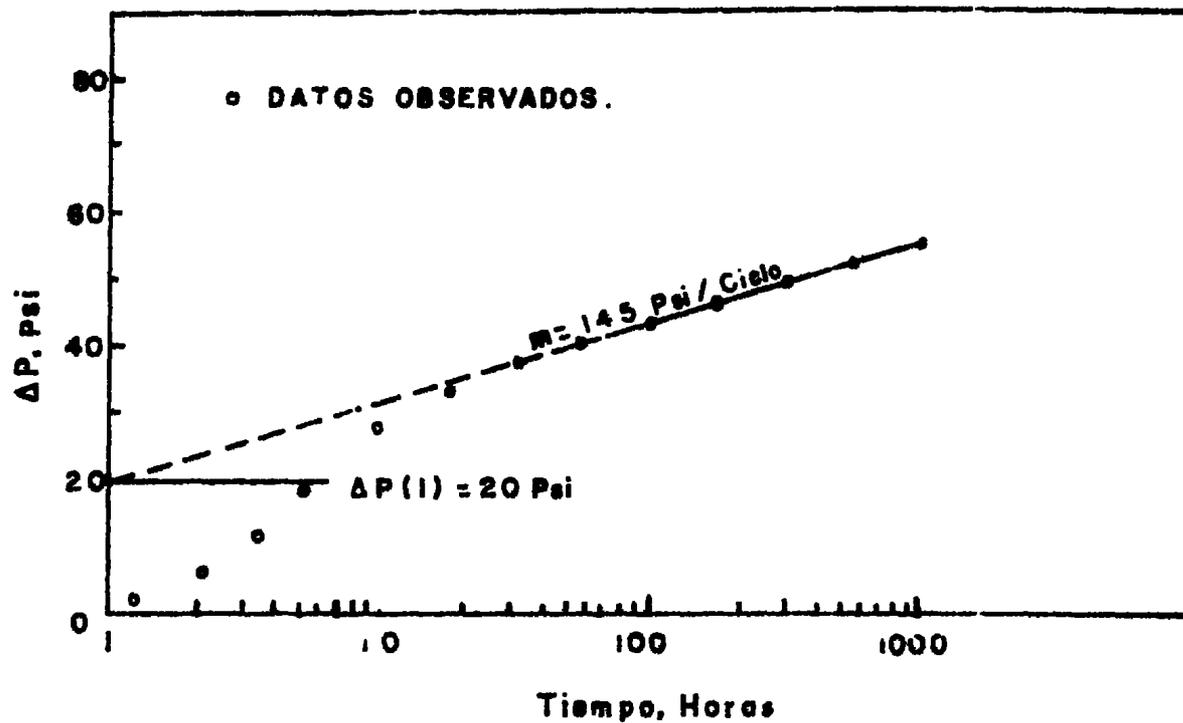


Fig. 4.18. Gráfica de la caída de presión contra el logaritmo del tiempo para una prueba de interferencia

#### 4.5.2.- Técnica de Variación Inicial.

La técnica de variación inicial se utiliza para medir la permeabilidad vertical y horizontal de la formación. Esta se aplica a sistemas estratificados de yacimientos isotrópicos, homogéneos y anisotrópicos, así como a yacimientos heterogéneos.

##### 4.5.2.1.- Interpretación.

El arreglo del pozo en el desarrollo de la prueba es el que se muestra en la Fig. 4.10, por lo que es necesario determinar el caso de yacimiento que se tenga en base a los casos ideales que se muestra en la Fig. 4.10. Los casos ideales de yacimiento son los mismos que se explicaron en la sección 4.4.7.2. Así, en la identificación del caso de yacimiento que se estudia es necesario disponer de información geológica y petrofísica del área que se estudia, ya que esta ayudará a seleccionar el caso. Es posible que existan casos de yacimientos reales que no se adapten a ninguno de los casos ideales, por lo que su análisis estará dado por un caso intermedio entre dos de los tres casos ideales, en tal situación se requiere analizar los casos ideales extremos, cuyos resultados darán

un rango de variación de la permeabilidad vertical, en el cual se encontrará el verdadero valor de la permeabilidad vertical de la formación. Si se tiene alguna experiencia en este tipo de pruebas aplicadas a casos intermedios o alguna información adicional del yacimiento en la zona probada, se puede escoger un valor de la permeabilidad en el rango de permeabilidad vertical, que esté más relacionado a alguno de los casos extremos ideales, en el que se encuentra clasificado el caso intermedio.

Cuando no se tengan elementos para poder identificar el caso real de yacimiento, en base a los tres casos ideales de yacimientos, se sugiere estimar la permeabilidad vertical para los tres casos (si se encuentran fuera del rango de coincidencia), y los valores que se obtienen pueden servir para tener una noción acerca del valor verdadero de la permeabilidad vertical de la formación. Inicialmente los tres casos ideales concuerdan en su comportamiento. El parámetro  $Z_D$ , va a permitir limitar el rango de coincidencia de los tres casos ideales, dependiendo de la escala sobre la que se grafique el tiempo de flujo, pudiendo ser lineal o logarítmica. Así, para una escala de tiempo, los arreglos de  $Z_D$ :

a).- Lineal:  $0.57 < Z_D \leq 1$

Logarítmica:  $0.49 < Z_D \leq 1$

En estos rangos los valores de  $T_{DE}$  no coinciden en --ninguno de los tres casos , por lo que es necesario identificar el caso ideal que identifique el caso real de yacimiento , ya sea ideal o intermedio.

b).- Lineal :  $0.37 \leq Z_D \leq 0.675$

Logarítmica :  $0.0 \leq Z_D \leq 0.49$

En estos rangos los valores de  $T_{DE}$ , coinciden en los -tres casos , por lo que no es necesario identificar el caso de yacimiento ideal o intermedio que se tiene.

La Interpretación se basa en el análisis de la variación inicial de las respuestas de presión , es de esperarse que esta variación sea la menos afectada por alguna heterogeneidad situada a una dis--tancia , d, desde el pozo de prueba , ya que se trata de -los cambios de presión que ocurren inicialmente , al em--pezar a desarrollarse la prueba. Los datos de pre---

sión suelen graficarse como una función lineal o logarítmica del tiempo de flujo. Así, la selección de la escala depende fundamentalmente de la calidad de los datos. De este modo, si al principio el tiempo de prueba, es más -- confiable que el que se tiene posteriormente, entonces la escala lineal es la indicada, pero si ocurre lo contrario, en el que el tiempo de prueba, al final es más confiable, entonces se usa la escala logarítmica. Por ejemplo, si -- los gastos son inestables inicialmente, la respuesta de -- presión no es representativa para obtener información. --- (por lo general el gasto suele estabilizarse después de -- haber transcurrido determinado período de tiempo).

La interpretación de la prueba con la técnica de variación inicial se efectúa en la siguiente manera:

a).- Graficar la caída de presión contra el tiempo que dura la prueba (escala de tiempo, lineal o logarítmica), Fig. 4.19.

b).- Determinar el punto de inflexión de la curva, en base al cambio de pendiente que ocurre en tiempos cortos.

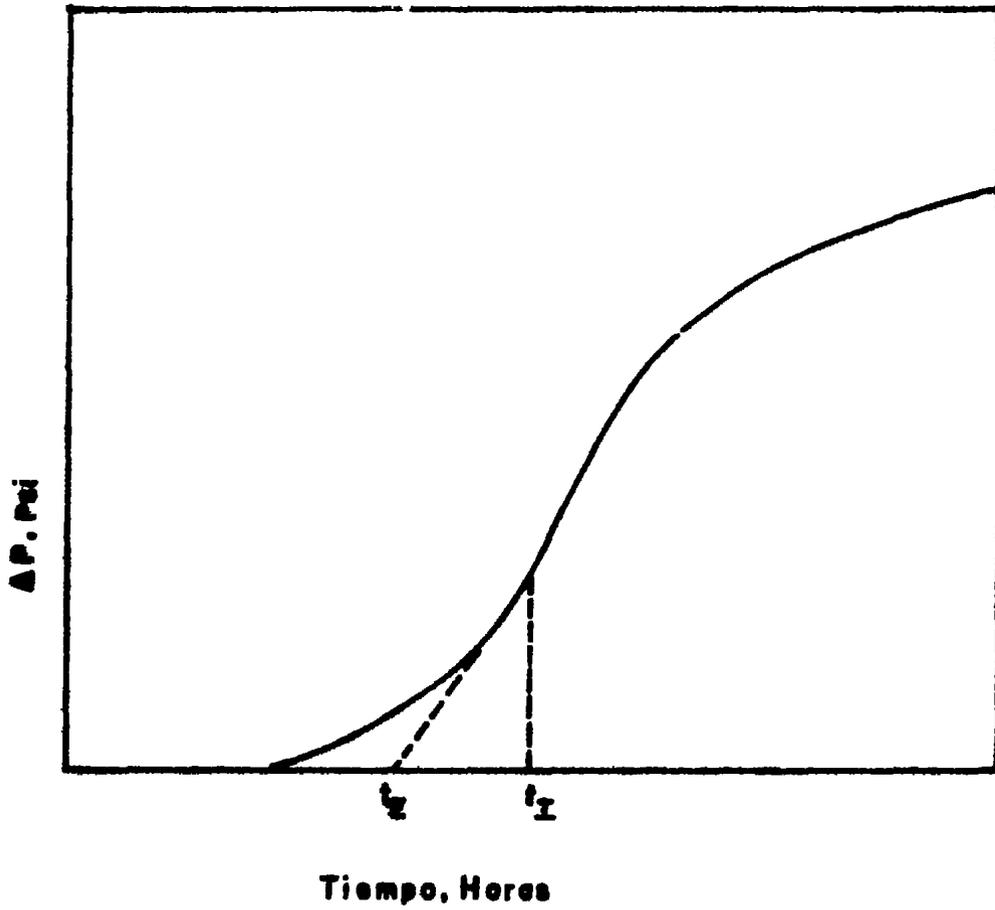
c).- Trazar una tangente al punto de inflexión y extrapolarla hasta cortar el eje del tiempo, obteniéndose el tiempo extrapolado ( $t_E$ ), el cual es usado para obtener la permeabilidad vertical.

d).- El tiempo dimensional extrapolado, --  $T_{DE}$ , se determina de la Fig. 4.20, si se graficó el tiempo sobre una escala normal o de la Fig. 4.21, si se graficó sobre una escala logarítmica. Es conveniente mencionar que el tiempo adimensional extrapolado está en función de  $Z_D$ , el valor de  $Z_D$ , se obtiene con la ecuación (4.15). El análisis matemático del comportamiento de la respuesta de presión para una prueba analizada con la técnica de variación inicial se presenta en el Apéndice D.

Con los datos obtenidos en los puntos anteriores, la permeabilidad vertical puede calcularse con la siguiente ecuación:

$$k_V = \frac{3790 \phi \mu c_t h^2 T_{DE}}{t_E} \quad \dots(4.26)$$

El tiempo de in:lexión adimensional se presenta en la Fig. 4.22 para una escala lineal de tiempo y en la Fig. 4.23 - para una escala logarítmica de tiempo.



**Fig. 4.19. Interpretación de una prueba de gusto constante.**

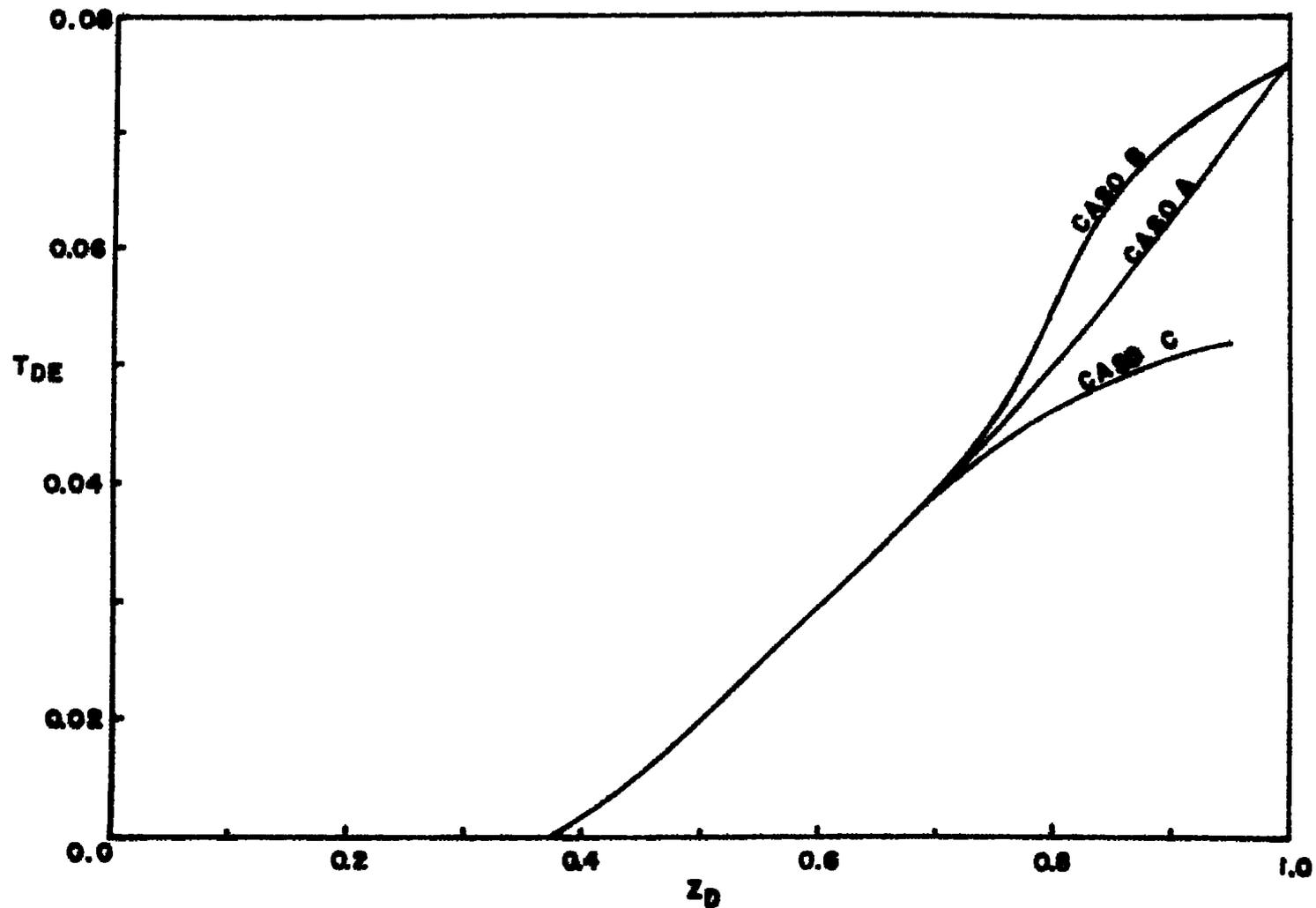


Fig. 4.20. Tiempo edimensional extrapolado con escala lineal de tiempo.

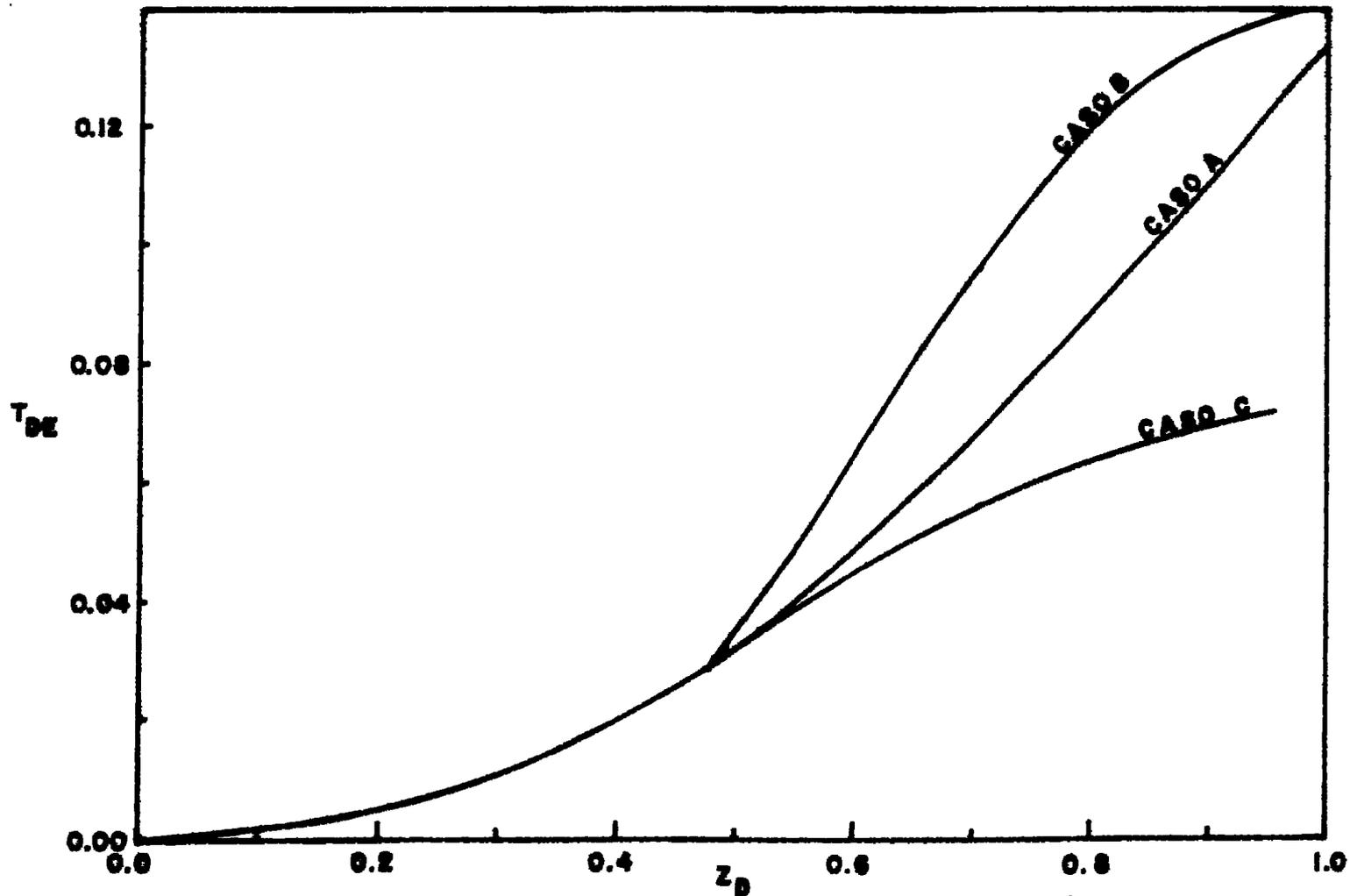
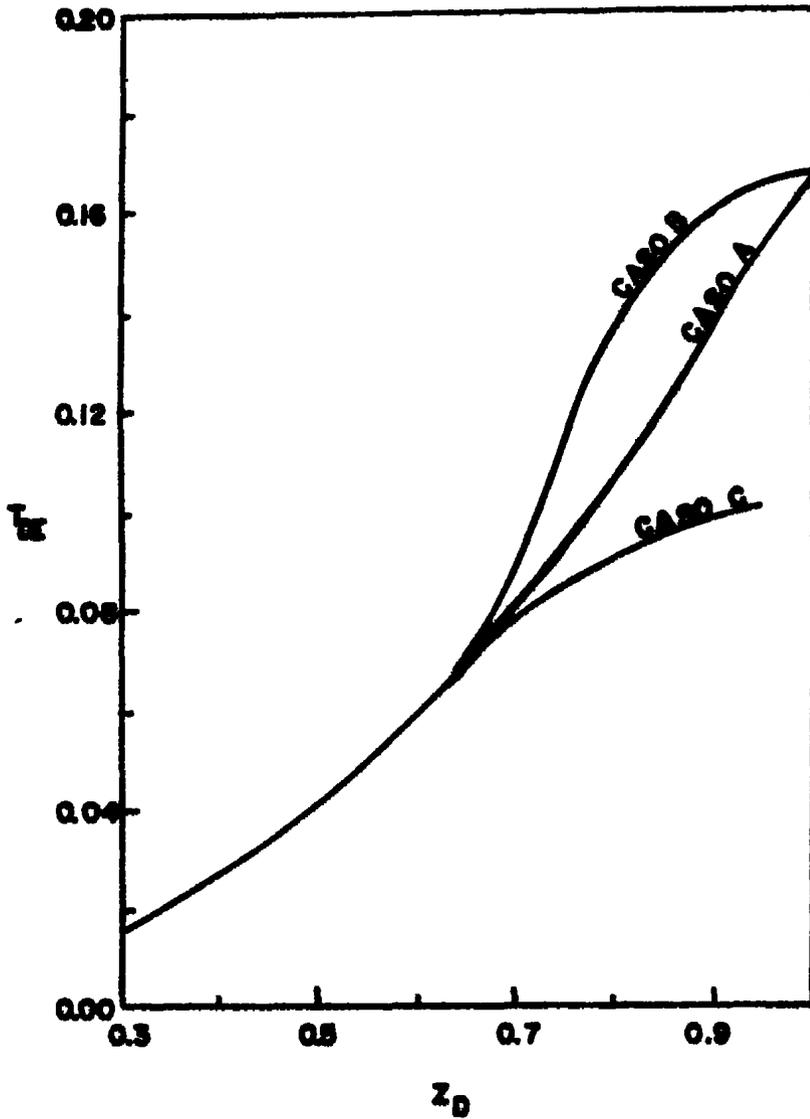


Fig. 4.21. Tiempo edimensional extrapolado con escala logarítmica de tiempo.



**Fig. 4.22.** Tiempo correspondiente al punto de inflexión bajo una cecela lineal

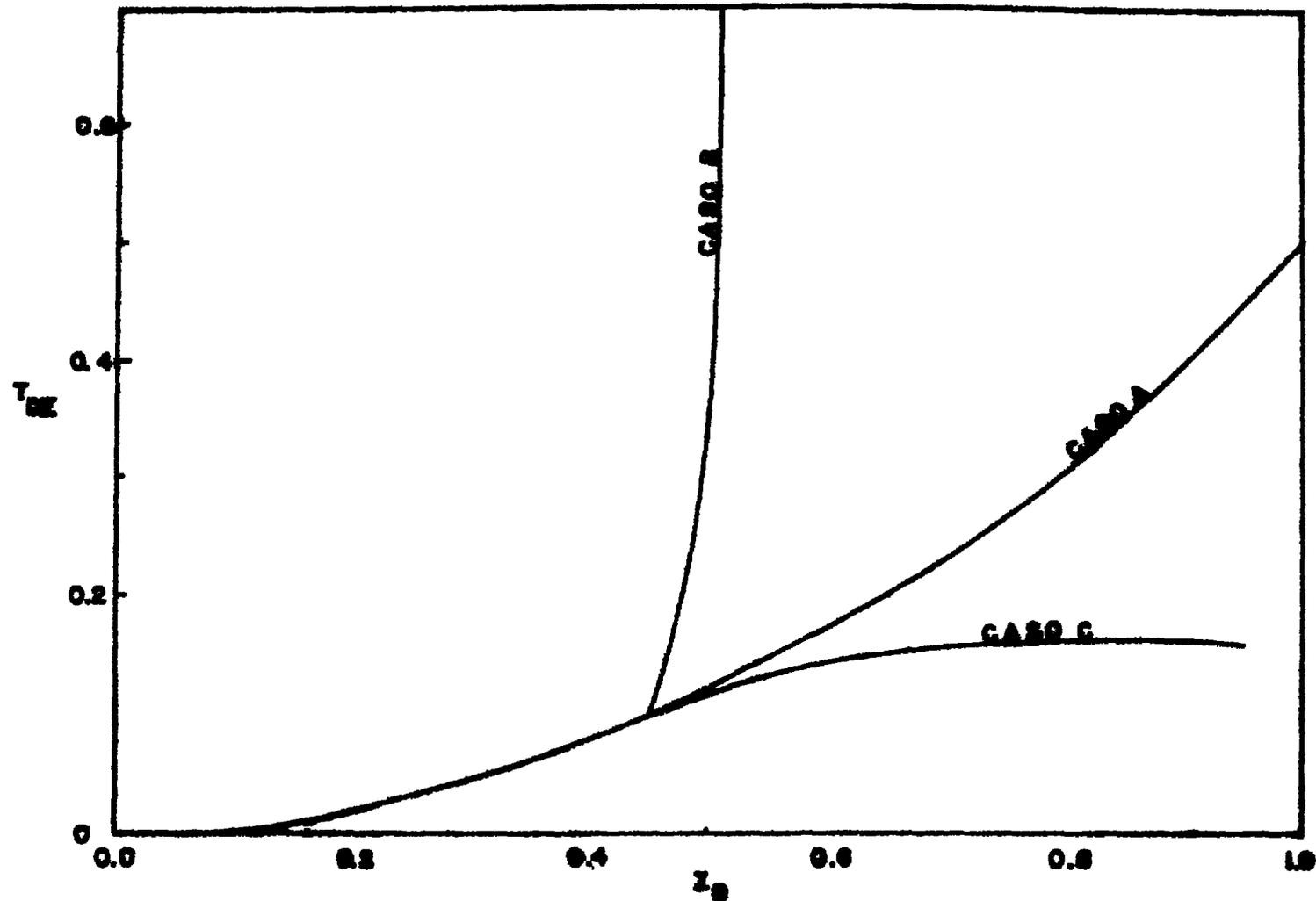


Fig. 423. Tiempo correspondiente al punto de inflexión bajo una escala logarítmica.

#### 4.5.3.- Técnica de Burns.

Esta técnica sirve para evaluar la permeabilidad vertical y horizontal de la formación. Sin embargo, su aplicación resulta poco útil para el Ingeniero de Campo, ya que la interpretación del comportamiento de la respuesta de presión en yacimientos infinitos, homogéneos y anisotrópicos y aún en aquellos heterogéneos, donde la interpretación requiere de la construcción de un modelo matemático del yacimiento, del ajuste de la permeabilidad vertical (análisis de regresión) utilizando una pareja de datos de respuesta de presión (una de las cuales se obtiene de los datos de la prueba y la otra se calcula con el modelo matemático). Los yacimientos para su análisis pueden clasificarse como:

a).- Yacimientos Infinitos.- Un yacimiento es llamado infinito, si durante su explotación disminuye la velocidad del cambio de presión.

b).- Yacimiento Finito.- Un yacimiento es llamado finito, si durante su explotación la presión cambia linealmente con el tiempo. Por ejemplo, el comporta--

miento de un yacimiento limitado de extensión areal pequeña.

En seguida se analiza la técnica aplicada a casos de yacimientos infinitos, homogéneos, y anisotrópicos.

#### 4.3.3.1.- Desarrollo Teórico.

La interpretación de las pruebas verticales de interferencia esta basada en una comparación de la respuesta de presión medida, con la respuesta generada con una computadora. El comportamiento de la presión durante una prueba vertical en un medio poroso infinito, homogéneo y anisotrópico esta dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{k_h}{\mu} \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{k_h}{\mu r} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{r_v}{\mu} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \phi c_t \frac{\partial P}{\partial t} \dots (4.27)$$

Y aplicando las condiciones siguientes:

$$a).- P(\infty, z, t) = P(r, z, 0) = P_i \dots (4.28)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}(r, 0, t) = \frac{\partial P}{\partial z}(r, h, t) = 0 \quad \dots (4.29)$$

$$c). - \lim_{r \rightarrow 0} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = -\frac{\rho \mu B}{2\pi z_i} ;$$

$$z_a < z < z_a + z_i \quad \dots (4.30)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left( r \frac{\partial P}{\partial r} \right) = 0 ; \text{ para:}$$

$$0 < z < z_a ; \text{ y}$$

$$z_i + z_a < z < h \quad \dots (4.31)$$

El comportamiento de la presión, para un yacimiento homogéneo, que satisfaga la ecuación (4.27) y las condiciones inicial y de frontera de las ecuaciones (4.28) a (4.31), es la siguiente:

$$P - P_i = - \frac{\rho \mu c \left[ -\frac{\rho \mu c r^2}{4 k_h t} \right]}{8 k_h z_i t}$$

$$\left[ \sum_{i=1}^2 \left\{ (-1)^i \operatorname{erf} \left[ \frac{(-1)^i z_a + (-1)^i z_i - z}{\sqrt{\frac{4 k_v t}{\rho c \mu}}} \right] \right\} \right]$$

$$+ (-1)^{i+1} \operatorname{erf} \left[ \frac{(-1)^{i+1} z_a - z}{\sqrt{\frac{4 k_v t}{\rho c \mu}}} \right] \left\} + \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{j=1}^2 \right.$$

$$\left. \left\{ (-1)^i \operatorname{erf} \left[ \frac{2j(-1)^i h + (-1)^i z_a + (-1)^i z_i - z}{\sqrt{\frac{4 k_v t}{\rho c \mu}}} \right] \right\} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + (-1)^{i+1} \operatorname{fer} \left[ \frac{2j (-1)^i h + (-1)^i z_a - z}{\sqrt{\frac{4 k_v t}{\rho \mu c}}} \right] \\
& + (-1)^{l+1} \\
& \times \operatorname{fer} \left[ \frac{2j (-1)^i h + (-1)^i z_a - (-1)^i z_i - z}{\sqrt{\frac{4 k_v t}{\rho \mu c}}} \right] \\
& + (-1)^i \operatorname{fer} \left[ \frac{2j (-1)^i h - (-1)^i z_a - z}{\sqrt{\frac{4 k_v t}{\rho \mu c}}} \right] \Bigg] \dots\dots(4.32)
\end{aligned}$$

#### 4.5.3.2.- Interpretación.

La respuesta de presión registrada en las perforaciones de observación puede ser analizada con un modelo de yacimiento infinito, homogéneo y anisotrópico, comparando la respuesta observada, con la generada por las curvas tipo (computadora). En unidades convencionales de campo, la caída de presión adimensional esta definida como:

$$\Delta P_D = \frac{k_h z_i \Delta P}{70.6 q \mu B} \quad \dots\dots(4.33)$$

Y el tiempo de flujo adimensional:

$$\Delta T_{DF} = \frac{k_v t_F}{948 \phi c \mu h^2} \quad \dots\dots(4.34)$$

Las curvas tipo dependen de la localización de las perforaciones tanto de flujo como de observación, de tal manera que una curva tipo tiene que ser generada para cada pozo probado.

Los requisitos para la construcción de las curvas tipo incluyen:

a).- Longitud del intervalo de flujo,  $z_i$ .

b).- Espesor de la formación,  $h$ .

c).- Distancia desde la frontera horizontal superior del yacimiento a la cima del intervalo de flujo,  $z_a$ .

d).- Distancia desde la frontera horizontal superior del yacimiento a la parte media del intervalo de observación,  $z_p$ . El diagrama del modelo geométrico se presenta en la Fig. 4.24.

Las pruebas de interferencia pueden analizarse por medio de la técnica de ajuste de curvas tipo, para determinar la permeabilidad vertical de la formación, - aplicando la ecuación (4.34).

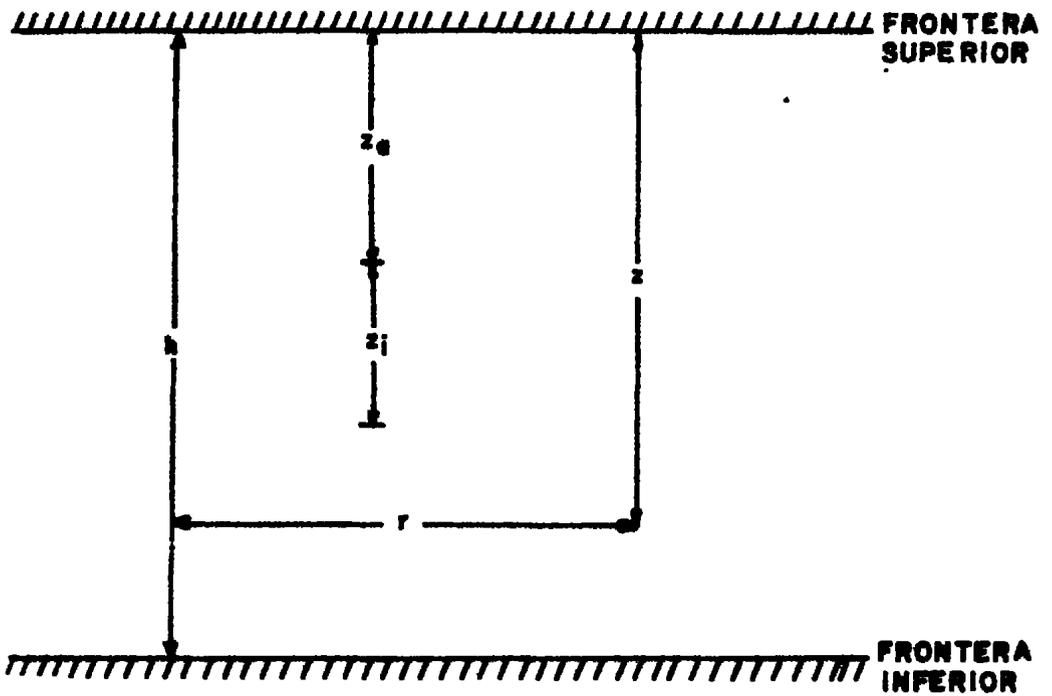


Fig. 4.24. Diagrama de un modelo geométrico homogéneo.

## CAPITULO 5

### APLICACIONES

#### 5.1.- Diseño de Pruebas de Pulsos.

En el diseño de una prueba de pulsos es necesario tomar en cuenta dos criterios importantes:

a).- Los tiempos convenientes de los pulsos - ( $\Delta t_p$ ) , deben determinarse previamente y debe tratarse de que las características de los pulsos queden aproximadamente en la media del rango de operación.

b).- La amplitud de la respuesta de presión que se espera medir en las perforaciones de observación debe ser calculada previamente , para poder determinar la sensibilidad requerida del manómetro que se va a utilizar.

##### 5.1.1.- Ejemplo Ilustrativo.

Se desea efectuar una prueba de pulsos en un yacimiento bajosaturado, que tiene las siguientes propiedades:

$$k_v = 10.0 \text{ md}$$

$$k_h = 50.0 \text{ md}$$

$$\phi = 0.20$$

$$\mu = 5.0 \text{ cp}$$

$$c_t = 1.0 \times 10^{-5} \text{ Psi}^{-1}$$

$$z_r = 70 \text{ ft}$$

$$B = 1.0 \text{ Brl c.y} / \text{ Brl c.s}$$

Los parámetros que interesan son:

a).- El tiempo de duración de los pulsos, -

$\Delta t_p$ .

b).- La amplitud de respuesta esperada en el fondo, en las perforaciones de observación,  $\Delta P$ .

c).- La sensibilidad del manómetro diferencial que se debe usar.

#### 5.1.1.1.- Diseño con la Técnica de Falade y Brigham.

a).- Tiempo de duración de los pulsos.

Como lo deseado es que las características de la prueba queden cerca de la media del rango de operación, se debe de tomar un valor de  $t_{DL} = 0.37$  a partir de la gráfica de la Fig. 4.4, y con este valor de  $t_{DL}$  y la misma gráfica, se obtiene  $(\Delta P_{DV} \times (t_{DL}))_{opt} = 0.035$  y  $\Delta t_{PDV} = 0.20$ . Luego, el tiempo para el pulso óptimo se calcula a partir de la ecuación (4.4):

$$\Delta t_p = \frac{(0.20)(5.0)(1.0 \times 10^{-5})(70)^2(0.2)}{(0.00105)(10)}$$

$$t_f = \text{...} = 56 \text{ minutos}$$

Si se quiere tener una buena respuesta de presión, la prueba debe ser diseñada para 56 minutos de producción seguidos por 56 minutos de cierre, por el número de ciclos que se quiera.

b).- Amplitud de respuesta.

La amplitud de respuesta se calcula a partir de la ecuación (4.5).

$$\Delta P = \frac{70.6(1.0)(12)q(0.035/0.37)}{50.0(70)}$$

$$\Delta P = 0.0038q$$

Si se fija un gasto de prueba de 100 l/día, la respuesta de presión es:

$$\Delta P = 0.38 \text{ psi}$$

c).- Sensibilidad del manómetro.

Si se requiere el 95 % de precisión en las respuestas de presión medidas y si en el transcurso de la prueba se tiene un gasto de 100 l/día, entonces la sensibilidad es:

$$\frac{0.05}{0.38} = 0.13$$

5.1.1.2.- Diseño con la Técnica de Hirasaki.

Para utilizar la técnica de Hirasaki es necesario contar con la siguiente información adicional:

$h = 115 \text{ ft}$

$$Z_D = \frac{70}{115} = 0.6086$$

La prueba se desarrolla en un mismo intervalo homogéneo -- (misma zona) y como  $Z_D = 0.6086$ , los resultados son independientes del caso que se trate.

a).- Tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión,  $t_{AM}$ , y tiempo de flujo,  $t_f$ .

El primer paso en la detección de,  $t_{AM}$ , es determinar  $T_{DM}$ , lo cual se logra con la Fig. 4.12:

$$T_{DM} = 0.05$$

Y por medio de la ecuación (4.13), se determina el tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión:

$$t_{AM} = \frac{3790 (0.20)(5)(1.0 \times 10^{-5})(115)^2(0.05)}{(10)}$$

$$t_{AM} = 2.506 \text{ horas}$$

El tiempo de flujo, generalmente es muy pequeño, comparado con el tiempo para obtener la máxima respuesta de presión. Normalmente el tiempo de flujo es un 10 % o menos del tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión, obteniéndose entonces:

$$t_F = 0.25 \text{ horas} = 15 \text{ minutos}$$

Así, la respuesta de presión estará dada por 15 minutos de flujo y 2.506 horas, de cierre.

b).- Amplitud de respuesta.

La amplitud de respuesta se estima a partir de la ecuación (4.20). Donde  $A ( Z_D ) = A ( 0.61 ) = 7.4$ , se obtiene de la gráfica de la Fig. 4.15. Sustituyendo se tiene:

$$\Delta P = \frac{(0.449)(10/50) Q (7.4)}{(0.20)(1.0 \times 10^{-5})(115)^3}$$

$$\Delta P = 0.2184 Q = \frac{0.2184 q t_F}{24}$$

$$\Delta P = 0.0091 q t_F$$

Si se fija un gasto de flujo de 100 brl/día por un tiempo de flujo de 15 minutos (0.25 horas), la caída de presión esperada es:

$$\Delta P = (0.0091)(100)(0.25)$$

$$\Delta P = 0.2275 \text{ psi}$$

c).- Sensibilidad del manómetro:

Si se desea tener el 95 % de precisión en las respuestas de presión medidas, teniéndose durante la prueba un gasto de 100 brl/día, entonces la sensibilidad es:

$$\frac{0.05}{0.2275} = 0.219 \text{ psi}$$

Nótese que el método de Falade y Brigham proporciona resultados para pruebas con intervalos de producción y cierre iguales y el método de Hirasaki proporciona resultados para intervalos de producción y cierre desiguales.

### 5.1.2.- Ejemplos ilustrados de pruebas de pulsos.

Con el objeto de ilustrar la aplicación de los métodos de análisis en la determinación de la permeabilidad vertical, se presentan dos ejemplos de aplicación.

Los valores de los parámetros específicos, tales como porosidad, compresibilidad, viscosidad y espesor de la formación son necesarios para la estimación de la permeabilidad vertical, bajo cualquiera de las técnicas de interpretación de las pruebas de presión que se utilice. Se recomienda que el espesor sea estimado por medio de registros eléctricos, la compresibilidad por correlaciones ya establecidas, la viscosidad por medio de un viscosímetro de altas temperaturas y la porosidad a través de mediciones en el laboratorio o utilizando registros geofísicos.

Para el análisis de las pruebas de pulsos se aplican las técnicas de Falade y Brigham, en donde los tiempos de producción y cierre son iguales; mientras que en la técnica de Hirasaki el tiempo de producción es muy pequeño, (10 % o menos) comparado con el tiempo que permanece cerrado el pozo. Por tanto, se analizan dos problemas diferentes en cuanto a situaciones de flujo, pero igual

les en cuanto al objetivo: Determinar la permeabilidad ver  
tical de la formación.

Ejemplo 1. - En un pozo se desarrolló una prueba de pulsos. La zona en que se aplicó la prueba fué una zona homogénea. Tanto las respuestas de presión medidas en el fondo del pozo (perforaciones de observación), como los gastos de producción, se muestran graficados contra el tiempo en la --- Fig. 5.1. El intervalo de producción es igual al intervalo de cierre, el cual es de 90 minutos. Otros datos necesarios en la aplicación de la técnica son:

$$h = 132 \text{ ft}$$

$$z_r = 60 \text{ ft}$$

$$z_q = 40 \text{ ft}$$

$$z_s = 32 \text{ ft}$$

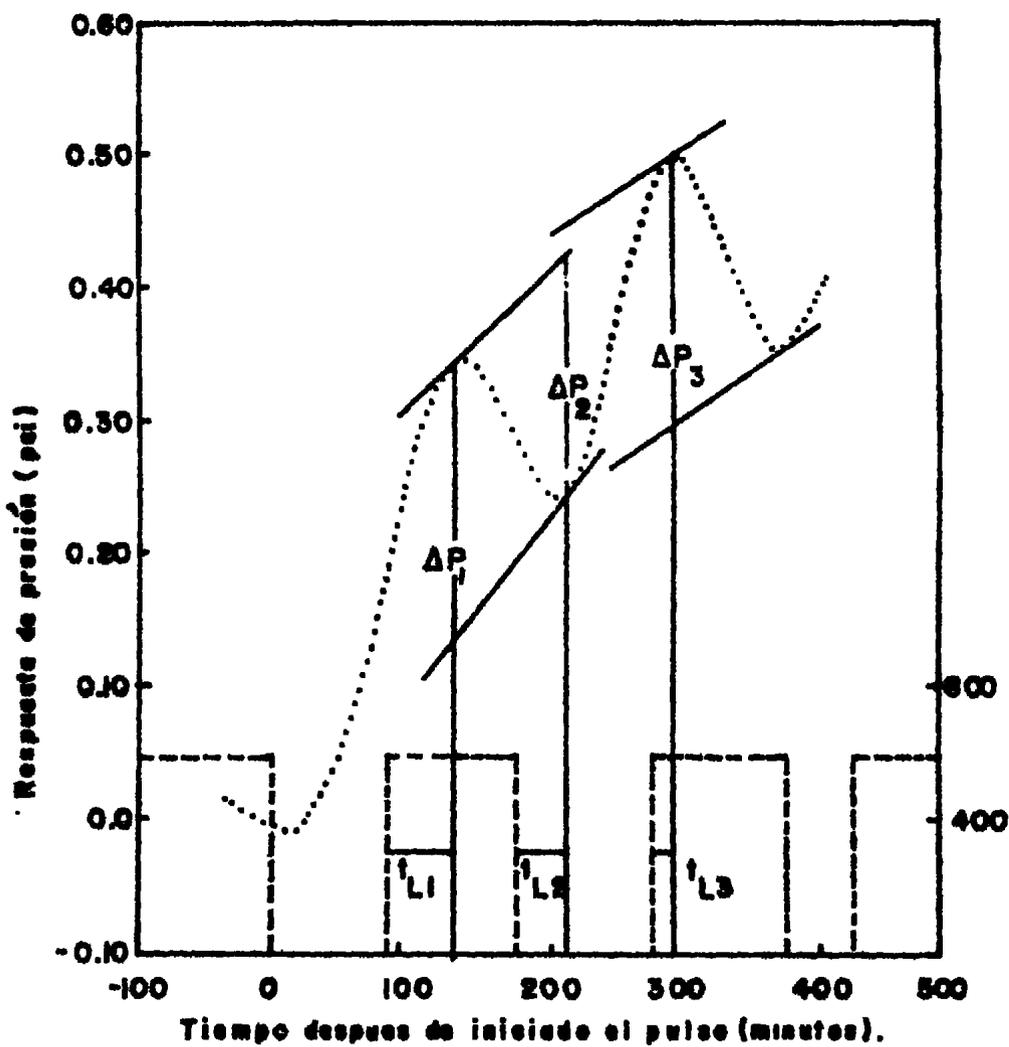
$$c_t = 4.1 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$$

$$\phi = 0.30$$

$$\mu = 5.0 \text{ cp}$$

$$q = -560 \text{ brl/día}$$

Se dese: calcular la permeabilidad vertical  
de la formación.



**Fig. 5.1. Gráfica que muestra la respuesta de presión contra el tiempo del ejemplo 1.**

Análisis con el método de Falade y Brigham:

1).- Para determinar la permeabilidad vertical, mediante el análisis del primer pulso, (Fig. 5.1):

Primera Cima

$$\Delta P_1 = 0.201 \text{ psi}$$

$$t_{L1} = 40 \text{ minutos (0.66 horas)}$$

2).- Determinación del sistema

$$G_p = \frac{40}{60} = 0.666$$

$$G_R = \frac{32}{60} = 0.53$$

Como  $G_p$  y  $G_R$  son menores que 2, el sistema es finito (la respuesta de presión afectada por las dos fronteras horizontales).

3).- En base a los resultados de la primera cima, se obtiene:

$$t_{DL} = \frac{40}{90} = 0.444$$

Con este valor de  $t_{DL}$  se obtiene  $\Delta t_{PDV} = 0.166$  utilizando la Fig. 4.6.

4).- Con  $\Delta t_{PDV} = .166$  y para cada uno de -- los factores geométricos ( $G_p = 0.66$  y  $G_R = 0.53$ ) se obtiene la relación de tiempos de retraso correspondiente por medio de la Fig. 4.7:

$$\left( \frac{t_L}{(t_L)_{\infty}} \right)_{G_p} = 0.998 \quad \text{v}$$

$$\left( \frac{t_L}{(t_L)_{\infty}} \right)_{G_r} = 1.005 \quad , \text{ respectivamente.}$$

5).- Entonces se obtiene el valor correcto\_

de la relación de tiempos de retraso:

$$(t_L)/(t_L)_{\text{Correcto}} = 0.997 \times 1.005$$

$$= 1.001$$

6).- El nuevo valor de  $(t_L)_{\text{Correcto}} / \Delta t_p$  se obtiene sustituyendo el valor correcto de la relación de tiempos de retraso en la ecuación (4.11).

$$(t_L / \Delta t_p) = \frac{0.444}{\text{Nuevo } 1.001} = 0.443$$

y con la Fig. 4.6:

$$\Delta t_{PDV} = 0.170$$

7).- Como  $(\Delta t_{PDV})_{P3} \neq (\Delta t_{PDV})_{P6}$ , entonces se continua el procedimiento iterativo hasta encontrar dos valores sucesivos iguales de  $\Delta t_{PDV}$ . En la Tabla 5.1 se muestran los resultados de las iteraciones hechas hasta satisfacer la condición establecida.

TABLA 5.1.- Cálculo iterativo para pruebas de pulsos en un sistema influenciado por dos fronteras horizontales.

Parámetro	Iteración			Ecuación o Gráfica
	1	2	3	
$\Delta t_{PDV}$	0.1660	0.1700	0.169	Fig. 4.6
$t_L / (t_L)_{\infty}$	0.997	0.996	0.995	Fig. 4.7
				$G_p = .66$
$t_L / (t_L)_{\infty}$	1.005	1.00	1.00	Fig. 4.7
				$G_R = .53$
$(\bar{t}_L) / (\bar{t}_L)_{\infty}$	1.001	0.996	0.995	Ec. 4.12
$(t_L)_{\infty} / \Delta t_p$	0.443	0.446	0.446	Fig. 4.11
$(\Delta t_{PDV})_N$	0.1700	0.169	0.169	Fig. 4.6

8).- Por tanto, el valor correcto de ----

$\Delta t_{pDV}$  es 0.169. Y sustituyéndolo en la ecuación (4.10), se obtiene el valor de la permeabilidad vertical:

$$k_v = \frac{(0.30)(5.0)(4.1 \times 10^{-5})(60)^2(0.169)}{0.00105 \times 1.5}$$

$$k_v = 23.75 \text{ md}$$

Ejemplo 2.- En base a estudios geológicos que se tiene sobre el área en donde se desarrolla la prueba, el sistema -estratificado Fig. 5.2, se clasifica como un caso P, sección 4.4.7.2, debido a que la zona 2 es una capa impermeable, de ahí que el sistema se considere como un estrato homogéneo. La zona 1 se encuentra invadida por un aceite bajosaturado. Las respuestas de presión medidas en el fondo del pozo (perforaciones de observación) se muestran graficadas contra el tiempo en la Fig. 5.3. El intervalo de producción es diferente al intervalo de cierre. Otra información necesaria en la aplicación de la técnica es:

$$h = z_p = 22 \text{ ft}$$

$$c_t = 1 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$$

$$\phi = 0.20$$

$$\mu_o = 5 \text{ cp}$$

$$q = -200 \text{ bbl/día}$$

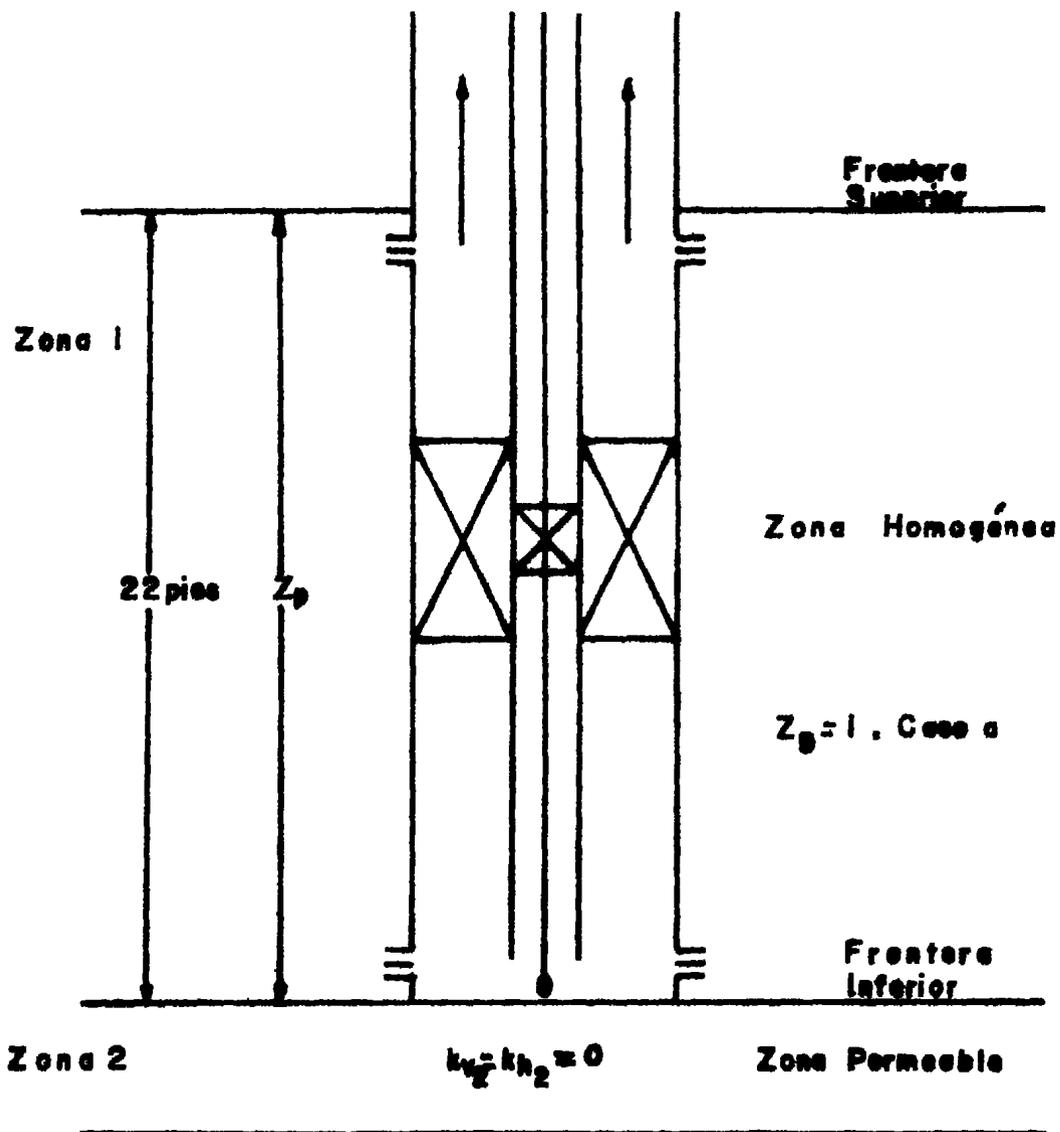
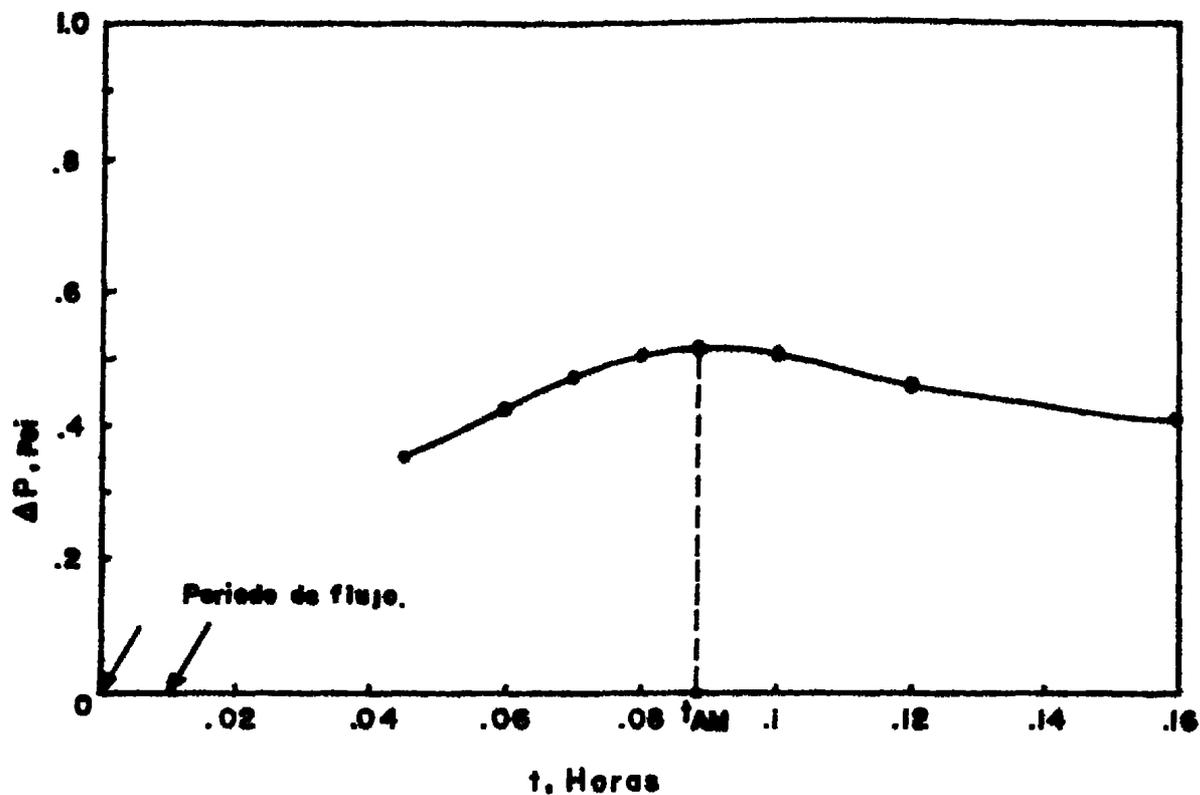


Fig. 5.2. Configuración del pozo en el desarrollo de la prueba de pulsos.



**Fig. 5.3. Respuesta de presión obtenida en una prueba de pulsos, desarrollada en una zona homogénea (ejemplo 2)**

Se desea calcular la permeabilidad vertical de la formación.

Método de Hirasaki.- Para estimar la permeabilidad vertical, de la Fig. 5.3 se leen el tiempo de flujo y el tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión:

$$t_F = 0.01 \text{ horas} = 36 \text{ segundos}$$

$$t_{AM} = 0.087 \text{ horas} = 5.22 \text{ minutos}$$

Como se trata de producción del pozo, se corrige el tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión para un período de flujo finito de la siguiente manera:

$$t'_{AM} = 0.087 - \frac{1}{2} (.01)$$

$$t'_{AM} = 0.082 \text{ horas}$$

El tiempo de llegada adimensional de la mí-

xima respuesta de presión, se obtiene de la Fig. 4.12 utilizando un valor de  $Z_D=1$  y refiriéndolo al caso B:

$$T_{DM} = 0.167$$

La permeabilidad vertical, se obtiene de la ecuación (4.13):

$$k_v = \frac{3790 (0.20) (5) (1 \times 10^{-5}) (22)^2 (0.167)}{0.082}$$

$$k_v = 37.35 \text{ md}$$

En la Tabla 5.2 se presentan los datos y resultados de los ejemplos 1 y 2.

Se desea calcular la permeabilidad vertical de la formación.

Método de Hirasaki.- Para estimar la permeabilidad vertical, de la Fig. 5.3 se leen el tiempo de flujo y el tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión:

$$t_F = 0.01 \text{ horas} = 36 \text{ segundos}$$

$$t_{AM} = 0.087 \text{ horas} = 5.22 \text{ minutos}$$

Como se trata de producción del pozo, se corrige el tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión para un período de flujo finito de la siguiente manera:

$$t'_{AM} = 0.087 - \frac{1}{2} (.01)$$

$$t'_{AM} = 0.082 \text{ horas}$$

El tiempo de llegada adimensional de la má-

xima respuesta de presión, se obtiene de la Fig. 4.12 utilizando un valor de  $Z_D=1$  y refiriéndolo al caso B:

$$T_{DM} = 0.167$$

La permeabilidad vertical, se obtiene de la ecuación (4.18):

$$k_v = \frac{3790 (0.20) (5) (1 \times 10^{-5}) (22)^2 (0.167)}{0.082}$$

$$k_v = 37.35 \text{ md}$$

En la Tabla 5.2 se presentan los datos y resultados de los ejemplos 1 y 2.

TABLA 5.2.- Datos y resultados de las pruebas de pulsos en zonas homogéneas (Ejemplos 1 y 2).

Parámetro	Falade y Brigham	Hirasaki
$h$	1-2 ft	22 ft
$z_r$	60 ft	*
$z_{q1}$	40 ft	*
$z_B$	32 ft	*
$z_p$	*	22 ft
$c_t$	$4.1 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$	$1 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$
$\beta$	0.30	0.20
$\mu_0$	5.0 cr	5.0 cr
$q$	-560 brl/día	-200 brl/día
$k_v$	23.75 md	37.35 md

\*; No existe en la técnica.

## 5.2.- Pruebas de Interferencia.

Con la finalidad de ilustrar la aplicación de las técnicas de interferencia en la estimación de la permeabilidad vertical se presenta un ejemplo de aplicación.

En el análisis de las pruebas de interferencia se aplican las técnicas de Prats, de variación inicial y Burns, pero debido a lo impráctico que resulta la última, únicamente se ilustra la aplicación de las primeras dos técnicas. La técnica de Prats, utiliza datos de tiempos largos en la interpretación, mientras que la técnica de variación inicial utiliza datos de tiempos cortos.

Ejemplo 3.- En base a estudios geológicos y estratigráficos que se tienen sobre el área en donde se desarrolla la prueba, el sistema estratificado, Fig. 5.4, se clasifica como un caso A, sección 4.4.7.2. Las perforaciones de flujo y observación se encuentran en la zona superior, la cual se considera como una zona de baja permeabilidad, la segunda capa es una zona de alta permeabilidad. La razón de considerar el sistema como un caso A, es debido a que la zona de alta permeabilidad es muy delgada comparada con

la zona de baja permeabilidad. El sistema estratificado se encuentra invadido por un aceite bajosaturado. Las respuestas de presión medidas en el fondo del pozo (perforaciones de observación) se muestra graficada contra el tiempo en la Fig. 5.5. En la interpretación con las técnicas de Prats y de Variación Inicial es necesario disponer de la siguiente información:

$$\mu = 1.0 \text{ cP}$$

$$\phi = 0.25$$

$$c_t = 5.2 \times 10^{-5} \text{ psi}^{-1}$$

$$q = 500 \text{ brl/día}$$

Se desea estimar la permeabilidad vertical de la formación.

Método de Variación Inicial.- El primer paso en la estimación de la permeabilidad vertical consiste en determinar  $t_E$  a partir de la Fig. 5.5:

$$T_E = 0.47 \text{ horas} = 28.2 \text{ segundos}$$

Con los datos de la posición de las perforaciones de observación con respecto a alguna de las dos --- fronteras horizontales del yacimiento (lugar en donde se encuentran las perforaciones de flujo) y el espesor de la zona de baja permeabilidad se obtiene el valor de  $Z_D$ :

$$Z_D = \frac{25.8}{30.4} = 0.84$$

$$Z_D = 0.84$$

Con el valor de  $Z_D$  se entra a la Fig. 4.21, refiriéndolo al caso A, sección 4.4.7.2, obteniéndose el valor de  $T_{DE}$ :

$$T_{DE} = 0.097$$

La permeabilidad vertical, se obtiene sustituyendo valores en la ecuación (4.26):

$$k_v = \frac{3790 (1.0) (0.25) (5.2 \times 10^{-5}) (30.4)^2 (0.097)}{0.47}$$

$$k_v = 9.4 \text{ md}$$

Método de Prats. - La función de interpretación de Prats -- aplicada a la respuesta de presión medida en las perforaciones de observación de la Fig. 5.4, cuyo comportamiento se ilustra en la Fig. 5.5, se ilustra a continuación. Se hacen tres análisis de la respuesta de presión en base al espesor de la zona homogénea y al tiempo de prueba, el primer análisis se explica en detalle y el segundo y tercer análisis se muestran los resultados en la Tabla 5.3. Los sistemas que se consideran son:

$$a). - l = 30.4 \text{ ft}$$

$$1 \leq t \leq 10, t; \text{ horas}$$

En este sistema se supone una sola zona homogénea (zona 1); por tanto, la zona 2 se considera despreciable.

b).-  $h = 38 \text{ ft}$

$1 \leq t \leq 10, t$ ; horas

En este sistema se considera una sola zona homogénea que abarca las zonas 1 y 2.

c).-  $h = 38 \text{ ft}$

$10 \leq t \leq 24, t$ ; horas

Este sistema es similar al anterior, la única diferencia estriba en el tiempo de prueba.

En los tres sistemas anteriores las perforaciones de flujo y observación se consideran inalterables. Así el análisis para el primer sistema se realiza de la siguiente manera:

1).- Determinar la pendiente de la tangente

al primer punto de inflexión en el intervalo de tiempo de 1 a 10 horas, la cual es:

$$m = 28 \text{ psi/ciclo}$$

2).- Determinar la caída de presión que ---  
ocurre en 1 hora:

$$\Delta P (1) = 10 \text{ psi}$$

3).- Determinar el factor geométrico F:

$$z_f/h = 30.4/30.4 = 1$$

$$z_s/h = 4.6/30.4 = 0.1513$$

Con los datos anteriores se entra a la Fig. 4.17, obteniéndose el valor de G:

$$G(1,0.15)=0.92$$

sustituyendo el valor de G, en la ecuación (4.22) se obtiene el valor del factor geométrico F:

$$F(1,0.15)=0.92+30.4/25.8 = 2.098$$

4).- Sustituyendo valores en la ecuación (4.25) se obtiene la permeabilidad vertical:

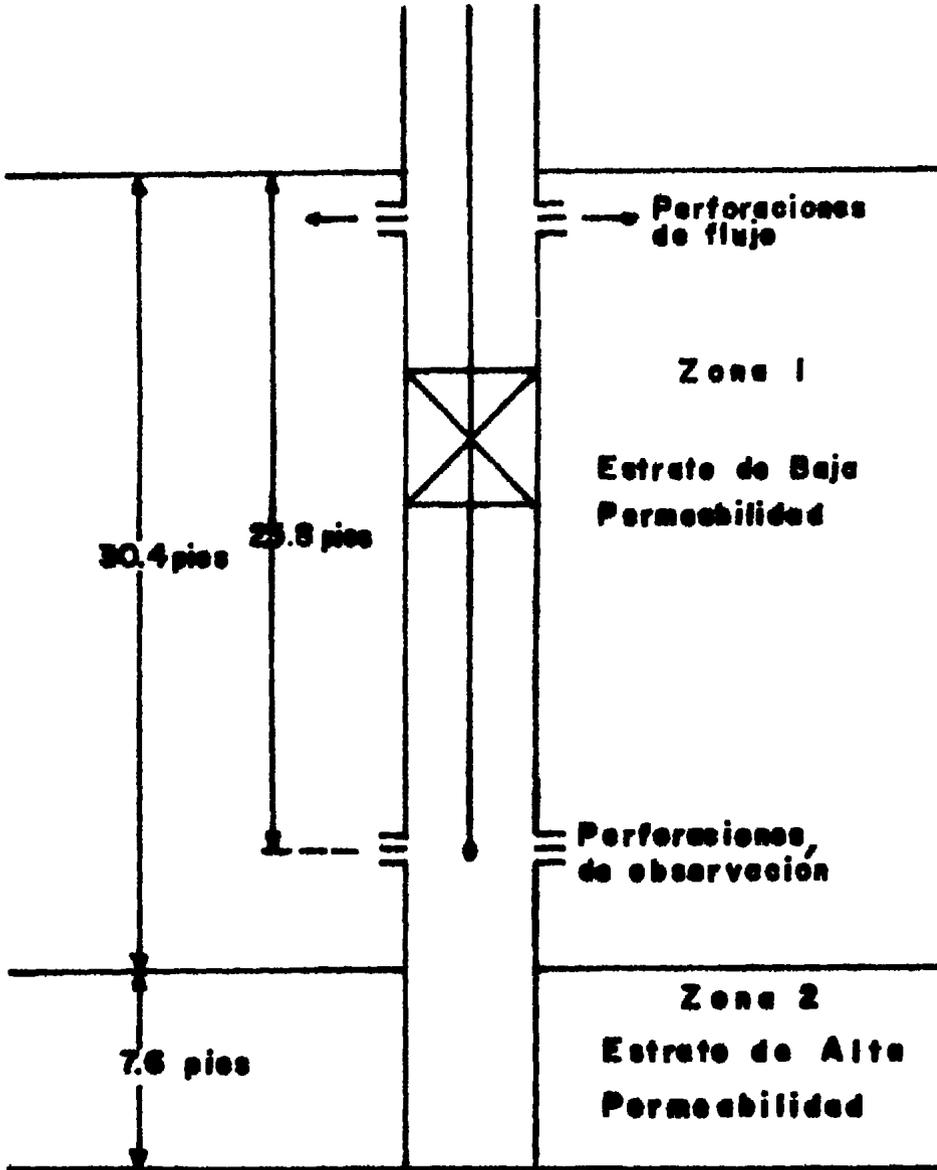
$$k_v = 3788 (0.25)(1.0)(5.2 \times 10^{-5})(30.4) \\ \times \exp \left[ \frac{2.303 \times 10}{28} - 2.098 \right]$$

$$k_v = 12.7 \text{ md}$$

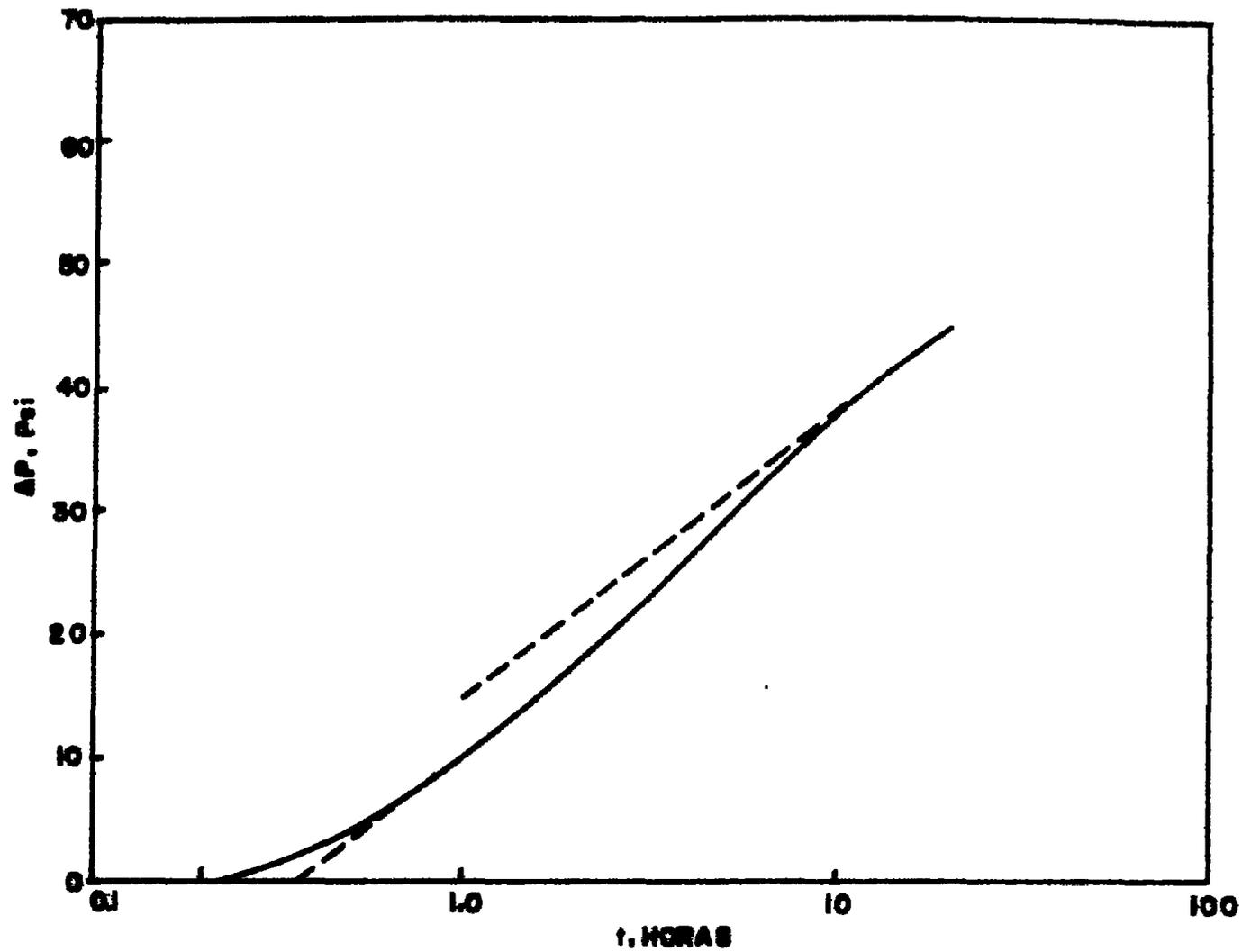
En la Tabla 5.3 se muestran los resultados de los análisis hechos a sistemas homogéneos (caso A) bajo diferentes consideraciones en cuanto al espesor, pero misma posición de las perforaciones de flujo y observación.

TABLA 5.3.- Resultados de los análisis hechos a sistemas homogéneos, con la técnica de Prats.

Variable	Origen	h=30.4 ft (1 a 10) horas	h=38 ft (1 a 10) horas	h=38 ft (10 a 24) horas
m, psi/ciclo	Fig. 5.5	28	28	23
$\Delta P(1 \text{ hora}), \text{psi}$	Fig. 5.5	10	10	15
$k_v, \text{md}$	Ec. (4.25)	12.7	16.5	25.2



**Fig.5.4. Arreglo del pozo en una prueba de interferencia (ejemplo 3).**



**Fig. 5.5. Respuesta de presión en una prueba de interferencia (ejemplo 3).**

En base a mediciones hechas a muestras obtenidas de la formación, se estima que la permeabilidad vertical promedio es de 10 md. Así en la Tabla 5.4 se muestran los errores de -- las permeabilidades verticales obtenidas con la técnica de variación inicial y con la técnica de Prats (en tres casos).

TABLA 5.4.- Resumen de resultados de las pruebas de interferencia

Variable	Variación Inicial	Erat:		
		Primer Análisis	Segundo Análisis	Tercer Análisis
	h=30.4 ft (1 a 10, hrs.)	h=30.4 ft (1 a 10, hrs.)	h=38 ft (1 a 10, hrs.)	h=38 ft (10 a 24 hrs.)
$k_v$ , md	9.38	12.7	16.7	25.2
Error	6.2 %	27 %	67 %	150 %

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES

1).- Las pruebas verticales de presión utilizan solamente un solo pozo, el cual se utiliza como pozo activo y pozo de observación.

2).- El mecanismo de un manómetro diferencial de alta sensibilidad se conecta en el intervalo de observación, mientras se tiene producción de fluido en el intervalo de flujo, por espacio de períodos alternados (pruebas de pulsos) o por espacio de cierto período de tiempo (pruebas de interferencia). El pozo utilizado en la prueba puede ser ---fluyente, de bombeo o de inyección. La producción de fluido (pruebas de interferencia) y cierre del pozo (pruebas de pulsos) generan una serie de variaciones de presión que se propagan en el intervalo de la formación que se esté --analizando, las variaciones de presión se detectan en las perforaciones de observación.

3).- Para un fluido dado en el yacimiento, la velocidad a la que viajan las ondas de presión depende de la permeabi-

lidad y porosidad que existe en el intervalo de flujo de -  
análisis.

4).- Las pruebas verticales de presión se emplean para de-  
terminar información :

a).- Cuantitativa: permeabilidad, porosidad.

b).- Cualitativa: orientación de fracturas,  
comunicación entre zonas.

5).- Debido a la alta sensibilidad del manómetro, las res-  
puestas de presión generadas en las pruebas verticales de\_  
presión se pueden detectar rápidamente. Por esta razón, se  
pueden probar muchos intervalos en cortos períodos de tiem-  
po, con pequeñas interrupciones en las operaciones de cam-  
po.

6).- En campos de desarrollo ya avanzados, las pruetas ver-  
ticales de presión pueden ayudar en la optimización del di-  
seño de proyectos de recuperación secundaria.

7).- Las pruebas verticales de presión permiten estimar la permeabilidad vertical bajo condiciones dinámicas de flujo.

8).- Las pruebas de pulsos analizadas con la técnica de Hirasaki ofrece la ventaja de que permite evaluar la permeabilidad vertical en zonas estratificadas. Además los períodos de producción (inyección) y cierre son diferentes. En esta técnica existe una menor interferencia en la respuesta de presión por parte de una heterogeneidad del yacimiento, debido a que los pulsos son de corta duración. La técnica se aplica a yacimientos homogéneos-heterogéneos y anisotrópicos.

9).- Las pruebas de pulsos analizadas con la técnica de Falade y Brigham se aplican a pozos alejados de una frontera o discordancia que limite al yacimiento lateralmente. Los períodos de producción y cierre son de igual magnitud. Esta técnica se aplica única y exclusivamente a yacimientos infinitos, homogéneos y anisotrópicos.

10).- Las pruebas de interferencia analizadas bajo la técnica de Prats se desarrollan en una forma práctica y sencilla ya que gran parte de su interpretación se basa en la utilización de una sola gráfica (Fig. 4.17). La técnica se

aplica a los tiempos largos de la prueba. La técnica se --  
utiliza en yacimientos infinitos, homogéneos y anisotrópi-  
cos.

11).- Las pruebas de interferencia analizadas con la técni-  
ca de variación inicial permite evaluar la permeabilidad -  
vertical de la formación en capas estratificadas, la inter-  
pretación se aplica a tiempos cortos, motivo por el cual -  
existe una menor interferencia de la posible presencia de -  
una heterogeneidad del yacimiento. La técnica se aplica a  
yacimientos infinitos, homogéneos-heterogéneos y anisotró-  
picos.

12).- Las pruebas de interferencia analizadas con la técni-  
ca de Burns resulta poco práctica para el Ingeniero de cam-  
po, ya que la base de su interpretación son curvas tipo --  
las cuales son generadas por una computadora. La técnica -  
se aplica a yacimientos infinitos, homogéneos-heterogé-  
neos y anisotrópicos.

13).- En el análisis de las pruebas verticales de pulsos,-  
la técnica de Hirasaki resulta ser más general ya que el -  
caso homogéneo (técnica de Falade y Brigham) lo contempla -  
esta.

14).- En el análisis de las pruebas verticales de interferencia, la técnica de variación inicial es la más general, el caso homogéneo (técnica de Prats y técnica de Burns) es tratado por ésta.

## ARTICULO 7

### NOMENCLATURA

$A(Z_D)$  = Amplitud adimensional

$B$  = Factor de volumen de la formación, bbl c.v./bbl c.s

$B_o$  = Factor de volumen del aceite, bbl c.v./bbl c.s

$C$  = Constante

$c$  = Compresibilidad de la formación,  $\text{psi}^{-1}$

$c_t$  = Compresibilidad total del sistema,  $\text{psi}^{-1}$

$d$  = Distancia a la que se encuentra una falla o discontinuidad medida desde el pozo de prueba, ft

$e$  = 2.7182

$F$  = Factor Geométrico

$G$  = Factor Geométrico

- $G_p$  = Fracción de la distancia que existe entre las perforaciones de flujo y observación con respecto a la longitud dada por las perforaciones de flujo y la frontera horizontal superior, ft
- $G_R$  = Fracción de la distancia que existe entre las perforaciones de flujo y observación con respecto a la longitud dada por las perforaciones de observación y la frontera horizontal inferior, ft
- $h$  = Espesor de la formación, ft
- $k_r, k_h$  = Permeabilidad horizontal de la formación, md
- $k_v$  = Permeabilidad vertical de la formación, md
- $m$  = Pendiente de la línea recta semilogarítmica, psi/ciclo
- P.I. = Punto de inflexión
- $P$  = Presión del Yacimiento, psi
- $P_D$  = Presión adimensional
- $P_1 \text{ hora}$  = Presión de intercepción de la línea recta semilogarítmica a una hora, psi
- $P_w$  = Presión en el fondo del pozo, psi

$P_{wf}$  = Presión de fondo fluyendo, psi

$P_{ws}$  = Presión de fondo estática, psi

$\Delta P$  = Amplitud de respuesta de presión, psi

$\Delta P_{DM}$  = Máxima respuesta de presión adimensional

$\Delta P_M$  = Máxima respuesta de presión, psi

$\Delta P(1)$  = Respuesta de presión a una hora, psi

$q$  = Gasto (producción (+) o inyección (-)), bbl/día

$Q$  = Flujo acumulativo, bbl

$r$  = Radio, ft

$r_w$  = Radio del pozo, ft

$S(T_D - T_{DF})$  = Función unitaria de impulso

$t$  = Tiempo

$T_D$  = Tiempo adimensional

$t_{AM}$  = Tiempo de llegada de la máxima respuesta de pre--

si3n durante la producci3n ( $t'_{AM}$  (inyecci3n)), horas

$t_E$  = Tiempo extrapolado, horas

$T_{DE}$  = Tiempo extrapolado adimensional

$t_F$  = Tiempo de flujo, horas

$T_{DF}$  = Tiempo de flujo adimensional

$t_I$  = Tiempo de inflexi3n, horas

$T_{DI}$  = Tiempo de inflexi3n adimensional

$T_{DM}$  = Tiempo de llegada adimensional de la m3xima respuesta de presi3n

$t_L$  = Tiempo de retraso, horas

$t_{DL}$  = Tiempo de retraso adimensional

$t^*$  = Tiempo en que declina un cierto porcentaje ( $\alpha$ ) la m3xima respuesta de presi3n una vez que se suspende el flujo, horas

$\Delta t$  = Incremento de tiempo, horas

$\Delta t_C$  = Duración de ciclo total (producción y cierre), --  
horas

$\Delta T_D$  = Incremento o decremento del tiempo adimensional

$\Delta t_p$  = Tiempo de duración del pulso, horas

$\Delta t_{PDV}$  = Período de flujo en forma adimensional (inyección  
o producción)

$\Delta t_{PCV}$  = Período de cierre en forma adimensional

$z_a$  = Distancia desde la frontera horizontal superior -  
hasta la cima del intervalo de flujo, ft

$z_b$  = Distancia desde la frontera horizontal hasta la -  
mitad del intervalo de observación, ft

$z_f$  = Distancia desde la frontera horizontal inferior -  
hasta la mitad del intervalo de flujo, ft

$z_i$  = Longitud del intervalo perforado, ft

$z_p$  = Distancia entre las perforaciones de flujo y algun  
na de las fronteras horizontales, ft

$z_q$  = Distancia desde la frontera horizontal superior -

hasta la mitad del intervalo de flujo, ft

$z_r$  = Distancia entre las perforaciones de flujo y observación, ft

$z_s$  = Distancia entre las perforaciones de observación y la frontera horizontal inferior, ft.

$z_w$  = Distancia que existe entre la frontera horizontal superior y la parte inferior del intervalo de flujo, ft

$z_D$  = Fracción del espesor con respecto a la distancia que existe entre las perforaciones de observación y alguna de las fronteras horizontales

$z'_D$  = Fracción del espesor con respecto a la distancia que existe entre las perforaciones de flujo y la frontera horizontal inferior

$(x,y,z,)$  = Coordenadas cartesianas

$\xi$  = Variable equivalente a  $z$  en el sistema isotrópico

$\eta$  = Constante de difusividad

$\epsilon$  = Porcentaje que cae la máxima respuesta de pre---

si3n debido a la heterogeneidad de la formaci3n,  
fracci3n

∞ = Sistema infinito

$\mu_0$  = Viscosidad del aceite, cp

$\phi$  = Porosidad, fracci3n

fer (x) = Funci3n error

ofer (x) = Funci3n complementaria de error

## CAPITULO

### BIBLIOGRAFIA

- 1).- Brigham W.E.: "Planning and Analysis of Pulse Test".  
J.P.T. (May-1970), 618-624; Trans. AIME. 249.
- 2).- Burns, William A., Jr.: "New Single Well Test for ---  
Determining Vertical Permeability", J.P.T. (June ---  
1969) 743-752; Trans. AIME, 246.
- 3).- Falade, Gabriel K. and Brigham, William E.: "The ----  
Dynamics of Vertical Pulse Testing in a Slab Reser---  
voir", paper SPE 5055-A presented at the SPE-AIME ---  
49 th Annual Fall Meeting, Houston, Oct. 6-9, 1974.
- 4).- Falade, Gabriel K. and Brigham, William E.: "The ----  
Analysis of Single - Well Pulse Tests in a Finite ---  
Activing Slab Reservoir", paper SPE 5055-B presented\_  
at the - AIME 49 th Annual Fall Meeting, Houston, ---  
Oct. 6-9, 1974.
- 5).- Falade, Gabriel K.: "The Dynamics and Analysis of ---  
Vertical Pulse Testing for Formation Anisotropy. A --  
Disertation Presented to the Departament of Petroleum

Engineering and the Committee on the Graduate Livi---  
sion of Estantford University in partial Fulfillmente  
of the Requirements for of Philosophy. October 1973.

- 6).- Garalichochea P. Francisco.: "Comportamiento Primario  
de Yacimientos". Facultad de Ingeniería, UNAM.
- 7).- Hirasaki, George J.: "Pulse Tests and Other Early --  
Transient Pressure Analyses for In - Situ Estimation\_  
of Vertical Permeability", "Soc. Pet. Eng. J." (Feb.  
1974) 75-90; Trans., AIME, 257.
- 8).- Malcolm K. Strubhar, James S. Blackburn and W. John\_  
Lee.: Lectures Notes for.- Production Operations ---  
Course II - WELL Diagnosis. Society of Petroleum ---  
Engineers of AIME.
- 9).- Eorlougher, Robert. C. "Advances in Well Test Analy--  
sis". S.P.E. of AIME. Monograph. Volume 5, Dallas --  
(1977) (105-121).
- 10).- Prats, Michael: A Method for Determining the Net Ver-  
tical Permeability Near a Well From In Situ -----  
Measurements". J. Pet. Tech., May 1970, P. 637.
- 11).- Rijnders, J. P.: "Aplication of Pulse - Test Methods\_

in Oman", J.P.T. (Sept. 1973) 1025 - 1032.

12).- Rodriguez N. Rafael.: "Matemáticas Aplicadas a Flujo de Fluidos en Medios Porosos". No. 72 BH/095 del -- Instituto Mexicano del Petróleo.

## CAPITULO 9

### APENDICES

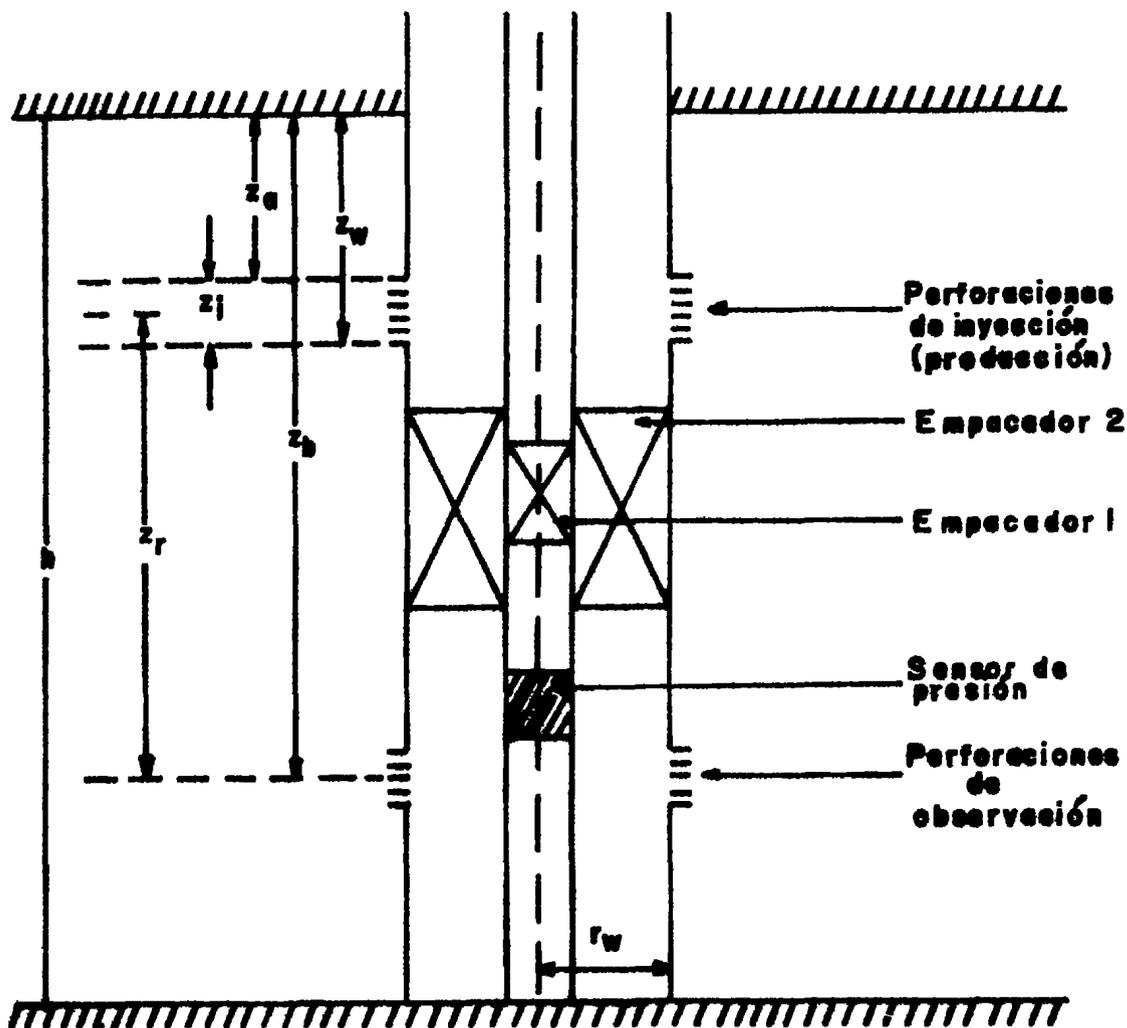
#### 9.1.- Apéndice A.- Desarrollo teórico de las pruebas verticales de pulsos de presión.

Las pruebas verticales de pulsos son técnicas que se han utilizado en Ingeniería de Yacimientos para determinar la permeabilidad vertical de la formación y el método de análisis es idéntico al que se lleva a cabo en las pruebas de pulsos convencionales, las cuales se utilizan para determinar la transmisibilidad de la formación -- ( $kh/\mu$ ), detección y orientación de las fracturas, etc. La única diferencia estriba en que la colocación de las perforaciones de flujo y observación se encuentran alineadas -- verticalmente en un solo pozo, como se muestra en la Fig. 9.1, que representa el arreglo típico del pozo para una prueba vertical de pulsos. Sin embargo, el sistema físico descrito esquemáticamente en la Fig. 9.1, puede (bajo ciertas consideraciones matemáticas) representarse como se muestra en la Fig. 9.2, que representa el arreglo típico del pozo para una prueba de interferencia. El análisis de

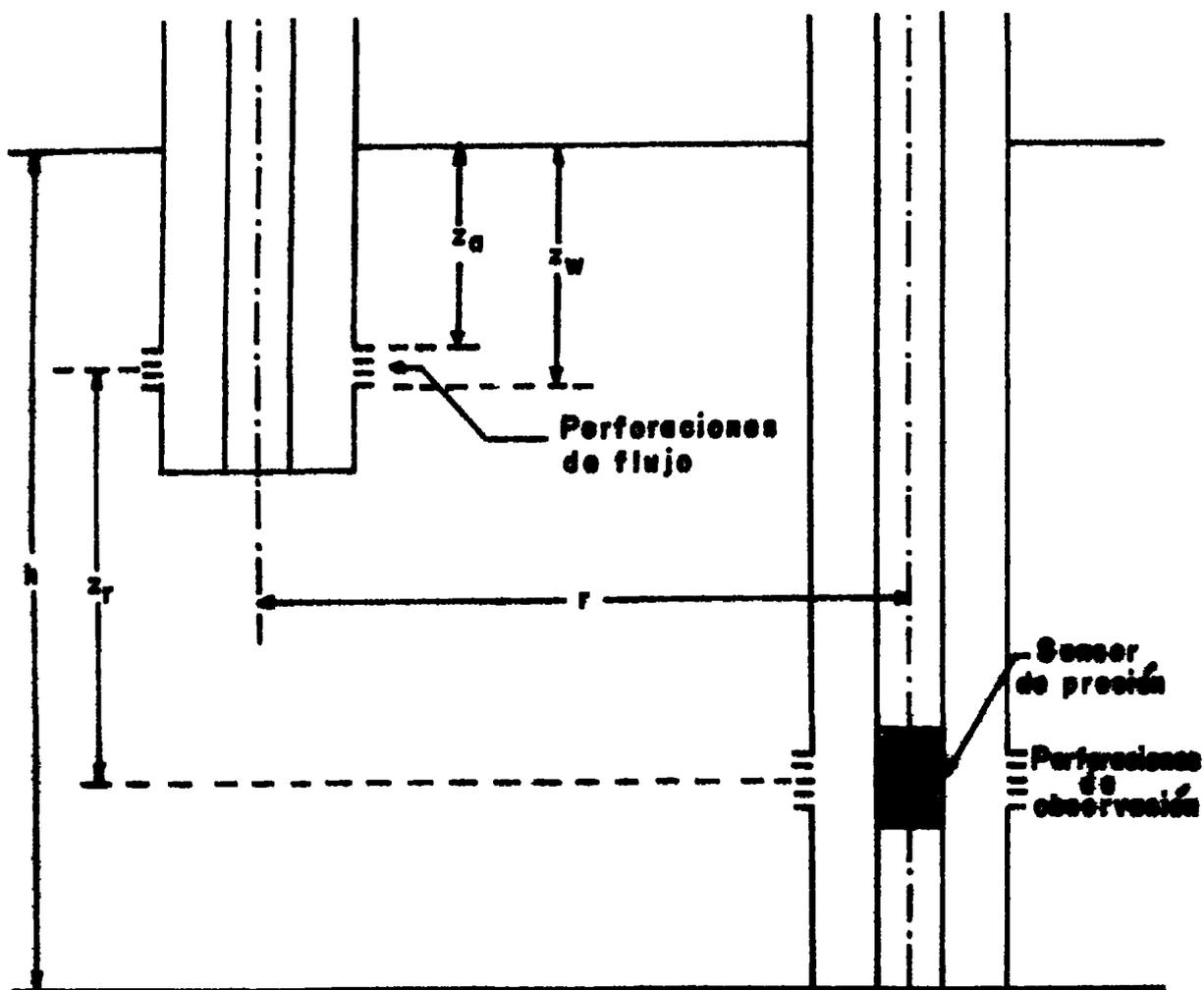
las pruebas de interferencia se basa en la solución de la ecuación de difusividad para flujo radial, y como se puede observar el sistema presentado en la Fig. 9.1 es un caso particular de la Fig. 9.2, de ahí, que se adopte el sistema de flujo radial como el sistema representativo de las pruebas de pulsos analizadas con la técnica de Falade y -- Brigham:

$$\lim_{r \rightarrow 0} (\text{Fig. 9.1}) \longrightarrow (\text{Fig. 9.2})$$

El problema toma ahora la forma de un caso de flujo de fluidos a través de una perforación en la tubería de revestimiento del pozo. El pozo se encuentra localizado en un yacimiento infinito, homogéneo e anisotrópico.



**Fig. 9.1. Configuración de las pruebas de pulsos verticales en un solo pozo.**



**Fig. 9.2. Configuración para una prueba de interferencia**

El comportamiento de la presión debido al flujo de un fluido ligeramente compresible, en una sola fase, en un medio poroso homogéneo, anisotrópico y radialmente infinito, puede ser descrito por la siguiente ecuación de flujo en dos dimensiones:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{k_v r}{\mu} \frac{\partial P(r, z, t)}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k_v}{\mu} \frac{\partial P(r, z, t)}{\partial z} \right] = \rho c_t \frac{\partial P(r, z, t)}{\partial t} \quad \dots (9.1)$$

En la ecuación (9.1) se desprecian las fuerzas gravitacionales y los gradientes de presión al cuadrado.

Si consideramos la variación de la permeabilidad vertical igual a la permeabilidad radial ( $k_v = k_r$ ), y la viscosidad del fluido constantes la ecuación (9.1) se convierte en:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} \left[ r \frac{\partial P(r, z, t)}{\partial z} \right] + \frac{k_v}{k_r} \frac{\partial^2 P(r, z, t)}{\partial z^2} = \frac{\rho \mu c_t}{k_v} \frac{\partial P(r, z, t)}{\partial t} \quad \dots (9.2)$$

La ecuación (9.2) está dada para un medio anisotrópico. Tomando en cuenta las siguientes condiciones inicial y de frontera en la solución de la ecuación (9.2)

$$a) .- P(r, z, 0) = P(\infty, z, t) = P_i$$

$$b) .- \left. \frac{\partial P(r, z, t)}{\partial r} \right|_{r_w} = \begin{cases} 0 & ; 0 \leq z < z_a \\ -\frac{q}{2\pi k_v r_w} & ; z_a \leq z \leq z_w \\ 0 & ; z_w < z \leq h \end{cases}$$

Esta condición establece que el flujo ocurre solo a través del intervalo perforado.

$$c) .- \frac{\partial P(r, z=0, t)}{\partial z} = \frac{\partial P(r, z=h, t)}{\partial z} = 0$$

Esta condición establece que las fronteras horizontales superior e inferior, respectivamente, son impermeables. El sistema presentado anteriormente está dado para un medio anisotrópico, sin embargo, se puede redefinir este sistema en un sistema isotrópico equivalente definiendo

niendo las siguientes variables:

$$\xi = z \sqrt{k_v/k_h} \quad \dots\dots(9.3)$$

$$\eta = \frac{k_v}{\mu \alpha c_t} \quad \dots\dots(9.4)$$

A la ecuación (9.4) se le denomina constante de difusividad.

El sistema isotrópico equivalente queda de la siguiente manera:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial P(r, \xi, t)}{\partial r} \right] + \frac{\partial^2 P(r, \xi, t)}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial P(r, \xi, t)}{\partial t} \quad \dots\dots(9.5)$$

Las condiciones inicial y de frontera para la solución de la ecuación ( 9.5) quedan:

$$a) \dots P(r, \xi, 0) = P(\infty, \xi, t) = P_i$$

$$b) \dots \left. \frac{\partial P(r, \xi, t)}{\partial r} \right|_{r_w} \xi_i = - \frac{q \mu}{2\pi r_w \sqrt{k_v/k_h}} \begin{matrix} 0; 0 \leq \xi \leq \xi_b \\ \xi_b \leq \xi \leq \xi_w \\ \xi_w \leq \xi \leq \xi_h \end{matrix}$$

$$c) \dots \frac{\partial P(r, 0, t)}{\partial \xi} = \frac{\partial P(r, \xi_h, t)}{\partial \xi} = 0$$

La razón de definir el sistema anisotrópico en un sistema isotrópico equivalente es para facilitar la solución del sistema.

La respuesta de presión provocada por un --gasto de producción o inyección en un punto z (depende de la localización del intervalo de producción o inyección) -- está dada por la siguiente expresión:

$$\Delta P(r, \xi, t) = \frac{q}{c_t} \int_0^t G(P(r', \xi_w), R(r, \xi), t - T_D) dT_D \dots (9.6)$$

donde:

$$\Delta P(r, \xi, t) = P_i - P(r, \xi, t) \dots (9.7)$$

La ecuación (9.6) es una solución general de la ecuación - (9.5). La respuesta de presión provocada por períodos al-- ternados de flujo de fluidos (producción o inyección) y -- cierres, va a permitir obtener información del yacimiento, relacionando las respuestas de presión obtenidas con el mo\_ delo matemático en forma adimensional y la medición en la\_ curva de respuesta de presión, como se observa en la ecua\_ ción (4.2). De la misma manera, relacionando el tiempo de\_ pulso adimensional obtenida del modelo matemático y el --- tiempo que dura el pulso en el desarrollo de la prueba se\_ obtiene cierta información acerca del yacimiento, como lo\_ describe la ecuación (4.1).

Las Figs. 4.6 a 4.9 describen el comporta-- miento del modelo matemático en forma adimensional para -- tiempos de pulsos de igual magnitud, o sea:

$$\Delta t_{PPV} = \Delta t_{PDCV}$$

Falade<sup>5</sup> da una descripción detallada del comportamiento de las gráficas de las Figs. 4.6 a 4.9, desde sus bases mate\_ máticas hasta su interpretación.

Las diferencias entre un sistema finito, semi-finito o infinito son diferencias de grado más que de clase. Por consecuencia, el análisis de datos para cualquier sistema puede iniciarse suponiendo condiciones válidas para un caso extremo que mejora progresivamente las suposiciones, hasta que la condición requerida por la prueba se satisfase. La más lógica tendencia sugiere iniciar asumiendo un sistema infinito, ya que inicialmente cualquier sistema se comporta como un sistema infinito. Los resultados obtenidos en el análisis del caso infinito pueden ser mejorados hasta obtener el caso real (sistema finito o semi-finito).

El procedimiento de interpretación de las pruebas en este análisis está basado en la interpretación de tres sistemas posibles: infinito, semi-infinito o finito.

**9.2.- Apéndice B.- Bases Teóricas de la Técnica de Hirasaki.**

**9.2.1.- Desarrollo de las Ecuaciones con base en la Fig. -  
4.10**

Las expresiones en que se fundamentan las ecuaciones básicas utilizadas en la interpretación de las pruebas de pulsos con la técnica de Hirasaki, se desarrollan en la siguiente secuencia:

1).- La respuesta de presión se obtiene de un punto fuente continuo para el caso A.

2).- La respuesta de presión debida al pulso, se obtiene de un punto fuente para el caso A.

3).- La respuesta de presión debida al pulso, en los casos B y C, se obtiene de un punto fuente en base a la solución obtenida en el caso A.

Las respuestas para los casos B y C deben satisfacer las - condiciones de frontera que el caso en cuestión establezca.

Una de las suposiciones en el desarrollo de las ecuaciones, es el considerar el radio del pozo igual a cero.

a).- La respuesta de presión en el agujero\_ para un punto fuente continuo en  $Z_D = 0$ , es:

$$P_D(T_D, Z_D) = \frac{2}{Z_D} \text{ cfer } \left( \frac{Z_D}{2\sqrt{T_D}} \right) \dots\dots(9.8)$$

donde:

$$P_D = \frac{1.41 \times 10^{-2} k_h h (P_i - P)}{q \mu} \dots\dots(9.9)$$

$$T_D = \frac{2.64 \times 10^{-4} k_v t}{\phi \mu c_t h^2} \dots\dots(9.10)$$

$$Z_D = \frac{z_p}{h} \dots\dots(9.11)$$

1).- Si el pozo esta fluyendo a un gasto -- constante por un tiempo  $t_p$  y posteriormente es cerrado, la respuesta de presión debida al pulso es:

$$P_D(T_D, Z_D, T_{DF}) = \frac{q}{Q_{FC}} \left[ \frac{\text{erfc} \left( \frac{Z_D}{2\sqrt{T_D}} \right) - S(T_D - T_{DF})}{\text{erfc} \left( \frac{Z_D}{2\sqrt{T_D - T_{DF}}} \right)} \right] \dots\dots(9.12)$$

Donde:

$$S(T_D - T_{DF}) = \begin{cases} 1 & T_D > T_{DF} \\ 0 & T_D < T_{DF} \end{cases}$$

Si  $T_{DF}$  es mucho menor que  $T_D$  ( $T_{DF} \ll T_D$ ), entonces la ecuación (9.12) puede ser aproximada por:

$$P_D(T_D, z_D, T_{DF}) = \frac{T_{DF}}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-z_D^2/4T_D}}{T_D^{(3/2)}}$$

$$, T_{DF} \ll T_D \quad \dots\dots(9.13)$$

( caso A )

c).- La respuesta de presión para el caso B debe satisfacer la condición de no flujo a través de la interfase en  $z_D = 1.0$ . La respuesta de presión del pulso, para este caso se determina usando el método de imágenes junto con la ecuación (9.13) para satisfacer las condiciones de frontera:

$$\frac{\partial P_D}{\partial z_D} = 0, \text{ para } z_D = 0,1 \quad \dots\dots(9.14)$$

Quedando la respuesta de presión:

$$P_D(T_D, Z_D, T_{DF}) = \frac{T_{DF}}{\sqrt{\pi} T_D^{(3/2)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp \left[ -\frac{(Z_D - 2n)^2}{4 T_D} \right]$$

( caso P ) .....(9.15)

La respuesta de presión para el caso C, debe de satisfacer la condición de frontera de potencial constante en  $Z_D = 1.0$ . Las condiciones de frontera son:

$$\frac{\partial P_D}{\partial Z_D} = 0 \quad , \quad Z_D = 0 \quad ;$$

$$P_D = 0 \quad , \quad Z_D = 1 \quad . \quad \text{.....(9.16)}$$

La respuesta de presión del pulso para este caso se determina usando la ecuación (9.13) y el método de imágenes, pa

ra satisfacer las condiciones de frontera (ecuación 9.16); de este modo se obtiene:

$$P_D(T_D, Z_D, T_{DF}) = \frac{T_{DF}}{\sqrt{\pi} T_D^{(3/2)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \exp \left[ -\frac{(Z_D - 2n)^2}{4 T_D} \right]$$

(caso C) .....(9.17)

9.2.2.- Determinación de la Permeabilidad Vertical en Función del tiempo de Llegada de la Máxima Respuesta de Presión.

Dos características medidas fácilmente de una curva de respuesta de presión en un pulso, son el tiempo de llegada y la amplitud de la máxima respuesta de presión. El tiempo de llegada de la máxima respuesta se usa para determinar la permeabilidad vertical de la formación. Así, la expresión para el tiempo de llegada adimensional de la máxima respuesta de presión para el caso A, puede ser derivada, como se verá posteriormente, en cambio el tiempo de llegada adimensional de la máxima respuesta de

presión para los casos B y C se determina por medio de una técnica numérica.

El tiempo de llegada adimensional de la máxima respuesta de presión para el caso A, es el tiempo en el cual la primera derivada de la ecuación (9.13) con respecto al tiempo ( $T_{DM}$ ) es igual a cero:

$$\frac{\partial P_D}{\partial T_{DM}} (T_{DM}, z_D, T_{DF}) = 0 \quad \dots\dots(9.18)$$

Así tenemos que:

$$\frac{\partial P_D}{\partial T_{DM}} (T_{DM}, z_D, T_{DF}) = \frac{T_F \times (z_D^2 - 6T_{DM})}{\sqrt{\pi T_{DM}}^{(7/2)}} \exp \left[ -\frac{z_D^2}{4 T_{DM}} \right] = 0 \quad \dots\dots(9.19)$$

La raíz de interés en esta ecuación es:

$$T_{DM} = \frac{z_D^2}{6} \quad \dots\dots(9.20)$$

El tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión para los casos B y C se determina a partir de la primera derivada de las ecuaciones (9.15) y (9.17) respectivamente, obteniéndose las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial P_D}{\partial T_{DM}}(T_{DM}, Z_D, T_{DF}) = \frac{T_{DF}}{4\sqrt{\pi} T_{DM}^{(7/2)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} ((Z_D - 2n)^2 - 6 T_{DM}) \exp \left[ -\frac{(Z_D - 2n)^2}{4 T_{DM}} \right] = 0 \quad \dots (9.21)$$

( caso B )

$$y. \quad \frac{\partial P_D}{\partial T_{DM}}(T_{DM}, Z_D, T_{DF}) = \frac{T_{DF}}{4\sqrt{\pi} T_{DM}^{(7/2)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n ((Z_D - 2n)^2 - 6 T_{DM}) \exp \left[ -\frac{(Z_D - 2n)^2}{4 T_{DM}} \right] = 0 \quad \dots (9.22)$$

( caso C )

Las raíces de las ecuaciones (9.19) y (9.21) y (9.22) se --  
 presentan en la Fig. 4.12. Donde las raíces de las ecuaciones  
 (9.21) y (9.22) se determinan numéricamente, y la (9.19)  
 por sustitución del valor de  $Z_D$  en la ecuación (9.20).

La expresión que nos permite relacionar el tiempo de llegada adimensional ( $T_{DM}$ ) de la máxima respuesta  
 de presión con parámetros de yacimiento es la siguiente:

$$T_{DM} = \frac{2.64 \times 10^{-4} k_v t_{AM}}{\phi \mu c_t h^2} \quad \dots\dots(9.23)$$

Los parámetros de yacimiento de la ecuación (9.23) se ex---  
 presan en unidades de Ingeniería de Yacimientos.  $t_{AM}$ , es --  
 el tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión, el tiempo  
 que se mide de la curva de respuesta de presión. La ecuación  
 (9.23) es la expresión básica en la etapa de interpretación  
 de la prueba.

Cuando se usa la Fig. 4.12, para determinar el  
 tiempo de llegada adimensional, necesario en la evalua--

ción de la permeabilidad vertical, se debe evaluar el sistema en investigación en relación a los modelos de los casos A, B y C. Si el yacimiento está compuesto de una sola zona homogénea, la suposición del caso B es válida, sin embargo si el yacimiento está compuesto de dos zonas comunicadas, es poco probable que la permeabilidad de la segunda zona sea cero o infinito. Así, en un yacimiento real, compuesto de zonas comunicadas, el sistema podría estar en alguno de entre los casos intermedios.

Implícito en la derivación de las ecuaciones se supuso que el intervalo de flujo es corto comparado con el tiempo para alcanzar la máxima respuesta de presión:

$$T_{DF} \ll T_{DM} \quad \text{o} \quad t_F \ll t_{AM}$$

A partir de un valor estimado de la permeabilidad vertical, la ecuación (9.23) puede servir para estimar  $t_{AM}$ . El valor de  $t_F$  por lo general es un 10 % o menos del valor de  $t_{AM}$ . El efecto del tiempo de flujo (producción) sobre el tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión puede analizarse observando la solución de la -

ecuación (9.12), la cual es:

$$T_{DM} = \frac{z_D^2}{6} + \frac{T_{DF}}{2} + (T_{DF})^2 \quad \dots\dots(9.24)$$

Se puede observar que el tiempo de la máxima respuesta de presión es de segundo orden en  $T_{DF}$ , por lo que éste es despreciable, ya que el tiempo de flujo es mucho menor al tiempo para alcanzar la máxima respuesta de presión, luego entonces la ecuación (9.24), queda:

$$T_{DM} = \frac{z_D^2}{6} + \frac{T_{DF}}{2} \quad \dots\dots(9.25)$$

Así es que el tiempo de llegada de la máxima respuesta de presión se incrementa en una mitad del tiempo de flujo --- ( $T_{DF}$ ). Esto sugiere que el tiempo de llegada adimensional de la máxima respuesta de presión debe medirse empezando en una mitad del tiempo de flujo.

### 9.2.3.- Análisis de la Estimación de la Permeabilidad Hori

zontal, Util en el Diseño de la Prueba.

La amplitud de la máxima respuesta de presión se usa para determinar la permeabilidad horizontal. Sin embargo, la permeabilidad horizontal estimada con este procedimiento depende del valor de la permeabilidad vertical estimado inicialmente. El siguiente análisis proporciona una estimación de la máxima amplitud de la respuesta de presión, necesaria en el diseño de la prueba.

La amplitud adimensional podría definirse para la función A, en la siguiente forma:

$$P_D(T_{DM}, Z_D, T_{DF}) = T_{DF} A(Z_D) \quad \dots (9.26)$$

La amplitud adimensional de la respuesta de presión para el caso A, se determina sustituyendo la ecuación (9.20) en la ecuación (9.13), quedando:

$$P_{DM}(T_{DM}, Z_D, T_{DF}) = \frac{T_{DF}}{\sqrt{W}} \frac{6^{(3/2)}}{Z_D^3} \exp(-3/2) \dots (9.27)$$

Y en base a la definición de amplitud adimensional expresada en la ecuación (9.26), se tiene:

$$A(Z_D) = \frac{1.85}{Z_D^3} \quad \dots\dots(9.28)$$

(caso A)

Donde:

$$Z_D = \frac{z_p}{h} \quad \dots\dots(9.29)$$

La amplitud adimensional para los casos B y C puede obtenerse sustituyendo el valor de  $T_{DM}$  en las ecuaciones (9.15) y (9.17), respectivamente. Las amplitudes adimensionales de las máximas respuestas de presión para los casos A, B y C, se presentan gráficamente en función de  $Z_D$  en la Fig. 4.15. La amplitud de la respuesta de presión puede ser expresada en términos de parámetros de yacimientos, en la siguiente forma:

$$\Delta P = \frac{1.87 \times 10^{-2} (k_v/k_h) q t_F A(Z_D)}{\mu c_t h^3} \quad \dots\dots(9.30)$$

Debido a que es muy dificultoso tener el flujo a un gasto constante por un corto período de tiempo, es útil expresar el producto  $qt_F$ , como un flujo acumulativo en la siguiente forma:

$$q(\text{Br1/D}) t_F(\text{hr}) = 24Q (\text{Br1}) \dots\dots(9.31)$$

Sustituyendo la ecuación (9.31) en la ecuación (9.30), queda:

$$\Delta P = \frac{0.449}{k_h} \frac{k_v}{\rho c_t} \frac{Q A(z_D)}{h^3} \dots\dots(9.32)$$

La ecuación (9.32) puede ser usada para estimar la máxima amplitud adimensional de la respuesta de presión, usando valores estimados de  $k_v$  y  $k_h$  por otros métodos.

#### 9.2.4.- Desarrollo de las Ecuaciones con Base en la Fig. - 4.11.

La zona 1, es la región a la cual se desea

medir la permeabilidad vertical. Se supone que la capacidad de almacenamiento ( $\rho c_p h$ ), es conocido. El fluido es producido o inyectado en la zona 2 por un corto período de tiempo a un gasto alto de flujo y posteriormente se interrumpe, registrando el comportamiento de la presión durante el cierre. En el desarrollo de las ecuaciones, se supone que la permeabilidad de la zona 2 es lo bastante grande comparada con la zona 1, debido a esto la respuesta de presión en  $Z_D=0$  decae rápidamente comparada con el tiempo para registrar la máxima respuesta de presión en las perforaciones de medición. Por tanto, la respuesta de presión en  $Z_D=0$  será modelada como una función de impulso unitario, de este modo se asume que la permeabilidad de la zona 2 es mucho más grande que la de la zona 1. Las ecuaciones se deducirán en la siguiente secuencia:

1).- La respuesta de presión se obtendrá de un punto fuente continuo, localizado en algún punto  $z_p$  de la zona 1.

2).- La respuesta de presión debida al pulso en la interfase de las zonas 1 y 2 respectivamente.

3).- La respuesta de presión debida al pulso

so, bajo las condiciones de frontera de no flujo en  $Z_D=1.0$ . La ecuación diferencial para el flujo en una sola dimensión de un fluido ligeramente compresible en un medio poroso homogéneo es:

$$3790 \rho c_t \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k_v}{\mu} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \quad \dots\dots(9.33)$$

o expresada en variables adimensionales:

$$\frac{\partial P_D}{\partial T_D} = \frac{\partial^2 P_D}{\partial Z_D^2} \quad \dots\dots(9.34)$$

Donde:

$$P_D = \frac{P - P_i}{P_{max.}} \quad \dots\dots(9.35)$$

y las expresiones de  $T_D$  y  $Z_D$  son las mismas que las ecuaciones (9.10) y (9.11), respectivamente.

1).- Considerando las condiciones de frontera e inicial en la solución de la ecuación (9.34):

$$a).- P_D(T_D, 0) = 1 ;$$

$$\lim_{z_D \rightarrow \infty} P_D(T_D, z_D) = 0$$

$$b).- P_D(0, z_D) = 0$$

La solución de la ecuación (9.34) bajo estas condiciones, es:

$$P_D(T_D, z_D) = \text{cfer} \left( \frac{z_D}{2\sqrt{T_D}} \right) \quad \dots\dots(9.35)$$

La solución de la ecuación (9.35) representa la respuesta de presión en algún punto  $z_p$  de la zona 1, debida a un punto fuente continuo.

2).- La respuesta de presión debida al pulso, en la interfase de las zonas 1 y 2, debe satisfacer --

las condiciones de frontera:

$$P_D(T_D, 0) = S(T_D - T_{DF}) = \begin{cases} 0 & , \quad T_D < T_{DF} \\ 1 & , \quad T_D > T_{DF} \end{cases}$$

La solución para este sistema es:

$$P_D(T_D, Z_D) = \text{cfer}\left(\frac{Z_D}{2\sqrt{T_D}}\right) - S(T_D - T_{DF}) \\ \times \text{cfer}\left(\frac{Z_D}{2\sqrt{T_D - T_{DF}}}\right) \quad \dots\dots(9.36)$$

La respuesta de presión de la ecuación (9.36), es la respuesta debida al pulso, provocado por el flujo constante de fluido a través de las perforaciones localizadas en  $Z_D=0$ , por espacio de cierto período de flujo interrumpiéndolo posteriormente. Si  $T_{DF}$  es mucho menor que  $T_D$ , entonces la respuesta de presión puede ser aproximada por la ecuación:

$$P_D(T_D, Z_D) = \frac{T_{DF} Z_D}{\sqrt{4\pi} T_D^{(3/2)}} \exp\left(-\frac{Z_D^2}{4 T_D}\right) \quad \dots\dots(9.37)$$

$$T_{DF} \ll T_D \ll 1$$

3).- La respuesta de presión de la ecuación (9.37) no satisface la condición de frontera de no flujo - en  $Z_D=1.0$ . Esta condición de frontera puede ser expresada como:

$$\frac{\partial P_D}{\partial Z_D}(T_D, 1.0) = 0 \quad \dots\dots(9.38)$$

Una respuesta que satisfaga la ecuación (9.38) puede ser derivada usando el método de imágenes junto con la ecuación (9.37), quedando:

$$P_D(T_D, Z_D) = \frac{T_{DF} T_D^{(3/2)}}{\sqrt{4\pi}} \left\{ Z_D \exp\left[-\frac{Z_D^2}{4 T_D}\right] + (2-Z_D) \exp\left[-\frac{(2-Z_D)^2}{4 T_D}\right] \right\} \quad \dots\dots(9.39)$$

Así, la ecuación (9.39) es la respuesta de presión para el sistema presentado en la Fig. 4.11, bajo las suposiciones antes dadas.

La respuesta de presión de la ecuación ---- (9.39) resultará en un máximo en la curva de respuesta de presión cuando la primera derivada de la ecuación (9.39) - con respecto al tiempo de llegada de la máxima respuesta - de presión sea igual a cero, así:

$$\frac{\partial P_D}{\partial T_{DM}}(T_{DM}, Z_D) = \frac{T_{DF} z_D}{\sqrt{4W} T_{DM}^{(7/2)}} \exp\left(-\frac{z_D^2}{4 T_{DM}}\right) \left\{ \left[ -\frac{3}{2} T_{DM} + \frac{z_D^2}{4} \right] + \frac{(2-z_D)}{z_D} \right. \\ \times \left[ -\frac{3}{2} T_{DM} + \frac{z_D^2}{4} - z_D + 1 \right] \\ \left. \times \exp\left(-\frac{z_D^2}{4 T_{DM}}\right) \right\} = 0 \quad \dots\dots(9.40)$$

Las raíces de la ecuación (9.40) se presentan en la Fig. 4.13, como una función de  $Z_D$ . En la evaluación de la permeabilidad vertical el tiempo de llegada adimensional de la máxima respuesta de presión ( $T_{DM}$ ), necesita ser expresado en términos de propiedades de yacimientos y del tiempo en que ocurre la máxima respuesta de presión ( $T_{DM}$ ), dichos términos deben de estar en unidades de campo.

$$k_v = \frac{3790 \phi \mu c_t h^2 T_{DM}}{t_{AM}} \quad \dots\dots(9.41)$$

Para la interpretación de la prueba, los valores de  $\phi$ ,  $\mu$ ,  $c_t$ ,  $h$  deben conocerse primero, donde  $t_{AM}$  es medido de la curva de respuesta de presión y  $T_{DM}$  se determina de la Fig. 4.13. La permeabilidad vertical se obtiene sustituyendo -- los valores que involucra la ecuación (9.41).

9.3.- Apéndice C.- Respuesta de Presión para Tiempos Lar--  
gos.

El incremento de presión en cualquier punto de espacio y tiempo (Fig. 4.16) debido a un punto fuente - continuo de magnitud  $q$  en  $(x',y',z')$  y localizado en un medio infinito, anisotrópico de permeabilidad  $k_v$  en el plano normal.

Para  $z=0$ , se tiene:

$$P(x,y,z,t;x',y',z') - P_i = \frac{q \mu \sqrt{\rho \mu c_t}}{8 k_h \sqrt{k_v} \pi^{(3/2)}} \times \left( \int_0^t \exp \left\{ - \frac{\rho \mu c_t}{4} \left[ \frac{(x-x')^2}{t k_h} + \frac{(y-y')^2}{t k_h} + \frac{(z-z')^2}{t k_v} \right] \right\} dt \right) \tau^{-(3/2)} \dots (9.42)$$

Cuando el punto fuente, se encuentra en  $x'=y'=0$ , la presión en  $x=y=0$  es:

$$P(0,0,z,t ; 0,0,z') - P_i = \frac{q \mu}{4 \pi k_h |z-z'|}$$

$$\times \text{ cfer } \sqrt{\frac{\rho \mu c_t (z-z')^2}{4 k_v t}} \quad \dots\dots(9.43)$$

Expresando la ecuación (9.43) en términos de variables adimensionales:  $Z_D, Z'_D, T_D, P_D$ , esta queda:

$$P_D(Z_D, T_D, Z'_D) = \frac{1}{|Z_D - Z'_D|} \text{ cfer } \left( \frac{|Z_D - Z'_D|}{2\sqrt{T_D}} \right)$$

.....(9.44)

Donde:

$$Z_D = \frac{z}{h} \quad \dots\dots(9.45)$$

$$Z'_D = \frac{z'}{h} \quad \dots\dots(9.46)$$

$$T_D = \frac{k_v t}{\rho \mu c_t h^2} \quad \dots\dots(9.47)$$

$$P_D = \frac{4 (P_w - P_i) \mu h k_h}{q \mu} \dots\dots(9.48)$$

Usando el método de imágenes y la ecuación (9.44) para determinar la presión en  $x=y=0$  debido a un punto fuente continuo en un yacimiento limitado verticalmente con no flujo en  $Z_D=0$  ( $z=0$ ) y  $Z_D=1$  ( $z=h$ ) el resultado es:

$$P_D(z_D, t_D, z'_D) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\text{cfer} \left( \frac{|z_D - z'_D - 2n|}{2\sqrt{T_D}} \right)}{|z_D - z'_D - 2n|} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\text{cfer} \left( \frac{|z_D + z'_D - 2n|}{2\sqrt{T_D}} \right)}{|z_D + z'_D - 2n|} \dots\dots(9.49)$$

Por conveniencia en la evaluación de la ecuación (9.49) en tiempos largos de  $T_D$ , se suele utilizar la siguiente ecuación:

$$P_D(z_D, T_D, z'_D) = F(z_D - z'_D) + \ln T_D \quad \dots\dots(9.50)$$

#### 9.4.- Apéndice D.- Bases Teóricas de la Técnica de Variación Inicial.

El método está basado sobre la variación inicial de la respuesta de presión, obtenida en un modelo estratificado (2 zonas), como se muestra en la Fig. 4.10.

##### 9.4.1.- Desarrollo de Ecuaciones.

Los sistemas de yacimientos estudiados son los mismos que se presentan en la Fig. 4.10. La curva de respuesta de presión debida a un gasto constante de fluido puede presentar un punto de inflexión si se gráfica sobre escalas normales o puede aproximarse a una línea recta si se gráfica el tiempo en una escala logarítmica. Las ecuaciones se desarrollan simultáneamente para los casos A, B y C.

La respuesta de presión debida a un punto fuente continuo en el agujero localizado en  $Z_D=0$  el cual se encuentra en un medio homogéneo, es:

$$P_D(T_D, Z_D) = \frac{2}{Z_D} \operatorname{cfer} \left( \frac{Z_D}{2 \sqrt{T_D}} \right) \quad \dots\dots(9.51)$$

(caso A)

La respuesta de presión para los casos B y C, se obtiene de la ecuación (9.51) por el método de imágenes, en la siguiente forma:

a).- La respuesta de presión debe de satisfacer la condición de frontera de flujo, cero a través de las fronteras horizontales. matemáticamente se expresa:

$$\frac{\partial P_D}{\partial z_D} = 0 \quad , \quad \text{para } z_D = 1, 0 \quad \dots\dots(9.52)$$

La respuesta de presión bajo estas condiciones es:

$$P_D(T_D, Z_D) = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|Z_D - 2n|}$$

$$x \text{ cfer } \left[ \frac{|z_D - 2n|}{2\sqrt{T_D}} \right] \quad \dots\dots(9.53)$$

( caso B )

b).- La respuesta de presión para el caso C, debe satisfacer las condiciones de frontera:

$$\frac{\partial P_D}{\partial z_D} = 0 \quad , \quad z_D = 0 \quad ;$$

$$P_D = 0 \quad , \quad z_D = 1 \quad \dots\dots(9.54)$$

La respuesta de presión bajo estas condiciones es:

$$P_D(T_D, z_D) = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{|z_D - 2n|} \text{ cfer } \left( \frac{|z_D - 2n|}{2\sqrt{T_D}} \right)$$

( caso C ) \dots\dots(9.55)

Cuando la curva de respuesta de presión se gráfica como -- una función lineal o logarítmica del tiempo, la permeabilidad vertical se obtiene a partir del tiempo extrapolado -- ( $t_E$ ). El tiempo extrapolado se obtiene prolongando la línea recta tangente al punto de inflexión, hasta cortar el\_ eje del tiempo.

9.4.2.- Extrapolación de la línea Tangente al punto de inflexión, cuando se gráfica el tiempo sobre una escala lineal.

Las primeras derivadas de las ecuaciones -- (9.51), (9.53) y (9.55) con respecto al tiempo son:

$$\frac{\partial P_D(T_D, Z_D)}{\partial T_D} = \frac{1}{\sqrt{V}} T_D^{(3/2)} \exp\left(-\frac{Z_D^2}{4 T_D}\right)$$

(Caso A) .....(9.56)

$$\frac{\partial P_D(T_D, Z_D)}{\partial T_D} = \frac{1}{\sqrt{V}} T_D^{(3/2)} \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{(Z_D - 2n)^2}{4 T_D}\right] \dots\dots(9.57)$$

(Caso B)

$$\frac{\partial P_D(T_D, Z_D)}{\partial T_D} = \frac{1}{\sqrt{\pi} T_D^{3/2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \exp \left[ -\frac{(Z_D - 2n)^2}{4 T_D} \right]$$

(Caso C) .....(9.58)

Las segundas derivadas de las ecuaciones (9.56), (9.57) y (9.58) son:

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial T_D^2} = \frac{1}{4\sqrt{\pi} T_D^{7/2}} (-6T_D + Z_D^2) \exp \left( -\frac{Z_D^2}{4T_D} \right)$$

(Caso A) .....(9.59)

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial T_D^2} = \frac{1}{4\sqrt{\pi} T_D^{7/2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-6T_D + (Z_D - 2n)^2) \times \exp \left[ -\frac{(Z_D - 2n)^2}{4 T_D} \right]$$

(Caso B) .....(9.60),

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial T_D^2} = \frac{1}{4 \sqrt{\pi} T_D^{(7/2)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n (-6T_D + (Z_D - 2n)^2) \times \exp \left[ -\frac{(Z_D - 2n)^2}{4 T_D} \right] \quad \dots (9.61)$$

(Caso C)

El punto de inflexión de la curva de respuesta de presión\_ ocurre en el tiempo cuando la segunda derivada de la res-- puesta de presión es igual a cero. El tiempo adimensional\_ en el punto de inflexión se identifica como  $T_{DI}$ . El tiempo en el punto de inflexión para el caso A, es:

$$T_{DI} = \frac{Z_D^2}{6} \quad \dots (9.62)$$

Las raíces de las ecuaciones (9.60), (9.61), se determinan por medio de una técnica numérica. El tiempo de inflexión\_ adimensional para los casos A, B y C se presenta gráfica--

mente en la Fig. 4.22 como una función de  $Z_D$ . La intercepción de la línea tangente al punto de inflexión con la presión inicial se expresa como:

$$0 = P_D(T_{DI}, z_D) + (T_{DE} - T_{DI}) \cdot \frac{\partial P_D(T_{DI}, z_D)}{\partial T_D} \dots (9.63)$$

Donde,  $T_{DE}$  es el tiempo en el cual la línea tangente interseca la presión inicial. La ecuación (9.63) puede ser resuelta para  $T_{DE}$ , en la siguiente manera:

$$T_{DE} = T_{DI} - \frac{P_D(T_{DI}, z_D)}{\frac{\partial P_D(T_{DI}, z_D)}{\partial T_D}} \dots (9.64)$$

El valor de  $T_{DE}$  para el caso A es:

$$T_{DE} = z_D^2 \left[ \frac{1}{6} - \frac{2\sqrt{\pi}}{6(3/2)} e^{(3/2)} \operatorname{cfer}\left(\frac{1}{\sqrt{2/3}}\right) \right] \dots (9.65)$$

Los valores de  $T_{DE}$  para los casos A, B y C se presentan en la Fig. 4.20 como una función de  $Z_D$ .

9.4.3.-Extrapolación de la línea tangente al punto de inflexión, cuando se grafica el tiempo sobre una escala logarítmica.

El análisis para éste caso es similar al método anterior. Las derivadas de las ecuaciones (9.52), (9.53) y (9.55) con respecto al logaritmo del tiempo son:

$$\frac{\partial P_D}{\partial \ln T_D} = \frac{1}{\sqrt{\pi T_D}} \exp \left[ -\frac{Z_D^2}{4 T_D} \right] \quad \dots\dots(9.66)$$

(caso A)

$$\frac{\partial P_D}{\partial \ln T_D} = \frac{1}{\sqrt{\pi T_D}} \sum_{n=0}^{\infty} \exp \left[ -\frac{(Z_D - 2n)^2}{4 T_D} \right] \quad \dots\dots(9.67)$$

(caso B)

$$\frac{\partial T_D}{\partial \ln T_D} = \frac{1}{\sqrt{\pi T_D}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \exp \left[ -\frac{(2D-2n)^2}{4T_D} \right]$$

( caso 1 )

.....(9.68)

La derivada de la función de densidad de probabilidad (9.65) con respecto al logaritmo del tiempo es:

$$\frac{\partial f(t)}{\partial (\ln T_D)^2} = \frac{1}{4\sqrt{\pi} T_D^{5/2}} (-2 T_D + 2D^2) \exp \left( -\frac{D^2}{4T_D} \right)$$

( caso 2 )

.....(9.69)

$$\frac{\partial^2 T_D}{\partial (\ln T_D)^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi T_D^{5/2}}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-2 T_D + (2D-2n)^2) \times \exp \left[ -\frac{(2D-2n)^2}{4 T_D} \right]$$

( caso 3 )

.....(9.70)

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial (\ln T_D)^2} = \frac{1}{\sqrt{T_D}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (1-2T_D + (z_D - 2n)^2)^{-3/2} \times \exp \left[ -\frac{(z_D - 2n)^2}{4T_D} \right]$$

(caso "b") .....(9.71)

El punto de inflexión de la curva de presión de difusión ocurre en el tiempo cuando la segunda derivada de la respuesta de presión con respecto al logaritmo del tiempo es igual a cero. El tiempo de inflexión para el caso A se obtiene con la ecuación (9.69). Las raíces de las ecuaciones (9.70) y (9.71) se determinan numéricamente. Las raíces de las ecuaciones (9.69), (9.70) y (9.71) se presentan gráficamente en la Fig. 9.23 como función de  $z_D$ . La intersección de la línea tangente al punto de inflexión con la presión inicial se expresa como:

$$0 = P_D(T_{DI}, z_D) + (\ln T_{DI} - \ln T_D) \frac{\partial P_D(T_{DI}, z_D)}{\partial \ln T_D}$$

.....(9.72)

$T_{DE}$  es el tiempo cuando la línea tangente intercepta la presión inicial, el cual se expresa como:

$$T_{DE} = T_{DI} \exp \left[ - \frac{P_D(T_{DI}, z_D)}{\frac{\partial P_D(T_{DI}, z_D)}{\partial \ln T_D}} \right] \dots\dots(9.73)$$

Para el caso A,  $T_{DE}$  es:

$$T_{DE} = \frac{z_D^2}{2} \exp \left[ - \frac{\sqrt{2\eta}}{e^{-(1/2)}} \operatorname{cfer} \left( \frac{1}{\sqrt{2\eta}} \right) \right] \dots\dots(9.74)$$

9.4.4.- Determinación de la permeabilidad vertical.

La permeabilidad vertical definida por Hirasaki esta en función del tiempo extrapolado adimensional, - la expresión que permite evaluar la permeabilidad vertical esta definida por la ecuación (4.26). La ecuación (4.26), - se utiliza indistintamente, si el tiempo de prueba se grafica sobre una escala lineal o logarítmica. La selección - de los datos durante la prueba en la etapa de interpretación, es muy importante, de ahí, la conveniencia de graficarlos en una gráfica lineal o semi-logarítmica. Si se se--

lecciona los datos al inicio de la prueba, obligaría a utilizar una gráfica lineal, o el uso de una gráfica semilogarítmica en el caso de utilizar los datos al final de la prueba. Es importante señalar que el uso de los datos al inicio de la prueba no son representativos de la formación debido a lo inestable del flujo. Por otro lado, si se selecciona los datos al final de la prueba para obtener la permeabilidad vertical y no se conoce exactamente el caso que represente al yacimiento, entonces dichos datos no serían confiables. Se recomienda usar alguna experiencia sobre que datos son mejores para un caso particular.