

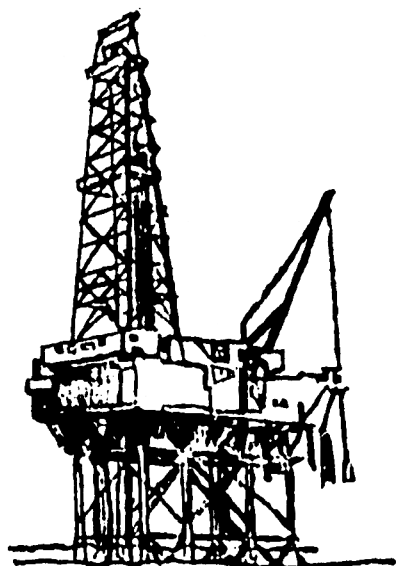
14  
20j



# Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería

## REINYECCION EN EL CAMPO GEOTERMICO "LOS AZUFRES", TEORIA Y ANALISIS



T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO PETROLERO

P r e s e n t a :

**JAIMES MALDONADO JESUS GUILLERMO**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

## CONTENIDO

	pag.
I.- INTRODUCCION	1
II.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE REINYECCION	5
III.- ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA FLUJO EN UN MEDIO POROSO.	10
III.1.- Conservación de la masa	10
III.2.- Conservación del impulso	13
IV.- METODO NUMERICO EMPLEADO PARA ANALIZAR LA REINYECCION	26
IV.1.- Modelo numérico radial	32
IV.2.- Modelo numérico cartesiano	35
IV.3.- Diagrama de flujo	40
IV.4.- Programas de computadora	42
V.- RESULTADOS	51
VI.- DISCUSION DE RESULTADOS Y RECOMENDACIONES	59
VII.- REFERENCIAS	61
VIII.- BIBLIOGRAFIA	63
IX.- RECONOCIMIENTOS	66

## CAPITULO I.- INTRODUCCION

A raíz del impulso que se le ha dado a la exploración geotérmica en la República Mexicana en los últimos años, se ha podido comprobar la existencia de importantes yacimientos.

En particular, en el campo de Los Azufres, Michoacán, donde a la fecha se han perforado cerca de 30 pozos, se están haciendo planes para la instalación de por lo menos 6 unidades de 55 000 KW cada una.<sup>1</sup>

La explotación de un campo de estas características conlleva una serie de problemas que, a pesar de no estar asociados directamente con la producción de electricidad, requieren de una solución bien pensada y debidamente comprobada.

La reinyección de los fluidos de desecho después de la separación del agua y el vapor reviste una importancia especial por las siguientes razones:

- a) Para producir 55 MW de potencia eléctrica, habrá que desechar unos 350 (m<sup>3</sup>/hora) de salmuera<sup>1</sup>.
- b) La salmuera de desecho de Los Azufres contiene aproximadamente<sup>6</sup>
  - 1100 ppm de Sílice
  - 22 ppm de Arsénico
  - 220 ppm de Boro

La Comisión Federal de Electricidad ha emprendido una intensa campaña de estudios y de ensayos tendientes a asegurar la reinyección del fluido de desecho.

Entre los estudios contemplados se encuentra la reinyección en frío y en caliente en dos pozos del sector Tejamaniles.

Esta tesis pretende aportar algunas herramientas de análisis para examinar los resultados que se obtengan de estas pruebas y así poder llegar a conclusiones menos erróneas que las que se obtendrían al examinar fríamente las curvas de gasto de inyección contra tiempo para el caso frío y caliente.

En el capítulo siguiente se plantea el problema físico que motiva este análisis y se manifiestan los errores que pueden aparecer al inter

prestar los resultados por medio de técnicas demasiado simples.

En el capítulo 3 se deducen las ecuaciones fundamentales para flujo en un medio poroso, tanto en coordenadas radiales para el caso de un yacimiento isotrópico, como en coordenadas cartesianas con permeabilidad direccional diferente en las componentes ortogonales. En la deducción se han marcado paso a paso las transformaciones hechas, de manera que se puedan identificar con claridad las simplificaciones introducidas al problema.

En el capítulo 4 se presenta el método numérico empleado para resolver las ecuaciones. También se incluye el diagrama de flujo y los programas de computadoras desarrollados para estos fines.

En el capítulo 5 se presentan, ya graficados, los resultados obtenidos al variar los cuatro parámetros más importantes que finalmente fueron:

- a) Diferencia de transmisibilidad entre el campo y las cercanías del pozo.
- b) Diferencia de presión de inyección en dos pozos inyectores.
- c) Distancia del pozo inyector a una frontera impermeable.
- d) Temperatura del agua de inyección.

Finalmente en el capítulo 6 se discuten los resultados obtenidos, y se transforman en recomendaciones para ser incorporados en el análisis

de los resultados una vez que se realicen, en los próximos años, los ensayos de reinyección en frío y en caliente en los pozos 7 y 8 del sector de Tejamaniles en el Campo Geotérmico de Los Azufres.



## CAPITULO II.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Con el fin de tener resultados experimentales, a nivel de prototipo, acerca de la importancia que la temperatura tiene sobre la reinyección se realizará, en el Campo Geotérmico de Los Azufres, Mich., la siguiente prueba. (ver fig.,II.1).

Se abrirá el pozo AZ-2 separando el agua del vapor a  $8 \text{ K/cm}^2$  (manométrica). Una línea aislada llevará agua separada al pozo AZ-8 donde se espera que el pozo, a esa presión, acepte unas 90 toneladas por hora.

Otra línea tomará agua separada de la salida del silenciador, es decir, a presión atmosférica y temperatura de unos  $70^\circ\text{C}$ . La salmuera será conducida por gravedad hasta el pozo AZ-7 donde se espera inyectar unas 50 toneladas por hora, Fig. No.(II.2).

Diariamente se llevará un registro ( además de mucho otros ) de los gastos aceptados por cada pozo ( Q vs t ).

Del examen de estas gráficas se pretende concluir acerca de cuál de los dos métodos de inyección es el más adecuado. En frío o en caliente.

En esta tesis se plantea que para evitar conclusiones erróneas al examinar las gráficas Q vs T es indispensable considerar otros aspectos del yacimiento.

Para enfatizar lo planteado, supóngase que el resultado del ensayo al cabo de 60 días arroje el resultado de la fig.No.(V.8).

Un examen superficial de las curvas indicaría que: " Ha quedado demostrado que es mejor reinyectar en caliente (caso pozo 8), porque en frío se tapa la formación y disminuye la permeabilidad en las cercanías del pozo".

Sin embargo, las siguientes circunstancias pueden hacer que cambie la interpretación del comportamiento reportado:

- a) que la aceptación en el pozo AZ-7 disminuyó, porque se encuentra cerca de una frontera impermeable (caso de la falla del Viejón)
- b) que la aceptación del AZ-7 haya disminuído, porque el radio de influencia del pozo AZ-8, en el que se está inyectando con mucho más presión, esté afectando al AZ-7

- c) que por el hecho de ser inyección fría en el pozo AZ-7 se esté disminuyendo la transmisibilidad por incremento en la viscosidad<sup>34</sup> y no por taponamiento de poros.
- d) que en realidad se esté tapando la formación en ambos pozos o en sólo uno de ellos.

Para poder enfrentar las interrogantes aquí planteadas cuando llegue la hora de examinar e interpretar resultados es que se ha decidido estudiar, bajo condiciones ideales, la influencia de cada parámetro.

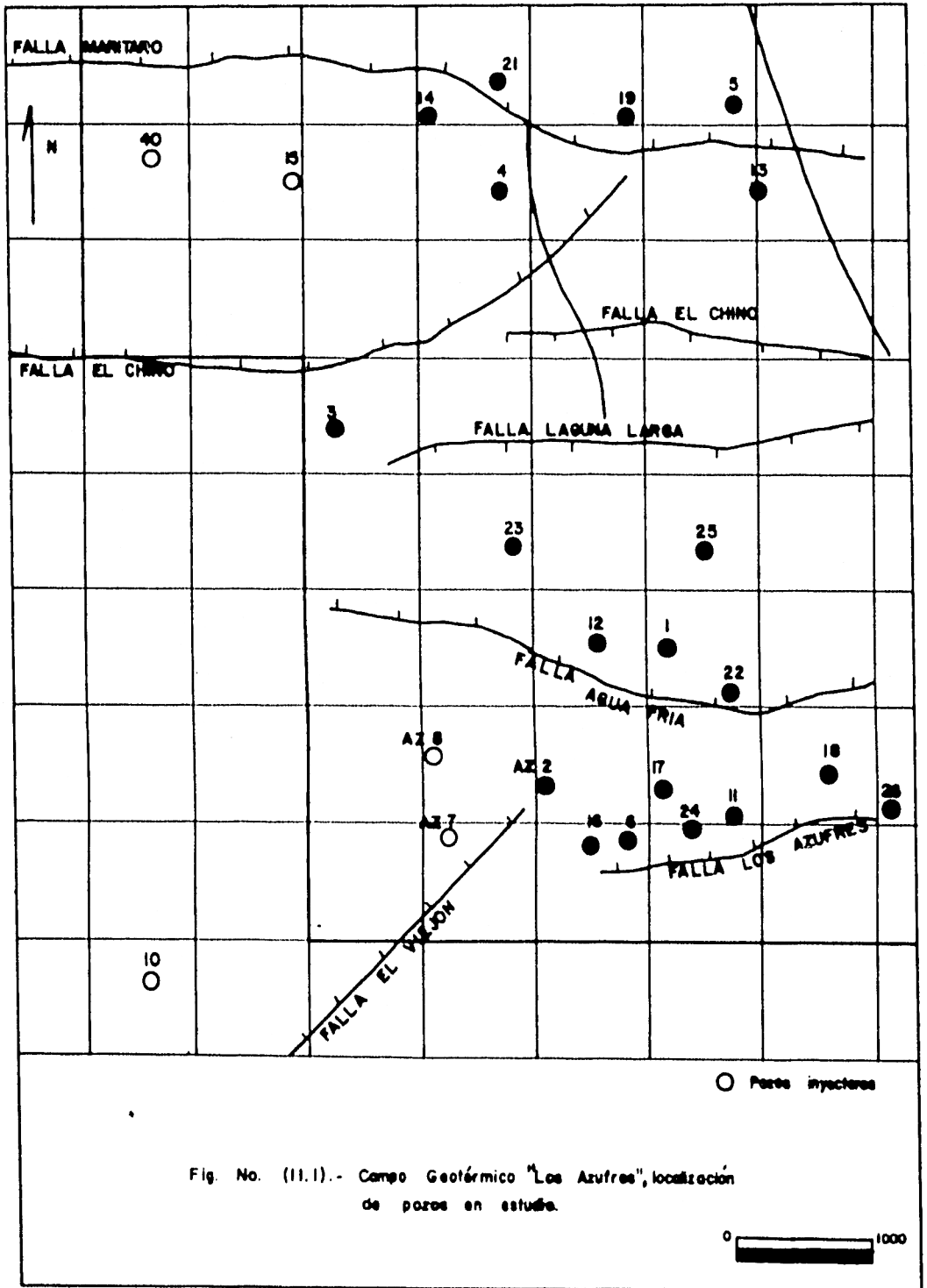


Fig. No. (11.1).- Campo Geotérmico "Los Azufres", localización de pozos en estudio.

0 1000

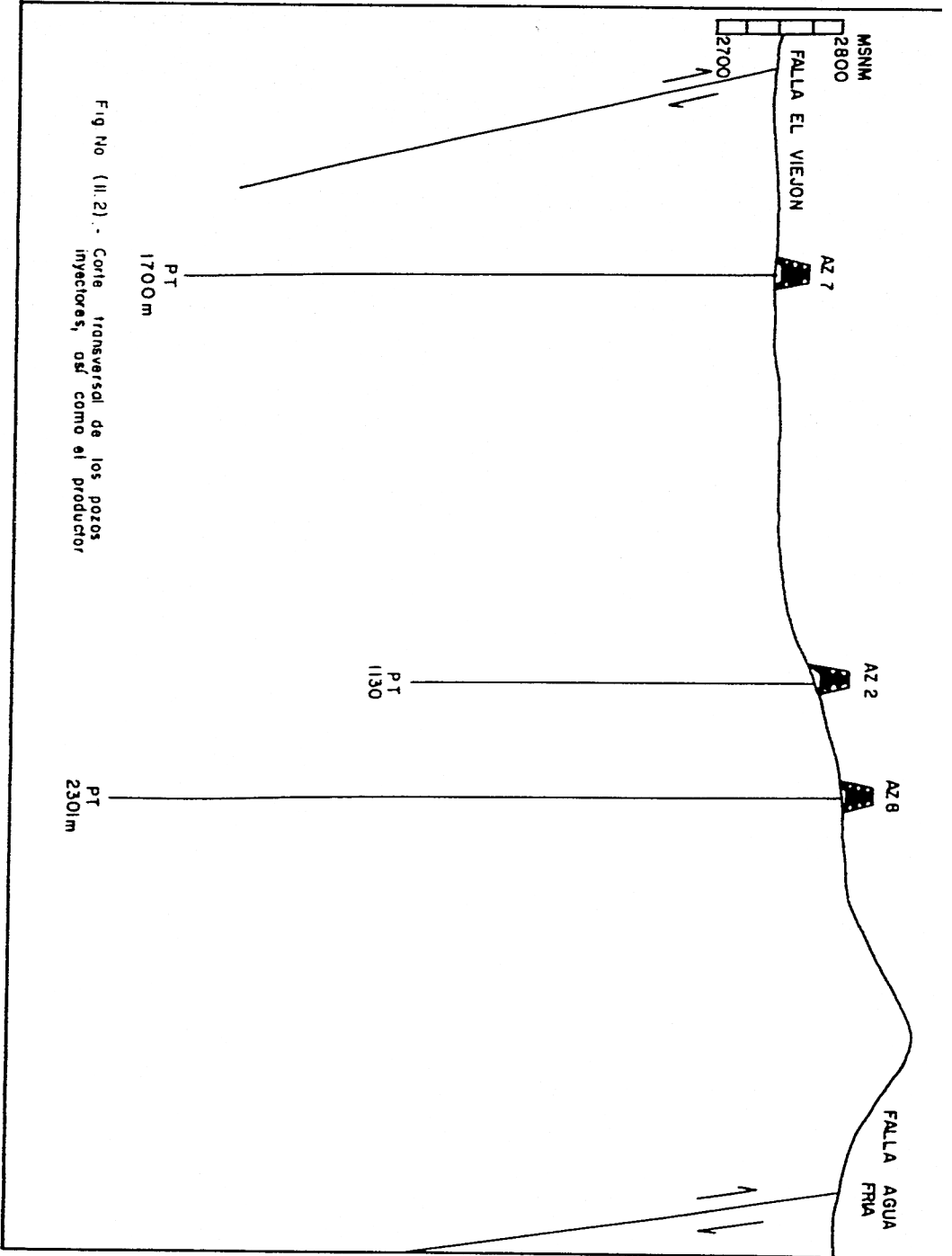


Fig No (II.2) - Corte transversal de los pozos inyectores, así como el productor

### CAPITULO III.- ECUACIONES FUNDAMENTALES

#### III.1.- CONSERVACION DE LA MASA

La ley de conservación de masa establece que la masa ni se crea ni se destruye. Así se tiene el siguiente balance para una cierta región:

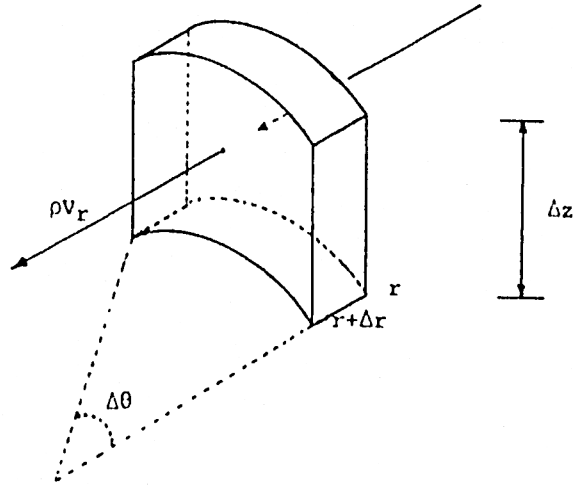
$$\begin{array}{rcccc} \text{MASA ACUMULADA} & \text{CANTIDAD DE MA} & \text{CANTIDAD DE MA} & \text{CANTIDAD DE MASA NE} \\ \text{EN LA REGION} & \text{SA QUE ENTRA} & \text{SA QUE SALE} & \text{TA QUE ENTRA POR --} \\ & = & - & + \\ & & & \text{FUENTES O SUMIDROS} \end{array}$$

Para expresar este principio como ecuación se tiene el siguiente desarrollo tanto para coordenadas polares como cartesianas.

##### a) Flujo Radial

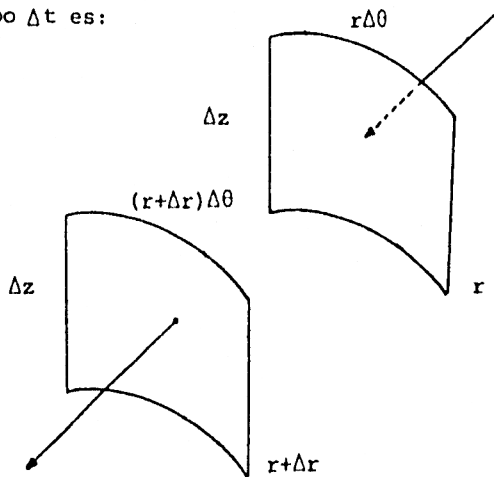
Para la deducción de la ecuación de conservación de masa se considera --

el siguiente volumen de medio poroso, con una porosidad  $\phi$ , completamente lleno de fluido, el cual se mueve dentro de él, con una densidad  $\rho$ .



Flujo de una masa en un volumen elemental de medio poroso para flujo radial.

La cantidad de masa que entra y sale en la dirección  $r$  en un pequeño intervalo del tiempo  $\Delta t$  es:



$$\text{Masa entrante} = r \Delta \theta \Delta z (\rho v_r)$$

$$\text{Masa Saliente} = (r + \Delta r) \Delta \theta \Delta z (\rho v_r)$$

$$\text{Area} = \int_r^{r+\Delta r} r \Delta \theta dr = \frac{1}{2} r^2 \Delta \theta \Big|_r^{r+\Delta r} = \frac{\Delta \theta}{2} |(r+\Delta r)^2 - r^2| = \Delta \theta \left| r \Delta r + \frac{\Delta r^2}{2} \right|$$

$$\text{Masa Acumulada} = \left| \Delta \theta \left( r \Delta r + \frac{\Delta r^2}{2} \right) \Delta z \phi \rho \right|_{t+\Delta t} - \left| \Delta \theta \left( r \Delta r + \frac{\Delta r^2}{2} \right) \Delta z \phi \rho \right|_t$$

$$\text{Masa Acumulada} = \left| \Delta \theta \Delta r \left( r + \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z \phi \rho \right|_{t+\Delta t} - \left| \Delta \theta \Delta r \left( r + \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z \phi \rho \right|_t$$

El cambio neto de masa en el elemento para un incremento de tiempo  $\Delta t$ , suponiendo que no se genera ni se pierde masa, se expresa como:

$$r \Delta \theta \Delta z (\rho v_r) \Delta t - (r + \Delta r) \Delta \theta \Delta z (\rho v_r) \Delta t = \left| \Delta \theta \Delta r \left( r + \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z \phi \rho \right|_{t+\Delta t} - \left| \Delta \theta \Delta r \left( r + \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta z \phi \rho \right|_t$$

$$r (\rho v_r) \Delta t - (r + \Delta r) (\rho v_r) \Delta t = \left| \Delta r \left( r + \frac{\Delta r}{2} \right) \phi \rho \right|_{t+\Delta t} - \left| \Delta r \left( r + \frac{\Delta r}{2} \right) \phi \rho \right|_t$$

$$- \left| (r + \Delta r) (\rho v_r) \Delta t - r (\rho v_r) \Delta t \right| = \Delta r \left( r + \frac{\Delta r}{2} \right) (\phi \rho_{t+\Delta t} - \phi \rho_t)$$

Dividiendo entre  $\Delta t$

$$- \left| (r + \Delta r) (\rho v_r) - r (\rho v_r) \right| = \Delta r \left( r + \frac{\Delta r}{2} \right) \left( \frac{\phi \rho_{t+\Delta t} - \phi \rho_t}{\Delta t} \right)$$

Tomando Límites cuando  $\Delta r$  y  $\Delta t \rightarrow 0$

$$- \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \left| \frac{(r + \Delta r) (\rho v_r) - r (\rho v_r)}{\Delta r} \right| = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ \Delta r \rightarrow 0}} \left( r + \frac{\Delta r}{2} \right) \left| \frac{\phi \rho_{t+\Delta t} - \phi \rho_t}{\Delta t} \right|$$



$$\begin{aligned}
 - \frac{\partial}{\partial r} (\rho v_r r) &= r \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \\
 - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v_r r) &= \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho)
 \end{aligned}
 \tag{III.1}$$

Que es la ecuación de continuidad de masa para flujo radial.

### III.2.- CONSERVACION DEL IMPULSO

La otra ley que debe cumplirse en flujo de fluidos en medios porosos es la ley de conservación del impulso que en este caso se puede aproximar por la ecuación de Darcy, la cual expresa que el gasto volumétrico de flujo por unidad de área transversal en cualquier punto en un medio poroso uniforme es proporcional al gradiente de presión en la dirección de flujo en ese punto. Su expresión matemática en términos del vector velocidad es:

$$\vec{v} = - k \nabla P$$

o bien, expresándola como gradiente de un potencial,

$$\vec{v} = - \frac{k\rho}{\mu} \nabla \phi \tag{III.2}$$

donde :

- $\vec{v}$  Es el vector velocidad de un fluido incompresible en un medio poroso y permeable.
- $\phi$  Es el potencial de velocidad
- $\nabla \phi$  Es el gradiente de potencial en la dirección del flujo
- $\mu$  Es la viscosidad del fluido en movimiento

- $\kappa$  Es la permeabilidad del medio poroso (constante)
- $\rho$  Es la densidad del fluido en movimiento

El signo menos denota que la dirección del flujo es en la dirección en que decrece el potencial. Esta ley es válida para flujo laminar, o sea - número de Reynolds bajo.

El potencial, de acuerdo con HUBBERT<sup>2</sup>, está dado por :

$$\phi = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho} + gz \quad (III.3)$$

donde:

- $p_0$  Es la presión en un plano de Referencia arbitrario
- $z$  Es el peso de la columna Hidrostática, o la altura sobre ese -- plano.

Para flujo radial, despreciando la gravedad, la ley de Darcy queda:

$$v_r = - \frac{\kappa_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (III.4)$$

Ahora combinando la ley de Darcy con la ecuación de continuidad, -- (ec. III.4 con la Ec.III.1), se obtiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r \rho K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (\text{III.5})$$

que representa en forma particular la ecuación del movimiento en un medio poroso.

Por obtener la ecuación de flujo representativa del fenómeno, se debe seleccionar la ecuación de estado para flujo de la fase estudiada, para este caso, la líquida.

Flujo de una sola fase líquida:

En esta deducción se considera flujo isotérmico y que el líquido -- tiene una compresibilidad pequeña y constante.

La compresibilidad de un fluido está definida como el cambio relativo en volumen del fluido por cambio de unidad de presión, es decir:

$$c = - \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \quad (\text{III.6})$$

como:

$$V = \frac{m}{\rho}$$

Entonces, sustituyendo en la ec. (III.6):

$$c = - \frac{1}{m/\rho} \frac{\partial}{\partial p} (m/\rho)$$

como  $m = \text{CTE}$ , entonces:

$$c = - \rho \frac{\partial}{\partial p} (1/\rho)$$

puesto que:

$$\frac{\partial}{\partial p} (1/\rho) = - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

La ecuación de compresibilidad, puede escribirse como:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad (\text{III.7})$$

Separando variables:

$$c \partial p = \frac{1}{\rho} \partial \rho$$

Suponiendo que:

$$\rho = \rho(p)$$

Integrando esta ecuación, de  $\rho_0$  a  $\rho$ , puesto que  $C$  es constante, y  $\rho_0$  es el valor de la densidad a una presión de referencia  $p_0$ , se tiene:

$$c \int_{p_0}^p dp = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho}$$

$$c \left| (p) \right|_{p_0}^p = \left| (\ln \rho) \right|_{\rho_0}^{\rho}$$

Desarrollando:

$$c (p-p_0) = \ln \rho - \ln \rho_0 = \ln \frac{\rho}{\rho_0}$$

Por lo que:

$$e^{c (p-p_0)} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

Finalmente

$$\rho = \rho_0 e^{c (p-p_0)} \quad (\text{III.8})$$

Que es la ecuación de estado aplicada en la mayoría de los líquidos para la obtención de la ecuación diferencial del flujo de fluidos a través de medios porosos.

Eliminando la densidad de la ec. (III.5), para obtener la ecuación diferencial en función de la presión y desarrollando el segundo miembro de la ecuación.

Suponiendo que:

$$\phi = \phi(p) \quad \rho = \rho(p)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi\rho) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial p} \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$$

$$\phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} \left| 1 + \frac{1}{\phi} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \rho \frac{\partial p}{\partial \rho} \right| \quad (\text{III.9})$$

como:

$$c = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \qquad \frac{1}{c} = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad (\text{III.10})$$

$$c_r = \frac{1}{\phi} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \quad (\text{III.11})$$

Sustituyendo (III.10) y (III.11) en III.9

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} \left| 1 + \frac{c_r}{c} \right| = \frac{\phi}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} |c + c_r| \quad (\text{III.12})$$

Sustituyendo la ec. (III.8) y (III.12) en (III.5).

Se obtiene:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left| \frac{Kr}{\mu} \rho e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial r} \right| = \frac{\phi}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} |c + c_r| \quad (\text{III.13})$$

De la ecuación (III.8)

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)}$$

Derivando con respecto a t:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = c \rho_0 e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{III.14})$$

Sustituyendo la ec. (III.14) en la ec. (III.13)

$$\rho_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left| \frac{rK}{\mu} e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial r} \right| = c \frac{\phi}{c} \rho_0 e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r|$$

$$\frac{1}{e^{cp}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left| \frac{rK}{\mu} e^{cp} \frac{\partial p}{\partial r} \right| = \phi \frac{e^{cp}}{e^{cp}} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r|$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left| \frac{rKe^{cp}}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right| = \phi e^{cp} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r|$$

Suponiendo que  $K$  y  $\mu$  son independientes de la presión.

$$\frac{1}{r} \frac{K}{\mu} \frac{\partial}{\partial r} \left| re^{cp} \frac{\partial p}{\partial r} \right| = \phi e^{cp} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r|$$

Desarrollando esta ecuación:

$$\frac{1}{r} \frac{K}{\mu} \left| re^{cp} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\partial p}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} (re^{cp}) \right| = \phi e^{cp} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r|$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (re^{cp}) = r \frac{\partial e^{cp}}{\partial r} + e^{cp}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (re^{cp}) = rce^{cp} \frac{dp}{dr} + e^{cp}$$

$$\frac{1}{r} \frac{K}{\mu} \left| re^{cp} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\partial p}{\partial r} (rce^{cp} \frac{dp}{dr} + e^{cp}) \right| = \phi e^{cp} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r|$$

$$\frac{1}{r} \frac{K}{\mu} \left| re^{cp} \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + rce^{cp} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + e^{cp} \frac{\partial p}{\partial r} \right| = \phi e^{cp} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r|$$

como:

$$c_t = c + c_r$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + c \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \frac{\phi \mu c_t}{K} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{III.15})$$

La compresibilidad es la total del sistema, esto es  $c_t = c + c_r$

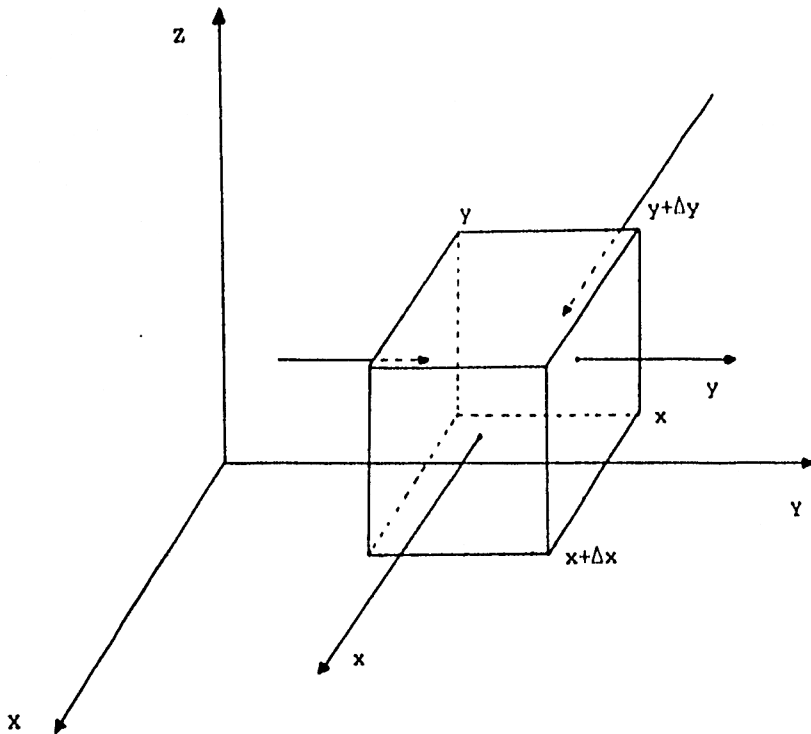
Suponiendo que los gradientes de presión en el yacimiento son pequeños su cuadrado es despreciable.

Entonces la ecuación (III.15) queda:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{III.16})$$

que representa el flujo de una sola fase líquida en un medio poroso para caso de flujo radial.

b) Coordenadas cartesianas.

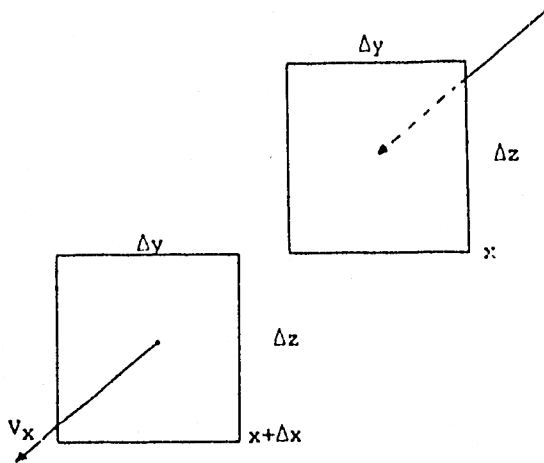


Partiendo de la ley de conservación de la masa se plantea nuevamente que la masa que entra en el volumen de control en un periodo de tiempo  $\Delta t$ , menos la masa que sale en el mismo, es igual a la masa acumulada



en dicho volumen en el mismo tiempo.

Analizando las caras perpendiculares a la dirección de flujo se tiene:



La masa que entra en la cara x por unidad de tiempo será:

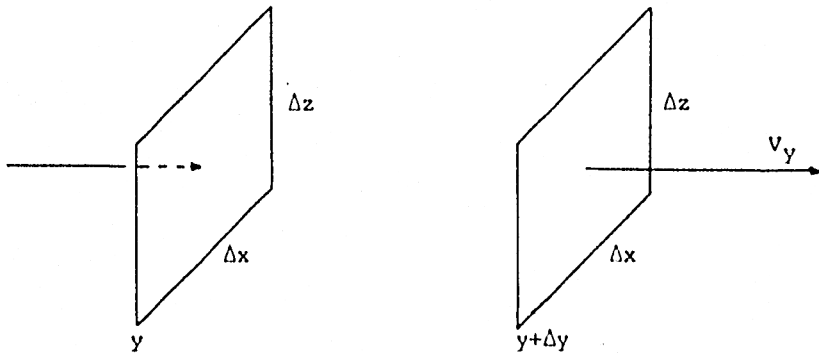
$$\text{Velocidad másica} = |v_x \rho|_x$$

$$\text{Gasto másico} = |v_x \rho|_x \Delta y \Delta z$$

$$\text{Masa entrante por unidad de tiempo} = |v_x \rho|_x \Delta y \Delta z \Delta t$$

$$\text{Masa saliente por unidad de tiempo} = |v_x \rho|_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta t$$

Analizando la cara perpendicular a la dirección Y, se tiene:



Masa entrante por unidad de tiempo =  $|v_y \rho|_y \Delta x \Delta z \Delta t$

Masa saliente por unidad de tiempo =  $|v_y \rho|_{y+\Delta y} \Delta x \Delta z \Delta t$

Masa acumulada por unidad de tiempo =  $|\Delta x \Delta y \Delta z \phi \rho|_{t+\Delta t} - |\Delta x \Delta y \Delta z \phi \rho|_t$

Aplicando el principio de conservación de masa:

$$|v_x \rho|_x \Delta y \Delta z \Delta t - |v_x \rho|_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta t + |v_y \rho|_y \Delta x \Delta z \Delta t - |v_y \rho|_{y+\Delta y} \Delta x \Delta z \Delta t = |\Delta x \Delta y \Delta z \phi \rho|_{t+\Delta t} - |\Delta x \Delta y \Delta z \phi \rho|_t$$

Dividiendo entre  $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$  se tiene:

$$-\frac{|v_x \rho|_{x+\Delta x} - |v_x \rho|_x}{\Delta x} - \frac{|v_y \rho|_{y+\Delta y} - |v_y \rho|_y}{\Delta y} = \frac{|\phi \rho|_{t+\Delta t} - |\phi \rho|_t}{\Delta t}$$

Tomando límites cuando  $\Delta x, \Delta y$  y  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$-\frac{\partial}{\partial x} (v_x \rho) - \frac{\partial}{\partial y} (v_y \rho) = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \tag{III.17}$$

Ecuación de continuidad en coordenadas rectangulares para flujo en un medio poroso.

Aplicando para la ley de conservación del impulso que en este caso es la ecuación de Darcy y despreciando la gravedad se tiene:

$$v_x = - \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{III.18})$$

$$v_y = - \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (\text{III.19})$$

Considerando flujo isotérmico y que el líquido tiene una compresibilidad pequeña y constante.

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)}$$

Sustituyendo la ec. (III.18), (III.19), (III.8) y (III.12) en (III.17) se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left| \frac{k_x}{\mu} \rho_0 e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial x} \right| + \frac{\partial}{\partial y} \left| \frac{k_y}{\mu} \rho_0 e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial y} \right| = \frac{\phi}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} |c + c_r| \quad (\text{III.20})$$

Recordando que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = c \rho_0 e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Sustituyendo la ec. (III.14) en (III.20) y suponiendo que  $\mu$  es independiente de la presión:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left| \kappa_x \rho_0 e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial x} \right| + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial y} \left| \kappa_y \rho_0 e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial y} \right| = \\ & = \phi \rho_0 e^{c(p-p_0)} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r| \\ & \frac{\rho_0}{\mu e^{cp}} \frac{\partial}{\partial x} \left| \kappa_x e^{cp} \frac{\partial p}{\partial x} \right| + \frac{\rho_0}{\mu e^{cp}} \frac{\partial}{\partial y} \left| \kappa_y e^{cp} \frac{\partial p}{\partial y} \right| = \\ & = \frac{\phi \rho_0 e^{cp}}{e^{cp}} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r| \end{aligned}$$

Desarrollando esta ecuación:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu} \left| \kappa_x e^{cp} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\kappa_x e^{cp}) \right| + \frac{1}{\mu} \left| \kappa_y e^{cp} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (\kappa_y e^{cp}) \right| = \\ & = \phi e^{cp} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r| \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left| \kappa_x e^{cp} \right| = \kappa_x \frac{\partial e^{cp}}{\partial x} + e^{cp} \frac{\partial \kappa_x}{\partial x}$$

$$\frac{\partial e^{cp}}{\partial x} = c e^{cp} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{(III.21)}$$

$$\frac{1}{\mu} \left| K_x e^{cp} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial p}{\partial x} (K_x c e^{cp} \frac{\partial p}{\partial x} + e^{cp} \frac{\partial K_x}{\partial x}) \right| + \frac{1}{\mu} \left| K_y e^{cp} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial p}{\partial y} (K_y c e^{cp} \frac{\partial p}{\partial y} + e^{cp} \frac{\partial K_y}{\partial y}) \right| = \phi e^{cp} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r|$$

$$\frac{K_x}{\mu} e^{cp} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{K_x}{\mu} c e^{cp} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \frac{e^{cp}}{\mu} \frac{\partial K_x}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{K_y}{\mu} e^{cp} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} +$$

$$+ \frac{K_y}{\mu} c e^{cp} \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 + \frac{e^{cp}}{\mu} \frac{\partial K_y}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} = \phi e^{cp} \frac{\partial p}{\partial t} |c + c_r|$$

Si:

$$c_t = c + c_r$$

Despreciando el cuadro del gradiente de presión por ser en general - muy pequeño, y considerando que la permeabilidad es constante en cada dirección:

$$\frac{K_x}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{K_y}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t}$$

Multiplicando por  $\mu$  :

$$K_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \phi c_t \mu \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{III.22})$$

Ecuación que describe el flujo de fluidos en un medio poroso, en -- coordenadas rectangulares.

#### CAPITULO IV.- METODO NUMERICO

Las derivadas parciales pueden aproximarse por diferencias finitas en varias formas<sup>5</sup>. El planteamiento siguiente permite valuar el problema con condiciones de frontera en dos dimensiones de la manera más simple.

Sea el problema diferencial:

$$Lu = f \text{ en } D$$

$$u = g \text{ en } \partial D$$

con:

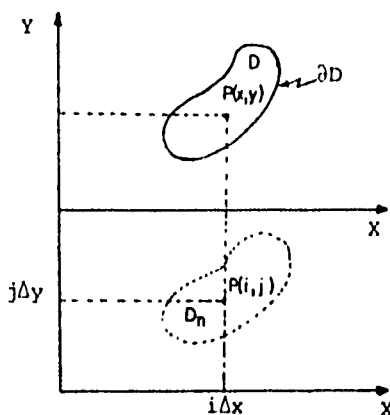
$$u = u(x,y) \quad \text{incógnita} \quad , \quad f(x,y) \text{ y } g(x,y) \text{ conocidas}$$

donde:

L operador diferencial del tipo:

$$L \left| \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial}{\partial t} \right|$$

Considérese la figura siguiente en la cual se representa el dominio  $D$  sujeto a ciertas condiciones en la frontera  $\partial D$



El dominio  $D$  es un subconjunto continuo del plano  $\mathbb{R}^2$ . La idea de las diferencias finitas es discretizar este dominio continuo por un conjunto finito equivalente en puntos.

En este conjunto discreto denominado  $D_n$  se puede representar tanto -- los valores desconocidos de  $u$  como sus derivadas, de la forma siguiente.

Utilizando el desarrollo de Taylor en dos dimensiones para la función  $u$  se tiene:

$$\begin{aligned}
 u(x+\Delta x, y) = & u(x, y) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \\
 & + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(x, y) + o(|\Delta x|^4) \quad \text{(IV.1)}
 \end{aligned}$$

Despejando  $\frac{\partial u}{\partial x}$  y despreciando los términos a partir del segundo orden (Válido si  $\Delta x$  es pequeña).

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \left| \frac{u(x+\Delta x, y) - u(x, y)}{\Delta x} \right| + o\left(\frac{(\Delta x)^2}{\Delta x}\right) \quad \text{(IV.2)}$$

Esta ecuación proporciona las diferencias hacia adelante, que es la aproximación más simple de la primera derivada.

Considerando que el  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} o(\Delta x)^2 = 0$  entonces:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \left| \frac{u(x+\Delta x, y) - u(x, y)}{\Delta x} \right| \quad \text{(IV.3)}$$

suponiendo  $\Delta x$  pequeña

Para  $\frac{\partial u}{\partial x}$  valuado en  $(x, y)$ .



Utilizando el doble subíndice en la ecuación (IV.2) se puede escribir:

$$\frac{\partial u}{\partial x} |_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} |u_{i+1,j} - u_{i,j}| \quad (IV.4)$$

Ecuación en diferencias finitas para la primera derivada.

Otra forma de representar la primera derivada es con el llamado esquema en diferencias hacia atrás.

La serie de Taylor para  $u(x-\Delta x, y)$  en  $(x, y)$  es:

$$u(x-\Delta x, y) = u(x, y) - \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} (x, y) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (x, y) + \frac{(\Delta x)^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} (x, y) + O |(\Delta x)^4| \quad (IV.5)$$

Donde todas las derivadas son valuadas en  $(x, y)$ . Despejando  $\frac{\partial u}{\partial x}$  y usando el doble subíndice se tiene:

$$\frac{\partial u}{\partial x} |_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} |u_{i,j} - u_{i-1,j}| \quad (IV.6)$$

Ecuación en diferencias finitas a partir de las diferencias hacia --  
atrás.

De acuerdo con lo que precede se puede encontrar fácilmente una apro-  
ximación para la segunda derivada.

Usando el término de orden dos de la expansión de Taylor:

$$u(x+\Delta x, y) = u(x, y) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$u(x-\Delta x, y) = u(x, y) - \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

sumando las ecuaciones (IV.1), (IV.5)., despejando  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  y utilizando  
el doble subíndice queda:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{i,j} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad (\text{IV.10})$$

Representadas esquematicamente por las moléculas computacionales<sup>5</sup> las ecuaciones (IV.10) y (IV.4) se tiene:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} |_{i,j} = \frac{1}{\Delta x^2} | \begin{matrix} 1_{i+1,j} & -2_{i,j} & 1_{i-1,j} \end{matrix} |$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} |_{i,j} = \frac{1}{\Delta y^2} \left| \begin{matrix} 1_{i,j+1} \\ -2_{i,j} \\ 1_{i,j-1} \end{matrix} \right|$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} |_{i,j} = \frac{1}{\Delta x} | \begin{matrix} 1_{i+1,j} & -1_{i,j} & 0_{i-1,j} \end{matrix} |$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} |_{i,j} = \frac{1}{\Delta y} \left| \begin{matrix} 1_{i,j+1} \\ -1_{i,j} \\ 0_{i,j-1} \end{matrix} \right|$$

#### IV.1. MODELO NUMERICO RADIAL

Resolviendo la ecuación (III.16), mediante el esquema descrito anteriormente, se tiene para coordenadas radiales:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{K} \frac{\partial p}{\partial t}$$

Haciendo uso de las ecuaciones (IV.6) y (IV.10) se tiene:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{1}{\Delta r^2} |p_{i+1}^t - 2p_i^t + p_{i-1}^t| \quad (IV.11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{\Delta r} |p_i^t - p_{i-1}^t| \quad (IV.12)$$

con respecto al tiempo:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} |p_i^{t+1} - p_i^t| \quad (IV.13)$$

Si se reemplaza (IV.11), (IV.12) y (IV.13) en (III.16) se tiene una expresión que representa el valor de la presión en cualquier tiempo y posición.

$$p_i^{t+1} = p_i^t + \frac{K \Delta t}{\phi \mu c_t} \left| \frac{p_{i+1}^t - 2p_i^t + p_{i-1}^t}{\Delta r^2} + \frac{1}{r \Delta r} (p_i^t - p_{i-1}^t) \right| \quad (IV.14)$$

En el sistema Geohidrológico, esta ecuación se puede representar definiendo los siguientes términos:

$$p = \gamma h \quad (\text{IV.15})$$

$$T = \frac{Kh}{\mu} \quad (\text{IV.16})$$

$$s = \phi c_t h \quad (\text{IV.17})$$

Multiplicando y dividiendo por  $h$  el segundo término y considerando el peso específico constante se obtiene:

$$\gamma h_i^{t+1} = \gamma h_i^t + \Delta t \frac{Kh}{\mu} \frac{\gamma}{\phi c_t h} \left| \frac{h_{i+1}^t - 2h_i^t + h_{i-1}^t}{\Delta r^2} + \frac{1}{r\Delta r} (h_i^t - h_{i-1}^t) \right|$$

$$h_i^{t+1} = h_i^t + \frac{T\Delta t}{S} \left| \frac{h_{i+1}^t - 2h_i^t + h_{i-1}^t}{\Delta r^2} + \frac{1}{r\Delta r} (h_i^t - h_{i-1}^t) \right| \quad (\text{IV.18})$$

donde:

- $h$  Espesor de formación. ( m )
- $\gamma$  Peso específico del agua. ( gr/cm<sup>3</sup> )
- $c_t$  Compresibilidad roca-fluido. ( Kg/cm<sup>2</sup> )<sup>-1</sup>
- $\phi$  Porosidad efectiva. ( % )
- $K$  Permeabilidad absoluta. ( mD )

T Transmisibilidad de la formación en (m<sup>2</sup> / s).

Δt Segundos.

S' Coeficiente de almacenamiento (adim)

h Presión en metros de agua.

Generalizando la ecuación (IV.18) para condiciones de Heterogeneidad.

T = f (r) queda:

$$h_i^{t+1} = h_i^t + \frac{\Delta t}{S} \left| \frac{T_i (h_{i+1}^t - h_i^t) - T_{i-1} (h_i - h_{i-1})}{\Delta r^2} + \frac{T_{i-1} (h_i^t - h_{i-1}^t)}{r \Delta r} \right| \quad (IV.19)$$

Con esta ecuación se elaboró el programa de computadora donde se simuló un acuífero finito con condición inicial de  $h_i = 500$

La condición de estabilidad<sup>5</sup> de la ecuación (IV.19) es:

$$\frac{\Delta t}{\Delta r^2} \leq 0.5$$

Condiciones de frontera:

Frontera Impermeable.

$$h_{n+1} = h_n$$

El modelo consiste en un sistema de 9 ahillos concéntricos fig. (IV.1), simulando el pozo en el centro del mismo.

Se probaron distintos valores de transmisibilidad en los diferentes anillos y distancias a la frontera. Para observar el comportamiento de la presión y gasto con el tiempo así como el efecto de la temperatura del fluido y la distancia a la barrera impermeable.

Los resultados se muestran en forma gráfica en el capítulo V.

#### IV.2 MODELO NUMERICO EN COORDENADAS CARTESIANAS

A partir de la ecuación (III.22) y aplicando (IV.6) y (IV.10) queda

$$K_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \phi c_t \mu \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$p_{i,j}^{t+1} = p_{i,j}^t + \frac{\Delta t}{\phi c_t \mu} \left[ \frac{K_x}{\Delta x^2} (p_{i,j+1}^t - 2p_{i,j}^t + p_{i,j-1}^t) + \frac{K_y}{\Delta y^2} (p_{i+1,j}^t - 2p_{i,j}^t + p_{i-1,j}^t) \right]$$

De acuerdo a las ecuaciones (IV.15), (IV.16) y (IV.17), además multiplicando y dividiendo por  $h$  el segundo término y considerando peso específico constante se obtiene:

$$h_{i,j}^{t+1} = h_{i,j}^t + \frac{\Delta t}{S_{i,j}} \left[ \frac{T_{x_{i,j}}}{\Delta x^2} (h_{i,j+1}^t - 2h_{i,j}^t + h_{i,j-1}^t) + \frac{T_{y_{i,j}}}{\Delta y^2} (h_{i+1,j}^t - 2h_{i,j}^t + h_{i-1,j}^t) \right] \quad (IV.20)$$

La condición de estabilidad<sup>5</sup> de la ecuación (IV.20) es:

$$\frac{T}{S} \left| \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right| \Delta t \leq 0.5$$

Tomando como condición inicial:

$$h_{i,j} = 500$$

En las posiciones donde existe inyección el gasto se calcula de la siguiente forma:

$$Q_{i,j} = T_{x_{i,j}} |2h_{i,j} - h_{i,j-1} - h_{i,j+1}| + T_{y_{i,j}} |2h_{i,j} - h_{i-1,j} - h_{i+1,j}| \quad (\text{IV.21})$$

Condiciones de frontera.

Frontera Impermeable:

$$h_{1,n} = h_{2,n}$$

$$h_{n+1,n} = h_{n-1,n}$$

$$h_{n,1} = h_{n,2}$$

$$h_{n,n+1} = h_{n,n-1}$$

(IV.22)



Con las ecuaciones (IV.20), (IV.21) y (IV.22) se diseñó el programa de computadora para maquina HP 85 que simula una malla de 9 x 9 elementos.

Se realizaron pruebas de inyección en dos localizaciones simultáneamente, una en el centro (pozo AZ 8) y la otra cerca de la frontera impermeable (pozo AZ-7), fig. (IV.2). Suponiendo una presión mayor en la localización central que con respecto a la del pozo A Z-7. Se probaron transmisibilidades diferentes a las condiciones antes mencionadas. Se observó el comportamiento de la presión con la distancia, el tiempo y el gasto de aceptación con este último en las cercanías de los pozos.

Los resultados gráficos se muestran en el capítulo V.

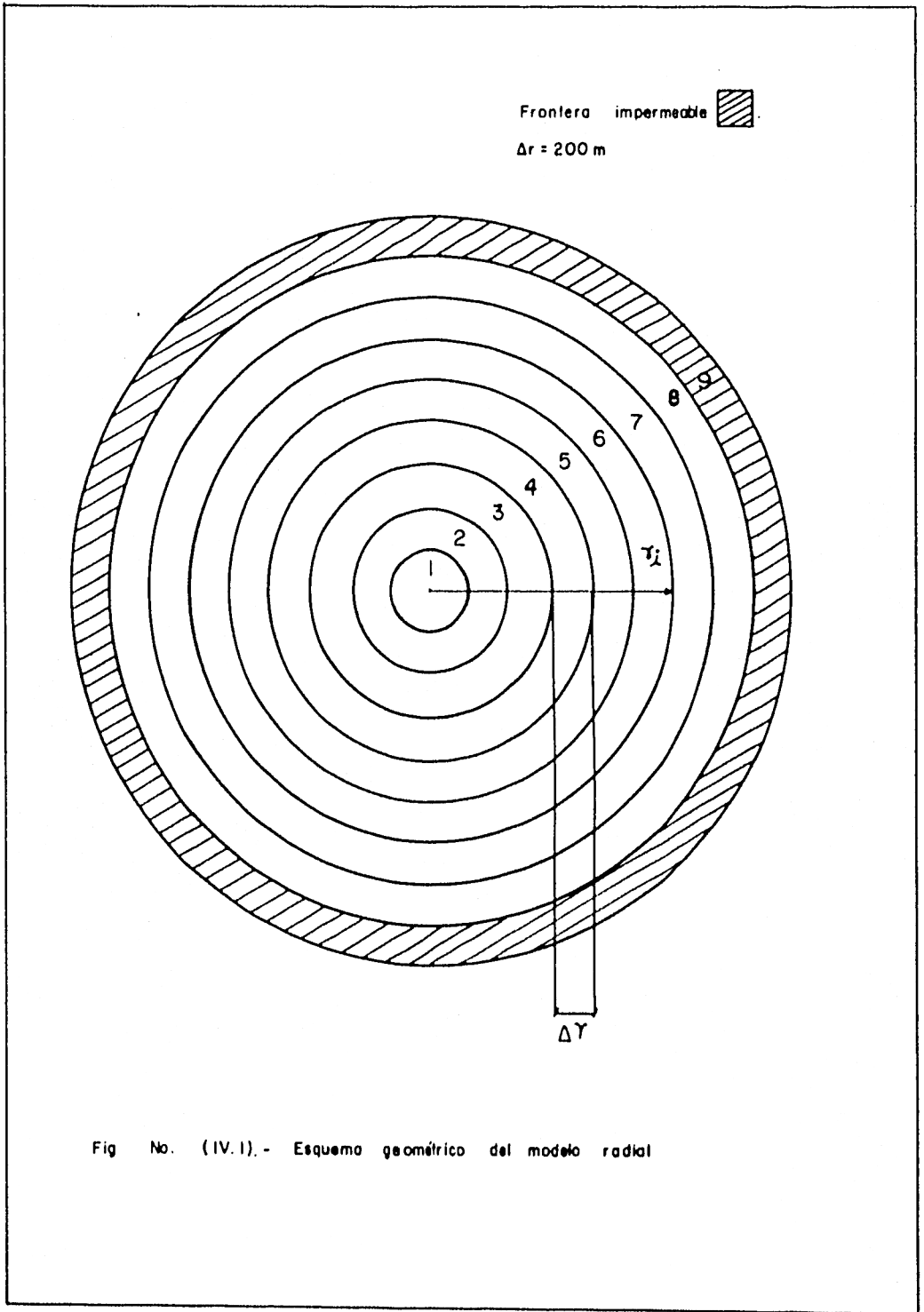
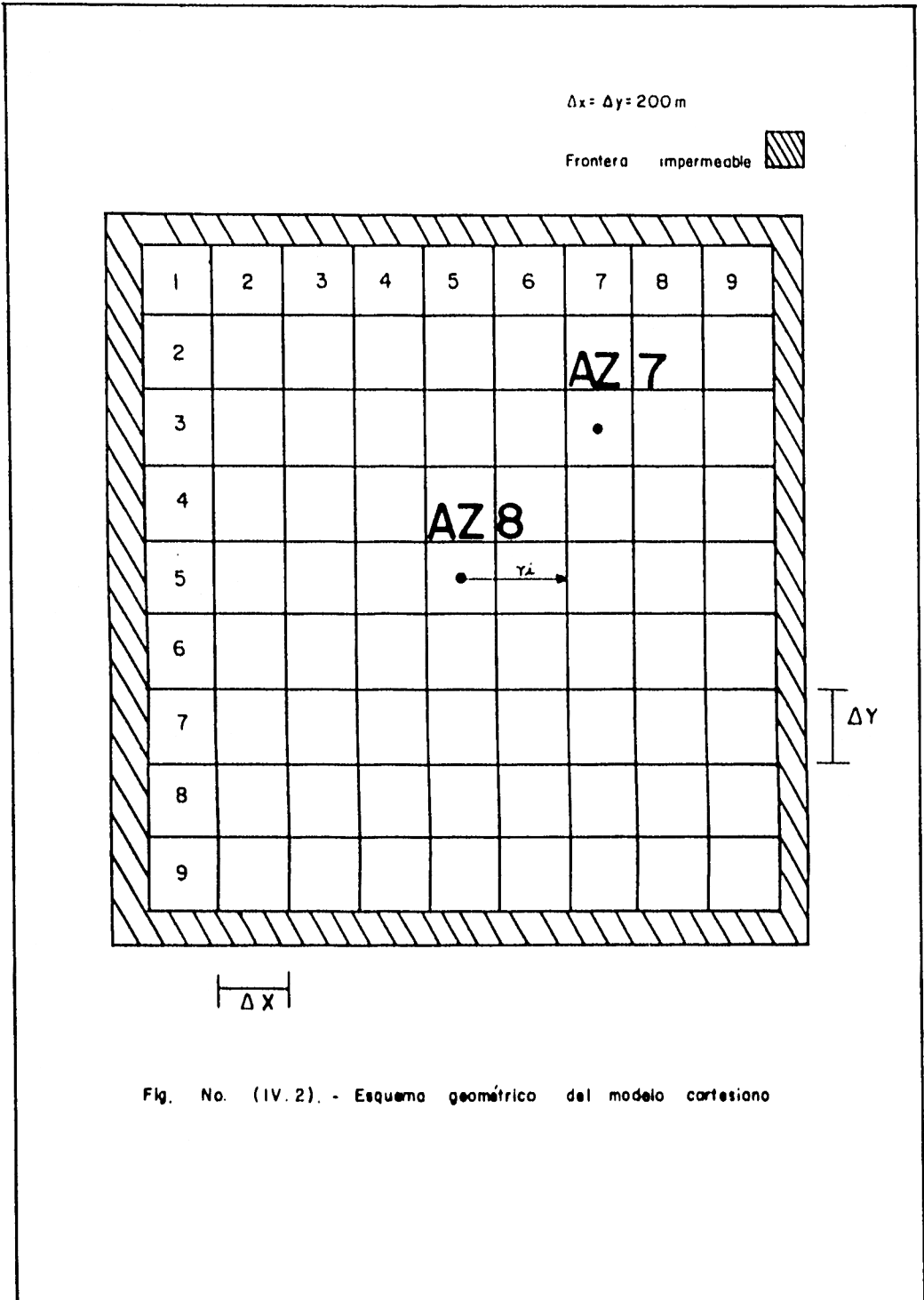
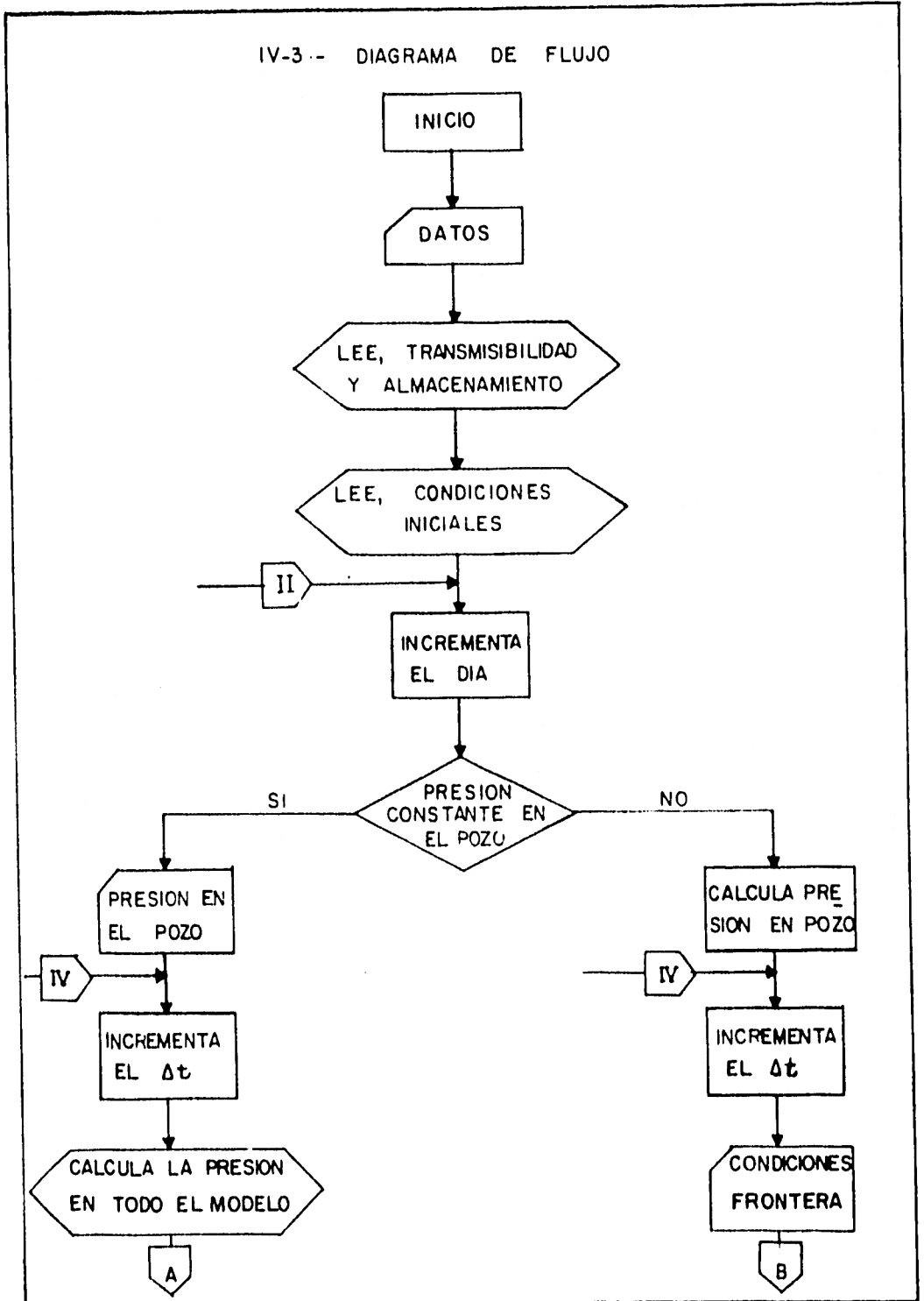
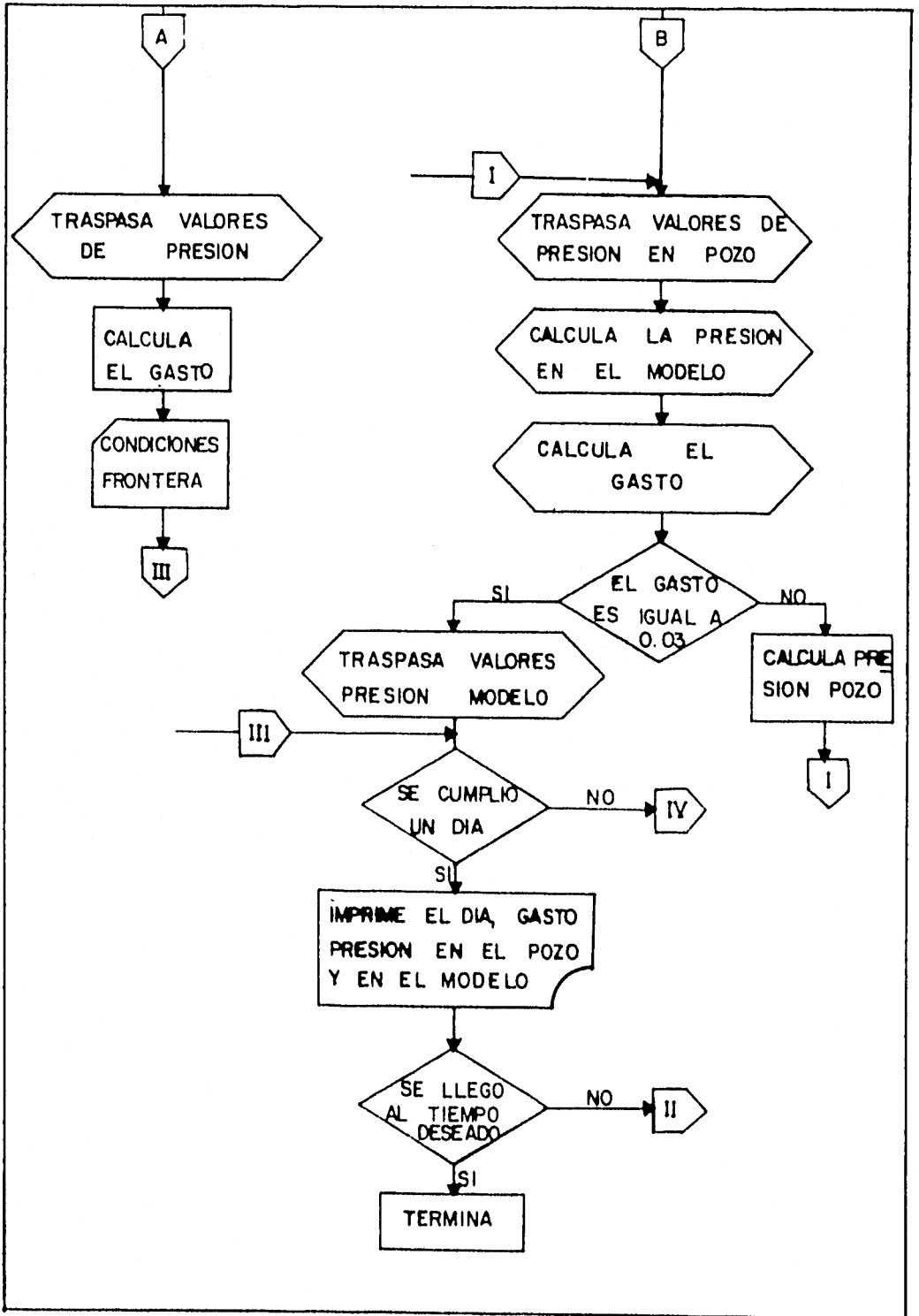


Fig No. (IV.1). - Esquema geométrico del modelo radial



IV-3.- DIAGRAMA DE FLUJO





```

100 ! PRUEBA DE REINYECCION
105 ! MODELO RADIAL
110 ! PRESION CONSTANTE
115 !
120 F1=0
125 DIM H(10),Z(10),T(10),S(10)
130 D3=200
135 N=9
140 D8=3600*2
145 T5=50
150 !
155 ! TRANSMISIBILIDAD Y ALMACE
    NAMIENTO
160 !
165 FOR I=1 TO N
170 T(I)=.0001
175 S(I)=.002
180 NEXT I
185 T7=0
190 FOR I=2 TO N+1
195 H(I)=500
200 Z(I)=500
205 NEXT I
210 T7=T7+D8/3600
215 F1=F1+2/22
220 !
225 ! PRESION EN EL POZO
230 !
235 H(1)=700
240 FOR I=2 TO N
245 D2=(H(I-1)+H(I+1)-2*H(I))/D3
    ^2
250 D1=(-H(I-1)+H(I))/D3
255 Z(I)=Z(I)+D8*T(I)/S(I)*(D2+D
    1/(I*D3))
260 NEXT I
265 FOR I=2 TO N
270 H(I)=Z(I)
275 NEXT I

```

```

280 Q=2*PI*T(1)*(H(1)-H(2))
285 !
290 ! CONDICIONES DE FRONTERA
295 !
300 H(N+1)=H(N)
305 IF F1<1 THEN 210
310 T6=T7/24
315 PRINT
320 PRINT
325 PRINT "T6=";T6;"DIAS"
330 PRINT
335 PRINT USING 340 ; Q
340 IMAGE "Q( 2)=",.3D
345 PRINT
350 FOR I=1 TO N
355 PRINT USING 360 ; "H(";I;")=
    ";H(I)
360 IMAGE 2A,2D,3A,3D.2D
365 NEXT I
370 PRINT "*****"
375 F1=0

380 IF T6<T5 THEN 210
385 END

```

T6= 1 DIAS

Q( 2)= .105

HC (1)= 700.00  
 HC (2)= 532.48  
 HC (3)= 504.05  
 HC (4)= 500.39  
 HC (5)= 500.03  
 HC (6)= 500.00  
 HC (7)= 500.00  
 HC (8)= 500.00  
 HC (9)= 500.00

\*\*\*\*\*

T6= 2 DIAS

Q( 2)= .104

HC (1)= 700.00  
 HC (2)= 518.64  
 HC (3)= 501.22  
 HC (4)= 500.06  
 HC (5)= 500.00  
 HC (6)= 500.00  
 HC (7)= 500.00  
 HC (8)= 500.00  
 HC (9)= 500.00

\*\*\*\*\*

T6= 3 DIAS

Q( 2)= .109

HC (1)= 700.00  
 HC (2)= 526.04  
 HC (3)= 502.50  
 HC (4)= 500.18  
 HC (5)= 500.01  
 HC (6)= 500.00  
 HC (7)= 500.00  
 HC (8)= 500.00  
 HC (9)= 500.00

\*\*\*\*\*

T6= 4 DIAS

Q( 2)= .105

HC (1)= 700.00  
 HC (2)= 532.48  
 HC (3)= 504.05  
 HC (4)= 500.39  
 HC (5)= 500.03  
 HC (6)= 500.00  
 HC (7)= 500.00  
 HC (8)= 500.00  
 HC (9)= 500.00

\*\*\*\*\*

T6= 5 DIAS

Q( 2)= .102

HC (1)= 700.00  
 HC (2)= 538.11  
 HC (3)= 505.76  
 HC (4)= 500.69  
 HC (5)= 500.07  
 HC (6)= 500.01  
 HC (7)= 500.00  
 HC (8)= 500.00  
 HC (9)= 500.00

\*\*\*\*\*

T6= 6 DIAS

Q( 2)= .099

HC (1)= 700.00  
 HC (2)= 543.07  
 HC (3)= 507.58  
 HC (4)= 501.07  
 HC (5)= 500.12  
 HC (6)= 500.01  
 HC (7)= 500.00  
 HC (8)= 500.00  
 HC (9)= 500.00

\*\*\*\*\*

T6= 7 DIAS

Q( 2)= .096

HC (1)= 700.00  
 HC (2)= 547.47  
 HC (3)= 509.50  
 HC (4)= 503.52  
 HC (5)= 500.11  
 HC (6)= 500.02  
 HC (7)= 500.00  
 HC (8)= 500.00  
 HC (9)= 500.00

\*\*\*\*\*

T6= 8 DIAS

Q( 2)= .097

HC (1)= 700.00  
 HC (2)= 551.40  
 HC (3)= 513.74  
 HC (4)= 507.06  
 HC (5)= 500.31  
 HC (6)= 500.14  
 HC (7)= 500.00  
 HC (8)= 500.00  
 HC (9)= 500.00

\*\*\*\*\*

T6= 9 DIAS

Q( 2)= .091

HC (1)= 700.00  
 HC (2)= 554.42  
 HC (3)= 513.21  
 HC (4)= 502.65  
 HC (5)= 500.45  
 HC (6)= 500.06  
 HC (7)= 500.01  
 HC (8)= 500.00  
 HC (9)= 500.00

\*\*\*\*\*

```

100 | PRUEBA DE REINYECCION
105 | MODELO RADIAL
110 | GASTO CONSTANTE
115 |
120 | - - - - -
125 | En cada modelo se pueden |
130 | calcular simultaneamente |
135 | cuatro sectores de trans |
140 | misibilidad diferente |
145 | - - - - -
150 |
155 F1=0
160 DIM T(4),S(4),H(10,4),Z(10,4)
    )
165 Q=-.03 ! extraccion m3/s
170 PRINT "Q=";Q
175 PRINT
180 PRINT
185 H0=500 ! presion inic m
190 D3=250 ! Δr (m)
195 D8=3600*2 ! Δt (segs)
200 T5=365
205 H1=500
210 N=9 ! numero de Δr
215 |
220 | TRANSMISIBILIDADES
225 |
230 T(1)=.0005
235 T(2)=.0005
240 T(3)=.0005
245 T(4)=.0005
250 |
255 | ALMACENAMIENTO
260 |
265 S(1)=.0002
270 S(2)=.0002
275 S(3)=.0002
280 S(4)=.0002

```

```

285 ! valores especiales
290 T7=0
295 T8=T(1)+T(2)+T(3)+T(4)
300 ! inicializacion
305 FOR J=1 TO 4
310 FOR I=1 TO N+1
315 H(I,J)=H0
320 Z(I,J)=H0
325 NEXT I
330 NEXT J
335 T7=T7+D8/3600
340 !
345 ! CALCULO DE LA PRESION EN
    EL POZO
350 !
355 Q9=0
360 T9=0
365 DISP T7
370 FOR J=1 TO 4
375 T9=T9+T(J)*H(2,J)
380 NEXT J
385 H1=(T9-2*Q/P1)/T8

390 F1=F1+2/22
395 ! calculo de la ecuacion
400 DISP H1;Q9
405 FOR J=1 TO 4
410 H(1,J)=H1
415 !
420 ! CONDICIONES DE FRONTERA
425 !
430 H(N+1,J)=H(N,J) ! front imp

```



```
435 FOR I=2 TO N
440 D1=(H(I,J)-H(I-1,J))/D3
445 D2=(H(I+1,J)+H(I-1,J))-2*H(I,
J)/D3^2
450 Z(I,J)=Z(I,J)+D8*T(J)/S(J)*(
D2+D1/(I*D3))
455 NEXT I
460 Q(J)=.5*PI*T(J)*(H(2,J)-H1)
465 Q9=Q9+Q(J)
470 NEXT J
475 A=Q9-Q
480 IF ABS(A)<.01 THEN 500
485 H1=H1+A*5
490 GOTO 395
495 ! traspasar valores
500 FOR J=1 TO 4
505 FOR I=2 TO N
510 H(I,J)=Z(I,J)
515 NEXT I
520 NEXT J
525 IF F1<1 THEN 335
530 T6=T7/24
535 PRINT "T6=";T6;"DIAS"
540 PRINT
545 FOR I=1 TO N
550 PRINT USING 555 ; "H(";I;";"
);H(I,1)
555 IMAGE 2A,D,5A,3D.2D
560 NEXT I
565 PRINT "*****"
570 PRINT
575 PRINT
580 F1=0
585 IF T6<T5 THEN 335
590 END
```

T6= 1 DIAS

H(1,1)= 516.21  
 H(2,1)= 506.95  
 H(3,1)= 503.13  
 H(4,1)= 501.35  
 H(5,1)= 500.53  
 H(6,1)= 500.19  
 H(7,1)= 500.06  
 H(8,1)= 500.01  
 H(9,1)= 500.00  
 \*\*\*\*\*

T6= 2 DIAS

H(1,1)= 518.88  
 H(2,1)= 509.49  
 H(3,1)= 505.28  
 H(4,1)= 502.96  
 H(5,1)= 501.62  
 H(6,1)= 500.86  
 H(7,1)= 500.44  
 H(8,1)= 500.22  
 H(9,1)= 500.14  
 \*\*\*\*\*

T6= 3 DIAS

H(1,1)= 520.57  
 H(2,1)= 511.13  
 H(3,1)= 506.76  
 H(4,1)= 504.21  
 H(5,1)= 502.62  
 H(6,1)= 501.62  
 H(7,1)= 501.00  
 H(8,1)= 500.66  
 H(9,1)= 500.50  
 \*\*\*\*\*

T6= 4 DIAS

H(1,1)= 521.83  
 H(2,1)= 512.37  
 H(3,1)= 507.91  
 H(4,1)= 505.24  
 H(5,1)= 503.51  
 H(6,1)= 502.38  
 H(7,1)= 501.65  
 H(8,1)= 501.23  
 H(9,1)= 501.04  
 \*\*\*\*\*

T6= 5 DIAS

H(1,1)= 522.86  
 H(2,1)= 513.39  
 H(3,1)= 508.89  
 H(4,1)= 506.15  
 H(5,1)= 504.35  
 H(6,1)= 503.14  
 H(7,1)= 502.35  
 H(8,1)= 501.88  
 H(9,1)= 501.66  
 \*\*\*\*\*

T6= 6 DIAS

H(1,1)= 523.77  
 H(2,1)= 514.29  
 H(3,1)= 509.76  
 H(4,1)= 506.99  
 H(5,1)= 505.14  
 H(6,1)= 503.89  
 H(7,1)= 503.07  
 H(8,1)= 502.57  
 H(9,1)= 502.34  
 \*\*\*\*\*

T6= 7 DIAS

H(1,1)= 524.60  
 H(2,1)= 515.12  
 H(3,1)= 510.58  
 H(4,1)= 507.79  
 H(5,1)= 505.92  
 H(6,1)= 504.64  
 H(7,1)= 503.80  
 H(8,1)= 503.29  
 H(9,1)= 503.06  
 \*\*\*\*\*

T6= 8 DIAS

H(1,1)= 525.40  
 H(2,1)= 515.92  
 H(3,1)= 511.37  
 H(4,1)= 508.56  
 H(5,1)= 506.68  
 H(6,1)= 505.40  
 H(7,1)= 504.54  
 H(8,1)= 504.02  
 H(9,1)= 503.78  
 \*\*\*\*\*

T6= 9 DIAS

H(1,1)= 526.18  
 H(2,1)= 516.69  
 H(3,1)= 512.14  
 H(4,1)= 509.33  
 H(5,1)= 507.44  
 H(6,1)= 506.15  
 H(7,1)= 505.29  
 H(8,1)= 504.76  
 H(9,1)= 504.52  
 \*\*\*\*\*

```

100 ! PRUEBA DE REINYECCION
105 ! MODELO CARTESIANO
110 ! PRESION MAYOR EN EL POZO
    A8 CON RESPECTO AL A7
115 !
120 DIM Z(11,11),H(11,11),T1(11,
    11),T2(11,11),S(11,11)
125 F1=0
130 T=0
135 !
140 ! TRANSMISIBILIDAD Y ALMACE
    NAMIENTO
145 !
150 FOR I=1 TO 9
155 FOR J=1 TO 9
160 S(I,J)=.002
165 T1(I,J)=.0001
170 T2(I,J)=.0001
175 NEXT J
180 NEXT I
185 T7=0
190 X=200
195 Y=200
200 D8=3600*2
205 T5=300
210 I1=5
215 J1=5
220 FOR I=1 TO 9
225 FOR J=1 TO 9
230 Z(I,J)=500
235 H(I,J)=Z(I,J)
240 NEXT J
245 NEXT I
250 T7=T7+D8/3600
255 DISP T7
260 F1=F1+2/22

```

```

275 !
280 FOR I=2 TO 8
285 FOR J=2 TO 8
290 H(5,5)=900
295 H(3,7)=700
300 A=T1(I,J)/X^2+2*(I-1,J)+Z(I+
    1,J)-2*Z(I,J)+T2(I,J)/Y^2*(
    Z(I,J+1)+Z(I,J-1)-2*Z(I,J))
305 H(I,J)=Z(I,J)+A/D8/S(I,J)
310 NEXT J
315 NEXT I
320 !
325 ! CALCULO DEL GASTO EN CADA
    POZO
330 !
335 Q8=T1(5,5)*(H(5,5)-H(5,4)+H(
    5,5)-H(5,6))+T2(5,5)*(H(5,5)
    -H(4,5)+H(5,5)-H(6,5))
340 Q7=T1(3,7)*(H(3,7)-H(3,6)+H(
    3,7)-H(3,8))+T2(3,7)*(H(3,7)
    -H(2,7)+H(3,7)-H(4,7))
350 ! CONDICIONES DE FRONTERA
355 !
360 FOR N=1 TO 9
365 H(1,N)=H(2,N)
370 H(9,N)=H(8,N)
375 H(N,1)=H(N,2)
380 H(N,9)=H(N,8)
385 NEXT N
390 FOR I=1 TO 9
395 FOR J=1 TO 9
400 Z(I,J)=H(I,J)
405 NEXT J
410 NEXT I

```

```

415 IF F1<1 THEN 250
420 T6=T7/24
425 T=T+1
430 IF T<10 THEN 535
435 BEEP 20,2000
440 PRINT
445 PRINT "T6=";T6;"DIAS"
450 PRINT
455 PRINT "POZO A8"
460 PRINT USING 475 ; H(9,1),H(8
,2),H(7,3)
465 PRINT USING 480 ; H(6,4),H(5
,5)
470 PRINT USING 485 ; Q8
475 IMAGE "H(9,1)=";3D.2D,6X,"H(
8,2)=";3D.2D,"H(7,3)=";3D.2D
480 IMAGE "H(6,4)=";3D.2D,6X,"H(
5,5)=";3D.2D,/
485 IMAGE 5X,"Q=";D.DDE,2X,"m3/
es"
490 PRINT
495 PRINT "POZO A7"
500 PRINT USING 510 ; H(4,6),H(3
,7),H(2,8),H(1,9)
505 PRINT USING 515 ; Q7
510 IMAGE "H(4,6)=";3D.2D,6X,"H(
3,7)=";3D.2D,"H(2,8)=";3D.2D
,6X,"H(1,9)=";3D.2D,/
515 IMAGE 5X,"Q=";D.2DE,2X,"m3
es",//
520 PRINT "*****"
525 PRINT "*****"
530 T=0
535 F1=0
540 IF T6<T5 THEN 250
545 FOR I=10 TO 2000 STEP 10
550 I=I*RND+1
555 BEEP
560 NEXT I
565 END

```

T6= 10 DIAS

POZO A8	
H(9,1)=501.13	H(8,2)=501.12
H(7,3)=509.14	
H(6,4)=567.38	H(5,5)=900.00

Q=1.04E-001 m3/seg

POZO A7	
H(4,6)=600.93	H(3,7)=700.00
H(2,8)=560.98	H(1,9)=560.98

Q=4.39E-002 m3/seg

```

*****
*****

```

T6= 20 DIAS

POZO A8	
H(9,1)=510.70	H(8,2)=510.70
H(7,3)=529.68	
H(6,4)=602.60	H(5,5)=900.00

Q=8.99E-002 m3/seg

POZO A7	
H(4,6)=650.16	H(3,7)=700.00
H(2,8)=609.73	H(1,9)=609.73

Q=2.83E-002 m3/seg

```

*****
*****

```

T6= 30 DIAS

POZO A8	
H(9,1)=527.83	H(8,2)=527.83
H(7,3)=551.11	
H(6,4)=625.64	H(5,5)=900.00

Q=8.14E-002 m3/seg

POZO A7	
H(4,6)=676.76	H(3,7)=700.00
H(2,8)=639.52	H(1,9)=639.52

Q=1.88E-002 m3/seg

```

*****
*****

```

T6= 40 DIAS

POZO A8	
H(9,1)=547.98	H(8,2)=547.98
H(7,3)=572.23	
H(6,4)=644.74	H(5,5)=900.00

Q=7.50E-002 m3/seg

POZO A7	
H(4,6)=694.52	H(3,7)=700.00
H(2,8)=658.54	H(1,9)=658.54

Q=1.25E-002 m3/seg

```

*****
*****

```

T6= 50 DIAS

POZO A8

H(9,1)=568.81

H(8,2)=568.81

H(7,3)=592.73

H(5,5)=900.00

H(6,4)=661.93

Q=6.96E-002 m3/seg

POZO A7

H(4,6)=707.75

H(3,7)=700.00

H(2,8)=671.28

H(1,9)=671.28

Q=7.91E-003 m3/seg

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

T6= 60 DIAS

POZO A8

H(9,1)=589.35

H(8,2)=589.35

H(7,3)=612.37

H(5,5)=900.00

H(6,4)=677.80

Q=6.50E-002 m3/seg

POZO A7

H(4,6)=718.30

H(3,7)=700.00

H(2,8)=680.30

H(1,9)=680.30

Q=4.44E-003 m3/seg

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

T6= 70 DIAS

POZO A8

H(9,1)=609.15

H(8,2)=609.15

H(7,3)=631.04

H(5,5)=900.00

H(6,4)=692.52

Q=6.09E-002 m3/seg

POZO A7

H(4,6)=727.08

H(3,7)=700.00

H(2,8)=687.05

H(1,9)=687.05

Q=1.67E-003 m3/seg

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

T6= 80 DIAS

POZO A8

H(9,1)=628.00

H(8,2)=628.00

H(7,3)=648.64

H(5,5)=900.00

H(6,4)=706.18

Q=5.73E-002 m3/seg

POZO A7

H(4,6)=734.59

H(3,7)=700.00

H(2,8)=692.35

H(1,9)=692.35

Q=-.63E-003 m3/seg

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

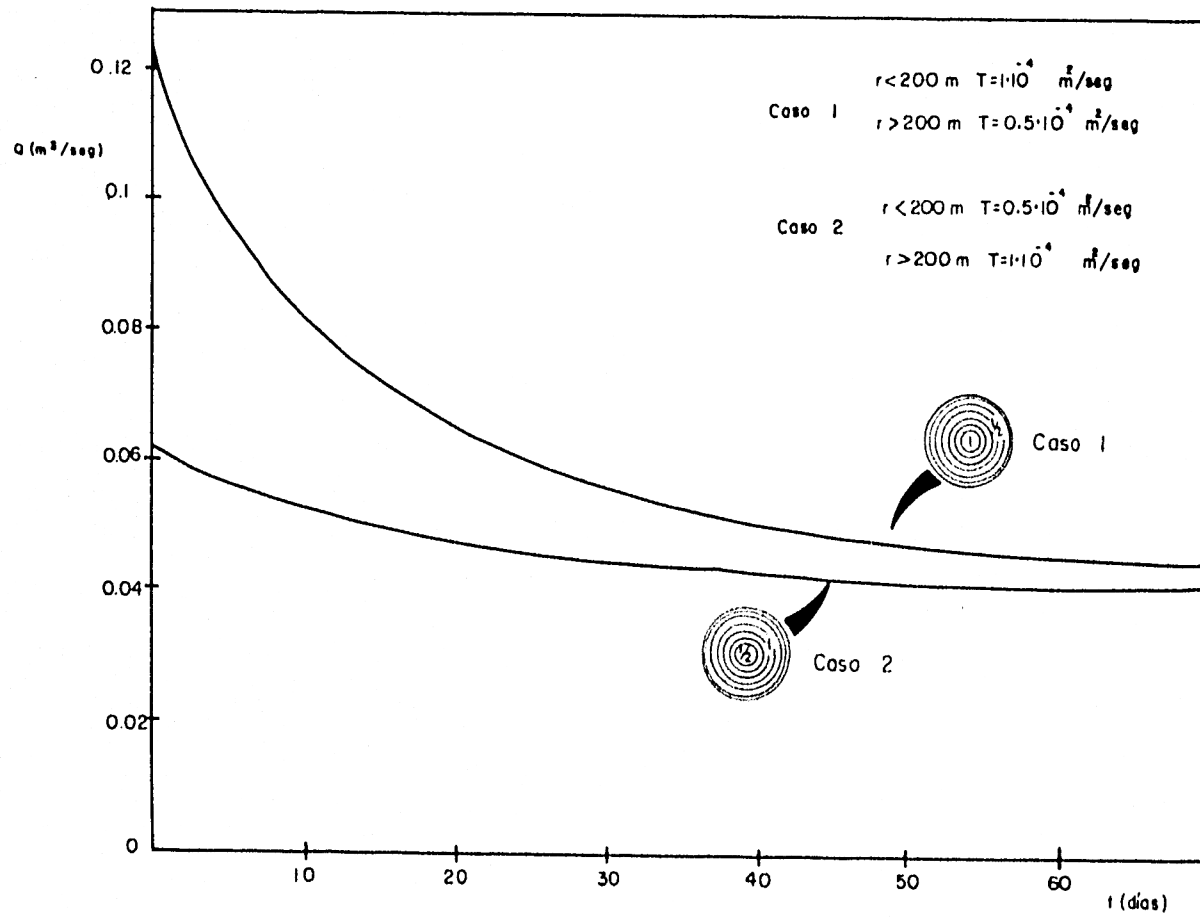


Fig. No. (V.1). Comportamiento del gasto en el centro de un círculo, al cambiar la transmisibilidad en la vecindad del pozo.

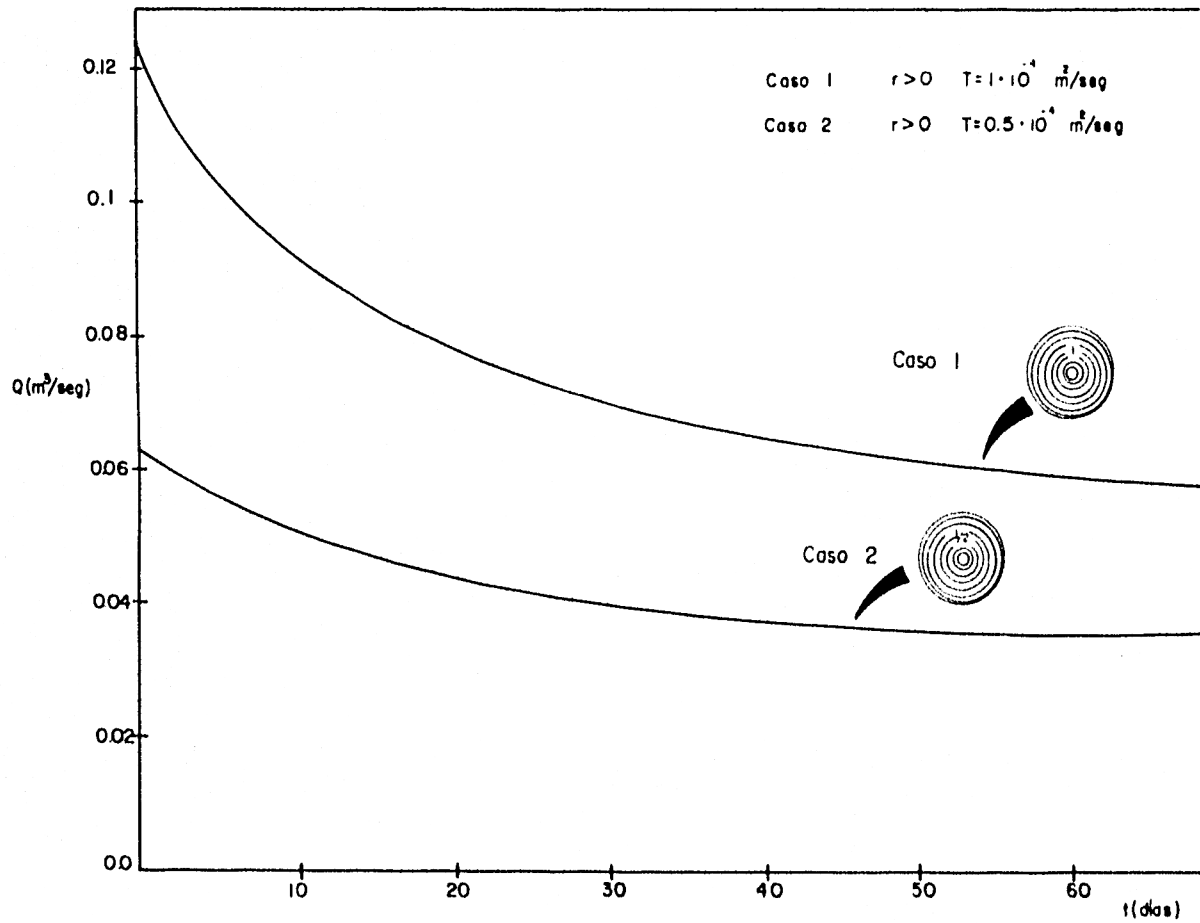


Fig. No. (V.2).- Inyección en el centro del modelo con transmisibilidad única.



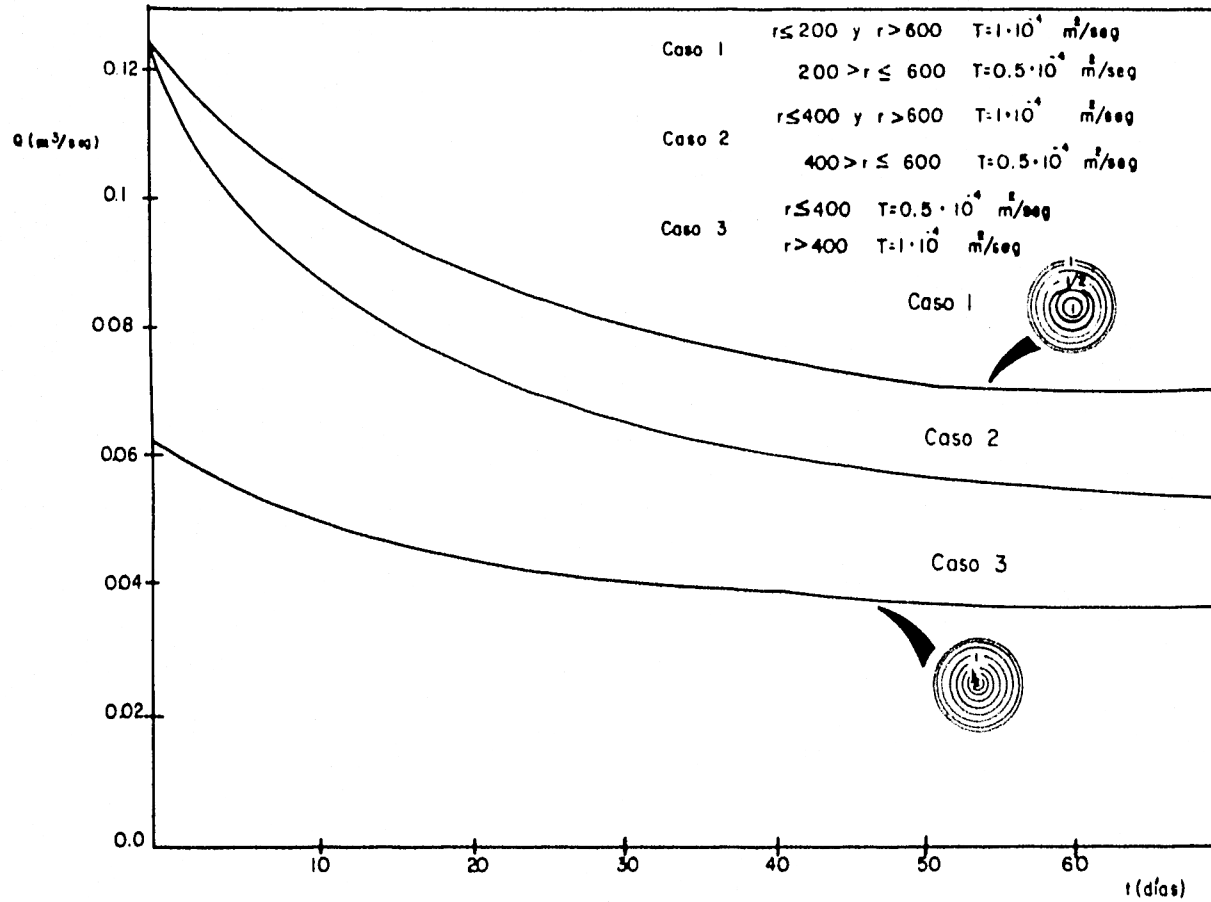


Fig. No. (V.3).- Curvas de inyección, considerando transmisibilidad diferente en el centro y en la vecindad del pozo, así como anillos intermedios.

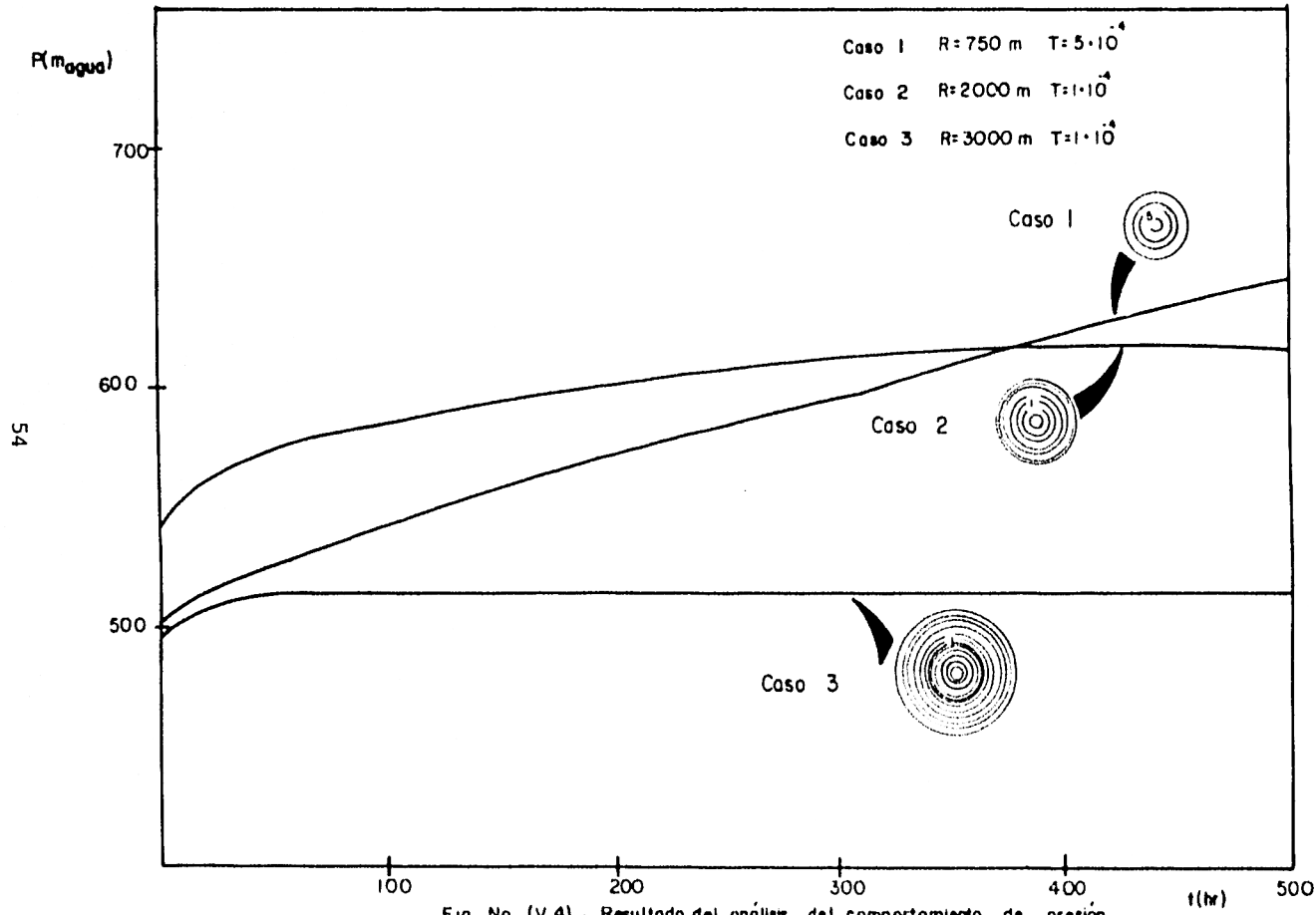


Fig. No (V.4). - Resultado del análisis del comportamiento de presión en el centro de un acuífero radial con distancia a la barrera distinta.

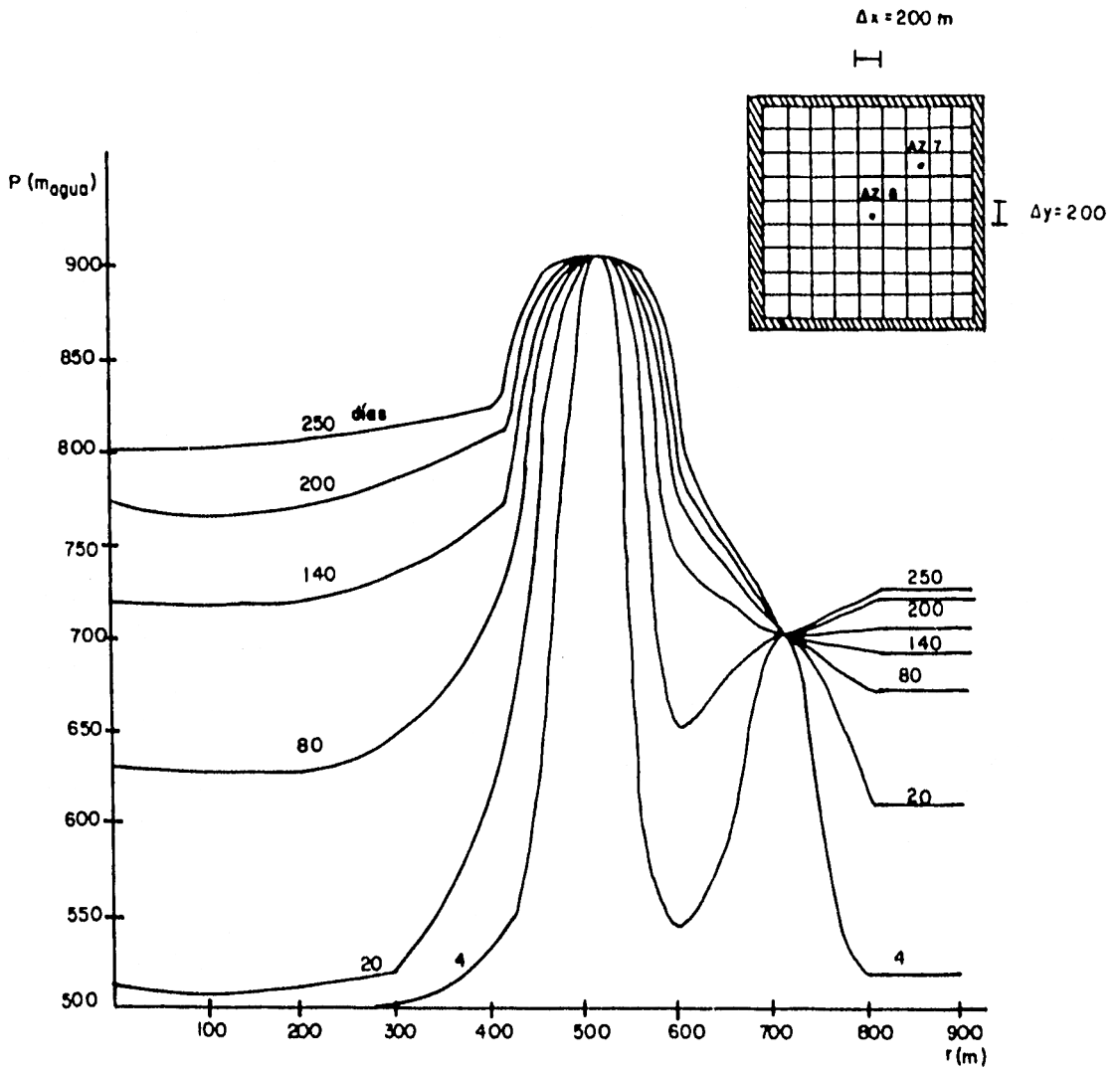


Fig. No. (V 5). - Predicción de la distribución de presión a distintos tiempos en un acuífero cuadrado, con un pozo en el centro y otro próximo a la barrera.

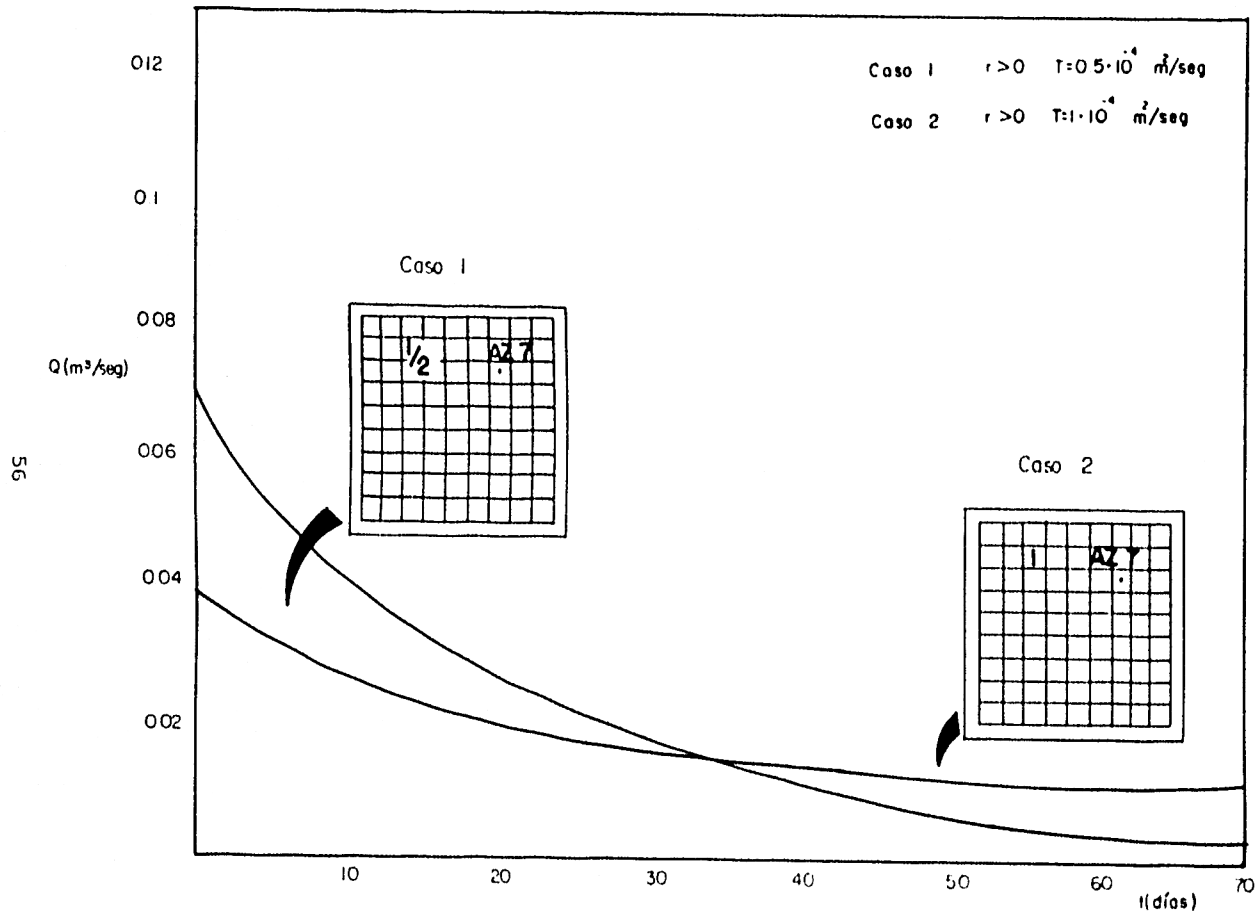


Fig. No (V 6). - Variación del gasto en el pozo AZ 7 para transmissibilidad diferente

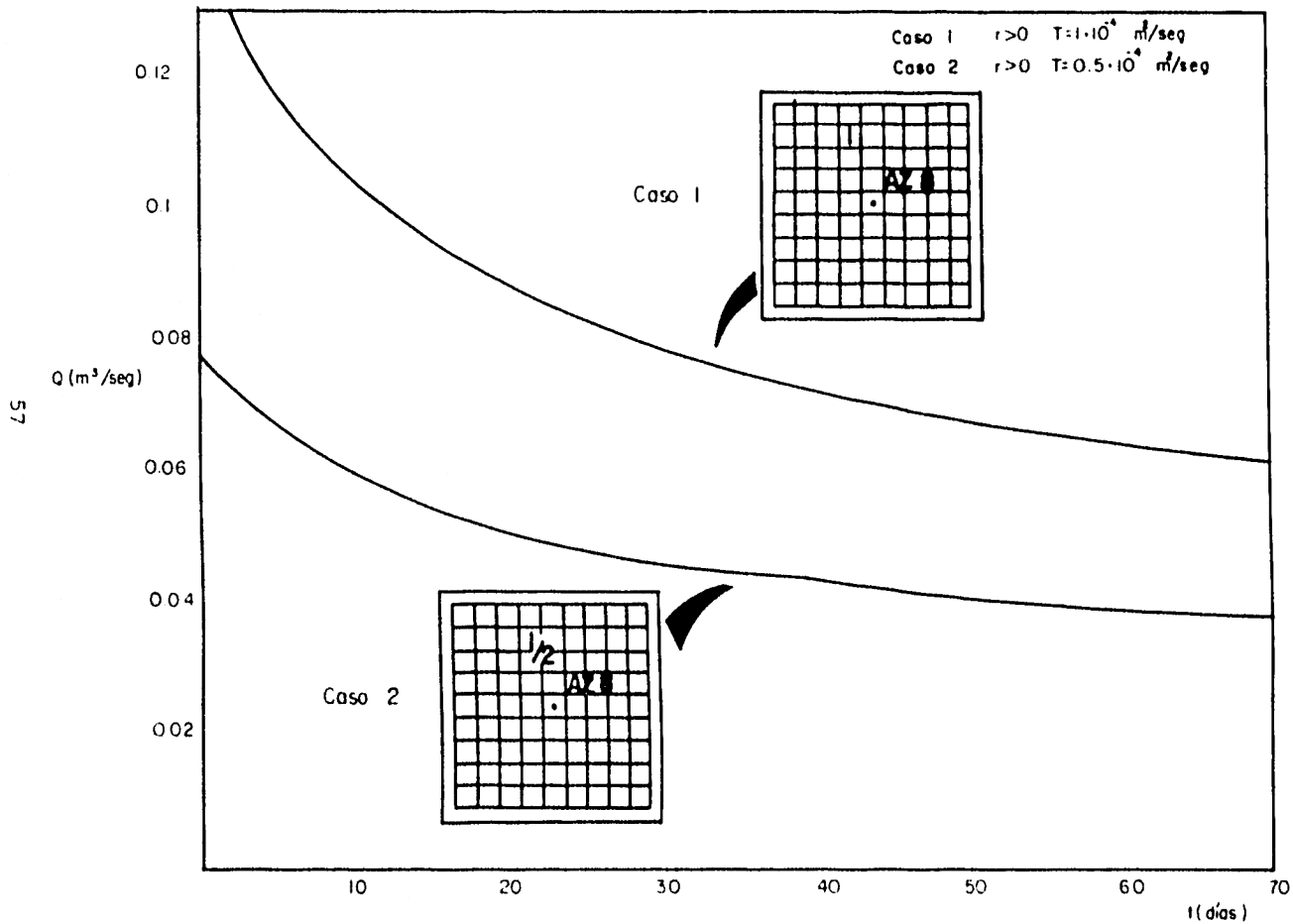


Fig. No. (V 7) - Determinación del gasto en el pozo central a cierta transmisibilidad.

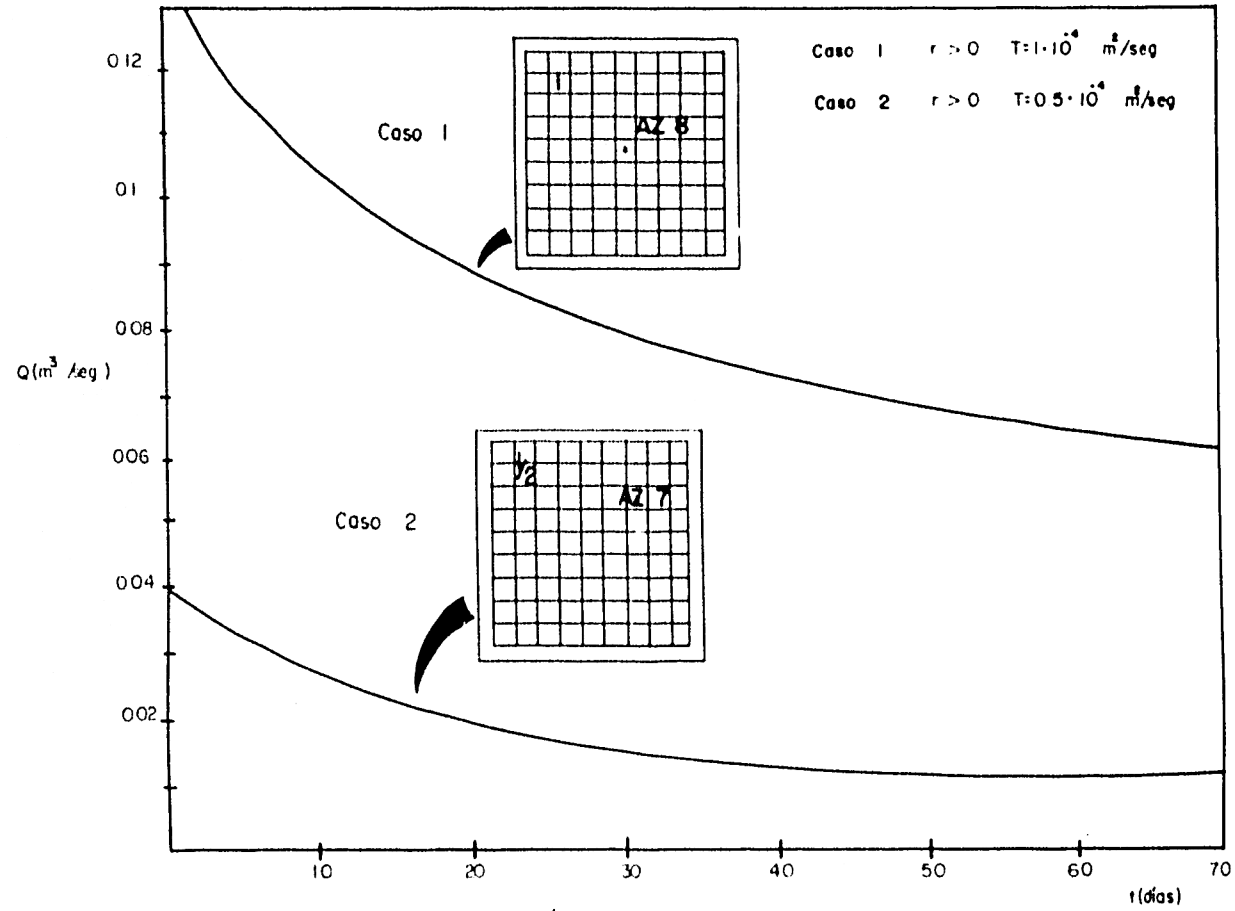


Fig. No. (V B) - Distribución del agua inyectada en los pozos AZ 8 y AZ 7 en el centro y próximo a la frontera de un cuadrado impermeable con transmisibilidad diferente y presión más alta en el pozo central

## CAPITULO VI.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este estudio se ha puesto de manifiesto que la sola realización de ensayos en prototipo (tal como esta propuesta en el pozo A7 y A8) para determinar la conveniencia de inyectar en frío o caliente puede conducir a errores catastróficos al interpretar los resultados.

A pesar de que la inyección en caliente es mucho más conveniente, por tener mayor movilidad el fluido y por que no se enfría el yacimiento, el parámetro fundamental que inclinará la balanza hacia alguna de las dos formas de inyectar será la obstrucción de los poros y las grietas producidas por la sílice al momento de inyectar. Estamos conscientes de que la forma más confiable de determinar este efecto es realizando pruebas en prototipo.

En este trabajo ha quedado bien establecido que la presencia de una ---

frontera impermeable en las cercanías del pozo A7 puede llevar a concluir erróneamente de que el pozo se está tapando.

También se ha establecido que al realizar simultáneamente la prueba de inyección en los pozos A7 y A8 el solo hecho de que al A8 se le inyecte el agua con mayor presión, producirá una distorsión considerable en los resultados. Para finalizar, en este estudio se considera de importancia primordial realizar un modelado matemático de "Los Azufres", -- sector tejamaniles, para determinar con exactitud la respuesta de presión y gasto contra tiempo de los pozos inyectoros en el caso de que no se ocasionara ningún taponamiento por sílice. La diferencia que se obtenga entre estos resultados teóricos y los que realmente se midan en el campo podrían ser atribuidos a disminución de permeabilidad por precipitación o cementación de la sílice.



#### CAPITULO VIII.- REFERENCIAS

- 1.- Hiriart L. Gerardo: campo Geotérmico "Los Azufres", alternativas de desarrollo, Oficina de Estudios y Evaluación C.F.E., Julio 1981.
- 2.- Matthews, c.s. and Russell, D.G. : Pressure Buildup and Flow Tests in --- Wells, Monograph, Series, Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas (1967) 1, capítulo 2.
- 3.- Weinbrand, R.M., Ramey, H.J., Jr. and Casse, F.: "The Effect of Temperature on Relative Permeability of Consolidated Rocks", paper No SPE 4142, presented at the 47 th annual SPE fall meeting, San Antonio, Texas, oct. 8-11, 1972.

- 4.- Afinogenov, Y.A.: "How the Liquid Permeability of Rocks is Affected by - Pressure and Temperature" SNGGIMS (1969), No. 6, pp. 34-42.
- 5.- Smith, G.D.: "Numerical Solution of Partial Differential Equations": Finite Difference Methods 2<sup>nd</sup> Edition, Oxford University Press. 1978.
- 6.- Hiriart L. Gerardo: Dimensionamiento de la Presa "Laguna Verde", Oficina de Estudios y Evaluación C.F.E., septiembre 1980.

#### CAPITULO VIII.- BIBLIOGRAFIA

- 1.- Williams F. Ames: Numerical Methods for partial Differential Equations.
- 2.- Cinco Ley H.: "Apuntes de Flujo de Fluidos y Calor en Medios Porosos",- UNAM, Facultad de Ingeniería, septiembre 1981.
- 3.- Matthews,C.S. and Russell, D.G.: Pressure Buildup and Flow Tests in --- Wells Monograph, Series, Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas (1967) 1.
- 4.- De Wiest Roger J.M.: Geohydrology, Princeton University (1965).
- 5.- Smith G.D.: "Numerical Solution of Partial Differential Equations": finite Difference Methods 2<sup>nd</sup> Edition, Oxford University press. 1978

- 6.- Sánchez B. José Luis, Evaluación de Acuíferos Geotérmicos, UNAM, Instituto de Ingeniería, Agosto 1981.
- 7.- Earlougher, R.C., Jr.: "Advances in Well Test Analysis", Monograph series Volume 5, Society of Petroleum Engineers of AIME, (1977).
- 8.- Ramey, H.J., Jr., and Cobb William M.: "A General Buildup Theory for a Well in a closed Drainage Area", J.Pet.Tech. (Dec. 1971); Trans., - AIME, 251.
- 9.- Mercer, J.W. y Faust, C.R.: " Simulation of Water and Vapor dominated hydrothermal reservoirs", S P E 5520 Society of Petroleum Engineers of AIME, 1975.
- 10.- Bird, R.B., Stewart, W.E. y Lightfoot, E.N.: Fenómenos de Transporte, - Departamento de Ingeniería Química de la Universidad de Wisconsin -- (1980).
- 11.- Brownell, D.H., Jr., Garg, S.K. and Pritchett, J.W.: "Computer Simulation of Geothermal Reservoirs", SPE 5381, Society of Petroleum Engineers of AIME, 1975.
- 12.- Ramey, H.J., Jr., Brigham, W.E., Chen, H.K., Atkinson, P.G. and Arihara Norio: Thermodynamic and Hydrodynamic properties of Hydrothermal Systems, Stanford University, Abril 1974.
- 13.- Amyx, J.W., Bass, D.M., Jr. and Whiting, R.L.: Petroleum Reservoir --

Engineering, Mc Graw-Hill, New York, NY, 1960.

- 14.- Faust, C.R. and Mercer James W.: " Mathematical Modeling of Geothermal Systems", U.S. Geological Survey, Virginia USA.
- 15.- Coats, K.H.: " Geothermal Reservoir Modeling", INTERCOMP Resource Development and Engineering , INC. , SPE 6892, Society of Petroleum Engineers of AIME, 1977.
- 16.- Witherspoon, P.A., Neuman, S.P., Sorey, M.L. and Lippmann, M.J.: - - "Modeling Geothermal Systems", Biblioteca de Estudios y Evaluaciones de la C.F.E., Morelia., Mich., México.
- 17.- Rivera,R.J., and Ramey, H.J., Jr.: "Application of Two-Rate Flow Test to the Determination of Geothermal Reservoir Parameters", paper SPE - 6887, Presented at the 52 nd Annual Fall Technical Conference and Exhibition of SPE, Denver ,Colorado, oct. 9-12 (1977).

## CAPITULO IX.- RECONOCIMIENTOS

QUIERO DEJAR CONSTANCIA DE MI GRATITUD A LA FACULTAD DE INGENIERIA DE LA UNAM Y A LA COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD A TRAVES DEL DEPARTAMENTO DE GEOTERMIA, CON LA ESPERANZA DE QUE ESTE TRABAJO SEA DE UTILIDAD PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE LA REINYECCION.

UN AGRADECIMIENTO ESPECIAL AL ING. ARTURO GONZALEZ SALAZAR POR SU CONSTANTE ALIENTO PARA LA REALIZACION DE ESTE Y OTROS TRABAJOS.

FINALMENTE HAGO PATENTE MI AGRADECIMIENTO A LA PROFRA. TRINIDAD BERRA AYALA QUE AL INICIO DE MIS ESTUDIOS ME INCULCO EL ANHELO DE SUPERACION ESPERANDO NO HABERLA DEFRAUDADO.