

2/208



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ECONOMIA

“ LA MATEMATICA COMO MEDIO DE EXPRESION  
Y DE DESARROLLO DE LA TEORIA ECONOMICA ”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

LICENCIADO EN ECONOMIA

P R E S E N T A:

RAUL YAÑEZ ALCANTARA

MEXICO, D. F.

1983



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## PROLOGO

Cuando el estudio de una ciencia determinada, como la economía, requiere del auxilio de otra, como la matemática, y para su exposición; surge la pregunta: ¿Qué es lo que hace posible tal simbiosis?

La respuesta, en muchas ocasiones, no es fácil darla en pocas palabras. Ante un primer acercamiento queda la conformidad o el deseo de seguir explorando el camino.

El presente trabajo tiene como finalidad emprender el sendero que se inició al plantear la pregunta anterior.

El título del presente estudio indica las hipótesis que surgen como una posible respuesta: "La matemática es un medio de expresión y de desarrollo de la teoría económica".

El primer paso en el desarrollo del trabajo fué elaborar la caracterización de cada una de las disciplinas (economía y matemática) en su aspecto de ciencias. Pero, al establecer el anterior punto, se necesitó introducir la relación que se establece entre el ser humano y la realidad que lo contiene, esto en la relación de conocimiento.

De la relación epistemológica se siguió a caracterizar a las dos ciencias en su particularidad, y de ahí obtener los elementos en común que permiten el uso de una por la otra.

Destacados los elementos particulares de las dos ciencias se pasó al apartado que trata de responder la primera de las dos hipótesis planteadas: La matemática es un medio de expresión de la teoría económica. En este punto, la dificultad no fue muy grande; la mayoría de los autores utiliza relaciones matemáticas para describir relaciones económicas.

Al pasar al siguiente aspecto: La matemática como un medio de desarrollo de la teoría económica, la dificultad fue mayor, porque los autores que usan a la matemática al expresar relaciones económicas no justifican su uso, lo que permite su-

poner que dan por sentado ese aspecto. Se tuvo que recurrir a textos de metodología y crítica de la teoría económica para obtener elementos que fundamentaran los aspectos propuestos: medio auxiliar de carácter deductivo; elementos que impiden la generalidad de una teoría establecida; ayuda en la creación de elementos conceptuales que sirvan en el análisis de la realidad económica, y acercamiento en la comprobación de la teoría en la realidad concreta. Como apoyo a la argumentación, se utilizaron ejemplos obtenidos de varios textos de teoría e crítica de la teoría económica.

Por último, se dan, en las conclusiones y las recomendaciones, cuestiones que implican al tema, pero que no se tratan en el desarrollo de capítulos anteriores, este para no modificar el sentido de cada apartado, pero que fué necesario - mencionar en este último capítulo.

En lo que concierne a las recomendaciones, ahí se expresa un sentido particular, del autor; al enfrentar el estudio de ciencias que se caracterizan por manejar la abstracción y la deducción en forma considerable se hace necesario que la enseñanza de tales ciencias se realice de forma tal que permita el desarrollo intelectual al manejar el razonamiento abstracto. Se debe dar un aprendizaje que maneje los elementos mecánicos como un elemento secundario; además, desarrollar la capacidad de análisis y de deducción en ciencias como las citadas.

Por último, es necesario decir que si un trabajo es fruto de la labor en conjunto, este sería un ejemplo; el él se plasman una serie de ideas que han sido comprendidas en la discusión que se realiza en la tarea diaria.

Un agradecimiento a mis compañeros de la Universidad Pedagógica Nacional que con sus ideas han contribuido a este trabajo. Una mención especial a la labor de Alfonso Avila, gracias

su paciente esfuerzo el presente escrito se desarrolle hasta tomar su forma actual. Obviamente, el único responsable de los errores u omisiones es el autor.

México, agosto de 1983.

## CAPITULO I

### Reflexiones epistemológicas.

- 1.1. Conocimiento científico y realidad.
- 1.2. Ciencia: Su campo de acción, su objeto y su método de estudio.
  1. Campo y objeto de estudio.
  2. El método de estudio.

## 1. Conocimiento científico y realidad.

A lo largo de su estancia sobre este planeta, la especie humana ha tenido que satisfacer una serie de necesidades de origen diverso. Algunas de ellas, como la alimentación, son el resultado de la estructura biológica que posee; otras, como la habitación y el vestido son producto de su situación en el medio ambiente; y, un tercer tipo, como la educación, son consecuencia de la vida en sociedad.

Para satisfacer sus necesidades el ser humano entra en relación con la naturaleza, relación que en su esencia ha sido de transformación. Afectando esta relación, no sólo a la naturaleza, sino, también al hombre. Las transformaciones de la primera provocan cambios en la actuación del segundo, y éste a su vez transforma a aquella; los cambios que se producen en el mundo de la naturaleza se han producido en la mente humana e permiten la transformación de ésta última.

Un rasgo sobresaliente de la relación de transformación es que, en muchos casos, se produce en forma consciente, es decir, no en forma incidental, sino que se efectúa en forma intencionada y con objetivos definidos. En ella se manifiesta el principal papel del hombre en este mundo: la transformación de éste para disfrutarlo. De este modo el ser humano, a diferencia de otros habitantes, no sólo está en el mundo, sino que trata, además, de describirlo, comprenderlo y transformarlo en su beneficio. El hombre se establece como un ser activo en la naturaleza y de sus acciones depende su bienestar, incluso su supervivencia. En este sentido, se puede decir que: "...si aún ignoramos- y quizás nunca sepamos- de dónde venimos y a dónde vamos, sabemos de seguro que nuestra vocación es actuar y transformar al mundo..."<sup>1</sup>

1. S. Zurawicki. Problemas metodológicos de las ciencias económicas. Dit. Nuestro Tiempo. México, 1972. Pag. 10.

En la interrelación que se establece entre el ser humano y la naturaleza se va creando un mundo artificial, en el que se observa la transformación de la segunda; la creación de un conjunto de ideas relativas a la naturaleza y su transformación e, incluso, las relaciones que se establecen con la naturaleza y entre los seres humanos.

El mundo artificial tiene su contraparte en la mente humana, ésta refleja a aquél, evoluciona con él y encuentra elementos de raciocinio que le permiten transformarlo.

La mente humana crea una serie de elementos que le permiten construir en sí lo que sucede en el mundo. Crea un conjunto de ideas que conciben al suceder en el mundo y que tienen por finalidad describir y explicar los sucesos y las relaciones que en él se presentan.

Este conjunto de ideas que crea la mente humana busca, además, tener una aplicación en la realidad; para que, por medio de tal aplicación, el hombre pueda beneficiarse del acontecer real.

El ser humano al analizar la realidad se establece como sujeto en el acto de conocer; describe las manifestaciones e hechos que ella le presenta, va adentrándose en las relaciones que se dan en la presentación de los fenómenos y en la medida en que las representaciones mentales que obtiene en esa acción de conocer corresponden al suceder de la realidad; cuando son un reflejo verificable es ésta, va creando ideas que se han denominado: conocimientos.

Y, cuando los procesos mentales con su producto, los conocimientos, son el resultado de un proceso que cumple con las características de ser consciente, racional, sistemático, verificable y objetivo, cuando le anterior sucede, se habla de conocimiento científico. Y, si además, se les organiza en un conjunto que describa una área definida de la realidad, en

ese caso se habla de crear y construir las ciencias.

2. Ciencia: Su campo de acción, su objeto y su método de estudio.

El conocimiento científico ha permitido a la especie humana descontrañar múltiples aspectos de la realidad, que a menudo han servido para crear niveles de bienestar que se traducen en una vida más agradable, aunque también, para amenazar con la extinción del hombre.

El conocimiento científico es producto de una predisposición de la mente humana que pretende explicar los fenómenos de la realidad y las relaciones que se establecen entre ellos. Tal conocimiento se obtiene en un ir al mundo, pero no es un ir desordenado, por el contrario, se hace en forma metódica, e laborado bajo ciertas condiciones y con un plan previamente establecido.

Por otra parte, la realidad se manifiesta, ante la mente humana en una forma compleja; pero en la complejidad va mostrando de regularidad y realzando el comportamiento de alguno de sus elementos, aspectos que el ser humano percibe, trata de comprender, y además de explicar.

2.1. Campo y objeto de estudio.

El intento que el ser humano ha hecho por comprender lo que acontece en su derredor, le ha llevado a crear una serie de procesos mentales que le facilitan su labor de investigación. La predisposición del pensamiento humano es buscar los elementos constitutivos de la realidad, y, en una primera instancia, ha logrado hacer una separación de la forma en que los fenómenos se presentan en ella, y con éste logra delimitarlos en áreas de conocimiento. Esta demarcación permite que el hombre pueda manejar y conocer la estructura y funcionamiento de la realidad.

Diversos elementos se conjugan para que el ser humano ceda en la separación de lo real. Por un lado, se tiene que en la realidad misma resaltan elementos que permiten esa separación, por ejemplo: el crecimiento de las plantas, el suceder del día y la noche, la muerte, el pensamiento, la lluvia, etc. todo lo anterior muestra distinciones que permiten separarlos en regiones del conocimiento que se caracterizan por tener en su interior conocimientos con algunos rasgos que los une, por ejemplo: los fenómenos relacionados con el crecimiento de las plantas forman parte del conocimiento agrícola, etc.

Como un segundo elemento se tiene que las capacidades del ser humano no le permiten captar en forma global lo que sucede en su entorno. Las limitaciones de este tipo son un factor que influye en el discernimiento de la realidad. En un determinado momento, la realidad, por estudiarse, pueda asimilarse firmemente si se concentran las potencialidades en uno o algunos de los múltiples aspectos que la componen.

En la historia del conocimiento humano se encuentra un tercer elemento que conduce a la especialización del mismo, el avance de las ciencias y los grandes caudales del conocimiento impiden, al menos en una gran cantidad de casos, abarcar los innumerables aspectos que el mundo presenta.

Muchos intentos se han hecho para demarcar el terreno en que una ciencia se sitúa; tratando con ello de ubicar a los fenómenos según elementos en común con otros; intentando, además, conocer al acontecer de la realidad. Estas clasificaciones representan, en alguna forma, concepciones de la realidad destacando algunos elementos respecto de otros, por ejemplo: para Aristóteles las ciencias son teóricas (lógica, física, matemáticas) y prácticas (ética, economía, política). "La división usada por Aristoteles rompe el lazo de unión entre la teoría y la práctica...".<sup>2</sup> Para Hobbes, en cambio, el énfasis debería

darse en el método, por lo que las ciencias serían deductivas o inductivas: " En esta clasificación Hobbes elimina la distinción entre el aspecto teórico y el práctico de las investigaciones científicas, que se revelaba en otras divisiones de la clasificación,..."<sup>3</sup>

En la actualidad, un criterio adecuado en la demarcación del terreno científico o en la clasificación de las ciencias se encuentra al considerar la naturaleza del objeto o fenómeno a estudiar; aunque no siempre es posible dejar de lado el método usado en la construcción de una disciplina (como se verá en el caso de la matemática).

Una clasificación aceptable es la que diferencia las ciencias que estudian la naturaleza (como la física, la química, etc.) de las que estudian los fenómenos de la realidad social (Sociología, economía, historia, etc.) y, a ambas, de las que son el resultado de la reflexión sobre la mente y su producto: los pensamientos, ideas o formas de raciocinio, como son: la lógica y la matemática. Esta clasificación puede, incluso, seguirse a ciencias empíricas y ciencias de la razón (formales), esto es, considerar la empiricidad del objeto a estudiar. Entre las primeras se localizan las ciencias de la naturaleza y las de la sociedad, en las segundas las que estudian el mecanismo de razonamiento o las formas del pensar como las nombradas.

En las ciencias empíricas, la naturaleza y la sociedad -- brindan elementos de corroboración a los conocimientos que se obtienen en sus respectivas áreas. De este modo, la caída de los cuerpos o la evolución social de una nación pueden conocerse y comprobarse en la realidad que reflejan, no sólo es posible crear esquemas mentales, sino además, ir a la realidad y comprobarlos.

3. Ibid. Pag. 27.

En la situación anterior se colocan los conocimientos - que se obtienen directamente de los objetos, como son las cualidades físicas y químicas de los mismos, las relaciones que se establecen entre los cuerpos físicos (ley de la gravedad, etc.) y en el campo de las ciencias sociales se tienen las relaciones que se establecen entre los seres humanos (trabajo, educación, etc.).

En la otra parte de la clasificación se sitúan los procesos mentales del ser humano y su producto: las ideas, como elementos u objetos de estudio aparecen los procesos de razonamiento (lógica), e entes ideales sin conexión (necesaria) con la realidad física.

A manera de resumen se puede decir que: la naturaleza del objeto, la delimitación del conocimiento, y, en consecuencia la clasificación de las ciencias son aspectos estrechamente ligados en la tarea de conocer al mundo.

La demarcación de las áreas de estudio es un procedimiento adecuado, pero, no es un hecho concluido, ni debe dar la idea de una realidad estática. En el primer aspecto; la continua transformación de la realidad y los mismos conocimientos - que de ella se obtienen van creando nuevas delimitaciones e - descubriendo nuevas relaciones, lo que resulta en nuevas ramas del saber; La exploración del Universe dió origen, por ejemplo, a la aeronáutica espacial; un segundo aspecto que ilustra a los aspectos no considerados o que se hacían en forma aislada se refiere a la bioquímica, o la biofísica. Otro caso es el que relaciona nuevos avances del saber con aspectos ya usados, como es el caso del uso del psicoanálisis en la medicina.

Además un objeto de estudio puede abordarse por varias ramas del saber, tal como sucede con el propio ser humano que es analizado por la biología, la psicología, la historia, etc.

En suma: la delimitación de las ciencias no está conclui

da, las fronteras entre ellas sufren modificaciones, los temas que abordan van aumentando y con ello ampliando el conocimiento, e incluso abarcando más aspectos que la realidad contiene. Tampoco están completamente diferenciadas, pues existe una frontera difusa en lo que se refiere a un determinado objeto; sobre todo en las ciencias sociales en las que los descubrimientos de diversas áreas sirven en el estudio de otras, como sucede con elementos de la economía que son usados para describir el comportamiento social. Pero, la delimitación de la realidad, no obstante es un medio adecuado para conocerla.

## 2.2. El método de estudio.

La demarcación es un momento en la tarea histórica de conocer al mundo, es parte del proceso racional, mediante el que se explica la realidad.

La descripción y explicación de la realidad tienen como objetivo fundamental el obtener verdades. Este es, ideas que indiquen el mecanismo que permite la presentación de un fenómeno que se estudia. La creación de tal conjunto de ideas no ha derivado, siempre, en verdades inevitables, por el contrario, el error está presente; se han vertido juicios que no corresponden a la realidad que describen. Pero, por otro lado, se han creado conceptos y juicios que sí corresponden con el transcurrir del mundo. Un ejemplo de éste es que se puede hablar del día y la noche, y, además porque acontece tal fenómeno; se puede explicar el mecanismo que permite su presentación.

El camino del conocer conduce al seguimiento de procesos mentales, auxiliados de elementos materiales, cuya finalidad es evitar errores y mantener los elementos que conduzcan a la creación de verdades. Tales procesos se caracterizan por evitar los conocimientos superficiales y los errores; se puede decir que no basta observar los hechos, aunque con ello se

obtienen los elementos que los objetos presentan, pero para dar la explicación del hecho, es necesario otro tipo de aspectos que permitan tal explicación, este es el papel del razonamiento humano; no basta ver que las plantas crecen, el hombre explica porque sucede así.

La ciencia no se caracteriza sólo por estudiar un área del conocimiento, cuenta, además con una serie de procesos mentales, a través de los que se obtienen los conocimientos de la realidad referida.

Al conjunto de procedimientos mentales que sirven para dar cuenta del mecanismo y características de un fenómeno, que permiten penetrar en la esencia de su acontecer, se le denomina método. En este sentido; " En general nos ocupamos metódicamente en una esfera del saber cuando la investigamos con arreglo a un plan, destacamos sus especiales articulaciones, ordenamos los conocimientos parciales de acuerdo con la realidad, los enlazamos con rigor lógico y los hacemos inteligibles...al terminar hemos de saber de todas y cada una de las cosas no sólo (( que )) son así, sino también (( por que )) son así, o sea, no sólo el hecho, sino también la razón del mismo"<sup>4</sup>. Tal es la tarea del método en la creación del conocimiento científico.

Los procesos mentales, auxiliados o no por instrumentos materiales, tienen variaciones en su forma de actuar, se habla de inducción, deducción, analogía, abstracción, experimentación, análisis, síntesis, dialéctica, etc.

Así, aunque se puede hablar de que la ciencia necesita de un método para desarrollarse, al particularizarla el método o conjunto de procedimientos varía de acuerdo a la especificidad del área en estudio; " Cada uno de los sectores de lo real dicta el método con que ha de recorrerse"<sup>5</sup>

4. W. Brugger. Diccionario de Filosofía. Edit. Herder. Barcelona, 1970. Pag. 344

5. Ibid. Pag. 344.

Las características del método, referidas a un sector de lo real, no son exclusivas de una ciencia, sino que el hombre las utiliza en diversos momentos de la creación del conocimiento. No obstante su encadenamiento, es posible que en alguna ciencia uno de los aspectos se tenga como relevante.

En el proceso de conocer, las diferentes acepciones del método pueden, incluso, representar momentos distintos en la creación del saber de una rama del conocimiento, por ejemplo: en las ciencias empíricas (o fácticas), como la física, se hace necesaria la experimentación, pero, para ello, es necesario que se haya formado, en la mente humana, un esquema de los pasos a seguir, de las relaciones a experimentar, las que son tomadas de la realidad y representan una abstracción; aun un momento en la inferencia de verdades.

El enlazamiento implica el uso de varios aspectos del método, pero, sin embargo, se puede decir que el desarrollo de una ciencia se va caracterizando e fundamentando por el realce de uno de ellos. Tal es el caso de la experimentación para las ciencias naturales, en cambio, en las ciencias sociales no tiene relevancia, ya que es difícil controlar las variables que actúan en un proceso social, para estas últimas ciencias tiene más importancia un proceso inductivo-deductivo.

Un aspecto importante del método es la verificación de los juicios que el raciocinio produce. Esto se realiza en las condiciones que el área de conocimiento requiere, por ejemplo: en las ciencias fácticas, " además de la racionalidad exigida por los enunciados... que sean verificables en la experiencia... únicamente después que haya pasado las pruebas de la verificación empírica podrá considerarse que un enunciado es adecuado, o sea, que es verdadero!"<sup>6</sup>

En las ciencias formales, como la lógica y la matemática, el criterio de verdad de las proposiciones obtenidas me -

6. M. Bunge. La ciencia su método y su filosofía. Edit. Siglo XX. Buenos Aires, 1979. Pág. 14.

necesita de la aplicación empírica como norma de validez; son verdades obtenidas por deducciones lógicas y de ellas obtienen su criterio de validación: "Las ciencias formales demuestran o prueban; las ciencias fácticas verifican!"<sup>7</sup> Las verdades de la matemática son válidas: no necesitan de la experiencia para ser ciertas, sino que su validez deviene de emplear razones—mientes aceptados en la demostración.

Además, las verdades en ambos tipos de conocimiento — formal o fáctico— están sujetas a la crítica. Y sobre ellas se convierten en verdades aceptadas; las verdades que se obtienen cumplen con las condiciones que una etapa del desarrollo del conocimiento humano les exige. Pero en la medida en que las exigencias cambian, conocimientos que se tenían como verdaderos se desechan o se transforman para cumplir con los nuevos cánones. Esto es, existen verdades históricamente determinadas, su validez depende del avance de los métodos de conocimiento y de las condiciones que la ciencia les impone en un momento determinado de la historia humana.

De este modo, la ciencia se constituye como un cuerpo de conocimientos, también históricamente determinados, referidos a un área de la realidad y obtenidos mediante una serie de procesos mentales que llegan, inclusive, a caracterizarla.

7. Ibid, pag. 14.

## CAPITULO II

La economía como ciencia y  
el papel de la teoría económica.

- 2.1. Campo y objeto de estudio
- 2.2. El método de estudio de  
la economía.
- 2.3. El papel de la teoría e-  
conómica.

1. Campo y objeto de estudio.

Describir el campo y el objeto de estudio de la economía no está libre de problemas. Uno de éstos se refiere al hecho de que la definición etimológica, a diferencia de disciplinas como la biología, no aclara de que trata la ciencia: economía deriva OIKOS (casa) y NOMOS (ley). No es difícil encontrar definiciones que intentan aclarar que significa lo anterior, una de ellas es: " El término proviene de Aristóteles, y designa la ciencia de las leyes de la economía doméstica"<sup>8</sup> Pero, como se puede ver, no ayuda mucho y obliga a utilizar otro procedimiento que sirva para encontrar e ubicar el contenido de la ciencia económica.

Para lograr lo anterior, es necesario establecer el tipo de realidad que la economía estudia, y estando en él, delimitar los objetos que estudia.

En el primer punto, el tipo de realidad que comprende a la ciencia económica esta ligada a la práctica que el ser humano realiza para la obtención de los bienes necesarios que le permitan subsistir en este mundo. Es la realidad concreta la que sirve de campo para los objetos que la economía estudia. Los fenómenos u objetos que aborda la ciencia económica tienen existencia fuera de la mente humana, e incluso, independientemente de su voluntad; son aspectos en los que el ser humano es actor, pero que en muchas ocasiones no puede influir en su acontecer.

Conceptos como: inflación, recesión, desempleo, etc. son referidos por el pensamiento económico y son obtenidos de la reflexión sobre la realidad empírica: la economía es una ciencia fáctica.

Los hechos económicos suceden en el marco de una organización social, no son hechos que acontecen fuera del contexto social que delimita el actuar de sus integrantes: la economía

8. O. Lange. Economía Política I.F.C.E. México, 1981. Pag 21

es una ciencia social, estudia un aspecto de la actividad humana.

Los objetos de estudio de la economía transcurren en determinadas condiciones de la actividad del hombre, tienen como marco de definición una estructura social que determina, generalmente, a las instituciones que permiten a los individuos actuar en esa formación. La estructura social, los recursos productivos (humanos, naturales, etc.) y una serie de objetivos que a menudo expresan necesidades socialmente determinadas, forman el cuadro en el que los fenómenos económicos acentecen.

La actividad social que el ser humano realiza, utiliza de una serie de recursos - generalmente escasos - para la producción de bienes satisfactorios - incluidos en los objetivos - de satisfacción del grupo social - que se distribuyen entre los componentes del grupo mediante reglas determinadas en forma institucional; tal actividad se denomina económica y en ella surgen los fenómenos a estudiar por la economía; la economía estudia los fenómenos que suceden en la actividad que el ser humano realiza al producir y distribuir los bienes necesarios para la satisfacción de las necesidades humanas.

Otro aspecto que se debe considerar al delimitar el área del conocimiento que abarca la economía es la labor del científico de este campo: el economista. Aunque existe una tarea específica como es la explicación de las causas y las conexiones que permiten a un fenómeno presentarse e en palabras de R.L. Heilbroner: "... economics tries to go to the roots of things. It tries to establish the long-lasting causes and connections between events that emerge on the surface of life - the reasons for prosperity and depression rather than the characteristics of either; the reasons for unemployment or inflation rather than the injustices of both."

Aunque se puede decir que la labor del economista se de termina al explicar las causas y mecanismos de un fenómeno e- conómico, no significa lo anterior que no tenga nada que decir sobre otros aspectos de la vida social. La misma presentación del fenómeno incluye aspectos que transforman los marcos institucionales, como por ejemplo la actividad productiva derivada en la formación de los sindicatos, los que influyen en las normas que rigen una sociedad, aquí la economía tiene: relación con la sociología.

Otro aspecto es el de la política económica • las atribuciones que el Estado se toma para influir en la producción y la distribución de los bienes económicos. En este punto, el economista analiza lo que sucede en su ámbito, el político de cide que medidas tomar. Aquí, aunque el economista tenga la explicación del fenómeno, la actuación se hace depender del político, el que puede ser el economista mismo. La labor de equipo se destaca en este punto.

Los dos aspectos anteriores son aspectos que muestran la idea de que la labor del economista no está aislada de la acción de otros científicos y que si bien " El economista, se dice, puede alcanzar su máxima productividad en ese estrecho campo en el que son más idóneas sus herramientas... Después, con el tiempo, equipos interdisciplinarios, apoyados ampliamente por fundaciones o por el Estado, descenderán sobre la economía para dar una explicación completa de su funcionamiento." <sup>10</sup> La labor del estudio de las ciencias sociales implica una actividad interdisciplinaria. 4

En términos del párrafo anterior se habla incluso de la economía política, es decir, al integrar la influencia que tiene la actuación económica en la transformación de institue

10. Ll. G. "Reynolds." "Algunas cuestiones no resueltas en economía". en C. Daguz. Lecturas 26 de F.C.E. México, 1978.  
Pag. 413.

ciones sociales se dice que: "... la economía política es la sociología de la vida económica..."<sup>11</sup>

En suma; la economía como ciencia tiene objetos determinados de estudio. Pero, la necesaria relación que las actividades económicas tienen con la vida social, cultural, política, etc., permite que el economista pueda externar opiniones, fundamentadas, y cuando existe la posibilidad aplique sus investigaciones en el ámbito social. El papel que el economista tiene como miembro de una sociedad es, inclusive, determinar los objetivos que rigen una sociedad; no solo es producir riquezas o mantequilla, es además, el mejoramiento de las condiciones de vida de los componentes de la sociedad.

## 2. El método de estudio de la economía.

Se ha situado a la economía en el campo de la realidad empírica, de ello se desprende que los conocimientos obtenidos, o por obtenerse en el área, deben cumplir con el proceso siguiente: partir de la realidad, reflejarse y ordenarse en la mente humana y volver a la realidad para su confrontación. De este modo, el pensamiento económico tiene en la realidad el principio y el fin de su actuar.

El método de estudio de la economía debe buscar los mecanismos necesarios para crear conocimientos que permitan — construir esta rama del saber.

El método de la economía está constituido por una serie de procesos mentales que conjugados permiten obtener conocimientos que conforman la ciencia económica. De tales procesos, se pueden enumerar: la abstracción, la inducción, la deducción, el análisis, la síntesis y la verificación. (la experimentación tiene escasa aplicación en la economía, ya que los fe=

---

11. S. Zurawicki. Op. Cit. Pag. 95.

nómenos del área difícilmente se realizan en condiciones controladas).

Al analizar un fenómeno del campo económico, el análisis debe hacerse sobre elementos de la realidad concreta, no sobre productos de la mente humana. Ésta al iniciar su tarea tiene una percepción del fenómeno bajo estudio y trata de aislarlo de la complejidad que lo contiene. El aislamiento no es desordenado; se consideran las conexiones y causas que permiten su presentación; se descompone a la realidad en los elementos que la integran y que guardan relación con el objeto en estudio.

Las conexiones que se establecen tienen una jerarquía en la relación con tal objeto; algunos elementos influyen en forma más estrecha; otros, lo hacen en menor cuantía. El análisis o descomposición en elementos de un todo, permite que se separen los elementos según su relación con el fenómeno de estudio: se aíslan los que no influyen, o al menos no lo hacen en forma significativa, sobre el fenómeno, dejando aquéllos que si están relacionados en forma estrecha con aquél. Esto es, se da un proceso de abstracción, mediante el cual se determinan los componentes de la realidad que influyen o dan cuenta del fenómeno.

Un ejemplo de lo anterior es: al hablar de inflación, no sólo se considera el índice de precios; se consideran, además, conceptos como: ingreso, productividad, estructura productiva, composición de la demanda u oferta, etc. Estos elementos sirven para explicar al fenómeno. pero, algunos influirán en forma más notoria, y al explicar el suceder, se tendrá que otros fueron dejados al margen. Si se localizan desequilibrios estructurales, la inflación podría explicarse en torno a ellos, dejando a otros, como la demanda, en un papel explicativo secundario.

Hecho el análisis, y abstraídos los elementos esencia-

les de los no esenciales, se tendrá una idea clara del acontecer. Este mediante la deducción en los elementos que la realidad aporta y que han sido introducidos al razonamiento deductivo por la inducción. Esta última, por medio de la observación de casos particulares, da los principios o enunciados que sirven de base al razonamiento deductivo.

Como ilustración el párrafo anterior se tiene lo siguiente : al analizar el fenómeno de la inflación se introducen elementos, como los mencionados más arriba (ingreso, déficit presupuestal, demanda, estructura productiva, etc.), se establecen normas de comportamiento respecto a tales conceptos como: un nivel de ingreso más elevado influirá en el consumo de bienes suntuarios: la agricultura está rezagada respecto al ritmo del crecimiento industrial, etc. De ellos se derivan, por medio de inferencias deductivas, conceptos como: inflación por demanda, inflación por desequilibrio estructural, etc. Términos que tienen diferente significado a los introducidos arriba, pero que se deducen de ellos.

Hasta este punto, se ha partido de la realidad; se han aislado los elementos esenciales en la aparición de un fenómeno; se han establecido una serie de conexiones que sirven en la explicación del fenómeno. La realidad se muestra más clara en su acontecer. Ahora es necesario recorrer el camino, en cierto sentido, inverso: partir de las conclusiones conceptuales hacia la realidad concreta, explicar en ésta las conclusiones obtenidas, esto es, concretar los pensamientos. En este camino se van integrando los elementos que se habían aislado pero que explican o están ligados al ocurrir del hecho.

La abstracción dejó al lado a algunos elementos, pero, por medio de la síntesis se van integrando a la explicación, teniendo en esto que: "Después de haber pasado por la abstracción, el método de la economía política, a través de la con-

cretización progresiva, retorna a una realidad ahora mejor comprendida que lo que estaba antes de haber sido sometida al procedimiento de abstracción lógica.<sup>12</sup>

Las conclusiones obtenidas se llevan a la realidad para su verificación, y es en ella, donde se encuentra el valor de verdad de las ideas obtenidas.

Si al aplicar en la práctica las conclusiones, éstas se corroboran con un cierto grado de exactitud, se cumple con el objetivo planteado: conocer a la realidad, dar cuenta del fenómeno en sus relaciones esenciales. Pero, si la realidad demuestra lo erróneo de las conclusiones, entonces se tendrá que volver atrás y buscar e introducir los elementos no considerados que sirvan en la explicación, e dejar de lado a algunos de los considerados y que se haya detectado su incongruencia en la explicación.

El método parte de la realidad y vuelve a ella, ella es el inicio y se localiza como aspecto de aplicación de los conocimientos del mundo económico. En la medida que se creen conocimientos adecuados; en esa medida se tendrán elementos para influir, para tomar medidas que permitan la influencia del hombre en el mecanismo de la realidad económica.

### 3. El papel de la teoría económica.

En el acto de conocer al mundo, el ser humano obtiene una imagen coherente, ordenada y explicativa de la realidad.

El hombre, mediante procedimientos mentales, va desentrañando los elementos que el mundo le presenta. Situación en la que se establecen procesos adecuados al conocimiento que se quiere adquirir. Aquí, el método de estudio cumple un papel fundamental en el logro de tal objetivo.

Al abstraer la realidad se van creando unidades conceptuales que corresponden a elementos bien definidos de ella, a las que se les denomina categorías económicas, tal es el caso de conceptos como: plusvalía, inflación, precios, valor, monopolios, etc. elementos esenciales en la integración de ideas acerca del acontecer económico.

El pensamiento económico busca explicar la realidad del área económica; en tal acción las categorías juegan un papel. Pero, en la creación de juicios es necesario las relaciones que entre ellas se establecen; las relaciones llevan a crear juicios sobre la actuación de una o varias de las categorías, por ejemplo: los precios de las mercancías giran en torno a sus valores; por lo general, si el precio de una mercancía aumenta, su cantidad demandada disminuye, o su oferta aumenta. Este tipo de expresiones son resultado de la capacidad analítica de la mente humana.

Las relaciones se muestran con frecuencia en forma sistemática y son comprobables en la realidad, derivando con ello en leyes del acontecer económico, por muestra se tiene a la ley del valor, la ley de los mercados, etc. En esta forma: "Las regularidades que se manifiestan en el proceso económico real son concebidas como relaciones abstractas entre categorías económicas".<sup>13</sup>

La creación de categorías y leyes económicas es un aspecto importante en la construcción de la ciencia económica, pero no agota la tarea del conocimiento. Los elementos mencionados son producto de un razonamiento lógico sobre un aspecto de la realidad y, además la explican. Pero, sin embargo forman parte de un sistema más amplio de descripción del mundo: la teoría.

La teoría se constituye como un sistema lógico, median-

---

13. Ibid. Pag. 98.

te el cual se trata de explicar lo que sucede en un área de la realidad.

En la teoría se establecen una serie de elementos primitivos (categorías), que establecidas como base del razonamiento tienen, en gran parte, fundamento en la realidad concreta; no son entes conceptuales sin ligazón con el mundo empírico, sino que tratan de representarlo; además, se da un conjunto de supuestos o hipótesis de comportamiento de los primeros; una serie de reglas de inferencia lógica, donde la deducción cumple un papel importante, y, como resultado de conjugar lo anterior, una serie de conclusiones sobre el área que se investiga. Pero; "Las teorías económicas especifican las condiciones en que las leyes abstractas son verdaderas"<sup>14</sup>. En otras palabras; de los elementos primitivos y de los supuestos de comportamiento, dadas las reglas de inferencia deductiva, se obtienen conclusiones válidas en un sistema lógico, faltaría buscar su aplicabilidad en la realidad.

En la construcción de las teorías económicas, un elemento muy usado es el modelo teórico, en el que se disponen los elementos de la teoría: categorías, leyes, etc. de manera que las relaciones obtenidas se utilicen en forma tal que indiquen la respuesta posible ante un cambio en las variables. Un ejemplo es: en un modelo de mercado se establecen elementos como precio, demanda, racionalidad, oferta, consumidor, ingreso, productor; además reglas que indiquen el funcionamiento del sistema: si los precios aumentan, la demanda por parte de los consumidores disminuye, y la oferta, por parte de los productores aumenta; si el ingreso aumenta, la demanda le hace también, etc. Ahora, si se hace variar a la categoría consumidor teniendo: consumidor con ingreso bajo, medio e alto, se tendrán respuestas, con efecto diferente en cada

---

14. O. Lange. Op. Cit. Pag. 98.

estamento; por ejemplo: si es un nivel de ingreso bajo y los precios de un bien aumentan, no necesariamente su demanda disminuye, puede incluso aumentar, efecto conocido como la paradoja de Giffen.

Los modelos son muy importantes en la exposición y la construcción teórica: "La mayor parte de la teoría económica está compuesta por modelos que si están bien ideados, identifican la influencias que deben tomarse en cuenta en el mundo real y el tipo de resultados que deben esperarse de sus cambios".<sup>15</sup>

En los modelos se pretende sustituir a la experimentación y examinar en ellos lo que acontece a nivel teórico y el posible resultado de tomar una acción sobre la realidad. "Una vez seleccionadas las interrelaciones y las fuerzas primeras de un modelo, analizan su modo de funcionamiento y los cambios que resultarán de partes adicionales e distintas y de sus interrelaciones. Si un modelo reproduce características importantes de la vida real suministra una guía comprensible y una base para las predicciones".<sup>16</sup>

Un elemento más a considerar es el que se refiere a la relación entre la teoría y la realidad; la primera sólo representa, en una forma más o menos cercana, a la segunda, es un intento de comprenderla y adueñarse de sus misterios por medio del instrumento más poderoso que posee la mente humana: su capacidad de reflexión,

La teoría tendrá a lo más una validez lógica, si no se recurre a la realidad concreta. Pero, cuando aquella se lleva sobre ésta última encuentra su verificación empírica: La teoría tiene la finalidad de ser un sistema lógico que explique a la realidad, es la base para la práctica, este es para la acción del hombre sobre el mundo: "No hay práctica alguna (

15. A. Seldon y F.G. Pennance. Diccionario de Economía. Edit.

Oikos. Barcelona, 1980. Pag. 363.

16. Ibid. Pag. 363.

ni en el sentido ético, ni técnico) sin teoría. Pues toda práctica está ligada a condiciones previamente dadas e insertas en un orden dado de antemano que debe conocer y tener en cuenta si no se quiere fracasar".<sup>17</sup>

17. W. Brugger. Diccionario de Filosofía. Edit Herder. Barcelona, 1978. Pag 506

### CAPITULO III

#### La matemática como ciencia.

3.1. Definiciones

3.2. El objeto de estudio.

3.3. El método de la matemática.

3.1. Elementos primitivos.

3.2. Enunciados.

3.3. El razonamiento en la matemática.

3.4. La matemática y la realidad concreta: una aproximación.

## 1. Definiciones.

Al describir a la matemática como ciencia, se presenta un problema similar al de la economía: la definición etimológica no ayuda en la ubicación de su contenido y las definiciones en pocas palabras no aclaran mucho.

En el primer caso, la palabra matemática proviene de las raíces griegas: MATHEMA (conocimiento, estudio) e ICO (relativo a). Cuya significación sería algo como: matemática es la ciencia que estudia lo relativo al conocimiento, lo que tiene algo de razón, pero no despeja dudas acerca del contenido. Por lo anterior, se puede decir que: " De poco puede ayudar la etimología de la palabra: matemática que según la acepción más frecuente significa ciencia por excelencia".<sup>18</sup>

Al buscar definiciones que describan a esta ciencia, se localizan bastantes, pero, el resultado no es más satisfactorio; para A. Baldor: " La ciencia matemática tiene por objeto el estudio tanto de las magnitudes como de las cantidades, que son las variaciones de aquélla en el tiempo y en espacio (estados particulares)".<sup>19</sup>

En W. Brugger se encuentra que: " La matemática es la ciencia que trata del número (aritmética) y del espacio (geometría)".<sup>20</sup>

Al consultar el Diccionario Ferrúa de la Lengua Española se puede leer que: "Ciencia que trata de la cantidad en cuanto es mensurable o calculable".<sup>21</sup>

Y si se recurre a un diccionario especializado como lo es el Diccionario Rolduere de Matemáticas se encuentra que: " Es la ciencia de los fundamentos que trata de las estructu-

---

18. Diccionario Enciclopédico Quillet. 9a. edición. Vol. VI Edit. Cumbre. México. Pag. 65.

19. A. Baldor. Aritmética (teórico-práctica). Edit. Cultural Centroamericana. S.A. Guatemala, 1970. Pag. 10

20. Op. Cit. Pag. 326.

21. Edit. Ferrua. México, 1972. Pag. 469.

ras, formas, magnitudes y relaciones numéricas de configuraciones del pensamiento (en general, sin tener en cuenta su significado real)"<sup>22</sup>

Las definiciones hasta aquí planteadas dan una guía, solo una guía, no sustituyen a la búsqueda del contenido de esta ciencia. Se habla de magnitudes, espacio, número, medida y estructura. Los anteriores son elementos que estudian las matemáticas, pero en la ciencia hay otros elementos a considerar respecto a la matemática.

Por otro lado, en ocasiones se encuentran definiciones que expresan cierta ironía acerca de los temas que la matemática trata, un ejemplo es: "La matemática es la ciencia en la que no se sabe de que se habla, ni si lo que se dice es cierto"<sup>23</sup> (B. Russell).

A menos que se tenga claro lo que las definiciones plantean, la investigación debe proseguir a similitud de lo que se hizo al definir a la economía: ir al objeto de estudio y al campo de la realidad que lo contiene, e al método que caracteriza a la matemática.

## 2. El objeto de estudio.

Se mencionó que la matemática estudia entes como: número, magnitud y espacio, pero, al tratar de localizarlos en la realidad, tendría que considerarse el tipo de realidad que los contiene.

Los objetos de estudio de la matemática son entes abstractos; entes sin materialidad y que pueden, e no, estar referidos al mundo concreto. De este modo, entes como: espacio, formas, número e, incluso, proposiciones, no son entes que se descubren e detectan por medio de los sentidos; no se habla de aspectos como peso, color, saber, etc, más bien, se trata de conceptos no referidos a objetos particulares, sino a

22. Editorial Rioduero. Madrid, 1977. Pag. 131.

23. Citado por M.E. Sandoval y Pro. Evaluación de matemáticas en 4o. grado de Educ. Prim. Tesis, U.P.N. Méx. 1,92. Pag.5

elementos que el raciocinio del hombre ha creado.

El número, por ejemplo, no le es dado a los objetos concretos como les es dado el color o el peso; les es dado en la medida que se refleje en ellos una cualidad que se desea destacar y que sea común a otros elementos de la realidad, en otras palabras, el número es producto del razonamiento sobre relaciones o cualidades que se encuentran en grupos de objetos, o para decirlo con M. Bunge: "el concepto de número abstracto nació, sin duda, de la coordinación... de conjuntos de objetos materiales... pero, no por esto, aquel concepto se reduce a esta operación manual, ni a los signos que se emplean para representarles".<sup>24</sup>

En forma similar, se puede decir que el triángulo, como concepto, no existe en la naturaleza; es producto de la reflexión humana, sin materialidad alguna, este concepto existe y es objeto de estudio. Lo mismo se puede decir de los conceptos como: función, integración, etc.

Si se considera al objeto de estudio, la matemática está situada en el campo de las ciencias formales; los objetos a estudiar son entes abstractos.

Aunque se sabe donde están situados los objetos de estudio, la delimitación del contenido de la ciencia encuentra pronto dificultades al considerar el desarrollo histórico de esta rama del saber.

El objeto de estudio de la matemática ha variado, en el desarrollo de la ciencia, a lo largo de la historia del conocimiento. Los rudimentos de la ciencia matemática se encuentran en varios pueblos, entre ellos los egipcios y los babilonios; en estos pueblos se localizan resultados que aún hoy se utilizan, por ejemplo el uso del teorema de Pitágoras y cálculo de áreas, sobre todo, en los egipcios se en-

---

24. M. Bunge. Op. Cit. Pag. 10.

cuentran elementos geométricos.

Una breve reseña de los temas incluidos en el razonamiento matemático indica la expansión de su contenido: para los griegos y los egipcios la geometría era la base del discurso matemático; con el dominio mahometano se incluye el álgebra; en los siglos XVI a XIX, la geometría analítica y el análisis fueron parte fundamental en el desarrollo del conocimiento; a finales del siglo XIX ( sobre todo a partir de G. Cantor y G. Frege ) se incluye el estudio de los conjuntos y de la lógica simbólica ( impulsada por B. Russell). Lo anterior significa que el contenido de la matemática ha variado: se ha desarrollado a lo largo del tiempo, dándose dificultades en la delimitación de los temas que trata dicha ciencia.

La posibilidad de definir a esta ciencia por el contenido de su área de estudio choca con su evolución histórica; es difícil decir que tenga un territorio delimitado o que no se puedan crear nuevos temas que se incluyan como una rama de la matemática como las citadas más arriba. .

### 3. El método de la matemática.

La matemática trata con entes abstractos y los temas en que estos están inscritos se han diversificado a través del tiempo, además no es fácil decir si el proceso de creación concluirá. En cambio, la forma de obtener los conocimientos del área, es decir, el método de estudio no ha variado, por lo menos, desde que en la antigua Grecia se crearon los conocimientos de esta ciencia.

Aunque los rudimentos de la ciencia fueron desarrollados en varios pueblos, es con los griegos que se da un proceso de creación de conocimientos matemáticos mediante una forma de razonamiento sobre una serie de elementos arbitra-

ries. Esta es, la matemática se establece como una ciencia basada en un método de razonamiento que se denomina: axiomático-deductivo.

Los elementos que constituyen al método citado son: un conjunto de elementos primitivos, sobre los que se va a razonar; una serie de proposiciones acerca de los anteriores elementos y sobre otros que se vayan introduciendo, y una forma de raciocinio. Lo anterior caracteriza al método usado por la matemática.

### 3.1. Elementos primitivos.

En la base del razonamiento se encuentran los elementos primitivos de la matemáticas; se denominan 'primitivos' por la necesidad de tener una serie de elementos que no necesiten de otros para definirse, ya que estos otros necesitarían definirse y así hasta el infinito; son elementos indeterminados; sólo se considera que existen.

Generalmente tienen un carácter arbitrario, aunque en ocasiones están sugeridos por la práctica, y obedecen a diversos aspectos: no sólo están los números; también, las formas son consideradas.

En la categoría de elementos primitivos se encuentran: los números, las figuras geométricas (cuerpos, superficies, etc.), los símbolos como: +, -, x, etc.

### 3.2. Enunciados.

En el segundo grupo de elementos que intervienen en el método se encuentran una serie de enunciados, o proposiciones acerca de los elementos primitivos (o de los que se vayan integrando).

Los enunciados se pueden separar en dos apartados; por un lado están los que se se aceptan sin prueba, como son: los criterios sintácticos, las definiciones, los axiomas y los postulados, En otro lado están los que necesitan prueba pa-

ra ser aceptados, estos son: los teoremas, los corolarios, los lemas y los problemas.

Abordando la primer clase de enunciados se tiene que: Los enunciados de criterio sintáctico indican la forma en que es aceptable una expresión matemática, como es; si 'a' es un número, se puede escribir el signo '+' para relacionarlo con otro número 'b', escribiéndose en forma admisible 'a+b', y así, también es aceptable escribir 'a=b'; pero, si A es subconjunto de B no es tolerable la expresión  $A \in B$ , sino que lo correcto es:  $A \subseteq B$ .

Las definiciones son enunciados que sirven para introducir elementos complejos en la construcción de la teoría: este es, nuevos elementos con base en los ya enunciados o aceptados. Al definir, se enuncia la propiedad que caracteriza a los nuevos elementos, a modo de ilustración se tiene que: los números racionales son aquellos que se pueden escribir como el cociente de dos números enteros. En este, para entender la definición, se debe conocer que son los números enteros y que significa cociente. Otro caso es: la intersección de dos conjuntos, A y B, es el conjunto de elementos que están en ambos. Para comprender el significado, es necesario haber definido o aceptado los conceptos de conjunto, estar o permanencia, etc.

En ambos casos se introducen elementos nuevos, además sus características; no sólo que existen, también los aspectos que los distinguen y que les dan razón de ser, en este caso, el ser cociente de dos enteros y el tener elementos que pertenezcan a ambos conjuntos, indican la propiedad de los elementos definidos.

Los axiomas y los postulados son un tercer tipo de enunciados que se admiten sin prueba, expresan relaciones entre elementos y sirven de base a posteriores razonamientos.

En ocasiones, se dice que los axiomas son verdades evidentes y, por ello, no necesitan de prueba para ser accepta

dos, los postulados, aún sin ser tan evidentes, tampoco necesitan prueba. A los primeros se les da un carácter más general, los segundos se restringen al uso de una rama particular de la matemática. Como ejemplos están: El todo es mayor que cualquiera de sus partes (axioma); una recta y sólo una puede trazarse, a través de un punto, paralela a una recta dada (postulado).

La evidencia y la no demostrabilidad no han sido una opinión unánime entre los científicos del área, por un lado, la evidencia es un aspecto subjetivo; y por otro, el rigor matemático impide que las proposiciones sean aceptadas sin prueba, a menos que se requieran por necesidad.

Como ilustración de lo anterior sirven los siguientes ejemplos: para el primer caso; sea  $N$  el conjunto de los números naturales y sea  $P$  el de los naturales pares, indudablemente que, según la teoría de conjuntos,  $P$  es subconjunto de  $N$ , lo que podría interpretarse como:  $P$  es una parte de  $N$ , o todo  $P$  pertenece a  $N$ . Sin embargo, si se establece una correspondencia biunívoca entre los elementos de ambos conjuntos, se verá que a cada elemento de  $N$  le corresponde uno y sólo uno de  $P$ . Esto es, el todo tiene el mismo número de elementos que una de sus partes. En este sentido, el axioma no es tan evidente, por lo menos no es tan general.

Para el segundo caso, la indemostrabilidad, el ejemplo sobresaliente es el del V postulado de Euclides (enunciado más arriba), sobre el cual se volcaron las reflexiones de los matemáticos del siglo XIX. Desde Gauss se había puesto en duda su validez como postulado. De los intentos de refutación, como verdad indemostrable, surgieron las geometrías "no euclidianas", aunque no se logró demostrar que estaba de más como postulado: " Los intentos para reducir este axioma a un teorema condujeron en el siglo XIX, a una justa apreciación

del buen criterio de Euclides al adoptarle como axioma y al descubrimiento de otras geometrías, las llamadas no-Euclidianas".<sup>25</sup>

En la actualidad se aceptan los axiomas o los postulados como una necesidad, no por evidentes: "Un axioma es una proposición cuyo significado, a través de un convenio o acuerdo explícito, hemos aceptado que es verdadero".<sup>26</sup>

Hasta Aquí se han descrito los elementos que sirven de base a la construcción de la teoría en matemáticas; se habló de elementos primitivos, de definiciones, de reglas sintácticas, de axiomas y postulados. Esta parte de la exposición muestra los elementos sobre los que la reflexión construye verdades (demostradas) y crea nuevos elementos.

Resta decir, a manera de síntesis, que al considerar la relación entre aspectos como los enunciados: axiomas, reglas sintácticas, definiciones. Estos versan en función de los elementos primitivos y de ahí se parte para la introducción de nuevos elementos. De los axiomas se pide que sean suficientes para generar la teoría; que sean consistentes, esto es, que no se contradigan entre sí y, además, que sean independientes, lo que significa que uno de ellos no se genere de otro u otros.

Ejemplo de axioma es el conjunto de ellos que es usado en la teoría de los números reales, y que tienen como sosten a las operaciones de adición y multiplicación:

Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales ( $R$ ), se cumple que:

Para la adición (+).

Para la multiplicación( $\times$ ).

A.1)  $a+b$  es elemento de  $R$

M.1.)  $axb$  es elemento de  $R$

A.2)  $a+b = b+a$

M.2)  $axb = bxa$

A.3)  $a+(b+c) = (a+b)+c$

M.3)  $ax(bxc) = (axb)xc$

A.4)  $a+0 = a$

M.4)  $ax1 = a$

25. D.J. Strunk. Historia concisa de las matemáticas. I.P.N. México. 1980. Pag. 71.

26. A. Fregoso. Los elementos del lenguaje de la matemática. Edit. Trillas. México. 1980. Pag. 74

A.5)  $a+(-a) = 0$

M.5)  $ax1/a = 1$

D.1)  $a(b+c) = axb + axc$

Otro tipo de enunciados son aquellos que son aceptados sólo como el resultado de una prueba, en esta situación se encuentran los lemas, los teoremas, los corolarios y los problemas. En este tipo de enunciados se integran las proposiciones que crean e construyen la teoría; ellos establecen los resultados básicos para la comprensión de tal teoría; los problemas son, por su parte, aplicaciones de los resultados que forman básicamente la teoría: lemas, teoremas, corolarios.

Los axiomas son las proposiciones sobre las que se construyen, mediante una serie de inferencias, los lemas, los teoremas, los corolarios y los problemas. La diferencia que existe entre los tres últimos tipos de proposiciones es que la pieza fundamental la forman los teoremas; los lemas se introducen en la teoría cuando es necesario utilizar una proposición no mencionada antes; los corolarios se desprenden como consecuencia de un teorema y su demostración no representa dificultad.

A manera de ilustración, en A. Balder<sup>27</sup>, se encuentra que al tratar el tema de la divisibilidad por 3 el teorema es: el número entero es igual a un múltiplo de tres más la suma de los valores absolutos de sus cifras; Se introducen dos lemas; lema 1: la unidad, seguida de cualquier número de ceros, es igual a un múltiplo de tres más la unidad. Lema dos; una cifra significativa, seguida de cualquier número de ceros, es igual a un múltiplo de tres más la misma cifra.

Demostrado el teorema ( y los lemas ) se desprende un corolario: un número es divisible por tres cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de tres.

Como resultado de lo anterior, un problema sería demostrar que el número X es múltiplo de tres.

### 3.3. El razonamiento en la matemática.

La demostración de las proposiciones implica una estructura lógica; básicamente, se tiene una composición de proposiciones y una serie de reglas de inferencia, conduciendo estas últimas a la validación de las primeras.

Los teoremas son proposiciones de la forma, por lo general, si  $p$ , entonces  $q$ ; donde  $p$  y  $q$  son proposiciones, en lo ordinario, simples: el teorema antes citado se puede escribir de la siguiente forma: si  $X$  es un número entero, entonces puede expresarse como un múltiplo de tres más la suma de los valores absolutos de sus cifras. Otro caso es: si  $a$  es número real, entonces  $a(0) = 0 = 0(a)$ .

Del párrafo anterior, y considerando que los teoremas son parte fundamental en la creación del conocimiento matemático, se puede decir que: "Matemática pura es la clase de todas las proposiciones de la forma ' $p$ ' implica ' $q$ '; donde ' $p$ ' y ' $q$ ' son proposiciones que contienen una o más variables, las mismas en ambas proposiciones, y ni ' $p$ ' ni ' $q$ ' contienen constante alguna, excepto las constantes lógicas".<sup>28</sup>

En las proposiciones que se pretende demostrar se localizan dos componentes: una hipótesis y una tesis. En la primera, se establece lo que se supone acerca de los elementos de los cuales se quiere probar una propiedad; en la segunda se establece la propiedad que se quiere probar, como muestra se tiene que, en el segundo de los teoremas mencionados antes, la hipótesis es: ' $a$ ' es número real, o ' $a$ ' es un elemento definido en el conjunto de los números reales, y con ello, se supone que cumple los axiomas ya mencionados ( pag. 35). Ahora, si se llega de lo que se supone a lo que se pretende probar, por medio de razonamientos, se estableciera una verdad; pero, sólo después de haberla probado. En otras palabras; si

28. B. Russell. Los principios de la matemática. Edit. Espasa Calpe. Madrid, 1967, Pag. 27.

se hace una proposición acerca de los elementos primitivos (e definidos) y esta no es un axioma o un postulado, sólo será aceptada como verdad si es que se prueba.

Se ha dicho que existen proposiciones en las que la prueba es necesaria para su aceptación como verdades; se ha dicho, además, que hay una hipótesis y que de ella se parte para probar la tesis. Falta incluir la forma de prueba.

En la matemática el tipo de prueba está basado, en lo general, en un razonamiento de tipo deductivo. Aunque la inducción también se usa.

Existen, esencialmente, tres variantes de la deducción: el razonamiento o prueba directa, la prueba por inducción y la prueba por reducción al absurdo.

Prueba directa: se parte de lo que se supone y por medio de un encadenamiento de proposiciones, axiomas o enunciados ya probados, se llega a la conclusión o tesis.

El siguiente ejemplo<sup>29</sup> puede ayudar en la comprensión de lo anterior. Si 'a' es número real entonces  $a \times 0 = 0 = 0 \times a$

Hipótesis: 'a' es número real (cumple con los axiomas de los números reales).

Tesis:  $a \times 0 = 0 = 0 \times a$ .

El razonamiento tendrá a la izquierda las proposiciones que se usan en la deducción y a la derecha la justificación de su uso. Los axiomas usados son los enunciados en la página (35)

1.	$a \times 0 = a \times 0 + 0$	Per cumplir con A.4
2.	$= a \times 0 + (a + (-a))$	" A.5
3.	$= (a \times 0 + a) + (-a)$	" A.3
4.	$= (a \times 0 + a \times 1) + (-a)$	" M.4
5.	$= a(0 + 1) + (-a)$	" D.1
6.	$= a \times 1 + (-a)$	" A.4
7.	$= a + (-a)$	" M.4
8.	$= 0$	" A.5
9.	$a \times 0 = 0 \times a = 0$	" M.2. l.q.w.d. <sup>30</sup>

29. Tomado de N.B. Haaser, J.P. La Salle y J.A. Sullivan. Análisis matemática I. Edit. Trillas. México, 1974. Pp. 27 y 28

30. significa: lo que se quería demostrar.

El razonamiento utilizado se puede resumir en lo siguiente: se parte de la hipótesis, de ella se van eslabonando verdades ya aceptadas, de forma que una de ellas se siga de la anterior, o tenga conexión con ella, así hasta llegar a la conclusión. En el ejemplo usado se inicia con A.4, en el segundo renglón se introduce A.5 ya que está ligado a la proposición anterior, es decir, se puede utilizar la propiedad de que la suma de un número real con su inverso aditivo da como resultado el neutro de la suma; en el tercer renglón, se utiliza A.3 (propiedad asociativa) que no entra en contradicción con el razonamiento, y de este modo, hasta llegar a la conclusión:  $a \times 0 = 0 \times a = 0$ . (tesis).

Prueba por contradicción o por reducción al absurdo: Para ejemplificar esta segunda variante se utilizará el difundido ejemplo (debido a Euclides) de que ningún número tiene un cuadrado igual a dos, o prueba de la existencia de números diferentes a los racionales. La siguiente cita resume lo propuesto por este método: " El método de prueba es el de suponer que algún número racional  $p/q$  tiene un cuadrado igual a dos. Esto llevará a una contradicción que demostrará que nuestra hipótesis no puede verificarse y que, por tanto, la proposición que deseamos probar debe ser cierta".<sup>31</sup>

Lo anterior significa que se niega la proposición  $(p/q)^2 \neq 2$ . partiendo de esta negación se llega a una contradicción, de lo que se desprende que es correcto lo que se niega; la demostración es la siguiente: si  $p/q$  es número racional, entonces ningún  $p/q$  es que el cuadrado de 2.

Hipótesis:  $p/q$  es número racional.

Tesis: ningún  $p/q$  es el cuadrado de 2.

Un supuesto adicional es que  $p$  y  $q$  no tienen factor en común.

Procedimiento: se niega la tesis:  $p/q$  si es cuadrado de dos.

31. H.B. Haaser. Op. Cit. Pag. 23.

1.  $(p/q)^2 = 2$  per: nuevo supuesto.
2.  $(p^2/q^2) = 2$  : potencia de un número racional.
3.  $p^2 = 2q^2$  : multiplicar ambos lados de la igualdad por el inverso de  $q^2$ .
4.  $P = \text{número par } (=2m)$  : El cuadrado de un número par es, también, par.
5.  $p^2 = 4m^2$  : elevar al cuadrado a la igualdad anterior.
6.  $4m^2 = 2q^2$  : sustituir  $p^2$  en 3. por su igual  $4m^2$ .
7.  $2m^2 = q^2$  : multiplicar ambos lados por el inverso de dos.
8.  $q = \text{número par.}$  : razón 4. = contradicción

Se establece la contradicción ya que ambos números resultaron múltiples de dos, y se había supuesto que no tenían factor en común. De lo que se sigue que el nuevo supuesto (1.) es falso, aceptandose la conclusión original.

Prueba por inducción; es el tercer tipo de razonamiento utilizado en matemáticas y se denomina inducción matemática.

Este tipo de prueba sirve para describir una serie de propiedades que involucran a los números naturales. Al trabajar con este conjunto de números se implica a un conjunto infinito, para él que es imposible probar si cada uno de los elementos cumple con la propiedad establecida. Para vencer la dificultad, se emplea un razonamiento que evita la prueba individual.

El primer aspecto que se considera es que el conjunto mencionado es ordenado, este es; se puede colocar un primer elemento y, mediante una regla de sucesión, colocar a los demás de forma tal que no exista ambigüedad en la situación de alguno. Por ejemplo, en el conjunto de los naturales se sitúa al primer elemento (el 1) y de él los que vayan resultando de sumar la unidad al anterior, en otras palabras; el siguiente será :  $1 + 1 = 2$ ; el siguiente de dos será:  $2 + 1 = 3$ , etc.

resultando una cadena interminable

En esta prueba, la intuición juega un papel importante. Si se quiere probar que el conjunto de números citado posee una propiedad, se piensa en dos momentos; en el primero se comprueba que el elemento inicial cumple con la condición; hecho lo anterior, y no siendo posible probar para cada elemento, la intuición permite pensar que si la propiedad la cumplen todos los elementos, entonces la cumple el primero y su sucesor, éste y su sucesor, lo que continua sin parar. Así, si se comprueba que el primer elemento cumple la propiedad, es posible que la cumpla un elemento que está en el  $k$ -ésimo lugar, existiendo la posibilidad para el elemento del lugar  $k+1$ . La clave está en como pensar en el elemento  $k$  y el  $k+1$  para tener un criterio aceptable. La respuesta se encuentra al considerar que si la propiedad la cumple el elemento  $k$ , entonces, seguramente la cumplirá el elemento  $k+1$ . Esto es, no se toma como dos momentos separados el que un elemento y su sucesor cumplan la condición. De este modo: " Si lo anterior sucede, entonces no parece descabellado aceptar que todos los eslabones de la cadena infinita tienen la propiedad 'P' ya que:

1. La tiene el primero, y como al tenerla uno la tiene su sucesor, entonces esa propiedad la tiene seguramente el segundo eslabón.
2. Como la tiene el segundo, y al tenerla un eslabón la tiene el que le sucede, entonces el tercer eslabón también tiene la propiedad.
3. Intuitivamente sentimos que podemos continuar por este camino y que nunca se podrá llegar a un eslabón que no tenga la propiedad, ya que de ser así, ninguno de sus antecesores podría tenerla y esto no es cierto ya que el primero seguramente lo tiene".<sup>32</sup>

el criterio de inducción supone las condiciones a cumplir:

1. Probar que el primer elemento la cumple.
2. Suponer que el elemento 'k' la cumple y comprobar que la cumple el elemento 'k+1'.

Para concluir esta sección se dará un ejemplo de este procedimiento, tomado de N. B. Hauser.<sup>33</sup>

En la prueba se seguirá el procedimiento usado en los casos anteriores: a la izquierda la deducción y a la derecha su justificación.

Pruébese que para cualquier número real ' $p \geq -1$ ' y cualquier número entero positivo ' $n$ ', se cumple que  $(1 + p)^n \geq 1 + np$ .

Aplicando el procedimiento:

1. Se prueba para el primer elemento ( $n = 1$ ).

$(1 + p)^1 \geq 1 + p$  se cumple, ya que la igualdad es cierta.

2. Se supone que se cumple para  $n = k$  y se comprueba para  $n = k+1$ .

2.a.  $(1 + p)^k \geq 1 + kp$  se supone.

2.b.  $(1 + p)^k (1 + p) \geq (1+kp)(1+p)$  per: multiplicar ambos miembros por un mismo número no negativo.

$(1+p)^{k+1} \geq 1+kp+p+kp^2$  Efectuando el producto.

$\geq 1+(k+1)p+kp^2$  El primer miembro se aplica la definición de potencias de la misma base en el segundo se agrupan términos.

$\geq 1 + (k+1)p$  Se suprime un número positivo.

$(1+p)^{k+1} \geq 1 + (k+1)p$  Se concluye: por la propiedad transitiva.

4. La matemática y la realidad concreta: una aproximación.

La aplicación del método deductivo en la creación de conocimientos matemáticos indica que de la hipótesis se si-

33. Op. Cit. Pág. 317.

que la tesis. En otras palabras; en la hipótesis se deben dar las premisas que conduzcan a la conclusión, esta en función de los elementos primitivos y de los axiomas que se hayan elegido, y sólo en ese marco serán válidas las conclusiones obtenidas.

Por otro lado, el encadenamiento de razonamientos conduce a utilizar el rigor lógico en la aceptación de las proposiciones que sirven en la prueba.

La lógica y la matemática tienen, a este nivel, una relación estrecha, y la creación de las verdades matemáticas son producto de una estructura lógica de razonamiento. Pero, ¿Hay algo más en esta ciencia?; ¿En que forma está presente la realidad empírica?; ¿Tienen aplicación en ella?.

La relación que se da entre la matemática y la realidad es interesante; ya que se considera a la primera como una ciencia pura, esto es: trabaja con entes abstractos desprovistos de materialidad. Pero, ¿En que forma están desligados de la realidad empírica? La respuesta está relacionada con el hecho de que la realidad concreta sugiera o no elementos que sirvan al análisis matemático. La relación existe; la realidad concreta sugiere elementos que son objeto de reflexión para el matemático y las ciencias empíricas utilizan con frecuencia elementos que la matemática ha desarrollado.

Desde sus inicios, la matemática ha estado ligada a la solución de problemas prácticos, como son: el contar y el medir entidades reales; los mismos elementos primitivos han sido sugeridos por la realidad, los conceptos de número y los de la geometría tienen un contenido empírico, incluso el nombre de la última disciplina está sugerido por la práctica en la medición de la tierra.

Aunque no es el hecho empírico lo que interesa básicamente en la matemática: los conocimientos de esta rama del sa

ber sí son aplicables en la práctica; es posible medir distancias inaccesibles por medio de la teoría de los triángulos semejantes; no se puede negar que las propiedades de los números naturales se cumplan al contar objetos concretos.

Entre la matemática y la realidad concreta se da una relación que permite el que una se desarrolle y, además se aplique en la otra; las necesidades de la guerra permitieron el uso del álgebra lineal en la creación de la programación lineal.

Al matemático le interesa ver las propiedades que tienen los entes abstractos; analizar sus relaciones y obtener verdades para los posibles casos, no un caso particular, si el caso general; y, además, las verdades que se crean en el área de la matemática son aceptadas por su rigor lógico, no importa su aplicabilidad en la realidad.

Se puede establecer la relación siguiente: la matemática estudia las propiedades que, en un sistema de reflexión axiomático-deductivo, tienen un conjunto de entes abstractos, sugeridos e no por la realidad concreta, y que guardan una válidas en los casos que sea posible aplicar e tratar con esos entes.

Una cuestión interesante de la relación entre la matemática y su aplicación concreta es la que se da entre la potencialidad de la deducción en la creación de conocimientos aplicables empíricamente, una investigación de lo anterior es interesante, ya que podría contestar el porque una ciencia basada en un método axiomático-deductivo puede aplicarse en la práctica y el porque muchas ramas de la matemática así lo hacen, aún en las ciencias sociales.

#### CAPITULO IV.

La matemática como medio de expresión de la teoría económica.

4.1. Introducción.

4.2. Expresión. (significado).

4.3. La cuantificación de las categorías económicas.

4.4. Relaciones entre variables económicas

4.5. La expresión matemática de la teoría económica.

4.6. Modelos económicos y su expresión matemática.

4.7. Gráficas.

## 1. Introducción.

Al analizar la realidad, las ciencias no actúan en forma aislada; en ocasiones, el proceso de conocer hace necesario que una determinada disciplina científica utilice elementos que otras hayan desarrollado.

Se ha visto (cap.I) que, incluso las esferas del saber no se encuentran delimitadas por completo; existen fenómenos que son estudiados en común por dos o más ciencias.

No es difícil encontrar que una ciencia se apoye en otra para descifrar los acontecimientos que suceden en su campo de estudio; la antropología auxilia a la historia; la psicología y la sociología se influyen, y la economía utiliza elementos de la historia, la geografía, la psicología, etc.

Inclusive, las ciencias auxiliares dan origen a apartados en las ciencias que auxilian, como es el caso de la política económica, de la geografía económica, etc.

Una relación que es interesante destacar es la que se da entre la ciencia económica y la matemática (integrante de las materias instrumentales de la primera). Esta relación tiene gran importancia, ya que a nivel de la teoría económica se expresan una serie de ideas con términos matemáticos y, además en la verificación de lo expresado a nivel teórico se llega a decir que: " toda teoría que no pueda compararse con los datos de la observación o que este en desacuerdo con los hechos observados, carece de valor científico ".<sup>34</sup> Lo que no está desligado de la utilización de la matemática.

En el trabajo con datos es necesario el uso de los métodos estadísticos, pero las expresiones que se trata de comprobar tienen un lenguaje matemático, siendo éste un primer elemento en la relación entre las dos ciencias; la matemática es

---

34. M. Allais. La economía como ciencia. En C. Dagum. Op.Cit. Pag. 32.

un medio adecuado en la expresión de la teoría económica.

## 2. Expresión. (significado).

Como un primer paso, en la descripción del uso de la matemática como expresión de la teoría económica, es necesario reseñar lo que se entiende por expresión.

Dotado por la naturaleza, el ser humano desarrolla la capacidad de reflejar, analizar y explicar en su mente múltiples aspectos que en su exterior suceden; los esfuerzos intelectuales derivan en la comprensión de la realidad y en su transformación. La creación del conocimiento y de la cultura humana es producto del esfuerzo colectivo, lo que ha derivado en condiciones de desarrollo y convivencia social, en muchos aspectos agradable y que tienden a superarse.

El hombre ha logrado cumplir sus objetivos como miembro de un grupo, aunque el esfuerzo individual ha contribuido, se puede afirmar que el hombre es un producto social, pero la individualidad se conserva en alguna forma, derivando en un individuo socialmente determinado; se es un individuo en varios aspectos y entre ellos está la forma de percibir lo que acontece, es el caso de una mente ante la realidad. El individuo es socialmente determinado, también en varios sentidos como es que su personalidad se va formando como resultado de la convivencia; él, aún en su individualidad, debe a la sociedad parte de su capacidad de acción y de convivencia.

En la convivencia tiene gran importancia el fenómeno de la comunicación, y en éste el aspecto de la expresión. Son dos aspectos que pertenecen al ser social.

La expresión es la necesidad que establece la capacidad individual de captar lo que sucede en el exterior, y aún en el interior, y externar las ideas que se producen en ese acto.. En la expresión se conjugan elementos como: la convi-

vencia social, los sentimientos, las necesidades, etc. Pero, en esencia es una relación que se establece entre lo que un individuo capta, siente, etc. y la necesidad de externarlo. En esta forma: " Expresarse es externar percepciones, ideas y sentimientos a través de actividades u objetos concretos, en función de la experiencia, desarrollo y capacidad individual".<sup>35</sup>

La necesidad de expresión ha creado mecanismos para que ese fenómeno pueda convertirse en comunicación. Esto es, en la convivencia, los individuos crean mecanismos que les permiten entender lo que sucede en otros miembros de la comunidad, cuando éste sucede, la necesidad individual se convierte en una razón colectiva; se da una justificación más a la vida en sociedad, no sólo porque la satisfacción de necesidades físicas se logra en forma más placentera, sino por que se dan, - también los elementos de comprensión que permiten el entendimiento de las ideas ajenas.

La comunicación se convierte en la capacidad de expresar y comprender las vivencias individuales, significa además que los integrantes de una sociedad tienen elementos que les pertenecen en común y que, además, son pre-requisito para su convivencia. " Comunicarse es intercambiar expresiones para compartir experiencias, ampliando así las posibilidades de conocer y transformar lo que nos rodea".<sup>36</sup>

La expresión y la comunicación no son elementos aislados, tampoco son una misma; son elementos complementarios en la convivencia humana, mediante ellas se satisfacen o son un medio de encontrar satisfactores a las necesidades del individuo e del grupo. Tienen que ver con la función transformadora del ser humano, son parte indispensable en el proceso de desarrollo social.

Por otro lado, la expresión y la comunicación no se dan

---

35. Expresión y comunicación. CEMPAR. Pag. 4.

36. Ibid. Pag. 4

en forma simultánea, aún para los integrantes de un mismo grupo. Es necesario para que suceda la comunicación, que los vehículos de la expresión tengan el mismo significado en las personas que se comunican. No basta utilizar un vocablo o un gesto, además el significado no debe variar, o al menos no en forma importante, entre los integrantes de un grupo.

Entre los medios de expresión y de comunicación se encuentra que la palabra es uno que destaca; mediante ella, el hombre puede comunicarse con sus semejantes, incluso, el tiempo y el espacio no son obstáculos para entender las ideas de habitantes de otro tiempo y lugar.

Al interior de las sociedades existen condiciones que permiten a un grupo de ellos tener un medio de expresión especial. Tal es el caso de los dialectos, el idioma Braille, etc.

El lenguaje científico es un ejemplo adicional; el científico, en su tarea, se ve obligado a crear términos que sirvan en la descripción de aspectos que no todos los seres humanos tratan con cotidianidad. Aún el significado de vocablos difiere en el uso común y el uso científico. Este tipo de lenguaje expresa aspectos particulares de un área de estudio; palabras como integral, derivada, grupo, etc. tienen un significado especial en la creación de la ciencia, y otro en el uso diario. Otros vocablos, como rectángulo, solo tienen significado en la tarea científica, su uso es restringido fuera de esta área.

La economía, como otras ciencias, cuenta con palabras que sirven para expresar ideas propias del área de estudio, pero, incluso son usadas por otras ciencias, entre ellas están: plusvalía, multiplicador, productividad, etc.

Un aspecto importante que el ser humano toma como tema de razonamiento es la cuantificación de la realidad o del acontecer de un fenómeno. La cuantificación y la medición de la realidad se remontan en el tiempo. Y, aunque es difícil si

tuarlas en el tiempo, se encuentran vestigios de su uso en la época en que el hombre habitaba las cavernas.

A lo largo de la historia se ha creado un sistema de expresión universal referente a la cuantificación de la realidad. Los sistemas de numeración se han perfeccionado y su uso se ha ampliado hasta vencer los obstáculos que representan los diversos idiomas. En la matemática se encuentran elementos que sirven como un medio de expresión universal.

### 3. La cuantificación de las categorías económicas.

Al describir la realidad económica, el científico de este campo logra abstraer los elementos conceptuales que se denominan categorías económicas y que permiten entender lo que sucede en el área.

Las categorías económicas presentan tres niveles en lo que a la cuantificación respecta; las que pueden medirse o cuantificarse directamente; las que sólo pueden hacerlo en forma indirecta y las que no es posible cuantificar.

Los procedimientos de conteo permiten obtener en la realidad datos que representan a unidades conceptuales como son; el costo y el precio de producción, cantidad de mercancías, tiempo de trabajo, etc.

Otro es el caso de categorías que no se pueden medir directamente; no representan directamente magnitudes, pero sí es posible tener una relación que sea expresada por una magnitud. Tal es el caso de competencia, monopolio, obrero, etc. En los conceptos monopolio y competencia un indicador adecuado es el número de empresas que intervienen en un mercado o una rama de la producción. En el caso de la categoría obrero se pueda recurrir al salario percibido.

El tercer tipo está ejemplificado por conceptos como las expectativas, equilibrio, etc. estos conceptos se han usado en la construcción de teorías económicas y tienen un

papel que desempeñar en la estructura lógica que las contiene, pero no son del tipo cuantificable. De estos, algunos conceptos han sido desechados de la teoría, otros son de uso difundido, en el primer caso está la mano invisible, en el segundo, el equilibrio.

Al elaborar la teoría se utilizan las categorías, y en ellas el concepto de magnitud tiene importancia al considerar la verificación en la experiencia. En este punto la matemática presenta un cuadro de conceptos y propiedades que las magnitudes ( y en ellas las cantidades) tienen. Tal ciencia es un auxiliar imprescindible en el trabajo con magnitudes.

#### 4. Relaciones entre variables económicas.

La construcción de la teoría considera la relación que se establece entre las categorías. Trata de explicar, la teoría, la forma en que las variables (categorías) se influyen e interactúan.

La búsqueda y el establecimiento de relaciones estables entre las variables económicas ( de causa a efecto) no ha derivado en relaciones aceptadas en forma homogénea. Por el contrario, la definición e el establecimiento de dichas relaciones da lugar a polémicas que dividen al pensamiento económico; se forman escuelas que se diferencian en el acento que se da a una variable e a una relación en la explicación de un fenómeno, e aún en la importancia que tienen las categorías como elementos explicativos del suceder económico.

Por otro lado la conexión entre las variables y la explicación de los fenómenos no es un hecho contemporáneo; existen fenómenos que han sido explicados por pensadores de otros tiempos; " Platón desea que en su ciudad cada individuo no tenga sino un sólo oficio, para bien de la propia ciudad." 37

37. J. Silva Herzog. Historia del pensamiento económico-social de la antigüedad al siglo XVI. F.O.E. Méx. 1972. P

Las teorías, como sistemas lógicos de descripción de la realidad, puntualizan las relaciones entre las categorías económicas; relaciones que se presentan con frecuencia en la experiencia y de las que el economista trata de tener un esquema mental coherente.

En la realidad concreta existen hechos que tienen regularidad y permanencia, aspectos que se han captado y de los que se establecen relaciones aceptables, aunque, como ya se dijo, algunas no se aceptan en forma unánime.

La teoría se ocupa del establecimiento e la descripción de las regularidades que el mecanismo del sistema económico presenta; el uso de las relaciones entre variables es un medio adecuado para explicar el acontecer económico.

##### 5. La expresión matemática de la teoría económica.

No obstante las diferencias existentes entre las diversas corrientes del pensamiento económico, ellas utilizan a la matemática para expresar una serie de relaciones que involucran variables económicas.

En este apartado y en los siguientes se hará una breve descripción de los elementos que permiten el uso de la matemática para expresar la teoría económica.

Por una parte, la cuantificación y las relaciones que se tienen de la realidad pueden plasmarse en símbolos y vínculos estudiados por la matemática.

Un primer punto se da al tomar la cuantificación de un fenómeno; el hecho de que los vehículos de expresión sean símbolos como: consumo, ingreso, plusvalía, etc. Tomados con esa forma y esa extensión, no impide que se puedan representar por signos como: C, Y, P, etc. y que representen en igual forma los conceptos enunciados, e incluso, sirvan para la comunicación. Si a los primeros se les da el carácter de magnitudes, lo mismo sucede con los segundos.

Si se encuentra, además, que las categorías tienen relación entre sí, se podrían utilizar otros símbolos para escribir tal relación, por ejemplo, si el consumo está relacionado con el ingreso se puede escribir:  $C \text{ Rel } Y; C = f(Y)$ , etc.

En otro caso, si se detecta que el ingreso está compuesto por el consumo y la inversión, una forma adecuada de expresar lo anterior es:  $Y = C + I \dots\dots\dots(1)$ . Donde  $Y =$  ingreso;  $C =$  consumo;  $I =$  inversión.

Una expresión tiene la finalidad de comunicar una idea y los símbolos utilizados deben cumplir con esa misión; no deben alterarla. Si cumplen con esa tarea, son medios adecuados en la expresión.

Cuando una oración se presenta en la forma de (1), la expresión indica las categorías y la relación que se establece entre ellas, además de referir elementos que pertenecen a los conceptos y que permiten a la expresión matemática tener validez, como son: magnitud, homogeneidad, relación, etc. Obviamente, es necesario conocer los símbolos matemáticos usados.

Una relación como (1) representa una identidad contable, esto es; una relación por definición; usada para fines analíticos, no contrastable con la realidad, aunque en alguna forma la representa, existen dificultades en su contrastación con la realidad, una de ellas es la dificultad del cómputo. Otro ejemplo de este tipo de expresiones matemáticas de ideas económicas y que, además, representan una identidad contable es la que relaciona al ingreso con las remuneraciones a los trabajadores y con las remuneraciones a los propietarios del capital, en el caso de que sólo ellos perciban ingresos, siendo la expresión:  $Y = W + P \dots\dots\dots(2)$ . Donde  $Y =$  ingreso;  $W =$  remuneraciones al trabajo y  $P =$  remuneración a los propietarios del capital.

Ambas expresiones- (1) y (2) - representan una abstracción de la realidad, pero, además, representaciones necesarias en su análisis.

Teóricamente se han establecido diversas relaciones entre las variables económicas, aunque no siempre han tenido un mismo sentido; la inversión depende del ahorro; en nivel de consumo del nivel de ingreso; el producto, de la relación entre capital y trabajo que se establezca, etc. Esto, evidentemente, no es compartido por las diversas corrientes teóricas. Para otras, el nivel de ahorro depende, vía la función de consumo, del nivel de inversión, etc.

Al expresar las relaciones en términos matemáticos, se encuentra que la noción de función es adecuada para describir una idea económica. Como ilustración se tiene que el consumo depende del nivel de ingreso, detrás de esta propuesta se encuentra el análisis de lo que sucede en la realidad y que permite esa aseveración; hecho necesario para establecer tal relación se encuentra que existe la expresión matemática que representa esa idea, ésta es:  $C = f(Y) \dots (3)$ , o el consumo está en función del ingreso. Si se ahonda en el análisis teórico se obtiene una relación funcional más explícita como es:  $C = a + bY \dots (4)$ , expresión que da una relación más detallada entre las dos variables y que se denomina ecuación de comportamiento; el nivel global de consumo se compone de una constante y una parte variable que depende del comportamiento del ingreso, vía la constante  $b$  (propensión a consumir). Establecida la teoría, la matemática tiene elementos que sirven en su expresión.

El análisis de la realidad ha derivado en varios tipos de relaciones, expresadas en términos matemáticas. Una clasificación es la que se encuentra en C. Dagum y E. McBee de Dagum,<sup>38</sup>

<sup>38</sup> Introducción a la econometría. Siglo XXI. México. 1980  
Pp. 22 a 26.

1. Ecuaciones de comportamiento.
2. Ecuaciones institucionales y legales.
3. Ecuaciones tecnológicas.
4. Ecuaciones de definición e identidad.
5. Ecuaciones de equilibrio móvil.

La anterior clasificación da una idea del avance de la teoría y de la necesidad de la expresión de ideas económicas por signos y relaciones matemáticas.

Ejemplos de expresiones matemáticas de los casos anteriores son:

1. Ecuación de comportamiento:  $C = a + bY$ .
2. Institucional e legal:  $T = c + dY$ ; donde  $T =$  impuestos, ' $c$ ' y ' $d$ ' constantes,  $0 < d < 1$ ;  $Y =$  ingreso.
3. Ecuación tecnológica:  $Q = f(Q, L) = A K^a L^{1-a}$ . Donde:  $Q =$  nivel de producción;  $K =$  capital (factor de producción);  $L =$  trabajo (factor de producción);  $A, a$ , constantes.
4. Ecuación de definición e identidad: como (1) y (2).
5. Ecuaciones de equilibrio móvil:  $D = S$ , donde  $D =$  demanda y  $S =$  oferta.

La observación y el análisis de la realidad han derivado en la creación de las expresiones anteriores, éstas, a la vez, indican como la matemática sirve de medio de expresión. Aunque está clara la existencia de relaciones económicas que no se pueden expresar por términos, como es el caso de las expectativas empresariales, respecto a la inversión en el modo de producción capitalista. En esta situación intervienen elementos subjetivos que no es posible expresar en términos algebraicos.

En suma; las categorías que implican magnitudes pueden representarse por medio de relaciones escritas en términos matemáticos y éstos expresan la idea que llevan.

#### 6. Modelos económicos y su expresión matemática.

El uso de la matemática como expresión de ideas económicas adquiere relieve cuando se aplican a modelos. En éstos se

encuentra un instrumento de estudio muy útil; se destacan las relaciones básicas y sobresalientes del acontecer económico y su uso está difundido entre los creadores de la ciencia económica, su importancia queda plasmada en la siguiente frase: "...no podemos progresar sin hacer modelos, y los modelos deben ser simples".<sup>39</sup>

Los modelos son una simplificación de la realidad, en ellos se especifican las relaciones relevantes, se dejan fuera a los elementos superfluos y se observa la interacción entre las categorías seleccionadas como indicativas; se "experimenta" en esa estructura teórica y se obtienen conclusiones que se llevan a la realidad. Esto hace que las relaciones establecidas tengan correspondencia con el suceder. No existe posibilidad de éxito, en la creación de conocimientos, si las relaciones no reflejan lo que sucede en la realidad concreta.

Es la realidad la que determina la validez de las reflexiones teóricas; la objetividad y la científicidad no sólo se da porque las expresiones son producto del razonamiento humano, es necesaria su comprobación en la práctica.

Los modelos representan las hipótesis que la realidad sugiere; se traducen en una serie de oraciones relativas al comportamiento de lo real. En ellos se establece una sucesión de deducciones, que dan origen a "un tipo de lógica casi matemática".<sup>40</sup>

De los modelos se puede decir que no sólo son descriptivos, la naturaleza de la ciencia económica no permite que ese suceda; es necesario que las conclusiones obtenidas se apliquen en la realidad concreta. Se detectan dos momentos en la elaboración de los modelos: una descripción teórica y su aplicación en la realidad.

39. J. Robinsen y J. Eatwell. Introducción a la economía moderna. F.C.E. Madrid, 1976. Pag. 78.

40. Ibid. Pag. 77.

La primera de ellas, la construcción lógica de la teoría, se inicia con la observación de la realidad, le continua un proceso de abstracción, la implantación de un conjunto de supuestos e hipótesis y un proceso deductivo que deriva en conclusiones. En este acto de construcción lógica, la realidad está presente al servir de base en la creación de las premisas que sirven de hipótesis, éste por medio de un proceso inductivo.

Establecidas las hipótesis, el proceso deductivo lleva a conclusiones que pretenden explicar a la realidad. Ahora, cuando en el proceso deductivo se utilizan fórmulas e expresiones matemáticas, se recurre a la formalización. La finalidad del modelo no se cumple al obtener conclusiones; la aplicación en la realidad indica si las proposiciones obtenidas pueden considerarse un conocimiento.

La realidad, como punto de partida y de comprobación de las verdades lógicas, indica si el modelo debe corregirse o no; si deben incluirse o eliminarse variables.

La matemática cuenta con elementos que permiten, no sólo establecer expresiones para relaciones funcionales aisladas, sino que es posible enlazar varias relaciones.

Un modelo uniecuacional es: las importaciones de capital tienen relación con el valor agregado del sector industrial, en la expresión matemática (algebraica) se utilizan unidades homogéneas para que la expresión tenga sentido contable, en este caso se requiere que las variables sean medidas en unidades de valor. Establecidas las variables, la observación y la experiencia indican que tipo de expresión matemática es la adecuada, por ejemplo:  $M = a + bZ$  ó  $M = a + bZ^2$ , etc. Donde;  $M$  = importaciones de capital y  $Z$  = valor agregado del sector industrial son las variables, las demás son constantes.

El caso uniecuacional no es único en las relaciones eco

nómicas, por ejemplo; el valor agregado del sector industrial depende del nivel de ingreso y éste está relacionado con el nivel de consumo, etc.

En el caso de tener varios elementos y diversas relaciones funcionales se tiene que la matemática ayuda, también en este caso, en la expresión de la teoría.

Como ejemplo; sea el caso de un modelo keynesiano<sup>41</sup> de determinación del ingreso (Y), impuestos (T) y consumo (C). En la descripción teórica se consideran las condiciones que permiten a las variables relacionarse; además, si su comportamiento sugiere un modelo uni o multiecuacional.

En este ejemplo se cumple que teóricamente las variables están interrelacionadas y existe la posibilidad de crear un modelo multiecuacional.

Las relaciones que se establecen son:

a.1)  $Y = C + I_0 + G_0$  ; donde  $I_0$  = inversión inducida,  $G_0$  = gastos del gobierno inducidos.

a.2)  $C = a + bY$

a.3)  $T = cY$

Las expresiones nos indican la relación que guardan las variables; que existe un comportamiento interrelacionado, pero, al utilizar la expresión matemática, se debe utilizar a la herramienta considerando sus propiedades. No sólo es la posibilidad de una expresión, tal vez, más simplificada y comprensible. Se debe considerar en que condiciones es adecuado escribir las ecuaciones. La matemática no es una herramienta sin características propias, es necesario, en su uso, considerar sus atributos; establecer relaciones económicas en términos matemáticos lleva en sí el utilizar a esta ciencia, no sólo como medio de expresión, en su carácter de disciplina con un desarrollo independiente de su relación con la economía.

41. Tomado de A.C. Chiang. Métodos fundamentales de economía matemática. Amerrortu. Buenos Aires, 1967. Pag. 67.

En este caso, por ejemplo, la necesidad de trabajar en el modelo llevaría a comprobar las condiciones para la solución de un sistema de ecuaciones simultáneas, tales condiciones son: Independencia, compatibilidad, condiciones propias de la matemática.

#### 4.7. Gráficas.

Las gráficas o diagramas son entre de los aspectos usados en la expresión de la teoría económica; no es difícil que al abrir un libro de teoría económica, éste contenga diagramas.

Al expresar ideas, el ser humano utiliza una serie de elementos que le permiten comunicar con mayor claridad sus pensamientos, en matemáticas el uso de una ilustración ayuda en el razonamiento.

El uso de las gráficas en la expresión económica también tiene la intención de aclarar lo expresado. Un diagrama, por lo general, sirve de apoyo; es un auxiliar de probada utilidad, pues: "La UNESCO en una investigación reciente; demuestra que la memorización se efectúa en la proporción del 30% en relación a lo que se oye; 40% respecto de lo que se ve; 50% en lo que se oye y se ve, y un 70% en aquello en lo que se participa directamente. Luego, los medios audiovisuales acortan el tiempo de aprendizaje y aumentan el de su retención<sup>42</sup>."

Debido a su eficacia como auxiliar didáctico es también utilizable en exposiciones no formales, e para el propio razonamiento; una gráfica sirve para la propia reflexión.

Las proposiciones económicas y sus expresiones algebraicas pueden utilizarse en la expresión gráfica; el uso de la geometría análitica ayuda en esto,

Aunque las gráficas auxilian, no sustituyen a un discurso

42. I.G. Nerici. Hacia una didáctica general dinámica. Edit. Kapelusz. Buenos Aires. 1978. Pág. 330.

se a las relaciones expresadas algebraicamente, ya que en ellas sólo se vierten las ideas básicas de un desarrollo teórico; no comprueban nada, sirven para ejemplificar la argumentación y las conclusiones de un discurso, antes que el discurso, más bien son un recipiente de él: " La exposición mediante diagramas es muy utilizada en la economía teórica... no aportan una información objetiva, ni pueden emplearse para demostrar proposiciones. No son más que una forma de describir relaciones que resultan complicadas cuando se expresan en palabras, y supersimplificadas cuando se expresan algebraicamente. Muchos de los argumentos...son más fáciles de comprender si se exponen mediante diagramas, y el hábito de trazar diagramas para la propia utilización ayuda al pensamiento".<sup>43</sup>

La expresión gráfica aporta además elementos que ayudan en el análisis; se encuentra en tal expresión a elementos que se pueden usar para la solución de un problema teórico, un ejemplo es el trazado de la elasticidad de demanda y su aspecto puntual (otro caso es el intervalo).

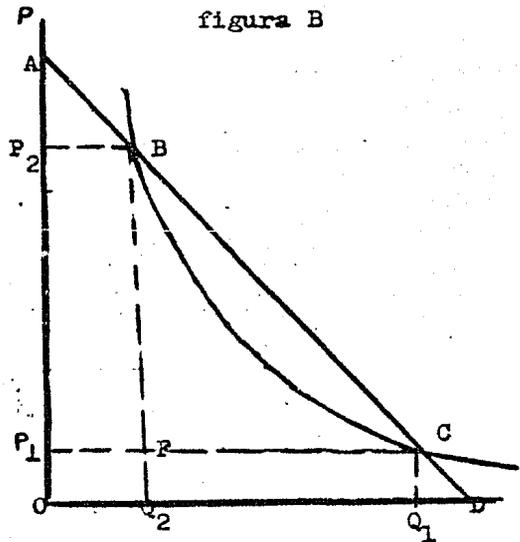
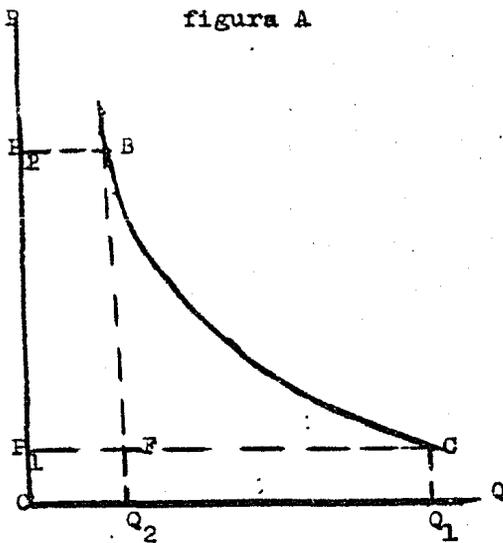
El ejemplo siguiente, tomado de J. Robinson y J. Sattwell<sup>44</sup>, puede resumir lo expresado, abordando el trazado de la elasticidad puntual.

Se usa una curva de demanda normal, en el eje de las ordenadas se coloca al precio, en el de las abscisas a la cantidad demandada; teóricamente, si el precio se incrementa de  $OP_1$  a  $OP_2$  la cantidad demandada disminuye de  $OQ_1$  a  $OQ_2$ . Siendo de la elasticidad de demanda la respuesta en la cantidad proporcionalmente demandada ante cambios proporcionales en el precio, es posible llevar estas ideas al papel, trazar una gráfica que las exprese. Pero, además se plasman ideas adicio

43- J. Robinson. Op. Cit. Pag. 105.

44. Ibid. Pag. 214.

cionales que ayudan en la ubicación del problema.



Las ideas anteriores (de cambio entre las variables) se pueden expresar en la figura A: si el precio cambia de  $P_1$  a  $P_2$  entonces la cantidad demandada cambia de  $Q_1$  a  $Q_2$ . Pero para observar el valor de la elasticidad puntual es necesario imprimir nuevas relaciones las que se expresan en la figura B, y que tiene como base la A; Se traza la secante AD a través de los puntos B y C  $(P_2, Q_2)$  y  $(P_1, Q_1)$  que nos indican los cambios. Del trazado se forman los triángulos  $P_2BA$ ,  $FCB$  y  $Q_1CD$ . Los que son semejantes por ser rectángulos y tener un ángulo agudo igual: ángulo  $P_2AB =$  ángulo  $FBC =$  ángulo  $Q_1CD$ . por ser correspondiente entre paralelas.

Por definición la elasticidad es  $(Q_1 Q_2 / OQ_2) / (P_1 P_2 / OP_1)$ . El primer cociente es igual a  $FC/P_2B$  y el segundo es equivalente a  $FB/Q_1C$ . Pero, estos a su vez son equivalentes a las proporciones siguientes, en forma respectiva,  $BC/AB$  y  $BC/CD$ . Resultando lo anterior por la semejanza de los triángulos citados.

Por último, pasando a la definición de elasticidad se tiene que ésta es:  $(BC/AB) / (BC/CD)$ , lo que resulta en  $CD/AB$ , y cuando el incremento del precio se acerca a cero, B y C tienden a ser uno sólo, digamos B, quedando la elasticidad puntual en  $BD/AB$ .

Además de expresar las ideas de una relación económica, en la gráfica se plasman otros elementos que ayudan a la solución del problema, en este caso se utilizó el concepto geométrico de la semejanza de triángulos, pero, se pueden plasmar en la gráfica porque antes están en la mente humana.

El uso de un diagrama, también puede ser un instrumento importante al recordar un argumento; las relaciones que se establecen gráficamente van auxiliando en la construcción del razonamiento; no sólo la mente toma una fotografía, con ella capta el significado de lo que se representa y es más fácil reconstruirlo, dándose un proceso, inclusive, razonado.

La utilización de gráficas está referida a la relación entre variables, y si su uso tiene ventajas, también tiene limitaciones, siendo la principal: que no pueden trazarse cuando la relación involucra más de tres variables, y en economía las proposiciones de este tipo no son raras, por ejemplo está la siguiente:<sup>45</sup>  $D_t = a_0 + a_1 P_t + a_2 Y_t + a_3 Z_t + U_{1t}$  .

donde la demanda (D) está relacionada con el precio del bien ( $P_t$ ); con el ingreso monetario ( $Y_t$ ); el gasto en propaganda ( $Z_t$ ) y un error ( $U_{1t}$ ). En tal relación existen cuatro variables que no es posible expresar en un sistema gráfico conocido.

---

45. Tomado de C. Dagum y E. McBee de Dagum. Op. Cit. Pag. 79.

## CAPITULO V.

La matemática como un medio de desarrollo de la teoría económica.

- 5.1. Introducción.
- 5.2. Significado del término desarrollo.
- 5.3. La matemática como un auxiliar en la deducción de la teoría.
- 5.4. La matemática como elemento de crítica a postulados de la teoría.
- 5.5. La matemática en la creación de elementos conceptuales de la teoría económica.
- 5.6. La matemática y la comprobación estadística de los resultados de la teoría.

## 1. Introducción.

En el capítulo anterior se abordó el tema de la expresión de ideas económicas en términos matemáticos.

Una cuestión surge en este punto; si bien la matemática es un medio adecuado de expresión, ¿ Existe algo más en la relación entre las dos ciencias ?. ¿ Es posible pensar como A. Marshall ?. Quien dice lo siguiente: " La utilidad principal de la matemática pura en cuestiones económicas parece consistir en que es una ayuda para escribir de prisa, en pocas palabras, con exactitud y para usar propie algunas ideas; y para a asegurarse de que cuenta con un número de premisas suficiente, y sólo suficiente, para sus conclusiones (es decir, que sus ecuaciones no son más ni menos en número que sus incógnitas)<sup>46</sup>

La expresión de Marshall contiene algo de razón; no sólo se usan los términos matemáticos en la expresión, existen elementos con este tipo de utilidad como es el escribir con "exactitud"; la matemática aporta elementos útiles en la expresión, pero, además sirven en el desarrollo de la teoría económica.

## 2. Significado del término desarrollo.

La primera cuestión a considerar es la descripción del término desarrollo. Este se ha utilizado en varias ramas del saber, la economía entre ellas; se habla de desarrollo físico y de desarrollo económico, en la primera se considera al cuerpo humano, en la segunda se refiere a las actividades que una sociedad realiza en la producción y distribución de los satisfactores.

El significado de la palabra no es único; basta ir al diccionario para constatar que el sentido otorgado cambia. Aún en el mismo diccionario se encuentra que significa: "Descoger

---

46. Citado por J.R. Hicks. Valor y Capital. F.C.C. Bogotá, 1976. Pag. XVII.

lo arrellado; acrecentar, dar incremento, explicar una teoría y llevarla hasta sus últimas consecuencias".<sup>47</sup>

En el diccionario Ferrúa de la Lengua Española<sup>48</sup> se encuentra, además, Desenvolver, perfeccionar, ampliar. Lo que es un significado adecuado a los objetivos de este trabajo.

3. La matemática como un auxiliar en la deducción de la teoría.

La expresión: desarrollo de la teoría económica, se entiende en función de los objetivos que ésta tiene al describir el acontecer de la realidad económica; reflejar en forma coherente los mecanismos y conexiones que permiten a un fenómeno presentarse.

El desarrollo de la teoría económica tiene que ver con la creación de sistemas lógicos coherentes y que reflejen la actividad real. Además las conclusiones que se obtengan deben aplicarse en la realidad concreta; teoría y realidad son elementos inseparables y la primera debe ser un reflejo lo más fiel posible de la segunda.

Desarrollo de la teoría económica significa que el acercamiento se da en la forma más estrecha posible; desenvolver, perfeccionar y ampliar las bases de sustentación teórica. Tal es el significado del término desarrollo de la teoría económica.

La matemática como un medio de desarrollo de la teoría económica significa que en la primera existen elementos que permiten lo describe para la segunda, se puede decir que la matemática es una herramienta útil en la creación de un razonamiento teórico más amplio y perfeccionado, derivando en un acercamiento a la realidad; es un mejoramiento de la concepción en el acontecer económico y se da una influencia en él más acertada.

47. Diccionario Léxico-Hispano. W.M. Jackson Inc. Editores. Pag.

469.

48. Bit. Ferrúa. Pag. 236.

Así, la matemática cumple la función de una herramienta que permite al economista describir relaciones económicas, pero no sólo eso, además permite un desarrollo teórico y un vínculo en la comprobación de las conclusiones teóricas.

Al describir el método de la economía (pags. 11 a 14) se vió que el proceso partía de la realidad, llega a un estado de abstracción en el que las variables relevantes permanecen y se esboza su comportamiento; se describen sus relaciones y después de obtener una idea clarificada de lo real se vuelve a la experiencia, al mundo real.

En la teoría se dan dos aspectos, uno de ellos es la estructura lógica y el otro es la comprobación de esa estructura lógica.

Al considerar la estructura lógica se tiene que: la experiencia sugiere aspectos a estudiar y el ser humano reflexiona sobre ellos.

En un primer punto se inducen de la realidad los elementos conceptuales denominados categorías, esto a la manera de los elementos primitivos de la matemática, salvo que en este caso los elementos considerados no son arbitrarios en el sentido de estar desligados de la realidad concreta, ejemplos son: moneda, precios, comercio, etc.

En segundo término se establecen las normas de comportamiento que caracteriza a las categorías en estudio. Estas normas pretenden reflejar la actuación real de los elementos considerados, por lo tanto deben ser fruto de la meditación sobre ese actuar. La diferencia básica, respecto a los axiomas de la matemática, es que en este caso se deben incorporar comportamientos reales, no evidentes o por necesidad, aunque no es difícil que al construir una teoría se encuentren proposiciones como: "En primer lugar, suponemos que cada consumidor o unidad familiar posee una información completa acerca de to

de la que se relaciona con sus decisiones de consumo".<sup>49</sup> Lo que es válido si sólo es una primera simplificación.

Las proposiciones básicas son el sustento del razonamiento, de ellas se parte para obtener conclusiones, por tal motivo es importante que reflejen en forma fiel lo que verdaderamente sucede: "Los axiomas que fundamentan este modelo se basan en una experiencia observada..."<sup>50</sup>

El conjunto de hipótesis, normas e supuestos de comportamiento deben cumplir una serie de condiciones como son: consistencia, independencia, etc.

De las hipótesis e supuestos y mediante una sucesión de inferencias deductivas se descubren las propiedades que poseen los elementos considerados. Estas propiedades se obtienen en el marco de referencia que se adopta; se obtienen verdades para ese sistema de axiomas y son aplicables en esas condiciones, este es, son verdades que se cumplen en el marco deductivo establecido.

De lo anterior se puede decir que: "La economía es fundamentalmente una ciencia deductiva que, como la geometría y la mecánica, deduce una serie de conclusiones de ciertas premisas e supuestos; y en un estudio deductivo el desarrollo de los conceptos mismos es el que da necesariamente los límites de dicho estudio".<sup>51</sup>

En lo que a las conclusiones y al sistema lógico se refiere, el razonamiento debe estar libre de error; las inferencias deben ser correctas. Ya que de existir algún razonamiento defectuoso, ése llevaría a conclusiones no necesariamente ciertas e válidas. En este punto, la matemática presta una -

49. C. E. Ferguson. Teoría Microeconómica. F.C.E. México, 1973. Pag. 17.

50. C. Dagum y E. McBee de Dagum. Op. Cit. Pag. 45.

51. M. Dobb. Introducción a la economía. F.C.E. México, 1973. Pag. 5

gran ayuda: es un auxiliar, por medio del cual se establecen razonamientos y conclusiones aceptadas como verdaderas.

La matemática es más que un medio de expresión, es un medio de afirmación en un desarrollo deductivo. En este caso el economista puede tomar las verdades de la matemática y usarlas en sus razonamientos; la matemática "presta" verdades que se usan en el razonamiento y construcción de la teoría.

De la utilización del lenguaje matemático se sigue la utilización de un sistema formalizado y, además necesario por que: " Si consideramos las cosas con precisión, toda inferencia deductiva referente a magnitudes es, en realidad, un razonamiento matemático, incluso cuando no está formalizada, es decir, cuando se recurre a fórmulas matemáticas".<sup>52</sup>

Un ejemplo puede ayudar a clarificar lo anterior: en una economía cerrada y sin gobierno, se pretende analizar la relación que se establece entre el nivel de ingreso y el de la inversión, siendo esta última una variable exógena, esto es, venida de fuera del sistema. Para esta relación se propone un modelo que sería el resultado de volcar la teoría en relaciones formalizadas; las relaciones que se dan, lo mismo que las categorías establecidas, son producto de la reflexión sobre la realidad concreta, y desde luego, establecidas en libros de texto, de lo que se aceptan, pretendiéndose, simplemente, mostrar lo que se propone: la matemática es un auxiliar en la deducción de verdades de la economía.

Categorías: Ingreso (Y); Inversión (I), Consumo (C), Propensión al consumo (b).

Supuestos: Economía cerrada y sin gobierno (el ingreso se distribuye entre trabajadores y poseedores del capital); las empresas no aherran: transfieren sus ganancias a los consumidores; existe la propensión marginal a consumir y se ca-

racteriza por el gaste en consumo que la comunidad realiza y es menor que el ingreso adicional. ( $0 < b < 1$ ).

Las relaciones matemáticas que se desprenden de las hipótesis son:

1. Una relación contable:  $Y = C + I$ . (sistema cerrado)
2. Una identidad:  $I = I_0$  (Inversión exógena)
3. Una función de comportamiento:  $C = a + bY$ .

En el uso de las expresiones anteriores, a las categorías  $Y$ ,  $C$  se les denomina variables endógenas (determinadas por el sistema); a  $I_0$ , variable exógena y a las literales 'a' y 'b', parámetros.

Se establecen 3 relaciones en las que se cumplen las condiciones para que un sistema de ecuaciones simultáneas tenga una solución: existencia de igual número de incógnitas y de ecuaciones, independencia y consistencia.

Establecidas las relaciones algebraicas, el manejo de ellas, por deducciones de la matemática, permite obtener conclusiones sobre el sistema.

En el modelo presente se obtiene que: un mecanismo permitido es sustituir una cantidad por su igual y la relación de igualdad no se altera: en 1. se sustituyen 2. y 3. quedando: 4.  $Y = C + I = a + bY + I_0$ .

Siguiendo en el procedimiento matemático; se tiene que: 5.  $Y - bY = a + I_0$ , este por sumar a ambos lados de la igualdad el inverso aditivo de  $bY$ .

6.  $Y(1 - b) = a + I_0$ . este por aplicar la propiedad distributiva en el primer miembro de 5., siguiendose a 7.  $Y = \frac{a + I_0}{1 - b}$

la que resulta de multiplicar ambos miembros de 6. por el inverso multiplicativo de  $(1 - b) \neq 0$ .

La relación 7., producto de una deducción matemática, establece la relación pedida entre el nivel de ingreso y la inversión, éste en las condiciones establecidas por los su --

puestos. Y, se puede decir que si las condiciones establecidas se cumplen, el nivel de ingreso está determinado en forma directa por el nivel de la inversión.

El proceso deductivo parte de proposiciones sobre el campo de la economía, deriva en conclusiones sobre el mismo campo, y si el razonamiento no lleva error, la teoría se establece a nivel lógico; puede o no ser lo que sucede en la realidad concreta, pero a nivel de desarrollo lógico no puede ser refutada la estructura.

El ejemplo usado muestra como la matemática contribuye a la validación de la teoría, además se puede decir que: "... la formulación del razonamiento matemático en economía política es necesario por dos razones; en primer lugar, con el fin de asegurar la corrección de la inferencia, pues, debido al carácter complicado de las premisas de la inferencia en economía política, es difícil evitar los errores si no se recurre a la axiomatización y a la formalización de la inferencia. En segundo lugar, porque, cuando se trata de las relaciones entre magnitudes, la inferencia no formalizada es posible sólo entre límites muy estrechos... Por esto, la parte deductiva de la economía política, es decir, la economía teórica, debe servirse de las matemáticas formalizadas"<sup>53</sup>

Así, la matemática no sólo es un medio de expresión, no sólo sirve para establecer relaciones entre elementos económicos, sino que se puede recurrir a la matemática para obtener conclusiones que están libres de error en la deducción de un sistema teórico.

#### 4. La matemática como elemento de crítica a postulados de la teoría económica.

La utilización de la matemática en la expresión de la teoría económica no es reciente; su uso se remonta, por lo me

nos, a la segunda mitad del siglo XIX.

Se encuentran antecedentes en A.A. Cournot (Investigación sobre los principios matemáticos de la teoría de la riqueza, 1838) y en forma más específica en W.S. Jevons (Teoría de política económica, 1871), quien dió las bases para la edificación de la teoría dominante en la última parte del siglo pasado (XIX) y principios de este (XX). Tal teoría cristalizó en las obras de A. Marshall, C. Menger y K. Wicksell, entre otros. Una de las herramientas que utilizaron en su exposición fué el cálculo diferencial, encontraron en él elementos que les permitían expresar las relaciones económicas que su mente construía. Tal teoría se ha denominado teoría marginalista, neoclásica e tradicional.

El dominio de tal teoría no ha sido total, ha recibido críticas que han minado su estructura. Entre los escritores que la han cuestionado está P. Sraffa (Sobre las relaciones entre costo y cantidad producida, 1925; Las leyes de rendimiento en régimen de competencia, 1926)

No sólo los desarrollos teóricos han combatido los postulados de la teoría tradicional. La realidad, también, ha contribuido; en la crisis económica de 1929-32 se encontró que existían factores no considerados en la teoría.

Ante tal situación, existía la necesidad de crear una estructura teórica que sirviera en la explicación de los fenómenos económicos que la teoría tradicional no había logrado comprender; la necesidad se daba en por lo menos retirar los elementos que no servían en la explicación.

Con las creaciones de J.M. Keynes (Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero, 1936) y de B. Kalecki (Teoría de la dinámica económica, 1954) surgen nuevos elementos teóricos que debilitaban a la enseñanza de la teoría marginalista, ésta fue sufriendo modificaciones, pero no se abando-

nó por completo. El mismo Keynes aceptó sugeridos básicos de tal teoría y los incorporó a la suya: " Al recalcar nuestro punto de partida, divergente del sistema clásico, no debemos elvudar una concordancia importante; porque mantendremos el primer postulado como hasta aquí, sujeto únicamente a las mismas correcciones hechas a la teoría clásica..."<sup>54</sup> Refiriéndose en la cita a la demanda por trabajo: "El salario es igual al producto marginal del trabajo"<sup>55</sup>

La controversia no ha concluido, la teoría marginalista mantiene expositores que, en alguna forma, aceptan nociones como la del equilibrio general, los escritos en apoyo e en descrédito continúan apareciendo, un ejemplo de ello es la colección de lecturas No 21 del F.C.E. Donde se encuentran escritos que intentan la crítica de la teoría tradicional.

Una de las conclusiones de la controversia es que: los supuestos que no soporten el rigor lógico deben desecharse. En otras palabras; cuando se encuentren elementos que sirvan para demostrar la falsedad e no generalidad de un supuesto, éste debe desecharse e no aceptarse para la generalidad de la teoría.

Cuando se logra remover e modificar, por medio de un razonamiento o ejemplo, a elementos que no soportan el rigor lógico, cuando eso se logra, se avanza en la construcción teórica, este es: se desarrolla a la teoría.

El desarrollo de la teoría se da, también, en la medida en que se puedan desterrar conceptos que demuestren su incongruencia, ya sea a nivel de construcción lógica, e en sea en la adecuación a la realidad concreta.

En este punto la matemática tiene algo que aportar: el estudio de del área económica encuentra elementos que sirven

54. J.M. Keynes. Teoría general de la ocupación, el interes y el dinero. F.C.E. 1971. México, Pag. 27.

55. Ibid. Pag. 17.

en la refutación de elementos incengruentes en la estructura lógica e no resisten ése rigor.

A pesar de que la realidad ha mostrado su rechazo a elementos conceptuales de la teoría tradicional, el análisis de los elementos debe darse, ya que la reconstrucción teórica de de considerar a los elementos que son refutados.

Un ejemplo construido con ayuda de elementos de la matemática cumple con lo anteriormente planteado.

El ejemplo está tomado de uno de los escritores que han contribuido a la crítica de la teoría marginalista: P. Garegnani.<sup>56</sup>

Entre las ideas básicas de la teoría marginalista está la que establece la relación entre la demanda de inversión y tasa de interés.

Otro aspecto característico es la noción de equilibrio basada en la conjunción de las curvas de oferta y demanda, en las que está presente la noción de factores de la producción. Cuya remuneración está dada por su contribución, en forma marginal, al producto.

La noción de equilibrio lleva en sí a la proposición de que la consecución del pleno empleo de los factores se da vía la variación del precio relativo de sus servicios y la sustitución, dado el nivel de conocimientos de la sociedad, de ellos al interior del proceso productivo, ésto, sin que la cantidad de producto tenga variación.

De lo anterior, " se llega a funciones de demanda de los factores tales que la cantidad requerida de cada uno de ellos, dadas las cantidades empleadas de los demás, aumentaría al disminuir el precio de su servicio en relación con el precio de los servicios de los demás factores".<sup>57</sup>

Establecidas las funciones de demanda, la competencia

---

56. P. Garegnani. "Notas sobre consumo, inversión y demanda efectiva". Mimeo. CIDE. 1977.

57. Ibid. Pag. 26.

entre los poseedores del factor llevará a que su precio se modifique hasta que la cantidad disponible del factor se encuentre ocupada.

La idea que interesa destacar es que: el establecimiento de la función de demanda, la competencia y las variaciones en el precio llevarán, vía la relación inversa entre precio y cantidad demandada, a la ocupación del factor en cuestión.

La consideración de la variación inversa se hará, en este ejemplo, sobre la variación de la tasa de interés y su efecto (inverso) en la ocupación del capital: al disminuir la tasa de interés se dará un empleo más intensivo del factor capital; es decir, una mayor relación capital trabajo (se supone una situación de equilibrio: la tasa de ganancia es equivalente a la de interés.).

Supuestos: situación de equilibrio; una cierta mercancía puede producirse con cualquiera de dos técnicas A y B. Con la técnica A, la producción de una unidad del bien implica la aplicación de 9 años-trabajo empleados 3 años antes de que la mercancía esté lista para su venta, con la técnica B se produce una unidad de la mercancía aplicando un año-trabajo 10 años antes de que esté lista para su venta y 9 años-trabajo en el momento en que está lista para su venta. La mercancía se llama vino; la unidad (100 hl) puede elaborarse con "mosto" envejecido 3 y 10 años respectivamente. El único capital es el mosto; la tasa de ganancia (interés) es del 25%; la unidad de medida de los precios es el salario anual de un trabajador.

El monto de los costes-salario del vino es igual a los años-trabajo requeridos para su producción. El otro elemento de los costes es la ganancia sobre los costes salario por el tiempo comprendido entre el momento en que los salarios son pagados y el momento en que la mercancía está lista para su

venta. Los costes ( $y_a, y_b$ ) son:

$$y_a = 9(1.25)^3 = 9(1.95) = 17.58 \quad \text{aproximadamente.}$$

$$y_b = 1.25^{10} + 9 = 9.33 + 9 = 18.33 \quad \text{aproximadamente.}$$

A la tasa de ganancia del 25%, la técnica A es, por tanto, más conveniente que la técnica B.

Para establecer la relación entre capital y trabajo empleados en cada proceso, se introduce el capital (mosto) en cada técnica. El período de producción de una unidad se supone un año.

En la técnica A se emplean 9 trabajadores en producir mosto. Al principio de cada ciclo productivo se tendrá: 100 hl de mosto de edad cero, 100 hl de mosto de edad 1, 100 hl de edad 2. El valor global de los medios de producción será (en unidades salario):

$$K_a(0.25) = 9 + 9(1.25) + 9(1.25)^2 = 9 + 11.25 + 14.06 = 34.31 \text{ aprox.}$$

En la técnica B la relación será: empleo de 10 trabajadores; uno de ellos produce mosto y los demás se dedican a la elaboración con el mosto envejecido 10 años; al inicio del ciclo habrá 10 barricas, de las cuales; una contiene mosto de edad cero, una mosto de edad 1, y así hasta la décima con mosto de edad 9. El valor de los medios de producción es:

$$K_b(0.25) = 1 + 1.25 + 1.25^2 + \dots + 1.25^9 = 33.32 \text{ aprox.}$$

Con los valores de  $K_a$  y  $K_b$ , y conocido el número de trabajadores de cada proceso, se puede calcular la relación (en valor) entre capital y trabajo.

$$k_a = \frac{K_a(0.25)}{L_a} = \frac{34.31}{9} = 3.82 ; \quad k_b = \frac{K_b(0.25)}{L_b} = \frac{33.32}{10} = 3.33$$

A la tasa de ganancia de 25% la técnica B es, por tanto, aquella que presenta la menor intensidad de capital.

Si la tasa de ganancia disminuye del 25% al 20%, el costo unitario del vino será ahora para las dos técnicas:

$$y_a = 9(1.20)^3 = 15.55 \quad \text{aproximadamente.}$$

$$y_b = 9 + 1.20^{10} = 15.19 \text{ aproximadamente.}$$

La técnica más conveniente es ahora la técnica B, la que tiene, además, la menor relación capital trabajo; asimismo tal relación permanece menor al nivel del 20%.

$$K_a(0.20) = 9 + 9(1.20) + 9(1.20)^2 = 32.76 \text{ aproximadamente.}$$

$$K_b(0.20) = 1 + 1.20 + 1.20^2 + \dots + 1.20^9 = 25.96 \text{ aproximadamente}$$

De donde:

$$k_a(0.20) = \frac{K_a(0.20)}{L_a} = \frac{32.76}{9} = 3.64 \text{ aprox.}$$

$$k_b(0.20) = \frac{K_b(0.20)}{L_b} = \frac{25.96}{10} = 2.60 \text{ aprox.}$$

Como se puede ver la disminución de la tasa de ganancia hace preferible usar el proceso que involucra la menor intensidad de capital, de lo que resulta una conclusión que invalida, por lo menos para este caso, la idea marginalista de que al disminuir el precio del factor capital, se da la sustitución de los factores de forma tal que se utilice este factor en forma más intensiva.

Relacionado con el ejemplo anterior, un aspecto a considerar es la relación que se establece entre el capital, como factor de la producción, y su precio (tasa de interés). El análisis considera la forma en que es medida el factor capital; medición que debe considerarlo como un monto de valor, no en forma física.

Si se considera como un monto de valor, la medición del capital no puede ser independiente de la distribución; es decir, para que el capital pueda ser considerado un monto de valor (necesidad de hacerlo homogéneo y convertible según las necesidades de producción), es condición que se resuelva el problema de la distribución. Punto que trata, también, la crítica del capital.<sup>58</sup>

58. P. Garegnani. Las teorías de la productividad marginal.  
Mimeo. CIDE. 1976.

Al considerar el problema de la distribución, las cantidades de los factores deben considerarse como variables, antes que datos. Ante lo cual, el factor capital no respondería en forma determinada; más bien, no sería fácil determinar su comportamiento.

Considerando el ejemplo anterior, se da un caso similar al de las demostraciones por contradicción ( ver pag. 39 -40)) que se sigue en matemáticas. En este tipo de prueba, se da por supuesto el cumplimiento de una proposición y se construye un ejemplo que, mediante un razonamiento deductivo, conduce a una contradicción. El probar que existe un elemento del conjunto que no cumple con lo propuesto, conduce a la invalidez de la generalidad, lo mismo sucede en este caso: lo propuesto por la teoría tradicional no se cumple en el caso presentado. En lo que la matemática tuvo su parte.

##### 5. La matemática en la creación de elementos conceptuales de la teoría económica.

Otro aspecto del desarrollo de la teoría económica lo representa la creación de elementos conceptuales que se aplican al análisis de la realidad económica.

Un concepto utilizado en la descripción del ocurrir económico es el de elasticidad (de demanda o de oferta).

En el análisis de mercado, uno de los aspectos que se han explorado teóricamente es el de la relación entre el precio de una mercancía y la cantidad que de ella se demanda a los diferentes niveles de precio.

Este aspecto tiene importancia en la configuración de una política de precios o de impuestos por parte de los actores del sistema económico, sea un monopolista, sea el Estado o algún otro que pueda cumplir con esa misión. En las relaciones de demanda se pueden considerar dos casos: variaciones en el precio ante una cantidad de producto dada o variaciones en

ésta ante variaciones en el precio.

La relación entre precio y cantidad demandada da origen al concepto de elasticidad de demanda, definiéndose ésta como el vínculo entre los cambios relativos de la cantidad demandada ( $\frac{dQ}{Q}$ ) y los cambios relativos en el precio ( $\frac{dP}{P}$ ).

El concepto de elasticidad implica a otros como son: inelasticidad, elasticidad unitaria, etc. En las que la herramienta matemática contribuye a crearlos.

Se vió anteriormente (pag. 61) que el uso de la semejanza de triángulos ayuda en la descripción del término elasticidad. El cálculo diferencial también contribuye a la construcción del concepto citado. La idea es la siguiente: los términos matemáticos sirven para expresar una proposición económica, ésta sugiere que las variables se pueden medir y, además, analizar las relaciones de cambio que existen entre ellas, lo anterior por medio de elementos ya desarrollados (por caso, el cálculo diferencial) independientemente de las proposiciones que se hagan. Este caso es similar al de la ayuda deductiva que presta la matemática, pero aquí se auxilia a la construcción de conceptos económicos; se localiza un instrumental que permite la concreción de una idea, permite que ella pueda expresarse. La noción de elasticidad de demanda sirve para ejemplificar<sup>59</sup> lo anterior.

Se define la elasticidad de demanda ( $n$ ) como: el cambio relativo en la cantidad demandada ( $dQ/Q$ ) de un producto respecto a un cambio relativo en el precio ( $dP/P$ ). El precio y la cantidad demandada están ligados por la relación funcional  $Q = f(p)$ , y como, en una función de demanda normal, al variar el precio la cantidad varía en forma inversa, la elasticidad es un número negativo.

---

59. Tomado de O. Lange. Introducción a la econometría. F.C.E. México, 1978. Pag.86. Nota. el autor usa  $d$  en lugar de  $Q$ .

se establecen las siguientes relaciones:  $n = -(dQ/Q)/(dP/P)$   
ó  $n = -\frac{dQ}{Q}; \frac{dP}{P} = -\frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$ , donde  $dQ$  y  $dP$  son cambios en  $Q$  y  $P$   
de la última relación y si  $dP$  es pequeña (cercana a cero),  
quedaría, considerando la relación funcional entre  $Q$  y  $P$ ,  
 $n = f'(P) \frac{P}{f(P)} \dots (1)$ .

El cálculo diferencial se muestra como una herramienta útil en esta situación.

Seguiente el problema; se tiene una situación de mercado, se establece la relación funcional entre la cantidad y el precio ( $Q = f(P)$ ), y se pretende ver la respuesta en el gasto al variar el precio. La relación del gasto es:  $PxQ = Px f(P)$ . El signo 'X' significa multiplicación. Siendo el gasto la relación (2).

De (2) se tiene que, al variar el precio, sucede que:

$$\frac{d(PxQ)}{dP} = f(P) + Pxf'(P) = f(P) \left( 1 + \frac{Pxf'(P)}{f(P)} \right) = f(P)(1-n) \dots (3)$$

La relación (3) se obtiene por una serie de inferencias deductivas y sirve para analizar la relación teórica entre el gasto y la elasticidad de demanda, obteniéndose lo siguiente:

Case 1; si  $n = 1$ , entonces el valor del gasto monetario permanecerá constante, no importando el cambio en el precio. Lo anterior se desprende de que; en el lado derecho de (3) se tiene  $f(P)(1-n) = f(P)(0) = 0$  y en el lado izquierdo de la misma relación se encuentra una derivada (del gasto respecto al precio); la derivada de una constante es cero, de lo que se desprende que el gasto no es afectado por cambios en el precio.

Case 2. Si  $n > 1$ , entonces la expresión del lado derecho de (3) será negativa y el gasto decrecerá ante un cambio en el precio. Case 3. Si  $n < 1$ , entonces el gasto total es positivo, este es, habrá un incremento en el gasto al aumentar el precio del bien.

Los términos de elasticidad, inelasticidad, encuentran una explicación al utilizar el cálculo diferencial, además de la expresión, las conclusiones que se obtienen sirven para -- formular una política de precios.

Por medio de la matemática se pueden crear conceptos con significado económico que ayuden en la descripción de la realidad.

6. La matemática y la comprobación estadística de los resultados de la teoría económica.

La política económica, como instrumento para influir en la realidad concreta, considera a las reflexiones teóricas que sobre algún fenómeno se realizan, desde luego que una política económica tiene en cuenta a la acción de los grupos de presión y la capacidad de estos para llevarla a cabo u obstaculizarla. Tras del liberalismo económico, de la intervención del Estado, de las nacionalizaciones, tras de todo ello, se encuentra una relación teórica que permite tomar una decisión.

En el caso de la estructura teórica se establecen los mecanismos que permiten detectar y establecer las categorías y las relaciones relevantes de un sistema económico, e influir en él a manera de detonadores o reductores de la actividad en el sistema; no es el mismo resultado dejar al mercado en libertad que influir en él.

Los modelos son útiles ya que indican las variables y las relaciones destacadas, incluso, la causalidad en las relaciones.

La estructura teórica, así como los modelos derivan en conclusiones que hay que llevar a la práctica, La verificación de las conclusiones puede ser histórica o estadística, dependiendo la segunda de si las variables son mensurables.

Si las conclusiones pueden verificarse en forma estadística, se da un lugar a la matemática. Existe una relación

entre la teoría, la matemática y los procesos estadísticos, este último es importante ya que: "...como sabemos, las leyes económicas que actúan en el proceso económico real tienen un carácter estocástico, no se manifiestan sino con ocasión de una repetición masiva de las acciones humanas que componen el proceso económico; estas leyes sólo pueden pensarse de relieve a través de la acción de la ley de los grandes números".<sup>60</sup> En la teoría económica se establecen las categorías, las relaciones relevantes en la actividad real. En la medida que sea posible traducir las relaciones económicas en lenguaje matemático, existe la posibilidad de utilizar esos recipientes en la estadística. La conjugación de las tres ramas citadas da como resultado la econometría, cuyo uso se puede observar en los textos de economía aplicada.

La verificación es importante y es necesario que las variables sean representativas de la realidad para que su comprobación pueda darse con los datos que el mundo empírico ofrece. La matemática presenta los recipientes que permiten la comprobación de las proposiciones teóricas por medio de los procesos estadísticos, pero sólo en la medida en que lo planteado pueda encontrarse en la realidad.

---

60. O. Lange. Economía Política. Op. Cit. Pag. 114.

## **CAPITULO VI**

### **Conclusiones y recomendaciones.**

**6.1. Conclusiones.**

**6.2. Recomendaciones.**

## 1. Conclusiones.

Al redactar las conclusiones de un trabajo es difícil evitar repeticiones sobre temas o cuestiones que se han manejado en él. Sin embargo, se volverá sobre los temas en cuanto sea necesario. Pero, la intención es expresar ideas que no reiteren lo que se ha dicho, sino que sirvan de suplemento a ellas. Una primera cuestión es presentar las conclusiones acerca de los objetivos del trabajo; las hipótesis planteadas, y que sirven de título al mismo, son: en la matemática existen elementos que le permiten ser un medio de expresión y de desarrollo de la teoría económica.

El desarrollo de los temas permite pensar que dichos elementos se han localizado y se han expuesto, de lo que se puede decir que la investigación rindió frutos y ha servido para clarificar la duda que se tenía al respecto.

Otra de las cuestiones que se consideran aquí es la de expresar algunas ideas que sirvan de conclusión, como es que las dos ciencias sí tienen puntos en común que permiten el que una utilice a la otra.

Una primera coincidencia es que las dos ciencias tienen una base deductiva en la creación de conocimientos, éste permite que la matemática sea utilizada con ventaja en la economía. Aunque, la diferencia sustancial es que las verdades obtenidas por la primera no necesitan de la comprobación empírica para ser aceptadas, en cambio, la economía es una ciencia que tiene como condición indispensable el que sus elementos conceptuales se refieran al acontecer de la realidad concreta. La matemática es una ciencia formal, la economía es una ciencia empírica.

La formalidad de la matemática no impide que los elementos que estudia no estén referidos o sean aplicables en la realidad, muchas actividades que realiza el hombre permiten que

Los conocimientos matemáticos sean aplicados a la vida práctica; el que los triángulos no existan como entes materiales no impide que el ser humano los aplique y se puedan medir alturas e distancias inaccesibles. Los mismos textos de matemáticas después de la exposición formal ejercitan con ejemplos aplicados a objetos concretos, como es la obtención de los volúmenes máximos que se pueden obtener con una hoja de cartón. Es decir, se da la exposición formal, se investigan las propiedades de los entes abstractos y después se busca la aplicación de ellos en ejemplos prácticos.

En la economía, en cambio, su esencia está determinada por la descripción de la realidad empírica. Los entes que estudia, las relaciones que se establecen y las conclusiones que se consiguen tienen en la realidad su objetivo. Sus verdades, para ser aceptadas cumplen con el doble requisito de ser producto de un proceso lógico y, además identificables e aplicables en la realidad.

Las coincidencias entre ambas ciencias se dan en aspectos como los siguientes: las dos tienen que ver con magnitudes y son producto de la capacidad deductiva del ser humano, y el aspecto formal de la deducción implica que la economía use a la matemática, es decir la primera utiliza a la segunda en un doble sentido; en el primero, la utiliza por su necesidad de trabajar con magnitudes; en el segundo, y de considerable importancia, la utiliza en su carácter de ciencia formal, de la que obtiene un procedimiento que le permite construir conclusiones sin error en las inferencias, siendo éste una invitación a formalizar a la ciencia económica.

Algunos aspectos de la economía no son abarcebables por medio de la matemática, aún cuando se relacionen con magnitud

des. Este, porque en el análisis de la realidad se establecen diferentes niveles de abstracción, y como lo ha dicho D. Noyola<sup>61</sup>, las matemáticas actuales no han logrado que se pueda resolver el pase de un nivel de abstracción a otro. Tal es el caso del problema de la transformación de los valores a precios. No obstante, se han intentado varias soluciones a dicho problema, ejemplos de ellos se pueden encontrar en P. Salama.<sup>62</sup> En otras palabras; aunque en dos niveles de abstracción diferentes se pueden manejar elementos cuantitativos, o representar relaciones en términos matemáticos, no se ha podido establecer, por medio de esta ciencia, la vinculación que sea satisfactoria.

Lo anterior representa una limitación en el uso de la matemática. En el marco de los cambios cualitativos que están en la esencia de los fenómenos económicos, "se ponen en evidencia las limitaciones para el uso de la matemática. Las matemáticas no admiten representación de los procesos dialécticos que caracterizan a los cambios de cantidad de un fenómeno".<sup>63</sup>

Ahora, si bien existen limitaciones, la matemática es una herramienta útil en la descripción de la realidad económica, y su utilización depende del conocimiento que se tenga de ella, además del conocimiento de las situaciones en que se puede emplear. Mientras mejor se conozca un instrumento, mejor será su utilización y redundará en beneficios para la tarea científica.

Como una conclusión importante está el hecho de que al crear teoría se debe tener cuidado en la incorporación de los elementos y las relaciones que se utilizan, ya que en

61. D. Noyola. "Estadística, Matemática y Economía: reflexiones teórico-metodológicas" Mimeo. CIDE. México. 1983.

62. P. Salama. Sobre el valor. Edit. ERA. México, 1978.

63. D. Noyola. Op. Cit. Pag. 34.

un proceso deductivo las conclusiones son válidas para los elementos y las relaciones que se utilizan; los elementos de análisis deben reflejar el suceso real, no deben ser abstracciones desligadas del suceso concreto, en la medida que las proposiciones se hagan sobre lo que realmente sucede, en esa medida las conclusiones tendrán una mejor aplicación.

## 2. Recomendaciones.

Las recomendaciones son básicamente en el sentido de la enseñanza de las dos ciencias.

La enseñanza de las disciplinas de la matemática debe incluir temas como el del método que las caracteriza; no sólo se debe recurrir a la exposición de temas característicos (álgebra, cálculo, etc.) La enseñanza del método sirve resaltar la característica y el modo de funcionamiento de esta ciencia. Por otro lado, es conveniente acudir a mecanismos que permitan el trabajo abstracto que la matemática requiere, los ejemplos concretos ayudan, pero, la esencia está en el trabajo abstracto.

Por el lado de la enseñanza de la teoría económica, lo recomendable es que, cuando se utilice la herramienta matemática, se haga observar su utilidad y sus limitaciones, no utilizarlas como un lenguaje natural, sino justificar su uso.

Aunque, tal vez, lo anterior en conjunto sea materia de un curso de metodología, en el que se puedan tratar conjuntamente las características de las dos ciencias y sus propiedades en común; éste en la construcción de un sistema teórico que represente a la realidad económica.

En la aplicación al trabajo, la recomendación es obvia: no utilizar una herramienta si se desconocen sus propiedades, ya que los resultados pueden causar problemas de interpretación al analizar una situación determinada.

BIBLIOGRAFIA

- Allais, M. "La economía como ciencia" en Metodología y crítica económica. Recopilación por C. Dagun. Lecturas 26 del F.C.E. México. 1978.
- Balder, A. Aritmética (teórico-práctica). Edit. Cultural Centreamericana S.A. Guatemala, 1970.
- Brugger, W. Diccionario de filosofía. Edit. Herder. Barcelona. 1978.
- Bunge, M. La ciencia su método y su filosofía. Edit. SigloXX. Buenos Aires. 1979.
- CEMPAE. Expresión y comunicación.
- Chiang, A.C. Métodos fundamentales de la economía matemática. Edit. Amorrortu. Buenos Aires. 1967.
- Dagun, C y McBee, E. Introducción a la econometría. Edit. Siglo XXI. México, 1980.
- Diccionario Enciclopédico Quillet. 3a. edición. Vol.VI. Edit. Cumbre. México.
- Diccionario Porrúa de la Lengua Española. Edit. Porrúa. 4a. edición. México, 1972.
- Diccionario Rioduero de Matemáticas. Edit. Rioduero. Madrid, 1977.
- Diccionario Léxico-hispano. W.M. Jackson Inc. México, 1978.
- Dobb, M. Introducción a la economía. F.C.E. México, 1973.
- Ferguson, C.E. Teoría microeconómica. F.C.E. México, 1973.
- Fregese, A. Introducción al lenguaje de la matemática. CEMPAE. México, 1972.
- Los elementos del lenguaje de la matemática. Edit. Trillas. México, 1977.
- Garegnani, P. Notas sobre consumo, inversión y demanda efectiva. Mimeo. CIDE, México, 1977.
- Las teorías de la productividad marginal. Mimeo. CIDE. México, 1976.
- Haaser, N.B. Análisis matemático. Edit. Trillas. México, 1974.
- Heilbrener, R.L. The economic Problem. Prentice Hall. E.E. U.U.
- Hicks, J.R. Valor y capital. F.C.E. Bogota. 1976.
- Keynes, J.M. Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero. F.C.E. México. 1971.
- Lange, O. Economía Política F.C.E. México, 1978.
- Introducción a la econometría. F.C.E. México. 1978.
- McKenna, J.P. Análisis macroeconómico. Edit. Interamericana. - México. 1973.
- Nerici, I.G. Hacia una didáctica general dinámica. Edit. Kapelusz. Buenos Aires, 1973.

- Neyela, D. Estadística, matemática y economía: Reflexiones teórico-metodológicas. Mimeo. CIDE. 1983.
- Robinson, J y Eatwell, J. Introducción a la economía moderna. F.C.E. Madrid. 1976.
- Russell, B. Los principios de la matemática. Edit. Espasa-Calpe. Madrid. 1967.
- Samuelsen, P. Curso de economía moderna. Edit. Aguilar. Madrid. 1971.
- Sandoval y Pro, M.E. Evaluación de matemáticas en el 4o. grado de educación primaria. Tesis de la U.P.N. México. 1982.
- Seldon, A y Pennance, F.G. Diccionario de economía. Edit. OIKOS. Barcelona. 1980.
- Silva Herzog, J. Historia del pensamiento económico-social de la antigüedad al siglo XVI. F.C.E. México. 1972.
- Strunk, D.J. Historia concisa de las matemáticas. I.P.N. México. 1980.
- Wentworth, J y Smith, D.E. Geometría plana y del espacio. GINN y CIA. Editores. E.E.U.U. 1915.
- Zurawicki, S. Problemas metodológicos de las ciencias económicas. Edit. Nuestro Tiempo. México. 1972.

INDICE GENERAL

Prelogo.....	1
I. Reflexiones epistemológicas.....	4
1. Conocimiento científico y realidad (5).	
2. Ciencia: su campo de acción, su objeto y su método de estudio (7)	
II. La economía como ciencia y el papel de la teoría económica.....	15
1. Campo y objeto de estudio (16).	
2. El método de estudio de la economía (19).	
3. El papel de la teoría económica (22).	
III. La matemática como ciencia.....	27
1. Definiciones (28).	
2. El objeto de estudio (29).	
3. El método de la matemática (31).	
4. La matemática y la realidad concreta: una aproximación (42).	
IV. La matemática como medio de expresión de la teoría económica.....	45
1. Introducción (46).	
2. Expresión. (significado) (47).	
3. La cuantificación de las categorías económicas (50).	
4. Relaciones entre variables económicas (51).	
5. La expresión matemática de la teoría económica (52).	
6. Modelos económicos y su expresión matemática (55)	
7. Gráficas (59).	
V. La matemática como medio de desarrollo de la teoría económica.....	63
1. Introducción (64)	
2. Significado del término desarrollo (64)	
3. La matemática como un auxiliar en la deducción de la teoría económica (65).	
4. La matemática como elemento de crítica a los postulados de la teoría (70).	
5. La matemática en la creación de elementos conceptuales de la teoría económica (77)	
6. La matemática y la comprobación estadística de los resultados de la teoría (80).	
VI. Conclusiones y recomendaciones.....	82
1. Conclusiones (83).	

2. Recomendaciones (86).

VII. Bibliografía..... 87

FE DE ERRATAS

<u>Página</u>	<u>Reemplazo</u>	<u>Dice</u>	<u>Debe decir</u>
2	26	untrabajo	un trabajo
2	27	ei él	en él
7	4	hapermitido	ha permitido
16	6	deriva Gikos	deriva de Gikos
20	9	realidada	realidad
32	30	acptan	aceptan
34	17	podrís	podría
39	15	ningún número	ningún número racional
46	8	pos dos	por dos
49	11	ptro	otro
53	11	conesa	con esa
52	25	toarm	tomar
54	15	ingrso	ingreso
57	15	considerrse	considerarse
68	23	acptan	aceptan
76	3	asimicmo	así mismo
83	26	acptadas	aceptadas
86	13	sirve resaltar	sirve para resaltar
86	25	carcterísticas	características