

**Universidad Nacional Autónoma de México**

---

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**ESFUERZOS Y FLEXIBILIDAD  
EN TUBERIAS**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA  
P R E S E N T A:**

**Moises      Sánchez      García**

**MEXICO, D. F.**

**1983**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A LA MEMORIA DE MI PADRE  
SR. MOISES SANCHEZ MENDOZA  
( Q. E. P. D.)

A MI MADRE Y A MIS  
HERMANOS.

A MI ESPOSA E HIJAS  
POR SER UN ESTIMULO  
A MI DESARROLLO PROFESIONAL

A MI DIRECTOR DE TESIS  
D. EN I. ALEJANDRO F. ROMERO L.

# "ESFUERZOS Y FLEXIBILIDAD EN TUBERIAS"

## INDICE

### CAPITULO I

#### INTRODUCCION

PAGINA  
1

### CAPITULO II

2.1	ANALISIS DE ESFUERZOS Y FLEXIBILIDAD .	6
2.1.1	Efecto por Temperatura y Presión.	6
2.1.2	Efecto por Tamaño, Material y Cédula de la Tubería	11
2.1.3	Efecto por Anclaje, Guías y Apoyos.	13
2.1.4	Efecto por los Soportes.	22
2.1.5	Efecto por Accesorios y Configuración.	
2.1.6	Efecto por Cargas Sostenidas.	31
2.1.7	Efectos Sísmicos.	32
2.1.8	Efecto del Viento.	35
2.1.9	Efecto del Golpe de Ariete.	36
2.2	MOMENTOS Y REACCIONES OCASIONADOS POR - CARGAS SOSTENIDAS.	37
2.2.1	Momentos, Fuerzas y Reacciones.	42
2.2.2	Esfuerzos .	44
2.2.3	Esfuerzo Flexionante.	44
2.2.4	Esfuerzo Torsionante.	47
2.2.5	Esfuerzo Combinado.	48

## INDICE

PAGINA

2.2.6	Esfuerzo del Material Debido a la Presión Interna.	50
3.1	METODOS SIMPLIFICADOS PARA ANALISIS DE FLEXIBILIDAD.	52
3.2	PRIMER METODO DE ANALISIS DE FLEXIBILIDAD.	54
3.3	SEGUNDO METODO PARA ANALISIS DE FLEXIBILIDAD UTILIZANDO TABLAS.	67
3.4	METODO DEL CENTRO ELASTICO.	83

## CAPITULO IV

4.1	APLICACION DEL METODO DE CENTRO ELASTICO A UNA LINEA DE EXTRACCION DE VAPOR.	101
4.2	DETERMINACION DE LAS CONSTANTES.	102
4.3	DETERMINACION DE LOS MOMENTOS DE INERCIA, PRODUCTOS DE INERCIA Y CENTROIDES.	105
4.4	USO DEL PROGRAMA DE COMPUTADOR A UN SISTEMA DE AGUA DE ALIMENTACION.	121

## CAPITULO V

5.1	CONCLUSIONES.	128
	BIBLIOGRAFIA.	132

## INTRODUCCION.

Uno de los principales problemas que se presenta en los proyectos de plantas industriales, es el proporcionar diseños racionales de sistemas de tuberías con un comportamiento estructural satisfactorio bajo condiciones impuestas por el proceso.

En términos generales se puede decir que, la mayor parte de los equipos que se encuentran en el proceso de una planta ya sea de refinación ó petroquímica, plantas generadoras de vapor, plantas nucleares, etc., son susceptibles de presentar problemas de interconexión por efecto de temperaturas extremas, sin embargo la mayor parte de estos problemas se resuelven proporcionando un diseño del sistema de tuberías suficientemente flexible para no imponer elementos mecánicos inaceptables sobre las boquillas de los equipos o inducir rangos de esfuerzos excesivos en la tubería. Sin embargo existen casos donde el espacio es limitado y por tal motivo la configuración de la tubería es muy directa, resultando conveniente la utilización de juntas de expansión para absorber la expansión ó contracción térmica que se presenta en la operación de un sistema determinado.

Los sistemas de tuberías se pueden clasificar en rígido, se=

mirígidos y flexible, de acuerdo a esta clasificación, el sistema que presenta mayores problemas en el diseño, desde el punto de vista de efectos (reacciones y esfuerzos) sobre los equipos interconectados es el rígido, por lo que al proporcionar un diseño suficientemente flexible hace que estos efectos no rebasen los límites permisibles, tanto en las boquillas de los equipos como en la misma tubería, por otra parte un diseño con flexibilidad en exceso puede además de ser anti-económico no satisfacer los requerimientos para llevar a cabo el proceso, es por esta razón que generalmente en líneas con condiciones severas requieren de un análisis de flexibilidad.

Sin embargo, se puede notar que la componente fundamental que contribuye a la flexibilidad de un sistema de tuberías, es el codo ya sea de  $90^\circ$  ó  $45^\circ$ .

Se puede notar que los codos además de poseer mayor flexibilidad que un tramo recto equivalente, de tubería, son elementos sensibles del sistema en los que se presentan los esfuerzos mayores.

Lo anterior hace ver la importancia que tiene un sistema de tuberías en una planta de proceso, que no sería posible su realización sin tomar en cuenta la utilización del sistema de tuberías ya que es el equipo más importante y necesario en la planta, por esta razón el diseño de estos sistemas ha ido adquiriendo cada vez mayor importan

cia principalmente porque se requieren mayores temperaturas y presiones, esto ha hecho que se utilicen equipos y tuberías con mayor capacidad y al mismo tiempo un estudio bastante riguroso referente al diseño de tuberías conocido como "Análisis de Esfuerzos y Flexibilidad en Tuberías" cuyo objetivo consiste en el análisis de la ruta ó trazo de la tubería de tal manera que los esfuerzos obtenidos no sean excesivos en la pared del tubo, ni reacciones muy grandes sobre los equipos que interconecta, es decir que se tenga una flexibilidad adecuada.

En virtud de que el diseño satisfactorio de un sistema de tubería involucra el cumplimiento simultáneo de distintas restricciones, tanto de proceso, como de operación, es necesario tener un conocimiento completo de los factores que intervienen en la determinación de los momentos, fuerzas y esfuerzos que aparecen en un sistema de tuberías, por ejemplo, es importante hacer notar que el espesor de la tubería no tiene un efecto significativo en los esfuerzos de flexión debidos a la expansión, pero sí afecta las fuerzas y momentos en proporción directa.

Si en el análisis de esfuerzos se encuentra que la ruta es inadecuada por los resultados obtenidos, los cuales exceden a los permisibles, o que las reacciones sobre los equipos sean mayores a los recomendados por el fabricante, la ruta se modifica ó dado el caso,



hacer cambios de dirección a base de codos, ondas de expansión, -- etc., tratando de poner la mayor parte de la tubería en torsión y flexión, evitando esfuerzos directos de tensión y compresión.

En todo análisis de flexibilidad para tuberías críticas, es necesario conocer algunas propiedades físicas del material, tales como coeficiente de expansión, módulo de elasticidad, relación de Poisson y esfuerzo permisible en la tubería.

Es necesario evaluar las restricciones en los extremos, aunque en general, en la práctica se considera empotramientos, esto se debe a falta de datos por parte del fabricante del equipo, muchas veces los desplazamientos se calculan con ciertas aproximación ya que no es igual estar restringido en los tres ejes que tener cierto movimiento por tal motivo es necesario considerar las expansiones o movimientos en el análisis.

Es preciso determinar en el trayecto de la ruta, la distancia en que se colocarán los soportes o puntos de interés, indicar en cada tramo, el tipo de soporte que se requiere ya sea anclaje, guía en cualquier dirección, restricción en el eje vertical y resorte los cuales son indispensables y por lo tanto deben incluirse.

Deberá seleccionarse un método de análisis, de acuerdo a la importancia del sistema en estudio, éste puede ser analítico, grá-

fico, por computadora, mediante ensayo de modelos, etc.

El problema básico es determinar los efectos que produce la temperatura en un sistema de tuberías, sin involucrar el uso de teorías demasiado complejas, sin embargo, aun en los casos más simples, es necesario efectuar una cantidad muy considerable de operaciones aritméticas, además de tener en cuenta el orden secuencial en que deben llevarse a cabo.

Existen métodos de análisis de flexibilidad los cuales se hacen analíticamente, estos adolecen de ciertos defectos, en primer lugar se vuelven tan inmanejables en problemas complejos, esto es por la cantidad de tablas que hay que llenar, que a fin de cuentas se pierde el contacto físico con el problema y no se tiene una forma sencilla de verificar los cálculos.

Debido a las consideraciones anteriores, al decidir sobre el método de análisis a utilizar, es obvio inclinarse hacia un programa de computadora que se ajuste a diversas necesidades de trabajo.

## CAPITULO II

### 2.1 ANALISIS DE ESFUERZOS Y FLEXIBILIDAD

Existe una etapa bastante importante del proceso de diseño de tubería conocida genericamente como "Análisis de Esfuerzos" que en rigor debería llamarse "Análisis de Flexibilidad".

En general un sistema flexible depende de la razón de la longitud de desarrollo a la distancia en línea recta entre los puntos conectados, sin embargo se puede notar que la componente fundamental que contribuye a la flexibilidad de un sistema es el codo.

Para el estudio de flexibilidad, es conveniente tomar en cuenta los factores que actúan directamente sobre la flexibilidad de un sistema de tubería.

#### 2.1.1 Efecto De La Temperatura Sobre La Flexibilidad

Todo material sujeto a un aumento de temperatura, crece en razón directa con la temperatura, dicho crecimiento es medido por el coeficiente de expansión "  $\alpha$  ", esto se puede comprobar para diferentes materiales, al mantener constante la temperatura, como muestra la siguiente tabla:

MATERIAL	"e", cm/m, a 260°C
Bronce	0.45
Aluminio	0.60
Acero al carbón Austenítico	0.42
Acero al carbón	0.30

Como se puede ver de la tabla anterior, el coeficiente de ex pansi3n para el aluminio es dos veces m1s que para el acero al carb3n.

La resistencia a la flexi3n del material de la tuber1a tambi3n se ve afectada al aumentar la temperatura, esta resistencia se mide por el m3dulo de elasticidad "E", el cual al variar la temperatura y conservando el mismo material, se tiene :

$$\text{"E" para acero al carb3n a } 21 \text{ }^\circ\text{C} = 192.3 \times 10^6 \text{ kPa}$$

$$\text{"E" para acero al carb3n a } 258 \text{ }^\circ\text{C} = 182.14 \times 10^6 \text{ kPa.}$$

3 cambiando el material conservando la temperatura constante :

"E" para acero al carbón a  $149^{\circ}\text{C}$  =  $188.9 \times 10^6$  kPa.

"E" para cobre a  $149^{\circ}\text{C}$  =  $111.7 \times 10^6$  kPa.

Tanto el coeficiente de expansión, como el módulo de elasticidad son indispensables para el cálculo de las fuerzas y esfuerzos en las tuberías ya que intervienen directamente en las fórmulas:

$$S = E.e . \Delta t$$

$$F = S.A m$$

donde :

E = Módulo de elasticidad del material de la tubería

S = Esfuerzo en kPa.

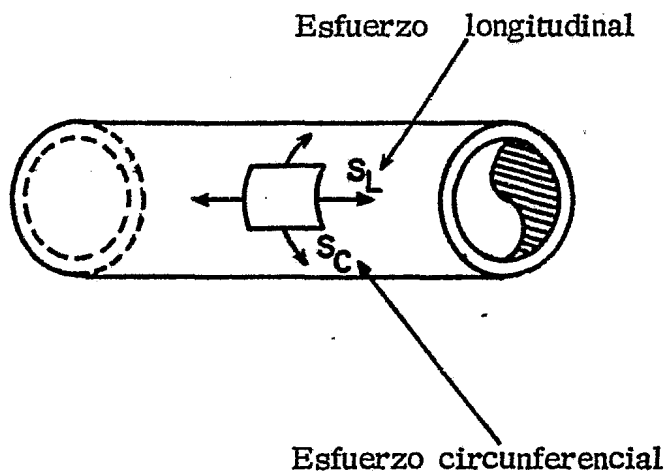
e = Coeficiente de expansión lineal en cm/m.

$A_m$  = Area de la sección transversal de la tubería, en  $\text{cm}^2$ .

Esfuerzos producidos por presión.

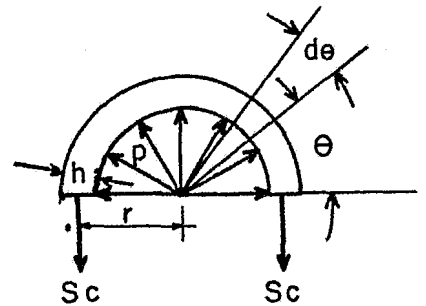
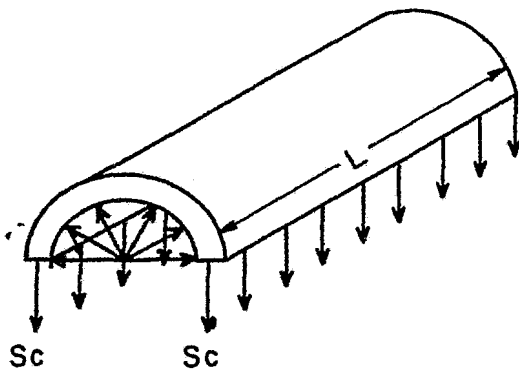
La presión interna en la tubería ocasiona esfuerzos longitudinales y circunferenciales, los cuales se determinan haciendo un corte longitudinal y perpendicular al eje del cilindro, de -

tal manera que con el diagrama de cuerpo libre de cada corte, se llega al resultado, igualando a cero la suma de fuerzas verticales y horizontales.



Determinación del esfuerzo circunferencial.

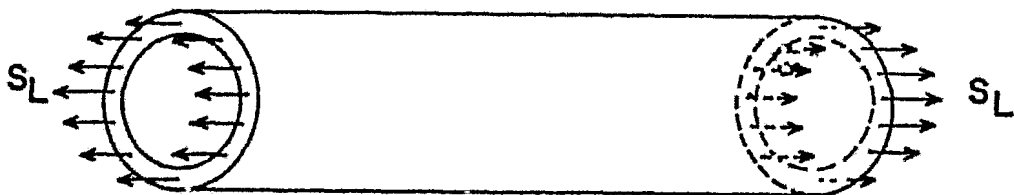
Igualando la fuerza resultante debida a la presión interna, a la fuerza de resistencia en el área de la sección longitudinal del tubo.



$$\sum F_v = -2 S_c h L + \int_0^{\pi} P r (d\theta) \sin \theta L = 0$$

$$\text{Integrando } 2 S_c h L = P r L \left[ \cos \theta \right]_0^{\pi} \quad \text{ó} \quad S_c = \frac{P r}{h} \quad (1)$$

Para la determinación del esfuerzo longitudinal, si se selecciona un tramo de tubería y se hace el diagrama de cuerpo libre, la suma de fuerzas del fluido contra el extremo del elemento de tubería, debe ser igual a la fuerza resistiva de la sección transversal del elemento, por lo tanto



$$\sum F_h = -P \pi r^2 + 2 \pi r h S_L = 0$$

$$S_L = \frac{P r}{2 h} = \frac{P(OD)}{4 h} \quad (2)$$

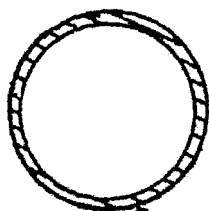
Como se puede ver, el esfuerzo longitudinal es la mitad del esfuerzo circunferencial porque se concluye que una tubería siempre fallará circunferencialmente.

$$S_c = 2 S_L \text{ - - - - - ( 3 )}$$

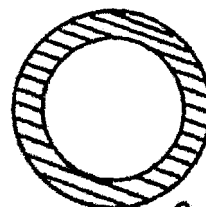
### 2.1.2 Efecto Del Tamaño y Cédula Sobre la Flexibilidad

Por los conocimientos obtenidos al estudiar resistencia de materiales, se sabe que la capacidad de resistencia a la flexión de una tubería, se basa en el tamaño y cédula puesto que el momento de inercia depende de la disposición del material con respecto a los ejes de referencia.

Considerando dos tuberías del mismo diámetro pero de cédula diferente, el momento de inercia será mayor para aquella tubería con mayor cantidad de material respecto al eje de referencia.



Am = 77 cm.<sup>2</sup>  
 Diámetro = 25.4 cm.  
 Cédula = 40  
 I<sub>p</sub> = 6 693 cm<sup>4</sup>



Am = 104 cm.<sup>2</sup>  
 Diámetro = 25.4 cm.  
 Cédula = XS  
 I<sub>p</sub> = 8 824 cm<sup>4</sup>



La rigidez a la flexión aumenta o disminuye en relación directa con el momento de inercia, puesto que el producto de  $E \times I_p$  es igual a la medida de la rigidez ó rigidez flexional de una sección y además en dicha ecuación se toma en cuenta el material, temperatura y área.

Módulo de Sección.

De la fórmula  $Z = \frac{I_p}{c}$  donde

$I_p$  = Momento de inercia,  $\text{cm}^4$

$C$  = Distancia del eje de referencia a la fibra más alejada, cm

$Z$  = Módulo de Sección.

Respecto a la fórmula arriba indicada, el módulo de sección está directamente relacionado con el momento de inercia e, inversamente a la distancia del punto más alejado del eje de referencia.

De lo expuesto anteriormente, se puede decir que :

a).- El momento de inercia depende directamente de la forma en que se coloque la sección transversal respecto

al eje de referencia no importando la clase de material.

- b).- Como el momento de inercia, así como el módulo de sección es una función de la distribución del material con respecto a un eje y como la tubería es simétrica con respecto a cualquier, siempre y cuando los ejes pasen por el centro de la tubería, por lo tanto solamente se tendrá un momento de inercia y un módulo de sección.

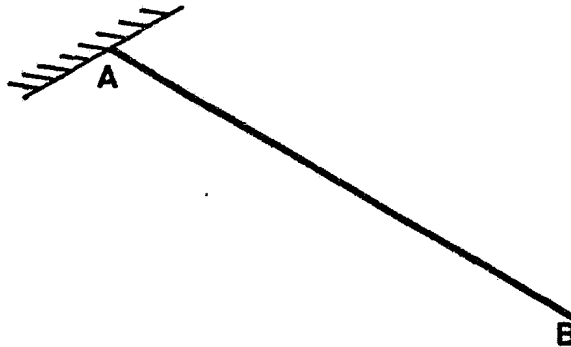
Efecto del material de la tubería sobre la flexibilidad.

Como se indicó en el inciso 2.1. la variaciones de temperatura, los diferentes materiales tienen diferente coeficiente de expansión y diferente módulo de elasticidad y por consiguiente induciría diferentes esfuerzos, fuerzas y reacciones.

### 2.1.3 Efecto De Los Anclajes, Guías y Apoyos Sobre La Flexibilidad

- a).- Un anclaje es un aditamento que proporciona fijación total, es decir que no permite ni giros ni desplazamientos, por ende aparecerán tres fuerzas y tres momentos, por lo tanto si una tubería se ancla en un solo extremo dejando libre el otro, las fuerzas y mo

mentos, serán cero.



- b).- En cambio si ahora se ancla en los dos extremos de la tubería, se obtendrán los esfuerzos y fuerzas, aplicando la siguiente fórmula:

$$S = E \cdot e$$

donde  $e$  = Coeficiente de expansión térmica en cm/m.

$E$  = Módulo de elasticidad en kPa.

$S$  = Esfuerzo en kPa.

y como  $S = \frac{F}{Am}$

donde  $F$  = Fuerza en Newton.

$$\begin{aligned}
 A_m &= \text{Area del metal en cm}^2 \\
 &= \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)
 \end{aligned}$$

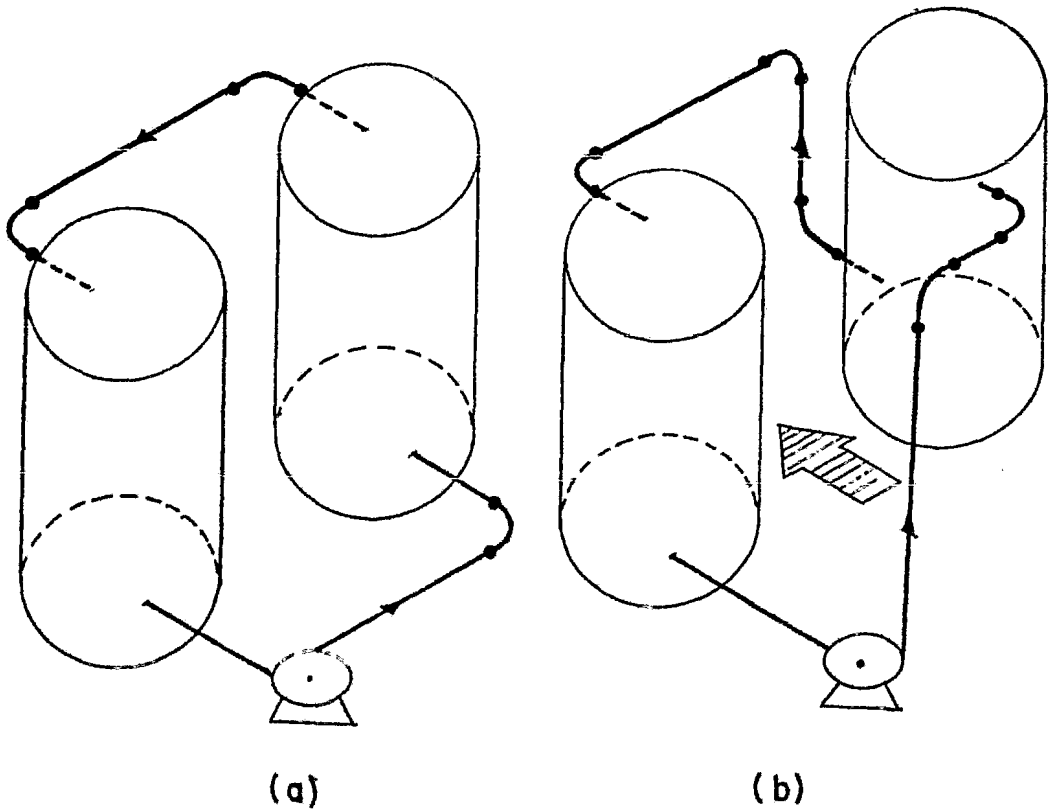
por lo tanto :

$$F = S \cdot A_m$$

- c).- Ya aplicado a un problema real y utilizando las fórmulas anteriores, se tiene que las fuerzas y esfuerzos en los anclajes son bastantes grandes.

Esto sucede cuando se desea conectar tanques o recipientes conteniendo el mismo líquido a una cierta presión y temperatura, sin embargo cuando el líquido es agua ó cualquier otro que se encuentre a la temperatura ambiente y a la presión atmosférica, lo más conveniente es tomar la distancia más corta entre dos puntos y hacer la conexión, no sucediendo lo mismo cuando el líquido está a una temperatura arriba de la del ambiente, por lo que debe hacerse flexible, con ciertos cambios en la conexión, como se muestra a continuación, que aliviaría los esfuerzos en las boquillas de los recipientes conectados.

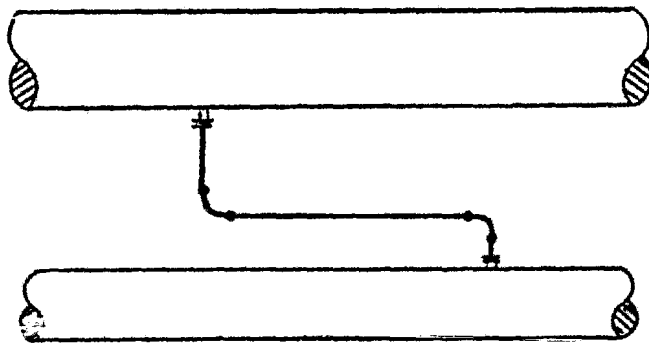
d).- Otro de los problemas que se presentan en las plantas de proceso, es cuando se desea circular un líquido de un tanque a otro por medio de una bomba, por lo que al hacer la conexión, se debe tener cuidado de que sea de cierta manera flexible puesto que la rigidez ocasionaría esfuerzos, tanto en la bomba como en los tanques, por lo tanto el arreglo flexible además de aliviar los esfuerzos en las boquillas, permite el acceso entre los equipos, indicado por la flecha gruesa, en la segunda figura.



- e).- Anteriormente se comentó los arreglos que se requieren en conexiones de tanques, pero también existen casos donde se desea conectar dos cabezales por medio de una tubería de menor diámetro.

Este caso puede ser semejante a la tubería anclada en sus extremos, como se dijo anteriormente, siempre y cuando la temperatura del líquido por conducir sea elevada, por lo tanto la manera más conveniente de disminuir los esfuerzos es aumentando la longitud de la tubería, haciéndola más flexible como se muestra en la segunda figura.

RIGIDO



FLEXIBLE

f).- Efecto de las guías sobre la flexibilidad.

Cuando se habla de guía, en general se piensa en un dispositivo tal que evita giros alrededor de uno o más ejes. Particularmente se ha hecho costumbre considerar la guía como un dispositivo que permite desplazamientos a lo largo del eje longitudinal de la tubería, restringiendo los desplazamientos en las dos direcciones restantes. La restricción de giros dependerá de la dimensión de la guía a lo largo del eje longitudinal de la tubería, ya que podrá o no formarse un par al momento.

En la práctica se requiere muchas veces el uso de guías, principalmente en curvas en U que en proceso, son muy utilizados ya que hacen las veces de una junta de expansión, por lo tanto al hacer uso de estas curvas, es indispensable colocar guías de tal modo que permitan movimientos solamente sobre su eje, pero también el uso de demasiadas en lugares no requeridas, puede traer como consecuencia, que la tubería se sobreesfuerce, por ese motivo, la selección del número de guías en una ruta de tubería donde existan curvas en U es necesario hacer un

estudio detallado.

Si se consideran tres rutas en U todas iguales y empotradas en sus extremos, una sin guías, otra con dos guías y la última con tres guías, se puede demostrar que la que tenga mayor número de guías será la que ocasione en la tubería un esfuerzo mayor y una fuerza mayor en el anclaje, en cambio si no existen guías, los esfuerzos y fuerzas serán menores.

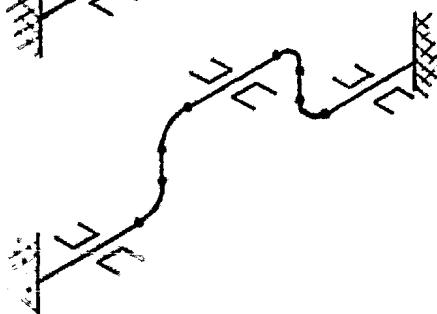
Sin guías



Con dos guías

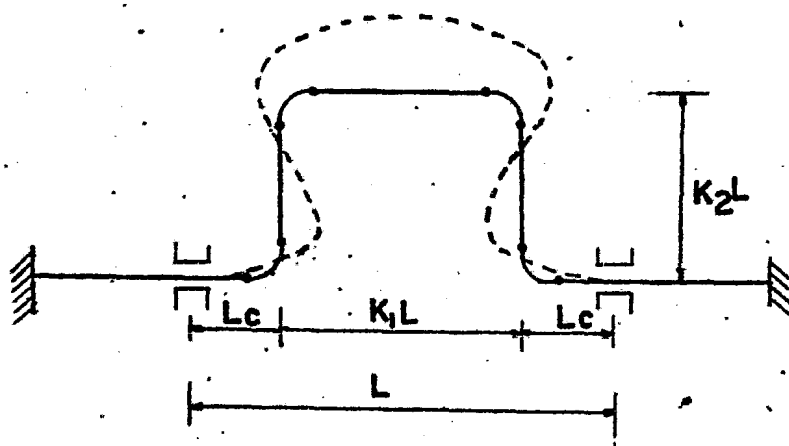


con tres guías





Para la determinación de los esfuerzos y fuerzas en la tubería y en los puntos de anclaje, se puede hacer analíticamente o por medio de gráficas de la pag. 350 y 351 de la referencia ( 1 2 )



g).- Efectos de los Apoyos.

Existen diferentes tipos de apoyos, que deberán hacerse en combinación con el Analista de Esfuerzos con objeto que los tomen en consideración en el análisis.

Un apoyo direccional se entiende como tal, un dispositivo que permita giros, pero evita desplazamiento lineal en el sentido que se requiera en el análisis. Si el desplazamiento se evita a lo largo del mismo

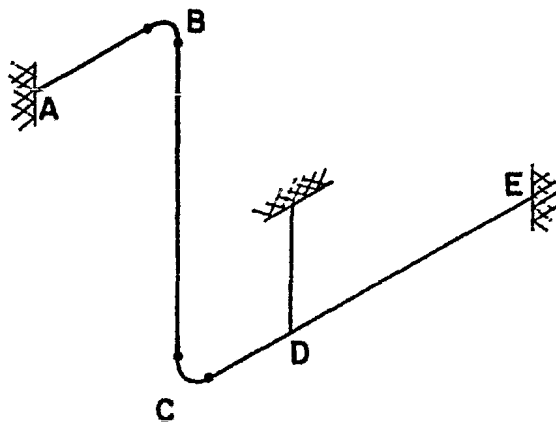
eje pero en las dos direcciones si, ésto quiere decir entonces que se refierè a un apoyo Direccional - Doble.

Se podría hablar también, aunque es poco usual, de un Apoyo Direccional en dos Direcciones, el cual evita desplazamientos a lo largo de cada uno de los ejes, permitiendo movimiento en la dirección normal al plano formado por ellos.

Existe el apoyo direccional parcial, siendo este dispositivo, similar al anterior, que limitará los desplazamientos a una cierta cantidad deseada, que fijará el ingeniero analista de acuerdo a su criterio y experiencia, dependiendo de las condiciones finales y apoyo que se quiera lograr. También existen aunque de uso no muy a menudo, el Apoyo Direccional Parcial Doble ( restricción parcial en ambos sentidos de una misma dirección ) y Apoyo Direccional Parcial en dos ejes ( restricción parcial en dos direcciones ).

#### 2.1.4 Efecto De Los Soportes Sobre La Flexibilidad

Cuando en un sistema de tuberías se encuentra una ruta en forma de Z ó L y que se desea soportar, de tal manera que los extremos se encuentren anclados a cierta distancia, de manera que sea flexible o que absorba los desplazamientos. Però muchas veces se requiere soportar la tubería en puntos intermedios por lo que deberá seleccionar el tipo de soporte, para mejor entendimiento de este problema se tomará como ejemplo la forma Z , siempre con una pierna ( AB ) menor que la ( CE ).



Si se supone en el punto " D " un soporte colgante, se entiende por soporte colgante, que la tubería queda suspendida por medio de una barra que en general solamente esta trabajando a tensión y que la restricción será solo en el sentido hacia

abajo, asociado a la dirección vertical.

El diseño de la barra es el de un elemento a tensión. Las barras pueden ser roscadas en sus extremos o roscadas en un extremo y en el otro con una argolla soldada.

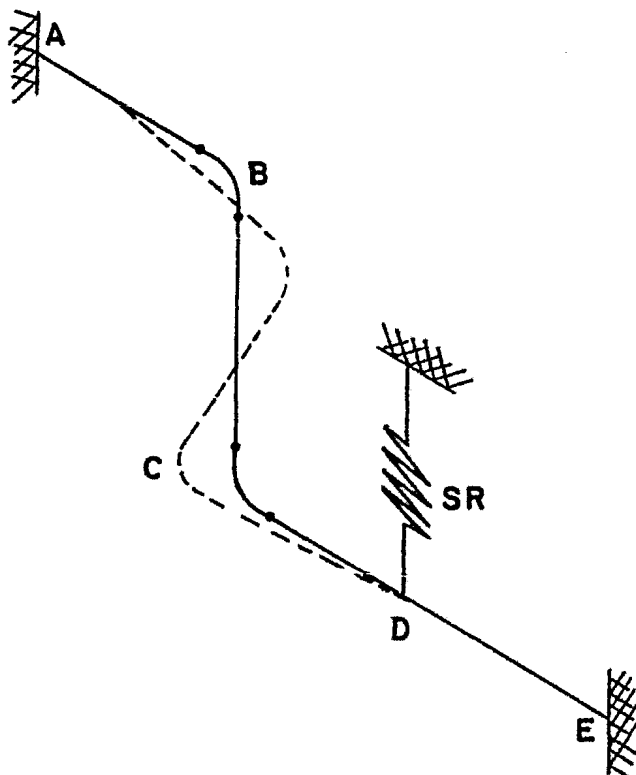
El soporte colgante tiene efecto sobre la línea CE de acortar la distancia y como esta distancia se ha seleccionado de forma que absorba la expansión de la línea BC, al colocar en el punto "D" un soporte rígido, solamente se tendría la distancia CD para absorber dicha expansión y como se muestra en la figura  $CE \triangleright CD$ ,

CD no es una longitud suficiente para absorber la expansión de BC y por lo tanto la tubería estará sobre esforzada.

Si ahora se supone un soporte de resorte en el punto "D", siendo el resorte uno de los dispositivos de uso más común en plantas de proceso, el cual además de soportar cargas verticales, permite la deformación que por efectos térmicos experimenta el sistema de tubería. Se entiende entonces que la capacidad para tomar carga aceptando deformaciones, anula la posibilidad de imponer cualquier restricción a la tubería, que modifique su flexibilidad y por consiguiente altere tanto los esfuerzos en ella misma, como los efectos impuestos so-

bre el equipo interconectado.

Por lo que la selección de un soporte de resorte variable o constante en el punto "D" permite que el tramo de tubería CE tenga la libertad de moverse hacia abajo, como resultado de la expansión térmica de la línea BC, sin provocar ningún sobre esfuerzo en la línea y sin interferir en la flexibilidad del contorno.



El diseño del resorte básicamente consiste en seleccionar un soporte, que tenga la capacidad del peso calculado y que el desplazamiento de la tubería en el punto donde sea colocado,

esté dentro del rango de dicho resorte.

Existen resortes de carga variable y de carga constante.

Los primeros se utilizan cuando los desplazamientos son hasta de 5.08cm. ( 2" ) y los segundos para desplazamientos superiores a dos pulgadas.

Hay diferentes tipos de resortes que se pueden adaptar, prácticamente a cualquier necesidad.

Para seleccionar la clase, tipo, tamaño, etc., pueden seguirse las recomendaciones indicadas por los fabricantes en sus catálogos.

#### 2.1.5 Efecto de los Codos sobre la Flexibilidad

Los codos de tuberías son barras curvas de sección transversal anular, que sometidos a un estado de cargas externas, tiene una respuesta compleja.

La teoría elemental de barras sometidas a flexión, que supone la distribución de esfuerzos reales en tubos curvos bajo cargas de flexión externa, por ejemplo el esfuerzo de flexión longitudinal en las fibras extremas esta relevado en cierta me

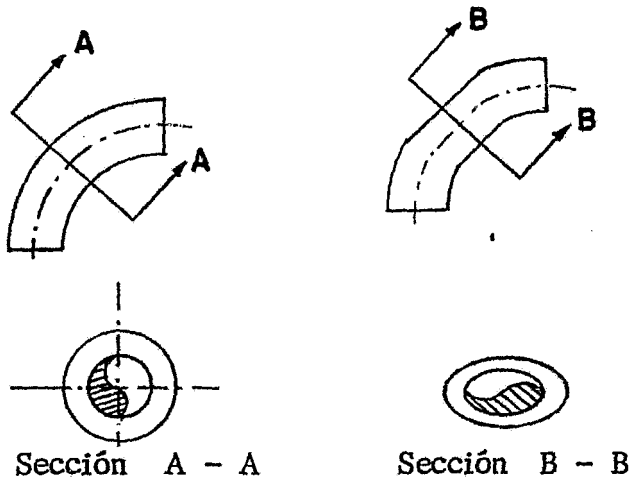
dida por la ovalización de la sección transversal, recorriéndose el esfuerzo máximo hacia el eje neutro.

Esta distribución de esfuerzos por flexión, disminuye el momento resistente a la flexión de la sección. La relación entre la deflexión incrementada por la ovalización y la predicha por la teoría convencional de vigas, es denominada "factor de flexibilidad".

También se generan esfuerzos circunferenciales altos.

La teoría para flexión pura indica que los esfuerzos máximos se presentan cerca del eje neutro de la tubería.

La relación de el esfuerzo máximo en el codo de tubería, al que podría existir en un tramo recto de tubería sujeto al mismo momento, se le denomina "factor de intensificación de esfuerzos".



Se puede notar de lo anterior que los codos además de poseer mayor flexibilidad que un tramo recto equivalente, son elementos sensibles del sistema en donde se presentarán los estados de esfuerzos mayores ( factor de intensificación de esfuerzos).

LA FLEXIBILIDAD ES AFECTADA POR LA CONFIGURACION DEL SISTEMA.

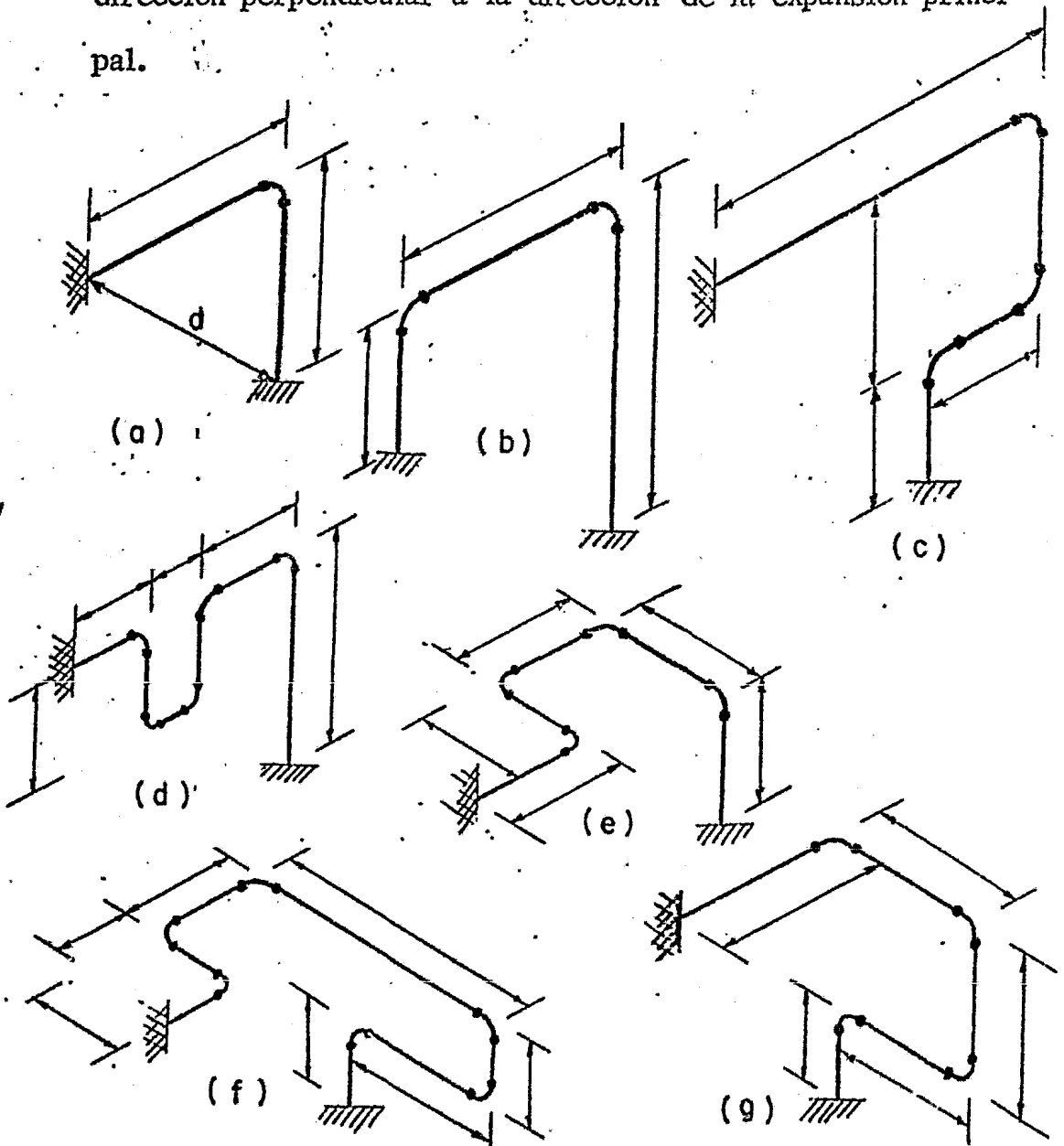
Un cambio en la configuración de la tubería, por medio del cual se incrementa la flexibilidad del sistema, usualmente es el mejor remedio para los altos esfuerzos.

Una revisión del dibujo y de los cálculos mostrará que parte de la tubería está el mayor esfuerzo y en que dirección está actuando la expansión principal.

Como regla general, debe tratarse de mejorar la flexibilidad del sistema proporcionando desviaciones a la tubería en una



dirección perpendicular a la dirección de la expansión principal.  
pal.



En las figuras anteriores, se muestran varios arreglos de una tubería, que conectan a dos equipos, conservando la misma distancia ( $d$ ) entre los puntos de anclaje.

El objeto de estos arreglos es para ilustrar las diferentes -- formas o maneras que puede trazarse una tubería, de tal modo que a través de éstos cambios de dirección, la expansión térmica, se reduzca en sus extremos.

Si se considera por ejemplo el arreglo ( a ) que tiene sus dos lados iguales, se puede demostrar que la tubería está sobre esforzada, utilizando la fórmula del método corto.

Las otras seis configuraciones son arreglos de alternativas que serán consideradas en la instalación, dependiendo del recorrido que se quiera y el espacio disponible. El espacio libre y obstrucciones en mayor parte, determinará finalmente cual de las curvas será seleccionada para el diseño.

Si se analizan por inspección para su flexibilidad cada uno de los recorridos, considerando que cada tubería es del mismo tamaño y que estan operando a las mismas condiciones de presión y temperaturas, la flexibilidad en orden, del menos rígido al más rígido, por su configuración son b, h, c, g, f, e y a.

La configuración ( b ) con la curva por encima, generalmente es usado donde existe espacios y claros libres de tal manera que la altura del miembro más alto de la curva sea ajustado

hasta una altura prácticamente adecuada para los requerimientos de la flexibilidad.

La configuración ( c ) es similar a la ( a ), excepto que en ( c ) ha sido agregada una curva en la parte vertical, este tipo de curvas son frecuentemente usadas, pero teniendo cuidado de la expansión de la tubería.

Los demás arreglos de tuberías en tres dimensiones son también alternativas donde ( f ) tiene una curva ( loop ) en la parte horizontal y ( g ) la tiene en la parte vertical.

La última figura ( f ) es una combinación de ( e ) y ( g ), y puede ser usado cuando se requiere que la flexibilidad sea mayor, pero para su selección, es indispensable de disponer de suficiente espacio.

En camas de tuberías de longitudes rectas, en donde existen línea con temperaturas elevadas, es necesario colocar curvas en U a determinadas distancias, dependiendo de los desplazamientos térmicos, estas curvas pueden ser horizontales o verticales, de acuerdo al espacio que se tenga.

### 2.1.6 Efecto Sobre la Flexibilidad por Carga Sostenida

- a). Siempre y cuando el sistema de tuberías esté adecuadamente soportado, los esfuerzos por carga sostenida, rara vez son de importancia. Sin embargo a temperaturas elevadas, el valor de  $S_A$  para el material puede ser muy bajo.

Si la presión interna es alta, la diferencia entre el valor  $S_A$  y el esfuerzo de presión longitudinal puede ser más bien pequeña, dejando sólo un estrecho margen para los esfuerzos de carga sostenida y los esfuerzos debidos a otras causas externas.

En tales casos, se debe prestar particular atención a la ubicación de los soportes para el sistema.

El análisis por carga sostenida, tiene por objeto evaluar las cargas debido al peso propio de la tubería, fluido, aislamiento y accesorios para así diseñar la soportería, conjuntamente requiere de atención especial las deflexiones y esfuerzos resultantes, puesto que serán permanentes y generalmente un sobreesfuerzo se presenta como falla en la tubería.

El límite de esfuerzos para este análisis debe satisfacer la ecuación siguiente:

$$\frac{PD_o}{4 t_n} + \frac{1000(0.75i)M_A}{Z} \leq S_h$$

donde :

P = Presión interna de diseño (kPa.)

D<sub>o</sub> = Diámetro exterior del tubo (mm.)

t<sub>n</sub> = Espesor nominal del componente (mm.)

M<sub>A</sub> = Momento resultante en la sección transversal debido a cargas sostenidas (N-mm)

i = Factor de intensificación de esfuerzos

Z = Módulo de la sección de la tubería (mm<sup>3</sup>)

Los sobreesfuerzos ocasionados por cargas sostenidas pueden ser corregidos fácilmente, adicionando soportes.

### 2.1.7 Efecto Sobre la Flexibilidad por Sismo

Las aceleraciones de las fuerzas dinámicas generadas por los temblores de tierra varían, de un lugar a otro, para esto es

necesario que se tenga la especificación de diseño civil en lo referente a la intensidad sísmica requerida.

Si la unidad está ubicada en una área con valor de 0.2 G, se aplicará 20 % de la carga muerta como una fuerza horizontal en la dirección que daría origen a la peor condición.

El código estipula que la suma de los esfuerzos producidos por las condiciones anteriores, no excederá del valor  $S_A$  básico permisible para el material en la condición caliente. Este valor designado  $S_h$ , se toma como el más bajo, a la temperatura considerada.

Los valores para  $S_h$  se proporcionan en el código ANSIB3i.1.

El estudio de esfuerzos por sismo es un análisis estático y se considera como carga ocasional en los Sistemas de Tuberías y consiste básicamente en evaluar las reacciones en los anclajes y restricciones ocasionadas por la aplicación de una fuerza de inercia.

La limitación de esfuerzos para este análisis esta dada por la ecuación siguiente:

$$\frac{PD}{4I_n} + \frac{1000(0.75i)M_A}{Z} + \frac{1000(0.75i)M_b}{Z} \leq K S_h$$

donde :

$M_A$  = Momento resultante en la sección transversal debido a cargas sostenidas.

$K$  = 1.15 para cargas cuya duración sea el 10 % de 24 horas.

$K$  = 1.2 para cargas cuya duración sea el 1 % de 24 horas.

$M_b$  = Momento resultante en la sección transversal debido a cargas ocasionales.

$Z$  = Módulo de sección de la tubería.

$t_h$  = Espesor nominal del componente.

$i$  = Factor de intensificación de esfuerzos.

$S_h$  = Esfuerzo admisible a temperatura de operación normal (kPa.)

Para este análisis es relativamente fácil mantener el límite de esfuerzos dentro de los permisibles, bastará con que no excedan el 20 % del esfuerzo admisible por el material en la condición normal de operación.

### 2.1.8 Efecto Sobre la Flexibilidad por Viento

Los esfuerzos debidos a cargas por viento usualmente son insignificantes. Pero cuando la tubería está en una ubicación de cierta altura y si la planta está situada en una región en donde prevalecen vientos fuertes, se pueden tener ciertos problemas.

Las líneas y ductos grandes elevados principalmente de vapor son vulnerables y merecen de una atención especial.

Cuando existen tales condiciones, es necesario solicitar la especificación de Diseño Civil referente a las presiones de viento que hay que aplicar. Las presiones variarán de acuerdo con la elevación relativa, la presión puede ser de 0.0146 kilogramos por centímetro cuadrado de área proyectada a 15.24 m. por encima del nivel del suelo, pero puede aumentar a 0.0293 kilogramos por centímetro cuadrado a alturas por encima de 30.48 m.

El análisis por viento según código ANSI B 31.1 de 1977, considera como carga ocasional y no es necesario hacerlo, esto se debe a que como el sismo, es la aplicación de una fuerza externa lo que en el caso de tubería será aplicada solamente en las partes donde está expuesta a ráfagas de viento.



Por lo anterior se concluye que un sistema de tubería se analiza por sismo o por viento, dependiendo de cual fenómeno sea mayor en cuanto a la fuerza externa a aplicar.

Si predomina la de viento, es suficiente con calcular las reacciones que ésta ocasiona y sumarlas a las ocasionadas por sismo en la parte de la tubería afectada.

El límite de esfuerzos para este análisis está dado por la ecuación descrita en el inciso 2.1.7.

#### 2.1.9 Efecto sobre la Flexibilidad por Golpe de Ariete

Este análisis se debe hacer solamente en aquellos sistemas en que se encuentren válvulas de cierre instantáneo, tal es el caso de tuberías de vapor principal y vapor recalentado caliente, en plantas termoeléctricas.

Los efectos de este fenómeno también se consideran como cargas ocasionales, en consecuencia el límite de esfuerzo está regido por la ecuación descrita en el inciso 2.1.7.

Este análisis consiste básicamente en calcular la reacción que ocasiona el cierre rápido de las válvulas de paro e ir encontrando los efectos que esto produce en cada cambio de direc-

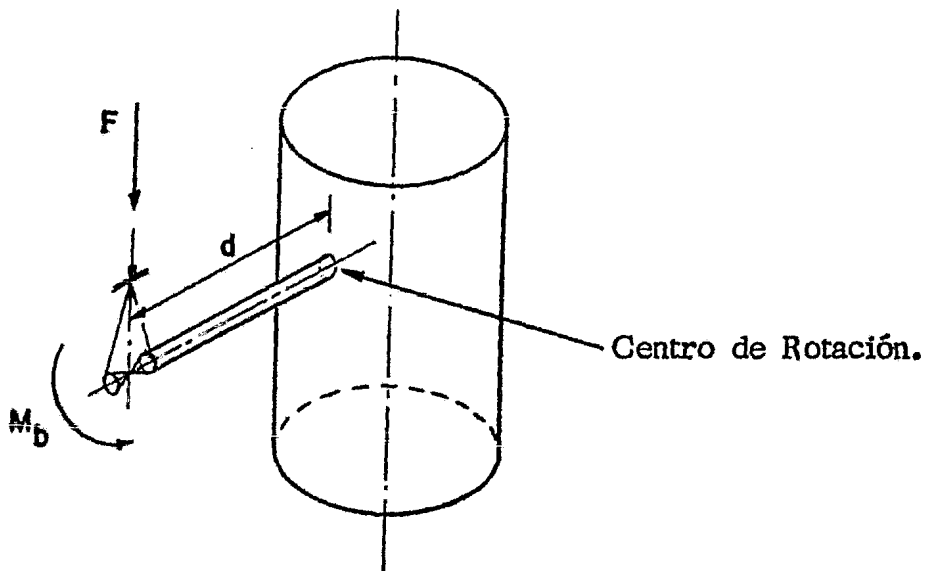
ción en sentido contrario al flujo normal.

Por lo tanto el análisis es por aplicación de fuerzas externas.

## 2.2 MOMENTOS Y REACCIONES DEBIDAS A CARGAS

Los esfuerzos son directamente proporcional a los momentos en el sistema de tuberías.

Un momento es una fuerza actuando a través de una distancia que tiene de a doblar la tubería.



- a).  $M_b$  es el momento flexionante, que actúa a través del eje de la tubería y tiene como valor:

$$M_b = F \times d$$

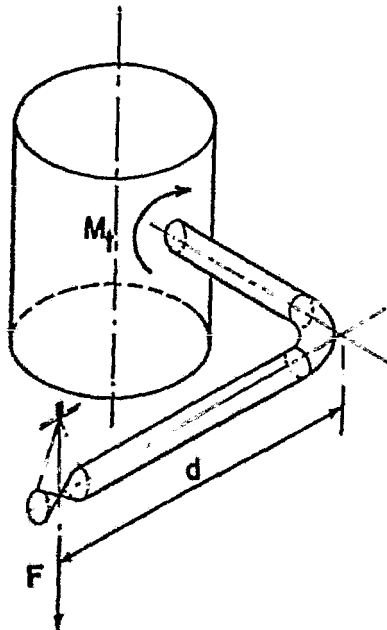
Donde :

$M_b$  = Momento flexionante en N-m

$F$  = Fuerza ó peso de la válvula en Newton

$d$  = Distancia del punto de rotación al punto de aplicación de la fuerza en m.

- b).  $M_t$  es el momento torsionante, que actúa alrededor del eje de la tubería.



$$M_t = F \times d$$

donde :

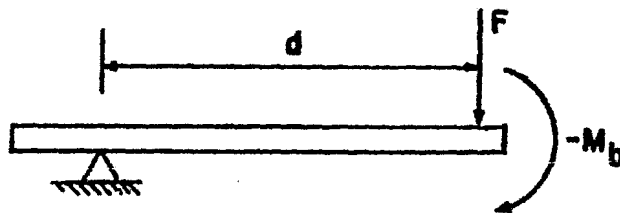
$M_t$  = Momento torsionante en N - m.

$F$  = Fuerza ó peso de la válvula

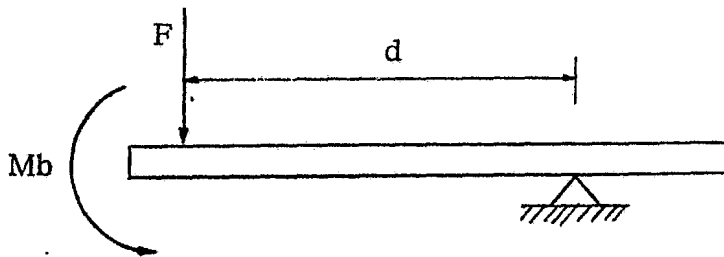
$d$  = Distancia del punto de rotación al punto de aplicación de la fuerza.

- c). El momento flexionante no solamente tiene magnitud, sino que también dirección de rotación.

Si se considera una viga sobre un apoyo y una fuerza actuando en un extremo, la viga rotaría en sentido de las manecillas del reloj.



- d). Similarmente, si la misma viga es apoyada en el otro extremo, rotaría en sentido contrario a las manecillas del reloj.

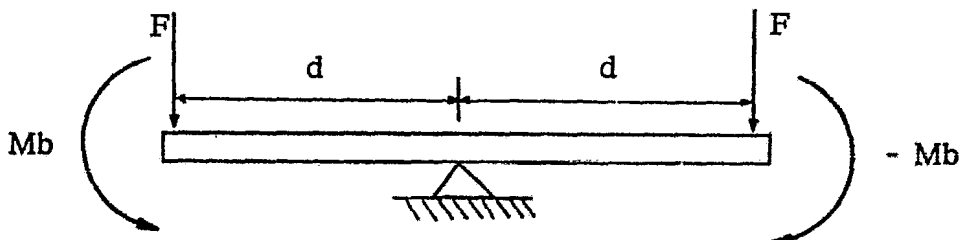


Los signos convencionales usados comunmente en los cálculos de esfuerzos y en los soportes para tuberías son :

Momento positivo, si su sentido es contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

Momento negativo, si su sentido es el mismo al movimiento de las manecillas del reloj.

- e) Cuando una viga se encuentra en reposo sobre un apoyo simple, está en estado de balance perfecto ó en equilibrio, esto significa que la suma de momentos es igual a cero.

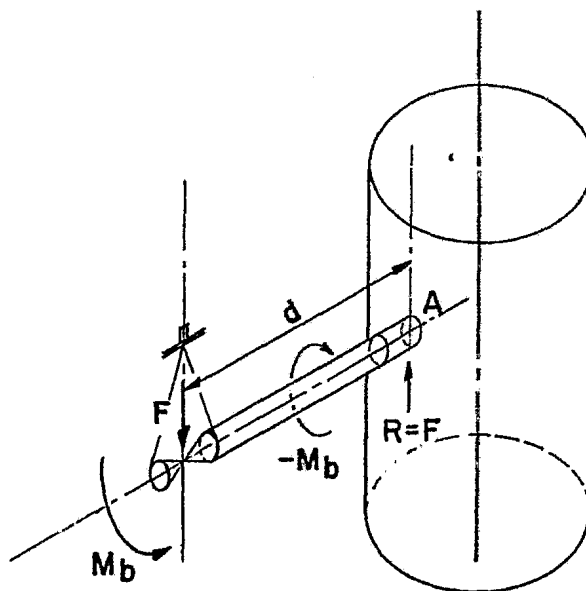


En términos matematicos, se espresa:

$$\sum M = Mb \times d - Mb \times d = 0$$

- f) Cuando se suman fuerzas verticales, con sentido positivo ó negativo ( ó fuerzas horizontales ) es correcto el uso del signo menos ó más.

Si se considera la figura siguiente:



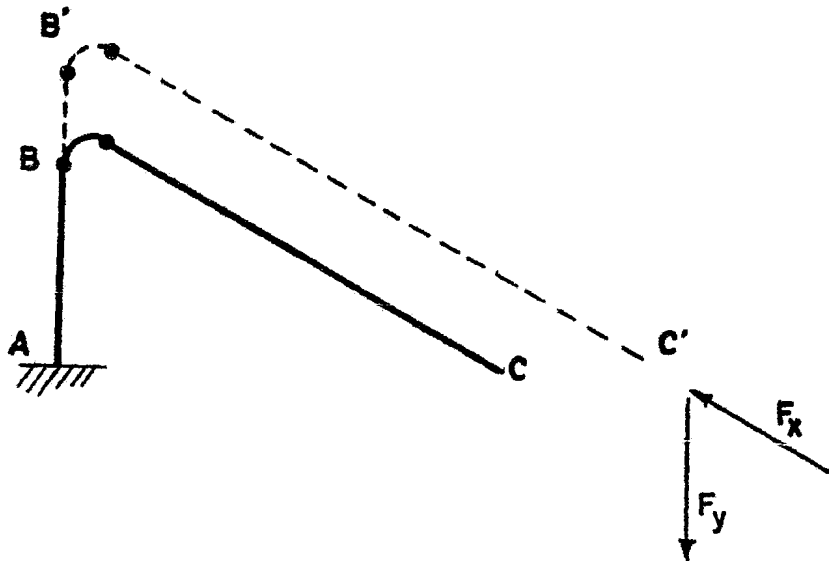
Al actuar la fuerza vertical  $F$ , el equilibrio existe si esta fuerza es balanceada por otra fuerza de reacción igual y de sentido contrario en el punto A.

Puesto que el único punto de soporte es la boquilla del tanque, por lo tanto la reacción será igual a  $F$ , pero de sentido contrario.

Ahora como se muestra, en la figura, el peso de la válvula, impone un momento de  $F \times d$  sobre la boquilla del tanque punto "A", el cual también será balanceado por un momento de reacción, igual y de sentido contrario, en el punto "A".

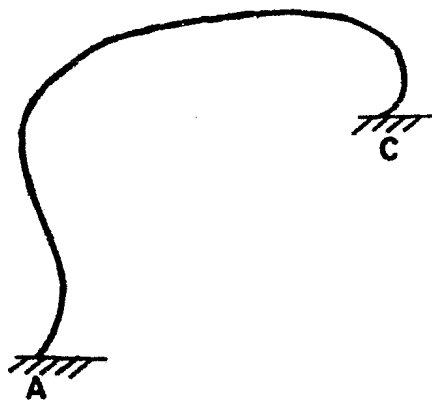
### 2.2.1 Momentos, Fuerzas y Reacciones debidas a la Expansi3n T3rmica.

Si se considera un doblez en L, anclado en uno de los extre mos y dejando libre el otro, como se muestra en la figura.

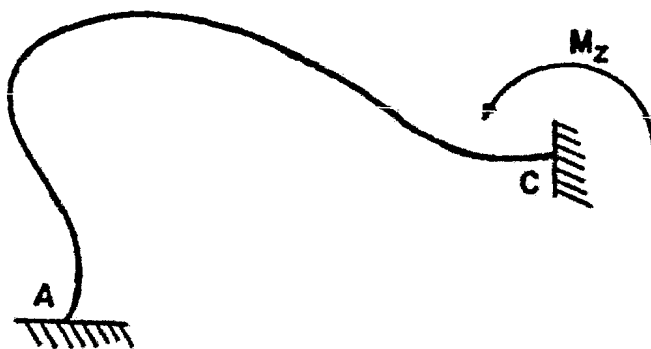


Al calentarse la tubería se expandirá hasta la posición mos trada por la línea punteada .

Para que el punto C' regrese a su posición original, las fuer zas  $F_x$  y  $F_y$ , bastante grandes para vencer a las originadas por la expansión de los miembros AB y BC, que como resul tado por la acción de las fuerzas, la forma sería semejante a la siguiente figura.



Pero realmente un dobléz en L anclado en ambos extremos, se parecería más semejante a la siguiente forma, después de la expansión.





El momento  $M_z$ , es necesario adicionarlo a las fuerzas  $F_x$  y  $F_y$ , para que el punto C de la tubería vuelva a su posición original, ya que la expansión térmica impide a la tubería a regresar, imponiendo fuerzas y momentos en los anclajes, de igual valor, pero de sentido contrario.

Esto mismo sucede, cuando los anclajes son boquillas de equipos por conectar, por ejemplo bombas y turbinas donde las fuerzas y momentos son grandes, los cuales pueden causar al equipo fallas.

### 2.2.2 Esfuerzos en Tuberías

Los esfuerzos son una medida de una fuerza en kg. por  $\text{cm}^2$ . que ocasionan a la tubería, flexión, torción, tensión y compresión.

Los esfuerzos en tuberías, son literalmente expresados de diferentes maneras, pero que a fin de cuentas, significan lo mismo, siendo las siguientes que se utilizarán en los capítulos subsecuentes:  $S_b$ ,  $S_A$ ,  $S_c$ ,  $S_H$ ,  $S_t$ ,  $S_e$  y  $S_p$ .

### 2.2.3 Esfuerzo Flexionante, $S_b$

$$S_b = \frac{1000 M_b \times i}{Z} \left( \begin{array}{l} \text{Tubería} \\ \text{curva} \end{array} \right); \quad S_b = \frac{1000 M_b}{Z} \left( \begin{array}{l} \text{Tubería} \\ \text{recta} \end{array} \right)$$

donde :

$S_b$  = Esfuerzo flexionante, en kPa.

$M_b$  = Momento flexionante, en N-mm.

$i$  = Factor de intensificación de esfuerzos.

$Z$  = Módulo de sección, en  $\text{mm}^3$ .

El esfuerzo flexionante actúa directamente en el punto "A", debido únicamente a la carga externa (ignorando el peso de la tubería).

Esfuerzos por Expansión Térmica.

Debido a su naturaleza autolimitante, los esfuerzos de expansión son permitidos por el código para obtener suficiente magnitud inicial, que cause una deformación local.

El relajamiento acompañante del esfuerzo en la condición caliente, conduce entonces a un esfuerzo residual de signo inverso, cuando la tubería regresa a la condición fría en el

extremo de un ciclo térmico. Este fenómeno es llamado auto resorteo de la línea y es similar al resorteo en frío.

La cantidad de auto-resorteo depende de la magnitud del esfuerzo caliente inicial, el material, temperatura y tiempo transcurrido, pero mientras que el esfuerzo caliente tiende a disminuir con el tiempo, la diferencia absoluta entre los esfuerzos calientes y fríos durante cualquier ciclo térmico permanecerán constantes. Esa diferencia es llamada, la gama de esfuerzos y es el factor determinante al diseñar sistemas de tuberías.

Según el código de tubería de presión, ANSI B 31.1 de 1977, nos proporciona las reglas para encontrar la gama de esfuerzo permisible que está dado en función del esfuerzo de expansión en caliente y el esfuerzo de expansión en frío, dado por :

$$S_A = f ( 1.25 S_C + 0.25 S_h )$$

donde :

$S_A$  = Rango de esfuerzo de expansión permisible.

$S_C$  = Esfuerzo básico permisible para el material del tubo a la temperatura mínima (fría) normalmente esperada durante la operación ó el paro.

$S_h$  = Esfuerzo básico permisible para el material del tubo a la temperatura máxima, (caliente) normalmente esperada durante la operación ó el paro.

$f$  = Factor de reducción de la gama del esfuerzo para condiciones ciclicas para un número total de ciclos totales de temperatura sobre la duración esperada.

#### 2.2.4 Esfuerzo Torsionante $S_t$

El esfuerzo torsionante es el resultado de la expansión térmica, y ocurre solamente en un sistema de planos múltiples y está dado por la siguiente fórmula :

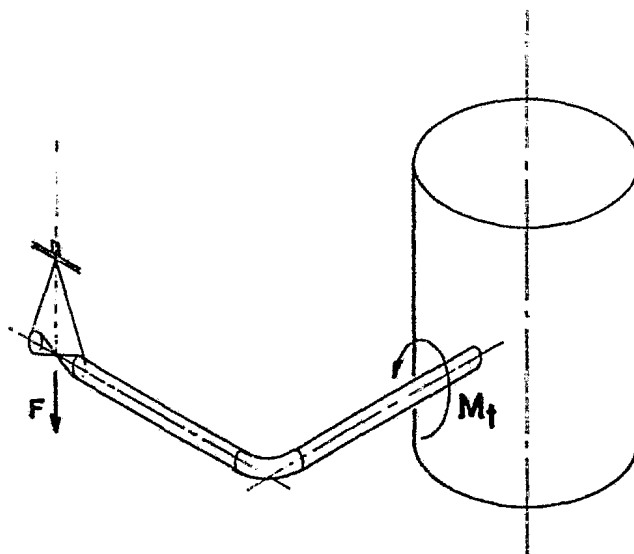
$$S_t = \frac{1000 M_t}{2 Z} \quad \text{donde :}$$

$S_t$  = Esfuerzo torsionante, en kPa.

$M_t$  = Momento torsionante, en N-mm.

$Z$  = Módulo de sección, en  $\text{mm}^3$ .

Para mejor apreciación de la fórmula se puede ver la siguiente figura.

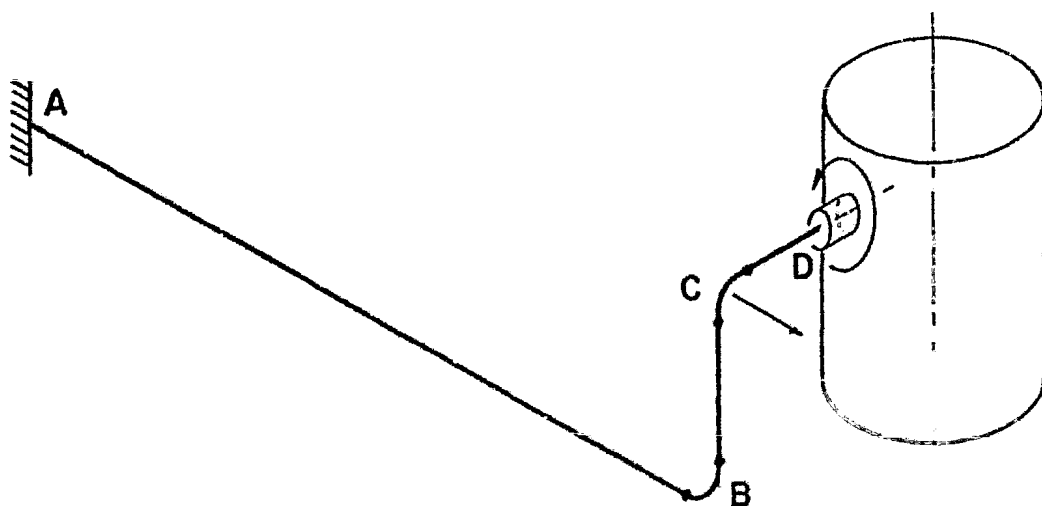


### 2.2.5 Esfuerzo Combinado S E

El código de tuberías lo define con la siguiente fórmula, cuyo valor

$$S E = \sqrt{(S_b)^2 + 4(S_t)^2}$$

no excederá al valor del esfuerzo permisible de expansión S A.



Para tener un poco más de conocimiento acerca del esfuerzo combinado, se considera la figura anterior.

- a). Cuando la tubería está caliente, la expansión de la longitud de la pierna AB, tenderá a flexionar el tramo CD en la dirección indicada por la flecha, así como torcerlo en sentido contrario a las manecillas del reloj, indicado por la flecha curva, provocando esfuerzos de flexión y torsión en la boquilla o brida del equipo.
- b). Similarmente, las expansiones de las otras piernas produzcan esfuerzos de flexión y torsión en la boquilla.
- c). Por lo que en fórmula de esfuerzo combinado incluye la resultante de todos los esfuerzos flexionantes y torsionantes debidos a la expansión térmica, presente en la boquilla.
- d). Puede ser que el esfuerzo en el codo, en "B", sea superior que en la boquilla o en cualquier otra parte de la tubería, por lo que el esfuerzo máximo SE donde quiera que exista deberá compararse con SA. SI  $SE < SA$  el sistema de tubería esta bien con respecto a esfuerzos.

### 2.2.6 Esfuerzo Permisible en el Material debido a la Presión Interna.

La fórmula general adoptada por el ASME sección de caldera y el ANSI código para tuberías de presión es :

$$P = \frac{2 S ( t_m - C )}{D - 2 y ( t_m - C )} \quad \text{ó} \quad \frac{P}{S} = \frac{2 ( t_m - C )}{D - 2 y ( t_m - C )}$$

donde :

$P$  = Presión interna máxima de servicio en kPa.

$S$  = Esfuerzo permisible del material debido a la presión interna, kPa.

$t_m$  = Espesor mínimo de la pared del tubo, en mm.

$C$  = Coeficiente de tolerancia en roscas, resistencia mecánica para la corrosión, en mm.

$D$  = Diámetro exterior de la tubería en mm.

$y$  = Coeficiente que toma valores de acuerdo al material y temperatura.

Ver siguiente cuadro :

Temperatura en °C	Aceros Ferríticos	Aceros Austeníticos
482 y menores	0.4	0.4
510	0.5	0.4
538	0.7	0.4
565	0.7	0.4
593	0.7	0.4
621 y mayores	0.7	0.7



## CAPITULO III

### METODOS SIMPLIFICADOS PARA EL ANALISIS DE FLEXIBILIDAD

#### 3.1 INTRODUCCION

En el análisis de flexibilidad de un sistema de tuberías con dimensiones, configuración y material dados, sometido a un número de ciclos de temperatura, se deben considerar los siguientes puntos:

- a). Se necesitan conocer o determinar las propiedades físicas del material, tales como el coeficiente de expansión, módulo de elasticidad, relación de Poisson, esfuerzo de cedencia y límite de endurecimiento por la deformación.
- b). Deben hacerse hipótesis referente a las dimensiones de las secciones transversales, puesto que debido a la tolerancia de fabricación por los efectos ocasionados por la corrosión ó erosión, es conveniente usar dimensiones nominales.
- c). Es necesario evaluar los anclajes en los extremos, aunque en la práctica es considerar empotramiento en los equipos, esto siempre y cuando se carezca de datos para la determinación de los desplazamientos en estos puntos.

Sin embargo es conveniente considerar los movimientos de las boquillas en el análisis, ya que en ocasiones ayuda mucho para minimizar los esfuerzos en los equipos.

- d). Es necesario saber la importancia que se tiene al colocar soportes de diferentes tipos.

Las guías, apoyos direccionales o anclas, deben ser incluidos en el análisis, las restricciones secundarias como fuerzas de fricción en soportes o en resortes son despreciados, sin embargo esto no debe ser general, ya que en sistemas cuyo peso es grande en relación a su rigidez, la fricción se tomará en cuenta en los análisis.

- e). De acuerdo a la importancia del sistema en estudio, deberá seleccionarse un método de análisis, este puede ser analítico en sus versiones aproximadas o exactas, gráfico por medio de tablas, mediante ensayo de modelos ó por comparación con configuraciones analizadas con anterioridad.

- f). Finalmente, los esfuerzos obtenidos se compararán con los permisibles correspondientes al material dado de la tubería, obtenidos del código ANSI B.31.1 de 1977 para tuberías a presión, con respecto a las fuerzas permisibles sobre los equipos

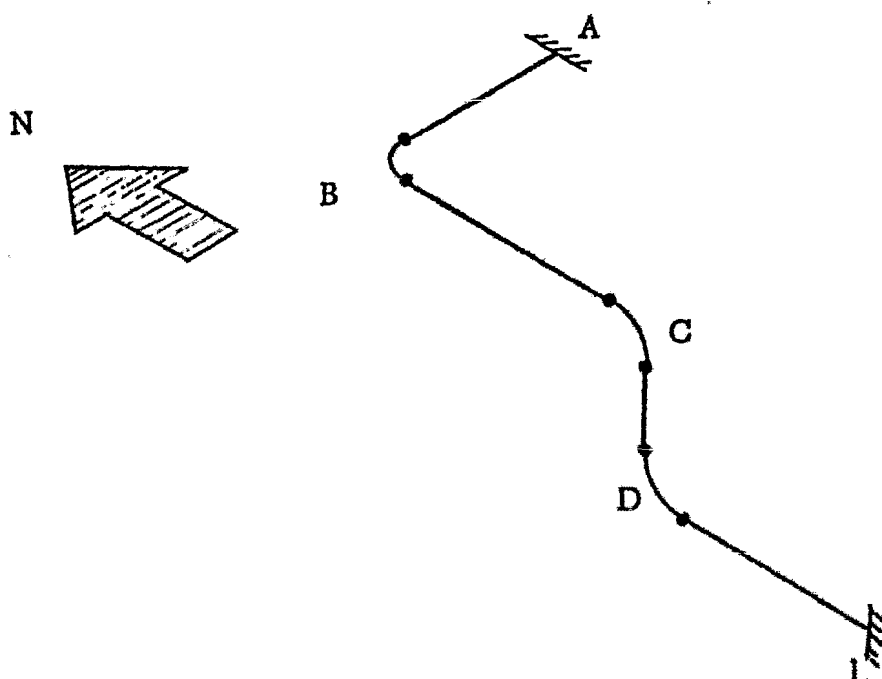
interconectados, dejando a juicio del analista cuando el fabricante del equipo no le suministre dichos esfuerzos.

Existen para el análisis de flexibilidad varios métodos a utilizar, dependiendo de que se requiera resultados muy exactos ó si solo se requiere cierta aproximación.

### 3.2 PRIMER METODO DE ANALISIS DE FLEXIBILIDAD

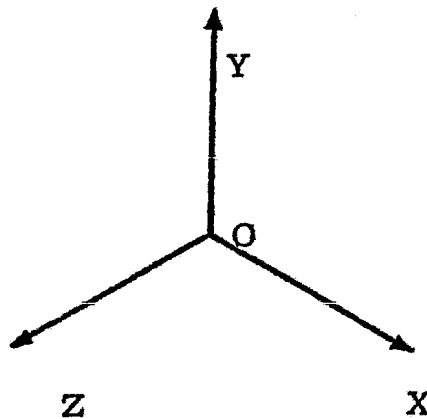
Para la aplicación del método recomendado por el código ANSI B31.1 de 1977 es necesario hacer uso de un sistema de coordenadas con sus signos convencionales correspondientes.

Suponiendo que se tiene una ruta de tubería ABCDE, la que se requiere describir su contorno.



- a). Si se empieza el recorrido a partir del punto A, se dice que la línea AB está dirigida de este a oeste, y la línea CD se dirige hacia abajo.
- b). Si ahora el punto de partida es el punto E, entonces se dice que la línea ED, está dirigida de sur a norte y la línea DC está dirigida de abajo hacia arriba.

Pero es mucho más simple y útil usando un sistema de coordenadas X, Y, Z con las direcciones indicadas por la flecha y un punto de origen O, las cuales son positivas o negativas, dependiendo de la dirección de las flechas.



Como se dijo anteriormente, el uso de un sistema tridimensional es fácil puesto que el origen puede cambiarse de sitio de acuerdo a como lo requiera el problema.

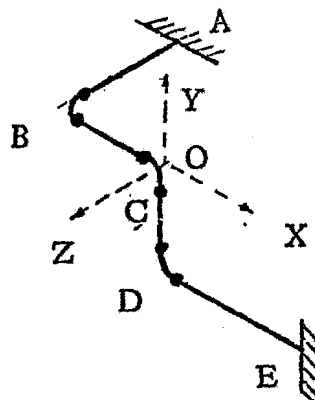
Por ejemplo si el origen está en el punto C, como se indica a continuación.

AB es + Z

BC es + X

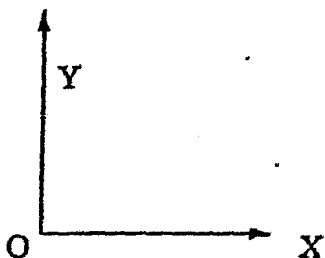
CD es - Y

DE es + X



Este sistema de coordenadas, su uso es requerido tanto en análisis de esfuerzos como para la descripción de líneas de expansión, fuerzas y momentos.

En problemas donde solamente hay un sólo plano, es recomendable el uso de las coordenadas X Y.



donde son, positivo en el eje de las X, a la derecha del origen y negativos a la izquierda, igualmente en el eje de la Y son positivos del origen hacia arriba y negativos del origen hacia abajo.

Los riesgos ya estando en servicio, están relacionados en parte a las características del fluido en la línea y al contenido de energía y también al tipo de planta, su localización y a las condiciones de operación ( presión, temperatura, etc. ). Por ejemplo una línea que contiene hidrocarburos ligeros con presión moderada y una temperatura que se aproxime al punto de evaporación, deberá ser considerada como una línea que requiere un diseño completo; una línea que contiene el mismo fluido a la misma presión, pero con una temperatura muy baja, deberá considerarse como un servicio del tipo promedio, en una refinería, se considera como un servicio crítico a un sistema de generación de gas que se encuentre localizado en un área muy poblada. Definitivamente los servicios cíclicos que incrementan los riesgos de fallas por fatiga, hacen necesario que las líneas deban ser analizadas.

Un límite de 7 000 cíclos completos durante la vida útil del sistema, se le considera consistente con los criterios de diseño definidos hasta ahora como para servicios no cíclicos, teniendo en cuenta las reacciones, riesgos por servicio, algunas opiniones han favorecido el establecimiento de límites arbitrarios de tamaños de tubería, presión y temperatura.

Otros se inclinan por un criterio simple en base a la energía almacenada, la cual sería una función de la compresibilidad, volumen y presión; como una alternativa también se ha propuesto que sea aplicable una temperatura máxima.

Estos criterios se han establecido como para que sean aplicables a una industria en particular o algún tipo de planta, por esta razón, tales condiciones no han sido incorporadas dentro del código de tubería. Para proporcionar un criterio simple que sustituya lo anterior y sirva para reconocer los sistemas que requieren un análisis detallado, se han hecho esfuerzos para establecer una regla, capaz de dar una idea aproximada de la flexibilidad relativa del sistema. Varias tentativas para idear un parámetro que represente los efectos preponderantes de la configuración geométrica, han llevado a la selección de la relación de la longitud del desarrollo de la tubería a la distancia entre anclas, como el más sencillo y útil.

Estas son las bases de la fórmula que se encuentra en el Código para Tuberías de Potencia ANSI B 31.1 de 1977, el cual contiene los requerimientos necesarios para un examen de flexibilidad de los sistemas de tuberías, con objeto de evitar análisis completos.

En Centrales Termoeléctricas el análisis de tuberías se rige bajo el Código antes mencionado.

En todo sistema de tuberías, el diseñador debe llevar a cabo un análisis riguroso, a menos que se encuentre con los siguientes conceptos:

- a) Un sistema de tuberías se considera flexible si es semejante o tiene cambios insignificantes con respecto a otro sistema que se encuentre operando satisfactoriamente.
- b) Un sistema de tuberías puede ser juzgado como aceptable si es semejante a un sistema flexible, que haya sido previamente analizado.
- c) Si el sistema de tubería es uniforme en tamaño, con dos anclajes solamente en los extremos sin restricciones in-



termedias, diseñada esencialmente para servicios no cíclicos ( menores que 7000 ciclos) y satisface el siguiente criterio.

$$\frac{D Y}{6944.44 (L-U)^2} \leq 0.03 \text{ - - - - (3.1)}$$

ésto implica que el sistema es flexible y por lo tanto aceptable.

donde :

- D = Diámetro nominal de la tubería, en mm
- Y = Resultante de los movimientos que deben ser absorbidos por la tubería, en mm
- L = Longitud total de la tubería entre los dos puntos de anclaje, en mm
- U = Distancia en línea recta entre los dos puntos de anclaje, en m.

La fórmula ( 3.1 ) también se puede expresar como :

$$\frac{D Y}{6944.44 U^2 (R-1)^2} \leq 0.03 \text{ donde : } R = \frac{L}{U}$$

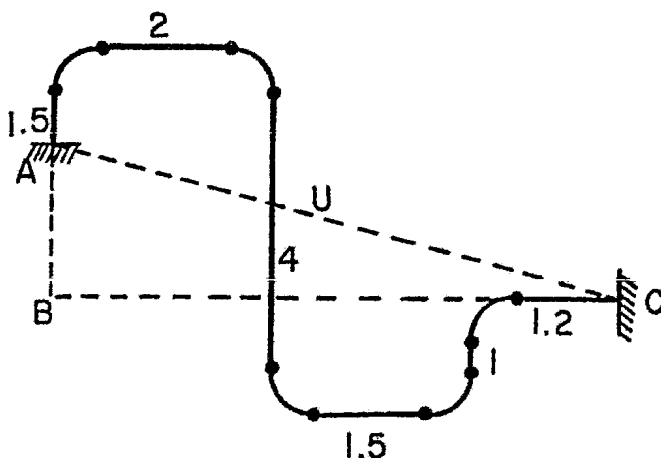
Se ha visto que el estado que la ecuación del código representa, no es otra cosa que una regla de manejo, y

en caso de una configuración desfavorable lo que puede ser cierto, resulta engañoso. Sin embargo lo interesante es notar en los pocos ejemplos que se presentan a continuación, la forma de analizar una línea para saber si es flexible ó no.

- a). Considerando en el plano X Y, un contorno con anclaje en los extremos y sin movimientos.

Ejemplo N° 1.

Tubería de 152 mm ( 6" ) cédula 80 A-106 G.B. a 260°C ( 500°F )



$$D = 152 \text{ mm ( 6" )}$$

$$U = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} = \sqrt{(4-1.5-1)^2 + (2+1.5+1.2)^2}$$

$$= 4.94 \text{ m}$$

$Y = U \cdot e$  (Únicamente cuando no existen movimientos en los anclajes).

$e =$  Coeficiente de expansión a 260 °C.

$Y = 4.94 \times 3.02 = 14.92 \text{ mm.}$

$L = 1.5 + 2 + 4 + 1.5 + 1 + 1.2 = 11.2 \text{ m.}$

Aplicando la fórmula ( 3.1 )

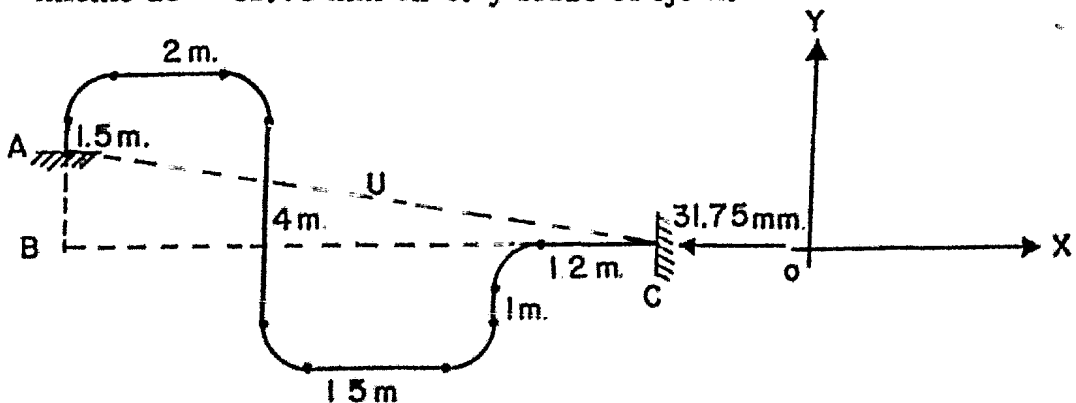
$$\frac{DY}{(6944.44)(L - U)^2} = \frac{152 \times 14.92}{(6944.44)(11.2 - 4.94)^2} = 0.008$$

como  $0.008 < 0.03$  no se necesita un análisis formal.

El resultado obtenido en el problema anterior puede utilizarse en otros problemas, solamente cuando se tiene el mismo contorno y material, variando únicamente el diámetro ó la temperatura, reduciéndose a las siguientes relaciones:

$$\frac{D1}{D2} = \frac{0.008}{X} \quad ; \quad \frac{e1}{e2} = \frac{0.008}{X}$$

Si se considera el contorno del problema No. 1, pero con un desplazamiento de: - 31.75 mm en C. y sobre el eje X.



Como antes

$$D = 152 \text{ mm}$$

$$U = 4.94 \text{ m.}$$

$$L = 11.2 \text{ m.}$$

Ahora Y deberá calcularse tomando en cuenta el movimiento en el punto C en dirección del eje X

$$Y^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

donde :

$\Delta x$  = Suma algebraica de la expansión en la dirección X

$\Delta y$  = Suma algebraica de la expansión en la dirección Y

$e$  = Coeficiente de expansión en mm/m

Por lo tanto :

$$\begin{aligned} \Delta x &= (2 + 1.5 + 1.2) e + 31.75 = \\ &= 4.7 \times 3.02 + 31.75 = 45.944 \text{ mm.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= (-1 + 4 - 1.5) e \\ &= 1.5 \times 3.02 = 4.53 \text{ mm.} \end{aligned}$$

NOTA: Cuando el movimiento del anclaje esta en dirección a el otro anclaje, a  $\Delta X$  se le suma el desplazamiento, en cambio si el movimiento se aleja del otro anclaje, a  $\Delta X$  se le resta el desplazamiento, esto también es aplicable al otro eje.

Por lo tanto se tiene:

$$\begin{aligned}
 Y^2 &= (45.944)^2 + (4.53)^2 \\
 Y &= \sqrt{(45.944)^2 + (4.53)^2} \\
 &= 47.49 \text{ mm.}
 \end{aligned}$$

De donde aplicando la fórmula ( 3.1 )

$$\begin{aligned}
 \frac{D Y}{(6944.44) (L - U)^2} &= \frac{152 \times 47.49}{6944.44 (11.2 - 4.94)^2} \\
 &= \frac{7218.48}{272135.94} = 0.027
 \end{aligned}$$

$0.027 < 0.03$ , la línea no necesita análisis.

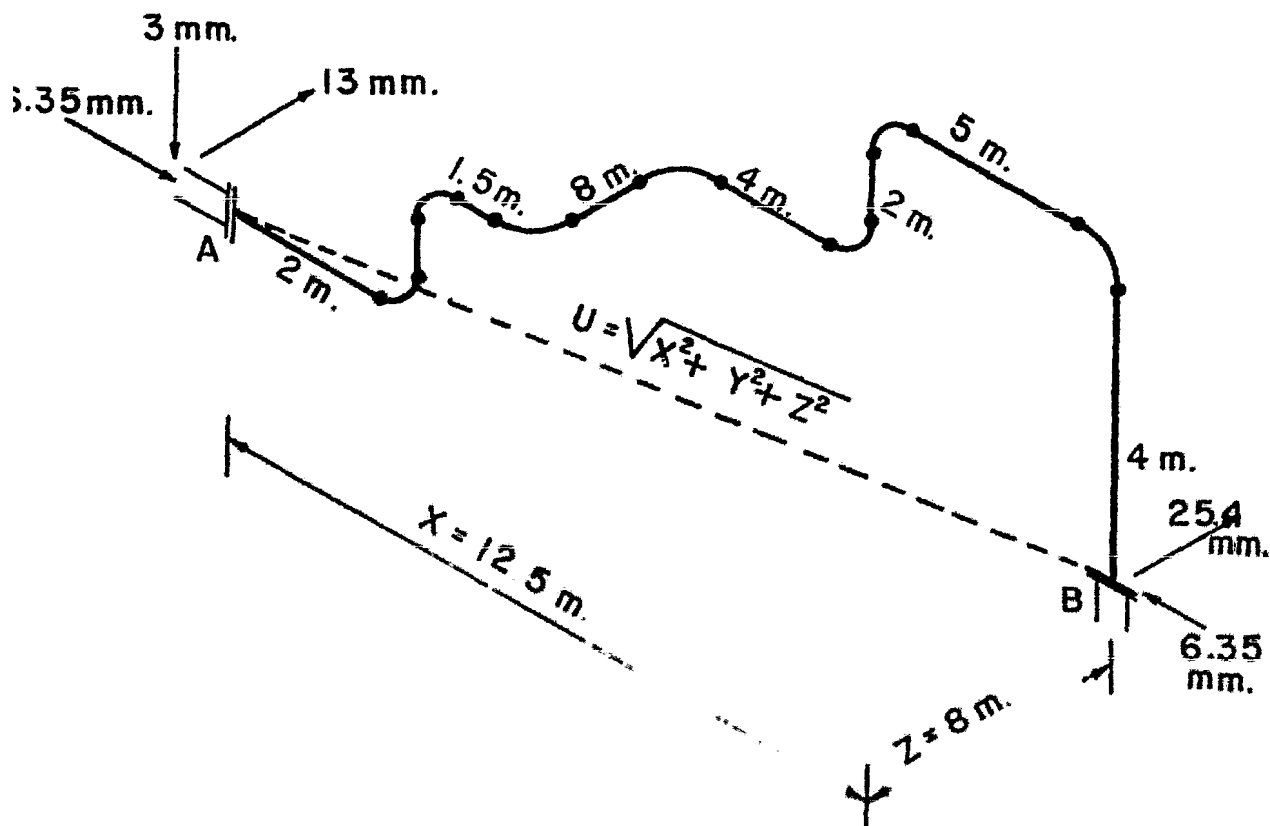
El criterio que se ha utilizado en los ejemplos anteriores, ha sido aplicado solamente para sistemas de tuberías que se encuentran en un solo plano, pero como se sabe, ya

en la práctica existen sistemas que requieren de ciertos cambios de dirección, ya sea por espacio ó por librar algún equipo, por tal motivo es necesario los cambios de dirección en los tres planos, en seguida se aplicará el criterio del código a un sistema de tuberías que se encuentra en tres planos con movimientos en los anclajes, determinándose si la ruta requiere o nó un análisis de flexibilidad formal.

Tubería de 152 mm de diámetro

A - 106 Gr. B cédula 40

Temperatura 200 °C



$$e = 2.25 \text{ mm/m}$$

$$D = 152 \text{ mm}$$

$$L = 27.5 \text{ m}$$

$$U = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$= \sqrt{(12.5)^2 + (1)^2 + (8)^2} = 14.874 \text{ m}$$

$$Y = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2 + (\Delta Z)^2}$$

$$\Delta x = X \cdot e + 6.35 + 6.35$$

$$\Delta x = 12.5 \times 2.25 + 6.35 + 6.35$$

$$= 40.835 \text{ mm.}$$

Similarmente para :  $\Delta Y$  y  $\Delta Z$

Aplicando la fórmula ( 3.1 )

$$\frac{D \cdot Y}{6944.4 \cdot (L - U)^2} = \frac{152 \times 41.57}{6944.44 (27.5 - 14.874)^2}$$

$$= \frac{6318.64}{1107054} = 0.0057$$

como  $0.0057 < 0.03$

el sistema no necesita análisis.

Para evitar errores en el signo, es recomendable el uso de flechas direccionales en lugar del signo más o menos, para los movimientos en las boquillas de los equipos.

De este modo, el movimiento en la boquilla "A" que es de 6.35 mm., puede leerse como positivo, ya que la flecha está dirigida hacia la boquilla " B".

### 3.3 SEGUNDO METODO PARA ANALISIS DE FLEXIBILIDAD, UTILIZANDO TABLAS.

Este método es sencillo y aplicable para aquellas líneas que por su temperatura y/o conexión a equipos requieren de un cálculo formal.

El uso de las tablas permite calcular las fuerzas, momentos y esfuerzos en las boquillas de los equipos.

Por conveniencia, facilidad y por exactitud, los problemas se resolverán por este método, en el sistema inglés, transformando en seguida los resultados al sistema ( S. I. ), lo anterior es solamente para facilitar el uso de las tablas, ya que los valores dados en ellas estan en el sistema inglés.



En seguida se explicará cada término de las fórmulas usadas en la obtención de fuerzas y esfuerzos.

$$S_b = K_b \times C \times \frac{D}{L}$$

donde :

$S_b$  = Esfuerzo flexionante, debido a la expansión térmica  
 $\frac{1 \text{ b}}{\text{pulg}^2}$  (K Pa)

$k_b$  = Factor de configuración dado en tablas.

$C$  = Factor de expansión dado en hoja de datos.

$D$  = Diámetro exterior de la tubería en pulg ( mm )

$L$  = Longitud de la perna más larga en pies ( m )

De la fórmula de esfuerzos dada anteriormente, se puede ver que :

Para un sistema de tubería en forma de "L", si el material y la temperatura permanecen constantes, el esfuerzo varía directamente con el diámetro exterior de la tubería.

Prueba de esto es que :

- a). Si el contorno es constante,  $k_b$  que es el factor de contorno, permanecerá igual.

- b). Si el material y la temperatura permanecen sin cambio, entonces "C" permanece constante.
- c). Como la longitud "L" de la pierna más larga no cambia, si el contorno es el mismo, entonces lo único que varía es el diámetro "D" y los esfuerzos varían directamente con el cambio en el diámetro de la tubería.

$$F_x = k_x \cdot C \cdot \frac{I_p}{L^2}$$

Donde :

$F_x$  = Fuerza de reacción en el anclaje, lb ( N )

$K_x$  = Factor de contorno

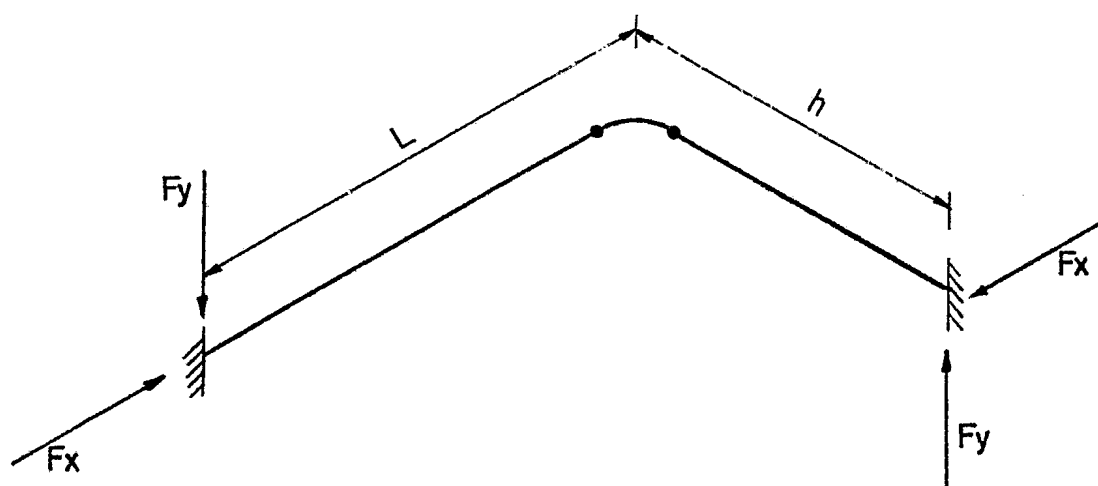
C = Factor de expansión

$I_p$  = Momento de inercia de la tubería, pulg<sup>4</sup> ( cm<sup>4</sup> )

L = Longitud de la pierna más larga en pies ( m )

Para estos problemas de diferente forma, en que se requieren obtener: fuerzas, esfuerzos y momentos en los anclajes, se puede hacer

uso de las tablas No. 2 y No. 3 donde también se encuentra la configuración.



FORMA "L"

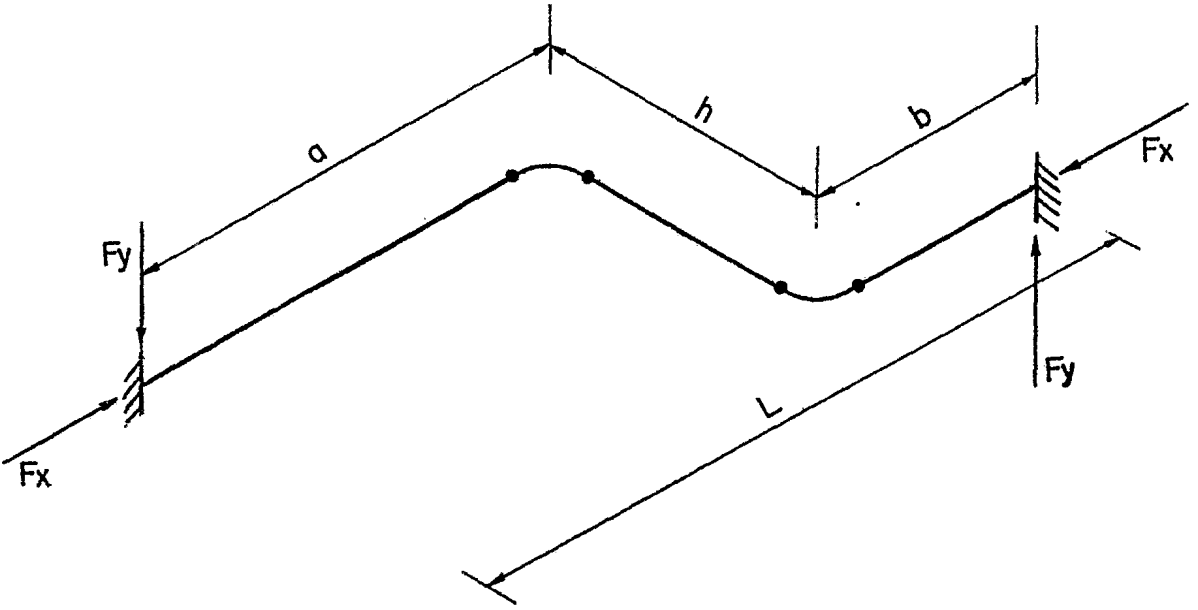
$$F_x = K_x \cdot c \cdot \frac{I_p}{L^2}$$

$$F_y = K_y \cdot c \cdot \frac{I_p}{L^2}$$

$$S_b = K_b \cdot c \cdot \frac{D}{L}$$

TABLA N<sup>o</sup> 1

$\frac{L}{h}$	$K_x$	$K_y$	$K_b$
1.0	12.0	12.0	36
1.2	17.2	12.5	46
1.4	23.0	13.4	58
1.6	32.0	11.4	71
1.8	42.0	15.4	85
2.0	54.0	16.6	102



FORMA " Z "

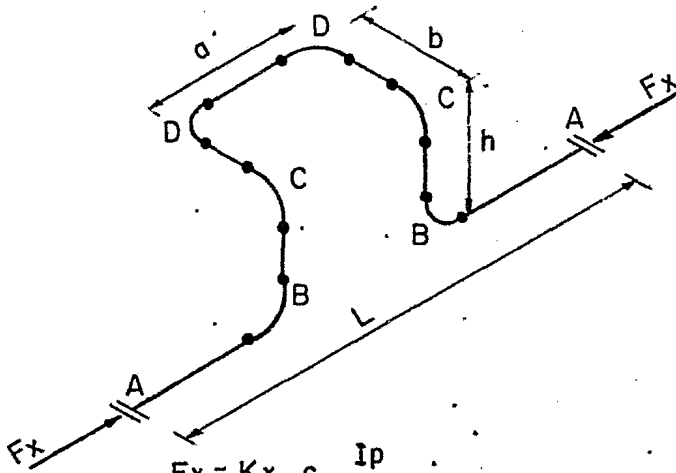
$$F_x = K_x \cdot c \cdot \frac{I_p}{L^2}$$

$$F_y = K_y \cdot c \cdot \frac{I_p}{L^2}$$

$$S_b = K_b \cdot c \cdot \frac{D}{L}$$

TABLA No. 2

$\frac{a}{b}$	1			1.5			2			3			4			$\frac{a}{b}$
	$\frac{L}{h}$	Kx	Ky	Kb	Kx	Ky	Kb	Kx	Ky	Kb	Kx	Ky	Kb	Kx	Ky	
2.0	52.8	45.7	79.3	50	41	81	46	35	76	42	27	67	40	24	63	2.0
2.2	63.0	48.0	86.5	60	43	88	57	38	83	51	29	73	48	25	68	2.2
2.4	76.0	51.0	93.8	71	46	96	68	40	90	61	31	80	58	27	74	2.4
2.6	89.0	54.5	104.2	83	49	102	79	43	97	71	33	86	69	29	80	2.6
2.8	102.0	58.2	109.0	96	53	110	91	46	105	82	35	92	80	30	87	2.8



$$F_x = K_x \cdot c \cdot \frac{I_p}{L^2}$$

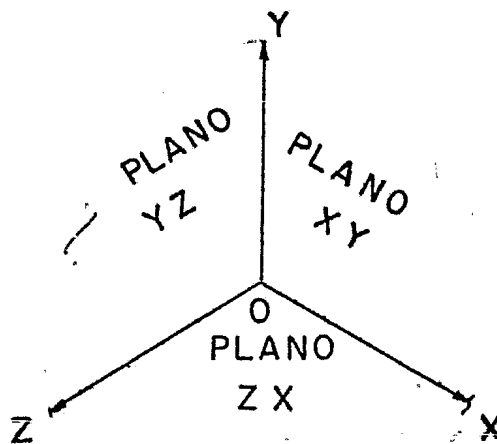
$$S_b = K_b \cdot c \cdot \frac{D}{L}$$

$$S_t = K_t \cdot c \cdot \frac{D}{L}$$

TABLA No.3

$\frac{L}{R} = 4$																			
$\frac{a}{b}$	0.25			0.5			1			2			3			4			$\frac{a}{b}$
$\frac{L}{R}$	Kx	Kb	Kt	Kx	Kb	Kt	Kx	Kb	Kt	Kx	Kb	Kt	Kx	Kb	Kt	Kx	Kb	Kt	$\frac{L}{R}$
4	1.88	D		7.84	D	2.09	21.3	D	D	36.2	D		44.5	D		48.5	D		4
5	2.01	D		8.94	D	1.89	27.8	D	D	52.6	D	D	68.4	D		76.3	D		5
6	2.09	D		9.72	D	1.69	33.3	D	D	69.5	D	D	95.5	D		109	D		6
7	2.15	D		10.3	D		37.8	D	D	85.7	D	D	125	D	D	145	D	D	7
8	2.17	D		10.7	D		41.4	D	D	100	D	D	155	D	D	184	D	D	8
9	2.23	D		11.0	D		44.4	D	D	113	D	D	188	D	D	226	D	D	9

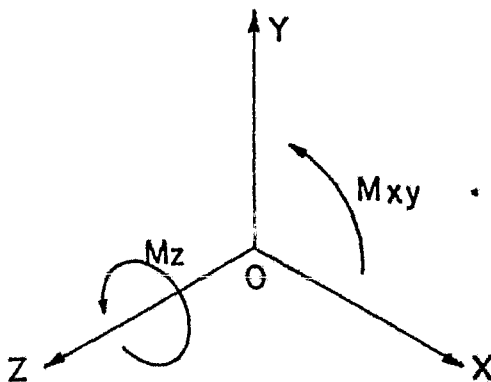
Los problemas resueltos anteriormente, fueron considerados en uno y dos planos, pero en la práctica existen sistemas de tuberías en tres planos que hay que resolver, estos giros que son principalmente de  $90^\circ$  en cualquiera de los tres planos, muchas veces se hacen porque la tubería requiere de mayor flexibilidad ó por espacio, por lo que también existen tablas para obtener, las fuerzas, esfuerzos y momentos en un sistema de tuberías en tres planos.



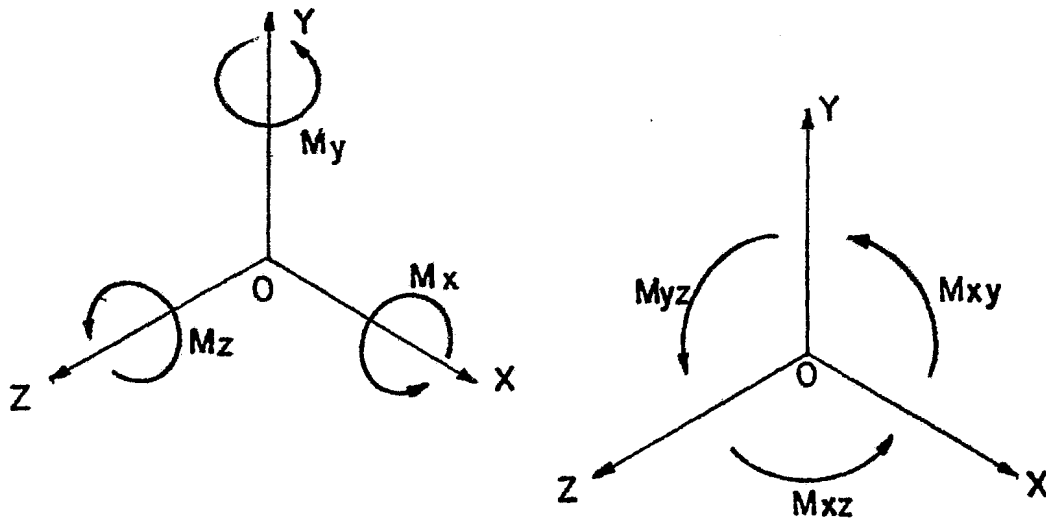
En el sistema de coordenadas hay tres planos:- El XY ó plano Z, el YZ ó Plano X y el ZX ó plano Y.

1.- Si se toma momento con respecto al eje Z se tiene:

- a). El momento puede ser designado por  $M_z$ , que es el momento con respecto al eje de la Z ó también  $M_{xy}$ , que es momento en el plano XY.
- b). Mirando hacia el origen desde la dirección positiva del eje Z,  $M_z$  es positivo si tiene sentido contrario a las manecillas del reloj y negativo si tiene el mismo sentido.
- c). El momento con respecto al eje Z, puede ser representado por una curva alrededor del eje ó una curva en el plano como se representa en seguida.



- d). Similarmente para los otros dos ejes los momentos pueden ser representados en los ejes ó en los planos.



Todos los momentos mostrados son positivos

2. - Si se considera una tubería perpendicular al plano XY y por lo tanto paralela al eje Z, mirando hacia abajo desde la parte positiva de Y hacia el origen, se tiene que :

- a).  $M_z$  torcería o provocaría sobre la tubería un momento torsionante.
- b).  $M_y$  tendería a doblar a la tubería hacia la derecha provocándole un momento flexionante.
- c).  $M_x$  tendería a doblarla hacia abajo, provocando otro momento flexionante sobre la tubería.



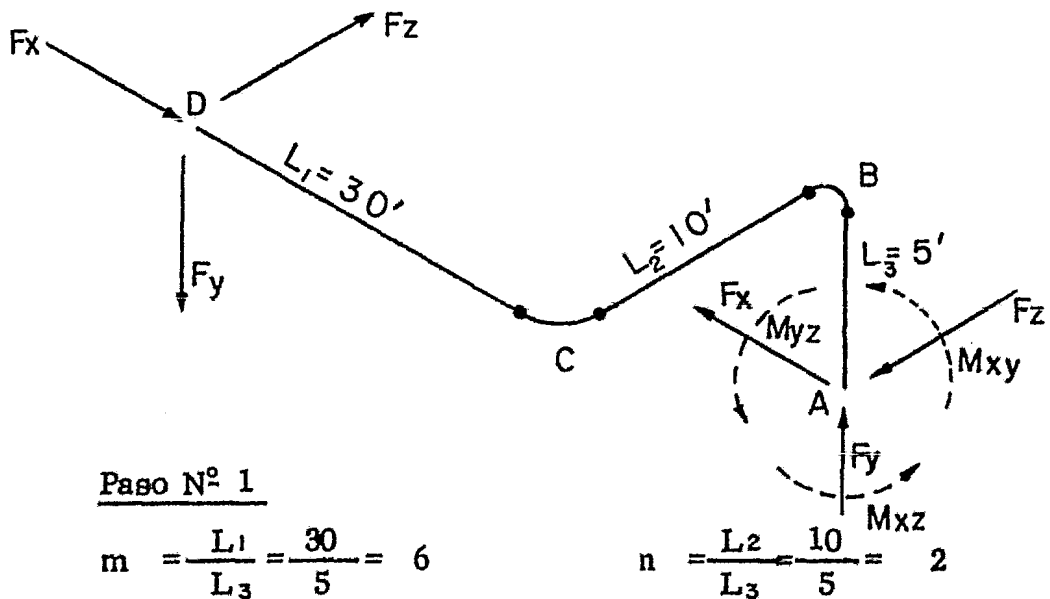
3.- El momento combinado de los dos momentos flexionantes.

$$M_b = \sqrt{M_y^2 + M_x^2}$$

$$M_t = M_z$$

Un ejemplo será suficiente para comprender mejor este método aplicado a un sistema de tubería en tres planos.

Considerando una tubería de 203 mm ( 8 pulg ) cédula 80  
A 53 Gr. B, a 249°C ( 480°F )



Paso N° 2

Con los valores encontrados en el paso N° 1 entramos a la tabla N° 4 en el renglón superior con  $m = 6$  y la columna

con  $n = 2$  se determinan los valores de  $K$ .

$$\begin{aligned} K_b &= 9 & K_z &= 0.47 \\ K_t &= 4.9 & K_{xy} &= 1.5 \\ K_x &= 1.7 & K_{xz} &= 1.6 \\ K_y &= 0.07 & K_{yz} &= 0.33 \end{aligned}$$

### Paso N° 3

El factor de expansión se determina por interpolación en la columna de acero medio y alto carbono en tabla N° 5.

$$C = 577$$

### Paso N° 4

Momento de inercia

$$I_p = 105.7$$

### Paso N° 5

Sustituyendo los valores en las fórmulas se tiene :

$$\begin{aligned} S_b &= K_b \times C \times \frac{D}{L^3} \\ &= 9 \times 577 \times \frac{8.625}{5} = \frac{44789.625}{5} = 8958 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} \\ &= (61760 \text{ KPa}) \end{aligned}$$

$$S_t = K_t \times C \times \frac{D}{L}$$

$$= 4.9 \times 577 \times \frac{8.625}{5} = \frac{24385.46}{5} = 4877 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} (33640 \text{ KPa})$$

$$F_x = K_x \times C \times \frac{I_p}{L^3}$$

$$= 1.7 \times 577 \times \frac{105.7}{(5)^2} = 4147 \text{ lb (18453 N)}$$

$$F_y = K_y \times C \times \frac{I_p}{L^3}$$

$$= 0.07 \times 577 \times \frac{105.7}{(5)^2} = 171 \text{ lb (755 N)}$$

$$F_z = K_z \times C \times \frac{I_p}{L^3}$$

$$= 0.47 \times 577 \times \frac{105.7}{(5)^2} = 1147 \text{ lb (5101 N)}$$

La fuerza combinada se obtiene aplicando la raíz cuadrada

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad \text{por lo tanto}$$

$$F = \sqrt{(4147)^2 + (171)^2 + (1147)^2} = 4306 \text{ lb (19570 N)}$$

Fuerza resultante sobre el anclaje ó boquilla de algún equipo.

Los momentos se obtienen aplicando las fórmulas y sustituyendo valores como sigue:

$$\begin{aligned} M_{xy} &= K_{xy} \times C \times \frac{I_p}{L_3} \\ &= 1.5 \times 577 \times \frac{105.7}{5} = 18\,297 \text{ lb ft (24819 N-m)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{xz} &= K_{xz} \times C \times \frac{I_p}{L_3} \\ &= 1.6 \times 577 \times \frac{105.7}{5} = 19\,516 \text{ lb-ft (26467 N-m)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{yz} &= K_{yz} \times C \times \frac{I_p}{L_3} \\ &= 0.33 \times 577 \times \frac{105.7}{5} = 4025 \text{ lb-ft (5454 N-m)} \end{aligned}$$

### Paso N° 6

Obtención del esfuerzo combinado  $S_E$

$$\begin{aligned} S_E &= \sqrt{(S_b)^2 + 4(S_t)^2} \\ &= \sqrt{(8958)^2 + 4(4877)^2} = 13243 \frac{\text{lb}}{\text{pulg}^2} \\ &= (96167 \text{ KPa}) \end{aligned}$$

### Paso N° 7

Se determina  $S_A$  esfuerzo permisible de la tubería, para A53 Gr.B a 480°F, por interpolación se obtiene que  $S_A = 22500 \text{ lb/pulg}^2$  - -

(15 5153KPa).

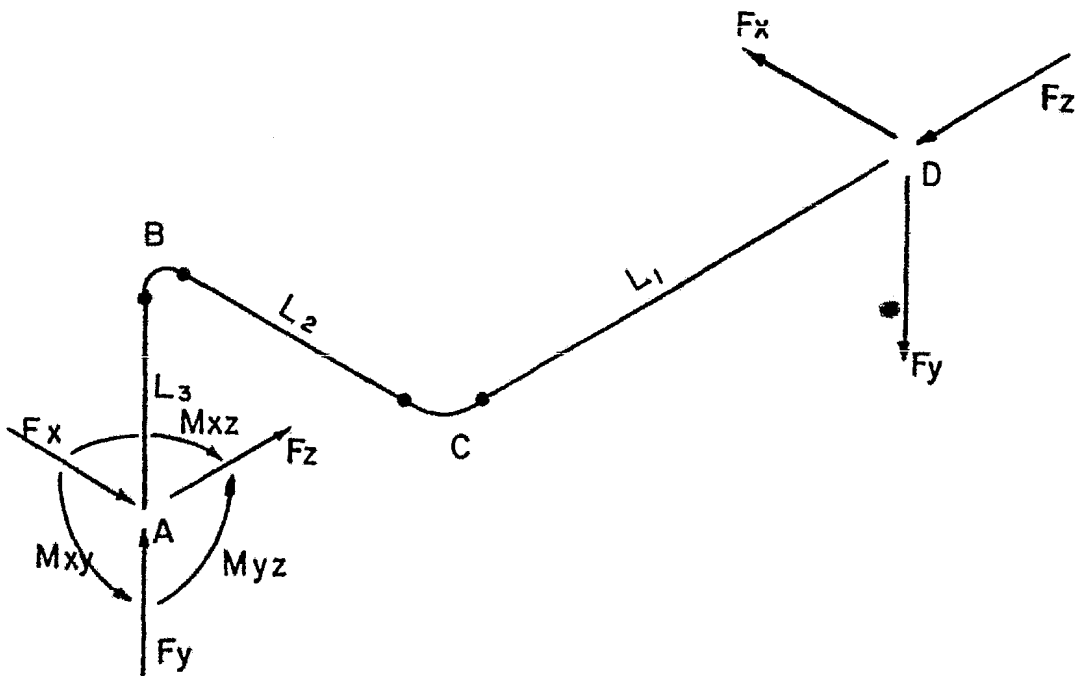
Paso N° 8

Comparando el esfuerzo combinado  $S_E$  con el esfuerzo permisible  $S_A$  se tiene :

$$S_E < S_A$$

$$96167 < 155153$$

Por lo tanto la configuración de la tubería está bien para los esfuerzos.



$$L_1 \geq L_3$$

$$\frac{L_1}{L_3} = m$$

$$\frac{L_2}{L_3} = n$$

$$\text{Esfuerzo Flexionante } S_b = K_b \cdot c \cdot \frac{D}{L_3}$$

$$\text{Esfuerzo Torsionante } S_t = K_t \cdot c \cdot \frac{D}{L_3}$$

$$\text{Fuerza de reacción en X, } F_x = K_x \cdot c \cdot \frac{I_p}{L_3^2}$$

$$\text{Fuerza de reacción en Y, } F_y = K_y \cdot c \cdot \frac{I_p}{L_3^2}$$

$$\text{Fuerza de reacción en Z, } F_z = K_z \cdot c \cdot \frac{I_p}{L_3^2}$$

$$\text{Momento de reacción en el plano XY, } M_{xy} = K_{xy} \cdot c \cdot \frac{I_p}{L_3}$$

$$\text{Momento de reacción en el plano XZ, } M_{xz} = K_{xz} \cdot c \cdot \frac{I_p}{L_3}$$

$$\text{Momento de reacción en el plano YZ, } M_{yz} = K_{yz} \cdot c \cdot \frac{I_p}{L_3}$$

TABLA N° 4

m = 6											
n	kb	kt	kx	ky	kz	kxy	kxz	kyz	n		
0.75	A	A	8.75	0.35	0.79	7.4	3.4	0.52	0.75		
1	A	A	31.5	9.4	6.10	0.23	0.67	5.2	3.1	0.47	1
2	A	A	9.0	4.9	1.70	0.07	0.47	1.5	1.6	0.33	2
3	A	D	5.34	0	0.80	0.04	0.36	0.70	1.1	0.25	3
4	D	D	5.50	0.03	0.46	0.026	0.32	0.41	0.80	0.23	4

TABLA N° 5

Temp. °F	Acero de medio y alto carbono	Acero cromo-moli deno y ace ro bajo - cromo-moli no 3% Cr.	Acero con intermedio de cromo-molide no 5% a 9% Cr	Acero inoxidable austenítico	Acero inoxidable con cromo 12 cr, 17 - Cr. 27 Cr
70	0	0	0	0	0
100	40	40	46	54	35
150	108	109	97	146	94
200	177	178	157	236	127
300	316	320	277	418	225
400	457	467	397	602	388
500	607	626	531	795	520
600	771	795	672	989	658
700	930	975	814	1188	799
800	1099	1158	967	1395	950
900	1466	1351	1121	1604	1096
950	1598	1438	1199	1713	1171
1000	1752	1538	1278	1821	1250
1050		1638	1357	1927	1329
1100		1737	1435	2035	1404
1150		1882	1509	2143	1481
1200		1921	1584	2251	1555

$$\text{Factor de expansión "C"} = \frac{\text{Expansión en } \frac{\text{pulg}}{100 \text{ pies}} \times E_c}{1728}$$

1728

$E_c$  = módulo de elasticidad a la temperatura ambiente de  
instalación.

## 3.4

METODO DEL CENTRO ELASTICO

Este método ha sido escogido principalmente por la simplicidad de su aplicación y porque dado el caso, puede ser modificado satisfaciendo un ancho rango de condiciones.

Si se considera un sistema de tubería en forma de "L" en un solo plano, puede verse que al aumentar la temperatura, el coeficiente térmico del material aumenta, provocando que la tubería tome la posición indicada por la línea punteada A B' C de la figura (a)

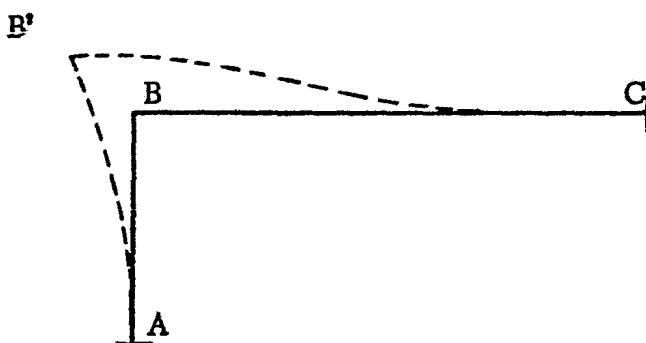


Fig. (a)

Si el material de la tubería fuera perfectamente elástico, la tubería volvería a su nueva posición sin ninguna fuerza translatoria. Sin embargo, esto obviamente no es el caso y estará claro que cada pierna de la línea ofrecerá una resistencia a la expansión de la otra, por virtud de la relativa flexibilidad de la tubería y en proporción a la



----- flexibilidad' de ambas piernas. . Puesto que en muchos casos ambas piernas serán del mismo material y de la misma sección transversal (tendrán el mismo momento de inercia), por lo que la deflexión obtenida en cada pierna será dependiente de alguna característica de la dimensión lineal de la pierna en relación a la otra. También, el grado de deflexión será dependiente de la temperatura a que se encuentra la línea.

Un examen más amplio de la línea ABC, mostrará que la resistencia al pandeo ofrecida por el tramo AB, debido a la expansión de BC, resultará en una fuerza de reacción X en las terminales de la línea; similarmente en las terminales habrá fuerzas de reacción Y debidas a la resistencia ofrecida por BC a la expansión en AB.

En adición a estas fuerzas de reacción X y Y, habrá un momento de reacción  $M_x$  en la terminal A debido a la deflexión impuesta sobre AB y un momento de reacción similar  $M_y$  en la terminal C debido a la deflexión impuesta sobre BC. En resumen, se ha visto que en cada terminal hay dos fuerzas de reacción paralelas a los ejes de la línea y un momento flexionante como se muestra en la figura (b) siguiente.

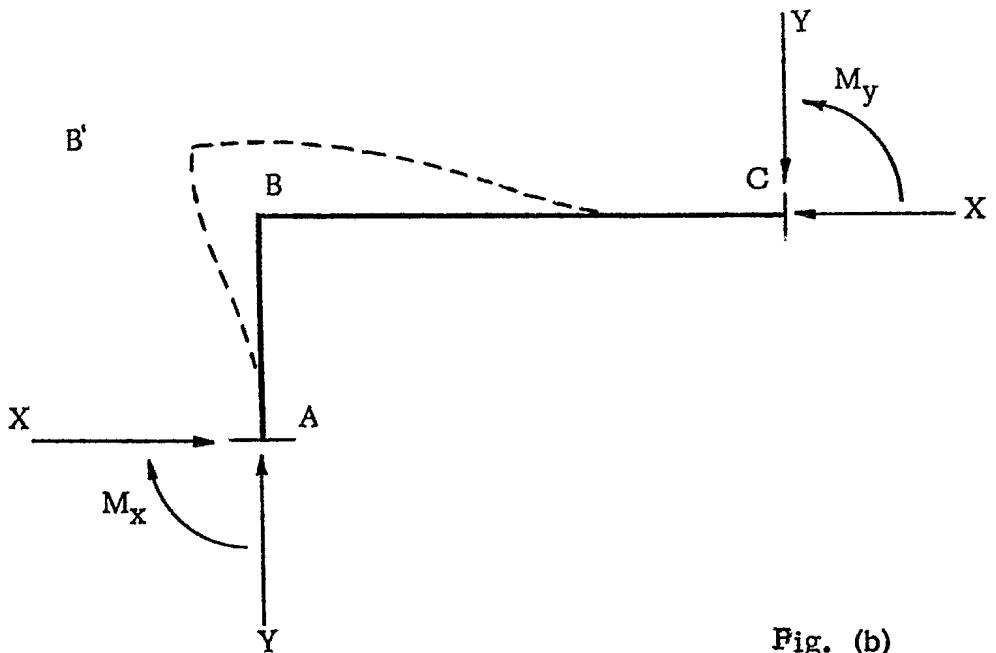


Fig. (b)

Como las fuerzas de reacción en A y en C son iguales y opuestas, debe de existir un punto dentro del área ocupada por la línea, donde las fuerzas se encuentren en un estado de equilibrio, encontrándose dicho punto en el centro de gravedad o centroide de la línea.

La aceptación de esta hipótesis, forma una de las bases sobre la que se basa la teoría del centro elástico.

Estando las fuerzas de reacción X y Y en equilibrio, los momentos de reacción  $M_x$  y  $M_y$ , en el centroide, tendrán valor cero; de este modo es que si las magnitudes de las fuerzas en el centroide son resueltas, el problema se reduciría a dos fuerzas únicamente.

Hasta aquí se ha considerado la "L" ABC, firmemente anclado en sus terminales, evitando de esta manera la expansión libre de la línea.

Si se considera ahora libre una de sus terminales, por ejemplo la terminal C como muestra la figura (c), de esta manera,

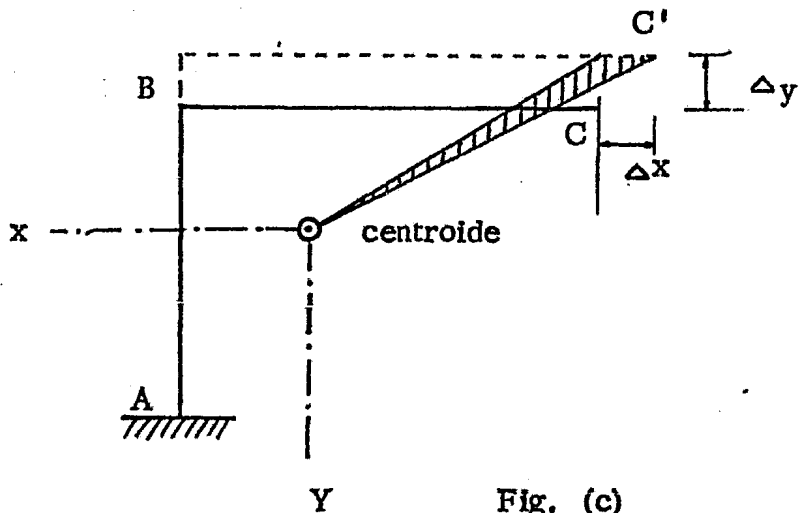


Fig. (c)

la expansión es ahora capaz de cambiar de lugar sin restricción y la línea asumirá una nueva posición indicada por la línea punteada; por lo que la terminal C ha sido desplazado al punto C', que está representado por la distancia  $\Delta x$  y  $\Delta y$  sobre el eje X y Y respectivamente. En seguida se conecta el extremo libre C' de la línea con el centroide por medio de una viga perfectamente rígida y aplicando a el centroide las fuerzas X y Y paralelas a los ejes de la línea, de suficiente magnitud de modo que el extremo libre de la línea vuelva al punto original C, figura (d).

Claramente se ve que las fuerzas actuando en el centroide están realizando el mismo trabajo que las fuerzas de reacción  $X$ ,  $Y$  y el momento  $M_y$  de la figura (b).

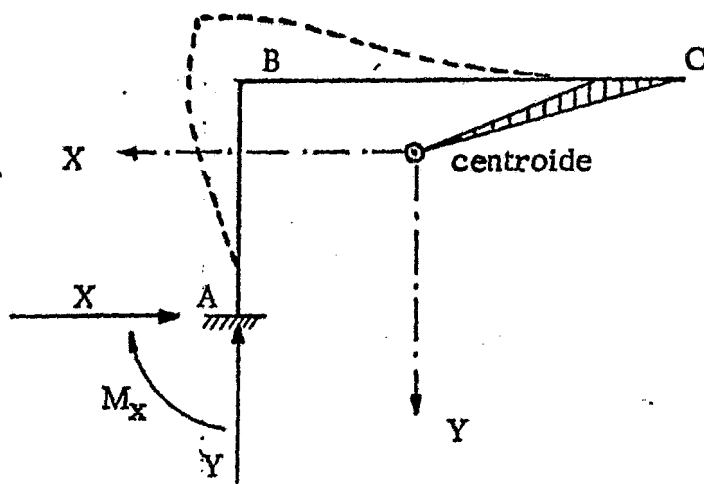


Fig.(d)

Considerando primeramente el efecto de una unidad de fuerza actuando en el centroide en la dirección del eje  $x$ . Esta fuerza tendrá un efecto rotacional en el extremo libre  $C'$ , resultando una deflexión en ambas direcciones  $x$  y  $y$ , que se designarán como  $d_{xx}$  y  $d_{xy}$  respectivamente ( el primer subíndice indica la dirección de la fuerza unitaria aplicada, en este caso  $x$  y segundo subíndice muestra la dirección de la respectiva deflexión conseguida por la unidad de fuerza aplicada).

Similarmente, una fuerza unitaria aplicada en la dirección  $y$ , en el centroide, causará deflexiones en el extremo libre, en las direcciones  $x$ ,  $y$  que se designarán como  $d_{yx}$  y  $d_{yy}$  respectivamente.

Ahora la magnitud de las fuerzas  $X$  y  $Y$  deberán ser suficientes para llevar el extremo libre  $C'$  de regreso a  $C$ .

Por lo tanto la suma de las deflexiones en la dirección  $x$  deberá ser igual a  $\Delta X$  y la suma de las deflexiones en la dirección  $y$  deberá ser igual a  $\Delta y$ . Entonces se obtienen las expresiones para las fuerzas y sus relativas deflexiones en términos de las expansiones lineales, como sigue:

$$X d_{xx} + Y d_{yx} = \Delta x \quad (1)$$

$$X d_{xy} + Y d_{yy} = \Delta y \quad (2)$$

Por la ley de deflexiones recíprocas (Maxwell), aplicada a esta discusión, se tiene que

$$d_{xy} = d_{yx}$$

puesto que las deflexiones son recíprocas de la misma fuerza unitaria.

Las deflexiones unitarias,  $d_{xx}$ ,  $d_{yy}$  y  $d_{xy}$  son debidas a las fuerzas unitarias actuando en el extremo libre en cantiliver y pueden ser calculadas para cualquier configuración dada de una línea, con tal que las propiedades físicas de la tubería sean conocidas, por lo tanto las deflexiones se calculan como sigue:

$$d_{xx} = \frac{I x}{E I} \quad (3)$$

$$d_{yy} = \frac{I y}{E I} \quad (4)$$

$$d_{xy} = \frac{\pm I_{xy}}{E I} \quad (5)$$

donde :

$E$  = módulo de elasticidad del material.

$I$  = momento de inercia de la sección transversal del tubo.

$I_x$  = momento de inercia de la línea con respecto al eje  $x$  que pasa por el centroide.

$I_y$  = momento de inercia de la línea con respecto al eje  $y$  que pasa por el centroide.

$I_{xy}$  = producto de inercia de la línea con respecto a los ejes coordenados que pasan por el centroide.

El signo del término  $I_{xy}$  de la fórmula (5) depende sobre todo de la dirección positiva de los ejes coordenados. Pero cambiando la dirección positiva de las coordenadas opuestas en dirección a la expansión anticipada, el producto de inercia será producto de dos coordenadas una teniendo un índice negativo y la otra un índice positivo: Por consiguiente, el producto de inercia de la línea tendrá un índice negativo, en la forma  $-I_{xy}$ .

La explicación anterior es buena únicamente para deflexiones unitarias debidas a fuerzas unitarias; cuando se calcula el producto de inercia de una

l i n e a , el valor encontrado deberá tener un valor positivo ó negativo, dependiendo sobre todo de la distribución de la línea alrededor del centroide.

El signo del producto de inercia calculado se introduce algebraicamente en la fórmula (5).

Combinando las fórmulas (1) y (2) con las expresiones para deflexiones (3), (4) y (5) se obtiene lo siguiente:

$$X \frac{I_x}{EI} - Y \frac{I_{xy}}{EI} = \Delta x \quad (6)$$

$$-X \frac{I_{xy}}{EI} + Y \frac{I_y}{EI} = \Delta y \quad (7)$$

Estas expresiones pueden simplificarse más ampliamente, generalmente porque los valores de E e I son los mismos para ambos ejes de la línea, quedando de la siguiente forma :

$$X I_x - Y I_{xy} = \Delta x E I \quad (8)$$

$$-X I_{xy} + Y I_y = \Delta y E I \quad (9)$$

Resolviendo para X y para Y, se tiene :

$$X = \frac{I_y (\Delta x E I) + I_{xy} (\Delta y E I)}{I_x I_y - I_{xy}^2} \quad (10)$$

$$Y = \frac{I_x (\Delta_y EI) + I_{xy} (\Delta_{xy} EI)}{I_x I_y - I_{xy}^2} \quad (11)$$

Las expresiones anteriores, se aplican únicamente a fuerzas actuando en un plano y a sistemas de tuberías con diferente configuración, siempre que el tamaño, peso y material permanezcan constantes a través de toda su longitud.

#### Sistema de Tuberías en Tres Planos.

Cuando un sistema de tuberías se encuentra en más de un plano, la distribución de fuerzas y deflexiones, se vuelve complicada por el hecho que el centroide no se encuentra en un plano con los ejes de la línea, por lo que la manera más fácil de visualizarlo es considerar al centroide encerrado en el interior del volumen formado por la configuración de la línea.

La figura (e) muestra un sistema en tres planos con las fuerzas y momentos actuando en las terminales.



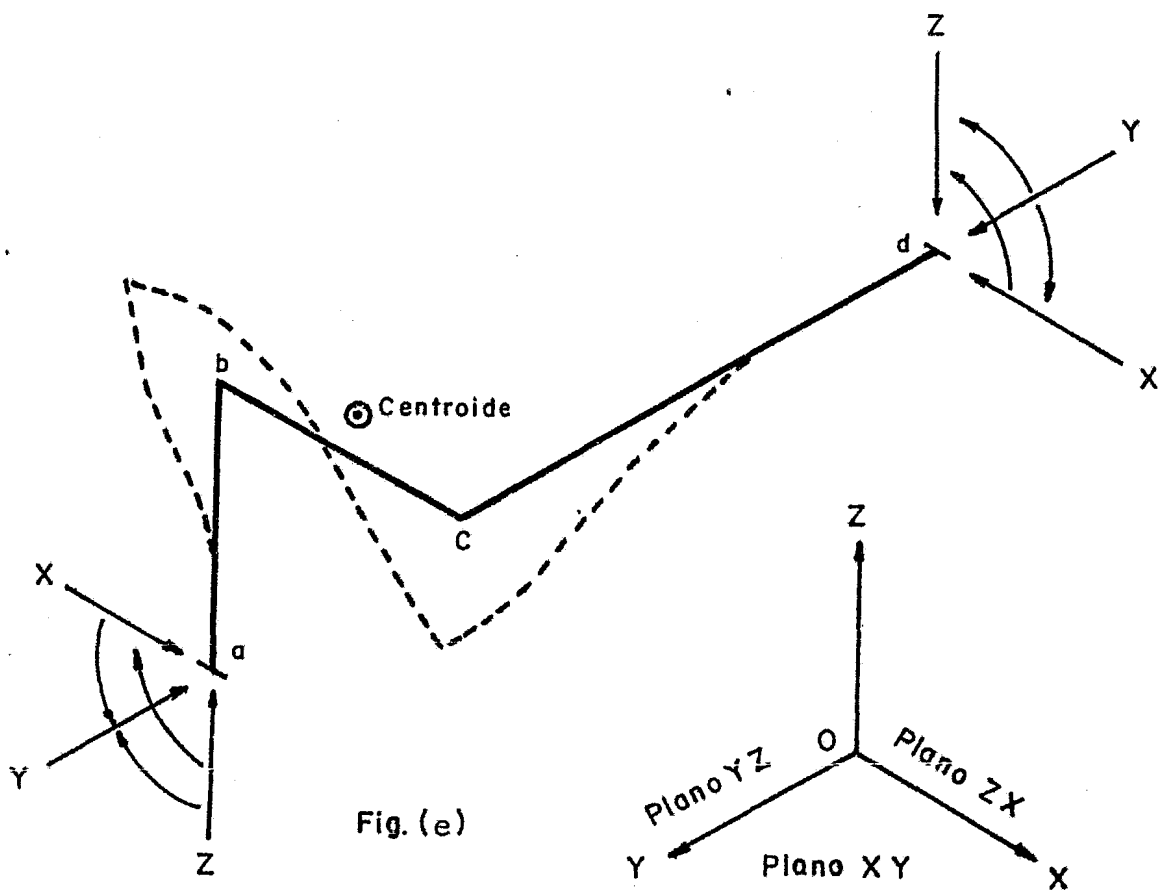


Fig. (e)

Como se ve, ahora se tiene tres fuerzas, X, Y y Z, al mismo tiempo tres momentos cada uno actuando en cada uno de los tres planos de proyección  $xy$ ,  $xz$  y  $yz$ .

La naturaleza de estas reacciones puede apreciarse mejor si se examina cada plano como se muestra en las figuras siguientes. Como se hizo anteriormente, se puede simplificar, imaginando que un extre-

mo está libre y que se conecta al centroide por medio de una viga - perfectamente rígida.

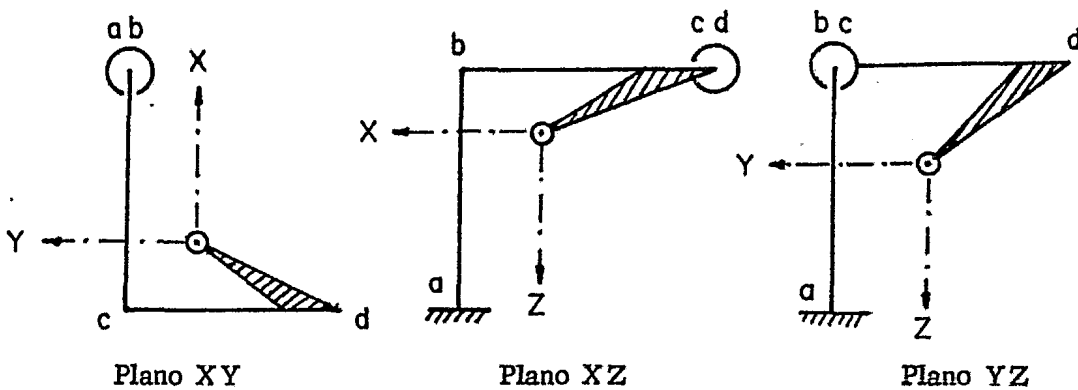


Fig.(f )

Examinando cada una de las proyecciones, se ve que cada pierna o elemento de la estructura, actúan ambas en flexión y torsión.

Por ejemplo, el elemento  $cd$  está flexionándose en los planos  $xy$  y  $yz$ , mientras en el plano  $xz$  está a la torsión.

La fuerza  $Y$ , actúa paralela a los ejes del elemento  $cd$ , y es la única fuerza la cual no tiene ningún efecto torsionante sobre el elemento  $cd$ , mientras las fuerzas  $X$  y  $Z$  actúan en flexión y en torsión.

Aplicando el mismo razonamiento como el usado en el caso de un solo

plano, se puede demostrar que la suma de las deflexiones en el extremo (d), debido a las tres fuerzas actuando en el centroide deberá ser igual a la expansión anticipada en los ejes de las respectivas fuerzas. Estas pueden ser expresadas como sigue :

$$X I_x - Y I_{xy} - Z I_{xz} = \Delta_x EI \quad (18)$$

$$-X I_{xy} + Y I_y - Z I_{yz} = \Delta_y EI \quad (19)$$

$$-X I_{xz} - Y I_{yz} + Z I_z = \Delta_z EI \quad (20)$$

En resumen, el método comprende los siguientes pasos :

- a). Cálculo de la localización del centroide
- b). Cálculo de momentos y productos de inercia  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_{xy}$ , etc.
- c). Introducción de los valores calculados para  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_{xy}$ , en la fórmula apropiada para deflexión y resolviendo para las fuerzas  $X$  y  $Y$  ( y fuerza  $Z$ , en el caso de tres planos estructurales )
- d). Cálculo de los momentos de las fuerzas obtenidas.

Para tal propósito, el centroide puede ser definido como el punto contenido dentro del área (en un solo plano) o dentro del volumen (tres planos) por la tubería estructural, el cual todas las reacciones debidas a la expansión térmica están en estado de equilibrio.

Para sistemas de tuberías en tres planos, el cálculo para la localización del centroide es complicado por el hecho que es necesario localizarlo en cada plano de proyección, la longitud de un elemento cualquiera cambiará de acuerdo a las fuerzas que están actuando en el elemento en flexión o en torsión.

Como se vió en la figura (f), si cada plano es considerado en turno, cada elemento estará a la flexión en dos de los planos y en el otro a torsión.

Existen métodos para determinar el centroide en sistemas de tuberías cuando se encuentran en tres planos de proyección, los que se conocen más es el dado por S.W.Spielvogel (Pipe Stress Calculations Simplified) y por A.R.C.Markl (Tube Turns, Piping Engineering).

Un tercer método aproximado será adoptado para el cálculo de esfuerzos, es tomar un valor promedio para el factor de flexibilidad y aplicarlo a los tres planos de proyección, sin considerar si el elemento está a la flexión ó a torsión.

Puesto que cada elemento esta a la flexión en dos planos de proyección (factor de flexibilidad = 1.0 ) y a la torsión en el tercer plano (factor de flexibilidad = 1.3 ), el valor del factor de flexibilidad medio  $K'$  será

$$K' \text{ (para tubería recta)} = \frac{(1.0 + 1.0 + 1.3)}{3} \quad (21)$$

$$= 1.10$$

El ANSI B 31.1 de 1955 toma como factor de flexibilidad para una tubería a la torsión, el valor de 1.0 (Spielvogel lo da como 1.15), cuyo valor será aplicado en los tres planos de proyección.

El valor medio del factor de flexibilidad  $K'$ , que se aplicará a las curvas de  $90^\circ$  en todos los planos de proyección, será

$$K' \text{ (para curvas a } 90^\circ) = \frac{K + K + 1.0}{3} = \frac{(2K+1)}{3} \quad (22)$$

De acuerdo con ANSI B 31.1 de 1977 el factor de flexibilidad,  $K$  para un codo está dado por la fórmula

$$K = \frac{1.65}{h} \quad \text{en la cual } h = \frac{t R}{r^2}$$

donde:

$t$  = espesor de la pared de la tubería en mm,  $R$  = radio del codo en mm y  $r = \frac{(D + d)}{4}$  mm.

La mayoría de los elementos de la línea, rectos o curvos, se encontrarán para satisfacer uno u otro de los casos siguientes, para los cuales las ecuaciones para  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_{xy}$  están dadas. Para elementos curvos, la fórmula general está también dada tal que los valores para momentos y productos de inercia pueden obtenerse para miembros curvos de cualquier sector de un ángulo.

Resolviendo para fuerzas  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , el tercer paso en el cálculo de esfuerzos, es la introducción de los valores resueltos para momentos y productos de inercia dentro de la fórmula de deflexión apropiada.

Valores para  $\Delta_x EI$ ,  $\Delta_y EI$  y  $\Delta_z EI$ , términos que están a la derecha de la fórmula de deflexión, son calculados de la información de diseño básico. Debe recordarse en todos los cálculos que la unidad lineal es el metro por lo que todas las dimensiones deberán ser expresadas en metros.

Así los momentos de inercia de la sección estarán en  $m^4$ . y los módulos de elasticidad  $E$ , estarán en  $kg/cm^2$ . El cálculo de las expansiones lineales  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$ ,  $\Delta_z$  y las anteriores pueden desarrollarse.

$$\Delta_x EI = \frac{L_x E_c \cdot C \cdot I_p}{100 \times 100} \quad m^3 \quad (25)$$

donde :

$L_x$  = distancia en el eje x, entre anclajes

$E_c \cdot C$  = característica térmica del material de la tubería  
obtenéndose de tablas.

$I$  = momento de inercia de la sección de la tubería ob-  
tenido de tablas.

( $L_y$  y  $L_z$  serán similarmente la distancia entre los ancla-  
jes en la dirección y y z en metros).





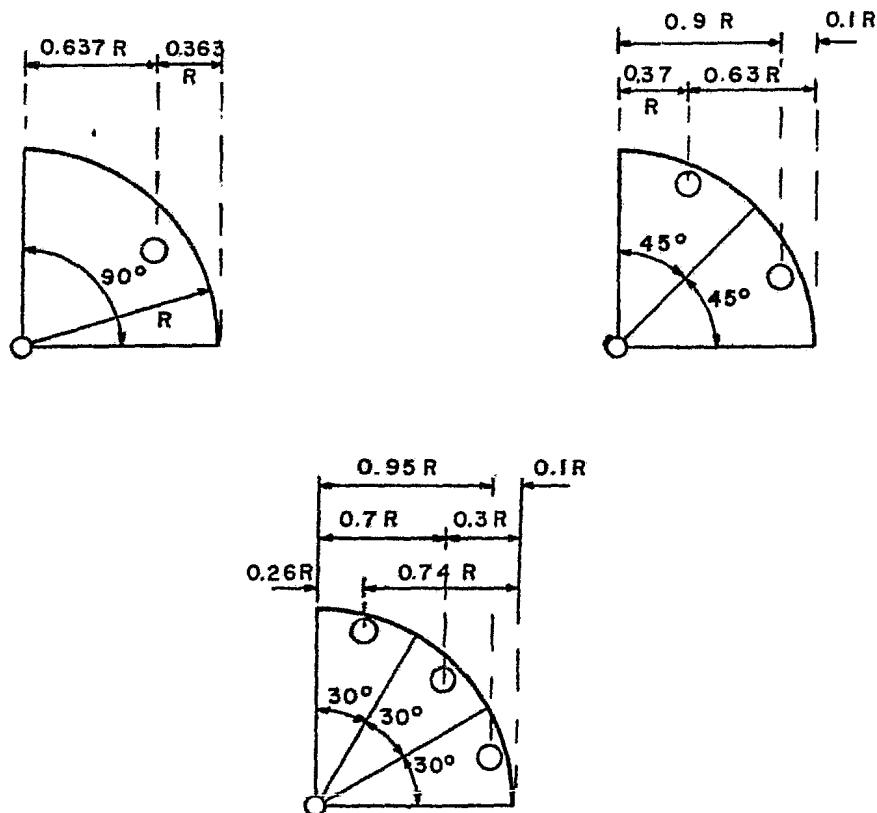


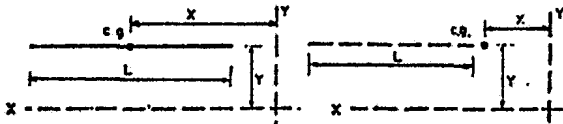
Fig.(h) localización del centro de gravedad en arcos de 90°, 45° y 30°

1 elemento	2 L ( m )	3 X' ( m )	4 L . X'	5 Y' ( m )	6 L . Y'
a b	1.300	+ 2.310	3.003	0.900	1.170
b c	2.473	+ 1.512	3.740	0.983	2.431
c d	1.900	+ 1.429	2.715	2.079	3.950
d e	2.473	+ 1.346	3.329	3.175	7.852
e f	1.900	+ 0.250	0.475	3.258	6.190
f g	2.473	- 0.846	- 2.092	3.175	7.852
g h	2.80	- 0.929	- 2.600	1.629	4.561
h j	2.473	- 0.846	- 2.092	0.0831	0.205
j R	0.700	- 0.350	- 0.245	0	0
	18.492		+ 6.233		+ 34.21

$$\bar{X} = \frac{6.233}{18.492} = 0.337 \text{ m}$$

$$\bar{Y} = \frac{34.210}{18.492} = 1.85 \text{ m}$$

**PRODUCTOS DE INERCIA**

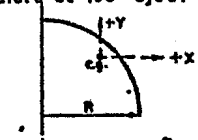


$I_{xy} = LXY$

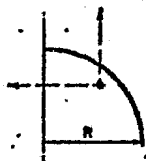
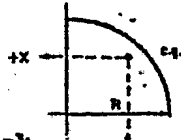
$I_{xy} = 1.3LXY$

Línea recta en un plano de proyección, paralela a cualquiera de los ejes.

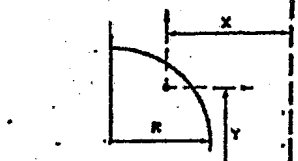
Línea recta perpendicular a un plano de proyección.



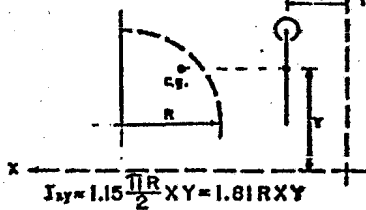
$I_{xy} = -k(0.137R^3)$



$I_{xy} = +k(0.137R^3)$

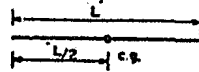


$I_{xy} = \pm k(0.137R^3) + k \frac{\pi R}{2} XY$

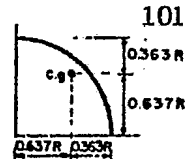


$I_{xy} = 1.15 \frac{\pi R}{2} XY = 1.81RXY$

**CENTRO DE GRAVEDAD DE UN SEGMENTO DE LINEA.**

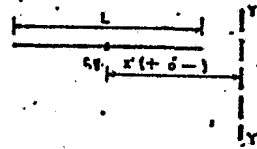


Línea recta

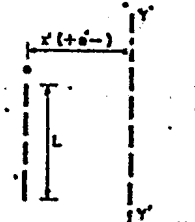


Línea curva 90°

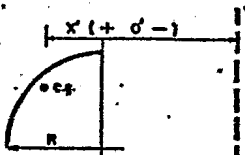
**CENTROIDES**



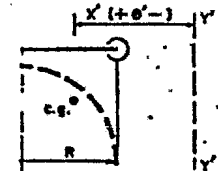
Línea recta en un plano de proyección =  $Lx'$



Línea recta perpendicular al plano de proyección =  $1.3Lx'$

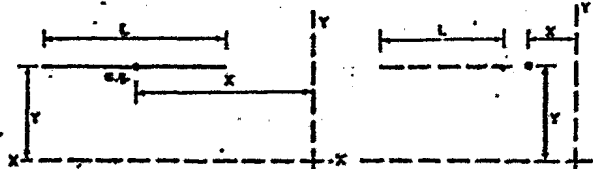


Curva de 90° en plano de proyección =  $k \frac{\pi R}{2} X'$   
 $= 1.57 kRX'$



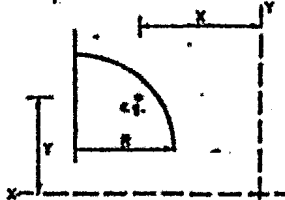
Curva de 90° perpendicular al plano de proyección  
 $= 1.15 \frac{\pi R}{2} X' = 1.81RX'$

**MOMENTOS DE INERCIA**

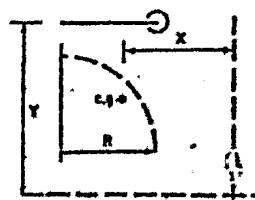


$I_x = LY^2$  (paralela a un eje)  
 $I_y = \frac{L^3}{12} + LX^2$  (perpendicular a un eje)

$I_x = 1.3LY^2$   
 $I_y = 1.3LX^2$



$I_x = k(0.149R^3) + k \frac{\pi R}{2} Y^2$   
 $= k(0.149R^3) + 1.57kRY^2$   
 $I_y = k(0.149R^3) + 1.57kRX^2$



$I_x = 1.15 \frac{\pi R}{2} Y^2$   
 $= 1.81RY^2$  (paralela a un eje)  
 $I_y = 1.15(0.149R^3) + 1.81RX^2$   
 (perpendicular a un eje)

CAPITULO IV.4.1 APLICACION DEL METODO DE CENTRO ELASTICO A UNA LINEA DE EXTRACCION DE VAPOR.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Para mostrar la aplicación del método, se resolverá un problema real, de la línea 604-10' - HM de extracción de vapor No. 2 para el calentador de baja presión de agua de alimentación del generador de vapor de la Central Termoeléctrica Punta Prieta U. 3, con capacidad de 37.5 - MW, localizada en la Paz, Baja California Sur.

Datos del problema:

Tamaño de la tubería: 254 mm

Cédula 40

Codos de radio largo:  $R = 0,381$  m

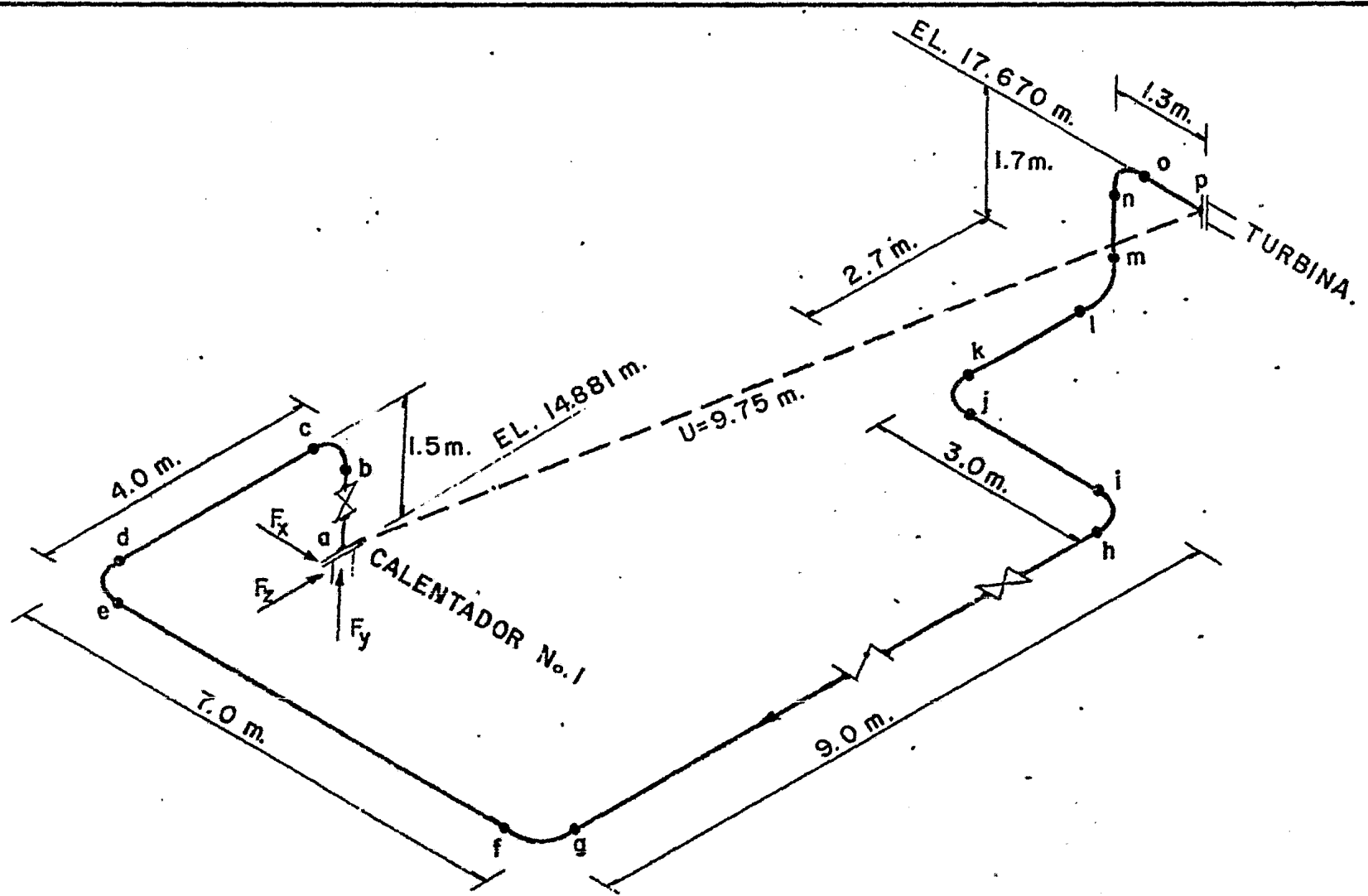
Servicio: Vapor

Temperatura:  $T = 149^{\circ} \text{C}$

Presión:  $P = 241 \text{ K P}_a$

Espesor:  $t_h = 9.27$  mm

Peso tubería por metro:  $591 \frac{\text{N}}{\text{m}}$



LINEA DE EXTRACCION DE VAPOR N° 2

$$U = \sqrt{(5.3)^2 + (2.79)^2 + (7.7)^2} = 9.75 \text{ m.}$$

$$Y = 9.75 \times 0.15 = 1.4625 \text{ cm.}$$

$$L = 1.5 + 4 + 7 + 9 + 3 + 2.7 + 1.7 + 1.3 = 30.2 \text{ m.}$$

Aplicando la fórmula

$$\frac{D Y}{6944.44 (L-U)^2} =$$

$$= \frac{25.4 \times 1.4625}{6944.44 (30.2 - 9.75)^2} = 0.0013$$

$$0.0013 < 0.03$$

CUESTIONARIO	
1-TAMAÑO TUBERIA	254 mm. (10 pulg.)
2-DIAMETRO EXTERIOR	273 mm. (10.788 pulg.)
3-DIAMETRO INTERIOR	254 mm. (10.02 pulg.)
4-MOMENTO DE INERCIA	6693 cm. (160.8 pulg.)
5-MODULO DE SECCION	490 cm. (29.9 pulg.)
6-MATERIAL DE TUBERIA	ACIAL CARBON SIN COST.A-530r.B
7-CODIGO	ANSI B31.1 DE 1977
8-TEMPERATURA DE DISEÑO	149 °C (300 °F)
9-TEMPERATURA BASE	32 °C (70 °F)
10-PRESION DE DISEÑO	345 KPa. (50 psi)
11-PRESION DE PRUEBA	615 KPa. (79.5 psi)
12-VALOR DE $\sigma$ A 149 °C	6513
13-RADIO CODOS, R	0.381 m. (15 pulg.)
14-FACTOR DE FLEXIBILIDAD, k	8.41
15-FACTOR DE INT. DE ESF., I	2.668
16-LON. ACTUAL CUARTO DE CURVA, L <sub>a</sub>	0.5988 m. (1.963 pies)
17-LONG. VIRTUAL " " " L <sub>v</sub>	5.032 m. (16.51 " )
18-ESFUERZO A TEMP. AMBIENTE.	103.46 MPa. (15000 psi)
19-ESFUERZO A TEMP. DE DISEÑO	103.46 MPa. "
20-RANGO DE ESFUERZO PERMISIBLE, S <sub>A</sub>	155.14 MPa. (22500 psi)
21-VALOR DE $\frac{D Y}{(L-U)^2}$	0.0013
22-ANALISIS NO REQUERIDO DE LA LINEA POR ANSI B31.1 DE 1977	
24-METODO DE CALCULO	CENTRO ELASTICO

#### 4.2 DETERMINACION DE LAS CONSTANTES.

De acuerdo con el ANSI B31.1 de 1977, el factor de flexibilidad para un codo está dado por la fórmula:

$$k = \frac{1.65}{h}$$

$$h = \frac{t R}{r^2}$$

donde:  $t$  es el espesor de la tubería en mm

$R$  es el radio del codo en mm

$r$  es radio medio de la tubería  $= \frac{(D + d)}{4}$  mm

El factor de intensificación de esfuerzos está dado por la fórmula:

$$i = \frac{0.9}{h^{2/3}}$$

El factor de esfuerzos, se aplica únicamente a esfuerzos inducidos por fuerzas actuando en curvas, produciendo esfuerzos longitudinales en tensión o compresión. Para esfuerzos torsionales el factor es unitario.

$$k = \frac{1.65}{h} = \frac{1.65}{0.1962} = 8.410$$

$$h = \frac{t R}{r^2} = \frac{9.271 \times 381}{(134.19)^2} = 0.1962$$

$$r = \frac{(273 + 263.8)}{4} = 134.19$$

$$i = \frac{0.9}{(0.1962)^{2/3}} = \frac{0.9}{0.3376} = 2.665$$

#### 4.3 DETERMINACION DE LOS MOMENTOS DE INERCIA, PRODUCTOS DE INERCIA Y CENTROIDES.

Para este problema, lo que se requiere es determinar las fuerzas de reacción  $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$  en la boquilla de la turbina que serán iguales y opuestas a las de la boquilla del calentador. Momentos de reacción  $M_{xy}$ ,  $M_{xz}$  y  $M_{yz}$  en las boquillas de los dos equipos, así como el máximo esfuerzo combinado y su localización.

Para la solución al problema se requiere que el punto (a) esté perfectamente fijo y el punto (b) temporalmente suelto.

Aplicando la fórmula para cada uno de los ejes, se tiene :

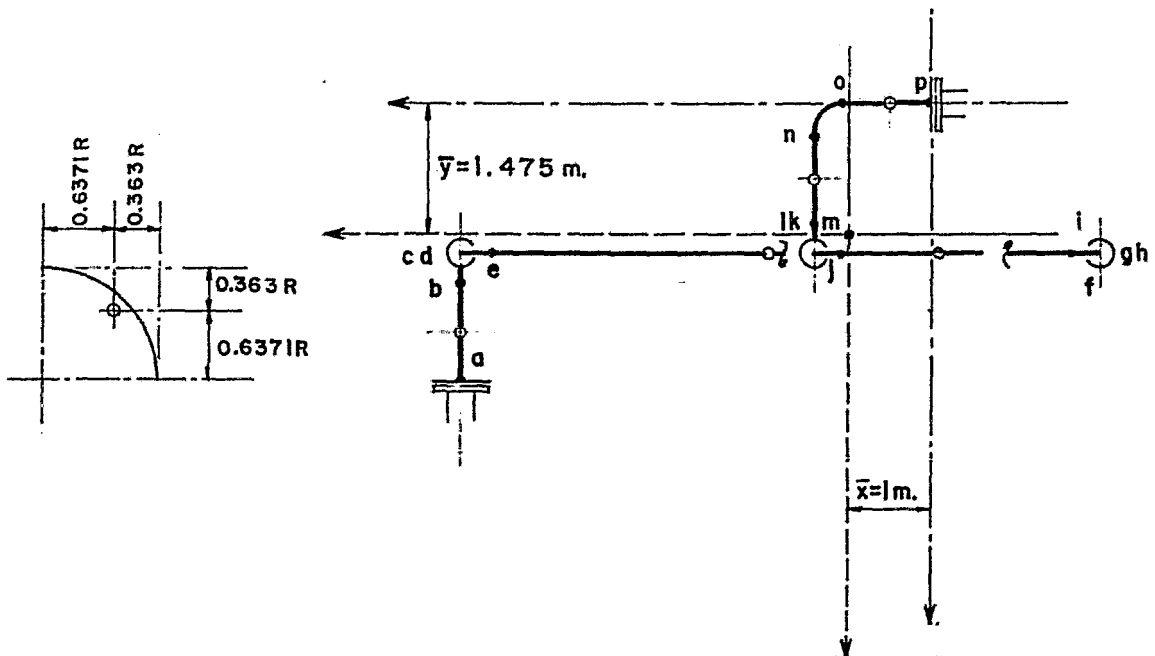
$$\Delta_x EI = L_x \cdot c \cdot I_p = \frac{5.3 \times 6513 \times 6693}{100 \times 100} = 23\ 105 \text{ m}^3$$

$$\Delta_y EI = L_y \cdot c \cdot I_p = \frac{3.22 \times 6513 \times 6693}{100 \times 100} = 14\ 050 \text{ m}^3$$

$$\Delta_z EI = L_z \cdot c \cdot I_p = \frac{7.7 \times 6513 \times 6693}{100 \times 100} = 33\ 467 \text{ m}^3$$

Proyección sobre el plano X Y

$$R = 1.5 D = 0.381 \text{ m ( 15 pulg. )}$$



- $ab = 1.18 \text{ m}$
- $cd = 3.24 \text{ m}$
- $ct = 6.24 \text{ m}$
- $gh = 8.24 \text{ m}$
- $ij = 2.34 \text{ m}$
- $hl = 1.94 \text{ m}$
- $mn = 0.94 \text{ m}$
- $op = 0.92 \text{ m}$



CALCULO DEL CENTROIDE CON ORIGEN EN EL PUNTO (p)

	LONGITUD L, m.	X'	L X'	Y'	L Y'
ab	1.119	+ 5.3	+ 5.93	+ 2.64	+ 2.954
bc	1.81x0.381 = 0.690	+ 5.3	+ 3.66	+ 1.84	+ 1.27
cd	1.3 x 3.24 = 4.210	+ 5.3	+ 22.32	+ 1.7	+ 7.16
de	1.81x0.381 = 0.690	+ 5.1617	+ 3.567	+ 1.7	+ 1.173
ef	6.238	+ 1.8	+ 11.23	+ 1.7	+ 10.61
fg	1.81x0.381 = 0.690	- 1.5617	- 1.1	+ 1.7	+ 1.173
gh	1.3 x 8.238 = 10.710	- 1.7	- 18.21	+ 1.7	+ 18.21
hi	1.81x0.381 = 0.69	- 1.5617	- 1.1	+ 1.7	+ 1.173
ij	2.238	- 0.20	- 0.452	+ 1.7	+ 3.81
jk	1.81x0.381 = 0.690	+ 1.1617	+ 0.802	+ 1.7	+ 1.173
kl	1.3 x 1.938 = 2.52	+ 1.3	+ 3.28	+ 1.7	+ 4.284
lm	1.81x0.381 = 0.69	+ 1.3	+ 0.897	+ 1.562	+ 1.1
mn	0.939	+ 1.3	+ 1.22	+ 0.55	+ 0.8
no	1.57x8.15x0.381 = 4.87	+ 1.1617	+ 5.66	+ 0.1383	+ 0.67
op	0.919	+ 0.46	+ 0.42	+ 0.0	+ 0.0
	$\Sigma L = 37.9$		$\Sigma L X' = 38.1$		$\Sigma L Y' = 55.56$
		$\bar{X} = \frac{38.1}{37.9} = 1.0 \text{ m.}$		$\bar{Y} = \frac{55.56}{37.9} = 1.475 \text{ m}$	

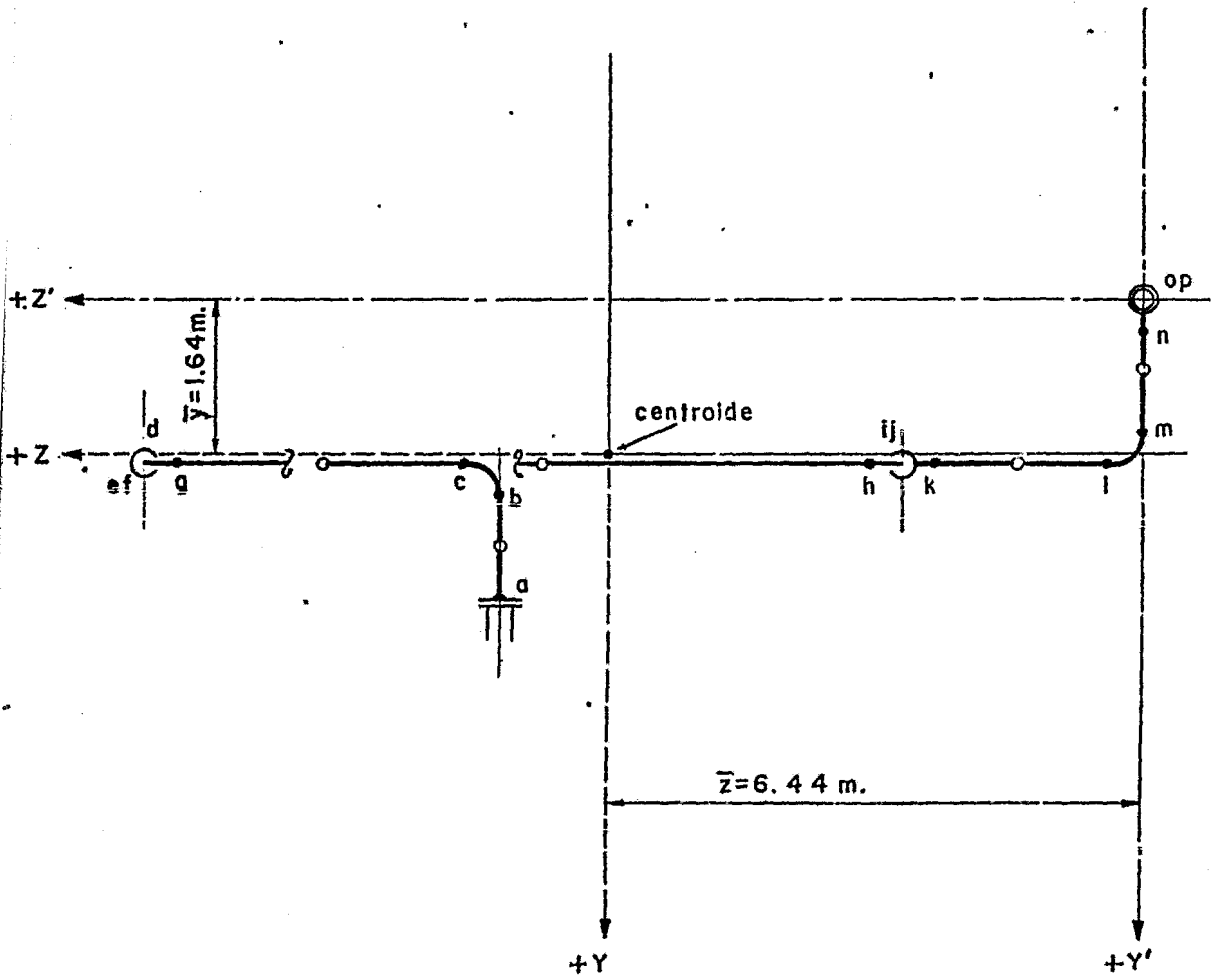
Ixy

ab	1.119 x 4.3 x 1.175	=	5.6552
bc	1.81 x 0.381 x 4.3 x 0.375	=	1.112
cd	1.3 x 3.24 x 4.3 x 0.235	=	4.24
de	1.81 x 0.381 x 4.16 x 0.235	=	0.672
ef	6.238 x 0.8 x 0.235	=	1.173
fg	1.81 x 0.381 x (-2.562) x 0.235	=	-0.415
gh	1.3 x 8.238 x (-2.7) x 0.235	=	-6.798
hi	1.81 x 0.381 x (-2.57) x 0.235	=	-0.415
ij	2.238 x (-1.2) x 0.235	=	-0.633
jk	1.81 x 0.381 x 0.155 x 0.235	=	0.025
kl	1.3 x 1.94 x 0.3 x 0.235	=	0.174
lm	1.81 x 0.381 x 0.3 x 0.098	=	0.2
mn	0.938 x 0.3 x (-0.62)	=	-0.085
no	8.15 x 0.137 x (0.381) <sup>3</sup> + 1.57 x 8.15 x 0.381 x 0.1555 (-1.33)	=	-0.945
op	0.919 x (-0.54) x 1.5	=	-0.744
			$I_{xy} = 4.484$

ab	$\frac{(1.119)^3}{12} + 1.119 \times (1.175)^2 =$	1.66
bc	$1.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 \times (4.293)^2 =$	12.72
cd	$1.3 \times 3.24 \times (0.235)^2 =$	0.233
de	$1.81 \times 8.15 \times (0.235)^2 =$	0.815
ef	$6.238 \times (0.235)^2 =$	0.344
fg	$1.181 \times 8.15 \times (0.235)^2 =$	0.815
gh	$1.3 \times 8.24 \times (0.235)^2 =$	0.592
hi	$1.81 \times 8.150 \times (0.235)^2 =$	0.815
ij	$2.238 \times (0.235)^2 =$	0.124
jk	$1.81 \times 8.151 \times (0.235)^2 =$	0.815
kl	$1.3 \times 1.94 \times (0.235)^2 =$	0.14
lm	$1.15 (0.149) (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 (0.098)^2 =$	0.016
mn	$\frac{(0.94)^3}{12} + 0.94 \times (0.62)^2 =$	0.43
no	$8.15 \times 0.149 (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (1.33)^2 =$	8.69
op	$0.919 \times (1.47)^2 =$	1.986
	Ix =	27.89

ab	$1.119 \times (4.29)^2 =$	20.59
bc	$1.81 \times 8.151 \times (0.375)^2 =$	2.07
cd	$1.3 \times 3.24 \times (4.3)^2 =$	77.88
de	$1.15 \times 0.149 (0.381)^3 \times 1.81 \times 0.381 \times (4.155)^2 =$	11.91
ef	$\frac{(6.238)^3}{12} + 6.238 (0.8)^2 =$	24.22
fg	$1.15 \times 0.149 (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 (2.57)^2 =$	4.61
gh	$1.3 \times 8.241 \times (2.7)^2 =$	78.09
hi	$1.15 \times 0.149 (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 (2.57)^2 =$	4.61
ij	$\frac{(2.238)^3}{12} + 2.238 (1.2)^2 =$	4.16
jk	$1.15 \times 0.149 (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 (0.1555)^2 =$	0.072
kl	$1.3 \times 1.94 \times (0.3)^2 =$	0.23
lm	$1.81 \times 8.15 (0.3)^2 =$	1.330
mn	$0.940 \times (0.3)^2 =$	0.085
no	$8.15 \times 0.149 (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 (0.1555)^2 =$	0.1850
op	$\frac{(0.919)^3}{12} + 0.919 \times (0.54)^2 =$	0.333
	Iy =	226.00

## PROYECCION SOBRE EL PLANO YZ



## CALCULO DEL CENTROIDE CON ORIGEN EN EL PUNTO (p)

	LONGITUD L,m.	Z'	L.Z'	Y'	L.Y'
a b	1.119	+ 7.7	+ 8.62	+ 2.64	+ 2.95
b c	1.57 x 8.15 x 0.381 = 4.87	+ 7.84	+38.18	+ 1.84	+ 8.96
c d	3.238	+ 9.7	+31.41	+ 1.7	+ 5.5
d e	1.81 x 0.381 = 0.69	+11.56	+ 7.97	+ 1.7	+ 1.17
e f	1.3 x 6.234 = 8.11	+11.7	+94.9	+ 1.7	+13.79
f g	1.81 x 0.381 = 0.69	+11.56	+ 7.97	+ 1.7	+ 1.17
g h	8.24	+ 7.2	+59.33	+ 1.7	+14.0
h i	1.81 x 0.381 = 0.69	+ 2.84	+ 1.96	+ 1.7	+ 1.173
i j	1.3 x 2.238 = 2.91	+ 2.7	+ 7.86	+ 1.7	+ 4.95
j k	1.81 x 0.381 = 0.69	+ 2.562	+ 1.77	+ 1.7	+ 1.173
k l	1.938	+ 1.35	+ 2.62	+ 1.7	+ 3.295
l m	1.57 x 8.15 x 0.381 = 4.87	+ 0.1383	+ 0.67	+ 1.562	+ 7.61
m n	0.94	0.0	0.0	+ 1.32	+ 1.24
n o	1.81 x 0.381 = 0.69	0.0	0.0	+ 0.138	+ 0.095
o p	1.3 x 0.919 = 1.1947	0.0	0.0	0.0	0.0
	$\Sigma L = 40.87$		$\Sigma LZ' = 263$		$\Sigma LY' = 67.1$
			$\bar{Z} = \frac{263}{40.87} = 6.44 \text{ m.}$		$\bar{Y} = \frac{67.1}{40.87} = 1.64 \text{ m.}$

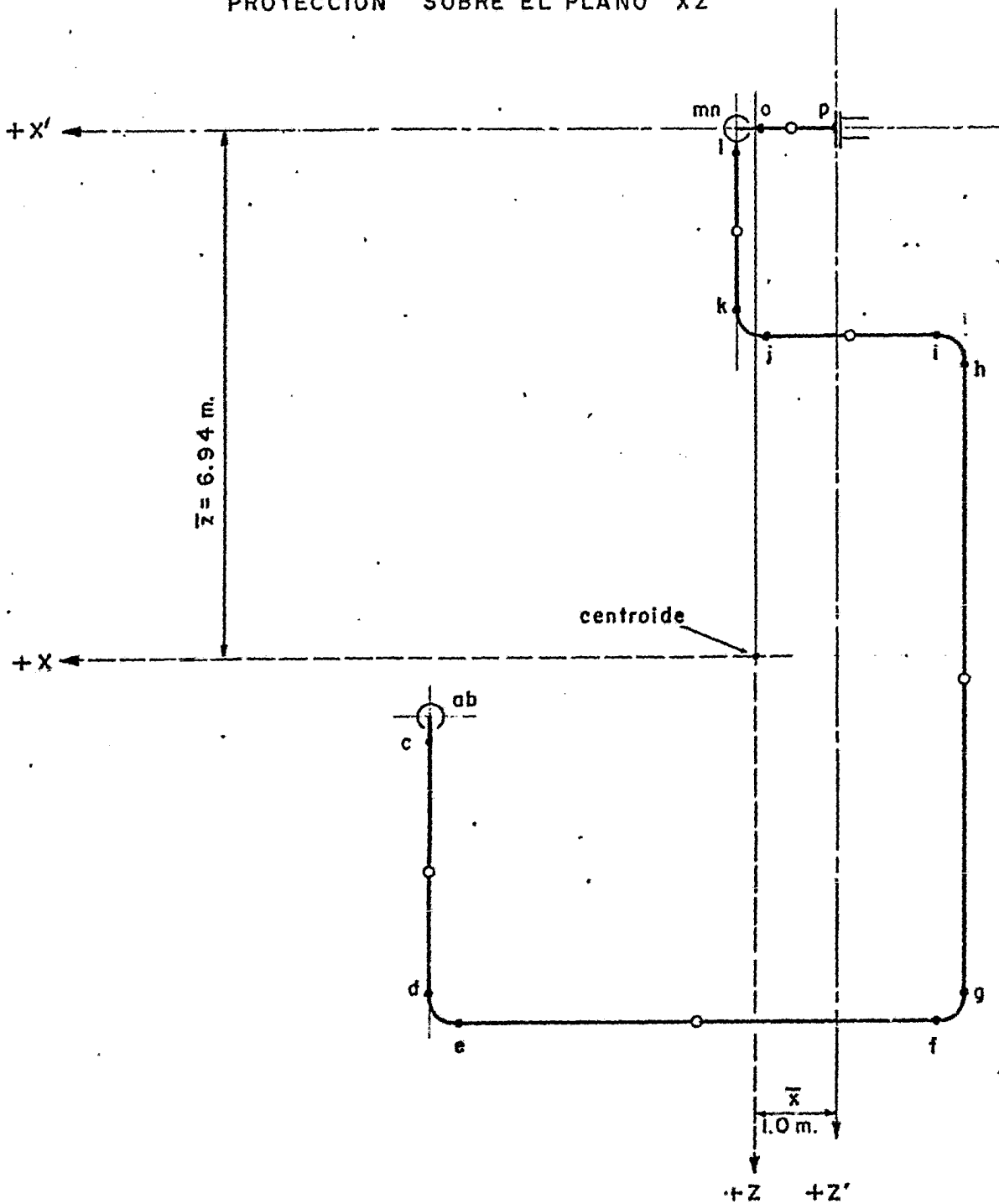
I<sub>yz</sub>

a b	1.119 x 1.26 x 0.99 =	+1.39
b c	8.15 x 0.137 x (0.381) <sup>3</sup> + 1.57 x 8.15 x 0.381 x 1.4 x 0.198 =	+1.41
c d	3.238 x 3.3 x 0.06 =	+0.64
d e	1.81 x 0.381 x 5.12 x 0.06 =	+0.21
e f	1.3 x 6.23 x 5.3 x 0.06 =	+2.57
f g	1.81 x 0.381 x 5.12 x 0.06 =	+0.21
g h	8.24 x 0.8 x 0.06 =	+0.395
h i	1.81 x 0.381 x 0.06 x (-3.6) =	-0.149
i j	1.3 x 2.24 x (-3.74) x 0.06 =	-0.65
j k	1.81 x 0.381 x (-387) x 0.06 =	-0.16
k l	1.938 x (-5.09) x 0.06 =	-0.592
l m	8.15 x 0.137 x (0.381) <sup>3</sup> + 1.57 x 8.15 x 0.381 (-6.3) x (-0.08) =	+2.52
m n	0.938 x (-0.32) x (-6.44) =	+1.93
n o	1.81 x 0.381 x (-1.5) x (-6.44) =	+6.66
o p	1.1947 x (-6.44) x (-1.64) =	+12.61
		I <sub>yz</sub> = 29.83

a b	$1.19 \times (1.26)^2 =$	1.776
b c	$8.15 \times 0.149 \times (0.381) + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (1.4)^2 =$	9.62
c d	$\frac{(3.238)^3}{12} + 3.238 \times (3.3)^2$	38.10
d e	$1.15 \times 0.149 \times (0.381) + 1.81 \times 0.381 \times (5.12) =$	18.1
e f	$1.3 \times 6.24 \times (5.3)^2 =$	227.87
f g	$1.15 \times 0.149 \times (0.381) + 1.81 \times 0.381 \times (5.12) =$	18.10
g h	$\frac{(8.24)^3}{12} + 8.24 \times (0.8)^2 =$	51.897
h i	$1.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 \times (3.6)^2 =$	8.95
i j	$1.3 \times 2.24 \times (3.74)^2 =$	51.79
j k	$1.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 \times (3.87)^2 =$	10.34
k l	$1.939 \times (5.088)^2 =$	50.19
l m	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (6.3)^2 =$	193.56
m n	$0.94 \times (6.44)^2 =$	38.98
n o	$1.81 \times 0.381 \times (6.44)^2 =$	28.60
o p	$1.3 \times 0.919 \times (6.44)^2 =$	49.54
		I <sub>y</sub> = 782..

a b	$\frac{(1.119)^3}{12} + 1.119 \times (0.997)^2 =$	2.08
b c	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (0.20)^2 =$	0.26
c d	$3.238 \times (0.058)^2 =$	0.01
d e	$1.81 \times 0.381 \times (0.06)^2 =$	0.003
e f	$1.3 \times 6.24 \times (0.06)^2 =$	0.03
f g	$1.81 \times 0.381 \times (0.06)^2 =$	0.003
g h	$8.24 \times (0.06)^2 =$	0.03
h i	$1.81 \times 0.381 \times (0.06)^2 =$	0.003
i j	$1.3 \times 2.24 \times (0.06)^2 =$	0.01
j k	$1.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 \times (0.06)^2 =$	0.012
k l	$\frac{(1.94)^3}{12} + 1.94 \times (0.06)^2 =$	0.61
l m	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (0.08)^2 =$	0.098
m n	$\frac{(0.94)^3}{12} + 0.94 \times (1.51)^2 =$	2.21
n o	$1.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 \times (1.50)^2 =$	1.56
o p	$1.3 \times 0.92 \times (1.64)^2 =$	3.22
		I <sub>z</sub> = 9.28

PROYECCION SOBRE EL PLANO XZ



## CALCULO DEL CENTROIDE CON ORIGEN EN EL PUNTO (p)

	LONGITUD L, m	x'	L.X'	z'	L.Z'
a b	$1.3 \times 1.119 = 1.455$	+5.3	+7.71	+7.70	+11.2
b c	$1.81 \times 0.331 = 0.69$	+5.3	+3.66	+7.84	+5.41
c d	3.238	+5.3	+17.16	+9.32	+30.18
d e	$1.57 \times 8.15 \times 0.381 = 4.87$	+5.16	+25.12	+11.562	+56.3
e f	6.24	+1.8	+11.23	+11.7	+73.0
f g	$1.57 \times 8.15 \times 0.381 = 4.87$	-1.562	-7.61	+11.56	+56.3
g h	8.24	-1.7	-14.0	+7.2	+59.3
h i	$1.57 \times 8.15 \times 0.381 = 4.87$	-1.562	-7.61	+2.84	+13.83
i j	2.24	-0.2	-0.45	+2.7	+6.04
j k	$1.57 \times 8.15 \times 0.381 = 4.87$	+1.1617	+5.66	+2.562	+12.47
k l	1.938	+1.3	+2.52	+1.35	+2.62
l m	$1.81 \times 0.381 = 0.69$	+1.3	+0.897	+0.1383	+0.095
m n	$1.3 \times 0.938 = 1.22$	+1.3	+1.57	0.0	0.0
n o	$1.81 \times 0.381 = 0.69$	+1.1617	+0.8	0.0	0.0
o p	0.919	+0.46	+0.423	0.0	0.0
	$\Sigma L = 47.04$		$\Sigma L.X' = 47.10$		$\Sigma L.Z' = 327.35$
		$\bar{X} = \frac{47.10}{47.04} = 1.0 \text{ m.}$		$\bar{Z} = \frac{327}{47.04} = 6.945 \text{ m.}$	

## Ixz

a b	$1.3 \times 1.119 \times 4.3 \times 0.76 =$	4.75
b c	$1.81 \times 0.381 \times 4.3 \times 0.84 =$	2.49
c d	$3.238 \times 4.3 \times 2.7 =$	37.59
d e	$-8.15 \times 0.137 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times 4.2 \times 4.62 =$	94.53
e f	$6.24 \times 0.8 \times 4.7 =$	23.46
f g	$8.15 \times 0.137 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (-2.56) \times 4.6 =$	-57.47
g h	$8.24 \times (-2.7) \times 0.26 =$	-5.78
h i	$-8.15 \times 0.137 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (-2.56) \times (-4.1) =$	51.17
i j	$2.24 \times (-1.2) \times 4.3 =$	-11.56
j k	$-8.15 \times (0.137) \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times 0.1617 \times (-4.4) =$	-3.51
k l	$1.938 \times 0.3 \times (-4.38) =$	-2.55
l m	$0.69 \times 0.3 \times (-6.81) =$	-1.41
m n	$1.22 \times 0.3 \times (-6.81) =$	-2.49
n o	$0.69 \times 0.162 \times (-6.81) =$	-0.76
o p	$0.919 \times (-0.54) \times (-6.81) =$	+3.38
		$I_{xz} = 127.00$

I<sub>x</sub>

a b	$1.3 \times 1.119 \times (0.76)^2 =$	0.84
b c	$1.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 \times (0.89)^2 =$	0.71
c d	$\frac{(3.238)^3}{12} + 3.238 \times (2.37)^2 =$	21.02
d e	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (4.62)^2 =$	104.12
e f	$6.24 \times (4.76)^2 =$	141.38
f g	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (4.62)^2 =$	104.12
g h	$\frac{(8.24)^3}{12} + 8.24 \times (0.2)^2 =$	46.95
h i	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (4.11)^2 =$	82.42
i j	$2.24 \times (4.24)^2 =$	40.27
j k	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (4.38)^2 =$	93.59
k l	$\frac{(1.938)^3}{12} + 1.938 \times (4.38)^2 =$	37.78
l m	$1.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 \times (6.81)^2 =$	32.00
m n	$1.3 \times 0.94 \times (6.945)^2 =$	58.94
n o	$1.81 \times 0.381 \times (6.945)^2 =$	33.26
o p	$0.919 \times (6.945)^2 =$	44.33
		I <sub>x</sub> = 841.00

I<sub>z</sub>

a b	$1.3 \times 1.119 \times (4.3)^2 =$	26.9
b c	$1.81 \times 0.381 \times (4.3)^2 =$	12.75
c d	$3.238 \times (4.3)^2 =$	59.87
d e	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (4.2)^2 =$	86.1
e f	$\frac{(6.24)^3}{12} + 6.24 \times (0.8)^2 =$	24.24
f g	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (2.56)^2 =$	31.95
g h	$8.24 \times (2.7)^2 =$	60.1
h i	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (2.56)^2 =$	32.0
i j	$\frac{(2.24)^3}{12} + 2.24 \times (1.2)^2 =$	4.22
j k	$8.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.57 \times 8.15 \times 0.381 \times (0.1616)^2 =$	0.12
k l	$1.938 \times (0.3)^2 =$	0.17
l m	$1.81 \times 0.381 \times (0.3)^2 =$	0.06
m n	$1.3 \times 0.94 \times (0.3)^2 =$	0.11
n o	$1.15 \times 0.149 \times (0.381)^3 + 1.81 \times 0.381 \times (0.1617)^2 =$	0.08
o p	$\frac{(0.92)^3}{12} + 0.92 \times (0.54)^2 =$	0.53
		I <sub>z</sub> = 337



MOMENTOS DE INERCIA Y EVALUACION DE FUERZAS,  $F_x, F_y, F_z$  116

	$I_x$	$I_y$	$I_z$	$I_{xy}$	$I_{xz}$	$I_{yz}$
PLANO XY	27.89	228.00		4.484		
PLANO XZ	841.00		337.00		127.00	
PLANO YZ		782.00	9.28			28.80
	868.89	1010.00	346.28	4.484	127.00	28.80

$$\Delta_x EI = 23105 \text{ m}^3 \quad \Delta_y EI = 14050 \text{ m}^3 \quad \Delta_z EI = 33467 \text{ m}^3$$

	$F_x$	$F_y$	$F_z$	CONSTANTE
1	+868.89	-4.484	-126.80	-23105
4	-1	+0.0052	+0.146	+26.59
2	-4.484	+1010.00	-28.80	-14050
5	+4.52	-0.0233	-0.659	-120.15
6	0	+1009.97	-29.46	-14170
7		-1	+0.0292	+14.03
3	-127.00	-28.80	+346.28	-33467
8	+126.86	-0.655	-19.51	-3373
9	0	+29.49	-0.86	-413.76
10	0	+0.035	+326.91	-37253.76
11			-1	+113.96

(Linea 11)  $-F_z + 113.96 = 0$  de donde  $F_z = 113.96 \text{ Kg}$   
 $= 1118 \text{ Newton}$ .

(Linea 7)  $-F_y + (0.0292 \times 113.96) + 14.03 = 0$ ,  $F_y = 17.36 \text{ Kg}$   
 $= 170.3 \text{ Newton}$ .

(Linea 4)  $-F_x + (0.0052 \times 17.36) + 0.146 \times 113.96 + 26.59 = 0$   
de donde  $F_x = 43.32 \text{ Kg}$   
 $= 425 \text{ Newton}$

Procedimiento que se siguió para la obtención de las fuerzas  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ , utilizando el cuadro anterior.

- a). En los renglones (1), (2) y (3), se colocaron los coeficientes y constantes de las ecuaciones (18), (19) y (20), las constantes toman el signo negativo, puesto que pasan al lado izquierdo de las ecuaciones.
- b). El renglón (4), se obtiene dividiendo los valores del renglón (1) por el coeficiente de  $F_x$  con signo negativo o sea (-868.89).
- c). El renglón (5) se obtiene multiplicando los valores del renglón (1) por el coeficiente (0.0052) de  $F_y$  del renglón (4).
- d). El renglón (6) se obtiene sumando algebraicamente las columnas de los renglones (2) y (5).
- e). El renglón (7) se obtiene dividiendo los valores del renglón (6) por el coeficiente negativo de  $F_y$  ó sea (-1009.97).
- f). El renglón (8) se obtiene multiplicando los valores del renglón (1) por el coeficiente de  $F_z$  del renglón (4) ó sea (0.146).
- g). El renglón (9) se obtiene multiplicando los valores del renglón (6) por el coeficiente de  $F_z$  del renglón (7) ó sea (0.0292).

- h). El renglón (10) es la suma algebraica de las columnas correspondientes a los renglones (3), (8) y (9).
- i). El renglón (11) se obtiene dividiendo los valores del renglón (10) por el coeficiente negativo de  $F_z$  o sea -326.91 del mismo renglón.

Una vez obtenidos los valores de las fuerzas de reacción  $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$  en las boquillas, se retorna a los diagramas de proyección y aplicando las fuerzas en el centroide de cada plano, se obtienen los momentos de las fuerzas en cualquier punto del sistema de tubería, que pueden ser flexionantes y torsionantes.

Los momentos se listan en la siguiente tabla con sus respectivos signos, obteniéndose el momento flexionante resultante por la suma vectorial y un momento torsionante producido por el momento en el plano perpendicular al segmento de línea.

## MOMENTOS EN NEWTON-METRO

	PLANO XY	PLANO XZ	PLANO YZ
a	$195.26 \times 1.735 - 77 \times 6.69 = -176$	$195.26 \times 0.76 - 512 \times 4.3 = -2053$	$512 \times 1.56 - 77 \times 1.26 = 702$
	$M = \sqrt{(176)^2 + (702)^2} = 721.55$		$T_B = 2052$
b	$195.26 \times 0.616 - 77 \times 6.69 = -395$	$195.26 \times 0.76 - 512 \times 4.3 = -2053$	$512 \times 0.44 - 77 \times 1.26 = 128.3$
	$M = \sqrt{(395)^2 + (128.3)^2} = 416$		$T_B = 2052$
c	$195.26 \times 0.235 - 77 \times 6.69 = -469$	$195.26 \times 1.14 - 512 \times 4.3 = -1979$	$512 \times 0.058 - 77 \times 1.64 = -96.6$
	$M = \sqrt{(1979)^2 + (96.6)^2} = 2000$		$T_B = 470$
d	$195.26 \times 0.235 - 77 \times 6.69 = -469$	$195.26 \times 4.37 - 512 \times 4.3 = -1348$	$512 \times 0.058 - 77 \times 4.88 = -346.1$
	$M = \sqrt{(1348)^2 + (346.1)^2} = 1388$		$T_B = 470$
e	$195.26 \times 0.235 - 77 \times 6.31 = -440$	$195.26 \times 4.76 - 512 \times 3.92 = -1075$	$512 \times 0.058 - 77 \times 5.26 = -376$
	$M = \sqrt{(440)^2 + (1075)^2} = 1162$		$T_B = 376$
f	$195.6 \times 0.235 + 77 \times 2.33 = 255.3$	$195.26 \times 4.76 + 512 \times 2.32 = 2113$	$512 \times 0.058 - 77 \times 5.26 = -376$
	$M = \sqrt{(255)^2 + (2113)^2} = 2125$		$T_B = 376$
g	$195.26 \times 0.235 + 77 \times 2.71 = 255$	$195.26 \times 4.37 + 512 \times 2.3 = 2234$	$512 \times 0.058 - 77 \times 4.88 = -346$
	$M = \sqrt{(2234)^2 + (346)^2} = 2260$		$T_B = 255$
h	$195.26 \times 0.235 + 77 \times 2.71 = 255$	$-195.26 \times 3.86 + 512 \times 2.3 = 627$	$512 \times 0.058 + 77 \times 3.35 = 287$
	$M = \sqrt{(627)^2 + (287)^2} = 687$		$T_B = 255$
i	$195.26 \times 0.235 + 77 \times 2.33 = 225.3$	$-195.26 \times 4.24 + 512 \times 2.32 = 357$	$512 \times 0.058 + 77 \times 3.74 = 317.4$
	$M = \sqrt{(225.3)^2 + (357)^2} = 422$		$T_B = 317$
j	$195.26 \times 0.235 + 77 \times 0.087 = 52.6$	$-195.26 \times 4.24 + 512 \times 0.082 = -787$	$512 \times 0.058 + 77 \times 3.74 = 317.4$
	$M = \sqrt{(52.6)^2 + (787)^2} = 788$		$T_B = 317$
k	$195.26 \times 0.235 - 77 \times 0.294 = 23.25$	$-195.26 \times 4.62 - 512 \times 0.3 = -1055$	$512 \times 0.58 + 77 \times 4.12 = 347$
	$M = \sqrt{(1055)^2 + (347)^2} = 1110$		$T_B = 23.2$
l	$195.26 \times 0.235 - 77 \times 0.294 = 23.25$	$-195.26 \times 6.56 - 512 \times 0.3 = -1434$	$512 \times 0.058 + 77 \times 6.06 = 496$
	$M = \sqrt{(1434)^2 + (496)^2} = 1516$		$T_B = 23.2$
m	$-195.26 \times 0.15 - 77 \times 0.294 = -52$	$-195.26 \times 6.94 - 512 \times 0.3 = -1508$	$-512 \times 0.323 + 77 \times 6.44 = 331$
	$M = \sqrt{(52)^2 + (331)^2} = 335$		$T_B = 1508$
n	$-195.26 \times 1.08 - 77 \times 0.294 = -233.5$	$-195.26 \times 6.94 - 512 \times 0.3 = -1508$	$-512 \times 1.26 + 77 \times 6.44 = -149.2$
	$M = \sqrt{(233.5)^2 + (149.2)^2} = 278$		$T_B = 1508$
o	$-195.26 \times 1.47 + 77 \times 0.097 = -279.4$	$-195.26 \times 6.94 + 512 \times 0.082 = -1313$	$-512 \times 1.64 + 77 \times 6.44 = -343$
	$M = \sqrt{(279.4)^2 + (1313)^2} = 1343$		$T_B = 343$
p	$-195.26 \times 1.47 + 77 \times 1 = -209$	$-195.26 \times 6.94 + 512 \times 1 = -844$	$-512 \times 1.64 + 77 \times 6.44 = -343$
	$M = \sqrt{(209)^2 + (844)^2} = 869$		$T_B = 343$

Una vez determinado los momentos en los puntos a, b, c, d, e, etc., se puede ver qué punto se encuentra en el máximo momento flexionante, siendo en éste caso, de 2260 N-m en el punto g, el cual es el extremo de un codo y un momento torsionante de 255 N-m.

El momento torsionante máximo es 2052 N-m en la línea ab y un momento flexionante de 721 N-m en el punto a.

El esfuerzo de expansión máximo en los puntos donde se encuentran los máximos momentos se determina como sigue; aplicando las fórmulas anteriores.

$$M = 2260 \text{ N - m}$$

$$T = 255 \text{ N - m}$$

$$S_b = \frac{1000 Mb}{Z} \quad i = \frac{1000 \times 2260000 \times 2.665}{489973} = 12292 \text{ k Pa}$$

$$S_t = \frac{1000T}{2Z} = \frac{1000 \times 255000}{2 \times 489973} = 260 \text{ k Pa}$$

El esfuerzo combinado  $S_E$ , se determina aplicando la raíz cuadrada como sigue:

$$S_E = \sqrt{(S_b)^2 + 4(S_t)^2} = \sqrt{(12292)^2 + 4(260)^2} = 12297 \text{ k Pa}$$

Se obtendrá el esfuerzo combinado, pero ahora con el momento torsionante máximo en el segmento a b.

$$M = 721\ 000 \text{ N-mm.}$$

$$T = 2\ 052\ 000 \text{ N-mm.}$$

$$S_b = \frac{1\ 000 \times 721\ 000}{489\ 973} = 1\ 471 \text{ kPa}$$

$$S_T = \frac{1\ 000 \times 2\ 052\ 000}{2 \times 489\ 973} = 2\ 093 \text{ kPa.}$$

$$S_E = \sqrt{(1471)^2 + 4(2093)^2} = 4\ 437 \text{ kPa.}$$

El máximo esfuerzo de expansión  $S_E$ , es  $12\ 297 \text{ kPa}$ , y está localizado en el punto "g" y es menor que el rango de esfuerzo permisible  $S_A$  que es de  $155\ 132 \text{ kPa}$ .

#### 4. 4. USO DEL PROGRAMA DE COMPUTADORA ADLPIPE PARA UN SISTEMA DE AGUA DE ALIMENTACION.

Considerando el gran volumen de cálculos, que implica el análisis de flexibilidad, aún siendo resuelto por algún método simplificado, son evidentes las ventajas que se obtienen al usar un programa de computadora, principalmente cuando se trata de un sistema de tuberías críticas que no es posible analizar por un método simplificado, puesto que es inadecuado para sistemas grandes y, además que no toma en cuenta efectos tales como las altas temperaturas y presiones, esto ha hecho que se requieran métodos exactos de análisis de flexibilidad.

Para la demostración del alcance que se tiene al usar la computadora, en seguida se hará uso del programa para resolver un sistema de tuberías de agua de alimentación, para el Generador de Vapor correspondiente a la Central Termoeléctrica de Punta Prieta U-3, que se encuentra en la Paz Baja California Sur.

Por facilidad, los datos de entrada a la computadora se darán en el sistema inglés, obteniendo los resultados en el mismo sistema para después transformarlos al sistema internacional.

Datos del Problema.

Presión : 2 035 psi

Temperatura : 348.24°F

Material : A-53 Gr.B cédula 160.

Diámetro Exterior : 4.5", 6.675" y 8.625"  $\phi$

Espesores : 0.534", 0.718" y 0.908"

Peso tubería de 4 pulgadas de diámetro : 2.21  $\frac{\text{libras}}{\text{pulgada}}$

Peso tubería de 6 pulgadas de diámetro : 4.922  $\frac{\text{libras}}{\text{pulgada}}$

Peso tubería de 8 pulgadas de diámetro : 6.22  $\frac{\text{libras}}{\text{pulgada}}$

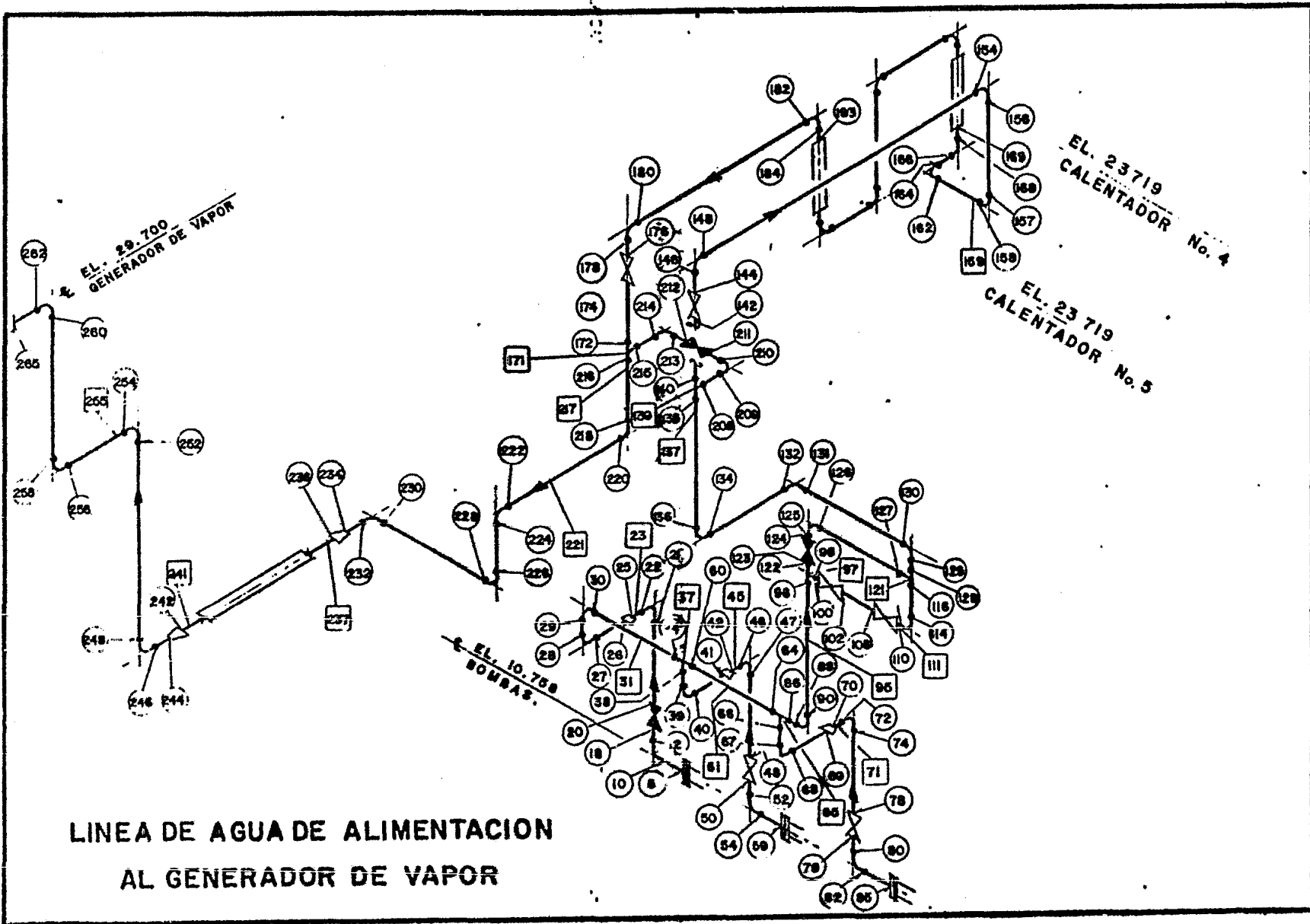
Peso válvula de 4 "  $\phi$ : 520 libras

Esfuerzo permisible  $S_A$  : 22 500  $\frac{\text{libras}}{\text{pulg.}^2}$

Módulo de Young. E : 27.2 x 10<sup>6</sup>  $\frac{\text{libras}}{\text{pulg.}^2}$

Coefficiente térmico de expansión : 6.71 x 10<sup>-6</sup>  $\frac{\text{pulg.}}{\text{pulg.}^\circ\text{F.}}$





**LINEA DE AGUA DE ALIMENTACION  
AL GENERADOR DE VAPOR**

# AGUA DE ALIM.

THE	0	0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
B31	1	0	2035.0000	.0000	.0000	.0000	22500.0000	.0000
ANC	0	5	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
RES	0	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
JUN	0	23	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	31	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
RES	0	31	.0000	1.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	37	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	45	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ANC	0	59	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
RES	0	59	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
JUN	0	61	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
RES	0	61	1.0000	1.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	65	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	71	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
ANC	0	85	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
RES	0	85	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
JUN	0	95	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
RES	0	95	.0000	1.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	97	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	111	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
RES	0	111	.0000	1.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	121	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	137	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
RES	0	137	.0000	1.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
JUN	0	139	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000

125

SOPORTES Y RESTRICCIONES

Punto	Tipo de Soporte	CARGAS EN SOPORTES			Desplazamientos		Carga Total en Soportes	ESFUERZO COMBINADO (KPa)
		F	PESO (N)	TERMICO (N)		Frio a Caliente (mm)	Peso + Termico (N)	
5	Boquilla Bomba "A"	Fx	13.34	1770	X	0	1783	29,761.92
		Fy	1236	841	Y	0	2077	
		Fz	49	921	Z	0	970	
23	Colgante Restringido en Y	Fx	0	0	X	-4.83	0	16,475
		Fy	2740	0	Y	3.1	2740	
		Fz	0	0	Z	0.38	0	
31	Restringido en Y, Z	Fx	0	0	X	-5.23	0	4,737.39
		Fy	2553	-138	Y	0	2415	
		Fz	0	0	Z	5.46	0	
45	Colgante Restringido en Y	Fx	0	0	X	-1.93	0	8,506.75
		Fy	1300	0	Y	0.48	1300	
		Fz	0	0	Z	2.0	0	
59	Boquilla Bomba "B"	Fx	22	987	X	0	1000	17,543.72
		Fy	2313	-1156	Y	0	1157	
		Fz	40	-1178	Z	0	-1138	
61	Restringido en X, Y	Fx	0	-3198	X	0	-3198	6,878.9
		Fy	649	-707	Y	0	-58	
		Fz	0	0	Z	6.37	0	
71	Colgante Restringido en Y	Fx	0	0	X	0.48	0	11,434.27
		Fy	1975	0	Y	2.92	1975	
		Fz	0	0	Z	1.83	0.0	
85	Boquilla Bomba "C"	Fx	-49	-418	X	0	-467	4,859.43
		Fy	1583	1397	Y	0	2980	
		Fz	-262	600	Z	0	338	

SISTEMA DE AGUA DE ALIMENTACION

SOPORTES Y RESTRICCIONES

Punto	Tipo de Soporte	CARGAS EN SOPORTES			DESPLAZA. **		CARGA TOTAL EN SOPORTES PESO + TERMICO. (N)	ESFUERZO COMBINADO (KPa)
		F	PESO (N)	TERMICO (N)		FRIO A CALIENTE (mm)		
95	ESPECIAL	Fx	0	0	X	8.79	0	2,259.42
		Fy	2366	1517	Y	0	3883	
		Fz	0	0	Z	3.58	0	
111	SOPORTE DE PIE	Fx	0	0	X	14	0	2,091.87
		Fy	4933	1841	Y	0	6774	
		Fz	0	0	Z	0.56	0	
137	ESPECIAL	Fx	0	0	X	7.21	0	6,168.74
		Fy	8440	0	Y	4.39	8440	
		Fz	0	0	Z	9.80	0	
159	SOPORTE DE PIE	Fx	0	0	X	1.6	0	4,347.14
		Fy	5738	2359	Y	0	8097	
		Fz	0	0	Z	0.86	0	
169	BOQUILLA CAL. N. 4	Fx	22	0	X	0	22	10,522.78
		Fy	84	-2295	Y	0	-2379	
		Fz	440	676	Z	0	1116	
193	BOQUILLA CAL. N. 5	Fx	0	-316	X	0	-316	25,087.27
		Fy	2041	-4322	Y	0	-2281	
		Fz	-324	231	Z	0	-93	
217	ESPECIAL	Fx	0	0	X	7.39	0	7,786.25
		Fy	1495	0	Y	0.74	1495	
		Fz	0	0	Z	10.87	0	
221	RESTRINGIDO EN Y	Fx	0	0	X	15.54	0	13,107.62
		Fy	8385	-2344	Y	0	6041	
		Fz	0	0	Z	20.40	0	

SISTEMA AGUA DE ALIMENTACION



## CAPITULO V

### 5.1 CONCLUSIONES.

Como conclusión a los dos métodos de análisis de flexibilidad aplicados en el capítulo anterior, se puede decir con respecto al primer método que su aplicación es fácil. El problema se hace más difícil a medida que aumenta el número de tramos de tubería por las múltiples operaciones aritméticas que se originan, principalmente cuando la tubería tiene muchos cambios de dirección, ya que intervienen constantes en los artificios matemáticos necesarios para los efectos de flexibilidad e intensificación de esfuerzos en los codos.

La aplicación de este método, requiere conocer las dimensiones de la sección recta de la tubería, isométrico de la configuración del sistema ya que por medio de ésta se obtienen las proyecciones en los tres planos XY, YZ, XZ, el material, las condiciones de operación y las dimensiones de los codos.

Una vez que se tiene las proyecciones se procede a la determinación del centroide en cada plano, para poder determinar los productos y momentos de inercia, cuyos valores deberán sustituirse en las ecuaciones correspondientes a las fuerzas que se desean obtener.

Este método no sirve para determinar las cargas de peso muerto, puesto que es difícil evaluar los desplazamientos en cualquiera de los extremos del sistema de tuberías debido a estas cargas.

Por otra parte, para la determinación de los esfuerzos de flexión y torsión, debe tenerse mucho cuidado en tomar de la tabla de momentos, los máximos valores de torsión y flexión, ya que son los utilizados en la obtención del esfuerzo combinado, el cual debe ser menor al esfuerzo permisible.

Por medio de éste método, es difícil la obtención de la evaluación de los efectos causados por la presión interna.

Como se podrá ver de lo antes dicho, este método, además de ser muy laborioso, tiene el inconveniente de no tener el suficiente alcance para obtener todos los valores que en un sistema de tuberías se requieren para la determinación tanto en la selección de soportes como los valores de las fuerzas en cada punto donde se encuentra, ya que las únicas fuerzas que se obtienen son en los anclajes por ser los puntos que se eligieron para que quedaran fijos, ya que el método no permite ninguna restricción intermedia, al menos que se anclaje en cada punto donde se necesita un soporte.

Pero la mayor desventaja que existe en el método de centro elástico, es el tiempo que se requiere en hacer los cálculos numéricos, esto puede comprobarse al ver las hojas de cálculo del ejemplo resuelto por este método.

Con relación a la forma de resolver un sistema más complicado por medio de un programa de computadora de alta velocidad, implica que el gran volumen de cálculos pueda ser manejado más rápidamente.

con mayor confiabilidad y economía, ya que al ejecutar en forma mecanizada, todas las operaciones requeridas, liberaría de carga de trabajo personal que podría dedicarse a otras actividades, como preparar programas de computadora, discutir los problemas que se presentan en cada sistema de tubería, decidir si los sistemas utilizados son o no satisfactorios y en caso que no lo sean, hacer los cambios requeridos.

Dado que en la actualidad existen computadoras que pueden almacenar gran cantidad de datos, dan respuestas parciales y ejecutan gran cantidad de operaciones aritméticas en unos cuantos segundos, es por eso que es más conveniente para una empresa, emplear una de estas máquinas para operaciones voluminosas, en lugar de contratar personal especializado.

Una de las empresas descentralizadas que hace uso de programas de computadora, es Comisión Federal de Electricidad, tanto para análisis de flexibilidad de tuberías críticas de las Centrales Termoeléctricas y Nucleoeléctricas, así como para listados, nóminas, evaluaciones y análisis estructural.

Las ventajas que se tiene al usar el programa, es que determina en cada punto, al principio y al final de un tramo recto o curvo de tubería y de cualquier accesorio, las fuerzas, momentos, esfuerzos, desplazamientos y giros producidos por la expansión térmica.

Al analizar una línea, lo primero es conocer las condiciones de operación y enseguida hacer el isométrico donde se determina la distancia -



para colocar un soporte, ya sea restringido en los tres, dos, uno ó ningún eje, llamándose puntos de interés.

Reciben también el nombre de puntos de interés, las boquillas de los equipos, los puntos de unión de tres o más ramales.

En las hojas de resultados del programa, existe una hoja donde se encuentran los valores correspondientes a estos puntos y además en las últimas hojas hay un resumen de esfuerzos de torsión, flexión, combinado y de presión de acuerdo al Código ANSI B 31.1, para cada uno de los puntos.

Los resultados finales son de mucho interés, puesto que por medio de estos, se puede saber en que punto se encuentra el máximo esfuerzo y por lo tanto, con un cambio en las perforaciones de las tarjetas correspondientes a los puntos de interés se puede disminuir el esfuerzo al modificar las restricciones.

Sucede en algunos sistemas, que no es suficiente con modificar las restricciones en los soportes sino que muchas veces, es necesario el cambio en la configuración del sistema de tuberías.

Otra de las características principales del Programa ADLPIPE es que con el cambio de la tarjeta THERMAL por la tarjeta DEADWEIGHT, proporciona el peso muerto en cada punto de interés, que con los desplazamientos, fuerzas, momentos debidos a la expansión de la tubería al anclarse o tener restricciones en los extremos, se diseñan los soportes, anclajes, guías, resortes, etc.

BIBLIOGRAFIA

1. - The American Society of Mechanical Engineers, "American National Standard Code for Pressure Piping" ANSI B31-1 N.Y. 1977.
2. - Crocker Sabin "Piping Handbook", 5a. . Edition, Mc. Graw-Hill Book Company, N. Y. 1973.
3. - Hydrocarbon Processing, "Piping Handbook", Gulf Publishing Co., Houston, Texas 1968.
4. - Timoshenko, S.P. y Gere J.M. "Mecánica de Materiales", 1a. edición, editorial U.T.E.H.A. México, D. F. 1974.
5. - Grinnell Company, "Piping Design and Engineering", third edition, N. Y. 1971.
6. - Alvin Sloane, "Mechanics of Materials ", Macmillán, third edition, N.Y. 1958.
7. - William A. Nash "Strength of Materials" Schaum Publishing Co., Florida 1957.
8. - National Valve and Manufacturing Company Piping "Datalog" edition No. 10, Pittsuburgh, 1971.
9. - M.I. Francisco Aguilar López de Nava.  
Jefe del Depto. de Análisis de Esfuerzos y Dinámica de Maquinaria en el Instituto Mexicano del Petróleo.  
"Análisis de Esfuerzos en Tuberías" , México, D. F. 1977.

10. - Spiel Vogel S. W. "Piping Stress Calculations Simplified" 4a.  
Edition, N. Y. 1951.
11. - Tube Turns División of Chemetron Corporation "Piping Engineering"  
third edition, Louisville, Kentucky, 1975.
12. - The M. W. Kellogg Company "Design of Piping Systems" John Wiley  
and Sons, Inc. Second Edition, N. Y. 1956.
13. - Arthur D. Little, Inc. "Adlpipe" Static, Thermal, Dynamic, Pipe  
Stress Análisis, Cambridge, Massachussetts, 1973.
14. - Bechtel Corporation "Pipe Hanging And Flexibility" Sanford Chalfin ,  
Houston, Texas, 1970.
15. - Sistema Internacional de Medidas (SI), 1960, adaptado por la Confe-  
rencia General de Pesos y Medidas (CGPM)