



Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería

2Ej

218

Empuje de Tierras Sobre Muros de Retención

T E S I S

Que para obtener el título de :

INGENIERO CIVIL

p r e s e n t a :

JOSE MARIO VERA PEREZ

México, D. F.

1983



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

INTRODUCCION

CAPITULO I	MUROS DE RETENCION	Página
1.1	Conceptos Básicos	1
1.2	Usos de los Muros de Retención	3
1.3	Tipos de Muros de Retención	5
1.4	Fuerzas que actúan en los Muros de Retención	7
1.5	Dimensiones Comunes de Muros de Retención	11
1.6	Sistemas de Drenaje	18
1.7	Material de Relleno	26
1.8	Material de Cimentación	31
CAPITULO II	ESTADOS DE EQUILIBRIO	
11.1	Introducción	36
11.2	Círculo de Esfuerzos	39
11.3	Método del Polo	40
11.4	Estados de Equilibrio	41
11.5	Relación de Esfuerzos Principales	42
11.6	Esfuerzos Conjugados	46
CAPITULO III	EMPUJE DE TIERRAS	
111.1	Introducción	50
111.2	Teoría de Rankine	51
111.2.1	Teoría de Rankine en Suelos Friccionantes	52
111.2.1.1	Empuje de Tierras debido a una sobrecarga uniformemente distribuida	64
111.2.1.2	Empuje de Tierras debido al Suelo Parcialmente Sumergido	65
111.2.1.3	Teoría de Rankine en Suelos Friccionantes con Superficie de Relleno Inclinada	66

	Página	
111.3	Teoría de Rankine en Suelos Cohesivos	71
111.4	Teoría de Rankine en Suelos Cohesivos y Friccionantes	75
111.5	Teoría de Coulomb	78
111.5.1	Teoría de Coulomb en Suelos Friccionantes	79
111.5.2	Métodos Gráficos para la aplicación de la Teoría de Coulomb a Rellenos Friccionantes	86
111.5.2.1	Método de Culmann	86
111.5.2.2	Método de Engesser	92
111.5.2.3	Demostración de Rebhann Poncelet	94
111.5.2.4	Deducción de la Fórmula de Coulomb	100
111.5.2.5	Análisis de Sobrecargas y Relleno Estratificado	103
111.5.2.6	Muro de Respaldo Quebrado	106
111.5.3	Teoría de Coulomb en suelos con Cohesión y Fricción	108
111.5.3.1	Método del Círculo de Fricción	111
111.5.3.2	Método de la Espiral Logarítmica	114

CAPITULO IV EJEMPLOS DE APLICACION

IV.1	Introducción	123
IV.1.1	Muro de Gravedad	124
IV.2.1	Muro de Semigravedad	139
	APENDICE	155

CAPITULO I

I.1 Conceptos Básicos

Se conoce como muro de retención a toda estructura - que sirve para mantener una diferencia en la elevación del terreno de un lado a otro del mismo. En la figura I.1. se ilustran los conceptos a tener en cuenta en un muro de retención de gravedad.

El material cuya superficie se encuentra a una mayor elevación y cuya presión contra el muro tiende a deslizarlo y/o a volcarlo se llama relleno, trátase de material natural o alterado.

El lado del muro adyacente al relleno se designa como paramento interior y el otro lado, paramento exterior. La superficie de apoyo base, la parte prominente hacia la zona interior del muro en la parte inferior de esta se llama talón, y la prominencia hacia el paramento exterior se denomina punta.

El material que se halla debajo de la base es el terreno de cimentación. La inclinación de los paramentos interior y exterior de un muro, se dan por la relación entre la proyección horizontal y la vertical, o bien en centímetros de proyección horizontal por metros - de proyección vertical.

La pendiente de la superficie del relleno se expresa como la relación entre la proyección vertical y la horizontal.

El material que se encuentra sobre un plano horizon-

tal que pasa por el extremo superior del muro, así como cualquier carga adicional aplicada sobre el relleno, se llama sobrecarga.

El filtro es un elemento de mayor permeabilidad que el material de relleno, generalmente colocado sobre el paramento interior y comunicado con la atmósfera por medio de drenes.

La zapata es un elemento que se encuentra en la parte inferior del muro y sirve para transmitir a la cimentación las cargas a las que se encuentra sujeto dicho muro, así como para proporcionar estabilidad contra deslizamiento y/o volcamiento.

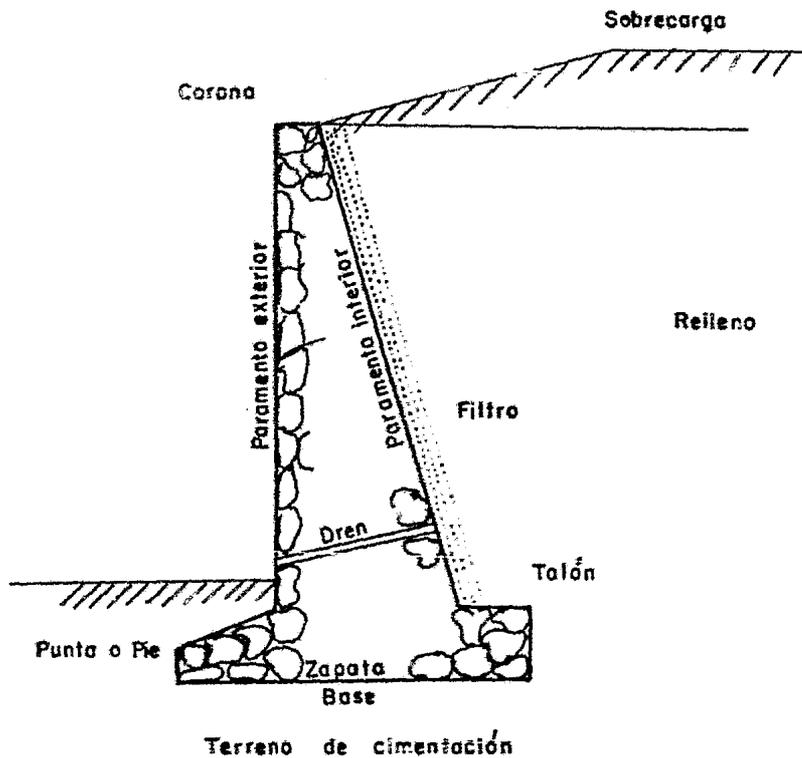


Fig. I.1 Muro de Retención

I.2

Usos de los Muros de Retención

Los muros de retención son comúnmente usados en combinación con caminos, vías ferreas, puentes, canales, y muchas otras obras ingenieriles. Algunos de los usos más comunes se ilustran en la figura I.2.1.

En la parte (a) de la figura, se muestra un terraplén para un camino o vía ferrea, construido en sección balcón. En (b), el terraplén para el camino o vía ferrea, es construido elevandolo con respecto al nivel del terreno natural. En (c), los muros de retención forman el lecho de un canal en corte. Este tipo de construcción es usada cuando se requiere reducir el ancho de un canal. En la parte (d), se muestra un muro de retención para agua y tierra. En (e), un muro de retención denominado estribo, es usado para soportar el relleno que se encuentra en la entrada del puente. En (f), el muro de retención es usado para soportar el empuje del material de relleno que se encuentra adyacente a la construcción. En la parte (g) de la figura, los muros de retención sirven para almacenamiento de materiales granulares, y en la parte (h) de la figura, el muro sirve como separador entre dos transiciones de la sección de una presa.

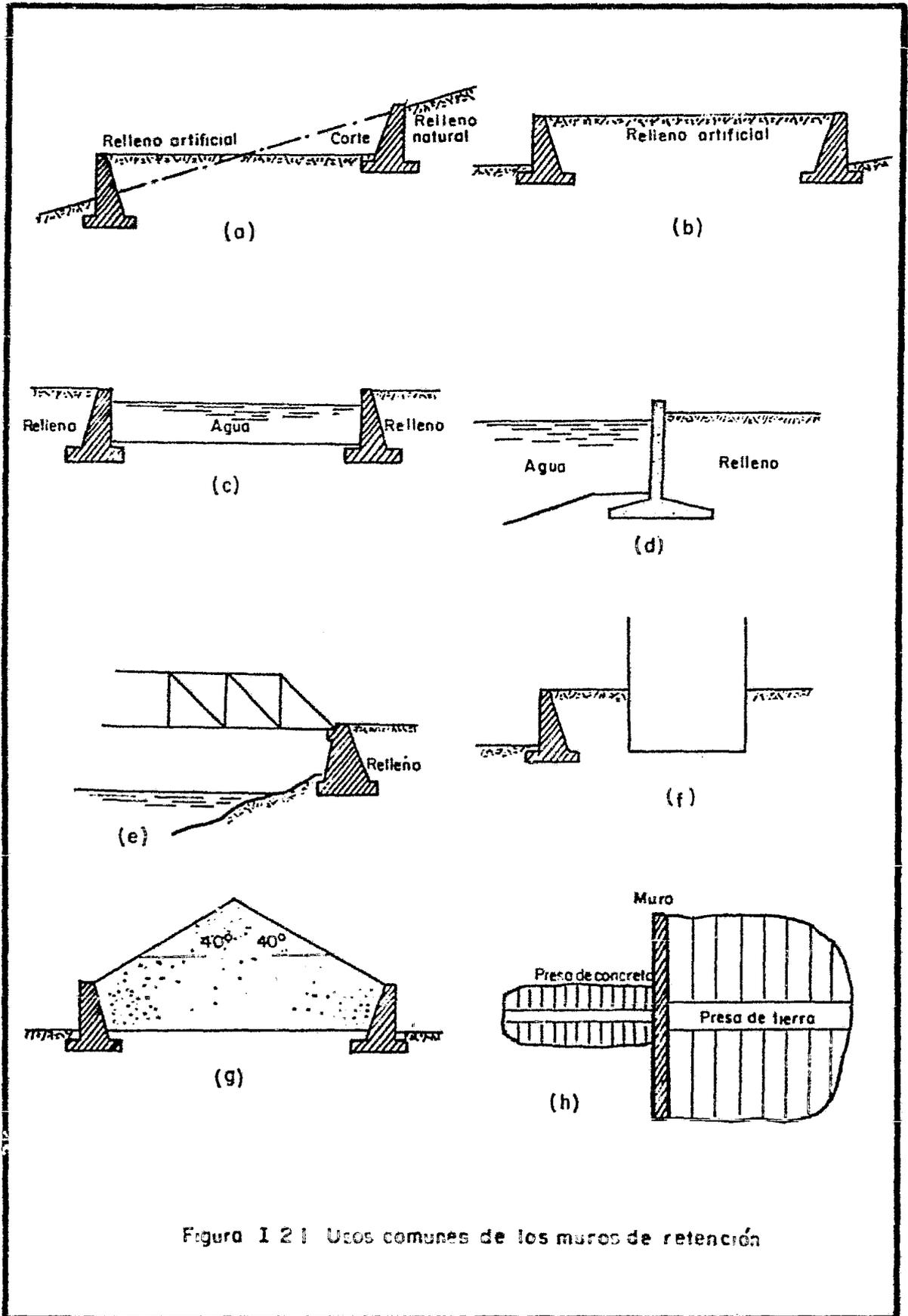


Figura 1 21 Usos comunes de los muros de retención

I.3 Tipos de Muros de Retención

Teniendo en cuenta la estabilidad de los muros de retención, estos se pueden clasificar en seis tipos principalmente

Muros de Gravedad, la forma más común de este tipo de muros, es la que presenta un perfil de forma trapecial modificada en su base. Este tipo de muros tienen una amplia base en contacto con el terreno de cimentación y peso suficiente para que exista una fricción entre el suelo y la base del muro, que evite un desplazamiento lateral excesivo del mismo. Se construyen generalmente de mampostería o de concreto simple, según se ilustra en la figura I.3.1

Muros de Semigravedad, este tipo de muros son un caso intermedio entre los muros de gravedad y los de concreto reforzado, ya que se les coloca una pequeña cantidad de acero de refuerzo.

Muros de Cantiliver, se construyen de concreto reforzado, y se les conoce también con el nombre de muros en "T", las formas más comunes que adquieren este tipo de muros de retención se muestran en la figura I.3.1. Este tipo de muros utilizan la acción del cantiliver para soportar el empuje que le proporciona el material de relleno, y su estabilidad contra vuelco, depende en parte del peso del suelo que actúa sobre el talón del muro. La resistencia al deslizamiento en estos muros puede algunas veces ser incrementada por una proyección hacia abajo de la base como se muestra en la parte (c) de la figura. A esta proyección se le llama dentellón y se localiza cerca del centro de la base.

Muros de Contrafuertes, son semejantes a los muros en cantiliver, excepto que son usados en donde el cantiliver es largo o cuando las presiones ocasionadas por el material de relleno son muy altas. Los contrafuertes van ligados a la base, construidos a intervalos de distancia a lo largo del muro para reducir los momentos flexionantes y esfuerzos cortantes. En la figura I.3.1, se muestra el contrafuerte detrás del muro sujeto a esfuerzos de tensión.

Muros de Machones, son similares a los muros de contrafuertes, excepto que el tirante o refuerzo, se encuentra enfrente del muro y trabaja a compresión en lugar de tensión.

Muros de Celosía o Muros Criba, este tipo de muros se construyen de piezas prefabricadas de concreto o de piezas especiales-

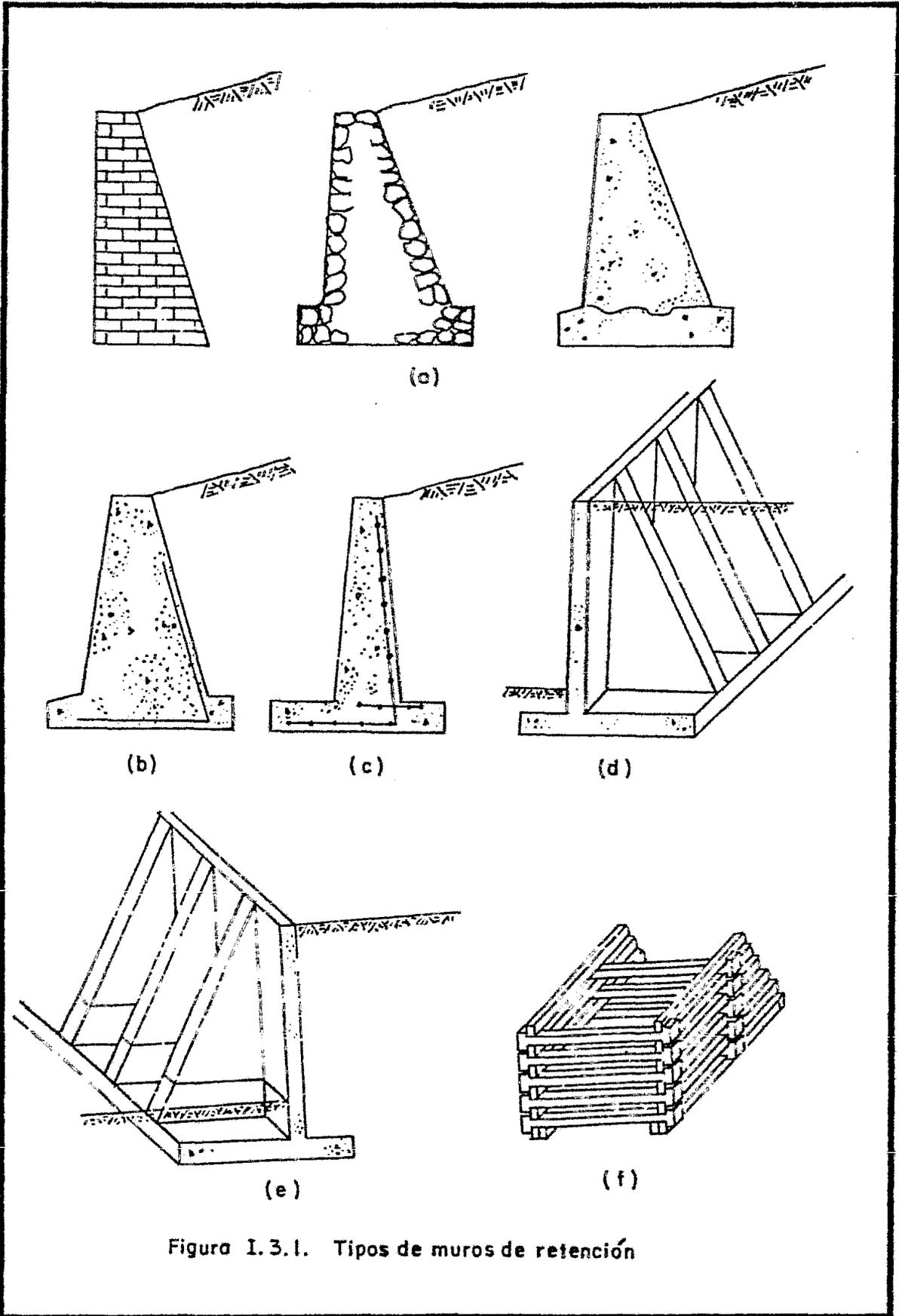


Figura I. 3.1. Tipos de muros de retención

de acero posteriormente en el inciso I.5, se detalla respecto a este tipo de muros de retención.

I.4 Fuerzas que Actúan en los Muros de Retención

En general, las fuerzas actuantes contra un muro de retención en el cual la sección estructural se mantenga constante a lo largo de un trecho considerable, pueden calcularse para un segmento unitario de muro en la dirección normal al plano del papel, generalmente un metro. De hecho, cuando en lo sucesivo no se mencione la longitud de un muro sujeto a análisis se entenderá que se trata de un metro.

Cuando se analice un muro acartelado, con machones o contrafuertes, generalmente se refieren los cálculos al segmento de muro comprendido entre dos planos normales trazados por el centro de los mencionados elementos.

A continuación se analizan las diferentes fuerzas que se toman en cuenta para el cálculo de un muro que por simplicidad se supone trapecial y se ilustra en la fig. I.4.1.

Estas fuerzas son:

1. El peso propio del muro.

Esta fuerza, que actúa en el centro de gravedad de la sección, puede calcularse cómodamente subdividiendo dicha sección en áreas parciales de cálculo sencillo.

2. La presión del relleno contra el resplado del muro, con su correspondiente intensidad y distribución.

3. La componente normal de las presiones en la cimentación. Usualmente se considera distribuida a lo largo de la línea AA' de la figura, dando lugar a un diagrama trapecial de presiones, y la resultante vertical de estas presiones ($\sum V$) actúa en el centro de gravedad de dicho diagrama.

4. La componente horizontal de las presiones en la cimentación. La resultante de estos efectos horizontales, se representa en la figura como $\sum H$. La distribución de la presión horizontal, no dibujada en la figura, se supone análoga a la de las presiones normales en arenas y uniforme en suelos plásticos.

5. La presión de la tierra contra el frente del muro. El nivel de desplante de un muro de retención debe colocarse bajo la zona de influencia de las heladas y a nivel que garantice la adecuada ca

paridad de carga del terreno. Así, la tierra colocada enfrente del muro -- ejerce una resistencia; sin embargo, esta fuerza suele omitirse en los -- cálculos en algunas ocasiones, a causa de ciertas incertidumbres que se -- mencionan posteriormente en el inciso I.8.

6. Fuerzas de puente, se incluye aquí el conjunto de fuerzas actuantes sobre el muro, si éste forma parte, por ejemplo de un -- estribo de puente. El peso propio de los elementos del puente, las fuer-- zas de frenaje, centrífugas para puente en curva, etc., deben ser conside-- radas.

7. Las sobrecargas actuantes sobre el relleno, usual-- mente uniformemente distribuidas o lineales.

8. Las fuerzas de filtración y otras debidas a la -- agua. Si se permite la acumulación de agua tras el muro, esta generará -- presiones hidrostáticas sobre él, independientes de la calidad del relleno, pero en este caso, por otra parte, se reduce la presión debida a la -- tierra por efecto del peso específico sumergido. Sin embargo, esta condi-- ción debe siempre ser evitada, instalando en el muro un drenaje adecuado-- que garantice la eliminación ef_iciente de las aguas. Si en un relleno ar-- cilloso existen grietas cercanas al muro y el agua las llena, podrá ejer-- cer, en la correspondiente profundidad, empujes hidrostáticos contra el -- muro. Si a través del relleno se establece un flujo por ejemplo por llu-- via, la condición de presiones contra el muro puede hacerse más desfavora-- ble, por lo que será preciso analizar la condición de flujo, tomando en -- cuenta la presencia de fuerzas de filtración.

9. Las subpresiones, cuando el drenaje bajo el muro-- no es correcto o ha sufrido desperfectos, puede almacenarse agua en aque-- lla zona. Si la cimentación es permeable, el agua puede fluir a lo largo-- de ella emergiendo a la superficie del suelo en el frente del muro, en es-- tas condiciones puede haber riesgo de tubificación. En cimentaciones im-- permeables, el agua que sale a la superficie puede ser poca, pero en todo-- caso se produzcan presiones de agua contra los materiales constituyentes del muro.

10. La vibración, este tipo de fuerza es producida -- por el paso del tráfico sobre caminos, vías ferreas, máquinas u otras cau-- sas, incrementando las presiones contra muros cercanos. Ello no obstante-- no es frecuente introducir estos efectos en los cálculos comunes por lo --

pequeños. A veces puede convenir tomar en cuenta la vibración haciendo el ángulo (δ) igual a cero.

11. El impacto de fuerzas.

Ciertas causas externas, tales como movimiento de vehículos y otras pueden producir impacto sobre el relleno del muro. Estos efectos tienden a ser rápidamente --- amortiguados por el propio relleno y no suelen tomarse en --- cuenta.

12. El efecto de sismo.

El efecto de los movimientos sísmicos puede ser el aumentar momentáneamente la presión lateral contra un muro. El efecto no suele ser de gran consideración en muros pequeños, pero en zonas críticas puede tomarse en cuenta incrementando los empujes calculados en un 10%.

13. La acción de las heladas.

Cuando el drenaje de los rellenos no es adecuado, la parte superior del mismo puede saturarse y en condiciones climáticas apropiadas el agua puede helarse. Esto puede producir expansiones de cierta importancia en el relleno sobre el muro y este efecto puede hacerse notable cuando se repite frecuentemente. Estos efectos se evitan colocando un drenaje apropiado.

14. Las expansiones debidas a cambios de humedad en el relleno.

Estos problemas son frecuentes en rellenos arcillosos en los que con la expansión se produce un aumento en las presiones laterales sobre el muro; este aumento de las presiones está limitado por las condiciones de fluencia del muro. Cuando el suelo se seca, se contrae y la presión disminuye. La reiteración de estos procesos puede ser perjudicial, el efecto suele presentarse más intensamente en la superficie del relleno, decreciendo con la profundidad, de modo que rara vez se manifiesta abajo de 1.50 m de profundidad.

No existe ningún método seguro para calcular los incrementos de presión producidos por este fenómeno,-

que pueden evitarse en gran parte colocando estratos horizontales de material grueso, que actúe como dren.

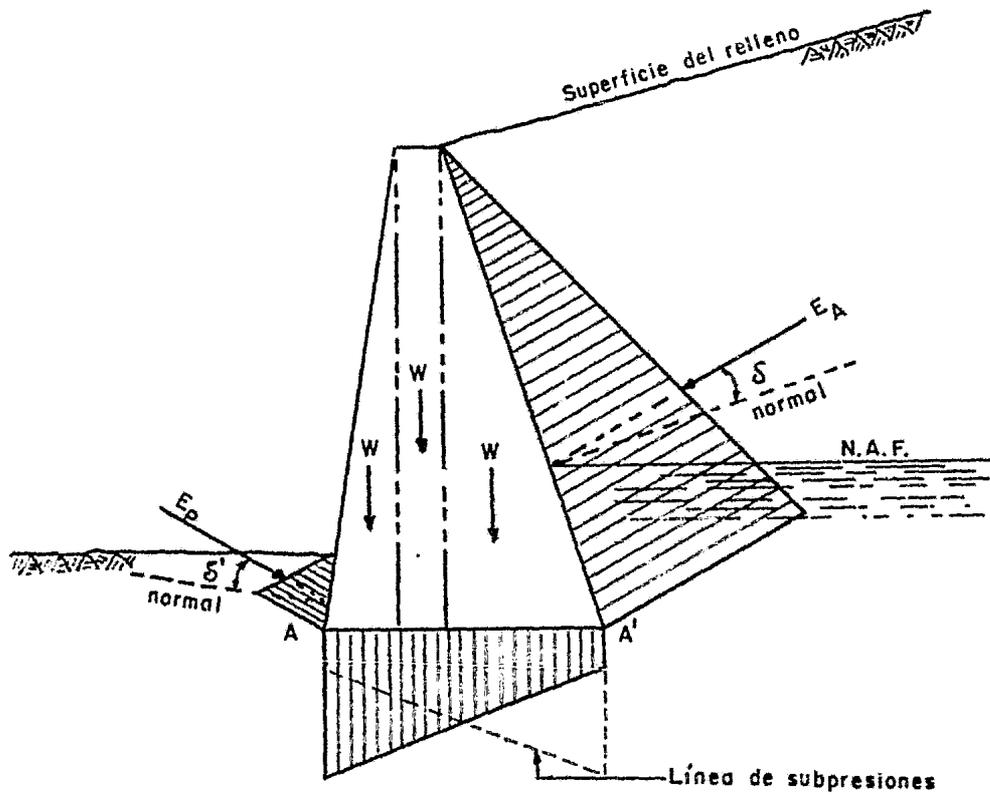


Figura 1.4.1 Fuerzas que actúan en los muros de retención

I.5 Dimensiones Comunes de Muros de Retención

El procedimiento a seguir para determinar las medidas de los muros de retención, consiste como en el caso de muchos otros tipos de estructuras, en la selección tentativa de las dimensiones de la estructura, con las cuales se analiza la estabilidad de la misma frente a las fuerzas que la solicitan. Si el análisis de la primera tentativa indica que la estructura no es satisfactoria, se alteran las dimensiones y se efectúa un nuevo análisis.

Para hacer la primera tentativa con respecto a las dimensiones del muro, el proyectista se guía por su experiencia o utiliza tablas que proporcionan la relación de algunas dimensiones del muro.

A continuación se describen algunas de las dimensiones en los muros de retención más comunes y se ilustran los requerimientos de diseño, con los cuales se puede hacer un análisis preliminar de la estabilidad del muro, teniendo en cuenta las fuerzas que actúan en dicho muro.

Muros de Gravedad.

Los requerimientos de diseño de un muro de este tipo se ilustran en la parte (a) de la figura I.5.1, y sus dimensiones en la parte (b). Como anteriormente se mencionó, su perfil es de forma trapecial modificada en su base. Las dimensiones del muro deben ser tales que la resultante de las fuerzas que actúan sobre el muro caiga dentro del tercio-medio de su base, con el fin de evitar desplomes progresivos.

Muros de Semigravedad.

En la figura I.5.2, se muestran los requerimientos de diseño y las dimensiones propuestas para estos muros de retención.

Muros de Cantiliver.

Las dimensiones tentativas para este tipo de muros de retención, se muestran en la figura I.5.3, y están basadas en parte sobre la historia de construcciones satisfactorias de estos muros, y pueden ser usadas en ausencia-

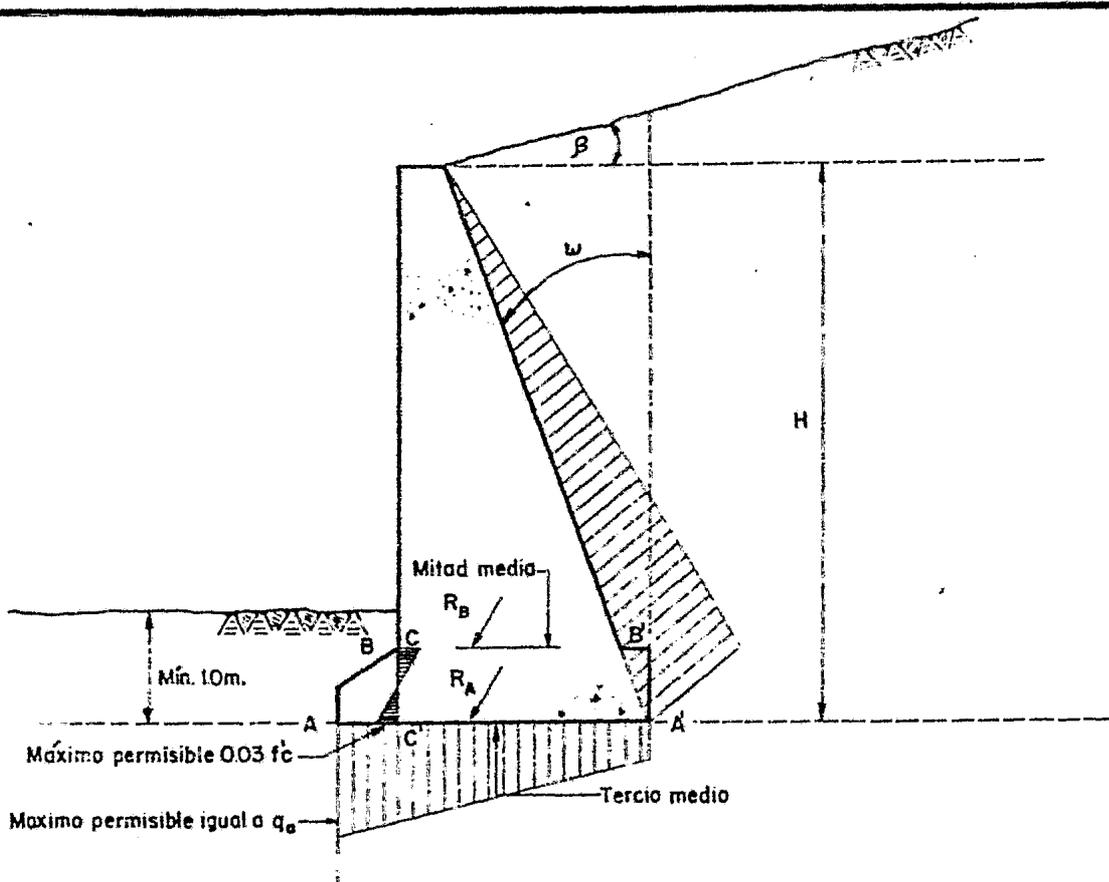


Fig. I.5.1.a. Requerimientos de Diseño

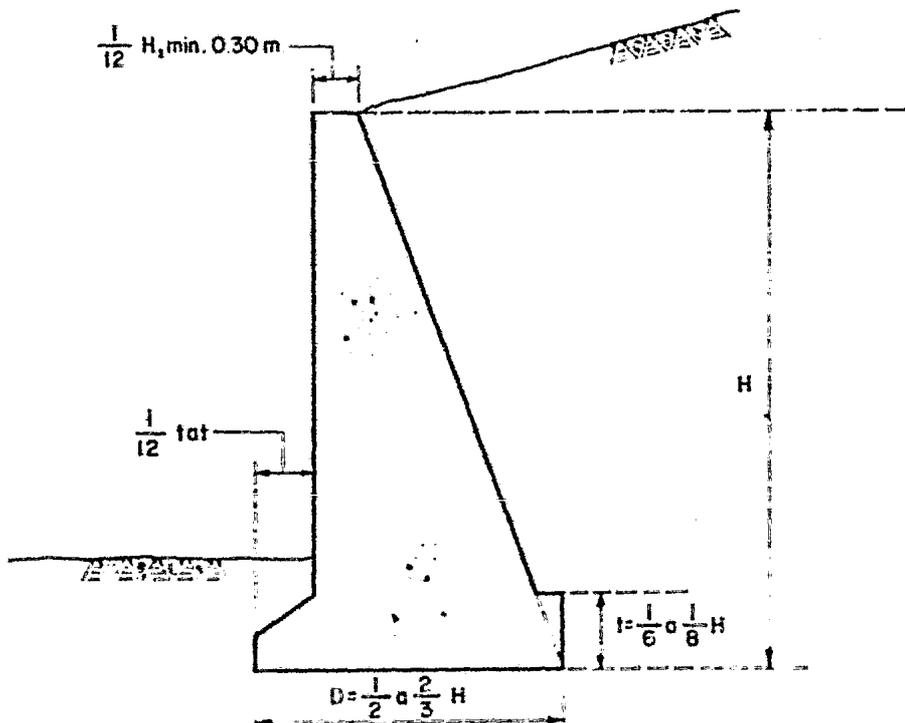


Fig. I.5.1.b. Dimensiones Propuestas

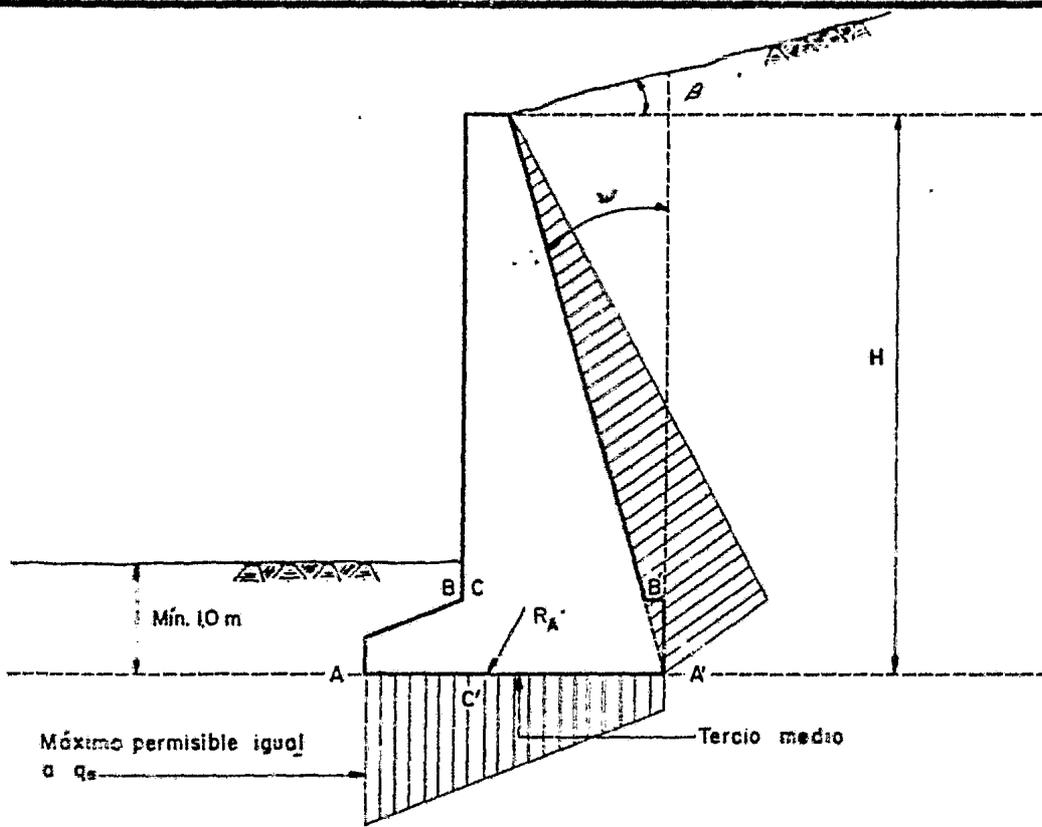


Fig. 1.5.2.a Requerimientos de diseño

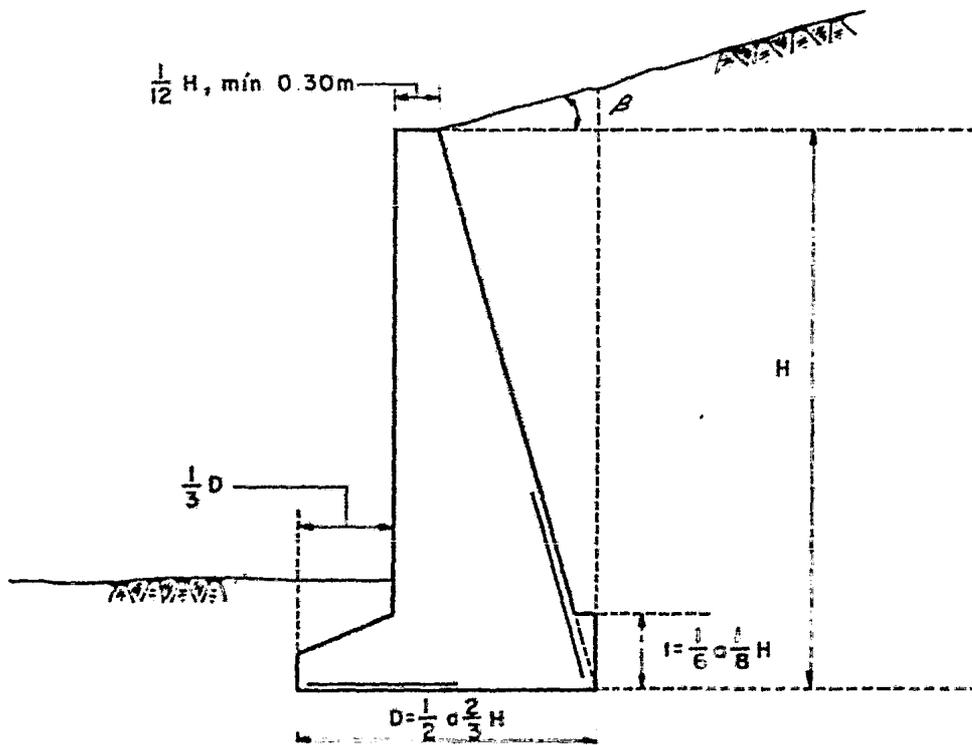


Fig. 1.5.2.b Dimensiones Propuestas

de otros datos, aunque a partir de estas dimensiones se llegue a un diseño muy conservador, el cual podrá corregirse posteriormente. El ancho de la corona se recomienda de 0.30 m como mínimo para facilitar la colocación del concreto.

Muros de Contrafuertes.

Las dimensiones típicas para los muros de contrafuertes se muestran en la figura I.5.4. Estas dimensiones son solamente una guía, y pueden ser utilizadas en muros de pared delgada, siempre y cuando la estabilidad del muro se satisfaga. Normalmente el uso de los contrafuertes se determina de acuerdo con el costo y la calidad de los materiales a usar en la construcción del muro. En muros cuya altura sea menor de 6.0 m, es dudoso que sea económico usar contrafuertes. El espaciamiento de los contrafuertes es un proceso de prueba, el cual da un costo mínimo. El más económico espaciamiento parece ser el que va de un tercio a un medio de la altura del muro.

Muros de Machones.

Este tipo de muros de retención, son semejantes a los muros de contrafuertes, con la diferencia que el contrafuerte se localiza en el frente del muro trabajando en compresión en lugar de tensión, por lo que recibe el nombre de machón.

Muros en Celosía o Muros Criba.

Ya se mostró en la figura I.3.1 el tipo característico de muro al que se refiere el presente inciso y que se denomina muro criba o, quizá más propiamente, muro en celosía o muro en parrilla de gravedad. Se construye con piezas prefabricadas de concreto armado o especiales de acero. Las piezas se disponen formando celdas paralelepípedicas que posteriormente se rellenan con suelo. La Fig. I.5.5, muestra un detalle de estas estructuras, con vista en planta y perfil.

El ancho "b" del muro se determina analizando al conjunto como un muro de retención común de gravedad bajo la acción del peso propio, el empuje y las reacciones --

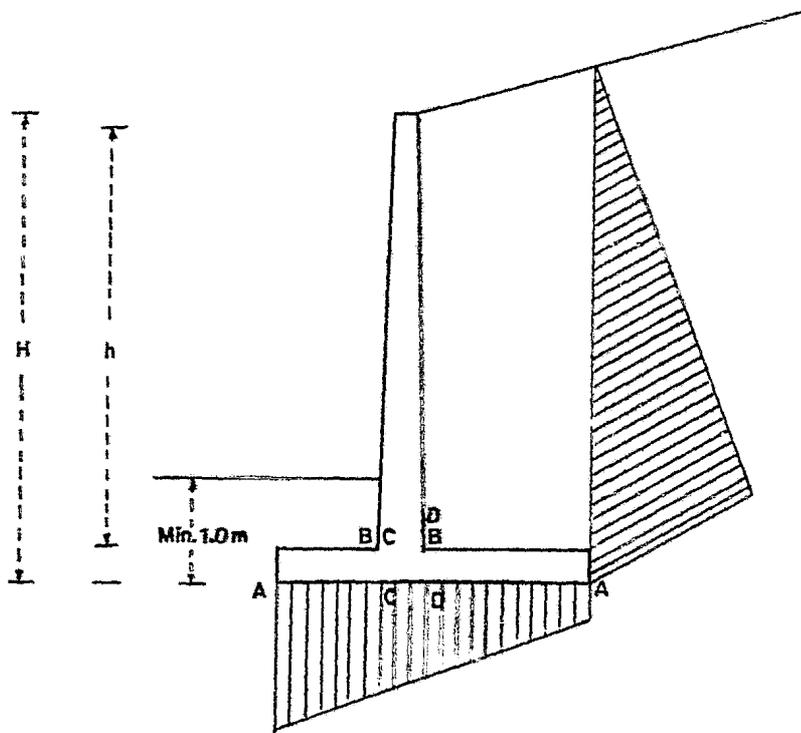


Fig. I.5.3 a Muro en Cantiliver

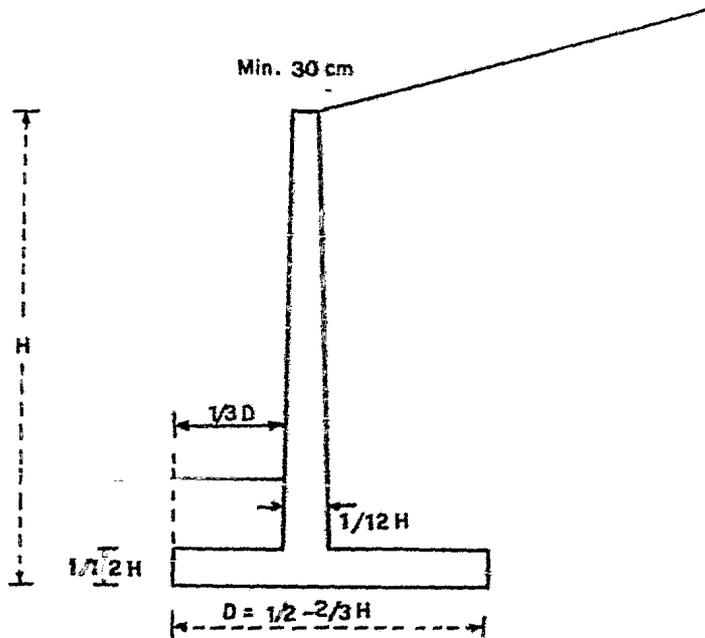


Fig. I.5.3 b Muro en Cantiliver

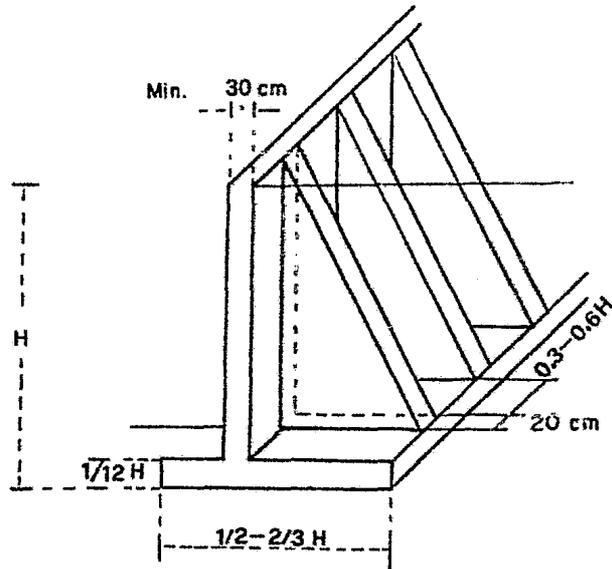


Figura 1.5.4. Muro de Contrafuertes.

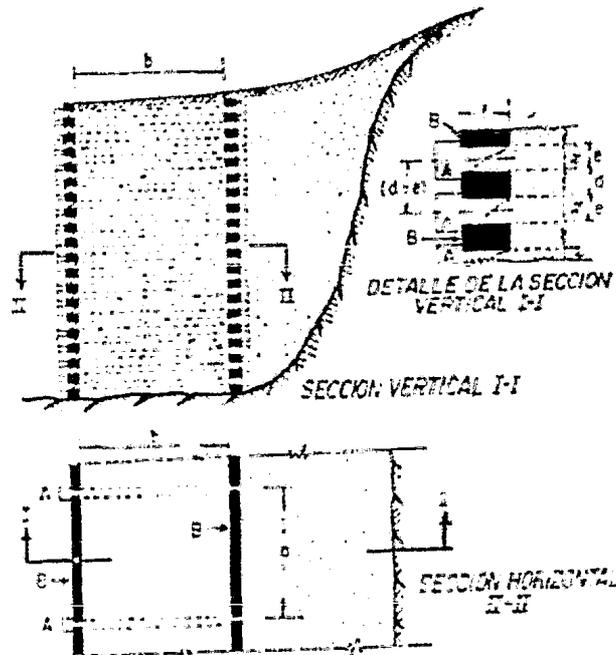


Figura 1.5.5. Muro en Celosía o Criba.

del terreno. Las dimensiones de las piezas prefabricadas se escogen de manera que $f \geq 2e$, de otra manera se saldría el relleno, si este fuera de material granular. Los largueros B deben calcularse para resistir a la flexión, como vigas de claro "a" sobre dos apoyos; la fuerza que produce la flexión, debido al empuje de tierra, será:

$$(d + e) \cdot a \cdot 0.5 \gamma b$$

siendo γ el peso volumétrico del material de relleno, y todas las demás letras con el sentido que se muestra en la figura I.5.6. Las piezas B deben resistir también la mitad de la presión vertical total que actúa sobre los travesaños A y que -- más adelante se detalla. Esta presión lateral corresponde al empuje de un silo, se desarrolla cuando la celosía se rellena con suelo antes de colocar el relleno propiamente dicho; este último ya no produce momentos flexionantes de importancia. -- Cuando las piezas A y B sean de concreto, deberán armarse simétricamente en el lecho de tensión y de compresión. Las piezas A deben armarse también para tomar en tensión la fuerza lateral total que se ejerce contra una pieza B; la cabeza de la pieza A debe ser capaz de tomar la misma fuerza en cortante. Las piezas A deben diseñarse como vigas a flexión con claro "b" y dos apoyos; se considerará sobre ellos una fuerza vertical total igual a:

$$(d + e) \cdot b \cdot 0.5 \gamma \cdot a \cdot 0.58,$$

donde 0.58 es el coeficiente de fricción entre el material de la pieza y el relleno (equivale a $\delta = 30^\circ$); esta fuerza se --- transmite por fricción en ambos lados de la pieza.

Los muros en celosía tienen como principal virtud la de poder resistir considerables asentamientos diferenciales sin mayor daño; también aceptan desplomes y -- desplazamientos horizontales en una escala que sería destructiva para otro tipo de estructuras.

El material que rellene las celdas del muro debe ser friccionante y permeable; con esta última condición se logrará una magnífica contribución al drenaje general

del relleno tras el muro.

Dentro de las celdas del muro, el material se debe colocar con una compactación adecuada que impida su posterior reacomodo, pues de otra manera se corre el riesgo de que se invierta el empuje de tierras, que normalmente debe actuar sobre el muro de abajo hacia arriba (dirección ascendente), produzca empujes mucho mayores. Un efecto similar puede producirse cuando el muro se asienta respecto al relleno; dado lo usual que es construir estos muros sobre terrenos blandos, la anterior condición debe tenerse en mente en el momento de los análisis.

I.6 Sistemas de Drenaje.

Como se verá posteriormente, las teorías clásicas que se usan para determinar el empuje que le proporciona el material de relleno al muro de retención, no incluyen originalmente ningún efecto de la presión del agua acumulada en dicho relleno, ya que estas teorías únicamente consideran los esfuerzos efectivos del suelo y no los totales, por lo que deberá proveerse al material de relleno de un sistema de drenaje adecuado.

La función principal del sistema de drenaje es proporcionar a través del muro la salida del agua que se acumule en el relleno. Esto se logrará mediante drenes que atraviesen la estructura, de diámetro suficiente para garantizar que no queden accidentalmente obstruidos; para esto suele usarse un diámetro del orden de los 10 cm. Los drenes se disponen en hileras paralelas en todo el frente del muro; el espaciamiento vertical de estas hileras no deberá de exceder de 2.0 m, aún en aquellos casos en que en el relleno se dispongan los materiales de tal manera que parezca garantizarse la concentración del agua en la zona de la base del muro. Naturalmente que no bastará con facilitar la salida del agua a través del muro para garantizar un buen drenaje del relleno, con fines de la eliminación de las presiones del agua; sólo en casos excepcionales, con rellenos muy permeables, formados por-

pedacería de roca o grava, podría pensarse que la colocación de drenes a través del muro resultase suficiente. En general será preciso instalar material filtrante en el relleno, según se describe más adelante. Piensese, como caso extremo, en un relleno arcilloso de muy baja permeabilidad; en él, la saturación y el desarrollo de todos los efectos nocivos del agua ocurrirían sin que el flujo hacia los drenes de salida ejerciese efectos benéficos notables, debido a la baja movilización del agua hacia los drenes, a causa de la poca permeabilidad del relleno.

El espaciamiento horizontal de los drenes de salida depende de las previsiones que se hagan para dirigir el flujo hacia dichos drenes. La capacidad por parte del ingeniero de influir en este hecho importante se circunscribe, como es natural, a los muros que se construyen en terraplen o en secciones balcón, en los que el relleno se coloca después de construir el muro, lo que permite hacer una selección de materiales, por lo menos dentro de ciertos límites impuestos por la economía; pero no en muros en corte, donde el relleno queda dispuesto por la naturaleza, en toda su complejidad.

El sistema más barato pero menos efectivo para disponer el drenaje del relleno sería simplemente colocar cierta cantidad de material granular muy permeable --- (alrededor de 50 kg) a la entrada de cada uno de los drenes que atraviesen el frente del muro; en estas condiciones, el espaciamiento horizontal de los drenes no deberá ser mayor de 1.50 m. El sistema tiene el inconveniente de que los finos contenidos en el relleno pueden ser arrastrados hasta llenar los huecos del material muy permeable, contaminándolo e inutilizándolo, por lo que sólo es posible usarlo cuando el relleno no presente tal riesgo. Además, el agua que vierten los drenes de salida caería en el frente del muro cerca de la base, humedeciendo el suelo en una zona que, obviamente, conviene mantener en seco. Esta condición se puede corregir si en vez de cada una de las hileras de drenes de salida

se coloca un filtro corrido de material permeable que abarque toda la longitud del muro, cuya descarga se dispone hacia fuera del muro, donde el agua no tenga efectos nocivos. En este caso el material del filtro debe estar formado por un material cuya permeabilidad sea cuando menos 100 veces mayor que la del material de relleno, y tener un espesor de por lo menos 0.40 m.

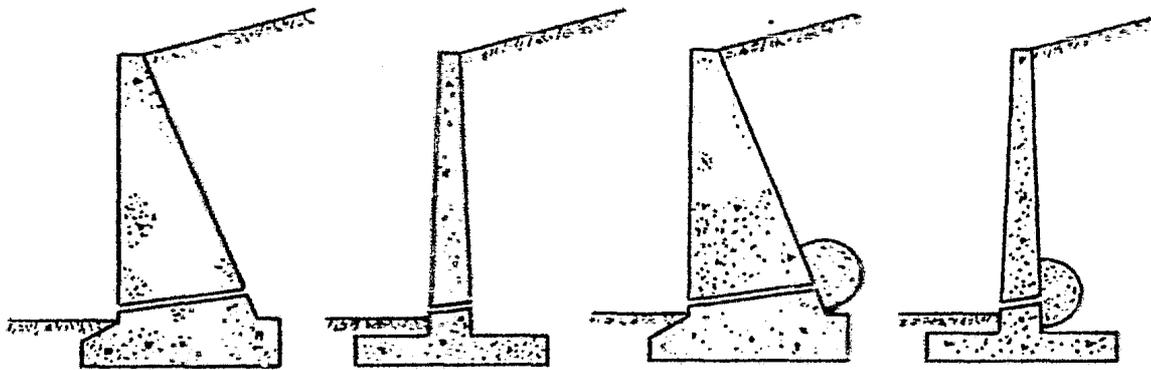
Además de los sistemas de drenaje mencionados, existen otros que se construyen en el interior del relleno, en disposiciones que logren dirigir el flujo de manera que el efecto de las fuerzas de filtración sea mínimo o desaparezca. En la figura I.6.1, se presentan esquemas de las diferentes disposiciones de drenaje, en grado ascendente de complicación hasta llegar a las disposiciones que modifican la forma de la red de flujo a través del relleno, anulando el efecto de las fuerzas de filtración.

En la parte (a) de la figura I.6.1, se muestra la disposición del filtro, la cual solamente será útil en rellenos formados por material granular sin finos muy permeable. El dispositivo que se muestra en la parte (b) tampoco se podrá usar cuando el relleno contenga finos susceptibles de contaminar las bolsas de material permeable y, en general, sólo será conveniente en rellenos de alta permeabilidad en donde el agua pueda movilizarse con mucha facilidad hacia las bolsas de material permeable y hacia los drenes de salida. La parte (c) de la figura, recoge la idea que ya se mencionó del dren horizontal que une las entradas de los tubos de salida (o que sustituye a éstos cuando se eliminan) y que descargan lateralmente afuera del muro; a veces su efecto se complementa con un sistema discontinuo de drenes verticales adosados al respaldo y colocados en posición intermedia respecto a los tubos de salida. La parte (d) de la figura muestra esquemáticamente la disposición más común y por lo general más conveniente de los drenes en el relleno de un muro de retención; estos se disponen en forma continua cubriendo todo el respaldo, preferentemente en una sola capa.

Las partes (e), (f) y (g) de la figura - ilustran sistemas de drenaje más complicados y, por tanto, - más costosos, que se emplearán cuando sea imprescindible cam - biar favorablemente la dirección del flujo o impedir que --- ciertos zonas del relleno puedan absorber agua.

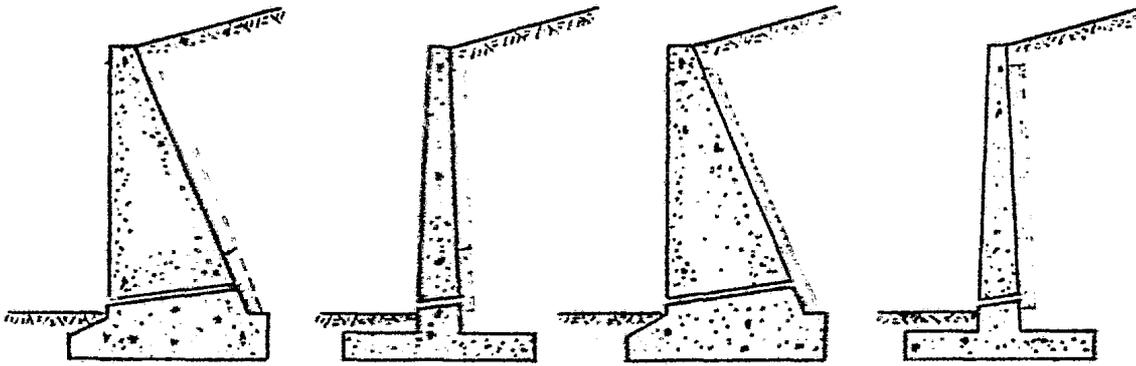
Todos los sistemas anteriores se deben - proyectar para impedir la acumulación del agua detrás del mu - ro y el desarrollo de presiones hidrostáticas; sólo los tres últimos tendrían un efecto benéfico en cuanto a la dirección del flujo y el efecto de las fuerzas de filtración. La dispo - sición de los drenes también influye en la subpresión que de - be ser tomada en cuenta para el cálculo del empuje en condi - ción de flujo establecido; en cada caso deberá analizarse di - cha influencia para adoptar la disposición de drenes más ven - tajosa.

El problema del proyecto detallado del - drenaje de un muro de retención participa en el problema ge - neral de diseño de filtros y, este ha de hacerse bajo requere - rimientos contradictorios. Se trata de colocar un material - lo suficientemente permeable como para que en él, él agua -- circule libremente y se elimine con facilidad, sin acumular - se; pero un material con tales características también será - tan poroso como para que él agua que penetre a él pueda ---- arrastrar al material fino que entre en suspensión cuando se atraviese el material que se vaya a proteger; desde este pun - to de vista convendría que el material drenante fuese cerra - do y, por tanto, de baja permeabilidad. El requisito de per - meabilidad y de filtro, son tan contradictorios que difícil - mente se logra satisfacer con una sola capa de material; es - preciso recurrir a un filtro de dos o tres capas, con requere - sitos granulométricos bastante rígidos, dispuestos en órden - creciente de tamaños, que vayan del relleno hacia el muro. La capa del dren próxima al relleno (que se supone contiene - abundantes finos) ha de ser suficientemente fina como para - filtrar los arrastres que traiga el agua; entonces no será - lo bastante permeable como para garantizar un drenaje libre,



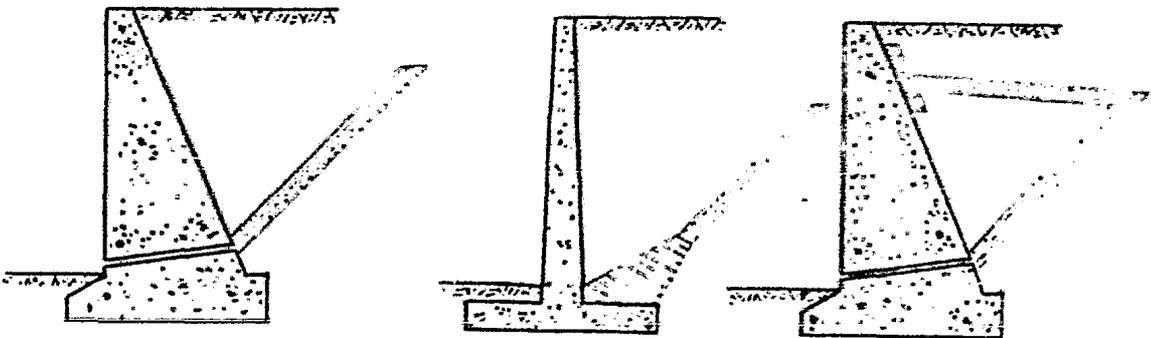
(a) ÚNICAMENTE DRENES DE SALIDA

(b) DRENES DE SALIDA CON BOLSONES DE MATERIAL FERMEABLE



(c) DRENES CONTINUOS

(d) CAPA CONTINUA



(e) FILTRO INCLINADO

(f) DISPOSICION CONTRA CONGELACION

(g) RELLENO EXPANSIVO

Figura I 6 | Esquemas de las disposiciones de drenaje

por lo que el agua pasará a una segunda capa, de granos de mayor tamaño, que será filtro de la anterior, pero quizá no suficientemente permeable; en este último caso sería precisa una tercera capa y así sucesivamente; a este tipo de filtros se les llama compuestos o graduados.

Lo anterior es sin duda rígido, sin embargo se justifica en muros que por su altura o por alguna otra razón especial presenten peligros fuera de lo común, pero siempre será preferible proyectar mantos diferentes formados por una sola capa, con material único que se fabrique con un mismo proceso y que se parezca lo más posible o coincida con algún otro material que de cualquier manera se deba fabricar para otros fines.

Los materiales granulares naturales que forman el filtro, deben cumplir algunos requerimientos básicos que se han ido imponiendo por un efecto combinado de base teórica y, muchas veces, experimental. Estos requerimientos deben ser estrictamente guardados so pena de hacer inútil todo el trabajo y el gasto relacionado con ellos. Los requerimientos que se imponen a los materiales de filtro son de naturaleza granulométrica y se refieren a su graduación. Otros muy importantes, tienen que ver con el cuidado en la manipulación y colocación, para evitar contaminaciones y segregaciones. Puede haber también requerimientos de compactación, para reducir la posibilidad de que se presenten cambios en la graduación granulométrica por invasión de finos procedentes del suelo a proteger.

Investigaciones dirigidas por Terzaghi y Casagrande, han establecido la siguiente regla para relacionar al material de filtro con el material por proteger:

$$\frac{D_{15} \text{ del filtro}}{D_{85} \text{ del suelo}} < 4 \quad 6 \quad 5 < \frac{D_{15} \text{ del filtro}}{D_{85} \text{ del suelo}} \quad (1)$$

Al cumplir la primera de las desigualdades anteriores se acepta que se evita la migración de las partículas finas del material por proteger hacia los huecos-

del material filtrante.

La segunda desigualdad garantiza, según la experiencia, la suficiente permeabilidad al filtro como para que no se desarrollen en el fuerzas de filtración de importancia o presiones de poro indeseables.

El U. S. Army Corps of Engineers, seleccionó al número 5 en la parte intermedia de las desigualdades (1) como valor a usar y estableció, además, la siguiente norma adicional:

$$\frac{D_{50} \text{ del filtro}}{D_{50} \text{ del suelo}} \leq 25 \quad (2)$$

Todavía se añade que los criterios anteriores difícilmente garantizan protección a las arcillas de alta plasticidad, que en general requerirán filtros de varias capas. Para estos suelos el D_{15} del filtro suele ser del orden de 0.4 mm y el criterio expresado por la desigualdad (2) no se considera aplicable. El hacer un lado tal criterio puede conducir al filtro de una sola capa, pero en tal caso deberá usarse un material bien graduado, que no se segregue y con un coeficiente de uniformidad menor que 20.

El U. S. Bureau of Reclamation recomendó, como consecuencia de sus verificaciones, que las curvas granulométricas del filtro y el suelo por proteger sean sensiblemente paralelas, a lo que tiende esencialmente la norma incluida en la desigualdad (2).

Sherard y sus colaboradores añaden la precaución de que cuando el suelo por proteger contiene abundante grava, la curva granulométrica a tomar en cuenta en las aplicaciones de las desigualdades anteriores es la del material menor de 2.5 cm (una pulgada), eliminando el de mayor tamaño.

Los resultados de todos los estudios efectuados indican que la combinación de las reglas indicadas en las desigualdades (1) y (2), impiden la erosión interna y

la tubificación aún en las condiciones más severas.

En lo que se refiere a la disposición de los drenes, esta debe ser lo más ventajosa posible, por lo -- que se plantea la necesidad de que el material del filtro sea lo suficientemente grueso para que no se fugue a través de -- las perforaciones del dren y no las obstruya.

Al respecto el U. S. Corps of Engineers - recomienda los siguientes criterios:

Para ranuras:

$$\frac{D_{85} \text{ del filtro}}{\text{Ancho de la ranura}} \geq 1.2$$

Para perforaciones circulares:

$$\frac{D_{85} \text{ del filtro}}{\text{Diámetro del agujero}} \geq 1.0$$

El U. S. Bureau of Reclamation proporciona la siguiente regla:

$$\frac{D_{85} \text{ del filtro (en la vecindad del tubo)}}{\text{Máxima perforación del tubo}} \geq 2.0$$

Juárez Badillo, y Rico A., Mecánica de -- Suelos, tomo III. Flujo de Agua en Suelos, recomienda la si-- guiente regla:

$$\frac{D_{85} \text{ del filtro}}{\text{Máxima perforación del tubo}} \geq 1.5$$

Como se ve, no existe una concordancia -- plena entre los diversos criterios recomendados por quienes -- han hecho trabajo experimental; por otra parte, las discrepancias entre las recomendaciones anteriores tampoco son significativas, sin embargo cualquiera de las reglas anteriores garantiza un funcionamiento adecuado del filtro.

I.7

Material de Relleno

El material de relleno, desempeña un papel fundamental en el comportamiento del conjunto suelo-estructura, ya que define el éxito que puede alcanzarse con un muro de retención. Los principales factores que se deben considerar en el material de relleno son: las propiedades mecánicas de los materiales, las condiciones bajo las cuales es colocado, los métodos de colocación, el grado y método de compactación y los sistemas de drenaje.

El tipo de material y el método de colocación del relleno afecta mucho a la presión de tierras y al asentamiento de la corona del propio muro.

Terzaghi y Peck, dan una clasificación de los materiales de relleno, la cual puede verse como una guía general para normar criterios, aunque esta clasificación se haya hecho para el cálculo del empuje de tierra contra un muro de retención, con un método semiempírico, el cual se verá posteriormente. Los materiales de relleno son:

- I. Suelo granular grueso, sin finos.
- II. Suelo granular grueso, con finos limosos.
- III. Suelo residual, con cantos, bloques de piedra, gravas, arenas finas y finos arcillosos en cantidad apreciable.
- IV. Arcillas plásticas blandas, limos orgánicos o arcillas limosas.
- V. Fragmentos de arcillas dura o medianamente dura, protegidos de modo que el agua proveniente de cualquier fuente no penetre entre los fragmentos.

Se recomienda evitar el uso de arcillas francas y tender a la utilización de suelos no cohesivos permeables. Las arcillas expansivas suelen considerarse materiales indeseables cuyo uso no se recomienda o prohíbe. En los casos en que el asentamiento de la superficie del relleno sea

un factor de importancia deben evitarse los rellenos mixtos, con materiales susceptibles de penetrar uno en otro, como podría ser el caso de mantos de fragmentos de roca y capas de arena fina o de fragmentos de roca colocada directamente sobre arcillas blandas. En este caso sería necesario una capa intermedia, de material arenoso, que funcionase como filtro o como capa para impedir la incrustación.

El material ideal es el que lo constituyen arena y grava o piedra triturada; estos suelos tienen alta resistencia al esfuerzo cortante, son estables, no se asientan cuando se colocan en forma apropiada y sus buenas cualidades permanecen ante la presencia del agua. El material que se llegue a colocar se debe aproximar lo más posible a este modelo. Con frecuencia el ingeniero no conoce con precisión las propiedades mecánicas de los rellenos que se emplean y estas se establecen a juicio para los fines de cálculo; esta práctica sólo se debe considerar admisible en muros bajos con rellenos de buena calidad, a cubierto de errores graves en la apreciación.

Si hubiera que usar relleno francamente arcilloso deberá contarse con que el material pierda su cohesión, pasando a comportarse como un fluido con el mismo peso volumétrico del suelo.

Se suele exigir que el relleno de un muro de retención que se coloque después de construido éste (lo que constituye un caso frecuente) se disponga en capas horizontales o con ligera pendiente descendente a partir del muro y hacia el interior del relleno. Se considera aceptable un espesor de capa del orden de 20 ó 30 cm (suelta), si bien pudiera ser necesario usar capas más delgadas (de unos 10 cm) en los casos en que se desee evitar un intenso trabajo de compactación. La compactación de los rellenos aumenta en principio, la resistencia al esfuerzo cortante de los mismos; disminuye así la presión de tierra sobre el muro de retención y hace disminuir también la posibilidad de asentamiento. Por otra parte, algunas veces hará descender la permeabilidad y este -

hecho pudiera tener efectos contradictorios. Un relleno no compactado se asentará tras el muro y esto, como ya se comentó, puede afectar la dirección y la magnitud del empuje de tierra, haciéndolo crecer extraordinariamente.

Por todo lo anterior se podría pensar que la compactación reporta únicamente ventajas al relleno. Por desgracia ése no es siempre el caso. Cuando el relleno se compacta en forma severa tras el muro suelen producirse deformaciones excesivas en la estructura, aun cuando se tome la precaución obvia de que el equipo pesado de compactación no circule muy próximo al respaldo del muro. Independientemente de lo anterior, se ha visto, además, que después de la compactación permanece en el suelo de relleno por lo menos parte de las presiones horizontales que se desarrollaron en el momento del proceso. G. F. Sowers, estudió con detenimiento la intensidad y el efecto de estas presiones denominadas residuales. Reporta los resultados de una investigación sobre varias arenas y sobre una arcilla areno-limosa (CL-ML) con $LL = 41\%$ e $I_p = 14\%$, de la cual se realizó parte en el laboratorio y parte en el campo. La investigación de laboratorio se hizo utilizando compactación estática y por impactos en un cilindro de 10 cm de diámetro, provisto de un dispositivo para medir la presión lateral; se usaron varias humedades de compactación comprendidas entre el estado seco y la humedad óptima de cada prueba. Las pruebas de campo se realizaron haciendo mediciones directas en un muro de escasa altura.

En el laboratorio se vió que prácticamente no se desarrollaron presiones residuales en las arenas, en tanto que fueron importantes en las arcillas. En la figura I.7.1, se ilustran las presiones residuales desarrolladas en función de la energía de compactación, para el caso de pruebas por impactos.

Las figuras I.7.2 y I.7.3, muestran los resultados de las mediciones que se hicieron en una arena de río y en arcilla limosa, respectivamente. De nuevo se puede observar que las presiones laterales residuales son mucho más-

pequeñas en el caso de las arenas.

En vista de lo anterior se puede decir -- que la compactación del relleno tras un muro de retención es un punto que se debe manejar con cuidadoso criterio. Tal vez sea necesaria la compactación suficiente para que el relleno no se asiente por su peso propio o cualquier otro efecto pero se ha de dar teniendo siempre en mente el evitar que se desarrollen presiones laterales residuales que incrementen fuertemente los empujes de tierra.

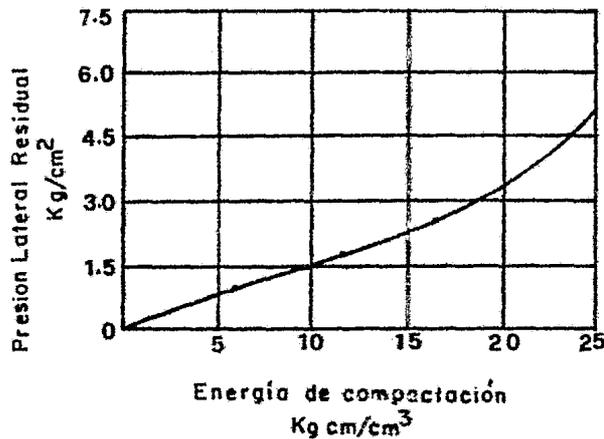


Figura I.7.1 Relación entre la energía de compactación y la presión lateral residual para una arcilla limosa con $\omega = 14\%$. Prueba por impactos

Si el relleno se construye antes que el muro de retención, parece probable que las presiones residuales serán mucho menores que si el orden de construcción es el inverso; desde luego que esto depende del grado de confinamiento con que se compacte el relleno.

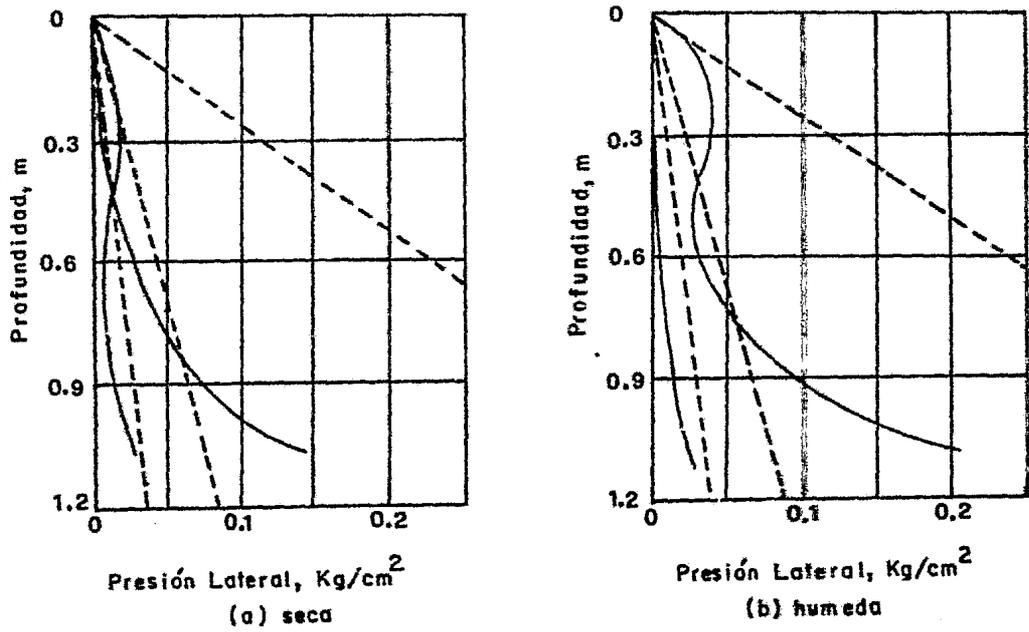


Figura I.7.2 Presiones laterales residuales en función de la profundidad en el respaldo. Relleno de río a) seco, b) con $\omega = 14\%$

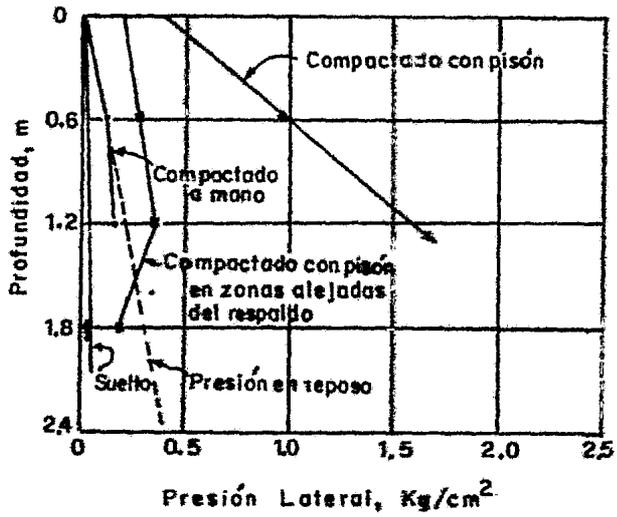


Figura I.7.3 Presiones laterales residuales en función de la profundidad en el respaldo. Relleno de arcilla limosa con $\omega = 18\%$

I.8

Material de Cimentación

La experiencia ha demostrado que la mayoría de las roturas y fracasos relacionados con muros de retención se originan como consecuencia de cimentaciones inadecuadas. Como no se puede proyectar una cimentación adecuada si no se tiene al menos algún conocimiento del tipo de suelo situado debajo de la base del muro, es evidente que debe estudiarse antes el subsuelo, aunque sea utilizando medios primitivos. El requerimiento mínimo para la exploración del subsuelo situado debajo de un muro de retención consiste en ejecutar perforaciones con un barreno o alguna otra herramienta adecuada, hasta una profundidad por debajo de la base igual a la altura del muro. Si antes se encuentra un estrato duro, -- las perforaciones pueden suspenderse después de haber penetrado de 50 centímetros a un metro en dicho estrato, siempre y cuando la experiencia local o la evidencia geológica del lugar no deje duda alguna con respecto a la existencia de un estrato blando a mayor profundidad. Si, por el contrario, un estrato blando se extiende hasta una profundidad mayor que la altura del muro, las perforaciones deben continuarse hasta encontrar el fondo del estrato blando, o hasta que la resistencia del suelo aumente en forma apreciable. El proyectista debiera conocer también la profundidad de las heladas, así como la profundidad hasta la cual el suelo puede sufrir alteraciones volumétricas que se producen con el cambio de las estaciones del año, de modo que pueda establecer la cota de su cimentación por debajo de estas profundidades. Cuando no se tienen datos del subsuelo, las dimensiones de las cimentaciones no deben aparecer en los planos; en su lugar, deben darse instrucciones simples para que el ingeniero de obra fije las dimensiones después de haber obtenido los datos necesarios.

En la figura I.8.1 se ilustran los tipos de falla más comunes susceptibles de presentarse en la cimentación de los muros de retención.

a. Falla por deslizamiento, este tipo de-

falla se produce por deslizamiento entre la base del muro y el suelo adyacente a dicha base. La fuerza de fricción que resiste al deslizamiento del muro es la componente normal de las -- fuerzas que actúan sobre la base del muro, multiplicada por el coeficiente de fricción entre el suelo y la base de dicho muro. Es común exigir que el factor de seguridad al deslizamiento -- sea por lo menos igual a 1.5. En la parte (a) de la figura --- I.8.1 se muestra este tipo de falla.

El valor del coeficiente de fricción para un suelo de granos gruesos que no contiene limo o arcilla, se puede tomar $f = 0.55$; para un suelo de granos gruesos que contiene limo $f = 0.45$. Si el muro descansa sobre limo o arcilla se requieren precauciones especiales. Inmediatamente antes de colocar la base se retiran unos 10 centímetros de suelo de toda el área en donde se va a colocar la base y se reemplazan -- por 10 centímetros bien compactados de arena o arena y grava -- de granos asperos. El coeficiente de fricción entre la arena y el suelo cohesivo puede tomarse igual a 0.35.

Si el coeficiente de seguridad al deslizamiento no se puede hacer igual a 1.5 sin la construcción de -- una cimentación excesivamente pesada, es probable que resulte más económico establecer el muro sobre una cimentación con pilotes, como se ilustra en la figura I.8.2, en la cual, las --- fuerzas horizontales son absorbidas por pilotes inclinados. La práctica de incluir algunos pilotes inclinados en las cimentaciones de muros de retención no es, por ningún concepto, de -- aplicación universal, debido a que los pilotes verticales son más económicos de hincar. Sin embargo, considerando que la resistencia al deslizamiento horizontal ofrecida por la parte superior de pilotes verticales hincados en terreno blando es muy pequeña, la ausencia de pilotes inclinados puede traer como -- consecuencia un movimiento gradual hacia afuera del muro.

Cuando el peso del relleno o terraplén excede la mitad de la capacidad de carga del terreno del subsuelo, se presenta el peligro de que el movimiento progresivo del muro llegue a ser excesivo, aún en el caso de que la cimenta--

ción vaya provista de un número suficiente de pilotes inclinados como para resistir todo el empuje. En estos casos, puede resultar necesario pensar en la sustitución del material de relleno o terraplén por un material liviano, o bien alterar la disposición del proyecto.

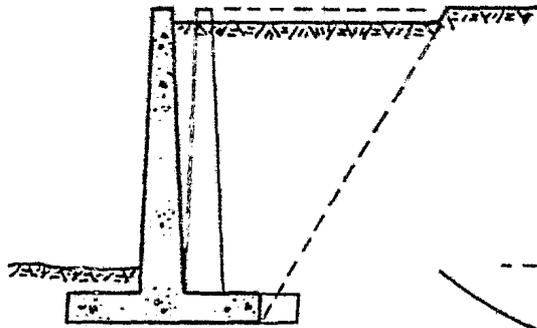
b. Falla superficial por cortante, según se ilustra en la parte (b) de la figura I.8.1, este tipo de falla presenta una superficie curva, la cual se origina en el talón del muro y emerge en la superficie del terreno a una cierta distancia enfrente del muro, como consecuencia se forma una ruptura similar en el material de relleno, originando la superficie curva AD. El factor de seguridad contra este tipo de falla es usualmente mayor a 1.5.

c. Falla profunda por cortante, este tipo de falla puede ocurrir, cuando un depósito de suelo blando, tal como arcilla, con una resistencia al esfuerzo cortante relativamente baja, se usa como cimentación. Este tipo de falla se presenta de manera semejante a la falla superficial por cortante, a excepción que se produce a una cierta distancia de la base del muro de retención, en la parte (c) de la figura I.8.1, se ilustra este tipo de falla.

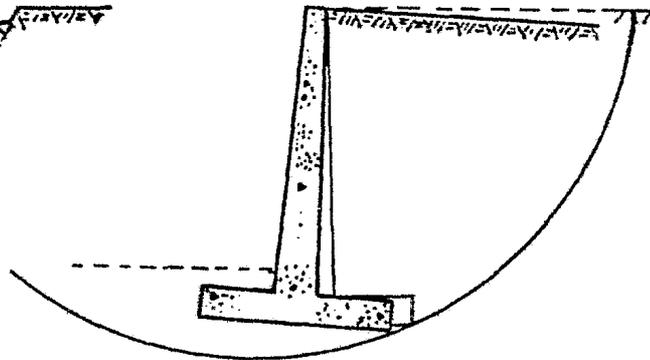
d. Falla por asentamiento y/o volcamiento, esta falla la originan movimientos excesivos del muro de retención originados por la compresibilidad y consolidación del suelo de cimentación. Cuando la presión en la punta del muro, ocasionada por la compresibilidad del terreno, es mayor que la presión en el talón, puede provocar el volcamiento del muro hacia afuera como se muestra en la parte (d) de la figura.

e. Falla por asentamiento, se presenta cuando existe un estrato de suelo blando bajo el terreno de cimentación, tal como arcilla suave o turba, que origine asentamientos del material de relleno, ocasionando el volcamiento del muro. En la parte (e) de la figura se ilustra este tipo de falla.

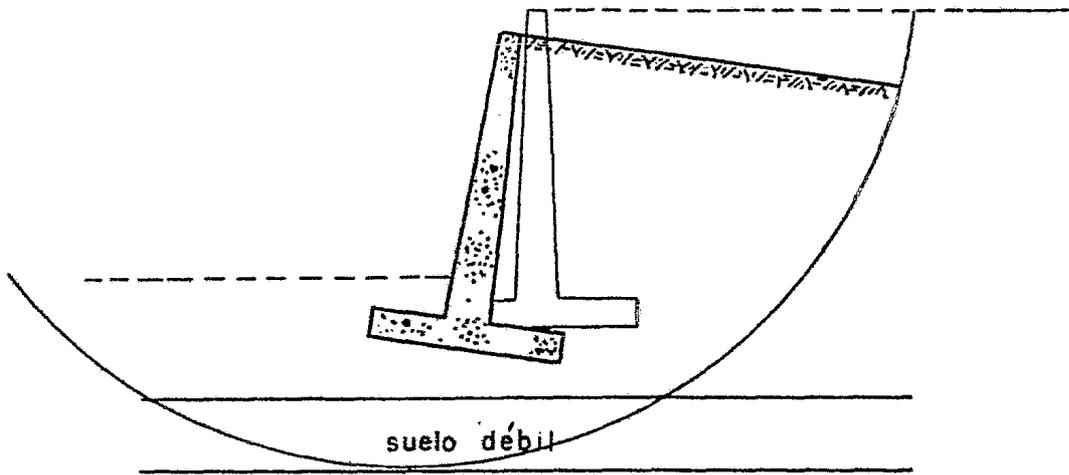
Se considera buena práctica, para impe-



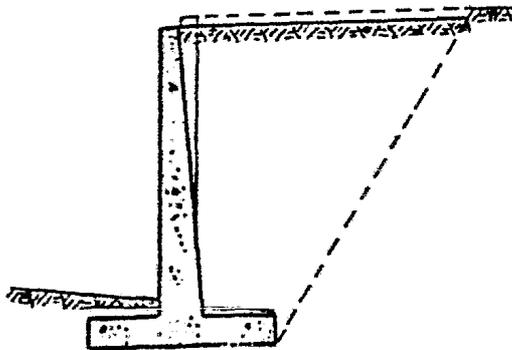
(a) Falla por deslizamiento



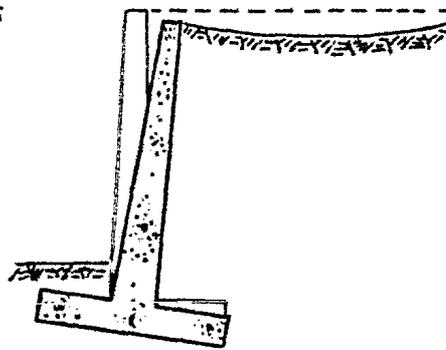
(b) Falla superficial por cortante



(c) Falla profunda por cortante

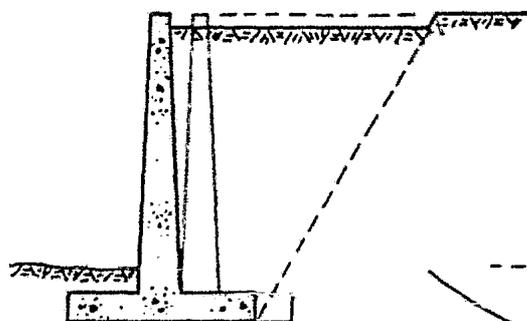


(d) Falla por asentamiento y/o vuelco

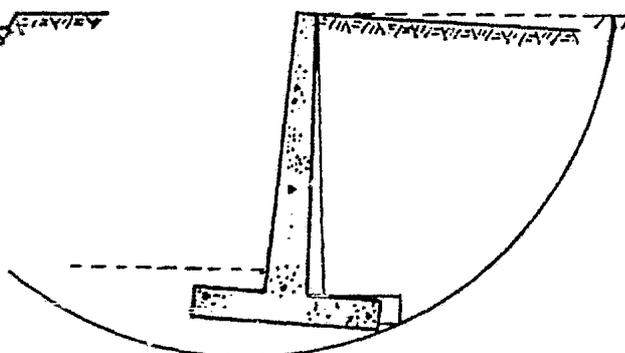


(e) Falla por asentamiento

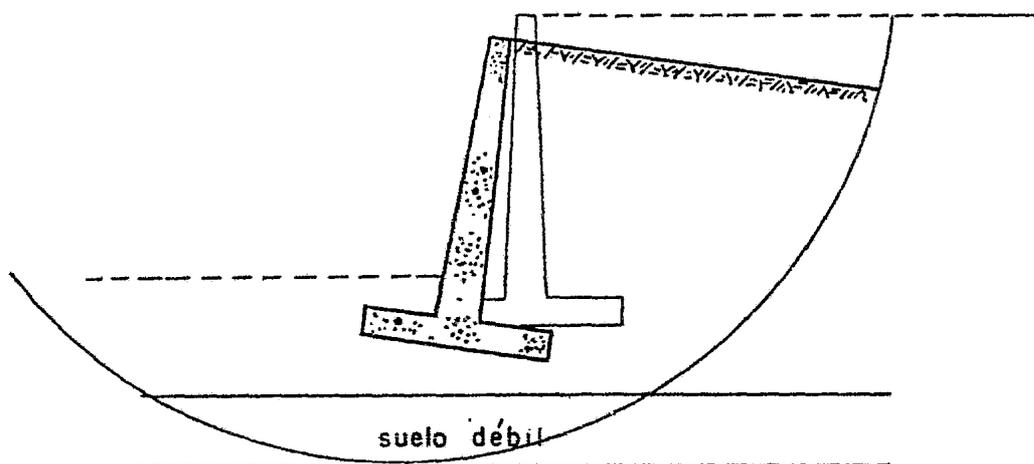
Figura I 8.1 Tipos de falla mas comunes en cimentaciones



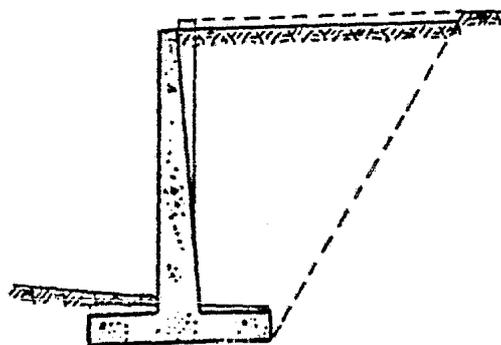
(a) Falla por deslizamiento



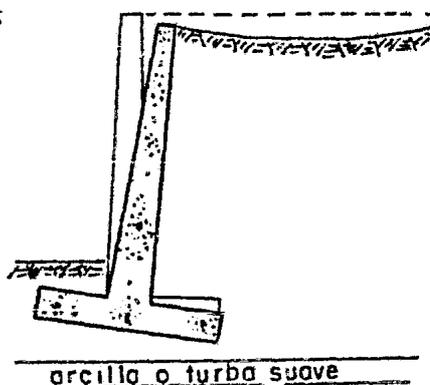
(b) Falla superficial por cortante



(c) Falla profunda por cortante



(d) Falla por asentamiento y/o vuelco



(e) Falla por asentamiento

Figura I. 8.1 Tipos de falla mas comunes en cimentaciones

dir que el muro se incline excesivamente, exigir que la componente de las fuerzas normales que actúan en la base, caiga dentro del tercio medio de la misma, si el subsuelo es compresible, debe satisfacerse el requerimiento de que el asentamiento diferencial de la cimentación no sea excesivo. Por tanto, no sólo debe la resultante caer dentro del tercio medio de la base sino que, en todos los casos, es necesario investigar también la seguridad al deslizamiento, comprobar -- que el esfuerzo máximo es menor que el admisible, y asegurar se que los asentamientos diferenciales no sean excesivos.

CAPITULO II

II.1 Introducción

Para comprender los estados de equili---
brio en un punto de una masa de suelo se debe tener en cuen-
ta el estado de esfuerzos al que se encuentra sometido dicho
punto del suelo; por lo que se supondrá un plano que pasa --
por un punto del suelo, y un cuadrado infinitesimal que lo -
rodea, figura II.1.1.

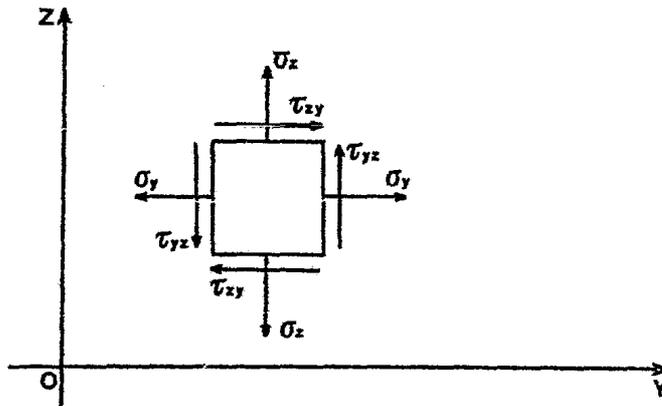


Fig II.1.1 Volumen sujeto a un estado de esfuerzos plano.

A continuación se considerará que el pun-
to por analizar se encuentra en una condición bidimensional,
sometido a un estado de esfuerzos plano continuo, y a un es-
tado de deformación plana; dicho estado de esfuerzos podrá -

ser definido si se conocen los esfuerzos actuantes en ese punto, para lo cual resulta de gran utilidad la teoría del círculo de esfuerzos desarrollada por O. Mohr en 1871.

La teoría de la elasticidad demuestra que en un estado de esfuerzos plano, existen dos planos ortogonales entre sí llamados planos principales de esfuerzos, ligados cada uno de éstos con su correspondiente esfuerzo principal. Uno de estos esfuerzos es el mayor de los esfuerzos normales actuantes, mientras el otro es el menor; siendo en dichos planos principales nulos los esfuerzos tangenciales.

Si un punto P de una masa de suelo, se somete a un estado de esfuerzos plano y se representa en el plano coordenado YZ, se podrán definir las trazas de tres planos normales al papel que pasan por el punto P (Fig. II.1.2), los cuales serán el plano principal P_1 , sobre el que actúa el esfuerzo principal mayor según la dirección 3; el plano principal P_3 , en donde actúa el esfuerzo principal menor según la dirección 1; y un plano cualquiera P_A que forma el ángulo θ_A medido en sentido contrario al de las manecillas del reloj a partir del plano P_1 .

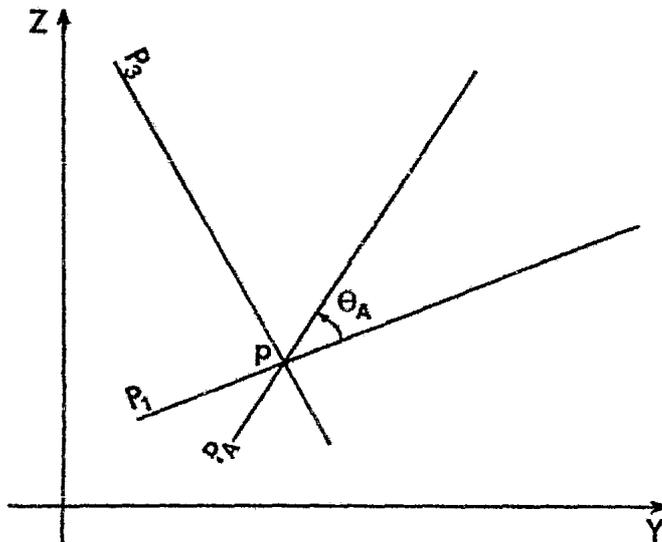


Figura II.1.2 Planos a través de un punto P.

Los valores de los esfuerzos σ_y , σ_z y τ_{yz} que actúan en el punto P, se determinan a partir de las ecuaciones de la estática, y los esfuerzos principales se representan por σ_1 al mayor y σ_3 al menor y sus valores son:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_y + \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{yz}^2}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_y + \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{yz}^2}$$

Para encontrar la orientación de los planos principales, se tendrá en cuenta que los esfuerzos tangenciales en dichos planos son nulos (Ref. 1), y su orientación se determina a partir de la siguiente fórmula:

$$\tau_n = 0 = (\sigma_z - \sigma_y) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{yz} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

lo cual puede ponerse como:

$$\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yz} \cos 2\alpha = 0$$

y por lo tanto:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = - \frac{2 \tau_{yz}}{\sigma_z - \sigma_y}$$

$$\sin 2\alpha = - \frac{2 \tau_{yz}}{\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{yz}^2}}$$

$$\cos 2 \alpha = + \frac{\sigma_z - \sigma_y}{\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4 \tau_{yz}^2}}$$

II.2

Círculo de Esfuerzos

O. Mohr en 1871, determinó que cualquier vector con dirección definida que pase por un punto P de un medio continuo y forme un plano cualquiera como el PA (Fig.- II.1.2), le corresponderá un punto en el plano coordenado -- (σ_n, τ_n) cuyas coordenadas representan los esfuerzos actuantes en ese punto; sin embargo la reciproca es falsa, es decir, existen puntos en dicho plano que no representan esfuerzos actuantes en el punto P.

O. Mohr, dedujo el lugar geométrico de los puntos que representan esfuerzos actuantes en el punto P de manera que dicho lugar geométrico resultó ser un círculo en el plano (σ, τ) , de centro:

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

y radio,

$$R = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

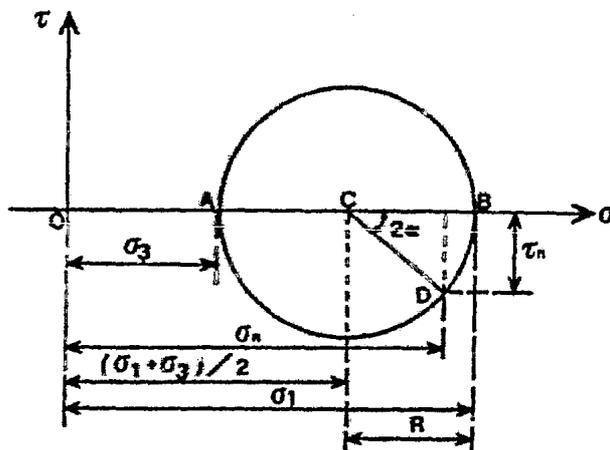


Figura II.2.1 Círculo de Esfuerzos.

II.3

Método del Polo

Este método se utiliza también para determinar los esfuerzos actuantes en cualquier dirección ligados a un punto de una masa de suelo, siempre y cuando se conozcan las magnitudes y direcciones de los esfuerzos principales.

El procedimiento se ilustra en la figura II.3.1. Considérese un punto Q sujeto a los esfuerzos principales según las direcciones 1 y 3 y un plano cualquiera AA' que pasa por dicho punto, formando dicho plano AA' un ángulo θ con el plano en donde actúa el esfuerzo principal mayor - parte (a) de la figura. Teniendo en cuenta los esfuerzos principales, se construye el círculo de esfuerzos y se localiza el punto D, parte (b) de la misma figura, cuyas coordenadas determinan los esfuerzos en el punto Q, ligados a la dirección AA'.

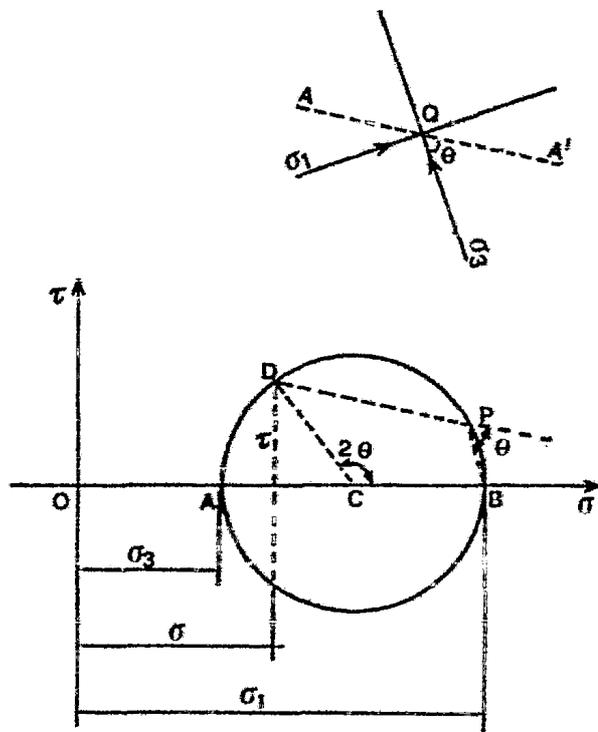


Figura II.3.1 Método del Polo para la determinación de esfuerzos.

Para localizar el punto D, se lleva el ángulo 2θ en dirección contraria al de las manecillas del reloj a partir del eje horizontal; o de otra manera, a partir del punto 1 se traza una línea paralela a la dirección del esfuerzo principal menor, hasta intersectar el círculo de esfuerzos en el punto P llamado polo, y en este punto se traza otra línea paralela al plano AA', la cual forma con la dirección de P_1 el ángulo θ , e intersecta el círculo de esfuerzos en el punto D.

II.4 Estados de Equilibrio

Como anteriormente se expuso, el estado de esfuerzo en un punto de una masa de suelo, se puede determinar a partir del círculo de esfuerzos construido para ese punto; y si además se tienen en cuenta las teorías clásicas de resistencia al esfuerzo cortante de un suelo, las cuales nos dicen que el material falla cuando el esfuerzo cortante en cualquier sección alcanza el valor S, que, para suelos friccionantes, depende del esfuerzo normal actuante en dicha sección; se podrán determinar los estados de equilibrio elástico y plástico del suelo.

Si se considera un suelo friccionante, el cual falla cuando el esfuerzo cortante alcanza el valor:

$$\tau = s = \sigma \tan \phi$$

ésta ecuación podrá representarse en el plano $\sigma - \tau$, como -

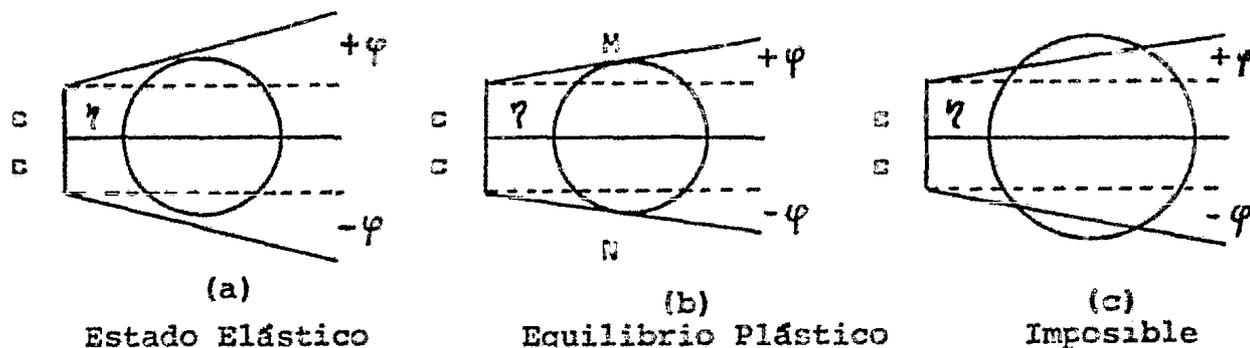


Figura II.4.1. Estado de esfuerzos en un punto de una masa de suelo.

una recta que pase por el origen y forme un ángulo ϕ con el eje horizontal (Figura II.4.1). En la parte (a) se representa el estado de equilibrio elástico de dicho suelo, ya que los esfuerzos cortantes que actúan son menores al esfuerzo que representa la falla.

La parte (b) de la figura muestra la condición de esfuerzos en estado plástico, el cual es un estado de falla del suelo, ya que el círculo de esfuerzos es tangente a las líneas de falla. En la parte (c) de la figura, el círculo que corta las líneas de falla del suelo no puede ser real, debido a que el esfuerzo cortante tendrá un valor mayor al de falla del suelo.

II.5 Relación de Esfuerzos Principales.

Con base en la figura II.5.1, puede obtenerse una relación muy útil entre los esfuerzos principales, en función del ángulo ϕ . En efecto:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OC} + \overline{CB}}{\overline{OC} - \overline{CA}}$$

pero,

$$\overline{CB} = \overline{CA} = \overline{CD} = R$$

entonces,

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\overline{OC} + R}{\overline{OC} - R} = \frac{1 + \frac{R}{\overline{OC}}}{1 - \frac{R}{\overline{OC}}} = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

operando trigonométricamente se tiene:

$$\frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} = \frac{1 + \cos(90^\circ - \phi)}{1 - \cos(90^\circ - \phi)} = \frac{2 \cos^2(45^\circ - \phi/2)}{2 \operatorname{sen}^2(45^\circ - \phi/2)}$$

En lo anterior se han usado, para la última igualdad las fórmulas:

$$\cos^2(45^\circ - \phi/2) = \frac{1 + \cos(90^\circ - \phi)}{2}$$

$$\sin^2(45^\circ - \phi/2) = \frac{1 - \cos(90^\circ - \phi)}{2}$$

por lo tanto en definitiva resulta:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \operatorname{ctg}^2(45^\circ - \phi/2) = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \phi/2) = N_\phi$$

El valor:

$$N_\phi = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \phi/2)$$

juega un papel importante en la simbología matemática de muchas aplicaciones en Mecánica de Suelos.

Naturalmente también puede escribirse:

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1}{\operatorname{tg}^2(45^\circ + \phi/2)} = \operatorname{tg}^2(45^\circ - \phi/2) = \frac{1}{N_\phi}$$

Otra hipótesis de falla, la debida a ----- Coulomb, considera que las líneas de falla no concurren en el origen de un sistema σ - τ , sino que cortan el eje vertical -- formando una cierta ordenada en el origen con valor "c". Matemáticamente esta otra hipótesis puede expresarse:

$$\tau = s = c + \sigma \tan \phi$$

En la figura II.5.2 aparecen las líneas de falla tal como se definen ahora y a partir de ella es posible obtener la nueva relación de esfuerzos principales, que figura en aplicaciones posteriores.

En efecto se tiene:

$$\overline{CD} = \overline{OC} \operatorname{sen} \phi + c \operatorname{cos} \phi$$

pero:

$$\overline{CD} = R = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad \text{y} \quad \overline{OC} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

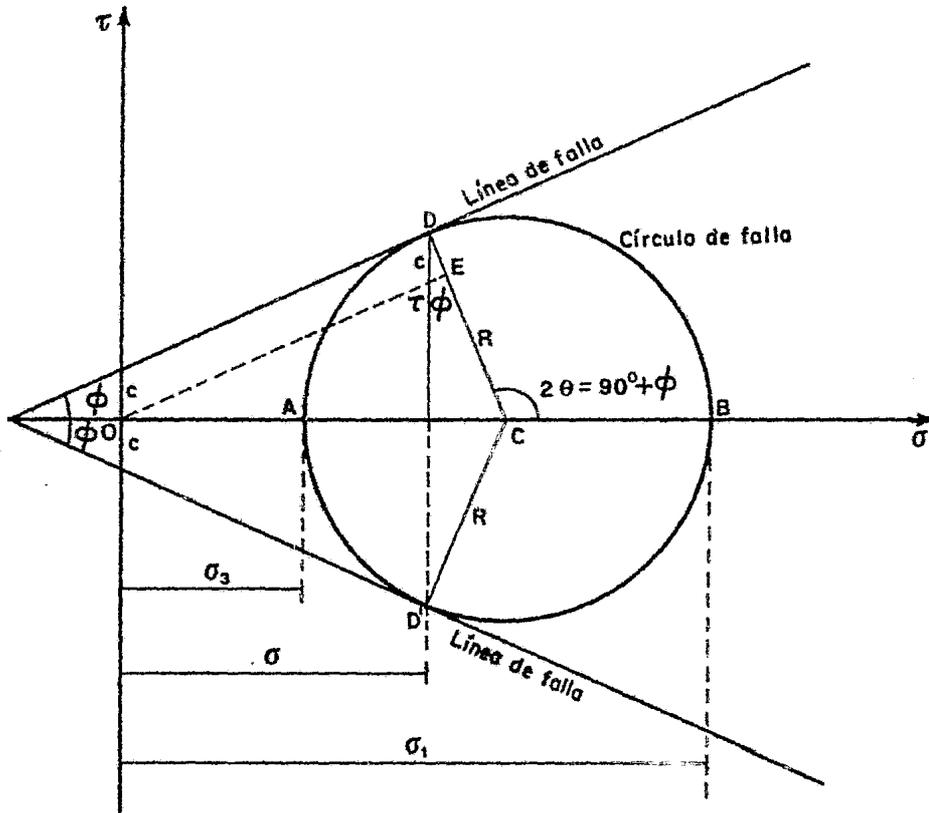


Figura II.5.2 Líneas de falla en el círculo de Mohr con la hipótesis de falla de Coulomb.

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \operatorname{sen} \phi + c \cos \phi$$

operando:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \operatorname{sen} \phi + 2c \cos \phi$$

agrupando términos:

$$\sigma_1(1 - \operatorname{sen} \phi) = \sigma_3(1 + \operatorname{sen} \phi) + 2c \cos \phi$$

despejando σ_1 se puede escribir:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} + 2c \frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

pero según se vió antes:

$$\frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \phi/2) = N_\phi$$

y

$$\begin{aligned} \frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} &= \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \phi}}{1 - \operatorname{sen} \phi} = \sqrt{\frac{(1 + \operatorname{sen} \phi)(1 - \operatorname{sen} \phi)}{(1 - \operatorname{sen} \phi)}} = \\ &= \sqrt{\frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}} = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \phi/2) = \sqrt{N_\phi} \end{aligned}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación II.4 se tiene, finalmente:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \operatorname{tg}^2(45^\circ + \phi/2) + 2c \operatorname{tg}(45^\circ + \phi/2)$$

Que aún puede escribirse, usando la notación simbólica anteriormente introducida:

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi}$$

Esta relación también encuentra aplicación en algunos problemas prácticos de la Mecánica de Suelos.

II.6

Esfuerzos Conjugados

Sea un plano AB, en el cual actúa un esfuerzo normal σ_n y uno tangencial τ_n , tal que el esfuerzo resultante total S_n tenga una inclinación δ , respecto a la normal a dicho plano. Considérese otro plano, AC, en dirección paralela a la de S_n ; en este plano, el esfuerzo total actuante -- S'_n resultará paralelo a la dirección del primer plano AB, teniendo por lo tanto este esfuerzo la misma inclinación δ . -- Los esfuerzos S_n y S'_n se denominan conjugados y los planos en que actúan reciben el mismo nombre. En efecto, si se observa la figura II.6.1, se notará que el punto D representa a los esfuerzos actuantes en el plano AB. Trazando la línea DP en la dirección AB se encuentra el polo P. Una paralela a la línea AC por P corta al círculo en D', que representa al esfuerzo total conjugado del representado por D.

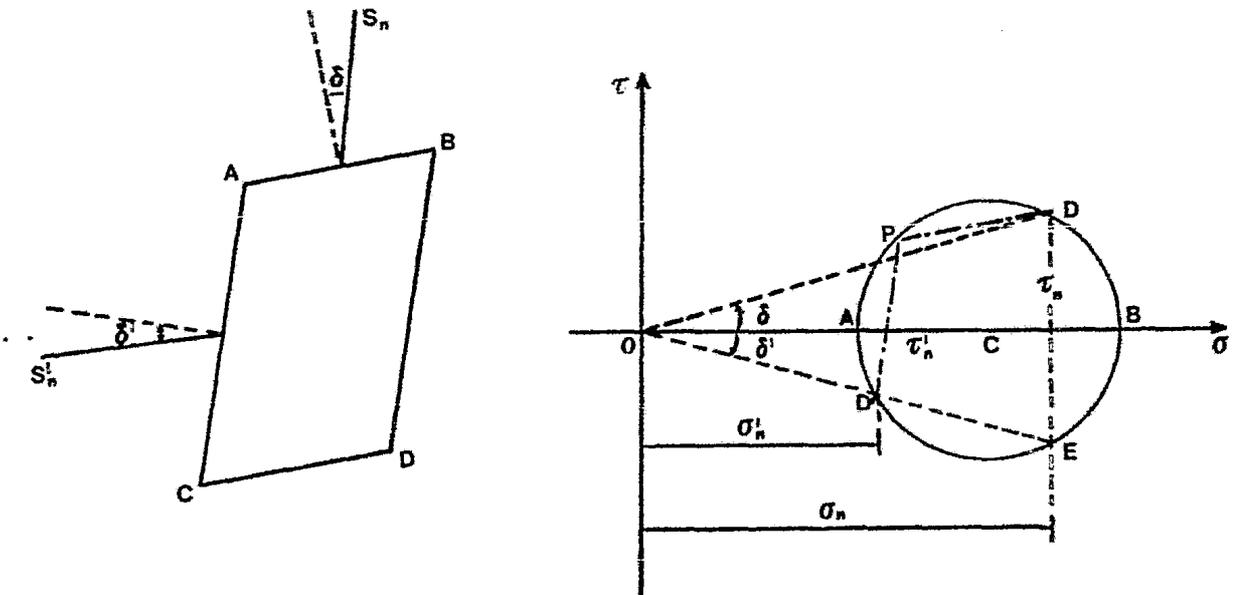


Fig.II.6.1. Esfuerzos Conjugados.

Es necesario demostrar que el ángulo δ' , formado por la recta OD' es igual, en valor absoluto, al δ , formado por la recta OD con la horizontal. Considerando el cuadrilátero inscrito $DFD'E$, en la figura II.6.1.b, puede concluirse que los ángulos P y E son suplementarios. El ángulo P es igual al ángulo A de la figura II.6.1.a, por construcción, y, por lo tanto, puesto que el ángulo en C es suplementario de A se sigue que es igual al ángulo E de la parte (b) de la misma figura.

En la parte (a) de la figura se ve de inmediato que:

$$\hat{A} = 90^\circ + \delta$$

$$\hat{B} = 90^\circ - \delta'$$

Por lo tanto podrá escribirse:

$$\hat{E} = 180^\circ - \hat{P} = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - (90^\circ + \delta) = 90^\circ - \delta$$

Pero:

$$\hat{E} = \hat{C} = 90^\circ - \delta'$$

Por lo tanto:

$$\delta = \delta'$$

Resulta de interés para algunas aplicaciones especiales el conocer la relación entre los esfuerzos conjugados,

$$\frac{S'_n}{S_n} = \frac{\overline{OD'}}{\overline{OD}}$$

Observando la figura II.6.1 puede escribirse, en los triángulos OCD y OCD' :

$$R^2 = \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 - 2 \overline{OC} \overline{OD} \cos \delta$$

Y

$$R^2 = \overline{OC}^2 + \overline{OD'}^2 - 2 \overline{OC} \overline{OD'} \cos \delta$$

Lo cual puede escribirse:

$$\overline{OD}^2 - 2 \overline{OC} \overline{OD} \cos \delta + \overline{OC}^2 - R^2 = 0$$

Y

$$\overline{OD'}^2 - 2 \overline{OC} \overline{OD'} \cos \delta + \overline{OC}^2 - R^2 = 0$$

Resolviendo las ecuaciones de segundo grado en OD y OD' y teniendo en cuenta que:

$$R = \overline{OC} \operatorname{sen} \phi ,$$

resulta:

$$\overline{OD} = \overline{OC} \cos \delta \pm \overline{OC} \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \phi}$$

y

$$\overline{OD}' = \overline{OC} \cos \delta \pm \overline{OC} \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \phi}$$

Resulta obvio que para \overline{OD} debe escogerse el signo más (+) y para \overline{OD}' el menos (-), en los correspondientes radicales, por lo tanto:

$$\frac{S'_n}{S_n} = \frac{\cos \delta - \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \phi}}{\cos \delta + \sqrt{\cos^2 \delta - \cos^2 \phi}}$$

En el caso que se admita una hipótesis de falla del tipo visto anteriormente, es decir según la ley:

$$S = \sigma \operatorname{tg} \phi$$

Es importante hacer notar que los esfuerzos actuantes en los planos críticos, en condición de falla inminente, resultan conjugados.

En la figura II.6.2.a, aparece un círculo de Mohr, que se supone representativo de un estado de esfuerzos crítico en un cierto punto; se supone que representa el polo de ese estado de esfuerzos. Según teorías ya discutidas, la dirección PB será la del plano en que actúa el esfuerzo principal mayor, σ_1 y PA la del plano en que actúa el menor σ_3 .

Estas direcciones se ilustran en la sección (b) de la misma figura. Los puntos D y D', sobre las líneas de falla, representan los esfuerzos críticos y, según el mismo método del polo, las direcciones de los planos de falla representados en la parte (c) serán las PD y PD' que forman ángulos de $(45^\circ + \phi/2)$ con el plano en que actúa el esfuerzo principal mayor, según se vió'

Consecuentemente, el ángulo A' (parte c), será igual a $90^\circ + \phi$. por construcción y el ángulo en C' a -----

$90^\circ = \phi$. Por existir estado de falla incipiente, la inclinación de los esfuerzos totales S_n y S'_n , respecto a sus normales correspondientes, será ϕ y, por tanto, el esfuerzo resultante en cada plano de falla es paralelo al otro. Así pues, los planos de falla son planos conjugados.

Ha de notarse que si se admite para el material de que se trate la hipótesis de falla tratada en segundo lugar, según la cual:

$$S = c + \sigma \operatorname{tg} \phi$$

los planos de falla y sus esfuerzos respectivos ya no resultan conjugados, pues en ese caso permanecen inalteradas las direcciones de los planos de falla, pero aumentando de valor las inclinaciones de los esfuerzos totales correspondientes, según puede deducirse fácilmente de la citada figura II.6.2.

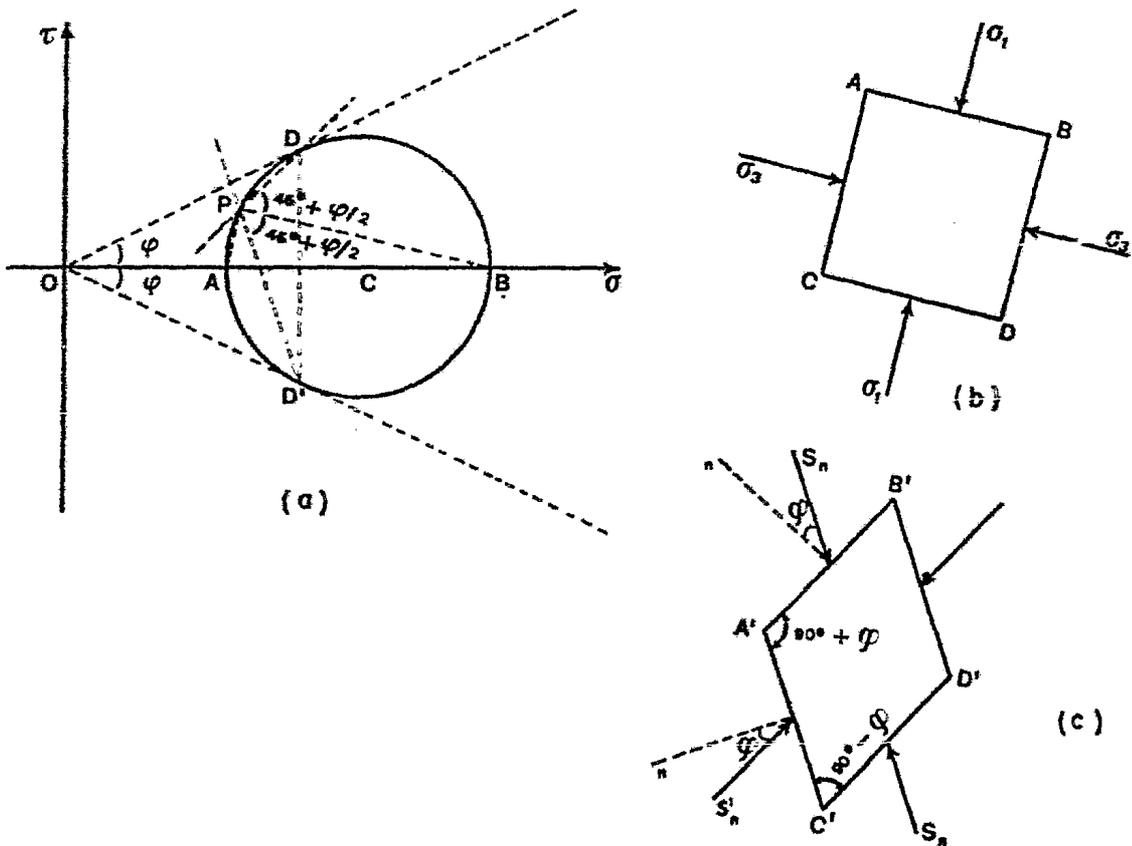


Figura II.6.2 Planos conjugados en un elemento en estado de -
falla incipiente

CAPITULO III

III.1 Introducción

En este capítulo se tratarán las teorías -- clásicas de empuje de tierras sobre muros de retención, y algunos métodos semiempíricos para la valuación de dicho concepto. Existen algunos casos prácticos en que estos métodos pueden aplicarse directamente, sobre todo si se trata de un suelo friccionante el que se usa como material de relleno, ya -- que las teorías se desarrollaron básicamente para valuar el empuje en este tipo de suelos.

Para los materiales de relleno formados por suelos cohesivos, se presentan también algunos métodos prácticos en base a las teorías; sin embargo debe tenerse en cuenta que si el relleno cohesivo aumenta su contenido de agua, generalmente el valor de la cohesión disminuye y la presión sobre el muro aumenta considerablemente sin signo exterior que la - acuse.

Si existen empujes sobre el muro debido al agua, habrán de considerarse de manera independiente, superponiéndolos a los empujes del suelo seco; lo cual no es conveniente, ya que esto conduce a secciones muy robustas y por lo tanto, caras en comparación con el muro necesario para sopor-

tar el empuje del suelo seco; por ello, resultará siempre -- más ventajoso eliminar la posibilidad de que se produzcan empujes hidrostáticos, lo que se puede lograr casi completamente, a base de un drenaje apropiado según se detalló en el capítulo I.6.

III.2 Teoría de Rankine

Como se demostró , un elemento de una masa de suelo se encuentra en estado de equilibrio plástico, - si cada punto de la misma se encuentra en estado de falla generalizado. Rankine (1857) investigó los estados de esfuerzo correspondientes a dichos estados de equilibrio plástico, los cuales se producen cuando todo el material de una masa - semiinfinita de suelo se comprime o expande uniformemente. - En un estrato real de suelo no es posible producir un estado general de equilibrio plástico, a menos que el mismo derive de fenómenos geológicos, como son la compresión horizontal - de la base rocosa de una capa de suelo originada por fuerzas tectónicas. Efectos locales, tales como el desplazamiento de muros de retención, no producen cambio radical alguno en los esfuerzos interiores del suelo, salvo en las cercanías inmediatas a la fuente de los fenómenos. El resto de la masa del suelo permanece en estado de equilibrio elástico.

Los estados locales de equilibrio plástico pueden derivar de procesos de deformación muy distintos.- A su vez, los estados de esfuerzos resultantes en la zona -- plástica y la forma misma de dicha zona dependen preponderantemente del tipo de deformación que los causa y del grado de rugosidad de la superficie de contacto entre el suelo y la - estructura de retención. Estos factores constituyen las condiciones de deformación y de frontera para la aplicación de la teoría de Rankine.

La teoría de Rankine considera que la -- más ligera deformación del suelo produce un estado de equilibrio plástico, el cual puede ser un estado activo, si la masa de suelo tiende a expanderse paralelamente a su superfi--

cie o un estado pasivo, si tiende a comprimirse.

III.2.1 Teoría de Rankine en Suelos Friccionantes

Si se representan los estados de equilibrio plástico de la teoría de Rankine en la figura III.2.1, - en ella, AB representa la superficie horizontal de una masa semiinfinita de arena de peso unitario γ , y E un prisma de arena de base unitaria y de altura z. Como el prisma es simétrico con respecto a cualquier plano vertical, la presión normal en la base es:

$$P_v = \gamma z \quad \text{--- III - 1}$$

la cual representa un esfuerzo principal, al igual que las presiones horizontales.

De acuerdo con el inciso II.5, en un material friccionante, la relación entre los dos esfuerzos principales no puede exceder el valor:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = N_\phi = \text{tg}^2(45^\circ + \phi/2) \quad \text{--- III - 2}$$

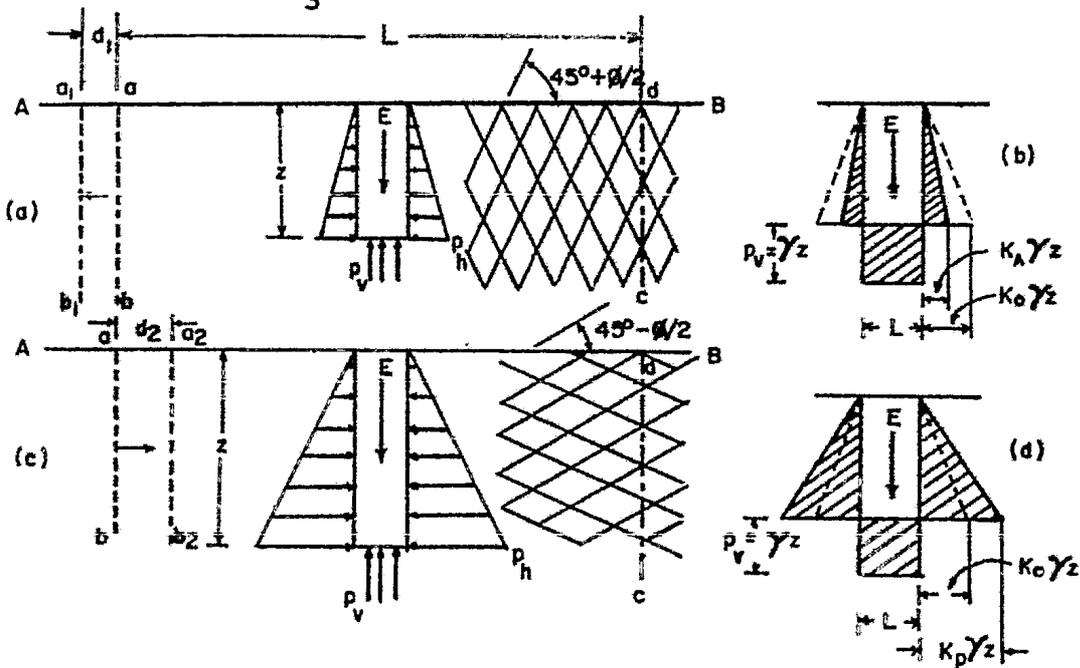


Figura III.2.1 (a) Diagrama que representa el estado activo de Rankine en una masa de arena; (b) el mismo diagrama para el estado pasivo de Rankine.

La presión vertical P_v de la masa de arena indicada en la figura III.2.1 puede ser tanto el esfuerzo principal mayor como el menor, es decir, que la relación:

$$K = \frac{P_h}{P_v}$$

puede adquirir cualquier valor entre los límites:

$$K_A = \frac{P_h}{P_v} = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1}{N\phi} = \operatorname{tg}^2(45^\circ - \phi/2) \quad \text{III - 3}$$

$$K_P = \frac{P_v}{P_h} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = N\phi = \operatorname{tg}^2(45^\circ + \phi/2) \quad \text{III - 4}$$

donde K_A , se denomina coeficiente de presión activa de tierras y K_P , coeficiente de presión pasiva de tierras.

En una arena en reposo, depositada por la naturaleza, o bien artificialmente por el hombre, K adquiere el valor de K_0 intermedio entre K_A y K_P , de modo que:

$$P_h = K_0 \gamma z \quad \text{III - 5}$$

El valor K_0 es una constante de proporcionalidad entre P_v y P_h , y se denomina coeficiente de presión lateral de tierra en reposo, y cuya magnitud depende de la densidad relativa de la arena y del proceso de formación del relleno. Si este proceso no involucró compactación artificial por apisonado, K_0 adquiere valores cercanos a 0.5 para arenas sueltas, 0.4 para arenas densas y 0.8 para arenas compactadas en capas.

Para que el valor K de una masa de arena pueda pasar del valor K_0 del suelo en reposo a cualquier otro valor, esto se puede lograr de dos maneras: la primera, si suponemos que el suelo se expande en dirección horizontal, cualquier elemento del suelo se comportará como una muestra en una prueba triaxial en la que la presión lateral se reduce mientras que el esfuerzo axial permanece constante. Cuando la presión horizontal disminuye hasta un cierto valor, se movili

zará toda la resistencia al esfuerzo cortante del suelo, y no será posible, una mayor disminución de la presión horizontal- alcanzandose el valor mínimo:

$$P_h = K_A P_v = K_A \gamma z = \gamma z \frac{1}{N\phi} \quad - - - \text{ III - 6}$$

en este momento la arena entra en el estado activo de Rankine. La segunda manera será cuando el suelo es comprimido en dirección horizontal, cualquier elemento del suelo se encontrará - ahora en el estado de una muestra triaxial fallada aumentando la presión lateral mientras se mantiene constante el esfuerzo vertical, la presión horizontal no puede aumentarse más allá- de un cierto valor denominado presión pasiva que es el momento en que se llega al estado pasivo de Rankine y su valor es:

$$P_h = K_P P_v = K_P \gamma z = \gamma z N\phi \quad - - - \text{ III - 7}$$

En los estados activo y pasivo de Rankine,- la presión vertical $P_v = \gamma z$, no se altera, y representa en - el estado activo el esfuerzo principal mayor $\sigma_1 = \gamma z$, y en- el estado pasivo el esfuerzo principal menor $\sigma_3 = \gamma z$.

Los estados activo y pasivo de Rankine, --- constituyen los dos estados de equilibrio plástico de las are- nas y se representan en el diagrama de Mohr en la figura ---- III.2.2. Todo estado intermedio incluido el estado de reposo, se denomina estado de equilibrio elástico.

Las inclinaciones de las líneas de desliza- miento en los dos casos límites se han representado en la fi- gura III.2.3, donde se muestra la utilización del método del- polo para obtener estas inclinaciones.

Supongamos un corte vertical de un muro de- retención como se muestra en la figura III.2.4, en el cual el paramento interior del muro es vertical, la superficie del re- lleno es horizontal y se encuentra desplantado sobre la super- ficie 3-3' de un banco de roca dura pero deslizante. Si el ma- terial de relleno es una arena la cual se depositó de una ma-

nera natural, el estado de esfuerzos de la arena mientras permanezca en estado de reposo, será el estado de equilibrio elástico.

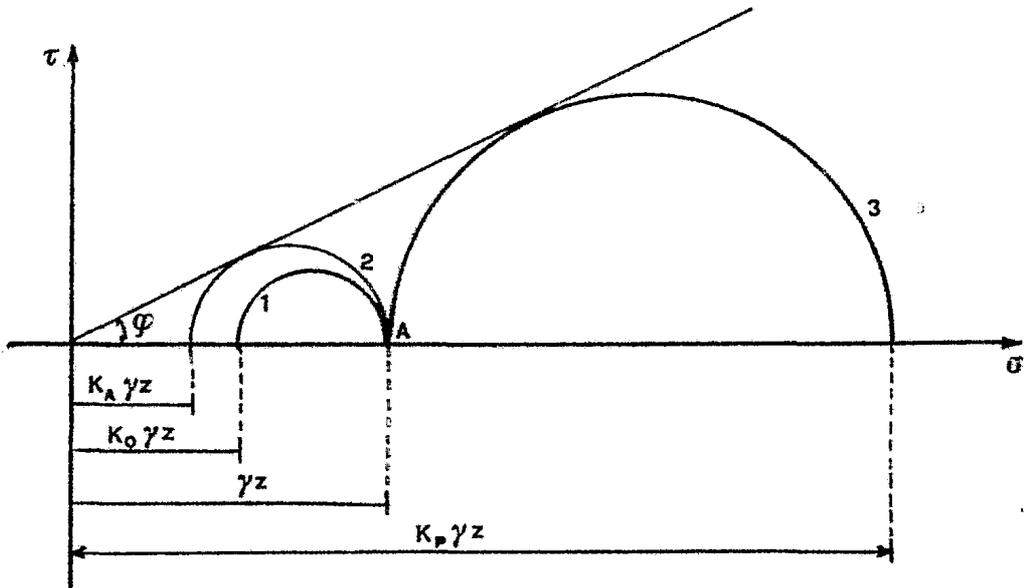


Figura III.2.2 Estados de equilibrio en el diagrama de Mohr. (Suelos Friccionantes).

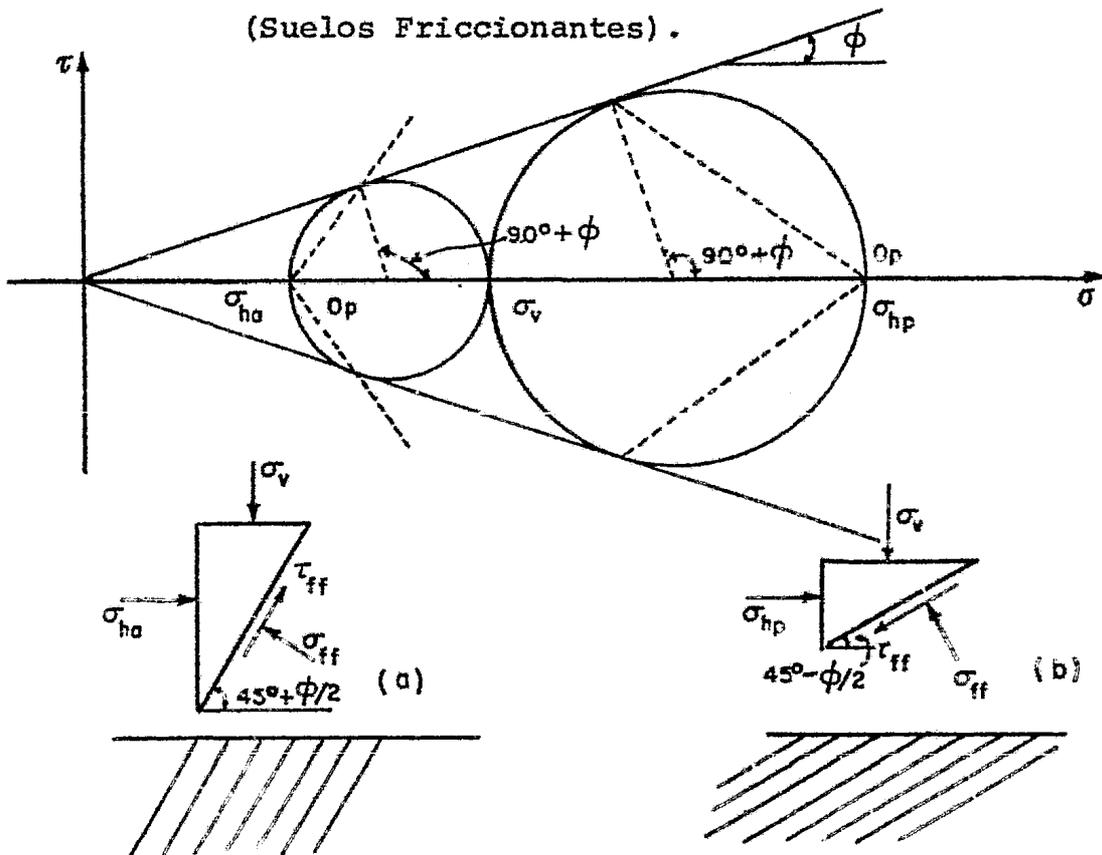


Figura III.2.3 Orientación de las líneas de deslizamiento en los estados de Rankine. a) Estado Activo, b) Estado Pasivo. (Suelos Friccionantes).

Para cambiar el estado de esfuerzos de la masa de arena y llevarla del reposo al estado activo de Rankine como ya se mencionó, es necesario trasladar la sección vertical en la distancia d_1 , ya que así lo requiere la condición de deformación. El deslizamiento del muro se produce por medio del empuje activo E_A que ejerce el relleno de arena tras el muro. Esto crea movimientos relativos entre la arena y todas las superficies de las caras del muro en contacto con la misma, y se produce, si las superficies son rugosas, esfuerzos tangenciales verticales y horizontales. Como en los estados activo y pasivo de Rankine, los esfuerzos tangenciales en dichos planos son nulos, este estado no es posible, a menos que las caras y el fondo del muro de retención sean perfectamente lisos, lo cual constituye la condición de frontera necesaria para que el material de relleno pueda alcanzar el estado activo de Rankine.

Si se satisfacen dichas condiciones, el estado de esfuerzos de un elemento de suelo próximo al muro será muy parecido al representado al de la figura III.2.3.a, en donde σ_1 , que usualmente se suele considerar como el peso γ_h de la arena, es mayor que el esfuerzo horizontal σ_3 . De modo que el estado activo de deformación o de falla de una masa de suelo es aquel en que la expansión lateral es posible y debida al peso del suelo o de la sobrecarga que actúa en su superficie.

Con base en la ecuación III.6, que da la presión horizontal actuante sobre el muro a la profundidad z , para el caso de relleno con superficie horizontal, podrá calcularse el empuje activo, que obra en un elemento dz del respaldo del muro a la profundidad z :

$$dE_A = \frac{1}{N\phi} \gamma z dz \quad - - - \quad \text{III} - 8$$

supuesta una dimensión unitaria normal al papel; por tanto, en la altura H el empuje total será:

$$E_A = \frac{\gamma}{N\phi} \int_0^H z dz = \frac{1}{2N\phi} \gamma H^2 = \frac{1}{2} K_A \gamma H^2 \quad \text{III} - 9$$

La expresión III.9 da el empuje total activo que ejerce un relleno con superficie horizontal contra un muro de respaldo vertical, en un suelo puramente friccionante.

Cuando el muro de la figura III.2.4, desliza hacia la izquierda sobre el plano 3-3' bajo la acción del empuje activo E_A , el suelo de la cara exterior del muro se opone a este movimiento mediante el denominado empuje pasivo E_P . El estado de esfuerzos de un elemento de suelo próximo al muro, despreciando la fricción entre este y el terreno, es el representado en la figura III.2.3.b, en donde se muestran los planos de deslizamiento formando un ángulo de $45^\circ - \phi/2$ con el plano sobre el que actúa. En forma análoga al estado plástico activo, se llega a deducir el valor del empuje pasivo que es:

$$E_P = \frac{1}{2} N_\phi \gamma H^2 = \frac{1}{2} K_P \gamma H^2 \quad \text{--- III - 10}$$

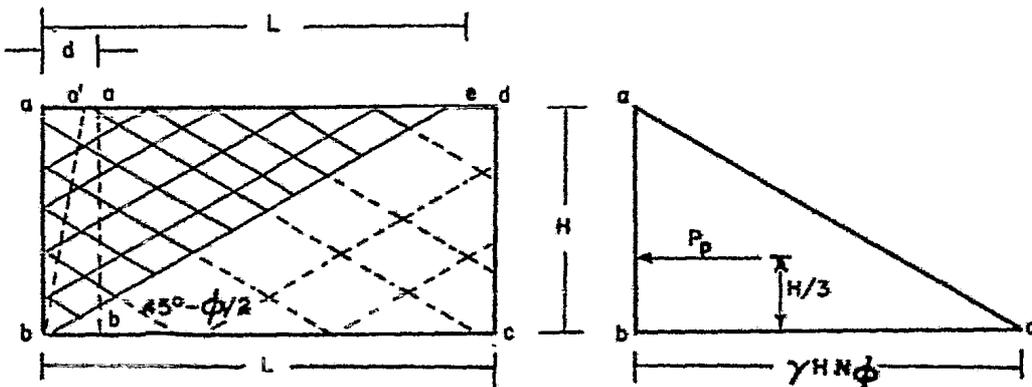


Figura III.2.4 Diagrama de empuje pasivo de tierras en un corte vertical de un muro de retención

El estado pasivo de deformación o de ruptura de una masa de suelo es aquel en que tiene lugar la expansión vertical originada por la contracción horizontal que se produce por presiones laterales transmitidas al suelo y se presenta cuando la pared AB del muro de la figura III.2.4 haya recorrido la distancia d_2 . El peso propio del suelo y toda sobrecarga que actúe en su superficie colabora a la resistencia que ofrece el suelo a este tipo de deformación.

Para efecto del cálculo de la estabilidad del muro, considerado como un elemento rígido, se puede considerar que al volumen de presiones lo sustituyen sendas fuerzas concentradas, cuya magnitud queda dada por E_A y E_P ; dada la distribución lineal que para ambas presiones se tiene en la teoría de Rankine, se infiere que el punto de aplicación de tales fuerzas esta a un tercio de la altura del muro, medido a partir de la base (figura III.2.5).

Desde luego, ambas fuerzas resultan horizontales en el caso hasta aquí tratado.

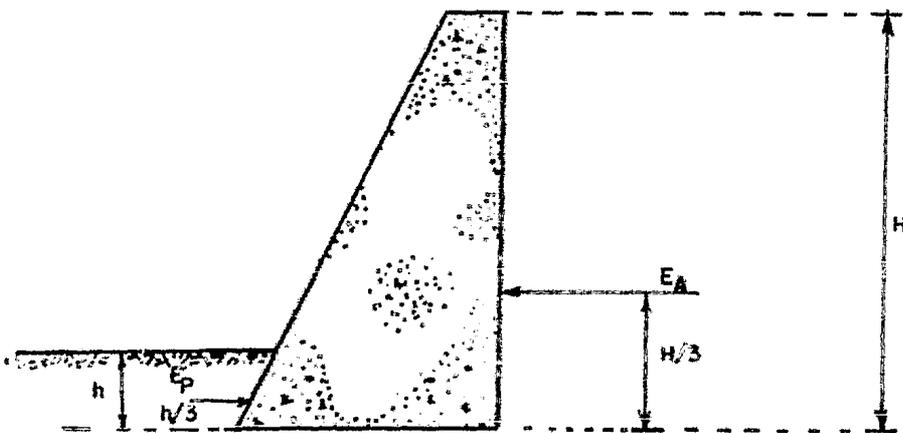


Figura III.2.5 Punto de aplicación del empuje activo y empuje pasivo.

Si el muro de retención puede desplazarse hacia afuera solamente por giro alrededor de su arista superior como lo indica la figura III.2.6, la masa de arena falla por corte a lo largo de una superficie curva, tan pronto el giro se hace perceptible, ya que las deformaciones que una arena puede experimentar, compatibles con un estado elástico de equilibrio, son muy pequeñas. A pesar de esto, la arena situada entre la pared y la superficie de corte o deslizamiento no alcanza el estado activo de Rankine, pues la parte superior de la pared no puede desplazarse y por consiguiente, no se satisfacen las condiciones de deformación necesarias.

Investigaciones teóricas y experimentales, relativas al tipo de ruptura resultante cuando la pared gira alrededor de su arista superior, han llevado a la conclusión de que la superficie de deslizamiento se inicie en el punto b (figura III.2.6.a), con un ángulo de $45^\circ + \phi/2$, para curvarse luego hacia arriba y cortar la superficie horizontal del terreno con un ángulo recto. La parte superior de la cuña de deslizamiento permanece en estado de equilibrio elástico, hasta que la zona inferior de la misma haya pasado por completo al estado de equilibrio plástico. La distribución de presiones debidas al empuje tiene en este caso forma parabólica (figura III.2.6.b), y no triangular como en el caso de la figura III.2.5.

En otras investigaciones similares relativas al giro hacia adentro de la pared por su arista superior (figura III.2.7), han indicado que la superficie de deslizamiento se inicia en el punto b con un ángulo de $45^\circ - \phi/2$ y que también intersecta la superficie horizontal del terreno en ángulo recto. La distribución de presiones que corresponde a este caso esta indicada en la figura III.2.7.b.

En la realidad no existen muros con paramentos perfectamente lisos. A pesar de ello, en razón de su simplicidad, las ecuaciones derivadas en función de esta hipótesis son utilizadas con frecuencia para calcular el empuje contra muros y otras estructuras reales sometidas al empuje -

de tierras. Se demuestra más adelante que la rugosidad del paramento interno del muro reduce comunmente el empuje activo y aumenta el empuje pasivo, así que, como regla general, el error que acompaña dichos cálculos está del lado de la seguridad.

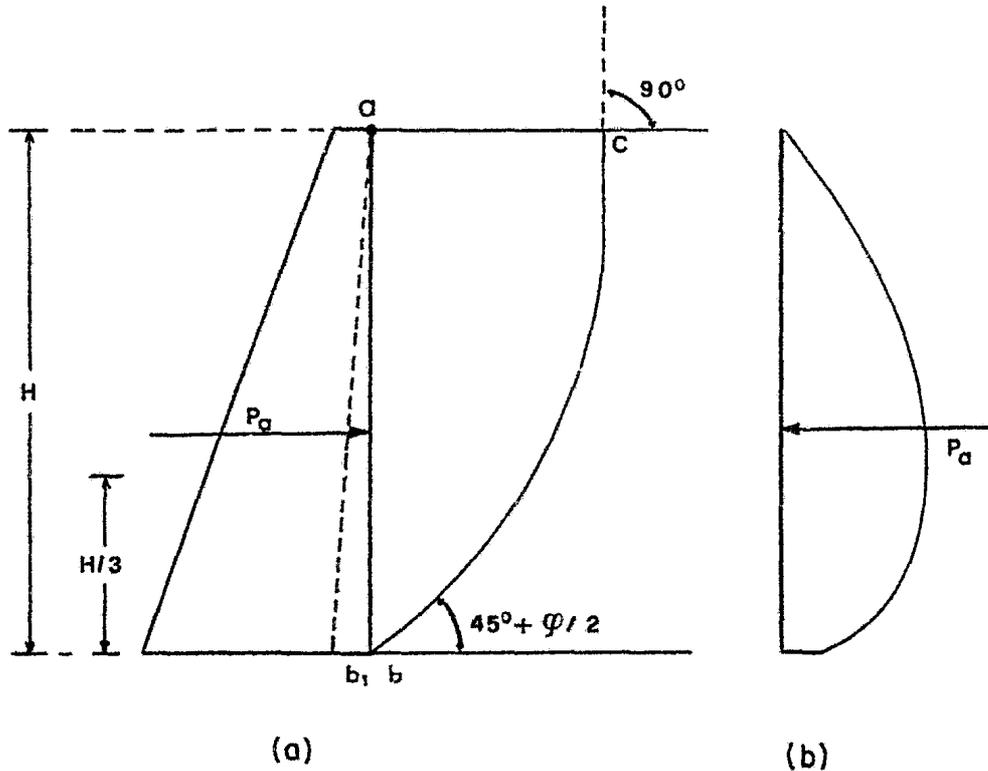


Figura III.2.6 Falla de la arena situada detrás del paramento vertical liso de un muro de retención, cuando no se satisface la condición de deformación para el estado activo de Rankine. a) Corte transversal al paramento interno; b) Empuje contra el muro.

La hipótesis del paramento interior perfectamente liso es casi estrictamente correcta en un caso de considerable importancia práctica. Este caso está ilustrado en la figura III.2.8, y comprende a los muros en "L" y "T".

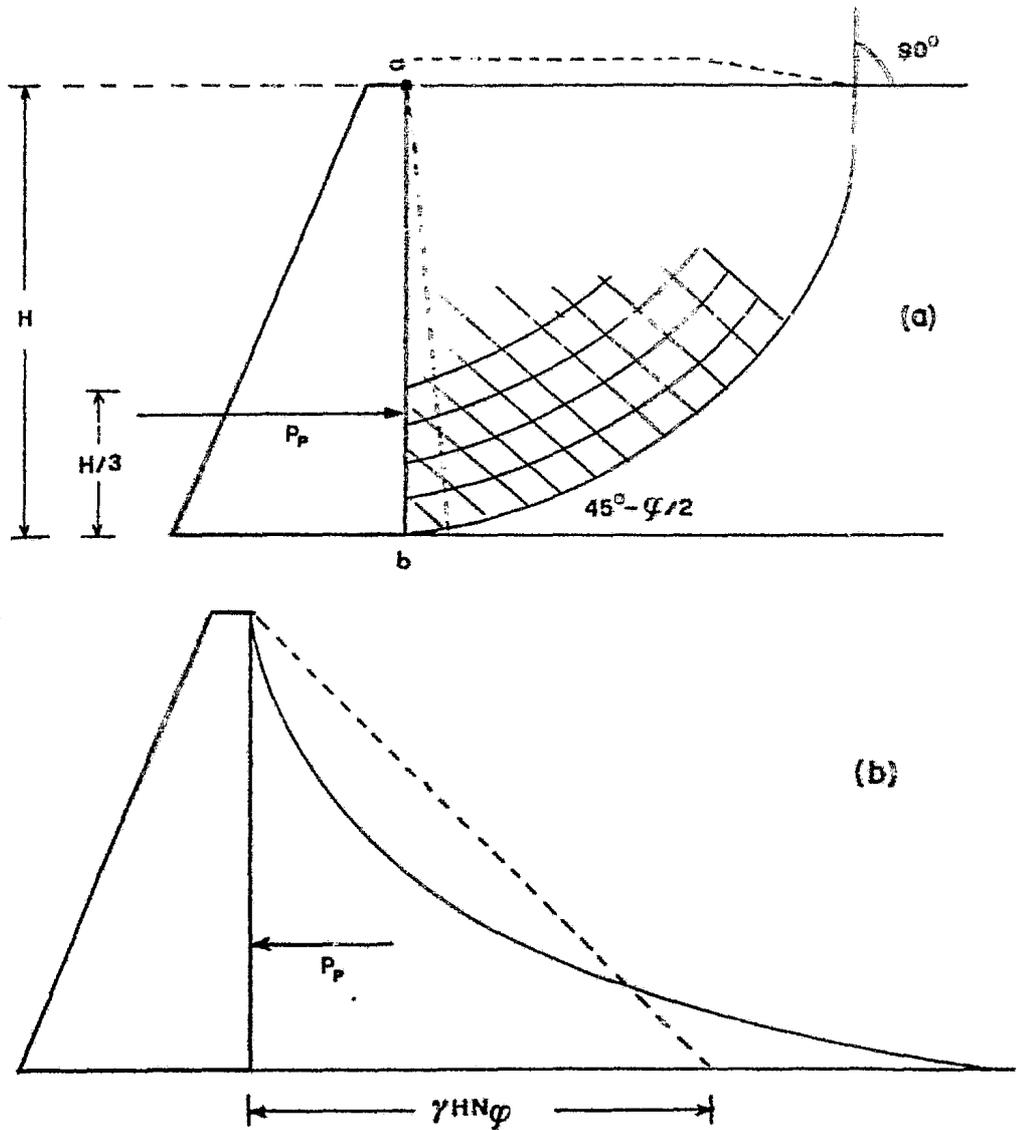


Figura III.2.7 Falla de la arena situada detrás del paramento vertical liso de un muro de retención, cuando no se satisface la condición de deformación para el estado pasivo de Rankine. a) Corte transversal al paramento interno; b) Empuje contra el muro.

Si el muro se deforma o desplaza por la acción del empuje, la arena falla por corte a lo largo de dos planos de deslizamiento que arrancan del talón del mismo con un ángulo de $45^\circ + \varphi/2$.

Dentro de la cuña así formada, la arena -

está en el estado activo de Rankine y no existen esfuerzos tangenciales en el plano ab que pasa por el talón del muro.- El empuje sobre este plano es idéntico entonces al que existiría en el caso de un muro perfectamente liso.

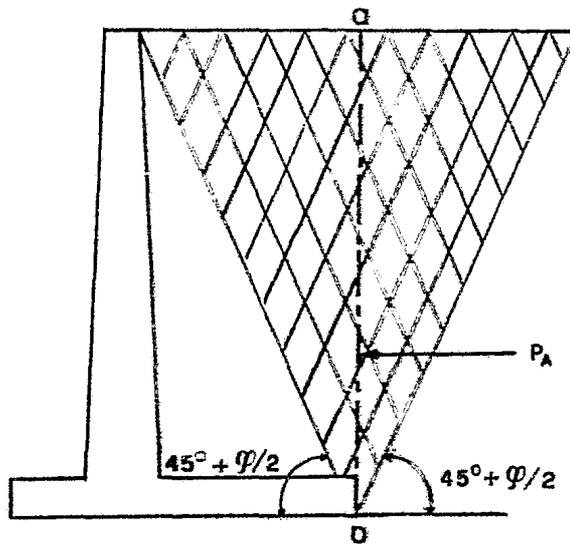
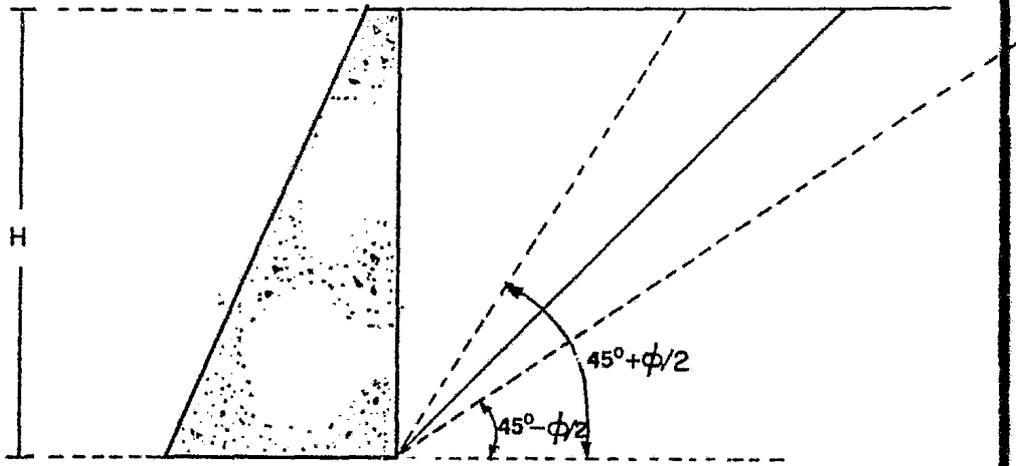
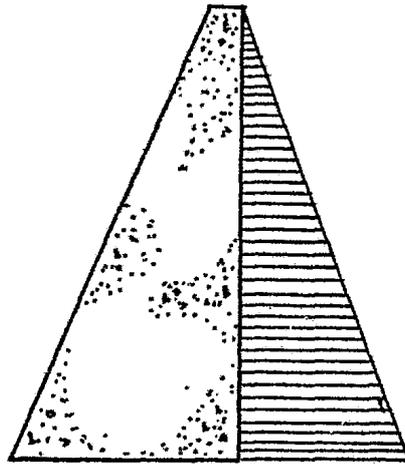


Figura III.2.8 Falla de la arena situada detrás de un muro de retención en cantiliver; la condición de deformación para el estado activo de Rankine es casi completamente satisfecha.

Para el caso de un muro de gravedad, conparamento interior liso, en la figura III.2.9, se muestra la cuña de falla para una arena, y la distribución de presiones horizontales. El empuje activo y el empuje pasivo, pueden calcularse, con las expresiones III.9 y III.10 respectivamente.



(a)



(b)

Figura III.2.9 Falla de la arena situada detrás de un muro de retención de gravedad.

III.2.1.1

Empuje de Tierras debido a una sobrecarga uniformemente distribuida.

Un caso de interés práctico es el que resulta de considerar que el material de relleno soporta una sobrecarga uniformemente distribuida "q" por unidad de área, la presión vertical efectiva σ aumenta, a cualquier profundidad, en dicho valor "q", de modo que para el caso activo se tiene: El esfuerzo vertical:

$$\sigma_1 = \sigma_1 + q$$

y el horizontal en:

$$\sigma_3 = \sigma_3 + \Delta \sigma_3$$

por lo tanto, podrá ponerse:

$$\frac{1}{N\phi} = \frac{\sigma_3 + \Delta \sigma_3}{\sigma_1 + q}$$

de donde:

$$\sigma_3 + \Delta \sigma_3 = \frac{\sigma_1}{N\phi} + \frac{q}{N}$$

Por comparación con el caso de sobrecarga nula se deduce de inmediato:

$$\Delta P_h = \Delta \sigma_3 = \frac{q}{N\phi} = K_A q$$

O sea que, para el caso activo, el efecto de la sobrecarga uniformemente distribuida es simplemente aumentar de manera uniforme la presión actuante contra el muro en el valor dado por la ecuación anterior (figura III.2.10).

De un modo totalmente análogo puede verse que para el caso pasivo el efecto de la sobrecarga uniforme es aumentar la presión en el valor:

$$\Delta P_h = \Delta \sigma_1 = q N\phi = K_p q$$

Debe notarse que las fórmulas anteriores tienen su campo de aplicación restringido a relleno con superficie horizontal.

III.2.1.2 Empuje de Tierras debido a un suelo parcialmente sumergido.

Otro caso de interés práctico es aquél -- que se tiene cuando parte del relleno se encuentra sumergido. Si H es la altura total del muro en la figura III.2.10, y H_1 , contada a partir de la corona, es la altura de arena no sumergida, la presión vertical del relleno en un punto bajo el nivel del agua será:

$$P_v = \gamma H_1 + z'\gamma'$$

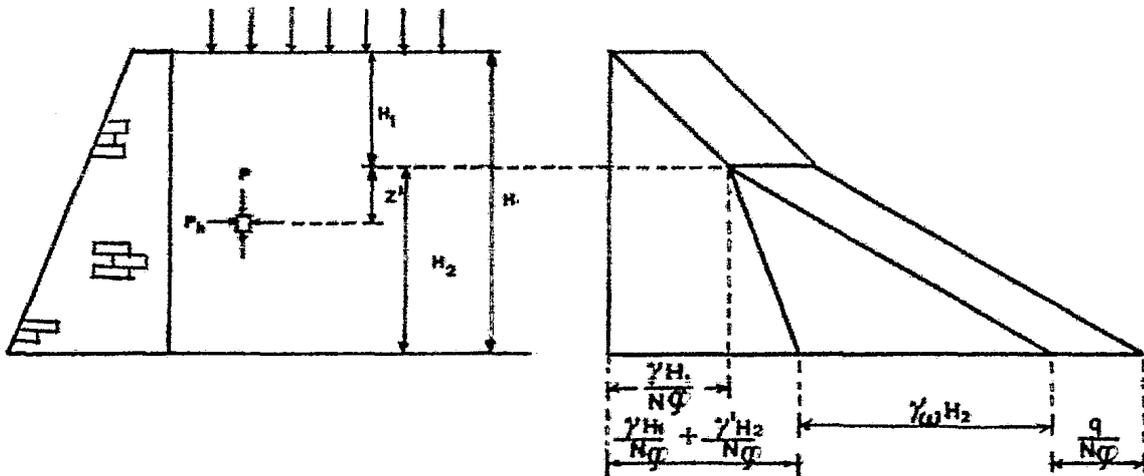


Figura III.2.10 Presiones activas de un relleno arenoso parcialmente sumergido y sujeto a una sobrecarga uniformemente distribuida.

Así, la presión ejercida horizontalmente por la arena bajo el nivel freático será:

$$P_A = \frac{P_v}{N\phi} = \frac{1}{N\phi} (\gamma H' + z'\gamma)$$

Además, en este caso, sobre el muro y bajo el nivel freático se ejercerá la presión hidrostática:

$$P_w = \gamma_w z'$$

El empuje total activo estará dado, por consiguiente, por:

$$E_A = \frac{1}{2N\phi} \gamma H_1^2 + \frac{1}{N\phi} \gamma H_1 H_2 + \frac{1}{2N\phi} \gamma' H_2^2 + \frac{1}{2} \gamma_w H_2^2$$

Nótese que, a pesar de que el hecho de -- que la arena esté sumergida hace disminuir el valor de γ a γ' , el empuje sobre el muro aumenta grandemente en este caso pues el efecto hidrostático del agua no está afectado por ningún término reductor del tipo $1/N\phi$. De la misma manera pueden obtenerse para el caso pasivo el valor del empuje:

$$E_P = \frac{1}{2} N\phi \gamma H_1^2 + N\phi \gamma H_1 H_2 + \frac{1}{2} N\phi \gamma' H_2^2 + \frac{1}{2} \gamma_w H_2^2$$

En la obtención de las fórmulas anteriores, se supuso que no existe drenaje en el material de relleno.

III.2.1.3

Teoría de Rankine en suelos friccionantes-- con superficie de relleno inclinada y sumergida.

En el caso de una masa de arena con superficie inclinada los estados de equilibrio plástico pueden encontrarse analizando las condiciones de equilibrio de un elemento prismático como el que se muestra en la figura III.2.11.

Puesto que el estado de esfuerzos en cualquier plano vertical es independiente de la posición del plano dentro del medio, se sigue que los esfuerzos en las dos ca

ras verticales del elemento de la parte (a) de la figura mencionada, deben ser iguales en magnitud, pero de sentido contrario. Esto conduce a la idea de que la fuerza actuante en la cara inferior del elemento debe ser vertical, hacia arriba y de valor γz , dado que se considera unitaria la dimensión del elemento según la horizontal. Los esfuerzos normal y tangencial que obran en la cara inferior del elemento en estudio se deducen del hecho de que las fuerzas correspondientes que los producen son $\gamma z \cos \beta$ y $\gamma z \sin \beta$, respectivamente y el área de la cara inferior vale $1/\cos \beta$, de donde:

$$\sigma = \gamma z \cos^2 \beta$$

$$\tau = \gamma z \sin \beta \cos \beta$$

Nótese que siempre:

$$\frac{\tau}{\sigma} = \operatorname{tg} \beta$$

por lo que el punto que representa a estos esfuerzos deberá estar en una recta que pase por el origen y esté inclinada a un ángulo β con la horizontal. Supóngase que D es ese punto.

El círculo de Mohr que representa el estado plástico activo, causado por una expansión de la masa de suelo en la dirección del talud, deberá, por lo tanto, pasar por el punto D y ser tangente a la línea de falla del suelo, inclinada ϕ respecto a la horizontal, desarrollándose hacia la izquierda, al contrario que el círculo representativo del estado plástico pasivo, que debe cumplir las mismas condiciones, pero desarrollándose hacia la derecha. Los dos círculos nombrados son los que aparecen en la parte (d) de la figura III. 2.11.

A partir de estas consideraciones y aplicando la teoría del polo, se podrán encontrar los esfuerzos ligados a cualquier dirección dentro de la masa de suelo y a la profundidad "z". En efecto, como los esfuerzos σ y τ anotados arriba obran en un plano que forma un ángulo β con la horizontal y como la línea OD de la parte (d) de la misma figu-

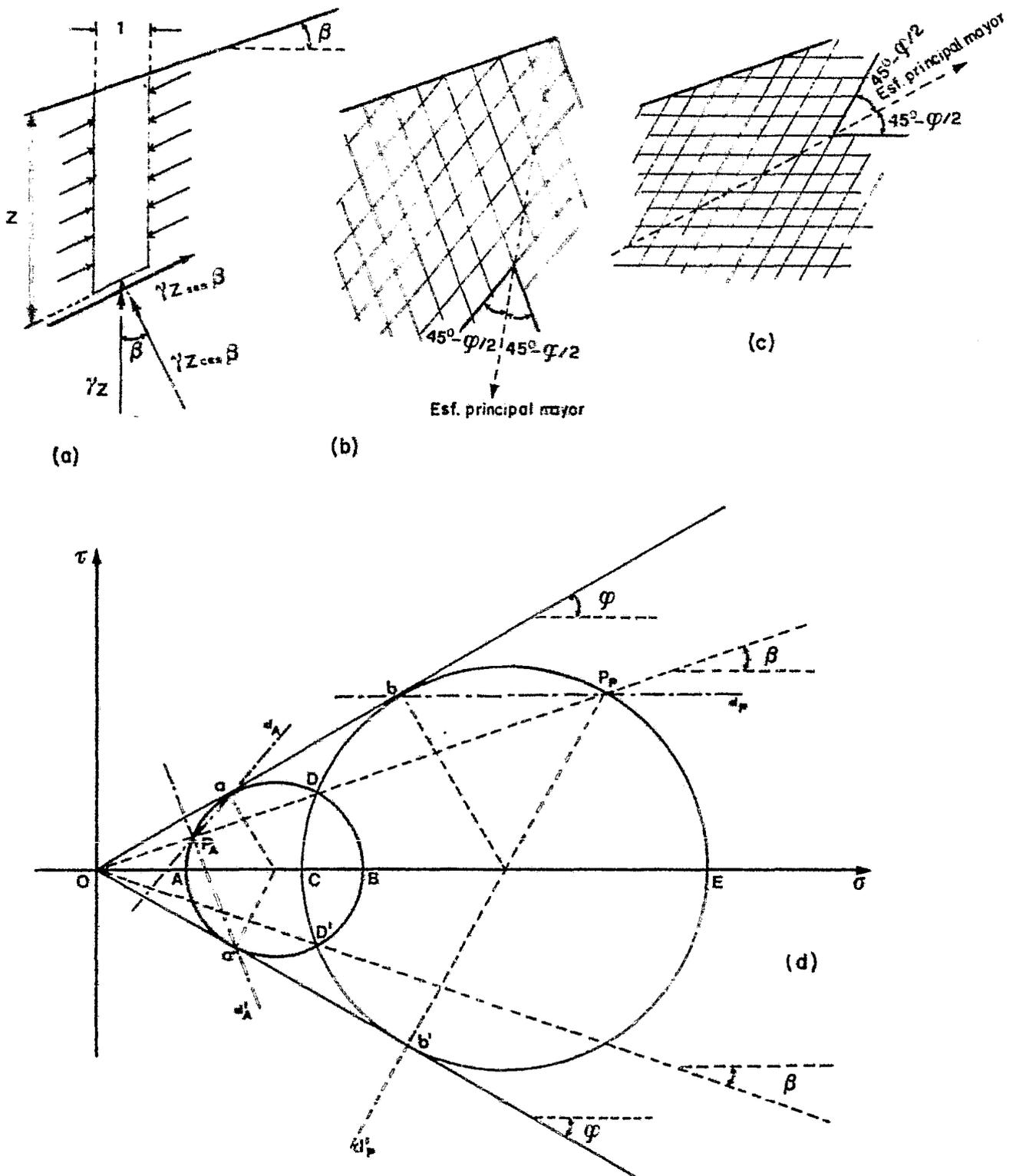


Figura III.2.11 Estados plásticos en una masa de arena de superficie inclinada.

ra tiene precisamente esa misma inclinación, se concluye que la intersección de OD con el círculo del estado activo situará al polo correspondiente al estado plástico activo P_A y en forma similar podrá obtenerse el punto P_p , que es el polo del estado plástico pasivo.

Las direcciones de las superficies de fluencia en ambos estados se obtendrán trazando paralelas a las rectas que resultan de unir los respectivos polos con los puntos de falla "a", "a'", "b" y "b'".

Se obtiene así las direcciones $P_A a$ y $P_A a'$ (d_A y $d_{A'}$) para el caso activo, y $P_p b$ y $P_p b'$ (d_p y $d_{p'}$) para el pasivo. Las partes (b) y (c) de la figura III.2.11 representan esas superficies de fluencia.

El esfuerzo principal mayor en el estado plástico activo estará representado por la abscisa del punto B y su dirección será normal a la obtenida uniendo P_A y B. Esta dirección forma con las líneas de fluencia ángulos de $45^\circ - \phi/2$. Análogamente usando P_p y E, podrá obtenerse una dirección que es normal a la del esfuerzo principal mayor del estado plástico pasivo, que forma ángulos de $45^\circ + \phi/2$ con las correspondiente líneas de fluencia.

Para obtener la magnitud de los esfuerzos normal y tangencial sobre un plano vertical a la profundidad "z", cuya resultante, según se vió es paralela a la superficie del relleno, simplemente se trazará una vertical por el polo P_A , cuya intersección del círculo de Mohr del estado activo dará un punto cuyas coordenada son los esfuerzos deseados.

Nótese que las coordenadas de dicho punto son, en valor absoluto, iguales a las del polo P_A , por lo que el segmento OP_A representará ahora la magnitud del esfuerzo total actuante sobre el plano vertical.

Para $\beta = 0$, el punto D coincide con B y la presión total sobre un plano vertical es horizontal y tiene por magnitud el segmento OA. Este es el caso ya analizado en otra sección.

Conforme β crece, el punto D se mueve sobre el arco Ba (figura III.2.11.d) y el polo P_A lo hace sobre el arco Aa; por lo tanto, el esfuerzo total actuante sobre el plano vertical a la profundidad "z" (OP_A) irá aumentando en magnitud y su dirección será siempre la dada por el ángulo β .

El β máximo posible es ϕ , si ha de haber equilibrio y en este caso D y P_A coinciden en "a".

En el caso general $0 \leq \beta \leq \phi$, la magnitud del esfuerzo total que actúa en el plano vertical puede encontrarse con base en consideraciones geométricas referidas a la figura III.2.11. La obtención de esa presión dirigida según β , o sea paralela a la superficie del relleno y actuante sobre el respaldo vertical del mismo, es para el caso activo:

$$P_A = \gamma z \left[\cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \right] = \gamma z K_A$$

Donde K_A es el coeficiente de presión activa de tierra, cuando la superficie del relleno está inclinada un ángulo β .

Si $\beta = 0$ la fórmula se reduce a la ya vista:

$$P_A = \gamma z \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{1 + \operatorname{sen} \phi} = \gamma z \operatorname{tg}^2(45^\circ - \phi/2) = \gamma z K_A$$

Si $\beta = \phi$, se obtiene:

$$P_A = \gamma z \cos \beta$$

Para el caso del estado plástico pasivo, puede razonarse en todo momento en forma semejante a la anterior, obteniéndose como resultado de la presión ejercida a la profundidad "z", contra un plano vertical, el valor:

$$P_p = \gamma z \left[\cos \beta \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \right] = \gamma z K_p$$

III.3

Teoría de Rankine en Suelos Cohesivos

En suelos puramente cohesivos, para la aplicación práctica de las fórmulas que se obtienen a continuación, es necesario tener muy presente que la cohesión de las arcillas no existe como propiedad intrínseca, sino que es propiedad circunstancial expuesta a cambiar con el tiempo, sea porque la arcilla se consolide o sea porque se expanda con la absorción de agua. Por ello, es necesario tener la seguridad, en cada caso, de que la cohesión de que se haya hecho uso en las fórmulas de proyecto, no cambie con el tiempo. Obviamente esta garantía es, por lo menos muy difícil de obtener.

Considérese un elemento de suelo puramente cohesivo a la profundidad "z". Al igual que los suelos friccionantes, si la masa de superficie horizontal de suelo está en reposo, la presión horizontal sobre el elemento, sujeto a la presión vertical γz , será $K_0 \gamma z$. En este caso el coeficiente K_0 , depende del material y de su historia previa de esfuerzos.

En la figura III.3.1 se representa, en el círculo 1, al estado de esfuerzos del elemento arriba mencionado.

Como antes, si se permite deformación lateral, el material puede llegar de dos modos. En el primero se permite que el elemento se deforme lateralmente, por disminución de la presión horizontal, hasta el valor mínimo compatible con el equilibrio; este nuevo estado de esfuerzos se representa con el círculo 2 de la misma figura, y corresponde al estado plástico activo, en el cual las presiones valen:

La horizontal:

$$P_A = \gamma z - 2c$$

La vertical: III.3.1

$$P_v = \gamma z$$

En donde P_v representa el esfuerzo principal mayor, y P_A el menor en el círculo de falla 2, tangente a la envolvente $s = c$, obtenida en prueba rápida.

El otro modo de alcanzar la falla en el elemento situado a la profundidad "z", sería aumentar la presión horizontal hasta que, después de sobrepasar el valor γz , alcanza uno tal que hace que el nuevo círculo de esfuerzos (círculo 3) resulte también tangente a la envolvente horizontal de falla. En este momento se tiene el estado plástico pasivo y las presiones alcanzan los valores:

$$\begin{aligned} \text{La horizontal: } P_p &= \gamma z + 2c \\ \text{La vertical: } P_v &= \gamma z \end{aligned} \quad \text{III.3.2}$$

y P_p , representa el esfuerzo principal mayor.

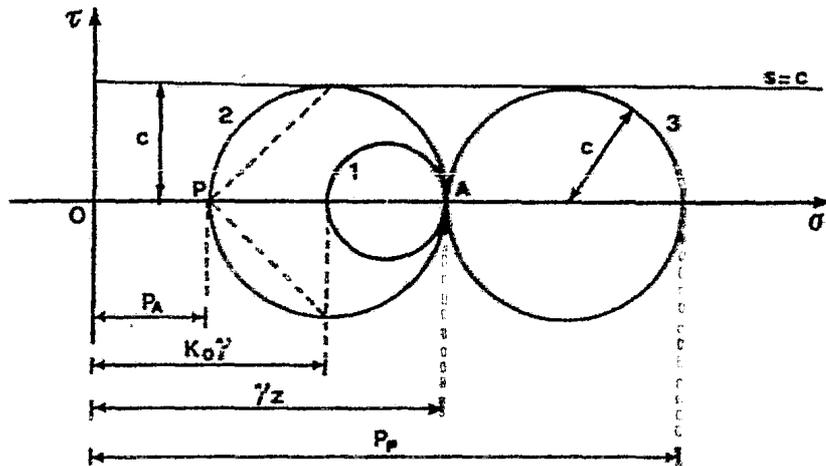


Figura III.3.1 Estados plásticos en el diagrama de Mohr. (Suelos Cohesivos).

También ahora puede establecerse la misma interpretación práctica respecto a la generación de los -

estados plásticos en el diseño de muros de retención. Las fórmulas para las presiones activas pueden relacionarse con el empuje de suelos sobre muros, en tanto que las pasivas se relacionan con los casos en que los muros presionan al relleno tras ellos.

Desde este punto de vista pueden obtenerse, como en el caso de suelos friccionantes, fórmulas para los empujes totales activo y pasivo, integrando en la altura "H" del muro las respectivas presiones horizontales. El procedimiento para ello es el ya descrito y los resultados obtenidos son:

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 - 2c H \quad \text{III.3.3}$$

$$E_P = \frac{1}{2} \gamma H^2 + 2c H \quad \text{III.3.4}$$

Estos empujes son horizontales y pasan por el centroíde del área de presiones.

Debe notarse que las fórmulas anteriores únicamente serían aplicables si la superficie del relleno fuera horizontal tras el muro, y si los estados plásticos correspondientes se desarrollaran por completo en el relleno.

La fórmula del empuje activo en este caso proporciona un procedimiento sencillo para calcular la máxima altura a que puede llegarse en un corte vertical de material cohesivo sin soporte y sin derrumbe. En efecto, para que un corte vertical que carezca de soporte sin fallar la condición será que $E_A = 0$, lo que conduce a:

$$\frac{1}{2} \gamma H^2 - 2c H = 0$$

y

$$H_c = \frac{4c}{\gamma} \quad \text{III.3.5}$$

El valor H_c suele denominarse altura crítica del material cohesivo. Esta fórmula da valores un poco altos de la altura estable real, y en caso de que se use en la práctica, deberá ser afectada por un factor de seguridad -

de dos (2) como mínimo.

La teoría de Rankine aplicada a suelos cohesivos debe ser objeto de una discusión de carácter fundamental. En efecto, como ya se mencionó, la cohesión no es un parámetro cuya variación con el tiempo es constante y fácil de preveer y por lo general tiende a disminuir su valor inicial. Como regla general, en obras de retención, el proyectista no debe confiar en ellas por sugestiva que le parezca a primera vista. Siempre hay la posibilidad de que un relleno se sature de agua más o menos rápido. Así, en cualquier caso al final de cuentas el material cohesivo tiende a disminuir su resistencia y un proyecto que se basa en la resistencia del suelo por cohesión quedará en condiciones inseguras con el paso del tiempo.

Si se observa la primera de las fórmulas III.3.1 se nota que teóricamente la distribución de la presión del relleno es lineal, con una zona superior trabajando a tensión y una inferior a compresión. El valor de la tensión en la superficie del relleno es $2c$ y la profundidad a que se extiende la zona de tensiones, caracterizada por $P_A = 0$, resulta ser:

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma} \quad \text{III.3.6}$$

En la figura III.3.2 se muestra la distribución de presiones activas en el presente caso, así como la profundidad a que se extiende la zona de tensión.

La parte (b) de la misma figura, muestra la distribución teórica de la presión pasiva.

Como al suelo no se le supone capacidad para trabajar a tensión, en el caso del estado activo debe admitirse que se desarrollarán grietas verticales, cuya profundidad está dada por la fórmula III.3.6

En vista de todo lo espuesto anteriormente con relación al concepto de cohesión y a su cambio con el tiempo, se considera innecesario extender el análisis de los estados plásticos a los casos de relleno inclinados y a mu--

ros de respaldo no vertical. Esta extensión podrá verse en la referencia # 6.

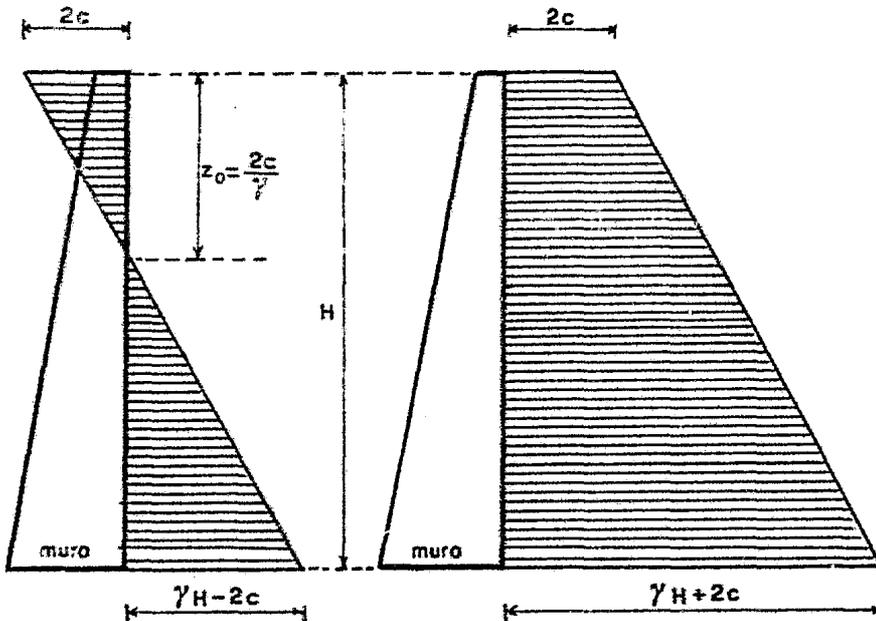


Figura III.3.2 Distribución teórica de la presión activa y pasiva en suelos puramente cohesivos.

III.4 Teoría de Rankine en Suelos Cohesivos y Friccionantes.

Si el relleno es horizontal, se puede razonar de manera análoga a como se hizo en la sección para material puramente friccionante. En la figura III.4.1, se puede ver que un elemento de suelo a la profundidad "z" al que se le considera en reposo, esta sometido a un estado de esfuerzos representado por el círculo 1. De nuevo puede llegarse a la falla por disminución de la presión horizontal o por aumento de la misma a partir del valor $K_0 \gamma z$. Se llega así a dos círculos representativos de los estados plásticos activo (círculo 2) y pasivo (círculo 3).

La relación entre el esfuerzo principal mayor y el menor, viene dada por:

$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi}$$

En el caso del estado activo, $P_A = \sigma_3$ y $\sigma = \gamma z$; por ello:

$$P_A = \frac{\gamma z}{N_\phi} - \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}} \quad \text{III.3.7}$$

En tanto que en el pasivo $\sigma_1 = P_p$ y $\sigma_3 = \gamma z$; por lo que:

$$P_p = \gamma z N_\phi + 2c\sqrt{N_\phi} \quad \text{III.3.8}$$

Las expresiones anteriores dan las presiones horizontales que se ejercen en los dos estados plásticos. Como siempre, los empujes correspondientes se obtienen integrando las presiones a lo largo de la altura "H" del muro. Se obtiene así:

$$E_A = \frac{1}{2 N_\phi} \gamma H^2 - \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}} H \quad \text{III.3.9}$$

$$E_p = \frac{1}{2} N_\phi \gamma H^2 + 2c\sqrt{N_\phi} H \quad \text{III.3.10}$$

Las líneas de acción son teóricamente horizontales a través del centroide del área total de presiones.

Al igual que en los suelos puramente cohesivos en el caso del estado activo, hay ahora una zona del diagrama de presiones que corresponde a un estado de tensión. La profundidad a que llega esta zona, contada a partir de la corona del muro, puede obtenerse con el criterio de que en ese punto $P_A = 0$. Si $P_A = 0$:

$$\frac{\gamma z}{N_\phi} = \frac{2c}{\sqrt{N_\phi}} \quad \text{y} \quad z_0 = \frac{2c}{\gamma} \sqrt{N_\phi} \quad \text{III.3.11}$$

Si, por efecto de estas tensiones el relleno se agrieta, ha de tenerse en cuenta que dejarán de pro

III.5

Teoría de Coulomb

En los primeros años del siglo XVIII se desarrollaron varios estudios experimentales del empuje de tierras, pero ninguno de ellos permitió el desarrollo de una teoría del cálculo de muros. Coulomb fue el primero que consiguió desarrollarla partiendo de hipótesis puramente teóricas. Consideró que el empuje sobre un muro se debe a una cuña de suelo limitada por el paramento del muro, la superficie del relleno y una superficie desarrollada dentro del relleno denominada superficie de falla, de tal forma que obtuvo el valor límite del empuje total en el momento de la falla, pero no la ley de presiones.

La teoría de Coulomb no permite conocer la distribución de presiones sobre el muro debido a que la cuña de tierra que empuja se considera un cuerpo rígido sujeto a fuerzas concentradas, resultantes de esfuerzos actuantes en áreas de cuya distribución no se especifica nada.

Comunmente se suele creer que Coulomb estudió solo los suelos friccionantes, siendo en realidad mucho más amplia su investigación ya que su ecuación original (1776), en cuyo tiempo no se empleaban aún las funciones trigonométricas, escrita en la forma hoy usual es:

$$E_A = \frac{\gamma H^2}{2} \operatorname{tg}^2(45^\circ - \phi/2) - 2c H \operatorname{tg}(45^\circ - \phi/2)$$

III.5.1

En esta expresión se incluye la cohesión "c", cuya consideración por primera vez suele atribuirse a Résal como aplicación de la teoría de Rankine. Coulomb limitó sus análisis a superficies de rotura planas por sencillez del desarrollo matemático; sin embargo, admitió la posibilidad de superficies de falla curvas, también fue el primero en obtener la altura crítica H_{cr} con la cual puede mantenerse el suelo en corte vertical, con la salvedad de la relación entre q_u y c.

$$H_{cr} = \frac{4c}{\gamma} \operatorname{tg}(45^\circ + \phi/2) = \frac{2 q_u}{\gamma} \quad \text{III.5.2}$$

Como las condiciones de frontera para la validez de la teoría de Rankine raramente se satisfacen, los cálculos basados en dicha teoría encierran errores apreciables, los cuales según Terzaghi, pueden reducirse notablemente usando la teoría de Coulomb. Como se verá posteriormente, el método de Coulomb puede ser utilizado para cualquier condición de frontera, y cuando estas condiciones son las mismas que se requieren para satisfacer la teoría de Rankine, - ambas teorías dan valores idénticos, ya que se plantean con las mismas ecuaciones.

Tanto la teoría de Coulomb, como la de Rankine, están basadas en la hipótesis de que el muro puede desplazarse una cierta distancia por efecto de una expansión o contracción lateral del suelo. Coulomb no especifica la -- cuantía de este desplazamiento, mientras que Rankine lo supone nulo.

III.5.1 Teoría de Coulomb en Suelos Friccionantes

La teoría considera que el empuje sobre un muro se debe a una cuña de suelo con una superficie de deslizamiento plana, la cual se desarrolla dentro del relleno y pasa por la base del muro.

En la figura III.5.1, se indican las fuerzas que actúan sobre la cuña de deslizamiento, cuya superficie límite inferior se supone arbitrariamente constituida por el plano "ab". En estado de falla la cuña "abc", de peso "W", está en equilibrio con la reacción del empuje E_A , y la reacción F_1 en el plano de deslizamiento.

La reacción F está inclinada en un ángulo φ con respecto a la normal a "ab", ya que se supone que en dicho plano se moviliza toda la resistencia a fricción del material. Como se conoce la magnitud y dirección de "W", y además, la dirección de las otras dos fuerzas, el valor del empuje E_A , puede obtenerse gráficamente por medio de un polígono de fuerzas, como se muestra en la parte (b) de la figura ---- III.5.1. Pero la superficie "ab" de deslizamiento, puede no -

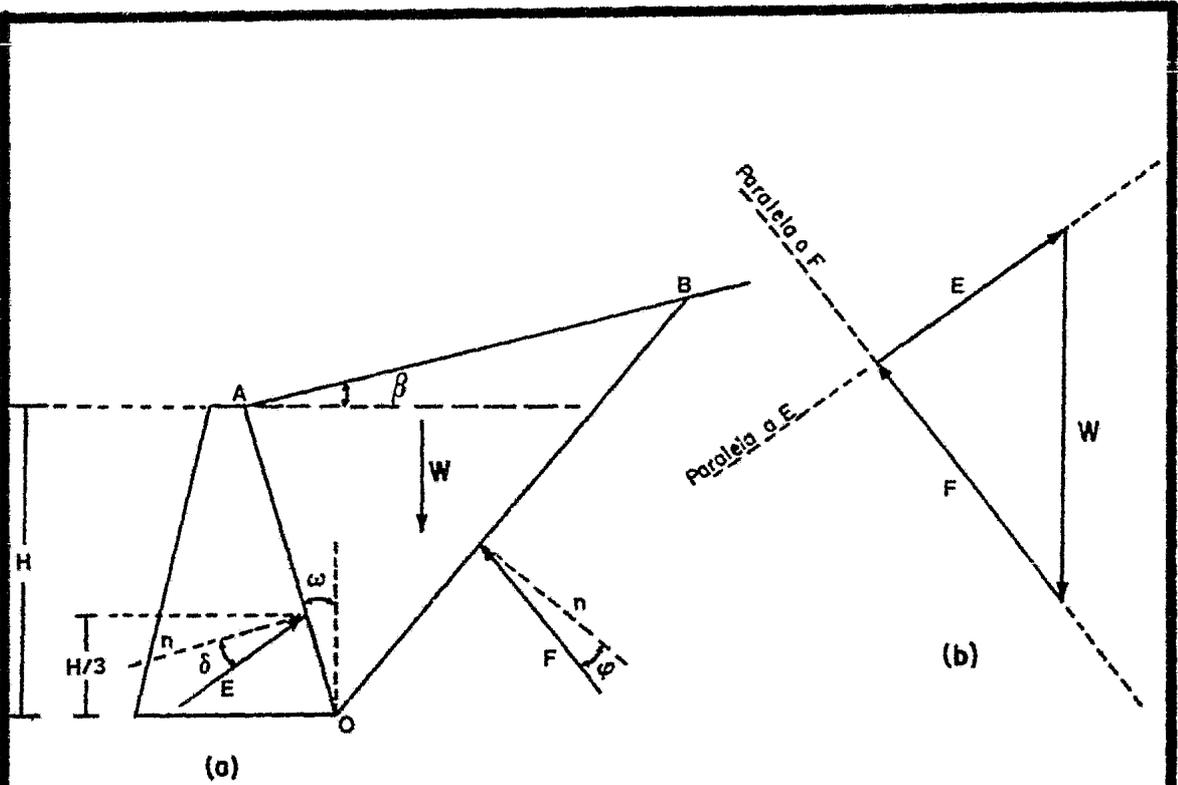


Figura III.5.1 Mecanismo de empuje de suelos friccionantes - según Coulomb.

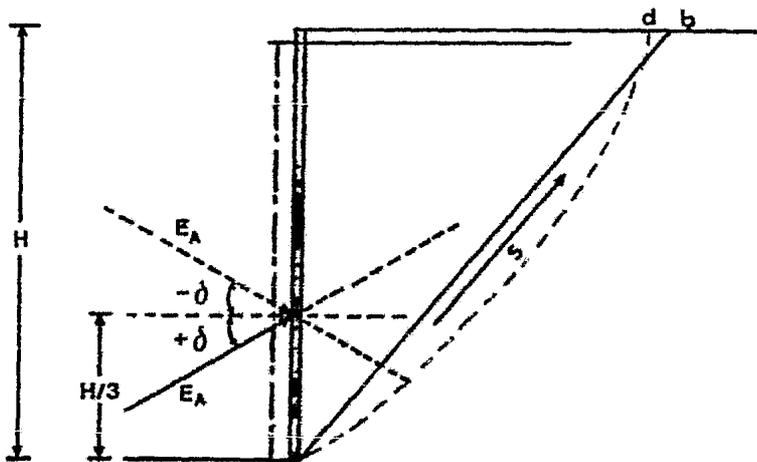


Figura III.5.2 Dirección del empuje activo según Coulomb.

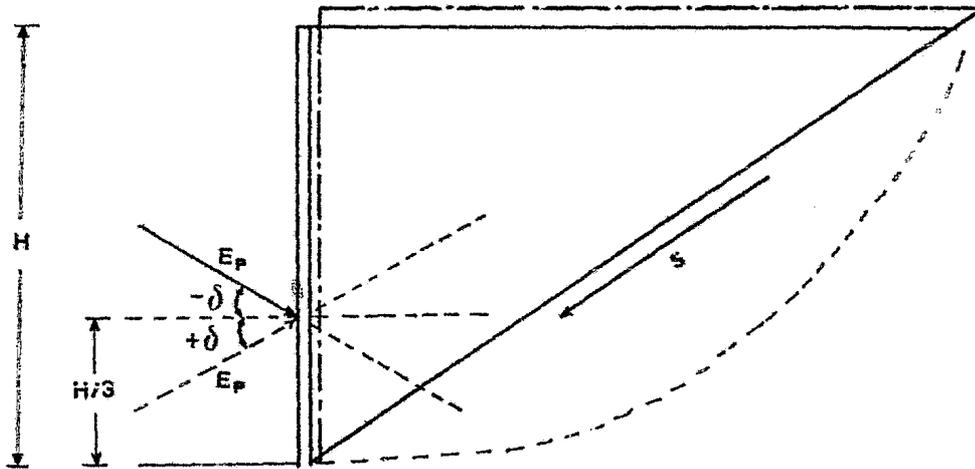


Figura III.5.3 Dirección del empuje pasivo según Coulomb.

ser la superficie que de el valor mayor del empuje, así que-- se deben efectuar determinaciones similares de otros empujes, para otros planos de deslizamiento, de tal forma que el valor mayor del empuje, represente el valor del empuje activo.

En la deducción de las ecuaciones de la teoría de Rankine se supuso que el empuje total del suelo, -- tanto activo como pasivo, resulta horizontal; es decir el ángulo de fricción δ entre muro y suelo se supone nulo. Condición que como anteriormente se mencionó raramente se da en la práctica.

La teoría de Coulomb considera en el estado activo, cuando la masa de suelo tiende a expanderse lateralmente y el suelo se encuentra apoyado sobre una cimentación sólida, que dicho muro tiene un movimiento relativo hacia arriba con respecto al suelo, lo que produce esfuerzos de fricción entre el respaldo del muro y suelo, y a lo largo de la superficie de deslizamiento (figura III.5.2). La reacción total del muro E_A , necesaria para contener el prisma deslizante en el equilibrio límite, se dirige hacia arriba, formando el ángulo positivo δ con respecto a la horizontal.

Como resultado de la inclinación $E_A (+\delta)$ se observa lo siguiente:

1. El valor de la componente E_A según la dirección del plano de falla "ab", resulta ser mayor, lo que implica que la resistencia al esfuerzo cortante del suelo sobre dicho plano de falla no se desarrolle de la misma manera que si la reacción del muro fuera horizontal, como en la teoría de Rankine.

2. Sin embargo, con la inclinación del E_A , la componente normal sobre el plano de falla "ab" disminuye, y esto reduce el valor de la resistencia al esfuerzo cortante del suelo, puesto que en un suelo friccionante la resistencia al esfuerzo cortante esta dada por:

$$\tau = \sigma \operatorname{tg} \phi$$

De lo anterior se deduce que los efectos-

de la inclinación del empuje E_A , se equilibran en parte y resulta en último término, que un incremento del ángulo de fricción entre el muro y el suelo, determina sólo una ligera disminución del E_A (ver tabla III.5.1).

Si en el estado activo, existe la posibilidad que el muro se asiente más que el terraplén, el ángulo δ de fricción entre muro y suelo, resulta negativo, y la resultante del empuje activo, actúa como lo indica la flecha --punteada de la figura III.5.2, y los valores de E_A , resultan ser ligeramente mayores (tabla III.5.1).

Para el caso del estado pasivo, cuando la masa del suelo tiende a contraerse lateralmente, el ángulo de fricción entre muro y suelo es generalmente negativo (figura III.5.3). En este caso el valor del empuje pasivo es mucho mayor que para $\delta = 0$, ya que las variaciones de sus componentes, según la dirección del plano de deslizamiento "ab" y normal a ella, originan incrementos de la resistencia al esfuerzo cortante del suelo. Si el ángulo δ es pequeño, la superficie de deslizamiento es en realidad casi plana y el error es tolerable, pero si es mayor de $\phi/3$, la superficie de deslizamiento es fuertemente curvada y por lo tanto el error debido a la hipótesis de Coulomb aumenta rápidamente. Para $\delta = 0$, el error puede ser del 30%. Por ello, para valores mayores de $\phi/3$ debe tomarse en cuenta la curvatura de la superficie de deslizamiento.

Terzaghi propone que el valor de δ , puede tomarse en la práctica como:

$$\frac{\phi}{2} \leq \delta \leq \frac{2}{3}\phi$$

Para el caso de un relleno friccionante, limitado por una superficie plana y el respaldo del muro inclinado según se muestra en la figura III.5.1, el valor del empuje máximo viene dado por la siguiente fórmula:

TABLA III.5.1.1.

COEFICIENTES DE EMPUJE EN SUELOS FRICCIONANTES COULOMB

δ	Valores de K_A				Valores de K_P			
	ϕ				ϕ			
	25°	30°	35°	40°	25°	30°	35°	40°
-40°				0.77				92.3
-30°		0.87	0.50	0.36		10.0	15.3	25.1
-20°	0.61	0.47	0.36	0.28	4.6	6.1	8.3	11.9
-10°	0.47	0.38	0.30	0.24	3.3	4.2	5.3	7.0
+0° -0°	0.41	0.33	0.27	0.22	2.5	3.0	3.7	4.6
10°	0.37	0.31	0.25	0.21	1.9	2.3	2.7	3.3
20°	0.36	0.30	0.25	0.20	1.4	1.7	2.0	2.4
30°		0.30	0.25			0.87	1.3	1.7
40°				0.20				0.77

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2(\phi - w)}{\cos^2 w \cos(\delta + w) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi) \sin(\phi - \beta)}{\cos(\delta + w) \cos(w - \beta)}} \right]^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A$$

E_A = empuje activo máximo, según la teoría de Coulomb.

ϕ = ángulo de fricción interna de la arena.

w = ángulo formado entre el respaldo del muro y la vertical.

β = ángulo formado entre la superficie plana del relleno y la horizontal.

δ = ángulo de fricción entre muro y suelo.

γ = peso volumétrico del material de relleno.

H = altura del muro.

Si el muro es de respaldo vertical, es decir si $w = 0$, el empuje activo se calcula como:

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2 \phi}{\cos \delta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi) \sin(\phi - \beta)}{\cos \delta \cos \beta}} \right]^2}$$

Si además la superficie del relleno es horizontal:

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2 \phi}{\cos \delta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi) \sin \phi}{\cos \phi}} \right]^2}$$

Si $\delta = 0$, o sea si no hay fricción entre el muro y el suelo, la fórmula es:

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2(45^\circ - \phi/2) = \frac{1}{2N\phi} \gamma H^2$$

De manera que para este caso, las teorías de Rankine y Coulomb coinciden.

Históricamente Coulomb no consideró el estado pasivo de esfuerzos, pero sus hipótesis se han aplicado a este caso, siendo posible obtener fórmulas similares a las presentadas para el caso activo. De hecho la fórmula para el caso pasivo es la misma que para el caso activo, pero cambiando en ella ϕ por $-\phi$, δ por $-\delta$ y cambiando el signo del radical del denominador; la fórmula resulta ser:

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{(\phi + \omega)}{\cos^2 \omega \cos(\omega - \delta) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\delta + \phi) \sin(\phi + \beta)}{\cos(\omega - \delta) \cos(\omega - \beta)}} \right]^2}$$

$$= \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

La justificación del cambio se ilustra en la figura III.5.4.

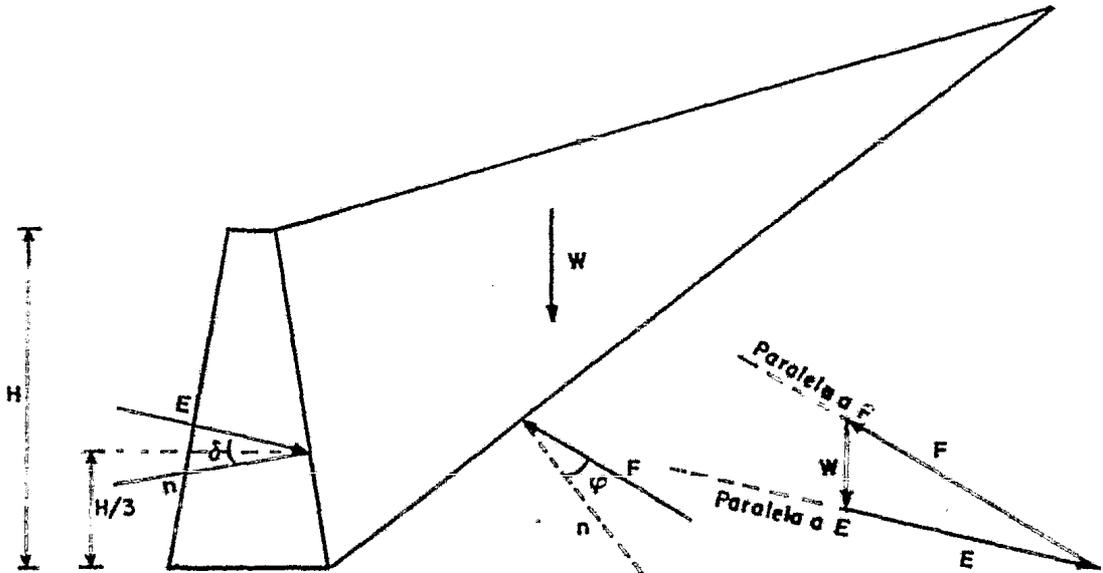


Figura III.5.4 Empuje pasivo en suelos friccionantes según Coulomb.

Cuando se calculan los muros de retención con la teoría de Coulomb, es necesario contar con diferentes valores de los coeficientes activo (K_A) y pasivo (K_P), haciendo combinaciones entre los ángulos w, β, δ y ϕ , de tal forma que se pueda proyectar el muro para el caso más favorable.

La determinación de los valores de estos coeficientes con la combinación de los ángulos implicados resulta muy laboriosa, por lo que se elaboró un programa para computadora electrónica, que obtiene dichos valores. Este programa considera el caso general de tener valores iniciales, finales e incrementos de cualquiera de los ángulos implicados. Al final de este trabajo se indican las consideraciones hechas por la obtención de los coeficientes K_A y K_P , con dicho programa. También se muestra una gráfica con la cual se puede obtener para los casos de Rankine y Coulomb los valores de los coeficientes K_A y K_P .

III.5.2. Métodos Gráficos para la aplicación de la Teoría de Coulomb a Rellenos friccionantes.

Como aplicación de la teoría de Coulomb, se desarrollaron algunos métodos gráficos para determinar de una manera rápida y con suficiente aproximación el valor de los empujes activo y pasivo. Estos métodos gráficos, además de considerar los efectos de sobrecargas y rellenos estratificados, sirven como base para deducir la fórmula de Coulomb

III.5.2.1 Método de Culmann.

En 1875 Culmann ideó un método gráfico para determinar de una manera rápida el valor del empuje máximo sin necesidad de tanteos. Como una aplicación de este método, se resolverá el siguiente ejemplo en el que se muestran los pasos a seguir.

Los datos correspondientes al muro y al -

relleno arenoso · son los siguientes:

$H = 3.00 \text{ m}$, altura del muro.

$\phi = 30^\circ$, ángulo de fricción interna del material arenoso.

$\delta = 2/3 \phi = 20^\circ$, ángulo de inclinación -- del empuje, con relación a la normal al muro.

$\gamma = 1.8 \text{ ton/m}^3$, peso volumétrico del relleno

$\theta = 65^\circ 30''$, ángulo de inclinación del empuje, con relación a la vertical. Se obtiene gráficamente a partir de la figura III.5.5.

El método permite llegar fácilmente al valor máximo del empuje que ejerce un relleno arenoso contra un muro. Es general y se aplica a un relleno de forma cualquiera; su descripción se refiere a la figura III.5.5.

Por el punto A, de la base del muro se -- trazan la línea ϕ y la θ ; la primera formando un ángulo de 30° con la horizontal y la segunda a un ángulo de $65^\circ 30'$ con la anterior.

A continuación se escogen diferentes planos hipotéticos de deslizamiento Ab_1, Ab_2, \dots , etc. El peso de las cuñas de deslizamiento se calcula multiplicando su área por el peso volumétrico 1.8 ton/m^3 , de la arena que constituye el relleno (considerando una dimensión unitaria en la dirección normal al papel).

$$W_1 = \frac{0.70\text{m} \times 3.00\text{m}}{2} \times 1.80 \text{ ton/m}^3 = 1.85 \text{ ton/m}$$

$$W_2 = \frac{1.55\text{m} \times 3.00\text{m}}{2} \times 1.80 \text{ ton/m}^3 = 4.19 \text{ ton/m}$$

$$W_3 = \frac{2.55\text{m} \times 3.00\text{m}}{2} \times 1.80 \text{ ton/m}^3 = 6.89 \text{ ton/m}$$

$$W_4 = \frac{3.15\text{m} \times 3.00\text{m}}{2} \times 1.80 \text{ ton/m}^3 = 8.50 \text{ ton/m}$$

$$W_5 = \frac{4.00m \times 3.00m}{2} \times 1.80 \text{ ton/m}^3 = 10.80 \text{ ton/m}$$

$$W_6 = \frac{4.84m \times 3.00m}{2} \times 1.80 \text{ ton/m}^3 = 13.05 \text{ ton/m}$$

$$W_7 = \frac{5.60m \times 3.00m}{2} \times 1.80 \text{ ton/m}^3 = 15.15 \text{ ton/m}$$

A una escala de fuerzas conveniente estos pesos se llevan a partir de A sobre la línea ϕ ; así se obtienen los puntos a_1, a_2, \dots , etc.

Por estos últimos puntos se trazan paralelas a la línea θ , hasta cortar en los puntos c_1, c_2, \dots , etc. representan, a la escala de fuerzas usada, los empujes que produce cada una de las cuñas arbitrariamente escogidas. En efecto, en la sección (b) de la figura III.5.5, aparece un triángulo de fuerzas correspondiente a la cuña ABb_2 . El empuje E y el peso W forman el ángulo θ , puesto que éste, por definición, es el ángulo formado por E y la vertical. Entre la reacción a lo largo del plano de falla, F y W se forma el ángulo $\beta - \phi$, siendo β el que forma el plano de deslizamiento con la horizontal.

Ahora, considérese el triángulo $A a_2 c_2$, ligado, por ejemplo, a la misma cuña deslizante. El lado $A a_2$ es proporcional al peso de la cuña W, por construcción. El ángulo en A_2 es θ por ser $a_2 c_2$ paralela a la línea θ . Evidentemente, el ángulo en A, del triángulo $A a_2 c_2$, es $\beta - \phi$, siendo β el ángulo que forma el plano de deslizamiento $A b_2$ con la horizontal. Entonces el triángulo $A a_2 c_2$ es semejante al 1 2 3 de la parte (b) de la misma figura. Comparando esos triángulos, se ve que el lado $a_2 c_2$ es el homólogo de E en el triángulo de fuerzas; por lo tanto esas dos magnitudes son proporcionales y $c_2 a_2$ representa a E en la escala de fuerzas escogida.

Puede trazarse una línea que contenga a todos los puntos c, obtenidos según se vio. Esta es la línea de empujes o línea de Culmann. Una paralela a la línea ϕ , tan--

gente a la línea de Culmann, permite calcular el empuje máximo como el segmento ac , interpretado a la misma escala de --- fuerzas usada y siendo c el punto de tangencia resultante sobre la línea de Culmann.

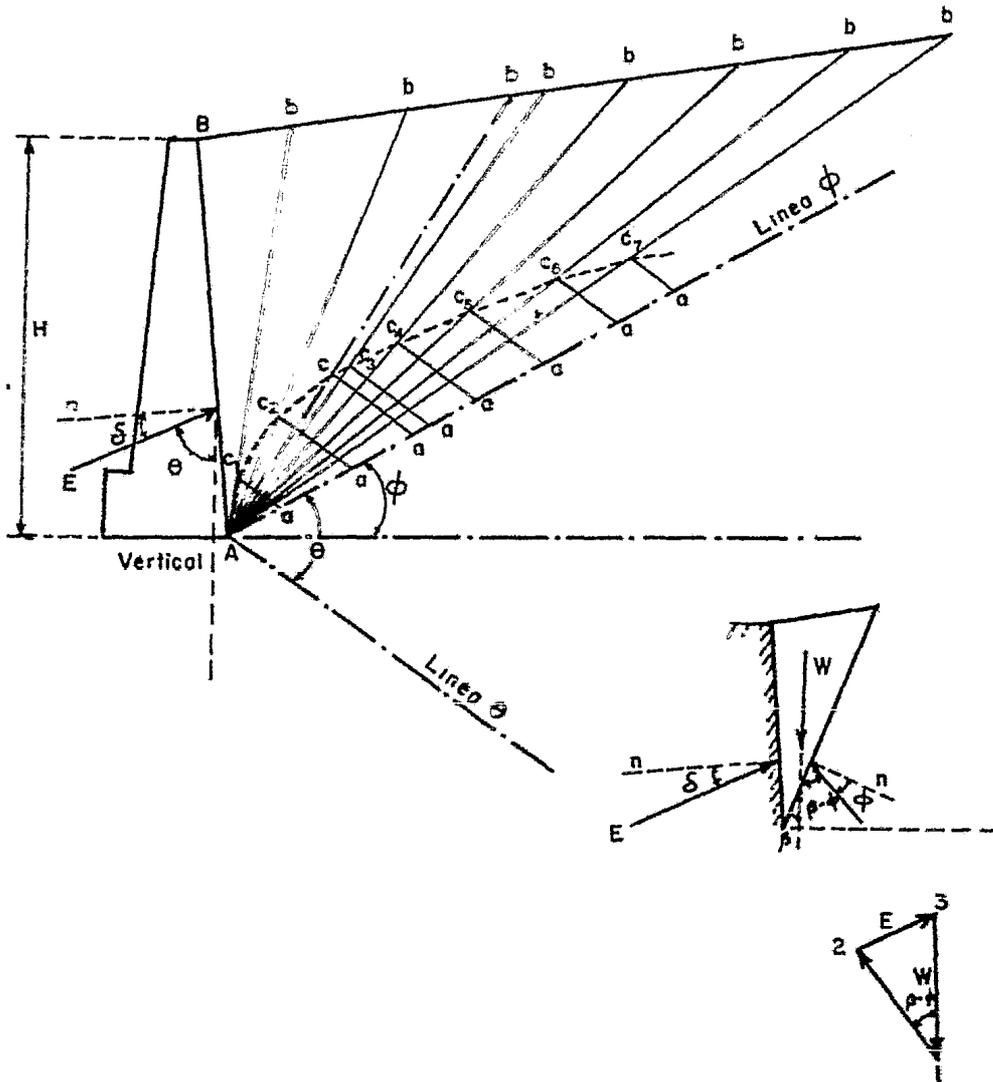


Figura III.5.5 Método gráfico de Culmann.

En este caso el empuje resultó de 3.00 -- ton/m.

La línea Ac , prolongada hasta b , proporciona el plano de deslizamiento más crítico, ligado al máximo

empuje.

El método de Culmann permite también llegar al empuje máximo producido por la combinación de un relleno friccionante y una sobrecarga lineal de intensidad "q" unidades de fuerza por unidad de longitud; en este caso $q = 2.00$ ton/m (figura III.5.6).

El procedimiento a seguir es totalmente análogo al descrito antes con la diferencia de que a la derecha del plano Ab'_1 definido por la posición de "q" debe llevarse sobre la línea ϕ no sólo el peso de la cuña deslizante, -- sino, sumando, el valor de q a la misma escala de fuerzas usada. Precisamente en la línea Ab'_1 la curva de Culmann deberá -- presentar una discontinuidad por efecto de la sobrecarga.

$$W_2 + q = 4.19 \text{ ton/m} + 2.00 \text{ ton/m} = 6.19 \text{ ton/m}$$

$$W_3 + q = 6.89 \text{ ton/m} + 2.00 \text{ ton/m} = 8.89 \text{ ton/m}$$

$$W_4 + q = 8.50 \text{ ton/m} + 2.00 \text{ ton/m} = 10.50 \text{ ton/m}$$

$$W_5 + q = 10.80 \text{ ton/m} + 2.00 \text{ ton/m} = 12.80 \text{ ton/m}$$

$$W_6 + q = 13.05 \text{ ton/m} + 2.00 \text{ ton/m} = 15.05 \text{ ton/m}$$

$$W_7 + q = 15.15 \text{ ton/m} + 2.00 \text{ ton/m} = 15.15 \text{ ton/m}$$

El empuje E' , dado por el segmento $a' c'$ es el máximo considerando la sobrecarga, mientras que el segmento ac , sería el empuje máximo, si no hubiese sobrecarga. -- En el ejemplo, el empuje E' resultó de 4.00 ton/m.

Si la sobrecarga estuviese situada a la derecha de "b" ya no ejercería efecto, pues en tal caso el empuje sería igual al máximo obtenido con la línea de Culmann -- (punteada); desde luego la línea cc'' se ha trazado paralela a la línea ϕ .

El punto de aplicación del empuje máximo -- también se obtiene gráficamente y con suficiente aproximación siguiendo las reglas que se detallan en la figura III.5.7.

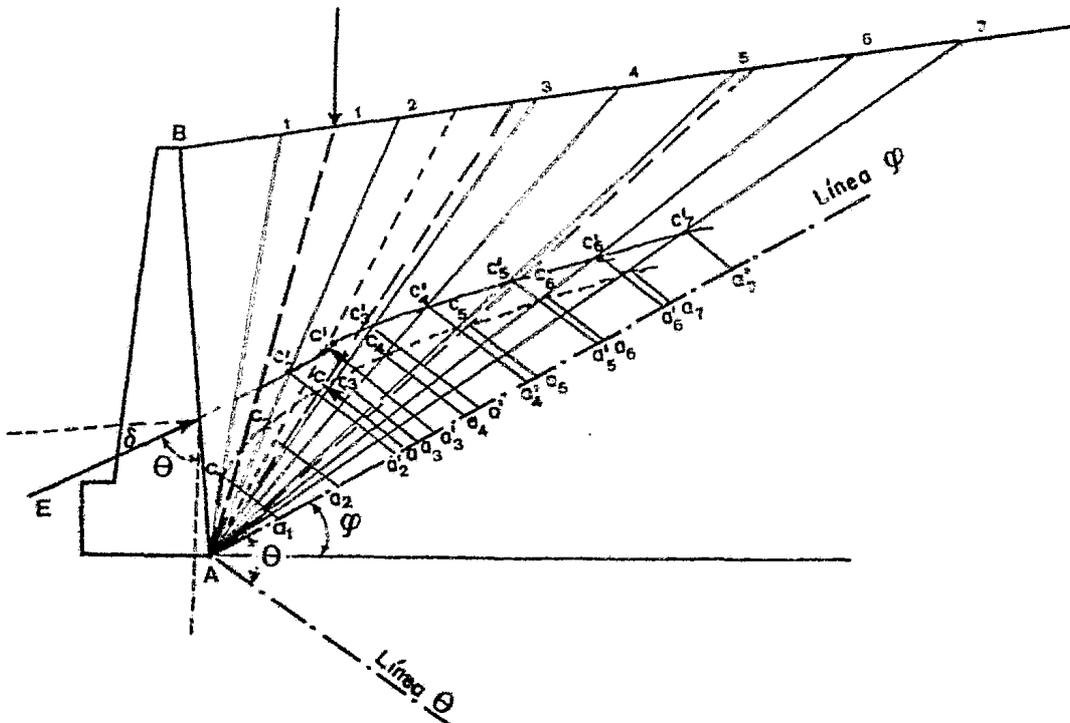


Figura III.5.6 El método de Culmann cuando existe una sobrecarga lineal.

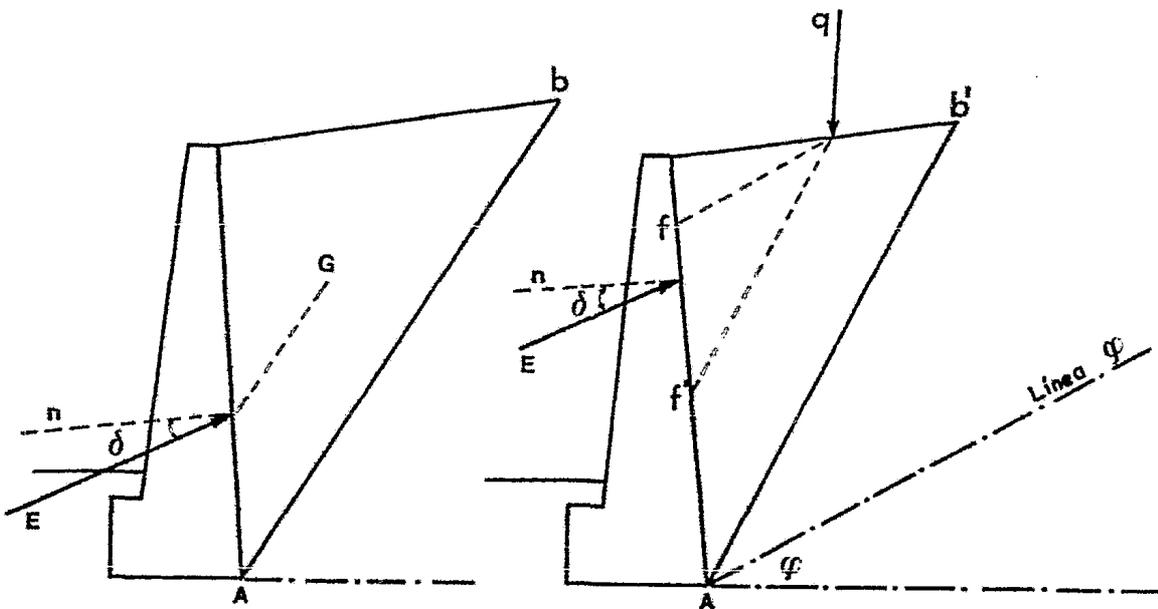


Figura III.5.7 Punto de aplicación del empuje según el método de Culmann.

Si no hay sobrecarga lineal una paralela a la superficie de deslizamiento crítica Ab por el punto G , centro de gravedad de la cuña deslizante, corta el muro en un punto en que puede considerarse aplicado el empuje E , figura III.5.7.

Si hay sobrecarga, a la fuerza anterior se añadirá, para fines de diseño, otra, ΔE , calculada restando $E'' - E$, en este caso igual a 1.00 ton/m obtenida como se indica en la figura III.5.6 y aplicada en el tercio superior del segmento ff' en el que f es la intersección de una paralela a la línea ϕ , trazada por q , con el respaldo del muro y f' es la intersección con el mismo plano de una paralela a la superficie crítica de deslizamiento, trazada también por q_1 (figura III.5.7).

El valor del empuje pasivo de Coulomb, puede también ser determinado utilizando el método de Culmann. El procedimiento es idéntico al que se utiliza para obtener el valor del empuje activo, con la diferencia de que la inclinación de la recta figura III.5.6, debe tomarse de modo que forme con la horizontal el ángulo ϕ hacia abajo.

En la figura III.5.8, se indica la influencia que el ángulo de fricción δ ejerce sobre el empuje pasivo de Coulomb, de tal forma que dicho empuje aumenta rápidamente al aumentar el valor del ángulo de fricción δ , por lo que se recomienda que, para valores mayores de $\phi/3$ deba tomarse en cuenta la curvatura de la superficie de deslizamiento.

III.5.2.2 Método de Engesser

La construcción gráfica de Engesser es análoga a la de Culmann y se aplica de un modo similar. Con referencia a la figura III.5.9, la construcción puede ser realizada como sigue:

Una vez trazadas las líneas ϕ y θ en la forma vista en el método de Culmann, llévense sobre la línea ϕ y a partir de A , trácense los segmentos Aa_1, Aa_2, \dots , etc,

que representen a una cierta escala de fuerzas, a los pesos W_1, W_2, \dots , etc de las diferentes cuñas deslizantes supuestas y limitadas por los planos Ab_1, Ab_2, \dots , etc.

Por los puntos a_1, a_2, \dots , etc, trácense paralelas a los respectivos planos de deslizamiento Ab_1, Ab_2, \dots , etc.

Una vez dibujadas estas líneas es fácil trazar su envolvente con suficiente precisión. Esta línea aparece con trazo lleno en la figura III.5.9 y recibe el nombre de curva de Engesser. La curva de Engesser corta la línea en el punto c , tal que Ac es el empuje máximo buscado, representado a la escala de fuerzas utilizadas en el dibujo.

En efecto es fácil ver, para la cuña deslizante 1 por ejemplo, que el triángulo Aa_1c_1 es semejante al triángulo de fuerzas que aparecen en la citada figura III.5.9 de modo que el segmento Ac_1 es el máximo de los empujes obtenibles. No se considera necesario detallar más la demostración del método que en todo es análoga a la presentada para el método de Culmann.

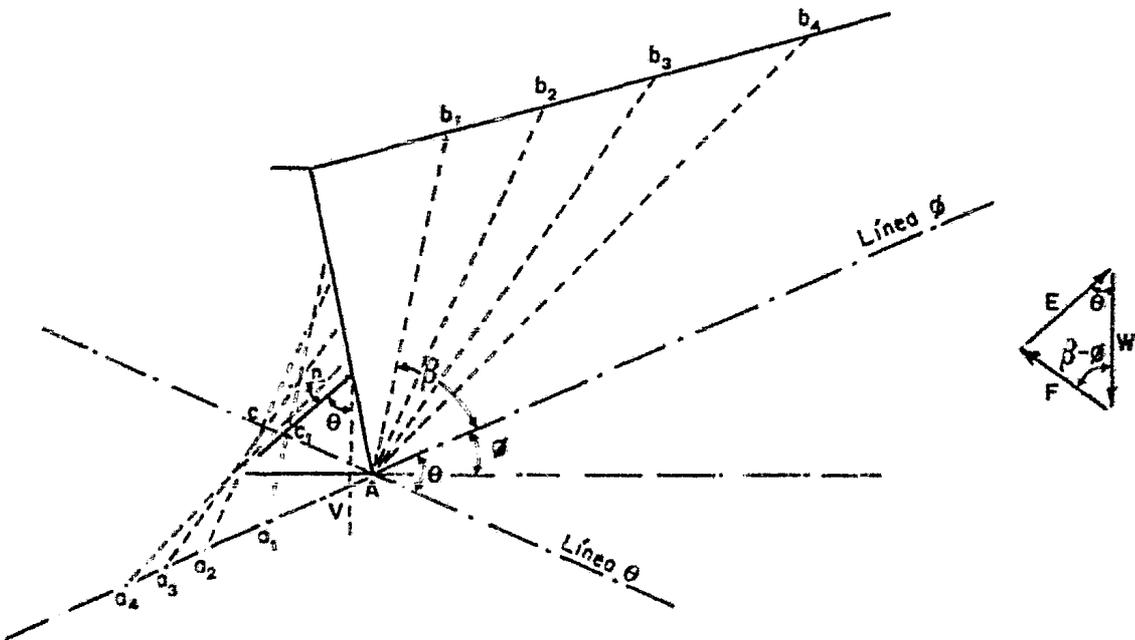


Figura III.5.9 Método gráfico de Engesser para determinar el empuje máximo de un relleno friccionante según Coulomb.

III.5.2.3

Demostración de Rebhann-Poncelet

Una construcción gráfica publicada por -- G. Rebhann en 1871 para determinar el valor de la presión activa de tierras y el plano de falla sirve como base para deducir la fórmula de Coulomb. La construcción gráfica de Rebhann esta basada en una solución publicada por V. Poncelet en 1840

Este método tiene la ventaja sobre la fórmula de Coulomb, de producir resultados más rápidamente cuando se usa de una forma directa, además de ser aplicable a casos en donde no se cumplen las condiciones de Coulomb y la superficie del material de relleno tenga forma irregular.

Al igual que los demás métodos, supone -- una superficie de falla plana, sin embargo ha sido demostrado que este error no es significativo y puede ser despreciado.

Las etapas del método con referencia a la figura III.5.10, son las siguientes:

1. Prolónguese CD hacia ambos sentidos.
2. Dibújese AC, con C en el primer quiebre del relleno.
3. Dibújese una línea paralela a AC por B hasta que corte a CD prolongada, en F.
4. Dibújese una línea por A, que forme el ángulo ϕ con la horizontal y llevese hasta que corte CD en G.
5. Dibújese FH, perpendicular a AG por F.
6. Dibújese FI, formando un ángulo $\omega + \delta$ -- con FH.
7. Trácese un semicírculo con diámetro AG siendo J su centro.
8. Dibújese por I una perpendicular a AG, hasta K.
9. Con A como centro y AK como radio trácese un arco que cortará a AG en L.
10. Dibújese ML, paralela a FI.
11. Con centro en L y ML como radio, dibú-

jese un arco de círculo que cortará a-
AG en N.

12. Dibújese MN.

13 Dibújese AM.

El área LMN, multiplicada por γ del re-
lleno, es el empuje total que actúa sobre el muro. La línea -
AM es la traza del plano crítico de falla y el ángulo VAM es-
el ángulo de ruptura.

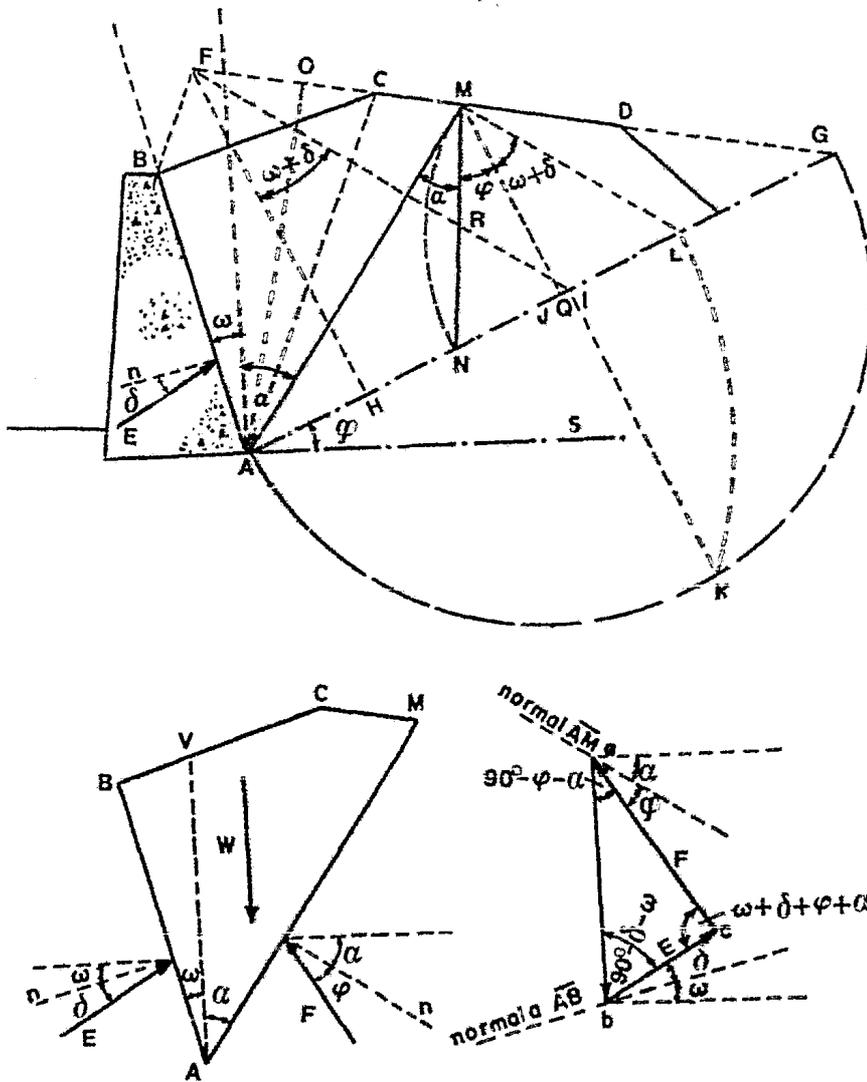


Figura III.5.10 Construcción Rebhann-Poncelet.

Demostración de la construcción de -----
Rebhann- Poncelet.

La demostración de esta construcción se -
hace en base a simple geometría, trigonometría y diferencia---
ción. Esta demostración es un poco larga pero se recomienda -
seguirla ya que es la base para la deducción de la fórmula de
Coulomb.

Se hará en las siguientes etapas con base
en la figura III.5.10.

1. El peso de la cuña deslizando, W, pue-
de encontrarse como sigue: los triángulos ACF y ACB son de --
igual área, por tener igual base (AC, común) e igual altura -
(pues BF es paralela a AC por construcción).

Así el área de la cuña ABCM es igual a la
del triángulo AFM. Entonces si AO es normal a FM, se tiene:

$$W = \frac{1}{2} \gamma OA \cdot FM \quad \text{III.5.1}$$

2. La expresión para E puede determinarse
como sigue:

Dibújese MQ, perpendicular a Ag; ya que -
ML es paralela a FI y el ángulo IFH vale $\omega + \delta$,

$$\sphericalangle LMQ = \sphericalangle IFH = \omega + \delta$$

Dibújese la vertical MR. Entonces por la-
etapa 4 de la construcción:

$$\sphericalangle QMR = \sphericalangle SAG = \phi$$

Sea el ángulo VAM = α . Entonces en la fi
gura se ve:

$$\sphericalangle RMA = \sphericalangle VAM = \alpha$$

Así:

$$\sphericalangle LMA = \sphericalangle LMQ + \sphericalangle QMR + \sphericalangle RMA = \omega + \delta + \phi + \alpha$$

y

$$\sphericalangle LAM = 90^\circ - \sphericalangle SAG - \sphericalangle VAM = 90^\circ - \phi - \alpha$$

En el triángulo LMA:

$$\frac{LM}{AL} = \frac{\text{sen}(\angle LAM)}{\text{sen}(\angle LMA)} = \frac{\text{sen}(90^\circ - \phi - \alpha)}{\text{sen}(w + \delta + \phi + \alpha)} \quad \text{III.5.2}$$

La cuña ABCM está en equilibrio por la acción de E y F (parte (b) de la figura III.5.10). El triángulo abc de fuerzas es el que se muestra en la parte (c) de la misma figura. Dé el:

$$\frac{E}{W} = \frac{\text{sen} \hat{a}}{\text{sen} \hat{c}} = \frac{\text{sen}(90^\circ - \phi - \alpha)}{\text{sen}(w + \delta + \phi + \alpha)} \quad \text{III.5.3}$$

De las ecuaciones III.5.2 y III.5.3:

$$\frac{E}{W} = \frac{LM}{AL} \therefore E = W \frac{LM}{AL} \quad \text{III.5.4}$$

De las ecuaciones III.5.1 y III.5.4:

$$E = \frac{1}{2} \gamma_{AO} \cdot FM \frac{LM}{AL} \quad \text{III.5.5}$$

Los triángulos FIG y MLG son semejantes, por lo que:

$$\frac{FM}{FG} = \frac{IL}{IG} \therefore FM = FG \frac{IL}{IG} \quad \text{III.5.6}$$

y

$$\frac{LM}{LG} = \frac{IF}{IG} \therefore LM = LG \frac{IF}{IG} \quad \text{III.5.7}$$

De las relaciones de las ecuaciones III.5.5, 5.6 y 5.7, se tiene:

$$E = \frac{1}{2} \gamma_{AO} \cdot FG \cdot \frac{IL}{IG} LG \frac{IF}{IG} \frac{1}{AL}$$

de donde:

$$E = \frac{1}{2} \gamma \frac{AO \cdot FG \cdot IF}{(IG)^2} \frac{IL \cdot LG}{AL} \quad \text{III.5.8}$$

3. La localización del plano crítico de falla puede determinarse como sigue:

En la expresión III.5.8, todas las cantidades que dependen del peso específico del suelo son constantes, además de las dimensiones del muro y la forma de la su-

perficie del relleno, con excepción del último quebrado, cuyo valor es función de la posición del plano de ruptura AM.

Para encontrar el máximo valor de E, que es el que deberá utilizarse en el proyecto de un muro, deberá obtenerse el valor máximo del quebrado:

$$\frac{IL \cdot LG}{AL}$$

Para facilitar la nomenclatura se hará:

$$AG = a \quad AI = b \quad \text{y} \quad AL = y$$

entonces:

$$IL = y - b \quad \text{y} \quad LG = a - y$$

por lo tanto:

$$Y = \frac{IL \cdot LG}{AL} = \frac{(y - b)(a - y)}{y} = a - \frac{ab}{y} - y + b \quad \text{III.5.9}$$

El problema se centra pues en encontrar el valor de "y" que haga máximo el valor de "Y" en la ecuación III.5.9

Al diferenciar dicha expresión con respecto a "y", se tiene:

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{ab}{y^2} - 1 = 0$$

de donde se llega al valor:

$$y^2 = ab \Rightarrow y = \sqrt{ab} \quad \text{III.5.10}$$

Debe demostrarse ahora que la construcción presentada con base en la figura III.5.10, satisface la ecuación anterior.

Desde luego, en el triángulo rectángulo AIK:

$$(AK)^2 = (AI)^2 + (IK)^2$$

y en el triángulo rectángulo IKJ

$$(IK)^2 = (JK)^2 - (JI)^2$$

por lo tanto:

$$(AK)^2 = (AI)^2 + (JK)^2 - (JI)^2$$

pero:

$$AK = AL = y, AI = b, JK = \frac{a}{2}, JI = b - \frac{a}{2}$$

sustituyendo:

$$y^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(b - \frac{a}{2}\right)^2 = ab$$

de donde:

$$y = \sqrt{ab}$$

que es la expresión III.5.10. Así la construcción de Rebhann-Poncelet queda justificada y debe proporcionar el valor de E máximo posible, para un problema dado.

La construcción es válida sólo en el caso en el que el punto M caiga entre el muro y el punto D. En el caso de muros tipo voladizo, debe calcularse primero el empuje contra un plano vertical que pasa por el punto extremo de la base del muro y combinar ese empuje con el peso de la cuña de suelo comprendida entre ese plano y el respaldo del muro.

Para el caso en que el punto M no caiga entre el muro y el punto D, y la superficie del relleno sea inclinada, en la figura III.5.11, se ilustra la manera de determinar el empuje, la cual es similar a la anterior, solo -- que en este caso el punto F de la figura III.5.10, coincide con el punto B de las figura III.5.11 y los puntos C y D desaparecen ya que la superficie del relleno no es quebrada. La presión resultante P contra el muro de retención tiene una inclinación $\delta = \phi'$.

En la figura III.5.11.a, se observa que -- si el valor de (β) se incrementa, los puntos G y M, y el --- triángulo de presiones LMN se moverá hacia la derecha, y la línea AG que tiene una pendiente igual a ϕ y la línea AM que representa el plano de falla, tenderán a coincidir resultando paralelas a la superficie del relleno cuando el valor de (β) sea igual a (ϕ) como se ilustra en la parte (b) de la figura III.5.11, y en este caso el plano de falla del relleno desliza a lo largo de la superficie del muro.

Inclinación de la superficie del relleno menor que el ángulo de fricción interna.

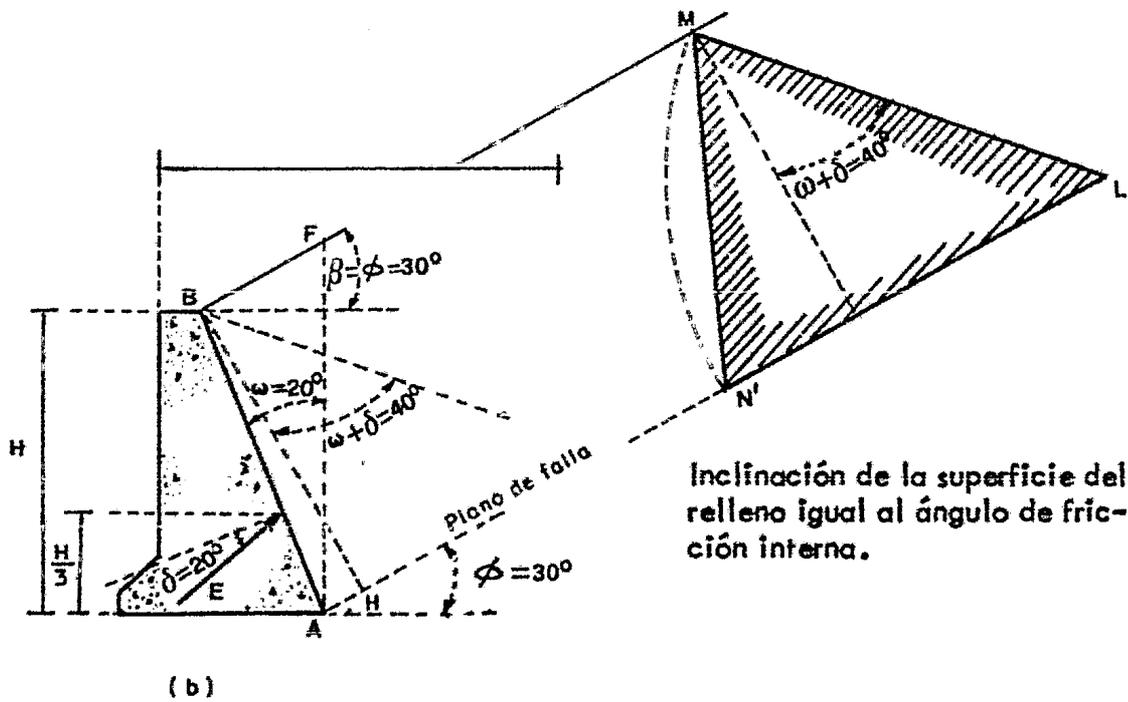
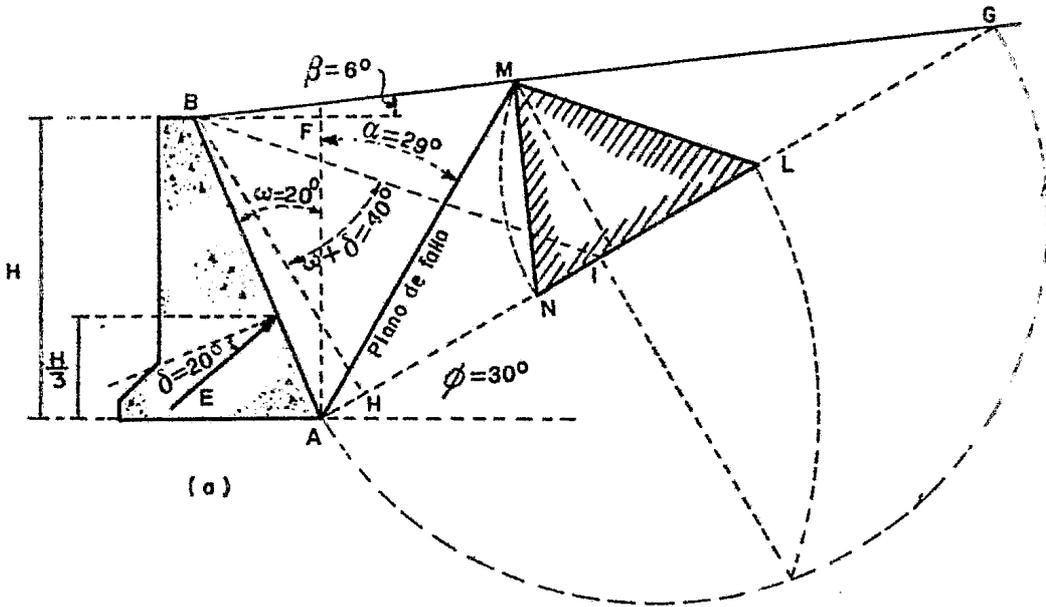


Figura III - 5.11 Construcción de Rebhann para las condiciones de Coulomb.

Inclinación de la superficie del relleno menor que el ángulo de fricción interna.

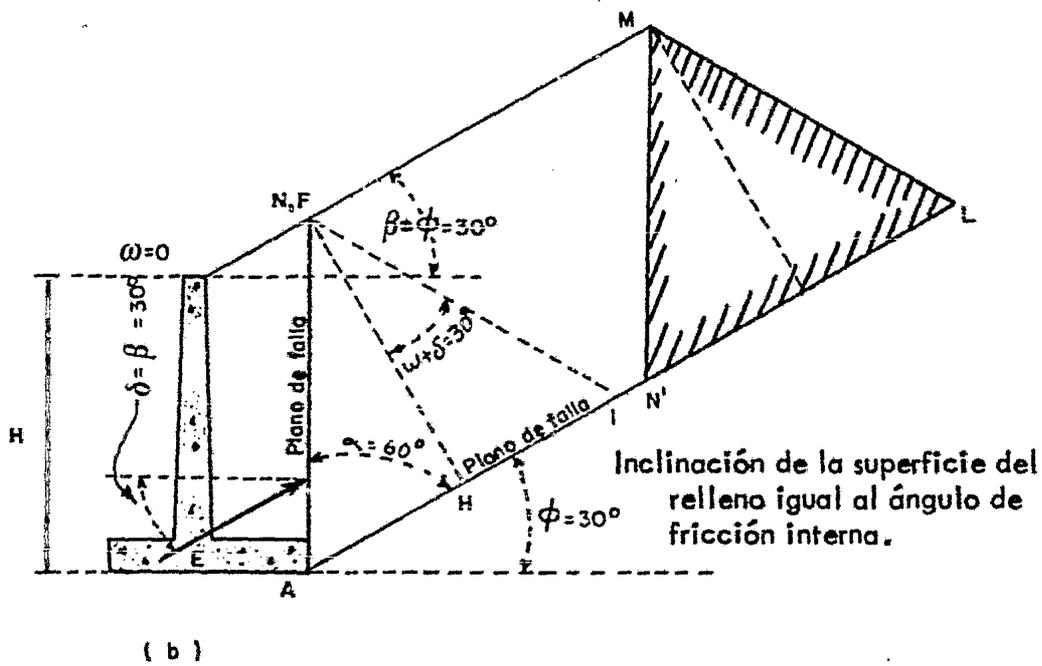
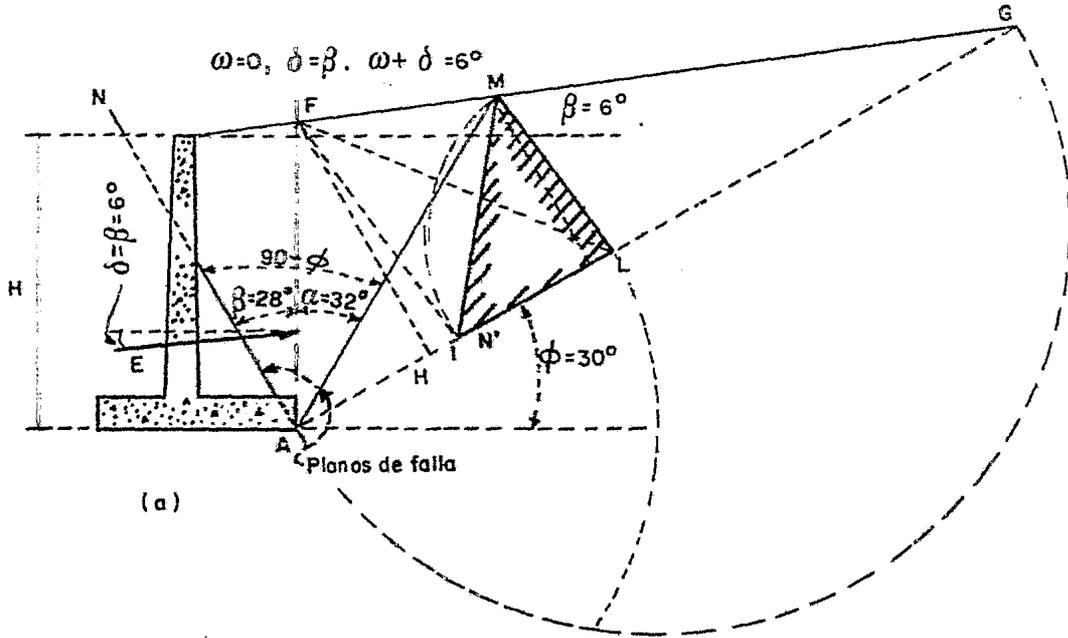
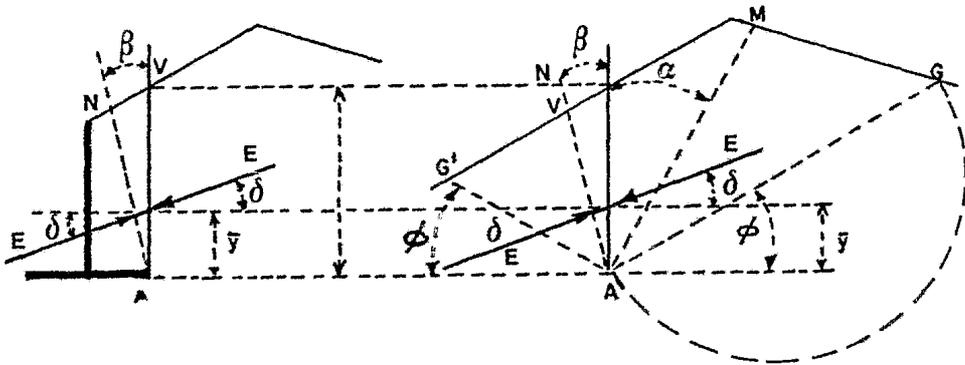
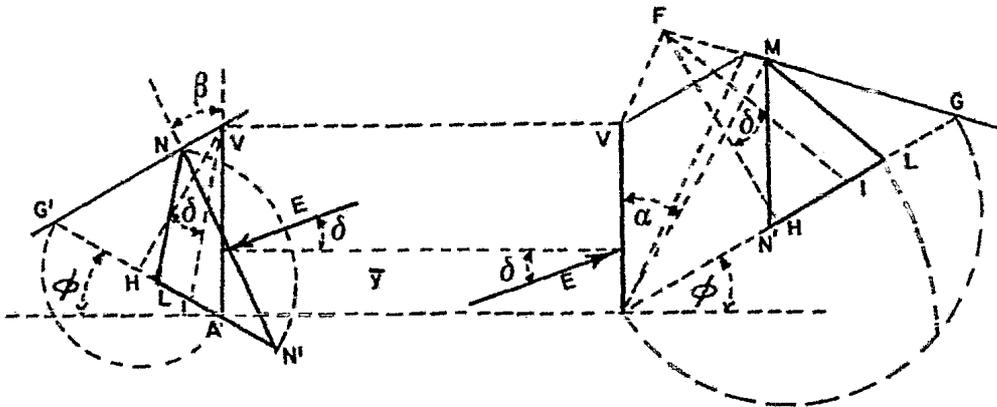


Figura III - 5.12 Construcción de Rebhann para las condiciones de Rankine.



a) Muro de retención con superficie de relleno irregular

b) Equilibrio sobre plano vertical



c) Plano vertical izquierdo

d) Plano vertical derecho

Figura III - 5.13 Presión activa en un muro con superficie de relleno irregular.

En el caso de muros tipo voladizo, como ya se mencionó, deberá calcularse primero el empuje contra un plano vertical que pase por el punto extremo de la base del muro y combinar ese empuje con el peso de la cuña del suelo comprendida entre ese plano y el respaldo del muro. En la parte (a) de la figura III.5.12 se ilustra un muro tipo voladizo con la superficie del relleno inclinada con un ángulo menor al de fricción interna del suelo.

De acuerdo con la teoría de Rankine, el empuje del suelo resulta ser paralelo a la superficie del relleno cuando dicha superficie tiene la misma inclinación que el ángulo de fricción interna del suelo. En la parte (b) de la figura III.5.12, se muestra este caso, y el empuje se calcula de manera semejante al caso de la figura III.5.11.

Si la superficie del relleno es irregular como se muestra en la parte (a) de la figura III.5.13, la dirección de la presión en contra del muro de retención, es desconocida. La dirección de esta presión puede ser supuesta arbitrariamente como se hace en el manual A.R.E.A y se ilustra en la figura III.5.14, en donde la superficie del relleno, tiene forma irregular y una sobrecarga. El mismo procedimiento puede ser utilizado para el caso en que no exista sobrecarga.

III.5.2.4 Deducción de la Fórmula de Coulomb

Considérese el caso mostrado en la figura III.5.15 en el que un relleno de superficie inclinada ejerce un empuje contra un muro de respaldo plano. Si se aplica a ese caso la construcción de Rebhann-Poncelet, podrá notarse que los puntos F y C coinciden con el B y que el punto G cae ahora sobre la superficie del relleno.

Con el punto F considerado en B, la fórmula III.5.8 queda:

$$E = \frac{1}{2} \gamma \left[\frac{AO \cdot BG \cdot IB}{(IG)^2} \right] \frac{IL \cdot LG}{AL} \quad \text{III.5.11}$$

El término en el paréntesis rectangular -

es constante y dependiente sólo de los valores H, β, w, δ y ϕ , fijos para un problema dado. El último término de la expresión depende de la posición del plano de falla AM; ya se vio que ese valor es máximo si:

$$y = \sqrt{ab}$$

de la figura:

$$AO = AB \cdot \cos(w - \beta)$$

en el triángulo ABG

$$BG = AB \frac{\text{sen}(90^\circ - \phi + w)}{\text{sen}(\phi - \beta)}$$

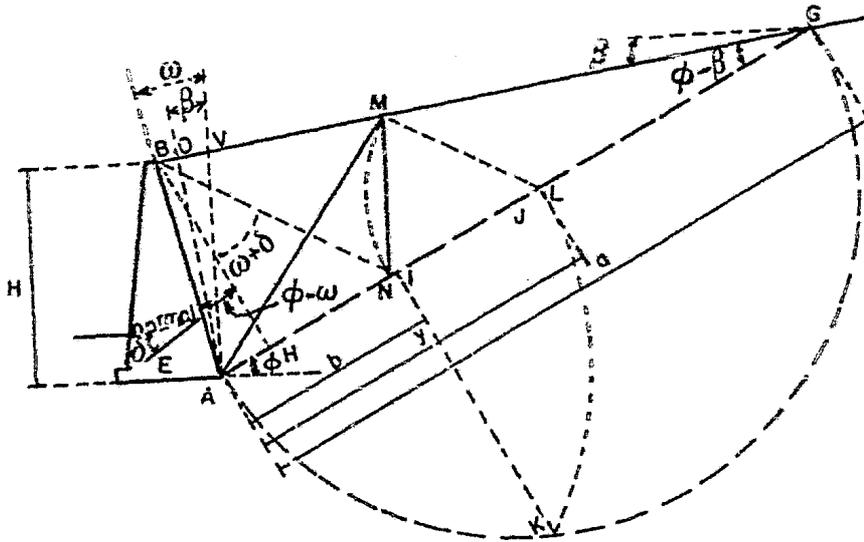


Figura III.5.15 Construcción de Rebhann-Poncelet para la obtención de la fórmula de Coulomb.

en el triángulo ABI:

$$IB = AB \frac{\text{sen}(90^\circ - \phi + w)}{\text{sen}(90^\circ - \delta - w)}$$

también de la figura se deduce:

$$IL = y - b, \quad LG = a - y, \quad AL = y, \quad IG = a - b$$

y

$$\frac{IL \cdot LG}{AL} = \frac{(y - b)(a - y)}{y} = a - \frac{ab}{y} - y + b$$

pero $y = \sqrt{ab}$, para obtener el máximo empuje; por lo tanto:

$$\frac{IL \cdot LG}{AL} = a - 2\sqrt{ab} + b = \frac{(a - \sqrt{ab})^2}{a}$$

sustituyendo en la ecuación III.5.11 se tiene:

$$E = \frac{1}{2} \gamma(AB)^2 \cos(w - \beta) \frac{\text{sen}(90^\circ - \phi + w)}{\text{sen}(\phi - \beta)} \times AB$$

$$\frac{\text{sen}(90^\circ - \phi + w)(a - \sqrt{ab})^2}{\text{sen}(90^\circ - \delta - w)a(a - b)^2}$$

lo cual da:

$$E = \frac{1}{2} \gamma(AB)^2 \frac{\cos(w - \beta) \cos^2(\phi - w)}{\text{sen}(\phi - \beta) \cos(w + \delta)} \frac{AB}{a} \frac{a - \sqrt{ab}}{a - b}^2$$

que es la fórmula III.5.12.

En la figura III.5.15 puede verse que:

$$AB = \frac{H}{\cos w}; \quad \frac{AB}{a} = \frac{\text{sen}(\phi - \beta)}{\text{sen}(90^\circ + \beta - w)} = \frac{\text{sen}(\phi - \beta)}{\cos(w - \beta)}$$

$$\frac{a - \sqrt{ab}}{a - b} = \frac{1 - \sqrt{\frac{ab}{a^2}}}{1 - \frac{b}{a}} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{b}{a}}}$$

$$\frac{b}{AB} = \frac{\text{sen}(\delta + \phi)}{\text{sen}(90^\circ - \delta - w)} = \frac{\text{sen}(\delta + \phi)}{\cos(\delta + w)};$$

$$\frac{a}{AB} = \frac{\text{sen}(90^\circ + \beta - w)}{\text{sen}(\phi - \beta)} = \frac{\cos(w - \beta)}{\text{sen}(\phi - \beta)}$$

de lo anterior:

$$\frac{b}{a} = \frac{b/AB}{a/AB} = \frac{\text{sen}(\delta + \phi) \text{sen}(\phi - \beta)}{\cos(\delta + w) \cos(w - \beta)}$$

sustituyendo todos estos valores en la ecuación III.5.12 se tiene:

$$E = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1}{\cos^2 w} \frac{\cos(w - \beta)}{\text{sen}(\phi - \beta)} \frac{\cos^2(\phi - w)}{\cos(\delta + w)} \frac{\text{sen}(\phi - \beta)}{\cos(w - \beta)} \times$$

$$\frac{1}{1 + \left[\frac{\text{sen}(\delta + \phi) \text{sen}(\phi - \beta)}{\cos(\delta + w) \cos(w - \beta)} \right]^2}$$

lo cual aun puede simplificarse hasta llegar a:

$$E = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\phi - w}{\cos^2 w \cos(\delta + w) \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\delta + \phi) \text{sen}(\phi - \beta)}{\cos(\delta + w) \cos(w - \beta)}} \right]^2}$$

$$= \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A \quad \text{III.5.13}$$

III.5.2.5

Análisis de Sobrecargas

La fórmula III.5.13 puede ser utilizada para tomar en cuenta la presencia de sobrecargas uniformes sobre la superficie del relleno, pero no sirve para manejar sobrecargas no uniformes o cargas lineales.

En rellenos horizontales o planos inclinados un ángulo β con la horizontal, el procedimiento usual para tener en cuenta una sobrecarga uniforme es transformarla en un colchón de tierra equivalente. Si "p" es la presión uniforme (sobrecarga) y γ el peso volumétrico del suelo, la altura del colchón equivalente será:

$$h_s = \frac{p}{\gamma}$$

El uso del método de Coulomb para determinar la presión lateral de tierra cuando existe una sobrecarga

sobre la superficie horizontal del relleno se ilustra en la figura III.5.16. La presión unitaria en los puntos A y B, en términos de la proyección vertical de la superficie del muro se obtiene con la fórmula:

$$p = \gamma YK$$

siendo "Y" la profundidad a la cual se quiere conocer la presión.

La presión total sobre la cara AB del muro de la figura III.5.16, es proporcional al área achurada pero no igual a dicha área. El valor de la presión lateral P debida al empuje de la tierra y la presión P_s , también lateral debida al efecto de la sobrecarga están indicadas en la figura. Estas presiones actúan en el paramento interior del muro y con una inclinación igual al ángulo (δ).

Como se muestra en la figura III.5.16, la presión activa unitaria en la corona del muro de retención -- es:

$$p = \gamma h_s K$$

y la presión unitaria a la profundidad "h" debajo de la superficie del relleno vale:

$$p = \gamma h_s K + \gamma h K = \gamma (h_s + h) K$$

La presión total sobre la cara AB del muro es:

$$p + p_s = \gamma (h_s h + 1/2 h^2) K \quad \text{III.5.14}$$

El procedimiento para encontrar la presión activa en un relleno con superficie inclinada se muestra en la figura III.5.17. La altura h'_s se puede/determinar/obtener con base en la parte(b) de la figura III.5.17, como sigue:

$$\frac{BB'}{\text{sen } D} = \frac{BD}{\text{sen } BD'} \quad \delta \quad \frac{BB'}{\text{sen}(90^\circ - \beta)} = \frac{h_s}{\text{sen}(90^\circ - w + \beta)}$$

$$\frac{BB'}{\text{cos}} = \frac{h_s}{\text{cos}(w - \beta)} \quad \delta \quad BB' = \frac{\text{cos}}{\text{cos}(w - \beta)} h_s$$

por lo tanto:

$$h'_s = BB' \cos w = \frac{\cos \beta \cos w}{\cos (w - \beta)} h$$

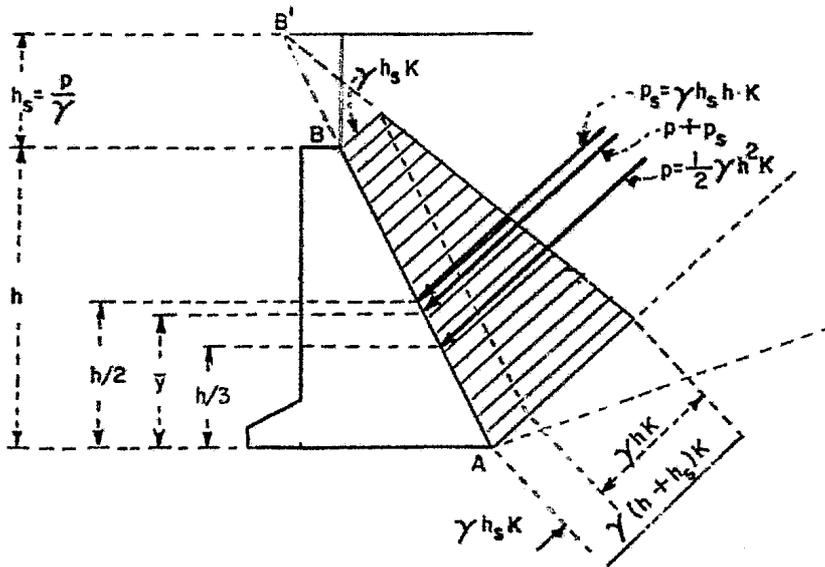


Figura III. 5. 16

Muro con sobrecarga y superficie horizontal

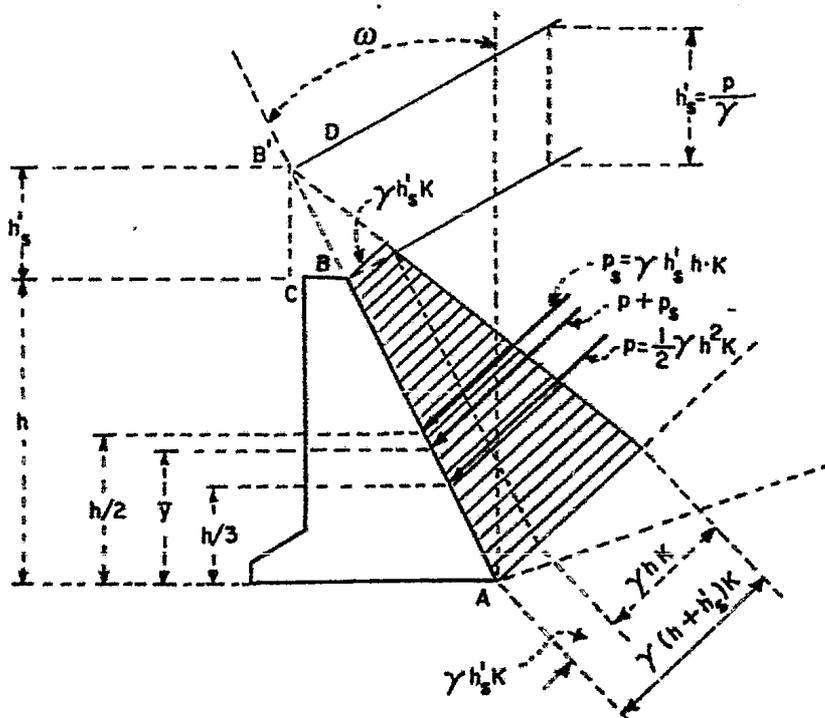


Figura III.5.17

Muro con sobrecarga y superficie inclinada

III.5.2.5 Relleno Estratificado

Si el relleno tras el muro esta formado -- por varios estratos de suelo de espesor constante y paralelos a la superficie del relleno, la presión lateral total podrá -- calcularse considerando la carga total sobre cada estrato como sobrecarga uniforme (figura III.5.18). También ahora el valor de K de la fórmula III.5.14, aplicada al caso presente tiene el sentido con que aparece en la expresión III.5.13. Es conveniente proceder de arriba a abajo en la consideración de los estratos.

III.5.2.6 Muro de Respaldo Quebrado

Si un muro tiene su respaldo quebrado como el mostrado en la figura III.5.19, la fórmula de Coulomb podrá aplicarse por etapas. Un empuje E_1 podrá obtenerse con la expresión III.5.13 para la parte BB' del respaldo. El empuje E_2 se supone ser el correspondiente a la parte del diagrama lineal de presiones actuantes sobre AV que cubre la parte AB del respaldo. El empuje de proyecto E es la resultante de esos dos y pasa por su intersección.

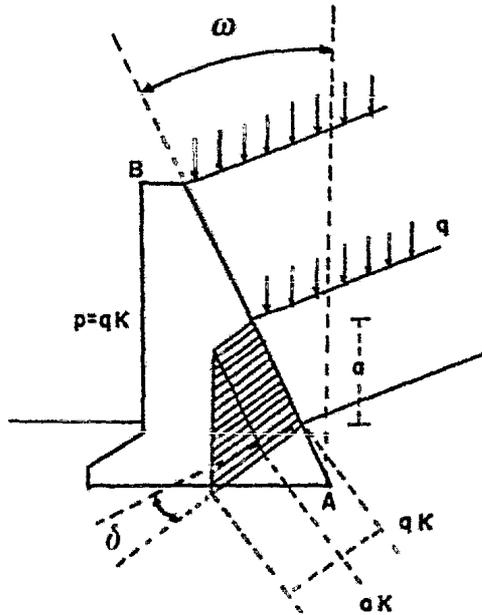


Figura III.5.18

Muro con relleno estratificado

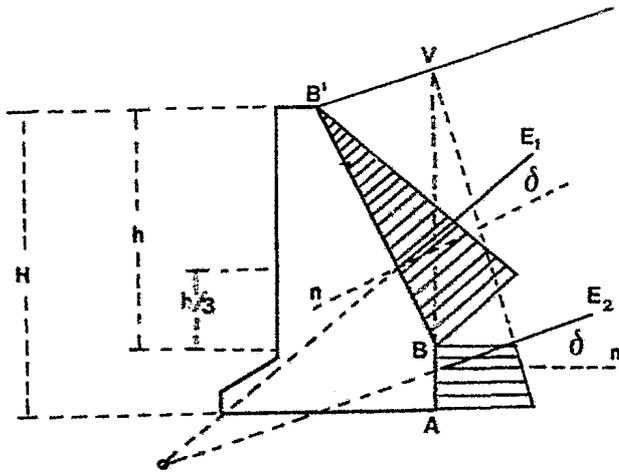


Figura III.5.19. Muro con respaldo quebrado

III.5.3

Teoría de Coulomb en suelos con Cohesión y Fricción.

Cuando un muro con relleno "cohesivo y --friccionante" está en las condiciones mostradas en la parte (a) de la figura III.5.20, la superficie de falla es una curva como la indicada y, bajo la zona de agrietamiento ya mencionada con anterioridad, las líneas de fluencia son curvas.

Dentro de la cuña A"MM'N'N el estado de esfuerzos es semejante al analizado dentro de la teoría de --Rankine y el diagrama de presiones en la vertical A'A" puede calcularse como se mencionó dentro de dicha teoría.

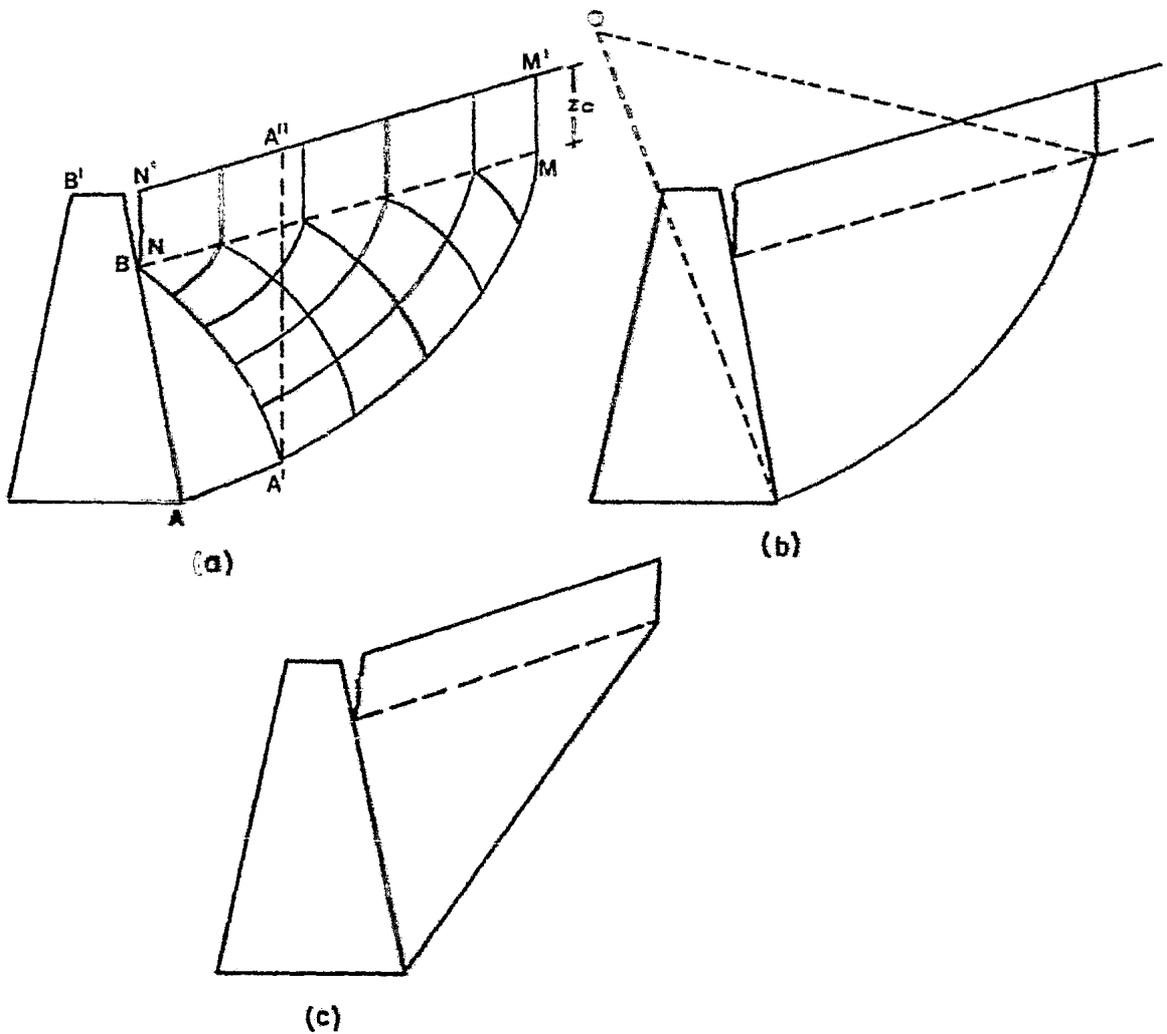


Figura III.5.20 Simplificación para llegar a la aplicación de la teoría de Coulomb en rellenos cohesivos y-friccionantes.

El empuje total contra el muro estará entonces dado por la resultante de ese diagrama de presiones -- combinada con el peso de la suña B'AA'A" y la fuerza de reacción existente en la superficie AA'. Todo esto conduce a un procedimiento laborioso y difícil que normalmente se abrevia recurriendo a simplificaciones.

Por ejemplo, puede suponerse, como se hace en la parte (b) de la figura III.5.20, que la superficie hipotética de falla supuesta es un círculo y en tal caso puede calcularse el empuje aplicando el método del "círculo de fricción", el cual más adelante se expone. También puede suponerse que esa superficie tiene como traza con el papel un arco de espiral logarítmica, lo cual permite desarrollar un método de cálculo conveniente, que también se menciona posteriormente.

En la mayoría de los casos de la práctica resulta suficientemente aproximado el considerar a la superficie de falla como un plano que se extienda desde la base del muro hasta la zona de agrietamiento, tal como se muestra en la parte (c) de la figura III.5.20. Así resulta aplicable al caso la teoría de Coulomb en la forma que a continuación se presenta con referencia a la Figura III.5.21.

Supuesta una cuña de deslizamiento, su equilibrio quedará garantizado por el de las siguientes fuerzas: el peso propio total, W , calculado como el producto del área de la cuña por el peso específico del suelo; la reacción entre la cuña y el suelo, con dos componentes, F debida a la reacción normal y a la fricción y C , debida a la cohesión, la adherencia, C' , entre suelo y muro y, finalmente, el empuje activo E_A .

Estas fuerzas deben formar el polígono cerrado que aparecen en la figura III.5.21, en el cual puede calcularse el valor de E correspondiente a la superficie de falla supuesta. Notése que las fuerzas C y C' pueden conocerse no sólo en dirección, sino también en magnitud, multiplicando el parámetro C del suelo por las longitudes AG y AB' --

respectivamente.

El método de cálculo lleva a un procedimiento de tanteos para determinar el máximo E posible. El muro deberá calcularse, por supuesto, para soportar la combinación de las fuerzas C' y $E_{\text{máx}}$.

En el caso del empuje pasivo también puede llegarse a aplicar la teoría de Coulomb simplificando la superficie de deslizamiento, que resulta también curva, a modo de considerarla recta, en forma análoga a la arriba indicada. En estas condiciones también puede encontrarse el empuje de proyecto por un procedimiento de tanteos análogo al descrito para el empuje activo. Vuelve a insistirse en que, para el caso de empujes pasivos, la teoría de Coulomb resulta ya muy poco aproximada y del lado de la inseguridad, por lo que su uso no es recomendable.

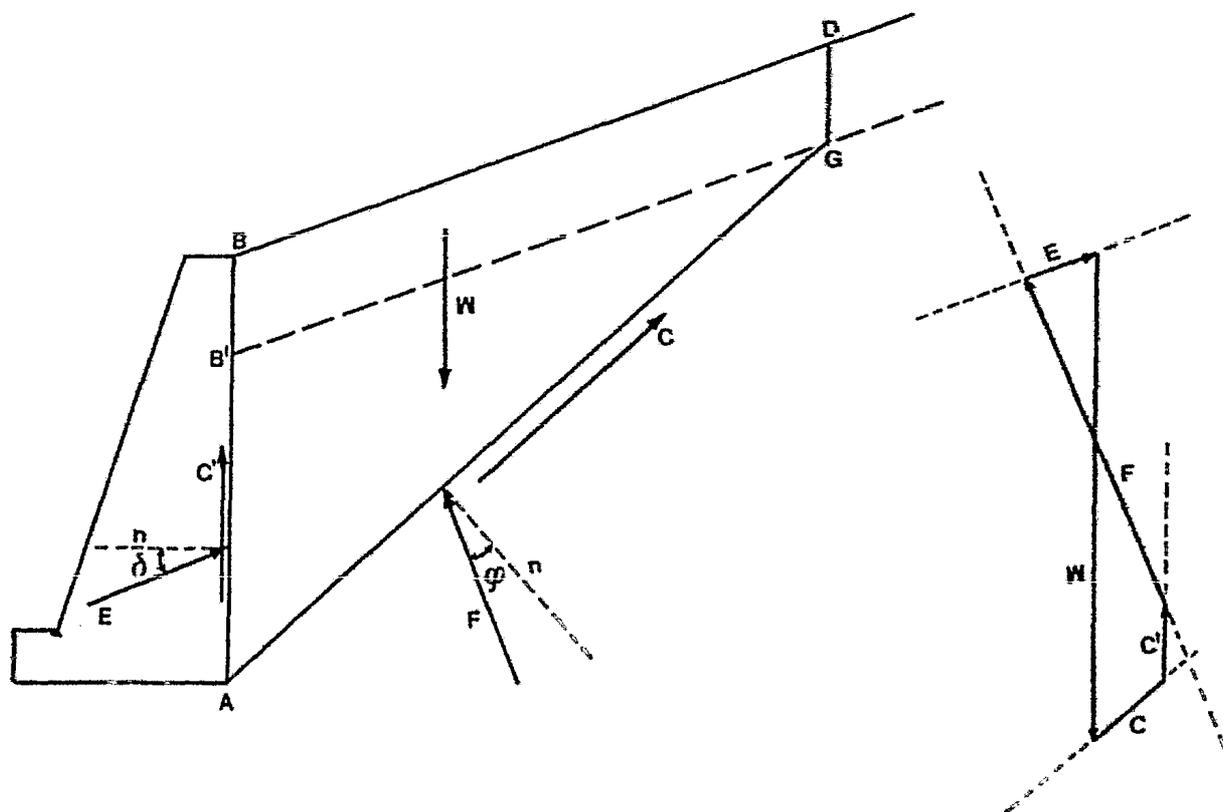


Figura III.5.21 Aplicación de la Teoría de Coulomb a rellenos cohesivos y friccionantes.

III.5.3.1

Método del Círculo de Fricción

Este método es aplicable para el caso en que la superficie de deslizamiento se suponga circular y, de acuerdo con la figura III.5.22, puede, para el caso activo, desarrollarse como sigue:

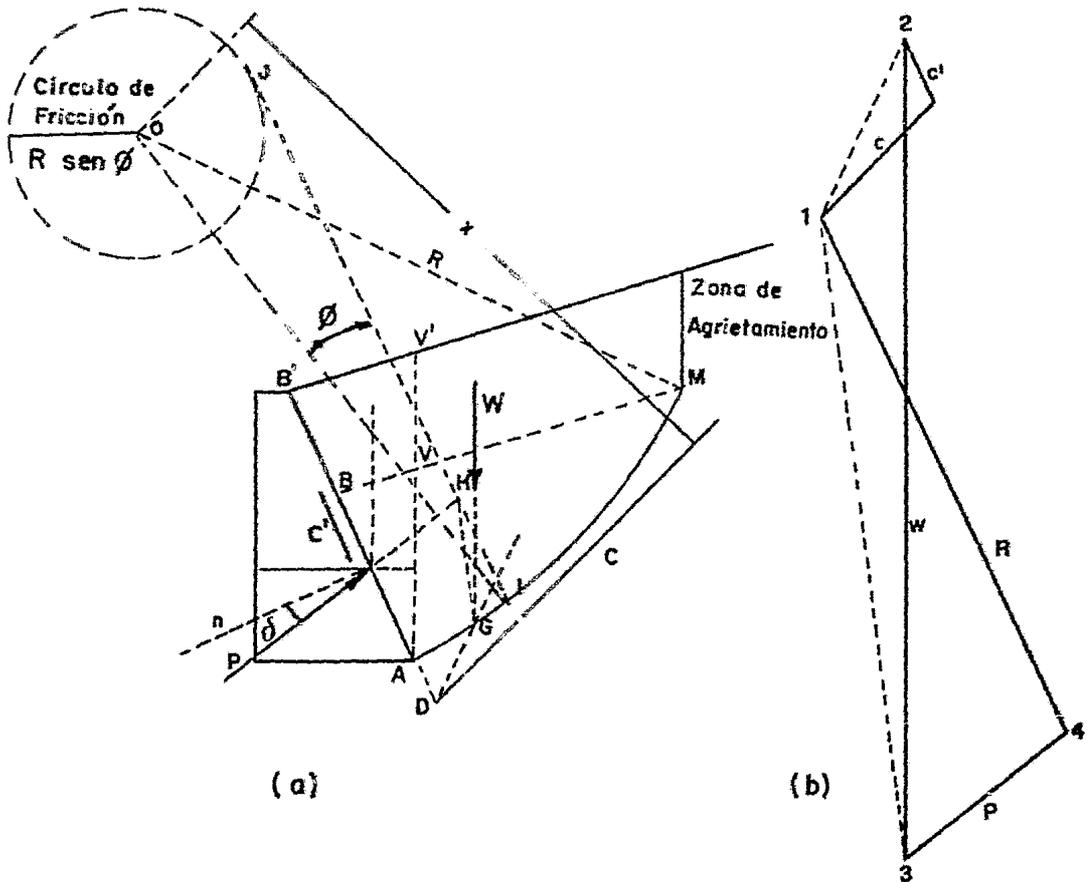


Figura III. 5.22

Ilustración del método del círculo de fricción para el caso del empuje activo.

Después de calcular la profundidad de la zona agrietada, trázese una curva circular de centro en O y radio R, la cual se considera como la traza de una superficie hipotética de falla. El peso de la masa de tierra deslizante - puede calcularse por cualquier procedimiento práctico, así como la magnitud de las fuerzas C' de "adherencia" entre el muro y el suelo y C, efecto de la cohesión a lo largo de la superficie de deslizamiento. La línea de acción de C' es el respaldo

del muro, pero la de C , ha de calcularse teniendo en cuenta que debe ser paralela a la cuerda AM que subtiende el arco circular y estar situada a una distancia x del centro del citado arco tal que su momento con respecto a ese centro sea igual al momento de los esfuerzos c a lo largo del arco circular, es decir:

$$x = \frac{L}{L_1} R$$

A través del centro de triángulo $AB'V'$ dibújese una vertical hasta cortar a una paralela a la superficie del relleno que pase por el tercio inferior del segmento AV . En este punto de intersección puede considerarse aplicada, con suficiente aproximación, la resultante de la fuerza P (componente normal y de fricción del empuje total) y la fuerza de adherencia C' , entre el muro y el suelo. Esto equivale a suponer que a lo largo de AV hay una distribución lineal de presiones, cuya resultante, paralela a la superficie de relleno, actúa contra el respaldo del muro en combinación con el peso del triángulo $AB'V'$; a esta acción total sobre el muro, se opone, como reacción (colineal), la resultante de P y C' . Según se ve, lo anterior es simplemente la aplicación de las ideas de Rankine. Esta fuerza P puede considerarse inclinada un ángulo $\delta = 2\phi/3$, respecto a la normal al respaldo del muro.

Las fuerzas C y C' , según ya se comentó, son conocidas en magnitud y dirección y su resultante puede calcularse. Esta resultante es el vector 1-2 del dinámico mostrado en la parte b) de la figura III.5.22. La línea de acción de esta resultante puede obtenerse trazando, en la parte a) de la figura, una paralela a la dirección 1-2 por el punto de intersección, D , de C y C' .

La línea de acción de la resultante de C y C' puede prolongarse hasta cortar a la del peso de la masa deslizante, W , en el punto G . El vector 1-3 del diagrama de fuerzas es la resultante de W , C y C' . La línea de acción de esta resultante puede obtenerse trazando una paralela a tal dirección por el punto G ; tal línea de acción debe prolongarse hasta cortar a la línea de acción de P en el punto H .

Con centro O y radio igual a $R \sin \phi$ dibújese una circunferencia; ésta recibe el nombre de "círculo de fricción". Por H puede trazarse

con suficiente aproximación, una tangente al "círculo de fricción". Es claro que esta línea forma un ángulo \varnothing con el radio de la superficie de falla correspondiente al punto 1, en el cual corta la tangente a la superficie de falla; por lo tanto la línea IJ es la línea de acción de la reacción total que corresponde a la línea de falla AM. En realidad habría que efectuar una corrección, pues esta resultante no es tangente al círculo de fricción, pero la corrección es pequeña y prácticamente despreciable.

Por el punto 1 del diagrama de fuerzas debe llevarse una paralela a IJ y por el 3 una paralela a P, obteniéndose así el punto 4 que cierra el polígono de fuerzas y determina el valor de empuje P correspondiente a la superficie de falla supuesta. La composición de P y C' proporciona el empuje total E correspondiente a la sección considerada.

Para encontrar el valor máximo posible de P, para fines de proyecto, deberá seguirse un procedimiento de tanteos, reiterando el método anterior el número de veces necesario.

Para el caso de empuje pasivo es posible desarrollar un procedimiento similar al arriba descrito.

III.5.3.2

Método de la Espiral Logarítmica

Se ilustra a continuación, para el caso de empuje pasivo, otro método de cálculo muy frecuente en la solución de problemas de presión de tierras. En este método, llamado de la espiral logarítmica, no es preciso suponer que la superficie de deslizamiento en estudio sea plana. En la Fig. III.5.23 se representa una superficie de contacto AB que empuja a un relleno de superficie horizontal y constituido por un material cuya resistencia al esfuerzo cortante sigue la ley general:

$$s = c + \sigma \operatorname{tg} \phi$$

La superficie de deslizamiento consta de una parte curva y otra recta (segmentos AD y DE).

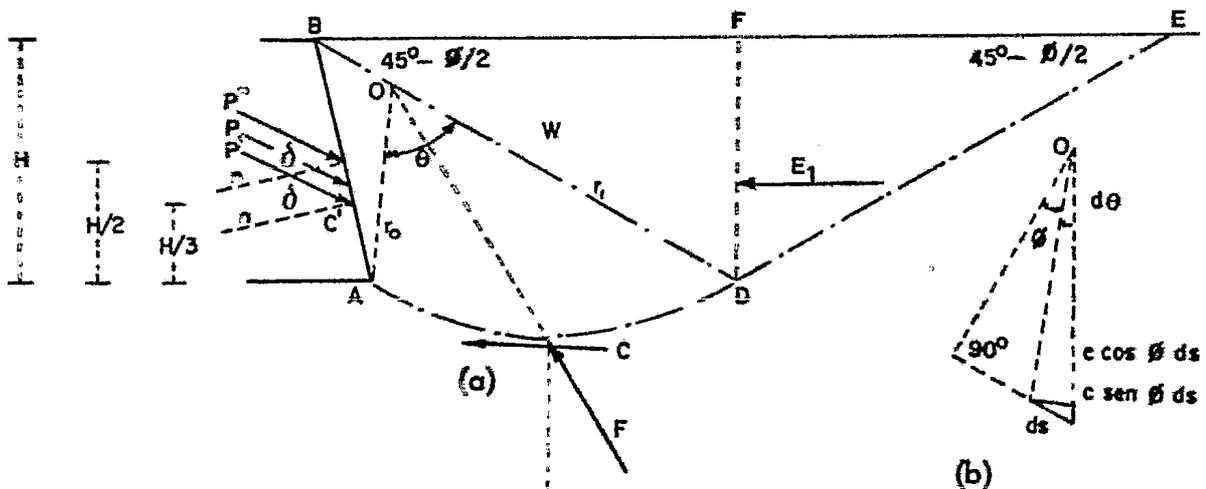


Figura III. 5.23 Ilustración del método de la espiral logarítmica para el caso de empuje pasivo .

El arco AD es un segmento de espiral logarítmica con centro en O. El hecho de que, por continuidad, el tramo de espiral deba ser tangente al segmento de recta DE en D, obliga a que el centro O caiga sobre el segmento BD. En estas condiciones la ecuación de la espiral logarítmica puede escribirse como:

$$r = r_0 e^{\theta \operatorname{tg} \phi}$$

La masa de suelo BDE puede considerarse en estado plástico pasivo de Rankine, de manera que no hay esfuerzos cortantes actuantes en la sección vertical DF y, sobre ésta, el empuje pasivo es horizontal (E_1) y puede calcularse como ha quedado indicado.

La masa ADFB estará en equilibrio bajo la acción de las siguientes fuerzas: su peso propio, W , que pasará a través de su centro de gravedad; el empuje E_1 , situado a $DF/3$; la resultante, C , de la cohesión actuante en el arco AD; la fuerza resultante de la adherencia entre el suelo y la superficie AB, C' ; la fuerza F , resultante de los esfuerzos normales y tangenciales de fricción producidos en el arco AD y la fuerza P , resultante de los esfuerzos normales y tangenciales de fricción a lo largo de AB. - Esta última fuerza estará inclinada respecto a la normal al muro un ángulo:

$$\delta = 2/3 \phi$$

Como la línea de acción de P no es conocida a priori se debe recurrir a un artificio aproximado para determinar su magnitud y posición. El artificio consiste en reemplazar a P por dos fuerzas P' y P'' , con la W , E_1 y F ; en donde E_1 y F son las anteriores E_1 y F , pero considerando en una primera aproximación que la C del suelo es nula; la P' debe equilibrar a C , C' , E_1 y F (estas dos últimas fuerzas son la E_1 y F , antes citadas, pero admitiendo por el momento que γ el peso volumétrico del suelo sea igual a cero). En el primer grupo se han reunido las fuerzas de masa y las normales y de fricción debidas al efecto de W ; en el segundo grupo aparecen las fuerzas de cohesión que son independientes de W . Los puntos de aplicación de P' y P'' serán, desde luego, $AB/3$ y $AB/2$, respectivamente. En estas condiciones, cada una de esas fuerzas podrá calcularse por separado y su resultante produce el empuje total P .

Puesto que el arco escogido entre A y D es de una espiral logarítmica, todos los radios vectores del mismo forman un ángulo ϕ con la normal al arco en cada punto. Como ϕ es el ángulo de fricción interna, se sigue que las direcciones de los radios vectores son las de los elementos de fuerza cuya resultante es F , por lo que la propia F debe pasar por el centro de la espiral, ϕ .

Para determinar P' puede, entonces, elegirse arbitrariamente una superficie hipotética de deslizamiento ADE. El empuje E'_1 se calcula con la ecuación:

$$E'_1 = \frac{1}{2} \gamma \overline{DF}^2 N_\theta$$

y actúa en $DF/3$.

Si se toman ahora momentos en torno a O de las fuerzas E'_1 , W , F' (momento nulo) y P' , se tendrá la magnitud de P' . Si el suelo no tuviese cohesión, P' sería el valor del empuje total correspondiente a la superficie de falla supuesta. Con otras superficies de falla trazadas con el mismo criterio expuesto (moviendo el centro de la espiral sobre BD) pueden obtenerse otros valores de P' . El mínimo P' obtenido sería el empuje pasivo total de proyecto, si el suelo no tuviese cohesión.

Si el suelo tiene cohesión deberá determinarse el valor de P'' , componente del empuje total debida al efecto de aquella. En el plano DF se considera ahora actuando un empuje pasivo E''_1 obtenido haciendo $\gamma = 0$ en la expresión usual. Así:

$$E''_1 = 2c \overline{DF} \sqrt{N_\theta}$$

El hecho de hacer $\gamma = 0$ equivale a anular el peso del suelo dejando sólo el término de empuje que depende de la cohesión del mismo. El punto de aplicación de E''_1 será el punto medio del segmento DF.

Si se considera un elemento ds en la superficie AD, obrará en él una fuerza $c ds$, cuyo momento respecto a O vale: (Fig. III.5.23.b)

$$dM = rc \cos \theta ds = rc \frac{r d\theta}{\cos \theta} \cos \theta = cr^2 d\theta$$

Entonces, el momento de la cohesión será:

$$M = \int_0^{\theta_1} dM = \frac{c}{g \operatorname{tg} \theta} = (r_1^2 - r_0^2) \text{ (momento de C)}$$

Tomando ahora momentos respecto a O de las fuerzas P' , C , C' , E''_1 y F'' (momento nulo) puede conocerse la fuerza P'' correspondiente

a la superficie de falla supuesta.

Con diferentes superficies de deslizamiento podrán obtenerse otros P'' (deben usarse las mismas trazadas para calcular P').

En el caso general, en que el suelo tenga cohesión y fricción, conviene llevar en forma gráfica los valores de la suma P' más P'' correspondientes a cada superficie de deslizamiento supuesta. La combinación mínima da el valor del P total del proyecto.

III.5.4 Método semiempírico de Terzaghi para el cálculo del empuje contra un muro de retención.

Debido a lo poco conveniente de las teorías clásicas, - antes únicas y a la falta de otras de superior arrastre, se han desarrollado en el pasado algunos métodos empíricos y semiempíricos para la valuación de los empujes - ejercidos por los rellenos de tierra contra los elementos de soporte. El Dr. Terzaghi ha propuesto un método específico que reúne una buena parte de la experiencia anterior con la suya propia y que constituye quizá, el método más seguro para la valuación de empujes contra elementos de soporte, con tal de que éstos caigan dentro del campo de aplicabilidad del método propuesto, desgraciadamente restringido a muros de escasa altura (alrededor de unos 7.0 m, como máximo).

Si, por una razón, que siempre procurará evitarse, el muro fuera a proyectarse antes de conocer el material a usar como relleno, deberá realizarse el proyecto sobre las bases más desfavorables.

El método propuesto cubre cuatro casos muy frecuentes en la práctica, en lo que se refiere a la geometría del relleno y la condición de cargas.

- 1o.- La superficie del relleno es plana, inclinada o no y sin sobrecarga alguna.
- 2o. La superficie del relleno es inclinada, a partir de la corona del muro, hasta un cierto nivel, en que se torna horizontal.

- 3o.- La superficie del relleno es horizontal y sobre ella actúa una sobrecarga/lineal, uniformemente repartida.
- 4o.- La superficie del relleno es horizontal y sobre ella actúa una sobrecarga lineal, paralela a la corona del muro y uniformemente distribuida.

Para el primer caso de los arriba mencionados, el problema puede resolverse aplicando las fórmulas:

$$E_H = \frac{1}{2} K_H H^2$$

$$E_V = \frac{1}{2} K_V H^2$$

que proporcionan las componentes horizontal y vertical del empuje actuante en el plano vertical que pasa por el punto extremo inferior del muro, en el lado del relleno (Figura III. 5.24).

En la misma Fig. III.5.24 se muestran gráficas que permiten obtener los valores de K_H y K_V , necesarios para la aplicación de las fórmulas anteriores, en función de la inclinación de la superficie del relleno y del tipo de material con que haya de trabajarse. Deberá notarse en la figura citada el criterio empleado para medir la altura H .

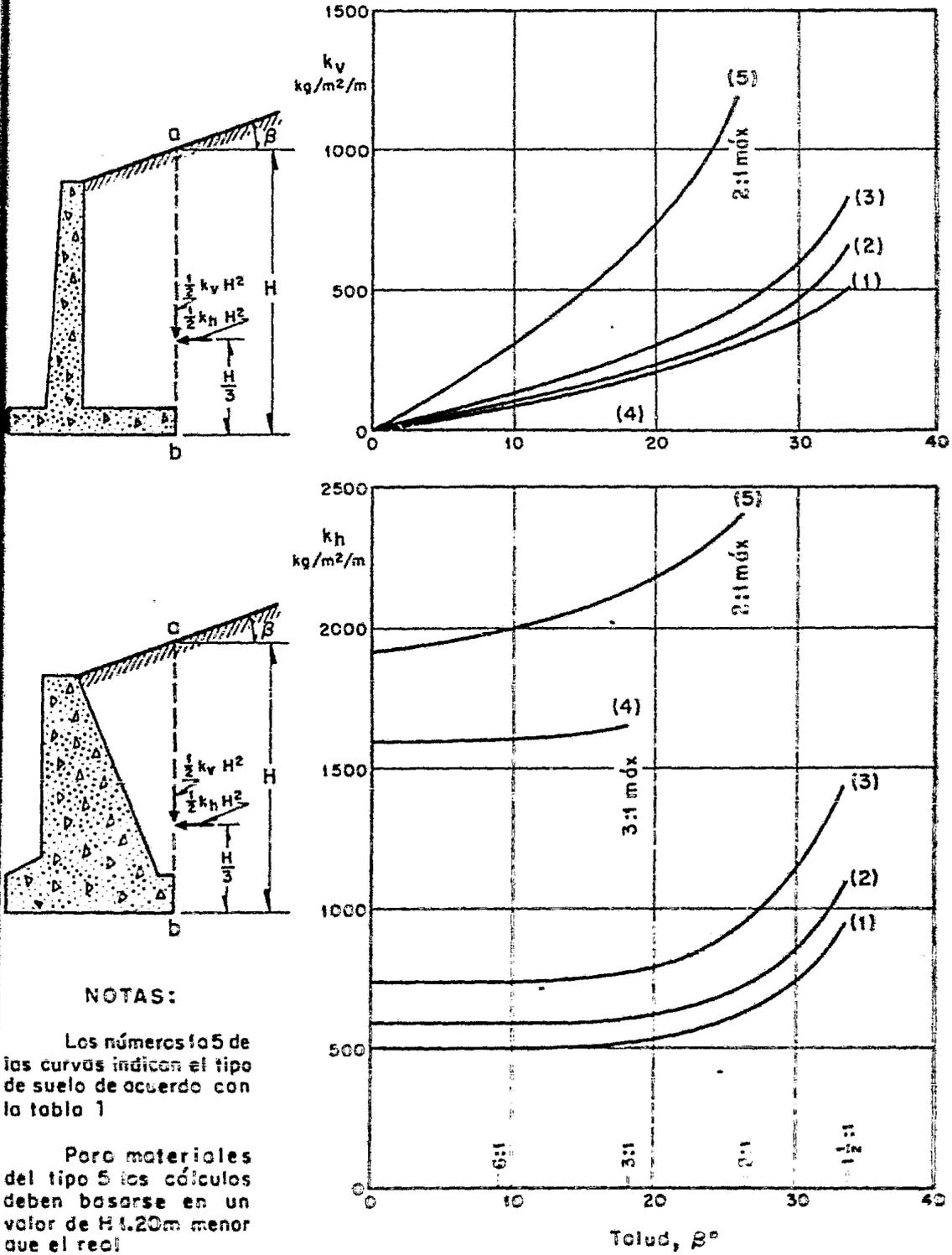
Las expresiones y gráficas anteriores proporcionan el valor del empuje por metro lineal del muro. El empuje deberá aplicarse a la altura $H/3$, contada del paño inferior del muro.

En el caso de trabajar con relleno del tipo V, el valor de H considerando en los cálculos debe reducirse en 1.20 m respecto al usual y el empuje obtenido debe considerarse aplicado a la altura

$$d' = \frac{1}{3} (H - 1.20)$$

contada a partir del nivel inferior del muro.

Cuando el relleno tiene superficie inclinada hasta una



NOTAS:

Los números 1 a 5 de las curvas indican el tipo de suelo de acuerdo con la tabla 1

Para materiales del tipo 5 los cálculos deben basarse en un valor de H 1.20m menor que el real

Figura III. 5.24 Presiones de rellenos con superficie libre plana

cierta altura y después se hace horizontal (caso 2o. de los arriba considerados), los valores de K_H y K_V deberán obtenerse de las gráficas de la Fig. III.5.25. En la misma figura se muestran las convenciones a que deberán ajustarse las mediciones - de las alturas usadas, los puntos y planos de aplicación del empuje, etc. La altura del punto de aplicación, cuando el relleno sea del tipo V, también será la dada - por la expresión 4.2, usando en ella el valor $H = 1.20$ m.

Cuando el relleno sea de superficie horizontal y soporte sobrecarga uniformemente distribuida (caso 3o. de los antes citados), la presión horizontal sobre el plano vertical en que se supone actuante el empuje deberá incrementarse uniformemente en :

$$p = Cq$$

Donde q es el valor de la sobrecarga uniformemente repartida, en las unidades - apropiadas. El valor de C de la fórmula anterior se escogerá de la Tabla III.5.1

Si la superficie del relleno horizontal soporta una carga lineal paralela a la corona y uniforme (4o caso de los arriba mencionados), se considerará que la carga ejerce sobre el plano vertical en que se aceptan aplicados los empujes una carga concentrada que vale:

$$P = Cq'$$

donde q' es el valor de la carga lineal uniforme y C se obtiene, como antes de la Table III.5.1. El punto de aplicación de P resulta bajo la base del muro, el efecto de q' podrá desprejarse. La carga q' produce también una presión vertical sobre la losa de cimentación del muro cuyo efecto podrá calcularse. (Fig. III.5.26) considerando una influencia a 60° a partir de q' uniforme en todo el tramo ab y de magnitud q'/ab , considerando en los cálculos sólo la parte de tal presión que afecte a la losa de cimentación (tramo $a'b'$).

Los métodos arriba mencionados se refieren a muros con cimentación firme, en cuyo caso la fricción y la adherencia entre suelo y muro está dirigida hacia abajo, ejerciendo un efecto estabilizante que tiene a reducir el empuje. Si el muro descansa en terreno blando su asentamiento puede hacer que la componente vertical del empuje llegue a invertirse. Esto aumenta considerable

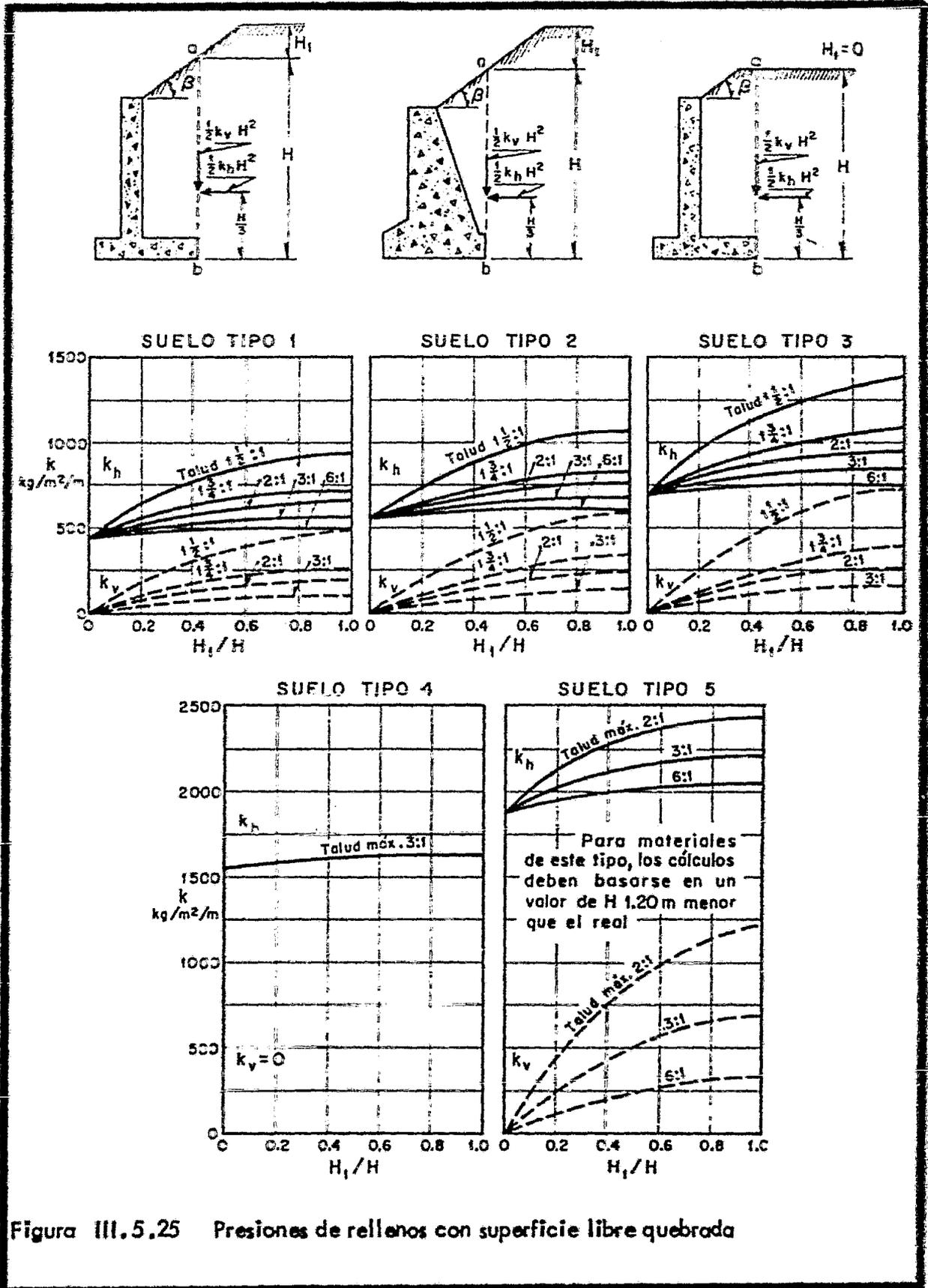


Figura III.5.25 Presiones de rellenos con superficie libre quebrada

mente, por lo que Terzaghi recomienda que, en este caso, los valores del empuje obtenido en las gráficas anteriores, se incrementen sistemáticamente en un 50%.

En los muros calculados con el método semiempírico - de Terzaghi deben proyectarse buenas instalaciones de drenaje, para poder garantizar la no generación de presiones hidrostáticas contra el muro, no tomadas en cuenta en las gráficas anteriores.

CAPITULO IV

IV.1 Introducción

En este capítulo se presentan algunas de las aplicaciones mencionadas en los capítulos anteriores, para el cálculo del empuje de tierras y el dimensionamiento de los muros de retención.

En el cálculo del empuje de tierras se utilizan las teorías de Coulomb y Rankine, la primera para la determinación de los factores de seguridad contra volcamiento y deslizamiento; y la teoría de Rankine se utiliza para determinar los factores de seguridad contra falla superficial por cortante y contra falla profunda por cortante; además con esta misma teoría, se calculan los esfuerzos en la cimentación del muro producidos por la fuerza normal y los momentos flexionantes, y los esfuerzos de tensión que se producen en la proyección del pie del muro.

En lo que se refiere a las dimensiones de los muros, se utilizan las propuestas en el capítulo I.

El procedimiento que se sigue en los ejemplos propuestos, no se debe tomar como una regla general para el cálculo y dimensionamiento de los muros de retención,

sobre todo si la altura de éstos es mayor de 6.00 m; sin --
embargo los métodos que se planteen para el cálculo y diseño
de éste tipo de estructuras, se pueden considerar como un --
procedimiento a seguir teniendo en cuenta la experiencia del
ingeniero que va a proyectarlas.

Ejemplo IV.1.1.

Muro de Gravedad

Se requiere construir un muro de gravedad a base de concreto de 6.00 m de altura, con la superficie del relleno inclinada 15° . Se usará arena limosa como material de relleno cuyas propiedades mecánicas son: peso volumétrico seco $\gamma_d = 1.70 \text{ ton/m}^3$, ángulo de fricción interna del suelo $\phi = 30^\circ$. Se desplantará sobre arena limosa a 1.50 m de profundidad, siendo sus propiedades mecánicas: peso volumétrico seco $\gamma_d = 1.90 \text{ ton/m}^3$, ángulo de fricción interna del suelo $\phi = 35^\circ$ y capacidad de carga admisible $q_a = 0.30 \text{ ton/m}^2$.

El suelo enfrente del muro no se removerá y contribuirá a la estabilidad lateral. Las propiedades del concreto con que se construirá el muro son: peso volumétrico de la muestra $\gamma_m = 2.40 \text{ ton/m}^3$, resistencia a la compresión simple $f'_c = 150 \text{ kg/cm}^2$.

1.1 Dimensiones Propuestas

Teniendo en cuenta la figura 1.5.1, las dimensiones propuestas para el muro se ilustran en la fig. IV.1.1.

1.2 Empujes Activos

Los empujes activos se calculan de acuerdo con la teoría de Coulomb, considerando los dos siguientes casos:

- a) La altura del muro desde el nivel de desplante.
- b) Considerando únicamente la altura del respaldo del muro.

$$\text{A partir de la fórmula: } E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A$$

en donde el valor de K_A , se determina de cualquiera de las maneras indicadas al final del inciso III.5.1, y es igual a 0.64.

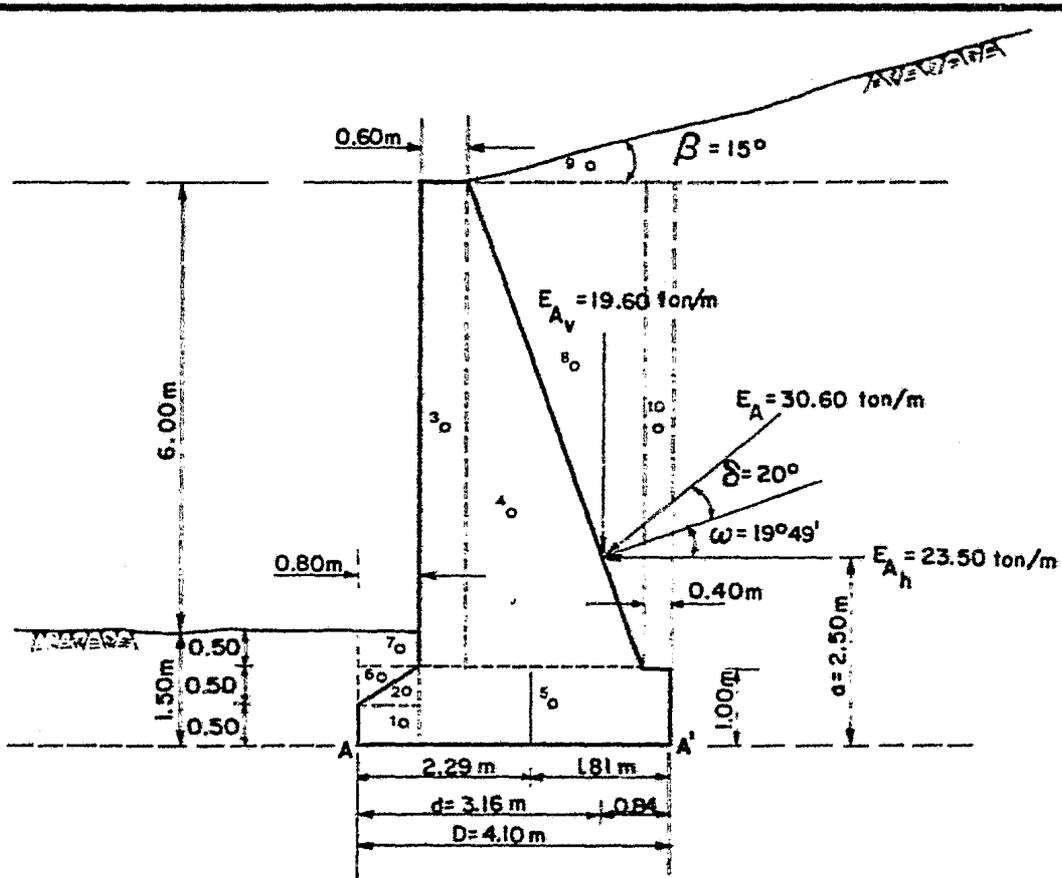


Figura IV.1.1

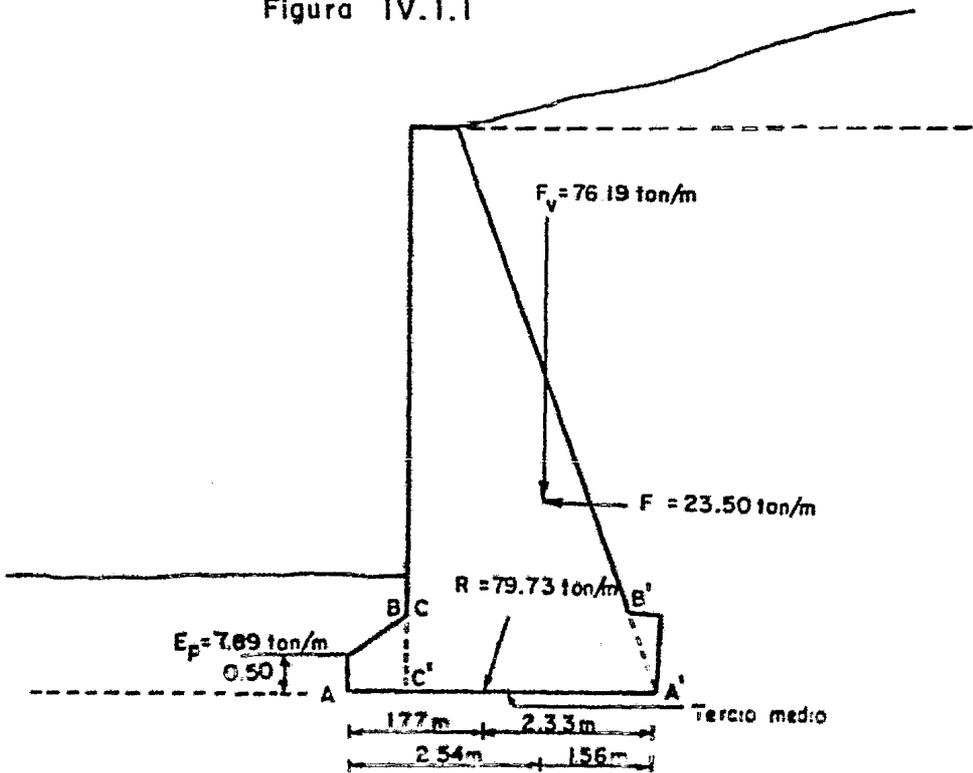


Figura IV.1.2.

$$\begin{aligned}
 a) \quad E_A &= \frac{1}{2} (1.70 \text{ ton/m}^3) (7.50 \text{ m})^2 (0.64) && = 30.60 \text{ ton/m} \\
 E_{A_H} &= E_A \cos \lambda = (30.6 \text{ ton/m}) (\cos 39^\circ 49') && = 23.50 \text{ ton/m} \\
 E_{A_V} &= E_A \text{ sen } \lambda = (30.6 \text{ ton/m}) (\text{sen } 39^\circ 49') && = 19.60 \text{ ton/m}
 \end{aligned}$$

En la tabla IV.1.1, se presenta el cálculo de las fuerzas verticales debidas al peso propio del muro y del material de relleno que actúan en la sección A-A' base del muro, mostrada en la figura IV.1.1.

Area	Dimensiones (m)	Peso Volum. (ton/m ³)	Fuerza Vertical (ton/m)	Brazo (m)	Momento (ton/m-m)
1	(0.80x0.50)	2.40	0.96	3.70	3.55
2	$\frac{1}{2}$ (0.80x0.50)	2.40	0.48	3.57	1.71
3	(0.6 x6.50)	2.40	9.36	3.00	28.08
4	$\frac{1}{2}$ (2.30x6.50)	2.40	17.95	1.93	34.64
5	(3.30x1.00)	2.40	7.92	1.65	13.07
6	$\frac{1}{2}$ (0.80x0.50)	1.90	0.38	3.83	1.46
7	(0.80x0.50)	1.90	0.76	3.70	2.81
8	$\frac{1}{2}$ (2.30x6.50)	1.70	12.71	1.16	14.74
9	(2.70x0.72)	1.70	1.65	0.90	1.49
10	(0.40x6.50)	1.70	4.42	0.20	0.88
			$\sum V = 56.59$	$\sum M = 102.43$	A'

TABLA IV.1.1.

Considerando las componentes horizontal y vertical del empuje activo mostradas en la figura IV.1.2, la resultante de las fuerzas es:

$$R = \sqrt{(\sum F_V)^2 + (\sum F_H)^2}$$

$$\sum F_V = \sum V + E_{A_V} = 56.59 \text{ Ton/m} + 19.60 \text{ ton/m} = 76.19 \text{ ton/m}$$

$$F_H = E_{A_H} = 23.50 \text{ ton/m}$$

$$R = \sqrt{(76.19 \text{ ton/m})^2 + (23.50 \text{ ton/m})^2} = 79.73 \text{ ton/m}$$

El brazo de la fuerza vertical F_V con respecto al punto A'

es:

$$b = \frac{\sum M_{F_V}}{\sum F_V}$$

$$\sum M_{F_V} = 102.43 \text{ ton/m-m} + (19.60 \text{ ton/m})(0.84 \text{ m}) = 118.89 \text{ ton/m-m}$$

$$\sum F_V = 76.19 \text{ ton/m}$$

$$b = \frac{118.89 \text{ ton/m-m}}{76.19 \text{ ton/m}} = 1.56 \text{ m}$$

a la izquierda del punto A' .

El punto de aplicación de la fuerza resultantes R es:

$$X_{o'} - e$$

$X_{o'}$ = centroide de la base del muro

e = excentricidad de la fuerza resultante

$$X_{o'} = \frac{4.10 \text{ m}}{2} = 2.05 \text{ m}$$

$$e = \frac{\sum M_{o'}}{N}$$

$\sum M_{o'}$ = momento de las fuerzas con respecto al centroide o' .

N = componente de las fuerzas verticales

$$\sum M_{o'} = (23.50 \text{ ton/m})(2.50 \text{ m}) - [(76.19 \text{ ton/m})(2.05 \text{ m} - 1.56 \text{ m})] = 21.42 \text{ ton/m-m}$$

$$N = 76.19 \text{ ton/m}$$

$$e = \frac{21.42 \text{ ton/m-m}}{76.19 \text{ ton/m}} = 0.28 \text{ m}$$

el punto de aplicación de la fuerza resultante R es:

$$X_{O'} - e = 2.05 \text{ m} - 028 \text{ m} = 1.77 \text{ m}$$

a la derecha del punto A

En la figura IV.1.2, se muestran las fuerzas resultantes y su punto de aplicación.

Las fuerzas verticales que actúan sobre la sección B-B' debidas al peso propio del muro y del suelo, se calculan en la tabla IV.1.2, teniendo en cuenta la figura IV. 1.1.

$$b) \quad E_A = \frac{1}{2} (1.70 \text{ ton/m}^3) (6.50 \text{ m})^2 (0.64) = 22.98 \text{ ton/m}$$

$$E_{A_H} = E_A \cos \lambda = (22.98 \text{ ton/m}) (\cos 39^\circ 49') = 17.65 \text{ ton/m}$$

$$E_{A_V} = E_A \text{ sen } \lambda = (22.98 \text{ ton/m}) (\text{sen } 39^\circ 49') = 14.71 \text{ ton/m}$$

En la tabla IV.1.2, se presenta el cálculo de las fuerzas debidas al peso propio del muro y del material de relleno que actúan en la sección - B-B', teniendo en cuenta la figura IV.1.3

Area	Dimensiones (m)	Peso Volum (ton/m ³)	Fuerza Vertical (ton/m)	Brazo (m)	Momento (ton/m-m)
3	(0.60x6.50)	2.4	9.36	2.60	24.34
4	(2.30x6.50)	2.4	17.94	1.53	27.45
8	(2.30x6.50)	1.7	12.71	0.77	9.79
9	(2.30x0.61)	1.7	1.19	0.77	0.92
10	(7.22+7.12)(0.4)	1.7	2.27	- 0.20	- 0.45
				Σ 43.47	Σ 62.05

TABLA IV.1.2.

Considerando las componentes horizontal y vertical del empuje activo mostradas en la figura IV.1.3, la resultante de las fuerzas es:

$$R = \sqrt{(F_V)^2 + (F_H)^2}$$

$$\sum F_V = V + E_{A_V} = 43.47 \text{ ton/m} + 14.71 \text{ ton/m} = 58.18 \text{ ton/m}$$

$$\sum F_H = E_{A_H} = 17.65 \text{ ton/m}$$

$$R = \sqrt{(58.18 \text{ ton/m})^2 + (17.65 \text{ ton/m})^2} = 60.80 \text{ ton/m}$$

El brazo de la fuerza vertical F_V con respecto al punto

B' es:

$$b = \frac{\sum M_{F_V}}{\sum F_V}$$

$$M_{F_V} = (62.05 \text{ ton/m-m}) + (14.71 \text{ ton/m}) (0.50 \text{ m}) = 69.41 \text{ ton/m-m}$$

$$F_V = 58.18 \text{ ton/m}$$

$$b = \frac{69.41 \text{ ton/m-m}}{58.18 \text{ ton/m}} = 1.19 \text{ m}$$

a la izquierda del punto B' .

El punto de aplicación de la fuerza resultante R es:

$$X_{O'} - e$$

$$X_{O'} = \frac{2.90 \text{ m}}{2} = 1.45 \text{ m}$$

$$e = \frac{\sum M_{O'}}{N}$$

$$\sum M_{O'} = (17.65 \text{ ton/m}) (2.17 \text{ m}) - (58.18 \text{ ton/m}) (1.45 \text{ m} - 1.19 \text{ m}) = 23.17 \text{ ton/m}$$

$$N = 58.18 \text{ ton/m}$$

$$e = \frac{23.17 \text{ ton/m-m}}{58.18 \text{ ton/m}} = 0.40 \text{ m}$$

$$X_{O'} - e = 1.45 \text{ m} - 0.40 \text{ m} = 1.05 \text{ m}$$

a la derecha del punto B.

En la figura IV.1.3, se muestran las fuerzas resultantes y su punto de aplicación.

1.3 Factor de Seguridad Contra Volcamiento.

El punto de aplicación de las fuerzas verticales sin incluir el E_{AV} del suelo es (de la tabla IV.1.1):

$$\bar{x} = \frac{\sum M_A}{\sum V} = \frac{102.43 \text{ ton/m-m}}{56.59 \text{ ton/m}} = 1.81 \text{ m}$$

A la izquierda del punto A' , quedando dentro del tercio medio de la base $A-A'$

El factor de seguridad contra volcamiento se calcula a partir de la fórmula:

$$F.S. = \frac{\sum V \bar{x} + E_{AV} \cdot b}{E_{AH} \cdot a}$$

$$F.S. = \frac{(56.59 \text{ ton/m} \times 1.81 \text{ m}) + (19.6 \text{ ton/m} \times 0.84 \text{ m})}{(23.5 \text{ ton/m} \times 2.50 \text{ m})} = 2.02$$

1.4 Factor de Seguridad Contra Deslizamiento.

Este factor de seguridad se calcula en este caso, teniendo en cuenta la resistencia pasiva del suelo enfrente del muro, a partir de la siguiente fórmula:

$$F.S. = \frac{\sum F_V \tan \phi + E_p}{\sum E_{AH}}$$

$$\sum F_V = \sum V + E_{AV} = 76.19 \text{ ton/m}$$

El valor del empuje pasivo se calcula con la fórmula siguiente:

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

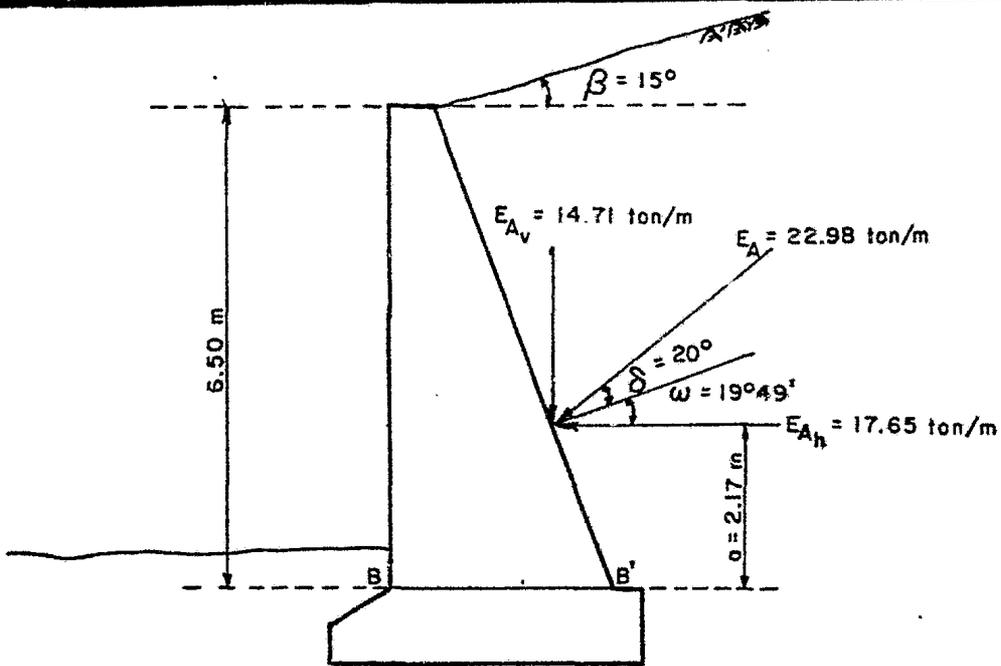


Fig. IV.1.3.a Fuerzas resultantes y su punto de aplicación.

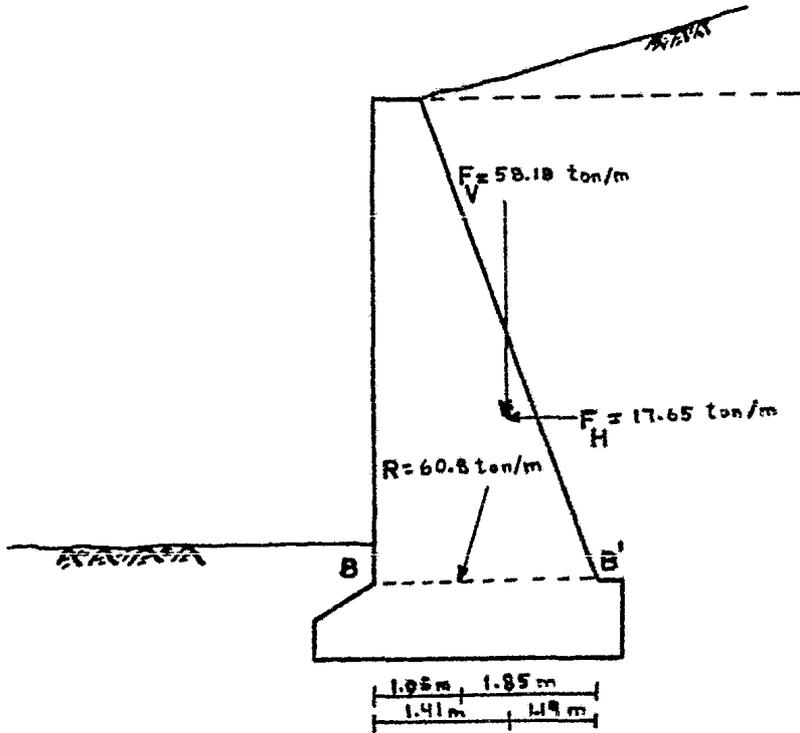


Fig. IV.1.3.b

$$\gamma = 1.90 \text{ ton/m}^3$$

$$H = 1.50 \text{ m}$$

$$K_p = \tan^2 (45^\circ + 1/2 \cdot 35^\circ) = 3.69$$

$$E_p = \frac{1}{2} (1.90 \text{ ton/m}^3) (1.50 \text{ m})^2 (3.69) = 7.89 \text{ ton/m}$$

entonces :

$$F.S. = \frac{(76.19 \text{ ton/m} \times 0.7) + (7.89 \text{ ton/m})}{23.50 \text{ ton/m}} = 2.61$$

1.5

Factor de Seguridad Contra Falla Superficial por Cortante.

El factor de seguridad se determina calculando el empuje activo E_A con la teoría de Rankine, en la figura IV.1.4 se ilustra el método para determinar dicho factor de seguridad.

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A$$

$$\gamma = 1.70 \text{ ton/m}^3$$

$$H = 1.50 \text{ m}$$

$$K_A = \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}$$

$$\beta = 15^\circ$$

$$\phi = 30^\circ$$

$$K_A = \cos 15^\circ \left[\frac{\cos 15^\circ - \sqrt{\cos^2 15^\circ - \cos^2 30^\circ}}{\cos 15^\circ + \sqrt{\cos^2 15^\circ - \cos^2 30^\circ}} \right] = 0.373$$

$$E_A = \frac{1}{2} (1.70 \text{ ton/m}^3) (1.50 \text{ m})^2 (0.373) = 17.83 \text{ ton/m}$$

$$E_{A_H} = E_A \cos \lambda (17.83 \text{ ton/m}) (\cos 15^\circ) = 17.22 \text{ ton/m}$$

$$E_{A_V} = E_A \sen \lambda (17.83 \text{ ton/m}) (\sen 15^\circ) = 4.62 \text{ ton/m}$$

El peso vertical V del muro y suelo que actúa sobre la base A-A' del muro es 56.59 ton/m, siendo la fuerza vertical total:

$$F_V = V + E_{A_V}$$

$$F_V = 56.59 \text{ ton/m} + 4.62 \text{ ton/m} = 61.21 \text{ ton/m}$$

y su punto de aplicación:

$$\bar{X} = \frac{(56.59 \text{ ton/m})(1.81\text{m}) + (4.62 \text{ ton/m})(0)}{(56.59 \text{ ton/m} + 4.62 \text{ ton/m})} = 1.67 \text{ m}$$

a la izquierda del punto A'

$$F_H = 17.22 \text{ ton/m}$$

La fuerza resultantes es:

$$R = \sqrt{(61.21 \text{ ton/m})^2 + (17.22 \text{ ton/m})^2} = 63.60 \text{ ton/m}$$

De acuerdo con la figura IV.1.4, los valores de las componentes normales y tangenciales de las dovelas obtenidos gráficamente son:

$$N_1 = 1.70 \text{ ton/m} \quad T_1 = 1.45 \text{ ton/m}$$

$$N_2 = 3.30 \text{ ton/m} \quad T_2 = 1.85 \text{ ton/m}$$

$$N_3 = 4.30 \text{ ton/m} \quad T_3 = 1.50 \text{ ton/m}$$

$$N_4 = 5.25 \text{ ton/m} \quad T_4 = 0.85 \text{ ton/m}$$

$$N_5 = 5.51 \text{ ton/m} \quad T_5 = 0 \text{ ton/m}$$

$$N_6 = 57.80 \text{ ton/m} \quad T_6 = 26.50 \text{ ton/m}$$

$$F. S. = \frac{\sum N \tan \phi}{\sum T}$$

$$F. S. = \frac{(78.06 \text{ ton/m}) \tan 30^\circ}{20.85 \text{ ton/m}} = 2.16$$

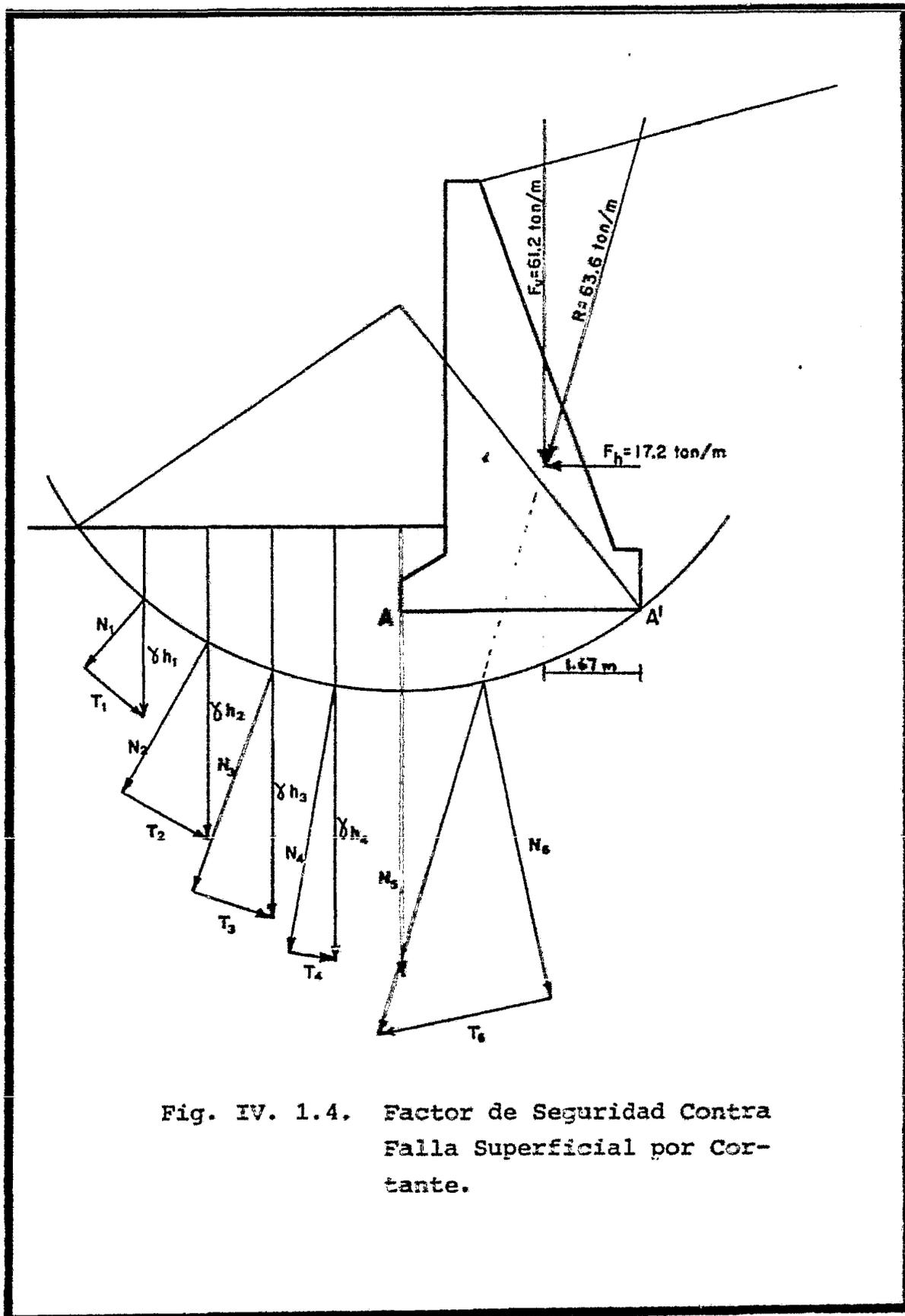


Fig. IV. 1.4. Factor de Seguridad Contra Falla Superficial por Cortante.

1.6 Factor de Seguridad Contra Falla Profunda por Cortante

Una falla de este tipo sólo se presenta cuando la resistencia al esfuerzo cortante disminuye ante la presencia de estratos de suelo blando, y el proceso de cálculo sería semejante al del inciso 1.5, para el presente caso se supone que no existen estratos de suelo blando en el terreno de cimentación.

1.7 Falla por Asentamiento o Presiones en la Cimentación

Los esfuerzos en la cimentación se calcularán basándose en los empujes calculados con la teoría de Rankine.

En la base del muro sección A-A', de la figura IV.1.5, los esfuerzos son:

$$f = \frac{N}{A} \pm \frac{M_x}{I_x} y$$

Del inciso 5 y la figura IV.1.5, se tiene:

$$N = 61.21 \text{ ton/m}$$

$$A = (4.10 \text{ m})(1.0 \text{ m}) = 4.10 \text{ m}^2$$

$$M_x = (17.22 \text{ ton/m})(2.50 \text{ m}) - [61.21 \text{ ton/m}(2.05 \text{ m} - 1.67 \text{ m})] \\ = 19.79 \text{ ton/m-m}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{(1.0 \text{ m})(4.10 \text{ m})^3}{12} = 5.74 \text{ m}^4$$

$$y_A = 2.05 \text{ m}$$

$$y_{A'} = -2.05 \text{ m}$$

$$f_{A'} = \frac{61.21 \text{ ton/m}}{4.10 \text{ m}^2} + \frac{19.79 \text{ ton/m-m}}{5.74 \text{ m}^4} (2.05 \text{ m}) = 22.00 \text{ ton/m}^2$$

$$f_A = \frac{61.21 \text{ ton/m}}{4.10 \text{ m}^2} - \frac{19.79 \text{ ton/m-m}}{5.74 \text{ m}^4} (2.05 \text{ m}) = 7.86 \text{ ton/m}^2$$

En la figura IV.1.5 se representan los esfuerzos y se observa que el esfuerzo no mal en el punto A, es menor a la capacidad de carga admisible del suelo

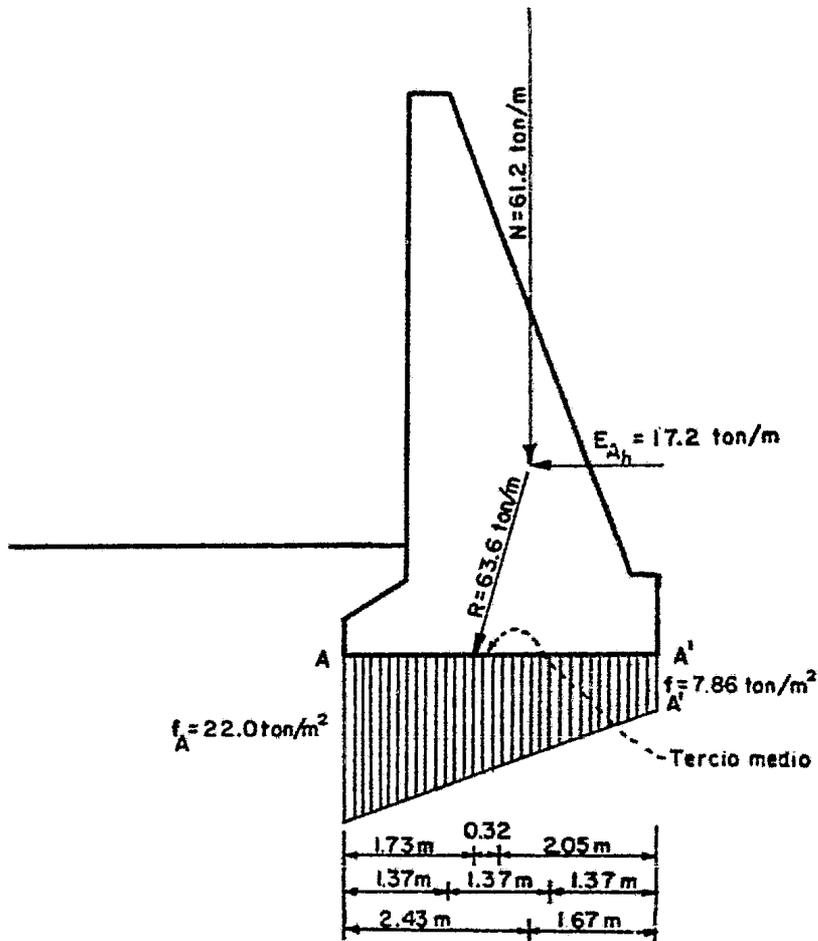


Figura IV.1.5 Esfuerzos en la Cimentación.

de cimentación ($q_a = 3.0 \text{ Kg/cm}^2$), por lo que no se presentarán asentamientos.

El valor de la excentricidad e se calcula a partir de la siguiente fórmula:

$$M_c = N \cdot e$$

$$e = \frac{M_c}{N}$$

$$e = \frac{19.79 \text{ ton/m-m}}{61.21 \text{ ton/m}} = 0.32 \text{ m}$$

y el punto de aplicación de la fuerza resultante $R=63.6 \text{ ton/m}$ es:

$$x_o = 2.05 \text{ m} - 0.32 \text{ m} = 1.73 \text{ m}$$

el cual queda localizado dentro del tercio medio de la base del muro.

1.8 Proyección del Pie del muro

Con base en la Figura 1.5.1, el esfuerzo de tensión máximo - permisible en la proyección del pie del muro es $0.03 f'_c$, y se presenta en el plano vertical C-C'. En la figura IV.1.6, en donde se ilustra el diagrama de esfuerzos, el valor del esfuerzo de tensión se calcula restando al valor del esfuerzo en el punto A, el valor del esfuerzo producido por el peso del suelo y el peso del pie del muro actuando sobre dicho punto A'.

De tal forma que:

$$22.00 \text{ ton/m}^2 - \left[(1.00 \text{ m}) (1.90 \text{ ton/m}^3) + (0.50 \text{ m}) (2.40 \text{ ton/m}^3) \right] = 18.90 \text{ ton/m}^2$$

de manera similar en el punto C'

$$18.14 \text{ ton/m}^2 - \left[(0.50 \text{ m}) (1.90 \text{ ton/m}^3) + (1.00 \text{ m}) (2.40 \text{ ton/m}^3) \right] = 14.79 \text{ ton/m}^2$$

por lo que el momento en el plano vertical C-C' es:

$$\frac{1}{2} (14.79 \text{ ton/m}^2) (0.80 \text{ m}) \times 0.27 \text{ m} = 1.60 \text{ ton/ m-m}$$

$$\frac{1}{2} (18.90 \text{ ton/m}^2) (0.80 \text{ m}) \times 0.53 \text{ m} = 4.01 \text{ ton/ m-m}$$

$$\sum M_{cc'} = 5.61 \text{ ton/m-m}$$

y el esfuerzo:

$$f = \frac{N}{A} + \frac{M_{cc}}{I} x$$

$$N = 0$$

$$x = \frac{h}{2}$$

$$f_{cc'} = \frac{M \frac{h}{2}}{\frac{bh}{12}} = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6(5.71 \text{ ton/m-m})}{(1.0 \text{ m})(1.0 \text{ m})^2} = 34.26 \text{ ton/m}^2$$

El esfuerzo permisible en el plano C-C' es:

$$0.03 f'_c = (0.03) (150 \text{ kg/cm}^2) = 4.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$4.5 \text{ kg/cm}^2 > 3.43 \text{ kg/cm}^2$$

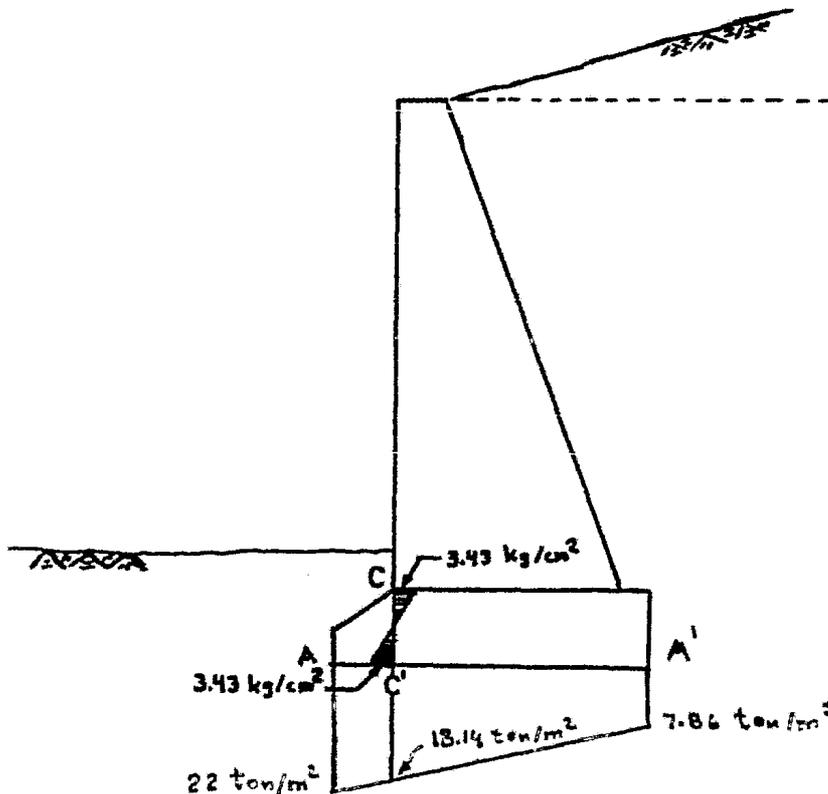


Fig. IV. I.6. Esfuerzos de tensión en el plano CC'

Ejemplo IV.2.1.

Muro de Semigravedad

Se requiere construir un muro de semigravedad, cuyo material de relleno posee las mismas características del Ejemplo IV.1.1. El acero de refuerzo tiene un esfuerzo permisible $f'_c = 2\,530 \text{ kg/cm}^2$.

2.1 Dimensiones Propuestas

Con base en las dimensiones propuestas - en la figura 1.5.2, las dimensiones propuestas se ilustran en la figura IV.2.1.

2.2 Empujes Activos

De manera similar al ejemplo IV.1.1., se consideran dos casos:

- a) La altura del muro desde el nivel de desplante.
- b) Considerando únicamente la altura - del respaldo del muro.

A partir de la fórmula de Coulomb:

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A$$

en donde el valor de K_A se determina como se indicó en el - Ejemplo IV.1.1. y resulta ser igual a 0.58

$$a) \quad E_A = \frac{1}{2} (1.70 \text{ ton/m}^3) (7.50 \text{ m})^2 (0.58) = 27.73 \text{ ton/m}$$

$$E_{A_h} = E_A \cos \lambda = (27.73 \text{ ton/m}) (\cos 35^\circ 38') =$$

$$22.65 \text{ ton/m}$$

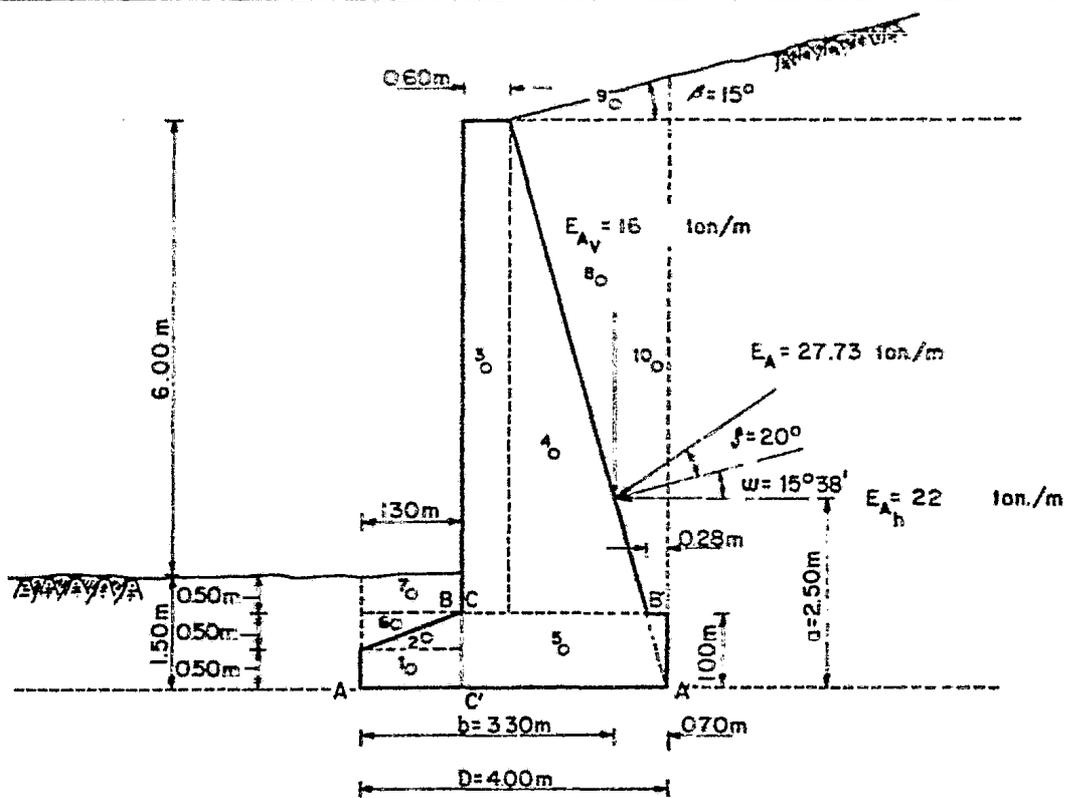


Fig. IV. 2. 1

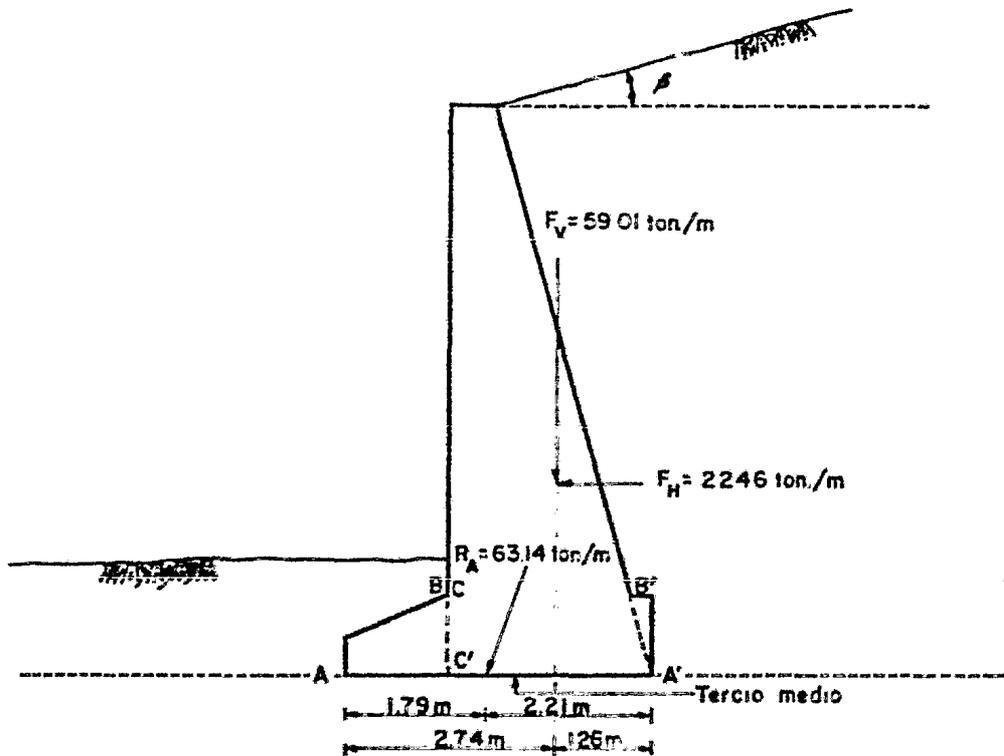


Fig. IV. 2. 2

$$E_{A_v} = E_A \text{ sen } \lambda = (27.73 \text{ ton/m}) (\text{sen } 35^\circ 38') = 15.99 \text{ ton/m.}$$

En la tabla IV.2.1, se presenta el cálculo de las fuerzas verticales debidas al peso propio del muro y del material de relleno.

La resultante de las fuerzas que actúan en la sección A-A', base del muro, considerando las componentes horizontal y vertical del empuje activo mostradas en la Figura IV.2.2, es:

$$R = \sqrt{(F_v)^2 + (F_h)^2}$$

$$F_v = V + E_{A_v} = 42.93 \text{ ton/m} + 15.99 \text{ ton/m} = 58.92 \text{ ton/m}$$

$$F_h = E_{A_h} = 22.65 \text{ ton/m}$$

En la tabla IV.2.1. se presenta el cálculo de las Fuerzas verticales debidas al peso propio del muro y del material de relleno.

Area	Dimensiones (m)	Peso Volumen (ton/m ³)	Fuerza Vertical (ton/m)	Brazo (m)	Momento Ton/m-m)
1	(1.30x0.50)	2.4	1.56	3.35	5.23
2	$\frac{1}{2}$ (1.30x0.50)	2.4	0.78	3.13	2.44
3	(0.60x6.50)	2.4	3.90	2.40	9.36
4	$\frac{1}{2}$ (1.82x6.50)	2.4	14.20	1.49	21.15
5	(2.70x1.00)	2.4	6.48	1.35	8.75
6	$\frac{1}{2}$ (1.30x0.50)	1.9	0.62	3.57	2.20
7	(1.30x0.50)	1.9	1.24	3.35	4.14
8	$\frac{1}{2}$ (1.82x6.50)	1.7	10.06	0.89	8.95
9	$\frac{1}{2}$ (2.10x0.56)	1.7	1.00	0.70	0.70
10	(0.28x6.50)	1.7	3.09	0.14	0.43

$$V=42.93$$

$$M= 63.35$$

TABLA IV.2.1.

La resultante de las fuerzas que actúan en la sección A-A', base del muro, considerando las componentes horizontal y vertical del empuje activo mostradas en la Fig. IV.2.2, es:

$$R = \sqrt{\sum (F_v)^2 + \sum (F_H)^2}$$

$$\sum F_v = \sum V + E_{A_v} = 42.93 \text{ ton/m} + 15.99 \text{ ton/m} = 58.92 \text{ ton/m.}$$

$$\sum F_H = E_{A_H} = 22.65 \text{ ton/m.}$$

$$R = \sqrt{(58.92 \text{ ton/m})^2 + (22.65 \text{ ton/m})^2} = 63.14 \text{ ton/m.}$$

El brazo de la fuerza vertical F_v con respecto al punto A' es:

$$b = \frac{\sum M_{F_v}}{\sum F_v}$$

$$\sum M_{F_v} = 63.35 \text{ ton/m-m} + (15.99 \text{ ton/m})(0.70 \text{ m}) = 74.55 \text{ ton/m-m}$$

$$\sum F_v = 58.92 \text{ ton/m}$$

$$b = \frac{74.55 \text{ ton/m-m}}{58.92 \text{ ton/m}} = 1.27 \text{ m}$$

(a la izquierda del punto A')

El punto de aplicación de la fuerza resultante R es:

$$X_{o'} - e$$

$X_{o'}$: centroide de la base del muro

e : excentricidad de la fuerza resultante

$$X_{o'} = \frac{4.00 \text{ m}}{2} = 2.00 \text{ m}$$

$$e = \frac{\sum Mo'}{N}$$

$$\sum M_{O_i} = (22.65 \text{ ton/m}) \cdot 2.50 \text{ m} - (58.92 \text{ ton/m}) (2.00 \text{ m} - 1.26 \text{ m}) = 13.03 \text{ ton/m} - \text{m} \quad N = 59.01 \text{ ton/m}.$$

$$e = \frac{13.03 \text{ ton/m} - \text{m}}{58.92 \text{ ton/m}} = 0.22 \text{ m}$$

el punto de aplicación de la fuerza resultante R es:

$$X_{O_i} - e = 2.00 \text{ m} - 0.22 \text{ m} = 1.78 \text{ m}$$

a la derecha del punto A. En la Fig. IV.2.2 se muestran las fuerzas y su punto de aplicación.

$$b) \quad E_A = \frac{1}{2} (1.70 \text{ t/m}^3) (6.50 \text{ m})^2 (0.58) = 20.83 \text{ ton/m}$$

$$E_{A_h} = E_A \cos \lambda = (20.83 \text{ ton/m}) (\cos 35^\circ 38') = 17.02 \text{ ton/m}$$

$$E_{A_v} = E_A \sin \lambda = (20.83 \text{ ton/m}) \sin 35^\circ 38' = 12.01 \text{ ton/m}$$

Las fuerzas verticales que actúan sobre la sección B-B' de la sección del muro mostrada en la Fig. IV.2.1, debidas a el peso propio del muro y del suelo, se calculan en la tabla IV.2.2.

Tabla IV.2.2.

Area	Dimensiones m	Peso Volumen ton/m ³	Fuerza Vertical ton/m	Brazo m	Momento Ton/m - m
3	(0.60x6.50)	2.4	9.36	2.12	19.84
4	$\frac{1}{2}$ (1.82x6.50)	2.4	14.20	1.21	17.18
8	$\frac{1}{2}$ (1.82x6.50)	1.7	10.06	0.61	6.14
9	$\frac{1}{2}$ (2.10x0.49)	1.7	0.87	0.61	0.53
10	$\frac{1}{2}$ (7.06+6.96)0.28	1.7	3.34	- 0.14	- 0.47
				37.83	43.22

La resultante de las fuerzas en la sección B-B'

del muro es:

$$R = \sqrt{(\sum F_v)^2 + (\sum F_h)^2}$$

$$F_v = V + E_{A_v}$$

$$F_v = 37.83 \text{ ton/m} + 12.01 \text{ ton/m} = 49.84 \text{ ton/m}$$

$$F_h = E_{A_h} = 17.02 \text{ ton/m.}$$

$$R = \sqrt{(49.91 \text{ ton/m})^2 + (17.02 \text{ ton/m})^2} = 52.73 \text{ ton/m.}$$

El brazo de la fuerza vertical F_v con respecto al punto

B' es:

$$b = \frac{\sum M_{F_v}}{\sum F_v}$$

$$\sum M_{F_v} = (43.22 \text{ ton/m-m}) + (12.01 \text{ ton/m})(0.61 \text{ m}) = 50.55 \text{ ton/m-m}$$

$$\sum F_v = 49.91 \text{ ton/m}$$

$$b = \frac{50.55 \text{ ton/m-m}}{49.91 \text{ ton/m}} = 1.01 \text{ m}$$

(a la izquierda del punto B').

El punto de aplicación de la fuerza resultante R es:

$$X_{O'} - e = \frac{X_{O'} - e}{2} = 1.21 \text{ m}$$

$$e = \frac{M_{O'}}{N}$$

$$M_{O'} = (17.02 \text{ ton/m})(2.17 \text{ m}) - (49.91 \text{ ton/m})(1.21 \text{ m} - 1.01 \text{ m}) = 26.95 \text{ ton/m-m.}$$

$$N = 49.91 \text{ ton/m.}$$

$$e = \frac{26.95 \text{ ton/m-m}}{49.91 \text{ ton/m}} = 0.54 \text{ m}$$

$$X_{O'} - e = 1.21 \text{ m} - 0.53 \text{ m} = 0.67 \text{ m}$$

a la derecha del punto B , la cual cae dentro de la mitad media de la sección $B-B'$.

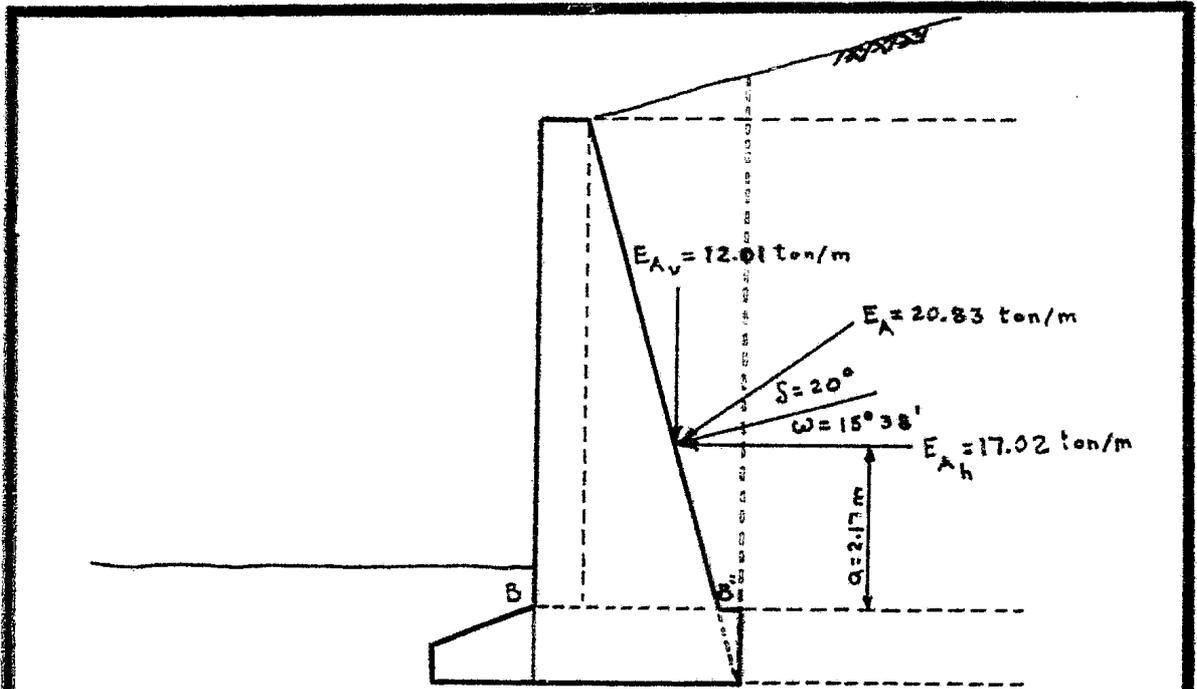


Figura IV. 2.3. a

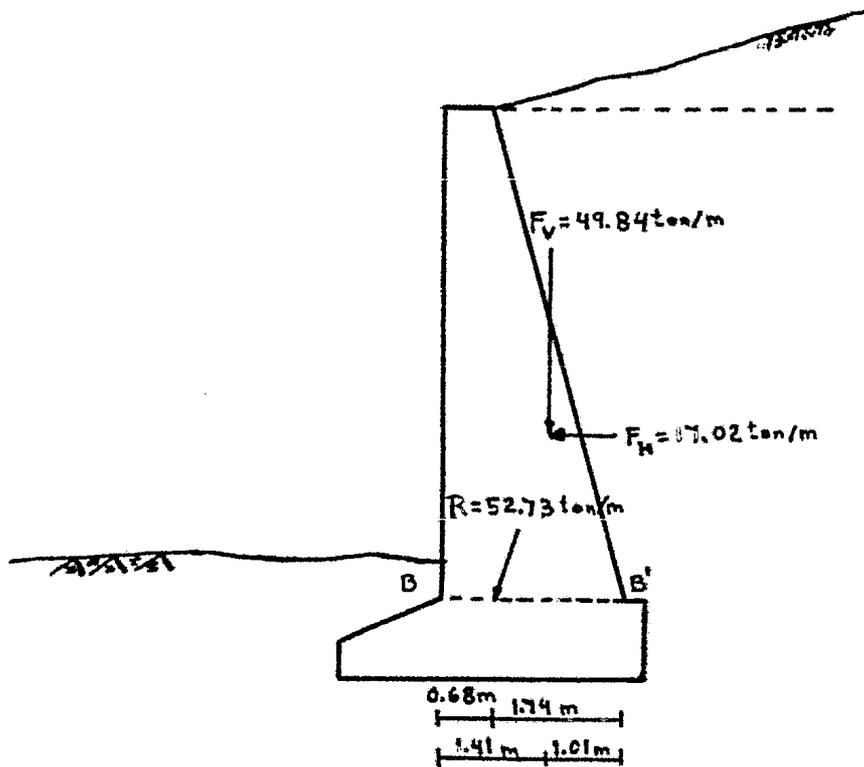


Figura IV.2.3.b

En la Fig. IV.2.3 se muestran las fuerzas y su punto de aplicación.

1.3

Factor de Seguridad Contra Volteamiento, de la Fórmula:

$$F.S. = \frac{\bar{V}x + E_{A_V} \cdot b}{E_{A_H} \cdot a}$$

De la tabla IV.2.1

$$\sum V = 42.93 \text{ ton/m}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum M_{A'}}{\sum V} = \frac{63.35 \text{ ton/m-m}}{42.93 \text{ ton/m}} = 1.48 \text{ m}$$

$$E_{A_V} = 15.99 \text{ ton/m}$$

$$b = 0.70 \text{ m}$$

$$E_{A_H} = 22.65 \text{ ton/m}$$

$$a = 2.50 \text{ m}$$

$$F.S. = \frac{(42.93 \text{ ton/m})(1.48 \text{ m}) + (15.99 \text{ ton/m})(0.70 \text{ m})}{(22.65 \text{ ton/m})(2.50 \text{ m})} = 1.33$$

1.4

Factor de Seguridad Contra Deslizamiento.

De la fórmula :

$$F.S. = \frac{\sum F_v \tan \phi + E_p}{\sum E_{A_H}}$$

$$\sum F_v = \sum V + E_{A_V}$$

$$\sum F_v = 42.93 \text{ ton/m} + 15.99 \text{ ton/m} = 58.92 \text{ ton/m.}$$

De la fórmula

$$E_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

$$\gamma = 1.90 \text{ ton/m}^3$$

$$H = 1.50 \text{ m}$$

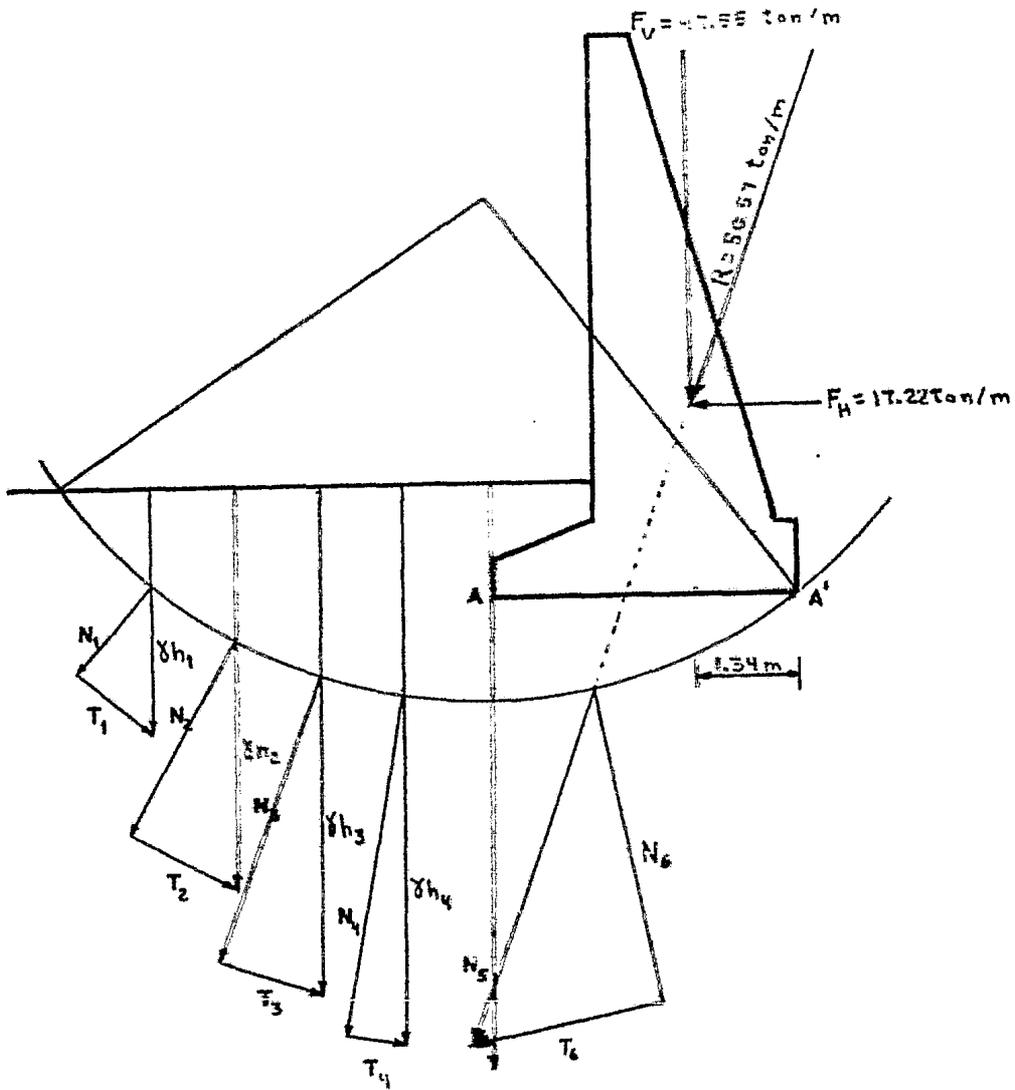


Fig. IV. 2. 4. Factor de Seguridad Contra Falla Superficial por Cortante

$$K_p = \tan^2 (45^\circ + 35^\circ/2) = 3.69$$

$$E_p = \frac{1}{2} [(1.90 \text{ ton/m}^3)(1.50 \text{ m})^2 (3.69)] = 7.89$$

$$E_{A_H} = 22.46 \text{ ton/m}$$

$$F.S. = \frac{(59.01 \text{ ton/m} \times 0.7) + 7.89 \text{ ton/m}}{22.46 \text{ ton/m}} = 2.19$$

1.5 Factor de Seguridad Contra Falla Superficial Por Corriente.

De manera similar al inciso 5 del ejemplo IV.1.

los valores del empuje activo son:

$$E_A = 17.83 \text{ ton/m}$$

$$E_{A_H} = 17.22 \text{ ton/m}$$

$$E_{A_V} = 4.62 \text{ ton/m}$$

El peso vertical V del muro y suelo que actúa sobre la base A-A' del muro es 42.93 ton/m, siendo la fuerza vertical total:

$\Sigma F_v = V + E_{A_V} = 42.93 \text{ ton/m} + 4.62 \text{ ton/m} = 47.55 \text{ ton/m}$, y su punto de aplicación:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma F_v \bar{x}}{\Sigma F_v}$$

$$\bar{x} = \frac{(42.93 \text{ ton/m})(1.48 \text{ m}) + (4.62 \text{ ton/m})(0)}{42.93 \text{ ton/m} + 4.62 \text{ ton/m}} = 1.34 \text{ m}$$

$$\Sigma F_H = 17.22 \text{ ton/m}$$

La fuerza resultante es:

$$R = \sqrt{(47.55 \text{ ton/m})^2 + (17.22 \text{ ton/m})^2} = 50.57 \text{ ton/m}$$

En la Fig. IV.2.4 se ilustran las componentes normales y tangenciales del peso de las dovelas, junto con la fuerza resultante debida al

peso del muro y empuje activo del material de relleno. Sus valores son:

$$\begin{array}{ll}
 N_1 = 1.70 \text{ ton/m} & T_1 = 1.45 \text{ ton/m} \\
 N_2 = 3.30 \text{ ton/m} & T_2 = 1.85 \text{ ton/m} \\
 N_3 = 4.50 \text{ ton/m} & T_3 = 1.50 \text{ ton/m} \\
 N_4 = 5.25 \text{ ton/m} & T_4 = 0.85 \text{ ton/m} \\
 N_5 = 5.51 \text{ ton/m} & T_5 = 0 \text{ ton/m} \\
 N_6 = 57.42 \text{ ton/m} & T_6 = 27.20 \text{ ton/m.}
 \end{array}$$

$$F.S. = \frac{\sum N \cdot \tan \theta}{\sum T}$$

$$F.S. = \frac{(77.68 \text{ ton/m}) (\tan 30^\circ)}{21.55 \text{ ton/m}} = 2.08$$

1.6 Factor de Seguridad Contra Falla Profunda por Cortante

El mismo comentario del inciso 6 del ejemplo IV.1.

1.7 Falla por Asentamiento o Presiones en la Cimentación

De manera similar al inciso 7 del ejemplo IV.1.

$$F = \frac{N}{A} + \frac{M}{I_x} \quad y$$

Del inciso 5 y la Fig. IV.1.4

$$N = 47.55 \text{ ton/m}$$

$$A = (4.00 \text{ m})(1.0 \text{ m}) = 4.00 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned}
 M_x &= (17.22 \text{ ton/m})(2.50 \text{ m}) = [(47.55 \text{ ton/m})(2.00 \text{ m} - 1.34)] \\
 &= 11.67 \text{ ton/m-m}
 \end{aligned}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{(1.0 \text{ m})(4.0 \text{ m})^3}{12} = 5.33 \text{ m}^4$$

$$Y_A = 2.00 \text{ m}$$

$$Y_A' = 2.00 \text{ m}$$

$$F_A = \frac{47.55 \text{ ton/m}_2}{4.00 \text{ m}} + \frac{11.67 \text{ ton/m-m}}{5.33 \text{ m}^4} (2.00) = 16.27 \text{ ton/m}^2$$

$$F_{A'} = \frac{47.55 \text{ ton/m}}{4.00 \text{ m}^2} - \frac{11.67 \text{ ton/m-m}}{5.33 \text{ m}^4} (2.00) = 7.51 \text{ ton/m}^2$$

La excentricidad e de la fuerza se calcula con la fórmula siguiente:

$$M_c = N \cdot e$$

$$e = \frac{M_c}{N}$$

$$e = \frac{11.67 \text{ ton/m-m}}{47.55 \text{ ton/m}} = 0.25 \text{ m}$$

el punto de aplicación de la fuerza resultante $R = 50.57 \text{ ton/m}$ es:

$$\bar{X} = 2.00 \text{ m} - 0.25 \text{ m} = 1.75 \text{ m}$$

el cual queda localizado dentro del tercio medio de la base del muro.

En la Fig. IV.2.5. se representan los esfuerzos y se observa que el esfuerzo normal en el punto A, es menor a la capacidad de carga - admisible del suelo de cimentación ($q_a = 3.0 \text{ Kg/cm}^2$).

1.8 Proyección del Pie del Muro

De la misma manera que el punto 1.8 del ejemplo IV.1.1, se obtiene el esfuerzo de tensión máximo:

$$16.27 \text{ ton/m}^2 - \left[(1.00 \text{ m}) (1.90 \text{ ton/m}^3) + (0.50 \text{ m}) (2.40 \text{ ton/m}^3) \right] = 13.17 \text{ ton/m}^2$$

$$10.56 \text{ ton/m}^2 - \left[(50 \text{ m}) (1.90 \text{ ton/m}^3) + (1.00 \text{ m}) (2.40 \text{ ton/m}^3) \right] = 7.21 \text{ ton/m}^2$$

por lo que el momento en el plano CC' es:

$$\frac{1}{2} (13.17 \text{ ton/m}^2) (1.30 \text{ m}) \times 0.87 \text{ m} = 7.45 \text{ ton/m} - \text{m}$$

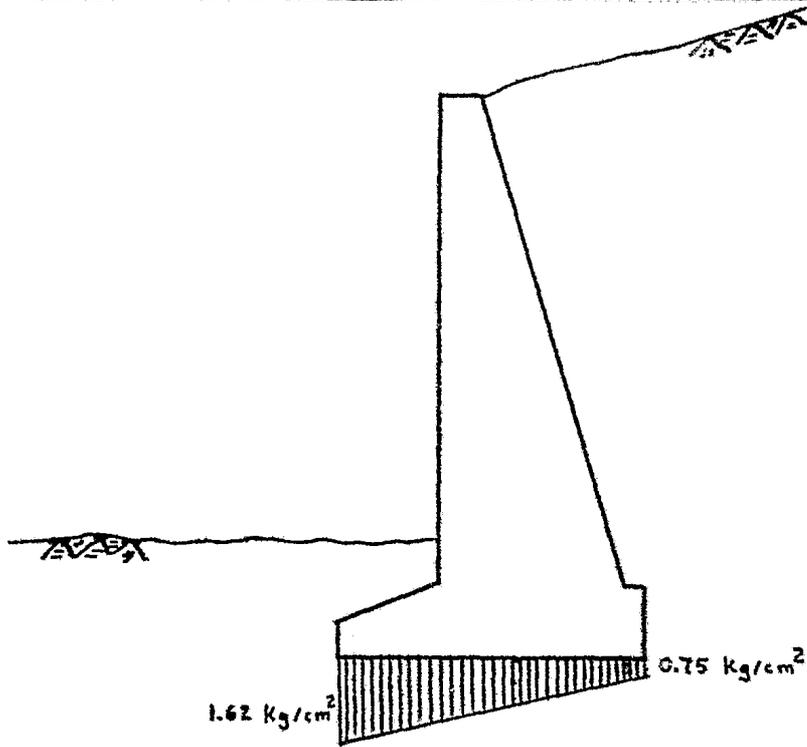


Fig. IV.2.5. Diagrama de esfuerzos en la cimentación .

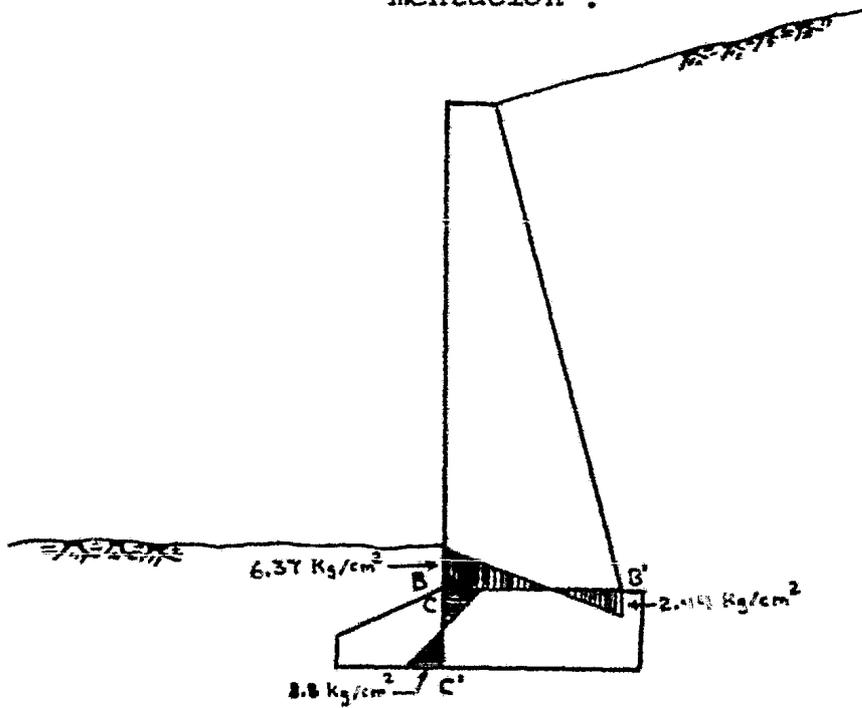


Fig. IV. 2.6. Diagrama de esfuerzos en los planos CC' y BB' .

$$\frac{1}{2} (16.18 \text{ ton/m}^2) (1.30 \text{ m}) \times 0.43 \text{ m} = 7.21 \text{ ton/m-m}$$

$$\leq M_{cc}, 14.66 \text{ ton/m-m}$$

el esfuerzo en el plano C - C' es:

$$F_{cc'} = \frac{N}{A} + \frac{M_{cc'} X}{I_y}$$

$$N = 0$$

$$X = \frac{h}{2}$$

$$F_{cc'} = \frac{\frac{Mh}{2}}{\frac{bh}{12}} - \frac{6M}{bh^2} = \frac{6(14.66 \text{ ton/m-m})}{(1.00 \text{ m}) (1.00 \text{ m})^2} = 87.96 \text{ ton/m}^2$$

$$F_{cc'} = 8.8 \text{ kg/cm}^2$$

El esfuerzo de tensión máximo permisible en el plano CC' es:

$$0.03 f'_c = (0.03) (150 \text{ kg/cm}^2) = 4.5 \text{ kg/cm}^2$$

el cual es menor al esfuerzo en el plano C.C'.

La resistencia del acero de refuerzo es $2\ 530 \text{ kg/cm}^2$,
el área de acero necesario es:

$$A_s = \frac{M_{cc'}}{f_s j b}$$

$$M_{cc'} = 14.66 \text{ ton/m-m}$$

$$f_s = 0.5 f_y$$

$$f_y = 2\ 530 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = (0.5) (2\ 530 \text{ kg/cm}^2) = 1\ 265 \text{ kg/cm}^2$$

$$j = \frac{7}{8}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{14.66 \times 10^5 \text{ kg/cm}}{1\ 265 \text{ kg/cm}^2 \left(\frac{7}{8}\right) (100 \text{ cm})} = 13.24 \text{ cm}^2$$

usando varillas del # 6

$$A_{\text{avs, \# 6}} = 2.87 \text{ cm}^2$$

$$\# \text{ vars.} = \frac{A_s}{A_{\text{avs \# 6}}} = \frac{13.24 \text{ cm}^2}{2.87 \text{ cm}^2} = 4.6 \text{ vars.}$$

se consideran 5 vars.

$$\text{separación de vars.} = \frac{100 \text{ cm } A_{\text{avs \# 6}}}{A_s} = \frac{(100 \text{ cm}) (2.87 \text{ cm}^2)}{(13.24 \text{ cm}^2)}$$

$$\text{separación de vars.} = \frac{287 \text{ cm}^3}{13.24} = 21.68 \text{ cm}$$

Vars # 6 @ 21.0 cm

Los esfuerzos en la Sección B-B' se calculan teniendo en cuenta la Fig. IV.2.3

$$F_B = \frac{M}{A} + \frac{Mx}{I_x} y$$

$$N = (42.93 \text{ ton/m} + 4.62 \text{ ton/m}) = 47.55 \text{ ton/m}$$

$$A = (2.42 \text{ m}) (1.00 \text{ m}) = 2.42 \text{ m}^2$$

$$M = (17.22 - \text{ton/m}) (2.17 \text{ m}) - (42.93 \text{ ton/m}) (1.21 \text{ m} - 1.34 \text{ m})$$

$$= 42.95 \text{ ton/m} - \text{m}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{(1.0 \text{ m}) (2.42 \text{ m})^3}{12} = 1.18 \text{ m}^4$$

$$Y_B = 1.21 \text{ m}$$

$$Y_{B'} = 1.21 \text{ m}$$

$$F_B = \frac{47.55 \text{ ton/m}}{2.42 \text{ m}^2} + \frac{42.95 \text{ ton/m} - \text{m}}{1.18 \text{ m}^4} (1.21) = 63.69 \text{ ton/m}^2$$

$$F_{B'} = \frac{47.55 \text{ ton/m}}{2.42 \text{ m}^2} - \frac{42.95 \text{ ton/m} - \text{m}}{1.18 \text{ m}^4} (1.21) = -24.34 \text{ ton/m}^2$$

El diagrama de esfuerzos en la sección B-B' se ilustra en la Fig. IV.2.6

El diagrama de esfuerzos en la sección B-B' se ilustra en la Fig. IV.2.6.

El acero necesario es:

$$A_s = \frac{M}{f_s i^2 b}$$

$$M = 47.55 \text{ ton/m} - \text{m}$$

$$f_s = 0.5 f_y$$

$$f_y = 25.30 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = 0.5 (2530 \text{ kg/cm}^2) = 1265 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{7}{8}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{47.55 \text{ ton/m} \times 10^5 \text{ kg/cm}}{(1265 \text{ kg/cm}^2) \left(\frac{7}{8}\right) (100 \text{ cm})} = 42.9 \text{ cm}^2$$

Usando vars. # 6

$$\text{Area vars \# 6} = 2.87 \text{ cm}^2$$

$$\# \text{ vars} = \frac{A_s}{A_{\text{vars \# 6}}} = \frac{42.96 \text{ cm}^2}{2.87 \text{ cm}^2} = 14.97$$

$$\text{Separación vars} = \frac{100 \text{ cm} \cdot A_{\text{vars \# 6}}}{A_s} = \frac{(100 \text{ cm}) (2.87 \text{ cm}^2)}{42.96 \text{ cm}^2} = 6.68$$

Vars # 6 @ 7 cm.

APENDICE

DETERMINACION DE LOS COEFICIENTES K_A Y K_P PARA EL CALCULO DE EMPUJE DE TIERRAS. CASO GENERAL DE COULOMB.

En el estudio de los empujes de tierra sobre muros de retención para el caso general de Coulomb, se hace uso de las características geométricas definidas por el problema así como de las propiedades del suelo, las cuales se determinan experimentalmente en el laboratorio.

Dentro de las propiedades geométricas tenemos las siguientes:

1. La altura H del muro de retención.
2. El ángulo α que es el ángulo formado entre el piso horizontal del muro y el respaldo de este. (*)
3. El ángulo ϱ que es el ángulo formado entre la superficie del relleno y la horizontal.
4. El ángulo δ que es el ángulo de fricción entre muro y relleno.

(*) En este caso se considera el ángulo α , en lugar del ángulo ω , formado por el respaldo del muro y la vertical, por lo que los valores K_A y K_P , adquieren la forma indicada en las fórmulas (1) y (2).

Las propiedades del suelo son:

1. El ángulo ϕ que es el ángulo de fricción interna del suelo.
2. El peso específico γ del suelo.

Teniendo en cuenta las propiedades anteriores podremos efectuar el estudio para el diseño del muro. Este estudio se puede realizar para dos casos: el primero que se denomina caso activo, que se presenta cuando el muro de retención cede o desliza ante el empuje del relleno, y el segundo llamado caso pasivo en el cual el relleno cede ante el muro de retención.

Para el primer caso el valor del empuje horizontal activo se determina con la siguiente ecuación:

$$E_A = 1/2 K_A \gamma H^2$$

en donde el valor de K_A , esta dado por la siguiente expresión:

$$(1) \quad K_A = \frac{\text{sen}^2 (\alpha + \phi)}{\text{sen}^2 \alpha \text{ sen} (\alpha - \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen} (\phi + \delta) \text{ sen} (\phi - \beta)}{\text{sen} (\alpha - \delta) \text{ sen} (\alpha + \beta)}} \right]^2}$$

En el segundo caso el valor del empuje horizontal pasivo se determina con la siguiente ecuación:

$$E_P = 1/2 K_P \gamma H^2$$

en donde el valor de K_P , esta dado por la siguiente expresión:

$$K_P = \frac{\text{sen}^2 (\alpha - \phi)}{\text{sen}^2 \alpha \text{ sen} (\alpha + \delta) \left[1 - \sqrt{\frac{\text{sen} (\phi + \delta) \text{ sen} (\phi + \beta)}{\text{sen} (\alpha + \delta) \text{ sen} (\alpha + \beta)}} \right]^2}$$

En el cálculo de los muros es necesario contar con diferentes valores de los coeficientes activo y pasivo, los cuales se pueden obtener con las expresiones (1) y (2), haciendo combinaciones entre los ángulos α , β , δ y ϕ . Esto se hace con el fin de obtener diferentes valores de K_A y K_P , y podemos diseñar para el caso más conveniente.

Ya que la serie de combinaciones con los ángulos implicados resulta muy laboriosa, se elaboró el programa EMP/PI, que obtiene los valores de K_A y K_P para todas las combinaciones posibles de los ángulos implicados.

Este programa considera el caso general de tener valores iniciales, finales e incrementos de cualquiera de los ángulos permitidos.

Definición de variables usadas en el programa.

ALFA	Angulo formado entre el piso horizontal del muro y el respaldo de este.
BETA	Angulo formado entre la superficie plana del relleno y la horizontal.
DELTA	Angulo de fricción entre muro y relleno.
PHI	Angulo de fricción entre suelo y suelo.
DEALFA	Incremento del ángulo alfa.
DEBETA	Incremento del ángulo beta.
DEDELTA	Incremento del ángulo delta.
DPHI	Incremento del ángulo phi.
KA	coeficiente de empuje activo K_A .
KP	coeficiente de empuje pasivo K_P .
ALFAL	Valor final del ángulo alfa.
BETAL	Valor final del ángulo beta.
DELTAL	Valor final del ángulo delta.
PHIL	Valor final del ángulo phi.
GR	Factor de conversión de grados a radianes.
RG	Factor de conversión de radianes a grados.
RALFA	Angulo alfa en radianes.
RBETA	Angulo beta en radianes.
RDELTA	Angulo delta en radianes.
RPHI	Angulo phi en radianes.
M	Contador de paquetes de datos.
KL	Numera a la primera hoja de resultados.
AA	pone el título a cada hoja de resultados.
IN	numera las combinaciones.
MN	Contador de renglones para cambiar de hoja.
N	Numera las hojas de resultados a partir de la segunda.
KM	Detecta valores negativos de los argumentos -- G y V.
ICERO	Detecta cuándo el valor de H o W es nulo.

A	$\text{sen}^2 (\alpha + \phi)$
B	$\text{sen}^2 \alpha$
C	$\text{sen} (\alpha - \delta)$
D	BC
E	$\text{sen} (\phi + \delta) \text{sen} (\phi - \beta)$
F	$C \text{sen} (\alpha + \beta)$
G	E/F
H	$(1 - \sqrt{G})^2$
P	DH
KA	A/P
Q	$\text{sen}^2 (\alpha - \phi)$
R	$\text{sen} (\alpha + \delta)$
S	BR
T	$\text{sen} (\phi + \delta) \text{sen} (\phi + \beta)$
U	$R \text{sen} (\alpha + \beta)$
V	T/U
W	$(1 - \sqrt{V})^2$
X	SW
KP	Q/X
AB	Angulo RALFA en grados (Variable temporal para impresión)
CD	Angulo RBETA en grados (Variable temporal para impresión)
EF	Angulo RDELTA en grados (Variable temporal para impresión)
GH	Angulo RPHI en grados (Variable temporal para impresión)

II	} constantes para las iteraciones.
III	
IIII	
JJ	
JJJ	
JJJJ	
KK	

KKK

KKKK

LL Constantes para las iteraciones.

LLL

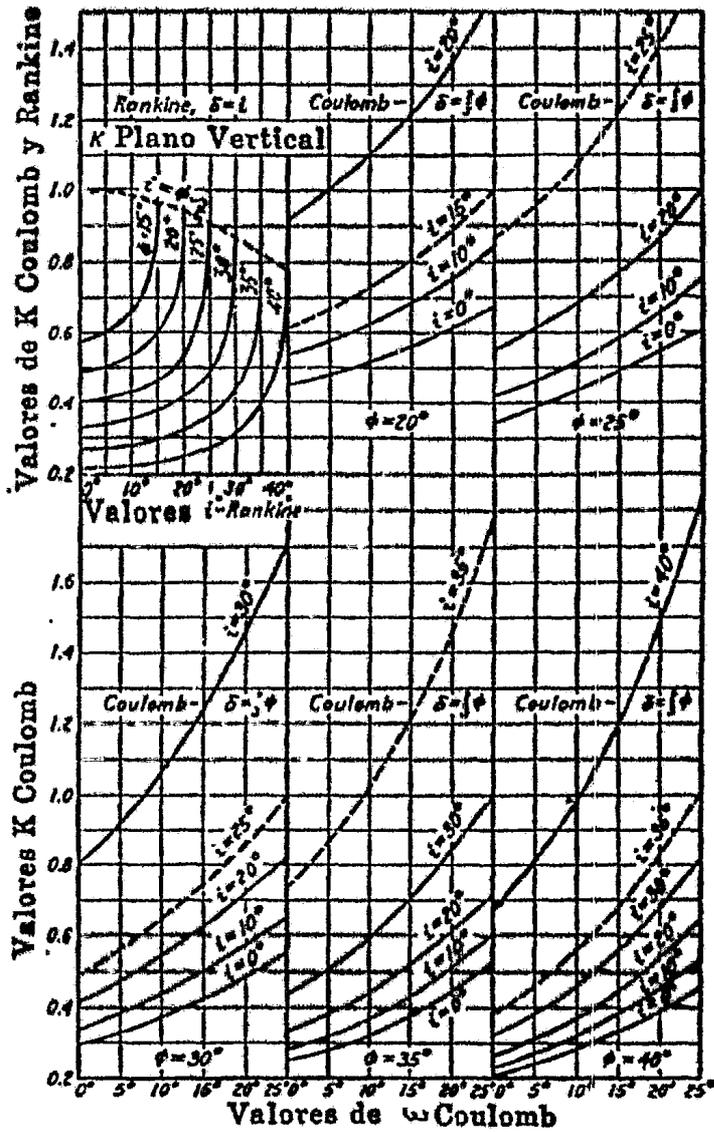
LLLL

Observaciones importantes.

- 1) Los valores inicial y final de los ángulos alfa, beta, delta y phi, así como sus incrementos, deberán ser números reales enteros.
- 2) El contador de paquetes de datos (M), deberá ser siempre cero a excepción de la última tarjeta de datos, en donde se le puede dar cualquier valor entero positivo o negativo.
- 3) Si los ángulos alfa y beta son iguales o cualquiera de los ángulos alfa, beta, delta o phi, son negativos, el programa imprimirá un mensaje de error dado que con cualquiera de las dos condiciones que se cumplan, al efectuar ciertas operaciones, se lleva al programa a efectuar una división entre cero no permitida.
- 4) Cuando K_p sea mayor que 99.9999999999, la computadora imprimirá, en su lugar, asteriscos.
- 5) Cuando G o V es negativo, el programa ordenará la impresión de guiones (-) en los campos que les corresponden a K_a y a K_p .
- 6) Si las variables F o U son nulas, el programa dará la orden de impresión del signo & en los campos de K_a y K_p .

A P E N D I C E

Valores de K para los métodos de Coulomb y Rankine



		FORMAT
FILE	5=DATOS, UNIT=PEADER	00000100
FILE	6=WRITER, UNIT=PRINTER	00000200
C		00000300
C	PROGRAMA PARA DETERMINAR LOS COEFICIENTES DE EMPUJE DE TIERRA	00000400
C	ACTIVO (KA) Y PASIVO (KKB) PARA EL CASO GENERAL DE COULOMB.	00000500
C		00000600
C	PROGRAMA DE JOSE MARTO VERA PEREZ.	00000700
C		00000800
	DIMENSION AACT(3)	00000900
	REAL KA, KP	00001000
	DATA AACT HOJA DE RESULTADOS*	00001100
C	LECTURA DE DATOS	00001200
	5 READ(5, /) ALFA, DEALFA, ALFAL, BETA, DEBETA, BETAL, DELTA,	00001300
	*DELTA, DELTAL, PHI, DEPHI, PHILAM	00001400
C	CONTADORES	00001500
	IN=0; MN=0; KL=1; N=2	00001600
C	VERIFICACION DE LOS DATOS	00001700
	IF(ALFA.LT.0.0) GO TO 100	00001800
	IF(BETA.LT.0.0) GO TO 200	00001900
	IF(DELTAL.LT.0.0) GO TO 300	00002000
	IF(PHI.LT.0.0) GO TO 200	00002100
C	IMPRESION DEL ENCABEZADO	00002200
	WRITE(6, 10) KA, KL, ALFA, DEALFA, ALFAL, BETA, DEBETA, BETAL,	00002300
	*DELTA, DELTAL, DELTAL, PHI, DEPHI, PHIL	00002400
C	FACTORES DE CONVERSION DE GRADOS A RADIANES Y VICEVERSA	00002500
	GR=3.1415926536/180.0	00002600
	RG=1.0/GR	00002700
C	CONSTANTES PARA LAS ITERACIONES	00002800
	II=IFIX (PHI)	00002900
	III=IFIX (PHIL)	00003000
	IIII=IFIX (DEPHI)	00003100
	JJ=IFIX (DELTA)	00003200
	JJJ=IFIX (DELTAL)	00003300
	JJJJ=IFIX (DOELTA)	00003400
	KK=IFIX (BETA)	00003500
	KKK=IFIX (BETAL)	00003600
	KKKK=IFIX (DEBETA)	00003700
	LL=IFIX (ALFA)	00003800
	LLL=IFIX (ALFAL)	00003900
	LLLL=IFIX (DEALFA)	00004000
C	COMBINACIONES	00004100
	DO 1 I=II, III, IIII	00004200
	PHI=FLOAT(I)	00004300
	RPHI=RWIAGR	00004400
	DO 1 J=JJ, JJJ, JJJJ	00004500
	DELTA=FLOAT(J)	00004600
	RDELTA=DELTA*GR	00004700
	DO 1 K=KK, KKK, KKKK	00004800
	BETA=FLOAT(K)	00004900
	RBETA=BETA*GR	00005000
	DO 1 L=LL, LLL, LLLL	00005100

```

ALFA=FLOAT(L) 00005300
RALFA=ALFA*GR 00005400
IN=IN+1 00005500
C COEFICIENTE DE EMPUJE ACTIVO (KA). 00005600
A=(SIN(RALFA+RPHI))**2 00005700
B=(SIN(RALFA))**2 00005800
C=SIN(RALFA-RDELTA) 00005900
IF(C.LT.0.0) KM=1 00006000
IF(C.LT.0.0) GO TO 3 00006100
D=R*C 00006200
E=SIN(RPHI+RDELTA)*SIN(RPHI-RBETA) 00006300
IF(E.LT.0.0) KM=1 00006400
IF(E.LT.0.0) GO TO 3 00006500
F=C*SIN(RALFA+RBETA) 00006600
IF(F.LT.0.0) KM=1 00006700
IF(F.LT.0.0) GO TO 3 00006800
G=E/F 00006900
H=(1.0+SQRT(G))**2 00007000
IF(H.EQ.0.0) ICERO=ICERO+1 00007100
IF(H.EQ.0.0) GO TO 3 00007200
P=D*H 00007300
KA=P 00007400
C COEFICIENTE DE EMPUJE PASIVO (KP). 00007500
Q=(SIN(RALFA+RPHI))**2 00007600
R=SIN(RALFA+RDELTA) 00007700
S=B*R 00007800
T=SIN(RPHI+RDELTA)*SIN(RPHI+RBETA) 00007900
IF(T.LT.0.0) KM=1 00008000
IF(T.LT.0.0) GO TO 3 00008100
U=R*SIN(RALFA+RBETA) 00008200
IF(U.LT.0.0) KM=1 00008300
IF(U.LT.0.0) GO TO 3 00008400
V=U/T 00008500
W=(1.0-SQRT(V))**2 00008600
IF(W.EQ.0.0) GO TO 3 00008700
IF(W.EQ.0.0) ICERO=ICERO+1 00008800
X=W*W 00008900
KP=X 00009000
C CONVERSION DE LOS ANGULOS EN RADIANES A GRADOS 00009100
3 AB=RALFA*RG 00009200
CD=RBETA*RG 00009300
EF=RDELTA*RG 00009400
GH=RPHI*RG 00009500
MM=MM+1 00009600
IF(MM.GT.1) GO TO 2 00009700
WRITE(9,50) AA, N 00009800
2 IF(KM.FQ.1) GO TO 4 00009900
IF(ICERO.EQ.1) GO TO 7 00010000
WRITE(6,40) IN,AB,CD,EF,GH,KA,KP 00010100
IF(KM.FQ.0) GO TO 6 00010200
4 IF(ICERO.EQ.1) GO TO 7 00010300
WRITE(6,20) IN,AB,CD,EF,GH 00010400
GO TO 6 00010500
7 WRITE(6,80) IN,AF,CD,EF,GH 00010600
6 KM=0 ; ICERO=0 00010700
IF(MM.GE.50) MM=1 00010800
IF(MM.GE.50) MM=0 00010900
1 CONTINUE 00011000
WRITE(6,50) 00011100
IF(M.NE.0) GO TO 900 00011200

```

GO TO 5
100 WRITE(6,60)
GO TO 999
200 WRITE(6,70)

00011300
00011400
00011500
00011600

10 FORMAT(1H1,54X,3A6," ",I2,////,1X,"VALORES DE LOS ",
A"COEFICIENTES DE EMPUJE DE TIERRA ACTIVO (KA) Y PASIVO ",
B"(KPI) PARA EL CASO GENERAL DE CUERPOS HETEROTONOS EN UN CASO",
C1X,"COMBINACIONES DE LOS ANGULOS SIGUIENTES:",////,
D21X,"*",18("="),"+",18("="),"+",18("="),"+",18("="),"+",18("="),"+",18("="),
E21X,"*",5X,"ANGULOS",5X,"*",2X,"VALOR INICIAL",5X,"*",5X,
F"INCREMENTO",4X,"*",3X,"VALOR FINAL",4X,"*",4X,
G21X,"*",18X,"*",5X,"(GRADOS)",5X,"*",5X,"(GRADOS)",5X,"*",
H5X,"(GRADOS)",5X,"*",
I21X,"*",18("="),"+",18("="),"+",18("="),"+",18("="),"+",18("="),"+",18("="),
J21X,"*",7X,"ALFA",7X,"*",7X,F5.2,6X,"*",7X,F5.2,6X,"*",7X,
K"5.2,6X,"*",
L21X,"*",7X,"BETA",7X,"*",7X,F5.2,6X,"*",7X,F5.2,6X,"*",7X,
M"5.2,6X,"*",
N21X,"*",7X,"DELTA",6X,"*",7X,F5.2,6X,"*",7X,F5.2,6X,"*",7X,
O"5.2,6X,"*",
P21X,"*",7X,"PHI",6X,"*",7X,F5.2,6X,"*",7X,F5.2,6X,"*",7X,
Q"5.2,6X,"*",
R21X,"*",18("="),"+",18("="),"+",18("="),"+",18("="),"+",18("="),"+",18("="),
S"ALFA: ANGULO FORMADO ENTRE EL PLANO HORIZONTAL DEL MURO ",
T"Y EL RESPALDO DE ESTE",////,
U" BETA: ANGULO FORMADO ENTRE LA SUPERFICIE PLANA DEL ",
V"RELLENO Y LA HORIZONTAL.",////,
W"DELTA: ANGULO DE FRICCION ENTRE MURO Y RELLENO. ESTE ANGULO ",
X"ESTA FORMADO POR LA RESULTANTE DE LA PRESION DEL RELLENO ",
Y"CONTRA EL MURO Y EL RESPALDO DEL MURO Y UNA NORMAL ",
Z"AL ESTE MISMO.",////,
1"PHI: ANGULO DE FRICCION ENTRE SUELO Y SUELO FORMADO POR LA ",
2"FUERZA RESULTANTE DE UNA COMA DE SUELO Y UNA NORMAL A LA ",
3"SUPERFICIE",////,7X,"DE PALLA LA CUAL SE DESARROLLA DENTRO DEL ",
4"RELLENO Y DE SUPERFICIE PLANA.")

00011700
00011800
00011900
00012000
00012100
00012200
00012300
00012400
00012500
00012600
00012700
00012800
00012900
00013000
00013100
00013200
00013300
00013400
00013500
00013600
00013700
00013800
00013900
00014000
00014100
00014200
00014300
00014400
00014500
00014600
00014700
00014800
00014900

20 FORMAT(1H1,14X,F6.2,6X,F6.2,6X,F6.2,6X,F6.2,14X,I3("6X",I3("="))

00015000

30 FORMAT(1H1,54X,3A6," ",I2,////," COMBINACION",12X,"ALFA",10X,
A"BETA",18X,"DELTA",14X,"PHI",20X,"KA",10X,"KPI",////)

00015100
00015200
00015300

40 FORMAT(1H1,14X,F6.2,6X,F6.2,6X,F6.2,6X,F6.2,14X,I3("6X",I3("="))

00015400
00015500
00015600

50 FORMAT(1H1," PROGRAMA: JOSE MARIO VERA PEREZ.")

00015700
00015800

60 FORMAT(1H1,7X," LOS ANGULOS ALFA Y BETA SON IGUALES LO CUAL ",
1" NOS LLEVA A UNA DIVISION",//," ENTRE CERO. FAVOR DE REVISAR ",
2"DE NUEVO ESTOS DATOS Y CORREGIRLOS.",//," PROGRAMA: JOSE ",
3"MARIO VERA PEREZ.")

00015900
00016000
00016100
00016200
00016300

70 FORMAT(1H1,7X," REVISE LOS VALORES DE LOS ANGULOS YA QUE ",
1" TODOS DEBEN SER POSITIVOS",//," O DE LO CONTRARIO LOS ",
2"LLERARIAN A UNA DIVISION ENTRE CERO.",//," PROGRAMA: JOSE ",
3"MARIO VERA PEREZ.")

00016400
00016500
00016600
00016700
00016800

80 FORMAT(1H1,14X,F6.2,6X,F6.2,6X,F6.2,6X,F6.2,14X,I3("6X",I3("="))

00016900
00017000
00017100
00017200

999 CALL EXIT,
END

00017310
00017400
FIRMAI
FORIAI
SE

002100F110 IS THE LOCATION FOR EXCEPTIONAL ACTION ON THE IAD STATEMENT AT

MEMO DE RESULTADOS N. 17

COMBINACION	ALFA	BETA	DELTA	RHI	PA	RP
751	85.00	25.00	25.00	25.00	1.077437753	21.551770048
752	90.00	25.00	25.00	25.00	0.990307749	17.430022143
753	75.00	30.00	25.00	25.00	-----	-----
754	80.00	30.00	25.00	25.00	-----	-----
755	85.00	30.00	25.00	25.00	-----	-----
756	90.00	30.00	25.00	25.00	-----	-----
757	75.00	30.00	30.00	25.00	0.5515960300	0.2020652435
758	80.00	30.00	30.00	25.00	0.0203243043	0.0010100500
759	85.00	30.00	30.00	25.00	0.3923305707	5.7911347397
760	90.00	30.00	30.00	25.00	0.3550001009	7.133112050
761	75.00	30.00	30.00	25.00	0.5575000250	4.5000900000
762	80.00	30.00	30.00	25.00	0.0000530000	0.0000000000
763	85.00	30.00	30.00	25.00	0.0320701122	7.5025772734
764	90.00	30.00	30.00	25.00	0.3000500000	0.0000000000
765	75.00	30.00	30.00	25.00	0.6120773000	7.1750301107
766	80.00	30.00	30.00	25.00	0.5322511433	4.5120553000
767	85.00	30.00	30.00	25.00	0.0700730000	7.7020000000
768	90.00	30.00	30.00	25.00	0.0223350000	0.2700310000
769	75.00	30.00	30.00	25.00	0.7000000000	0.0000000000
770	80.00	30.00	30.00	25.00	0.0100000000	0.0000000000
771	85.00	30.00	30.00	25.00	0.0300000000	0.0000000000
772	90.00	30.00	30.00	25.00	0.0700000000	0.0000000000
773	75.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
774	80.00	30.00	30.00	25.00	0.7300000000	0.0000000000
775	85.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
776	90.00	30.00	30.00	25.00	0.5000000000	0.0000000000
777	75.00	30.00	30.00	25.00	1.0700000000	0.0000000000
778	80.00	30.00	30.00	25.00	1.0550000000	0.0000000000
779	85.00	30.00	30.00	25.00	1.0000000000	0.0000000000
780	90.00	30.00	30.00	25.00	0.9400000000	0.0000000000
781	75.00	30.00	30.00	25.00	-----	-----
782	80.00	30.00	30.00	25.00	-----	-----
783	85.00	30.00	30.00	25.00	-----	-----
784	90.00	30.00	30.00	25.00	-----	-----
785	75.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
786	80.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
787	85.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
788	90.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
789	75.00	30.00	30.00	25.00	0.0700000000	0.0000000000
790	80.00	30.00	30.00	25.00	0.4300000000	0.0000000000
791	85.00	30.00	30.00	25.00	0.3000000000	0.0000000000
792	90.00	30.00	30.00	25.00	0.3500000000	0.0000000000
793	75.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
794	80.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
795	85.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
796	90.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
797	75.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
798	80.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
799	85.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000
800	90.00	30.00	30.00	25.00	0.0000000000	0.0000000000

111 MEMO DE RESULTADOS

111

HOJA DE RESULTADOS - JA

COMBINACION	ALFA	BETA	DELTA	PHI	TA	TP
801	75.00	20.00	0.00	30.00	0.617222222	4.472222222
802	80.00	20.00	0.00	30.00	0.452222222	4.452222222
803	85.00	20.00	0.00	30.00	0.091333333	4.092333333
804	90.00	20.00	0.00	30.00	0.412222222	5.737150000
805	75.00	25.00	0.00	30.00	0.702222222	4.454433333
806	80.00	25.00	0.00	30.00	0.627222222	5.197300000
807	85.00	25.00	0.00	30.00	0.502177778	5.922237000
808	90.00	25.00	0.00	30.00	0.502177778	6.401803333
809	75.00	30.00	0.00	30.00	1.003222222	5.700475000
810	80.00	30.00	0.00	30.00	0.904022222	6.150262500
811	85.00	30.00	0.00	30.00	0.434022222	7.179574700
812	90.00	30.00	0.00	30.00	0.720000000	8.720000000
813	75.00	0.00	5.00	30.00	0.004022222	2.076243055
814	80.00	0.00	5.00	30.00	0.394022222	2.076243055
815	85.00	0.00	5.00	30.00	0.752022222	3.107471250
816	90.00	0.00	5.00	30.00	0.312022222	3.505190500
817	75.00	5.00	5.00	30.00	0.004022222	3.120700000
818	80.00	5.00	5.00	30.00	0.417000000	3.374300000
819	85.00	5.00	5.00	30.00	0.375000000	3.718117000
820	90.00	5.00	5.00	30.00	0.375000000	4.105200000
821	75.00	10.00	5.00	30.00	0.510700000	3.653020000
822	80.00	10.00	5.00	30.00	0.407000000	3.959270000
823	85.00	10.00	5.00	30.00	0.005022222	4.003100000
824	90.00	10.00	5.00	30.00	0.350000000	5.327130000
825	75.00	15.00	5.00	30.00	0.500000000	4.250000000
826	80.00	15.00	5.00	30.00	0.400000000	4.000000000
827	85.00	15.00	5.00	30.00	0.000000000	5.200000000
828	90.00	15.00	5.00	30.00	0.300000000	6.100000000
829	75.00	20.00	5.00	30.00	0.000000000	4.700000000
830	80.00	20.00	5.00	30.00	0.500000000	5.500000000
831	85.00	20.00	5.00	30.00	0.400000000	6.300000000
832	90.00	20.00	5.00	30.00	0.400000000	7.100000000
833	75.00	25.00	5.00	30.00	0.700000000	5.800000000
834	80.00	25.00	5.00	30.00	0.621000000	6.600000000
835	85.00	25.00	5.00	30.00	0.550000000	7.400000000
836	90.00	25.00	5.00	30.00	0.450000000	8.200000000
837	75.00	30.00	5.00	30.00	1.000000000	7.000000000
838	80.00	30.00	5.00	30.00	0.000000000	8.200000000
839	85.00	30.00	5.00	30.00	0.000000000	10.000000000
840	90.00	30.00	5.00	30.00	0.700000000	12.000000000
841	75.00	0.00	10.00	30.00	0.400000000	5.000000000
842	80.00	0.00	10.00	30.00	0.300000000	3.200000000
843	85.00	0.00	10.00	30.00	0.300000000	3.000000000
844	90.00	0.00	10.00	30.00	0.300000000	4.100000000
845	75.00	5.00	10.00	30.00	0.000000000	3.000000000
846	80.00	5.00	10.00	30.00	0.000000000	3.000000000
847	85.00	5.00	10.00	30.00	0.000000000	4.000000000
848	90.00	5.00	10.00	30.00	0.000000000	5.000000000
849	75.00	10.00	10.00	30.00	0.000000000	4.000000000
850	80.00	10.00	10.00	30.00	0.000000000	4.000000000

REP. 01/01/01 10:00:00

HOJA DE RESULTADOS n 19

COMBINACION	ALFA	BETA	DELTA	PHI	LF	KP
851	85.00	10.00	10.00	30.00	0.3922630002	5.3930401971
852	90.00	10.00	10.00	30.00	0.3922630002	6.3143000220
853	75.00	15.00	10.00	30.00	0.5407510009	5.1076005141
854	80.00	15.00	10.00	30.00	0.4770552054	5.7449630000
855	85.00	15.00	10.00	30.00	0.4200559762	6.0555103651
856	90.00	15.00	10.00	30.00	0.3790071609	7.4484270000
857	75.00	20.00	10.00	30.00	0.0039802045	6.1602430014
858	80.00	20.00	10.00	30.00	0.5337200000	7.0530000000
859	85.00	20.00	10.00	30.00	0.4710046138	5.3705001017
860	90.00	20.00	10.00	30.00	0.4100000000	10.4030000000
861	75.00	25.00	10.00	30.00	0.7055940000	7.5000000000
862	80.00	25.00	10.00	30.00	0.6210000000	8.0000000000
863	85.00	25.00	10.00	30.00	0.5000000000	10.0000000000
864	90.00	25.00	10.00	30.00	0.6000000000	10.0000000000
865	75.00	30.00	10.00	30.00	1.1000000000	9.0000000000
866	80.00	30.00	10.00	30.00	0.9000000000	11.0000000000
867	85.00	30.00	10.00	30.00	0.8000000000	11.0000000000
868	90.00	30.00	10.00	30.00	0.7000000000	11.0000000000
869	75.00	0.00	15.00	30.00	0.0000000000	3.0000000000
870	80.00	0.00	15.00	30.00	0.3000000000	3.0000000000
871	85.00	0.00	15.00	30.00	0.3000000000	3.0000000000
872	90.00	0.00	15.00	30.00	0.3000000000	3.0000000000
873	75.00	5.00	15.00	30.00	0.4000000000	4.0000000000
874	80.00	5.00	15.00	30.00	0.4000000000	4.0000000000
875	85.00	5.00	15.00	30.00	0.4000000000	4.0000000000
876	90.00	5.00	15.00	30.00	0.4000000000	4.0000000000
877	75.00	10.00	15.00	30.00	0.4000000000	5.0000000000
878	80.00	10.00	15.00	30.00	0.4000000000	5.0000000000
879	85.00	10.00	15.00	30.00	0.4000000000	5.0000000000
880	90.00	10.00	15.00	30.00	0.4000000000	5.0000000000
881	75.00	15.00	15.00	30.00	0.5000000000	6.0000000000
882	80.00	15.00	15.00	30.00	0.4770000000	7.0000000000
883	85.00	15.00	15.00	30.00	0.4200000000	8.0000000000
884	90.00	15.00	15.00	30.00	0.3790000000	10.0000000000
885	75.00	20.00	15.00	30.00	0.0000000000	7.0000000000
886	80.00	20.00	15.00	30.00	0.6000000000	7.0000000000
887	85.00	20.00	15.00	30.00	0.5000000000	9.0000000000
888	90.00	20.00	15.00	30.00	0.4000000000	11.0000000000
889	75.00	25.00	15.00	30.00	0.7000000000	9.0000000000
890	80.00	25.00	15.00	30.00	0.6000000000	10.0000000000
891	85.00	25.00	15.00	30.00	0.5000000000	10.0000000000
892	90.00	25.00	15.00	30.00	0.4000000000	10.0000000000
893	75.00	30.00	15.00	30.00	1.1000000000	12.0000000000
894	80.00	30.00	15.00	30.00	0.9000000000	12.0000000000
895	85.00	30.00	15.00	30.00	0.8000000000	12.0000000000
896	90.00	30.00	15.00	30.00	0.7000000000	12.0000000000
897	75.00	0.00	20.00	30.00	0.0000000000	3.0000000000
898	80.00	0.00	20.00	30.00	0.3000000000	3.0000000000
899	85.00	0.00	20.00	30.00	0.3000000000	3.0000000000
900	90.00	0.00	20.00	30.00	0.3000000000	3.0000000000

HOJA DE RESULTADOS n 19

REFERENCIAS

1. E.J. Badillo y A. Rico R.: *Mécanica de Suelos Tomo I.* México 1970
2. E.J. Badillo y A. Rico R.: *Mécanica de Suelos Tomo II.* México 1967
3. Tschebotarioff.: *Tercera Edición,* 1963
4. A. Rico R. y Del Castillo.: *La Ingeniería - de Suelos en las Vías Terrestres. Volumen I.* México 1974
5. K. Terzaghi y R.B. Peck.: *Mécanica de Suelos en la Ingeniería Práctica.* 1975
6. W.C. Huntington.: *Earth Pressures an Retaining Walls.* Wiley 1957
7. D.W. Taylor. *Soil Mechanics.* Wiley 1948
8. Alberro y Ellstein.: *Revista de Ingeniería. - México, julio 1969*