

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA



TRANSFORMACION DE COORDENADAS
GEODESICAS A U.T.M. POR COMPUTADORA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO TOPOGRAFO Y GEODESTA

P R E S E N T A:

Luis Manuel Montaña Silva

MEXICO, D. F.

1983



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

Lista de Figuras..... *ii*

RESUMEN.....*iii*

1. IDENTIFICACION DEL PROBLEMA..... 1

2. DESCRIPCION DEL MODELO MATEMATICO DE LA PROYECCION
UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR..... 7

 2.1. Elementos de la Proyección UTM..... 7

 2.2. Notación..... 8

 2.3. Especificaciones..... 9

 2.4. Modelos Matemáticos..... 10

 2.4.1. Transformación de Coordenadas Geodésicas
 (Φ, λ) a Coordenadas Planas (X,Y) TM.... 10

 2.4.2. Convergencia de Meridianos..... 11

 2.4.3. Factor de Escala..... 12

 2.4.4. Transformación de Coordenadas Planas (X,Y)
 TM a (X,Y) UTM..... 13

3. PROGRAMA DE COMPUTO..... 14

 3.1. Diagrama de Flujo..... 14

 3.1.1 Glosario de Variables..... 14

 3.2. Programa en Lenguaje Basic..... 22

 3.3. Instrucciones de Usuario..... 28

 3.4. Ejemplo de Cálculo y Construcción de Canevá..... 32

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES..... 42

ANEXO I..... 46

ANEXO II..... 48

BIBLIOGRAFIA..... 51

LISTA DE FIGURAS

<i>Fig.</i>	<i>pag.</i>
1.1 Plano Meridional del Elipsoide de Referencia.....	2
1.2 Coordenadas Geodésicas.....	3
1.3 Superficies Geométricas utilizadas para proyectar a la Tierra.....	5
1.4 Modificaciones de Proyecciones Cartográficas.....	5
2.1 Elementos de la Proyección UTM.....	7
2.2 Zonas UTM.....	10
3.1 Programa Principal.....	16
3.2 Subrutina para el cálculo de Seno y Coseno.....	17
3.3 Subrutina para el cálculo de X,Y, Factor de Escala y Convergencia del Meridiano.....	18
3.4 Subrutina para impresión de Canevá.....	19
3.5 Subrutina para impresión de Coordenadas.....	20
3.6 Subrutina de conversión de grados decimales a grados, minutos y segundos.....	21
3.7 Inicio del Programa.....	28
3.8 Opciones del Programa.....	29
3.9 Ejemplo de entrada de la Opción CC.....	30
3.10 Ejemplo de entrada de la Opción CO.....	31
3.11 Fin del Proceso.....	31
3.12 Cuadrícula Universal Transversa de Mercator para el Distrito Federal.....	41
11.1 Elipse Meridiana.....	48

R E S U M E N

En la actualidad las computadoras constituyen un elemento esencial para solucionar más agilmente los problemas de la Ingeniería.

En el campo de la Ingeniería Topográfica y Geodésica, es relevante el uso de las computadoras, debido a los complejos procedimientos de cálculo y a la rapidez y precisión con que se requiere obtener los resultados.

El objetivo que se pretende en éste trabajo, es mostrar la aplicación de un sistema de cómputo a la solución de problemas de la Ingeniería Topográfica y Geodésica mediante la Transformación de Coordenadas Geodésicas (ϕ, λ) a Coordenadas Planas (X, Y) UTM.

En las conclusiones se presenta un breve análisis del costo de elaboración del programa, del cual se puede apreciar fácilmente la rentabilidad de la solución de problemas empleando esta valiosa herramienta.

1. IDENTIFICACION DEL PROBLEMA

Dentro de las ciencias que se dedican al estudio de la Tierra, la Geodesia es la rama del saber humano que se encarga de determinar las dimensiones y forma de la misma.

En la actualidad, la figura adoptada por la Geodesia es la de un Elipsoide Biaxial, conocido con el nombre de Elipsoide de Referencia, el cual queda definido en sentido geométrico por dos parámetros:

Semieje Mayor "a"

Semieje Menor "b"

(ver fig. 1.1)

y sirve como marco de referencia para trabajos geodésicos.

Para este trabajo se utilizará el Elipsoide de Clarke de 1866, en el cual:

$$a = 6\,378\,206.4 \text{ m} \quad (1)$$

$$b = 6\,356\,583.8 \text{ m} \quad (2)$$

Algunos valores que se derivan de los parámetros anteriores son:

$$\text{Aplastamiento o Elípticidad: } f = (a - b) / a = 1/294.978698 \quad (3)$$

$$\text{Radio de Curvatura Polar: } c = a / b = 6\,399\,902.55159 \quad (4)$$

$$\text{2a. Excentricidad: } e^2 = (a^2 - b^2) / b^2 = 0.006814784946 \quad (5)$$

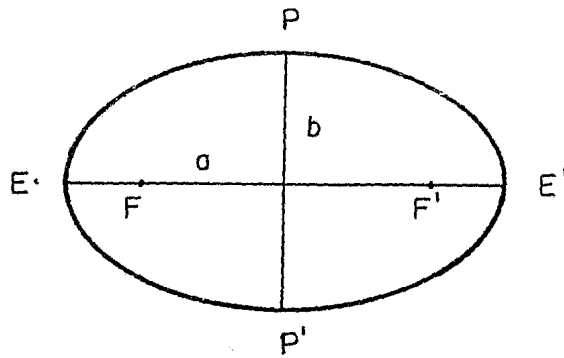


Fig. 1.1 Plano Meridional del Elipsoide de Referencia.

Para indicar la posición de un punto cualquiera de la superficie de la Tierra, se supone ésta surcada por una red imaginaria de círculos máximos que pasan por los Polos, llamados Meridianos; cortados en ángulos rectos por otros círculos paralelos al Ecuador, llamados Paralelos. Los primeros determinan la longitud, mientras que los segundos la latitud.

La Longitud (Φ) de un punto se define por el ángulo que se forma -- entre el plano del Meridiano Origen (Greenwich) y el plano del Meridiano referido en el Elipsoide (fig. 1.2), y se mide a uno y otro lado del Meridiano Origen de 0° a 180° , siendo positiva al Este y negativa al Oeste.

La Latitud (λ) de un punto está definida por el ángulo que se forma entre el plano del Ecuador y la normal de dicho punto sobre el Elipsoide -- (fig. 1.2), y se mide de 0° a 90° , siendo positiva al Norte y negativa al Sur del Ecuador.

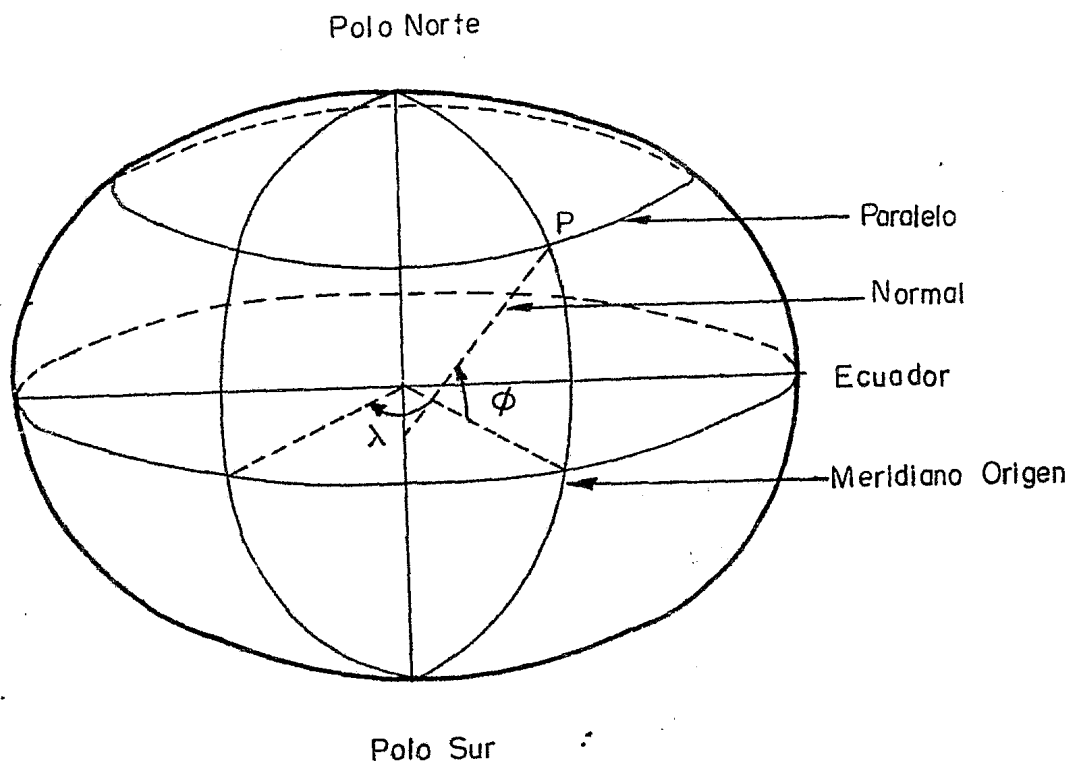


Fig. 1.2 Coordenadas Geodésicas.

La Geodesia se auxilia de la Cartografía para expresar sus resultados, representando a la Tierra sobre un plano sin que ésta sufra grandes deformaciones. Esta representación se logra a través de las Proyecciones Cartográficas.

Las Proyecciones Cartográficas se pueden clasificar de acuerdo a la relación geométrica que existe entre la Tierra y su representación, en:

- a) Conformes
- b) Equivalentes

c) *Equidistantes*

Una proyección es conforme cuando cualquier parte de la Tierra de no mucha extensión, tiene la misma forma en el mapa que en el Elipsoide.

Una proyección es equivalente cuando una extensión cualquiera de la Tierra, guarda la misma relación de escala en el plano que en el Elipsoide.

Finalmente, una proyección es equidistante por conservar la fidelidad longitudinal.

Las Proyecciones Cartográficas también pueden clasificarse de acuerdo a la forma geométrica que se utilice para proyectar a la superficie de la Tierra, en:

- a) *Cilíndricas*
- b) *Cónicas*
- c) *Azimutales*

las cuales se encuentran referidas respectivamente a un cilindro, a un cono y a una superficie plana (fig. 1.3).

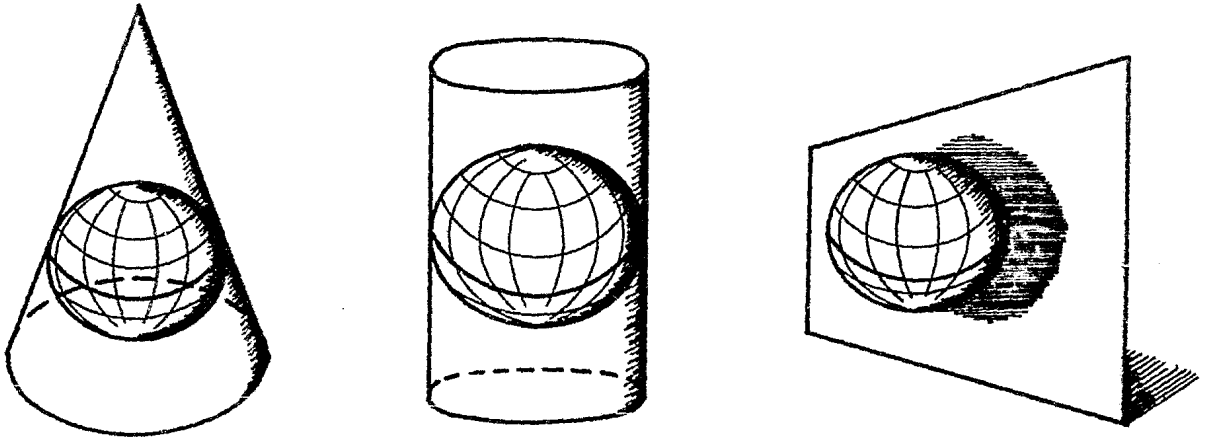


Fig. 1.3 Superficies Geométricas utilizadas para proyectar a la Tierra.

La mayoría de las Proyecciones Cartográficas utilizadas son modificaciones de otros sistemas de proyección geométricos, ya sean cónicos, cilíndricos o azimutales, como es el caso de la Proyección Transversa de Mercator - - (TM) que es una modificación de la Proyección de Mercator girada 90° (fig. 1.4)

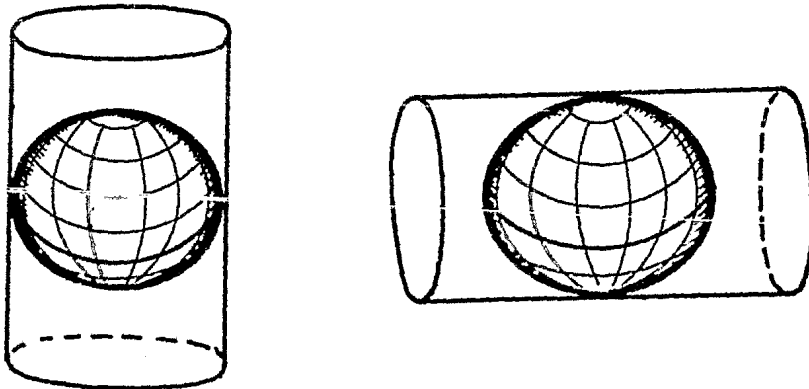


Fig. 1.4 Modificaciones de Proyecciones Cartográficas.

Teniendo como base a la Proyección Transversa de Mercator, se desarrolla la Proyección Universal Transversa de Mercator (UTM), que es ampliamente utilizada en la Cartografía a mediana y gran escala para la República Mexicana.

En Este trabajo se utiliza la proyección UTM como modelo para ejemplificar la solución de problemas con el uso de computadoras.

2. DESCRIPCION DEL MODELO MATEMATICO DE LA PROYECCION UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR.

2.1 Elementos de la Proyección UTM (Army Map Service 1951).

Los elementos de la Proyección UTM se muestran en la siguiente figura:

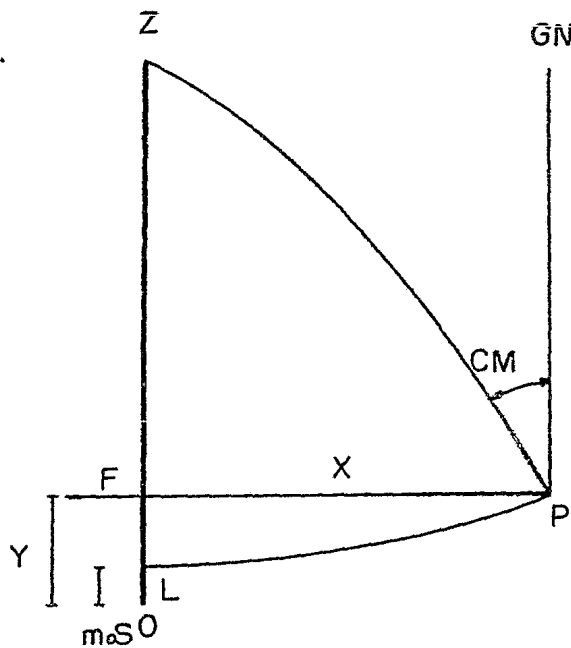


Fig. 2.1 Elementos de la Proyección UTM.

donde:

Z: Polo

P: Punto considerado

F: Pie de la Perpendicular "P" al Meridiano Central

O: Origen

- OZ: Meridiano Central (M.C.).
- LP: Paralelo que pasa por P.
- ZP: Meridiano que pasa por P.
- $OL = m_0 S$: Arco del meridiano a partir del Ecuador.
- OF=Y: Ordenada de la Cuadrícula.
- FP=X: Distancia sobre la cuadrícula desde el M.C. hasta el punto P.
- GN: Norte de la Cuadrícula.
- CM: Convergencia de Meridianos.
- S: Distancia verdadera, medida sobre un meridiano del Elipsoide desde el Ecuador.
- m_0 : Factor de Escala en el M.C.

2.2. Notación

La Notación que se utiliza aquí para el Sistema de Proyección UTM, es la siguiente:

- ϕ : Latitud.
- λ : Longitud.
- λ_0 : Longitud Origen (M.C.)
- $\Delta\lambda$: Diferencia de Longitud con relación al M.C.
 - $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$: Cuando el punto se encuentra al Este del Origen.
 - $\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda$: Cuando el punto se encuentra al Oeste del Origen.
- a : Semieje mayor del Elipsoide.
- b : Semieje menor del Elipsoide.
- f : Achatamiento o Elipticidad.
- e'^2 : Cuadrado de la segunda excentricidad.
- x : Abcisa de la cuadrícula.

Y : Ordenada de la cuadrícula,

2.3. Especificaciones. (Army Map Service, 1951)

La Proyección UTM, tiene las siguientes especificaciones:

- a) Proyección: Transversa de Mercator (tipo Gauss-Kruger) en zonas - de 6° de amplitud.
- b) Elipsoide de referencia: Clarke 1866.
- c) Longitud Origen: Meridiano Central de cada zona.
- d) Latitud Origen: 0° (Ecuador).
- e) Unidad: Metro.
- f) Falsa Ordenada: 0 mt.
- g) Falsa Abcisa: 500 000 mt.
- h) Factor de escala en el M.C.: 0.9996.
- i) Numeración de las zonas: Se principia con el no. 1, correspon - diendo a la zona situada entre los Meridianos 180° W a 174° W y - continúa la numeración en orden creciente hacia el Este hasta lle - gar al n.º. 60, que corresponde a la zona comprendida entre los me - ridianos 174° E a 180° E (fig. 2.2).
- j) Límites de latitud del sistema: 80° N
 80° S
- k) Límites de la zona: Las zonas están limitadas por Meridianos cu - yas longitudes son múltiplos de 6° W ó E del Meridiano Origen.

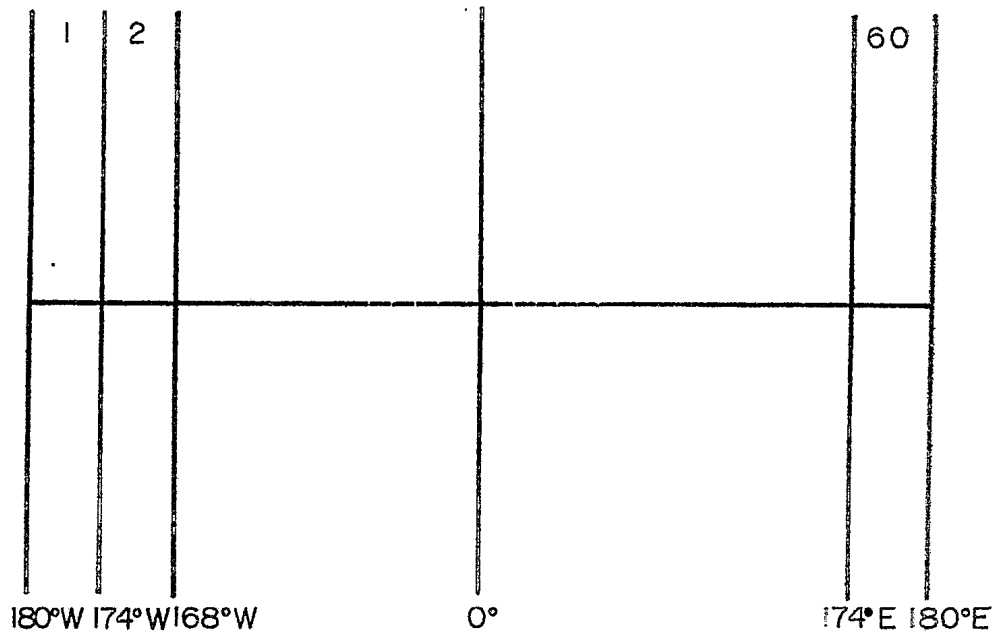


Fig. 2.2 Zonas UTM.

2.4. Modelos Matemáticos.

2.4.1. Transformación de Coordenadas Geodésicas (ϕ, λ) a Coordenadas Planas (X, Y) TM.

Las coordenadas geodésicas (ϕ, λ) de una estación se transforman a - coordenadas planas (X, Y) TM aplicando las siguientes fórmulas (Blachut et - al, 1979):

$$x = c(\sec^2\phi + e'^2)^{-1/2} \Delta\lambda [1 + 1/6(-1 + 2\cos^2\phi + e'^2\cos^4\phi)\Delta\lambda^2 + 1/120(1 - 20\cos^2\phi + (24 - 58e'^2)\cos^4\phi + 72e'^2\cos^6\phi)\Delta\lambda^4] \quad (6)$$

$$y = B + 1/2c(\sec^2\phi + e'^2)^{-1/2} \operatorname{sen}\phi \Delta\lambda^2 [1 + 1/12(-1 + 6\cos^2\phi + 9e'^2\cos^4\phi + 4e'^4\cos^6\phi)\Delta\lambda^2 + 1/360(1 - 60\cos^2\phi + 120\cos^4\phi)\Delta\lambda^4] \quad (7)$$

donde:

B : Longitud del Arco de Meridiano desde el Ecuador a un punto de latitud.

$\Delta\lambda$: Diferencia de Longitud en radianes.

y los demás símbolos tienen el significado ya definido (ver inciso 2.2.)

2.4.2 Convergencia de Meridianos.

El ángulo formado por el Norte de la cuadrícula y la dirección del -- Norte Geográfico, recibe el nombre de Convergencia de Meridianos (fig. 2.1).

Este ángulo que en la práctica se calcula directamente pocas veces, - es de vital importancia para establecer la relación entre los acimutes geodésicos y los acimutes en el plano TM, su valor es función de la posición geodésica del punto, como se observa en la siguiente relación (Blanchut et al, 1979):

$$CM = \operatorname{sen}\phi \Delta\lambda + 1/3 \operatorname{sen}\phi \cos^2\phi (1 + 3e'^2 \cos^2\phi + 2e'^4 \cos^4\phi) \Delta\lambda^3 + 1/15 \operatorname{sen}\phi \cos^2\phi (-1 + 3\cos^2\phi) \Delta\lambda^5 \quad (8)$$

donde:

$\Delta\lambda$: Diferencia de Longitud en radianes.,

y los demás símbolos tienen el significado ya definido (ver inciso 2.2.)

2.4.3. Factor de Escala.

Se llama Factor de Escala a la relación entre una longitud sobre el Elipsoide dS y su transformada en el plano TM (ds).

$$m = \frac{ds}{dS}$$

El Factor de Escala es la cantidad por la que se debe dividir una longitud medida en el plano TM, para obtener su magnitud real. Su valor varía de punto a punto y es independiente de la dirección dS (Blachut et al, 1979):

$$m = 1 + 1/2 \cos^2 \phi (1 + e^2 \cos^2 \phi) \Delta\lambda^2 + 1/24 \cos^2 \phi (-4 + (9 - 26e^2) \cos^2 \phi + 42e^2 \cos^4 \phi) \Delta\lambda^4 \quad (9)$$

donde:

$\Delta\lambda$: Diferencia de Longitud en radianes.

y los demás símbolos tienen el significado ya definido (ver inciso 2.2.)

2.4.4 Transformación de Coordenadas Planas (X, Y) TM a (X, Y) UTM.

Las ecuaciones para transformar coordenadas planas (X, Y) TM en - - -
(X, Y) UTM, se resumen en la siguiente expresión:

$$\left\{ \begin{array}{c} X \\ Y \\ m \end{array} \right\}_{UTM} = m_0 \left\{ \begin{array}{c} X \\ Y \\ m \end{array} \right\}_{TM} \quad (10)$$

3. PROGRAMA DE COMPUTO.

3.1. Diagrama de Flujo.

El Diagrama de Flujo tiene por objeto la representación gráfica del desarrollo del programa.

3.1.1. Glosario de Variables.

El significado de las variables utilizadas en estos Diagramas de Flujo, tanto del Programa Principal como el de sus cinco subrutinas, se enlistan en el siguiente glosario:

- OP\$: Opción
- A : Semieje Mayor
- B : Semieje Menor
- EP : Segunda excentricidad al cuadrado
- CP : Radio de curvatura polar
- DF : Incremento en latitud
- DL : Incremento en longitud
- FI : Latitud inicial
- FF : Latitud final
- W : Longitud inicial
- WF : Longitud final
- IL : Número de líneas impresas
- F : Factorial de n
- X : ϕ^n

- E : e^ϕ
- S : *Seno de la latitud*
- C : *Coseno de la latitud*
- ZO : *Zona*
- MC : *Meridiano Central*
- WI : *Longitud del meridiano central*
- BB : *Longitud de un Arco de meridiano*
- X : *Abcisa*
- Y : *Ordenada*
- FE : *Factor de Escala*
- CM : *Convergencia de meridianos*
- IG : *Grados enteros*
- G : *Grados con fracción*
- T : *Variable temporal*
- M : *Minutos*
- SS : *Segundos*
- "FIN" : *Opción Proceso Terminado*
- "CO" : *Opción Cálculo de Coordenadas*
- "CC" : *Opción Cálculo de Canevá*
- "12" : *Opciones "CO" y "CC"*

Fig. 3.1 PROGRAMA PRINCIPAL

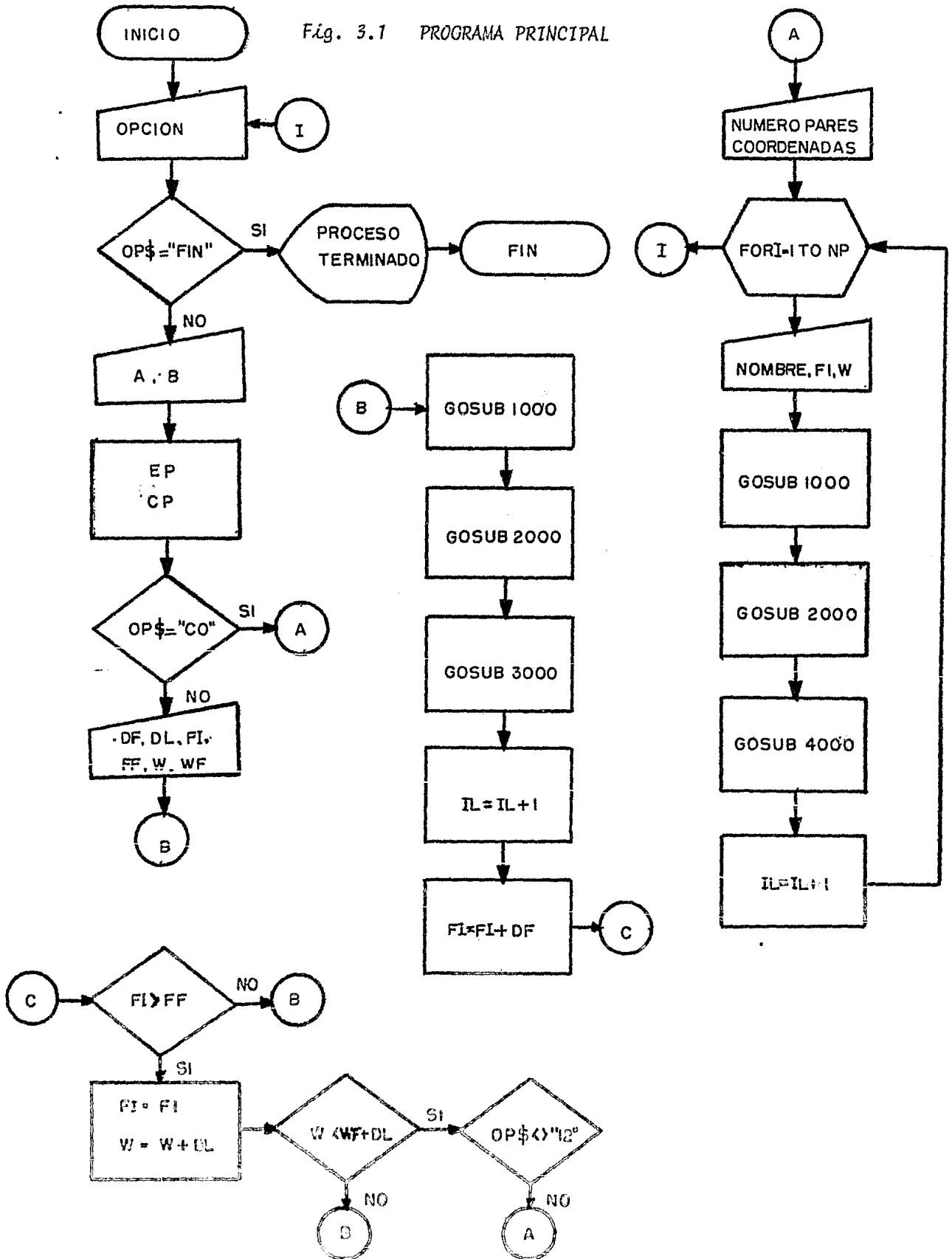


Fig. 3.2 SUBROUTINA PARA EL CALCULO DE SENO Y COSENO

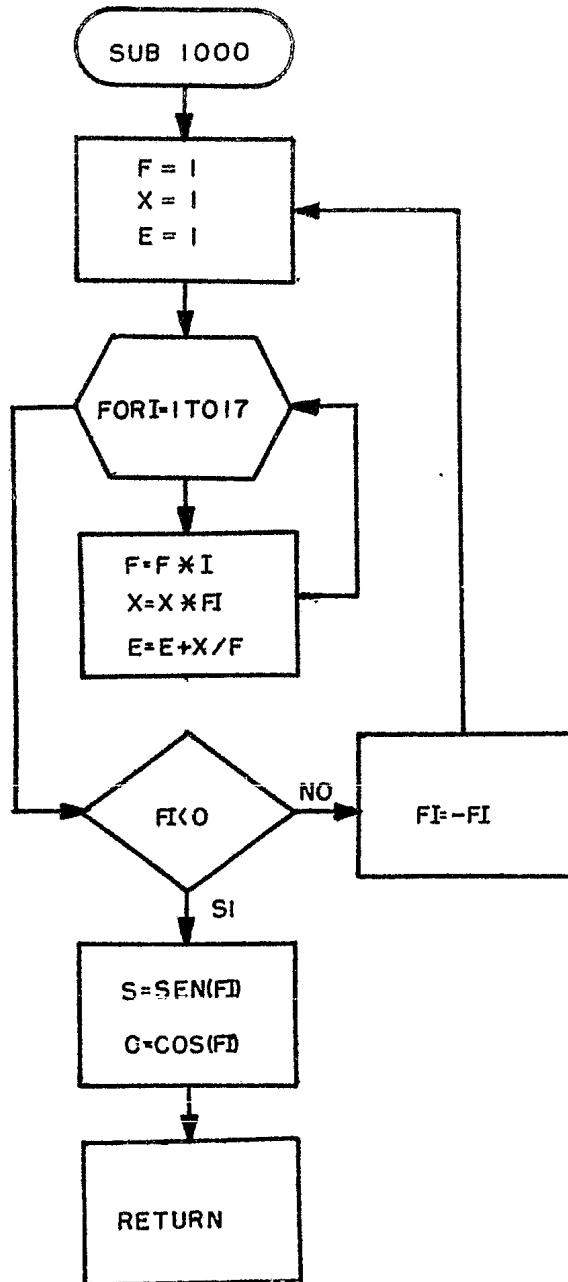


Fig. 3.3 SUBROUTINA PARA EL CALCULO DE X,Y, FACTOR DE ESCALA Y CONVERGENCIA DEL MERIDIANO.

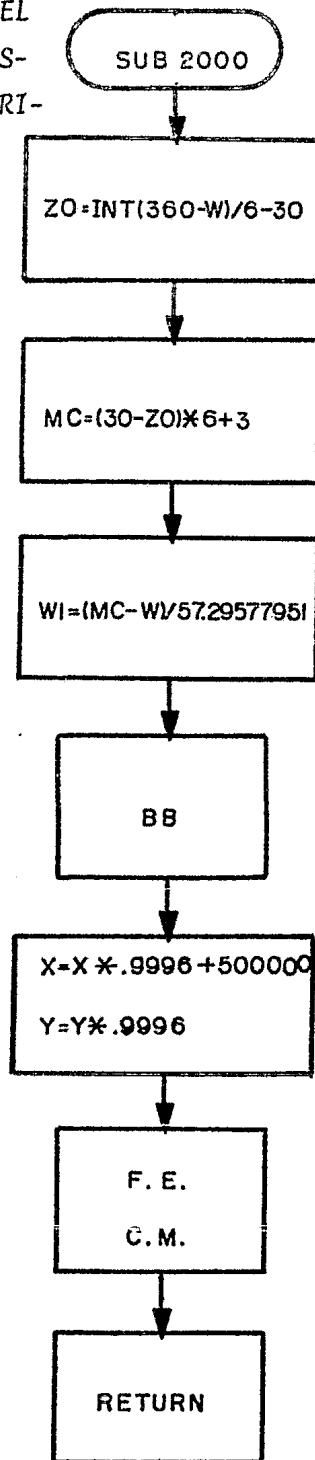


Fig. 3.4 SUBROUTINA PARA IMPRESION DE CANEVA

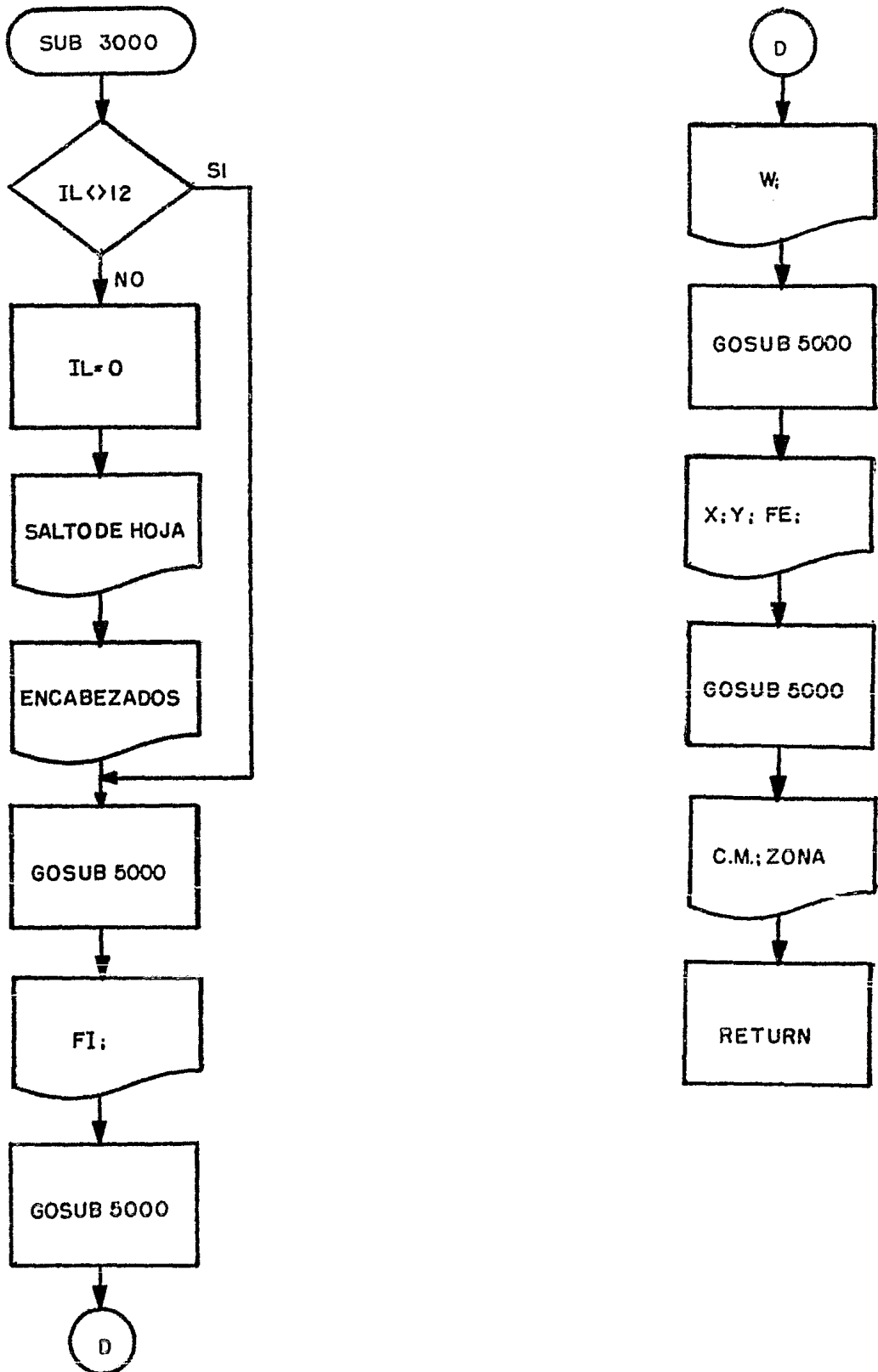


Fig. 3.5 SUBROUTINA PARA IMPRESION DE COORDENADAS

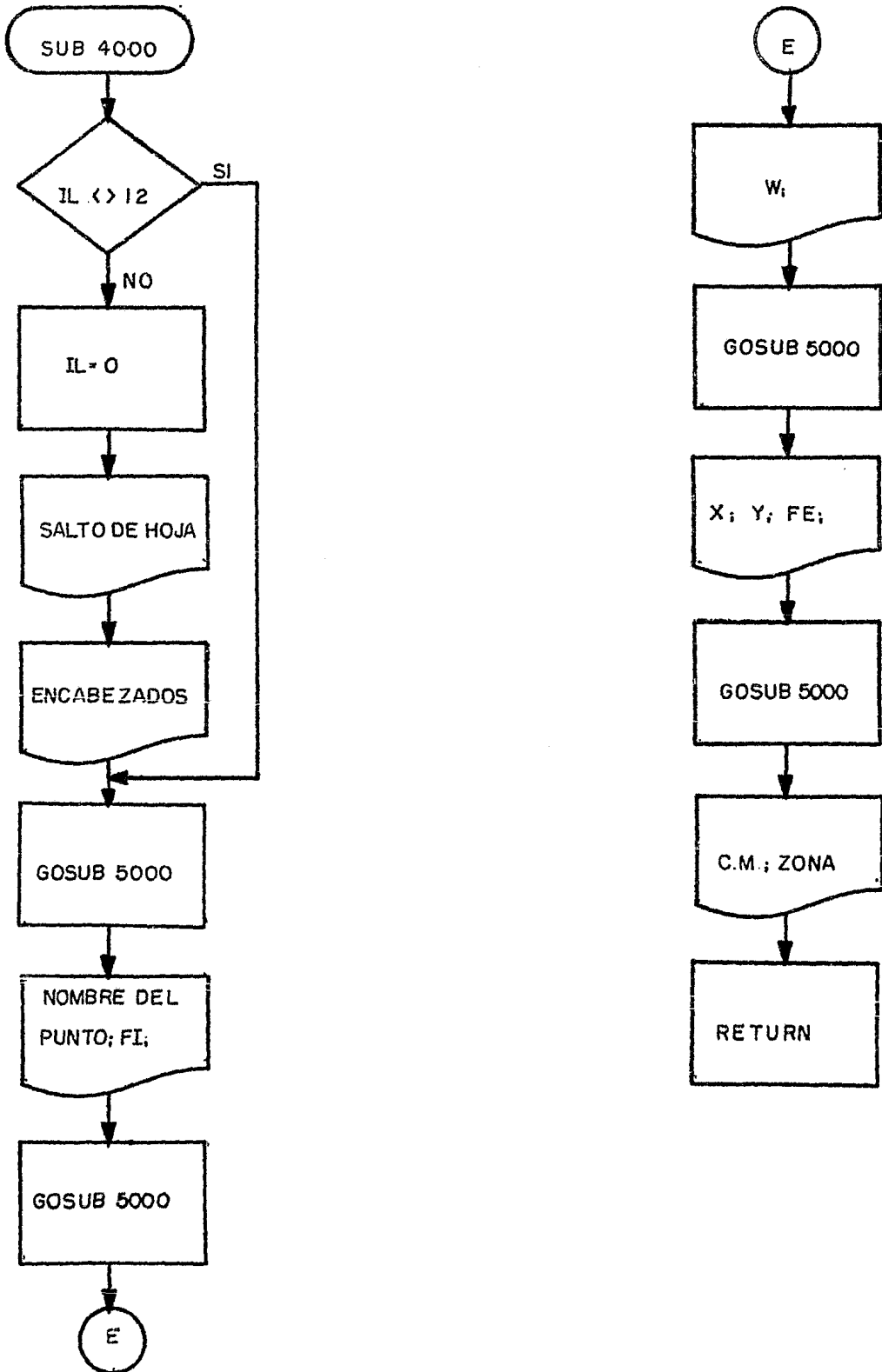
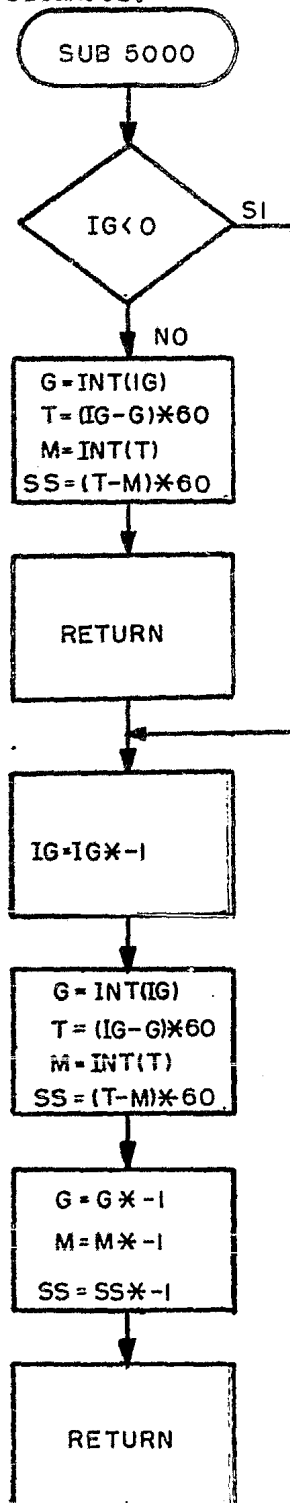


Fig. 3.6 SUBROUTINA DE COVERSION DE GRADOS DECIMALES A GRADOS, MINUTOS, SEGUNDOS.



3.2. Programa en Lenguaje BASIC.

A continuación se presenta el listado de instrucciones en Lenguaje - -
BASIC para la transformación de coordenadas geodésicas a UTM.

```
10 CLS
20 CLEAR 2000
30 OS=STRING$(102,45)
40 WS=STRING$(90,45)
50 IH=1
70 FOR IZ=1 TO 79 : PRINT@IZ,"*" : NEXT IZ
80 FOR IZ=1 TO 20 : PRINT@IZ,1,"*": PRINT@IZ,79,"*" : NEXT IZ
90 FOR IZ=1 TO 79 : PRINT@IZ,1,"*": NEXT IZ
100 PRINT@5,24,"U":SPC(10)"N":SPC(10)"A":SPC(10)"M"
110 PRINT@9,30,"FACULTAD DE INGENIERIA"
120 PRINT@11,14,"DIVISION DE INGENIERIA CIVIL, TOPOGRAFICA Y GEODESICA"
130 PRINT@14,11,"PROGRAMA PARA TRANSFORMAR COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M."
140 FOR IZ=1 TO 3000 : NEXT IZ : CLS
150 PRINT"EL PROGRAMA TIENE LAS SIGUIENTES OPCIONES:"
160 PRINT:PRINT:PRINTTAB(5)"1) CALCULO DE CANEVA . . . . . CC"
170 PRINTTAB(5)"2) CALCULO DE COORDENADAS . . . . . CO"
180 PRINTTAB(5)"3) CALCULO DE (1) Y (2) . . . . . 12"
190 PRINTTAB(5)"4) FIN DE CALCULOS . . . . . FIN"
200 PRINT@20,00,":LINE INPUT "CUAL ES SU OPCION ?":OP$: IL=12
210 IF OP$<>"CC" AND OP$<>"CO" AND OP$<>"12" AND OP$<>"FIN" THENPRINTTAB(25)"OPCION NO CONTEMPLADA":GOTO140
220 IF OP$="FIN" THEN CLS :PRINT@11,20,"*** PROCESO TERMINADO ***" : END
230 CLS
240 DEFDBL A-H,O-Z
250 PRINT"EL PROGRAMA REQUIERE LOS SIGUIENTES PARAMETROS DEL ELIPSOIDE DE REFERENCIA":PRINT:PRINT
260 INPUT"SEMIEJE MAYOR":A:PRINT
270 INPUT"SEMIEJE MENOR":B
280 EP=(A*A-B*B)/(B*B)
290 CP=A*A/B
300 E4=EP*EP
310 E6=EP*EP
320 E8=EP*EP
330 B0=1-3/4*EP*(1-15/16*EP*(1-35/36*EP*(1-63/64*EP*(1-99/100*EP))))
340 B1=3/4*EP*(1-25/16*EP*(1-77/60*EP*(1-837/704*EP*(1-2123/1860*EP))))
350 B2=5/8*EP*(1-1397/144*EP*(1-1087/1112*EP*(1-513427/521760*EP)))
360 B4=35/12*EP*(1-125/64*EP*(1-221069/150000*EP))
370 B6=105/256*EP*(1-11797400*EP)
380 B8=231/640*EP
390 IF OP$="CO" THEN 650
400 PRINT:PRINT:PRINT INPUT "INCREMENTO EN LATITUD [G,M,SJ]:G,M,SS
410 DE=(G*H/60+SS/3600)/57.2957795100
420 PRINT:INPUT "INCREMENTO EN LONGITUD [G,M,SJ]:G,M,SS
430 DE=(G*H/60+SS/3600)
440 PRINT:INPUT"LATITUD INICIAL [G,M,SJ]:G,M,SS
450 FI=(G*H/60+SS/3600)/57.2957795100
460 PRINT:INPUT "LATITUD FINAL [G,M,SJ]:G,M,SS
470 FE=(G*H/60+SS/3600)/57.2957795100
480 PRINT:INPUT"LONGITUD INICIAL [G,M,SJ]:G,M,SS
490 FI=(G*H/60+SS/3600)
500 PRINT:INPUT"LONGITUD FINAL [G,M,SJ]:G,M,SS
510 FE=(G*H/60+SS/3600)
520 CLS
530 CLEAR 1000
540 CLEAR 2000
550 CLEAR 3000
560 IH=1
570 FOR IZ=1 TO 79 : PRINT@IZ,"*" : NEXT IZ
```

```
580 IF F1#FF THEN 530
590 F1=-1
600 W=W+DL
610 IF W#DF+DL THEN 530
620 IF W#DF#12 THEN CLS : GOTO 150
630 IL=12
640 CLS
650 PRINT:PRINT:PRINT:INPUT "NUMERO DE PARES DE COORDENADAS A CALCULAR":NP
660 FOR LN=1 TO NP
670 PRINT:PRINT:PRINT:LINE INPUT "DESIGNACION DEL PUNTO? ":P$
680 PS=LEFT$(P$, 9)
690 PRINT:INPUT "LATITUD [G,M,S]":G,M,SS
700 F1=(G*M/760+SS/3600)/57.2957795100
710 PRINT:INPUT "LONGITUD [G,M,S]":G,M,SS
720 W=S*(760+SS/3600)
730 GOSUB 1000
740 GOSUB 2000
750 GOSUB 4000
760 IL=IL+1
770 NEXT
780 CLS
790 GOTO 150
800 END
1000 REM SUBRRUTINA PARA CALCULO DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS
1010 F1=1 : X=1 : E=1
1020 FOR I=1 TO 17
1030 F2=F1
1040 X=X*F1
1050 E=E*X*F1
1060 NEXT
1070 IF F1#0 THEN 1110
1080 F1=F1*-1
1090 EX=E
1100 GOTO 1010
1110 F1=F1*-1
1120 F2=F1*F1
1130 F3=F1*F2
1140 F4=F2*F2
1150 S=(EX-E)*.7-F3/3*(1+F4/840*(1+F4/720*(1+F4/32760)))
1160 C=(EX+E)*.5-F2*(1+F4/360*(1+F4/5040*(1+F4/24024*(1+F4/73440))))
1170 RETURN
2000 REM SUBRRUTINA PARA EL CALCULO DE [X,Y]
2010 Z=INT((360-W)/8)-29
2020 MC=(30-Z)*6+3
2030 W1=INC-W/57.2957795100
2040 S2=S*S
2050 S4=S2*S2
2060 S6=S4*S2
2070 S8=S4*S4
2080 C2=C*C
2090 C4=C2*C2
2100 C6=C4*C2
2110 W2=W1*W1
2120 W3=W2*W1
2130 W4=W2*W2
2140 W5=W2*W3
2150 W6=W2*W4
```

```

2160 BB=B0*CP*FI-B1*CP*S*C*(1+B2*S2+B4*S4+B6*S6+B8*S8)
2170 A1=CP/(SQRT(1/C2+EP))
2180 A2=A1*S72
2190 A3=A1*(-1+2*C2+EP*C4)/6
2200 A4=A2*(-1+5*C2+9*EP*C4+4*E4*C6)/12
2210 A5=A1*(1-20*C2+(24-58*EP)*C4+72*EP*C6)/120
2220 A6=A2*(1-40*C2+120*C4)/360
2230 V=BB+A2*W2+A4*W4+A6*W6
2240 X=A1*W1+A3*W3+A5*W5
2250 X=X*.999600+500000D0
2260 Y=Y*.999600
2270 FE=0.999600*(1+C2*(1+EP*C2)*W2/2)
2280 CM=5*W1+S*C2*(1+3*EP*C2+2*E4*C4)*W3/3+S*C2*(-1+3*C2)*W5/15
2290 CM=CM*57.29577951D0
2300 RETURN
3000 IF IL<>12 THEN 3280
3010 IL=0
3020 LPRINTCHR$(12)
3030 LPRINT SPC(5) CHR$(31)"CONVERSION DE COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M."CHR$(30)
3040 LPRINT
3050 LPRINT
3060 LPRINT SPC(10) "PUNTOS DEL CANEVA"
3070 LPRINT
3080 LPRINT
3090 LPRINT SPC(24) "PROGRAMA ELABORADO POR: Luis Manuel Montano Silva"
3100 LPRINT
3110 LPRINT
3120 LPRINT
3130 LPRINT SPC(72) "FECHA: ";LPRINT MID$(DATE$,7,2);SPC(1);MID$(DATE$,4,3);SPC(1);MID$(DATE$,9,4)
3140 LPRINT
3150 LPRINT
3160 LPRINT
3170 LPRINT SPC(72) CHR$(31)"HOJA No. "USING"###";IH
3180 LPRINTCHR$(30)
3190 IH=I*FI
3200 FOR J=1 TO 5
3210 LPRINT
3220 NEXT
3230 LPRINT SPC(1);W$
3240 LPRINT " : "SPC(15)" : "SPC(15)" : "SPC(13)" : "SPC(13)" : "SPC(9)" : "SPC(10)" : "SPC(6)" : "
3250 LPRINT " : LATITUD, LONGITUD, X, Y, FE, CM, ZONA"
3260 LPRINT " : "
3270 LPRINT SPC(1);W$
3280 LPRINT " : "
3290 IG=FI*57.29577951D0
3300 G=500000
3310 LPRINT USING"###"IG;M$
3320 LPRINT USING"###.###"SS;
3330 IG=
3340 LPRINT " : USING"####"IG;
3350 LPRINT USING"###"M$;
3360 LPRINT USING"###.###"SS;
3370 LPRINT " : USING"#####.###"X;
3380 LPRINT " : USING"#####.###"Y;
3390 LPRINT " : USING"###.###"FE;

```

```

3420 GOSUB5000
3430 LPRINT " " USING"###";G;M;SS;
3440 LPRINT " " USING"####";Z0;
3450 LPRINT " " ;
3460 LPRINT SPC(1);W$
3470 RETURN
4000 IF IL<>12 THEN 4250
4010 IL=0
4020 LPRINT CHR$(12)
4030 LPRINT SPC(5) CHR$(31)"CONVERSION DE COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M."CHR$(30)
4040 LPRINT
4050 LPRINT
4060 LPRINT SPC(24) "PROGRAMA ELABORADO POR: Luis Manuel Montano Silva"
4070 LPRINT
4080 LPRINT
4090 LPRINT
4100 LPRINT SPC(72) "FECHA: ";LPRINT MID$(DATE$,7,2);SPC(1);MID$(DATE$,4,3);SPC(1);MID$(DATE$,9,4)
4110 LPRINT
4120 LPRINT
4130 LPRINT
4140 LPRINT SPC(72) CHR$(31)"HOJA No. "USING"###";IH
4150 LPRINT CHR$(30)
4160 IH=IH+1
4170 FOR JJ=1 TO 5
4180 LPRINT
4190 NEXT
4200 LPRINT @#
4210 LPRINT " |"SPC(12)"|"SPC(15)"|"SPC(15)"|"SPC(13)"|"SPC(13)"|"SPC(9)"|"SPC(10)"|"SPC(6)"|"
4220 LPRINT " | ESTACION | LATITUD | LONGITUD | X | Y | F E | C M | ZONA |"
4230 LPRINT " | | | | | [m] | [m] | | | |"
4240 LPRINT @#
4250 LPRINT " |";P$;TAB(11);" | ";
4260 IG=F1#37.2957795ID0
4270 GOSUB5000
4280 LPRINT USING"###";G;M;
4290 LPRINT USING"###.###";SS;
4300 IG=W
4310 GOSUB 5000
4320 LPRINT " |" USING"###";G;
4330 LPRINT USING"###";M;
4340 LPRINT USING"###.###";SS;
4350 LPRINT " |" USING"#####.###";X;
4360 LPRINT " |" USING"#####.###";Y;
4370 LPRINT " |" USING"###.###";FE;
4380 IG=C#
4390 GOSUB 5000
4400 LPRINT " |" USING"###";G;M;SS;
4410 LPRINT " |" USING"####";Z0;
4420 LPRINT " |" ;
4430 LPRINT @#
4440 RETURN
5000 REM SUBROUTINA PARA TRANSFORMAR G.000 --> G;M;S
5010 IF IG<0 THEN 5070
5020 G=INT(IG)
5030 T=(IG-G)*60
5040 M=INT(T)
5050 SS=(T-M)*60

```

```
5060 RETURN  
5070 IG=IG*-1  
5080 G=INT(IG)  
5090 T=(IG-G)*60  
5100 M=INT(T)  
5110 SS=(T-M)*60  
5120 G=G*-1  
5130 M=M*-1  
5140 RETURN
```

2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60

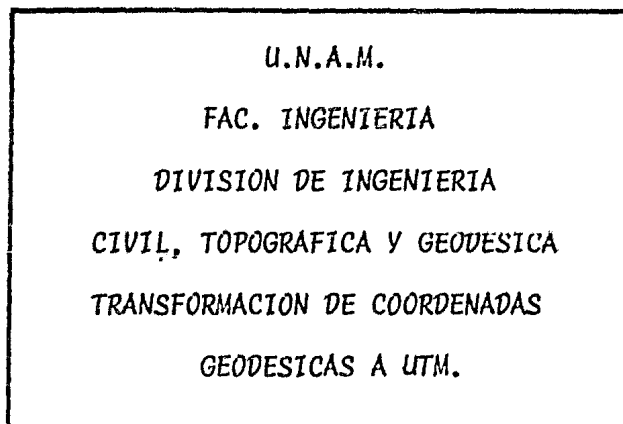
3.3. Instrucciones de Usuario.

El sistema en el que se implementó el Programa, es una Microcomputadora Radio Shack modelo II TRS-80 de tipo personal; se requiere que el usuario tenga algunas nociones del manejo de la máquina, para lo cual se recomienda leer el instructivo de la misma.

Considerando que el posible usuario ya conoce el sistema, deberá dar el comando de inicio del proceso:

```
> RUN "UTM"
```

y en la pantalla aparecerá lo siguiente:



```
U.N.A.M.  
FAC. INGENIERIA  
DIVISION DE INGENIERIA  
CIVIL, TOPOGRAFICA Y GEODESICA  
TRANSFORMACION DE COORDENADAS  
GEODESICAS A UTM.
```

Fig. 3.7 Inicio del Programa.

3.3.1. Opciones del Programa.

A continuación, la pantalla muestra las opciones del programa (fig.3.8).

OPCIONES DEL PROGRAMA:	
1) Cálculo de Canevá	CC
2) Cálculo de Coordenadas	CO
3) Cálculo de 1 y 2	12
4) FIN PROCESO	FIN

Cuál es tu opción?

Fig. 3.8 Opciones del Programa.

— Opción CC.

Con esta opción se genera un canevá de coordenadas de un área determinada, para lo cual se darán los datos de entrada ilustrados en la fig. 3.9.- Una vez que se ha generado el canevá, se podrá elegir una nueva opción (fig. 3.8).

— Opción CO.

Con esta opción el programa transforma las coordenadas geodésicas $\{\phi, \lambda\}$ de puntos independientes a coordenadas planas (X, Y) UTM., los datos de entrada se ilustran en la fig. 3.10 al terminar esta opción, podrá elegirse otra (fig. 3.8).

— Opción 12.

Esta opción implica la ejecución de las opciones CC y CO de manera - -
continua, reduciendo el tiempo de proceso del programa al simplificar la entra
da de datos (figs. 3.9 y 3.10).

— Opción FIN.

Esta opción se utiliza para dar fin al proceso (fig. 3.11)

Semieje Mayor?	6 378 206.4
Semieje Menor?	6 356 583.8
Incremento en ϕ [G,M,S] ?...	0°10'0"
Incremento en λ [G,M,S] ?...	0°10'0"
ϕ Inicial [G,M,S] ?.....	19°0'00"
ϕ Final [G,M,S] ?.....	19°40'00"
λ Inicial [G,M,S] ?.....	98°55'00"
λ Final [G,M,S] ?.....	99°25'00"

Fig. 3.9 Ejemplo de entrada de la Opción CC.

```
Semieje Mayor ? 6 378 206.4
Semieje Menor ? 6 356 583.8

Número de Pares de Coordenadas a
Calcular ?.....22
Designación del punto ?..Chapultepec
Latitud [G,M,S] ?.....19°25'11"
Longitud [G,M,S] ?.....99°10'52"
```

Fig. 3.10 Ejemplo de Entrada de la opción C0.

```
***Proceso Terminado***
```

Fig. 3.11 Fin del Proceso.

3.4. Ejemplo de Cálculo y Construcción de Canevã.

Para ejemplificar el uso del Programa, se procesó la cuadrícula UTM - para el Distrito Federal, con un incremento en latitud y longitud de 5 minutos.

Además se calcularon las Coordenadas UTM de algunos puntos notables.

En las siguientes hojas se presentan los resultados numéricos y en la- figura 3.12 la representación de éstos.

CONVERSION DE COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M.

PUNTOS DEL CANEVA

PROGRAMA ELABORADO POR: Luis Manuel Montano Silva

FECHA: 7 MAR 1983

HOJA No. 1

LATITUD ° ' ''	LONGITUD ° ' ''	X [m]	Y [m]	F E	C M ° ' ''	ZONA
19 0 0.000	98 55 0.000	508770.957	2100703.687	0.99960	0 1 38	14
19 5 0.000	98 55 0.000	508766.581	2109923.907	0.99960	0 1 38	14
19 10 0.000	98 55 0.000	508762.188	2119144.210	0.99960	0 1 38	14
19 15 0.000	98 55 0.000	508757.776	2128364.598	0.99960	0 1 39	14
19 20 0.000	98 55 0.000	508753.345	2137585.071	0.99960	0 1 39	14
19 25 0.000	98 55 0.000	508748.896	2146805.629	0.99960	0 1 40	14
19 30 0.000	98 55 0.000	508744.429	2156026.272	0.99960	0 1 40	14
19 35 0.000	98 55 0.000	508739.942	2165247.001	0.99960	0 1 41	14
19 40 0.000	98 55 0.000	508735.439	2174467.816	0.99960	0 1 41	14
19 0 0.000	99 0 0.000	500000.000	2100701.611	0.99960	0 0 0	14
19 5 0.000	99 0 0.000	500000.000	2109921.022	0.99960	0 0 0	14
19 10 0.000	99 0 0.000	500000.000	2119142.118	0.99960	0 0 0	14

CONVERSION DE COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M.

PUNTOS DEL CANEVA

PROGRAMA ELABORADO POR: Luis Manuel Montano Silva

FECHA: 7 MAR 1983

HOJA No. 2

LATITUD ° ' "	LONGITUD ° ' "	X [m]	Y [m]	F E	C M ° ' "	ZONA
19 15 0.000	99 0 0.000	500000.000	2128362.498	0.99960	0 0 0	14
19 20 0.000	99 0 0.000	500000.000	2137582.963	0.99960	0 0 0	14
19 25 0.000	99 0 0.000	500000.000	2146803.513	0.99960	0 0 0	14
19 30 0.000	99 0 0.000	500000.000	2156024.149	0.99960	0 0 0	14
19 35 0.000	99 0 0.000	500000.000	2165244.870	0.99960	0 0 0	14
19 40 0.000	99 0 0.000	500000.000	2174465.678	0.99960	0 0 0	14
19 0 0.000	99 5 0.000	491229.042	2100703.687	0.99960	0 -1 38	14
19 5 0.000	99 5 0.000	491233.418	2109923.907	0.99960	0 -1 38	14
19 10 0.000	99 5 0.000	491237.811	2119144.210	0.99960	0 -1 38	14
19 15 0.000	99 5 0.000	491242.223	2128364.598	0.99960	0 -1 39	14
19 20 0.000	99 5 0.000	491246.654	2137585.071	0.99960	0 -1 39	14
19 25 0.000	99 5 0.000	491251.103	2146805.629	0.99960	0 -1 40	14

CONVERSION DE COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M.

PUNTOS DEL CAREVA

PROGRAMA ELABORADO POR: Luis Manuel Montano Silva

FECHA: 7 MAR 1983

HOJA No. 4

LATITUD °	LONGITUD °	X [m]	Y [m]	FE	CM °	ZONA
19 0 0.000	99 15 0.000	473687.069	2100720.300	0.99961	0 -4 53	14
19 5 0.000	99 15 0.000	473700.197	2109940.582	0.99961	0 -4 54	14
19 10 0.000	99 15 0.000	473713.377	2119160.947	0.99961	0 -4 55	14
19 15 0.000	99 15 0.000	473726.611	2128381.396	0.99961	0 -4 57	14
19 20 0.000	99 15 0.000	473739.906	2137601.930	0.99961	0 -4 58	14
19 25 0.000	99 15 0.000	473753.252	2146822.549	0.99961	0 -5 0	14
19 30 0.000	99 15 0.000	473766.655	2156043.254	0.99961	0 -5 0	14
19 35 0.000	99 15 0.000	473780.114	2165264.044	0.99961	0 -5 2	14
19 40 0.000	99 15 0.000	473793.625	2174484.920	0.99961	0 -5 3	14
19 0 0.000	99 20 0.000	464916.023	2100734.837	0.99962	0 -6 31	14
19 5 0.000	99 20 0.000	464933.527	2109955.172	0.99962	0 -6 32	14
19 10 0.000	99 20 0.000	464951.100	2119175.591	0.99962	0 -6 34	14

CONVERSION DE COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M.

PUNTOS DEL CAÑEVA

PROGRAMA ELABORADO POR: Luis Manuel Montano Silva

FECHA: 7 MAR 1983

HOJA No. 5

LATITUD 0° 00' 00"	LONGITUD 0° 00' 00"	X [m]	Y [m]	FE	CM 0° 00' 00"	ZONA
19 15 0.000	99 20 0.000	464968.747	2128396.095	0.99962	0 -6 36	14
19 20 0.000	99 20 0.000	464986.473	2137616.682	0.99962	0 -6 37	14
19 25 0.000	99 20 0.000	465004.268	2146837.355	0.99962	0 -6 39	14
19 30 0.000	99 20 0.000	465022.139	2156058.113	0.99962	0 -6 41	14
19 35 0.000	99 20 0.000	465040.085	2165278.956	0.99962	0 -6 42	14
19 40 0.000	99 20 0.000	465058.099	2174499.885	0.99962	0 -6 44	14
19 0 0.000	99 25 0.000	456144.919	2100753.527	0.99962	0 -8 8	14
19 5 0.000	99 25 0.000	456166.799	2109973.932	0.99962	0 -8 10	14
19 10 0.000	99 25 0.000	456188.746	2119194.420	0.99962	0 -8 12	14
19 15 0.000	99 25 0.000	456210.824	2128414.993	0.99962	0 -8 15	14
19 20 0.000	99 25 0.000	456232.982	2137635.650	0.99962	0 -8 17	14
19 25 0.000	99 25 0.000	456255.226	2146856.391	0.99962	0 -8 19	14

24502200 2223333333 1234567890 1234567890 1234567890 1234567890 1234567890 1234567890 1234567890 1234567890

CONVERSION DE COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M.

PUNTOS DEL CANEVA

PROGRAMA ELABORADO POR: Luis Manuel Montano Silva

FECHA: 7 MAR 1983

HOJA No. 6

LATITUD ° ' ''	LONGITUD ° ' ''	X [m]	Y [m]	FE	CM ° ' ''	ZONA
19 30 0.000	99 25 0.000	456277.565	2154077.218	0.99962	0 -8 21	14
19 35 0.000	99 25 0.000	456299.998	2165298.130	0.99962	0 -8 23	14
19 40 0.000	99 25 0.000	456322.516	2174519.128	0.99962	0 -8 25	14

CONVERSION DE COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M.

PROGRAMA ELABORADO POR: Luis Manuel Montano Silva

FECHA: 7 MAR 1983

HOJA No. 7

ESTACION	LATITUD ° ' "	LONGITUD ° ' "	X [m]	Y [m]	F E	C M ° ' "	ZONA
CHAPULTEP	19 25 10.998	99 10 52.011	480986.070	2147151.591	0.99960	0 -3 37	14
CATEDRAL	19 25 59.001	99 7 57.988	486061.485	2148622.269	0.99960	0 -2 39	14
TACOBAYA	19 24 10.003	99 11 39.994	479584.153	2145278.257	0.99961	0 -3 53	14
V. OREGON	19 20 41.002	99 11 20.988	4801.1.263	2138853.965	0.99960	0 -3 46	14
ATZCAPOTZ	19 28 47.998	99 11 7.007	480555.813	2153821.671	0.99960	0 -3 42	14
COYOACAN	19 20 54.000	99 9 44.995	482932.523	2139250.675	0.99960	0 -3 14	14
CUAJIMALP	19 21 33.002	99 18 1.000	468463.635	2140468.717	0.99961	0 -5 58	14
CHURUBUSC	19 21 17.003	99 8 55.995	484362.718	2139956.295	0.99960	0 -2 58	14
G. HIDALGO	19 29 9.003	99 6 55.997	487873.335	2154460.711	0.99960	0 -2 19	14
XTACALCO	19 23 22.000	99 7 15.992	487282.820	2143795.918	0.99960	0 -2 25	14
IZTAPALAP	19 21 22.001	99 5 30.002	490372.657	2140105.789	0.99960	0 -1 49	14
MIXCOAC	19 22 36.997	99 10 55.005	480893.590	2142418.439	0.99960	0 -3 37	14

CONVERSION DE COORDENADAS GEODESICAS A U.T.M.

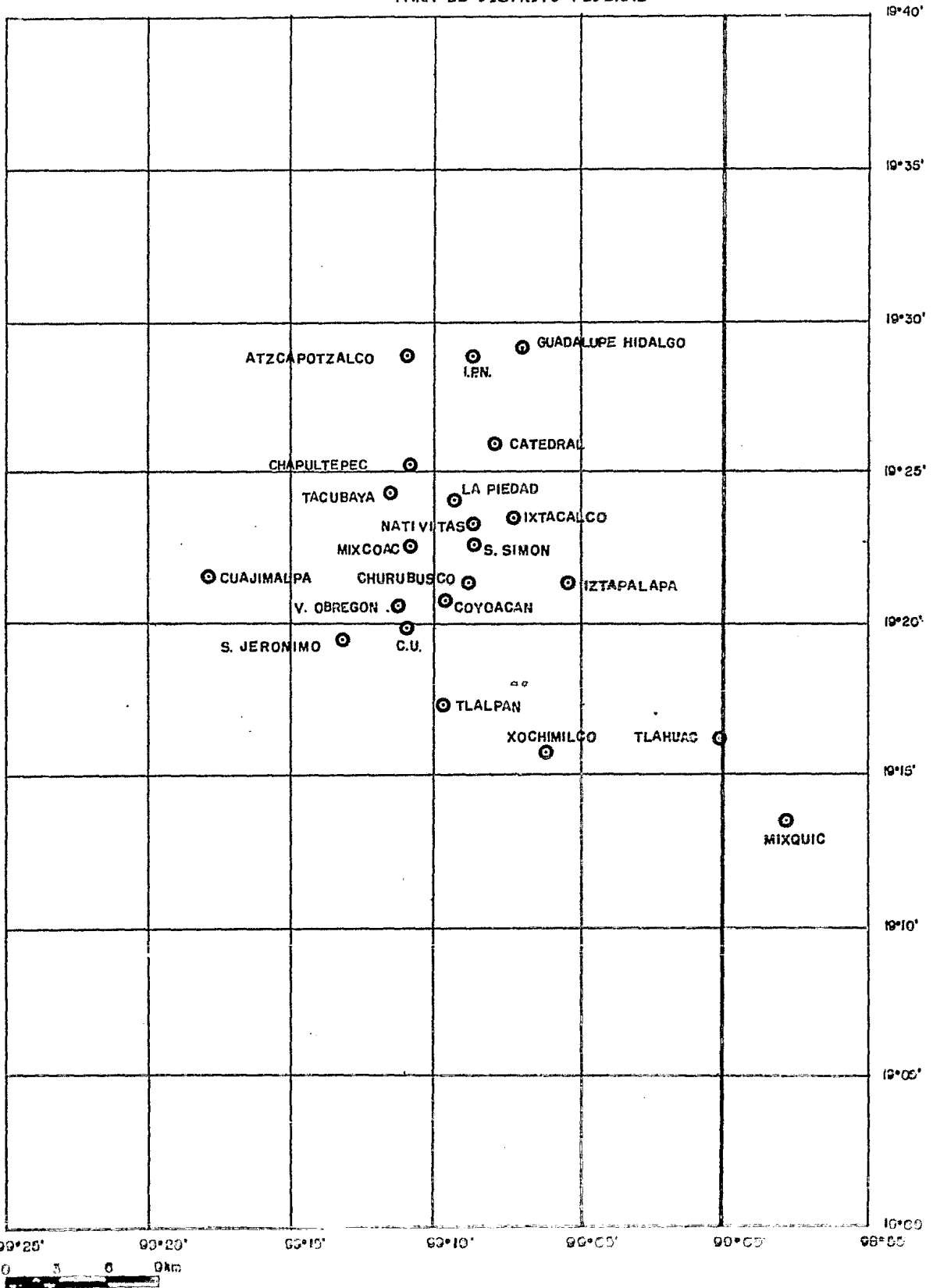
PROGRAMA ELABORADO POR: Luis Manuel Montano Silva

FECHA: 7 MAR 1983

HOJA No. 8

ESTACION	LATITUD °	LONGITUD °	X [m]	Y [m]	F E	C M °	ZONA
MIXCOIC	19 13 28.003	98 57 52.009	503737.232	2125535.287	0.99960	0 0 42	14
NATIVITAS	19 23 12.002	99 8 48.003	484599.112	2143490.647	0.99960	0 -2 55	14
LA PIEDAD	19 24 2.999	99 9 20.001	483667.137	2145058.967	0.99960	0 -3 6	14
I.P.N.	19 29 49.000	99 8 40.010	484842.698	2155692.431	0.99960	0 -2 54	14
S. JERONIM	19 19 33.003	99 13 19.997	476656.641	2136768.098	0.99961	0 -4 25	14
S. SIMON	19 22 36.001	99 8 38.994	484860.703	2142383.958	0.99960	0 -2 52	14
TLAUHAC	19 16 6.000	99 0 16.013	499332.973	2130391.000	0.99960	0 0 5	14
TLALPAN	19 17 15.997	99 9 56.997	482576.004	2132550.760	0.99960	0 -3 17	14
XOCHIMILC	19 15 44.000	99 6 6.998	489287.115	2129717.971	0.99960	0 -2 1	14
C.U.	19 19 49.998	99 11 2.997	480654.761	2137285.903	0.99960	0 -3 39	14

Fig. 3.12 CUADRICULA UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR
PARA EL DISTRITO FEDERAL



4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Para fundamentar la rentabilidad del Programa, se presenta el análisis del costo de elaboración del mismo, así como el costo de producción por Punto Geodésico procesado, expresados en Unidades de Salario Mínimo por Día (SMD), considerando que el programa será de acceso restringido a usuarios autorizados.

COSTO DE ELABORACION DEL PROGRAMA

COSTO DIRECTO (CD).

PERSONAL	SALARIO	TIEMPO EMPLEADO (HORAS)	TOTAL (SMD)
Un Ingeniero Topógrafo y Geodesta especializado en cómputo.	4 veces SMD	200	100
Un Asesor.	8 veces SMD/Hora.	10	80
		TOTAL:	180

RENTA DE EQUIPO	PRECIO	TIEMPO EMPLEADO (HORAS)	TOTAL (SMD)
Una Microcomputadora RADIO SHACK TRS-80 - Modelo II, con impresora.	1 vez SMD/Hora	100	100
TOTAL:			100

TOTAL CD. 280

COSTO INDIRECTO (CI).

15% del Costo Directo.

CI. = 42.0 SMD

UTILIDAD.

35% del Costo Directo.

Utilidad = 98.0 SMD

COSTO DE ELABORACION. (CE)

CE = CD + CI + Utilidad.

CE = 420.0 SMD

COSTO DE PRODUCCION POR PUNTO GEODESICO PROCESADO

COSTO DIRECTO.

Considerando que el Costo de Elaboración del Programa es de 420.0 SMD,
tenemos :

	Total SMD
Interes Bancario (60% Anual)	0.69
Depreciación (10% Anual)	0.12
Mantenimiento (50% Depreciación)	0.06
Operación del Programa y sueldo de un Capturista	0.03
Tiempo de cómputo (1.5 min. x punto)	0.03
TOTAL CD =	0.93 SMD

COSTO INDIRECTO.

15% del Costo Directo.

$$CI = 0.14$$

UTILIDAD.

35% del Costo Directo.

$$Utilidad = 0.33$$

COSTO DE PRODUCCION POR PUNTO (CPP).

$$C.P.P. = CD + CI + Utilidad$$

C.P.P. = 1.4

El costo de producción por punto procesado se calculó tomando como base 30 puntos que representan el tiempo mínimo de renta de una computadora de este tipo (una hora). Para un número inferior de puntos es necesario modificar este costo.

Por otro lado, considerando exclusivamente la utilidad generada en el proceso por punto, para amortizar la inversión, será necesario procesar 1 293 puntos, que en tiempo de cómputo representa 32 horas de proceso continuo.

De lo anterior se concluye que la inversión para la elaboración del programa es rentable, ya que el tiempo de amortización del capital inicial puede ser recuperado en corto tiempo, garantizando los requerimientos de eficiencia, precisión y rapidez necesarios actualmente en estas actividades.

ANEXO I

CALCULO DE LAS FUNCIONES SENO Y COSENO A PARTIR DE UNA FUNCION EXPONENCIAL.

Dados los requerimientos de precisión en los cálculos geodésicos, se tuvo la necesidad de implementar una subrutina que calculara las funciones trigonométricas seno y coseno con mayor exactitud que las proporcionadas por la máquina.

Las funciones trigonométricas pueden ser calculadas a partir de la función exponencial e^{ϕ} , usando las fórmulas (Blachut et al, 1979):

$$\text{sen}\phi = \frac{e^{\phi} - e^{-\phi}}{2} - \frac{\phi^3}{3} \left[1 + \frac{\phi^4}{840} \left(1 + \frac{\phi^4}{7920} \left(1 + \frac{\phi^4}{32760} \right) \right) \right] \quad (1.1.)$$

$$\text{cos}\phi = \frac{e^{\phi} + e^{-\phi}}{2} - \phi^2 \left\{ 1 + \frac{\phi^4}{360} \left[1 + \frac{\phi^4}{5040} \left(1 + \frac{\phi^4}{24024} \left(1 + \frac{\phi^4}{73440} \right) \right) \right] \right\} \quad (1.2.)$$

donde:

e^{ϕ} ; Logaritmo Natural

$$e^{\phi} = 1 + \sum_{x=1}^{17} \frac{\phi^x}{x!} \quad (1.3.)$$

y:

ϕ ; radianes

Con las fórmulas anteriores, cuando e^ϕ es dado con 12 cifras, se garantizan por lo menos 10 dígitos correctos, en el seno y el coseno.

A N E X O II

CALCULO DE LA LONGITUD DE UN ARCO DE MERIDIANO

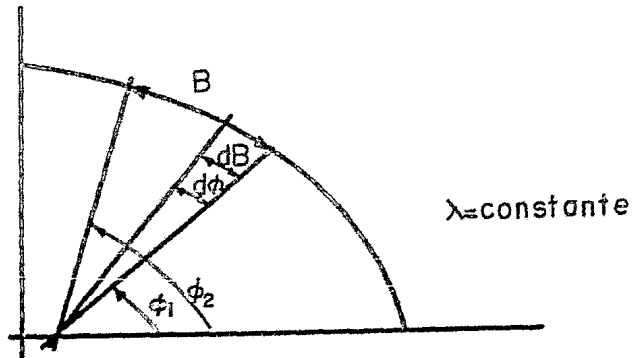


Fig. 11.1. Elipse Meridiana.

La longitud del Arco de Meridiano (B) está dada por:

$$dB = M d\phi \tag{11.1}$$

donde:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} \tag{11.2}$$

que corresponde al radio de curvatura. Para el Arco de Meridiano total se tiene que:

$$B = \int_{\phi_1}^{\phi_2} M d\phi \quad (II.3)$$

En el caso de la Proyección Transversa de Mercator, nos interesa la longitud del Arco de Meridiano a partir del Ecuador ($\phi_1 = 0$) hasta el punto de interés ($\phi_2 = \phi$).

De aquí tenemos que:

$$B = \int_0^{\phi} M d\phi = \int_0^{\phi} \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} d\phi \quad (II.4)$$

ya que la integral 2.3 no tiene solución cerrada, por tratarse de una función elíptica, el término M se desarrolla en series y se expresa como:

$$M = a(1-e^2) (1 + 3/2 e^2 \sin^2 \phi + 15/8 e^4 \sin^4 \phi + \dots) \quad (II.5)$$

El término $a(1 - e^2)$ es una constante y fuera de la integral se obtiene:

$$B = a(1-e^2) \int_0^{\phi} (1 + 3/2 e^2 \sin^2 \phi + 15/8 e^4 \sin^4 \phi + \dots) d\phi \quad (II.6)$$

Desarrollando esta integral se obtiene la fórmula general para calcular la longitud del Arco de Meridiano del Ecuador o cualquier latitud.

$$B = A_0 \cos \phi - A_1 \cos \phi \cos \phi (1 + A_2 \sin^2 \phi + A_4 \sin^4 \phi + A_6 \sin^6 \phi + A_8 \sin^8 \phi) \quad (II.7)$$

donde:

$$A_0 = 1 - \frac{3}{4} e^2 \left\{ 1 - \frac{15}{16} e^2 \left[1 - \frac{35}{36} e^2 \left(1 - \frac{63}{64} e^2 \left(1 - \frac{99}{100} e^2 \right) \right) \right] \right\} \quad (II.8)$$

$$A_1 = \frac{3}{4} e^2 \left\{ 1 - \frac{25}{16} e^2 \left[1 - \frac{77}{60} e^2 \left(1 - \frac{837}{704} e^2 \left(1 - \frac{2123}{1860} e^2 \right) \right) \right] \right\} \quad (II.9)$$

$$A_2 = \frac{5}{8} e^2 \left\{ 1 - \frac{139}{144} e^2 \left[1 - \frac{1087}{1112} e^2 \left(1 - \frac{513427}{521760} e^2 \right) \right] \right\} \quad (II.10)$$

$$A_4 = \frac{35}{72} e^4 \left[1 - \frac{125}{64} e^2 \left(1 - \frac{221069}{150000} e^2 \right) \right] \quad (II.11)$$

$$A_6 = \frac{105}{256} e^6 \left(1 - \frac{1179}{400} e^2 \right) \quad (II.12)$$

$$A_8 = \frac{231}{640} e^8 \quad (II.13)$$

Estas fórmulas garantizan una precisión al milímetro en el cálculo de

B.

B I B L I O G R A F I A

- ARMY MAP SERVICE, (1951): "Cuadrícula Universal Transversa de Mercator"; Traducción al español del Manual Técnico - No. 19 del Army Map Service de U.S.A.; Secretaría de la Defensa Nacional; México, D.F.
- BLACHUT, T. J.; CHRZANOWSKI, A.; SAASTAMOINEN, J. H., (1979): - "Cartografía y Levantamientos Urbanos", I.P.G.H.; México, D.F.
- C. SANCHEZ, P.; BUSTAMANTE, O., (1964): "Apuntes sobre Cartografía"; Secretaría de Agricultura y Fomento; Publicación No. 10; México, D.F.
- KRAKIWSKY, E. J., (1973): "Conformal Map Projections in Geodesy"; University of New Brunswick, Fredericton, N.B.; - Lecture Notes No. 37; Canadá.
- MURILL, W. P.; SMITH, W. C., (1971): "Lenguaje de Programación-Basic"; Ed. Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A.; México, D.F.
- RADIO SHACK, (1979): "Reference Manual"; U.S.A.
- RAISZ, ERWIN, (1974): "Cartografía General"; Ediciones Omega, - S.A.; Barcelona, España.
- SUAREZ, SALAZAR, (1977): "Costo y Tiempo en Edificación"; Ed.- Limusa; México, D.F.
- TRACTON, KEN, (1978): "The Basic Cookbook"; Ed. Tab Books Inc., No. 1055; U.S.A.