

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA



## SOLUCION DE REDES DE DISTRIBUCION MEDIANTE METODOS DE OPTIMIZACION

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO QUIMICO  
PRESENTA  
IGNACIO AGUSTIN OLIVARES DE LA VEGA  
MEXICO, D. F. 1983



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

Resumen.	. . . . .	pag.	1
Introducción.	. . . . .		3
Objetivo.	. . . . .		5
I. REDES DE TUBERIAS.			
1.- Definiciones.	. . . . .		6
2.- Planteamiento del problema.	. . . . .		8
II. SOLUCION DE REDES DE TUBERIAS EN ESTADO ESTACIONARIO.			
1.- Métodos existentes.	. . . . .		14
2.- Ejemplos.	. . . . .		21
III. ALGORITMO PROPUESTO.			
1.- Descripción.	. . . . .		42
2.- Ordenamiento parcial y asignación direccional.	. . . . .		46
3.- Búsqueda de los ciclos mínimos.	. . . . .		50
4.- Inversión de matrices mediante el método de la inversa en forma de producto.	. . . . .		55
5.- Ejemplos.	. . . . .		61
Conclusiones.	. . . . .		71
Apéndice.	. . . . .		74
A.- Diagrama de flujo del algoritmo propuesto.	. . . . .		75
B.- Orden de lectura de datos y su significado.	. . . . .		77
C.- Diagrama de flujo del algoritmo PODA.	. . . . .		80
D.- Diagrama de flujo del algoritmo PFI.	. . . . .		81
E.- Listado del Programa.	. . . . .		82
Bibliografía.	. . . . .		100

## R E S U M E N.

En este trabajo se describe la implementación de un algoritmo desarrollado por Mah (M-3) para el cálculo de redes de tubería cíclicas. Considerando una red constituida por  $N$  nodos y  $S$  tuberías, en la que se conocen los requerimientos del fluido en cada uno de los nodos, el diámetro y longitud de las tuberías, la presión en el nodo fuente, así como la temperatura del sistema; la solución de dicha red consiste en encontrar el flujo en cada tubería y la presión en cada uno de los nodos mediante la resolución de  $S$  ecuaciones simultáneas usando el método iterativo de Newton-Raphson.

La red se representa mediante una matriz de incidencia de dimensiones  $N \times S$ .

Con el fin de reducir el número de operaciones para calcular el inverso del Jacobiano requerido por este método, se aplica el algoritmo PODA (Ordenamiento Parcial y Asignación de Dirección), donde es reetiquetado el arreglo para representarlo como una matriz triangular superior y se asigna una dirección arbitraria a cada una de las tuberías. La inversión de la matriz Jacobiana se lleva entonces a cabo mediante el algoritmo PFI (Inversa en Forma de Producto).

Para evitar el manejo de variables innecesarias que harían engorroso el cálculo, se buscan los ciclos mínimos mediante el algoritmo de Dijkstra (B-3).

En el caso de fluidos en estado líquido, la caída de presión se debe calcular usando la ecuación mas satisfactoria, evaluando las propiedades del fluido a las condiciones medias.

En el caso de gases el cálculo es iterativo y las propiedades del fluido son calculadas mediante una ecuación de estado.

## I N T R O D U C C I O N

Día con día aumenta la importancia de las redes de distribución de fluidos dentro de la industria y de uso urbano. Actualmente se -- diseñan plantas industriales más complejas y las zonas urbanas crecen aceleradamente.

La solución de redes de tuberías tienen un gran interés práctico -- en la distribución de gas, de distribución de agua contra incendio y sistemas de alivio de presión.

Algunas de las preguntas típicas que surgen en el diseño y análisis de las redes de tuberías son:

- 1.- ¿Cuál es un diseño óptimo para una red que une un grupo de -- fuentes con un grupo de puntos de consumo, con ciertas especificaciones de diseño?
- 2.- ¿Cómo se puede sintetizar una configuración óptima de la red?
- 3.- ¿Cómo se puede modificar una red existente para conseguir -- ciertas especificaciones nuevas de presiones o flujos?
- 4.- ¿Cómo afectaría un anormal aumento o reducción de la demanda -- en una sección al funcionamiento de un sistema de tuberías -- dado?
- 5.- ¿Qué tan lejos podrían ir las presiones internas por debajo -- de ciertos niveles críticos en caso de haber fallas en una -- red de distribución y cuál es la mejor estrategia de operación en tal caso?

No todas estas preguntas han sido hasta la fecha resueltas completa y satisfactoriamente. Es pues necesario mejorar los métodos de cálculo de estas redes con el fin de ahorrar tiempo de cálculo -- aminorando de esta manera el costo de computación para la obtención de la información básica necesaria en el diseño y modifica--

ción de dichas redes.

## O B J E T I V O

El análisis de una red de tuberías consiste en resolver un sistema de ecuaciones lineales y no lineales simultáneamente. La solución del sistema de ecuaciones puede ser laborioso y requerir un tiempo considerable del cálculo por lo que es conveniente aprovechar la estructura del problema para disminuir el tiempo de cómputo.

El objetivo de esta tesis fué el de implementar un algoritmo que permita representar la topología de la red de manera eficiente, -- organizar la secuencia de cálculo de forma tal que se simplifique y evitar cálculos redundantes. Para esto se utilizaron varios -- algoritmos que han sido propuestos en la literatura (M-3, B-3). Los más importantes fueron: el manejo de matrices dispersas, la -- identificación de ciclos mínimos y la actualización del inverso -- del Jacobiano únicamente en las hileras con términos no lineales.

## I.- R E D E S D E T U B E R I A S

### I. 1.- DEFINICIONES

Una red de tuberías es un sistema de distribución, el cual consiste de un grupo de conectores constituido por tuberías, bombas, -- compresores y válvulas, y un grupo de nodos constituidos por depósitos e intersecciones de tuberías.

El comportamiento de la red está gobernado por dos factores: (i)- las características específicas de los elementos y (ii) como se conectan los elementos. El primer factor está determinado por -- las leyes físicas y el segundo por la topología de la red.

Estructuralmente la red puede tener dos formas: ramificada o anillada. La red ramificada sigue una forma arbolada, es decir, no existen en ella tuberías de enlace que formen ciclos. Por el contrario en la red anillada las tuberías se encuentran formando ciclos. En la fig. No. 1 se ilustran unos sencillos ejemplos de estas redes.

A cada nodo se asocia una "cabeza" de presión, la cual es una medida de la energía en ese punto, y un requerimiento el cual es la cantidad de fluido saliendo o entrando a la red en ese nodo. En las redes las salidas están distribuidas a lo largo de la tubería, y en el modelo gráfico el consumo indicado en el nodo representa el total de esas salidas.

Así pues, el nodo  $i$  tendrá una "cabeza" de presión ( $H_i$ ) y un requerimiento de flujo ( $Q_i$ ). A cada conector se asocia una ley de resistencia, la cual relaciona el flujo con la pérdida de "cabeza" de presión (o ganancia, como en el caso de bombas y compresores)- entre los nodos terminales del conector. En esta ley hay un coeficiente numérico llamado resistencia, el cual depende de las --

propiedades físicas del conector (longitud, diámetro y rugosidad de la tubería), así como de las propiedades físicas del fluido -- (densidad y viscosidad). Ciertos tipos de conectores tales como las bombas, pueden requerir más de un coeficiente en su ley de -- resistencia. Así, para el conector que une el nodo  $i$  con el nodo  $j$  se tiene una ley de resistencia:

$$H_{ij} = K Q_{ij}^n \quad \text{para tuberías}$$

$$H_{ij} = E Q_{ij}^2 + F Q_{ij} + G \quad \text{para bombas (B-1)}$$

$$Q_{ij} = A_{ij} \left[ \frac{(P_i - P_j)}{P_j} \right]^{1/2} \quad \text{para válvulas}$$

$$Q_{ij} = \frac{hp}{C (P_j/P_i)^{a-B}} \quad \text{para compresores}$$

donde,  $hp$  es la potencia del compresor (M-4).

Los depósitos están unidos al sistema en ciertos nodos. Para cada depósito está dada una relación entre el volumen almacenado y el nivel con objeto de poder calcular los cambios en el volumen debidos a la entrada o salida de fluido. En el caso de redes -- hidráulicas, el nivel en el depósito es también la "cabeza" de -- presión en el nodo al cual se conecta (S-2).

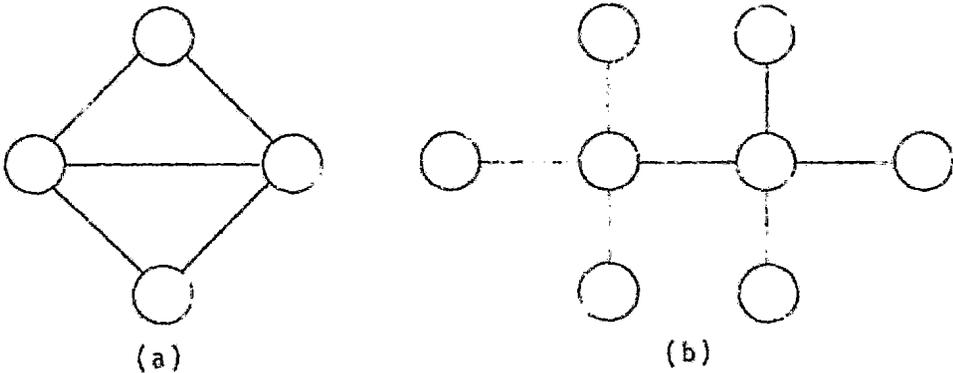


Fig. No. 1 Tipos de redes: (a) cíclica, (b) ramificada.

## 1.2.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Dada una red constituida por  $N$  nodos y  $S$  tuberías que tiene determinados los requerimientos de fluido en cada uno de los nodos, el diámetro y longitud de las tuberías, la presión en el nodo fuente, así como la temperatura del sistema; se desea conocer el flujo en cada tubería y la presión en cada uno de los nodos que satisfagan el balance de materia y de energía.

Las diferentes alternativas de formular este problema, se muestra en la tabla I. Las cuatro alternativas involucran diferentes dimensiones por lo que, están ordenadas en orden decreciente.

Para una gráfica conectada  $S \geq N - 1$ . La igualdad aplica cuando es un árbol, pero para la mayoría de las redes de tuberías  $S > N - 1$ . Por otra parte, el número de ciclos independientes es usualmente mucho menor que  $N$ . Para redes grandes que involucran 1000 nodos o más, la diferencia en el cómputo referido usando diferentes formulaciones puede ser significativo. Es bien conocido que en la inversión de matrices, la memoria requerida se incrementa en proporción al cuadrado de la dimensión de la matriz y el tiempo de cómputo se incrementa en proporción al cubo de la misma. ¿Por qué no usar la formulación D para cada problema?.

La respuesta a esta pregunta involucra varios factores. La observación mas obvia es que no todas las ecuaciones son lineales. Y todas las ecuaciones no lineales no presentan la misma dificultad para resolverlas. Las ecuaciones de balance de materia en A y B son lineales. Por otro lado, las ecuaciones cíclicas en las formulaciones C y D son casi siempre no lineales, a pesar que la simetría de estas formulaciones es una ventaja clara.

Como regla las formulaciones A y B requieren más cómputo por iteración pero pocas iteraciones para converger en comparación con las formulaciones C y D.

El siguiente factor es la forma de la ecuación de caída de presión en el elemento considerado. Si no es explícita en flujo o en caída de presión, las formulaciones C, B y D son imposibles.

Como en el caso de redes de distribución de agua, las ecuaciones son explícitas en ambas variables, no presentan dificultad al respecto.

Para la formulación del problema también se deben considerar las características de la red en cuanto a su estructura.

Ya que se desea tener un algoritmo flexible tanto para resolver redes de distribución de agua o gas y tomando en cuenta que el objetivo involucra disminuir el tiempo de cómputo en el cálculo de la inversa del Jacobiano, resulta práctico seleccionar la alternativa B.

Procedimiento.-

El número de ciclos mínimos en la red está definido por la siguiente ecuación:

$$C = S - (N-1)$$

Cálculo de los grados de libertad (G.L.) del sistema:

G.L. = número de variables - número de ecuaciones.

Número de variables:

<u>Concepto</u>	<u>Variables</u>	<u>No. Total</u>
por nodo	$P_n, Q_n$	2 N
por tubería	$\Delta P_{ij}, Q_{ij}$	<u>2 S</u>
		2N + 2S

Número de ecuaciones:

<u>Concepto</u>	<u>Ecuaciones</u>	<u>No. Total</u>
por nodo	Balance de materia	N-1
por tubería	$\Delta P_{ij} = f(Q_{ij})$	S-C
por ciclo	Balance de energía	<u>C</u>
		S+N-1

Nótese que el número de ecuaciones de balance de materia es N-1, ya que el problema se define cumpliendo con el balance total de materia. Además se tienen C tuberías de cierre de ciclo y los  $\Delta P$  correspondientes deben considerarse una sola vez, por este motivo solo se deben tomar en cuenta S-C ecuaciones de caída de presión en función del gasto.

El número de grados de libertad es pues:

$$G.L. = (2N + 2S) - (S + N-1)$$

$$G.L. = N + S + 1$$

Alternativas de Solución.-

El problema se puede resolver, ahora, de dos maneras:

- 1).- Suponiendo el gasto en S tuberías.
- 2).- Suponiendo la caída de presión en S tuberías.

Las dos alternativas conducen a métodos iterativos para la solución de las S ecuaciones simultáneas, donde N-1 ecuaciones corresponden al balance de materia y C al balance de energía.

El método iterativo usado para resolver la ecuación:

$$A x = -b \quad . . . . . ec. (1)$$

fue el de Newton-Raphson; siendo A la matriz Jacobiana, x el vector de correcciones y b el vector de residuos el cual considera los flujos externos.

Ya que en cualquier red cíclica que consideremos, el número de -- nodos será mucho mayor que el número de ciclos ( $N \gg C$ ), habrá ma-- yor "peso" de las ecuaciones debidas al balance de materia que a las de balance de energía.

En el caso (1), donde se suponen los flujos, la matriz Jacobiana es casi lineal, ya que al derivar las ecuaciones de balance de -- materia con respecto a  $Q$ , sus coeficientes serán 1 ó -1, y solo -- habrá  $C$  ecuaciones no lineales que al ser derivadas con respecto a  $Q$  darán otros valores muy diferentes. Esto representa una ventaja de la alternativa (1) en la convergencia respecto al caso -- (2), en el cual la mayor densidad de la matriz Jacobiana será -- no lineal, pudiendo ocasionar que no converga el problema.

Por tal motivo se considera más ventajoso optar por el caso (1). Con respecto a las facilidades en el cálculo de las propiedades -- del fluido, se tiene que en el caso de líquidos ninguno de los dos métodos presentan una ventaja. En caso de fluidos gaseosos el co nocimiento de  $\Delta P$  podría llevar a cálculos más exactos de sus propiedades, pero dado que en una red las distancias de tuberías--ramales no es muy grande se puede despreciar esta ventaja.

TABLA I  
FORMULACION DE PROBLEMAS DE REDES DE TUBERIAS  
EN ESTADO ESTACIONARIO (M-4)

<u>Formulación</u>	<u>Ecuaciones</u>	<u>Variables</u>	<u>Dimensiones</u>	<u>Referencias</u>
A	$\sum_{j \in V_{A_i}} Q_{ji} - \sum_{k \in V_{B_i}} Q_{ik} = w_i$ $i = 1, 2, \dots, N-1$ $P_i - P_j = \sigma_K(Q_K)$ $K \in E$	Presiones y Flujos	S+N-1	C-1, B-2
B	$\sum_{j \in V_{A_i}} Q_{ji} - \sum_{k \in V_{B_i}} Q_{ik} = w_i$ $i = 1, 2, \dots, N-1$ $\sum_{K \in C_i} \sigma_K(Q_K) = 0$ $i = 1, 2, \dots, C$	Flujos	S	C-7, J-1, M-3, W-4, W-5
C	$\sum_{j \in V_{A_i}} Q_{ji}(P_j, P_i) - \sum_{k \in V_{B_i}} Q_{ik}(P_i, P_k) = w_i$ $i = 1, 2, \dots, N-1$	Presiones o "Cabezas"	N-1	C-3, C-5, D-1, L-1, L-3, L-5, G-2, S-3, W-1
D	$Q_{N_i} = W + \tau^T Q_c$ $\sum_{K \in C_i} \sigma_K(Q_K) = 0$ $i = 1, 2, \dots, C$	Flujos en ramales de cierre de ciclo.	C	E-1, G-2, G-3

## NOMENCLATURA.

C	Número de ciclos.
$C_i$	Ciclo fundamental $i$ (generado por la adición de un ramal a una red arbolada).
E	Conjunto de ramales o arcos.
N	Número de nodos.
$Q_{ij}$	Flujo en el arco $[i, j]$
$Q_c$	Vector de flujos asociados con los arcos de cierre de ciclo.
$Q_n$	Vector de flujos asociados con los arcos de la red arbolada.
S	Número de ramales o arcos.
$T^T$	Transpuesta de la matriz binaria $C \times (N-1)$ integrada por la parte correspondiente a los ramales arbolados en la matriz cíclica fundamental.
$V_{A_i}$	Subconjunto de los vértices (nodos) asociados con los ramales dirigidos hacia el vértice $i$ .
$V_{B_i}$	Subconjunto de los vértices (nodos) asociados con los ramales incidentes dirigidos del vértice $i$ .
$w_i$	Flujo total saliendo o suministrado en el nodo $i$ .
W	Vector de flujos saliendo o entrando al subconjunto de nodos separados por un puente o un grupo de corte.
$\sigma_{ij}$	Caída de presión en el arco $[i, j]$

II.- SOLUCION DE REDES DE  
TUBERIAS EN ESTADO  
ESTACIONARIO

II. 1.- METODOS EXISTENTES

II. 1a.- Método de HARDY CROSS (C-7)

El análisis de Hardy Cross se basa en la aplicación de las leyes de Kirchoff:

1ª.- La suma algebraica de los flujos en cualquier nodo es --  
cero.

2ª.- La suma algebraica de caídas de presión alrededor de --  
cualquier ciclo de la red es cero.

Por otra parte, se necesita el modelo matemático que describa la relación entre la caída de presión y el flujo para el elemento -- conector considerado.

La manera de hacer que se cumplan las leyes de Kirchoff dá origen a dos posibilidades para iterar:

1.- Balance de presiones.- Se supone una distribución de flujo que satisfaga la primera ley y a continuación se hacen correcciones en cada ciclo hasta satisfacer la segunda ley.

2.- Balance de flujos.- Se inicia con una distribución de presiones que satisfaga la segunda ley y se itera en igual forma hasta satisfacer la primera ley.

La principal desventaja del método de Hardy Cross es la selección del grupo de ciclos por parte del usuario. Para una red grande - esta selección no es tan trivial, ya que pueden existir diferentes posibilidades de elección de ciclos y la velocidad de convergencia dependerá de la elección que se haya hecho. Además, este método requiere el cálculo inicial de una distribución de flujos-

(o presiones) que satisfagan una de las leyes de Kirchoff.

Procedimiento. Se asume la razón de flujo a través de los tubos-  
(Q), y el error en el valor asumido es calculado por la expresión:

$$\Delta Q = \frac{\sum k Q^n}{\sum_n k Q^{n-1}}$$

donde  $k$  representa la resistencia relativa de un tubo, y  $n$  y  $Q$  --  
son como en la fórmula típica de flujo  $k = kQ^n$ .

El numerador representa la suma algebraica de valores en el sentido  
del movimiento de las manecillas del reloj y al contrario de --  
estas, usando una dirección como negativa y la opuesta como posi-  
tiva. El denominador representa la suma aritmética de los valo--  
res, prescindiendo de signo.

Ya que la expresión para  $\Delta Q$  está basada en una serie convergente  
de incrementos, aplicaciones repetidas de la corrección a los va-  
lores calculados de  $Q$  producen un resultado para cualquier grado-  
de precisión deseado.

## II.1b.- Método de CARNAHAN - CHRISTENSEN (C-1)

Este método se basa en la suposición de un pequeño grupo de variada  
bles  $X$  llamadas de corte, de tal manera que las variables restan-  
tes pueden ser calculadas secuencialmente mediante las ecuaciones  
de balance de materia por nodo y de energía para cada tramo de --  
tubería.

Se tiene que fijar la presión en alguno de los nodos, siendo lo -  
más común fijar la presión en el nodo fuente. Por cada variable -  
de corte se tiene una ecuación de retorno o error  $\phi(X) = 0$ , que -  
se debe satisfacer. Las variables de corte son corregidas hasta-  
que  $\phi(X) = 0$  o a la tolerancia aceptada. Las variables de corte  
son flujos supuestos, necesarios para llevar a cabo la solución -

de la red y las ecuaciones de retorno son balances de energía. -- Las desventajas que presenta este método son que inicialmente la red debe ser resuelta analíticamente, estableciendo las variables de corte a suponer y las ecuaciones de retorno; además a medida que la red crece hay más variables de corte que suponer y se requiere de la habilidad del usuario para suponer nuevos valores -- que se acerquen a la solución.

Procedimiento.

- 1.- Seleccionar un nodo de presión conocida.
- 2.- Considerar como variable de "corte" el flujo de un ramal conectado al nodo seleccionado y suponer su valor.
- 3.- Se resuelven sucesivamente los balances de materia hasta donde sea posible.
- 4.- Se resuelven sucesivamente los balances de energía, siguiendo el mismo orden de los pasos 2 y 3.
- 5.- Si es posible, se resuelve el balance de energía para un flujo más y se repiten los pasos 3 y 4.
- 6.- Cuando no es posible avanzar más, se repite el paso 2.
- 7.- Calcular el error utilizando las ecuaciones de retorno, si el error es menor o igual a la tolerancia fijada termina, en caso contrario regresar al paso 2.

## II 1c.- Método de NEWTON RAPHSON (R-1)

Escribiendo las ecuaciones nodales en forma compacta:

$$\sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^N Q_{ij} + C_i = f_i \quad (i=1,2, \dots, N) \quad \dots \text{ec. (2)}$$

Usando la ecuación de Hazen - Williams en la ecuación 2, resulta:

$$\sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^N \frac{H_i - H_j}{|H_i - H_j|^{0.46} R_{ij}^{0.54}} + C_i = f_i \quad \dots \text{ec. (3)}$$

Otros elementos de la red se pueden incluir en la ecuación 3 y el sistema de ecuaciones no lineales se puede escribir en forma simplificada como:

$$\emptyset (H, R, C) = 0$$

en la cual H, R y C son vectores que denotan el conjunto de "ca-- bezas" en los nodos, resistencias de los elementos conectores y - consumos en los nodos respectivamente.

Considerando al conjunto de variables desconocidas como X, los -- nuevos valores para la iteración sucesiva por el procedimiento de Newton-Raphson están dados por la siguiente ecuación:

$$X^{k+1} = X^k - \frac{\emptyset (X^k)}{\emptyset' (X^k)}$$

en la cual  $\emptyset' (X^k)$  es el Jacobiano evaluado en  $X^k$ .

En el procedimiento numérico se hace una prueba de convergencia - después de cada iteración, la que se alcanza cuando

$$\text{Max. } \left| \emptyset_{\lambda}^k \right| \leq \varepsilon$$

siendo  $\lambda \in N$ , y donde  $\varepsilon$  es el máximo desbalanceo de flujo permisi- ble en cualquier nodo, teniendo este valor una influencia directa en el número de iteraciones.

#### II.1d.- Método de EPP-FOWLER (E-1)

Selecciona el procedimiento de balanceo de presiones, resolviendo las C ecuaciones de balance de energía por ciclo, lo cual reduce- el número de ecuaciones que deben resolverse.

Basándose en métodos conocidos de análisis numérico y teoría de - gráficas proporciona un programa eficiente para la solución de -- redes de distribución de agua en estado estacionario. Sus princi- pales características son:

1.- Resuelve el sistema de ecuaciones no lineales mediante el mé

todo de Newton.

2.- Selecciona los ciclos de la red de tal forma que se reduzcan las ecuaciones a resolver.

3.- Etiqueta automáticamente los ciclos con el fin de producir una matriz de banda simétrica, reduciendo así el requerimiento de memoria.

4.- Disminuye el número de datos requeridos.

El inconveniente de este método es que inicia el cálculo con flujos que deben cumplir con el balance de materia por cada nodo, requiriendo por tanto la solución previa de dicho balance.

#### II.1e.- Modelo de VILLARREAL-CAPELLA (V-1)

Eligiendo el algoritmo de balance de "cabezas" aplica el método de Newton-Raphson pero modificado. Dicha modificación consiste en corregir los valores de  $H_i$  en cada iteración de la forma siguiente:

$$H_{i,k+1} = H_i + a \Delta H_{i,k}$$

donde "a" se escoge de tal manera que la función

$$F = \sum_{j=1}^N f_j^2 (\bar{H}_i) \quad \text{sea mínima.}$$

Para encontrar el valor de "a" que hace a F mínima, usa el método de búsqueda de Fibonacci, y para resolver el sistema lineal que proporciona el vector  $\Delta H_i$ , usa el método iterativo de Gauss-Seidel.

#### II.1f.- Técnica de DIAKOPTICS

Este método desarrollado por Gay y Middleton (G-2) se basa en la-

presentación de las ecuaciones diakoptics, las cuales son producto de la representación matricial del arreglo de la red y los conceptos de transformaciones ortogonales.

La Diakoptics consiste en la transformación de la red en una red intermedia, cuya solución puede ser encontrada y después transformada esta solución a la solución de la red dada.

El objetivo de estas transformaciones es aumentar la rapidez del cómputo al reducir el tamaño de la matriz a invertir y además disminuir el uso de memoria.

#### II.1g.- Técnica de NEWTON-RAPHSON MODIFICADA

Shamir (S-2) propone buscar la solución mediante la suposición de  $N$  variables e iterar con un Newton-Raphson. Por otra parte, utiliza técnicas de matrices dispersas para la inversión del Jacobiano ya que estas permiten ahorrar memoria y tiempo de computación.

El método usado es llamado factorización de ordenamiento triangular, en el cual el Jacobiano es factorizado a una matriz triangular inferior  $L$  y a una matriz triangular superior unitaria  $U$ .

$$A = L \cdot U$$

La solución de la ecuación 1 se obtiene en dos etapas:

$$L \cdot Z = -b^k \quad . . . . . \text{ec. (4)}$$

se resuelve por sustitución directa para  $Z$ ; entonces de acuerdo con la ecuación 4

$$U \cdot \Delta X^k = Z$$

y se resuelve para  $\Delta X^k$  por sustitución inversa.

Los nuevos valores son calculados con la ecuación siguiente:

$$X_i^{k+1} = X_i^k + \alpha_i^k \Delta X_i^k$$

siendo  $i = 1, 2, \dots, N$ . Los multiplicadores  $\alpha$  se obtienen observando

el progreso hacia la solución de las iteraciones anteriores y haciendo uso de reglas heurísticas para una pronta convergencia.

## II.1h.- Método de TECNICAS DE OPTIMIZACION

Collins et al (C-5) proponen para la solución de redes dos alternativas, teniendo cada una su respectiva función a minimizar. En la primera alternativa se tiene como restricción el balance de materia y en la otra el balance de energía.

El problema lo plantean de la siguiente manera:

$$P \begin{cases} \text{minimizar} & f(X) = \sum_i f_i (X_i) \\ \text{sujeto a} & A x = b, \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

Además comparan las ventajas que presentan para la solución los - métodos de Frank-Wolfe, aproximación lineal con tamaño deseado, - Convex Simplex y Newton-Raphson.

La dificultad que presenta este método consiste en la definición- de la función objetivo que se desea minimizar.

## II. 2.- EJEMPLOS

Para ilustrar los algoritmos más usados descritos anteriormente - se plantea el siguiente problema.

Se requiere abastecer de agua a tres puntos diferentes, para -- ello se cuenta con una red anillada que une cuatro nodos como -- se muestra en la fig. 2. El agua se encuentra a una temperatura de  $20^{\circ}$  C y a una presión disponible de 50 psig. en el nodo 1. - Los requerimientos de fluido en los nodos y las dimensiones de las tuberías se muestran en la tabla II.

La finalidad de resolver este problema es conocer si esta red - satisface las demandas requeridas, determinando el flujo que -- pasa por cada tubería y la caída de presión que se tendrá en -- ella, para poder evaluar los gastos de operación.

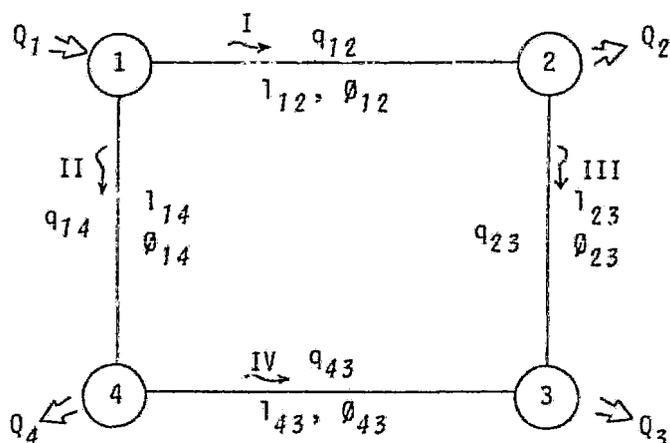


Fig.2.- Red de agua con direcciones supuestas.

## T A B L A I I

## FLUJOS REQUERIDOS Y DIMENSIONES DE TUBERIAS

$$\begin{array}{l}
 \text{FLUJOS REQUERIDOS} \\
 \text{EN LOS NODOS} \quad *
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 Q_1 = 250 \text{ gpm.} \\
 Q_2 = -50 \text{ gpm.} \\
 Q_3 = -100 \text{ gpm.} \\
 Q_4 = -100 \text{ gpm.}
 \end{array}
 \right.$$

$$\sum_{i=1}^4 Q_i = 0$$

## DIMENSIONES DE LAS TUBERIAS

Longitud (pies)	Diám. Nom. (pulg.)	Diám. int. (cd.40) (pulg.)	Area de flujo (pies <sup>2</sup> )
$l_{12} = 100$	$\phi_{12} = 2$	2.067	0.0233
$l_{23} = 100$	$\phi_{23} = 1$	1.049	0.0060
$l_{43} = 100$	$\phi_{43} = 2$	2.067	0.0233
$l_{14} = 100$	$\phi_{14} = 3$	3.068	0.0513

\* Nota: El signo (-) indica que el fluido sale de la red y el signo (+) que entra a ella.

## II.2a.- Método de HARDY-CROSS.

1.- Suponer el sentido de flujo en cada una de las tuberías y fijar el sentido positivo de los flujos en el ciclo conforme al movimiento de las manecillas del reloj.

2.- Suponer los flujos en cada una de las tuberías, asignándoles el signo de acuerdo al criterio establecido en el primer inciso y hacer lo mismo para los coeficientes de resistencia.

<u>flujo</u>	<u>gpm.</u>	<u>pies /seg.</u>	<u>coef. resist.</u>	<u>signo</u>
$q_{12}$	75	0.1671	$k_{12}$	+
$q_{23}$	25	0.0557	$k_{23}$	+
$q_{43}$	-75	-0.1671	$k_{43}$	-
$q_{14}$	-175	-0.3899	$k_{14}$	-

El coeficiente de resistencia  $k_{ij}$  está dado por:

$$k_{ij} = \frac{f_{ij}}{2 \text{ gc. } (\pi/4)^2} \cdot \frac{l_{ij}}{D_{ij}^5}$$

donde  $f_{ij}$  es el factor de fricción de Darcy para la tubería que une los nodos  $i$  con  $j$ .

3.- Calcular el factor de corrección ( $\Delta q$ ) para los flujos supuestos.

$$\Delta q = - \frac{\sum k_{ij} q_{ij}^2}{2 \sum k_{ij} q_{ij}}$$

4.- Si  $\Delta q \leq \text{tolerancia}$ , se ha alcanzado la convergencia. Si no, corregir los flujos y volver al tercer inciso.

1ª Iteración.

$q_{ij}$ (ft <sup>3</sup> /seg)	$v_{ij}$ (ft/seg)	Re	$f^*$	$k_{ij}$ $\left(\frac{1b_f \text{ seg}^2}{1b_m \text{ ft}^5}\right)$	$k_{ij}q_{ij}^2$ $\left(\frac{1b_f}{1b_m}\right)$	$k_{ij}q_{ij}$ $\left(\frac{1b_f \text{ seg}}{1b_m \text{ ft}^2}\right)$
$q_{12} = .1671$	7.1717	$1.145 \times 10^5$	.0218	361.905	10.1053	60.4743
$q_{23} = .0557$	9.2833	$7.523 \times 10^4$	.0250	12328.299	38.2484	686.6863
$q_{43} = -.1671$	7.1717	$1.145 \times 10^5$	.0218	361.905	-10.1053	60.4743
$q_{14} = -.3899$	7.6004	$1.801 \times 10^5$	.0196	45.167	-6.8664	17.6106

$$k_{ij}q_{ij} = 825.2455$$

$$k_{ij}q_{ij}^2 = 31.3820$$

$$\Delta q = - \frac{31.3820}{2 \times 825.2455} = - 0.0190$$

Corrigiendo los flujos:

$$\begin{aligned} q_{12} &= 0.1671 - 0.0190 = 0.1481 \text{ ft}^3/\text{seg.} \\ q_{23} &= 0.0557 - 0.0190 = 0.0367 \quad " \\ q_{43} &= -0.1671 - 0.0190 = -0.1861 \quad " \\ q_{14} &= -0.3899 - 0.0190 = -0.4089 \quad " \end{aligned}$$

2ª Iteración.

$q_{ij}$	$v_{ij}$	Re	f	$k_{ij}$	$k_{ij}q_{ij}^2$	$k_{ij}q_{ij}$
$q_{12} = .1481$	6.3562	$1.015 \times 10^5$	.0219	363.565	7.9743	53.8440
$q_{23} = .0367$	6.1167	$4.957 \times 10^4$	.0260	12821.431	17.2691	470.5465
$q_{43} = -.1861$	7.9871	$1.275 \times 10^5$	.0214	-355.264	-12.3040	66.1148
$q_{14} = -.4089$	7.9708	$1.889 \times 10^5$	.0195	-44.936	-7.5133	18.3745

\* Nota: Factor de fricción f, de tabla A-25 del Crane (C-8).

$$k_{ij}q_{ij} = 608.8798$$

$$k_{ij}q_{ij}^2 = 5.4261$$

$$\Delta q = - \frac{5.4261}{2 \times 608.8798} = - 0.0045$$

Corrigiendo los flujos, se tiene que:

$$q_{12} = 0.1481 - 0.0045 = 0.1436$$

$$q_{23} = 0.0367 - 0.0045 = 0.0322$$

$$q_{43} = -0.1861 - 0.0045 = -0.1906$$

$$q_{14} = -0.4089 - 0.0045 = -0.4134$$

### 3<sup>o</sup> Iteración

$q_{ij}$	$v_{ij}$	Re	f	$k_{ij}$	$k_{ij}q_{ij}^2$	$k_{ij}q_{ij}$
$q_{12} = .1436$	6.1631	$9.841 \times 10^4$	.0220	365.225	7.5313	52.4464
$q_{23} = .0322$	5.3667	$4.349 \times 10^4$	.0265	13067.997	13.5494	420.7895
$q_{43} = -.1906$	8.1803	$1.306 \times 10^5$	.0213	-353.604	-12.8459	67.3970
$q_{14} = -.4134$	8.0585	$1.910 \times 10^5$	.0195	-44.936	-7.6796	18.5767

$$k_{ij}q_{ij} = 559.2096$$

$$k_{ij}q_{ij}^2 = 0.5552$$

$$\Delta q = - \frac{0.5552}{2 \times 559.2096} = - 0.0005$$

Corregiendo los flujos, se tiene:

$$q_{12} = 0.1436 - 0.0005 = 0.1431$$

$$q_{23} = 0.0322 - 0.0005 = 0.0317$$

$$q_{43} = -0.1906 - 0.0005 = -0.1911$$

$$q_{14} = -0.4134 - 0.0005 = -0.4139$$

#### 4<sup>o</sup> Iteración.

$q_{ij}$	$v_{ij}$	Re	f	$k_{ij}$	$k_{ij}q_{ij}^2$	$k_{ij}q_{ij}$
$q_{12} = .1431$	6.1416	$9.807 \times 10^4$	.0220	365.225	7.4789	52.2637
$q_{23} = .0317$	5.2833	$4.282 \times 10^4$	.0265	13067.997	13.1319	414.2555
$q_{43} = -.1911$	8.2017	$1.310 \times 10^5$	.0215	356.925	-13.0346	68.2083
$q_{14} = -.4139$	8.0682	$1.912 \times 10^5$	.0196	45.167	-7.7377	18.6946

$$k_{ij}q_{ij} = 553.4221$$

$$k_{ij}q_{ij}^2 = -0.1615$$

$$\Delta q = - \frac{-0.1615}{2 \times 553.4221} = 0.0001$$

Considerando que se ha alcanzado la convergencia para una tolerancia de  $1 \times 10^{-4}$ , los flujos finales son:

$$q_{12} = 0.1431 + 0.0001 = 0.1432 \text{ ft}^3/\text{seg.} = 64.27 \text{ gpm.}$$

$$q_{23} = 0.0317 + 0.0001 = 0.0318 \text{ ft}^3/\text{seg.} = 14.27 \text{ gpm.}$$

$$q_{43} = -0.1911 + 0.0001 = -0.1910 \text{ ft}^3/\text{seg.} = -85.72 \text{ gpm.}$$

$$q_{14} = -0.4139 + 0.0001 = -0.4138 \text{ ft}^3/\text{seg.} = -185.71 \text{ gpm.}$$

La columna  $k_{ij}q_{ij}^2$  es la caída de presión expresada en pies para cada una de las tuberías. Por tanto, para conocer la presión en cada uno de los nodos hay que determinar la "cabeza" en uno de ellos y calcular la de los restantes por simples sumas o restas. La presión en cada uno de los nodos se obtiene entonces multiplicando por la densidad del fluido dichas "cabezas".

Así pues, la presión en el nodo  $j$  será:

$$P_j = P_i - \frac{k_{i,j} q_{i,j}^2}{144}$$

Ya que la presión en el nodo 1 es de  $50 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2$  manométricas, se tiene que:

$$P_2 = 50 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2 - \frac{7.4894 \text{ lb}_f \text{ ft}/\text{lbm} \times 62.3 \text{ lbm}/\text{ft}^3}{144 \text{ pulg}^2/\text{ft}^2}$$

$$P_2 = 46.7598 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2$$

De igual manera, para los siguientes nodos se tiene:

$$P_3 = 41.0425 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2$$

$$P_4 = 46.6759 \quad "$$

$$P'_4 = 46.6540 \quad "$$

La  $P'_4$  se calculó con referencia al nodo 1 y la  $P_4$  con referencia al nodo 3, siendo la diferencia entre ellas la tolerancia aceptada en el cálculo.

## II.2b.- Método de CARNAHAN-CHRISTENSEN

Por comodidad se definirá:

$f_i$  = balance de materia en el nodo  $i$ .

$f_{i,j}$  = balance de energía entre los nodos  $i$  y  $j$ .

Aplicando este método para resolver la red de la figura 2, se tienen las etapas siguientes:

1.-  $P_1$  es conocida.

2.- Se selecciona  $q_{12}$  como variable de "corte".

3.- Con:  $f_1$  se calcula  $q_{14}$ .

$f_2$  se calcula  $q_{23}$

$f_3$  se calcula  $q_{43}$

4.- Con:  $f_{12}$  se calcula  $P_2$

$f_{14}$  se calcula  $P_4$

$f_{23}$  se calcula  $P_3$

$f_{43}$  se calcula  $P'_3$

5.- Si  $(P_3 - P'_3) \leq \text{tolerancia}$ , parar, la solución fué obtenida. -  
De lo contrario, regresar al paso 2.

Para el sistema y las condiciones consideradas, se tiene:

$$\Delta P/100 = 0.059328 \frac{Q^{1.84}}{D^{4.84}} \dots \text{ec. (5)}$$

donde  $Q$  = flujo en gpm.

$D$  = diámetro de la tubería, en pulgadas.

$\Delta P/100$  = caída de presión en 100 pies de tubería, expresada en  $\text{lb}_f/\text{pulg}^2$ . (G-1)

Los resultados obtenidos, considerando  $P_1 = 50 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2$  manométricas, se muestran en la tabla III.

Observaciones.

Ya que los flujos se unen en un punto determinado, la caída de presión por ambas rutas debe ser la misma. Por una ruta se calcula  $P_3$  y por la otra  $P'_3$ , estimándose en seguida el error con  $(P_3 - P'_3)^2$  que es numéricamente igual a  $(\sum \Delta P)^2$ .

Como se muestra en las gráficas 1 y 2, primero se puede buscar la solución considerando  $\sum \Delta P$  y cuando se haya encontrado el rango donde ocurre el cambio de signo considerar entonces  $(\sum \Delta P)^2$  o

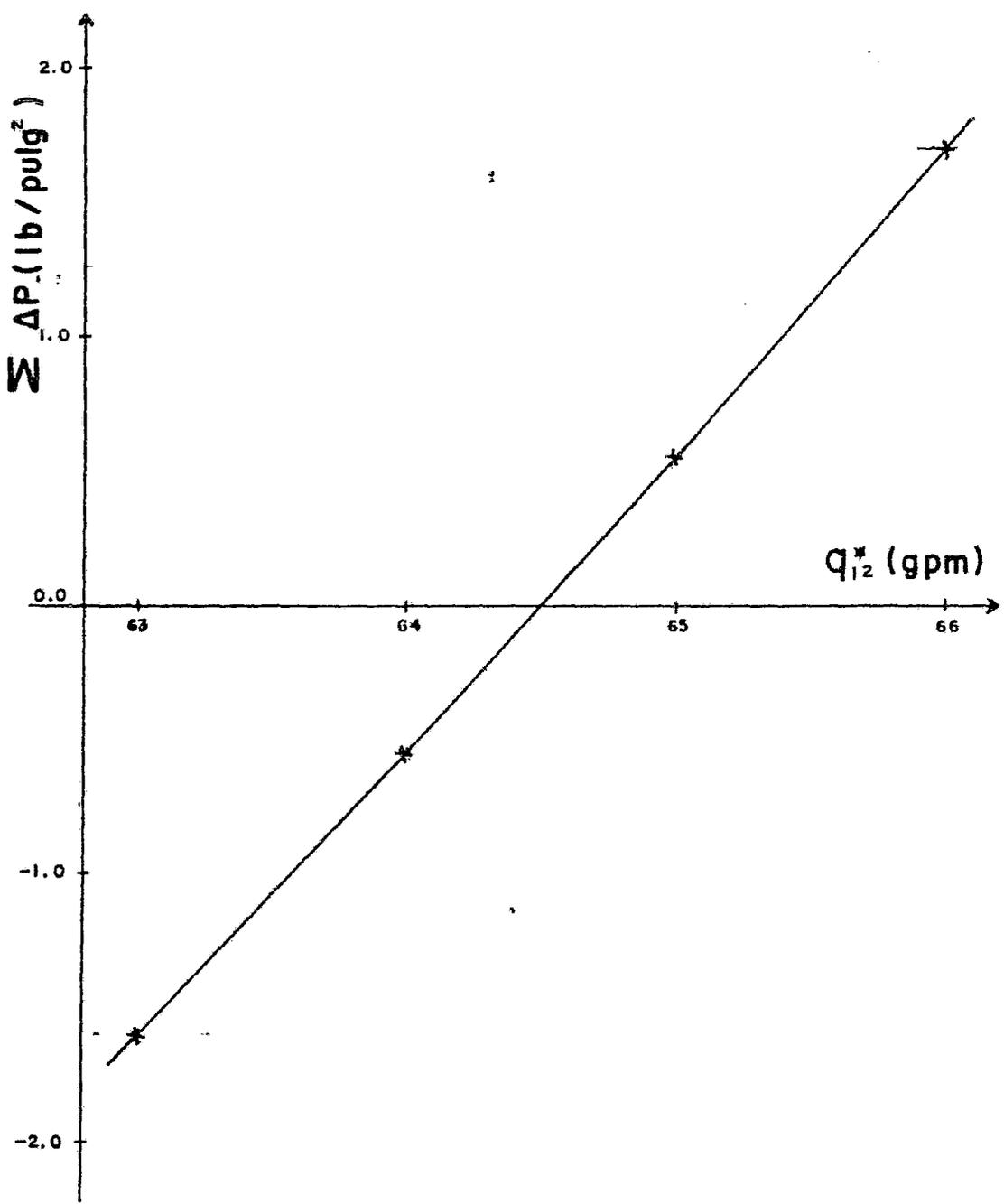
$(P_3 - P'_3)^2$  para obtener los valores de  $q_{ij}$  que satisfagan la red -- con mayor precisión.

Como se puede observar, no es necesario fijar la presión en un no do, ya que para este caso, solo influyen en la solución las caídas de presión.

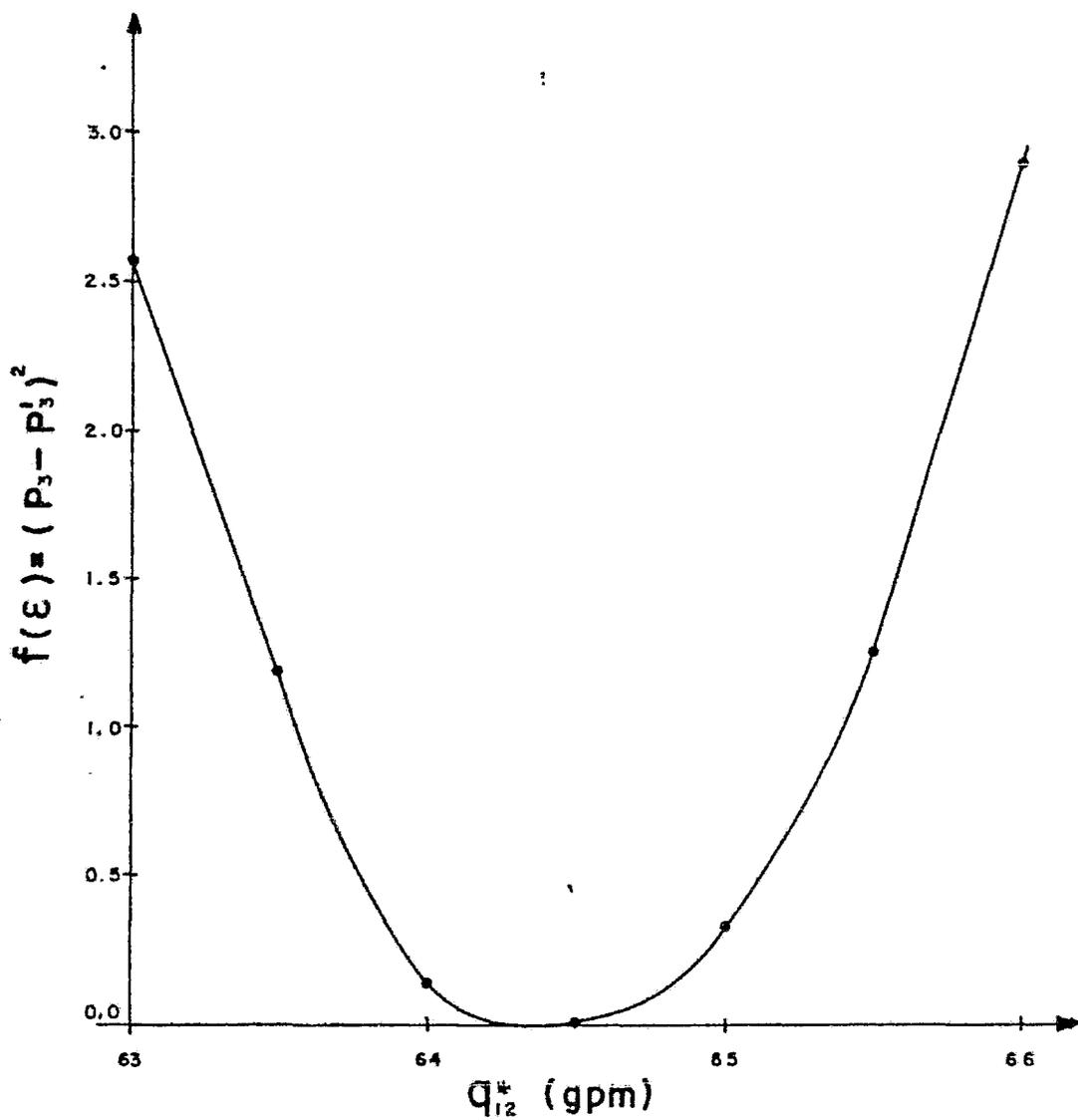
T A B L A I I I

Cálculo mediante el método de Carnahan-Christensen

Iter.	$q_{12}^*$	$q_{14}$	$q_{23}$	$q_{43}$	$P_{12}$	$P_2$	$P_{14}$	$P_4$	$P_{23}$	$P_3$	$P_{43}$	$P'_3$	$(P_3 - P'_3)^2$
1	75	175	25	75	4.979	45.02	3.500	46.50	17.58	27.44	4.979	41.52	198.36
2	60	190	10	90	3.302	46.70	4.072	45.93	3.257	43.44	6.963	38.96	20.025
3	66	184	16	84	3.935	46.06	3.838	46.16	7.735	38.33	6.133	40.03	2.89
4	63	187	13	87	3.612	46.39	3.954	46.04	5.279	41.10	6.542	39.50	2.576
5	64	186	14	86	3.718	46.28	3.915	46.08	6.050	40.03	6.404	39.68	0.1253
6	65	185	15	85	3.826	46.17	3.877	46.12	6.869	39.30	6.268	39.85	0.3025
7	64.5	185.5	14.5	85.5	3.772	46.23	3.896	46.10	6.454	39.77	6.336	39.77	$2.5 \times 10^{-5}$



GRAFICA No. 1



GRAFICA No. 2

II.2c.- Solución mediante el método de Newton-Raphson y técnicas de matrices dispersas. (M-3)

Consiste en resolver  $Ax=-b$ , donde A es el Jacobiano, x el vector de correcciones y b el vector de errores.

Resolviendo la red de la figura 2, se tiene que la matriz de incidencia  $A_0$  será:

$$A_0 = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Y la matriz cíclica C será en este caso:

$$C = ( 1, -1, 1, -1 )$$

El balance de materia en N-1 nodos se obtiene multiplicando la matriz  $A_0$  reducida por el vector de los flujos supuestos y a este resultado se le suma el vector de flujos requeridos.\*

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 75 \\ 175 \\ 25 \\ 75 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 250 \\ -50 \\ -100 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -75 & -175 & +250 \\ 75 & -25 & -50 \\ 175 & -75 & -100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

El balance de energía se obtiene multiplicando la matriz cíclica C por el vector columna de caídas de presión en cada tubería. La ecuación 5 se aplicará en el cálculo de dichas caídas de presión.

\*Nota: Se considera el suministro a los nodos + y las demandas -.

$$b_4 = 0.059328 \left[ \frac{(75)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}}, \frac{(175)^{1.84}}{(3.068)^{4.84}}, \frac{(25)^{1.84}}{(1.049)^{4.84}}, \right. \\ \left. \frac{(75)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}} \right] \begin{matrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{matrix}$$

$$b_4 = 0.059328 \left[ \frac{(75)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}} - \frac{(175)^{1.84}}{(3.068)^{4.84}} + \frac{(25)^{1.84}}{(1.049)^{4.84}} - \frac{(75)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}} \right]$$

$$b_4 = 14.076$$

Considerando una tolerancia de 0.1, resulta que  $b_4$  es mayor que esta.

#### 1ª Iteración.

Cálculo del Jacobiano.

Al derivar las N-1 ecuaciones de balance de materia con respecto al gasto, dan por resultado los coeficientes de la matriz de incidencia. La parte no lineal que corresponde al balance de energía será:

$$\frac{d \Delta P / 100}{d Q} = 1.84 \times 0.059328 \frac{Q^{0.84}}{D^{4.84}}$$

de donde,

$$F'_c = 1.84 \times 0.059328 \left[ \frac{(75)^{0.84}}{(2.067)^{4.84}}, - \frac{(175)^{0.84}}{(3.068)^{4.84}}, + \frac{(25)^{0.84}}{(1.049)^{4.84}}, \right. \\ \left. - \frac{(75)^{0.84}}{(2.067)^{4.84}} \right]$$

$$F'_c = ( 0.122, -0.0368, +1.293, -0.122 )$$

Entonces el Jacobiano será:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0.122 & -0.037 & 1.293 & -0.122 \end{pmatrix}$$

Y sustituyendo la ecuación 1, queda:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0.122 & -0.037 & 1.293 & -0.122 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \\ \Delta q_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 14.076 \end{pmatrix}$$

despejando el vector de correcciones

$$\begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \\ \Delta q_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 14.076 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0.122 & -0.037 & 1.293 & -0.122 \end{pmatrix}^{-1}$$

Para calcular la  $A^{-1}$  se usa el algoritmo PFI (Inversa en forma de producto).

$$t_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0.122 \end{pmatrix}$$

$$T_1^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.122 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$t_2$  será el vector producto de la multiplicación de  $T_1^{-1}$  por la segunda columna de A.

$$t_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -0.159 \end{pmatrix}$$

$$T_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -0.159 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_2^{-1} T_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -0.037 & -0.159 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$t_3$  será el producto de la multiplicación de  $T_2^{-1} T_1^{-1}$  por la tercera columna de A.

$$t_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1.452 \end{pmatrix}$$

$$T_3^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1.452 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_3^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1.415 & 1.293 & 1.452 & 1 \end{pmatrix}$$

$t_4$  será el producto de multiplicar  $T_3^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1}$  por la cuarta columna de A

$$t_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1.5738 \end{pmatrix}$$

$$T_4^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/1.5738 \\ 0 & 1 & 0 & -1/1.5738 \\ 0 & 0 & 1 & 1/1.5738 \\ 0 & 0 & 0 & -1/1.5738 \end{pmatrix}$$

Ahora bien,  $A^{-1} = T_4^{-1} T_3^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1}$ , por lo tanto:

$$A^{-1} = \frac{1}{1.5738} \begin{pmatrix} -0.159 & 1.293 & -0.122 & 1 \\ -1.415 & -1.293 & 0.122 & -1 \\ -0.159 & -0.281 & -0.122 & 1 \\ -1.415 & -1.293 & -1.452 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \\ \Delta q_4 \end{pmatrix} = -\frac{1}{1.5738} \begin{pmatrix} -0.159 & 1.293 & -0.122 & 1 \\ -1.415 & -1.293 & 0.122 & -1 \\ -0.159 & -0.281 & -0.122 & 1 \\ -1.415 & -1.293 & -1.452 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 14.076 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \\ \Delta q_4 \end{pmatrix} = -\frac{1}{1.5738} \begin{pmatrix} 14.076 \\ -14.076 \\ 14.076 \\ -14.076 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8.944 \\ +8.944 \\ -8.944 \\ +8.944 \end{pmatrix}$$

Corrigiendo los flujos se obtiene:

$$q_1 = 75 - 8.944 = 66.056 \text{ gpm.}$$

$$q_2 = 175 + 8.944 = 183.944 \text{ gpm.}$$

$$q_3 = 25 - 8.944 = 16.056 \text{ gpm.}$$

$$q_4 = 75 + 8.944 = 83.944 \text{ gpm.}$$

Balance de materia:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 66.056 \\ 183.944 \\ 16.056 \\ 83.944 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 250 \\ -50 \\ -100 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -66.056 - 183.944 + 250 \\ 66.056 - 16.056 - 50 \\ 183.944 - 83.944 - 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Balance de energía:

$$b_4 = 0.059328 \left[ \frac{(66.056)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}} - \frac{(183.944)^{1.84}}{(3.068)^{4.84}} + \frac{(16.056)^{1.84}}{(1.049)^{4.84}} - \frac{(83.944)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}} \right]$$

$$b_4 = 0.059328 ( 66.434 - 64.661 + 131.165 - 103.251 )$$

$$b_4 = 1.76127 > \text{tolerancia.}$$

2ª Iteración.

$$F'_c = 1.84 \times 0.059328 \left[ \begin{array}{l} \frac{(66.056)^{0.84}}{(2.067)^{4.84}}, - \frac{(183.944)^{0.84}}{(3.068)^{4.84}}, \\ + \frac{(16.056)^{0.84}}{(1.049)^{4.84}}, - \frac{(83.944)^{0.84}}{(2.067)^{4.84}} \end{array} \right]$$

$$F'_c = ( 0.110, -0.038, 0.892, -0.134 )$$

Sustituyendo en la ecuación 1, se tiene:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0.11 & -0.038 & 0.892 & -0.134 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \\ \Delta q_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.7613 \end{pmatrix}$$

y como  $\overline{\Delta q} = -\overline{B} A^{-1}$ , se calcula la inversa de A.

$$t_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ \underline{0.11} \end{pmatrix}$$

$$T_1^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \underline{0.11} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_2 = T_1^{-1} a_2, \text{ donde } a_2 = ( -1, 0, 1, \underline{-0.038} )^T$$

$$t_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ \underline{-0.148} \end{pmatrix}$$

$$T_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & \underline{-0.148} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_2^{-1} T_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ \underline{-0.038} & \underline{-0.148} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_3 = T_2^{-1} T_1^{-1} a_3, \text{ donde } a_3 = (0, -1, 0, \underline{0.892})^T$$

$$t_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ \underline{1.04} \end{pmatrix}$$

$$T_3^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{1.04} & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_3^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ \underline{1.002} & \underline{0.892} & \underline{1.04} & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_4 = T_3^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1} a_4, \text{ donde } a_4 = (0, 0, -1, \underline{-0.134})^T$$

*Nota: Los valores subrayados son los únicos que cambian en cada iteración.*

$$t_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1.174 \end{pmatrix}$$

$$T_4^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/1.174 \\ 0 & 1 & 0 & -1/1.174 \\ 0 & 0 & 1 & 1/1.174 \\ 0 & 0 & 0 & -1/1.174 \end{pmatrix}$$

$$T_4^{-1} T_3^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1} = \frac{1}{1.174} \begin{pmatrix} -0.172 & 0.892 & -0.134 & 1 \\ -1.002 & -0.892 & 0.134 & -1 \\ -0.172 & -0.282 & -0.134 & 1 \\ -1.002 & -0.892 & -1.040 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \\ \Delta q_4 \end{pmatrix} = - \frac{1}{1.174} \begin{pmatrix} -0.172 & 0.892 & -0.134 & 1 \\ -1.002 & -0.892 & 0.134 & -1 \\ -0.172 & -0.282 & -0.134 & 1 \\ -1.002 & -0.892 & -1.040 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.7613 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \\ \Delta q_4 \end{pmatrix} = - \frac{1}{1.174} \begin{pmatrix} 1.7613 \\ -1.7613 \\ 1.7613 \\ -1.7613 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.5 \\ 1.5 \\ -1.5 \\ 1.5 \end{pmatrix}$$

Corrigiendo los flujos se tiene:

$$\begin{aligned} q_1 &= 66.056 - 1.5 = 64.556 \text{ gpm.} \\ q_2 &= 183.944 + 1.5 = 185.444 \text{ " } \\ q_3 &= 16.056 - 1.5 = 14.556 \text{ " } \\ q_4 &= 83.944 + 1.5 = 85.444 \text{ " } \end{aligned}$$

Balance de materia:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 64.556 \\ 185.444 \\ 14.556 \\ 85.444 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 250 \\ -50 \\ -100 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -64.556 - 185.444 + 250 \\ 64.556 - 14.556 - 50 \\ 185.444 - 85.444 - 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Balance de energía:

$$b_4 = 0.059328 \left[ \frac{(64.556)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}} - \frac{(185.444)^{1.84}}{(3.068)^{4.84}} + \frac{(14.556)^{1.84}}{(1.049)^{4.84}} - \frac{(85.444)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}} \right]$$

$b_4 = 0.05268$  < tolerancia, por lo tanto aquí terminan las iteraciones.

Ya que,  $P_1 = 50 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2$  entonces:

$$P_2 = 50 - 0.059328 \frac{(64.556)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}} = 46.22 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2$$

$$P_4 = 50 - 0.059328 \frac{(185.444)^{1.84}}{(3.068)^{4.84}} = 46.10 \text{ lb}_f/\text{pulg}^2$$

$$P_3 = 46.22 - 0.059328 \frac{(14.556)^{1.84}}{(1.049)^{4.84}} = 39.72 \text{ "}$$

$$P_3' = 46.10 - 0.059328 \frac{(85.444)^{1.84}}{(2.067)^{4.84}} = 39.77 \text{ "}$$

Siendo la diferencia entre  $P_3$  y  $P_3'$  igual al error admitido.

### III.- ALGORITMO PROPUESTO

#### III.1.- DESCRIPCION

Es indispensable conocer la topología de la red, el número de nodos  $N$ , el número de uniones (arcos)  $S$ , las longitudes de los tramos de tubería y sus diámetros. Por otra parte, se requiere además determinar los nodos de alimentación y los de consumo, así como las cantidades de fluido requeridos en cada uno de ellos.

El número de ciclos independientes de la red será:

$$C = S - ( N - 1 )$$

A continuación se describen los pasos de que consta el algoritmo.

- 1.- Generar la matriz de incidencia  $A(N \times S)$  que representa el arreglo de la red. Donde los arcos  $j$  que incidan en algún nodo  $i$  darán el valor de 1 al elemento  $A(i, j)$  y de cero en el caso contrario.
- 2.- Aplicar a la matriz  $A$  el algoritmo PODA, para obtener la matriz triangular superior  $A1$  (la cual ya considera el sentido de flujo en cada arco).  $A1$  tendrá dimensiones  $N \times (S+1)$ , donde la columna  $S+1$  indicará el número anterior con el cual se había designado ese nodo en el arreglo  $A$ .
- 3.- Determinar mediante el algoritmo MLC los ciclos de mínimo número de elementos y guardarlos en la matriz  $CI(i, j)$  donde  $i$  será el número de ciclo y  $j$  los arcos que lo forman. Por otra parte, se asigna el signo + cuando fluye en sentido de las mane

cillas del reloj y (-) cuando va en la dirección contraria.

4.- Generar la matriz de incidencia reducida  $A2(N \times S)$ , considerando el sentido de flujo de acuerdo a la red modificada en el paso 2.

5.- Generar el vector de diámetros de tubería  $D(S)$ , para vertir en él los diámetros internos correspondientes a cada unión.

6.- Considerar las alimentaciones y demandas por nodo como un vector  $QN(N)$ , asignándoles signo (+) si entra y signo (-) si sale de la red.

7.- Suponer los gastos en cada tubería de unión, generando así un vector  $QA$  de  $S$  elementos.

8.- Seleccionar de acuerdo al fluido y a la mejor aproximación que se tenga, la ecuación que nos determine  $\Delta P = f(Q)$ .

9.- Calcular los errores introducidos en el balance de materia por nodo, mediante:

$$F(I) = \sum_{J=1}^S A2(I,J) \cdot QA(J) + QN(I)$$

donde,  $I=1, \dots, N$   
 $J=1, \dots, S$

10.- Calcular la caída de presión para cada tramo de tubería.

$$\Delta P(J) = f(QA(J))$$

donde,  $J=1, \dots, S$

11.- Calcular la caída de presión para cada ciclo, como:

$$FC(I) = \sum_{J=1}^S CI(I,J) \cdot \Delta P(J)$$

desde  $I=1, \dots, C$   
 $J=1, \dots, S$

12.- Generar el vector error o de residuos  $B(K)$  de la siguiente

forma:  $B(K) = F(I)$   
 para  $K=I$   
 $I=1, \dots, N-1$   
 y  $B(K) = FC(L)$   
 para  $K= L+N-1$   
 $L=1, \dots, C$

13.- Buscar el mayor valor absoluto de  $B(K)$ , si:

$B(K)_M \leq$  Límite de tolerancia ——— termina el cálculo.

$B(K)_M >$  Límite de tolerancia ——— prosigue.

14.- Calcular la derivada de  $\Delta P$  en función de  $Q$ , específicamente para cada tubería. En el caso de líquidos  $\frac{d\Delta P}{dQ} = f(QA, D)$ .

15.- Aumentar la matriz de incidencia  $A_2$ , con los renglones pertenecientes a las funciones cíclicas.

$$A_2(K, J) = \Delta P'(J) \cdot CI(I, J)$$

donde,  $I=1, \dots, C$  ;  $K=I+N-1$   
 $J=1, \dots, S$

16.- Aplicar el método de Newton-Raphson, para corregir los flujos supuestos.

$$CQ = - (A_2)^{-1} B$$

a.- Calcular la matriz inversa de  $A_2$  mediante el algoritmo PFI (Inversa en forma de producto).

b.- Calcular el vector de incrementos o correcciones que se deben aplicar a los flujos considerados.

$$CQ(I) = \sum_{J=1}^S \left[ A_2^{-1}(I, J) \right] B(J)$$

donde  $I=1,\dots,S$   
 $J=1,\dots,S$

17.- Calcular los nuevos flujos en las tuberías de unión.

$$QA(J) = QA(J) - CQ(J)$$

desde  $J=1,\dots,S$

18.- Regresar al paso número 9.

### III.2.- ORDENAMIENTO PARCIAL Y ASIGNACION DIRECCIONAL.

Dada la estructura de una red de tuberías con  $N$  nodos,  $S$  arcos y  $R$  ciclos, en la cual el sentido de flujo en los arcos no está de terminado y cuyos arcos y nodos han sido etiquetados arbitrariamente; se propone reetiquetar los nodos y arcos, así como asignar la dirección de flujo en estos últimos, de tal forma que se obtenga una matriz de incidencia  $N \times S$  triangular superior, y de esta manera reducir el número de operaciones para resolver la red. Con el fin de lograr este propósito se aplicará el algoritmo de asignación direccional y ordenamiento parcial (PODA).

Algoritmo PODA (M-3).

- 1.- Seleccionar cualquier nodo de la red cíclica como el primer-nodo. Etiquetar este nodo como  $N$  y considerarlo como el nodo " $k$ " para la búsqueda de arcos. Fijar un contador  $i=1$ .
- 2.- Encontrar un arco incidente al nodo  $k$ , el cual no haya sido-previamente examinado. Si no hay ningún arco, retroceder al nodo precedente al nodo  $k$  a través de un arco etiquetado; retroceder - tan lejos como sea necesario hasta localizar un nuevo arco. El - nodo nuevo será ahora el nodo actualizado " $k$ ".
- 3.- Asignar al nuevo arco una dirección del nodo  $k$  al nodo  $j$ .
- 4.- Preguntar si el nodo  $j$  ya pertenece al grupo  $X$ ; si es así repetir el paso 2, si no proceder al paso 5.
- 5.- Etiquetar el nodo  $j$  y al arco, como nodo  $i$  y arco  $i$  respectivamente. Agregar el nodo etiquetado al grupo  $X$ .
- 6.- Incrementar el contador  $i=i+1$ : si  $i=N$  pasar al paso 7, si no regresar al paso 2.

7.- Etiquetar los arcos remanentes como  $N, N+1, \dots, S$  y asignar las direcciones arbitrarias.

8.- Ordenar los nodos y arcos numéricamente, en concordancia con sus etiquetas para generar la matriz triangular superior.

Modificaciones al algoritmo PODA.

Con el fin de poder utilizar este algoritmo en una computadora - se hicieron las siguientes modificaciones.

1).- La información de la red, se representa mediante una matriz  $A$  de  $N$  nodos  $\times$   $S$  arcos, en la cual  $A(n, s)=1$  si el arco  $s$  incide en el nodo  $n$  y  $A(n, s)=0$  si el arco  $s$  no incide en el nodo  $n$ .

2).- El resultado se expresa como una matriz  $B$  de  $N$  nodos  $\times$   $S+1$  arcos, en la cual la última columna no será propiamente un arco sino el número con que el nodo en la matriz  $B$  fué etiquetado en la matriz  $A$  (es decir, su etiqueta original). Los demás valores serán  $B(n, x)=1$  si el arco  $x$  entra al nodo  $n$ ,  $B(n, x)=-1$  si el arco  $x$  sale del nodo  $n$ , y  $B(n, x)=0$  si el arco  $x$  no incide en el nodo  $n$ .

El algoritmo es el siguiente:

1.- Se elige un nodo  $n_i$  y se reetiqueta como nodo  $N$ . Se inician los contadores con los siguientes valores:  $l=0$ ,  $m=0$ ,  $R=N-1$  y  $K=1$ .

2.- Se busca un arco que una el nodo  $n_i$  con el nodo  $n_j$ , si no hay, retroceder al nodo  $n_i$  anterior y así sucesivamente hasta encontrar un nodo cuyo arco este unido con  $n_j$ .

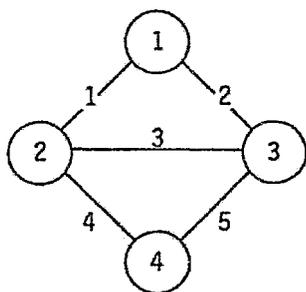
3.- Si  $n_j$  no ha sido reetiquetado continuar, si no pasar al paso 5.

4.- Hacer  $l=l+1$  y reetiquetar al nodo  $n_j$  como nodo  $l$ . Considerar el sentido de flujo en el arco, del nodo  $n_i$  al nodo  $n_j$ ; re-

etiquetar a este arco como arco 1. Se elimina dicho arco de la matriz A y se hace  $K=K+1$ ,  $m=m+1$  y se procede al sexto paso.

- 5.- Hacer  $R=R+1$  y reetiquetar el arco que une a  $n_i$  con  $n_j$  como arco R (este arco será un arco de cierre de ciclo) y se le asigna una dirección arbitraria, de  $n_j$  a  $n_i$ . Eliminar este arco de la matriz A y hacer  $m=m+1$ ,  $n_j=n_i$ .
- 6.- Si  $m=S$ , indica que todos los arcos han sido reetiquetados y el algoritmo termina; de lo contrario  $n_i=n_j$  y se regresa al segundo paso.

Ejemplo.- Considerar la siguiente red.



(a)

	A	R	C	O	S
	1	2	3	4	5
N					
1	1	1	0	0	0
0	2	1	0	1	0
D	3	0	1	1	0
0	4	0	0	0	1
S	4	0	0	0	1

(b)

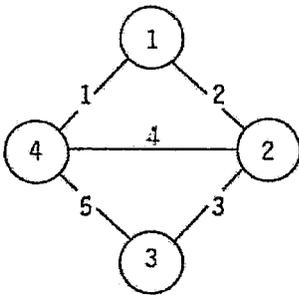
Fig.3.- Representación de una red: (a) gráfica y (b) matricial.

En las consecuentes fases se identifican los nodos que cambian-etiqueta mediante un círculo y a los arcos por una línea encima de su etiqueta.

Fase	$n_i$	Arco	$n_j$	l	Nodo re-etiquetado a	R	Arco re-etiquetado a	K	m
1	②	...	...	0	④	3	...	1	0
2	2	$\bar{1}$	①	1	①	3	$\bar{1}$	2	1

Fase	$n_i$	Arco	$n_j$	l	Nodo re-etiquetado a	R	Arco re-etiquetado a	K	m
3	1	$\bar{2}$	③	2	②	3	$\bar{2}$	3	2
4	3	$\bar{3}$	2	2	ya	4	$\bar{4}$	3	3
5	3	$\bar{5}$	④	3	③	4	$\bar{3}$	4	4
6	4	$\bar{4}$	2	3	ya	5	$\bar{5}$	4	5

Quedando la red, etiquetada de la manera siguiente:



	A	R	C	O	S
	1	2	3	4	5
N					
1	1	-1	0	0	0
O					
2	0	1	-1	1	0
D					
3	0	0	1	0	1
O					
4	-1	0	0	-1	-1
S					

Fig. 4.- Arreglo final.

### III.3.- BUSQUEDA DE LOS CICLOS MINIMOS.

Puesto que la mayor parte del tiempo de cálculo requerido corresponde a las ecuaciones de balance de energía por cada ciclo, es necesario mejorar la estructura de estos, para disminuir el tiempo de cálculo. Sin embargo, hay muchos caminos para reconocer los  $R$  ciclos independientes. Por ejemplo, considerando la fig. 5, -- cualquier par de los siguientes grupos pueden constituir los dos ciclos independientes:

I.- ( 1, 2, ..., N, N+1, N+2, N+3 )

II.- ( 1, 2, ..., N, N+4 )

III.- ( N+1, N+2, N+3, N+4 )

Si se escogen I y II se involucran  $2N+4$  arcos; pero si se seleccionan II y III el número de arcos involucrados será  $N+5$ .

Esto resulta bastante importante para redes muy grandes, ya que, -- los ciclos no mínimos contribuyen innecesariamente en la densidad de la matriz de incidencia, y por lo tanto en la carga de computación y almacenamiento, así como con efectos adversos en la velocidad de convergencia.

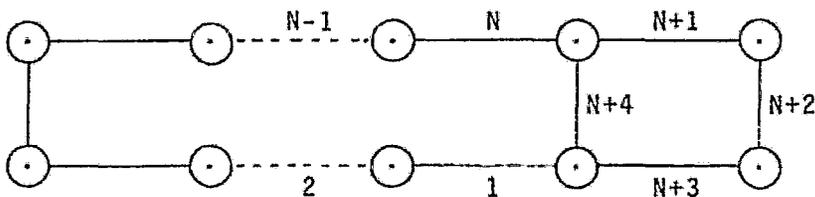


Fig. 5.- Red de dos ciclos.

Como en el paso 5 del algoritmo PODA modificado se etiquetan los arcos de cierre de ciclo con números de  $N$  hasta  $S$ ; basta encontrar que nodos une cada uno de estos arcos y buscar una ruta de --

unión mínima entre ellos que no incluya los arcos antes dichos.-  
Para tal efecto se aplica el algoritmo de Dijkstra (B-3).

Algoritmo de DIJKSTRA.

- 1.- Considerar  $\ell(u_0)=0$ ,  $\ell(v)=\infty$  para  $v \neq u_0$ ,  $S_0 = \{u_0\}$  e  $i=0$ .
- 2.- Para cada  $v \in \bar{S}_i$  reemplazar  $\ell(v)$  por el  $\min. \{ \ell(v), \ell(u_i) + w(u_i, v) \}$ . Calcular el  $\min. \{ \ell(v) \}_{v \in \bar{S}_i}$  y denotar a tal nodo como  $u_{i+1}$ . Actualizar  $S_{i+1} = S_i \cup \{u_{i+1}\}$ .
- 3.- Si  $i = \nu - 1$ , para; si  $i < \nu - 1$  reemplazar  $i$  por  $i+1$  y volver al -  
paso 2.

Es necesario aclarar que:

$\nu$  es el número total de nodos.

$u_0$  es el nodo de partida.

$v$  es cualquier nodo diferente de  $u_0$ .

$w(u_i, v)$  es la distancia (evaluada por el número de elemen  
tos conectores) entre los nodos  $u_i$  y  $v$ .

$\ell(v)$  es la distancia de  $u_0$  hasta el nodo  $v$ .

$S$  es el conjunto de los nodos considerados.

$\bar{S}$  es el conjunto de nodos complemento de  $S$ .

Cuando el algoritmo termina, la distancia de  $u_0$  a  $v$  está dada -  
por el valor final de  $\ell(v)$ . Si lo que interesa es encontrar la -  
distancia a un nodo específico  $v_0$ , es necesario parar tan pronto  
como  $u_j$  sea igual a  $v_0$ . El diagrama de flujo de este algoritmo -  
se muestra en la figura 6.

Puesto que el algoritmo de Dijkstra determina solo las distan---  
cias de  $u_0$  a todos los demás nodos y no las rutas más cortas, es  
estas pueden obtenerse retrocediendo en los nodos, siguiendo la-

forma arbolada encontrada.

Búsqueda de la ruta más corta.

- 1.- Al terminar el algoritmo Dijkstra  $u_j = v_0$ ,  $l(v_0) = w(u_0, v_0)$ .  
Se hace  $i = 0$  y  $S_0 = \{v_0\}$ .
- 2.- Buscar los nodos que se conecten con  $u_j$  y cuya  $l(u_i) = l(u_j) - 1$   
Seleccionar el nodo cuya etiqueta sea la más pequeña en caso de que haya varios.
- 3.-  $S_{i+1} = S_i \cup \{u_i\}$ ,  $i = i + 1$ . Si  $l(u_i) = 1$  proseguir; en el caso contrario hacer  $u_j = u_i$  y volver al paso 2.
- 4.- El ciclo mínimo estará formado por los nodos  $S_i \cup u_0$ .

En el paso 2 quedan identificados los arcos que constituyen este ciclo.

Para mostrar el funcionamiento del algoritmo se utilizará la red de la figura 4, para la cual se identificarán los ciclos mínimos. Para este fin se utilizarán los arcos de cierre de ciclo  $J = S, \dots, N$ .

El arco 5 une los nodos 3 y 4; se elimina este arco y se busca la ruta más corta entre los nodos 3 y 4.

- 1.-  $u_0 = 4$ ,  $v_0 = 3$   
 $l(4) = 0$   
 $l(1) = \infty$   
 $l(2) = \infty$   
 $l(3) = \infty$   
 $S_0 = \{4\}$ ,  $i = 0$
- 2.-  $S_0 = \{1, 2, 3\}$   
 $w(4, 1) = 1$   
 $w(4, 2) = 1$   
 $w(4, 3) = \infty$

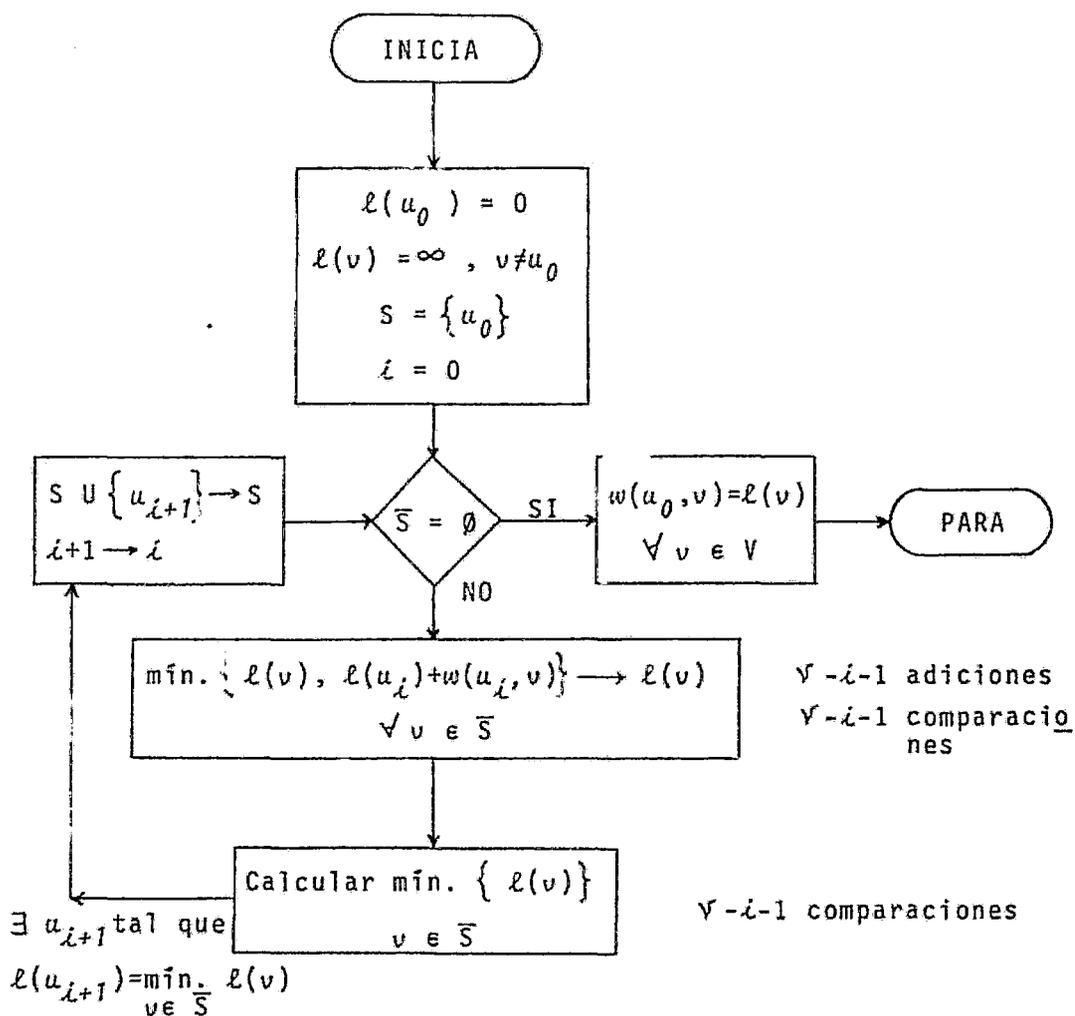


Fig.6.- Diagrama de flujo del algoritmo de Dijkstra.

$$l(1) = \min. \{ \infty, 0 + 1 \} = 1$$

$$l(2) = \min. \{ \infty, 0 + 1 \} = 1$$

$$l(3) = \min. \{ \infty, 0 + \infty \} = \infty$$

$$u_{i+1} = 1 \neq u_i, S_1 = \{ 4, 1 \}$$

---


$$\bar{S}_1 = \{ 2, 3 \}$$

$$w(1,2) = 1$$

$$w(1,3) = \infty$$

$$\ell(2) = \min. \{ 1, 1 + 1 \} = 1$$

$$\ell(3) = \min. \{ \infty, 1 + \infty \} = \infty$$

$$u_{i+1} = 2 \neq u_j, S_2 = \{ 4, 1, 2 \}$$

---


$$\bar{S}_2 = \{ 3 \}$$

$$w(2,3) = 1$$

$$\ell(3) = \min. \{ \infty, 1 + 1 \} = 2$$

$$u_3 = 3 = u_j$$

Retrocediendo para buscar la ruta más corta:

$$1.- i = 0, S_0 = \{ 3 \}$$

$$2.- \ell(2) = \ell(3) - 1 = 1$$

$$3.- S_1 = \{ 3, 2 \}$$

$$4.- C_1 = \{ 3, 2, 4 \}$$

Para encontrar el segundo ciclo se elimina el arco 4 y se hace lo mismo que para el ciclo anterior.

### III.4.- INVERSION DE MATRICES MEDIANTE EL METODO DE LA INVERSA EN FORMA DE PRODUCTO.

El objetivo es calcular la inversa de una matriz que ha sido ordenada y que será usada en un algoritmo iterativo. Dicha matriz sufre cambios en cada iteración en los elementos de los últimos renglones. Se busca hacer el cálculo de la inversa una sola vez y actualizarla para las iteraciones siguientes.

Mediante la inversa en forma de producto es posible calcular la inversa como un producto de matrices elementales, las cuales difieren de la matriz identidad en que tienen valores en solo una columna determinada. Además, es posible calcular la inversa de una matriz  $\bar{A}$  que difiere de  $A$  en una columna  $k$ , por una simple multiplicación de una matriz elemental por  $A^{-1}$ . Si  $\bar{A}$  difiere de  $A$  en varias columnas, también es factible calcular  $\bar{A}^{-1}$  a partir de  $A^{-1}$ .

Como en este caso, la matriz  $\bar{A}$  difiere de  $A$  en varios renglones se debe considerar la matriz transpuesta de  $A$  para aplicarle este algoritmo.

Algoritmo PFI.

1.- Considerar la matriz no singular  $n \times n$

$$A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$$

2.- Asignar  $B = A^T$

$$B = [b_1, b_2, \dots, b_n]$$

3.-  $t_1 = b_1$

$$t_2 = (T_1^{-1}B)_2$$

$$t_3 = (T_2^{-1}T_1^{-1}B)_3, \text{ y así sucesivamente hasta } t_n.$$

4.- Calcular la matriz elemental inversa

$$T_{ii}^{-1} = I - \frac{1}{t_{ii}} (t_{ii} - e_i) e_i^T$$

donde  $e_i$  es el vector unitario correspondiente a la columna  $i$  de la matriz identidad.

5.- La inversa de A está dada por:

$$A^{-1} = (T_1^{-1})^T (T_2^{-1})^T \dots (T_n^{-1})^T$$

$$\text{y } B^{-1} = T_n^{-1} T_{n-1}^{-1} \dots T_1^{-1}$$

6.- Si  $\bar{A}$  difiere de A en los renglones  $k$  al  $n$

$$\bar{B} = \bar{A}^T$$

$$\bar{B} = (\bar{b}_1, \bar{b}_2, \dots, \bar{b}_n)$$

7.- Los vectores para generar las matrices elementales estarán dados por:

$$t_k = B^{-1} \bar{b}_k$$

$$t_{k+1} = T_k^{-1} B^{-1} \bar{b}_{k+1}$$

y así sucesivamente hasta que  $k+i=n$ .

8.- Calcular las matrices elementales que cambian.

$$T_j^{-1} = I - \frac{1}{t_{jj}} (t_j - e_j) e_j^T$$

$$j = k, \dots, n$$

9.- Calcular la nueva inversa de la matriz.

Considerando la parte del producto calculado en el paso 5 - que no sufre cambios, como M

$$M = (T_1)^T (T_2)^T \dots (T_{k-1})^T$$

entonces:

$$\bar{A}^{-1} = M (T_k^{-1})^T \dots (T_n^{-1})^T$$

Con el fin de mostrar el funcionamiento de este algoritmo, se calculará la inversa de una matriz  $A$  y su resultado se aprovechará para calcular la inversa de una matriz  $\bar{A}$ , la cual difiere de  $A$  en los renglones 2 y 3.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Cálculo de la primera matriz elemental.

$$t_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$T_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Cálculo de la segunda matriz elemental.

$$t_2 = (T_1^{-1}B)_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Cálculo de la tercera matriz elemental.

$$T_2^{-1}T_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_3 = (T_2^{-1}T_1^{-1}B)_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$T_3^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

La inversa de la matriz A será:

$$A^{-1} = (T_1^{-1})^T (T_2^{-1})^T (T_3^{-1})^T$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Considerar la matriz  $\bar{A}$  que difiere de A en los renglones 2 y 3.

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{B} = (\bar{A})^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Es necesario hacer notar que:  $B^{-1} = (A^{-1})^T$ .

Cálculo de las matrices elementales que cambian.

$$\bar{t}_2 = B^{-1} \bar{b}_2$$

$$\bar{t}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{T}_2^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{T}_2^{-1} B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{T}_2^{-1} B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{t}_3 = (\bar{T}_2^{-1} B^{-1}) \bar{b}_3$$

$$\bar{t}_3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{T}_3^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Cálculo de la inversa de  $\overline{A}$ .

$$\overline{A}^{-1} = (\overline{T}_1^{-1})^T (\overline{T}_2^{-1})^T (\overline{T}_3^{-1})^T$$

$$(\overline{A}^{-1})^T = \overline{T}_3^{-1} \overline{T}_2^{-1} B^{-1}$$

$$(\overline{A}^{-1})^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(\overline{A}^{-1})^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

### III.5.- EJEMPLOS.

Con el algoritmo propuesto se elaboró un programa de computadora el cual será usado para resolver en primer lugar una red de distribución de agua y en segundo lugar una red de distribución de gas natural.

#### III.5.1.- Red de distribución de agua.

Suponer una red como la que se muestra en la figura 7, en la cual las dimensiones de los tramos de tubería están determinadas y la red se encuentra en un solo plano.

Se dispone de 0.35006 Kg-mol/seg. (100 gpm.) de agua a 25°C y a 413.5714 KPascales (60 psig.) en el nodo 1, y de 0.87515 Kg-mol/seg. (250 gpm) en el nodo 2. Se desea saber si esta red es capaz de satisfacer los flujos requeridos. Los flujos supuestos en cada tramo de tubería y los requerimientos en cada nodo se muestran en la misma figura en unidades de Kg-mol/seg.

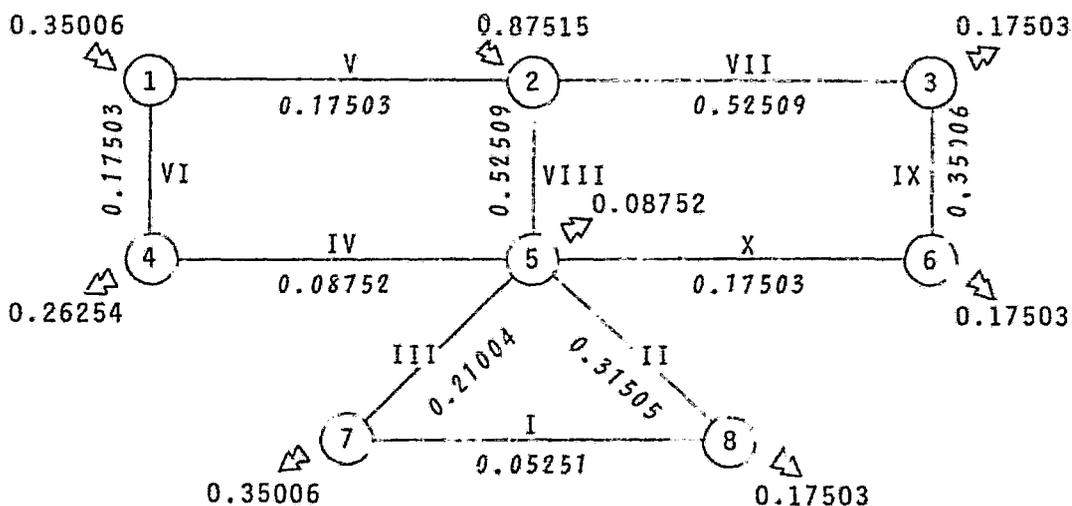


Fig.7.- Red de distribución de agua.

RED DE AGUA

MATRIZ DE INCIDENCIA

1	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

NO. DE TUBO

FLUJO FRECUENCIA

1	1.0	0.0	0.0
2	1.0	0.0	0.0
3	1.0	0.0	0.0
4	1.0	0.0	0.0
5	1.0	0.0	0.0
6	1.0	0.0	0.0
7	1.0	0.0	0.0
8	1.0	0.0	0.0
9	1.0	0.0	0.0
10	1.0	0.0	0.0

UNIDAD	DIAM. (METRO)	LONG (METRO)	FLUJOSUF. (KGMOL/SEG)
1	0.000000	12.193	0.000000
2	0.000000	12.193	0.000000
3	0.000000	12.193	0.000000
4	0.000000	12.193	0.000000
5	0.000000	12.193	0.000000
6	0.000000	12.193	0.000000
7	0.000000	12.193	0.000000
8	0.000000	12.193	0.000000
9	0.000000	12.193	0.000000
10	0.000000	12.193	0.000000

MATRIZ DE INCIDENCIA CON DIRECCIONES ASIGNADAS

1	0.0	0.0	0.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	-1.0	0.0	-1.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

PRESION EN EL NODO 1= 413571.43 PA.

FFD DE AGUA

MATRIZ DE INCIDENCIA

0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0
0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0
1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

NO. DE NODO

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8

FLUJO REQUERIDO

- 3.500 CCF-01
- 1.750 CCF-01
- 1.750 CCF-01
- 2.625 CCF-01
- 1.750 CCF-02
- 1.750 CCF-01
- 1.500 CCF-01
- 1.750 CCF-01

UNIDAD	DIAM. (PULG)	LONG (METRO)	FLUJO SUP. (KGMOL/SEG)
1	3.00	12.192	0.05251
2	3.00	18.288	0.31545
3	3.00	18.288	0.31004
4	3.00	22.360	0.08753
5	3.00	18.288	0.17506
6	3.00	18.288	0.17506
7	3.00	41.148	0.52549
8	3.00	36.580	0.52549
9	3.00	22.360	0.35036
10	3.00	12.192	0.17543

MATRIZ DE INCIDENCIA CON DIRECCIONES ASIGNADAS

0.0	0.0	0.0	0.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	-1.0	0.0
0.0	-1.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

PRESION EN EL NODO 1= 41371.43 PA.

ERROR MAXIMO= 315.0360 EN EL RENGLON MODIF. 6

ITERACION NO. 1

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	9.34806E-03	4.31619E-02
2	9.68581E-02	2.18192E-01
3	9.68581E-02	2.06898E-01
4	4.0114E-02	1.35086E-02
5	4.0014E-02	1.21029E-01
6	5.40014E-02	3.29031E-01
7	1.36483E-01	3.88607E-01
8	0.24813E-02	6.07571E-01
9	1.36483E-01	2.13577E-01
10	1.36483E-01	3.85473E-02

ERROR MAXIMO= 14.4962 EN EL RENGLON MODIF.10

ITERACION NO. 2

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	4.87287E-04	4.26746E-02
2	4.87287E-04	2.17705E-01
3	4.87287E-04	3.07385E-01
4	3.04780E-02	3.03061E-03
5	3.04780E-02	2.25506E-02
6	3.04780E-02	2.59509E-01
7	8.60149E-02	3.02592E-01
8	3.55368E-02	6.63108E-01
9	8.60149E-02	1.27562E-01
10	8.60149E-02	4.74675E-02

ERROR MAXIMO= 3.3873 EN EL RENGLON MODIF.10

ITERACION NO. 3

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	1.54271E-06	4.26731E-02
2	1.54271E-06	2.17703E-01
3	1.54271E-06	3.07387E-01
4	8.0167E-02	2.89861E-02
5	8.0167E-02	2.85339E-02
6	8.0167E-02	2.91526E-01
7	4.2270E-02	2.80165E-01
8	5.8974E-03	6.53518E-01
9	4.2270E-02	1.05135E-01
10	4.2270E-02	6.98945E-02

ERROR MAXIMO= 1.2195 EN EL RENGLON MODIF. 9

ITERACION NO. 4

UNION	COEFECION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	1.56272F-11	4.26731E-02
2	-1.39082E-11	2.17703E-01
3	-1.56272F-11	3.07387E-01
4	8.31348E-03	1.06726E-02
5	-8.31348E-03	6.68474E-02
6	8.31348E-03	2.83213E-01
7	-2.13267E-03	2.82298E-01
8	-6.18082E-03	6.59699E-01
9	-2.13267E-03	1.07268E-01
10	2.13267E-03	6.77618E-02

ERROF MAXIMO= 0.1107 EN EL RENGLON MODIF. 9

ITERACION NO. 5

UNION	COEFECION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	-2.81872F-13	4.26731E-02
2	-2.81872F-13	2.17703E-01
3	2.81872F-13	3.07387E-01
4	9.08818E-04	1.97638E-02
5	-9.08818E-04	6.77562E-02
6	2.08618E-04	2.82304E-01
7	-6.85810E-05	2.82367E-01
8	-8.40237E-01	6.60539E-01
9	-6.85810E-05	1.07337E-01
10	6.85810E-05	6.76933E-02

ERROF MAXIMO= 0.0014 EN EL RENGLON MODIF. 9

RESULTADOS FINALES

MATRIZ DE INCIDENCIA CON DIRECCIONES ASIGNADAS

1	0.0	0.0	0.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
13	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
14	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
16	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
17	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
19	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
21	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
22	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
27	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
32	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
33	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
34	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
35	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
36	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
41	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
42	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
43	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
44	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
48	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
49	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
50	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

UNICH	LONG (M)	TIAM (M)	FLUJO (KG-MOL/SEG)	CAIDA DE PRESION (PASCALS)
1	1.2	0.6	4.267E-02	1.297E+04
2	1.8	0.9	2.177E-01	1.258E+04
3	2.8	1.4	3.074E-01	1.752E+04
4	2.8	1.4	1.976E-01	1.882E+03
5	1.8	0.9	6.776E-02	1.703E+03
6	2.8	1.4	2.823E-01	3.553E+03
7	4.4	2.2	2.824E-01	2.976E+03
8	3.3	1.6	6.605E-01	2.776E+04
9	2.8	1.4	1.073E-01	2.964E+03
10	1.2	0.6	6.769E-02	3.023E+04

NODO	PRESION (PASCAL)	PERDIDA (KG-MOL/SEG)
1	413571.42800	0.35006
2	411887.90657	-0.08751
3	408891.70427	-0.17503
4	40045.64411	-0.26254
5	4161.29657	-0.08752
6	4927.05637	-0.17503
7	46635.34031	-0.35006
8	49570.72540	-0.17503

### III.5.2.- Red de distribución de gas natural.

Suponer una red como la que se muestra en la figura 8, en la cual las dimensiones de los tramos de tubería están definidos y se hayan en un solo plano. El fluido que circula a través de la red es gas natural con la siguiente composición:

Metano	75 % mol
Etano	8 % mol
Propano	4 % mol
Butano	2 % mol
n-Pentano	4 % mol
Hexano	7 % mol

El gas se alimenta a la red a  $25^{\circ}\text{C}$  y a una presión de 689,2857 K-Pascales (100 psig). El gasto supuesto en cada tramo de tubería y los requerimientos en cada uno de los nodos se muestran en la figura en Kg-mol/seg.

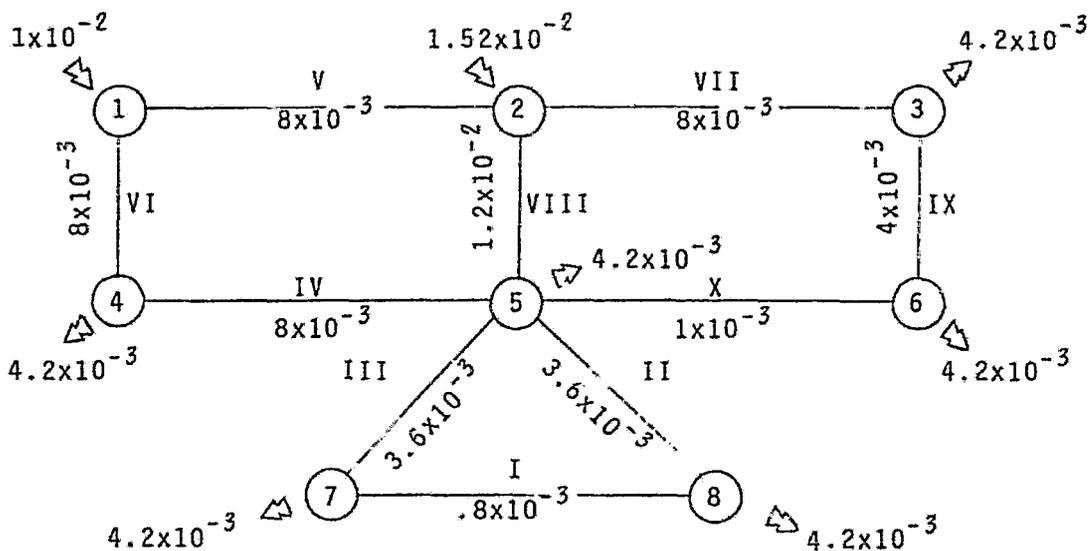


Fig.8.- Red de distribución de gas natural.

FECHA 29 SEPT 80

RED DE GAS NATURAL

MATRIZ DE INCIDENCIA

0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	1.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0
1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

NO. DE NODO	FLUJO REQUERIDO
1	1.00000E-02
2	1.52000E-02
3	-4.20000E-03
4	-4.20000E-03
5	-4.20000E-03
6	-4.20000E-03
7	-4.20000E-03
8	-4.20000E-03

UNION	DIAM. (METRO)	LONG (METRO)	FLUJO SUP. (KGDL/SEG)
1	0.02664	12.192	0.00080
2	0.02664	18.288	0.00360
3	0.05250	18.288	0.00360
4	0.02664	22.860	0.00800
5	0.05250	18.288	0.00800
6	0.05250	18.288	0.00800
7	0.05250	41.143	0.00800
8	0.07793	30.480	0.01200
9	0.05250	22.860	0.00400
10	0.02664	12.192	0.00100

MATRIZ DE INCIDENCIA CON DIRECCIONES ASIGNADAS

0.0	0.0	0.0	0.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	-1.0	0.0
0.0	0.0	1.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-1.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	-1.0
-1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

PRESION EN EL NODO 1= 689255.70 PA.

ERROR MAXIMO= 02.4806 EN EL RENGLON MODIF. 7

ITERACION NO. 1

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	2.70324E-03	-1.90324E-03
2	1.30324E-03	2.29676E-03
3	-2.50324E-03	6.10324E-03
4	3.45215E-03	4.54785E-03
5	-2.34785E-03	1.03479E-02
6	2.34785E-03	-3.47850E-04
7	6.35337E-04	7.36461E-03
8	-6.16324E-03	1.31832E-02
9	8.35337E-04	3.16461E-03
10	2.03539E-03	-1.03539E-03

ERROR MAXIMO= 9.0314 EN EL RENGLON MODIF. 9

ITERACION NO. 2

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	-2.40254E-04	2.14350E-03
2	-2.40254E-04	2.05405E-03
3	-2.40254E-04	6.34350E-03
4	2.44000E-03	2.10785E-03
5	2.44000E-03	7.90783E-03
6	2.44000E-03	-2.09215E-03
7	6.01616E-04	6.76300E-03
8	1.83838E-03	1.63449E-02
9	6.01616E-04	2.56300E-03
10	-6.01616E-04	1.63700E-03
ERROR MAXIMO=	2.5368	EN EL RENGLON MODIF. 9

ITERACION NO. 3

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	-2.45799E-06	2.14595E-03
2	-2.45799E-06	2.05405E-03
3	-2.45799E-06	6.34595E-03
4	1.46811E-03	6.39745E-04
5	1.46811E-03	6.43974E-03
6	-1.46811E-03	3.56026E-03
7	1.92041E-05	6.74379E-03
8	1.44890E-03	1.48960E-02
9	1.92041E-05	2.54379E-03
10	-1.92041E-05	1.65621E-03
ERROR MAXIMO=	0.7723	EN EL RENGLON MODIF. 9

ITERACION NO. 4

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	1.06444E-09	2.14595E-03
2	-1.06444E-09	2.05405E-03
3	1.06444E-09	6.34595E-03
4	1.13548E-03	-4.95733E-04
5	-1.13548E-03	5.30426E-03
6	-1.13548E-03	4.69574E-03
7	5.53897E-05	6.68840E-03
8	1.03000E-03	1.33159E-02
9	5.53897E-05	2.48840E-03
10	-5.53897E-05	1.71160E-03
ERROR MAXIMO=	0.2820	EN EL RENGLON MODIF. 9

ITERACION NO. 5

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	6.50378E-14	2.14595E-03
2	-6.50378E-14	2.05405E-03
3	6.50378E-14	6.34595E-03
4	-4.89214E-04	4.34952E-04
5	4.89214E-04	4.31505E-03
6	-4.89214E-04	5.18495E-03
7	1.10861E-08	6.68839E-03
8	4.89203E-04	1.33267E-02
9	1.10861E-08	2.48839E-03
10	-1.10861E-08	1.71161E-03
ERROR MAXIMO=	0.6827	EN EL RENGLON MODIF. 9

ITERACION NO. 6

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	-3.18631E-13	2.14595E-03
2	3.18631E-13	2.05405E-03
3	-3.18631E-13	6.34595E-03
4	9.04961E-05	8.94456E-04
5	-9.04961E-05	4.90554E-03
6	9.04961E-05	5.09446E-03
7	-2.98995E-08	6.68842E-03
8	-9.04662E-05	1.34171E-02
9	-2.98995E-08	2.48842E-03
10	2.98995E-08	1.71158E-03
ERROR MAXIMO=	0.0163	EN EL RENGLON MODIF.10

ITERACION NO. 7

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	-9.25171E-12	2.14595E-03
2	9.25171E-12	2.05405E-03
3	-9.25171E-12	6.34595E-03
4	3.31611E-06	8.91139E-04
5	-3.31611E-06	4.70886E-03
6	3.31611E-06	5.09114E-03
7	-9.28903E-07	6.68935E-03
8	-2.38721E-06	1.34175E-02
9	-9.28903E-07	2.48935E-03
10	9.28903E-07	1.71065E-03
ERROR MAXIMO=	0.0171	EN EL RENGLON MODIF.10

ITERACION NO. 8

UNION	CORRECCION DE Q	FLUJO CORREGIDO
1	-1.62233E-10	2.14595E-03
2	1.62233E-10	2.05405E-03
3	-1.62233E-10	6.34595E-03
4	-9.42596E-07	8.92082E-04
5	9.42596E-07	4.90792E-03
6	-9.42596E-07	5.09208E-03
7	-1.76647E-05	6.67167E-03
8	-1.67221E-05	1.34362E-02
9	-1.76647E-05	2.47169E-03
10	-1.76647E-05	1.72831E-03
ERROR MAXIMO=	0.0033	EN EL RENGLON MODIF.10

## RESULTADOS FINALES

## MATRIZ DE INCIDENCIA CON DIRECCIONES ASIGNADAS

0.0	0.0	0.0	0.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	-1.0	-1.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	-1.0	0.0
0.0	0.0	0.0	-1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	-1.0	-1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	-1.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0
-1.0	0.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

UNION	LONG(M)	DIAM(M)	FLUJO (KG-MOL/SEG)	CAIDA DE PRESION (PASCAL)
1	1.219E+01	2.664E-02	2.146E-03	6.09459879E+03
2	1.829E+01	2.664E-02	2.054E-03	8.37470859E+03
3	1.829E+01	5.250E-02	6.346E-03	2.29010976E+03
4	2.286E+01	2.664E-02	8.921E-04	2.04959893E+03
5	1.829E+01	5.250E-02	4.904E-03	1.37347066E+03
6	1.829E+01	5.250E-02	5.092E-03	1.47562062E+03
7	4.115E+01	5.250E-02	6.672E-03	5.65443759E+03
8	3.042E+01	7.793E-02	1.344E-02	2.15174662E+03
9	2.286E+01	5.250E-02	2.472E-03	4.61867306E+02
10	1.219E+01	2.664E-02	1.724E-03	3.96689526E+03

NOVO	PRESION (PASCAL)	REQUERIMIENTO(KG-MOL/SEG)
1	639235.71000	0.01000
2	637912.22934	0.01520
3	632257.79176	-0.00420
4	637311.07938	-0.00420
5	635760.44041	-0.00420
6	631793.59746	-0.00420
7	683480.37295	-0.00420
8	677335.77417	-0.00420

## C O N C L U S I O N E S

Se ha resuelto el problema de redes de tuberías mediante el método de Newton-Raphson aplicado a un sistema de ecuaciones simultáneas tanto lineales como no lineales; asimismo, para simplificar los cálculos y facilitar el manejo de datos, se representaron las redes mediante matrices dispersas.

El rearrreglo óptimo de la matriz dispersa se lleva a cabo internamente en el programa, por lo que el usuario puede alimentar la matriz de incidencia en forma arbitraria.

La búsqueda de los ciclos mínimos se hace automáticamente, evitando al usuario la identificación y el manejo redundante de datos.

La inversa de la matriz Jacobiana requerida en cada iteración, -- cambia solo de valor en los renglones correspondientes al balance de energía por ciclo, por lo que en vez de recalcularla, se actualiza únicamente donde hay cambios, disminuyendo de esta manera el tiempo de cómputo, el cual se incrementa en proporción al cubo de la dimensión de la matriz y la memoria requerida en proporción al cuadrado de la misma. Por otra parte, se evita guardar matrices innecesarias para cálculos posteriores, eliminando así espacio de memoria ocioso.

La estabilidad del algoritmo depende de la sensibilidad de la -- ecuación usada para el cálculo de  $\Delta P=f(Q)$ , ya que se observa que en el caso del agua, donde se puede usar alguna ecuación empírica la  $d\Delta P/dQ$  se puede evaluar fácilmente, mientras que en el caso de gases, se tiene que aproximar usando  $\Delta(\Delta P)/\Delta Q$ , pudiendo esto ocasionar la inestabilidad del algoritmo.

Se debe hacer notar que en redes de gas se requiere iterar para -- calcular las  $\Delta P$  de cada tramo de tubería, ocasionando esto un in-

cremento en el tiempo de cómputo, además se corre el peligro de que para flujos muy pequeños en tuberías de diámetro grande no converja.

En la siguiente tabla se muestra la ventaja que presenta este algoritmo en comparación con otros métodos al disminuir las actividades del usuario.

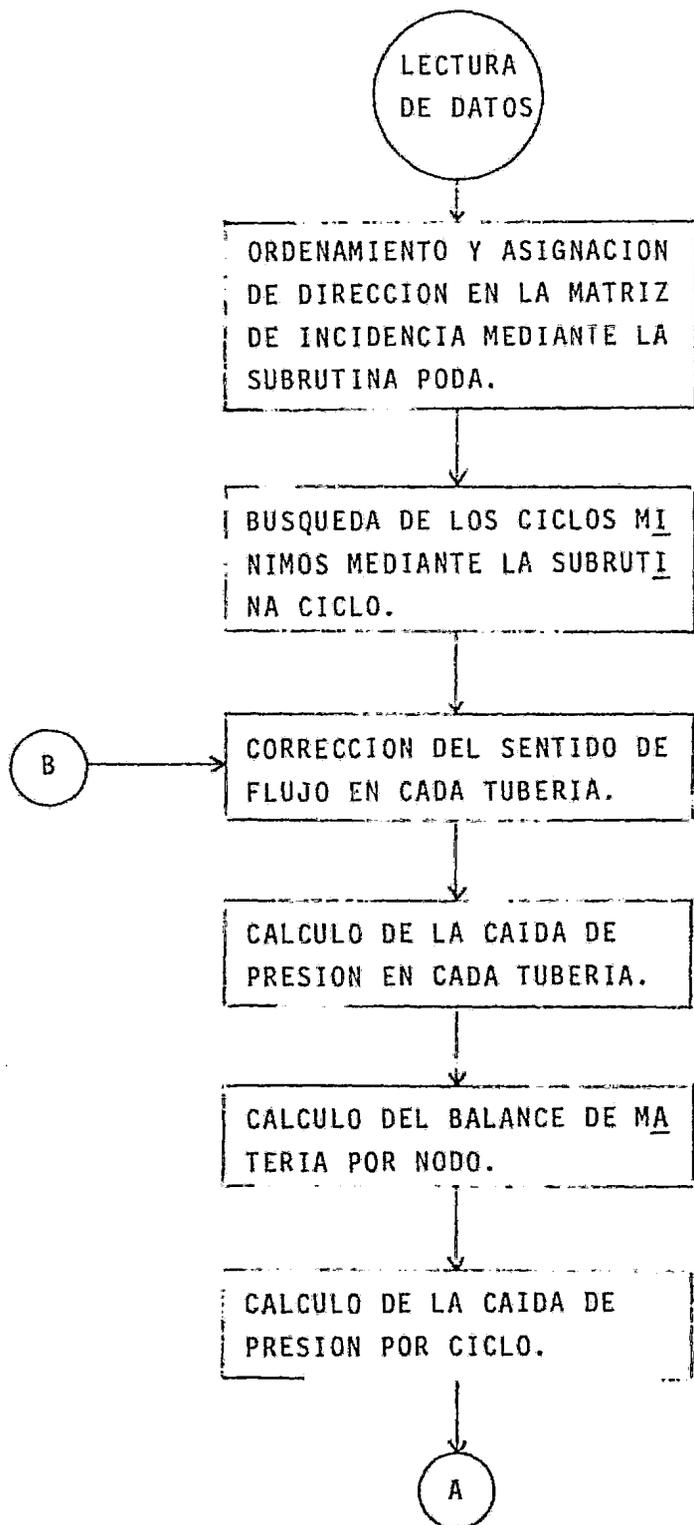
COMPARACION DE ACTIVIDADES REQUERIDAS	
Método	Actividades del usuario
Hardy-Cross	<p>Dar la topología de la red.</p> <p>Suponer flujos en las tuberías que cumplan con el balance de materia en cada nodo.</p> <p>Asignar las direcciones de flujo.</p> <p>Determinar los ciclos existentes.</p>
Carnahan - Christensen	<p>Dar la topología de la red.</p> <p>Previa solución analítica para fijar las variables ha suponer y las funciones error.</p> <p>Analizar el avance hacia la convergencia para suponer nuevos valores</p>
Epp-Fowler	<p>Dar la topología de la red.</p> <p>Suponer flujos en las tuberías que cumplan con el balance de materia.</p> <p>Asignar las direcciones de flujo.</p>
Mah (algoritmo propuesto)	<p>Dar la topología de la red,</p>

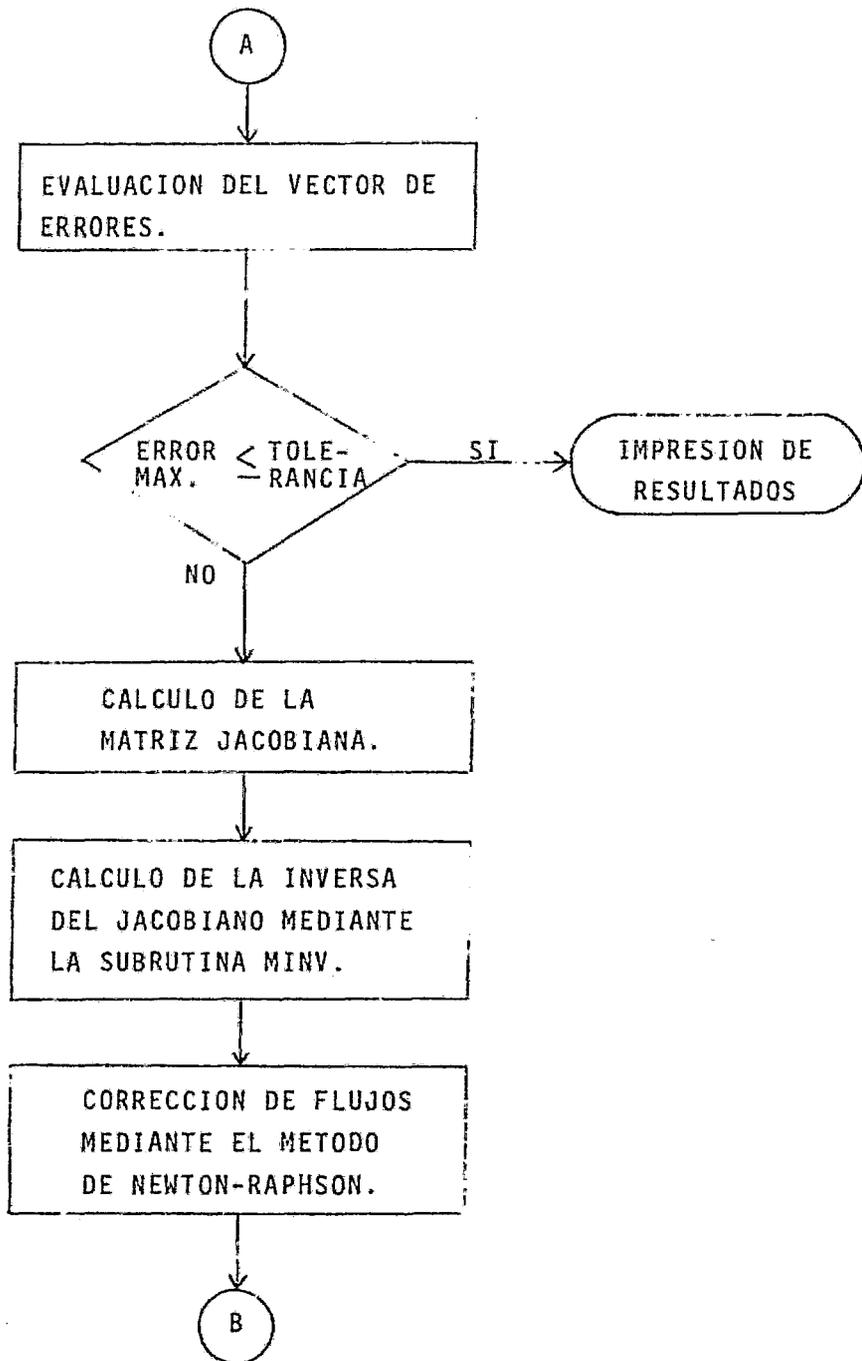
Como se puede observar, se automatiza aún más el cálculo mediante el algoritmo propuesto, presentando con esto dos principales ventajas. En primer lugar, se reduce el trabajo a desarrollar por el usuario y en segundo término, se disminuye la posibilidad de introducir información errónea o redundante.

Se debe hacer notar, de que en caso, de haber en la red más de una fuente, solo una de ellas podrá tener determinada su presión, ya que, de no ser así, el sistema oscila y no se alcanza la solución. Además si las fuentes no son adyacentes, podrían quedar sin determinar las presiones en algunos nodos, al haber un cambio en el sentido de flujo, impidiendo con esto el cálculo de la caída de presión en esa unión.

A P E N D I C E

## A.- DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA PRINCIPAL.





## B.- ORDEN DE LECTURA DE DATOS Y SU SIGNIFICADO.

Orden de lectura de datos.

- 1.- Dar KPRINT, IMETy TOL (formato libre).
- 2.- Dar el NOMBRE DEL TRABAJO (campo 13A5).
- 3.- Dar la FECHA (campo 2A5).
- 4.- Dar el NOMBRE DEL USUARIO (campo 2A5).
- 5.- Dar N y S (formato libre).
- 6.- Dar los valores de A2(NxS), (formato libre; alimentar por renglones).
- 7.- Dar los S diámetros (formato libre).
- 8.- Dar los N flujos requeridos (formato libre).
- 9.- Dar las S distancias (formato libre).
- 10.- Dar los S flujos supuestos (formato libre).
- 11.- Dar PI y NODO (formato libre).
- 12.- Dar KE y KN (formato libre).
- 13.- Dar el número de ordenes de impresión NOR (formato libre).
- 14.- Dar los NOR IPRINT (formato libre).
- 15.- Dar NC, NMAT (formato libre).
- 16.- Dar TEMPERATURA del arco I (formato libre; S datos— Proceso adiabático)
- 16a.- Dar TEMPERATURA (formato libre; 1 dato— Proceso isotérmico).
- 17.- Dar el INDICE DEL COMPONENTE I (formato libre, NC datos).
- 17a.- Para valores anteriores  $\leq 0$  ó  $> 25$ : dar el nombre del componente I (campo de A6).<sup>\*</sup>
- 17b.- Dar su TC, PC, VC, WC, PMC, ZC E INDICE DE POLARIDAD (formato libre).

*\* Los números con subíndices indican datos necesarios pero no incluidos en el banco de datos usado.*

- 17c.- Dar sus 5 COEFICIENTES DE PASSUT Y DANNER (formato libre).
- 18.- Dar sus NC parejas de INDICE y COMPOSICION (formato libre: indice, composición).
- 19.- Dar el MS del arco I (formato libre; 5 datos).
- 20.- Dar el INDICE DEL MATERIAL I (formato libre; NMAT datos).
- 20a.- Para valores anteriores menores o igual a cero: dar el NOMBRE DEL MATERIAL I (campo A6).
- 20b.- Dar los valores de FMAT y CMAT (formato libre).

Significado de las variables "alimentadas".

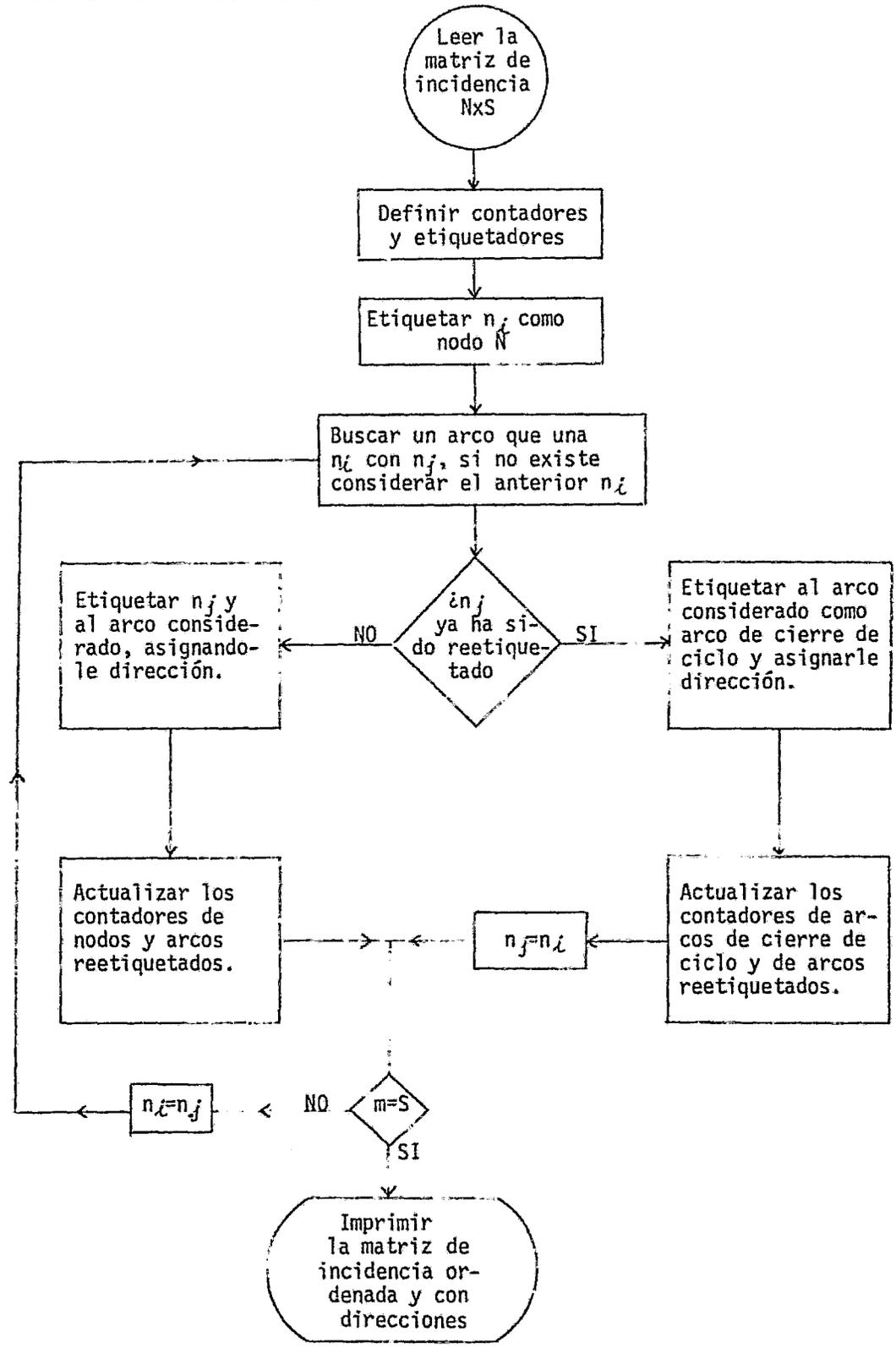
- KPRINT Impresión para rastreo si es igual a 3, si no se desea rastrear darle valor de 4.
- IMET Parámetro para seleccionar la ecuación de estado con la cual se desea trabajar.
- IMET=1 Ec. de estado de Barnes R-K.
- IMET=2 Ec. de estado de Soave-Barnes R-K.
- IMET=3 Ec. de estado de Soave R-K original.
- IMET=4 Ec. de estado de Soave R-K con regla de mezclado-modificada.
- TOL Tolerancia de convergencia en el cálculo de propiedades.
- N Número de nodos de que consta la red.
- S Número de arcos de que consta la red.
- A2 Matriz de incidencia.
- PI Presión en el nodo fuente.(Pa)
- NODO Número del nodo fuente.
- KE Parámetro para indicar el estado físico del fluido.
- KE=1 en caso de líquidos.
- KE=2 en caso de gases.

KN	Parámetro para indicar el tipo de proceso. KN=1 para proceso isotérmico. KN=2 para proceso adiabático.
TC	Temperatura crítica del fluido.(°K)
PC	Presion crítica del fluido.(Pa)
VC	Volúmen crítico del fluido.
WC	Factor acéntrico.
PMC	Peso molecular del fluido.
ZC	Factor de compresibilidad crítico.
NOR	Número de ordenes de impresión.
IPRINT	Vector de NOR ordenes de impresión. IPRINT=0 significa que no imprime. IPRINT=1 significa que sí imprime.
NC	Número de componentes en la mezcla gaseosa.
NMAT	Número de materiales de que están contruidos los tubos.
MS	Indice del material de la tubería. MS=1 significa que es de acero comercial la tubería.
FMAT	Rugosidad del material.
CMAT	Costo del material.(no usado)

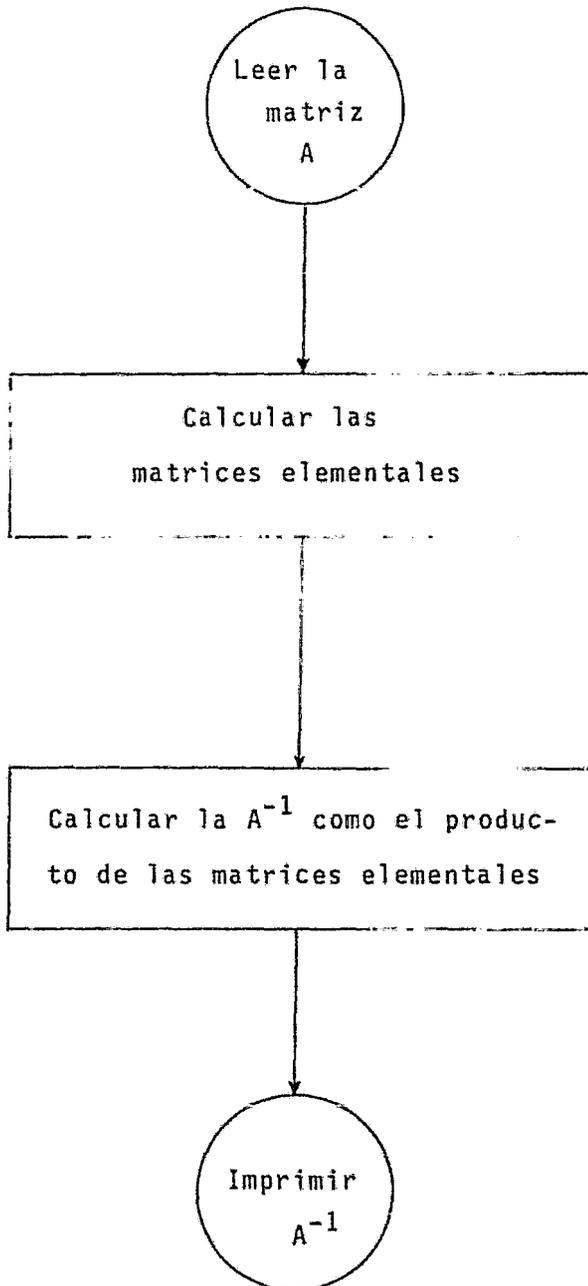
Para ilustrar la entrada de datos requeridos en la solución de la red de la figura No. 8, en la siguiente hoja se hayan listados estos, de acuerdo al orden establecido.

100 3,2,.005,  
 200 RED DE GAS NATURAL  
 300 29 SEPT 82  
 400 OLIVARES  
 500 8,10,  
 600 0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,  
 700 0,0,0,0,1,0,1,1,0,0,  
 800 0,0,0,0,0,0,1,0,1,0,  
 900 0,0,0,1,0,1,0,0,0,0,  
 1000 0,1,1,1,0,0,0,1,0,1,  
 1100 0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,  
 1200 1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,  
 1300 1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,  
 1400 .02664,.0525,.0525,.02664,.0525,.0525,.0525,.07793,.0525,.02664,  
 1500 .01,.0152,-.0042,-.0042,-.0042,-.0042,-.0042,-.0042,  
 1600 12.192,18.288,18.288,22.86,18.288,18.288,41.148,30.48,22.86,12.192,  
 1700 .003,-.008,-.008,.003,.008,.008,.008,.012,-.004,-.001,  
 1800 1,  
 1900 689285.7,1,  
 2000 2,1,  
 2100 6,  
 2200 1,1,1,1,1,1,  
 2300 6,1,  
 2400 298.15,  
 2500 1,  
 2600 2,  
 2700 3,  
 2800 4,  
 2900 6,  
 3000 8,  
 3100 1,.75,2,.08,3,.74,4.02,6,.34,0,.07,  
 3200 1,  
 3300 1,  
 3400 1,  
 3500 1,  
 3600 1,  
 3700 1,  
 3800 1,  
 3900 1,  
 4000 1,  
 4100 1,  
 4200 1,

C.- DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO PODA.



## D.- DIAGRAMA DE FLUJO DEL ALGORITMO PFI.



## E.- LISTADO DEL PROGRAMA.

82

RKFILE: NETHR (09/29/82)

1:52

```

100  $RESET FREE
200  FILE 6=FNET,UNIT=PRINTER
300  FILE 9=FILE9,UNIT=REMOTE
400  FILE 5=DNET,UNIT=DISK,RECORD=14,BLOCKING=30
500  C
600  C***** PROGRAMA PRINCIPAL *****
700  C
800      COMMON/STREAM/XS(100,10),TS(100),PS(100),HS(100),SS(100),CS(100),
900      1ZS(100),FM(100),RS(100),CVS(100),VS(100),PM(100),ISALE,TEVMAX,NC,
1000     2S
1100     COMMON/DATA1/PC1(25),TC1(25),WC1(25),TB1(25,25),BH1(25,5),ANOM1(25
1200     1),PM1(25),VC1(25),ICOP1(25),ZC1(25)
1300     COMMON/ACCES1/ANOM2(15),TIPO1(15),COSTO1(15,2),PARCA1(15,3)
1400     COMMON/TUBOS1/NDTUBO,DTITUBO(30),CUTUBO(30),FACRUZ(30)
1500     COMMON/MATCON/ANOM3(5),FACRUJ(5),COSREL(5)
1600     COMMON/DATA/PC(10),TC(10),WC(10),TB(10,10),BH(10,5),ANOM(10),PMC(1
1700     10),R,TOL
1800     COMMON/PROPS/US(100),D(100),RVELT(100),DP(100),COSTOT(100)
1900     COMMON/TIT/TRAB(13),FECHA(2),USU(2),IHOJA,LINEA
2000     COMMON/INDICE/KPRINT,IMET
2100     COMMON/Y/A2(40,40),Q4(40),MS(40)
2200     COMMON/Z/CI(40,40)
2300     COMMON/X/A1(40,40)
2400     COMMON/W/NO(40),LO(40)
2500     INTEGER C,S,REN
2600     REAL INVA2,KIJ(10,10),MMAT(5)
2700     DIMENSION JA(40),F(40),KP(10),FC(40),B(40),DFP(40),C3(40),INVA2(40
2800     1,40),DIS(40),P(40),VC(10),VPC(40),RPD(40),ZC(10),KCOMP(10),KMAT(5)
2900     2,CMAT(5),FMAT(5),DS(40),KD(10),XD(10),IPRINT(10),NDDJ(5)
3000  C      I.-CARGA DE ECUACIONES DEFINIDAS PARA LIQUIDOS
3100     FUN(A,B,C)=8.429585E-03*(A**1.84/B**4.84)*C

3200     DFUY(A,B,C)=1.84*8.429585E-03*(A**0.84/B**4.84)*C
3300  C      II.-CARGA DE DATOS GENERALES
3400     DATA P,GC,PIC/8314.4,1.0,3.1415/
3500     WRITE(9,*)"DAR KPRINT,IMET Y TOL"
3600     READ(5,/) KPRINT,IMET,TOL
3700     CALL RETIT
3800     CALL TITULO

```

```

3900 C      III.-TOPOLOGIA DE LA RED
4000      WRITE(9,*)'DAR N Y S'
4100      READ/,N,S
4200      WRITE(9,*)'DAR LOS VALORES DE AZ',N*S
4300      READ/,(AZ(I,J),J=1,S),I=1,N)
4400      WRITE(9,*)'DAR LOS ',S,' DIAMETROS'
4500      READ/,(D(I),I=1,S)
4600      WRITE(9,*)'DAR LOS ',N,' FLUJOS REQUERIDOS'
4700      READ/,(QN(I),I=1,N)
4800      WRITE(9,*)'DAR LOS ',S,' DISTANCIAS'
4900      READ/,(DIS(I),I=1,S)
5000      WRITE(9,*)'DAR LOS ',S,' FLUJOS SUPUESTOS'
5100      READ/,(QA(I),I=1,S)
5200      WRITE(9,*)'DAR EL NUM. DE NODOS DE P CONOCIDA'
5300      READ/,NL
5400      WRITE(9,*)'DAR PI Y NODOS DE P CONOCIDA'
5500      READ/,PI,(NODO(L),L=1,NL)
5600      WRITE(9,*)'DAR KE Y KN'
5700 C      IV.-CONDICIONES DEL FLUIDO
5800      READ/,KE,KN
5900      WRITE(9,*)'DAR EL NUMERO DE ORDENES DE IMPRESION'
6000      READ/,NOR
6100      WRITE(9,*)'DAR LOS ',NOR,' IMPRINT'
6200      READ/,(IPRINT(I),I=1,NOR)
6300      IF(KE.EQ.1) GO TO 75
6400 C      NUMERO DE COMPONENTES Y DE MATERIALES EN EL SISTEMA

6500      WRITE(9,*)'DAR NC,NMAT'
6600      READ(5,/) NC, NMAT
6700      IF(KN.EQ.1) GO TO 76
6800      DO 77 I=1,S
6900 C      FLUJO ADIABATICO
7000      WRITE(9,*)'DAR TEMPERATURA DEL ARCO',I
7100      READ(5,/) TEMP
7200      TS(I)=TEMP
7300      77 CONTINUE
7400      GO TO 78
7500 C      FLUJO ISOTERMICO
7600      76 WRITE(9,*)'DAR TEMPERATURA'
7700      READ(5,/) TEMP
7800      DO 79 I=1,S
7900      79 TS(I)=TEMP

```

```

8000 C V.- CARGA DE DATOS DE COMPONENTES EXISTENTES EN EL SISTEMA.
8100 73 DO 59 I=1,NC
8200 WRITE(9,*)/"DAR EL INDICE DEL COMPONENTE",I
8300 59 READ(5,/)KCOMP(I)
8400 DO 61 I=1,NC
8500 K=KCOMP(I)
8600 IF(K.LE.0.OR.K.GT.25) GO TO 63
8700 ANOM(I)=ANOM(K)
8800 TC(I)=TC1(K)
8900 PC(I)=PC1(K)
9000 VC(I)=VC1(K)
9100 WC(I)=WC1(K)
9200 PMC(I)=PMC1(K)
9300 ZC(I)=ZC1(K)
9400 KP(I)=ICOP1(K)
9500 DO 62 J=1,5
9600 62 BH(I,J)=BH(K,J)
9700 GO TO 61

9800 63 WRITE(9,*)/"DAR EL NOMBRE DEL COMPONENTE",I,"(146)"
9900 READ(5,64) ANOM(I)
10000 64 FORMAT(A6)
10100 WRITE(9,*)/"DAR SU TC,PC,VC,WC,PMC,ZC Y INDICE DE POLARIDAD"
10200 READ(5,/)TC(I),PC(I),VC(I),WC(I),PMC(I),ZC(I),KP(I)
10300 WRITE(9,*)/"DAR SUS 5 COEFICIENTES DE PASSY Y DANNER"
10400 READ(5,/) (BH(I,J),J=1,5)
10500 61 CONTINUE
10600 IF(1MET.EQ.3) GO TO 65
10700 DO 56 I=1,NC
10800 I1=KCOMP(I)
10900 DO 66 J=1,NC
11000 J1=KCOMP(J)
11100 IF(J.LT.I) GO TO 66
11200 KIJ(I,J)=0.
11300 IF(1MET.EQ.4) GO TO 67
11400 IF(11.GT.0.AND.J1.GT.0) GO TO 68
11500 KIJ(I,J)=0.
11600 GO TO 67
11700 68 KIJ(I,J)=TB1(I1,J1)/1.17.
11800 67 CONTINUE
11900 TB(I,J)=SQRT(TC(I)*TC(J))*(1.-KIJ(I,J))
12000 TB(J,I)=TB(I,J)
12100 66 CONTINUE

```

```

12200      65  CONTINJE
12300      C    COMPOSICION DEL FLUJO EN TODO EL SISTEMA
12400      WRITE(9,*)//)DAR SUS",NC,"PAREJAS DE INDICE Y COMPOSICION"
12500      READ(5,1)(KD(J),XD(J),J=1,NC)
12600      SUMX=0.0
12700      DO 71 J=1,NC
12800      71  SUMX=SUMX+XD(J)
12900      DO 72 J=1,NC
13000      72  XD(J)=XD(J)/SUMX

13100      DO 73 I=1,S
13200      C    MATERIAL DEL ARCO DE ACUERDO AL ORDEN DE CARGA
13300      WRITE(9,*)//)DAR EL MS DEL ARCO",I
13400      READ(5,1) MS
13500      MS(I)=MSE
13600      DO 73 J=1,NC
13700      K=KD(J)
13800      XS(I,K)=XD(J)
13900      73  CONTINJE
14000      C VI.- CARGA DE DATOS DE MATERIALES
14100      C    DE CONSTRUCCION
14200      DO 69 I=1,NMAT
14300      WRITE(9,*)//)DAR EL INDICE DEL MATERIAL",I
14400      69  READ(5,1)KMAT(I)
14500      DO 75 I=1,NMAT
14600      K=KMAT(I)
14700      IF(K.LE.0)GO TO 74
14800      MMAT(I)=ANOM3(K)
14900      FMAT(I)=FACRU1(K)
15000      CMAT(I)=COSREL(K)
15100      GO TO 75
15200      74  WRITE(9,*)//)DAR EL NOMBRE DEL MATERIAL",I
15300      READ(5,64)MMAT(I)
15400      WRITE(9,*)//)DAR LOS VALORES DE FMAT Y CMAT"
15500      READ(5,1)FMAT(I),CMAT(I)
15600      75  CONTINJE
15700      C VII.-ORDENAMIENTO PARCIAL Y ASIGNACION DE DIRECCION DE FLUJO
15800      CALL PDDA(N, D,JA,DIS)
15900      C=S-(N-1)
16000      IF(IPRINT(1).EQ.0)GO TO 1600
16100      PRINT 32
16200      32  FORMAT(//,2IX,"MATRIZ DE INCIDENCIA CON DIRECCIONES ASIGNADAS",1)
16300      DO 43 I=1,N

```

```

16400      83  PRINT 50,(A2(N0(I),L0(J)),J=1,S)
16500  C    VIII.-BUSQUEDA DE LOS CICLOS MINIMOS
16500      1000 CALL CICLO(N,S,C,A2)
16700  C    IX.-INICIO DE ITERACION Y CORRECCION DEL SENTIDO DE FLUJO
16800      M=1
16900      PRINT 84,N000(1),PI
17000      84  FORMAT(/,20X,"PRESION EN EL NODO",I2,"=",F10.2,1X,"PA.")
17100      1   DO 18 J=1,S
17200          IF(2A(J).GE.0) GO TO 23
17300      22  DO 24 I=1,N
17400          A2(I,J)=-A2(I,J)
17500          A1(I,J)=A2(I,J)
17600      24  CONTINUE
17700          DO 26 K=1,C
17800          CI(K,J)=-CI(K,J)
17900      26  CONTINUE
18000          GO TO 18
18100      23  DO 25 I=1,N
18200          A1(I,J)=A2(I,J)
18300      25  CONTINUE
18400      18  CONTINUE
18500          DO 101 I=1,N
18600      101  P(I)=0.
18700          DO 16 I=1,S
18800      16  QA(I)=ABS(2A(I))
18900          IF(KE.EQ.2)GO TO 20
19000  C      CALCULO DE CAIDA DE PRESION PARA LIQUIDOS
19100          DO 4 I=1,S
19200      17  DP(I)=FUN(QA(I),D(I),DIS(I))
19300      4   CONTINUE
19400          GO TO 45
19500  C      CALCULO DE CAIDA DE PRESION PARA GASES
19600      20  RCE=1.

19700          DO 29 I=1,S
19800      29  FM(I)=2A(I)*3600.
19900          IP=1
20000      30  LL=1
20100          N00=N0(N000(LL))
20200          NJ=0
20300          NI=0
20400      321 P(N00)=PI
20500      32  NI=NI+1

```

```

20600      J=1
20700      31  IF(A2(NOD,J).EQ.-1.)GO TO 33
20800      J=J+1
20900      IF(J.LE.S)GO TO 31
21000      NPC(NI)=NOD
21100      DO 34 NP=1,N
21200      IF(P(NP).EQ.J)GO TO 34
21300      DO 39 I=1,NI
21400      IF(NP.EQ.NPC(I))GO TO 34
21500      39  CONTINUE
21600      NOD=NP
21700      GO TO 32
21800      34  CONTINUE
21900      LL=LL+1
22000      IF(LL.GT.NL)GO TO 341
22100      NOD=NO(NOD)(LL)
22200      GO TO 321
22300      341 PRINT 90
22400      90  FORMAT(/,13X,"NO HAY OTRO NODO DE PRESION CONOCIDA")
22500      CALL EXIT
22600      33  DO 35 I=1,N
22700      IF(A2(I,J).EQ.1)GO TO 36
22800      35  CONTINUE
22900      PRINT 100

23000      100 FORMAT(/,13X,"NO ENCUENTRA NODO INTERCONECTADO")
23100      CALL EXIT
23200      36  PS(J)=P(NOD)
23300      C
23400      C    X.- CALCULO DE PROPIEDADES
23500      C
23600      RS(J)=1.
23700      CALL P<NOD>4(1,1,10,J)
23800      DS(J)=PS(J)/(R*TS(J)*TS(J))
23900      CALL VISCG(J,US,XP,VC,ZC)
24000      IF(KN.EQ.1) GO TO 28
24100      RCE=CS(J)/(CS(J)-R)
24200      28  REY=4.*(FM(J)*PM(J)/(PIC*D(J)*US(J)*3600.))
24300      FACR=4.572E-5*FMAT(MS(J))/D(J)
24400      CALL FACFRI(REY,FACR,FF)
24500      ALFA=16.*(FM(J)/(PIC*D(J)*D(J)*3600.))*.2/(P(NOD)*DS(J)*PM(J)
24600      BETA=FF*D13(J)/D(J)
24700      CONS=2./(RCE+1.)*(ALOG(ALFA/RCE)-1.)+2.*RCE/(ALFA*(RCE+1.))

```

```

24300      IF(BETA.GT.CON5)GO TO 37
24900      CONS=ALFA/2.-RCE/2.
25000      IF(CONS.GE.0)GO TO 37
25100      RMACH=4.*FM(J)/(DS(J)*PIC*D(J)*D(J)*VS(J)*3600.)
25200      IF(RMACH.GT.0.7)GO TO 57
25300      C      ITERACION PARA EL CALCULO DE CAIDA DE PRESION (GASES)
25400      NII=0
25500      RP=1.0
25600      GAMA=Γ.
25700      DELTA=(RCE+1.)/RCE
25800      41      NII=NII+1
25900      IF(NII.LE.10)GO TO 42
26000      PRINT 110
26100      110      FORMAT(/,1X,"NO CONVERGE CALCULO DE CAIDA DE PRESION")
26200      CALL EXIT

26300      42      ALFA=3.*(FM(J)/(PIC*D(J)*D(J)*3600.))*2/(GC*P(NOD)*DS(J))*PM(J)
26400      FE=(RP*DELTA-1.)/(ALFA+DELTA)+BETA-GAMA
26500      IF(ABS(FE).LE.1.E-06)GO TO 43
26600      DFE=-2./(RCE*RP)+RP*(1./RCE)/ALFA
26700      RP=RP-FE/DFE
26800      GAMA=(2./RCE)*ALOG(RP)
26900      IF(IPRINT(2).EQ.0)GO TO 1100
27000      PRINT 999,J,RP,FE,DFE,FM(J),P(NOD)
27100      999      FORMAT(/,2X,"J=",I2,3X,"RP=",1PE11.5,1X,"FE=",1PE11.5,1X,"DFE=",1
27200      1PE11.5,/,27X,"FM=",1PE11.5,"KGMOL/HR",5X,"P=",1PE12.6,"PASCAL")
27300      1100      GO TO 41
27400      43      IF(IP.EQ.2)GO TO 160
27500      P(I)=P(NOD)*RP
27600      DP(J)=P(NOD)-P(I)
27700      RPD(J)=RP
27800      GO TO 170
27900      160      DEP(J)=(P(NOD)*(RP-RPD(J))*14.7)/(1.E-06*DA(J)*3600*101325.)
28000      170      NJ=NJ+1
28100      IF(NJ.EQ.5)GO TO 44
28200      J=J+1
28300      GO TO 31
28400      44      IF(IP.EQ.1)GO TO 45
28500      GO TO 47
28600      37      FM(J)=FM(J)*D.9
28700      IF(KPRINT.GT.3)GO TO 2000
28800      DO 45 L=1,S
28900      IF(J+1.LE.L)GO TO 37

```

```

29000      86  CONTINJE
29100          IF(IPRINT(3).EQ.7)GO TO 200J
29200      87  PRINT 300,FM(LD(L)),L
29300      80)  FORMAT(/,20X,"FLUJO MODIFICADO A",1PE12.5,"EN LA UNION",I3)
29400      200) GO TO 28
29500      C   XI.- BALANCE DE MATERIA POR NODO

29600      45  DO 2 I=1,N
29700          F(I)=0
29800      DO 3 J=1,S
29900          IF(KE.EQ.2)QA(J)=FM(J)/56)J).
30000          F(I)=A2(I,J)*QA(J)+F(I)
30100      3   CONTINJE
30200          F(I)=(F(I)+JN(I))*360).
30300      2   CONTINJE
30400      C   XII.- CAIDA DE PRESION POR CICLO
30500          DO 5 I=1,C
30600          FC(I)=0
30700          DO 6 J=1,S
30800      6   FC(I)=CI(I,J)+DP(J)+FC(I)
30900      5   CONTINJE
31000      C   XIII.- GENERACION DEL VECTOR ERROR
31100          DO 7 K=1,N
31200      7   B(K)=F(K)
31300          DO 8 I=1,C
31400          K=N-1+I
31500      8   B(K)=FC(I)+14.7/101325.
31600          IF(IPRINT(4).EQ.0)GO TO 300J
31700          PRINT 20)
31800      20)  FORMAT(/,20X,"RENGLON MODIF.",5X,"VECTOR ERROR")
31900          PRINT 300,(I,B(I),I=1,S)
32000      300)  FORMAT(/,22X,I2,15X,1PE13.6)
32100      3000) BMAX=0
32200          DO 13 J=1,S
32300          IF(ABS(B(J)).LE.BMAX) GO TO 13
32400          BMAX=ABS(B(J))
32500          REN=J
32600      13  CONTINUE
32700          PRINT 10,(BMAX,REN)
32800      10)  FORMAT(/,20X,"ERROR MAXIMO=",F10.4,5X,"EN EL RENGLOM MODIF.",I2,/)

32900          IF (BMAX.GT.1.0E-02) G) TO 19
33000          PRINT 49

```

```

33100      49  FORMAT(1H1,3X,"RESULTADOS FINALES",///,20X,"MATRIZ DE INCIDENCIA
33200      1  CON DIRECCIONES ASIGNADAS",/)
33300      DO 51 I=1,N
33400      51  PRINT 50,(A2(N0(I),L0(J)),J=1,S)
33500      50  FORMAT( 9X,12(F6.1))
33600      PRINT 50
33700      60  FORMAT(//,10X,"UNION",2X,"LONG(M)",5X,"DIAM(M)",8X,"FLUJO",10X,"CA
33800      1IDA DE PRESION",/,40X,"(KG-MOL/SEG)",11X,"(PASCAL)",/)
33900      PRINT 120,(J,DIS(L0(J)),D(L0(J)),QA(L0(J)),DP(L0(J)),J=1,S)
34000      120  FORMAT(10X,I3,2X,1PE10.3,2X,1PE10.3,4X,1PE10.3,9X,1PE15.8)
34100      IF(XE.EQ.2)GO TO 52
34200      K=N0(N000(1))
34300      MM=1
34400      P(K)=PI
34500      53  DO 54 J=1,S
34600      IF(A2(K,J).NE.0) GO TO 55
34700      54  CONTINUE
34800      CALL EXIT
34900      55  DO 56 I=1,N
35000      IF(A2(I,J).EQ.0) GO TO 56
35100      IF(I.NE.K) GO TO 57
35200      56  CONTINUE
35300      CALL EXIT
35400      57  IF(P(I).NE.0) GO TO 102
35500      P(I)=P(K)-A2(I,J)*DP(J)
35600      102  A2(K,J)=0
35700      A2(I,J)=0
35800      MM=MM+1
35900      IF(MM.EQ.5) GO TO 52
36000      K=I
36100      GO TO 53

36200      52  PRINT 140
36300      140  FORMAT(//,15X,"N000",5X,"PRESION (PASCAL)",10X,"REQUERIMIENTO(KG-M
36400      10L/SEG)",/)
36500      PRINT 150,(I,P(N0(I)),Q(N0(I)),I=1,N)
36600      150  FORMAT(15X,I3,6X,F16.5,14X,F12.5)
36700      CALL EXIT
36800      C    XIV- GENERACION DEL JACOBIANO
36900      19  PRINT 130,4
37000      130  FORMAT(///,3X,"ITERACION NO.",I?)
37100      IF(XE.EQ.2)GO TO 58
37200      DO 9 I=1,S

```

```

37300      21  DFP(I)=DFUN(JA(I),D(I),DIS(I))*14.7/(3600.*101325.)
37400      9   CONTINUE
37500      GO TO 47
37600      58  DO 48 I=1,S
37700          FP(I)=JA(I)*0.999999*3600.
37800      48  CONTINUE
37900          IP=IP+1
38000          GO TO 30
38100      47  DO 11 I=1,C
38200          K=N-1+I
38300          DO 12 J=1,S
38400              A1(K,J)=DFP(J)*CI(I,J)
38500      12  CONTINUE
38600      11  CONTINUE
38700          IF(IPRINT(5).EQ.0)GO TO 4000
38800          PRINT 400
38900      400  FORMAT(/,20X,"MATRIZ JACOBIANA CON ORDEN MODIFICADO",/)
39000          DO 85 I=1,S
39100              85  PRINT 500,(A1(I,J),J=1,S)
39200          500  FORMAT(/,2X,10(1PE12.5))
39300      C    XV.- INVERSION DEL JACOBIANO
39400          4000 CALL MINV(INVA2,S)

39500          DO 14 I=1,S
39600              CQ(I)=0
39700          DO 15 J=1,S
39800              CQ(I)=INVA2(I,J)*R(J)+CQ(I)
39900      15  CONTINUE
40000      C    XVI.- CORRECCION DEL FLUJO
40100          CQ(I)=CQ(I)/3600.
40200          QA(I)=JA(I)-CQ(I)
40300      14  CONTINUE
40400          IF(IPRINT(6).EQ.0)GO TO 81
40500          PRINT 70
40600      70  FORMAT(/,15X,"UNION",10X,"CORRECCION DE Q",10X,"FLUJO CORREGIDO"/)
40700          PRINT 80,(I,CQ(LO(I)),JA(LO(I)),I=1,S)
40800      80  FORMAT(16X,I3,14X,1PE12.5,10X,1PE12.5)
40900      81  M=M+1
41000          IF(M.LE.20) GO TO 1
41100          CALL EXIT
41200          END
41300          SUBROUTINE PODA(N, D,JA,DIS)
41400          COMMON/STREAM/XS(100,10),IS(100),PS(100),HS(100),SS(100),CS(100),

```

```

41500      1ZS(100),FM(100),RS(100),CVS(100),VS(100),PM(100),ISALE,TEVMAX,NC,
41600      2S
41700      COMMON/Y/A(40,40),QN(40),MS(40)
41800      COMMON/W/N0(40),L0(40)
41900      DIMENSION B(40,40),NI(40),D(40),QA(40),DIS(40),DN(40),QAN(40),
42000      1DISN(40),QNY(40),XSN(100,10),TSN(40),MSN(40)
42100      INTEGER R,S,T
42200      PRINT 25
42300      25  FORMAT(//,50X,"MATRIZ DE INCIDENCIA",//)
42400      DO 26 I=1,N
42500      26  PRINT 27,(A(I,J),J=1,S)
42600      27  FORMAT( 9X,(12(2X,F4.1)))
42700      PRINT 28

42800      28  FORMAT(//,20X,"NO. DE NODO",9X,"FLUJO REQUERIDO")
42900      PRINT 34,(I,QN(I),I=1,N)
43000      34  FORMAT(24X,I3,13X,1PF12.5)
43100      PRINT 35
43200      35  FORMAT(//,12X,"UNION",6X,"DIAM.(METRO)",6X,"LONG(METRO)",6X,"FLUJO
43300      1SUP.",/,58X,"(KGMOL/SES)",/)
43400      PRINT 31,(J,D(J),DIS(J),QA(J),J=1,S)
43500      31  FORMAT(13X,I3,7X,F8.5,7X,F8.3,9X,F8.5)
43600      L=0      ;   M=J      ;N0=0      ; KV=0
43700      R=N-1
43800      C    L=NUMERADOR DE NODOS
43900      C    M=NUMERADOR DE ARCOS
44000      C    R=NUMERADOR DE ARCOS DE CIERRE DE CICLO
44100      C    N0=CONTADOR DE NODOS REETIQUETADOS
44200      NJ=1      ;   T=N
44300      1    KV=KV+1
44400      IF(KV.GT.S) GO TO 8
44500      ND=KV
44600      NI(ND)=NJ
44700      2    DO 10 J=1,S
44800      IF(A(NI(ND),J).EQ.1) GO TO 3
44900      10  CONTINUE
45000      ND=ND-1
45100      IF(ND.EQ.0) GO TO 11
45200      GO TO 2
45300      11  PRINT 12
45400      12  FORMAT(20X,"NO EXISTE OTRO ARCO INCIDENTE")
45500      CALL EXIT
45600      3    DO 60 I=1,I

```

```

45700      IF(3(I,S+1).EQ.NI(ND)) GO TO 17
45800      60  CONTINUE
45900      19  DO 20 I=1,N
46000          IF(A(I,J).EQ.1) GO TO 4

46100      20  CONTINUE
46200          PRINT 13,J,NJ
46300      13  FORMAT(40X,"NO ENCUENTRA EL NODO QUE UNE EL ARCO",I3,"CON NODO",I3
46400          1)
46500          CALL EXIT
46600      4  IF(I.EQ.NI(ND)) GO TO 20
46700          NJ=I
46800          DO 30 I=1,NV
46900              IF(NJ.EQ.NI(I))GO TO 5
47000      30  CONTINUE
47100          L=L+1
47200          B(T,L)=-1
47300          B(T,S+1)=NI(ND)
47400          NII=NI(ND)
47500          NO(NII)=T
47600          LO(J)=L
47700          B(L,L)=1
47800          DN(L)=D(J)
47900          QAN(L)=QA(J)
48000          DISN(L)=DIS(J)
48100          TSN(L)=TS(J)
48200          MSN(L)=MS(J)
48300          DO 9 K=1,NC
48400      9  XSN(L,K)=XS(J,K)
48500          A(NI(ND),J)=0
48600          A(NJ,J)=0
48700          GO TO 7
48800      5  DO 40 I=1,N
48900          IF(B(I,S+1).EQ.NJ)GO TO 6
49000      40  CONTINUE
49100          PRINT 14
49200      14  FORMAT(40X,"NO ENCUENTRA EL NODO YA CONSIDERADO EN LA MATRIZ R")
49300          CALL EXIT

49400      6  LL=I
49500      18  R=R+1
49600          B(T,R)=1
49700          B(LL,R)=-1

```

```

49800      B(T,S+1)=NI(ND)
49900      NII=NI(ND)
50000      NO(NII)=T
50100      LO(J)=R
50200      DN(R)=D(J)
50300      QAN(R)=QA(J)
50400      DISN(R)=DIS(J)
50500      TSN(R)=TS(J)
50600      MSN(R)=MS(J)
50700      DO 15 K=1,N
50800      15  XSN(R,K)=XS(J,K)
50900      A(NI(ND),J)=0
51000      A(NJ,J)=0
51100      GO TO 1
51200      17  T=I
51300      GO TO 19
51400      7   T=L
51500      GO TO 1
51600      8   DO 24 I=1,N
51700      DO 23 J=1,S
51800      A(I,J)=A(I,J)
51900      D(J)=DN(J)
52000      QA(J)=QAN(J)
52100      DIS(J)=DISN(J)
52200      TS(J)=TSN(J)
52300      MS(J)=MSN(J)
52400      DO 16 K=1,N
52500      16  XS(J,K)=XSN(J,K)
52600      23  CONTINUE

52700      J=S+1
52800      QNN(I)=QN(Q(I,J))
52900      24  CONTINUE
53000      DO 32 I=1,N
53100      32  QN(I)=QNN(I)
53200      RETURN
53300      END
53400      SUBROUTINE CICLO(N,S,C,A2)
53500      COMMON/7/CI(40,40)
53600      DIMENSION A(40,40),A(2),V(40),X(40),T(40),W(40,40),A2(40,40)
53700      INTEGER S,C,R,A,V,Y,X,Z,T,W,P
53800      R=0
53900      DO 1 K=N,S

```

```

54700          L=0
54800          DO 2 I=1,N
54900          IF(A2(I,K).EQ.0) GO TO 2
55000          10  L=L+1
55100          A(L)=I
55200          IF(L.EQ.2) GO TO 23
55300          2  CONTINUE
55400          PRINT 100,K,A(1)
55500          100  FORMAT(20X,"NO ENCUENTRA EL NODO QUE UNE ",I3,"CON EL NODO",I3)
55600          CALL EXIT
55700          23  DO 3 J=1,S
55800          IF(J.EQ.K) GO TO 20
55900          DO 4 I=1,N
56000          4  A3(I,J)=A2(I,J)
56100          GO TO 3
56200          20  DO 5 I=1,N
56300          5  A3(I,J)=0
56400          3  CONTINUE
56500          30  DO 6 I=1,N
56600          IF(I.EQ.A(1)) GO TO 40

56700          V(I)=1000
56800          GO TO 6
56900          40  V(I)=0
57000          6  CONTINUE
57100          50  Y=A(1)
57200          J=1
57300          60  X(J)=Y
57400          IF(Y.EQ.A(2)) GO TO 110
57500          Z=0
57600          DO 7 I=1,N
57700          DO 8 L=1,J
57800          IF(I.EQ.X(L)) GO TO 7
57900          8  CONTINUE
58000          Z=Z+1
58100          T(Z)=I
58200          7  CONTINUE
58300          DO 9 I=1,Z
58400          9  W(Y,T(I))=1000
58500          DO 11 L=1,S
58600          IF(A3(Y,L).EQ.0) GO TO 11
58700          12  DO 13 I=1,Z
58800          IF(A3(T(I),L).EQ.0) GO TO 13

```

```

58200      14      W(Y,T(I))=1
58300              GO TO 11
58400      13      CONTINUE
58500      11      CONTINUE
58600      70      DO 15 I=1,Z
58700              LM=V(Y)+W(Y,T(I))
58800              IF(V(T(I)).LE.LM) GO TO 15
58900              V(T(I))=LM
59000      15      CONTINUE
59100              LMIN=1000
59200              DO 16 I=1,Z

59300              IF(V(T(I)).GE.LMIN) GO TO 16
59400              LMIN=V(T(I))
59500              Y=T(I)
59600      16      CONTINUE
59700              J=J+1
59800              GO TO 50
59900      110     R=R+1
60000              DO 120 L=1,S
60100      120     CI(R,L)=0
60200      140     DO 17 I=1,J
60300              IF(V(X(I)).NE.V(Y)-1) GO TO 17
60400      130     IF(W(X(I),Y).NE.1) GO TO 17
60500              DO 18 L=1,S
60600              IF(A3(X(I),L).EQ.0) GO TO 18
60700              IF(A3(Y,L).NE.0) GO TO 19
60800      18      CONTINUE
60900              PRINT 300,Y,X(I)
61000      300     FORMAT(20X,"NO ENCUENTRA EL ARCO QUE UNE",I3,"CON",I3)
61100              CALL EXIT
61200      17      CONTINUE
61300              PRINT 200,Y
61400      200     FORMAT(20X,"NO ENCUENTRA NODO CONECTADO A",I3)
61500              CALL EXIT
61600      19      CI(R,L)=A3(Y,L)
61700              IF(X(I).EQ.A(1)) GO TO 21
61800              Y=X(I)
61900              GO TO 140
62000      21      CI(R,K)=A2(A(1),K)
62100      1       CONTINUE
62200              RETURN
62300              END

```

```

62400      SUBROUTINE MINV(TM,N)
62500      COMMON/X/A(40,40)

62600      REAL IM
62700      DIMENSION E(40,40),IM(40,40),T(40),B(40),C(40,40)
62800      DIMENSION D(40,40),TINV(40,40,40),TM(40,40),F(40,40)
62900      DO 10 I=1,N
63000      DO 10 <=1,N
63100      E(I,K)=A(I,K)
63200      10 CONTINUE
63300      J=1
63400      300 DO 1 I=1,N
63500      IM(I,I)=1
63600      T(I)=E(I,J)
63700      1 CONTINUE
63800      100 TKK=1./T(J)
63900      DO 2 I=1,N
64000      B(I)=T(I)-IM(I,J)
64100      DO 2 L=1,N
64200      C(I,L)=B(I)*IM(L,J)
64300      D(I,L)=C(I,L)*TKK
64400      TINV(J,I,L)=IM(I,L)-D(I,L)
64500      2 CONTINUE
64600      20 FORMAT(4X,(14(F8.2)))
64700      J=J+1
64800      IF(J.GT.N) GO TO 11
64900      DO 4 I=1,N
65000      DO 4 L=1,N
65100      F(I,L)=0.
65200      DO 4 K=1,N
65300      F(I,L)=TINV(J-1,I,K)*E(K,L)+F(I,L)
65400      4 CONTINUE
65500      DO 8 I=1,N
65600      DO 8 L=1,N
65700      E(I,L)=F(I,L)
65800      8 CONTINUE

65900      GO TO 300
66000      11 J=N
66100      200 DO 5 I=1,N
66200      DO 5 L=1,N
66300      TM(I,L)=0
66400      DO 5 K=1,N

```

```

66500      TM(I,L)=TINV(J,I,K)*TINV(J-1,K,L)+TM(I,L)
66600      5  CONTINUE
66700      J=J-1
66800      IF(J.LE.1) GO TO 12
66900      DO 6 I=1,N
67000      DO 6 L=1,N
67100      TINV(J,I,L)=TM(I,L)
67200      6  CONTINUE
67300      GO TO 200
67400      12  RETURN
67500      END
67600      SUBROUTINE FACFRI(RE,RU,FF)
67700      NUIT=0
67800      NMAX=20
67900      IF(RE.GT.2100.0.AND.RE.LT.4000.0)GO TO 80
68000      IF(RE-2100.0)2,2,5
68100      2  FF=64./RE
68200      RETURN
68300      5  A=RU/3.7
68400      B=2.51/RE
68500      X=-2.0*ALOG10(A+1.0E-12)
68600      10  Y=X+2.0*ALOG10(A+B*X)
68700      IF(ABS(Y)-1.0E-06)30,30,20
68800      20  IF(NUIT.GE.NMAX)GO TO 40
68900      YPRIM=1.0+(-.43429448*2.*B)/(A+B*X)
69000      X=X-Y/YPRIM
69100      NUIT=NUIT+1

69200      GO TO 10
69300      30  FF=1.0/(X*X)
69400      RETURN
69500      80  X=-2.0*ALOG10(RU/3.7)
69600      GO TO 30
69700      40  PRINT 50,NMAX
69800      50  FORMAT(/,10X,'FACTOR DE FRICCION NO CONVERGE EN',I3,' ITERACIONES'
69900      1)
70000      STOP
70100      END
70200      SUBROUTINE TITULO
70300      COMMON/TIT/TRAB(13),FECHA(2),USU(2),IHOJA,LINEA
70400      LINEA=3
70500      IHOJA=IHOJA+1
70600      PRINT 2,IHOJA,FECHA,USU

```

```

70700      2 FORMAT(1H1,4GX,'PROGRAMA PARA EL DISEÑO DE REDES DE DISTRIBUCION
70800      1',20X,'HOJA ',I3,/,9X,'FECHA ',2A5,77X,'USUARIO ',2A5,/)          99
70900      PRINT 1,TRAB
71000      1 FORMAT(26X,13A5,/)
71100      RETURN
71200      END
71300      SUBROUTINE RFTIT
71400      COMMON/TIT/TRAB(13),FECHA(2),USU(2),IHOJA,LINEA
71500      WRITE(9,*)'DAR EL NOMBRE DEL TRABAJO'
71600      READ(5,1)TRAB
71700      WRITE(9,*)'DAR LA FECHA'
71800      READ(5,1)FECHA
71900      WRITE(9,*)'DAR EL NOMBRE DEL USUARIO'
72000      READ(5,1)USU
72100      IHOJA=0
72200      1 FORMAT(13A5)
72300      RETURN
72400      END

```

NOTA IMPORTANTE: La subrutina correspondiente al cálculo de las -  
propiedades termodinámicas así como el banco de datos, no se in-  
cluyen en este listado por ser trabajos desarrollados por otras-  
personas.(F-1). Por lo tanto, si Ud. desea usar este programa de  
be anexar una subrutina de cálculo de propiedades termodinámicas  
en caso de fluidos gaseosos y dar los datos que ella requiera. .

## B I B L I O G R A F I A

- B-1 Bellamy, C.J. The Analysis of Networks of Pipes and Pumps. - The Journal of the Institution of Engineers, Australia, Apr. May., 1965.
- B-2 Bending, M.J., and Hutchison, H.P., Chem. Eng. Sci. 28.1857 (1973).
- B-3 Bondy, J. Graph theory with applications. Mac Millan, London 1976.
- C-1 Carnahan, N.F. and Christensen, J.H. An Efficient Algorithm for Pipeline Network Analysis. AIChE. Chem. Eng. Computing, Vol. 2, 1972.
- C-2 Carnahan, B., Wilkes and Luther. Applied Numerical Methods. John Wiley & Sons. New York, 1969.
- C-3 Carnahan, B. and Wilkes. J.O., in CACHE "Computer Programs- for Chemical Engineering Education, Vol. VI, Design". R. Je linek. ed., p. 71. Sterling Swift, Manchaca, Texas, 1972.
- C-4 Chenoweth and Crawford. Pipe Network Analysis. Journal AWWA January 1974.
- C-5 Collins and Cooper, et al. Solving the pipe network analy-- sis problem using optimization techniques. Management Science, Vol. 24, No. 7, March 1978.
- C-6 Collins, A.G., and Johnson, R.L., J. Am. Water Works Assoc. 67, 385 (1975).
- C-7 Cross, H.- Analysis of flow in networks of conduits or con- ductors. University of Illinois, Engg. Experiment Station - Bull. No. 286, 1936, 29 p.
- C-8 Crane Co. Flow of fluids through valves, fittings and pipe. Technical Paper No. 410. Printed in U.S.A.

- D-1 Donachie, R.P., J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 100,-  
393 (1974).
- E-1 Epp and Fowler. Efficient code for steady-state flows in -  
networks. Journal of the Hydraulics Division. ASCE, January,  
1970.
- E-2 Ewing, George H. Pipeline Transmission.
- G-1 Gallant, Robert W. Sizing Pipe for liquids and vapors. Che  
mical Engineering, February 24, 1969.
- G-2 Gay and Middleton. The solution of pipe network problems.-  
Chemical Engineering Science, 1971, Vol. 26. pp. 109-123 -  
Pergamon Press. Printed in Great Britain.
- G-3 Gay, B. and Preece, P.E., Trans. Inst. Chem. Eng. 53, 12 -  
(1975).
- G-4 Giles, Ranauld V. Mecánica de los Fluidos e Hidraulica. -  
SCHAUM, Mc. Graw-Hill.
- J-1 Jeppson, R. W., and Tavallace, A., J. Hydraul. Div., Am. -  
Soc. Civ. Eng. 101, 576 (1975).
- K-1 Kent, George R. Preliminary pipeline sizing. Chemical Engi  
neering, September 25, 1978.
- K-2 Kern, Robert. Useful properties of fluids for piping de---  
sign. Chemical Engineering, December 23, 1974.
- L-1 Lam, C.F. and Wolla, M.L., J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ.  
Eng. 98. 447 (1972).
- L-2 Lara, Felipe. Análisis de Confiabilidad en redes de flujo.  
Instituto de Ingeniería. UNAM. Enero 1980.
- L-3 Lemieux, P.F., J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 98, -  
1911 (1972).
- L-4 Lin, T.D. and Mah, R.S.H., A Sparse Computation System for  
Process Design and Simulation. AIChE Journal (Vol. 24, No.

5). September, 1978.

- L-5 Liu, K. I. H. Proc. Cong., Int. Assoc. Hydraul. Res. 13th-1, 136 (1969).
- M-1 Mah, R.S.H. and Lin, T.D. Hierarchical Partition - A New - Optimal Pivoting Algorithm. Mathematical Programming 12 - (1977) 260-278. North-Holland Publishing Company.
- M-2 Mah, R.S.H. and Cheng, W.B. Interactive Synthesis of pipeline Networks using pigraph. Computers and Chemical Engineering, Vol. 2, pp. 133-142. Pergamon Press Ltd. 1978. - Printed in Great Britain.
- M-3 Mah, R.S.H. Pipeline Network Calculations using Sparse Computation Techniques. Chemical Engineering Science, 1974, - Vol. 29, pag. 1629-1638. Pergamon Press. Printed in Great-Britain.
- M-4 Mah, R.S.H. and Shacham, Mordechai. Pipeline Network Design and Synthesis. Advanced in Chemical Engineering. Pergamon-Press. 1980
- M-5 Mark, A. Stadtherr. Maintaining Sparsity in Process Design Calculations. AIChE Journal (Vol.25, No.4) July, 1979.
- M-6 Paul Page Austin, Arthur G. McKee & Co. How to simplify - fluid flow calculations. Hydrocarbon Processing. September 1975.
- M-7 Mejía Gutiérrez Enrique. Simulación de Red de Tuberías. - Tesis 1969. Fac. Química. UNAM.
- M-8 Moreno Jiménez Jaime D. Cálculo de redes de tuberías cuando ocurre flujo a dos fases por medio de computadoras digitales. Tesis 1974. Fac. Química. UNAM.
- R-1 Rao, H.S. and Bree, Don W. Jr. Extended Period Simulation of water Systems. Journal of the Hydraulics Division. ASCE February and March, 1977.
- R-2 Ramírez Alejandro, Barnés Francisco y Puente Luis. Diseño-

- Óptimo de Redes de Desfogue. Depto. Ingeniería Química. -  
D.E.P. Fac. Química. UNAM.
- S-1 José Luis Sánchez Bribiesca. Doce Algoritmos para la resolución de problemas hidráulicos. Instituto de Ingeniería. -  
UNAM. (No.412) 1978.
- S-2 Uri Shamir. Optimal Design and Operation of Water Distribution Systems. Water Resources Research. Vol. 10, No. 1, February 1974.
- S-3 Shamir, U. and Howard, D.D., J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ Eng. 94, 219 (1968).
- V-1 F. J. Gonzalez Villareal y Antonio Capella V. Modelos para-Análisis de redes de abastecimiento de agua potable. Instituto de Ingeniería, UNAM. Junio 1971.
- W-1 Warga, J., Proc. Instrum. Soc. Am. 9, Pl. 5, Paper 54-43-4 (1954 )
- W-2 N. B. Webber. Fluid Mechanics for Civil Engineers. E. and -  
F.N. SPON LTD. London 1965.
- W-3 B. West and A.J. Newton. Simplified Utility Loop Balancing. Analog Computers Handbook, Hydrocarbon Processing, 1969. -  
Gulf Publishing Co. Houston, Texas, U.S.A.
- W-4 Williams, G.N., J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 99, -  
1057 (1973).
- W-5 Wood, D.J. and Charles, C.O.A., J. Hydraul. Div., Am. Soc.-  
Civ. Eng. 98, 1157 (1972).
- F-1 José Luis Flores Luna. Desarrollo de un simulador de Procesos Criogénicos. Tesis. Fac. Química, UNAM. 1976.