UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

TESIS DONADA POR
D. G. B. - UNAM

LOS FUNDAMENTOS LOGICOS DE LA TEORIA DEL VALOR DE MARX

TESIS PROFESIONAL

que para obtener el título de

LICENCIADO EN FILOSOFIA

p r e s e n t a :

ADOLFO GARCIA DE LA SIENRA GUAJARDO

MEXICO, D. F. 1982

INDICE

La lógica es invencible porque para combatir la lógica es necesario utilizar la lógica.

Pierre Boutroux

Nadie nos expulsará del paraíso que creó Cantor para nosotros.

David Hilbert

I. EPISTEMOLOGIA Y RECONSTRUCCION LOGICA.

1. Lógica formal y marxismo.

Han transcurrido ya más de cien años desde que apareció la primera edición del tomo I de El capital de Karl Marx. Sin embargo, a pesar de la enorme importancia no sólo teórica, sino incluso política, de ese tratado científico, todavía no disponemos de una formulación satisfactoria de la teoría económica de Marx (TEM) que ponga de manifiesto su estructura lógica. Dejando de lado la axiomatización de la teoría del valor elaborada por Diederich y Fulda (1978), así como los esfuerzos anteriores del presente autor,[1] es prácticamente imposible encontrar en la literatura marxiana, por no mencionar la literatura marxista (que ha adquirido ya proporciones gigantescas), un solo texto en el que se aborde este problema. Es pertinente mencionar que obras como las de Zelený (1962) o Pietranera (1956), a pesar de sus equívocos títulos, no aportan absolutamente nada que pudiera ser de utilidad para determinar los fundamentos axiomáticos de la TEM. Por otro lado, la axiomatización de las teorías del valor y de la explotación presentada en Gibbins (1978), aparte de contener errores importantes como la confusión entre valor y valor de cambio, proporciona una visión demasiado esquemática y simplificada de tales teorías y revela que Gibbins estaba más preocupado por criticarlas --desde una posición epistemológica normativa, de corte popperiano-- que por contribuir a esclarecer su estructura lógica.

Sería imposible reseñar aquí los factores que han impedido la aproximación axiomática al estudio de la TEM. Esta es una tarea que está por realizarse y que dejo en manos de los historiadores del marxismo. Pero es evidente que la ideología de lo que Badiou (1969) llamó 'el marxismo totalitario' tiene que ser necesariamente hostil a cualquier intento de abordar la TEM con métodos que involucren a la lógica formal. Ello se debe a que el "marxismo totalitario" sostiene --en las palabras de un connotado filósofo norteamericano adherido a esta ideología-- que

> la lógica formal es falsa y defectuosa porque erige infranqueables barreras entre una cosa y otra, entre sucesivas fases del desarrollo de una misma cosa y en la imagen de la realidad objetiva en nuestras mentes.[2]

No vale la pena detenerse a analizar la multitud de confusiones, malos entendidos y oscuridades que subyacen a la absoluta incomprensión hacia la naturaleza de la lógica formal manifiesta en la creencia recién mencionada; cualquier persona que haya seguido un curso de lógica matemática elemental, acompañado de una buena introducción a la historia de la filosofía, podrá darse cuenta de que carece completamente de fundamento (o podrá conceder al menos el beneficio de la duda). Es un hecho, sin embargo, que esta creencia ha mostrado ser extraordinariamente recalcitrante (posiblemente debido a la autoridad de Friedrich Engels con su "dialéctica de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento"), por lo que no cabe esperar en general ningún cambio de actitud por parte de quienes la sustentan.

Por otra parte, los filósofos marxistas renovadores, quienes ya desde hace tiempo se daban cuenta de que había algo fétido en las metafísicas "leyes de la dialéctica", tampoco parecen tener mucha claridad con respecto a los posibles usos de la lógica formal. En particular el primer Althusser --el Althusser de _La revolución teórica de Marx_ (1968a) y de _Para leer El capital_ (1969)-- tampoco la tenía, pues de lo contrario se hubiera percatado de que al menos algunos aspectos de la problemática por él abierta eran susceptibles de tratamiento lógico-formal. Piénsese, por ejemplo, en las cuidadosas distinciones relativas al discurso teórico que introdujo en "Acerca del trabajo teórico" (1968) o en su notable discusión sobre el efecto de conocimiento en _Para leer El capital_. Seguramente estos trabajos, así como muchos otros, se hubieran visto beneficiados por el empleo de métodos de carácter lógico-formal, lo que hubiera facilitado su aceptación (o por lo menos su consideración) por parte de filósofos de formación lógica, quienes por lo demás eran sus principales adversarios filosóficos, dadas sus tendencias empiristas y la fuerza que parecían tener en aquel entonces sus posiciones filosóficas en el mundo industrializado. Incidentalmente, es posible que su misma actitud crítica frente al empirismo lógico y el popperianismo (filosofías que están orgánicamente vinculadas con la lógica formal) haya generado en Althusser una cierta tendencia a minusvaluar el papel de la lógica en lo que en aquel entonces Althusser hubiera llamado 'la filosofía', es decir, en la epistemología.[3] Sin embargo (como espero que quede claro a lo largo de esta obra), aquellos problemas y cuestiones relativas a El capital que Althusser consideraba como típicas de la filosofía (léase: de la epistemología o, si se prefiere, de la teoría de la ciencia), y que en cualquier caso son cuestiones importantes, pueden ser abordadas, mediante el empleo de métodos que involucran esencialmente a la lógica formal, sin que ello nos comprometa en lo más mínimo con tesis filosóficas empiristas.

2. Objeto de este tratado.

En Para leer El capital Althusser se propuso, junto con sus colaboradores, realizar una lectura filosófica de El capital. ¿En qué pudo consistir esta lectura filosófica (o epistemológica) de El capital? Al decir del propio Althusser,

> leer El capital como filósofo es exactamente preguntarse acerca del objeto específico de un discurso científico y la relación específica entre ese discurso y su objeto; es pues, plantear a la unidad discurso-objeto el problema de los títulos epistemológicos que distinguen esa unidad precisa de otras formas de unidad discurso-objeto.[4]

¿Qué preguntas específicas esperaba poder contestar Althusser a partir de su lectura epistemológica de El capital? En sus propias palabras, esas preguntas eran las siguientes.

(1) ¿Es El capital una simple producción ideológica entre otras, una formulación en términos hegelianos de la economía clásica, la imposición al dominio de la realidad económica de las categorías antropológicas definidas en las obras filosóficas de la juventud, la "realización" de las aspiraciones idealistas de La cuestión judía y de los Manuscritos del 44?

(2) ¿Es El capital la simple continuación y realización acabada de la economía política clásica, de la que Marx habría heredado su objeto y sus conceptos?

(3) ¿Se distingue, pues, El capital de la economía clásica solamente por su método, la dialéctica tomada de Hegel? O bien, por el contrario,

(4) ¿constituye El capital una verdadera mutación epistemológica en su objeto, su teoría y su método?

(5) ¿Representa El capital la fundación de hecho de una disciplina nueva, la fundación de hecho de una ciencia, y por lo tanto un verdadero acontecimiento, una revolución teórica que relega, a la vez, la economía política clásica y las ideologías hegeliana y feuerbachiana a su prehistoria, el comienzo absoluto de la historia de una ciencia? Y, si esta ciencia nueva es una teoría de la historia,

(6) ¿No permite, al mismo tiempo, el conocimiento de su propia prehistoria, o sea, no permite ver con mayor claridad en la economía clásica y en las obras filosóficas de la juventud de Marx?[5]

La obra del primer Althusser puede ser vista como un esfuerzo por dar respuesta a las anteriores preguntas; prácticamente todos los textos de su primera época giran en torno a ellas. Sabemos, por lo demás, cuales son las respuestas que les dio. Sus respuestas a las cuestiones (1)-(5)[6] las podemos condensar en una cláusula (que en modo alguno refleja la gran cantidad de trabajo teórico empleado en la búsqueda de su justificación): '*El capital* constituye una ruptura epistemológica, una revolución teórica: en su objeto y su teoría, con respecto a la economía política clásica; en su método, con respecto a la dialéctica hegeliana. *El capital* representa la fundación de una ciencia nueva que rompe con las categorías antropológicas definidas en las obras filosóficas de la juventud de Marx'. Esta afirmación, que me parece claramente verdadera, dista mucho de haber recibido universal aceptación por parte de los marxistas (y también por parte de los no-marxistas). No tengo, sin embargo, la más mínima intención de sumarme a la interminable polémica que ha desatado. Me parecería más fructífero el desarrollo de un programa metacientífico que --desarrollando un programa análogo al programa original Althusseriano, mediante el empleo sistemático de técnicas lógico-formales-- buscara realizar los siguientes objetivos:

(1) La reconstrucción lógica tanto de la TEM como de su "objeto".

((2) La reconstrucción lógica tanto de la teoría clásica (ricardiana) como de su "objeto".

(3) La determinación exacta de las relaciones interteóricas existentes entre la TEM y la economía clásica (que incluye la determinación de las relaciones existentes entre sus respectivos "objetos").[7]

(4) La determinación exacta de las estrechas relaciones existentes

entre el método dialéctico de Marx y la estructura lógica de su teoría.

Ahora bien, el objetivo del presente tratado es contribuir a la reconstrucción lógica de la teoría del valor de Marx (TVM), según ha sido formulada esta teoría en El capital. De esta manera, pretende hacer una contribución directa a la realización de los objetivos (1) y (4), e indirecta a la del objetivo (3).

No debe pensarse, sin embargo, que un programa como el anteriormente delineado buscaría meramente una "confirmación" de los resultados obtenidos por Althusser. En realidad, no basta proclamar que la TEM es una teoría científica para resolver los difíciles problemas conceptuales-matemáticos que se encuentran en el corazón mismo de sus fundamentos lógicos. Estos problemas han sido rigurosamente formulados en Morishima (1973)[8] y trabajados (infructuosamente) por Nutzinger (1976). Deberá ser claro, sin embargo, que la reconstrucción lógica de la TVM, y por lo tanto la de toda la TEM, tiene que pasar forzosamente por la solución de tales problemas.

Por otra parte, el presente intento de reconstrucción lógica debe ser inscrito dentro del programa de reconstrucción de teorías económicas de la concepción estructuralista de las teorías científicas. La concepción estructuralista de las teorías, que no debe ser confundida con el estructuralismo,[9] surgió originalmente como una concepción relativa a las teorías pertenecientes a la física matemática y su programa de reconstrucción de teorías físicas puede ser considerado como una extensión o un análogo, para la física, del programa de Bourbaki para la matemática.[10] Al igual que el programa para la física, el programa de reconstrucción de teorías económicas persigue también un objetivo de carácter metacientífico, a saber: determinar la estructura y los fundamentos lógicos de las teorías que constituyen el campo de la economía para poner a prueba, de esta manera, la versatilidad y adecuación de la concepción estructuralista, su capacidad de ser aplicada a otros campos, distintos del de la física.[11]

En el capítulo II haré una exposición un tanto detallada de la concepción estructuralista. Pero antes quisiera analizar las relaciones de esta metateoría con la epistemología y la filosofía de la ciencia. Para el efecto, considero necesario tomar en cuenta la génesis histórica de la lógica matemática, así como la historia de sus aplicaciones a la física. Los siguientes parágrafos estarán dedicados a dicha tarea.

3. Génesis histórica de la lógica matemática.

En una carta dirigida en 1826 al profesor Christoffer Hansteen, el matemático Niels Henrik Abel se quejaba de

> la tremenda oscuridad que uno incuestionablemente encuentra en el análisis [matemático]. Carece tan completamente de todo plan y sistema que es raro que tantos hombres pudieran haberlo estudiado. Lo peor de todo es que nunca ha

> sido tratado rigurosamente. Hay muy pocos teoremas en el análisis avanzado que han sido demostrados de una manera lógicamente sostenible. Dondequiera encuentra uno este miserable procedimiento de concluir de lo especial a lo general y es extremadamente raro que tal procedimiento haya conducido a tan pocas de las así llamadas paradojas.[12]

Este pasaje de la carta de Abel ilustra perfectamente bien la actitud de muchos matemáticos de la época hacia el análisis. Lo que Abel llamaba 'el análisis' (todavía se llama así) consistía en una extensión del cálculo diferencial e integral (o cálculo de fluxiones, como decía Newton) a otras ramas, como son las series infinitas, las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, y el cálculo de variaciones. Esta extensión ocurrió durante el siglo XVIII y estuvo claramente motivada por el desarrollo de la mecánica newtoniana. De acuerdo con Kline (1972),

> mucho más que en cualquier otro siglo, el trabajo matemático del decimoctavo estuvo directamente inspirado por problemas físicos. De hecho, uno puede decir que el objetivo del trabajo no eran las matemáticas, sino más bien la solución de problemas físicos; las matemáticas eran un medio para fines físicos.[13]

Tal vez los espectaculares éxitos logrados por la mecánica clásica, principalmente por una de sus ramas conocida como 'mecánica celeste', expliquen por qué a pesar de la "tremenda oscuridad" que encontraba Abel en el análisis "tantos hombres" pudieron haberlo estudiado. Por otra parte, el hecho de que el "miserable procedimiento" de inferir conclusiones generales a partir de premisas particulares condujera a pocas contradicciones parece haberse debido principalmente a que

> el significado físico de las matemáticas guió los pasos matemáticos y suplió frecuentemente argumentos parciales para rellenar los pasos no matemáticos. El razonamiento fue en esencia no diferente de la demostración de un teorema de la geometría, donde algunos hechos enteramente obvios en la figura son utilizados aun cuando ningún axioma o teorema los apoye. Finalmente, la corrección física de las conclusiones dio la seguridad de que las matemáticas debían ser correctas.[14]

Lo anterior no impidió, sin embargo, que en el mismo siglo XVIII algunos matemáticos se empezaran a preocupar por el problema de los fundamentos del análisis. Ya en una fecha tan temprana como 1754 Jean-le-Rond d'Alembert señalaba que el análisis requería de una teoría de los límites. No fue, sin embargo, sino hasta 1821 (cinco años antes de que Abel enviara a Hansteen su carta) cuando el matemático Augustin-Louis Cauchy desarrolló la primera teoría aceptable de los límites y definió los conceptos de continuidad, diferenciabilidad e integral definida, en términos del concepto de límite. Abel tuvo conocimiento del Cours d'analyse algébrique, donde Cauchy presentó su teoría de los límites, a más tardar en alguna fecha del año de 1826, pues ese mismo año escribió las siguientes palabras, refiriéndose al mismo Cours d'analyse: "[este] distinguido trabajo debe ser leído por todo aquel que ame el rigor en las investigaciones matemáticas".[15] Es por ello que si Abel conocía ya este trabajo cuando escribió su carta a Hansteen seguramente exageraba al decir que el análisis nunca había sido tratado rigurosamente. Como quiera que haya sido, el Cours d'analyse de Cauchy fue el punto de partida de un proceso de clarificación y reconstrucción lógica del análisis (en el que participó el mismo Abel) que habría de culminar con la eliminación de conceptos a la sazón tan oscuros como "infinitamente pequeño", "incremento evanescente" o "cantidad despreciable"[16] y con la demostración rigurosa de los teoremas del análisis, que hasta entonces se habían admitido sobre la base de puras consideraciones geométricas y físicas intuitivas.

El progresivo refinamiento de los conceptos del anáslisis condujo a resultados sorprendentes e inimaginados por los matemáticos hasta entonces. Así, en una conferencia dictada en la Academia de Berlín en 1872, Karl Weierstrass exhibió una función continua pero no diferenciable. El descubrimiento de este tipo de funciones puso en grave predicamento la comprensión que tenían los matemáticos del sistema de los números reales y exigía, acordemente, un programa de trabajo conducente a aclarar los conceptos relativos a dicho sistema. Este programa, conocido como 'programa de aritmetización del análisis', fue promovido originalmente por Wierstrass, alrededor de la década de los setentas del siglo pasado, y buscaba fundamentalmente dar una definición precisa de la "esencia de la continuidad", mediante una definición adecuada del concepto de número irracional, partiendo de los conceptos de la aritmética, es decir, del sistema de los números naturales.

Se atribuye a Leopold Kronecker el haber declarado en una reunión en Berlín en 1886 lo siguiente: "Die ganzen Zahlen hat der liebe Gott gemacht, alles andere ist Menschenwerk".[17] Esta curiosa declaración expresa vívidamente la actitud que adoptaron algunos matemáticos de las universidades alemanas durante el último cuarto del siglo XIX frente al problema de dar un fundamento adecuado a la teoría de los números reales. Ellos, al igual que Kronecker, creían que el análisis era enteramente reducible a la aritmética de los números naturales, en el sentido de que todo enunciado del análisis "no era más que" un enunciado disfrazado acerca de números naturales. Sólo faltaba probar esta conjetura construyendo efectivamente los números reales a partir de los números naturales (cuya existencia era tomada como un hecho), definiendo rigurosamente sus conceptos a partir de los de la aritmética y deduciendo lógicamente sus enunciados a partir de los enunciados aritméticos.

El proceso de aritmetización del análisis tuvo dos vertientes que desembocaron en resultados igualmente válidos. Por un lado, el propio Weierstrass sugirió una teoría, que habría de desarrollar Georg Cantor, según la cual un número real, por ejemplo $\sqrt{2}$, es idéntico a una sucesión de racionales; en este caso a la sucesión 1.4, 1.41, 1.414, 1.4142,... de números racionales obtenidos por aproximaciones sucesivas a $\sqrt{2}$.[18] Por otra parte, Richard Dedekind, en su Stetigkeit und irrationale Zahlen (1872) propuso una teoría de los números reales en la que identificaba a estos objetos con lo que actualmente se conoce como 'cortaduras de Dedekind'. De acuerdo con esta teoría, un número real, digamos el mismo $\sqrt{2}$, es idéntico al conjunto de todos los números racionales menores que $\sqrt{2}$. La teoría de Dedekind, que sin lugar a dudas es la más favorecida por los autores de libros de texto de análisis contemporáneos, es equivalente a la de Cantor en el sentido de que tanto las cortaduras de Dedekind como las sucesiones de Cantor constituyen un campo ordenado arquimediano.

Sabemos hoy en día, sin embargo, que el programa de aritmetización del análisis en su versión kroneckeriana estricta es irrealizable. Ello se debe a tres razones. La primera es que la reconstrucción del análisis como una teoría de los números reales requiere, además de los enunciados de la aritmética, los axiomas de la lógica de orden más alto (<u>higher order logic</u>); en particular, se requiere aplicar el axioma de reducibilidad debido a la necesidad de introducir definiciones impredicativas, por ejemplo para demostrar el teorema del supremo. El problema estriba en que ciertos axiomas de la lógica de orden más alto, como el mencionado axioma de reducibilidad, el de elección y el de infinitud, lejos de ser meras "tautologías", tienen un <u>status</u> lógico un tanto dudoso y en cualquier caso su utilización en las deducciones no concuerda con los propósitos originales de aritmetización del análisis tal y como lo concebía Kronecker, quien requería la aplicación exclusiva de principios claramente lógicos (como las "leyes de la identidad", las tautologías conocidas, etc.) de uso común y aceptable por los matemáticos de la época (además, claro está, de las leyes de la aritmética). La segunda razón, que quizá es la más decisiva, es que Tarski (1939) ha demostrado la existencia de teoremas, concernientes a la teoría de los números reales, que no son equivalentes a ningún teorema concerniente a la aritmética de los números naturales. La tercera razón, por último, reside en que tanto la reconstrucción de Cantor como la de Dedekind presupone necesariamente la existencia en acto de agregados infinitos, desde el momento en que ambos definen a los números irracionales como conjuntos infinitos de números racionales. Pero esto contrariaba abiertamente la exigencia de Kronecker en el sentido de que la reconstrucción del análisis debía ser llevada a cabo con el uso de métodos finitos, excluyendo explícitamente la posibilidad del infinito actual.

La necesidad de admitir la existencia en acto de agregados infinitos, impuesta por el desarrollo del proceso de reconstrucción del análisis, proceso que había alcanzado un punto culminante con las definiciones de los números irracionales producidas por Cantor y Dedekind, fue seguramente una de las razones que impulsaron al primero a abordar los problemas y las "paradojas" conectadas con los conjuntos infinitos. Pero la teoría de los conjuntos hinca sus raíces todavía más profundamente --si ello es posible-- en las necesidades del análisis. De acuerdo con Bourbaki (1976),

> las necesidades del Análisis --en particular el estudio a fondo de las funciones de variables reales, que se desarrolla durante todo el siglo XIX-- son el origen de lo que iba a convertirse

en la moderna Teoría de Conjuntos.[19]

Algunas nociones clave de la teoría de los conjuntos, como la noción de equipotencia, aparecen ya en un trabajo del filósofo y matemático Bernard Bolzano[20] publicado en 1851 con el título de Paradoxien des Unendlichen. Fue Cantor, sin embargo, a partir de sus trabajos sobre las series trigonométricas, quien habría de desarrollar la teoría de los conjuntos de una manera sistemática. Los extraños y maravillosos resultados de Cantor, por ejemplo el que afirma la existencia de una correspondencia biunívoca entre la recta $\mathbb{R}$ y el espacio $\mathbb{R}^n$, crearon una fuerte oposición por parte de matemáticos muy influyentes en Alemania, sobre todo por parte de Schwarz y Kronecker. No obstante ello, Dedekind, quien había seguido con gran interés las investigaciones de Cantor desde sus comienzos, se tomó el trabajo de mostrar[21] cómo el concepto de número natural podía ser definido en términos de conceptos pertenecientes a la teoría de los conjuntos, de la misma manera que el concepto de número real podía ser definido a partir de conceptos pertenecientes a la aritmética de los números naturales. Por lo demás, Dedekind no era el único que creía en la posibilidadde reducir la aritmética a una teoría aún más fundamental. En el Prefacio a la segunda edición de su opúsculo de 1888, fechado en 1893, Dedekind escribió:

> cerca de un año después de la publicación de mi memoria tuve conocimiento de los Grundlagen der Arithmetik de G. Frege, que habían aparecido ya en el año de 1884. A pesar de que la concepción de la esencia del número adoptada en esa obra es diferente de la mía, aún así contiene, particular-

> mente a partir del §79, puntos de estrecho contacto con mi artículo, especialmente con mi definición (44). El acuerdo, seguramente, no es fácil de descubrir tomando en cuenta la diferente forma de expresión; pero la positividad con que el autor habla de la inferencia lógica de n a n+1 [...] muestra plenamente que aquí él se encuentra en el mismo terreno conmigo.

En efecto, Gottlob Frege, un "modesto" e ignorado profesor de la Universidad de Jena, tenía ya bastante tiempo dedicado al problema de los fundamentos de la aritmética cuando apareció el opúsculo de Dedekind. Frege, quien era un profesor de filosofía menospreciado por la burocracia de la universidad en que trabajaba, a la vez que uno de los más grandes filósofos de todos los tiempos, retomó el viejo proyecto leibniziano de mostrar que la matemática era enteramente reducible a la lógica. La problemática que dominó a la obra de Frege no era, por lo tanto, de carácter matemático; era una problemática de orden filosófico y, más específicamente, de orden gnoseológico. La manera en que abordó esta problemática, sin embargo, inauguró una forma de filosofar cuyas modalidades y alcance no me parece que hayan sido del todo comprendidas. Partiendo del supuesto gnoseológico leibniziano especulativo de que el conjunto de las verdades (!) está dividido en dos clases ajenas, a saber, la clase de las verdades de razón y la clase de las de hecho, Frege se preguntó a cuál de estas dos clases pertenecían las verdades de la matemática. La respuesta de Frege es la misma que dio Leibniz: las verdades de la matemática son verdades de razón, esto es, tales verdades deben poder ser deducidas de las "leyes sobre las que descansa todo conocimiento",[22] que no son otras sino las leyes de la lógica.

Frege se propuso, pues, aportar plausibilidad a una tesis filosófica pero no mediante una argumentación de carácter metafísico sino --y aquí reside el secreto de su nueva forma de filosofar-- mediante la realización de un programa de trabajo teórico cuya finalidad era deducir, paso por paso, las leyes de la aritmética a partir de las de la lógica. Pero del sistema de las "leyes de la lógica", de esa lógica que Kant consideraba como algo acabado y no susceptible de ulterior extensión, sólo existían, hasta la época de Frege, apenas algo más que fragmentos. En particular, a pesar de la existencia de los trabajos de George Boole (1847, 1854) y Augustus De Morgan (1847), hacía falta una teoría de la cuantificación para desarrollar el programa leibniziano. Tan solo para poder avanzar en su proyecto, Frege produjo esa teoría de la cuantificación dando origen, de esta manera, al primer sistema de lógica de predicados y cuantificadores, así como a muchos métodos y conceptos típicos de la lógica matemática contemporánea. Este sistema fue presentado por primera vez en 1879, en una obra solamente comparable con el Organon de Aristóteles: Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens.[23]

No importa destacar aquí, desde luego, las semejanzas o diferencias que pudiera haber entre la reconstrucción de Dedekind y la de Frege; lo que importa señalar es que con la obra de Cantor, Frege y Dedekind parecía llegar a su culminación exitosa el proceso de reconstrucción y fundamentación lógica del análisis matemático, empezado con el trabajo de Cauchy. La teoría de los conjuntos lograba cada vez mayor aceptación por parte de los matemáticos y ya en el primer Congreso internacional de matemáticos, realizado en Zurich en 1897, en el que Hadamard y Hurwitz señalaron sus importantes aplicaciones al análisis, su consagración oficial era un hecho. Por otra parte Frege, en la soledad de su pensamiento, parecía haber logrado, en su Grundgesetze der Arithmetik (1893, 1903), la realización de uno de los sueños más preciados de Leibniz.

Pero este ambiente de optimismo, sin embargo, no habría de durar mucho tiempo. En el mismo año del congreso de Zurich, Cesare Burali Forti publicó un artículo en el que mostraba la existencia de una contradicción en la teoría de los conjuntos. De acuerdo con esta teoría, el conjunto de los ordinales está bien ordenado y por lo tanto tiene un ordinal; pero este ordinal es a la vez un elemento del conjunto de los ordinales y mayor que cualquier ordinal en el conjunto. A esta paradoja siguieron otras. El mismo Cantor, en una carta a Dedekind de 1899, señaló que suponer la existencia del conjunto de todos los conjuntos conducía necesariamente a una contradicción. Pero la antinomia que mayor impacto causó en el mundo de las matemáticas fue sin duda la de Bertrand Russell. Esta contradicción, conocida como 'la paradoja de Russell', fue descubierta por él mismo en junio de 1901 y comunicada a Frege, por carta, en 1902. La contradicción afectaba tanto a la obra de Frege como a la de Cantor y Dedekind, como lo mostró Russell en la carta mencionada usando la terminología de esos autores además de la ideografía de Peano. La paradoja se puede formular así: sea $\underline{w} = \{\underline{x}: \underline{x} \notin \underline{x}\}$ el conjunto de los conjuntos que no son elementos de sí mismos y supóngase que $\underline{w} \notin \underline{w}$. Se ve entonces que $\underline{w}$ satisface la condición para pertenecer a $\underline{w}$ y, por ende, $\underline{w} \in \underline{w}$. Pero si $\underline{w} \in \underline{w}$ entonces $\underline{w}$ satisface dicha condición y se sigue que $\underline{w} \notin \underline{w}$. Por consiguiente, $\underline{w}$ es elemento de $\underline{w}$ si y sólo si $\underline{w}$ no es elemento de $\underline{w}$. Esta contradicción, que hace uso exclusivo de las elementales nociones de conjunto y pertenencia (o de predicado y predicación, en la terminología de Frege) ponía en crisis no sólo la teoría de los conjuntos (y con ella el análisis), sino incluso los mismos fundamentos de la lógica.

Las reacciones de los matemáticos y de los lógicos ante estas paradojas fueron variadas pero todos coincidieron en que la situación que planteaban era alarmante. Sólo podían dejar de preocuparse aquellos que no entendían lo que estaba pasando: se estaban poniendo en cuestión los fundamentos de la lógica y del análisis clásico. Por eso no debe extrañar el hecho de que al despuntar el alba del siglo XX los mejores talentos matemáticos estaban ocupados en dar una respuesta a las paradojas. La lucha por eliminar las contradicciones habría de dar a la lógica formal el mayor impulso de su historia.

Según Russell, la causa de todas esas paradojas (y otras más que surgieron en el ínterin) residía en la introducción de definiciones impredicativas, es decir, de estipulaciones que definen un objeto en términos de una clase de objetos que contienen al objeto que está siendo definido. Para eliminar este tipo de definiciones Russell formuló su Principio del Círculo Vicioso: 'todo lo que involucre a los miembros de una colección no debe ser él mismo un miembro de la colección'. En Principia Mathematica (1910, 1912, 1913) Alfred North Whitehead y Russell retomaron el programa de Frege y Leibniz de reducir las matemáticas a la lógica construyendo un sistema de lógica libre de antinomias. Para lograr esto sería suficiente apegarse estrictamente al Principio del Círculo Vicioso. Ello lo hicieron Whitehead y Russell, mediante la teoría de los tipos,[24] especificando que ninguna función puede tener como uno de sus argumentos algo definido en términos de la misma función. Con la teoría de los tipos las paradojas se eliminaron pero la reconstrucción del análisis se volvió una tarea extraordinariamente compleja. Como señala claramente Kline (1972), de acuerdo con la teoría de los tipos,

> un número irracional definido por la cortadura de Dedekind resulta ser de un tipo más alto que un número racional, el que a la vez es de un tipo más alto que un número natural, de manera que el continuo consiste de números de diferentes tipos.[25]

Para escapar a esta complejidad Whitehead y Russell introdujeron su axioma de reducibilidad (el mismo que mencioné anteriormente en conexión con la aritmetización del análisis), el que afirma la existencia, para cada función proposicional de cualquier tipo, de una función proposicional equivalente de tipo cero. Pero este axioma de reducibilidad les pareció a muchos matemáticos una especie de conejo sacado del sombrero e incluso algunos lo calificaron como "sacrificio del intelecto".

Otra reacción ante las antinomias fue la de los intuicionistas, entre los que se encontraban matemáticos tan destacados como Henri Poincaré y Hermann Weyl. Según ellos, la causa de las paradojas residía, primero, en la admisión del infinito actual y, segundo, en la generalización de la lógica clásica, abstraída originalmente de las matemáticas de los conjuntos finitos y aplicada sin justificación a la matemática de los conjuntos infinitos. De acuerdo con Weyl (1946),

> este es el derrumbe y el pecado original de la teoría de los conjuntos, por el cual es justamente castigada por las antinomias.[26]

Acordemente, los intuicionistas rechazaron la teoría de los conjuntos e impusieron severas restricciones sobre lo que podría ser considerado como una demostración em matemáticas, negando la posibilidad de aplicar irrestrictamente el principio de tercero excluido y rechazando las demostraciones de existencia no constructivas en favor de procedimientos constructivos finitos. Tan estrictos cánones metodológicos, sin embargo, obligan al rechazo de una buena porción del análisis clásico, pero este era un precio demasiado alto que pocos matemáticos estaban dispuestos a pagar.

Mientras tanto, otra salida de las antinomias --que hasta el momento parece ser la más plausible-- fue dada por Ernst Zermelo en 1908 mediante la primera axiomatización de la teoría de los conjuntos. Sin poner en cuestión "las universalmente válidas leyes de la lógica", Zermelo se propuso eliminar las inconsistencias de la teoría de los conjuntos rehusándose a tomar como conjuntos colecciones "demasiado grandes", como la de todas las "cosas", la de todos los ordinales, o la de todos los conjuntos, y definiendo implícitamente el concepto primitivo de conjunto exclusivamente mediante condiciones axiomáticas. El sistema resultante era suficiente para los propósitos del análisis, disciplina que constituía --y sigue constituyendo-- el corazón de la práctica de las matemáticas. Sólo bastaría, por lo tanto, demostrar la consistencia del sistema de Zermelo para asegurar que la disciplina se encontraba sobre una base segura. El sistema de Zermelo fue ulteriormente perfeccionado por Fraenkel (1922) y Skolem (1922). John von Neumann (1925) proporcionó una axiomatización alternativa de la teoría de los conjuntos, más intrincada que la de Fraenkel, que fue posteriormente simplificada por Bernays (1937) y Gödel (1940). Sin embargo, a pesar de que las antinomias típicas han sido abolidas en los dos sistemas, de ninguno de ellos se puede afirmar aun hoy en día, con toda certeza, que esté libre de contradicción.

El problema de establecer la consistencia de la matemática fue la _raison d'être_ del programa metamatemático hilbertiano y la fuerza motriz que impulsó el formidable desarrollo de esta nueva disciplina matemática a partir de la segunda década de este siglo. David Hilbert, quien fue el propugnador de este programa, fue también el artífice de la nueva concepción de la axiomática. Esta nueva concepción se pone de manifiesto en la reconstrucción de la geometría euclideana elaborada por el mismo Hilbert durante los últimos años del siglo XIX y publicada como _Die Grundlagen der Geometrie_ en

1899.[27] En 1900 Hilbert produjo también una base axiomática para el sistema de los números reales e indicó que el problema de la consistencia de la geometría se reducía al problema de la consistencia de este sistema. En ese mismo año tuvo lugar en París el Congreso internacional de matemáticos, en el que Hilbert propuso a sus colegas una célebre lista de problemas entre los que se encontraba el problema de dar una demostración de la consistencia del sistema de los números reales. Hilbert no abordó este problema inmediatamente pero cuatro años más tarde, en el Congreso de matemáticos celebrado en Heidelberg enmedio de la tormenta desatada por las antinomias, Hilbert atacó en una ponencia el problema de la consistencia de la aritmética,[28] concebida como una disciplina diferente de la lógica y la teoría de los conjuntos, con métodos que anunciaban ya los que habrían de desarrollarse posteriormente en su <u>Beweistheorie</u>.

Hilbert abandonó sus investigaciones relativas a los fundamentos de las matemáticas desde 1904 para reiniciarlas quince años más tarde, con nuevos bríos, movido por el deseo de responder a las críticas intuicionistas al análisis clásico. Estas críticas influenciaron de tal manera el pensamiento de Hilbert que aunque si bien él continuó admitiendo irrestrictamente las leyes de la lógica clásica y tenía en alta estima a la teoría de los conjuntos, se impuso la tarea de aportar pruebas de consistencia para las teorías matemáticas mediante el empleo exclusivo de métodos finitistas, bastante cercanos a los principios intuicionistas. El problema fundamental seguía siendo el de aportar una demostración de la consistencia de la aritmética. Pero este problema nunca iba a poder ser resuelto dentro de los estrechos marcos finitistas de la metamatemática hilbertiana. En efecto, Gödel (1931) demostró que en todo sistema S, con las propiedades siguientes:

(1) S contiene un número finito de axiomas;

(2) los únicos principios de inferencia son las reglas de sustitución e implicación;

(3 S contiene un sistema formal Z con los axiomas de Peano y las reglas lógicas del cálculo funcional restringido;

el enunciado 'S es consistente' es indemostrable.

El descubrimiento de enunciados indecidibles puso un freno al programa finitista de Hilbert y constituye a la vez uno de los logros más importantes de la metamatemática, aunque ciertamente no el único ni el último.[29] La metamatemática constituye actualmente una floreciente rama de la matemática pura que incluye como a una de sus partes la lógica matemática, entendida como la metateoría de los sistemas deductivos. Desde luego, la formalización de los principios de la lógica clásica, iniciada por Boole, De Morgan y sobre todo por Frege, así como el estudio de los cálculos lógicos, encuentra su expresión más acabada en la metamatemática, durante la década de los veintes,[30] como una respuesta a las exigencias planteadas por el programa de Hilbert. Es pertinente notar ahora, sin embargo, una ambiguedad en el uso de los términos 'lógica formal' 'lógica matemática' o simplemente 'lógica'. Esto tiene que ver con la distinción entre la lógica, entendida como parte del campo de investigación de la metamatemática, y la lógica entendida como aquella _parte constitutiva_ de la metamatemática cuyo campo de investigación son los cálculos lógicos formalizados. En un caso la lógica es el _objeto_ de una teoría; en el otro la lógica es la _teoría_ de ese objeto. Considérese la siguiente caracterización de la metamatemática, dada por Tarski (1928),

> las disciplinas deductivas formalizadas forman el campo de investigación de la metamatemática en el mismo sentido, a grandes rasgos, en que las entidades espaciales forman el campo de investigación de la geometría. Estas disciplinas son consideradas, desde el punto de vista de la metamatemática, como conjuntos de _enunciados_.

Para evitar ambiguedades, y siguiendo el uso normal de los términos, llamaremos 'sistemas logísticos'[11] a los conjuntos (sistemas) de enunciados que constituyen los cálculos lógicos formalizados y que forman parte del campo de investigación de la metamatemática, y llamaremos _lógica matemática_ a aquella parte constitutiva de la metamatemática que se encarga del estudio de los sistemas logísticos. Así, por ejemplo, los diferentes cálculos de enunciados son sistemas logísticos, los cuales son objeto de la lógica matemática. Llamaremos 'lógica formal', por otra parte, al conjunto de los sistemas logísticos. De esta manera, es correcto decir que Aristóteles es el fundador de la lógica formal, pues él fue el primero en formular explícitamente "leyes lógicas", es decir, reglas de deducción que han sido _refundidas_ en este o aquel sistema logístico bajo la forma de enunciados lógicamente válidos. La lógica formal o simplemente lógica, para abreviar, es por lo tanto una disciplina matemática que forma parte del campo de investigación de la metamatemática.

Las preguntas que se formuló (y se sigue formulando) la metamatemática a propósito de los sistemas logísticos son las mismas que siempre se ha hecho a propósito de la aritmética o de cualquier otra teoría matemática; por ejemplo: ¿son estos sistemas consistentes? ¿son completos? ¿son decidibles? La búsqueda de respuestas a estas preguntas dio lugar al surgimiento de nuevas ramas de la metamatemática, tales como la teoría de los modelos[32] y la teoría de las funciones recursivas. Por lo demás, se han dado respuestas definitivas en algunos casos a tales preguntas. Por ejemplo, Gödel (1930) y Henkin (1949) demostraron que los sistemas logísticos de primer orden son completos, mientras que Church (1936) demostró que son indecidibles.

Espero que la historia bosquejada a lo largo de estas páginas haya dejado en claro el origen de la metamatemática en general y de la lógica matemática en particular, así como los problemas que le han dado una razón de ser: los problemas relativos fundamentalmente a la consistencia de la matemática; problemas originados en el proceso de aritmetización del análisis y de "conjuntización de la aritmética". La pregunta que se impone ahora es la siguiente: ¿tiene algún sentido, algún objeto, hacer a las teorías pertenecientes a otros campos (como el de la física) objetos de la metamatemática o, por lo menos, de una disciplina análoga a la metamatemática?

4. La axiomatización de la física.

El problema de proporcionar una reconstrucción axiomática de una teoría científica "no puramente matemática" (como la teoría de la relatividad general), al igual que el de axiomatizar una teoría "puramente matemática" (como la geometría proyectiva), es un problema de orden fundamentalmente lógico-matemático, vale decir, científico. Por lo menos así lo entendió Hilbert, claramente, cuando propuso su célebre lista de problemas matemáticos a sus colegas en el Congreso internacional de matemáticos, celebrado en París en 1900. El sexto de esa lista de problemas era precisamente el de axiomatizar las teorías de la física. Hilbert mismo --quien además era un distinguido físico teórico-- contribuyó a la solución de este problema axiomatizando la teoría fenomenológica de la radiación[33] y su propia teoría de campo unificada de la gravitación y el electromagnetismo.[34] Lamentablemente, nos dice Bunge (1978),

> [Hilbert] erró en la elección de los temas: la primera teoría ha estado desde el putsch cuántico de Planck en revisión (la revolución cuántica llegó mucho más tarde) y la segunda teoría fue prematura. Así, los ensayos de Hilbert en axiomática física apenas recibieron atención.

Lo que parece ser la primera contribución a la resolución del sexto problema de Hilbert se debe a Carathéodory (1909), quien hizo una formulación axiomática de la termostática en la que desgraciadamente no distingue las cuestiones lógicas de las relativas a la comprobación experimental, comprometiendo así su reconstrucción lógica con la (inadmisible) filosofía del operacionalismo. En 1924, el mismo autor intentó una axiomatización de la relatividad especial pero ésta, al igual que la de Reichenbach (1924), tenía demasiados defectos; en particular, ninguno de los dos sistemas implicaba las fórmulas de transformación de Lorentz.

Otra axiomatización de la mecánica relativista se debe a Hermes (1938), pero la primera axiomatización lógicamente satisfactoria de una teoría física (la mecánica de partículas clásica) se debe a McKinsey, Sugar y Suppes (1953). Noll (1959) produjo posteriormente una magnífica reconstrucción de la mecánica del continuo, introduciendo el nivel de rigor y claridad usual en la matemática pura después del siglo XIX. Adams (1955) hizo una reconstrucción axiomática de la mecánica del sólido rígido mientras que Edelen (1962) axiomatizó una clase entera de teorías clásicas de campo. Bunge (1967) tiene contribuciones a la axiomatización de diferentes teorías físicas que --a mi modo de ver-- no parecen haber recibido la atención que se merecen. Otras contribuciones, más recientes, se deben a Wightman y su escuela, quienes hacen investigación sobre la teoría cuántica de campos, y a Moulines (1975), quien ha aportado una reconstrucción de la termodinámica del equilibrio simple.

La anterior revista de contribuciones no pretende ser completa. Hay otros ensayos que merecerían igualmente ser mencionados. Ella es suficiente, sin embargo, para darnos una idea de los esfuerzos realizados para resolver el sexto problema de Hilbert. Con todo, a pesar de los esfuerzos realizados, el sexto problema continúa ampliamente abierto. A diferencia del terreno de la metamatemática, y en particular del de la lógica matemática, donde se han obtenido resultados tan definitivos como los mencionados al final del parágrafo anterior, en el terreno de la metateoría de la física es difícil encontrar resultados que tengan el mismo carácter de solidez y universal aceptación. Tal vez ello favorezca, en alguna medida, la tendencia generalizada a concebir la "metamatemática de la física" como parte de una filosofía de la ciencia, que al parecer estaría en la búsqueda de resultados sólidos y definitivos para dejar así de ser (?) --precisamente-- una mera filosofía. Hace ya cerca de treinta años que Patrick Suppes (1954) afirmara, refiriéndose al "sólido núcleo" de estudios lógico-matemáticos, lo siguiente:

> no puede decirse que el mismo sólido núcleo de estudios exista en la filosofía de la ciencia. En este dominio no hay resultados del tipo de los que existen en lógica. Es imposible pensar en algo análogo a los resultados de Gödel sobre consistencia y completud, a la definición de verdad de Tarski, o a la demostración de Church de que no hay un procedimiento de decisión para el cálculo de predicados restringido.

Cuando Suppes escribió lo anterior, lo que él llamaba 'filosofía de la ciencia' --que en realidad coincidía con el empirismo lógico-- tenía, también, cerca de treinta años de existencia. ¿Cómo explicar el que la filosofía de la ciencia no hubiera obtenido ningún "resultado sólido" durante treinta infructuosos años? Lo sorprendente hubiera sido que lograra alguno ya que, de hecho, el empirismo lógico nunca se ocupó del problema de la axiomatización de las teorías físicas en particular o de las teorías "empíricas" en general. A diferencia de la metamatemática, que surgió en el fragor del combate contra las antinomias, lidiando con teorías matemáticas complejas y fundamentales cuya consistencia era urgente e importante demostrar, el empirismo lógico tiene una historia más pintoresca y bucólica. La filosofía de la ciencia (por lo menos hasta fines de la década de los sesentas) no puede ser comparada con la metamatemática porque sólo existen entreambas analogías superficiales. Si la metamatemática se forjó un concepto de teoría[35] adecuado para tratar los problemas que le dieron una razón de ser, la filosofía de la ciencia terminó por apropiarse este concepto con el objeto de explotarlo para sus propios fines. Estos fines podrán ser todo lo elevados que se quiera pero ciertamente no tienen nada que ver ni con el sexto problema de Hilbert ni con el problema, más general, de axiomatizar las teorías científicas --ya no digamos con el problema de establecer su consistencia, etc.

Como era de esperarse, un concepto de teoría más adecuado para tratar los problemas específicos que surgen en la práctica de axiomatización de las teorías físicas tenía que ser forjado justamente al calor de esa práctica. Me refiero al concepto estructuralista de teoría científica que se empezó a gestar en los trabajos, ya mencionados, de McKinsey _et. al_. (1953) y Adams (1954). Este concepto fue explicitado, complementado sustancialmente y brillantemente presentado por Joseph D. Sneed en su _The Logical Structure of Mathematical Physics_ (1971). En este libro Sneed propone un concepto de teoría física que, reconociendo ciertas diferencias en las teorías físicas con respecto a aquellas de la "matemática pura", diverge del concepto metamatemático de teoría, elaborado precisamente para tratar con las segundas. Esta concepción de las teorías es lo que llamé, en el §2, 'concepción estructuralista de las teorías'. La concepción estructuralista de las teorías o metateoría estructuralista (ME), como también la llamaré, puede ser considerada como una propuesta sistemática y rigurosa para la solución del sexto problema de Hilbert, en el mismo sentido que la metamatemática fue una propuesta para resolver el segundo (la consistencia del sistema de los números reales).

Una vez que en alguna medida se ha a resuelto satisfactoriamente el sexto problema de Hilbert, es decir, una vez que algunas teorías físicas hayan sido axiomatizadas de una manera universalmente aceptable, sería posible plantearse problemas metamatemáticos sobre tales teorías. Pero quizá tales problemas no resulten pertinentes para las teorías físicas. Como dicen Moulines y Sneed (1980), ciertas cuestiones metamatemáticas típicas, tales como las relativas a la completud y la decidibilidad de una teoría dada,

> no parecen ser particularmente interesantes en el caso de las teorías físicas. La mayoría de las teorías físicas no triviales parecen ser tanto incompletas como indecidibles.

Si esto es así, vale entonces preguntarse cuál es el objeto de axiomatizar las teorías físicas y, en todo caso, cuáles son las cuestiones pertinentes que se espera poder responder al hacer a las teorías objeto de estudio metateórico.

La primera finalidad que se persigue con la axiomatización de una teoría física, o de cualquier otra teoría científica, es, esencialmente, la misma que perseguían los matemáticos del siglo pasado con la reconstrucción del análisis o, incluso, la misma que perseguía Euclides con su formulación axiomática de la geometría griega: claridad en los conceptos y rigor en las demostraciones. Si --para decirlo con un término de Gastón Bachelard-- el objeto de esta búsqueda es un valor racional, la lógica formal, el método axiomático y las metateorías proporcionan la τεχνή adecuada para realizar ese valor racional de la mejor manera posible. Me parece que la realización de ese valor racional es lo que subyace y da sentido, en última instancia, tanto a la propuesta de Hilbert como a la propuesta --más general-- de reconstruir las teorías de todas las disciplinas.

La reconstrucción lógica de una teoría científica, por otra parte, nos puede permitir responder cuestiones específicas acerca de la misma. En primer lugar, si bien es posible que ciertas cuestiones metamatemáticas típicas, tales como las relativas a la completud y a la decidibilidad, no sean pertinentes para las teorías no puramente matemáticas, hay otras cuestiones metamatemáticas también bastante típicas, como las relativas a la consistencia y a la independencia de las primitivas, que son pertinentes para cualquier teoría. Otras cuestiones --quizá las más interesantes para las teorías no puramente matemáticas-- tienen que ver con el hecho de que tales teorías hacen o contienen afirmaciones cuya verdad o falsedad, para ser comprobada, requiere de algo más que meros cálculos con papel y lápiz (o computadora): requiere también de ciertos procedimientos que involucran, de una u otra manera, a la observación o a la experimentación. Si llamamos 'aserciones empíricas' a tales afirmaciones, entonces una de las cuestiones más interesantes que se pueden hacer a propósito de una teoría no puramente matemática es esta: ¿cuáles son las aserciones empíricas de la teoría? La respuesta a esta pregunta implica la respuesta a esta otra: ¿cuáles son los objetos de la teoría? Otras cuestiones, también muy interesantes, son las concernientes a las relaciones intrateóricas e interteóricas. Las primeras son las relaciones que se dan, en el interior de una teoría, entre sus diversas componentes; las segundas son las relaciones que se dan entre teorías diferentes. Una muestra de tales cuestiones es la siguiente: ¿es la mecánica celeste una parte de la mecánica newtoniana? ¿Es equivalente la mecánica newtoniana a la dinámica de Lagrange? ¿Está refundida la mecánica newtoniana en la relativista o es reducible a ella?[36]

Además de ser una guía para la reconstrucción lógica de teorías particulares, la metateoría estructuralista de Sneed es un aparato conceptual apropiado para tratar los anteriores problemas. A mi modo de ver, se trata de una propuesta del mismo orden y categoría que la Beweistheorie de Hilbert en sus momentos iniciales, aunque con una variante importante: a diferencia del programa metamatemático finitista de Hilbert, el programa sneediano de reconstrucción de teorías no impone restricciones metodológicas particularmente severas a las demostraciones metateóricas, permitiéndose un uso libre y generoso de la teoría de los conjuntos y en general de toda la matemática (incluyendo, desde luego, la lógica clásica), cuya validez no pone en cuestión. Tampoco pone en cuestión la validez que pudieran tener las teorías que toma como objetos de estudio. Su función no es la de un Tribunal de la Cientificidad, aunque puede ayudar a resolver el problema fundamental de la epistemología: ¿cuál es la naturaleza del conocimiento científico?

Hay quienes consideran, sin embargo, que la ME forma parte de una nueva filosofía de la ciencia que habría venido a desplazar a las filosofías de la ciencia anteriores, es decir, al empirismo lógico y al popperianismo. ¿Está justificada esta pretensión? ¿Está necesariamente ligada la ME a una nueva filosofía de la ciencia? ¿O no será, acaso, que así como el empirismo lógico se apropió de ciertos resultados metamatemáticos para sus fines esta nueva filosofía de la ciencia se ha apropiado de la ME para los suyos propios? Antes de introducir el aparato conceptual de la ME, en el Capítulo II, debemos dar una respuesta a estas interrogantes y tratar de clarificar la relación que puede guardar la práctica de reconstrucción de teorías con la filosofía en general y con la epistemología en particular.

5. Metateoría estructural y filosofía de la ciencia.

Desde aquellos heroicos y quijotescos días en que Rudolf Carnap y otros miembros del Wiener Kreiss se propusieron reducir el conocimiento científico a una base fenomenalista, hasta fines de la década de los sesentas, las tesis del positivismo lógico primero, y del empirismo lógico después, estuvieron sometidas a un proceso continuo de desgaste y debilitamiento que terminó por conducirlas a un mortal impasse.[37] A principios de esa década tuvieron lugar también los primeros "motines anarquistas" contra la policía popperiana de la ciencia;[38] durante este periodo, tanto el empirismo lógico como el popperianismo fueron sometidos a una intensa crítica por parte de historiadores de la ciencia y filósofos. Tal vez la obra que contribuyó más a la revuelta fue la muy conocida The Structure of Scientific Revolutions de Thomas S. Kuhn (1962). De esta obra se derivaba una concepción histórica de la ciencia que cuestionaba seriamente las concepciones popperiana y empirista. La crisis estalló en julio de 1965, en un Coloquio Internacional de Filosofía de la Ciencia que tuvo lugar en Londres. Kuhn participó en este coloquio con una ponencia intitulada "Logic of Discovery or Psychology of Research?", la que fue objeto de agrias críticas por parte de casi todos los participantes, entre los que se encontraba el mismo Popper (de hecho, el coloquio estuvo articulado en torno a la ponencia de Kuhn). Pero a pesar de la viva oposición que encontraron tanto las tesis kuhnianas como las de Feyerabend en el coloquio, ellas habrían de resultar sumamente corrosivas para la filosofía de la ciencia en los años posteriores.

Apenas cinco años después del Coloquio de Londres, en 1970, Wolfgang Stegmüller --quizá uno de los filósofos vivientes más profundamente compenetrados con la problemática del empirismo lógico-- daba término a la primera parte del segundo tomo de su serie de obras sobre filosofía de la ciencia titulada Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und Analytischen Philosophie.[39] En dicha parte, Stegmüller ofrecía un tratamiento sistemático y detallado de los problemas fundamentales de la filosofía empirista de la ciencia en esa época. Uno de los problemas a los que más espacio dedicó Stegmüller fue el clásico problema relativo al sentido empírico de los términos teóricos. La consideración de este problema --cuya solución era vital para el empirismo lógico-- condujo a Stegmüller al enunciado de Ramsey, en el que él veía "la última esperanza" del empirista para precisar un concepto de sentido empírico.[40] Stegmüller no alcanzó a resolver ese problema ni con el enunciado de Ramsey por lo que, después de señalar algunos obstáculos que se oponían a su solución mediante tal enunciado, dio el libro a la imprenta y continuó reflexionando sobre esos obstáculos. En eso estaba cuando se enteró de que un tal Sneed, en Stanford, "había escrito una tesis que contenía modificaciones y mejoras del método de Ramsey". "Sólo a causa de mi interés por el método de Ramsey" --subraya Stegmüller-- "comencé a estudiar el manuscrito de Sneed poco antes de que fuera publicado como Sneed (1971) ".[41] La problemática manifiesta en el manuscrito de Sneed, sin embargo, no tenía nada que ver con la problemática abordada por Stegmüller en Theorie und Erfahrung; en particular, Sneed había modificado el método de Ramsey para resolver un problema muy especial que surgía en conexión con lo que llamé, en el parágrafo anterior, 'las aserciones empíricas de las teorías', a saber: el problema de los términos teóricos[42] (que no debe ser confundido con el problema del sentido empírico de los términos teóricos). Como quiera que haya sido, es indudable que el manuscrito de Sneed causó en las concepciones epistemológicas de Stegmüller un fuerte impacto, cuyo principal resultado a mí me gustaría describir como una ruptura con el empirismo lógico.

La segunda parte del segundo tomo de la serie Probleme und Resultate..., publicada con el título de Theorienstrukturen und Theoriendinamik (1973) es, en efecto, un texto de ruptura: la problemática y las concepciones que aparecen en él sencillamente sustituyen a la problemática y a las concepciones que habían ocupado la atención de Stegmüller apenas en Theorie und Erfahrung; en particular, el problema cuya consideración había conducido a Stegmüller al enunciado de Ramsey, el problema del sentido empírico de los términos teóricos, ¡queda relegado a apenas unas cuantas indicaciones! En su lugar, nos encontramos una lúcida exposición de la metateoría estructuralista, seguida por la propuesta de una nueva concepción de la ciencia de inspiración kuhniana.

Hasta donde yo sé, Stegmüller nunca volvió a abordar el problema del sentido empírico de los términos teóricos. Más aun, en la actualidad él es justamente considerado como uno de los creadores y máximos exponentes de la "nueva filosofía de la ciencia", de inspiración kuhniana. En esta nueva concepción no parece tener ningún lugar que ocupar el problema del sentido empírico. ¿Se habrá convencido Stegmüller de que "la última esperanza" del empirismo lógico para resolver su problema fundamental se ha perdido irremisiblemente? Todo parece indicar que es así. Ante el hundimiento inevitable del empirismo lógico a Stegmüller no parece haberle quedado otra salida más que esta: abandonar el barco.

El empirismo lógico es un barco hundido que suele aparecer como buque fantasma, entre la bruma de la filosofía, para extraviar a los incautos. En su lugar ha sido botado un flamante navío cuya bitácora todavía no está del todo clara. Sin embargo, cada vez más filósofos de la ciencia se suman a la travesía. Es posible, sin embargo, que así como varios lógicos de la primera mitad del siglo no aceptaron embarcarse en el empirismo lógico, haya otros que en la actualidad no estén dispuestos a abordar el nuevo buque. Es por ello que me parece necesario subrayar que no es lo mismo la metateoría estructuralista que la concepción kuhniana de la ciencia: es posible adoptar la primera y rechazar la segunda.

Desde luego, la metateoría estructuralista tiene mucho que ver con la creciente aceptación que está recibiendo la nueva concepción por parte de los filósofos de la ciencia. A diferencia de la versión de The Structure of Scientific Revolutions, la reconstrucción de la concepción kuhniana que ofrece Stegmüller en la segunda parte de Theorienstrukturen und Theoriendinamik es loablemente clara, precisa y --lo que es más importante-- mucho más convincente. Pero esta reconstrucción, nos dice Stegmüller (1973),

> no hubiera sido posible sin el trabajo, que hará época, de Sneed, quien creó por primera vez el aparato conceptual necesario para tal reconstrucción.[13]

En particular, la metateoría estructuralista le ha servido a Stegmüller para responder a las objeciones que obstaculizaban la aceptación de la concepción kuhniana por parte de los filósofos de la ciencia. Estas objeciones datan por lo menos del coloquio de Londres de 1965 y conciernen, fundamentalmente, a una supuesta "irracionalidad" que la concepción le estaría atribuyendo al "científico normal", así como a la dificultad de dar cuenta del "progreso científico", habida cuenta de las discontinuidades introducidas por las revoluciones.

Sneed mismo sugirió, en The Logical Structure of Mathematical Physics, la posibilidad de utilizar su metateoría estructuralista para reconstruir algunos aspectos de la concepción kuhniana. Es pertinente subrayar, sin embargo, que Sneed elaboró su metateoría sin conocer la concepción de Kuhn. No fue sino hasta después de que Sneed había obtenido sus resultados principales que alguien le hizo observar que Kuhn decía algunas cosas "parecidas" a las que decía Sneed,[44] llamando de este modo su atención a la obra de Kuhn. Estas cosas tenían que ver con el problema de la "dinámica" de las teorías, es decir, con el problema de dar cuenta, en la reconstrucción lógica de las mismas, del hecho de que tienen una historia y están sujetas, por lo tanto, al cambio. En el capítulo VIII de su libro examinó este problema y encontró que ciertas ideas de Kuhn podían ser adecuadas para resolverlo lo cual no quiere decir, desde luego, que Sneed se haya propuesto inventar un "formalismo" adecuado para interpretar las concepciones kuhnianas o que la metateoría estructuralista sea la versión "formalizada" de la concepción kuhniana.

A decir verdad, Sneed ha contribuido casi tanto como Stegmüller a la reconstrucción de la concepción kuhniana, por lo que sería justo denominarla 'concepción de Kuhn-Sneed-Stegmuller' (KSS).[45] Más aun, como era de esperarse, Sneed es uno de sus principales propugnadores. Sin embargo, Sneed es un tanto más claro con respecto al sta-

<u>tus</u> de dicha concepción. En Sneed (1976) , por ejemplo, la concibe como una "ciencia de la ciencia", a la que caracteriza con las siguientes palabras:

> la "ciencia de la ciencia" que tengo en mente es una ciencia social. Sus objetos primarios son, a muy grandes rasgos, grupos de personas --"comunidades científicas"-- comprometidas con una actividad cooperativa que produce, entre otras cosas, teorías científicas. Las comunidades científicas tienen propiedades --presumiblemente relacionadas con el tipo de productos que producen-- que las diferencian en modos interesantes de otros tipos de grupos sociales. Interactúan en modos específicos con el resto de la sociedad. En el transcurso del tiempo, como resultado de factores tanto internos como externos, llegan a ser, se fragmentan, se unen y desaparecen. De la misma manera, sus productos --las "teorías científicas"-- cambian y se desarrollan en el tiempo en modos íntimamente conectados con el desarrollo de las comunidades que las producen. Este es, a grandes rasgos, el objeto de estudios para una teoría de la ciencia.

Es evidente que Sneed está proponiendo algo así como una "teoría científica de la historia de la producción científica". Pero si es esto de lo que se trata entonces algunos problemas, que la filosofía de la ciencia ha considerado como propios, encontrarían su rearticulación dentro de una disciplina diferente que de entrada se propone alcanzar el <u>status</u> de una ciencia. Eso quiere decir que tales problemas asumirían la forma de problemas <u>científicos</u>. En realidad, si como Sneed sugiere, la práctica de la ciencia es una práctica social, entonces ¿por qué la disciplina encargada del estudio de esa práctica social, de sus medios, de sus procedimientos, de sus productos, en fin, de sus características específicas, habría de ser precisamente la filosofía? ¿Por qué entonces el estudio de otras prácticas sociales, como la producción de mercancías, no es asunto de la filosofía? El hecho de que sus productos sean "entidades abstractas" no convierte *per se* a la práctica científica en objeto de la filosofía. Si alguna disciplina trata con "entidades abstractas" esa es la matemática. Pero ello no la hace filosófica. Tampoco es válido alegar que las teorías son "objetos culturales" producidos en situaciones socioculturales determinadas. Las latas de cerveza o los anuncios comerciales de la televisión, por ejemplo, también son "objetos culturales" producidos en situaciones socioculturales determinadas.[46] ¿Los convierte ello en objetos de la filosofía o de una supuesta "ciencia de la cultura"?

A grandes rasgos, concuerdo con Sneed en que una teoría de la ciencia debe constituirse como teoría científica de un aspecto de la práctica social. Sin embargo, no veo por qué la "filosofía de la ciencia-en-general" habría de ser la disciplina llamada a proporcionar a esa teoría sus "fundamentos conceptuales". En particular, no veo por qué cuestiones como la relativa a las condiciones de identidad para las "comunidades científicas", o tareas como la de clarificar los conceptos empleados para describir las motivaciones de los individuos pertenecientes a esas comunidades, habrían de ser asunto de la filosofía si --como Sneed lo está diciendo-- tales conceptos y tareas hacen a su "ciencia de la ciencia". No creo que la construcción de definiciones precisas de conceptos científicos sea asunto de la filosofía. Por ejemplo, no creo que la definición precisa del concepto de función continua, producida por Weierstrass, haya sido el fruto de una tarea filosófica. Y tampoco creo que lo sea la de producir los conceptos y proposiciones básicos de una nueva disciplina científica, aunque las concepciones filosóficas puedan jugar un papel de gran importancia en esa actividad.[47]

Si --como he tratdo de mostrarlo-- la problemática relativa a los fundamentos lógicos de las disciplinas científicas particulares ha sido y sigue siendo una problemática predominantemente científica, y si --como se desprende de lo que sostiene Sneed-- el aparato conceptual requerido para dar cuenta de la "dinámica" de las teorías, de la historia de la producción científica, sería el aparato conceptual de una nueva "ciéncia de la ciencia", entonces cabe preguntar qué función le queda desempeñar a la filosofía de la ciencia (si es que le queda alguna). Esa es una pregunta que considerar cuidadosamente.

6. La teoría marxiana de la historia y la concepción kuhniana.

El lector paciente y con buena memoria posiblemente recordará que, cuando consideré en el §2 las respuestas a las cuestiones específicas que Althusser esperaba poder contestar a partir de su lectura epistemológica de El capital, omití a propósito considerar su respuesta a la cuestión (6) y ofrecí allí mismo considerar dicha respuesta posteriormente.[48] Ha llegado el momento de hacerlo.

La sexta pregunta de Althusser está basada en una presuposición que podemos formular como sigue:

(A) 'La ciencia nueva fundada por Marx en El capital es una teoría de la historia'.

¿Es cierta esta presuposición? Y suponiendo que lo fuera, ¿admite una respuesta afirmativa la cuestión (6)?

Por regla general, los marxistas sostienen que Marx fundó, con El capital, la ciencia de la Historia, a la que ellos llaman 'materialismo histórico'. Como yo no concibo mi trabajo como consistente en otorgar o negar títulos de cientificidad, no voy a disputar que la teoría presentada en El capital es científica (de hecho, mi reconstrucción presupone que sí lo es). Sin embargo, no es obvio de entrada que dicha teoría sea una teoría de la historia. Lo que un lector cuidadoso encuentra ahí es, más bien, una teoría acerca de los sistemas económicos capitalistas. ¿En qué se apoya Althusser, entonces, para afirmar que dicha teoría funda una ciencia de la historia?

La respuesta consiste en apuntar hacia algo poco más que un programa de construcción de teorías del cual la teoría del "modo de producción capitalista" (TC) sería la primera realización. Este programa es tan ambicioso como vago: a grandes rasgos, lo que propone es la construcción de una serie de teorías para dar cuenta de las diferentes "instancias" que constituirían a las formaciones sociales (la "instancia económica", "la ideológica", etc.), de una teoría económica para cada "modo de producción", de una teoría de las "formas de transición" y quién sabe de cuantas teorías más. Un punto particularmente oscuro del programa es el relativo a la unidad de la disciplina.

En particular, nadie sabe si todas esas teorías habrán de desarrollarse a partir de un aparato conceptual común o si, por el contrario, cada una deberá empezar por su propia cuenta. Sin embargo, la presuposición (A) implica que la TC formaría parte, en algún sentido, de una teoría más amplia que sería precisamente la teoría de la historia. Está claro, no obstante, que no todos los conceptos de la TC son aplicables, por ejemplo, a sistemas económicos no capitalistas. De aquí se desprende que no todas las teorías "parciales" que anuncia el programa del materialismo histórico pueden ser desarrolladas a partir de la totalidad del aparato conceptual de la TC. Por lo tanto, si T fuera otra teoría del materialismo histórico, diferente de TC pero formando parte igualmente de la teoría de la historia, entonces habría ciertos conceptos pertenecientes a la TC que no figurarían en el aparato conceptual de T. ¿Qué las haría, entonces, formar parte integral de una y la misma teoría? La única respuesta posible que veo es esta: la TC y T compartirían algunos conceptos --un aparato conceptual-- en común. Por consiguiente, como la TC no permite el conocimiento de su propia prehistoria --porque no es una teoría de la historia de las ciencias, sino de los sistemas económicos capitalistas--, si la teoría de la historia de la cual forma parte integral la TC permite dicho conocimiento, entonces debe existir otra teoría parcial T' que también forma parte integral de la teoría de la historia --que sí versa sobre la historia de las ciencias-- y que comparte con la TC un aparato conceptual común. Esta es, a mi modo de ver una consecuencia necesaria de la respuesta afirmativa a la cuestión (6).

¿Existe efectivamente --ha sido ya construida-- una teoría de la historia de las ciencias que comparta un aparato conceptual común con la teoría económica de Marx? La respuesta es afirmativa: se trata de una teoría incipientemente desarrollada por Althusser y sus colaboradores y conocida, en un primer momento, como 'teoría de la práctica teórica'. Es fácil demostrar, si se cuenta con una reconstrucción lógica de la TC, que esta teoría y la de la práctica teórica tienen un aparato conceptual común. Para mayores detalles, este aparato conceptual común puede ser obtenido desinterpretando (en el sentido lógico del término) la base primitiva del discurso marxiano sobre el proceso de trabajo en general, que aparece en la primera parte del capítulo V de El capital. La teoría de la historia de las ciencias se obtiene entonces --a grandes rasgos-- reinterpretando tal base primitiva (por ejemplo, los procesos de trabajo ya no van a producir ahora latas de cerveza, sino teorías científicas) y enriqueciéndola con conceptos adecuados para dar cuenta, justamente, del trabajo específicamente científico. ¿Donde obtuvo Althusser los conceptos epistémicos que necesitaba para dar cuenta del trabajo científico? La respuesta es inmediata: de la epistemología de Gastón Bachelard.

Como es fácil ver, la "teoría de la práctica teórica" es una propuesta análoga a la "ciencia empírica de la ciencia" de Sneed. Por lo menos, ambas coinciden en replantear los problemas epistemológicos dentro del marco de teorías pretendidamente científicas que conciben el conocimiento científico como un producto histórico-social. Desde luego, no tengo ningún interés en minimizar las diferencias. La principal diferencia radica tal vez en que los althusserianos, a diferencia de Sneed, no conciben su teoría de la historia de las ciencias como una "ciencia de la ciencia" sino, más bien, como una especie de sub-teoría de la ciencia de la historia, como una "región relativamente autónoma de la Ciencia de la Historia, pequeña comarca en un vasto continente".[49]

Los althusserianos, en particular Balibar y Lecourt, han sometido a la concepción kuhniana a una serie de críticas que --a mi modo de ver-- no pueden ser ignoradas. Estas críticas inciden especialmente sobre tres puntos: (1) el sociologismo y psicologismo de Kuhn; (2) el "conservadurismo" de la ciencia normal; (3) la reversibilidad de las ideas científicas.[50] No voy a considerar aquí la cuestión de si esas críticas son justas o no con la concepción kuniana pero es pertinente preguntar si ellas pueden ser extendidas a la teoría de la ciencia de Sneed-Stegmüller, en la medida en que esta teoría está inspirada en la de Kuhn.

Con respecto al punto (1). Es evidente que en la concepción KSS hay un componente "sociológico" innegable que francamente no sé si será "convencionalista y vulgar". Lo que sí está claro es que por lo menos Sneed no niega --como vimos-- la realidad del trabajo científico; más aún, Sneed concibe el conocimiento científico como el producto de una actividad, de un trabajo. La objetividad de este conocimiento científico, y en particular la objetividad de las teorías científicas, por otra parte, es un supuesto del trabajo de reconstrucción de teorías y por ende de su propia metateoría estructuralista. En otras palabras, Sneed no comparte el psicologismo de Kuhn (y por cierto que tampoco Stegmüller).[51] El único problema que yo veo es que el componente "sociológico" de la KSS es demasiado pobre e inadecuado para dar cuenta del trabajo científico; en particular, me parece que el problema (señalado por Sneed) de las condiciones de identidad para las "comunidades científicas", o el de su diferenciación (como dice Balibar), es irresoluble dentro de tan magro componente "sociológico". La KSS necesita obtener sus conceptos "sociológicos" en otro lado (¿por ejemplo en la teoría de la práctica teórica?).

Con respecto al punto (2). No me parece que las críticas de Balibar sean atingentes, por lo menos para el caso de la KSS. Dejando de lado las metáforas lúdicas de Kuhn, la reconstrucción de la ciencia normal proporcionada por la KSS parece ser extremadamente plausible. No creo que la ciencia normal sea una representación "archiconservadora" ni mucho menos (en ningún sentido del término) de la actividad científica. Ella pretende dar cuenta, simplemente, del hecho obvio de que no hay un corte o una ruptura cada infinitésimo de segundo. Tampoco afirma que no hay en la ciencia normal producción teórica novedosa. Lo único que afirma es que esta producción tiene lugar dentro del marco de una teoría que no se pone en discusión mientras se le está utilizando para "producir el conocimiento concreto" de nuevos objetos concretos. ¿Qué no es eso, en verdad, lo que pretenden hacer los althusserianos con la teoría de Marx? Por otro lado, por lo menos la historia efectiva de una ciencia (la mecánica clásica) parece confirmar que la práctica científica no es pura "crítica de la ideología" sino que también consiste en la aplicación de una teoría previamente existente: no fue otra cosa lo que hicieron científicos newtonianos tales como Laplace, Euler o Lagrange.[52]

Con respecto al punto (3). Me parece que las críticas de Balibar a Kuhn son en general válidas. Pero este es principal punto de desacuerdo entre Kuhn, por un lado, y Sneed y Stegmüller por el otro.[53] Tiene razón Balibar al afirmar que para Kuhn

> la relación de la física aristotélica con la dinámica galileana es exactamente la misma (es decir, exactamente tan poco determinada) que la de mecánica newtoniana con la mecánica relativista (cf. también el ejemplo abundantemente comentado de la química pre y postlavoisiana): se trade "visiones del mundo" diferentes, un punto es todo.[54]

En efecto, para Kuhn la relación entre ambos pares de teorías es la misma: las teorías en ambos pares son respectivamente "inconmensurables". Esto va en contra de la tesis althusseriana[55] según la cual la relación entre la física galileana y la aristotélica es una relación de ruptura, mientras que la relación entre la mecánica newtoniana y la relativista es una relación de corte intra-científico. La diferencia radicaría en que mientras la física galileana sería el "punto de no retorno" de la física, y habría roto con la problemática y los conceptos de la física aristotélica, la problemática de la mecánica habría sido refundida en la de la mecánica relativista.

Es el concepto de refundición y la suposición de que ciertas teorías están (o estarán en el futuro) relacionadas por la relación de refundición lo que permite a los althusserianos sostener que las ciencias se fundan de una vez y para siempre y que no existe, por lo tanto, la posibilidad de un retorno a las ideas "caducas". Por consiguiente, la posibilidad de defender de una manera científica la tesis de la irreversibilidad de las ideas caducas depende de que se cumplan las siguientes condiciones:

(1) es posible precisar un concepto de refundición y, sobre la base de este concepto,

(2) es posible demostrar que la problemática de ciertas teorías, por ejemplo la de la mecánica newtoniana, esté de hecho refundida en la de otras, por ejemplo en la de la mecánica relativista; además,

(3) es posible demostrar que ciertas teorías, por ejemplo la mecánica relativista, o no pueden ser "desalojadas" en el futuro por nuevas teorías o, en caso de serlo, su problemática siempre podrá ser refundida en la de esas nuevas teorías.

La condición (3) me parece difícilmente satisfacible. Me parece dogmático y temerario afirmar la imposibilidad absoluta de que surja en el futuro una nueva mecánica que sea a la relativista lo que la newtoniana es a la aristotélica. Desde luego, yo no creo que eso vaya a ocurrir. Pero una cosa son mis creencias personales y otra --muy diferente-- la fundamentación que debe dar una teoría científica de la historia a sus afirmaciones.

Las posibilidades (1) y (2) están más cercanas. Sin embargo, no creo que los althusserianos sean concientes de las dificultades que implica su realización. Es muy fácil hablar de corte y refundición mientras no se mete uno a tratar de mostrar --con claridad, precisión y en detalle-- de qué manera la problemática de una teoría T está refundida en la problemática de otra teoría T'. El (vago) concepto de refundición, si es que apunta a algo, apunta a una especie de relación interteórica. Pero el tópico de las relaciones interteóricas no puede ser abordado con las herramientas de que disponen los althusserianos. Para abordar ese tópico, se requiere de la maquinaria pesada de la lógica y la teoría de los modelos. Es ingenuo suponer lo contrario. De hecho, precisamente para rebatir a Kuhn, Sneed se ha propuesto demostrar que la mecánica newtoniana es reducible --de acuerdo con un preciso concepto de reducción-- a la mecánica relativista. Sin embargo, las dificultades que ofrece esta tarea son formidables y han llevado a Sneed (quien además es un físico teórico) a la reconstrucción de teorías tan fundamentales como la cronometría. Por ejemplo, una dificultad fundamental es la siguiente:

> en CPM [la mecánica de partículas clásica] las leyes que se formulan tienen una invariancia de Galileo. En RPM [la mecánica de partículas relativista], una invariancia de Lorentz. Esto tiene consecuencias rigurosas para la reconstrucción formal. Llamemos a las clases de equivalencia resultantes del primer caso E_G y a las del segundo E_L. Las dos teorías a comparar ya no tratan de los mismos "sistemas empíricos". En el caso de la mecánica de partículas clásica el conjunto M_{pp} [de los "objetos" de la teoría] ha de ser reemplazado por el conjunto cociente M_{pp}/E_G. Y en el caso de la mecánica relativista por el conjunto cociente M_{pp}/E_L. Estos dos conjuntos cociente son diferentes.[56]

Ahora bien, si la mecánica clásica y la relativista no tienen en común ni sus objetos ni sus conceptos teóricos, ¿en qué sentido se puede afirmar que la problemática de una está refundida en la de la otra?

La ingenuidad y la pobreza teórica no son defectos exclusivos del concepto de refundición. Todos los conceptos epistémicos de la concepción althusseriana de la historia de la ciencia (adoptados de Bachelard) --en la medida en que se basan en este concepto-- la comparten. Podrán ser útiles en el contexto de una disputa político-ideológica coyuntural, pero ciertamente no satisfacen los requerimientos de una teoría científica de la historia de las ciencias. Ciertamente, estos conceptos son mucho más burdos que los conceptos epistémicos de la KSS. Simétricamente, los conceptos "sociológicos" de la KSS son mucho más burdos y desarticulados que los conceptos históricos de la concepción althusseriana. ¿No sería posible contar con una teoría que conjuntara las virtudes de ambas? Espero poder abordar esta cuestión en otra parte.

Notas.

[1] García de la Sienra (1980), (1981). Ver la Bibliografía al final.

[2] Novack (1976), p. 50.

[3] Recuérdese que en aquel entonces Althusser todavía consideraba a "la filosofía" (el materialismo dialéctico) como una especie de Teoría de la ciencia. Cfr. Althusser (1968a), pp. 140 y ss.

[4] Althusser (1969), pp. 19 y 20.

[5] Ibid, p. 20.

[6] Su respuesta a la cuestión (6) la consideraré, por separado, en el §6.

[7] Esta tarea ha sido ya iniciada por Pearce y Tucci (1982). Considero, sin embargo, que el intento de esos autores es prematuro porque el estudio detallado de las relaciones entre dos teorías dadas presupone metodológicamente que estas teorías han sido previamente reconstruidas de una manera detallada.

[8] Véase también la reseña a este libro de Baumol (1980).

[9] Por 'estructuralismo' entiendo una corriente ejemplificada por textos como los que aparecen en Pouillon (1967) y asociada con el trabajo de Claude Lévi-Strauss.

[10] Sobre este punto véase Stegmüller (1981).

[11] Ya hay algunos resultados. Véase Händler (1980a,b), Balzer (1981) y Sneed (1980). Otros resultados aparecerán en las actas del Coloquio de Filosofía de la Economía celebrado en Munich, Alemania Federal, en julio de 1981.

[12] Citado en Kline (1972), p. 947. Las traducciones de todos los textos citados en adelante son mías, excepto cuando la referencia bibliográfica es a un texto traducido al castellano o publicado originalmente en esta lengua.

[13] p. 616.

[14] p. 617.

[15] En un artículo de 1826 sobre las series binomiales.

[16] Estos conceptos han sido definidos rigurosamente por un discípulo de Alfred Tarski llamado Abraham Robinson (1966). Utilizando los resultados de la metamatemática (y en particular los de la lógica matemática), Robinson hizo una reconstrucción del análisis infinitisemal (también llamado 'análisis no estándar') que satisface los criterios lógicos más estrictos. Actualmente hay en México un movimiento importante, encabezado por la Maestría en Matemática Educativa del Instituto Politécnico Nacional, tendiente a generalizar en todo el país una enseñanza del cálculo basada en los resultados de Robinson.

[17] Los números enteros han sido creados por Dios; el resto es obra del hombre.

[18] Más exactamente, $\sqrt{2}$ es igual al conjunto de todas las series de Cauchy {x} que son iguales a la serie {1.4, 1.41, 1.414, 1.4142,...}. Las series de Cauchy {x} y {y} son iguales si, y sólo si, para cada $\varepsilon>0$ racional hay un entero N tal que $|x_p - y_p| < \varepsilon$ para todo $p>N$.

[19] p. 46.

[20] Bolzano fue además un lógico destacado. Algunos autores, como Blanché (1973), ubican el origen de la epistemología en la *Wissenschaftslehre* (*Teoría de la ciencia*, 1837) de Bolzano.

[21] En Dedekind (1888).

[22] Cfr. el Prólogo de su *Conceptografía*.

[23] *Conceptografía, un lenguaje de fórmulas, semejante al de la aritmética, para el pensamiento puro*. Véase la traducción castellana de esta obra por Hugo Padilla en Frege (1972).

[24] Esta teoría es lo que llamé anteriormente (p. 13) 'lógica de orden más alto'.

[25] p. 1145.

[26] Para una exposición de la filosofía de la matemática de Weyl, véase Weyl (1965).

[27] Hay traducción española, por Juan David García Baca, incluida como apéndice en la edición mexicana de los Elementos de Euclides, publicada por la Universidad de México. Desgraciadamente, esta edición no es fácilmente asequible.

[28] Véase Hilbert (1904).

[29] Para una seria introducción a esta disciplina véase Kleene (1974).

[30] Por ejemplo en los trabajos de Bernays (1926) y Hilbert y Ackermann (1928).

[31] Este término se debe a Alonzo Church.

[32] Véase Tarski (1954).

[33] Hilbert (1912), (1913) y (1914).

[34] Hilbert (1924).

[35] Véase la cita de Tarski en la p. 25.

[36] También podemos agregar la cuestión relativa a las relaciones entre la TEM y la economía política clásica.

[37] Sobre este punto, cfr. Rolleri (1981).

[38] Me refiero a las críticas de Feyerabend (1962).

[39] Se trata de una serie en varios volúmenes, el primero de los cuales apareció en 1969. La primera parte del segundo se llama Theorie und Erfahrung (ver la Bibliografía).

[40] Teoría y Experiencia, p. 471.

[41] Cfr. Stegmüller (1981), p. 13.

[42] Trataré este problema en el Capítulo II.

[43] Cfr. Stegmüller (1976), p. x.

[44] De un comentario verbal hecho por Sneed durante una conferencia que pronunció en la Escuela de Filosofía de la Universidad de Michoacán en 1980.

[45] Esta concepción reconstruida difiere en aspectos importantes de la de Kuhn. Cfr. Stegmüller (1976) y Kuhn (1976).

[46] No veo de qué manera se puede interpretar el término 'objeto cultural' como no sea en el sentido de 'producto de la cultura'. Pero la "cultura", como se admitirá, incluye también a la moral, la religión, la tecnología, la técnica, el "arte culinario" y, por cierto, también las recetas para fabricar licores y toda suerte de bebidas espirituosas (le recomiendo el tequila con sal y limón).

[47] Se sabe, por ejemplo, que las concepciones agustinianas y escolásticas sobre el infinito jugaron un papel importante en la formación de las ideas de Cantor relativas al infinito actual.

[48] Véase la nota 6 al pie de la página 5.

[49] Cfr. Lecourt (1973), p. 21 y Lecourt (1975), pp. 141 y ss.

[50] Cfr. Lecourt (1975), pp. 129-138; y Balibar (1979), pp. 44 y ss.

[51] Cfr. Stegmüller (1976), particularmente pp. 240-249.

[52] Cfr. p. 9, supra, y Moulines (1979). Desde luego, la ciencia normal también transforma las teorías, sólo que de una manera diferente a la de la ciencia extraordinaria. Se trata de una transformación que no "destruye" las teorías sino que, por el contrario, las hace crecer.

[53] Cfr. la discusión en Kuhn (1976).

[54] Op. cit., p. 47.

[55] Cfr. Fichant y Pêcheux (1971).

[56] Stegmüller (1981), p. 98.

2. LA METATEORIA ESTRUCTURALISTA Y LA DIALECTICA DE MARX.

A J.L. Rolleri

1. Hacia un concepto realista de teoría.

Las teorías científicas "empíricas" o "factuales" son presentadas por lo general en libros de texto que, al perseguir finalidades de orden eminentemente didáctico, no se ocupan de poner de manifiesto la estructura lógica de las mismas, su carácter de unidades sistemáticas. Es por ello que tenía razón Althusser (1968a) cuando decía:

> la unidad de lo que llamo "teoría" existe raramente en una ciencia bajo la forma reflexiva de un sistema teórico unificado [...] la parte propia y explícitamente teórica se encuentra raramente unificada bajo una forma no contradictoria. Con la mayor frecuencia está hecha de regiones localmente unificadas en teorías regionales coexistentes en un todo complejo y contradictorio que posee una unidad no pensada teóricamente.[1]

Darle la forma de un sistema teórico unificado, pensar teóricamente la unidad de las teorías regionales coexistentes en el todo complejo, unificar la parte propia y explícitamente teórica bajo una forma no contradictoria (cuando ello es posible): he aquí algunas de las finalidades que se persiguen con la reconstrucción lógica de una teoría. Se trata, efectivamente, de una reconstrucción, porque la teoría es ella misma una construcción, el resultado de una multitud de procesos de trabajo previos, y porque la reconstrucción es, a su vez, una reelaboración de la misma, un nuevo trabajo teórico que la toma como materia prima para darle --justamente-- la forma de un sistema teórico unificado. De esta manera, la reconstrucción lógica de una teoría es un trabajo eminentemente creativo que exige, al mismo tiempo, un estricto apego a su contenido conceptual.

Naturalmente, la práctica de reconstrucción de teorías no opera ciegamente sino que siempre está guiada, de manera más o menos explícita, por una concepción previa de la naturaleza de las teorías o por una idea de cómo deben ser reconstruidas. Desde el punto de vista de su estructura lógica, los filósofos de la ciencia --sean estos empiristas lógicos o popperianos-- han concebido las teorías factuales como sistemas hipotético-deductivos,[2] es decir, como conjuntos de enunciados cerrados bajo la relación de deducibilidad. Esta concepción ha sido compartida por filósofos con convicciones ontológicas tan opuestas como pueden serlo el fenomenalismo y el realismo (o "materialismo", como es equívocamente llamado por algunos filósofos marxistas).[3] Las divergencias entre ellos comienzan cuando se trata de caracterizar ya no la estructura lógica de las teorías, sino más bien su contenido o la naturaleza de sus referentes no matemáticos. Estas divergencias se reflejan en sus respectivos modos de hablar. Así, a grandes rasgos, el realista generalmente hablará del contenido "factual" o "físico" de la teoría (si se trata de una teoría física), dirá que sus referentes factuales (por ejemplo cuerpos físicos) tienen realidad objetiva, independiente del observador, y supondrá que la teoría brinda conocimiento de algunas propiedades objetivas de sus referentes. El idealista, por otra parte, generalmente hablará del contenido "empírico" de la teoría y dirá que la teoría se refiere a "la experiencia" o que es algo así como un esquema para organizar "el flujo de la experiencia". No este el lugar, sin embargo, para argumentar en favor (o en contra) de una u otra de estas dos grandes líneas de pensamiento. Aquí supondré simplemente que el realismo es la perspectiva adecuada, consideraré una concepción realista de las teorías (como sistemas hipotético-deductivos) e intentaré mostrar, mediante un análisis crítico de esta concepción, la necesidad de un nuevo concepto, más complejo, de teoría.

Se debe probablemente a Mario Bunge la elaboración más completa y detallada de la concepción hipotético-deductivista de las teorías dentro de un marco filosófico global no empirista.[4] Según Bunge, una teoría científica factual (no puramente matemática) es un sistema hipotético-deductivo con características especiales. La característica más conspicua de estos sistemas consiste en que algunos de sus enunciados contienen predicados factuales.[5] Un predicado factual es un predicado cuya clase factual de referencia es no vacía. Por ejemplo, el predicado 'x es una partícula', perteneciente al contexto de la mecánica de partículas clásica (MPC), es un predicado factual; su clase factual de referencia es un cierto conjunto de cuerpos físicos. Por lo tanto, la MPC es una teoría factual. Aquí el término 'factual' se opone a 'formal'. Según Bunge, habría algo así como un abismo ontológico entre lo factual --representado ante todo, pero no exclusivamente, por los cuerpos físicos-- y lo formal --representado principalmente por el mundo de los entes matemáticos. Esta diferencia ontológica da cuenta a su vez de una diferencia de orden epistemológico. En general, mientras que la investigación de las propiedades de los objetos formales no requiere más que "intuición matemática" y operaciones de papel y lápiz, la investigación de las propiedades de los objetos factuales involucra algo más que eso: involucra la observación empírica, la experimentación y la recolección de datos empíricos. Esto conduce a otro rasgo característico --según Bunge-- de las teorías factuales, a saber, que tales teorías deben ser susceptibles de comprobación empírica. Dicho a grandes rasgos, pues, para Bunge una teoría científica factual es un sistema hipotético-deductivo que contiene predicados factuales y que es, en principio, empíricamente comprobable.

El primer problema que veo para el concepto bungeano de teoría (y en general para todo concepto hipotético-deductivista) radica en que no todos los enunciados de una teoría científica factual tienen el mismo grado de generalidad. Por ejemplo, mientras que la segunda ley de Newton '$F = ma$' se cumple (aproximativamente) en todos los sistemas mecánicos de partículas, hay otras leyes de la MPC, como '$F = -\nabla V$', que sólo son (aproximadamente) verdaderas en algunos de ellos. (Esta última ley sólo se cumple en sistemas de partículas cuyas fuerzas son conservativas). Está claro, entonces, que no es posible considerar a leyes tan especiales como '$F = -\nabla V$', la ley de la gravitación universal, o la ley de Hooke, como formando parte de la teoría (del sistema hipotético-deductivo) y seguir manteniendo, al mismo tiempo, que la teoría es aproximadamente verdadera en todas las clases de sistemas mecánicos. Bunge se percata de este problema y lo resuelve postulando una distinción entre <u>teoría general</u> y <u>teoría especial</u>. Así, la MPC sería una teoría general cuyos enunciados se cumplen en todos los sistemas mecánicos de partículas, mientras que habría otras teorías más especiales que incluirían, además de las leyes de la teoría general, otras leyes que se cumplirían en clases más restringidas de sistemas mecánicos. Esta parece ser, en efecto, la salida de Bunge.[6] No me parece que sea, sin embargo, una salida satisfactoria. La razón de ello es que dispersa hacia diferentes teorías enunciados que sin duda forman parte de una y la misma teoría. Es difícil aceptar, por ejemplo, que la ley '$F = -\nabla V$' no pertenece al cuerpo teórico de la MPC.

Estas dificultades sugieren que es necesario adoptar otro concepto, más adecuado, de teoría científica. También sugieren de qué manera se debe modificar el concepto original para obtener ese concepto más adecuado. A grandes rasgos, parece correcto suponer que una teoría no es precisamente un sistema hipotético-deductivo sino, más bien, algo así como una colección --de alguna manera estructurada-- de sistemas hipotético-deductivos. La idea es que tanto la "teoría general" como las "teorías especiales", obtenidas de la primera mediante la adjunción de suposiciones subsidiarias (en particular leyes), son, en realidad, partes integrantes de <u>una y la misma teoría</u>. Por ejemplo, parece más correcto decir que la teoría del oscilador armónico forma parte integrante de la MPC que decir que la MPC es simplemente una teoría diferente y más general que la del oscilador armónico. Por lo menos, decir lo primero no nos compromete con la indeseable consecuencia de que la ley de Hooke no forma parte de la MPC.

Con el objeto de introducir la modificación requerida, obsérvese que los términos 'teoría general' y 'teoría especial' son términos relacionales. Esto quiere decir que una teoría es especial con respecto a otra más general y que a su vez puede ser general con respecto a otra más especial. Por ejemplo, la teoría de los sistemas con fuerzas conservativas es más especial que la teoría de los sistemas mecánicos con fuerzas dependientes de la distancia y a la vez más general que la teoría de los sistemas de partículas en caída libre. Por otra parte, es verdadero en general que si T es una teoría más especial que T' (o, equivalentemente, T' es más general que T) entonces todo enunciado de T' es un enunciado de T pero no necesariamente vale la recíproca. Ello se debe a que la teoría especial se obtiene adjuntando suposiciones subsidiarias a la teoría general. Sin embargo, la inclusión entre los correspondientes conjuntos de enunciados no es suficiente para definir la relación "más general que" o su conversa "más especial que". Hace falta, además, la estipulación de que las suposiciones subsidiarias que se adjuntan sean <u>semánticamente relevantes</u> a las suposiciones de la teoría más general. Por ejemplo, el enunciado 'los nopales son sabrosos' es semánticamente irrelevante al enunciado 'F = ma', ya que sus clases de referencia son ajenas y no es posible deducir de ellos más que enunciados triviales como 'F = ma o los nopales son sabrosos', que no establecen relaciones de determinación entre uno y otro enunciado. El enunciado 'F = -∇V', en cambio, sí es semánticamente relevante para 'F = ma', ya que las clases de referencia de tales enunciados se intersecan y 'F = -∇V' determina, en alguna medida, el sentido de 'F = ma'. En general --y a grandes rasgos-- un enunciado p es semánticamente relevante para un enunciado $\underline{q}$ si $\underline{p}$ y $\underline{q}$ se refieren a los mismos objetos y $\underline{p}$ determina, al menos en parte, a $\underline{q}$.[7] Una vez hecha la salvedad, podemos proponer la definición

(DM1) Sean $\underline{x}$ y $\underline{y}$ sistemas hipotético-deductivos y sean $E(\underline{x})$ y $E(\underline{y})$ sus correspondientes conjuntos de enunciados. Decimos que $\underline{x}$ es más general que $\underline{y}$ ssi $E(\underline{x}) \subseteq E(\underline{y})$ y, para todo $\underline{p} \in E(\underline{y}) \setminus E(\underline{x})$, existe $\underline{q} \in E(\underline{x})$ tal que $\underline{p}$ es semánticamente relevante para $\underline{q}$. Si $\underline{x}$ es más general que $\underline{y}$ escribimos '$\underline{x} \geqslant \underline{y}$' y decimos también que $\underline{y}$ es más especial que $\underline{x}$ ($\underline{y} \leqslant \underline{x}$).

Se deduce inmediatamente de la definición (DM1) que $\leq$ es una relación de orden parcial. Esto implica que si $\underline{x}_o \in \underline{X}$ es un sistema hipotético-deductivo y $\underline{X} = \{\underline{x}_o, \ldots, \underline{x}_n\}$ es un conjunto de sistemas hipotético-deductivos más especiales que $\underline{x}_o$ entonces $\langle \underline{X}, \leqslant \rangle$ es un sup semirretículo. Ahora bien, volviendo a nuestro ejemplo, si $\underline{x}_o$ es el conjunto de los enunciados de la MPC que son verdaderos en todo sistema mecánico y $\underline{x}_1, \ldots, \underline{x}_n$ son sistemas hipotético-deductivos más especiales que $\underline{x}_o$, entonces nada nos impide que nos representemos la MPC como el par $\langle \underline{X}, \leqslant \rangle$ donde $\leq$ es la relación "más especial que".

La representación anterior tiene la ventaja de que nos permite considerar lo que Bunge llama 'teorías especiales' como formando parte de una y la misma teoría, lo cual encaja bastante bien con el conocimiento presistemático que se tiene acerca de las teorías, de acuerdo con el cual, por ejemplo, se dice que la mecánica celeste y la del oscilador armónico forman parte del mismo cuerpo teórico: la

MPC. Propongo, pues, que caractericemos a las teorías factuales como sistemas de sistemas, i.e., como sup semirretículos (o conjuntos ordenados de cierta forma) de sistemas hipotético-deductivos. Por lo demás, podemos seguir llamando 'teorías' a los sistemas hipotético-deductivos mismos cuando se entienda por el contexto a qué nos estamos refiriendo, pero podemos distinguirlas de las teorías propiamente dichas llamándolas 'teorías regionales'.[8]

Por consiguiente, si lo anterior es correcto, la reconstrucción lógica de una teoría factual no puede consistir meramente en la axiomatización de un sistema hipotético-deductivo, excepto en el caso límite en que una teoría consta de una sola teoría regional. Más bien, se trata de reconstruir una estructura más compleja cuyas componentes son sistemas hipotético-deductivos. Desde luego, la reconstrucción de esta estructura pasa por la axiomatización de sus componentes. Así, una teoría reconstruida es un conjunto de sistemas axiomáticos conectados por la relación $\leq$. Pero hay diferentes maneras de axiomatizar sistemas de enunciados.[9] Bunge propone que los sistemas hipotético-deductivos factuales sean axiomatizados dentro del lenguaje formal de la lógica de primer orden con identidad, señalando que

> esta teoría [la lógica de primer orden] es necesaria y suficiente para analizar los conceptos, fórmulas y razonamientos que se presentan en matemáticas y en la ciencia --o, más bien, analizar su forma. En efecto, todo enunciado matemático o de las ciencias factuales es, en lo que a su forma concierne, una fórmula de ese cálculo; y todo razonamiento válido es un caso particular de una pauta inferencial consagrada por la misma teoría.[10]

Es extraño, sin embargo, que Bunge haya hecho semejante señalamiento, pues es sabido que no todo sistema de enunciados es axiomatizable en primer orden. En efecto, no todo enunciado matemático o de las ciencias factuales es, en lo que a su forma concierne, una fórmula del cálculo de predicados de primer orden con identidad. Se pueden dar muchos ejemplos de enunciados científicos que no son de primer orden: el axioma de Arquímedes, las definiciones topológicas de compactidad y completud,[11] las fórmulas que expresan la propiedad de una relación de orden de establecer una buena ordenación, etc. Parece muy arriesgado, por lo tanto, afirmar que todo enunciado en toda disciplina es de primer orden. No es obvio que toda teoría sea axiomatizable en primer orden. Sin embargo, aunque lo fuere, no parece ser muy práctica la exigencia de axiomatizar las teorías factuales traduciéndolas a lenguajes formalizados artificiales, ya sean estos lenguajes de primer orden o de un orden más alto. Como decía Suppes (1954),

> el vicio práctico de tal formalización está testificado por el hecho de que las ramas de las matemáticas necesarias para la física no han sido formalizadas, por lo que el filósofo que intentara formalizar la mecánica, por ejemplo, primero tendría que formalizar no sólo el cálculo diferencial e integral, sino también la teoría de las matrices, la teoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales y una buena porción de la teoría de las funciones de una variable real.

Desde luego, alguien podría proponer un programa de formalización de todas las ramas necesarias de la matemática que en algún futuro pudiera eventualmente ser realizado con éxito. Sin embargo, los objetivos que se persiguen con la axiomatización de teorías factuales[12] pueden ser alcanzados sin que se tenga que esperar la realización de tal programa. Dichos objetivos pueden ser alcanzados axiomatizando las teorías mediante la definición de un predicado conjuntista en el lenguaje de la teoría informal de los conjuntos. Es necesario insistir en que 'rigor lógico' no es sinónimo de 'formalización'. Por lo tanto, estoy de acuerdo con Suppes (1954) en que

> en la práctica, logramos un grado suficiente de rigor y claridad utilizando sin formalización aquellas ramas de la matemática necesarias para el desarrollo de las ciencias empíricas. Y nuestro aparato conjuntista puede ser manejado de un modo intuitivo.

Ciertamente, el rigor y la claridad del análisis matemático moderno (digamos) no ha dependido de que esté formalizado en un lenguaje $\mathcal{L}$ del orden que sea (que no lo está). Tampoco ha dependido de una formalización de la teoría de los conjuntos lo suficientemente desarrollada como para incluirlo en todos sus aspectos. ¿A qué viene entonces esa exigencia de que las teorías factuales sean axiomatizadas en primer orden? En realidad, no se ve que la ganancia vaya a ser proporcional al esfuerzo requerido. Como quiera que sea, la discusión subsecuente no depende de que sea posible, o imposible, la axiomatización de las teorías en un lenguaje formalizado: es suficiente que se admita la posibilidad de axiomatizarlas en el lenguaje de la teoría informal de los conjuntos.

La axiomatización de una teoría factual en el lenguaje de la teoría informal de los conjuntos consiste en la definición de un predicado conjuntista $\underline{P}$, mediante un conjunto de condiciones formuladas en dicho lenguaje, cuyo cumplimiento por parte de un objeto x es condición a la vez necesaria y suficiente para que la predicación '<u>Px</u>' sea verdadera.[13] Es más fácil y conveniente ilustrar mediante ejemplos este método de axiomatización que intentar una caracterización abstracta de él. Para efectos ilustrativos seguiremos considerando el ejemplo relativamente sencillo de la mecánica clásica de partículas. Una axiomatización de la teoría regional más general de esta teoría, mediante la definición de un predicado conjuntista, tiene el siguiente aspecto:

(DM2) $\mathfrak{U}$ es un <u>sistema de la mecánica de partículas</u> si y sólo si existen $\underline{P}$, $\underline{T}$, $\underline{s}$, $\underline{m}$ y $\underline{f}$ tales que

(1) $\mathfrak{U} = \langle \underline{P}, \underline{T}, \underline{s}, \underline{m}, \underline{f} \rangle$

(2) $\underline{P}$ es un conjunto finito, no vacío

(3) $\underline{T}$ es un intervalo de números reales

(4) $\underline{s}: \underline{P} \times \underline{T} \rightarrow \underline{R}^3$ es una función doblemente diferenciable con respecto a $\underline{T}$ en el subintervalo abierto de $\underline{T}$

(5) $\underline{m}: \underline{P} \rightarrow \underline{R}^+$ es una función con valores reales positivos

(6) $\underline{f}: \underline{P} \times \underline{T} \times \underline{N} \rightarrow \underline{R}^3$ es una función tal que la serie $\sum_{i \in N} \underline{f}(\underline{u}, \underline{t}, \underline{i})$ es absolutamente convergente para todo $\underline{u} \in \underline{P}$ y $\underline{t} \in \underline{T}$

(7) para todo $\underline{u} \in \underline{P}$ y $\underline{t} \in \underline{T}$:

$$\underline{m}(\underline{u}) \cdot \frac{d^2}{d\underline{t}} \underline{s}(\underline{u}, \underline{t}) = \sum_{i \in N} \underline{f}(\underline{u}, \underline{t}, \underline{i})$$

Los términos $\underline{P}$, $\underline{T}$, $\underline{s}$, $\underline{m}$ y $\underline{f}$ representan ciertos objetos y magnitudes físicos. $\underline{P}$ representa una colección de cuerpos físicos (partículas); $\underline{T}$ representa el tiempo durante el cual se estudia el movimiento de dichos cuerpos; $\underline{s}$ es una función que representa la posición de cada cuerio, en cada instante, con respecto a un sistema de referencia fijo; ı es una función cuyos valores numéricos representan la cantidad de ıasa de los cuerpos en P, con respecto a un sistema de unidades de ıedición; f, por último, es una función cuyo valor para cada argumen:o (u,t,i) dado es un vector que representa la i-ésima fuerza actuan:e sobre u en el instante t. Desde un punto de vista lógico, P, T, ;, m y f son los términos generales primitivos de la MPC, i.e., son :érminos aplicables en general a todo sistema mecánico y (se presume) ıon suficientes para definir todos los demás términos generales de La MPC.

El axioma (1) estipula la forma de las estructuras que pueden sa:isfacer el predicado conjuntista 'sistema de la mecánica de partícu-Las'; esencialmente, afirma que tales estructuras deben ser quíntuplos ɔrdenados. Los axiomas (2)-(6) estipulan la naturaleza matemática de Las primitivas. Nótese que en ellos figuran términos como 'función ìoblemente diferenciable' o 'serie absolutamente convergente' que ni ɜon primitivos ni son definibles a partir de los términos primitivos ìe la MPC. La razón de ello es que tales términos se toman de otra teoría (el análisis matemático), donde encuentran su definición precisa. Es por ello que se dice que la MPC presupone el análisis matemático. Los axiomas (1)-(6) son llamados 'axiomas de estructura'. El axioma (7), por otra parte, es un axioma propiamente dicho porque enuncia una ley física: la segunda ley de Newton.

La axiomatización de teorías mediante la definición de predicados conjuntistas es muy usual en matemáticas. Sin embargo, Bunge objeta vehementemente la viabilidad de tal tipo de axiomatizaciones para las ciencias factuales. Dejando de lado que tal tipo de axiomatización no se compadece de las compulsiones formalistas, Bunge objetaría que una axiomatización como la que aparece en (DM2) es inadecuada por varias razones. En primer lugar objetaría que una axiomatización como ésa es incompleta porque le harían falta las <u>suposiciones semánticas</u>, i.e., axiomas adicionales a los estructurales y los propios que estipulen qué interpretación factual reciben las primitivas. Estoy de acuerdo con Bunge en que la axiomática factual debe ser --como decían Hilbert y Bernays--' <u>inhaltlich</u>, es decir, que sus términos primitivos deben tener un contenido específico no puramente matemático. No creo, sin embargo, que este contenido factual deba ser especificado mediante suposiciones semánticas. Por ejemplo, me parece incorrecto introducir un axioma como el siguiente: 'para todo $p \in P$, p es una partícula'. Porque ello sería como introducir la definición de un término primitivo. El símbolo primitivo 'P' es tomado, <u>de entrada</u>, como significante de un conjunto (inespecificado) de partículas: 'P' es un parámetro variable que toma como valores conjuntos de partículas <u>y ése es su contenido factual</u>. Lo más que se puede pedir es una especificación del contenido factual de un término primitivo mediante una serie de indicaciones informales que no se consideren como parte de los axiomas. Así es como especifican el sentido intuitivo de sus primitivas McKinsey et. al. (1953), autores de la axiomatización recién presentada. Sin embargo, el hecho de que los términos primitivos de una teoría factual posean un contenido factual no impide que eventualmente se haga abstracción de ese contenido, por ejemplo con el propósito de llevar a cabo estudios metamatemáticos sobre la teoría, en cuyo caso las interpretaciones puramente matemáticas de los términos son perfectamente admisibles.

Otra objeción que Bunge endereza en contra de las axiomatizaciones por predicados conjuntistas consiste en decir que los sistemas físicos (o, en general, factuales) no se construyen a partir de conceptos (cojuntistas o no), sino que existen en la realidad independientemente de toda conceptualización.[14] Desde luego, para un realista --como el que esto escribe-- esta última afirmación es irrecusable. Pero ello no le impide adoptar el método de axiomatización por predicados conjuntistas. En efecto, el realista nunca confunde las estructuras que satisfacen el predicado conjuntista con los sistemas reales-concretos que ellas representan. El realista sabe que lo que el predicado conjuntista define, en sentido estricto, son ciertas entidades abstractas --estructuras matemáticas-- que nunca coinciden con los sistemas reales-concretos, a pesar de que el lenguaje empleado en prácticamente todas las reconstrucciones conjuntistas de teorías parece sugerir exactamente lo contrario. Por ejemplo, el predicado 'sistema de la mecánica de partículas', empleado en la axiomatización (DM2), sugiere que los objetos que lo satisfacen son precisamente los sistemas mecánicos concretos. Otro ejemplo, tal vez más claro, es el predicado conjuntista 'cuerpo' ('Body') que utiliza Noll (1959) en su axiomatización de la mecánica del continuo. Es evidente que si utilizáramos este término con su referencia usual entonces tendríamos que admitir (si admitimos la reconstrucción de Noll) que los cuerpos físicos ¡son construcciones teóricas! (n-adas ordenadas de entidades abstractas que satisfacen ciertos axiomas).

Lo único que se deduce de aquí es que Noll utiliza el término '<u>Body</u>' con una referencia distinta de la usual. En general, podemos decir que los axiomatizadores de teorías factuales que emplean predicados conjuntistas utilizan por lo regular estos predicados de manera <u>equívoca</u>. De esta manera, podemos adoptar el método de axiomatización por predicados conjuntistas sin comprometernos con ninguna forma de idealismo. Incluso, podríamos convenir en elegir para predicados conjuntistas términos más adecuados, i.e., términos que eviten la posibilidad de confusión y cuya referencia usual (o al menos alguna de sus referencias usuales) no entre en conflicto con su definición conjuntista.[15] Esta es una tarea muy sencilla. Por ejemplo, podemos sustituir en la axiomatización de Noll 'cuerpo' por 'modelo de la mecánica del <u>continuum</u>'. Este último término evita toda posibilidad de confusión ya que la literatura lógica ha consagrado un sentido de 'modelo' de acuerdo con el cual una estructura es un modelo de una teoría si, y sólo si, la estructura satisface sus axiomas. La relación que se da entre los objetos que satisfacen los predicados conjuntistas (los modelos de las teorías) y los sistemas reales-concretos que estudian las mismas teorías es otra cuestión aparte: se trata de algo así como una relación de <u>representación</u>,[16] pudiéndose decir que un modelo de una teoría factual constituye, en ciertos casos afortunados, "un conocimiento concreto de un sistema concreto".[17]

Sin embargo, Bunge rechaza explícitamente que las teorías factuales tengan modelos o, por lo menos, niega que el concepto matemático de modelo sea de interés en relación con las teorías factuales.[18]

Esencialmente, la argumentación de Bunge se apoya sobre la tesis de que las teorías especiales (lo que he llamado antes 'teorías regionales') que han sido sometidas a contrastación no son "completamente verdaderas" debido a que encierran simplificaciones. De aquí concluye Bunge que las teorías factuales carecen de modelos pues --agrega-- para que haya modelos se requiere la satisfacción exacta de todas las fórmulas de la teoría.[19] Pasemos al análisis de este argumento. Es evidente que su premisa mayor es la tesis metateórica de que las teorías factuales (sistemas hipotético-deductivos) encierran simplificaciones. En primera instancia, esto quiere decir que los enunciados nomológicos que constituyen las teorías factuales son "aproximadamente verdaderos", por lo que es oportuno indagar qué significa para Bunge que un enunciado teórico es "aproximadamente verdadero". La respuesta, desde luego, es que un enunciado teórico es aproximadamente verdadero si, y sólo si, no es "totalmente verdadero", i.e., si no es satisfecho con exactitud por sus referentes.[20] Ahora bien, ¿bajo qué condiciones un enunciado teórico sería satisfecho con exactitud por sus referentes? Discutamos esta cuestión sobre un ejemplo particular y planteemos: ¿bajo qué condiciones el enunciado 'F=ma' o, más perspicuamente,

(LN) 'Para todo $u \in P$ y $t \in T$: $m(u) \cdot \frac{d^2}{dt^2} s(u,t) = \sum_{i \in N} f(u,t,i)$'

sería satisfecho con exactitud por sus referentes? Para tratar de responder esta pregunta, determinemos los referentes del enunciado mediante un análisis semántico del mismo.

Según Bunge (1974a), "la clase de referencia de una fórmula cuantificada es igual a la clase de referencia del predicado que figura en la fórmula".[21] De acuerdo con esta regla, la clase de referencia de LN es igual a la clase de referencia del predicado binario '='. Pero, nos dice Bunge, "la clase de referencia de la relación de igualdad (desigualdad) es igual al conjunto A sobre el que está definida =".[22] El conjunto específico A, sobre el que está definida la relación de identidad en este caso, es el espacio vectorial R^3 sobre el campo real. Por lo tanto, el enunciado LN es satisfecho con exactitud por sus referentes si, y sólo si, para toda partícula p en P y todo t en el intervalo T, el escalar m(p) multiplicado por el vector $\frac{d^2}{dt^2}$ s(p,t) es estrictamente igual al vector $\sum_{i \in N}$ f(p,t,i), i.e., se trata de uno y el mismo vector. Ahora bien, si el escalar m(p) y los vectores $\frac{d^2}{dt^2}$ s(p,t) y $\sum_{i \in N}$ f(p,t,i) son en cada caso valores medidos de las funciones que figuran en LN (o, más bien, de las magnitudes correspondientes), entonces decir que LN es "totalmente verdadero" equivale a afirmar que LN es satisfecho con exactitud por cualesquiera valores medidos de las funciones que ocurren en LN. Pero esta equivalencia es obviamente falsa. Bunge no puede querer decir eso. Parece que la idea de Bunge es, más bien, que si m(p) es el valor real, efectivo, de la masa de la partícula p, s(p,t) es el valor real de la posición de p en el instante t, con respecto a un sistema de referencia exactamente determinado, y $\sum_{i \in N}$ f(p,t,i) es la suma de los valores reales de todas las fuerzas actuantes sobre p en el instante t, entonces el enunciado LN es totalmente verdadero si, y sólo si, esos valores efectivos (escalares y vectores en R^3) satisfacen estrictamente a LN.[23]

No voy a discutir aquí la tesis de que las magnitudes de los sistemas concretos tienen un valor real en cada instante de tiempo con respecto a un sistema de unidades de medición. Me parece claro que esta tesis es un supuesto de la práctica de la medición en cualquier disciplina científica cuantitativa, práctica que pretende en cada caso determinar el valor objetivo de un parámetro y no inventarlo arbitrariamente.[24] Por lo tanto, me parece plausible la idea de enunciado exacto que sugiere Bunge aunque me parece un tanto arriesgado afirmar, como Bunge lo hace, que "todos los enunciados teóricos son, en el mejor de los casos, buenas aproximaciones --y esperamos poder mejorarlos".[25] Sin embargo, aun en el supuesto de que esta afirmación fuese verdadera, no veo por qué ello nos habría de obligar a negar que las teorías factuales tienen modelos.

Es evidente que si todo enunciado teórico fuera aproximado entonces todo enunciado teórico sólo sería aproximadamente satisfecho por los <u>valores reales</u> de las magnitudes correspondientes. Ello implicaría que una estructura relacional cuyas funciones asignasen a objetos dados los valores reales de ciertas magnitudes no podría ser un <u>modelo</u> de una teoría. Sólo que nadie ha dicho que los modelos de las teorías factuales deben estar constituidos por funciones cuyos valores coincidan con los valores reales de las magnitudes correspondientes. Como el mismo Bunge lo señala, los valores reales de las magnitudes factuales son por regla general desconocidos e incluso, en algunos casos, <u>incognoscibles</u>.[26] Por ende, la premisa (supuesta) de que las teorías factuales encierran simplificaciones es inatingente: hace falta mostrar que es imposible construir modelos factuales a partir de funciones que asignan *valores medidos* a sus argumentos.

La mejor manera de refutar la aserción de que las teorías factuales carecen de modelos es exhibir un modelo de una teoría factual. Esto también puede servir para mostrar la importancia del concepto de modelo en relación con las teorías factuales.

Sostengo que de la misma manera que mucha gente habla en prosa sin saberlo, así los físicos (y los científicos en general) construyen modelos de sus teorías sin cobrar plena conciencia de ello. Escojamos un ejemplo sencillo para apoyar esta afirmación. Supóngase que tenemos una situación fáctica como la siguiente: en un plano inclinado de 60 cm de longitud, que forma un ángulo α de 30° con el piso, dejamos resbalar un ladrillo p de peso $W = 1$ kilopondio a partir de la posición A (Fig. 1).

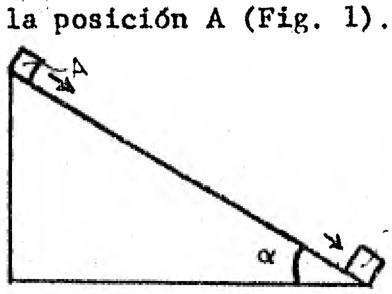

Fig. 1

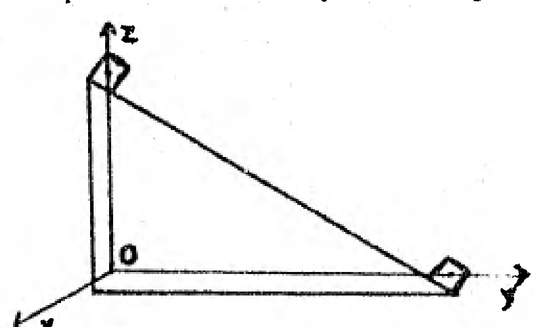

Fig. 2

El problema consiste en obtener una descripción cuantitativa del movimiento de p, a lo largo del segmento AB, mediante las leyes de Newton. Para resolverlo, se fija un sistema de referencia con centro en O y coordenadas rectangulares xyz (se supone que el movimiento tiene lugar en el plano yz; ver Fig. 2). Representamos el tiempo que toma a p pasar de A(0,0,z) a B(0,y,0) mediante un intervalo de números reales T = [0,t], donde t es una magnitud a determinar numéricamente que indica el número de segundos que dura dicho movimiento.

El problema se habrá resuelto una vez que se obtenga una función vectorial s(p,t) que nos permita calcular la posición de p, en el segmento AB, para cada instante t. La suposición factual que <u>en la práctica</u> hacen los físicos[27] es que sólo hay <u>tres</u> fuerzas actuando sobre p: una fuerza W (el peso del ladrillo) dirigida hacia el centro de la Tierra y ortogonal al eje x; una fuerza N, normal al plano inclinado, que es la fuerza que el plano ejerce sobre el ladrillo; y una fuerza f de fricción que se opone al movimiento (Fig. 3).

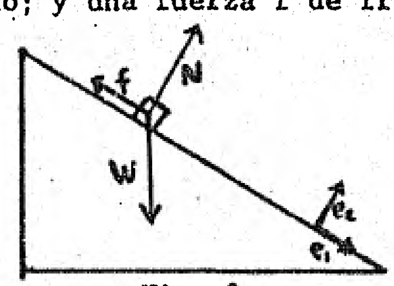

Fig. 3

Claramente, esta suposición es una idealización, puesto que sabemos que de hecho todos los cuerpos del Universo están interactuando con el ladrillo, por muy negligibles que sean esas interacciones. Aquí tenemos, ya, un caso de aproximación.

Ahora bien, si μ es el coeficiente de fricción, $e_1 = \langle 0, \cos\alpha, -\operatorname{sen}\alpha \rangle$ es un vector unitario paralelo al plano inclinado y $e_2 = \langle 0, \operatorname{sen}\alpha, \cos\alpha \rangle$ es un vector unitario perpendicular al mismo entonces, por trigonometría, encontramos que las fuerzas tienen las siguientes magnitudes y direcciones:

$$W = -mgk$$

$$N = mg\cos\alpha e_2 = mg\,\text{sen}\alpha\cos\alpha j + mg\cos^2\alpha k$$

$$f = -\mu mg\cos\alpha e_1 = -\mu mg\cos^2\alpha j + \mu mg\,\text{sen}\alpha\cos\alpha k.$$

Por consiguiente, la fuerza resultante aplicada sobre el ladrillo será igual a

$$W + N + f = mg\,\text{sen}\alpha e_1 - \mu mg\cos\alpha e_1.$$

Ahora bien, hemos llegado al punto crucial de nuestro ejemplo. Este punto consiste en lo siguiente: una vez que ha obtenido una fórmula específica para la resultante de las fuerzas, el físico hace --de hecho y en la práctica-- dos suposiciones, a saber: (1) que la segunda Ley de Newton es válida en el sistema físico que está considerando (y eventualmente también alguna(s) otra(s) ley(es)) y (2) que el valor (o valores) numérico de la fórmula específica para la resultante de las fuerzas satisface esa ley (o leyes). En el ejemplo que nos ocupa esto significa que el físico afirma el siguiente enunciado:

$$m\frac{d^2}{dt^2}se_1 = W + N + f$$

y

$$\frac{d^2}{dt^2}se_1 = g\,\text{sen}\alpha e_1 - \mu g\cos\alpha e_1$$
$$= g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)e_1.$$

En efecto, de otra manera no podría proceder a iniciar la siguiente integración: Del último enunciado se deduce

$$\frac{dv}{dt} = g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha);$$

luego entonces,

$$dv = g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)\ dt$$

y así,

$$\begin{aligned} v &= \int dv \\ &= \int g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)\ dt \\ &= g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)t; \end{aligned}$$ [28]

es decir,

$$\frac{ds}{dt} = g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)t.$$

Por consiguiente,

$$ds = g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)t\ dt$$

y así,

$$\begin{aligned} s &= \int ds \\ &= \int g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)t\ dt \\ &= 1/2g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)t^2; \end{aligned}$$ [28]

de donde se obtiene, finalmente,

$$se_1 = 1/2g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)t^2e_1$$

La última fórmula nos da la función vectorial de posición buscada. A partir de ella es posible obtener experimentalmente un valor numérico aproximado del coeficiente de fricción μ. En efecto, dejamos resbalar el ladrillo una y otra vez por la pendiente y observamos a qué distancia de A se encuentra en un instante determinado, por ejemplo en el instante $t = 1$. Si esta distancia es --digamos-- de 10 cm, entonces tomamos un valor medido de la constante g (981.4 cm/s^2) y, haciendo las sustituciones y despejando, obtenemos

$$\mu = 0.553.$$

Una vez obtenido un valor de μ, es posible calcular también la duración total del recorrido del ladrillo mediante la función de posición. En efecto, despejando t obtenemos

$$t = \sqrt{\frac{s}{1/2g(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)}}\ .$$

Pero como la distancia total recorrida por el ladrillo es un dato conocido (50 cm), la duración total del movimiento será, aproximadamente, de 2.198 s.[29]

Los datos empíricos disponibles también nos permiten hacer un cálculo aproximado de las fuerzas actuantes sobre el ladrillo. Así, dado que el peso del ladrillo es de 1 kilopondio = 981400 dinas, su masa será igual a 1000 gramos y podemos escribir las fuerzas que actúan sobre el ladrillo como sigue:

$$W = \langle 0,\ 0,\ -mg\rangle$$
$$= \langle 0,\ 0,\ -981.4\cdot 10^3\rangle$$
$$N = \langle 0,\ mg\,\text{sen}\alpha\cos\alpha,\ mg\cos^2\alpha\rangle$$
$$= \langle 0,\ 490.7\cdot\sqrt{0.75}\cdot 10^3,\ 736.05\cdot 10^3\rangle$$
$$f = \langle 0,\ -\mu mg\cos^2\alpha,\ \mu mg\,\text{sen}\alpha\cos\alpha\rangle$$
$$= \langle 0,\ -407.03565\cdot 10^3,\ 271.3571\cdot\sqrt{0.75}\cdot 10^3\rangle.$$

De esta manera, hemos obtenido la estructura $\mathfrak{U} = \langle P, T, s, m, f \rangle$, donde

$P = \{\text{el ladrillo}\}$

$T = [0,\ 2.198]$

$s(\text{el ladrillo},\ t) = 1/2g(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)t^2 e_1$

$m(\text{el ladrillo}) = 1000\ \text{gm}$

$f(\text{el ladrillo},\ t,\ 1) = \langle 0,\ 0,\ -981.4\cdot 10^3 \rangle$

$f(\text{el ladrillo},\ t,\ 2) = \langle 0,\ 490.7\cdot\sqrt{0.75}\cdot 10^3,\ 736.05\cdot 10^3 \rangle$

$f(\text{el ladrillo},\ t,\ 3) = \langle 0,\ -407.03565\cdot 10^3,\ 271.3571\cdot\sqrt{0.75}\cdot 10^3 \rangle$

$f(\text{el ladrillo},\ t,\ i) = \langle 0,\ 0,\ 0 \rangle$, para $i>3$.

Es fácil ver que la estructura $\mathfrak{U}$ es un modelo de la mecánica clásica de partículas. En efecto, la fuerza resultante es (aproximando hasta diezmillonésimas)

$$\sum_{i\in N} f(p,t,i) = W + N + f$$
$$= \langle 0,\ 17.9230156\cdot 10^3,\ 10.3478579\cdot 10^3 \rangle;$$

mientras que un cálculo simple muestra que

$$\frac{d^2}{dt^2} se_1 = mg\operatorname{sen}\alpha e_1 - \mu mg\cos\alpha e_1$$
$$= \langle 0,\ 17.9230156\cdot 10^3,\ 10.3478579\cdot 10^3 \rangle.$$

Se ve claramente que la segunda ley de Newton es "satisfecha con exactitud por sus referentes". No hay ningún misterio encerrado en esto. No importa qué valores medidos tomemos para hacer las sustituciones, el vector $W + N + f$ tiene que ser necesariamente igual al vector $\frac{d^2}{dt^2} se_1$ por la sencilla razón de que el segundo es obtenido del primero mediante puras transformaciones algebraicas y trigonométricas!

Me parece claro que es así como ha actuado el físico, en la práctica, desde los tiempos de Newton: siempre que se propone explicar el movimiento de un sistema mecánico, comienza por postular un número (siempre finito) de fuerzas actuantes sobre (algunos de) los cuerpos, junto con ciertas suposiciones matemáticas generales acerca de la naturaleza peculiar de esas fuerzas (por ejemplo, que son inversamente proporcionales al cuadrado de las distancias), para luego proceder a integrar las resultantes de tales fuerzas, con respecto al tiempo, con el objeto de obtener una descripción cinemática del movimiento. Lo crucial en este proceso es que el científico *utiliza las leyes de su teoría* (relevantes al sistema que está estudiando) con el objeto precisamente de efectuar la integración, *presuponiendo así la validez de estas mismas leyes*. ¿Cómo esperar, entonces, que las leyes no sean satisfechas con absoluta precisión por los valores medidos, o calculados a partir de los valores medidos mediante la utilización de las leyes de la teoría?

El cálculo numérico de las magnitudes de los sistemas concretos es una actividad muy común en las ciencias cuantitativas. No digo que sea la única y ni siquiera digo que sea la más interesante. Lo único que afirmo es que los productos de esta actividad pueden ser adecuadamente descritos como *modelos* de las teorías utilizadas para efectuar los cómputos, precisamente por el papel que juegan en la actividad las leyes de esas teorías. Sin embargo, cualquier concepción de la práctica científica que tome en cuenta esta actividad indefectiblemente entrará en conflicto con cualquier otra concepción que sostenga que el papel del científico es estar buscando eternaiente contraejemplos a las leyes de su teoría. En efecto, ¿cómo uede el científico intentar la refutación de tales leyes al mismo iempo que presupone su validez? ¿En todo caso, de qué nos serviría contar con teorías "contrastadas" si no fuera para utilizarlas n la producción del conocimiento concreto de sistemas concretos? 'or otra parte, para encontrar contraejemplos a una ley científica por ejemplo a una ecuación) habría que determinar, con una gran proximación y de manera independiente, las magnitudes que figuran ambos lados de la misma, con el objeto de mostrar que la primera ii siquiera se aproxima a la segunda. El problema es que es imposible determinar de manera independiente todas las magnitudes que iguran en las leyes de una teoría; i.e., en todas esas leyes figuran magnitudes que sólo se pueden calcular haciendo uso de las nismas leyes y, por lo tanto, presuponiendo su validez. Por ejemplo (como se ilustra con el caso del plano inclinado), no es posible encontrar los valores numéricos específicos de las funciones le masa y fuerza en ninguna aplicación de la mecánica sin hacer uso le la segunda ley de Newton y, en ocasiones, incluso de otras leyes especiales.

De esta manera, he tratado de mostrar que el hecho (o la creencia) de que las leyes científicas tienen un carácter aproximado no impide que hablemos de modelos de las teorías factuales. De hecho, en algún sentido, también los modelos son aproximados, dependiendo su grado de aproximación --entre otras cosas-- del grado de precisión le los datos empíricos a partir de los cuales son construidos. Es natural que a mayor exactitud de tales datos y de las suposiciones factuales que se hagan acerca de un determinado sistema concreto, mayor veracidad y exactitud tendrá el correspondiente modelo (¡en el supuesto de que las leyes de la teoría que se están empleando sean válidas en ese sistema!). Por consiguiente, para cada modelo acerca de un determinado sistema concreto, es posible en principio obtener otro modelo, más aproximado, acerca del mismo sistema. Esto quiere decir que a cada sistema concreto le corresponde una infinitud de modelos, lo que incidentalmente prueba que no hay identidad entre un sistema concreto y un modelo que lo represente: en efecto, ¿con cuál de todos esos infinitamente muchos modelos cabría identificar al sistema concreto?

Por otra parte, el hecho de que el científico, al construir un modelo de un sistema concreto mediante una teoría, "fuerce" a un conjunto de datos empíricos a satisfacer las leyes de la teoría, no implica que cualquier modelo factual sea admisible como buena representación del sistema concreto correspondiente. Porque los modelos factuales tienen que rendir cuentas ante otra instancia: la realidad objetiva de los sistemas concretos que representan. Sólo que la contrastación de un modelo con su correlato factual no es directa, sino que está mediada por otras teorías (excepto, quizá, en el caso de modelos de teorías muy fundamentales, como las teorías mereológicas). Esta mediación puede ser explicada en términos de una cierta relación entre modelos factuales de <u>teorías diferentes</u>. Ilustremos esta relación con el ejemplo del plano inclinado que vimos anteriormente. En este caso se trata de contrastar la estructura $\mathfrak{A}$ con su correlato factual. ¿Cuál es este correlato? La respuesta es evidente: el movimiento del ladrillo sobre el plano inclinado desde la posición A hasta la posición B. Sin embargo, en primera aproximación, la comparación se efectúa entre $\mathfrak{A}$ y <u>otra representación</u> del movimiento real del ladrillo, representación que --por lo demás-- tampoco tiene por qué suponerse como absolutamente exacta. Lo crucial es que esta representación puede ser construida de <u>manera independiente</u>, i.e., sin utilizar las leyes <u>de la mecánica</u> (aunque sí otras leyes, como las de la geometría física o la cronometría)) Esta otra representación sería una estructura $\mathfrak{B} = \langle P^*, T^*, s^* \rangle$ tal que

$$P^* = \{\text{el ladrillo}\}$$
$$T^* = [0, t^*]$$
$$s^*: P^* \times T^* \to \mathbb{R}^3;$$

donde t^* es el número de segundos durante los cuales se observa que el movimiento tiene lugar y s^* es una función de cuyos valores por lo menos algunos son conocidos (y están registrados, por ejemplo, en una tabla). Está claro que la estructura $\mathfrak{B}$ es un modelo de (satisface a) los axiomas (DM2)(2)-(4). También está claro que $\mathfrak{B}$ es una estructura de especie diferente a la de $\mathfrak{A}$. Ahora bien, dado que esto último es el caso, ¿cómo pueden compararse $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$ entre sí? En primer lugar, obsérvese que $\mathfrak{A}$ "contiene" a una estructura semejante a $\mathfrak{B}$, la cual se obtiene precisamente eliminando las componentes m y f de $\mathfrak{A}$. (Estas componentes de $\mathfrak{A}$ son precisamente las funciones que no pueden ser determinadas sin usar las leyes de la MPC). Sea $\mathfrak{A}'$ $= \langle P, T, s \rangle$ esta estructura "contenida" en $\mathfrak{A}$. La comparación, en rigor, se hará entre $\mathfrak{A}'$ y $\mathfrak{B}$. Si --como suele suceder-- $\mathfrak{B}$ es considerada como una representación razonablemente adecuada del movimiento del ladrillo, entonces el modelo $\mathfrak{A}$ se considerará como una representación razonablemente adecuada del sistema mecánico si la función s se aproxima a la función s^*, i.e., si $|t - t^*| < \delta$ y $|s(p,t) - s^*(p,t)| < \varepsilon$ para ciertos $\varepsilon,\delta>0$ y para todo t en el intervalo $[0, \text{mín}(t,t^*)]$. (Esta podría ser una nueva manera de entender la frase 'contrastación de modelos factuales').

Si lo anterior es correcto, el carácter aproximativo de los enunciados teórico-científicos no constituye ningún impedimento para admitir que las teorías factuales poseen efectivamente modelos. Por el contrario, aparte de ser bastante natural, el enfoque modelístico en la epistemología de las ciencias factuales revela su importancia, entre otras cosas, particularmente por su capacidad para dar cuenta del carácter aproximado del conocimiento científico.

Por lo tanto, --retomando el hilo de nuestra discusión inicial-- nada nos impide axiomatizar las teorías factuales, mediante la definición de predicados conjuntistas, en el lenguaje de la teoría informal de los conjuntos. Pero ha llegado ya el momento de recapitular los resultados obtenidos hasta aquí. En primer lugar, he tratado de mostrar (mediante el ejemplo de la Mecánica clásica) que una teoría científica factual no puede ser identificada, en general, con un sistema hipotético-deductivo, sino en todo caso (y como primera aproximación) con una colección estructurada de cierta manera de sistemas hipotético-deductivos. También he argumentado en favor de la conveniencia y la posibilidad de reconstruir tales sistemas mediante la definición de predicados conjuntistas, sin incurrir en ingún exceso formalista. Sólo resta desarrollar estos resultados. so es lo que me propongo hacer en el siguiente parágrafo.

. La metateoría estructuralista.

omo una primera aproximación a la estructura de las teorías factuaes, está bien decir que una teoría factual es una colección estrucurada de sistemas hipotético-deductivos. Sin embargo, como espero ostrarlo a lo largo de este parágrafo, en realidad una teoría facual es algo más complejo que lo que semejante descripción pudiera ugerir. En primer lugar, cabe señalar que decir que una teoría actual es una colección estructurada de sistemas hipotético-deducivos no significa afirmar que toda teoría factual ha sido presentala en la forma de un conjunto estructurado de sistemas axiomáticos. o único que se afirma con ello son dos cosas: (1) que tanto los érminos (conceptos) como los enunciados (proposiciones) de cada teoía regional guardan un orden lógico intrínseco tal que cada teoría egional es susceptible de ser presentada en forma axiomática y, alemás, (2) que tales teorías regionales forman un cierto sistema. El roblema es determinar el orden lógico que guardan tanto los términos omo los enunciados de las teorías regionales, pues una vez hecho eso las relaciones intrateóricas se vuelven relativamente transparenes. Desde luego, no hay recetas fáciles para axiomatizar teorías; n esta tarea son indispensables un cierto entrenamiento lógico y na comprensión, lo más profunda que sea posible, de la teoría objeto le la axiomatización. Podemos suponer, sin embargo, que se trate de n problema resoluble con cierta dosis de paciencia e intuición. Eso significa que siempre es posible encontrar, para cada teoría regio-

1, una base primitiva, i.e., un conjunto de términos primitivos, partir de los cuales es posible definir los restantes términos de . teoría, junto con un conjunto de axiomas, a partir de los cuales posible deducir lógicamente los restantes enunciados de la teoría. to vale no sólo para disciplinas "matematizadas" o "cuantitativas", mo la física, sino que vale también para disciplinas "cualitati- ıs", como el psicoanálisis.

Como dijimos antes, no es necesario formular los axiomas de una eoría regional en un lenguaje formalizado; para estos efectos es ıficiente utilizar el lenguaje de la teoría informal de los conjun- ›s. Al utilizar el lenguaje de la teoría informal de los conjuntos, › que hacemos es asociar a cada término primitivo una categoría con- ıntista adecuada; así, a un término-de-clase (como 'mamífero') le sociamos un conjunto no vacío, a un término-de-relación (como 'proge- ltor') le asociamos un conjunto de n-adas ordenadas, a un término étrico (como 'temperatura') le asociamos una función con valores rea- es, etc. Una vez hecha esta asociación, es posible formular los axio- as, para lo cual sólo deben ser utilizados los términos primitivos o ien términos pertenecientes a teorías presupuestas por la que se es- á axiomatizando (la teoría de los conjuntos siempre se presupone).

Supongamos ahora que tenemos una teoría factual T y que hemos eterminado su base primitiva mediante la definición de un predicado onjuntista en el lenguaje de la teoría informal de los conjuntos (pa- a un ejemplo, ver supra (DM2)). La primera constatación que se impo- e es que los términos primitivos de esta teoría T (y, a fortiori, también los definidos) son objetos form ales abstractos, i.e., no se refieren a estos o aquellos entes concretos en particular, lo cual puede también expresarse diciendo que la enunciación de la base primitiva (como (DM2)) no representa ningún sistema real-concreto en particular. Una segunda constatación es que la teoría T puede ser utilizada, como instrumento de trabajo, para producir el conocimiento de sistemas reales-concretos particulares. Vimos, con el ejemplo del plano inclinado, cómo puede ser utilizada una teoría regional para construir un modelo de un sistema real-concreto. Sin embargo, por regla general, una teoría podrá ser utilizada para producir el conocimiento de sistemas concretos de muy diversos tipos. Por ejemplo, la misma teoría que sirvió para elaborar una representación del plano inclinado (la MPC) sirve también para producir el conocimiento de otros tipos de sistemas concretos, como los osciladores armónicos o los sistemas planetarios. Expresaremos este rasgo de las teorías científicas diciendo que ellas admiten diferentes aplicaciones.

Es una tesis básica de la metateoría estructuralista que en las teorías científicas factuales (por lo menos en las físicas) existen términos que sólo son determinables de manera teóricamente dependiente en cualquier aplicación. Esto quiere decir que la referencia de tales términos, en cualquier aplicación de la teoría, sólo puede ser determinada mediante la utilización de las leyes de la teoría, lo cual presupone que esas leyes son válidas por lo menos en algunos sistemas reales-concretos, i.e., presupone que alguna aplicación de la teoría es exitosa. Para aclarar este punto, vale la pena citar *in extenso* a Sneed. De acuerdo con este autor,

> un ejemplo de una función T-dependiente es la función masa en una aplicación de la mecánica de partículas clásica a un problema de proyectiles. En este caso, determinamos típicamente la masa del proyectil "comparándola" con algún cuerpo estándar [e.g., con alguna réplica del kilogramo prototipo que se encuentra en el Buró de Pesos y Medidas de París] mediante un dispositivo como una balanza analítica o una máquina de Atwood. Lo que estamos haciendo, si bien de una manera indirecta, es determinar la razón de la masa del proyectil y la masa de un estándar arbitrariamente elegido. Pero, la *única* razón por la que creemos que estas comparaciones proporcionan razones de masa, y no simplemente números, completamente carentes de relación con la mecánica de partículas clásica, es que creemos que la mecánica de partículas clásica se aplica (al menos aproximadamente) a los sistemas físicos utilizados para hacer las comparaciones. Si alguien pregunta por qué el número (a/g-1/a/g+1), calculado a partir de la aceleración observada en una máquina de Atwood, es la razón de las masas de los dos cuerpos involucrados, respondemos derivándolo de la aplicación de la mecánica de partículas clásica a ese sistema. Sostengo que el examen de *cualquier* descripción aceptable de los procedimientos mediante los cuales la masa de un proyectil podría ser determinada revelaría el mismo tipo de dependencia sobre una suposición de que la mecánica de partículas clásica se aplicaba al sistema físico usado al hacer la determinación de la masa.[30]

A los términos de una teoría T que sólo son determinables de una manera T-dependiente en cualquier aplicación de T los llamaremos *términos teóricos* con respecto a T (o T-*teóricos*); a los demás términos los llamaremos T-*no-teóricos*. Ahora bien, Sneed puede estar equivocado pero, según él, hay *de hecho* en la MPC precisamente dos términos (primitivos generales) que son MPC-teóricos, a saber, masa (m) y fuerza (f). La afirmación de que m y f son términos MPC-teóricos no es una aserción *a priori* acerca del *status* epistemológico de estos conceptos,

.no que está basada en un examen cuidadoso de las aplicaciones de ι MPC: el examen revela que en todas esas aplicaciones los términos y f sólo pueden ser determinados de manera MPC-dependiente. Tal :z sea arriesgado afirmar que en toda teoría factual hay términos :óricos.[31] Sin embargo, como se verá más adelante, en la teoría : Marx seguramente los hay.

La existencia de términos T-teóricos en una teoría factual T :ovoca problemas cuando se trata de emplear el predicado conjuntis-ı, que caracteriza a sus modelos, para producir aserciones empíricas. primera vista, una aserción empírica producida mediante el predica-ɔ conjuntista que caracteriza los modelos de la MPC consistiría en ı enunciado como el siguiente:

l) 'el plano inclinado es un sistema de la MPC';

, más en general,

2) 'el sistema físico σ es un sistema de la MPC'.

in embargo, por razones ya expuestas en el parágrafo anterior, un nunciado de la forma (2) no puede ser nunca verdadero (ni siquiera proximadamente) porque, en rigor, el término 'sistema de la MPC' ólo es verdaderamente predicable de <u>estructuras matemáticas</u> --y los istemas físicos <u>no</u> son estructuras matemáticas. Está claro que el ujeto de la predicación en las aserciones empíricas tiene que ser .na entidad de la categoría apropiada. Una entidad de la categoría .propiada que se ofrece como candidato viable a sujeto de la predica-:ión es un <u>modelo posible</u> de la teoría, i.e., una estructura matemáca $\mathfrak{A}$ del tipo adecuado con respecto a la cual ignoramos, en un monto dado, si satisface o no las leyes de la teoría. Un modelo posible de la MPC, por ejemplo, sería una estructura $\mathfrak{A} = \langle P,T,s,m,f\rangle$ e satisficiera los axiomas de estructura. La aserción empírica nsistiría precisamente en la afirmación de que $\mathfrak{A}$ satisface, por añadura, las leyes de la teoría, i.e., consistiría en la afirmación:

) '$\mathfrak{A}$ es un sistema de la MPC'.

póngase ahora que a cada sistema mecánico $\sigma\epsilon\Sigma$ le corresponde una lección $\{\mathfrak{A}_\sigma\}$ de modelos posibles, cada uno de los cuales puede ser nsiderado como un candidato a representar (con un grado admisible aproximación) el sistema concreto σ. Entonces, una manera mediada decir que la MPC se aplica al sistema concreto σ consistiría en irmar el enunciado

) '$\mathfrak{A}_\sigma$ es un sistema de la MPC',

nde '$\mathfrak{A}_\sigma$' denota un elemento de $\{\mathfrak{A}_\sigma\}$. Ahora bien, para saber cuál el valor veritativo de un enunciado de la forma (4), necesitamos nocer los valores de las funciones en $\mathfrak{A}_\sigma$. El problema es que como contiene funciones MPC-teóricas, no podemos obtener números que damos considerar razonablemente como valores de esas funciones teóris a menos que tengamos buenas razones para suponer que una aserción mo '$\mathfrak{A}_\theta$ es un sistema de la MPC' ($\theta\epsilon\Sigma$) es verdadera (θ puede ser el smo sistema concreto que σ u otro diferente). Por lo tanto, no demos tener evidencia de que $\mathfrak{A}_\sigma$ es (o no es) un sistema de la MPC, menos que tengamos evidencia de que $\mathfrak{A}_\theta$ es un sistema de la MPC. evidente, así, que nos encontramos frente a un círculo vicioso o ante un regreso al infinito. Esta dificultad, que surge cuando mediante enunciados de la forma (4) intentamos formular las aserciones empíricas de las teorías factuales axiomatizadas por predicados conjuntistas, es lo que Sneed ha llamado 'el problema de los términos teóricos'.[32]

Fue la consideración del problema de los términos teóricos lo que llevó a Sneed al enunciado de Ramsey. Para ver de qué manera el enunciado de Ramsey permite formular las aserciones empíricas de una teoría factual axiomatizada por un predicado conjuntista, es necesario introducir algunos conceptos. Como lo ejemplificamos con la estructura $\mathfrak{A}$ construida en el parágrafo anterior, un modelo posible "contiene" una estructura cuyos componentes son precisamente los términos no teóricos de la estructura. Llamemos 'modelos posibles parciales' a tales estructuras. Así, en el caso de la MPC, los modelos posibles parciales serán las estructuras de la forma $\langle P,T,s\rangle$. Si T es una teoría factual (regional), sea M la clase de sus modelos, sea M_p la clase de sus modelos posibles y sea M_{pp} la clase de los modelos posibles parciales. Entonces tenemos las siguientes relaciones: $M \subseteq M_p$ y a cada elemento de M_p (y por lo tanto de M) le corresponde un elemento de M_{pp}, el cual resulta de eliminar las componentes teóricas del primero. Esta correspondencia la podemos representar mediante una función $r{:}M_p \rightarrow M_{pp}$, a la que llamaremos 'función reductora'; si $\mathfrak{A} \in M_p$ entonces $r(\mathfrak{A}) \in M_{pp}$ será llamado 'el reducto de $\mathfrak{A}$'. Supóngase ahora, para ejemplificar, que a cada sistema mecánico $\sigma \in \Sigma$ le corresponde una colección $\{\mathfrak{A}_\sigma\}$ de modelos posibles parciales que pueden ser razonablemente considerados como representaciones adecuadas del sistema concreto σ.[33] Entonces, una manera mediada de decir que la (teoría regional básica de la) MPC se aplica al sistema concreto σ consistiría en afirmar el enunciado de Ramsey

(5) $'\exists \mathfrak{U}(\, r(\mathfrak{U}) = \mathfrak{B}_\sigma \,\&\, \mathfrak{U}\in M\,)'$,

donde $\mathfrak{B}_\sigma \in \{\mathfrak{B}_\sigma\}$ y $\mathfrak{U}\in M_p$. Con el enunciado de Ramsey (5) desaparece el problema de los términos teóricos, pues lo único que afirma es que una estructura que contiene puros términos no teóricos puede ser expandida a una estructura que sí contiene términos teóricos y que además es un modelo de la teoría.

Sin embargo, el enunciado (5) es defectuoso por varias razones. En primer lugar, no da cuenta del hecho de que las diversas aplicaciones de la teoría están relacionadas entre sí por lo que llamaremos 'condiciones de ligadura', i.e., por ciertas condiciones impuestas a los términos teóricos. Un ejemplo de condición de ligadura sería la que afirma que un cuerpo físico que no ha sufrido disminución apreciable en sus partes debe recibir la misma asignación de masa en todas las estructuras a cuyo universo pertenezca.[34] En segundo lugar, el enunciado (5) afirma --si se le mira bien-- una condición más fuerte que la requerida, pues implica que si $\mathfrak{B}_\sigma$ es una representación adecuada de σ, producida independientemente de la teoría, entonces hay un modelo $\mathfrak{U}$ de la teoría cuyo reducto $r(\mathfrak{U})$ coincide punto por punto con $\mathfrak{B}_\sigma$. Esto puede ser cierto pero en realidad las cosas se presentan muy diferentes en la práctica científica (por lo menos en la mecánica): lo que ahí sucede es que los modelos efectivamente producidos sólo se adecúan a los "datos observados" con un cierto grado de aproximación.

Esto lo vimos con el ejemplo del plano inclinado; el reducto de nuestro modelo sólo se aproxima a la descripción independiente que dimos al principio de la exposición ahí, pero no coincide con ella punto por punto. (Por ejemplo, según nuestro modelo, el movimiento del ladrillo dura 2.198 segundos; al sustituir t por este número en $1/2g(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)t^2$ obtenemos 49.99261248 cm, lo que representa una desviación de 7.3875144×10^{-3} cm con respecto al valor medido, de manera independiente, de la distancia recorrida por el ladrillo). Sin embargo, el hecho de que el reducto de un modelo se aproxime a una representación del sistema concreto considerada como adecuada, es condición suficiente para presumir que la teoría se aplica al sistema concreto: porque las teorías se aplican a la realidad de una manera aproximada. Por lo tanto, es necesario reformular el enunciado de Ramsey.

Tomando en cuenta las anteriores observaciones, podemos expresar la proposición de que la teoría (regional) T se aplica al sistema concreto σ mediante el enunciado

(6) Existe un modelo $\mathfrak{A}$ de T, que satisface las condiciones de ligadura, tal que $r(\mathfrak{A})$ se aproxima a una descripción $\mathfrak{B}$ adecuada pero no teórica de σ.

Esta será nuestra versión de las aserciones empíricas de una teoría. Obsérvese que una teoría puede tener más una aserción empírica. Sin embargo, todas ellas pueden comprimirse en un sólo enunciado que será llamado, propiamente, 'la aserción empírica de la teoría'. Pero ha llegado el momento de ser más precisos y sistemáticos. Con el ropósito no sólo de dar la versión definitiva de la forma general le las aserciones empíricas de las teorías, sino también de presentar de una manera articulada y sintética la metateoría estructuralista, procederé a continuación a hacer una exposición breve, aunque completa para mis propósitos, de la misma metateoría. La exposición será desarrollada mediante la utilización de conceptos pertenecientes a la teoría de los conjuntos y estará basada principalmente en la de Balzer y Sneed (1978), por lo que concierne a los conceptos centrales y básicos de la metateoría, y en el artículo de Moulines (1976), por lo que respecta a los conceptos relacionados con la aproximación.

El primer concepto de la serie es el de matriz m+k, el cual puede ser definido de la siguiente manera.

(DS1) X es una matriz m+k ssi

(1) X es un conjunto no vacío

(2) m y k son enteros tales que $0<m$ y $0\leq k$

(3) para todo $x \in X$ existen $n_1,\ldots,n_m,t_1,\ldots,t_k$ tales que $x = \langle n_1,\ldots,n_m,t_1,\ldots,t_k\rangle$.

En la interpretación que nos interesa, los elementos de X serán estructuras matemáticas, i.e., m+k-tuplos de objetos conjuntistas como conjuntos, relaciones, funciones, etc. Estos objetos serán llamados los componentes de los tuplos. Los componentes t_i serán los componentes teóricos; los restantes serán los no teóricos.

La naturaleza específica de las condiciones de ligadura variará de una teoría a otra pero es posible dar una caracterización matemática general de las mismas:

(DS2) Sea X un conjunto no vacío y sea $\mathcal{P}(X)$ la familia de sus subconjuntos. Entonces decimos que C es una <u>condición de ligadura</u> (o, más brevemente, una <u>ligadura</u>) para X ssi

(1) C es un conjunto no vacío

(2) $\phi \notin C$

(3) $C \subseteq \mathcal{P}(X)$

(4) si $x \in X$ entonces $\{x\} \in C$.

Si, por añadidura, una ligadura C satisface la condición

(5) para toda $Y,Z \in \mathcal{P}(X)$ $(Y,Z \neq \phi)$: si $Y \in C$ y $Z \subseteq Y$ entonces $Z \in C$,

entonces decimos que C es <u>transitiva</u>.

Estas condiciones afirman esencialmente que una ligadura para un conjunto X es una familia no vacía de subconjuntos de X (de M_p, en la interpretación que nos interesa), la cual contiene a todos los conjuntos unitarios de los elementos de X (y posiblemente otros más), pero no al conjunto vacío. Una ligadura puede o no ser transitiva. A pesar de la sencillez de las condiciones matemáticas que definen el concepto de ligadura, este concepto posee una gran importancia metateórica. Lo interesante, desde luego, son las condiciones específicas mediante las cuales se formula una ligadura en una teoría particular, porque ellas nos dan cierta penetració en su estructura lógica Sin embargo, (DS2) junto con (DS1) nos permitirá dar una definición general del concepto de núcleo teórico elemental.

Dada una teoría regional T, el núcleo teórico elemental de T es una estructura que incluye diferentes aspectos de T. Estos aspectos son esenciales para dar cuenta de la aserción empírica y entre ellos destaca, de manera principal, el conjunto M de los modelos.

(DS3) X es un núcleo <u>teórico</u> <u>elemental</u> ssi existen M_p, M_{pp}, r, M C, m y k tales que

(1) $X = \langle M_p, M_{pp}, r, M, C\rangle$
(2) M_p es una matriz $m+k$.
(3) $M_{pp} = \{\langle n_1,\ldots,n_m\rangle : \langle n_1,\ldots n_m, t_1,\ldots,t_k\rangle \in M_p\}$
(4) $r: M_p \rightarrow M_{pp}$ es tal que $r(n_1,\ldots,n_m,t_1,\ldots,t_k) =_d \langle n_1,\ldots,n_m\rangle$
(5) $M \quad M_p$
(6) C es una ligadura para M_p.

La discusión anterior debe haber dejado en claro el significado de los símbolos M_p, M_{pp}, r, M y C en la interpretación que nos interesa. Sin embargo, es importante hacer unos señalamientos adicionales. Si T es una teoría regional y $K = \langle M_p, M_{pp}, r, M, C\rangle$ es el núcleo teórico de T, entonces tenemos las siguientes relaciones (suponemos que T ha sido axiomatizada por un predicado conjuntista): (i) M_p es el conjunto de los axiomas de estructura, i.e., de los axiomas que estipulan las propiedades matemáticas de los términos primitivos; (ii) M_{pp} es el conjunto de los modelos de los axiomas de estructura que estipulan las propiedades matemáticas de los términos no teóricos; (iii) M es la clase de los modelos de T, i.e., tanto de los axiomas de estructura como de los axiomas propios (leyes).[illegible]

Hasta aquí hemos hablado de aproximación entre estructuras pero no hemos dado una definición del concepto de aproximación. Normalmente, cuando se habla de aproximación intrateórica se está pensando en aproximación de valores numéricos de funciones cuantitativas y así se dice, por ejemplo, que la función f se aproxima a la función g si la distancia $|f(x) - g(x)|$ entre los valores de las funciones para cualquier argumento x dado no rebasa un cierto ε real positivo. Obviamente, este concepto epsilóntico de aproximación sólo es aplicable a términos (y por lo tanto a teorías) cuantitativos. Está abierta la posibilidad de que el concepto de aproximación que introduciré enseguida se aplique también a teorías cualitativas, dado su carácter topológico general (no métrico). Sin embargo, esta es una posibilidad que no exploraré aquí.

El concepto de aproximación que definiré a continuación está basado en el concepto topológico de uniformidad diagonal. Este concepto surgió originalmente en la observación de que dos puntos x,y de un espacio métrico X están cerca uno del otro ssi el punto (x,y) está cerca de la diagonal en $X \times X$ (Fig. 4). La idea de utilizar el

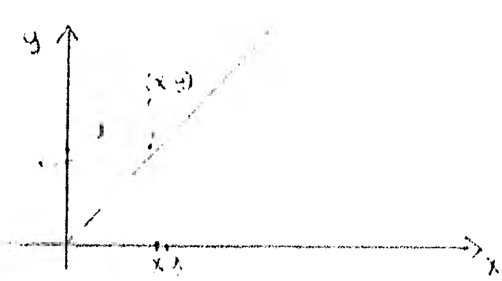

Fig 4

concepto de uniformidad diagonal para tratar el problema de la aproximación en las teorías factuales parece deberse originalmente a Ludwig (1970). Sin embargo, es Moulines (1976) quien ha desarrollado de una manera sistemática un concepto de aproximación empírica, a partir de este concepto, dentro del marco de la metateoría estructuralista. La idea básica es que dos modelos potenciales (o parciales) x,y de una teoría factual están próximos uno del otro ssi el punto (x,y) está cerca de la diagonal en $M_p \times M_p$ (o en $M_{pp} \times M_{pp}$).[26] A su vez, esta condición de cercanía del par (x,y) a la diagonal se expresa en términos de la pertenencia de (x,y) a un conjunto "difuso".

Para poder definir el concepto de conjunto difuso, téngase en cuenta lo siguiente. En general, si X es un conjunto no vacío, la diagonal de X es la relación de identidad en X, i.e., el conjunto

$$\Delta = \{\langle x,x\rangle : x \in X\}.$$

Si R es una relación binaria sobre X, entonces también lo es su inversa R^{-1}, definida como el conjunto

$$\{\langle x,y\rangle : \langle y,x\rangle \in R\}$$

Además, la composición $R \circ R$ también está definida y es igual al conjunto

$$\{\langle x,y\rangle : \langle x,z\rangle \in R \text{ y } \langle z,y\rangle \in R \text{ para algún } z \in X\}.$$

Teniendo estos conceptos en mente, podemos introducir la definición

(DS4) [illegible] es una uniformidad sobre X ssi

(1) [illegible] = [illegible] $\subseteq$ [illegible] $(X \times X)$

(2) U_1 [illegible] y U_1 [illegible] U_2 [illegible] U_2 [illegible]

(3) U_1 [illegible] y U_2 [illegible] U_1 [illegible] U_2 [illegible]

(4) $U \in \mathcal{U} \Rightarrow \Delta \subseteq U$

(5) $U \in \mathcal{U} \Rightarrow U^{-1} \in \mathcal{U}$

(6) $U_1 \in \mathcal{U} \Rightarrow$ existe $U_2 \in \mathcal{U}$ tal que $U_2 \circ U_2 \subseteq U_1$.

Si $\mathcal{U}$ es una uniformidad sobre X, entonces un conjunto difuso es precisamente un elemento de $\mathcal{U}$. De esta manera, si $\mathcal{U}$ es una uniformidad (digamos) sobre M_{pp} entonces decimos que el modelo parcial x se aproxima al modelo parcial y si existe un difuso $U \in \mathcal{U}$ tal que el par $\langle x,y \rangle$ está en U. La definición de aproximación para modelos potenciales es completamente análoga, sólo que ahora la uniformidad va a ser sobre M_p.

La posibilidad de utilizar el concepto de uniformidad para elucidar la relación de aproximación dentro de una teoría depende de ciertas condiciones. En primer lugar, la relación de "distancia" o de aproximación global admisible entre las estructuras de una teoría depende del contenido específico de la misma.[17] Dependerá del contenido de sus conceptos la forma en que habrán de caracterizarse específicamente las condiciones de proximidad o lejanía entre sus estructuras: estas condiciones variarán de una teoría a otra. Sin embargo, no cualquier relación de proximidad da lugar a una uniformidad. Si partimos de una uniformidad $\mathcal{U}$ sobre un conjunto X podemos definir, para cada $x \in X$ y $U \in \mathcal{U}$, el conjunto

$$U[x] = \{y: \langle x,y \rangle \in U\}$$

Si τ es la familia de todos los subconjuntos T de X que satisfacen: 'para cada x en T hay una U en $\mathcal{U}$ tal que $U[x] \subseteq T$', entonces es fácil comprobar que τ es una topología sobre X, llamada la topología de la uniformidad $\mathcal{U}$. Si, a la inversa, partimos de un espacio topológico $\langle X,\tau\rangle$, entonces es necesario y suficiente que $\langle X,\tau\rangle$ sea completamente regular[38] para que τ sea la topología de alguna uniformidad sobre X. Por consiguiente, el concepto de uniformidad puede ser utilizado para explicar la relación de aproximación entre las estructuras de una teoría así esa relación de aproximación genera una topología τ sobre M_{pp} (o M_p) de manera que el espacio topológico $\langle M_{pp},\tau\rangle$ (o $\langle M_p,\tau\rangle$) sea completamente regular.

De hecho, la relación de aproximación que definen Moulines y Jané (1981) para las estructuras de la MPC genera una topología completamente regular sobre M_{pp}. Es por ello que en este caso podemos dar cuenta de la relación de aproximación en términos del concepto de uniformidad. Pero decir que el concepto de uniformidad puede explicar la relación de aproximación entre las estructuras de una teoría es una afirmación no trivial, acerca de la misma teoría, que debe ser comprobada en cada caso particular. Y no se descarta la posibilidad de que resulte falsada algunas veces. Por lo tanto, la pretensión de que el concepto de uniformidad puede ser utilizado para explicar la aproximación en cualquier teoría factual debe ser tomada con cautela. Por lo pronto, supondré que tal pretensión es válida mientras no se demuestre lo contrario.

Cada teoría factual T se aplica pretendida o efectivamente a una colección Σ de sistemas concretos, los cuales pueden ser descritos de manera no teórica con respecto a T. De hecho, a cada sistema concreto $\sigma \in \Sigma$ le puede corresponder más de una descripción T-no teórica, independientemente construida, $x_\sigma \in M_{pp}$. Sin embargo, para no complicar innecesariamente la exposición, aquí haré la suposición simplificadora de que a cada $\sigma \in \Sigma$ le corresponde precisamente un $x_\sigma \in M_{pp}$. El conjunto de todas las descripciones independientes de los sistemas en Σ será denotado por la letra I y llamado el <u>dominio de pretendidas aplicaciones</u> de T. Obviamente, $I \subseteq M_{pp}$.

Si $\mathcal{U}$ es una uniformidad sobre M_{pp} e $i \in I$, entonces no cualquier difuso $U \in \mathcal{U}$ es tal que la pertenencia del par $\langle x,i \rangle$ (o $\langle i,x \rangle$) es condición suficiente para considerar que x se aproxima a i dentro de un límite admisible. El grado de aproximación admisible entre un modelo posible parcial x y una pretendida aplicación $i \in I$ depende de varias condiciones históricas, entre las que se encuentran el grado de desarrollo de la teoría, de los instrumentos de medición, o el tipo de aplicación de que se trate: es obvio, por ejemplo, que no se exige el mismo grado de aproximación cuando se mide una fuerza pequeña que actúa sobre un resorte que cuando se mide una fuerza planetaria. Por lo tanto, para cada aplicación $i \in I$, es necesario distinguir la familia de los difusos que son admisibles para i.

Sea $\mathcal{U}$ una uniformidad sobre M_{pp} y, para cada $i \in I$, sea $\mathcal{U}_i$ el conjunto $\{U \in \mathcal{U}: U \subseteq (M_{pp} \times \{i\}) \cup (\{i\} \times M_{pp})\}$. Entonces cualquier familia de difusos en $\mathcal{U}_i$ tiene un supremo en $\mathcal{U}_i$. En efecto, si $X \subseteq \mathcal{U}_i$, entonces $U \subseteq \bigcup X$ para todo $U \in X$ y, por (DS4)-(2), $\bigcup X \in \mathcal{U}$. Esto prueba que $\bigcup X$ es un difuso que es una cota superior para X. Claramente, si U' es una cota superior para X entonces $U \subseteq U'$ para todo $U \in X$ y $\bigcup X \subseteq U'$, de manera que $\bigcup X$ es el supremo de X. Además,

$\bigcup X \subseteq (M_{pp} \times \{i\}) \cup (\{i\} \times M_{pp})$, de modo que $\bigcup X \in \mathcal{U}_i$. A la inversa, si $U_o \in \mathcal{U}_i$, entonces la familia $\{U \in \mathcal{U}_i : U \subseteq U_o\}$ tiene por supremo a U_o. Por consiguinte, podemos caracterizar a la familia de los conjuntos difusos admisibles para la aplicación $i \in I$ como una colección $\mathcal{A}_i = \{U \in \mathcal{U}_i : U \subseteq U_i\}$ para algún $U_i \in \mathcal{U}_i$. De esta manera, a cada aplicación $i \in I$ le corresponderá un difuso $U_i \in \mathcal{U}_i$ tal que U es un difuso admisible para i ssi $U \subseteq U_i$. U_i será llamado el <u>límite de admisibilidad</u> de i. Definimos el conjunto $\mathcal{A}$ de <u>difusos admisibles</u> de la uniformidad $\mathcal{U}$ como la reunión $\bigcup_{i \in I} \mathcal{A}_i$; claramente, $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}((M_{pp} \times I) \cup (I \times M_{pp}))$.

Con el objeto de dar la formulación definitiva de la aserción empírica de una teoría, introduzco a continuación la siguiente notación, debida a Moulines (1976). Si $x, y \in M_{pp}$ y $X, Y \subseteq M_{pp}$, entonces escribimos:

$x \sim y$ ssi $\langle x, y\rangle \in U$ para algún $U \in \mathcal{A}$

$X \sim Y$ ssi para todo $x \in X$ existe $y \in Y$ tal que $x \sim y$ y, además, para todo $y \in Y$ existe $x \in X$ tal que $x \sim y$

$X \tilde{\in} \mathcal{R}$ ssi existe $Z \subseteq M_{pp}$ tal que $X \sim Z$ y $Z \in \mathcal{R}$

Estamos ahora en condiciones de formular uno de los conceptos centrales de este capítulo: el concepto de elemento teórico. Su definición es la siguiente:

(DS5) X es un <u>elemento teórico</u> sólo si existen K, $\mathcal{A}$ e I tales que

(1) $X = \langle K, \mathcal{A}, I\rangle$

(2) $K = \langle M_p, M_{pp}, r, M, C\rangle$ es un núcleo teórico elemental

(3) $\mathcal{A}$ es la familia de difusos admisibles para una uniformidad

$\mathcal{U}$ sobre M_{pp}

(4) $I \subseteq M_{pp}$.

Los elementos teóricos constituyen nuestras representaciones metateóricas de lo que hemos llamado 'teorías regionales'. De ahora en adelante, identificaremos a una teoría regional con (y por) su elemento teórico correspondiente. Si M es la clase de los modelos de una teoría regional T, entonces $\mathcal{P}(M)$ es la familia de todos los conjuntos de modelos y $\mathcal{P}(M) \cap C$ es la familia de todos los conjuntos de modelos que satisfacen las condiciones de ligadura. Si $r: M_p \to M_{pp}$ entonces $\bar{\bar{r}}: \mathcal{P}\mathcal{P}(M_p) \to \mathcal{P}\mathcal{P}(M_{pp})$ y $\bar{\bar{r}}(\mathcal{P}(M) \cap C)$ es la familia de todos los conjuntos de modelos parciales que pueden ser expandidos a modelos que satisfacen las ligaduras. Si definimos el <u>contenido no teórico</u> de T como el conjunto

$$A(K) = \bar{\bar{r}}(\mathcal{P}(M) \cap C),$$

entonces

(DS6) Si $T = \langle K, \mathcal{A}, I \rangle$, la <u>aserción empírica</u> de T es el enunciado $\tilde{I} \in A(K)$.

Obsérvese que si $\tilde{I} \in A(K)$ entonces para cada aplicación $i \in I$ existe un modelo x de T tal que $r(x) \sim i$.

En el parágrafo 2.1, caracterizamos una relación de especialización entre teorías regionales y caracterizamos provisionalmente una teoría factual como un conjunto de teorías regionales conectadas por esa relación de especialización. En términos del concepto de elemeno teórico, la susodicha relación de especialización puede ser caracterizada así:

DS7) Si T y T' son elementos teóricos, entonces T' es una <u>especialización</u> de T ($T' \sigma T$) ssi

(1) $M'_{pp} = M_{pp}$
(2) $M'_p = M_p$
(3) $r' = r$
(4) $M' \subseteq M$
(5) $C' \subseteq C$
(6) $\mathcal{A}' = \{U \in \mathcal{A}: U \subseteq (M_{pp} \times I') \cup (I' \times M_{pp})\}$
(7) $I' \subseteq I$.

Un conjunto de elementos teóricos relacionados por σ tiene una estructura peculiar que puede ser representada como una red. El concepto de red está dado por

(DS8) X es una <u>red</u> ssi existen R, $\leq$ y $\sim$ tales que

(1) $X = \langle R, \leq, \sim \rangle$
(2) R es un conjunto finito y no vacío
(3) tanto $\leq$ como $\sim$ son relaciones binarias sobre R y, para todo $x, y, z \in R$:
(a) $x \leq x$
(b) si $x \leq y$ y $y \leq z$ entonces $x \leq z$
(c) $x \sim y$ ssi $x \leq y$ y $y \leq x$.

La fórmula '$x \leq y$' debe leerse como 'x es más especial que y' y $\sim$ es, obviamente, una relación de equivalencia. Si R es un conjunto de elementos teóricos y para todo $\langle K, \Rightarrow, I\rangle$, $\langle K', \Rightarrow', I'\rangle \in R$ se cumple que $I = I'$ implica $K = K'$, entonces decimos que X es una <u>red teórica</u>. Si R es un conjunto de elementos teóricos y definimos

$$\sigma = \{\langle T', T\rangle \in R \times R : T'\sigma T\},$$

entonces es inmediato que $\langle R, \sigma, \Rightarrow\rangle$ es una red teórica.

3. La dialéctica de Marx.

La relación de especialización no sirve para dar cuenta de la estructura lógica de la teoría económica de Marx (TEM). Parece ser el caso que la reconstrucción de la TEM requiere de la introducción de un relación intrateórica diferente. Trataré de definir esta nueva relación para poder adelantar una conjetura concerniente a la estructura lógica de la TEM.

Estoy en completo acuerdo con Diederich v Fulda (1981) cuando afirman que Marx construyó su teoría del capital como una "sucesión de teorías parciales cada vez más ricas y concretas, conectadas muy estrechamente entre sí". (Aquí 'teoría parcial' puede leerse como 'teoría regional'). Al proceder de esta manera, Marx era perfectamente consecuente con sus propios principios metódicos, expuestos en lo que Althusser ha llamado 'el Discurso del método' de Marx: los <u>Grundrisse der Kritik der Politischen Oekonomie</u> (1857-58). De acuerdo con Marx, el método científico correcto de teorización consiste en tomar como punto de partida no lo real-concreto sino ciertos conceptos abstractos (y tal vez habría que agregar: junto con datos empíricos relevantes) para reproducir lo real-concreto, por el camino del pensamiento, como una síntesis de múltiples determinaciones, como unidad de lo diverso.[39] Esta forma de procedimiento es típicamente marxiana y corresponde a uno de los aspectos más interesantes de la dialéctica de Marx (que no debiera ser confundida con la de Hegel).[40] También permite comprender por qué Marx construyó su teoría del capital como una sucesión de teorías regionales cada vez más ricas y concretas.

Es comúnmente admitido que Marx concebía el proceso de producción del conocimiento de un objeto real-concreto (por ejemplo, una formación social en un intervalo histórico) como un pasaje "de lo abstracto a lo concreto".[41] Si este pasaje tiene lugar mediante la utilización de la teoría correspondiente como instrumento de trabajo, y si el instrumento de trabajo debe ser apropiado para la tarea en que se le utiliza, entonces la teoría del capital de Marx debe estar diseñada y construida para permitir, facilitar y hasta obligar a proceder --cuando se trata de producir el conocimiento de un objeto real-concreto-- precisamente de la manera indicada. Rubin (1977) confirma esto;[42] mi análisis lógico de la teoría del valor también.

La dialéctica marxiana de lo abstracto y lo concreto puede precisarse dentro del marco conceptual de la Concepción estructuralista de las teorías si se nos permite realizar una operación que estaba vedada para Marx por obvias razones históricas: identificar los concretos-de-pensamiento, las síntesis de múltiples conceptos, con modelos de una teoría y, más precisamente, con modelos que satisfacen las condiciones de ligadura y cuyos reductos están admisiblemente aproximados a las estructuras en I, el dominio de pretendidas aplicaciones. Este tipo de modelos constituye, en efecto, el conocimiento concreto de objetos reales-concretos aportado mediante la teoría. Un ejemplo clásico de estos modelos (en la MPC) es el modelo Júpiter-lunas galileanas, construido por el mismo Newton mediante una combinación de diferentes conceptos, datos astronómicos, y mediante la utilización de sus leyes."[3]

La transición de un modelo dado a otro que tiene más componentes (teóricas o no teóricas) en adición a las del original, y/o que satisface más axiomas própios (leyes) que el primero, es un caso especial de transición a lo concreto. Tal tipo de transición es el más importante en este contexto porque induce, de manera natural, una cierta relación entre los elementos teóricos que es pertinente para entender la estructura lógica de la TEM. Intuitivamente, si T es un elemento teórico, se obtiene una concretización de T agregando nuevos componentes a las estructuras de T e imponiendo más condiciones (axiomas propios) sobre los modelos enriquecidos. Otra característica de la relación de concretización es la siguiente: si T' es una concretización de T e I' es el dominio de pretendidas aplicaciones de T', entonces los elementos de I' se obtienen enriqueciendo algunos (no necesariamente todos) los elementos de I, el dominio de pretendidas aplicaciones de T. Se requiere también que si el par enriquecido $\langle x',y'\rangle \in M'_{pp}$ está admisiblemente aproximado, entonces el par correspondiente $\langle x,y\rangle \in M_{pp}$, más abstracto, también lo esté. Todas estas condiciones quedan recogidas en la definición

(DS9) Si T y T' son elementos teóricos, entonces T' es una <u>concretización de T</u> (T'κT) ssi

(1) existen enteros m,j,k y h ($m > 0$; $j,l,h \geq 0$) tales que M'_p es una matriz de orden $(m+j)+(k+h)$ y M_p es una matriz de orden $m+k$

(2) existe $\varphi: M'_p \rightarrow M_p$ tal que

$\varphi(n_1,\ldots,n_m,n_{m+1},\ldots,n_{m+j},t_1,\ldots,t_k,t_{k+1},\ldots,t_{k+h}) =$
$= \langle n_1,\ldots,n_m,t_1,\ldots,t_k\rangle$

(3) existe $\psi: M'_{pp} \rightarrow M_{pp}$ tal que

$\psi(n_1,\ldots,n_m,n_{m+1},\ldots,n_{m+j}) = \langle n_1,\ldots,n_m\rangle$

(4) $\bar{\varphi}(M') \subseteq M$

(5) si $U \in \mathcal{A}' \Rightarrow \bar{\psi}_2(U) \in \mathcal{A}$.

(6) $\bar{\psi}(I') \subseteq I$.

Si $j > 0$ o $h > 0$ entonces decimos que T' es una concretización <u>propia</u> de T. Sea R un conjunto de elementos teóricos y defina

$$\kappa = \{\langle T',T\rangle: R \times R: T'\kappa T\}.$$

Entonces se prueba la siguiente proposición.

(TS1) Si para todo $\langle K, \mathcal{A}, I\rangle$, $\langle K', \mathcal{A}', I'\rangle \in R$ se cumple que $I = I'$ implica $K = K'$, entonces $\langle R, k, =\rangle$ es una red teórica.

<u>Prueba</u>:

Es suficiente demostrar que $\langle R, \kappa, =\rangle$ es una red.

(i) $T' = T \Rightarrow T'\kappa T$.

Si $T' = T$ entonces $K' = K$, $\mathcal{A}' = \mathcal{A}$ e $I' = I$. Tómense $j,h = 0$ y sean $\rho: M'_p \rightarrow M_p$ la función identidad sobre M_p y $\psi: M'_{pp} \rightarrow M_{pp}$ la función identidad sobre M_{pp}. Entonces tenemos

$$\bar{\varphi}(M') = M \subseteq M$$

$$\bar{\psi}(I') = I \subseteq I$$
$$\bar{\psi}_2(U) = U \in \mathcal{A} \text{ para todo } U \in \mathcal{A}'$$

(ii) $T_1 \kappa T_2$ y $T_2 \kappa T_3 \Rightarrow T_1 \kappa T_3$.

Si el orden de M_p^3 es m+k, el de M_p^2 es (m+j)+(k+h), y el de M_p^1 es ((m+j)+r)+((k+h)+(s), entonces tenemos

$$\varphi_1 : M_p^1 \to M_p^2 \text{ tal que}$$
$$\varphi_1(n_1, \ldots, n_{(m+j)+r}, t_1, \ldots, t_{(k+h)+s}) = \langle n_1, \ldots, n_{m+j}, t_1, \ldots, t_{k+h} \rangle$$
$$\varphi_2 : M_p^2 \to M_p^3 \text{ tal que}$$
$$\varphi_2(n_1, \ldots, n_{m+j}, t_1, \ldots, t_{k+h}) = \langle n_1, \ldots, n_m, t_1, \ldots, t_k \rangle;$$

por ende, la composición $\varphi = \varphi_2 \bullet \varphi_1 : M_p^1 \to M_p^3$ es tal que

$$\varphi(n_1, \ldots, n_{(m+j)+r}, t_1, \ldots, t_{(k+h)+s}) = \langle n_1, \ldots, n_m, t_1, \ldots t_k \rangle.$$

Análogamente, si $\psi_1 : M_{pp}^1 \to M_{pp}^2$ y $\psi_2 : M_{pp}^2 \to M_{pp}^3$ tienen las propiedades requeridas, entonces $\psi = \psi_2 \bullet \psi_1 : M_{pp}^1 \to M_{pp}^3$ también las tiene. Ahora bien, si $x \in M^1$ entonces $\varphi_1(x) \in M^2$ y, por ende, $\varphi_2(\varphi_1(x)) \in M^3$, de modo que $\bar{\varphi}(M^1) \subseteq M^3$. Análogamente, $\bar{\psi}(I^1) \subseteq I^3$. Además, si $U \in \mathcal{A}^1$ entonces $(\bar{\psi}_1)_2(U) \in \mathcal{A}^2$, de manera que $(\bar{\psi}_2)_2((\bar{\psi}_1)_2(U)) \in \mathcal{A}^3$, i.e.,

$$((\bar{\psi}_2)_2 \circ (\bar{\psi}_1)_2)(U) = \bar{\psi}_2(U) \in \mathcal{A}^3.$$

(iii) Sólo falta probar que $T' \kappa T$ y $T \kappa T' \Rightarrow T = T'$.

Si $T' \kappa T$ y $T \kappa T'$, entonces es obvio que $\varphi' : M_p' \to M_p$ es la misma función que $\varphi : M_p \to M_p'$, la función identidad sobre $M_p = M_p'$; análogamente, $\psi' : M_{pp}' \to M_{pp}$ es la misma función que $\psi : M_{pp} \to M_{pp}'$, la cual es la identidad sobre $M_{pp} = M_{pp}'$. Además,

$$\bar{\varphi}'(M') = M' \subseteq M \text{ y } \bar{\varphi}(M) = M \subseteq M'$$
$$\bar{\psi}'(I') = I' \subseteq I \text{ y } \bar{\psi}(I) = I \subseteq I'$$

le modo que $M' = M$ e $I' = I$. Por último, tenemos

$$U' \in \mathcal{A}' \Rightarrow \bar{\psi}'_2(U') = U' \in \mathcal{A} \text{ y}$$
$$U \in \mathcal{A} \Rightarrow \bar{\psi}_2(U) = U \in \mathcal{A}',$$

le modo que $\mathcal{A} = \mathcal{A}'$. Hemos probado así que $T = T'$. ∎

Otro resultado interesante es el siguiente:

(TS2) Si T, T' son elementos teóricos y T' es una especialización de T, entonces T' es una concretización de T.

Prueba.

Sean φ y ψ las funciones identidad sobre M_p y M_{pp}, respectivamente. Entonces tenemos

$$\bar{\varphi}(M') = M' \subseteq M$$
$$\bar{\psi}(I') = I' \subseteq I.$$

Además, como $\mathcal{A}' \subseteq \mathcal{A}$ y $\bar{\psi}_2(U) = U$, si $U \in \mathcal{A}'$ entonces $\bar{\psi}_2(U) \in \mathcal{A}$.

Puesto que la MPC ha sido reconstruida ya como una red teórica de la forma $\langle R, \sigma, \Rightarrow \rangle$,** es un corolario de (TS2) que la estructura lógica de la mecánica newtoniana también es "dialéctica", en el sentido marxiano del término. Ello significa que la estructura lógica de la TEM habrá de ser similar a la de la mecánica clásica, siempre y cuando resulte válida la siguiente

Conjetura: La teoría económica de Marx puede ser reconstruida como ma red teórica de la forma <R, κ, =>.

Se dice que el elemento teórico T de una red teórica R es el elemento teórico <u>básico</u> de R ssi T es el único elemento maximal de R. Si la conjetura recién formulada es correcta --y aquí supondré que sí lo es, pues ella constituye mi hipótesis de trabajo--, entonces tiene sentido preguntar si existe un elemento teórico básico en la TEM. La respuesta es afirmativa, pero ese elemento teórico básico <u>no</u> es la teoría del valor, contrariamente a lo que muchos creen. En otros términos, si el enunciado 'la teoría del valor-trabajo es el elemento teórico básico de la TEM' es una elucidación adecuada de la afirmación 'la teoría del valor trabajo es la teoría fundamental de la TEM' entonces --como espero mostrarlo en el siguiente capítulo-- este último enunciado resulta ser, lisa y llanamente, falso.

Notas.

[1] Véase la nota al pie de la página 152 del texto de Althusser. En ese lugar, Althusser consideraba a la "teoría" como una Generalidad II, es decir, como un medio de trabajo de la práctica científica que estaría en acción "cada vez según un modo específico, en el trabajo de producción teórico de cada ciencia". La "teoría" de una ciencia "experimental" sería la que "constituye los "fenómenos" en "hechos", la que plantea bajo la forma de un problema una dificultad existente, la que "resuelve" este problema, a través de la disposición de dispositivos teórico-técnicos que constituyen el cuerpo real de lo que una tradición idealista denomina "hipótesis", etc., etc.". Althusser dice ahí mismo que "esta Generalidad II, designada por el concepto de "teoría", merecería un examen más profundo del que puedo aquí realizar". Sin embargo, hasta donde yo sé, ni Althusser ni sus discípulos han realizado ese "examen más profundo" de la naturaleza de las teorías, a pesar de que se requiere mucho más que ese examen (se requiere una metateoría) para constituir una teoría de la historia de las ciencias.

[2] Cfr. Hempel (1967), pp. 186-188.

[3] El materialismo de algunos filósofos marxistas, en efecto, sólo tiene de materialista el nombre. El núcleo explícito del materialismo de estos filósofos es una tesis que se limita a afirmar la existencia de una realidad objetiva, sin pronunciarse acerca de la naturaleza de esta realidad, lo cual reservan a las ciencias. No veo porqué habría que llamar 'materialismo filosófico' a una posición así si todas las doctrinas filosóficas reconocidas como materialistas, desde Demócrito, se caracterizan precisamente por el fuerte compromiso metafísico de sus aserciones acerca de la Estructura General de la Realidad. Cfr. Althusser (1970), pp. 46 y ss.

[4] Cfr. Bunge (1967), (1969), (1978), (1974a).

[5] Cfr. Bunge (1974a), p. 61.

[6] Cfr. Bunge (1978), pp. 58 y ss.

[7] Para una definición detallada del concepto de relevancia, véase Bunge (1974a), pp. 75 y ss.

[8] Desde luego, una teoría puede ser "unicelular". En este caso, la teoría se identifica con el par <{x},≤ > que resulta ser --trivialmente-- un conjunto parcialmente ordenado.

[9] Para una revista de los diferentes tipos de axiomatizaaiones que puede recibir un sistema de enunciados, cfr. Stegmüller (1976), pp.

[10] Cfr. Bunge (1978), p. 165. Cfr. también Bunge (1967), (1969) y (1974a).

[11] Cfr. Kopperman (1981), p. 488.

[12] Ver supra §1.4.

[13] Para una exposición detallada de este tipo de axiomatización, véase Suppes (1966), capítulo XII.

[14] Cfr. Bunge (1978), pp. 182 y 183.

[15] Sin embargo, por razones de economía en la expresión, no lo voy a hacer: utilizaré los predicados conjuntistas de manera equívoca, puesto que no hay ninguna posibilidad de confusión.

[16] Es digna de consideración, aunque no necesariamente admisible, la teoría de la representación en Bunge (1974a).

[17] Cfr. Althusser (1968).

[18] Cfr. Bunge (1978), pp. 150-151; Bunge (1974b), pp. 9-12.

[19] "Modelos en ciencia teórica", p. 49.

[20] Bunge (1978), pp. 150-151.

[21] p. 52.

12 p. 53.

13 Por lo tanto, para admitir la existencia de modelos, Bunge parece requerir no tanto que los enunciados de la teoría sean satisfechos con exactitud por sus "referentes", sino, más bien, que sean satisfechos con exactitud por los valores reales de las magnitudes correspondientes.

14 Para una exposición detallada y una brillante defensa de esta tesis, véase Bunge (1969), pp. 773-780.

15 Bunge (1974b), p. 105.

16 Bunge (1979), pp. 773-779.

17 Cfr. Symon (1974), Spiegel (1967) o cualquier texto de mecánica teórica.

18 Es fácil ver que la constante de integración es igual a cero.

19 Suponemos que la longitud del ladrillo es de 10 cm.

10 Sneed (1971), pp. 32-33.

11 Moulines (1975), por ejemplo, ha mostrado que también en la termodinámica existen tales términos.

12 Es el mismo problema que menciono en el 1.5. Cfr la nota 42 del capítulo 1.

13 Si σ es el sistema concreto Tierra-Sol, por ejemplo, entonces un elemento típico de $\{\mathfrak{U}_\sigma\}$ será una estructura que satisfaga las leyes de Kepler.

14 Hicimos uso implícito de esta condición de ligadura al suponer que el ladrillo tiene la misma masa tanto en el sistema donde su masa se determina como en el plano inclinado.

[5] Cfr. supra, los comentarios a la definición (DM2).

[6] Por razones de conveniencia notacional, de aquí en adelante usa-
é las letras x,y,z, etc. para denotar estructuras, en vez de las
ermánicas mayúsculas $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, etc.

[7] Para un ejemplo, cfr. Moulines y Jané (1981).

[8] Un espacio topológico $\langle X, \tau\rangle$ es completamente regular ssi siempre
ue A es conjunto cerrado en $\langle X, \tau\rangle$ y $x \notin A$, hay una función conti-
ua $f:X \to [0,1]$ tal que $f(x) = 0$ y $f(A) = 1$. Todo espacio pseudo-
etrizable es completamente regular.

[9] Marx (1971), p. 21.

[0] Me parece que uno de los resultados más importantes de Althusser
s el haber mostrado que la dialéctica de Marx es radicalmente distin-
a de la de Hegel. Para una exposición de este punto, véase Althusser
(1967).

[1] Cfr., por ejemplo, Althusser (1968a), p. 153; Althusser (1968),
. 73; Ilienkov (1975); Krahl (1974) y Sweezy (1975). Todos estos
utores, desde concepciones filosóficas diferentes u opuestas, coin-
iden en atribuirle a Marx tal concepción del proceso de conocimien-
to.

[2] pp. 310-314.

[3] Recuérdese que la aplicación de las leyes es esencial porque sin
ellas no pueden determinarse los componentes teóricos de los modelos.

[4] Cfr. Balzer y Moulines (1981).

3. EL NUCLEO BASICO DE LA TEORIA ECONOMICA DE MARX.

1. Problemas fundamentales de la TEM.

¿Cómo determinar el núcleo teórico básico de la TEM sin incurrir en juicios apriorísticos acerca de su estructura lógica específica? A lo largo de este capítulo intentaré aportar una respuesta implícita a esta pregunta.

Una suposición metodológica fundamental que permea la totalidad de El capital es que la sustancia del valor de las mercancías --el trabajo social cristalizado en ellas-- es una magnitud mensurable. Por ejemplo, a lo largo de esa obra nos encontramos una serie de ecuaciones algebraicas que Marx utilizó con la intención de definir conceptos o expresar relaciones objetivas (leyes), como la ecuación '$M = c + v + pv$' que expresa, según Marx,[1] el valor de toda mercancía producida de manera capitalista. Pero es evidente que ecuaciones como ésa sólo tienen significado en el supuesto de que es posible asignar números a las mercancías, que midan su cantidad de valor, de la misma manera que asignamos números a los cuerpos para medir, digamos, su cantidad de masa. Desde luego, que las relaciones cuantitativas sean expresadas mediante fórmulas o en prosa es lo de menos. Las fórmulas que ocasionalmente emplea Marx no son más que una ayuda, un complemento a lo que trata de expresar en prosa. La prosa de Marx --como puede constatarlo el lector de EC-- está preñada de referencias a cantidades, magnitudes y relaciones cuantitativas: Marx pretendió explicar el funcionamiento de la economía capitalista mediante un uso sistemático y constante de conceptos cuantitativos. Por ejemplo, Marx propone una explicación de la fuente de la ganancia capitalista en términos de una diferencia: la diferencia entre el valor representado por el salario y el valor creado por la fuerza de trabajo en el proceso productivo. Pero está claro que, de hecho, para Marx esta diferencia es una diferencia numérica.[2] Podría seguir multiplicando los ejemplos y las referencias indefinidamente. Sin embargo, estimo que lo dicho es suficiente para persuadir al lector de que al menos una parte significativa e importante de la TEM pende del supuesto de que el valor es mensurable, como el alpinista que se columpia sobre el precipicio pende de la cuerda que lo sostiene. Por lo tanto, no deja de ser curioso el hecho de que en ninguna parte de EC describa Marx métodos específicos de medición del valor, limitándose a señalar que la magnitud del valor de un artículo se determina exclusivamente por el tiempo de trabajo socialmente necesario para su producción, i.e., por el tiempo de trabajo

> requerido para producir [ese] valor de uso, en las condiciones normales de producción vigentes en [la] sociedad y con el grado social medio de destreza e intensidad de trabajo.[3]

Desgraciadamente, este enunciado es un paradigma de vaguedad, de manera que su interpretación, como veremos en lo que sigue, ofrece dificultades muy considerables.

Se halla muy difundida en la literatura marxista[4] la suposi-

:ión de que el tiempo de trabajo socialmente necesario (TN) para .a producción de un bien de un tipo dado (e.g., un Volkswagen se-lán) puede medirse promediando la suma de las duraciones de los procesos de trabajo particulares que producen todos los bienes del :ipo con el número de esos procesos o, en otras palabras, que la medida λ_x de la magnitud del valor de un producto de tipo x está dada por la ecuación

$$(1)\ \lambda_x = \frac{\text{suma de las duraciones de los procesos que producen bienes x}}{\text{número de procesos que producen bienes x}}.$$

El problema con la ecuación (1) es que ella es verdadera --en el mejor de los casos-- sólo en los sistemas económicos donde todo proceso de trabajo es rudimentario, en el sentido de que sus trabajadores no están calificados y sus medios de producción no han sido filtrados por un trabajo previo. Pero Marx dejó claramente establecido que en las pretendidas aplicaciones de su teoría --los sistemas económicos capitalistas-- los procesos de trabajo son en general no rudimentarios, señalando que

> si se exceptúa la <u>industria extractiva</u>, que ya encuentra en la <u>naturaleza</u> su <u>objeto</u> de trabajo [...], todos los ramos de la industria operan con un <u>objeto</u> que es <u>materia prima</u>, esto es, con un <u>objeto</u> de <u>trabajo ya filtrado</u> por la actividad laboral, producto él mismo del trabajo.[5]

Si a esto agregamos, en completo acuerdo con Marx, que el TN para producir las materias primas es <u>parte</u> del TN necesario para elaborar el producto,[6] entonces veremos que la fórmula (1) es escandalosamente incorrecta.

Diederich y Fulda (1978) --menos ingenuos-- percibieron la complejidad del asunto y, acordemente, supusieron que el TN requerido para la producción de un bien de tipo x, suponiendo que la fuerza de trabajo es simple, está determinado aproximadamente por la ecuación

$$(2)\ \lambda_x = \frac{\text{suma de las sumas de las duraciones de los procesos extractivos, intermedios y final requeridos para producir un bien x}}{\text{número de bienes x}}$$

No obstante, independientemente del hecho de que los conceptos de proceso intermedio, extractivo y final, o de etapa de un proceso de trabajo, son indefinibles a partir de la base primitiva propuesta por Diederich y Fulda para la teoría del valor, la validez aproximada de la ecuación (2) en un sistema económico no depende únicamente del supuesto de que la fuerza de trabajo es simple; también requiere que --entre otras-- se satisfagan las siguientes condiciones:

(DF1) Sólo un trabajador participa en cada proceso de trabajo.

(DF2) Los procesos extractivo, intermedios y final, requeridos para producir un bien x, están ordenados de tal modo que forman una cadena.

(DF3) Cada proceso de trabajo produce bienes de un solo tipo.

(DF4) Cada proceso de trabajo consume como materias primas solo bienes de un mismo tipo.

(DF5) Todos los tipos de productos que se utilizan como materias primas en una misma cadena de procesos intermedios se producen en las mismas cantidades.

(DF6) Los productos intermedios son totalmente consumidos, como materias primas, por los procesos que alimentan.

(DF7) Ningún instrumento de trabajo transfiere valor al producto.

Pero puede verse con facilidad que ninguno de estos supuestos es válido en general en las pretendidas aplicaciones de la TEM donde la fuerza de trabajo es simple. Por ende, ni siquiera en ese caso especial puede la ecuación (2) ser considerada como una buena, admisible aproximación.

Morishima (1973) "define" la medida λ_i del valor cristalizado en una unidad de bienes del tipo i mediante la ecuación

(3) $\lambda_i = a_{1i}\lambda_1 + \cdots a_{ni}\lambda_n + l_i$

donde a_{ji} es un coeficiente que designa la cantidad de unidades de bienes del tipo j que es consumida en la producción de una unidad de bienes del tipo i, l_i es la cantidad de trabajo humano vivo, directo, utilizado y λ_j es la cantidad de TN requerido para producir una unidad de bienes del tipo j $(1 \leq j \leq n)$. Morishima demuestra que es posible obtener a partir de la ecuación (3) un sistema de ecuaciones lineales simultáneas con soluciones únicas, no negativas e independientes de los fenómenos del mercado, en el supuesto de que el sistema económico satisface las siguientes condiciones:

(M1) No hay problema de elección de técnicas: para cada tipo i de productos sólo se utiliza una técnica de producción.

(M2) No hay problema de producción conjuntiva: cada proceso de trabajo produce un solo tipo de productos.

(M3) No hay problema de trabajos concretos heterogéneos: todas las fuerzas de trabajo son simples.

(M4) Todos los instrumentos de trabajo tienen la misma duración, que es tomada como una unidad, de manera que son completamente consumidos en el mismo periodo.

(M5) Todos los productos tienen el mismo periodo de producción, que es tomado como una unidad de tiempo.

(M6) Cada proceso de producción es del tipo point-input-point-output, i.e., en cada proceso los factores que entran simultáneamente son transformados en productos sólo después del paso de cierto lapso de tiempo.[7]

(M7) El sistema es cerrado, i.e., todos los artefactos son producidos dentro del sistema.

(M8) La matriz

$$A_I = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix},$$

de coeficientes correspondientes a los procesos de trabajo que producen medios de producción, es productiva e indescomponible.[8]

Ahora bien, las suposiciones (M6) y (M8) no son restrictivas. Las suposiciones (M5) y (M7) son en general falsas pero pueden ser fácilmente sustituidas por otras suposiciones no restrictivas. Las suposiciones (M1)-(M4), por otra parte, son verdaderamente problemáticas. Morishima sostiene que no es posible eliminar tales suposiciones sin meter a la teoría del valor de Marx en dificultades tan serias que obligan a rechazarla. Si se me permite una metáfora, esas suposiciones son, según Morishima, las fibras (carcomidas) de la cuerda que sostiene a la teoría del valor flotando sobre el abismo. El problema con esas suposiciones es que son, en general, falsas en las pretendidas aplicaciones de la TEM.[9]

La suposición (M1) es falsa en los sistemas económicos modernos, sean capitalistas o socialistas. Hay productores en estos sistemas que elaboran los mismos tipos de valores de uso usando medios de producción muy diversos. Por ejemplo, en una misma formación económica coexisten agricultores que producen el mismo tipo de bien --digamos trigo-- algunos usando maquinaria agrícola de alta tecnología, mientras que otros aun dependen de sus rústicos arados para roturar y de las patas de sus animales para trillar. Pero la eliminación de la suposición (M1) entraría en conflicto --de acuerdo con Morishima-- con la suposición, que es fundamental para la TEM, de que dos nuevos productos del mismo tipo tienen asociado el mismo TN, el mismo valor. El conflicto radica en el hecho de que dos técnicas diferentes (dos procesos de tipos diferentes), aunque producen el mismo tipo de valores de uso, necesariamente utilizan diferentes tipos (o cantidades) de medios de producción y/o de fuerzas de trabajo. Esto implica que los coeficientes que corresponden al primer proceso de trabajo, y/o la cantidad de trabajo directo utilizado en él, no necesitan coincidir con los coeficientes técnicos que corresponden al segundo, o con la respectiva cantidad de trabajo directo. Pero, si esto es así, entonces la ecuación (3) no necesita arrojar el mismo resultado para ambos procesos, por lo cual dos tiempos de trabajo socialmente necesario --dos valores distintos-- serían atribuidos al mismo producto.[16]

La suposición (M2) también es falsa, en general, en los sistemas económicos modernos. Es fácil encontrar en estos sistemas procesos de trabajo que elaboran distintos tipos de valores de uso al mismo tiempo. Por ejemplo, no es posible (ni deseable) producir carne sin producir, simultáneamente, cuero. Pero el rechazo de la suposición (M2) presenta un problema: que la ecuación (3) es inadecuada para determinar el valor de bienes simultáneamente producidos en la medida en que ella sólo es adecuada para determinar el valor de un tipo de producto, suponiendo que todos los inputs son consumidos en la producción de ese solo artículo sin que --por así decirlo-- sean "divididos" entre diferentes tipos de valores de uso.

La eliminación de la suposición (M3) --que, desde luego, es falsa en las pretendidas aplicaciones de la TEM-- entraría en conflicto con el dualismo clasista de Marx, de acuerdo con el cual la tasa de explotación es uniforme en la economía capitalista (todos los trabajadores son explotados en la misma proporción), a menos que se suponga que los factores de conversión del trabajo potenciado al simple son proporcionales a las tasas salariales de los distintos tipos de trabajos. El problema con esta última suposición es que es arbitraria y además tiene la consecuencia --señalada por Morishima-- de que "aunque la tasa de explotación se ecualiza a través de todos los tipos de trabajos, los valores no satisfacen el postulado de independencia con respecto a las condiciones del mercado y pueden fluctuar fácilmente de periodo a periodo conforme cambian los salarios relativos".[11]

La suposición (M4) es falsa en cualquier sistema económico. Los instrumentos de trabajo en cualquier formación económica no necesitan tener todos la misma duración --de hecho no la tienen-- ni tienen por qué ser consumidos completamente en un periodo. Más aun, el mismo tipo de valor de uso (e.g., una máquina) puede ser consumido más aprisa en un tipo de proceso de trabajo que en otro y --en una análisis más fino-- dos instrumentos del mismo tipo pueden incluso ser onsumidos a velocidades diferentes en el mismo tipo de proceso de rabajo, dependiendo ello de la función que desempeñen en él. Sin mbargo, Morishima argumenta que la eliminación de la suposición M4) entraría en conflicto con la aserción de que la parte de capital onstante que es transferida a los productos debe igualar las inveriones de reposición en cada periodo.[12] Para eliminar esta inconsisencia --sostiene Morishima-- es necesario adoptar la Regla de Oro le von Neumann, de acuerdo con la cual los bienes de capital en di'erentes estados de uso y desgaste deben ser considerados como bienes cualitativamente diferentes (de tipos diferentes) mientras que os bienes de capital son considerados como subproductos de los proesos de trabajo en que participan. Esto implica, a su vez, el rehazo de la suposición (M2) y acarrea el resultado de que el número le tipos de bienes es mayor que el número de procesos de trabajo. 'al resultado implica la invalidez de la ecuación (3) y parece eliminar la posibilidad de determinar el valor de los productos mediante sistemas de ecuaciones lineales simultáneas.

Las dificultades que la eliminación de las suposiciones (M1)-(M4) presenta a la teoría del valor de Marx (y por ende a la TEM en su globalidad) son muy serias. De hecho, Morishima las considera lo suficientemente serias como para rechazar la teoría del valor. Sin embargo, algunas de estas suposiciones son más fundamentales que otras y todas ellas están dominadas por la suposición de que la ecuación (3) es la única ecuación posible --o la más aproximada-- para determinar el valor de los productos en casos interesantes, no excesivamente idealizados. Es como si Morishima hubiera dicho: 'Si la e-

:uación (3) no hace la faena, entonces ninguna otra ecuación la ha-
:a'. Pero esta suposición está completamente injustificada. Lo ú-
ıico que hasta el momento ha quedado perfectamente claro es lo si-
;uiente: (i) la determinación del valor de los productos en cada for-
ıación económica requiere necesariamente de uso de una fórmula, de una
Ley, i.e., el concepto de valor es un concepto TEM-teórico en el sen-
:ido de la metateoría estructuralista; y (ii) las fórmulas (1)-(3)
ıan fracasado como fórmulas generales para determinar el valor de
Los productos en cualquier formación económica. Pero esto no impli-
:a la imposibilidad de encontrar una ley general cuya aplicación nos
ɔermita calcular el valor de los productos en cualquier formación
ɛconómica. Si tal ley existe y la llamamos 'ley del tiempo de tra-
ɔajo', entonces lo único que se deduce del fracaso de las fórmulas
(1)-(3) es lo siguiente: las ecuaciones (1)-(3) no son formulaciones
aceptables de la ley del tiempo de trabajo. Por lo tanto, es nece-
sario aceptar, como un hecho, la existencia de tecnicas alternati-
vas y procesos de producción conjuntiva, y buscar una formulación de
la ley del tiempo de trabajo que, tomando tal hecho en cuenta, dé una
mejor aproximación al valor de los productos que la ecuación (3).

¿Y qué hay acerca de las restantes suposiciones (M3) y (M4)?

Con respecto a (M3), dado que la ley del tiempo de trabajo es
más fundamental, en el sentido lógico del término, que la teoría de
la explotación, si el dualismo clasista de Marx entra en conflicto
con una formulación aceptable de esa ley, que excluya la suposición
(M3), tanto peor para el dualismo clasista de Marx: No veo por qué

ıabría que sacrificar el elemento teórico básico de la TEM en aras le un enunciado falso que le es inesencial. Aunque esto no niega .a existencia de explotación en el capitalismo, es posible que por :azones políticas les disguste a los marxistas una modificación de ıa TEM en la que no se afirme (aunque circunstancialmente pueda ser :ierto) que todos los trabajadores son explotados en la misma propor- :ión. Pero ese sería un problema para los marxistas, no para la ley iel tiempo de trabajo.

Naturalmente, la búsqueda de una formulación aceptable de la ley del tiempo de trabajo debe tomar en cuenta que los instrumentos ie trabajo o "bienes de capital" tienen la duración que tienen. Se- ría prematuro discutir la posibilidad de eliminar el conflicto --se- ñalado por Morishima-- entre el hecho de que los bienes de capital duran más de un periodo y la aserción de que la parte del capital constante que es transferida a los productos debe igualar las inversiones de reposición en cada periodo. Sin embargo, es importante señalar que ese conflicto aparece dentro del marco de una solución particular al problema de la transformación de valores a precios (la del mismo Morishima (1973)), solución que, a su vez, está basada en la ecuación (3). Creo que es más pertinente ahora que nunca insistir en la necesidad de mantener dos cuentas por separado: por un lado, la cuenta de los valores; por el otro, la de los precios. A ello agregaría que también es necesario suboridinar el problema de la transformación al de la determinación cuantitativa del valor: Tratemos primeramente de comprender qué es esa magnitud (supuestamente objetiva) que Marx llamó 'valor' --y, sobre todo, desarrolle-

›s métodos específicos que nos permitan medirla con precisión--
ıtes de tratar de determinar las relaciones precisas y regulares
ıtre esa magnitud y los precios (si es que hay alguna).

Sostengo que el problema de encontrar una formulación general ceptable de la ley del tiempo de trabajo es el problema fundamental e la TEM y un reto a todos aquellos que pretenden tomar a la teoría e Marx como una propuesta seria de una teoría científica acerca del ıncionamiento del sistema capitalista. Sin embargo, hasta donde yo é, la importancia fundamental de la ley del tiempo de trabajo no ha ido plenamente comprendida por los teóricos marxianos y, lo que es ás grave, algunos de ellos ni siquiera han sentido que sea necesa-ia una ley tal.

Es difícil decidir si la tarea de encontrar una formulación ceptable de la ley del tiempo de trabajo habrá de verse coronada or el éxito. Quizá, todas las posibles formulaciones de la ley lel tiempo de trabajo habrán de encontrar dificultades insuperables, n cuyo caso la TEM se encontrará en un grave predicamento. Pero so es algo que todavía está por verse. Muchos senderos tendrán ue explorarse antes de que se alcance una decisión final. Mientras anto, en el siguiente parágrafo propondré una formulación de la ley lel tiempo de trabajo que toma en cuenta --entre otras cosas-- la xistencia de técnicas alternativas y procesos conjuntivos. Preci-amente el aparato conceptual y los enunciados mínimos requeridos ara formular la ley del tiempo de trabajo constituyen el elemento teórico básico de la TEM; la ley misma será introducida como un teorede ese elemento teórico.

2. <u>Una reconstrucción del núcleo básico de la TEM</u>.

Es un hecho notable el que Marx haya estado conciente del problema de la elección de técnicas, pues en el Capítulo X del Volumen 3 de EC él introdujo una distinción entre los que llamó 'valores individuales' y 'valores de mercado', para dar cuenta del hecho de que bienes del mismo tipo pueden ser producidos bajo "diversas condiciones". El valor de mercado --que no debiera ser confundido con el <u>precio</u> de mercado-- corresponde exactamente a lo que hasta aquí he llamado simplemente 'valor'; la novedad reside en la introducción del concepto de valor individual, que sólo coincide con el valor de mercado, o simplemente valor, en un caso especial: cuando sólo se utiliza una técnica para producir el valor de uso (esta aserción puede ser demostrada como un teorema). Si hay, en una misma formación social y en un mismo periodo, α técnicas alternativas distintas para producir bienes de tipo i, entonces tenemos α valores individuales (no necesariamente distintos)correspondientes a ese tipo en la formación. Lo que esto significa es que un bien de tipo i tiene un valor individual que depende de la técnica que efectivamente ha sido utilizada para producirlo. Se sigue que dos ejemplares del mismo tipo pueden tener valores individuales diferentes, i.e., que dos bienes del mismo tipo pueden ser producidos mediante la inversión de diferentes cantidades de tiempo de trabajo social. Pero, de acuerdo con Marx, estos valores individuales diversos "deben estar nivelados para formar <u>un</u> solo valor social, el valor de mercado [...]".[11] ¿De qué manera estos diferentes valores individuales forman un solo valor social? Dejemos que el mismo Marx conteste la pregunta.

> En rigor, [...] el valor de mercado de cada mercancía individual o de cada parte alícuota de la masa global estaría determinada por el valor global de la masa, el cual surgiría por adición de los valores de las mercancías producidas bajo las diversas condiciones, y por la parte alícuota que de ese valor individual correspondería a la mercancía individual.[13]

Los anteriores señalamientos de Marx sugieren una formulación de la ley del tiempo de trabajo que sí tome en cuenta la existencia de técnicas alternativas. Sea A_i la masa global de bienes de tipo i, y suponga que no todos los elementos de A_i fueron producidos bajo las mismas condiciones, i.e., que fueron producidos mediante α técnicas diferentes. Escriba $x \approx y$ ssi x fue producido con la misma técnica que y; obviamente, $\approx$ es una relación de equivalencia. Sea $A_i/\approx \; = \{X_1, \ldots, X_\alpha\}$ y sea $\mu : A_i \rightarrow R^+$ una función que asigna a cada bien $x \in A_i$ la cantidad en que está dado (e.g., $\mu(x)$ = 40 kg de harina).[14] Si λ_i es el valor de una unidad de bienes de tipo i (e.g., λ_i = el valor de 1 kg de harina), υ_κ es el valor individual de cualquier bien en X_κ, N_κ es el cardinal de X_κ, y μ_κ es la cantidad en que cada bien en X_κ está dado $(1 \leq \kappa \leq \alpha)$ entonces el valor global de la masa A_i de bienes es igual a

$$\lambda_i \left(\sum_{\kappa=1}^{\alpha} \mu_\kappa \cdot N_\kappa \right),$$

mientras que la adición de los valores individuales de los elementos en A_i no es sino

$$\sum_{\kappa=1}^{\alpha} \upsilon_\kappa \cdot N_\kappa .$$

Lo que Marx afirmaría, por lo tanto, sería la validez de la ecuación

$$(4) \qquad \lambda_i \left(\sum_{\kappa=1}^{\alpha} \mu_\kappa \cdot N_\kappa \right) = \sum_{\kappa=1}^{\alpha} \upsilon_\kappa \cdot N_\kappa .$$

Por otro lado, el valor individual de cualquier $x \in X_\kappa$ $(1 \leq \kappa \leq \alpha)$ está dado por

$$(5) \qquad \upsilon_\kappa = a_{1\kappa}\lambda_1 + \cdots + a_{n\kappa}\lambda_n + l_\kappa ,$$

donde $a_{j\kappa}$ es un coeficiente peculiar a la κ-ésima técnica utilizada para producir bienes de tipo i, y l_κ es la respectiva cantidad de trabajo directo.

El lector puede verificar que a partir de (4) y (5) es posible obtener una ecuación lineal exactamente de la misma forma que la ecuación (3) de Morishima. Dado que hay un par de ecuaciones como (4) y (5) para cada tipo de bienes, uno puede obtener un sistema de ecuaciones lineales simultáneas para determinar el valor de todos los productos (aunque los coeficientes, naturalmente, resultarán algo complicados). Desgraciadamente, las ecuaciones (4) y (5) son inadecuadas porque, aunque toman en cuenta la existencia de técnicas alternativas, ellas son válidas (si es que lo son en absoluto) sólo bajo la suposición de que no hay problema de producción conjuntiva --y vaya que lo hay. Marx no parece haberse dado cuenta de este problema y, por lo tanto, no podía haber propuesto una solución. Sin embargo, hay una aparente solución que se presenta como plausible. A grandes rasgos, la solución consiste en lo siguiente. Sea $\{x_1, \ldots, x_\beta\}$ el conjunto de los outputs de un proceso dado, donde $x_1, \ldots, x_\beta$ son productos no todos del mismo tipo. Si $a_{1i}, \ldots, a_{ni}$ son los coeficien-

:s correspondientes a ese proceso de trabajo y l_i es la cantidad : trabajo directo, entonces reescribimos (5) como

$$\text{5)}\quad \upsilon(\{x_1,\ldots,x_\beta\}) = a_{1i}\lambda_1 + \cdots + a_{ni}\lambda_n + l_i.$$

aciendo la suposición de que υ es una función de conjuntos aditiva, definiendo $\upsilon(x_\kappa)$ como $\upsilon(\{x_\kappa\})$ $(1 \leq \kappa \leq \alpha)$, obtenemos

$$\text{7)}\quad \sum_{\kappa=1}^{\beta} \upsilon(x_\kappa) = a_{1i}\lambda_1 + \cdots + a_{ni}\lambda_n + l_i.$$

odo esto es muy fácil. El problema es, desde luego, cómo vamos a istribuir el valor individual $\upsilon(\{x_1,\ldots,x_\beta\})$ del conjunto de outputs ntre sus diferentes elementos. Se presentan varias posibilidades. a primera de ellas consiste en hacer la distribución de una manera otalmente arbitraria, pero esto no parece muy satisfactorio. Porque uizá existen razones objetivas, todavía ignoradas, que detrminan u- a distribución única del valor individual adherido al conjunto entre os diferentes coproductos. Creo que esta es una posibilidad que me- :ece ser explorada y la adoptaré implícitamente como una conjectura :n la presente reconstrucción.

Las oservaciones anteriores pueden ser utilizadas para formular ına nueva versión de la ley del tiempo de trabajo que tome en cuenta la existencia de técnicas alternativas y procesos conjuntivos. Los términos primitivos necesarios para formular esa nueva versión son los siguientes diez: U, T, A, p, δ, μ, ~, τ, υ y λ. Trataré de dar una idea de su sentido factual en un momento.

U es un conjunto de valores de uso, i.e., un conjunto de cuerpos que por virtud de sus cualidades satisfacen necesidades humanas del tipo que fueren. T es un conjunto de ternas ordenadas que representan procesos de trabajo. A es el conjunto de los valores de uso en U que han sido filtrados por un trabajo previo, i.e., que son productos de algún proceso de trabajo, no necesariamente en T. p es una función que asocia a cada proceso en T su correspondiente conjunto de coproductos, i.e., un elemento de $\mathcal{P}(A)$.

δ es una función con valores reales que asigna a cada par $\langle x,t\rangle \in A \times T$ el tiempo promedio (digamos, en horas) durante el cual una fuerza de trabajo ocupando la posición que x ocupa en t está aplicada al trabajo en un proceso laboral del tipo al que t pertenece.[15] Esto refleja la posibilidad de que algunos trabajadores trabajen más tiempo que otros en uno y el mismo proceso de trabajo, dependiendo ello de la función que desempeñen en el proceso. Por ende, δ puede asignar diferentes duraciones a diferentes fuerzas de trabajo en uno y el mismo proceso laboral, siendo la suma de estas duraciones la cantidad de trabajo directo invertido en el correspondiente conjunto de productos. Naturalmente, x no es una fuerza aplicada en t ssi $\delta(x,t) = 0$.

μ es otra función con valores reales. Asigna a cada elemento de U la medida de su cantidad. De esta manera, si x es un tipo de bien que puede ser contado (como un automóvil), diremos que $\mu(x) =$ 1 unidad. Si la cantidad de x se determina mediante unidades de peso, longitud, etc., entonces $\mu(x)$ será un número referido al sistema métrico decimal (metro, kilogramo y unidades derivadas).

~ es una relación que tiene lugar sólo entre valores de uso
el mismo tipo; por ejemplo, dos volúmenes de mantequilla de la misma
alidad y composición química (¡pero no necesariamente de la misma
antidad!). Obviamente, ~ es una relación de equivalencia.

τ es una función con valores reales que asigna a cada par
$\langle x,t\rangle \in A \times T$ la duración económica media de un valor de uso de tipo x,
esempeñando la función que x realiza en t, en un proceso laboral del
ipo de t. Si x no es un medio de producción en t, entonces $\tau(x,t) = 0$.

υ es una función de conjuntos aditiva definida sobre $\mathcal{P}(A)$. A-
igna a cada conjunto de valores de uso el valor individual que les
orresponde; como vimos, este valor individual depende de la técnica
articular. λ tiene propiedades matemáticas semejantes, pero asigna
na magnitud diferente a cada conjunto de valores de uso, a saber:
l tiempo de trabajo socialmente necesario para su producción o su
alor de mercado. La correspondiente unidad para λ, así como para
, es hombre por hora.

Los únicos de los conceptos anteriores que parecen ser TEM-teóri-
os son υ y λ.[16] Si esto es el caso, entonces el conjunto de los mo-
elos parciales potenciales de nuestro elemento teórico puede ser de-
inido como sigue (donde 'SPT' es una abreviatura de 'sistema de pro-
esos de trabajo'):

D1) $\mathfrak{A} \in \widehat{SPT}$ ssi existen U, T, A, p, δ, μ, ~ y τ tales que

(1) $\mathfrak{A} = \langle U, T, A, p, \delta, \mu, \sim, \tau\rangle$

(2) U es un conjunto finito y no vacío

(3) T es una relación ternaria entre subconjuntos no vacíos de U tal que, para cada $t \in T$, los componentes de T son ajenos por pares

(4) A es un subconjunto no vacío de U

(5) $p: T \rightarrow (A) - \{\phi\}$ es una función inyectiva tal que los elementos de su rango son ajenos por pares

(6) $\delta : A \times T \rightarrow R_o^+$

(7) $\mu : U \rightarrow R^+$

(8) $\sim$ es una relación de equivalencia sobre U

(9) $\tau : A \times T \rightarrow R_o^+$.

Como se puede ver a partir de la definición, si $t \in T$ entonces t es triplo $\langle X_1, X_2, X_3 \rangle$ de subconjuntos de U. Estos subconjuntos están en una cierta relación que puede ser expresada como sigue: Los elementos de X_1 transforman a los de X_3, utilizando a los de X_2, para alcanzar un propósito previamente establecido. Si se tiene en mente esta intensión, la siguiente definición debe ser intuitiva.

(D2) Sea $t = \langle X_1, X_2, X_3 \rangle$ un elemento arbitrario de T. Entonces definimos:

(1) la <u>fuerza de trabajo</u> de t, $F(t) =_d X_1$

(2) los <u>instrumentos de trabajo</u>, $I(t) =_d X_2$

(3) los <u>objetos de trabajo</u>, $O(t) =_d X_3$

(4) el <u>producto</u> de $t =_d p(t)$

(5) los <u>medios de producción</u> de t, $M(t) =_d F(t) \cup I(t) \cup O(t)$

(6) los <u>medios artificiales</u> de producción, $M_A(t) =_d M(t) \cap A$.

Por otro lado, observe que el conjunto global de productos del sistema puede ser definido como $\bigcup\bar{p}(T)$.

El problema de la elección de técnicas ha jugado un papel muy importante en algunas discusiones recientes concernientes a la teoría del valor de Marx. Pero, ¿qué es una técnica? Intuitivamente, una técnica es una "forma de hacer cosas", i.e., un procedimiento establecido que se repite una y otra vez de una manera muy regular. Desde el punto de vista de la TEM, sin embargo, una técnica es algo más que esto: no es simplemente una manera de hacer cosas, sino una manera de hacer cosas aplicando siempre los mismos tipos y cantidades de fuerzas de trabajo e instrumentos de trabajo a los mismos tipos y cantidades de materias primas, para producir los mismos tipos y cantidades de productos. Por ende, dos procesos de trabajo que emplean la misma técnica son equivalentes en un sentido muy fuerte. Trato de capturar este sentido mediante la definición

(D3) Sean t_1, t_2 elementos arbitrarios de T. Decimos que t_1 es <u>técnicamente equivalente</u> a t_2 ($t_1 \equiv t_2$) ssi

(1) hay una biyección

$$\phi : p(t_1) \approx p(t_2)$$

tal que, para cada $x \in p(t_1)$, $x \sim \phi(x)$ y, más aun, $\mu(x) = \mu(\phi(x))$.

(2) hay una biyección

$$\psi : M_A(t_1) \approx M_A(t_2)$$

tal que, para cada $x \in M_A(t_1)$, x pertenece a la i-ésima componente de de t_1 ssi $\psi(x)$ pertenece a la i-ésima componente de t_2 $(1 \leq i \leq 3)$ y, más aun, $\mu(x) = \mu(\psi(x))$.

Obviamente, $\equiv$ es también una relación de equivalencia, de manera que los dos teoremas siguientes son triviales.

(T1) $\sim$ induce una partición de A en clases de equivalencia. En particular, $\sim$ induce una partición de $P \cap A$ en tales clases.

(T2) $\equiv$ induce una partición de T en clases de equivalencia.

De acuerdo con Marx, "el producto global --y por tanto también la producción global-- de la sociedad se descompone en dos grandes sectores:

I) Medios de producción, mercancías que poseen una forma bajo la cual deben ingresar en el consumo productivo, o cuando menos pueden ingresar en él.

II) Medios de consumo, mercancías que poseen una forma bajo la cual ingresan en el consumo individual de la clase de los capitalistas y de la clase obrera.

En cada uno de estos sectores, la totalidad de los diversos ramos de la producción pertenecientes al mismo constituyen un único gran ramo de la producción: en un caso el de los medios de producción, en el otro el de los medios de consumo".[17] Observe que Marx en este pasaje, así como en muchos otros de EC, parece estar suponiendo que el sistema económico es cerrado, i.e., que el producto total P coincide con A, el conjunto total de medios (artificiales) de producción y consumo individual. Sin embargo, es en general cierto que no todos los bienes asequibles en una sociedad dada, sean de producción o de consumo, han sido producidos dentro de la sociedad (simplemente piense en los bienes importados). Por ende, no seguiré a Marx en ese respecto porque siento que esa suposición no es realista. En vez de ello, trataré de tomar en cuenta el hecho recién mencionado mediante ciertas ligaduras que serán formuladas después. Por lo tanto, en vez de dividir el conjunto global de <u>productos</u> en dos sectores, dividiré el conjunto total de <u>artefactos</u> en dos clases: una de medios de producción, la otra de medios de consumo. Esta división será hecha de tal modo que un bien caracterizado como de producción no necesariamente tiene que ser usado como medio de producción en algún proceso laboral actual; el punto es justamente que <u>puede ser</u> usado como un medio de producción. Esta modalidad, a su vez, será interpretada en un sentido restringido, relativizado, como sigue: un bien $x \in A$ puede ser usado como medio de producción en un SPT $\mathfrak{A}$ ssi existe una técnica en $\mathfrak{A}$ (un tipo de procesos de trabajo) tal que esa técnica usa artefactos del mismo tipo que x como medios de producción. Todo esto se logra con

(D4) Sea $X \in A/\sim$ un tipo de artefactos. Decimos que X es un <u>tipo de bienes de producción</u> ssi $X \cap M(t)$ es no vacía para algún $t \in T$. Si X no es un tipo de bienes de producción, entonces decimos que X es un <u>tipo de bienes de consumo</u>.

A partir de ahora, me apegaré a las siguientes convenciones (excepto en la demostración del teorema (3), donde introduciré algunos cambios en la notación):

<u>Convención 1</u>. Si existen n tipos de bienes de producción y m-n tipos de bienes de consumo en $A/\sim$, entonces ordenamos $A/\sim$ de modo tal

que $A_1,\dots,A_n$ sean todos los tipos de medios de producción, mientras que $A_{n+1},\dots,A_m$ son los tipos de bienes de consumo. Definimos una sucesión $P_1,\dots,P_m$ de conjuntos tales que $P_i = P \cap A_i$ $(1 \leq i \leq m)$. Observe que P_i puede ser vacío (si no se producen bienes del tipo i en el sistema); en cualquier caso, $P_i \subseteq A_i$. La colección de los conjuntos no vacíos en la sucesión $P_1,\dots,P_m$ es precisamente $P/\sim$.

Decimos que un tipo $Y \in T/\equiv$ de procesos de trabajo produce medios de producción ssi, para algún tipo A_i $(1 \leq i \leq n)$ de medios de producción, $p(t) \cap A_i$ es no vacía para algún (y por ende para cualquier) $t \in Y$.

Convención 2. Si existen p tipos de procesos de trabajo que producen medios de producción y q-p tipos de procesos de trabajo que producen sólo medios de consumo en $T/\equiv$, entonces ordenamos $T/\equiv$ de modo tal que $T_1,\dots,T_p$ son los tipos de procesos laborales que producen medios de producción y $T_{p+1},\dots,T_q$ son los tipos de procesos de trabajo que producen exclusivamente medios de consumo.

Convención 3. Para cada tipo T_j $(1 \leq j \leq q)$ de procesos de trabajo, ordenamos los elementos del conjunto de productos de cada proceso en T_j de modo tal que formen una cadena, y de modo tal que la función ϕ de (D3)-(1) sea una función isótona.

El siguiente paso en nuestra reconstrucción es definir un conjunto de coeficientes técnicos para cada tipo de proceso de trabajo. Obsérvese que no se utilizan conceptos teóricos para este propósito.

(D5) Sea $x \in A_i$ un medio de producción arbitrario de tipo i $(1 \leq i$

$\leq n$), y sea $t \in T_j$ un proceso de trabajo de tipo j ($1 \leq j \leq q$). Entonces

(1) $\rho(x,t) =_d \frac{\mu(x)}{\tau(x,t)}$ es el <u>índice de reemplazo</u> de un medio de producción de tipo A_i (dado en la cantidad $\mu(x)$) que desempeña la función que x realiza en un proceso de tipo T_j

(2) si $M_A(t) \cap A_i = \{x_1,\ldots,x_\alpha\}$, entonces definimos el <u>coeficiente técnico</u> a_{ij} ($1 \leq i \leq n$), ($1 \leq j \leq q$) mediante la ecuación

$$a_{ij} =_d \sum_{\kappa=1}^{\alpha} \rho(x_\kappa,t)$$

(3) si $F(t) = \{x_1,\ldots,x_\beta\}$, entonces definimos la <u>cantidad de trabajo vivo</u> invertida en t como

$$l_j =_d \sum_{\kappa=1}^{\beta} \delta(x_\kappa,t).$$

La unicidad de los coeficientes técnicos, al igual que la de la cantidad de trabajo directo, para cada tipo de proceso de trabajo, se deduce de las siguientes suposiciones: si $t \equiv t'$ y ψ es el mapeo biyectivo de (D3)-(2), entonces $\tau(x,t) = \tau(\psi(x),t')$ y $\delta(x,t) = \delta(\psi(x),t')$, para todo $x \in M_A(t)$. Estas suposiciones constituyen una definición implícita de τ y δ (recuérdese que ellas asignan <u>promedios</u>), y serán introducidas como axiomas propios en la definición de los modelos de nuestro elemento teórico. Mientras tanto, permítaseme introducir los modelos potenciales (M_p). Esto se lleva a efecto mediante la definición del predicado conjuntista 'sistema de procesos de trabajo con valuación' (SPTV).

(D6) $\mathfrak{A} \in \widehat{SPTV}$ ssi existen U, T, A, p, δ, μ, $\sim$, τ, υ y λ tales que

(1) $\mathfrak{A} = \langle U, T, A, p, \delta, \mu, \sim, \tau, \upsilon, \lambda\rangle$
(2) $\langle U, T, A, p, \delta, \mu, \sim, \tau\rangle \in \widehat{SPT}$
(3) $\langle A, \wp(A), \upsilon\rangle$ es un espacio de medida
(4) $\langle A, \wp(A), \lambda\rangle$ es un espacio de medida.

Observe que en (D6) nos apartamos de la suposición usual, de acuerdo con la cual λ está exclusivamente definida sobre el conjunto A. En vez de ello, suponemos que tanto λ como υ están primariamente definidas sobre la σ-álgebra de subconjuntos de A, i.e., que son medidas sobre el espacio medible $\langle A, \wp(A)\rangle$. Sin embargo, consideramos que tanto υ como λ están también definidas sobre A, pues podemos definir $\lambda(x) =_d \lambda(\{x\})$ y $\upsilon(x) =_d \upsilon(\{x\})$, para cualquier $x \in A$.

El siguiente paso ahora es la introducción de los modelos del elemento teórico. El correspondiente predicado conjuntista es 'sistema de procesos productivos' (SPP).

(D7) $\mathfrak{A} \in \widehat{SPP}$ ssi existen U, T, A, p, δ, μ, $\sim$, τ, υ y λ tales que

(1) $\mathfrak{A} = \langle U, T, A, p, \delta, \mu, \sim, \tau, \upsilon, \lambda\rangle$
(2) $\mathfrak{A} \in \widehat{SPTV}$
(3) $\forall t,t' \in T;\ \forall x \in A$: si $t \equiv t'$ y $x \in M_A(t)$, entonces
$$\tau(x,t) = \tau(\psi(x),t')$$
(4) $\forall t,t' \in T;\ \forall x \in U$: si $t \equiv t'$ y $x \in F(t)$, entonces
$$\delta(x,t) = \delta(\psi(x),t')$$

(5) para cada tipo T_j de procesos de trabajo ($1 \leq j \leq q$), sea j_γ el número de coproductos en cualquier proceso de tipo T_j. Entonces existen números reales no negativos y únicos $r_1, \ldots, r_{j_\gamma}$ tales que $r_1 + \cdots + r_{j_\gamma} = 1$ y tales que, para todo $t \in T_j$: si $p(t) = \{x_1, \ldots, x_{j_\gamma}\}$ entonces $\upsilon(x_k) = \upsilon(p(t)) \cdot r_k$ ($1 \leq k \leq j$), y

$$a_{1j}\lambda_1 + \cdots + a_{nj}\lambda_n + l_j = \sum_{k=1}^{j_\gamma} \upsilon(x_k)$$

(6) para cualquier tipo A_i de artefactos ($1 \leq i \leq m$), el valor λ_i de una unidad de artefactos de tipo i está dado por

$$\lambda_i = \frac{\upsilon(A_i)}{\sum_{x \in A_i} \mu(x)} .$$

Los axiomas (3) y (4) pueden ser tomados como definiciones implícitas de τ y δ; obviamente, si (como Marx sugiere) estas magnitudes se determinan empíricamente mediante promedios aritméticos, entonces las ecuaciones (3) y (4) serán satisfechas. Sostengo, por otra parte, que (5) y (6) constituyen las ecuaciones fundamentales del elemento teórico básico de la TEM. Estas ecuaciones toman en cuenta la existencia de procesos conjuntivos, técnicas alternativas, trabajadores calificados y diferentes duraciones de los medios de producción. También toleran la posibilidad de que el sistema sea abierto. Con respecto a esta última posibilidad, el lector puede preguntar: ¿Cómo se pueden considerar las funciones υ y λ como definidas en todo el espacio medible $\langle A, \mathcal{P}(A)\rangle$ cuando el sistema es abierto, dado que en tal caso no todos los elementos de A han sido producidos dentro del sistema? La respuesta que propongo a esa pregunta consisten en lo siguiente: Si x es un bien de tipo A_i no producido en el sistema, i.e., en la misma formación económica durante el mismo periodo, entonces el valor individual de x no es determinado en el sistema en cuestión, sino en aquel otro sistema donde x haya sido elaborado: la idea es que x "brinca" de un sistema al otro cargando su propio valor individual tal y como ha sido determinado este valor individual en el primero. Esta idea puede ser precisada mediante el siguiente par de ligaduras.

Sean $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \in \widehat{SPTV}$. Escribimos el conjunto de los artefactos de $\mathfrak{A}$ como '$A_{\mathfrak{A}}$', el de los artefactos de $\mathfrak{B}$ como '$A_{\mathfrak{B}}$', y así para el resto de los parámetros. Entonces propongo:

(C1) Para cada $\mathfrak{A} \in \widehat{SPTV}$ y para cada $x \in A_{\mathfrak{A}}$ existe un $\mathfrak{B} \in \widehat{SPTV}$ tal que $x \in P_{\mathfrak{B}}$.

(C2) Para todo $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \in \widehat{SPTV}$ y para cada $x \in A_{\mathfrak{A}} \cap A_{\mathfrak{B}}$: $(x) = (x)$.

(C1) afirma que todo artefacto en cualquier sistema debe haber sido producido en algún lado. Creo que esto es muy obvio. (C2), por otra parte, no es tan obvio, aunque tiene la siguiente consecuencia: Si una formación σ "inunda" el mercado de otra formación σ' con un número de productos del mismo tipo (que tienen el mismo valor individual) mucho mayor que el número de bienes del mismo tipo producidos en σ', entonces el valor de los productos de ese tipo en σ' tiende a nivelarse con el valor individual de esos productos de σ. Sin embargo, ello no es suficiente para justificar (C2), pero dejaré su justificación (o su refutación) como un problema abierto. En cualquier caso, bajo la suposición de que el sistema es cerrado, i.e., que $A = P$, el siguiente teorema es derivable:

(T3) Para cada tipo A_i de productos $(1 \leq i \leq m)$, existe una ecuación lineal que tiene precisamente la forma

$$\lambda_i = b_{1i}\lambda_1 + \cdots + b_{ni}\lambda_n + l_i.$$

Prueba.

Para cualquier i $(1 \leq i \leq m)$, arbitrario pero fijo, sean $T_1, \ldots, T_\nu \in T/\equiv$ todas las técnicas actualmente utilizadas para producir bienes del tipo i. Para cada T_κ $(1 \leq \kappa \leq \nu)$, sea X_κ el conjunto de los productos de cualquier proceso de tipo T_κ y sea N_κ el número cardinal de T_κ. Dividimos el conjunto X_κ en dos subconjuntos diferentes Y_κ y Z_κ, donde Y_κ es el conjunto de todos los bienes de tipo i producidos por el proceso, mientras que Z_κ es el conjunto de los restantes coproductos. Denotaremos el valor individual $\upsilon(X_\kappa)$ del conjunto X_κ con 'υ_κ'. Si $X_\kappa = Y_\kappa \cup Z_\kappa = \{x_{\kappa_1}, \ldots, x_{\kappa_\beta}\} \cup \{x_{\kappa_{\beta+1}}, \ldots, x_{\kappa_\gamma}\}$, donde κ_β es el número de bienes de tipo i incluidos es X_κ (i.e., κ_β es el número cardinal de Y_κ), entonces, por el axioma (D7)-(5), para cada técnica κ $(1 \leq \kappa \leq \nu)$ existen únicos números reales no negativos $r_{\kappa_1}, \ldots, r_{\kappa_\gamma}$ tales que

$$\upsilon_\kappa = a_{1\kappa}\lambda_1 + \cdots + a_{n\kappa}\lambda_n + l_\kappa = \sum_{\eta=1}^{\beta} r_{\kappa_\eta} \cdot \upsilon_\kappa + \sum_{\theta=\beta+1}^{\gamma} r_{\kappa_\theta} \cdot \upsilon_\kappa .$$

Dado que $\upsilon(Y_\kappa) = \sum_{\eta=1}^{\beta} r_{\kappa_\eta} \cdot \upsilon_\kappa$, tenemos

$$\upsilon_\kappa = \upsilon(Y_\kappa) + \upsilon_\kappa(r_{\kappa_{\beta+1}} + \cdots + r_{\kappa_\gamma}).$$

Por ende,

$$\upsilon(Y_\kappa) = \upsilon_\kappa - \upsilon_\kappa(r_{\kappa_{\beta+1}} + \cdots + r_{\kappa_\gamma})$$

$$= \upsilon_\kappa(1 - (r_{\kappa_{\beta+1}} + \cdots + r_{\kappa_\gamma})).$$

Si denotamos el número $1 - (r_{\kappa_{\beta+1}} + \cdots + r_{\kappa_\gamma})$ con 'R_κ', entonces la expresión anterior se convierte en

$$\upsilon(Y_\kappa) = \upsilon_\kappa R_\kappa.$$

Por lo tanto,

$$\upsilon(Y_\kappa)\cdot N_\kappa = \upsilon_\kappa(R_\kappa N_\kappa)$$

y

$$\sum_{\kappa=1}^{\nu} \upsilon(Y_\kappa)\cdot N_\kappa = \sum_{\kappa=1}^{\nu} \upsilon_\kappa(R_\kappa N_\kappa).$$

Pero el lector se puede convencer a sí mismo de que

$$\upsilon(A_i) = \sum_{\kappa=1}^{\nu} \upsilon(Y_\kappa)\cdot N_\kappa;$$

luego,

$$\upsilon(A_i) = \sum_{\kappa=1}^{\nu} \upsilon_\kappa(R_\kappa N_\kappa).$$

Si denotamos $\sum_{x\in A_i} \mu(x)$ con 'M_i', entonces, por el axioma (D7)-(6),

$$\lambda_i = \frac{\upsilon(A_i)}{M_i}$$

$$= \frac{\sum_{\kappa=1}^{\nu} \upsilon_\kappa(R_\kappa N_\kappa)}{M_i}$$

$$= \frac{\sum_{\kappa=1}^{\nu} (a_{1\kappa}\lambda_1 + \cdots + a_{n\kappa}\lambda_n + l_\kappa)\ (R_\kappa N_\kappa)}{M_i}$$

$$= \left(\sum_{\kappa=1}^{\nu} \frac{R_\kappa N_\kappa a_{1\kappa}}{M_i}\right)\lambda_1 + \cdots + \left(\sum_{\kappa=1}^{\nu} \frac{R_\kappa N_\kappa a_{n\kappa}}{M_i}\right)\lambda_n + \sum_{\kappa=1}^{\nu} \frac{R_\kappa N_\kappa l_\kappa}{M_i} .$$

La aserción queda así demostrada. ∎

3. Conclusiones y problemas abiertos.

La ecuación derivada en el teorema (T3) es la forma específica que asume la ley del tiempo de trabajo en los sistemas cerrados; en general, las formas que asumirá la ley dependerán de las peculiaridades de los sistemas a los que se aplique la teoría. La formulación de la ley en toda su generalidad está dada por los axiomas (D7)(5) y (6). Dejo como problemas abiertos encontrar una formulación más sintética y elegante de la ley del tiempo de trabajo, así como investigar las formas específicas que habrá de asumir la ley sobre todo en los sistemas abiertos. Sería una tarea para la ciencia normal marxiana (si es que hay alguien interesado en ella) construir, a partir de los anteriores resultados, métodos específicos y prácticos de medición del va-

.or.

El lector ya se habrá dado cuenta de que el núcleo teórico elemen-:al reconstruido en el parágrafo anterior no incluye cier-:os aspectos que sí deberían estar comprendidos en una recosntrucción lel núcleo de la teoría del valor. Por ejemplo, no contiene conceptos :ales como el de valor de cambio o intercambio, ni tampoco incluye a .a ley del valor. Por lo tanto, el núcleo reconstruido no es el corres-›ondiente a la teoría del valor. ¿A qué elemento teórico corresponde, ›ues, dicho núcleo? Obviamente, a uno más fundamental y abstracto que la teoría delvalor; corresponde --digámoslo de una vez-- a una teoría :egíonal de la TEM que a mí me gustaría llamar 'teoría general de la ›roducción'. Es importante que el lector tenga presente que esta teo-ría más abstracta emergió --por así decirlo, a posteriori-- del análi-sis lógico de la teoría del valor, y que su existencia no es, por lo tanto, una mera presunción basada en alguna "lectura" de EC. La aser-:ión (que yo creo verdadera) de que la teoría general de la producción se aplica no sólo al capitalismo, sino prácticamente a cualquier for-nación económica de la historia con un cierto grado de organización social, no es objeto de disputa filosófica, sino una aserción empírica (la aserción empírica de la teoría) cuyo valor veritativo debe ser decidido sobre la base de la investigación científica.

Hay buenas razones para suponer que la teoría del valor es precisamente una concretización de la teoría general de la producción. Por lo tanto, está abierto el (difícil) problema de reconstruir la primera como una concretización de la segunda. Esencialmente, este problena consiste en agregar a la teoría general de la producción los conceptos mínimamente necesarios para formular la ley del valor. Se trata, ciertamente, de un problema muy difícil, pues nadie parece conocer a ciencia cierta el contenido y la estructura de la ley del valor. Sin embargo, es sólo mediante la formulación de leyes más concretas que la ley del tiempo de trabajo, de leyes que conecten los valores calculados con esta ley con otras magnitudes "observables", como los precios, que podremos llegar a percibir la relevancia del valor como principio explicativo de determinados fenómenos sociales.

Para concluir, pues, quisiera señalar que hay mucho trabajo metateórico por hacer sobre la TEM. Espero que el presente esfuerzo pueda servir como punto de partida para ulteriores desarrollos.

)tas.

El capital (EC), tomo III, sección 1, c. 1.

Cf. EC, t. I, s. 3, c. 6, 7, 8 y 9.

EC, t. I, s. 1, c. 1.

Cf. Harnecker (1969), Lapidus y Ostrovitianov (1971) y Pesenti (1974).

EC, t. I, s. 3, c. 5.

EC, t. I, s. 3, c. 5 y 6.

Cf. Morishima (1973a), p. 95.

Se dice que la matriz A_I es productiva ssi existe un vector positi-
› x^o tal que $x^o > A_I x^o$. Esto significa que todas las industrias de
lenes de capital en la sociedad pueden producir simultáneamente out-
its positivos netos cuando son operadas a los niveles x^o. La matriz
I es indescomponible si no hay un subgrupo independiente de industrias
e bienes de capital, es decir, un grupo de industrias de bienes de
apital que no emplee outputs delootro grupo.

Cf. Morishima (1973), pp. 7 y 8, y capítulo 14.

Yo vi este mismo problema independientemente de Morishima en García
e la Sienra (1980), pp. 85-87.

[1]Morishima (1973), pp. 192 y 193.

[2]Morishima (1973), pp. 170 y ss.

[3]EC, t. 3, s. 2, c. 10.

[4]Es importante señalar que dos técnicas diferentes pueden arrojar
antidades distintas del mismo tipo de producto. Supondremos, sin
mbargo, que una técnica siempre arroja la misma cantidad.

[15]Marx implica en varios pasajes de EC que las fuerzas de trabajo caen bajo el concepto de valor de uso, i.e., que una fuerza de trabajo es un valor de uso de cierto tipo (Cf. EC, t. I, s. 2, c. 6). Por otro lado, esta suposición es necesaria para derivar las ecuaciones que transforman el trabajo potenciado en trabajo simple.

[16]Los conceptos teóricos en el campo de la teoría económica son aquellos que los economistas llaman 'variables endógenas', i.e., variables que no pueden ser determinadas sin usar las ecuaciones. Las variables exógenas, por otra parte, son aquellas que pueden ser determinadas empíricamente.

[17]EC, t. 2, s. 3, c. 20, §2.

BIBLIOGRAFIA

E. Adams, Axiomatic Foundations of Classical Rigid Body Mechanics, Dissertation, Stanford University, (1954).

L. Althusser, "Acerca del trabajo teórico", en La filosofía como arma de la revolución, Córdoba, (1968).

____, La revolución teórica de Marx, México, (1968a).

____, Lenin y la filosofía, México, (1970).

____ y E. Balibar, Para leer El capital, México, (1969).

A. Badiou, "El (re)comienzo del materialismo dialéctico", en A. Badiou y L. Althusser, Materialismo histórico y materialismo dialéctico, México, (1969).

E. Balibar, "De Bachelard a Althusser: el concepto de 'corte epistemológico'", en La filosofía y las revoluciones científicas, México, (1979).

W. Balzer, "A logical reconstruction of pure exchange economics", Erkenntnis 16, (1981).

____ y C. U. Moulines, "Die Grundstruktur der klassischen Partikelmechanic und ihre Spezialisierungen", Z. Naturforsch. 36a, (1981).

____ y J. D. Snedd, "Generalized Net Structures of Empirical Theories" I, Studia Logica, v. XXXVI, n. 3, (1978).

W. J. Baumol, "Una nueva crítica de la economía de Marx" (Reseña de Morishima (1973)), Revista Mensual 9/10, (1980).

P. Bernays, "Axiomatische Untersuchungen des Aussagenkalkuels der Principia Mathematica", en Mathematische Zeit schrift XXV, (1926).

____, "A system of axiomatic set theory", en The Journal of Symbolic Logic 2, (1937).

G. Boole, The mathematical analysis of logic, (1847).

____, An Investigation of the Laws of Thought, (1854).

N. Bourbaki, Elementos de historia de las matemáticas, Madrid, (1976).

M. Bunge, Filosofía de la física, Barcelona, (1978).

____, Foundations of Physics New York, (1967)

____, La investigación científica, Barcelona, (1969).

____, "Modelos en ciencia teórica" en Bunge (1972).

____, Teoría y realidad, Barcelona, (1972).

____, Treatise on Basic Philosophy I (Sense and Reference), Dordrecht, 1974a).

____, Treatise on Basic Philosophy II (Interpretation and Truth), ordrecht, (1974b).

. Carathéodory, Math. Ann., 67, (1909)

____, Sitzber, Preuss. Acad. Wiss. Phys.-Math. Kl. 12, (1924).

. Church, "An unsolvable problem of elementary number theory", merican Journal of Mathematics, v. 58, (1936).

.. Dedekind, "Stetigkeit und irrationale Zahlen", (1872), en Dedekind 1963).

____, "Was sind und was sollen die Zahlen?", (1888), en Dedekind 1963).

____, Essays on the Theory of Numbers, New York, (1963).

ι. De Morgan, Formal Logic, (1847).

/. Diederich y H. F. Fulda, "Sneed'sche Strukturen in Marx' "Kapital"", leue Hefte fuer Philosophie 13, (1978). Hay trad. esp.: Estructuras ıneedianas en El capital de Marx, México, (1981).

).G.B. Edelen, The Structure of Field Space, Berkeley y Los Angeles, (1962).

I. Feigl y G. Maxwell (eds.), Minnesota Studies in the Philosophy of Science, v. III, Minneapolis, (1962).

?. Feyerabend, "Explanation, reduction and empiricism", en Feigl y Maxwell (1962).

4. Fiblant y M. Pêcheux, Sobre la historia de las ciencias, México, (1971).

A. A. Fraenkel, "Zu den Grundlagen der Cantor-Zermeloschen Mengenlehre" en Mathematische Zeitschrift 13, (1922).

G. Frege, Begriffsschrift, eine der arithmetische nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens, Halle, (1879). Hay trad. esp.: Conceptografía. Un lenguaje de fórmulas, semejante al de la aritmética, para el pensamiento puro, en Frege (1972).

_____, Die Grundlagen der Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchung ueber den Begriff der Zahl, Breslau, (1884). Hay trad. esp.: Los fundamentos de la aritmética, México, (1972).

_____, Grundgesetze der Arithmetik, t. 1, (1893): t. 2, (1903).

_____, Conceptografía. Los fundamentos de la aritmética, México, (1972).

A. García de la Sienra, "Hacia una epistemología de la economía política", Actas del Primer Simposio Internacional de Filosofía, México, (198).

_____, "The Basic Core of the Marxian Economic Theory", en Studies in Contemporary Economics 1, Heidelberg, (1982).

_____, "Elementos para una reconstrucción lógica de la teoría del valor de Marx", Crítica 35, (1980).

P. Gibbins, "The Marxian Theories of Value and Exploitation Axiomatised", Theory and Decision 9, (1978).

K. Goedel, "Die Vollstandigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalkuels", Monatshefte fuer Mathematik und Physik, v. 37, (1930).

_____, "Ueber Vollstaendigkeit und Widerspruchsfreiheit" (1931), en Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums 3, (1932).

_____, The Consistency of the Axiom of Choice and of the Generalized Continuum Hypothesis with the Axioms of Set Theory, Princeton, (1940).

E. W. Haendler, "The logical structure of modern neoclassical static microeconomic equilibrium theory", Erkenntnis 15, (1980a).

_____, "The role of utility and of statistical concepts in empirical economic theories: the empirical claims of the systems of aggregate market supply and demand functions approach". Erkenntnis 15, (1980b).

M. Harnecker, El capital: conceptos fundamentales, México, (1971).

_____, Los conceptos elementales del materialismo histórico, México, (1969).

K. Hempel, La explicación científica, Buenos Aires, (1979).

L. Henkin, "The completeness of the first-order functional calculus", Journal of Symbolic Logic, v. 14, (1949).

_____, P. Suppes y A. Tarski, The Axiomatic Method, Amsterdam, (1959).

H. Hermes, Eine axiomatisierung der allgemeinen Mechanik, Forschungen zur Logik und zur Grundlegung der exakten wissenschaften, (nueva serie) 3, Leipzig, (1938).

D. Hilbert, Die Grundlagen der Geometrie, (1899).

_____, "Ueber die Grundlagen der Logik und der Arithmetik", Verhandlungen des Dritten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August, (1904).

_____, Phys. Zeits. 13, (1912).

_____, Phys. Zeits. 14, (1913).

_____, Phys. Zeits. 15, (1914).

_____, Math. Ann. 92, (1924.

_____ y W. Ackermann, Grundzuege der theoretischen Logik, Berlin, (1928).

E. Ilienkov, "Elevarse de lo abstracto a lo concreto" en López Díaz (1975).

S. C. Kleene, Introducción a la metamatemática, Madrid, (1974).

M. Kline, Mathematical Thought from Ancient to Modern Times, New York, (1972).

R. D. Kopperman, "First order topological axioms", Journal of Symbolic Logic, v. 46, n. 3, (1981).

H. J. Krahl, "La Introducción de 1857 de Marx" en Marx (1974).

T. S. Kuhn, The Structure of Scientific Revolutions, Chicago, (1962). Hay trad. esp.: La estructura de las revoluciones científicas, México, (1971).

_____, "Theory-change as structure-change: comments on the Sneed Formalism", Erkenntnis 10, (1976). Hay trad. esp.: "El cambio de teoría como cambio de estructura: comentarios sobre el formalismo de Sneed", Teorema VII, (1977).

D. Lecourt, Para una crítica de la epistemología, México, (1973).

_____, Bachelard o el día y la noche, Barcelona, (1975).

P. López Díaz, El capital: Teoría, estructura y método 1, México, (1975).

G. Ludwig, Deutung des Begriffs 'physikalische Theorie' und Grundlegung der Hilbertraumstruktur der Quantenmechanik durch Hauptsaetze des Messens, Berlin, (1970).

K. Marx, Introducción general a la crítica de la economía política/1857, Córdoba, (1974).

_____, El capital, 8 volúmenes, México.

_____, Elementos fundamentales para la crítica de la economía política 1. México, (1971).

I. Morishima, Marx's Economics, Cambridge, (1973).

_____. Teoría del crecimiento económico, Madrid, (1973a).

J. C. C. McKinsey, A. C. Sugar y P. Suppes, "Axiomatic Foundations of Classical Particle Mechanics", Journal of Rational Mechanics and Analysis, v. 2, n. 2, (1953). Hay trad. esp.: Fundamentos axiomáticos para la mecánica de partículas clásica, Morelia, (1978).

C. U. Moulines, "A logical reconstruction of simple equilibrium thermodynamics", Erkenntnis 9, (1975).

_____, "Approximate Application of Empirical Theories: A General Explication", Erkenntnis 10, (1976).

_____, "Theory-nets and the evolution of theories: the example of Newtonian mechanics", Synthese, 41, (1979).

_____ e I. Jané, "Aproximaciones admisibles dentro de teorías empíricas", Crítica, v. XIII, n. 38, (1981).

_____, y J. D. Sneed, La filosofía de la física de Suppes, Morelia, (1980).

W. Noll, "The foundations of classical mechanics in the light of recent advances in continuum mechanics", en Henkin et. al. (1959).

G. Novack, Introducción a la lógica dialéctica, Bogotá, (1976).

H. G. Nutzinger, "Concepts of Value in Linear Economic Models", Operations Research Verfahren XXVI, Meisenheim am Glan, (1976).

D. Pearce y M. Tucci, "On the Logical Structure of Some Value Systems of Classical Economics: Marx and Sraffa", Theory and Decision 14, (1982).

A. Pesenti, Lecciones de economía política, México, (1974).

G. Pietranera, "La struttura logica del Capitale", Società 3 y 4, Roma, (1956).

J. Pouillon et. al., Problemas del estructuralismo, México, (1967).

H. Reichenbach, Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit Lehre, Braunschweig, (1924).

A. Robinson, Non-Standard Analysis, Amsterdam, (1966).

J. L. Rolleri, "El desarrollo de la semántica del empirismo lógico", fotocopia, (1981).

. I. Rubin. Ensayo sobre la teoría marxista del valor, México, (1977).

. Skolem, "Einige Bemerkungen zur axiomatischen Begrundung der Mengen-ehre", Matematikerkongressen i Helsingfors den 4-7 Juli, (1922).

. D. Sneed, The Logical Structure of Mathematical Physics, Dordrecht, 1971).

____, "Philosophical problems in the empirical science of science", rkenntnis 10, (1976).

____, "The logical structure of Baysean decision theory", Actas del rimer Simposio Internacional de Filosofía, México, (198).

. R. Spiegel, Theoretical Mechanics, New York, (1967).

. Stegmuller, Probleme und Resultate der Wissenschaftstheorie und nalytischen Philosophie, Band II: Theorie und Erfahrung, Heidelberg, 1970). Hay trad. esp.: Teoría y experiencia, Barcelona, (1979).

____, Probleme und Resultate..., Band II,2: Theorienstrukturen und heoriendinamik, Heidelberg, (1973). Hay trad. inglesa: The Structure nd Dynamics of Theories, New York, (1976).

____, La concepción estructuralista de las teorías, Madrid, (1981).

. Suppes, Introducción a la lógica simbólica, México, (1966).

____, "Some remarks on problems and methods in the philosophy of cience", Philosophy of Science, v. 21, n. 3, (1954).

. M. Sweezy, "El método de Marx", en López Díaz (1975).

.. R. Symon, Mecánica, Madrid, (1974).

.. Tarski, "On undecidable statements in enlarged systems of logic nd the concept of truth", Journal of Symbolic Logic 4, (1939).

____, "Contributions to the theory of models" I, Indagationes Mathe-iaticae, v. 16, (1954).

. van Heijenoort, From Frege to Goedel, Cambridge, (1967).

. von Neumann, "Eine axiomatisierung der Mengenlehre", Journal fuer ie reine und angewahdte Mathematik 154, (1925).

. N. Whitehead y B. Russell, Principia Mathematica, t. 1, (1910); .2, (1912); t. 3, (1913).

I. Weyl, "Mathematics and Logic", American Mathematical Monthly 53, 1946).

____, Filosofía de las matemáticas y de la ciencia natural, México, (1965).

J. Zelený, O Logické Strukture Marxova Kapitatu, Praga, (1962). Hay trad. esp.: *La estructura lógica de "El capital" de Marx*, Barcelona, (1974).

E. Zermelo, "Untersuchungen ueber die Grundlagen der Mengenlehre" I, *Mathematischen Annalen* 65, (1908).