

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

SOLUCION DE LA ECUACION DE HELMHOLTZ USANDO ANALISIS DE FOURIER CON REDUCCION CICLICA RECURSIVA Y SU APLICACION EN LA PREDICCION NUMERICA



México, D. F.

Noviembre de 1983

kej. 5



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

INTRODUCCION.

CAPITULO 1

DISENO DE UN MODELO DE PREDICCION.

1.1 INTRODUCCION.

La ocuación de vorticidad.

Simbología.

- 1.2 UN MODELO ENERGETICAMENTE CONSISTENTE. La ocuación de vorticidad en forma de la divergencia. Una constricción integral.
- 1.3 EL MODELO BAROTROPICO EQUIVALENTE. Un promedio en la vertical.
- 1.4 ANALISIS ESPECTRAL.
 - Un estudio analítico.

Comparación espectral de los modelos B y BE.

1.5 LA ECUACION DE HELMHOLTZ.

CAPITULO 2

METODOS NUMERICOS DE INTEGRACION.

2.1 INTRODUCCION.

- 2.2 ANALISIS NUMERICO DE LA ECUACION DE HEIMHOLTZ. La integral variacional de Dirichlet. Discretización del dominio de Área limitada. El método de sobrerrelajación (SOR).
- 2.3 ANALISIS DE FOURIER Y REDUCCION CICLICA RECURSIVA DE LA ECUACION DE HELMHOLTZ.

1

El método de Fourier. Reducción Cíclica. Apálisis de Fourier. Síntesis de Fourier.

CAPITULO 3

PROGRAMAS Y DIAGRAMAS DE FLUJO.

- 3.1 INTRODUCCION.
- 3.2 PROGRAMA Y DIAGRAMA DE FLUJO DEL NETODO DE SOBRERRELAJACION.
- 3.3 PROGRAMA Y DIAGRAMA DE FLUJO DEL ANALISIS DE FOURIER Y RCR.
- 3.4 UNA FUNCION TEORICA PARA EL GEOPOTENCIAL, LA VORTICIDAD, EL JACOBIANO Y LA TENDENCIA DEL GEOPOTENCIAL.
- 3.5 GRAFICAS DE LAS FUNCIONES TEORICAS.
- **3.6** SOLUCION DE LA ECUACION DE HELMHOLTZ USANDO METODOS NUMERICOS, (SOR y RCR), GRAFICAS.
- 3.7 ANALISIS CUALITATIVO Y CUANTITATIVO DE ANDOS METODOS VS. EL RESULTADO TEORICO , GRAFICAS.

CAPITULO 4

UN PRONOSTICO EN TIEMPO REAL.

- 4.1 INTRODUCCION.
- 4.2 PROGRAMA Y DIAGRAMA DE FLUJO.
- 4.3 DETERMINACION DEL AREA VALIDA DE PRONOSTICO Y DEL PARAMETRO DE HELPHOLTZ.
- 4.4 GRAFICAS Y RESULTADOS.
- 4.5 CONCLUSIONES.

APENDICES

- A. Programa geopotencial teórico.
- B. Programa vorticidad teórica.
- C. Programa Jacobiano teórico.
- D. Programa tendencia teórica.

BIBLIOGRAFIA

INTRODUCCION

La meteorología teórica postula que el comportamiento de la atmósfera puede analizarse y entonderse en tórminos de las leyes y conceptos básicos de la física. La primera tentativa de predecir numéricamente el tiempo fué debida al científico británico L. F. Richardson, estimando que para su épo ca se requeriría el trabajo de 64,000 personas para mantenerse justamente_ con el tiempo a escala global. En 1948 J. G. Charney encontró que las ecua cienes dinámicas de Richardson podrían simplificarse mediante la sistemáti ca introducción de las suposiciones geostrófica e hidrostática. Con la apa rición de computadoras cada vez más poderosas, y con el desarrollo de méto dos numéricos y sofisticadas técnicas de modelaje, el pronóstico numérico_ ha retornado a esquemas que son muy similares a la inicial formulación de Richardson.

El objetivo del presente trabajo es mostrar un método para diseñer mo delos energéticamente consistentes. El resultado es el modelo Barotrópico. Equivalente, el cual se utiliza operacionalmente con éxito en latitudes me diss y altas, y adaptarlo a las latitudes predominantes en la República --Mexicana, (latitudes bajas). El segundo objetivo es el de utilizar un méto de numérice directo de solución de la ecuación de Helmholtz resultante, el cual fué desarrollado por R. W. Hockney, y que fué originalmente utilizado en problemas de plasmas, tubos de electrones y emisores de iones. Como objetivos secundarios, pero no menos importentes, se plantean los problemas_ de determinar el área válida de pronóstico para una región limitada, (una_ malla de 24x24 nodos, que abarca gran parte de Norteamérica y toda Centroamérica), y finalmente, la determinación empírica del parámetro de Helm---holts.

Todas las pruebas fueron efectuadas originalmente con una función --teórica generada por el Dr. Miyakoda, y usando como testigo un método numé rico ampliamente conocido, el método de sobrerrelajación.

З

CAPITULO 1 DISEÑO DE UN MODELO DE PREDICCION

1.1 Introducción.

LA ECUACION DE VORTICIDAD.

La ecuación completa de vorticidad atmosfórica que resulta cuando se utiliza un sistema coordenado isobárico (x,y,p,t), referida a un sistema rotando con la tierra* (fig. 1) es:

donde Z

, es la vorticidad relativa del sistema rotando, corres-pondiendo a un campo escalar que indica la velocidad an gular de cada punto sobre la región en estudio, en la dirección k. Su expresión matemática es

 $\zeta = \hat{k} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{\nabla}$

4

Pers mayor información sobre la deducción de la so, (i.1) as recomiende ver las re ferencias 1 y 2 al final de este trabajo.



Figura 1.

Sistema coordenado (x,y,p,t) que rota con la tierra. , La velocidad en el plano horizontal,

v

C,

v = 1 u + 3 v

	•
LL L	, es por definición ≅ dp/dt ,(cambio individual de la pre sión).
at at	, el cambio local de la vorticidad relativa.
√ .⊽(ζ+ ſ)), advección horizontal de la vorticidad absoluta, i.e., - el transporte de la vorticidad absoluta por el viento - horizontal.
<u>36</u> ω	, el cambio por advección vertical de la vorticidad rela- tiva.
Ÿ-Ÿ(1+\$)	, el cambio de la vorticidad absoluta por la divergencia_ del viento.
¥•\$\$\$\$\$\$, el término debido a la inclinación.
g. k. v × ar	, el tórmino dobido a la fricción.
BIMBOLOGIA.	
En cuanto es la siguier) a la simbología más frecuente utilizada en este trabajo , ite:
x, y, z,	Coordonadas espaciales,
t,	tiempo,
u, v,	componentes zonal y meridional de la velocidad,
. W,	velocidad vertical,
δ,	acoleración de la gravedad,
1. 1 ,	parámetro de Coriolis (= 205en¥),
P.	pre sión,
Ψ.	latitud terrestro,
ø,	geopotencial (- gz),
6,	densidad dol aire,
5.	componente vertical de la vorticidad,
ω,	cambio individual de la presión,
χ,	tendoncia del geopotencial,
Ψ.	función corriente,
Ti	¢izallomiento,
Ω,	volocidad angular de la tierra,
M.	parámetro de Helmholtz,
an,bn,	coeficientes de Fourier,
Α_,	valor de la función $A(p)$ en $p = 0$,
R,	constante de los gases para el áire seco,

velocidad de fase de las ondas planetarias,

- C ,Da, coeficientes de Fourier,
- I, valor de la integral variacional; matriz idéntica,
 h, distancia entre dos puntos consecutivos del enrejado,
 ω, factor de relajación,
 - .i-ésimo eigenvalor de una matriz.

1.2 Un modelo energéticamente consistente.

LA ECUACION DE VORTICIDAD EN FORMA DE LA DIVERGENCIA.

Sean A y B dos vectores cualquiera, y a un escalar, entonces:

У

Y

 $\vec{\nabla} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{A}) = \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ $\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B}$

por tanto

λ,

$$\overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}} \cdot (\mathbf{1} + \mathbf{3}) + (\mathbf{1} + \mathbf{3}) \overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}} = \left[\overline{\mathbf{v}} (\mathbf{1} + \mathbf{3})\right] \cdot \overline{\mathbf{v}}$$

$$\widehat{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}} = \mathbf{u} - \frac{\overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}}}{\overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}}} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$$

$$= \mathbf{u} \cdot \frac{\overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}}}{\overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}}} \times \overline{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$$

$$= \mathbf{u} \cdot \frac{\overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}}}{\overline{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{v}}} \times \overline{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$$

$$= \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$$

donde se utilizó el hecho de que $\mathbf{5} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{V}} \times \hat{\mathbf{V}}$, por lo que la ecuación (1.1) puede escribirse como

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \left[(\zeta + t) \vec{v} + \omega \frac{\partial \vec{v}}{\partial p} \times \hat{k} - g \hat{k} \times \frac{\partial \tau}{\partial p} \right]$$

(1.2)

la cual es la ecuación de vorticidad en forma de la divergencia.

UNA CONSTRICCION INTEGRAL.

La generación media de vorticidad en una región de masa M es a

aplicando lo anterior a la ecuación (1.2) se tiene

$$\int \frac{\partial \zeta}{\partial t} dM = -\int \vec{\nabla} \cdot \left[(\zeta + f) \vec{\nabla} + \omega \frac{\partial \vec{V}}{\partial p} \times \hat{k} - g \hat{k} \times \frac{\partial T}{\partial p} \right] dM$$

AL JE

donde dM - C dx dy dz.

Sea ds = dx dy una diferencial de superficie; utilizando la aproximación hidrostática dp/dz = -Cg implica

$$dM = -\frac{1}{g} dg dp$$
,

lo cual transforma a la ecuación (1.3) en

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{\zeta} \, dM = -\frac{1}{g} \int \vec{\nabla} \cdot (\vec{\zeta} + f) \, \vec{\nabla} \, dg \, dp + \frac{1}{g} \int \vec{\nabla} (\omega \frac{\partial \vec{\nabla}}{\partial p} \times \hat{k}) \, dg \, dp - \int \vec{\nabla} \cdot (\hat{k} \times \frac{\partial \vec{T}}{\partial p}) \, dg \, dr$$
(1.4)

pudiendo entonces aplicarse el teorema de Green, que afirma que

$$\int_{s}^{\overline{V}\cdot\overline{\Lambda}} dB = \int_{1}^{\overline{\Lambda}\cdot\overline{n}} dl \qquad (1.5)$$

(1.3)

dondo \vec{n} es un vector unitario, normal en cada punto a la curva 1; si la integral del lado derecho en (1.5) es efectuada a lo largo de una curva cerrada, será idénticamente igual a cero. Puesto que éste es el caso para la región de área limitada en que se efectúa la integración de (1.3), el resul tado es entonces

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint \zeta dM = 0 ; \qquad (1.6)$$

naturalmente, la ecuación (1.4) es también idénticamente igual a cero término a término.

El hecho de que la igualdad (1.6) se cumple para la integral (1.3), -significa físicamente que "LA GENERACION DE VORTICIDAD SOBRE UNA SUPERFI--CIE DE PRESION GLOBAL ES CERO"; asi pues, la vorticidad se conserva dentro de una región de área limitada.

Utilizando la circunstancia de que la ocuación (1.4) es cero término a término, es posible eliminar el último término de la misma sin violer la --constricción integral (1.6), ya que además es mucho más pequeño que los ---

otros, en cuante a su magnitud.

Si el vector velocidad \hat{V} es dividido de acuerdo con el teorema de -Helmholtz, en clos componentes tales que

$$\vec{\nabla}_{y} = \hat{k} \times \vec{\nabla} \psi \quad y \quad \vec{\nabla}_{\chi} = \vec{\nabla} \chi , \qquad (1.7)$$

o lo que es lo mismo

 $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}_{y} = 0$ y $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}_{z} = \vec{0}$

dondo 平 es una función corriente y 义 una valocidad potencial, Sustituyendo esto en lo que queda do la ccuación (1.1) se obtiene

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + (\bar{V}_{\gamma} + \bar{V}_{\chi}) \cdot \bar{V}(\zeta + t) + (\zeta + t) \bar{V} \cdot (\bar{V}_{\psi} + \bar{V}_{\chi}) + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} + \hat{k} \cdot \bar{v} \omega_{\chi} \frac{\partial (\bar{V}_{\psi} + \bar{V}_{\chi})}{\partial p} = 0$$
(1.8)

utilizando además la propiedad (1.7) se llega a

$$= \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}} \times (1 + \sqrt{7}) + \frac{1}{\sqrt{6}} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{1} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{1}$$

la cual puede reagruparse finalmente como

$$(e.1) \qquad \qquad . \quad 0 = \frac{\sqrt{2}6}{q.6} \times \omega \overline{\psi} \cdot \hat{\chi} + \frac{\sqrt{2}}{q.6} \omega + \frac{\sqrt{2}6}{q.6} \omega + \frac{\sqrt{2}}{2} \overline{\chi}^2 + \frac{\sqrt{2}6}{q.6} \omega + \frac{\sqrt{2}}{2} \overline{\chi}^2 + \frac{\sqrt{2}6}{q.6} \omega + \frac{\sqrt{2}6}{q.$$

A fin de reducir aún más la ocuación (1.9) será necesario recurrir al anál<u>i</u> sis de escala, miendo los ordenes de magnitud de la ecuación (1.9), en lat<u>i</u> tudes modias:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \sim 10^{-10} \text{ seg}^{-2}, \qquad \overline{\nabla} (\zeta + f) \cdot \overline{\nabla}_{\nabla} \sim 10^{-10} \text{ seg}^{-2}$$

$$\overline{\nabla}_{2} \cdot \overline{\nabla} \zeta \sim 10^{-11} \text{ seg}^{-2}, \qquad \overline{\nabla}_{2} \cdot \overline{\nabla} f \sim 10^{-19} \text{ seg}^{-2}$$

$$f \ \overline{\nabla} \cdot \overline{\nabla}_{2} \sim 10^{-10} \text{ seg}^{-2}, \qquad \zeta \ \overline{\nabla} \cdot \overline{\nabla}_{2} \sim 10^{-11} \text{ seg}^{-2}$$

$$\omega \ \frac{\partial \zeta}{\partial p} \sim 10^{-11} \text{ seg}^{-2}, \qquad \widehat{k} \cdot \overline{\nabla} \omega \times \frac{\partial \overline{\nabla}_{2}}{\partial p} \sim 10^{-11} \text{ seg}^{-2}$$

de donde se observa que es posible eliminar los términos de advección vert<u>i</u> cal y de inclinación de la ecuación (1.9) (juntos forman el segundo término del miembro derecho de la ecuación 1.4), sin violar la constricción integral (1.6), pero al heccr esto, el análisis de escala obliga a eliminar también

el quinto tórmino de la ecuación (1.9), quedendo finalmente aquellos cuya magnitud es de 10^{-10} , esto es:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{V}_{\psi} \cdot \vec{\nabla} \left(\zeta + f \right) = - f \vec{\nabla} \cdot \vec{V}_{\mu} - \vec{V}_{\mu} \vec{\nabla} f \qquad (1.10)$$

donde el tercor término de (1.9) se ha puesto en su forma desarrollada en el correspondiente miembro derecho de (1.10). La última simplificación que puede hacerse sobre (1.10) es la eliminación de $\vec{V}_{L} \cdot \vec{\nabla}$ f, el cual es el más pequeño de todos, pero dado que en la forma presentada en (1.10) la -ecuación de vorticidad cumple todavía con la constricción integral (1.6),con la eliminación del término más pequeño, la constricción integral no es ya satisfecha; esto puede subsanarse si se hace el parámetro de Coriolis a permanecer constante en la región de integración, o sea

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \bar{V}_{\psi} \cdot \bar{\nabla} \left(\zeta + f \right) = - f_{0} \cdot \bar{\nabla} \cdot \bar{V}_{z}$$
(1.11)

con fo = constante y

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\Gamma}_{\lambda} = \vec{\Gamma}_{\lambda} \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}_{\lambda}$$

con lo que se cumple que

$$\oint_{1} f_{O} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}_{\chi} \, ds \, dp = \oint_{1} \vec{\nabla} f_{O} \, \vec{\nabla}_{\chi} \, ds \, dp = 0 , \qquad (1.13)$$

(1.12)

mientras que para f variable la igualdad (1.13) no se satisface.

La ecuación (1.11) podría ser reducida aún más mediante la eliminación del segundo miembro (reduciendose a la llamada ecuación de vorticidad barotrópica), la cual es una buena ecuación de pronóstico ya probada ampliamente en latitudes medias, donde el viento es casi-no-divergente en el nivel troposfórico medio, pero en bajas latitudes, donde la componente \overline{V}_{k} divergente del viento tiende a ser mayor, la ecuación (1.11) deborá proporcionar mejores pronósticos si el miembro derecho es mantenido, ya que la eliminación del término de la divergencia implica desaparecer el mecanismo para -LA CONVERSION DE ENERGIA POTENCIAL A ENERGIA CINETICA; asi pues, con la retención de éste término se permiten denarrollos de algunos sistemas barocl<u>í</u> nicos.

1.3 El modelo barotrópico equivalente.

UN PROMEDIO EN LA VERTICAL.

La ecuación (1.11) es una relación de pronóstico energéticamente consistente, de acuerdo con la construcción integral (1.6), sin embargo, cs necesario transformarla a una función de una sola variable.

De la ecuación de continuidad en coordenadas isobáricas

la ecuación (1.11) se convierte en

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \overline{V}_{V} \cdot \overline{\nabla} \left(\zeta + 1 \right) = f_{0} \frac{\partial \omega}{\partial P}$$
(1.14)

la cual puede ser aplicada a cualquier nivel de presión constante, dondo el término $\Im \Im / \Im p$ es una incógnita más; por ello es necesario hacer una suposición adicional: "Las isobaras y las isotermas son exactamente paralelas - en las capas altas sin fricción"; esto es aproximadamente cierto en ausen-- cia de sistemas de desarrollo pronunciado. Lo antorior conduce a la suposición de que la estructura vertical de los vientos puede representarse como

$$V_{u}(x,y,p) = A(p) \langle V_{u}(x,y) \rangle$$
 (1.15)

donde los paréntesis angulares denotan un promedio en la vertical, i.e.,

$$\langle () \rangle = \frac{1}{p_0} \int_{p}^{p_0} () dp$$

con $p_0 = 1000$ mb; y A(p) es una función de peso que depende unicamente de la presión (figura 2).



Representation do a violation in-divergence seening to mus function do prove A(p) y in function prove die $\langle \Psi_{ij}(x,y) \rangle$.

Lo mismo puede hacerse con la vorticidad y la función corriente ya que

de donde

(1.16)

(1.17)

)

$$\frac{\partial G}{\partial t} = 1 \quad \forall [\langle v \rangle \langle u \rangle \Lambda] + \langle 2 \rangle \forall v \langle v \rangle \langle v \rangle \langle u \rangle \Lambda + [\langle 2 \rangle \langle u \rangle \langle u \rangle] + \frac{G}{\delta t}$$

donde

 $\beta = \overline{\nabla} \mathbf{f} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}}$ es tomada constanto.

La ecuación (1.16) nada nuevo aporta con respecto de (1.14), pero como desea aplicarse a un solo nivel en la vertical, será necesario promediarla, quedando

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \zeta \rangle + \langle \Lambda(\mathbf{p})^2 \rangle \langle \tilde{\mathbf{v}}_{\psi} \rangle \cdot \tilde{\mathbf{v}} \langle \zeta \rangle + \langle \tilde{\mathbf{v}}_{\psi} \rangle \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{r}_0 \, \omega \, (\mathbf{p}_0)}{\mathbf{p}_0}$$

donde

$$\langle A(p) \rangle = \frac{1}{p_0} \int_0^{\infty} A(p) dp = 1 \quad y \left\langle \frac{\partial \omega}{\partial p} \right\rangle = \frac{1}{p_0} \int_0^{\infty} \frac{\partial \omega}{\partial p} dp = \frac{1}{p_0} \omega (p_0)$$

ya que $\omega(\mathbf{p})_{P_{10}} = 0$ y $\langle \Lambda(\mathbf{p})^3 \rangle \neq 1$

Si la ecuación (1.17) es ahora multiplicada por $\langle \Lambda(p)^2 \rangle$ y se hace. La transformación

$$\begin{aligned} \zeta & (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}^*) = \left\langle A(\mathbf{p})^2 \right\rangle \langle \zeta \rangle = \zeta^* \\ \nabla & (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}^*) = \left\langle A(\mathbf{p})^2 \right\rangle \langle \tilde{\mathbf{V}}_{\psi} \rangle = \tilde{\mathbf{V}}^* \end{aligned}$$

se obtione

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{v} (\xi' + f) = \frac{\langle A(p)^2 \rangle f_0 \cup (p_0)}{p_0}$$

La ecuación (1.18) os idénticamente igual con la ecuación (1.16) en un nivel p* dondo

 $A(p) = \langle A(p)^2 \rangle$

tal nivel es mostrado en la figura 3.



 $(A(p)^{2})$, (ou realided esto as cuaple para dos niveles, uno cercano a los SOO mb. y otro en 200 abo, para latitudes median).

У

El valor $\omega(p_0)$ se detormina usando la aproximación hidrostática:

$$w = \frac{1}{g} \frac{d\mu}{dt} = \frac{1}{g} \left[\frac{\partial \mu}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \beta - \frac{\omega}{Q} \right] \quad (1, 19)$$

(1.18)

(1.22)

(1.23)

o bien, si la frontera inferior está a un solo nivel, la condición cinemática requiere que w = 0 en p = p_o ; sup<u>o</u> niendo un viento geostrófico

$$\vec{\mathbf{v}}_{g} \cdot \vec{\mathbf{v}} \not= \frac{1}{f} \left(\hat{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{v}} \not\right) \cdot \vec{\mathbf{v}} \not= 0 \quad (1.20)$$

por lo que la ecuación (1.19) so reduce a

$$\omega_0 = e_0 \left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)$$

 $p = p_0$

con lo que usando la forma (1.15) se tiene que

$$\omega_{o} = \omega(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}_{o}) = \Lambda(\mathbf{p}_{o}) \langle \omega \rangle$$

$$\omega_{o} = \mathcal{C}_{o} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_{\mathbf{p} = \mathbf{p}_{o}} = \mathcal{C}_{o} \Lambda(\mathbf{p}_{o}) \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right) \qquad (1.21)$$

Utilizando ahora la ecuación de gas ideal

$$\frac{e_0}{p_0} = \frac{1}{RT_0}$$

sustituyendo ahora (1.21) y (1.22) en (1.18) se obtiene

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{v} \cdot \cdot \vec{v} (\xi + t) = \frac{f_0}{N} \frac{A_0}{T_0} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)^2$$

donde como antes

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)^2 - \left\langle \Lambda(p)^2 \right\rangle \left\langle \frac{\partial \theta}{\partial t} \right\rangle$$

La ccuación (1.23) puede ser aplicada en un nivel p' para el cual ---A(p^e) = $\langle A(p)^2 \rangle$. Si la atmósfera fuera exactamente barotrópica, A(p) --sería igual a uno y las ecuaciones (1.23) y (1.17) tendrían la misma forma, y se aplicarían a todos los niveles. El nivel de presión p' es conocido como el nivel barotrópico equivalente y la ecuación (1.23) es la ecuación de vorticidad BAROTROPICA EQUIVALENTE.

1.4 Análisis espectral.

UN ESTUDIO ANALITICO.

Las aproximaciones resultantes de la ecuación completa de vorticidad -(ec. 1.1), y que son energéticamente consistentes, pueden escribirse como:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot \nabla \left(\zeta + \Gamma \right) = 0 \tag{1.24}$$

 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot \nabla \left(\zeta + f \right) = H' \frac{\partial B}{\partial t}$ (1.25)

donde M'= $\frac{f_{a}A_{o}}{RT_{o}}$. Estas ecuaciones representan respectivamente a los modo los barotrópico y barotrópico equivalente, los cuales son ampliamente util<u>i</u> zados en pronóstico numérico, evaluando generalmente a ζ y \hat{V} geostróficamente o con la función corriente.

A fin de realizar un análisis do cuál de los dos modelos describe me-jor a la atmósfera, para simplicidad es necesario linealizar las ecuaciones (1.24) y (1.25), usando para ello el método de la perturbación:

14

Considérese una corriente zonal básica U, con perturba-- $\vec{V} = \hat{1}$ ciones independientes de la la titud (fig. 4), tol que $y = \frac{\partial V}{\partial x}$

$$\vec{\nabla} = \hat{1} (U + u') + \hat{j} v' \qquad (1.26)$$

$$\vec{\Sigma} = \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \qquad (1.27)$$



Sustituyendo (1.26) y (1.27) en (1.25) se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \right) + \left[\hat{1} \left(U + u' \right) + \hat{j} v' \right] \cdot$$

$$\left(\hat{1} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} + f \right) = H' \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y} \right) + \left(U + u' \right) \frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} - \left(U + u' \right) \frac{\partial^2 u'}{\partial t}$$

$$+ v' \frac{\partial^2 v'}{\partial x^2} - v' \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} + \left(U + u' \right) \frac{\partial f}{\partial x} + v' \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$= M' \frac{\partial H}{\partial t}$$

Flujo zonal básico U, con perturbaciones u', v', in dependientes de la latitud.

Puesto que solo se están considerando los cambios en la dirección zonal x, – las variaciones con respecto a y son eliminadas, quedando solo el término de Coriolis ($\partial \mathbf{I}/\partial y = \beta$), despreciándoso también el término (U + u')($\beta^2 v'/\partial x^2$) por ser de segundo orden, quedando finalmente

$$U \frac{\partial^2 v'}{\partial x^1} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v'}{\partial x} \right) + \beta v' - M' \frac{\partial H}{\partial t}$$
(1.28)

Supóngase \vec{V} y \mathscr{O} armónicas en x y t, adomás de tomar a \widehat{V} como geostr<u>ó</u>fica, entonces

15

 $\emptyset = \emptyset_0 e^{i\mu(x-ct)}$

donde

 μ = no. die ondus en la dirección zonal (= $2\pi/L_{\rm c}$)

c = velocidad de fase,

L = longi tud de onda,

entonces

$$v' = \frac{1}{f_0} \frac{\partial \beta}{\partial x} = \frac{1}{f_0} \beta_0 i \mu e^{i\mu(x-ct)} = \frac{i\mu}{f_0} \beta$$

$$\frac{\partial v'}{\partial x} = \frac{\beta_{\bullet}}{f_{\bullet}} (i \mu)^2 e^{i \mu (x-ct)} = -\frac{u^2}{f_{\bullet}} \beta$$

$$\frac{\partial^{3}v'}{\partial x^{i}} = \frac{\beta_{0}}{f_{0}}(i \mu)^{3} \in \frac{i\mu(x-ct)}{f_{0}} = -\frac{i\mu^{3}}{f_{0}} \emptyset$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial v'}{\partial x} = \frac{(i\mu)^{3}}{f_{0}}(-c) \emptyset = \frac{i\mu^{3}c}{f_{0}} \emptyset$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -i\mu c \emptyset$$

Sustituyendo los anteriores resultados en la ecuación (1.28) se obtiene

$$-i U - \frac{\mu^3}{f_0} \vartheta + i \frac{\mu^3 c}{f_0} \vartheta + i \beta - \frac{\mu}{f_0} \vartheta = -i M' c \mu \vartheta$$

lo cual se reduce a

c(
$$\mu^3$$
 + M' f_0 μ) = μ^3 U = $\mu\beta$

por lo que la velocidad de fase de las ondas planetarias será , para el caso pronosticado por la ocuación (1.25)

$$C_{ux} = \frac{U - \beta \frac{L_{x}^{2}}{4\pi t}}{1 + M' f_{0} \frac{L_{x}^{2}}{4\pi t^{2}}}$$

donde el subíndice BE significa la velocidad de faso asociada al modelo bar<u>o</u> trópico equivalente. Para el caso del modelo barotrópico simple, cuando el --valor de H^{*} = O, la velocidad de fase correspondiente es

$$C_{a} = U - \beta \frac{L_{x}^{2}}{4\pi t^{2}}$$
 (1.30)

(1.29)

Si se efectúa un análisis de las relaciones (1.29) y (1.30) se observa que pare longitudes de onda pequeñas ($L_{s}\approx 0$)

asi que ambos modelos coinciden en que la velocidad de fase pronosticada para longitudes de onde corta se moverá rapidamente hacia el este junto con el --flujo zonal advectivo U. Para longitudes de onde grandes $(L_{a}>>0)$

$$C_{u} \leq 0$$
 y $C_{v} << 0$

y aunque las velocidades de fase pronosticadas por ambos modelos es negativa,

se observa que

$$|c_{BE}| < |c_B|$$

lo cual indica que la retrogresión de las ondas largas pronosticada por el mo delo barotrópico es mayor que las del modelo barotrópico equivalente. La expe riencia observacional le dá la razón a éste último; i.e., las ondas largas --permanecen en la realidad casi-estacionarias, o retroceden muy lentamento en contra del flujo advectivo.

1.5 La ecuación de Helmholtz.

La ecuación (1.23) puede escribirse como

$$\frac{36}{36}$$
 ·M = (1 + 2) $\overline{v} \cdot \overline{v}$, + $\frac{36}{36}$

donde

$$\mathbf{f}' = \frac{\mathbf{f}_0 \mathbf{A}_0}{\mathbf{R} \mathbf{T}_0}$$

y para poder resolverla es necesario dejarls en función de una sols variable, (las estrellas so han eliminado para brevedad). Sustituyendo todas las varisbles independientes de (1.31) por sus aproximaciones geostróficas, tal que

(1.31)

$$\dot{\mathcal{L}}_{g} = \frac{1}{f_{0}} \nabla^{2} \beta \qquad , \quad \vec{\nabla}_{g} = \frac{1}{f_{0}} \hat{k} \times \hat{\nabla} k$$

so obtiene

$$\frac{1}{f_0}\frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla^2 \ \beta \right) + \frac{1}{f_0} \left[-\hat{1}\frac{\partial \beta}{\partial y} + \hat{j}\frac{\partial \beta}{\partial x} \right] \cdot \left[\hat{1}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} \right] \left[\frac{1}{f_0} \ \nabla^2 \ \beta + f \right] = M' \frac{\partial \beta}{\partial t} (1.32)$$

Agrupando términos y efectuando las multiplicaciones en (1.32) se llega a

$$\left[\nabla^2 - \frac{f_0^2 A_0}{RT_0} \right] \frac{\partial \emptyset}{\partial t} + \left[\frac{\partial \emptyset}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \ \emptyset + f \right) - \frac{\partial \emptyset}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \ \emptyset + f \right) \right] = 0 \quad (1.33)$$

El segundo término de la ecuación (1.33) se reconoce facilmente como un

Jacobiano; y si además se define a

$$\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial \mathbf{E}} = \chi$$
, $\mathbf{M} = \frac{\mathbf{f}_0^2 \mathbf{A}_0}{\mathbf{R} \mathbf{T}_0}$ y $\eta = \frac{1}{\mathbf{f}_0} \mathbf{V}^2 \mathbf{B} + \mathbf{f}$

doncie \mathcal{X} es llamada la tendoncia del geopotencial, M es el parámetro de -llelambeltz y \mathcal{H} es la vorticidad absoluta, la ecuación (1.33) queda finel-mente como

 $v^2 \chi - H \chi = -J(\vartheta, \eta).$ (1.34)

Estes ecuación es del tipo de Helmholtz (elíptica) y no tiene una solución <u>go</u> nermal analítica, por lo que habrá de resolverse por alguno de los métodos nu méricos ya implementados por las matemáticas.

CAPITULO 2

METODOS NUMERICOS DE INTEGRACION

2.1 Introducción.

Las ecuaciones diferenciales perciales del tipo elíptico tienen la forma siguiente:

٧²	u(x,y) = 0	(ec. de Laplace),
٧²	u(x,y) = f(x,y)	(ec. de Poisson),
٧²	$u(x,y) + e(x,y) \cdot u(x,y) = 0$	(ec. de vibración),
V2	$u(x,y) + e(x,y) \cdot u(x,y) = f(x,y)$	(ec. de Hulmholtz),

y generalmento para resolverlas son aproximadas medianto esquemas de diforencias finitas, buscando siempre que el correspondiente esquema de cómputo cumpla lo mejor posible con las siguientes condiciones:

- i) Estabilidad computacional.
- ii) Exactitud en los resultados.
- iii) Simplicidad en el esquema computacional.
 - iv) El menor requerimiento de memoria posible.
 - v) Alta rapidez de cómputo.

2.2 Análisis numérico de la ecuación de Helmholtz.

LA INTEGRAL VARIACIONAL DE DIRICHLET.

El concepto de autoadjuntés está intimamente ligado con problemas de valorss a la frontora surgidos de problemas variacionales.

Soa G una región conexa y acotada en (x,y), y L(u) un operador lineal d<u>i</u> ferencial arbitrario, se dice entonces que:

"Un problema de valores a la frontera L(u) = f(x,y) en un dominio G es llamado autoadjunto, si para dos funciones arbitrárias u(x,y)y v(x,y), suficientemente contínuas y diferenciables y que cumplen las condiciones de frontera homogéneas en C

$$a \cdot u + b \frac{\partial u}{\partial n} + c \frac{\partial u}{\partial a} = 0$$

 $a \cdot v + b \frac{\partial v}{\partial n} + c \frac{\partial v}{\partial a} = 0$

so sigue entonces que

У

$$\int_{G} \left[v \cdot L(u) - u \cdot L(v) \right] dx dy = 0^{n}$$

c G n n

Figura 5. Región G en (x,y) con frontera en C.

La ecuación de Helmholtz (junto con todas las del tipo elíptico) tiene la propiedad de sor autoadjunta, lo que implica_ quo puedo formularse como un problema va-riacional, lo que en última instancia ga-rantiza simetría en los operadoros matri-ciales reales, cuando el problema se ha -discretizado.

(2.1)

(2.2)

Puesto que la ecuación de Helmholts_ corresponde al modelo barotrópico equivalente, es de particular importancia plantearla en este trabajo como un problema variacional. El problema es

$$L(u) = \nabla^2 u + \theta \cdot u = f(x,y)$$
, (2.3)

(2.5)

(2.7)

entonces, para dos funciones u, v arbitrarias que cumplen con (2.1) se tiens que

$$\iint_{G} \left[v \cdot L(u) - u \cdot L(v) \right] dx dy = \iint_{G} \left[v \cdot (\nabla^{2}u + \varrho \cdot u) - u \cdot (\nabla^{2}v + \varrho \cdot v) \right] dx dy$$

la cual, usando el teorema de Green se transforma en

$$\int_{G} \left[v \cdot \nabla^2 u - u \cdot \nabla^2 v \right] dx dy = \oint_{C} \left[\frac{\partial u}{\partial n} v - \frac{\partial v}{\partial n} u \right] ds \qquad (2.4)$$

con lo que si (2.4) os cero, el problema (2.3) es autoadjunto.

Sea $u = \emptyset(s) = v$ on C_s

y sea
$$\frac{\partial u}{\partial n} + \alpha u = 0 = \frac{\partial v}{\partial n} + \alpha v$$
 en C_2 , (2.6)

sustituyendo ambas condiciones de frontera en (2.4) se tiene

$$\oint \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial n} v - \frac{\partial v}{\partial n} u \end{bmatrix} ds + \oint \begin{bmatrix} -\alpha u \cdot v + \alpha u \cdot v \end{bmatrix} ds = 0,$$

$$\int_{C_{1}}^{C_{2}} \int_{C_{2}}^{C_{2}} \int_{C_{$$

asi que las condiciones de frontera (2.5) y (2.6) satisfacen las definiciones (2.1) y (2.2).

La condición de frontera especificada en (2.5) es una constricción al movimiento en la región G, y su interpretación física es la de una membrana o "sábana" oscilando de tal modo que tiene un nodo a lo largo de C; mientras que la condición de frontera natural (2.6) significa que la "sábana" oscil<u>a</u> rá libremente en toda la frontera C₂.

La integral variacional formulada por Dirichlet para la ecuación de ---Helmholtz es:

$$I = \iint_{G} \left[\frac{1}{2} (\vec{\nabla} u)^{2} - \frac{1}{2} e(x, y) \cdot u^{2} + f(x, y) \cdot u \right] dx dy + \oint_{C} \left[\frac{1}{2} \alpha(s) \cdot u^{2} - \delta(s) \cdot u \right] ds$$

Con condiciones de frontera

$$u = \emptyset(\mathbf{s})$$
 ' $\mathbf{y} = \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} + \alpha(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{u} = \delta(\mathbf{s})$,

en C₁ y C₂, respectivamente.

Una condición necesaria para que la integral (2.7) tome un valor estacio nario, de acuerdo con los métodos clásicos del cálculo variacional, es que su primera variación sea nula; i. e.,

(2.8)

(2.9)

$$\begin{aligned} \mathbf{\delta I} &= \int \int_{\mathbf{G}} \left[\vec{\nabla} \mathbf{u} \cdot \nabla (\mathbf{\delta u}) - \mathbf{e} \cdot \mathbf{u} \, \mathbf{\delta u} + \mathbf{f} (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \, \mathbf{\delta u} \right] \, d\mathbf{x} \, d\mathbf{y} \\ &+ \oint_{\mathbf{C}} \left[\mathbf{\alpha} \mathbf{u} \, \mathbf{\delta u} - \mathbf{\nabla \delta u} \right] \, d\mathbf{s} = \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Usando el teorema de Green para el primer término de (2.8)

$$\iint_{G} \vec{\nabla} u \cdot \vec{\nabla}(s u) \, dx \, dy = -\iint_{G} \nabla^2 u \, s u \, dx \, dy + \oint_{G} \frac{\partial u}{\partial n} \, s u \, ds,$$

por lo que la ecuación (2.8) se transforma finalmente en

$$\delta I = -\iint_{G} \left[\nabla^{2} u - \Theta u + f(x, y) \right] \delta u \, dx \, dy \\ + \oint_{C} \left[\frac{\partial u}{\partial n} + d \cdot u - \delta \right] \delta u \, ds = 0$$

DISCRETIZACION DEL DOMINIO DE AREA LIMITADA.

Considérese un dominio G, como el mostrado en la figura 6, en forma de rectángulo en el plano (x,y), dividido en una malla de 30 nodos. Se desos en contrar una función (x,y) (tendencia del geopotencial) en G, tal que para una función J(x,y) (Jacobiano = $\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial n}{\partial x}$) conocida, la integral

1	7	13	19	26
2	8	14	20	36
3	9	513 51	21	27
4	10	16	82	RC
6	11	17	23	29
8	12	16	84	30

$$I = \int_{G} \left[\frac{1}{2} (\bar{v}\chi)^2 + \frac{1}{2} M\chi^2 - J(x,y) \chi \right] dx dy$$
(2.10)

tome un valor cero, sin condiciones de --constricción en la frontera C.

La integral (2.10 es exactamente la -ecuación (2.7), a la que se le ha quitado -la integral de línea debido a que no existe constricción en la frontera.

El problema variacional planteado en (2.10) corresponde a un planteamiento de volores a la frontera con la ecuación diferencial de Helmholtz

 $v^2 \chi - M \chi = -J(x,y)$ en G y condición de frontera naturales $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ on C

(2.11)

(2.12)

(2.13)

Figura 4. Región pera la mella en el probleme veriacional.

La interpretación física de (2.11) es la de determinar la posición de -equilibrio de una "membrana" o "sóbana" elóstica que cubre la región rectangular G, cuando se le aplica una deformación contínua J(x,y), normal al plano de la sóbana; la función buscada $\chi(x,y)$ representa la deflexión de la "sóbana" bajo tal función de deformación y una función de amortiguación M(x,y)

La interpretación física de la integral variacional (2.10) os: La suma de las deformaciones linealizadas de la energía, de las fuerzas de amortiguación, y del trabajo hecho durante la deformación.

Se desea determinar los valores de $\chi(x,y)$ en los nodos de la malla (figura 6), incluyendo los nodos en la frontera C. Para ello, se descompone la integral variacional (2.10) en tres integrales tales que

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

 $I_{1} = -\frac{1}{2} \iint_{G} (\bar{\nabla} \chi)^{2} dx dy$ $I_{2} = -\frac{1}{2} \iint_{G} M \chi^{2} dx dy$

donde

$$I_{3} = - \iint_{G} J(x,y) \mathcal{X} \, dx \, dy , \qquad (2.14)$$

analizando la contribución de la celda sombreada G' de la figura 6, a cada una de las integrales (2.12) - (2,14), cuando $\chi(x,y)$ se ha discretizado, asi

$$\left(\frac{\partial \chi}{\partial \mathbf{x}}\right)_{\text{superior}} \sim \frac{\chi_{21} - \chi_{16}}{h}$$

 $\left(\frac{\partial \chi}{\partial \mathbf{x}}\right)_{\text{inferior}} \sim \frac{\chi_{21} - \chi_{16}}{h}$

donde h es la distancia entre nodos, Entonces, para el centro de la colda sombreada, en la dirección zonal x se tiene que

$$\left(\frac{\partial \chi}{\partial x}\right)^2 \sim \frac{1}{2} \left[\frac{\chi_{11} - \chi_{15}}{h^2} + \frac{\chi_{17} - \chi_{15}}{h^2} \right]$$

procediendose similarmente para la direccion meridional y, con lo que la con-tribución a I' de la celda sombreada es

$$I'_{1} = \frac{1}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial \chi}{\partial x} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \chi}{\partial y} \right)^{2} \right] dx dy \approx \frac{1}{4} \left[\left(\chi_{21} - \chi_{15} \right)^{2} + \left(\chi_{22} - \chi_{16} \right)^{2} + \left(\chi_{11} - \chi_{22} \right)^{2} + \left(\chi_{15} - \chi_{16} \right)^{2} \right]$$

donde G' es la región acotada por la celda sombreada de la figura 6, y dx dy⊋h . La contribución ,de la integral I, será

$$I_{2}^{'} = \frac{1}{2} \int_{G_{1}}^{M} \chi^{2} dx dy \approx \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} \left(M_{15} \chi_{15}^{2} + M_{16} \chi_{16}^{2} + M_{21} \chi_{11}^{2} + M_{22} \chi_{22}^{2} \right) \right] h^{2}$$

correspondiente e la misuna celda sombreada. Análogamente, la contribución de – I'_3 será:

$$I'_{3} = - \int_{0}^{1} \int_{0}^{1} J(x,y) dx dy \approx -\frac{h^{2}}{4} \left[J_{15} \chi_{15} + J_{16} \chi_{16} + J_{21} \chi_{21} + J_{22} \chi_{12} \right]$$

Si I'_1 , I'_2 , I'_3 se diferencian con respecto a uno de los 4 puntos de la celda (el punto 15 por ejemplo), quede

$$\begin{split} & 5 \, I_{1}' \approx -\frac{1}{2} \, \chi_{4_{6}} + \chi_{15} - \frac{1}{2} \, \chi_{24} \\ & 5 \, I_{2}' \approx -\frac{h^{2}}{4} \, M \, \chi_{15} \\ & 5 \, I_{3}' \approx -\frac{h^{2}}{4} \, J_{15} \end{split}$$

donde $M = M_i = constante.$

Sumando los 3 variaciones se tiene

$$\delta I_{15} \approx -\frac{1}{2} \chi_{16} + (1 + \frac{h^2}{4} M) \chi_{15} - \frac{1}{2} \chi_{21} - \frac{h^2}{4} J_{15} = 0 \qquad (2.15)$$

Pero el punto 15, por ser un punto interior, aparece en las otras 3 celdas --adyacentes a él, por lo que se tienen también otras 3 relaciones semejantes a (2.15)

$$\delta I_{15} \approx -\frac{1}{2} \chi_{14} + (1 + \frac{h^2}{4} M) \chi_{15} - \frac{1}{2} \chi_{3} - \frac{h^4}{4} J_{15} = 0$$
 (2.16)

$$\delta I_{15} \approx -\frac{1}{2} \chi_{14} + (1 + \frac{h^2}{4} M) \chi_{15} - \frac{1}{2} \chi_{15} - \frac{h^2}{4} J_{15} = 0$$
 (2.17)

$$\delta I_{15} \approx -\frac{1}{2} \chi_{16} + (1 + \frac{h^2}{4} M) \chi_{15} - \frac{1}{2} \chi_9 - \frac{h^2}{4} J_{15} = 0 \qquad (2.18)$$

sumando las contribucioues (2.15)-(2.18) se obtiene

$$(4 + h^{2} N) \chi_{15} - \chi_{9} - \chi_{19} - \chi_{21} - \chi_{15} - h^{2} J_{15} = 0$$
(2.19)

Para un conjunto en la frontera C (el nodo 3 por ej.), solo 2 celdas tomarán parte en la variación, tal que

$$\begin{split} \mathbf{5}\mathbf{I}_{3} &\approx -\frac{1}{2}\chi_{2} + (1 + \frac{h^{2}}{4}M)\chi_{3} - \frac{1}{2}\chi_{9} - \frac{h^{2}}{4}J_{3} = 0\\ \mathbf{5}\mathbf{I}_{3} &\approx -\frac{1}{2}\chi_{9} + (1 + \frac{h^{2}}{4}M)\chi_{3} - \frac{1}{2}\chi_{9} - \frac{h^{2}}{4}J_{5} = 0 \end{split}$$

siendo por tanto la suma de las dos contribuciones

$$\left(\frac{h^2}{2}M + 2\right)\chi_5 - \chi_5 - \frac{1}{2}\chi_2 - \frac{1}{2}\chi_4 - \frac{h^2}{2}J_5 = 0$$
 (2.20)

Para uno de los nodos en la esquina de la malla, (el nodo 1 por ej.), solo una celda contribuye, por lo que la variación allí es

$$-\frac{1}{2}\chi_{2} + (1 + \frac{h^{2}}{4}M)\chi_{1} - \frac{1}{2}\chi_{7} - \frac{h^{2}}{4}J_{1} = 0 \qquad (2.21)$$

Generalizando, las ecuaciones (2.19)-(2.21) pueden representarse como ecuaciones operadoras, según se trate de nodos internos, en la frontera o en las esquinas, de la siguiente forma:



Para un punto interno, (correspon de a la ecuación 2.19).

La matriz de coeficientes generada por las ecuaciones operadoras anterio res y los nodos numerados según la figura 6, es tridisgonal a bloques, 1.0.

i	В 1	D .1	• •	• •	• •	0
i	D 1	B 2	D ₁			
		D1	B :	D 1		• 1
Ì	•		D 1	Bz	D1	•
	•			Dı	Bg	Di
	0	• •	• •	• •	D1	B ₁

donde





(2.23)

(2.22)

$$D_1 = \begin{pmatrix} -.+ & & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & .$$

(2.23 bis)

(2.24)

donde las constantes de las submatrices son:

$$C_{1} = 4 + h^{2} M$$

$$C_{2} = 2 + \frac{h^{2}}{2} M$$

$$C_{3} = 1 + \frac{h^{2}}{4} M$$

La ecuación operadora para un punto interno es el esquema de diferencias finitas de cinco puntos ampliamente conocido, y aqui el método variacional ne ha aportado algo nuevo, pero en lo referente a los nodos situados en las fro<u>n</u> teras laterales o en las esquinas, el método variacional ha proporcionado una valiosa herramienta que permite un libre movimiento de éstos, o bien imponerles constricciones según las necesidades específicas del problema, pudiéndose en cada caso determinar la función operadora, con la gerantía de que la integral variacional en G será siempre cero en su primera variación.

EL METODO DE SOBRERRELAJACION (SOR).

La ecuación de Helmholtz dada en (2.11) he sido transformada mediante el método variacional (o método de la energía) en un sistema de ecuaciones algebraicas,

 $A\vec{\chi} + \vec{j} = \vec{0}$ (2.25)

donde A es la matriz de coeficientes dada en (2.22) y \overline{J} es conocido en todo G y C.

La región malla que se trabajará en este estudio es de 24x24, con lo -que el sistema (2.25) permanece en su forma original, aunque agrandado en tamaño, (576 nodos).

Normalmente un sistema de ecuaciones pequeño se resolvería por el mótodo de Cholesky, pero en este caso la matriz de coeficientes es muy grande, por lo que es más apropiado usar un método de relajación.

Para utilizar un método de sobrerrelajación es necesario que los arregios

matriciales sean simétricos definidos, diagonalmente tridiagonal a bloques, cosa que no se cumple cuando los nodos han sido numerados por columnas como en la figura 6, o por renglonos; no obstente, la matriz en cuestión tiene la propiedad "A", i.e., por medio de la manipulación adecuada de los renglones_ y columnas puede llevarso a una forma que sea estrictamente diagonalmente _tridiagonal a bloques.

Para resolver el problema plantendo en (2.25) se supone como primera -estimación un vector solución \vec{v} , quedando

(2.26)

)

(2.28)

donde r es un vector residuo.

El sistema (2.26) es de la forma:

a _{1,1} v ₁ a _{2,1} v ₁ a _{3,1} v ₁	+ $a_{1,2}V_2$ + $a_{2,2}V_2$ + $a_{3,2}V_2$	+ ⁴ 2,3 ^V 3 + ⁴ 2,3 ^V 3 + ⁶ 3,3 ^V 3	+ -	•••	•	• • •	• • •	•	•	•	+++	⁸³ 1,n ^V n ⁸³ 2,n ^V n ⁸³ 3,n ^V n	+ + +	J ₂ J ₃	**	r ₁ r ₂ r ₃	
j2.€	•	•										•		• ·		•	(2.27
•	•	•										•		•		•	
8 V	+ A _{n,2} V ₂	د∨ _{د ۳} .,	+ .	•••	•		•	•	•	•	+	م ^ر م ⁸	+	J"	-	r _a .	

donde las r'is son los elementos de \vec{r} y las J'is los elementos de \vec{J} . El método de relajación trabaja haciendo suposiciones para $\vec{v}^{(1)}$, $\vec{v}^{(2)}$ $\vec{v}^{(3)}$,, $\vec{v}^{(k)}$, $\vec{v}^{(n)}$, husta llegar a una solución tal que

 $|\overline{v}^{(n)} - \overline{\chi}| < \epsilon$

Sea v^(k) la k'esima suposición para el vector \overline{X} , entonces la (k+1) suposición estará dada por



Puesto que de (2.27) se tiene que para el residuo r

$$\mathbf{r}_{j}^{(k)} = \mathbf{a}_{j,j}\mathbf{v}_{j}^{(k)} = \mathbf{a}_{j,1}\mathbf{v}_{2}^{(k)} + \mathbf{a}_{j,2}\mathbf{v}_{2}^{(k)} + \dots + \mathbf{a}_{j,j-1}\mathbf{v}_{j-1}^{(k)} + \mathbf{a}_{j,j+1}\mathbf{v}_{j+1}^{(k)} + \dots + \mathbf{a}_{j,k}\mathbf{v}_{k}^{(k)} + \mathbf{J}_{j}$$
(2.29)

asi que de las relaciones (2.28) y (2.29) se obtiene

$$v_{j}^{(k+1)} v_{j}^{(k)} - \frac{r_{j}^{(k)}}{a_{j,j}}$$
 (2.30)

 $|\hat{r}| < |\hat{v}_i|$ para algún ciclo de iteración, existe siempro un factor Dado que ω = constante tal que $|\omega \hat{\mathbf{r}}| \ll |\hat{\mathbf{v}}|$, por lo que si este factor se utiliza en (2.30) se tiene la sobrerrelajación

$$v_{j}^{(k+1)} = v_{j}^{(k)} - \omega - \frac{r_{j}}{a_{j,j}}$$
 (2.31)

Para determinar el factor óptimo de sobrerrelajación, el Dr. H. R. Swartz (Referencia 3) determinó la relación

$$\omega_{ipx} = \frac{2}{1 + (1 - \lambda_{x}^{*})^{\frac{1}{2}}}$$
(2.32)

donde λ_1 es el máximo eigenvalor de la matriz $-D^1$ (E - F), con D - D, - D. (fig. 7)



Figura 7. La matriz de coeficientes A, que surge de (2.27)se ha dividido en 4 submatrices D₁, D₁, E y F, donde todos los elementos no-cero están sobre la diagonol, (líneas puntendas).

El valor λ_1 necesario para calcular ω_{err} en la ecuación (2.32) se determina de la relación

siendo

$$\lambda_1 = \max_i |\lambda_i|$$

Puesto que la determinación de λ_1 a partir de la relación (2.33) es consumidora de tiempo de máquina, el Dr. Swertz encontró una relación para determinar de manera única el valor aproximado de λ_1 , con

¥ 1

$$\lambda_{1}^{2} \approx \frac{\|\vec{r}^{(k)}\|}{\|\vec{r}^{(k-1)}\|}$$
(2.34)

donde $\|\hat{\mathbf{r}}^{(k-1)}\|$ y $\|\hat{\mathbf{r}}^{(k)}\|$ son las normas euclidianas de los residuos dados en (2.27) para las iteracionos (k-1) y (k), respectivamente; el valor del_máximo eigenvalor tiende a ser asintótico a la relación de convergencia de - las normas euclidianas de los residuos (figura 8), después de unas pocas iteraciones



Determinación del máximo eigenvalor λ_i a partir del cociente de las normas euclidianas de los residuos q_k.

NOTA: El Dr. Haltiner (Referencia 1) dé une relación para determinar w... a partir del conocimiento del múmero de puntes por rengión y el número de puntos por celumna, 1.e.,

$$\omega_{m1} \longrightarrow \frac{1}{2} - \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{p^2} \cdot \frac{1}{q^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Mientras que Miyskode (Referencie 5) proporcione la siguiente:

Siendo p y q los húmeros de puntos malla por renglón y Columns y N el factor de Heleholts de la ecuación (2.11). Para el caso de una malle de 24x34 puntos los velores calculados son 1.7153 y 1.434, para Enliner y Hiyakg de, respectivamente. (2.33)

2.3 Análisis de Fourier y Reducción Cíclica Recursiva de la ec. de Helmholtz.

EL METODO DE FOURIER.

Este método muestra su mejor ventaja en regiones rectangulares con coor denadas (x,y). Las condiciones de frontera pueden ser las de Dirichlet, de -Neumann ó bien periódicas, no obstante, aunque es un método directo de solución (i.e., no iterativo), se llega un momento en que es necesario calcular los coeficientes de las funciones desarrolladas en series de Fourier, y asi el método no ofrece mayores ventajes que otros métodos iterativos; sin embar go, si se decide sacrificar las condiciones de frontera a ser del tipo perié dicas, puede entonces utilizarse el método de Reducción Cíclica Recursiva, con lo cual Hockney (Referencia 3) estima un tiempo de proceso de 0.9 seg., para una malla 48x48, mientras que otros métodos iterativos (SOR) consumen hasta 60 seg. para resolver la misma ecuación, tomados ambos métodos con una exactitud de 10^{-7} .

Fourier descubrió en 1822 que toda función f(x) contínus en un interva lo $\left[-\overline{n}, \overline{n}\right]$, tal que $f(-\overline{n}) = f(\overline{n})$ puede ser representada por series_ de senos y cosenos, i.e.

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$
 (2.35)

donde

y

 $c_n = \frac{1}{n} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (x) \cos nx \, dx$, para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ (2.36)

, 2, 3,....

(2.37)

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{\pi} f(x) \operatorname{Sen} nx \, dx$$
, para $n = 1$

Las ecuaciones (2.35) - (2.37) pueden transformarse al caso discreto - mediante las siguientes relaciones:

$$f(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_n (a_n \cos \frac{2\pi nx}{L} + b_n \sin \frac{2\pi nx}{L})$$
 (2.38)

donde f(0) = f(L) con $x \in [0, L]$

y
$$a_n = \frac{2}{L} \sum_{i}^{} f(x) \cos \frac{2\pi nx}{L}$$
 (2.39)
 $b_n = \frac{2}{L} \sum_{i}^{} f(x) \sin \frac{2\pi nx}{L}$ (2.40)

Nótese que el número de coeficientes a_n , b_n , necesarios para describir --una función contínua es infinito, mientras que para describir una función --discreta, el número de coeficientes es igual al número de puntos. Supóngase_ como ejemplo úna función discreta conocida en 9 puntos f_0 , f_1 , f_2 ,..., f_8

donde fo = f8, entonces

$$f(x) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{3} (a_n \cos \frac{2\pi nx}{L} + b_n \sin \frac{2\pi nx}{L}) + \frac{1}{2} a_4(-1)^4 \qquad (2.41)$$

Esta relación (2.41) genera un sistema de 8 ecuaciones con 8 incógnitas, ---(las a_n , b_n), por lo que solo serán necesarios 8 coeficientes para representar exactamente a la función f(x).

REDUCCION CICLICA.

Se desea resolver la ecuación de Helmholts en una región limitada, div<u>i</u> dida en una malla de 24x24 puntos, con condiciones de frontera cíclicas, i.e.

$$\nabla^2 \chi - M \chi = -J(x,y)$$
 (2.42)

У

 $\chi_{0,j} - \chi_{24,j}$, $\chi_{1,0} - \chi_{1,24}$ (2.43)

Expresando a (2.42) en diferencias finitas se tiene

$$\chi_{i,j-1} + \chi_{i-1,j} + \chi_{i+1,j} + \chi_{i,j+1} - (4 + H) \chi_{i,j} = -J_{i,j}$$
 (2.44)

generando un sistema de ecuaciones



Multiplicando por la matriz -A a la ecuación central de (2.47) se tiene

$$\vec{\hat{\chi}}_{J-2} + \mathbf{A} \cdot \vec{\hat{\chi}}_{J-1} + \cdot \vec{\hat{\chi}}_{J} = \cdot \vec{\hat{J}}_{J-1}$$

$$- \mathbf{A} \cdot \vec{\hat{\chi}}_{J-1} - \mathbf{A}^2 \cdot \vec{\hat{\chi}}_{J} - \mathbf{A} \cdot \vec{\hat{\chi}}_{J+1} = \cdot \mathbf{A} \cdot \vec{\hat{J}}_{J}$$

$$\vec{\hat{\chi}}_{J} + \mathbf{A} \cdot \vec{\hat{\chi}}_{J+1} + \cdot \vec{\hat{\chi}}_{J+2} = \cdot \vec{\hat{J}}_{J+1}$$

Sumando las 3 relaciones se reduce a

$$\vec{\mathbf{x}}_{\mathbf{J}-2} + (2\mathbf{I} - \mathbf{A}^2) \, \vec{\mathbf{x}}_{\mathbf{J}} + \vec{\mathbf{x}}_{\mathbf{J}+2} = \vec{\mathbf{J}}_{\mathbf{J}-1} - \mathbf{A} \, \vec{\mathbf{J}}_{\mathbf{J}} + \vec{\mathbf{J}}_{\mathbf{J}+1}$$

(2.48)

siendo

2

Por lo que, en su forma desarrollada, un rengión de (2.48) es

$$\chi_{1,j-2} \chi_{1-2,j} \chi_{1-2,j} \chi_{1-1,j} a^2 \chi_{1,j} 2a \chi_{1+1,j} \chi_{1+2,j} \chi_{1,j+2} =$$

$$= J_{1,j-1} - J_{1-1,j} + a J_{1,j} - J_{1+1,j} + J_{1,j+1}$$
(2.49)

La relación (2.49) reduce las 24 ecuaciones originales de (2.45) a solo 12 ecuaciones como en (2.48), para J = 0,2,4,...,22

> • El heche de utilizer les condiciones ciclicae de frontere (2.43), y no stras, sa debido a una necesidad del método de reducción cíclica recur sival sai por ejemplo para J = 0 en (2.47) se tiene para la primera de las 3 ecumciones

ya qua

For stra parts, ol indice J = 24 ya no sparate an las ecuaciones (2.47) debido a que $\tilde{\chi}_0 \equiv \tilde{\chi}_{g4}$, i.e., ambos rengiones con idénticos.
ANALISIS DE FOURIER.

Si se genera una distribución modificada para el Jacobiano a partir de la ecuación (2.48) se tiene que

$$\vec{J}_{J}^{*} = \vec{J}_{J-1} - \Lambda \vec{J}_{J} + \vec{J}_{J+1}$$
(2.50)

para $J = 0, 2, 4, \ldots, 22$

o bien en su forma desarrollada como en (2.49)

$$J^{i}_{i,j} = J_{i,j-1} - J_{i-1,j} + a J_{i,j} - J_{i+1,j} + J_{i,j+1}$$
(2.51)
con i = 0,1,2,3,4,....,23
j = 0,2,4,6,8,....,22

. .

Cada valor puntual de $\chi_{i,j}$ puede desarrollarse en serie de Fourier como en (2.38) - (2.40), i.e.,

$$\chi_{i,j} = \frac{1}{2} a_{0,j} + \frac{1}{2} a_{12,j} (-1)^{i} + \sum_{n=1}^{11} [a_{n,j} \cos \frac{2\pi ni}{24} + b_{n,j} \sin \frac{2\pi ni}{24}]$$
(2.52)

donde

$$a_{n,j} = \frac{2}{24} \sum_{i=0}^{23} \chi_{i,j} \cos \frac{2\pi ni}{24} , b_{n,j} = \frac{2}{24} \sum_{i=0}^{23} \chi_{i,j} \sin \frac{2\pi ni}{24}$$
 (2.53)

y relaciones idénticas para el Jacobiano modificado (2.51),

$$J_{i,j}^{\bullet} = \frac{1}{2}C_{0,j} + \frac{1}{2}C_{12,j}(-1)^{1} + \sum_{n=1}^{11} \left[C_{n,j}\cos\frac{2\pi n}{24} + D_{n,j}\sin\frac{2\pi n}{24}\right] (2.54)$$

con

$$C_{n,j} = \frac{2}{24} \sum_{i=0}^{23} J_{i,j}^{*} \cos \frac{2\pi n i}{24} , \quad D_{n,j} = \frac{2}{24} \sum_{i=0}^{23} J_{i,j}^{*} \sin \frac{2\pi n i}{24} \quad (2.55)$$
para
i = 0, 1, 2, 3,, 23
j = 0, 2, 4, 6, ..., 22
n = 0, 1, 2, 3, ..., 12

Substituyendo (2.52) y (2.54) en (2.49), término a término

$$\begin{split} \chi_{1,j-2} &= \frac{1}{2} a_{0,j-2} + \frac{1}{2} a_{12,j-2} (-1)^{1} + \sum_{n=1}^{11} [a_{n,j-2} \cos \frac{2\pi n}{24}] + b_{n,j-2} \operatorname{Sen} \frac{2\pi n}{24}] \\ \chi_{1-2,j} &= \frac{1}{2} a_{0,j} + \frac{1}{2} a_{12,j} (-1)^{1-2} + \sum_{n=1}^{11} [a_{n,j} \cos \frac{2\pi n}{24}] + b_{n,j} \operatorname{Sen} \frac{2\pi n}{24}] \\ \chi_{1-1,j} &= \frac{1}{2} a_{0,j} + \frac{1}{2} a_{12,j} (-1)^{1-1} + \sum_{n=1}^{11} [a_{n,j} \cos \frac{2\pi n}{24}] + b_{n,j} \operatorname{Sen} \frac{2\pi n}{24}] \\ \chi_{1,j} &= \frac{1}{2} a_{0,j} + \frac{1}{2} a_{12,j} (-1)^{1-1} + \sum_{n=1}^{11} [a_{n,j} \cos \frac{2\pi n}{24}] + b_{n,j} \operatorname{Sen} \frac{2\pi n}{24}] \\ \chi_{1,j} &= \frac{1}{2} a_{0,j} + \frac{1}{2} a_{12,j} (-1)^{1} + \sum_{n=1}^{11} [a_{n,j} \cos \frac{2\pi n}{24}] + b_{n,j} \operatorname{Sen} \frac{2\pi n}{24}] \\ \chi_{1+1,j} &= \frac{1}{2} a_{0,j} + \frac{1}{2} a_{12,j} (-1)^{1+1} + \sum_{n=1}^{11} [a_{n,j} \cos \frac{2\pi n}{24}] + b_{n,j} \operatorname{Sen} \frac{2\pi n}{24}] \\ \chi_{1+2,j} &= \frac{1}{2} a_{0,j} + \frac{1}{2} a_{12,j} (-1)^{1+2} + \sum_{n=1}^{11} [a_{n,j} \cos \frac{2\pi n}{24}] + b_{n,j} \operatorname{Sen} \frac{2\pi n}{24}] \\ \chi_{1,j+2} &= \frac{1}{2} a_{0,j+2} + \frac{1}{2} a_{12,j+2} (1)^{1} + \sum_{n=1}^{11} [a_{n,j+2} \cos \frac{2\pi n}{24}] + b_{n,j} \operatorname{Sen} \frac{2\pi n}{24}] \end{split}$$

y considerando que

 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

Sen(a+ (3) = Sena Cos 3 + Cos a Sen 3

entonces la transformada de Fourier de (2.49) y (2.51) es

$$\sum_{n=1}^{11} \left\{ \left[a_{n,j-2} + a_{n,j} \left(-a^2 + 4a \cos \frac{2\tilde{u}n}{24} - 2 \cos \frac{4\tilde{u}n}{24} \right) + a_{n,j+2} \right] \cos \frac{2\tilde{u}n}{24} \right. \\ \left. + \left[b_{n,j-2} + b_{n,j} \left(-a^2 + 4a \cos \frac{2\tilde{u}n}{24} - 2 \cos \frac{4\tilde{u}n}{24} \right) + b_{n,j+2} \right] \sin \frac{2\tilde{u}n}{24} \right\} \\ = \sum_{n=1}^{11} \left[c_{n,j} \cos \frac{2\tilde{u}n}{24} + b_{n,j} \sin \frac{2\tilde{u}n}{24} \right]$$
(2.56)

Definiendo a

$$\lambda_n = -a^2 + 4a \cos \frac{2\pi n}{24} - 2 \cos \frac{4\pi n}{24}$$

la sumatoria (2.56) se transforma en 24 conjuntos independientes, cada uno con 12 ecuaciones; un conjunto para cada una de las 24 amplitudes armónicas, i.e.,

$$a_{n,j-2} + \lambda_n a_{n,j} + a_{n,j+2} = C_{n,j}$$
 (2.57)
con j = 0,2,4,6,....,22

 $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 12$

 $b_{n,j-2} + \lambda_n b_{n,j} + b_{n,j+2} = b_{n,j}$

con j = 0,2,4,6,....,22 n = 1,2,3,4,....,11

donde los valores de las $C_{n,j}$ y $D_{n,j}$ son conocidos a partir de (2.55).

SINTESIS DE FOURIER.

Para realizar la síntesis de Fourier, (determinación de los valores de $\chi_{i,j}$ utilizando la relación (2.51)) es necesario el conocimiento de los -coeficientes armónicos $a_{n,j}$, $b_{n,j}$; esto puede lograrse a partir de (2.57) y (2.58) utilizando cualquier método numérico (relajación, Cholesky, direccio nes alternadas, etc.), pero, si se desea aumentar la rapidez de cómputo, cada sistema de 12 ecuaciones puede resolverse por Reducción Cíclica Recursiva^e. Puesto que (2.57) y (2.58) son idénticas en forma, solamente se trabajará con uno de ellos.

Tomando nuevamente 3 ecuaciones vecinas en (2.57)

(2.59)

(2.58)

y multiplicando a la ecuación central por $-\lambda_n$, para luego sumarlas, se obtiene

$$a_{n,j-4} + (2 - \lambda_n^2) a_{n,j} + a_{n,j+4} = c_{n,j-2} - \lambda_n c_{n,j} + c_{n,j+2}$$
 (2.60)

para $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 12$ j = 0, 4, 8, 12, 16, 20.

(2.61)

(2.63)

(2.64)

Sea

$$c_{n,j}^{(1)} = c_{n,j-2} - \lambda_n c_{n,j} + c_{n,j+2}$$

у

Haciendo una nueva reducción se llega finalmente a

 $\lambda_n^{(1)} = 2 - \lambda_n^2$

$$a_{n,j-8} + (2 - \lambda_n^{(1)^2}) a_{n,j} + a_{n,j+8} = C_{n,j-4}^{(1)} - \lambda_n^{(2)} C_{n,j}^{(1)} + C_{n,j+4}^{(1)}$$
 (2.62)
para $n = 0, 1, 2, 3, \dots, 12$

Así el sistema (2.57) se ha reducido a uno de 3 ecuaciones con 3 incógnitas - (las $a_{n,j}$); por supuesto, el sistema (2.58) se ha reducido de igual forma, excepto por las $b_{n,j}$ en vez de las $a_{n,j}$. Un sistema de ecuaciones para ca da valor de n , (recuérdese que n corro de 1 hasta 11 en el sistema (2.58), ~ haciendo un total de 24 sistemas de ecuaciones), y puesto que las fronteras son cíclicas, los sistemas finales son de la forma

....

$\lambda_{n}^{(2)}$	^a n,o	+		^a n,8	+	^a n, 16	•	с <mark>",</mark> о
	an,o	+	$\lambda_n^{(2)}$	^a n,8	+	^a n, 16	•	c ⁽²⁾ n,8
	en,o	+		an,8	+ $\lambda_n^{(2)}$	⁸ n, 16	-	c ⁽²⁾ n, 16

donde como antes

$$\begin{array}{l} c_{n,j}^{(2)} = c_{n,j-4}^{(1)} - \lambda_{n}^{(1)} c_{n,j}^{(1)} + c_{n,j+4}^{(1)} \\ \lambda_{n}^{(2)} = 2 - \lambda_{n}^{(1)2} \end{array}$$

Utilizando la regla de Kramer para resolver el sistema (2.63) se tiene

El esrejado 24x24 es de la forma Ju2³ puntos en ambas direcciones, diche múmero fué elegido con el fia de poder bacer la raducción matriciel, (radug ción cíclica raduralva).

$$a_{n,0} = \frac{(\lambda_{n}^{(2)} + 1) c_{n,0}^{(2)} - c_{n,8}^{(2)} - c_{n,16}^{(2)}}{\lambda_{n}^{(2)} (\lambda_{n}^{(2)} + 1) - 2}$$
(2.65)

$$s_{n,8} = \frac{(\lambda_n^{(2)} + 1) c_{n,8}^{(2)} - c_{n,0}^{(2)} - c_{n,16}^{(2)}}{\lambda_n^{(2)} (\lambda_n^{(2)} + 1) - 2}$$
(2.66)

$${}^{\theta}n, 16 = \frac{(\lambda_n^{(2)} + 1)c_{n,16}^{(2)} - c_{n,0}^{(2)} - c_{n,8}^{(2)}}{\lambda_n^{(2)}(\lambda_n^{(2)} + 1) - 2}$$
 (2.67)

Con las relaciones (2.65) - (2.67) se ha llegado finalmente a un punto en que se conocea los valores numéricos de los coeficientes $a_{n,0}$, $a_{n,8}$ y $a_{n,16}$; procediéndose de idéntica forma para obtener los coeficientes $b_{n,0}$, $b_{n,8}$ y $b_{n,16}$; repitiendo para ello los pasos (2.59) - (2.67)*. En la figura 9 se - muestran los módulos de interacción de los pasos seguidos para la reducción y la síntesis de Fourier.

Con los coeficientes $a_{n,0}$, $a_{n,8}$ y $a_{n,16}$ ya conocidos, se inicia el proceso de recursión; utilizando la ecuación (2.60)^{**} se determinan los valores_ numéricos de los coeficientes $a_{n,4}$, $a_{n,12}$ y $a_{n,20}$; finalmente, se conti-nús con la ecuación (2.57) para determinar $a_{n,2}$, $a_{n,6}$, $a_{n,10}$, $a_{n,14}$, -- $a_{n,18}$ y $a_{n,22}$, con lo cual se ha obtenido la totalidad de los coeficientes de Fourier para cada renglón par de la malla, (procediéndose de idéntica manera para los coeficientes $b_{n,j}$). Por último, los coeficientes son utilizados en la ecuación (2.52) para determinar de manera directa los valores de la ten dencia del geopotencial $\chi_{i,j}$ en los renglones pares de la malla.

> "To general, para reducciones mayores, (por ejemple pera mallas däxdä é 96x36, elo.), la férmula de recurrescis es

$$a_{n,j-3}^{a} + \lambda_{n} a_{0,j}^{a} + a_{n,j+2}^{a} = C_{n,j}^{a}$$

dende $j = 0, 3^{a}, \dots, (p = 3^{a})$
 $\lambda_{n}^{(a)} = 3 - (\lambda_{n}^{(a)})^{2}, \quad C_{n,j}^{(a)} = C_{n,j-2}^{(a-1)} - \lambda_{n}^{(a-1)} C_{n,j+2}^{(a-1)}$
leads p si minere de puntos por columna de la forma $3x2^{k}$, cen k entere
Par a templo, para daterminar los conficientes en el rengión $j = 4, 4, 4$

Pe for ejemplo, para determinar los coeficientes en el rengión $j = 4, 1.8., n_{m,A}$ as tiste

$$a_{n,4} = \frac{C_{n,4}^{(i)} - a_{n,0} - a_{n,8}}{\lambda_0^{(i)}}$$
pars $a = 0, 1, 2, 3, \dots, 12$





C) ANALISIS DE FOURIER (ECUACION 2.37)

*n, j-2 + \n *n, j * *n, j +2 - C_n, j







4) SINTISIS OF FOURIER. (BCUACION 2.51) X1.1 - (+ 1 Cost + + + 500 = 101)

FIGURA . 9.

Se muestren es cada caso fracciones del enrejado, con iou nodos de interaccion genelados por puntos. Los líness pu<u>n</u> testas corresponden a los rengiones imperes de la mella,y les líness contínues, a les rengiones pares.

Queda todavía por determinerse la tendencia en los líneas impares del enrejado. Utilizando la ecuación (2.44) se tiene que

$$\chi_{i-1,j} = (4 + M)\chi_{i,j} + \chi_{i+1,j} = -J_{i,j} - \chi_{i,j-1} - \chi_{i,j-1}$$
(2.68)
con j = 1,3,5,7,....,23
i = 0,1,2,3,....,23

donde el miembro derecho de la ecuación (2.68) es conocido. De nuevo es conveniente utilizar la Reducción Cíclica Recursiva (ahora sin el enélisis y síntesis de Fourier), pero en la dirección 1. Tal como en (2.47), tres ecuaciones vecinas del sistema generado en (2.68) son:

$$\chi_{i-2,j} - \alpha \chi_{i-1,j} + \chi_{i,j} = J_{i-1,j}^{(i)}$$

$$\chi_{i-1,j} - \alpha \chi_{i,j} + \chi_{i+1,j} = J_{i,j}^{(i)}$$

$$\chi_{i,j} - \alpha \chi_{i+1,j} + \chi_{i+2,j} = J_{i+1,j}^{(i)}$$

bara
$$j = 1, 3, 5, \dots, 23$$

 $i = 0, 1, 2, \dots, 23$

t

3

(2.69)

donde

$$\alpha_{1,j}^{(1)} = -J_{1,j} - \chi_{1,j-1} - \chi_{1,j+1}$$

$$\alpha_{1} (4 + M).$$

У

Al multiplicar por + C a la ecuación central en (2.69) y luego sumar las 3 écuaciones se obtiene

$$\chi_{i-2,j} + (2 - \alpha^2)\chi_{i,j} + \chi_{i+2,j} = J_{i-1,j}^{(1)} + \alpha J_{i,j}^{(1)} + J_{i+1,j}^{(1)}$$
(2.70)

para $j = 1, 3, 5, \dots, 23$ $i = 0, 2, 4, \dots, 22$

Una nueva reducción conduce a

$$\chi_{1-4,j} + (2 - o^{(1)2})\chi_{1,j} + \chi_{1+4,j} = J_{1-2,j}^{(2)} + o J_{1,j}^{(2)} + J_{1+2,j}^{(2)}$$
para $i = 0, 4, 8, \dots, 20$
 $j = 1, 3, 5, \dots, 23$

con

 $\alpha^{(1)} = 2 - \alpha^2$

$$y \quad J_{1,j}^{(B)} = J_{1-1,j}^{(1)} + oLJ_{1,j}^{(1)} + J_{1+1,j}^{(1)}$$

Finalmente, la última reducción es:

 $\chi_{i-8,j} + (2 - \alpha^{(2)2})\chi_{i,j} + \chi_{i+8,j} = J_{i-4,j}^{(3)} + \alpha^{(3)}J_{i,j}^{(3)} + J_{i+4,j}^{(3)}$ (2.72) pers i = 0, 8, 16

j = 1,3,5,....,23

donde

y

 $\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \mathbf{$

Los sistemas planteados en (2.72) son 12 sistemas de 3 ecuaciones con 3 incógnitas (un sistema por cada renglón j), i.e.,

$$\begin{array}{rcl} \alpha^{(3)}\chi_{0,j} + \chi_{8,j} + \chi_{16,j} &= J_{0,j}^{(4)} \\ \chi_{0,j} + \alpha^{(3)}\chi_{8,j} + \chi_{16,j} &= J_{8,j}^{(4)} \\ \chi_{0,j} + \chi_{8,j} + \alpha^{(3)}\chi_{16,j} &= J_{16,j}^{(4)} \end{array}$$
(2.73)

(2.74)

pera $j = 1, 3, 5, \ldots, 23,$

 $\alpha^{(3)} = 2 - \alpha^{(2)}^2$ $J_{1,j}^{(4)} = J_{1-4,j}^{(3)} + \alpha^{(3)}J_{1,j}^{(3)} + J_{1+4,j}^{(3)}$

Los sistemas (2.73) podrán resolverse mediante la regla de Kramer, tal como me himo en (2.65) - (2.67), i.e.,

$$\chi_{0,j} = \frac{(\alpha^{(3)} + 1) J_{0,j}^{(4)} - J_{8,j}^{(4)} - J_{16,j}^{(4)}}{\alpha^{(3)}(\alpha^{(3)} + 1) - 2}$$

$$\chi_{B,j} = \frac{(\alpha^{(3)} + 1) J_{B,j}^{(4)} - J_{0,j}^{(4)} - J_{16,j}^{(4)}}{\alpha^{(3)}(\alpha^{(3)} + 1) - 2}$$
(2.75)

$$\chi_{16,j} = \frac{(\alpha^{(3)}+1) J_{16,j}^{(4)} - J_{0,j}^{(4)} - J_{8,j}^{(4)}}{\alpha^{(3)}(\alpha^{(3)}+1) - 2}$$
(2.76)

para j = 1,3,5,7,....,23

Se inicia abora el proceso de recursión, usando la ecuación (2.75), tal que

$$X_{i,j} = \frac{J_{i,j}^{(a)} - X_{i-4,j} - X_{i+4,j}}{\alpha^{(a)}}$$
(2.77)

para i = 4, 12, 20 $j = 1, 3, 5, \dots, 23$

utilizando para el miembro derecho de (2.77) los vulores previamente calculados de

 $J_{i,j}^{(a)}$, $\chi_{o,j}$, $\chi_{8,j}$, $\chi_{16,j}$ y $\alpha^{(a)}$

Por último, usando la scuación (2.70) se determinan los velores de la tendencia en la totalidad de las columnas pares de los rengiones imperes de la malla,

 $\chi_{i,j} = \frac{J_{i,j}^{(s)} - \chi_{i-2,j} - \chi_{i+2,j}}{\sigma^{(1)}}$

(2.78)

para $i = 2, 6, 10, \dots, 22$ $j = 1, 3, 5, \dots, 23$

Solo falta para terminar, obtoner los valores de la tendencia en las columnas impares de los renglones impares. Ello se logra e partir de la ecuación (2.68); de manera directa, por substitución se tiene

$$\chi_{i,j} = \frac{J_{i,j}^{(i)} - \chi_{i-1,j} - \chi_{i+1,j}}{-\alpha}$$
(2.79)

para i = 1,3,5,....,23 j = 1,3,5,....,23,

el miembro derecho de (2.79) es conocido.

CAPITULO 3

PROGRAMAS Y DIAGRAMAS DE FLUJO

3.1 Introducción.

En este capítulo se presentan los diagramas de flujo y listados de los programas de los métodos de Sobrerrelajación (SOR) y Reducción Cíclica Recur siva (RCR), utilizados para resolver la ecuación de Helmholtz en una malla -24 x 24. Las gráficas de los resultados correspondientes a estos programas son tembién incluidas. Finalmente, los dos métodos numéricos -Sobrerrelaja-ción y Análisis de Fourier- son comparados con la función tendencia analítica que resulta de la función geopotencial teórico, analizando para ello_ las gráficas de las matrices de diferencias que resultan de los campos de -tendencia calculados numéricamente, contra el campo de tendencia generado -analíticamente. Por otra parte, los diagramas de flujo se presentan considerendo una estructura principal y subsecciones separadas, estas ultimas son representadas con una letra dentro de un círculo. En la parte final de cada_ diagrama principal se anexan estas subsecciones, desarrolladas en detalle, con la finalidad de hacer comprensible un seguimiento.

3.2 Programa y diagrama de flujo del método de Sobrerrelajación

3.2.1 PROGRAMA S D R

	Kaunne	
4 N DF	RKF ILE	DVERLAT FORTRANT 237 RECORDST SAVED
100	\$ERRLI	នា
105	\$SET L	1411 NF 4
110	FILE	- SHEGO JUNIT-PRINTER/RECORD-20
115	r - 140	NGRAMA PARA RESOLVER LA FC. DE HELMHOLLZ MEDIANTE
1 20	r 60	REFERETA LAPSON. EN UNA GALLA DAX'LA
	6 56	ALL MEADING AND A AND AND AND AND AND AND AND AND A
120		DIFIERDION AUNICAMENTALISE PROVINCE ALCENTRALISE AUTO
135		REAL NURMATERURAZELIANUA ELANUASEZ
140		EP51=1.0E-2
145		EPS2+1.0F-4
150		WOP1-1.77
155		
1.60		WI-1.27
1.45		1.6hha2=3.0
170		KOMA
178		
100		
162		NORAD2-3.0
190		I TER=O
195		H=231,423 E3
200	C****	**************************************
205		X/1-8-27E-14
210		\$\$\$?\${ \$ \$\$
215		C5-H2/2.
220		C2=(H2/2,)*2H+1.
275		
223		L3~\N2/4./4./4./1.
230		C1-712#AN1440
230		64-72/4+
240		$10 \ 10 \ 1 = 1 + 24$
245		HU 10 K=1+24
250		TEND(1,K)-0.0
255		TENU1(1+N)=0+0
260	10	CONTINUE
265		
270	90	$116R_{\pm}TFFR_{\pm}1$
375		
2/3		$MU \neq V = L = L + T + T$
280		$\Pi A = \Pi A \cup (12 = NTI / 1)$
285		MIN=MIN0(12+24)
290		III 70 I-MAXIMIN
- 295		K=1Z-1+1
300		
TOF		1F(1 .EU. 1 .AND, K .EU. 1) OU IV 149
305		1F(1,E0.24,AND, K,E0.1) G0 10 100
310		$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
310		$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
305 310 315 320		$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
310 310 315 320		$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
310 315 320 325	•	$ \begin{array}{c} \text{IF(I, EU, 1, AND, K, EU, 1)} & \text{GD} \ \text{ID} \ \text{ID}$
310 315 320 325 330	•	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
305 310 315 320 325 330 335		$ \begin{array}{c} \text{IF(I), EU, 1), AND, K, EU, 1), GD 10 110} \\ \text{IF(I), EU, 24, AND, K, EU, 1), GD 10 120} \\ \text{IF(I), EU, 24, AND, K, EU, 24), GD 10 130} \\ \text{IF(I), EU, 24, AND, K, EU, 24), GD 10 140} \\ \text{IF(I), EU, 24, AND, K, EU, 24, AND, 1, IE, 23), GD 10 150} \\ \text{IF(I), EU, 24, AND, K, GE, 2, AND, K, IE, 23), GD 10 160} \\ \text{IF(K), EU, 1, AND, (I), GE, 2, AND, 1, IE, 23), GD 10 160} \\ \text{IF(K), EU, 24, AND, (I), GE, 2, AND, 1, IE, 23), GD 10 170} \\ \text{IF(K), EU, 24, AND, (I), GE, 2, AND, 1, IE, 23), GD 10 180} \\ \end{array} $
305 310 315 320 325 330 335 340	100	$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
303 310 315 320 325 330 335 340 345	100 *	$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
303 310 315 320 325 330 335 340 345 350	100 *	$ \begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
303 310 315 325 325 330 335 340 345 355	100 *	$\begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
305 310 315 320 325 330 340 345 350 355 360	100 *	$ \begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
305 310 315 320 325 330 325 340 345 350 355 360	100 * 110	$ \begin{array}{l} \text{IF(I)} & \text{EU}, \text{I} & \text{AND}, \text{K}, \text{EU}, \text{I} & \text{O} & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K}, \text{EU}, 24 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K}, \text{EO}, 24 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K}, \text{FO}, 24 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K}, \text{FO}, 24 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K} & \text{FO}, 2 & \text{AND}, \text{K} & \text{I} & \text{I} & \text{E} & 233 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K} & \text{IG}, 2 & \text{AND}, \text{K} & \text{I} & \text{I} & \text{E} & 233 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & 120 \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{I} & \text{IE} & 233 & \text{O} & \text{IO} & 120 \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{I} & \text{IE} & 233 & \text{O} & \text{IO} & 120 \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{I} & \text{IE} & 233 & \text{O} & \text{IO} & 120 \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{I} & \text{IE} & 233 & \text{O} & \text{IO} & 120 \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{I} & \text{IE} & 233 & \text{O} & \text{IO} & 120 \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{I} & \text{IE} & 233 & \text{O} & 10 & 180 \\ \text{IE} & IE$
305 310 315 320 325 330 325 340 345 340 345 350 355 360 355	100 *	$ \begin{array}{l} 1F(1, EU, 1, AND, K, EU, 1) & 6D & 10 & 110 \\ 1F(1, EU, 24, AND, K, EU, 1) & 6D & 10 & 120 \\ 1F(1, EU, 24, AND, K, FU, 24) & 6D & 10 & 140 \\ 1F(1, EU, 24, AND, K, FU, 24) & 6D & 10 & 140 \\ 1F(1, EU, 24, AND, K, GE, 2, AND, 1, 1E, 23) & 6D & 10 & 160 \\ 1F(1, EU, 24, AND, (K, GE, 2, AND, K, 1E, 23)) & 6D & 10 & 160 \\ 1F(K, EU, 24, AND, (I, GE, 2, AND, 1, 1E, 23)) & GO & 10 & 170 \\ 1F(K, EU, 24, AND, (I, GE, 2, AND, 1, 1E, 23)) & GO & 10 & 170 \\ 1F(K, EU, 24, AND, (I, GE, 2, AND, 1, 1E, 23)) & GO & 10 & 180 \\ RESID1 = C141END(1+K)+124XJAC(1+K) - TEND(1+1+K) - TEND(1+K)+10 \\ -TEND(1+K-1) - TEND(1+K+1) \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ RESID1 = C34TEND(1+K) + C44XJAC(1+K) - 0.54(TEND(1+1+K)) \\ + TEND(1+K+1) \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ RESID1 = C34TEND(1+K) + C44XJAC(1+K) - 0.54(TEND(1+1+K)) \\ + TEND(1+K+1) \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ RESID1 = C34TEND(1+K) + C44XJAC(1+K) - 0.54(TEND(1+1+K)) \\ + TEND(1+K+1) \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ RESID1 = C34TEND(1+K) + C44XJAC(1+K) - 0.54(TEND(1+1+K)) \\ + TEND(1+K+1) \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ RESID1 = C34TEND(1+K) + C44XJAC(1+K) - 0.54(TEND(1+1+K)) \\ + TEND(1+K+1) \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ RESID1 = C34TEND(1+K) + C44XJAC(1+K) - 0.54(TEND(1+1+K)) \\ + REND(1+K+1) \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ RESID2 = RESID1$
305 310 315 320 325 330 340 345 350 355 340 355 340 355 340 355 340	100 * 110 *	$ \begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$
305 310 315 320 325 330 345 350 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355	100 *	$ \begin{array}{l} \text{IF(I)} & \text{EU}, \text{I} & \text{AND}, \text{K}, \text{EU}, \text{I} & \text{O} & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K}, \text{EO}, 24 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K}, \text{FO}, 24 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K}, \text{FO}, 24 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K} & \text{FO}, 24 & \text{O} & \text{IO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{IE}, 233 & \text{GO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{K} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{IE}, 233 & \text{GO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{IE}, 233 & \text{GO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{IE}, 233 & \text{GO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{IE}, 233 & \text{GO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{IE}, 233 & \text{GO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}, 24 & \text{AND}, \text{(I)} & \text{GE}, 2 & \text{AND}, \text{I} & \text{IE}, 233 & \text{GO} & \text{IO} & \text{IO} \\ \text{IE} & \text{CI} & \text{IEND} & \text{(I} & \text{AC} & \text{IE}, \text{AD} & \text{CI} & \text{IE} & \text{IE} \\ \text{IE} & \text{CI} & \text{IE} & \text{IE} & \text{IE} & \text{IE} & \text{IE} & \text{IE} \\ \text{IE} & \text{CI} & \text{IE} \\ \text{IE} & \text{IE} \\ \text{IE} & IE$
305 310 315 320 325 330 345 350 355 340 355 340 355 340 355 340 355 360 375 380	100 * 110 * 120	$ \begin{array}{l} 1F(1, E0, 24, AND, K, E0, 1) & 60 & 10 & 110 \\ 1F(1, E0, 24, AND, K, E0, 24) & 60 & 10 & 130 \\ 1F(1, E0, 24, AND, K, F0, 24) & 60 & 10 & 140 \\ 1F(1, E0, 24, AND, K, F0, 24) & 60 & 10 & 140 \\ 1F(1, E0, 24, AND, K, GE, 2, AND, 1, 1E, 23) & 60 & 10 & 160 \\ 1F(K, E0, 24, AND, (I, GE, 2, AND, K, 1E, 23)) & 60 & 10 & 160 \\ 1F(K, E0, 24, AND, (I, GE, 2, AND, 1, 1E, 23)) & 60 & 10 & 170 \\ 1F(K, E0, 24, AND, (I, GE, 2, AND, 1, 1E, 23)) & 60 & 10 & 180 \\ RESID1 = (141END(1+K)+1) + 4XJAC(1+K) - 1END(1+1+K) - 1END(1+K+1) \\ -1END(1+K-1) - 1END(1+K+1) \\ RESID2 = RESID1/C1 \\ 60 & T0 & 190 \\ RESID2 - RESID1/C1 \\ 60 & 10 & 190 \\ RESID2 - RESID1/C3 \\ 40 & 10 & 190 \\ RESID2 - C341END(1+K)+C44XJAC(1+K) = 0.54(1END(1+1+K) \\ -1END(1+K+1)) \\ \end{array} $
305 310 315 320 325 330 345 340 345 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 350 355 350 355 350 355 350 355 350 355 350 355 350 355 350 355 350 355 350 355 350 355 355	100 * 110 * 120 *	$ \begin{array}{l} \text{IF(I)} & \text{EU}_{*}(1) & \text{AND}_{*}(K) & \text{EU}_{*}(1) & \text{GO}_{*}(0) & \text{IO}_{*}(1) \\ \text{IF(I)} & \text{EO}_{*}(24) & \text{AND}_{*}(K) & \text{EO}_{*}(24) & \text{GO}_{*}(10) & \text{I30} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}_{*}(24) & \text{AND}_{*}(K) & \text{FO}_{*}(24) & \text{GO}_{*}(10) & \text{I40} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}_{*}(24) & \text{AND}_{*}(K) & \text{GE}_{*}(2) & \text{AND}_{*}(K) & \text{I}_{*}(E, 23)) & \text{GO}_{*}(1) & \text{I50} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}_{*}(24) & \text{AND}_{*}(K) & \text{GE}_{*}(2) & \text{AND}_{*}(K) & \text{I}_{*}(E, 23)) & \text{GO}_{*}(10) & \text{I50} \\ \text{IF(I)} & \text{EO}_{*}(24) & \text{AND}_{*}(I) & \text{GE}_{*}(2) & \text{AND}_{*}(K) & \text{I}_{*}(E, 23)) & \text{GO}_{*}(10) & \text{I50} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}_{*}(24) & \text{AND}_{*}(I) & \text{GE}_{*}(2) & \text{AND}_{*}(K) & \text{I}_{*}(E, 23)) & \text{GO}_{*}(10) & \text{I50} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}_{*}(24) & \text{AND}_{*}(I) & \text{GE}_{*}(2) & \text{AND}_{*}(K) & \text{I}_{*}(E, 23)) & \text{GO}_{*}(10) & \text{I50} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}_{*}(24) & \text{AND}_{*}(I) & \text{GE}_{*}(2) & \text{AND}_{*}(1) & \text{I}_{*}(E, 23)) & \text{GO}_{*}(10) & \text{I50} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}_{*}(24) & \text{AND}_{*}(I) & \text{GE}_{*}(2) & \text{AND}_{*}(1) & \text{I}_{*}(E, 23)) & \text{GO}_{*}(10) & \text{I50} \\ \text{IF(K)} & \text{EO}_{*}(1) & \text{IEND}_{*}(1) & \text{IEND}_{*}(1)$
305 310 315 325 330 325 330 345 340 345 350 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 355 340 340 345 340 340 345 340 340 340 340 340 340 340 340 340 340	100 * 110 * 120 *	$ \begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$

400	130		RESIDE - C3+TEND(I+K)+C4+XJAC(I+K)=0+5*(TEND(I+K+1)
405		*	+1ENB(1+1/N) oceaany _ keylut/C3
410			60 TO 190
420	140		RESID1 - C3*TEND(1+K)+C4*X.GC(1+K)-0+5*(TEND(1+K-1)
425		¥	+3EAD(1-1+K))
430			REGID2 - RESIDIZC3
435	150		()) 10-170 10-10-1-0 ())+3600(3-6341)545 (A(24-63-0)-54(3-0)(3-6)-13
440	100	*	$+$ TEND(1+K+1)) \sim EEEO(1+1+K)
450			RESID2 ~ RESID1/C2
455			GO TO 190
460	190	-	ATENDET - COATENDETSKY COARCEARCE AND CLARKED AND CLAR
470		•	RESID2 ~ RESIDI/C2
475	•		GO TO 190
480	170		RESIDIA COATEND(IFK) + COAXUAC(IFK)-O.54(IBHD(FFIFK)
485			1100000000000000000000000000000000000
495			GO TO 190
500	180		RESIDI = 02#TEND(I+K)+05#XJAC(I+K)-0+5#(TEND(I-1+K)
505		*	+TEND(I+1+K)) ==TEND(1+K=1)
510	190		TEC WORL .FO. WIS GO TO 1000
525	1.14		RESIDI- RESIDIARESIDI
530			SUM= SUM + RESTUL
535			IF(I .LE, 23 .AND. K .LE, 23) G0 10 1000
540			URITE(6+622) NORMAT+NORMA2
550	622		FORMAT(//,20X,*NORHA1=*,2X,116,0,*NORHA2=*,E16,0)
555			LAMUA1 - NORMA1/NORMA2
540	174		WRITE(6+671) LANDA1
570	0.1		2=AUS(1LANDA1)
575			22=60RT(2)
580			WRIYE(6+625) 2,22
585	625		FORMAT(///:20X)* Z4 */E14.8/*ZZ-*/E16.8)
595			W1 # 2,271,7 22) TE(ANS(NORMA)-NORMA1) .1 1. (PS1) UDP1-U)
600			SUM = 0.0
605			NORHAZ - NORMAL
610	1000		LANDA2-LANDA1
610	1000		TEND(1)K) = TEND(1)K) = WOP(1)RESID2
625	70		CONTINUE
626			REB=0.0
627			NO 75 I-1/24
620			DU 73 K-1724 HTF=ARS(TENH1(1+K)-TEND(1+K))
630			DIF1-AHAX1 (RES, DIF)
631			RES-D1F1
632	75		CONTINUE
205			$\frac{1}{4} \frac{1}{1} \frac{1}$
710	186		FORMAT(////+20X+*ITER= *+15)
715			WRITE (4, 187) WOFT
720	187		FDRMA1(//////20X/*WDF1+ *#F6.4////)
730			CALL MAFACTENB, (, DIF, 101, 127)
735	3		CALL EXIT
740			END
745			SUBROUTINE MAPA(Z)BASE/CINI/NU/NC)
755			DATA SIMU/*A***********************************
760		*	*N*,*0*,*P*,*R*,*S*,*1*/
745			DATA CRUZ, ASTER/ "+","*"/
770			$\frac{1}{1}$
780			$NCM1 \simeq NC-1$
785			CINT2- 2.04CINT
790			R17 = 23.0/NCH1
795			R23 # 23+078LM1

	800		WK111 (6,100)
	805	100	FORMAT(11X,*COTAS_DE_LOS_STANULOS*,2,2X,*STANULO*,2X,*INFERIOR*.
	810	4	4×+*60FERTOR*+//>
	815		101 + 8 - 1 + 20
	820		$CONTL = BASE + 2.04UINT*(K^{-1})$
	825		GOALS & CONTE & CINE
	830		$WR(FE) = \{G_{F}(O)\} = SFM(C(F)) = O(O(F)) = SFM(C(F)) = O(O(F)) = O(O(O(F))) = O(O(O(F))) = O(O(O(F))) = O(O(O(F))) = O(O(O(F))) = O(O(O(O(O(O(O(O($
	035	101	F0K064 C10X+61+6X+2+12+4)
	840	1	
	845		WRITE (G)1027 Strand Control (Control Control
	850	102	
	855		10/2/J-2/10.01
	360	~	V(J) - UUIUN
	070	•	ξ_{AB} (1) FOR
	875		which control (∇G) and (∇G) and (∇G)
	800		\mathbf{R}_{1} , \mathbf{G}_{1} , \mathbf{G}_{1} , \mathbf{G}_{1} , \mathbf{R}_{1} , \mathbf{G}_{1} , \mathbf{R}_{2} , \mathbf{G}_{1} , \mathbf{G}_{1} , \mathbf{G}_{2} , \mathbf{G}_{1} , \mathbf{G}_{2} , G
	845		T = IFIX (R1)
	890		$\mathbf{X} = \mathbf{R} \mathbf{I} = \mathbf{F} \mathbf{I} \mathbf{O} \mathbf{A} \mathbf{I}$
	895		10 11 LEGK = 2-NCM1
	900		$R_3 = 1.0 + CIEAR+1) + R12$
	905		J 1F1X (kJ)
	910		Y = KJ = FL001 (J)
	915	÷	$01 - 2(1_{1})$
	920		A2 - Z (111) - A1
	925		$16 \sim (1 + L + I) \leq - E $
- A.	930		A4 = 2 (1+1+1+1) = $A1 = A0 = A3$
	935		ZIHI = AI + A2 + X + (A3IA4+X) + Y
	940		V(RAR) - NN
10.0	945		BO 12 K-1,20
	950		CONTE + DASE + (K+1) 4 CONTP
	955		CONTS - CONTL & CINI
	960		TF (ZINTAE, CONTINK, ZINTAGT, CONTS) 60 10 T2
	965		VCRGR) → S1MB (K)
5.1	970	12	CONTRACT, CONTRA
	975	11	CONTINUE
	980		- WRTHE (4,103) (V(J),J-2,NCN1)
	985	103	FORMAT (1X) *1*(12561)*11)
	990	10	CONTINUE
	995		10 19 1- 2+N0N1
	1000		V(J) – BUIDA
	1005	19	GONTINUE
	1010		WRITE (2+10.3) = (V(3)+(3-2+00M1))
	1015		RETURN THE REPORT OF A DESCRIPTION OF A DESCRIPANTA DESCRIPTION OF A DESCRIPTION OF A DESCRIPTION OF A DESCR
	1020		ENVI
	1025		SUBRUITINE XJALU (X ML)
	10.30		DIACNOTOR ADAL (29724)
	10.35		DPP-201042000 Control Contr
· · ·	1040		
	1040		
	1055		A=100.0
	1040		$\mathbf{b} = 40 \cdot 0$
1.5	10.65		F-900.0
	1020		04FGA-7.2956-5
	1075		14.1A-2.*UMEGA*CUS(F1)/4.37E4
	1080		XN-0.5
	1005		XL=0.5
1	1090		XH-1.0/20.0
din te	1095		XH-1.0/12.0
	1100		F1-(30.0*3.1416)/180.0
	1101		en xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
1.1	1102		and X×N+×N+×N −
	1103		EFFO=2.0+0HERA+SIN(I'I)
al free	1104		FU-EFEO+DD+DD+ED+ED+ED
	1105		ΑΑ-Α¥ΧΚ#(δ+#WFBETA¥EFEO)-Α#ΧΚ#ΧΚ#ΧΚ#Η
	- 1110		BB==b*XL*(A+*U+BETA*EFEO)+B*XL*XL*XL*U
	1115		() CC=+2.*A*XK*XK*XK*XK*V
	1120		ана плана. колхилхихихи н а стали
	1125	1917	

.

1130			FF==-13+A1#XL#XL#XL#XL#W	
1135			111—长水XH4(4)4州1和63444460)6米XH4H4(XXH4XXH)	
1140			INI	
1145			X11-3.#E#XH+W#(XXH1XXN)	
1150			X.I.I=A#XK#E#XN#CXXH+XXH)=A#XK#XK#XK#E#XH	and the second second
1155			XKK	
1180	300		b0 10 1=1+24	
1185			10 10 J-1+34	
1190			1X-1	
1195			11.11	
1200			REAL IX+JY	
1205			1X - IX - 6.0	
1210			JY = JY - 14.0	
1215			XJACCI+J)=CAA+COSCXL+TX)+BB+BTNCXL+TX)+CC4JY+	1US(XN#[X)+
1220			DDD#JA#1A#UU2(XI/#1X){FE43A#214C/F41X) •
1225		*	长后单门从南门从水名美好(X1:41X)+招给水台主好(X141X)+233	1 (XIA4,1Y) E
1230		*	////////////////////////////////////	r#910(X8#1X)#
1235			日本1月1月1日、日本1月1日日日(大火水水水)本に目む(大山水水)、 日本1月1月1日、日本1月1日日(大火水水水)本に目む(大山水水)、 日本1月1日、日本1月1日日(大火水水水)、 日本1月1日、日本1月1日、 日本1月1日 日本1月1日、 日本1月1日 日本1月1日 日本1月1日 日本1月1日 日本1月1日 日本1月1日 日本1月1日 日本1月1日 日本1月1日 日本1月11日 日 日 日 日 日 日 日 日 日 日 日 日 日 日 日 日 日	HCOS CXN4JY21
1240		*	XKK#SINCXL*TX)#COS(XH*TX)#COS(XH*TX))
1245		*	" /FO	
1250	10		CONTINUE	
1255	-		RETURN	
1260	111		END	
1265			SUBROUTINE AUTASICH,M.DIF.WW.XVAR.XMAK)	•
1270			DIMENSION XVAR(N+M)	
1275			VV-XVAR(1+1)	
1280			W##XUAR(1,1)	
1285			00 1 1×1+N	
1290			D() 1 J#1+M	
1295			XHAX=AHAX1(VU;XVAR(1,J))	
1300			XMIN-AHINI(WW,XVAR(I,J))	
1305			VV⇔XMAX	
1310			WW=XMIN	
1315	. 1		CONTINUE	
1320	. –		11F=(VV-WW)/39.0	
1325			RETURN	
1330			END	

3.2.2 DIAGRAMA DE FLUJO DEL METODO DE SOBRERRELAJACION







.

3.3 Programa y diagrama de flujo del Análisis de Fourier y Reducción Cíclica Recursiva.

3.3.1 PROGRAMA ANALISIS DE FOURIER.

110	FILE	64ESC, UNIT-PRINTER, RECORD (22)
115	CCALCI	ALO DEL JACODIANO NODIFICADO EN LOS RENGLONES PARES DE LA HALLA -
120		DIMENSION XJACH(24,24),XJAC(24,24),AN(13,24),BN(11,24),
105		VIABBL(13)-XIABB2(13)-XIABB3(13)-ALEBA1(13)-ALEBA2(13)
170		- ALPHA3(13) - ALPHB1(13) - ALPHB2(13) - ALPHB3(13) - F (A(13+24)
175		- FT6(11.24).TEND(24.24).A1(24).A2(24).A3(24)
133	•	
140		
140		□ = 0,2/2 - 14 Decore - 40/2 3
120	• •	D=231-423E3
155		
160	C	CORRIDA CON H-B:27E-14
165		A=4.0+114DD
170		, PI = 3,14159
175		
180	,	DD 10 I-1+24
185		DO 10 J=1+23+2
190		IF(I ,EQ, 1 ,AND, J ,EQ, 1) GO TO 20
195		IF(I .EQ, 1 .AND. J .GE. 3) 60 TO 30
200		IF(I .6T. 1 .AND, I .LT, 24 .AND, J .EA, 1) 60 TO 40
205		IF(I .EQ. 24 .AND. J .GE. 3) 60 10 42
210		IF(I .EQ. 24 .AND. J .EQ. 1) GU 10 46
215		(IIL+I) GALX+(L+L) GALX+(L+I) GALXAGA (L+I)
220	,	= -XJAC(I-1+J)-XJAC(I+1+J)
225	-	60 TO 10
270	20	$X_{ADDM}(T_{+},I) = A + X_{ADD}(T_{+},I) + X_{ADD}(T_{+},I+23) + X_{ADD}(T_{+},I+1)$
230	÷,	$= \chi \left[\Delta \Gamma \left(T + 23 \cdot I \right) \right] = \chi \left[\Delta \Gamma \left(T + 1 \cdot J \right) \right]$
230	•	
240	70	X IACH (1, 1) - AKY IAC(1, 1) +X IAC(1, 1-1) +X IAC(1, 1) - X IAC -
250	30	
230	•	
200		
200	40	
260	4	
270		
2/3	42	
280		
582		
290	46	XJACH(1)JAAXJAL(1)JIAIJAL(1)JIAJACA(1)JIAJACA(1)JIAJACA(1)
295	·	-XJAC(I-1+J)-XJAC(I-23+J)
300	10	CONTINUE
305	CCALCI	JLO DE LOS EDEFICIENTES DE FUNKIEK
310		
315		DU 50 K-41+13
320		AN(K;J)=0.0
325	50	CUNTINGE CONTRACTOR AND A
330		UU 60 J-1+23+2
335		DO 60 N=1+11
340		BN(K),()-0,0
345	60	CONTINUE.
350		DO 70 J=1,23,2
355		BO 70 K-1/13
340		DO 70 I-1:24
365		IX-I-1
370		KZ=K-1
375		AN(K,J)=AN(K,J)+XACH(I,J)*COS(2,0*PI*KZ*IX/24,0)
380		IF(1,E0, 24) AN(K,J)=2.0*AN(K,J)/24.0
385	70	CONTINUE
390		BO = BO = J = 1,23,2
305		10 80 K-1,11
		ID. 80 (m1)24

A /16'		1.4.51.4
405		
410		h Z→K
41.		
4.0		TEAL FERRY CH. / DRAWN J/=2+04-DRAWN J/2+4+0
415	80	
4.10		10 96 K-1+13
435		
440		XLAND1(1) - (A+A+A+A+A+A+A+A+A+A+A+A+A+A+A+A+A+A+A
445	*	2.4UBC4.04FEACC24.035
450	9 0	CONTINU
455		10 100 J-1+1/1+4
460		$100 \ 100 \ 1 + 13$
465		(IEC 3 (ERF) 1) OU(CEN)/OU(CENED) OU(CENED) STORAL(CENED)
470	*	# 1 11 (K + 1)
475		IF(3 .E(0, 1) 60 10 100
460		AR(K+J) AAR(K+J=2) FAR(K+J+2) - >1 (4001 (K) AAR(((+J)
485	100	CONTENNE
490		DD 116 (-1-1:21:4
495		DO 110 K-1,11
500		- エビモーは、「おおは、「お」)、おNVKをいた。ほどはないときはないというまで、シーズビディの表示というエステート
505	· · · *	ふもはもくにゅうう
510		1F(J ,EQ, 1) 60 10 110
515		HN (K+J) (DN (K+J-2) + DN (K+J) (2) (XI AHD1 (K+1) + DH(K+J)
520	110	CONTENUE
525		10 120 N-1+13
530		XI AHUP(K) = 2.0 - XI AHUP(K) XXI AHUP(K)
535	120	CONTINUE
540		10 130 -1.17.11
5.45		60 130 K-1/13
550		TELL FRA. 1) ARCS 12 CARS - 11203 FARCS - 1140 - ALGORISE A
5,5,60	*	(h + (h + 1))
61A	•	1571 . VO 1) BO 10 130
540		ALL ALL AND AN AN ANALY AND A AN ALAN ALAN ALAN ALAN ALAN ALAN
610.0	170	ARAN AT SHOULD AT TATAKAN ITTA AT AND AN AND AN AT AN AND AN A
070	130	
3/3	100	- WRITE COTGEET
540	022	= 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 1000 + 1000 + 1000 + 1000 + 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 100000 + 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 100000 + 100
283		
590		140 - 140 - 1711
292		$1 \mathbf{F} (\mathbf{J} \rightarrow \mathbf{H} (\mathbf{J} \rightarrow \mathbf{J}) = \mathbf{D} \mathbf{N} (\mathbf{K} + \mathbf{J}) = \mathbf{D} \mathbf{H} (\mathbf{K} + \mathbf{H} - \mathbf{M}) + \mathbf{D} \mathbf{H} (\mathbf{K} + \mathbf{H} - \mathbf{M}) = \mathbf{M} (\mathbf{K} + \mathbf{J})$
200	+	₩ 114 \ \ \ 7 }
405		IF(J .Fd. 1) 60 10 140
610		BN(K), 1)BH(K, J-4)+BH(K, J+4)-XLAHD2(K) 1)+BH(K, J)
415	140	CONTINUE
620		DO 150 K-1+13
625		- XEAHD3(K) - 2+O-XEAHD2(K) +XE((002(K))
630	150	CONTINUE
635	CCALCU	LO DE LOS ATGLAVALORES
640		D0 160 K-1/13
645		ALPHA1(C)(AN(K+1))AN(C+971AN(K+17))7C3+04(X)Anh(3(K)+2+0
650	*	
455		ALPHA2(K)={AN(K+1)=2+0#AR(K+Y)+AR(K+TZ))Z(6+04(ALARD3(N))
660	*	-1,0))
665		ALPHA3(K)+(AN(K)1)-AN(K)12))/(2+04(XLAnh(3(L)-1+0)))
670	160	CONTIAUC
675		40 129 K-1+11
480		ALPHEL(K) - CEN(K, 1) HEN(K, 9) HER(K, 17))/(3,04 (ALAMO, 5(K+1))
685	*	(2,0))
640	-	$ALPHBP(K) + (BA(K, 1) - 2.0 \times BA(K, y) + BA(K, 12))/(a, 0+ (A - BBB3(K+1)))$
695	• *	~1.9)}
200	. *	ALPHR $3(K) = (BR(K+1) - BR(K+1/2))/(2+G+(XLAMB3(K+1)+1+0))$
705	170	CONTINUE
710	CHETER	STRACTOR OF LOG COEFICIENTES OF FOURTER FARA LA DEBUCHCIA
715	ODETCA	
710		FYACKALL & ALPHAL(K) I ALPHAD(K) & ALPHAG(K)
700		\mathbf{F} (\mathbf{F} , \mathbf{F}) . $\Delta \mathbf{F}$ (\mathbf{F}) \mathbf{F}) \mathbf{F} (\mathbf{F}) (
220		f and f , f and
730		$\frac{1}{16} \frac{1}{16} = \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \frac{1}{16} \frac{1}{16} \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \frac{1}$
730		AFAN ALGA AZ FANANJAZ VAN TEZH LO IN EINKELN - A O
740		$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 +$
740	100	17 NR (114) 17 F 18NR 177 ** M(M)

```
755
            101 190 6-11
            FLU(KAL) - ALPHUL(K) + ALPHUL2(K) + ALPHUL3(K)
760
            FIRENARY - REPHBICK) - R.OAMEPHERCKE
765
            FID(K, 17) = ALPHDI(K) + ALPHD2(K) = ALPHD3(K)
770
775
     170
            CONTINUE.
            BO 210 J - 5,21,8
780
            BU 210 K - 1-13
205
            1F (ABS(XLAND2(K)) .61. 1608 ) 60 10 200
790
            IF (J. LEW, DI.) FIA(N/J)~(AH(N/J)~FIA(N/J-A)-
795
                                       FIACK+J-20))/XEAND2CK)
800
            JE CJ .EQ. 217 00 10 210
805
            +16(K_{2}J_{2}) = (m(K_{2}J_{2})-F16(K_{2}J_{2}) = F16(K_{2}J_{2}J_{2}))/XLAMD2(K)
810
            60 10 210
615
820 200
           FLACKED -BRUKE DZALAHD2(K)
825 210
            CONTINUE
830
            10 220 J - 572170
            10 220 K - 1/11
835
            IF CABSCXLAND2(041) / 101, 1008 ) 60 10 230
840
            1F(J .EQ. 21) FIGH. 1) - (HA(K.J)-FIH(K.J-4)
845
        `#
                                        - FIB(K)J-20))/XLAMB2(K+1)
850
            1F (1 ,EQ, 21) GO TO 200
855
            FIB(K+J)+(BN(K+J)+FIB(K+J+4)+FIB(K+J+4))/XLAND2(K+1)
840
            60 10 220
845
            FIB(K+J)-BN(K+J)/XLAND2(K+1)
870 230
            CONTINUE
875 220
            MI 240 J-3+23+4
880
មមទ
            50 240 K+1+13
           IFC ABSCXLAMDICKY ) .01. IOLU ) 60 10 250
890
            IF (J .EQ. 23) FIA(K, J)-(AN(K, J)-FIA(K, J-2)
895
900
         .
                                     FIA(K+3-22))/XI.6601(K)
            IF (J .EQ. 23) 60 TO 240
905
            FIA(K,J) = (AN(K,J) - FIA(K,J-2) - FIA(K,J+2))/XLABUL(K)
910
915
            60 TO 240
            FIA(K+J)=AR(K+J)/XLABD1(K)
920 250
925 240
            CONTINUE.
            10 240 3-312314
930
935
            00 260 K-1+11
            IF C ABS (XLAMD1 (N+1) ) .61. 10EB ) 60 10 270
940
            IF (J .ED, 23) FID(K,J)=(DN(K,J)-FID(K,J-2)-
945
                                     FIE(K+J=22))/XLABEL(K+1)
950
         *
            1F (J .EQ. 23) 60 10 240
955
            FIB(K+J)~(PN(K+J)~FID(K+J=2)-FID(K+J+2))/XLANDI(K+1)
960
965
            60 10 260
970 270
            FIB(K,J)-BN(K,J)/XLAMD1(K+1)
            CONTINUE
975 260
980 CDETERMINACIUN DE LA TENDENCIA EN LAS LINEAS PARES POR SINT FOU
905
            DO 280 J#1+23+2
            UD 200 I=1+24
990
995
            TEHD(I)-0.0
1000 280
             CONTINUE.
1005
             DO 290 J-1,23,2
             10 290 1-1,24
1010
1015
             DO 290 K-1-11
1020
             1X-1-1
1025
             KZ 4K
             TEND(1,J)-TEND(1,J)+FIA(K+1,J)+COS((2.0+P1*(KZ)+1X)/
1030
                        24.0) +FIB(K, J) +BIN((2.0+FI+KZ+1X/24.0))
1035
1040 290
             CONTINUE.
             DU 300 J-1,23,2
1045
             60 300 I-1,24
1050
1055
             IX-I-1
             TEND(1,J)=TEND(1,J)+0,S#FIA(1,J)+0,S#F1A(13,J)+(-1,0##IX)
1060
1065 300
             CONTINUE
1070 CSOL EN LAU LINEAU IMPAREST PTUS PARES
           . DO 310 J-2+24+2
1075
             DO 310 I=1,24
1000
             1F(J .EQ, 24) XJACH(1, J)-XJAC(1, J)-TENU(1, J-1)-TENU(1, J-23)
1085
             IF( J .EQ. 24 ) GO TO 310
1090
             XJACH(I+J)=XJAC(I+J)=IEND(I+J=1)=TEND(1+J1)
1095
1100 310
             CONTINUE
```

00 320 3-2,24,2 1105 hu 320 1-1/23/2 1110 IF(I .EU, 1) XUACH(1, D -XUACH(1/23, D) A+XUACH(1, J) 1115 + XUACH(111+D) 1120 IFC I .EQ. 1 > GO TO 320 1125 X.MCH(I,J)-X.MCH(I-1,J)(MAXJACH(I)J) XJACh(I+1,J) 11.30 1135 320 CONTINUE E16 - 2.0 - neh 1140 00 330 J = 2+24+2 1145 hat 330 I = 1,21,4 1150 IF(I .EQ. 1) XUMERCIAD = XUACH(I+22)/D-EIG#XUACH(1)D 1155 F XOMOR(L45)(D) 1140 3 (FC1 .EQ. 1) 60 10 330 1165 XUNCH(I(J) = XUNCH((I-P+J) = EIG4XUNCH(I+J) +XUNCH(I+2+J) 1179-1175 330 CONTINUE E161 - 2.0 - E1641 ... 1180 10 340 J = 2,24,2 1185 1190 10 340 1 - 1, 17, 0 IF (1 ,EQ, 1) X X MCH(I+J) - XJACH(I+20+J) - EIGI+ 1195 XJACH(1,J) (XJACH(1+4,J) 1200 .IF(I .EQ. 1) GO 10 540 1205 XJACH(I,J) - XJACH(I-4,J) - EIUIAXJACH(1,J) +XJACH(I+4,J) 1210 1215 340 CONTINUE E102 - 2.0 - E10148101 1220 1225 10 350 J = 2, 24, 2 A1(J) # (XJACH(1, J) #XJACH(9, J) #XJACH(17, J))/(3.0#(E182 1230 1235 +2.0>> ۰. A2(J) + (XJACH(1+J) - 2.04XJACH(9+J)+XJACH(17+J))/(6.0 1240 *(E162-1.0)) 1245 1 A3(J) = (XJACH(1/J) - XJACH(1//J))/(2.0*(1162-1.0)) 1250 CONTINUE 1255 350 10 360 J = 2+ 24+ 2 1260 TERD(1+J) = A1(J) + A2(J) + A3(J)1265 TENP(9,J) = A1(J)-2, A2(J)1270 TEND(17,J) = A1(J) + A2(J) - A3(J)1275 CONTINUE 1280 360 10 370 J = 27 247 2 1285 1290 10 370 1 - 5, 21, 8 IF (I .ED. 21) TEND(I,J) - (XJACH(I,J) -TEND(I-4,J) -TEND(1295 I-20+J)>/E161 1300 1F(I .EQ. 21) GO TO 3/0 1305 TEND(I,J) = (XJACH(I,J) - TEND(I-4,J) - TEND(I+4,J))/EIG1 1310 CONTINUE 1315 370 10 380 J = 2, 24, 2 1320 DO 380 I = 3, 23, 4 1325 IF (I .EU, 23) TEND(I,J) = (XJACH(I,J)-FEND(I-2,J)-FEND(I-22,J) 1330 YZETB 1335 IF(I .EQ. 23) GO TO 380 1340 TEND(1+J)=(XJACH(1+J)-TEND(1-2+J)-TEND(112+J))/EIG 1345 1350 380 CONTINUE 1355 CSOL EN LOS PTOS. IMPARES DO 390 J-2+24+2 1360 DD 390 1-2,24,2 1365 IF(I ,E0, 24) TENU(1,J)=(XJACM(1,J)=(ENU(1-1,J)-TENU(1-23,J) 1370)/(-A) 1375 IF(I .EQ. 24) GO TO 390 1380 TEND(1,J)=(XJACH(1,J)-TEND(1-1,J)-TEND(1+1,J))/(-A) 1385 1390 390 CUNTINUE CALL AUTASI (24+24+CIN (+DASE+TEND+XXMAX) 1395 CALL NAPA(TEND, BASE (CINT, 101, 127) 1400 444 1405 C 10 222 141+24 1410 10222 WRITE(6,530) (TEND(I,J) , J-1,24) FORMAT(///,1H,24E12.4) 1415 530 1420 939 CALL EXIT 1425 END

1 4 3 0	SUBROUTINE HAPA(Z, BASE (CINT) NL (HC)	
1435	\$SET LINEINFO NUMERSTOR 2(24,24),SIME (20),V(130)	
1445	DATA SINE/'A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F', 'G'	**************************************
1450	* *N*,*D*,*P*,*A*,*R*,*S*,*T*	
1455	DATA CRUZI ASTERZ "+"+"+"+"/	
1460	NLM1 A NL~1	
1470	NCM1 = NC-1	
1475	CIN12- 2.04CIN1	
1480	$\frac{1}{1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}$	
1490	$\frac{1}{100} = \frac{1}{100}$	
1495	100 FURHALCIIX, *CUTAS DE LOS STHBULUS* //	2X;*SINBOLO*;7X;*INFERIOR*;
1500	, ¥ 4X9*SUPERIOR*9777	
1510	CONTI = BASE + 2.04C1HT+(K-1)	
1515	CUNIS - CONTI + CINT	
1520	WRITE (4,101) SIMB(N), CONTI, CONTS	
1525	1 CUNTINUE	
1535	WRITE (6,102)	
1540	102 FORMAT (* *+////+1X+*1*+124X+*24*)	
1545	$\frac{10}{10} 2 J_2 \gamma NCM 1$	
1555	2 CONTINUE	
1560	WRITE (4,103) (V(J),J-2,HCH1)	
1565	$\frac{10}{10} \text{LINEA} = 27\text{NLH1}$	
1575	$\mathbf{I} = \mathbf{I} + \mathbf{I} + \mathbf{I} + \mathbf{I} + \mathbf{I} + \mathbf{I} = \mathbf{I} + \mathbf{I} + \mathbf{I} + \mathbf{I} = \mathbf{I} + $	
1580	$\mathbf{X} = \mathbf{R}\mathbf{I} - \mathbf{F}\mathbf{L}\mathbf{D}\mathbf{A}\mathbf{I}$ (1)	
1585	DD 11 - JCAR + 2;NCH1	
1595	A = 1.0 + (JUHR-1) + KIZ	
1600	Y → RJ - FLOAT (J)	
1605	A1 = Z (1+J)	
1610	$A^2 = Z (I+1) = A^2$	
1620	A4 = Z (1+1, J+1) - A1 - A2 - A3	
1625	ZINT = A1 + A2 + X + (A3+64+X) + Y	
1630	$V(JCAR) \simeq H.K$	
1640	CONTI - BASE + (K-1) + CINT2	
1445	CONTS - CUNTI + CINI	
1650	IF (ZINT.LE.CONTI.OK.ZINT.GT.CUNIS)	60 10 12
1655	17 EDATIAUE	
1665	11 CONTINUE	
1670	WRITE (6,103) (V(J),J-2,NEH1)	
1675	103 FURMAL (1X; *1*;125A1; 1*)	
1685	10 19 J- 2, NCH1	
1690	V(J) = GUION	
1695	19 CONTINUE	
1700	WRITE (3,103) (V(J)) J-2/NCH1/	
1710	END	
1715	SHURUHTINE XJACC(XJAC)	
1720	INTERNET ALL METALEN ALL ALL ALL ALL ALL ALL ALL ALL ALL AL	
1730	DU-231,423E3	
1735	U+12,0	
1740	$\begin{array}{c} \psi \doteq 3 \bullet 0 \\ \psi = 3 \bullet 0 \\ \psi = 1 \end{array}$	
1750	A-100.0	
1755	B-40.0	
1760	E-200.0	
1700	F1=(30,0*3,1416)/180.0	
1775	BETA=2.*OHEGA*COS(FI)/6.37E6	

1700			Xix = O + tr	
1785	·		Xi =0.5	
1790			211-10+05	· · · · ·
1795			X14-Q_0133	- 1
1000			ххи ХМ АХМ	
1805			X X H XH X H	
1810			EFEO-2+O+OHLGA#SIN(FI)	
1015			1 ()-1 FLOAD(A)(
1820			有药-药本又因本(否:米提于我国主药本)」((Q)~香水>因本>因本>因本>	
1825			1300	
1830			UC+-2.4A+XK+XK+XK+V	1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1
1935			1111-3+86*XK*XK*XK+V	
1840			FE	
1845			FF==3+454×L+XF4×L+W	
1850			G11-E本XM+(4・+W+BET4+F+(4)~ E+XM+H+(XXM)>XH)	
1855			1815-+2++E+X11+V+(XX81+>>//>	
1840			X13-3+4E#XK4W#{XXM}XXH7	
1865			X、J、I=A#XK#E#XH#(XX指手XXH)~64#XK#XK#XK#XK#X	
1870			メビビー ふりもメビタビタメりかくメメルトメメほう そりゃメトタメト タントナトネシロ	
1875	300		(H) 15 I-1,24	· · · · · ·
1800			(a) 15 J-1+24	
1085			1×-1	
1890			"JX∺"1	
1895			KEAL IX+JY	
1900			IX 4 IX - 6.0	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
1905			JY - JY - 14+0	
1910			_X1982(1*1)~((994608(XP*1X))BB#214(XF*1Y)167+)	YAUNGCXK#IX)I 👘
1915		- #	DDD#71人を11人をUDECXビキ まX3 1L1・サイトメ PF FISCAL & 1	* 3 4
1920	•	- *	たんすづえすう人をおすれ(スレキナス)をひじゅさすは(スロキキメシャン	ENCYNA (IA) E
1925	÷.,	*	おりやつんかおちがくメロナーメンヤおまれ(メロサつス) モンモキナ つんや	1X4234(X841X)#:
1930		- #	STIECKNAUA) EXTEROS (XKA EX) ACOS (XIIA EX) # C () S CX (14 J Y) + 🐰 👘
1935		*	XKK#BIN(XL#1%)#CBS(XN#1%)#CDS(XN#1%)))))/fu
1940	15		CURTENDE	
1945			KELUKH	
1950			END	
1955			BUBROUTINE AUTABI (U, H, DI), JU, XVAR, KNAR)	
1940			DIMENSION XVAR(N+N)	
1765			00-X0AR(1,1)	
1970			WW-XVAR(1,1)	
1975			DO 1 1-1+N	
1980			μ ι 1 .J-1+M	
1985			XMAX-AMAX1(VV,XVAR(I,J))	
1990			XATR-ANTRICWW, XVAR(T, D)	
1995			And the second s	and the second second
2000			QW-XHIN	
2005	1		EDNTTRIA.	
2010			B1F≠(VV~WW)/39.0	en de la companya de
2015			KE LUKN	
2020			E FND CHARGE AND STATES FOR STATES AND A STATES AND	
2023			OTAPACTUC CONTAINT	
2030			ATTEND THE YARANNELL	
2030			199 & ##\$444 * 18611677795777986673235585854545	
2040	2		WATELDTET & AVMELTET JETTE / COCANT////// 10.10/6/ 1.20233	
2043	41 1		C DANNA X777777744971334673176877 PADAT TANG	
2020			1.121111211106	
			DECENDERAL	
2010			RETURN	
2060			RCTURN END	

3.3.2 DIAGRAMA DE FLUJO DEL ANALISIS DE FOURIER Y RCR



58

AN(X,J) - AN(K,J+22) + AN(K,J+2)

RETU

- XLAHUS(K)-AN(K,J)

RN









.







3.4 Una función teórica para el geopotencial, la vorticidad, el Jacobiano y la tendencia del geopotencial.

Para probur los métodos numéricos desarrollados antes, es necesario con tar con una función teórica que sea perfectamente manejable, a la cual se le puedan fijar parámetros a fin de realizar experimentos numéricos de sensibilidad que puedan demostrar la eficiencia de uno u otro método, ya que una -función teórica permite conocer en forma exacta los valoros de las primeras_ y segundas derivadas involucrados en el Jacobiano y Vorticidad. El Dr. Kikuro Miyakoda, (referencia 4), ha elaborado unu función teórica a la que se_ le pueden añadir o quitar vórtices a voluntad. Este trabajo utiliza la fun-ción de Miyakoda modificada, siendo la siguiente:

 $\mathcal{B}(x,y) = C - uy - vy^2 + wy^3 + A$ Sen kx + B Cos lx - E Cos mx Sen ny (3.1)

donde los valores encontrados como apropiados para las constantes son:

С		700	E	-	200
u	*	12	k	-	1/2
v	-	3	1		1/2
w	*	0.1	8		1/20
A	-	100	n	-	1/12
B		40			

y la región elegida como área de trabajo cubre una malla 24 x 24 , donde

$$x \in [-5, 28]$$
, $y \in [-13, 12]$

Puesto que la ecuación que se desea resolver y verificar para los métodos nu méricos antes estudiados involucra el conocimiento previo del geopotencial, (ec. 3.1), la vorticidad, el jacobiano y la tendencia, será necesario deter cada uno de ellos. Utilizando las relaciones geostróficas se tiene para la vorticidad

(3.2)

$$\begin{aligned} \zeta_{g} &= \frac{1}{f_{0}} \nabla^{2} \phi(x, y) = \frac{1}{f_{0}} \left[\frac{\partial^{2} \phi(x, y)}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} \phi(x, y)}{\partial y^{2}} \right] = \\ &= \frac{1}{f_{0}} \left[-2 \nu + 6 w y - A k^{2} \operatorname{Sen} k x - B 1^{2} \operatorname{Cos} 1 x + E \left(m^{2} + n^{2} \right) \operatorname{Cos} m x \operatorname{Sen} n y \right] \end{aligned}$$

El Jacobiano(geopotencial, vorticidad absoluta) es:

donde la vorticidad absoluta $\gamma = (\zeta + f)$, y se ha considerado además la aproximación beta-plana, i.e.,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0$$
 y $\frac{\partial f}{\partial y} \simeq \beta = 2 \Omega \cos 30^{\circ}$

suponiendo la latitud de 30⁰ como la representativa. Las mayúsculas primadas que aparecen bajo los coeficientes de las funciones de x e y serán en lo sucesivo utilizados para mayor brevedad.

El siguiente paso será encontrar la función tendencia del geopotencial_ utilizando como miembro derecho de la ecuación de Helmholtz, la relación ---(3.3), i.e.,

$$\nabla^2 \chi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{H} \chi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{J}(\emptyset, \mathbf{\eta})$$
(3.4)

donde para fines prácticos $M \ll 1$, siendo uno de los objetivos del presente_ trabajo la determinación empírica de éste parámetro, sin embargo, un valor tentativo de acuerdo con la teoría es $H \cdot D^2 = 4.4322 \times 10^{-3}$, donde D es el espaciado de la mallo, siendo del orden de 231 km. para el presente caso.

A fin de encontrar la tendencia teórica en (3.4), es posible dividir el Jacobiano (3.3) en funciones tales que

$$J(\emptyset, Y) = J_1(x, y) + J_2(x, y) + J_3(x, y) + \dots + J_{11}(x, y)$$

donde

$J_1(x,y) = A' \cos kx$	J ₇ (x,y) = G [*] Sen mx Son ny
J ₂ (x,y) = B' Sori l x	J _g (x,y) = H' y Sen mxSen ny
$J_3(x,y) = C' y \cos kx$	J ₉ (x,y) = 1' y ² Sen mx Sen ny
$J_4(x,y) = D' y^2 \cos kx$	J ₁₀ (x,y) = J' Cos kxCos mxCos ny
$J_5(x,y) = E' y Sen lx$	J ₁₁ (x,y) = K' Sen lxCos mxCos ny
$J_6(x,y) = F' y^2$ Sen 1x	

con lo que es posible subdividir la ec. (3.4) en ecuaciones que satisfagan idénticamente las reluciones

(3.5)

 $v^{2} \chi_{1} - M \chi_{1} - J_{1} (x,y)$ $v^{2} \chi_{2} - M \chi_{2} - J_{2} (x,y)$ $v^{2} \chi_{3} - M \chi_{3} - J_{3} (x,y)$ \vdots $v^{2} \chi_{11} - M \chi_{11} - J_{11}(x,y)$

y la solución a la oc. (3.4) será entonces

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 + \chi_3 + \dots + \chi_{11}$$
 (3.7)

(3.6)

Puesto que las funciones involucradas en (3.5) son todas del tipo trigonométrico, la inversión de los Laplacianos en las ecuaciones (3.6) son relat<u>i</u> vomente sencillos, así por ejemplo, para la primera de ellas

$$\nabla^2 \chi_1 - M \chi_1 = A' \cos kx$$
 (3.8)

se encuentra que

$$X_1 = \frac{-A^1}{N + k^2} \cos kx$$

satisface idénticamente a la ec. (3.8) de manera única y es válida para toda A', para toda x y para toda k dadas.

Procediendo de iguel manera para todes las ecuaciones en (3.6), se llega al conocimiento de la tendencia teórica planteada en (3.7), i.e.,

$$\chi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{-A^{1}}{H + K^{2}} \cos kx - \frac{B^{1}}{H + 1^{2}} \sin 1x - \frac{C^{1}}{H + K^{2}} \mathbf{y} \cos kx$$

$$- \frac{D^{1}}{(K^{2} + M)^{2}} \left[(K^{2} + M) \mathbf{y}^{2} \cos kx + 2 \cos kx \right] - \frac{E^{1}}{H + 1^{2}} \mathbf{y} \operatorname{Sen} 1x$$

$$- \frac{F^{1}}{(M + 1^{2})^{2}} \left[(M + 1^{2}) \mathbf{y}^{2} \operatorname{Sen} 1x + 2 \operatorname{Sen} 1x \right]$$

$$- \frac{G^{1}}{m^{2} + n^{2} + M} \operatorname{Sen} mx \operatorname{Son} ny$$

$$- \frac{H^{1}}{(m^{2} + n^{2} + M)^{2}} \left[(M^{2} + n^{2} + M) \mathbf{y} \operatorname{Sen} mx \operatorname{Sen} ny + 2n \operatorname{Sen} mx \operatorname{Cos} ny \right]$$

$$- \left[\frac{y^{2}}{m^{2} + n^{2} + M} + \frac{2}{(m^{2} + n^{2} + M)^{2}} - \frac{8n^{2}}{(m^{2} + n^{2} + M)^{3}} \right] 1^{1} \operatorname{Sen} mx \operatorname{Sen} ny$$

$$- \frac{4n}{(m^{2} + n^{2} + M)^{2}} \operatorname{I}^{1} \mathbf{y} \operatorname{Sen} mx \operatorname{Cos} ny + S \operatorname{J}^{1} \operatorname{Cos} kx \operatorname{Cos} mx \operatorname{Cos} ny$$

$$+ R \operatorname{J}^{1} \operatorname{Sen} kx \operatorname{Sen} mx \operatorname{Cos} ny + S^{1} K^{1} \operatorname{Sen} 1x \operatorname{Cos} mx \operatorname{Cos} ny$$

- R' K' Cos 1x Sen mx Cos ny

donde

$$R = \left[\frac{1}{1 - \frac{(m^2 + n^2 + 1^2 + M)^2}{4 m^2 k^2}} - 1\right] (m^2 + n^2 + 1^2 + M)^{-1}$$

$$8 = \left[2 m k - \frac{(m^2 + n^2 + 1^2 + M)^2}{2 m k}\right]^{-1}$$

(3.9)

$$R' = \left[\frac{1}{1 - \frac{(m^2 + n^2 + 1^2 + M)^2}{4 m^2 1^2}} - 1\right] (m^2 + n^2 + 1^2 + M)^{-1}$$

$$B' = \left[2 m 1 - \frac{(m^2 + n^2 + 1^2 + M)^2}{2 m 1}\right]^{-1}$$
3.5 Gráficas de las funciones teóricas.

ţ	
5	
Į	
8 8 5 7	

- COTAS DE LOS BIRNOLOS BEDLO INFERIOR SUPERIOR



Fig. 3.5.1 Campo geopotencial de la función teórica gene-rada por el Dr. Miyakoda, (ec. 3.1) y que ser-virá de campo inicial para análisis teoricos.

STATESTAN DE SERENDELOS SUPERSON

A.K.S.K.K. [2] 2.57

Campo de vorticidad obtenido a partir del geopotencial de la fig. 3.5.1, usando una vorticidad geostró-fica. Se utilizará para calcular el Jacobiano correspondiente.

UNAM Hillin *****************

Fig. 3.5.3

Gráfica del Jacobiano calculado a partir de la ec. 3.5 y que servirá como miembro derecho de la ec. de Helmholtz, para las 3 formas de calcular la tendencia: Teórica, con sobrerrelajación y con análisis de Fourier.



Fig. 3.5.4

Tendencia del geopotencial, calculada a partir de la ec. 3.9; siendo una función análitica, servirá para comparar los resultados obtenidos con los métodos numéricos: Análisis de Fourier y sobrerrelajación.



....

Campo de la tendencia, resultante de resolver la ec. de Helmholtz usando el método de sobrerrelajación con el programa de la sección 3.2. Se deberá comparar con el resultado obtenido en la figura 3.5.4.

	en e
42, 449999999999944 42, 4499999999999999 42, 4499999999999999 42, 4499999999999999999 42, 449999999999999999999 42, 449999999999999999999999999999999999	

ABUAN

Fig. 3.6.2

Gráfica de la tendencia, resultante de resolver la ec. de Helmholtz usando análisis de Fourier con el programa de la sección 3.3. Se deberá --comparar con la figura 3.5.4

4000 0000 0000 0000 0000 0000 000 000 0	

COTAS DE LOS SIMULLOS SIMBOLO SUPLRION

ABLIN

Fig. 3.6.2

Gráfica de la tendencia, resultante de resolver la ec. de Helmholtz usando análisis de Fourier con el programa de la sección 3.3. Se deberá --comparar con la figura 3.5.4

3.7 Análisis cualitativo y cuantitativo de ambos métodos Vs. el resultado teórico, Gráficas.

ANALISIS CUALITATIVO.

Las figuras 3.5.4 , 3.6.1 y 3.6.2, corresponden a los compos de tendem cia del geopotencial, calculados analíticamente, con SOR y RCR, respectivemente.

Analizando visualmente los cumpos en las figuras 3.5.4 y 3.6.1, -toór<u>i</u> ca Vs. SOR-, y las figuras 3.5.4 con 3.6.2, -teórica Vs. RCR-, se en-- contró:

- a).- Los sistemes en ambos casos coinciden en número, posición, intensidad y signo.
- b).- Difieren solo en las fronterns norte y sur, siendo la zona anómala del orden de un Ax.

ANALISIS CUANTITATIVO.

Para hacer una comparación objetiva se desarrolló un programa -no pr<u>o</u> sentado en este trabajo-, que calcula lo siguiente:

a) .- Le matrix de diferencias entre dos campos.

b).- La norma euclidiana de la matriz de diferencias resultante;

donde los elementos de la matriz de diferencias estan dados por

 $\mathbf{a}_{i,j} = \boldsymbol{\chi}_{i,j}^{\mathsf{T}} - \boldsymbol{\chi}_{i,j}^{\mathsf{H}}$

con

 $\chi^{\tau}_{i,i}$, valores de la tendencia teórica y

 $X_{i,j}^*$ valores de la tendencia colculada por alguno de los dos métodos numéricos desarrollados entes,

siendo la norma euclidiana $\|\mathbf{A}\| = \left[\sum_{i=1,j=1}^{24,24} \mathbf{a}_{i,j}^2 \right]^{\frac{1}{4}}$

donde a i son los elementos de la matriz de diforencias "A".

Las figuras 3.7.1 y 3.7.2 muestran las matrices de diferencias de los campos de tendencia Teórica - SOR y Teórica - RCR y sus respectivos valores de norma euclidiana.

NORPA EUCLIDIANA DE LAS DIFLELECIAS - 0.00684



Fig. 3.7.1 Gráfica resultante de la matriz de diferencias entre la tendencia calculada analíticamente y la calculada mediante el método de sobrerrelajación.

CREP LUCLISIANS OF LAS DIFERENCIAS + 0,00488



Fig. 3.7.2 Gráfica resultante de la matriz de diferencias entre la tendencia calculada analíticamente y la calculada mediante análisis de Fourier.

CAPITULO 4 UN PRONOSTICO EN TIEMPO REAL

4.1 Introducción.

El modelo generado en el primer capítulo, y los métodos numéricos desarrollados en los capítulos 2 y 3 serán ahora utilizados con datos de geopotencial observados, entendiéndose esto como "pronóstico en tiempo real", ello significa que ostan lo suficientemente probados y listos -para usarse oporacionalmente. Se analizan también los métodos seguidos para determinar el área válida de integración, el parámetro de Helmholtz y el período de validoz de pronóstico. La integración numérica se renli za con los dos métodos desarrollados en este trabajo, -iterativo y direc to- . Por último, se analizan los resultados obtenidos y las conclusiones generales.

4.2 Programa y diagrama de flujo.

El esquema lógico del programa de integración mamérica tiene la socuencia siguiente:

- 1.- Detos: Se tiene el compo geopotencial inicial $p_{j,j}^{(i-i_{*})}$ en todos los puntos de la molla.
- 2.- So calcula el Jacobiano, ec. 1.33, en todos los puntos del enrojado, utilizando como datos el geopotencial inicial, con el que se calcula una vorticidad desarrollada por Shumana, (referencia 4), la cual es una ecuación semibolancenda, que mejora notablemente la relación geostrófica, i.e.,

$$\zeta_{\text{Shumann}} = \frac{1}{f} \nabla^{3} \beta - \frac{1}{f^{2}} (\vec{\nabla} f) \cdot (\vec{\nabla} \beta)$$

- 3.- Se determina la tendencia del geopotencial $X_{i,i}$ mediante al-guno de los métodos numéricos, -Sobrerrelejación o Análisis de Fourier- .
- 4.- Se calcula un nuevo geopotencial \$\beta_{i,j}^{(t-t_i)}\$, extrapolando en el tiempo la tondencia, usando diferencias centradas, excepto en el primer paso de tiempo, en el que se utilizan diferencias_adelnutadas, i.e.,

 $\beta(\iota - \iota_1) = \beta(\iota - \iota_0) + \Delta t \cdot X$, para el primer paso de tiempo y

 $\beta(t-t_n) = \beta(t-t_{n-1}) + 2 \Delta t X$, para t mayor que t_1 .

5.- El nuevo geopotencial es ahora utilizado como dato inicial, repitiendo todos los pasos una y otra vez, hasta alcanzar el ____ período de pronóstico desendo.

4.2.1 PROGRAMA PREDICCION

```
&GORKSOURCE ALKEADY SAVED
AMORKETLE ZPREDICTION24: FORTRAN, DB3 RECORDS, SAVED
100 FILE
             6-ESE-UNIT-PRINTER-RECORD-22
            3-GRANI, UNIT-DISK, RECORD (14, BLOCKING - 30, ANTA- 15, SAVE - 30
105 FILE
             4-DAGEDP / INTT-DISK / RECORD-14/ DEDOLARD-30 / AREA-15/ SAVE-30
110 FILE
             5- DEATRA, UNIT-DISK, RECORD-14/ DEDICING -30/ ANEA-15/ SAVE-30
115 FILE
             7-DALAT UNITEDISK (RECORD-14-14 UCK IN-30, AKL 6-15, SAVE-30
120 FILE
            2-OFATH, UNTTOUSK, RECORD-14, DEDCKING - 30, AREA - 15, SAVE - 30
125 FILE
            DIMENSION XA(24,24), TAR(24,24), PODK(24,24), LINE(B), XB(24,24)
130
           1161 (24, 24) / VOSH(24, 24) / XE 6(5/6) / XE (24, 24) / DE (24, 24) / XEAT
135
            (24, 24) *XE (24, 24) + GET (24, 24) + X.INC(24, 24) + IN C(24, 24) + TB(24, 24)
140
          1
          4, DOF024(24, 24), HEAT24(24, 24), GETA(24, 24), TEND(24, 24)
145
150
          A+A(576)+6E024(576)+XXL 61(576)
155
              kh Al H
            REALF(4,705) ( BEUD4(1), J-1,576 )
160
     205
163
            FURMAL(14)
170
            READ(5,204) ( XXLAT(1), J-1,574 )
           FDRNAT(F5.1)
175
    204
             10 1002 1-1,576
180
              A(1)=COS(XXLAT(I)+(3,1416/180,0))
185
             1-( A(I) .(E. 0 ) WRITE(6,1003) 1
190
195 1002
             CONTENTS.
             FURMAT(///+20X+* 1- *+14)
200 1003
205
            D0 903 1-1+24
210
            D0 903 J-1+24
            D6E024(I,J)-0E024(24#() 1)11)
215
            IF(T.E0.21) 06F024(I,D-000
IF(T.E0.22) 06E024(I,D-750
216
            11(E.f0.23) b6E024(T,J) 800
210
220
            CONT INNE.
     903
225
            CALL ESCRIBU24+24+HGE024)
230
            00 904 1-1/24
            DU 204 J-1-24
235
240
            BLAT24(1,J)=XXLAT(24+(J-1)11)
     904
245
            CONT INNE
            CALL ESURITC24+24+14 AT24)
250 Z
255 XCUNSTANTES UTILIZADAS HKS
260 %
265
            H - U.27E-14
            6-9.804
270
     13
275
            8-0.714
280
            H-231.423E3
285
            K-287.0
            A0-1-13
290
            10-253.0
295
300
            F1-3.1416
305
            UHEG-7.29211E-5
310
            BUTA-2.0+INE6+CUS(30.0+17)H0.03+(1.0/4.3766)
            URITE(6,732) H
315
320 - 732
            FURMAT(////30X+* CURRIDA CUN H- *+1PE12.4+2X+//)
325 X
330 ZCALCULD DE CONSTANTES
335 Z
340
            02=040
345
            COL = (60.04PI)/180.0
            f6=S1N(COL#0.5)/COS(COL#0.5)
350
355
            F10--(30.04F1)/180.0
360
            EFEO-2.40MEG4SIN(FIO)
            XH=C EFEO*EFEO*A0 )/(R*10)
365
370
            XF-0.504PT
           DO 10 1-1-24
325
            10 10 6-1,24
380
385
            GELCI-K)-DBE024(1-K)+5000.0
           XLAT(1,K)=DLAT24(1,K)*(3,1416/180,0)
390
395
            PEOR(I,K)-2.40HE6+SIN(XLAT(I,K))
           TAN(I+K)=SIN((XF-XLAT(I+K))+0+S)/CUS((XF-XLAT(I+K))+0.5)
400
                PDE(I+K)-(SINCCOL)/SIN(XF-XLAT(I+K)))+(TAN(I+K)/TA)##P
405
            CONTINUE
410
     10
```

```
415 %
420 ZODEFICIENTES VORTICIDAD
425 X
430
             101 20 1-1724
     15
            00/20/6-1124
435
            XCCL4K)=PDE(L4K)4FDECL4K)Z(DE4PCDK(L4K))
450
              XU(I+K)=(DETAAPDE(I+K))/((D)D)APCOR(I+K)APCOR(I+K))
455
             XACLIN-XCCLIN - FURCING
460
             XH(L+K)=XC(I+K)~XH(L+K)
465
            CONTINUE
480
     -20
485 X
            DEL 11-2700.0
490
            TIL MPD-0.0
495
            KOHE-1
500
505 2
510 ZCALCULO DE LA VURTICIDAD
515 %
            CALL SUAVIZ(GE1+24+24+16)
520
            CALL AUTASI (24, 24, DIE L, MASE1, GE L, XHAX1)
525.
            CALL HAPA (GET, BASE 1, DIF1, 101, 127)
530
            CALL EURLID(GEL+AAA)
531
            WRITE(8,1111) AGA
532
            FORMATC////IOX/*NORMA EUCLIDIANA DE GET - */2X/F9/1////
533
     1111
535
     25
            BIT-F 09 04
540
            K.J~.J
            TINE(J)=2700.*XJ
545
550
              10 30 1-1/24
555
            HI 30 K-1/24
               (1 .EQ. 1
                           AND. K .E0. 1) 60 10 31
AND. K .E0. 1) 60 10 32
560
            1F
                   .EQ.24
565
            IF
               (I
                           .AND. K .EU.24) 60 10 33
                   .EQ. 1
570
            IF
               (1
                   .EQ.24
                           AND. K .E0.24) 00 10 34
575
            IF (1
                                            .AND. K .EE. 2333 60 10 35
                           .AND. UK .GE. 2
580
                  .EQ. 1
            IF (1
               (1, EQ.24, AND. (K, GE, 2, AND. K, LE, 23)) GU 10 36 (K, EQ. 1, AND. (K, GE, 2, AND. 1, LE, 23)) GU 10 37
            1F
585
590
            TE
               (K .E4. 24 .ARD. C1 .BE. 2 .AND. 1 .LC. 23) 360 TO 38
595
            1F
            VUSHCI+K)=XACI+K)#(GEI(I=1+K)+GEI(I+K-1))+XE(1+K)+C
600
605
                         GEICLELEKEIGEICLEKELEES-4.4XCCLEKEAGEI(LEKE
610
            GO TO 30
                                      0.54GE1(141+K)40.54GE1(1+K+1)-GE1(1+K) )
615
     31
            V09H(I;K)=4.#XC(1;K)#(
620
            GO 10 30
            VUSH(I+K)=4.#XC(I+K)+( 0.5#0E1(I=1+K)+0.5+0E3(I+K+1)=GEI(I+K) )
625
     32
630
            60 10 30
            VDSH(1+K)=4+*XC(1+K)*( 0+5*GE1(1+K-1)+0+0+0+0+0+0+0E1(1+K) )
635
     33
640
            GO TO 30
            VOSH(I+K)=4.#XC(I+K)#( 0.5#GE1(1+K-1)+0.5#GE1(I+L+K)+GE1(I+K) )
645
     34
650
            GO TO 30
            VOSH(1+K)=2+*XC(1+K)+(-0+5+6E1(1+K-1)+0+5+6E1(1+K+1)+6E1(1+1+K)
455
     35
                       -2.#GEI(1+K) )
660
665
            66 16 30
            VDSH(1+K)=2.4XC(1+K)+( 0.54GE1(1+K=1)+0.546E1(1+K+1)+GE1(1=1+K)
670
     36
675
          *
                       -2.*GEI(1,K) )
680
            60 TO 30
            VOSH(I+K)=2.*XC(I+K)*( 0.5*GEI(I=1+K)+0.5*GE1(1+1+K)+GEI(1+K+1)
685
     37
690
          1
                       -2,#GEI(I+K) )
695
            GO TO 30
            VUSH(1+K)=2+#XC(1+K)#( 0.54GET(I=1+K)+0.54GET(1+1+K)+GET(1+K=1)
700
     38
705
                       -2.*GEI(1+K) )
710
     30
            CONTINUE
715 X
720 ZCALCULU DEL JACODIANO
725 %
730
            00 40 1-1+24
735
            DU 40 K-1,24
                  .EQ. 1
                           .AND. K .EQ. 1) 60 TO 41
740
            IF
               (1
                   .EQ.24
                           .AND. K .FQ. 1) 60 10 42
745
            IF
               <1
                   .EQ. 1
750
            1F
               (1
                           .AND. K .EU.24)
                                            GO TO 43
                           AND. K .E0.247
                                            60 10 44
                   .EQ.24
755
            1F
               (1
                                            AND. K ILE. 2333 GU TO 45
760
                   .EQ. 1
                           .AND. CK .GE. 2
            IF
               11
                  .E0.24 .AND. (K .6E. 2 .AND. K .LE. 23)) 60 10 44
.E0. 1 .AND. (I .6E. 2 .AND. T .LE. 23) 60 10 42
765
            1F
               (1
770
            1F (K
               (K .EQ. 24 .AND. (1 .GE. 2 .AND. 1 .LE. 23) )GO TO 48
775
            ΤF
           XJAE(I,K)=+0.254((GEI(I,K+1)-BEI(I,K-1))*(VOSH(I+1,K)-
780
                       VOSH(1-1+K)+2, #D4DETA)-(DEI(1+1+K)-GEI(1-1+K))#
785
          *
                       (VUSH(1,K+1)-VOSH(1,K-1)))
790
795
           GO TU 40
```

800	41	XJAC(I+K)==0.95*((GEI(I+K+1)=GEI(I+K))*(VUSH(I+I+K)=VUSH(I+K)) ===================================
805		* U05H(1.K)))
815		GO TO 40
820	42	XJAC(1+k) = -0.254((4k1(1+k+1)-6k1(1+k))*(VOSH(1+k)-VOSH(1+k))+
825		* 27*1740E163~(0E1(1****K))#(VOBS(1*K**)*********************************
830		60 10 40
840	43	$X_{JAC}(I,K) = -0.25 + ((GEI(I,K) - GEI(I,K-1)) + (VOSH(I+1,K) - VOSH(I,K) + $
845		* 2.*D40ETA)-(6E1(111,K)-6F1(1,K))*(VOSH(1,K)-
850		x VU5N(1+K=1777
860	44	XJAC(I+K)=-0.25#((GE1(I+K)-GE1(I+K-1))#(VOSH(I+K)-VOSH(I-1+K)+
865		# 2.#U#BETA)-(GEI(I+K)-GEI(1-1+K))#(VOSH(I+K)-
870		¥ VOSH(I+K-1)))
8/5	45	00 10 40 Y 16C(T+K)=+0,2SA((BET(T+K+1)+BET(T+K+1))A(VOSH(T+1+K)+VOSH(T+K)+
885	40	# 2.*II*DETA)-(GEI(I+1+K)-GEI(I+K))*(VOSH(I+K+I)-
890		* VOSH(1/K-1)))
895		GU TO 40
900	44	XJAC(1+K)++0,25#((1E1(1+K+1)+1E1(1+K+1))+(005H(1+K)+005H(1+K)+ * - * - * - * * * * * * * * * * * * * *
910		
915		60 10 40
920	47	XJAC(1,K)=-0.25*((GET(I,K+1)-GET(I,K))*(V09H(1+1,K)-V09H(1-1,K)+
925		* 2.40400TA)~(GEI(I+1)K)~GEI(I~1)K))*(VU50(1)K+1)~
930		
940		XJAC(1+K)=-0,25#((GE1(1+K)=GE1(1+K=1))#(VOSH(1+1+K)=VOSH(1+1+K)+
945		# 2,#0#DETA)~(GET(1+1+K)~GET(1-1+K))#(VOSH(1+K)~
950		# VOSH(I+K-1)))
955	40	CONTINUE TRATERA IN ROLDING V CALL ALLARIANA, DATURA, YAAY MEATAON
957	¥	$\mathbf{F}(\mathbf{F}(\mathbf{F}(\mathbf{G}), \mathbf{G}), \mathbf{G}) = \mathbf{G}(\mathbf{G}) + \mathbf{G}($
960	ZCALC	ULO DE LA TENDENCIA DEL GEOFOTENCIAL
965	z	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
970		CALL FURIER (TEND) XJACHD) YCYTYRCYN CO DYWD N CALL AUTARI (DA DA DIF, TA TEND, YYNAY)
973	*	TECTIBELD, ER. 2001, CHLL MURDICHERTER PT TECTIBE
985	ž	
990	ZCAL C	AULO DEL NUEVO GEOFOTENCIAL
995	, z	
100	ן ז	
101	5	IF (KONT .EQ. 1) GEC(I,K)~GET(1,K)+DEL TT#TEND(T,K)
101	5	IF(KONT.GT.1) GEC(I.K)-GEIA(I.K)+2.+DELT1*TEND(I.K)
1020	2	GEIA(I+K) = GEI(I+K)
102:) 5 50	GEATIN/-DEUTIN/
103	5 40	KUNT-KONT+1
104	j i	TIEMPO-TIEMPOTUELTT
104	5 60	CONTINUE
1050	5	11=11EHPD/3600.0 CALL AUTAST(24.24.01F4.T4.6EC./MAX1)
1040	5	
106	5 80	FORMAT(//,12X,*GEUPOTENCIAL PRUNOS) 1CAUO*+6X,*TI=*I4,*HURAS*+///
1070	2 70	FORMAT(//,12x, TENDENCIA FROMOSTICADA, 6x, TIA, 14, HORAS, //)
107:	2.	CALL MAMA(DEC/14/01/4/101/12//
1072	7	WRITE(6,1112) AAA
107	3 111	2 FORMAT(///.iox. *RORMA EUCLIDIANA DE GEC = *.2X.F9.1.///)
108	2 2	CALL AUTASI(24,24,DIFS,TS,TENU,ZHAX2)
108	5 X	WRITE(6)/07 11 (A)1 - MARA(TEND, TS, D1FS, 101, 127)
1001		CALL ESCRIB(24,24,6EC)
109	5	IF(TIEMPO ,LE. 24.0#3600.0) 00 10 25
1100)	CALL EXIT
110	i.	ENH

SUBROUTINE FURIER (TERIGXARC) B) 1110 1115 4SET LINEINFO 1120 SERRI 16T 1125 CCALCULO DEL JACOBTARO MURTI LCADO EN LOS KUNDEURES PARES DE LA MALLA DIMENSION X.MCH(24,24) + X.MC(24,24) + M(13,24) + BN(11+24) + 1130 # XLAMID (13), XLAMD2(13), XLAND3(13), ALFHA1(13), ALFHA2(13) 1135 # ALPHA3(13) ALPHUL(13) ALPHU2(13) ALPHU3(13) FTA(13,24) 1140 +FIB(11/24)+FEHU(24+24)+A1(24)+A2(24)+A3(24) 1145 1 1150 REAL IX. JY. KZ/H 1155 0-231.423E3 08-041 1160 A=4.01H+110 1165 1170 11 - 3.14159 10 10 1-1,24 1195 10 10 3-1-23-2 1200 IF(I .EU, I .AND. J .EU, I) GO 10 20 IF(I .EU, I .AND. J .GE, 3) GO 10 30 1205 1210 IF(T.6T. 1.AND. F.LT. 24. AND. J.LU. 1) 60 10 40 IF(T.60, 24. AND. J.65, 3) 60 10 42 1215 1220 .AND. J .EQ. 13 60 10 46 IF(I .EQ. 24 1225 XUBCH(I+J)=A4XUAC(1+U) IXUAC(1+U-L)+XUAC(1+U+L) 1230 -XJAC(1+1+J)-XJAC(1+1+J) 1235 . 1240 GO TO 10 1245 20 XUACHCIED) - A # XUACCEED E XUACCIEDES) E XUAC (IEDEI) - XUAD(1+23+U) - XUAD(1+1+U) 1250 1255 60 10 10 1260 30 4(1+23/J)-XJAC(1+1/J) 1245 1270 GD TO 10 XUACH(I)J)-A+XUAC(I)UXUAC(I)UH23) EXUAC(I)UH1) 1275 40 -XJAC(1-1,J)-XJAC(1+1,J) 1280 1285 00 TO 10 1290 : 42 XJACHCI+J)=A#XJACCI+J)EXJACCI+J EDEXJACCI+JED 1295 -XJAC(I-1+1)-XJAC(I-23+3) 1300 60 10 10 XJACH(I)J)-A+XJAC(I)J) IXJAC(I)JH23) IXJAC(I)JH1) 1305 46 1310 -XJAC(1-17J)~XJAC(1-25J) 1315 10 CONTINUE 1320 CCALCULU DE LOS COEFICIENTES DE FOURTER 10 50 3-1-23-2 1325 DD 50 K-1,13 1330 1335 AH(K+J)=0.0 1340 50 CONTINUE 1345 DB 60 J-1,23,2 1350 HO 60 K-1,11 1355 BNCK, J)=0.0 CONTINUE 1340 40 1365 b0 20 J=1,23,2 DU 70 K-1,13 1370 1375b0 70 1-1,24 1380 IX-1-1 KZ-K-1 1385 1390 ARCKID-AN(KID)XJACKCIJJ #005(2,04P14KZ41XZ24)0) 1395 IF(I .EQ. 24) AN(K,J)-2.04AH(K,J)/24.0 70 CONTINUE 1400 1405 DO 80 J-1,23,2 00 80 K-1,11 1410 DO 80 1=1,24 1415 1420 IX--I-1. 1425 KZ-K BRCK+U)-BRCK+U)+XUACHCC+U)+SIRC2+04F1+K2+1X/24+0) 1430 1435 IF(I ,ED. 24) BH(K+0)-2.04BH(K+J)/24.0 1440 80 CONTINUE 60 90 K=1,13 1445 1450 KZ-K-1 1455 XLAND1(K)= (-A4A14.#A#COB(2.04P14KZ/24.0) -2.4005(4.0*P1*KZ/24.0)) 1460 燩 90 1465 CONTINUE 1470 DD 100 . J-1+21+4 10 100 10-1-13 1475 IF(J .EQ. 1) - AN CIG J) HAN CIG J1220 LAN CIG J120-XUAMD1 (K) 1480 *614(1(+.1) 1485 IFC J .EQ. 1) 60 (8 100 1490 ARCK, J)-ARCK, J-2) (ARCK, J+2)-XLAND) (K) (ARCK, J) 1495 100 CONTINUE 1500

```
10 110 .1-1.21.4
1505
            10 110 8-1-11
1510
            TEC J , ER. 1 ) BROKED-BROKEDERS +BROKEDERS -XLABDIOKED)
1515
1520
                                      *101(6,1)
          *
             IFC J. (E0) 10 60 10 110
1525
            BH(K+J)-HN(K+J-2)+HN(K+JE2)-XLAND1(KE1)+HH(K+J)
1530
            CONTINUE
1535 110
            DO 120 K-1+13
1540
            XEARD2(K)+2.0-XEARD1(K) 4XEARD1(K)
1545
1550 120
            CONTINUE
            BU 130 J-1+17+B
1555
1540
            DO 130 R-1-13
             TECH JED. 13 AN (KED) - AN (KED F20) FAN (KED F4) - XEAHD2 (K) &
1565
                                   ARCOLD
1570
             IF (J .EQ. 1) 60 10 130
1575
             AH(N,J)-AN(N,J-4)+AH(N,J+4)-XLAHD2(N)+AH(N,J)
1580.
1585 130
            CONTINUE
1590
            DU 140 .1-1/17/8
1595
             10 140 R-1/11
             IF(J .EQ. 1) DH(K+J)-DH(K+J+20) (DN(K+J+4) XEAND26K+1)
1600
                                    #BHCKED
1605
             1F(J :E0, 1) 60 TO 140
1610
             BN(K, J)-BN(K, J-4) +BN(K, J+4)-XLAMD2(K+1) +BN(K, J)
1615
            CONTINUE
1620 140
1625
             b0 150 K-1+13
            XLAHD3(K)-2.0-XLAHD2(K)+XLAHD2(K)
1630
1635 150
            CONTINUE
1640 CCALCULO DE LOS ATGENVALORES
                    K41+13
             DO 160
1645
             ALPHA1(K)-(AN(K,1)+AN(K,9)+AN(K,17))/(3.04(XLAHD3(K)+2.0
1650
                       >>
1655
          ×
            ALPHA2(K)=(AN(K)1)-2.04AH(K,9)+AH(K)17))7(6.04(XLAHU3(K)
1660
1665
                        ~1.01)
             ALPHA3(K)=(AH(K,1)-AN(K,17))/(2,04(XLAMU3(K)-1,0))
1670
             CONTINUE
1675 160
1680
            DD 170 K-1+11
            ALPHBICK)-CBN(K,1)+BH(K,9)+BN(K,17))/C3,04(XLAHD3(K+1)
1685
1690
                      12.0))
          *
1695
            ALFHB2CK)=(BN(K+1)-2,04BN(K+7)+BH(K+17))/(A+0+(XLABB3(K+1)
                        -1.0))
1700
1705
             &EPHD3(K)=(DN(K+1)=EH(K+17))/(2+0#(XLABE3(K+1)=1+0))
1710 170
            CONTINUE
1715 CDETERMINACION DE LOS COEFICIENTES DE FOURIUR FARA LA TENDENCIA
1720
            DO 180 K-1+13
1725
             FIG(K,1) = ALPHA1(K) + ALPHA2(K) + ALPHA3(K)
             FIA(K,9) = ALPHAL(K) = 2.0 * ALPHA2(K)
1730 -
            FIA(K, 17) = ALPHA1(K) + ALPHA2(K) - ALPHA3(K)
1735
                           FIA((.)) - 0.0
1740
             IF(K .EQ. 1)
1745
             IF (K , EQ. 1)
                           FIA(K, 9) - 0.0
                           FIA(K,17) = 0.0
             IF(K .EQ. 1)
1750
1755
      180
             CONTINUE
            00 190 K-1+11
1760
            FIB(K, 1) = ALPHB1(K) + ALPHB2(K) + ALPHB3(K)
1765
            FIB(K,9) = ALPHB1(K) = 2.0*ALPHB2(K)
1770
            FIB(K_{1}) = ALPHB1(K) + ALPHB2(K) - ALPHB3(K)
1775
            CUNTINUE,
      190
1780
            10 210 J = 5,21,0
1785
            DO 210 K = 1+13
1790
            IF (ABS(XLAND2(K)) .GT. 10E8 ) GD TO 200
1795
            IF(J .EQ. 21 ) FIA(K,J)=(AR(K,J)-FIA(K,J-4)-
1800
                                        FIA(K)J-20))/XLAND2(K)
1805
          *
            1F(J.,EQ, 21) GO TO 210
1010
            FIA(K,J) = (AN(K,J)-FIA(K,J-4) - FIA(K,J+4))/XLAMD2(K)
1815
            60 TO 210
1820
            FIG(K,J) =GN(K,J)/XLAMB2(K)
1825 200
            CONTINUE
1830 210
```

1835 10 000 J ~ 570170 10 220 K - 17FF 1840 ATC ABSIXLAND/CLED D . GL. TOLB 7 60 10 230 1 8141. IFCL .ER. 219 I DOGAD CORCEADS (DOCKED A) 1850 FREED RODZKEMBZERED 1855 IFC3 LEG. 210 60 10 220 1.840 そ18(人, J)=(18(人, J) 1 18(人, J) 4) - と18(人, 1(4)) 2X(AND2(ゼトレ) 18425 60 10 220 1870 1875 FTECKED-BRCKED72FABD2CK113 236 1880 220 CONTINUE 10 240 3-3,23,4 1.685 DO 240 Nº 1/13 1 1190 TEC ARSIXEANDE(6)) AGE, EGEB > 60 TO 250 1895 1900 1F(1), ER. 23) Elig(Kyd)~(AR(Kyd) Fla(Kyd)2); FLACKED SPDDZALANDLCKD 1905 1F(J .EQ. 23) 60 10 240 1910 F(G(K+J)=(GR(K+J) FIG(K+J・2)・FIG(K+JF2))ノXEGHDI(K) 1915 GO 10 240 1920 1925 250 FIGGERADSAR(CADZXEARDECK) 1930 240 CONTINUE 10 260 3-3+23+4 1935 10. 946 6+1+11 1940 1F(ABS(XLANDI(K11)) .01. 10(0) (0) 10 270 1945 1F(J .ER. 23) FINCKAD-CBRCKAD-FINCKAD 20-1950 FIDOGLE 2003ZALANDEGALD 1955 1960 LEC.F. ER. 233 60 10 240 1965 ドイセントテルシー くりはくしょしう トイルくちょい・シントデルくちょ バシンテノスしかりやくちしまう 60 10 260 1970 1975 270 FIRCKAD-BRCKADZZEABHLCKEL) CONTRACE 1980 260 1985 CHETERMINACTOR DE LA TERDERCIA EN LAS ETREAS PARTS POR SINT FOU 1990 10 280 3-1,23,2 10 280 1-1724 1995 2000 280 TENH(1+J)-0.0 CONTINUE 10 290 3-1-23-2 2010 2015 BO 290 I-1,24 2020 50 290 K-1+11 2025 1%-1-1 2030 KZ-K TERRICIALS - FENRICLA DIFLACKETA DACOSCOPADAPTACKZDATKSZ 2035 2040 24.0) #FINCKIDIASIN((2:04FIAK/41X/24.6)) 2045 290 CONTINUE 10 300 3-1-23-2 2050 2055 10 300 1-1-24 2060 IX--1-1 2045 TEND(1,3)-TEND(1,3)F0,5+F1A(1,3)+0,5+F1A(13,3)+(-1,0++1X) CONTINUE 2020 300 2075 CS0L EN LAS LINEAS IMPAREST PIOS PAKES 2080 10 310 1-2,24,2 2085 10 310 I-1+24 IFCJ (E0) 24) XJACN(LEJ) -XJAC(LEJ) - HEIB(CLEJ-T) - HEIB(CLEJ-23) 2090 2095 IF(J .E0, 24) 60 10 310 2100 XUACH(1+J)=XUAC(1+J)=TEND(1+J+1)+TEND((1+J+1)) CONTINUE 2105 310 2110 10 320 J-2+24+2 1-1+23+2 2115 In) 320 IFC 1 LEG, 1 D XUMON(L+J)=XUMON(1193, DIA#XUMON(L+J) 2120 2125 4 XJACHALIJJ IFC I .EQ. 1 > 60 TO 320 2130 XUAER(1)J)=XUAER(1-1)J)+A+XUAER(1)J)+XUAER(1+1)J) 2135 2140 320 CONTINUE 2145 110 - 210 - ANA DU 330 U - 2+24+2 2150 2155 DO 330 I - 1,21,4 IF(I .FO. 1) XUACH(L/J) - XUACH(L/22, D)-E1G4XUACH(1/U) 2160 1 XJACH CH 27 J 2 2145 * 2170 1F(1 .Fn. 1) 60 10 330 2175 XUACH(1+3) = XUACH(1-2+3) ~ FIG4XUACH(1+3) 4XUACH(1+2+3) 2180 330 CONTINUE

1101 - P.O - F164F16 2185 10 340 3 - 2+24+2 2190 2195 103 340 1 - 1, 17, - 11 X.MONCLED - X.MONCLEDGED - FIGLE 1F (1 .00. 1) 2200 & halles ber hath(LEA).D 2205 18(1 .10, 1) 60 10 340 2210 XUACHCLED - XUACHCL 4, D I IGERX. MULTICERED - EX.MCM(LIARD) 2215 CONTRACT 2220-340 £102 - 250 - F1014LE01 2225 10 350 3 - 2+ 24+ 2 2230 A1(J) - (XJACH(1+J) (XJACH(9+J) (XJACH(17+J))/C3+04(LT62 2235 2240 12.00 A2(J) - (XJACH(1+J) - 2+0+XJACH(9+J)(KJACH(17+J))/(6+0 2245 #(1:162-1.0)) 2250 A3(J) = (XJACH(1+J) - XJACH(17+D)/(2.0+(E162-1.0)) 2255 .2260 35.0 CONTERPT 2265 10 360 3 - 2, 24, 2 2270 TEND(1) - ATCD I APCD E ASCD TERB(9yd) - ALCD PLANECD 2275 2280 TENDONAD - ALCO I ARCO ALCIN 2285 340 CONTINUE HB 320 J - 2+ 24+ 2 2290 2295 101 370 F - 17 217 8 IF (I .EB, UI) TEARCHED - CXUACH(I, F) - HABCI-ALD - LEABC 2360 2305 1-20-3) 21.161 2310 IF (1 .E0. 21) GH 10 370 2315 HARD(L.D) - CONCIDENT FORMER AND 11/10/01/047303283/61 2320 370 CONTINUE 2325 10 300 3 - 27 247 10 300 1 4 3, 23, 4 17 (1 ,60, 23) Haberson - Caldenstrad (1900, 270) -(CDB)(1-2270) 2330 2335 2340 1/816 IF (1 .E8, 23) 60 10 500 2345 TENDOLED ~ CXUMUNCLED - TENDOL (200) - TENDOL (200) - TENDOL (200) 2350 2355 380 CONTINUE 2360 CSOL ER LOS ETOS, THEARS 2365 10 390 0-272472 2370 10 390 1-272472 TEC F SERV 24 D TERRETAD SCX MERCES DETERRET FOR TERRET-23, D 2375 2380)/(~A) IFCE .EQ. 245 GO TO 390 2365 TERP(1, J)=(XJACh(L,J)=TERD(1+J)+TERD((1+1+J))/(A) 2390 2375 390 LONDINUE 2400 C 10 222 1-1/24 WRITE(6+530) C TERRICT/D / 3-1-04 5 2405 6222 FURMAL(///+10+24(12)4) 530 2410 2445 939 RETURN 2420 CHE SUBROUTERE MAPACZINGESCINFINGING) 2425 2430 \$SET LINEINFO 2435 DIMENSION / Z(24,24),SINB (20),V(130) 2440 2445 CRUZ# ASTERZ ******* 2450 1616 INTA BLK, BUTUNI 2455 2460 HI HI - HL-1 2465 NCMI .- NC-1 2470 C1812- 2+0+CIN1 R17 - 23.078CH1 2475 R23 - 23.0788 H1 2400 WRITE (6+100) 2485 FORMATCHIX,*COIAS DE LUS SIMBOLOS*,///X,*SIMBOLO*,/X,*THERIOR*, 2490 100 4X,*SUFFR10k*,//) 2495 b0 1 K-1+20 2500 2505 CONTI = BASE + 2.0401NT*(K-1) COMIS - CONTI + CINT 2510 WRITE (4+101) SIMULK)+CONTL+CONTS 2515 FORMAT (10X+A1+6X+20-12+4) 2520 101 2525 1.1 CONTINUE WRITE (6+102) 2530 Filena) (* *,7777,1X,*2*,120X,*16*) 2535 1.02 00/2/J-27NGM1 2540 VCD - 60108 2545 CUNTINUE 2550 21

÷.

	2555		WRITE (6+103) (V(J)+J-2+NCN1)	
	2540		10) 10 I INFA - 27NLA1	
	2565		RI = 1.0 F (LINEA = 1.) # R23	
	2570		I = IFIX (KI)	
	2575	•	$\mathbf{X} = \mathbf{R} \mathbf{I} - \mathbf{FL} \mathbf{O} \mathbf{A} \mathbf{I}$ (1)	
	2580		10 11 JCAR 4 2+RCH1	
	2585		RJ = 1.0 + (JEAR-1)# R17	
	2590		$J \rightarrow 1FIX$ (R.I)	
	2595		$\mathbf{Y} = \mathbf{R} \mathbf{J} - \mathbf{FL} \mathbf{D} \mathbf{A} \mathbf{T}$ (J)	
	2600		A1 = Z (1, J)	
	2605		A2 = 2 (1+1+1) - A1	
	2610		A3 - 7 (1, 111) - 61	
	2615	· · · .	A4 = 7 (1+1+1+1) + A1 = A2 = A3	
	2620		ZINE - AL 1 A2 * X 1 (A31044X) *	Y
	2425		ULICAR) - BLA	
	2630		10 19 5 1 20	
•	2030		CONTL \rightarrow HASE 4 (N=1) A CINT?	
	2440		CONTR - CONTE A CIRI	
	34 45		$\mathbf{t} \in (-2.00111 + 0.00111, 0k, 71 \times 1.01, 0)$	00153 60 10 12
	2010		147 (rAb) = CTHU (k)	
	2010	10	CALARY, - GIAD (R)	
	2000	· 14	COMPANY FOR	
	-2000	**	LINE DUG DUGT CC (()) () () () () () () ()	
	2003		WRITE TOTION (VCD) DECEMBER /	
	2670	103	FURMAL CLAP TITELOGIETTY	
	2675	10	CUNTINGE	
•	2680		DU 19 J- 27NCM1	
	2685		ACT) = UNTON	
٠.	2690	19	CONTINUE	
	2695		WRITE (6+103) (V(3)+ 3-2+8CH1)	 A state of the last to the state of the stat
	2700		RETURN	
	2705		END	
	2710		SUBROUTINE AUTASI (N. N. DIF, WW, XVA	KrXMAX)
	2715		DIMENSION XVAR(N+M)	
	2720		UU-XVAR(1;1)	and the second second
	2725		WW-XVAR(1,1)	
	2730		DO 1 I+1+N	
	2735		DO 1 J-1/H	
	2740		XMAX=AHAX1(UV+XVAR(I+J))	
	2745		XHIN-AHINI(WW,XVAR([+J))	
	2750		VV-XHAX	
5	2755		WW+XHIN	
	2760	1	CONTINUE	
	2765		11F=(VV-WW)/39.0	
-	2770		RETURN	
	2775		END	
	2780		SUBROUTINE ESCRIB(N/H/XVAR)	
	2785		DIMENSION XVAR(N+M)	
	2790		00 21 1=1,24	
	2795	-	WRITE(6/22) (XVAR(I)) + J-1/M)	
	2800	21	CONTINUE	
	2805	22	FORMAT(2414)	
	2810		RETURN	and the second second
	2815		E'ND	
	2820		SUBROUTINE ESCRITON AVAVARY	
	2025		DIMENSION YUAR (N.H.)	and the second
	20230		no -91 TaleN	
	2000		URITE(6,00) (YUAR(1,1) + 1-1+M)	
			かいたいにくしてんかとう くうかくわりいくたちがく ちっぴゃんちがく く	
	2030	21	CONTINUE	and the second
	2840 2845	21	CONTINUE FURMAT(2465.1)	
	2840 2845	21 22	CONTINUE FURMAT(24F5.1)	
	2840 2845 2850	21 22	CONTINUE FURMAT(24F5.1) RETURN	

2060		SALIDICALITICA SURVEZ O	2+111+113+113				
2845		1 DEDURSION - 2024/2427 2201	(4+1/4)			· ·	
2820		. 101 SO L→L≠M					
2875		4 - 0.t					
28110		101 10 Ko1+2					5
2805		ALE A L - Creater A					
2890		10 1 J - 2000 1					
2895	1	ZZ(1):1) - Z(1):10:5454(1):1	34(2(111+1))2	(1 1+4)	47 (1+.11)	121	
2900		2(1,1)3 4,042(1)	100000000000000000000000000000000000000	(2(1))	J113120	1.111.111	24
2905	· 🔺	Z (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1	J-15-41042611	.05		1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1	
2210		[10] 2. T 2504 F. F.				- 91 - 11	
2915		40 2 J + 2444 1				1. 1. A. 1. A. 1.	•
29:20	2	2(1),12 22(1)12					
2925	10	S		1.1			
2930	36	CONTINUE					
29:55		RETURN					경험적으
2940		E 741x			والمتعالي المعاد	1993	
2745		SUBGORTHE FUCLING AVARTAGE					gan ini
2950		DIRENSION XVGRI(24+24)		1. B. 1.			
2955		ñ0,0					
2960		10 160 1-11/14					31 d Br
2965		- Ini 100 h-11+14					ann àrst
2975		A-ATXVART(176)+XVART(176)		and they			
2980	100	CLUBAT & BRIDE					
2985		A- SURT (A)				e San Corp	1.1
1990		RF THRM					egi, ti
2995		Edita			and the second	i de la s	
1				54.95 T.A.		and the second s	







$$\begin{array}{c} \mathbf{A} \\ \mathbf$$

4.3 Determinación del área válida de Pronóstico y del Parámetro de Helmholtz.

AREA VALIDA DE PRONOSTICO.

'Se consideran dos formas:

- a).- El patrón de advección dado por el operador Jacobiano contiene una sona anómela claramente visible a lo largo de las fronteras. El rosuitado de modir esta zona en la figura 4.3.3 es del orden de --2 Ax. La función Jacobiano es aqui utilizada, debido a que cual--quier error en ella se reflejará necesariamente en el resultado --final de Las tendencias calculadas.
- b).- Por minimización del valor de la norma Euclidiana (NE) de la ma--triz de diferencias entre las tendencias calculadas numéricamente_ y las calculadas analíticamente.

	Contribución promec a la norma Euclidia de diferencias de l		
Tamaño del enrejado considerado	$\frac{\left\{\sum_{\substack{i=1,2\neq n\\j\neq n, j\neq n}}^{nam} \left[\chi_{i,\frac{1}{2}}^{i} \chi_{i,\frac{1}{2}}^{nam} \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[n-(n-1)\right]^{\frac{1}{2}}}$	$\frac{\left\{\sum_{i=1,j=n}^{n,n}\left[\chi_{i,j}^{T}\chi_{i,j}^{n,n}\right]^{2}\right]^{\frac{1}{T}}}{\left[n-(n-1)\right]^{\frac{1}{T}}}$	4 • [n - (n·1)] ²
\$ = 1,2,,24 3 = 1,2,,24	1.19 × 10 ⁻⁵	1.18 × 10 ⁻⁵	576
\$ + 2,3,,23 \$ = 2,3,,23	0.94 × 10 ⁻⁵	0,98 × 10 ⁻⁵	484
1 = 3,6,,22 J = 3,6,,22	0.81 × 10 ⁻⁵	0.86 × 10 ⁻⁵	400
\$ = 4,3,,21 1 = 4,5,,21	0.79 × 10 ⁻⁵	0.80 × 10 ⁻⁵	324 -
1 = 3,6,,20 J = 3,6,,20	0.83 × 10 ⁻⁵	0.80 × 10 ⁻⁵	256

TABLA 4.3.1

La tabla 4.3.1 y la figura 4.3.2 muestran la manera en que contribuye cada punto de la malla a la NE total. Teóricamente esta cantidad debe ir -disminuyendo conforme los puntos estén más alejados de las fronteras, hasta estabilizarse en un valor fijo.



para elgonifice que los velores de tendencie cejon de ester influidos pór el "mido" de los frencieros e percir de 144, lo que oujueta se insiner los tros priesres y las tres últimos renglanes de le meile así como las tres priesres y las tres últimos columnas.

EL PARAMETRO DE HELMHOLTZ.

Teóricamente está dado por la relación

$$H = \frac{r_o^2 A(p_o)}{R T_o}$$

donde f_0 es el parámetro de Coriolis para una latitud dada, -se toma como 30° para latitudes bajas-, $A(p_0)$ es el valor de la función de peso tomada al nivel del suelo, y T_0 es la temperatura absoluta a 1000 mb. Toma--dos en conjunto, todos estos valores permiten calcular M, pero de hecho --ninguno de ellos es constante en toda la región de integración, además de --'que $A(p_0)$ y T_0 varían según la estación del año, esto hace que el valor de M dependa de la región y de la temporada de que se trate. Debido a consi deraciones matemáticas, la ecuación de Helmholtz no permite que M tenga valores variables, por lo que debe determinarse un valor en cada caso, esto se hace de manera empírica, por tanteo, haciendo un pronóstico y calibrando el valor de M elrededor del valor teórico, hasta encontrar el que mejor -corresponda con la realidad observada. Una vez determinado este valor, se tomará como fijo durante todo el mes, por ejemplo.

Pora el caso de latitudes bajos se consideran los siguientes va lores como característicos:

> $f_0 = 2\Omega \cos 30^\circ = 7.29211 \times 10^{-5}$ $A(p_0) = 1.13$ R = 287.0 $T_0 = 253.0$

por lo que $N = 8.27 \times 10^{-14}$



Fig. 4.3.3. El Jacobiano calculado en diferencias finitas. Contiene a lo largo de sus fronteras un patrón altamente perturbado , del orden de 1.7Δx. Esta gráfica es equivalente al Jaco-biano de la figura 3.5.3, ya que ambos surgen de la misma función teórica 3.5.1.

	NORMAS ELECTIDIALIAS DEL GEUPUTENCIAL					1	
M	t = 0 he.	L - 6 ha.	t = 12 he.	L = 18 he,	1 = 24 mm.	L = 30 he	limpo de proceso
8,27 × 10-19	23711.8	23 177.3	23 147.5	23124.9	23112.5	23113.4	34,1
8.27 x 10-18	23211.8	23177.3	23 94 7.5	23124.9	2)112.5	23113.4	38,0
8.87 × 10-17	23211.8	23177.3	23147.5	23124.9	23112.5	21113.4	38.0
8.27 × 10-15	23211.6	23177.4	23367.5	23124.9	23112.5	23113.4	38,6
8.27 × 10-15	23211.8	23177.5	23447.7	23125.1	23112.6	23113.2	36.3
8.27 × 10-14	23211.0	23178.4	23349.2	23126.5	23113.0	23111.5	38,3
8.27 × 10-13	23211.0	23105.3	23161,0	23139.8	2)122.9	23111.8	38.8
8.87 # 10-12	83211.8	13202.5	23192.9	21143.6	23174.3	23165.6	38.4
8.27 x 10-11	23211.8	23210.6	0,80568	23207.6	23206.1	\$3204.7	38.4
8.27 a 10-10	23211.4	23211.7	232 11,6	83211.6	23231.3	23211.1	30.6
8, 87 H 10"9	23211.0	23211.6	232 11.4	23211.6	2)211.6	23211.8	34,1
8,27 x 10-8	23211.8	23211.8	\$1211.6	23211.6	2)211.0	23211.0	34.0
1.27 × 10-14	23211.4	83177.5	P3147.8	23125.2	23112.6	23113.0	30.1
8.87 × 10" 14	23211.6	23177.4	83148.0	23125.4	83112.5	23112.4	38.4
3.87 # 10-14	23211.4	23177.8	83160.7	23175.5	23112.7	23112.5	38.5
4.27 × 10-34	23211.4	23177.8	83140.4	23125.7	23112.7	23112.3	37.9
\$.87 × 10"\$%	23211.8	23178.0	23144.6	23125.9	23112.8	23112.1	38.4
6.27 × 10-14	23211.8	23178.1	23148.8	23126.1	23112.9	2)111.8	34.3
7.27 # 10-14	23211.0	23178,3	\$3169.0	23126.3	23112.9	23111.7	34.2
8-27 × 10-14	23211.8	23176.4	23169.2	23126.5	23113.0	23111.5	38.3
9.27 a 10-16	23211.8	23174.5	2314 8.4	23126.7	23113.1	23111.3	30.1

TABLA 4.3.4 CALIBRACION DE M.

La table 4.3.4 muestra las normas Euclidianas (NE) de los geopotenciales pronosticados, en múltiplos de 6 horas. Para mayor seguridad en estos pronósticos solo se calcularon las NE en la región central de la malle, que abarca una área de 4 x 4 puntos. Para condición inicial se usaron datos reales de geopotencial, correspondientes al 21 de febroro de 1982, a las 12:00 z . El mótodo numérico utilizado fué el de Reducción Cíclica Recursiva con Análisis de Fourier . La tabla se ha dividido en dos partes: La superior muestra los valores de NE para M con diferentes órdenes de mag nitud, mientras que la inferior representa valores de M dentro del mismo orden. La columna final indica los tiempos de proceso (en segundos), para el pronóstico a 30 horas, es parte de otro experimento.

4.4 Gráficas y resultados.

EL BANCO DE DATOS Y LOS RESULTADOS.

En la figura 4.4.1 se presenta el campo de altura geopotencial observado para el nivel isobárico de 500 mb., (uno de los dos niveles barotrópico equivalentes), válido el día 21 de fobrero de 1982 a las 12:00 z . Este campo geo potencial se utilizó como condición inicial para integrar numéricamente el mo delo, discretizándolo en una malla de 24 x 24 puntos, tomondo valores cada ---231.4 km.

En las figuras 4.4.2 hasta la 4.4.7 se muestran los campos pronosticados --para 6, 12, 18, 24, 30 y 36 horas, respectivamente, realizando las integra--ciones para un paso de tiempo de 45 minutos. Los cálculos se hicieron con el método de Fourier, y son esconcialmente similares a los realizados con SOR, excepto por el consumo de tiempo de máquina, que es mucho menor en el primero.

El banco de datos presenta fundamentalmonte 6 elementos de interés:

- 1.- Una baja al NE de los EEUU.
- 2.- Una vaguada con orientación norte-sur, ubicada sobre Plorida.
- Una cuña con orientación NNE-SSO, en la región central de EEUU y Canadá.
- 4.- Una alta relativa en la zona de Baja California.
- 5.- La alta semipermanente del Pacífico, situada al sur do B. C.
- 6.- Una alta sobre Centro América y el SE de México.

El campo geopotencial observado 12 horas después, (no presentado aquí), con tiene los mismos elementos que el campo inicial, con las siguientes diferen-cias:

1.- La baja se ha desplazado 150 hacia el este.

2.- La vaguada cambió su orientación N-S a NNE-SSU.

3.- La orientación de la cuña es ahora N-S.

4.- La alta relativa sobre B.C. permanece escencialmente la misma.

5.- Las altas del Pacífico y Centro América son ahora una sola.

El campo pronosticado para las mismas 12 horas (figura 4.4.3), difiere del campo observado en lo siguiente:

1.- La bajo no se ha desplazado.

2.- La vaguada correspondiente, tampoco. y coincide en:

3.- La orientación de la cuña es N-S.

4.- La alta relativa permanece igual.

5.- Las altas del Pacífico y Centro América tienden a eliminar el canal de baja.

Finalmente, las figuras 4.4.3 hasta la 4.4.7 correspondientes a la evolución de los sistemas hasta 36 horas, muestran que la baja tendió a moverse hacia el este, pero solo muy levemente, y las altas no se uniformaron, aunque en ambos casos los forzamientos fueron en tal sentido.



El campo geopotencial inicial corresponde a la superficie isobárica en 500 mb., el día 21 de febrero de -1982, a las 12:00 z.







FIGURA 4.4.7 CAMPO GEOPOTENCIAL PRONOSTICADO 36 HORAS DESPUES.

4.5 Conclusiones.

- Con relación al modelo de predicción conocido como modelo barotró-4.5.1 pico equivalente, el cual contione como caso especial al modelo ba rotrópico, se concluye que: Físicamente es más completo el primero, ya que contiene un término de forzamiento, el cual permite desde el punto de vista de modelaje, simular la presencia de orografía . fuentes de calor y la tropopausa. Desde el punto de vista matemáti co, el modelo BE es altamente calibrable, como se muestra en las normas Euclidianas presentadas en la tabla 4.3.4, pudiendose aumen tar o disminuír el forzamiento M según la época del año.
- 4.5.2 Respecto a los métodos de solución numérica al sistema de ecuaciones algebraicas, la tabla 4.3.1 y la figura 4.3.2 muestran que ambos métodos generan soluciones idénticas dentro del rango de ___ 0.01 x 10^{-5} de diferencia entre ellas, no obstante, el método SOR resulta más versátil con respecto a las condiciones de frontera, ya que el de Fourier está restringido a condiciones cíclicas, aunque en la parte central del enrejado, donde las fronteros no inter vienen, ambos se comportan bien. La superioridad del método RCR se manifiesta en el tiempo de proceso, siendo este de alrededor de hasta 9 veces más rápido. La tabla anexa muestra los tiempos de --proceso consumidos para diferentes factores de sobrerrelajación en la máquina B - 7800 del PUC. Es de esperarse que con enrejados hemisféricos no scria posible con éste método, lograr pronósticos_ ni siquiera a 6 horas. El factor de sobrerrelajación fué calculado con 3 métodos diferentes, siendo el más fácil y execto el dado por Haltiner (referencia i y página 30 de este trabajo).

Yleepo de procese (en seg.)	Fector de relejación	Exectitud exigida	No, de ller paré alcan- sar la sol.
3,8	1.9	t0 ⁻⁵	51
3.5	1,8	10-5	33
13.8	1.8	10-10	544
275.9	1.8	10-15	no convergió
3.8	1.777	10-5	30
3,5	1.75	1073	31
3.4	1.715	10-5	32
3,5	1.7	10-3	33
3,6	1.67	10-3	35
3.6	1.60	10-5	39
3.9	1.40	10-5	51
4.3	1.2	10-3	60
4.2	1.0	10-5	69
73.1	1.0	10-10	3647

TABLA 4.3.1 Para el caso del enrejado de 24 x 24 puntos, el fector óptimo de relajación es 1.777, wientres que el mercãdo con asterisco es el dado por Haltimer.Puesto pue el ral cule as requeride 40 veces pars un prenéstico s 30 ho-rde, elle implice que el menor tiempo de proceso, que es de 3.4 seg., necesitará 136.0 seg. como mínimo pera dicho pronóstico, (equi no se están tomendo los cálculos adicionales que elevarian fécilmente el timpo en un ---50 % mas). Comparando este ticapo con el requerido por el métado de Fourier en la table 4.3.4, se deduce que este último es, para este cano,3.55 veces más rápido.

En vista de lo anterior, la conclusión al respecto es:

- a).- Para integraciones numéricas en dominios de área limitada es perfectamente factible el uso de embos métodos.
- b).- Para integraciones en dominios hemisféricos o regiones muy grandes, donde los enrejados son considerablemente mayores, (del orden de 1000 o 10,000 puntos, por ejemplo), deberá ut<u>i</u> lizarse el método directo (RCR), si se desea tener la posib<u>i</u> lidad de aplicar en forma operativa los modelos de predicción numérica.
- 4.5.3 El área válida de pronóstico se determina de la tabla 4.3.1 y la figura 4.3.2 , donde se observa que la sola exclusión de la frontera para ambos métodos numéricos disminuye el error Euclidiano hasta en un 17 % ; el quitar dos renglones y dos columnas disminuye el error en un 28 % , y asi sucesivamente , hasta llegar a un 44 % cuando se han quitado cuatro renglones y columnas en toda la frontera, asi la conclusión final al respecto es la de eliminar de los resultados finales una área periférica de 3A x .
- 4.5.4 De la tabla 4.3.4 se concluye que el modelo es altamente sensible a los cambios en el parámetro de Helmholtz M, por lo que su calibración correspondorá a valores del orde de 10^{-14} , siendo reco--mendable generalmente el valor obtenido teoricamente, como una --muy buena aproximación. Cualquier valor menor que 10^{-14} estará --más cerca de ser el modelo barotrópico simple, mientras que valores mayores (10^{-12} por ejemplo), producirá forzamientos no justi ficados físicamente, ya que estarán fuera de orden de magnitud, i. e. ,

$0 \le M \le 9.27 \times 10^{-14}$

4.5.5 En la figura 4 4.7 se observa la tendencia de la región de baja a desplezarse a la derecha, sin embargo el modelo no logró sacarla. En el campo observado 12 horas después, dicha baja ya casi había salido por completo de la región. Esta aparente anomalía no lo es tal, ya que la zona anómala es del orden de 3Ax, como antes se dijo, es decir, en la región mostrada en las figuras 4.4.2 hasta la 4.4.7, se entenderá como área válida de pronóstico solamente la parte central de tal región, después de haberle quitado 4 rengiones y 4 columnas en todas las fronteras. No obstante, una rezón más importante que la anterior, es debida a una limitación del modelo, ya que las ondas con longitudes de onda menores o íguales
que $2\Delta x$ de la separación entre puntos del enrejado, no során movidas por el modelo, y en caso extremo, las moverá pero en sentido n<u>e</u> gativo, (ver referencia 5), es por ello que enrejados finos produc<u>i</u> rán mejores pronósticos cuando haya presentes feuómenos de mesocas<u>a</u> la, pero incrementarán geométricamente el tiempo de proceso de máqu<u>i</u> na. Sin embargo, la estabilidad del modelo quedo manificato en la --ausencia de ciclogénesis ficticios, y en que la evolución de los si<u>s</u> temas es acorde con la dinámica asociada. Respecto de la vaguada que no cambió de orientación, (cosa que ocurrió en los mapas observados), os debido a que se encuentra justamente en la frontera derecha de la región de integración, y por ello dentro de la "zona anómala".

- 4.5.6 De las figuras 3.5.4 , 3.6.1 y 3.6.2 , se verifica visualmente que los métodos numéricos SOR y RCR no serán causa de falla en los pronósticos, (excepto por las limitaciones de las condiciones de frontera), sin embargo al observar las figuras 3.5.3 y 4.3.3 , que deberían en teoría parecerse mucho, no ocurre asi, no obstante que el Jacobiano de 4.3.3 fué calculado siguiendo los métodos tradicio nales de diferencias finitas. En la referencia 5 (apéndice C), se tratan otras formas de calcular el Jacobiano usando el esquema de -Arakawa, asi que será necesorio verificar experimentalmente tal como se hizo en 4.3.3 , para demostrar la validez del mismo. Cuando se logren Jacobianos similares a los "verdadoros" , los pronósticos serón excelentes.
- 4.5.7 La implementación del método numérico de Hockney, quien lo utilizó en emisores de iones y tubos de electrones, permite ahora a meteorá logos que disponen de computadoras pequeñas, ampliar sus regiones de integración hasta enrejados hemisféricos, lo cual se traducirá en --mejores pronósticos y en poder alargar el tiempo de los mismos hasta 3 o 4 días si las condiciones climáticas lo permiten (esto es, cuan do no existen grandes perturbaciones). Para el enrejado de este --trabajo, la validez del tiempo de pronóstico resultó ser del orden de 24 horas.

APENDICES.

APENDICE A

PROGRAMA GEOPOTENCIAL TEORICO

100	FILE A-FSC-UNLI-REMOTERRELOKD-22			
1.05	VERDERARA DEDENTENCIAL			
150	ALLMERS LINE GED (24+24)			
175				
1/3	11 12			
200				
225	V			
250	W-0.1			
275	A-100.			
300	. 1-40.			
325	E-200.			•
350	Xh=0.5			
375	XI = 0.5			
400	XM-0.05			
400	ALL A 60.74			and the second second
420				
450	10 10 1-1724			
4/5	101 10 3-1124			
500	IX-1			
525	JY=J			
550	REAL IXENY			
575	IX - IX -6.0			
200	JY = JY -14.0			
475	CENTER IN CONTRACT AND A 1Y AND A 1Y	A IVA IVAGA		
164		********	00/ TY#YH1#9 T	HI IVAYNY
000		5(1A#AL7 L#D		
6/5	10 LOWEINDE			
200	$\mathbf{K} = (\mathbf{i}, \mathbf{U}(1 + 1))$			
725	$1 \simeq GEO(1/1)$			
750	101 15 I = 1/24			
775	10 15 J - 1,24			
800	XMAX = AMAX1(GEU(I,J), R)			
825	XMIN \rightarrow AMINI (GEO(1, J), T)			
850	R - XMAX			
075	L A YM DI			
600	15 CONTENER			
075	bik (kat)/30.		1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 -	
7				
930	40 GALL PHENCORD FIGUE FIGUE FIGUE		••	
975	S S CALL EXIT			
1000		· · · · · · · · · · · ·		
1025	SUBROUTINE MAPACZINASE CINT	NI NC)		
1050	DIMENSION Z(24+24)+SIND (2)	0)+V(130)		
1075	DATA SIMUZIAIYIBIYICIYIDIYI	Ety*E*y*0*y*1	(****I****(****	K*+*L*+*H*;+
1100	* *N*+*Ο*+*F*+*Ω*+*	k+,+5*,+1*/		•
1125	BATA CRUZ, ASTERZ "1",***/			
1150	DATA BEK, GUIDNZ * ***.*/			
1175	M(M) = M = 1			
11/4	NCH1 = NC-1		+ + +	
1000	195714 - 19774 - 19			
1220			· · · ·	A Constant of the second
1250	R17 = 23.070001			and the second
12/5	1025 # 23+07RL111			
1300	WRITE (6,100)			
1325	100 FURNATCLIX/*CUTAS DE LOS SI	MBOLOS*+/+7X:	-SIMPOLO-7	XFTINFERIOR*
1350	# 4X,*SUPERIOR*,//)			States and the second
1375	DU 1 K-1,20			
1400	CONTI = RASE + 2.0xCINI#CK-	1)		
1475	CONTS & CONTE 4 CINE		•	
1 460	ABOTE (A. 101) SIRA(L) -COUT	-CONTS		and the state of the second
1400	WRITE COFLULY STORNY FORMET	* ******		
1475	101 HURMAT (10X)A1+6X+.9 (2+4)			
-1500	1 1.014 1 1411			and the first second second

1525		WICH 11 (6+102)
1550	102	E00064 (* *,/////1X,*1*,126X,*24*)
1575		100 2 July 10 (101
1600		VCD 603000
1625	2	CIDIA E LIADE
1650		WRENE (6+103) - EV(J)+J-2+NC(4)
1675		DO TO LINEG PHB HT
1700		-RL = 1+0 + (1+0) + (-1-) + R23
1725		1 - 11 1X (RT)
1750		X = RL + HOAL(D)
1775		BUE 11 JUAK - 2+AUM1
1800		Ref 1.0 1 CHAR 12# R17
1025		J 11 1X (K-1)
1850		Y = KE = FLUGE (1)
1825		(1 - 7 (1))
1900		A2 - Z (111+3) A1
1995		A3 = Z (1, 1(1) + A)
1950		64 - 7 (111,111) - 61 - 62 - 63
1975		- 2101 - A1 1 A2 4 X 1 (A31044X) 4 Y
2000		VCRAR) ~ DEK
2025		10 12 K-1720
2050		COH11 - PAGE E (K-1) & C1912
2075		CONTS - CONTLA CLAR
2100		THE C ZINELE CONTERON ZINE GENERAL DURING TO THE STREET
2125		V(JCAR) - SIND (K)
2150	12	COM CAN
2175	11	CONTINUE
2200		WK11E (6+103) (V(D)+J+2+48041)
2225	103	FORMAT CIX+ *1*+12561+*1*)
22250	10	CORTINE
2275		101-19 J- 2+ROM
2300		VCD - GUIDH
2325	19	CONTINUE
2350		WRITE (6,103) (V(J)/ J(2)(0001)
2379		RETURN
2400		1 110

APENDICE B

PROGRAMA VORTICIDAD TEORICA

100	FILE 6=ESC+UNIT=PRINTER+RECORD=22	
105	DIMENSION VOR(24,24)	
110	UD=231.423E3	
115	V=3.0	
120		
125	A=100.0	
130	Hin AO . O	
175	E=200.0	
1 40	04E0010	
1 45	YEAD 5	
140		
100		
122		
160	KN-110/1210 C1-170 047 14141/100 0	
100	F14(30,043,1416)/100,0	
170		 Second and the state of the sta
1/5		
180	***	
185	XXN=XN#XN	
190	EFEO=2.0+0MEGA*SIN(FI)	이 집에 가장 같은 것이 같은 것이 가 많이 가지 않는 것이 같이 했다.
195	FOFEFEORDDRIN	
200	10 10 I=1,24	
205	DO 10 J=1+24	
210	1X-1	
215	JA= J	
220	REAL IX, JY	
225	IX = IX = 6.0	
230	JY = JY - 14.0	
235	VOR(I,J)=(-2,0+V+6,0+W+JY-A+X	XK#SIN(XK#IX)~B#XXL#COS
240	# {XL#IX}+E#{XXM+X	XR) #COS(XM#IX)#SIN(XN#JY))/FO
245	10 CONTINUE	•
250	CALL AUTASI (24,24,CINT, BASE,V	DR+XXMAX)
255	444 CALL HAPA(VUR, BASE+CINT, 101,1	27)
260	3 CALL EXIT	
265	END	
270	SUBROUTINE HAPA (Z+BASE+CINT	INL INC)
275	DIHENSION 2(24,24),51HB (20)	,V(130)
280	DATA SINB/*A*+*B*+*C*+*D*+*E*	;*E*;*G*;*H*;*X*;*J*;*K*;*L*;*H*;
285		***\$******
290	DATA CRUZ, ABTER/ "+","*"/	
295	DATA BLK, BUION/ * *+**/	
300	NLH1 - NL-1	
305	NCH1 = NC-1	
310	CINT2= 2.0+CINT	
315	R17 = 23.0/NCH1	and the second secon
320	R23 = 23.0/NLM1	
325	WRITE (6,100)	
330	100 FORMAT(11X, COTAS DE LUS SINH	ULUS*+/+7X+*SIMBOLU*+7X+*INFERIOR*
335	#4X+*SUPERIOR*+//)	
340	DO 1 N=1,20	
345	CONTI = BASE + 2.0 * CINT*(K-1)	
350	CONTS = CONTI + CINT	지수는 것 같은 것 같
355	WRITE (6,101) SINB(K),CONTI,C	DNIS
340	101 FORMAT (10X+A1+6X+2E12.4)	
345	1 CONTINUE	
370	WRITE (6+102)	
375	102 FORMAT (* **/////1X+*1*+126X+	•24•) · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
300	b0 2 1=2.NCH1	
1100		요즘 아이는 것이 아이는 것이 아이들이 많이 많이 많이 했다.
100	CONTINUE	
370	2 GUNTENDE	

400		DU 10 LINEA - 2+NLH1
405	:	RI = 1.0 F (LINEA - 1) * R23
410		I = IFIX (k1)
415		X = RI - FLOAT (I)
420		DO 11 JUAR - 2+HUM1
425		RJ = 1.0 + (JCAR-1) + R17
430		J = IFIX (RJ)
435		Y = RJ - FLOAT (J)
440		A1 = Z (1, 1)
445		A2 = Z (I+1) - A1
450		$A3 = Z (I_{+}J+1) - A1$
455		A4 = Z (I+1+J+1) - A1 - A2 - A3
460		ZINT = A1 + A2 + X + (A3+A4+X) + Y
465		V(JCAR) = BIK
470		DO 12 K-1,20
475		CONTI - HASE + (K-1) * CINT2
480		CONTS = CONTI + CINT
485		IF (ZINT.LE.CONTI.OR.ZINT.GT.CONTS) 00 10 1
490		V(JCAR) = SIHB(K)
495	12	CONTINUE
500	11	CONTINUE
505		WRITE (6,103) (V(J),J-2,NCM1)
510	103	FURHAT (1X, "1"+125A1, "1")
515	10	CONTINUE
520		DO 19 J= 2+NCH1
525		
530	19	CONTINUE
535		WRITE (4.103) (V(J), J-2.NCH1)
540		RETHRN
545		END
550		SHEROLITINE AUTASI (N.H. DIE. WW. XVAR. XHAX)
555		DIMENSION XVAR(N,M)
560		UU=XUAR(1,1)
565		WWaXVAR(1,1)
570		DO 1 1=1+N
575		DD 1 J=1.H
580		XHAX=AHAX1(VU,XVAR(1,J))
595		XHIN=AHIN1(WW,XVAR(I,J))
590		UU=XHAX
595		WU=XHIN
600	1	CONTINUE
605		DIF=(VV-WW)/39.0
610		RETURN
615		END
420		SUBROUTINE ESCRI(N.H.XVAR)
625		DIMENSION XVAR(N+H)
630		DO 1 I=1+N
635		WRITE(4/2) (XVAR(I/J) / J=1/H)
640	2	FORHAT(////,1H,10(E7.1,2X))
645	1	CONTINUE
650	-	RETURN
655		END

APENDICE C

PROGRAMA JACODIANO TEORICO

				-	
	100	F 11 E	A-ESC-UNTT-RENDTF+RECORD=2	2	
	105	Z PR00	ikana "Jacobtanu		
	110		DIHENSION XJAC(24,24)		
	115		10-231-42363		
	120	•	0		and the second
	125		U-7.0		
	120		V-370		
	130		WHYTE		
	135		A=100.0		
	140		B= 40 • 0	and the second second	
	145		F-200+0		
	150	•	0ME6A=7,295E-5		
	155		BETA=2.#OHEGA#COS(FI)/6.	3766	and the second
	1.00		YEA 5		
	100				
	165		XI. 40.5		
	170		XM=1.0/20.0		
	175		XN=1.0/12.0		
	180		FI=(30.0*3.1416)/180.0	1 · · ·	 A set of a set of
	181		XXH=XHXXH		•
	100		VVN - VNVVN		
	102				
	182		EFEVA2104Unr.0H#01AVF17		and the second
	184		FO=EFEO#UD#UU#UU#UU		
	185		AA=A#XK#(6+#W+BETA#EFEO)	-A*XK*XK*XK*U	
	190		BB=-B#XL#(6.#W+BETA*EFEO)+1)#XL,#XL,#XL,#(}	
	195		CC#-2.*A*XK*XK*XK*V		 A state of the sta
	200		000.3. ************	1	
	200				
	200			•	
	210		FF==3.#U#XL#XL#XL#W		••
	215		GG+E#XH#(G;#WFBETA#EFE0)	-ExxMXUX(XXMFXXA	Den standard standard standard
	220		HH=-2。#E#XH#V#(XXH1XXH)		
	225		XII=3.#E#XH#W#(XXH+XXN)		
	270		Y I I=A#YK#E#YN#(YYM+YYN)-	*************	and the second
	230.		VMM. NAVI -CAVIA/VVBLVVB	LOAVI AVI AVI ACAYN	•
	235	· · · · · · ·	XNN-BAXLECAXNALXANTXAN7	TBANE AND AN AD AD	•
	260	300	DU 10 141+24	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	265		DO 10 J=1+24		
	270	•	IX=I	•	
	275		. 17 =. 1	4	
	290		REAL IX.JY		and the second
	204				
	285	•	IX - IX - 010		
	540		JY = JY = 14+0		WARDO / WEATUSE
	295		XJAC(I,J)=(AA#CUB(XN#1X)+B	BERINCELEIVITUR	JITUSLANTIA/T
	300	*	DDD#JY#JY#COSCXK#	IX)+EE#JY#SIN(XL	¥1X)+
	305	*	FF#JY#JY#SIN(XL#I)	X)+GO#BIN(XM#IX)	+SIN(XN#JY)+
	310	<u>.</u>	HHEJYESIH(XHEIX)#	L#IIX+{YL#NX)HIB	IATTA#BIN(XH#IX)#
	746	Ť	CTN/YNE (Y)+Y 1 HCO	S(XK#TX)#COS(XH#	IX) xCOS(XNxJY) +
	220		VERTOTALAI ALA TARA	YNATY)*COG/YNA	
	320	· · · · · ·	AUV+DIU(VC+IV)+CO	31 1041 1 1 2001 104	3177
٠,	325	· *	7FU		
	330	10	CONTINUE		
	335		CALL AUTABI(24,24,CINT,BAS	E,XJAC,XXHAX)	
	340	444	CALL HAPA(XJAC, BASE, CINT, 1	01+127)	
	745	7	CALL EXIT		
	373	-			
	300		ENH NADA	AT DACE CHUT NI	
1	355	•	SUBROUTINE MAPA	(21BABEICINIINL	. fNC)
	360	•	DIMENSION Z(24,24),SIMD (20),V(130)	
	365		DATA SINB/*A*,*B*,*C*,*D*,	*6*/*F*/10*/*##*/	*I***J***K***L*******
	370	· •	*N*+*D*+*P*+*Q*+	*R*,*8*,*1*/	
	275		DATA CRUZ ASTER/ 441-14	· · · · ·	
	3/4		DATA NEW CHITCHIA 4.4 7/		
	380	• · ·	THELE BUCK DURDENT $-1 = -1$		
	385		NLBL # NL=1		
	390	i a seco	NCM1 = NC-1		
• •	395		CINT2= 2.0*CINT		
	400	· ·	R17 = 23.0/NCH1		
	ANE	•	997 - 97.0/NLM1	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	405		NGO - GOIV/INUIA		
	410	1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 -	WRITE COTIVUT		THEN OF TY ATHERSTON
	415	100	FORMATCIIX#"COTAS DE LOS S	TUBOT 08-1/1/X1.8	TUBALA. LIVE CKIOK
	420	*	4X+*SUPERIOR*+//)		
•	425		h0 1 K=1+20	and the second second	
	470		CONTI - BASE + 2.0xCINTX(K	-1)	
	430	· .	CONTR - CONTI & CINT	T , t	

APENDICE C

PROGRAMA JACODIANO TEORICO

100	F 11 E	6+ESC+UNTT+REHOTF+REL'ORD#22	•
105	Z FRO	IRAMA JACOFTANO	
110		DIMENSION XJAC (24+24)	
115		0D-231+423E3	
120		U=12,0	
125		V-3.0	
. 130		W-911	
133			
140			
190		F-20010	
100		UNCOM*//270C*0 DETA://2 #ONEDA#COD/ET\// 17E4	
1400		DE18-2: #UNCON#UUG(F1770:97E0	
145			
170	•	X1.=V1.0 XH=1.0700.0	
175		YN=1.0/17.0	
190		E1=(30.0#3.1A1A)/180.0	
104		LT-COLOMBITIATON COLO	
101		AAN TANAAN Oon ton ton	
102		FEFOx2.0+0MFGotSTN(FT)	
10.0		Engererowonkentertert	
185		AA=AXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	±1 3
190		HRHXXI #(6.#W+BETA#EFEO)+B#XL#XL#X	Lati
195		CC=-2.#A#XK#XK#XK#V	
200		000=3.*********	
205		EE=2.*B*XL*XL*XL*V	
210		FF	
215		GG=E#XH#(6.#W+BETA#EFE0)-E#XM#U#(XX	H+XXH)
220		HH=-2, #E#XH#V# (XXH1XXN)	
225		XII=3. #E#XH#W# (XXH+XXN)	
230		XJJ=A\$XK#E\$XH#(XXH+XXN)-A\$XK#XK#XK#	EXN
235		XKK=-B#XL#E#XN#(XXH+XXN)+B#XL#XL#XL	#E#XN
260	300	DO 10 I=1+24	
265		B0 10 J=1+24	
270	•	IX=I	•
775		1 M 1	
6/12			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
280		REAL IX,JY	
280 285		$\begin{array}{l} REAL IX + JY \\ IX = IX - 6.0 \end{array}$	
280 285 290	•	$ \begin{array}{l} \text{REAL } [X \text{-} JY \\ \text{IX} = IX - 6.0 \\ \text{JY} = JY - 14.0 \end{array} $	
280 285 290 295	•	SINJ REAL IX+JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I+J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX)+CC#JY#COB(XK#IX)+
280 285 290 295 300	• • •	$ \begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$)+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+
280 285 290 295 300 305	*	$JI_{J} = JX - 6.0$ $IX = IX - 6.0$ $JY = JY - 14.0$ $XJAC(I,J) = (AACOS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX)$ $DDD*JY*JY*COS(XK*IX)+EE*JY*S$ $FF*JY*JY*SIN(XL*IX)+EE*IN(XL*IX)$)+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H#IX)#BIH(XN#JY)+
275 280 285 290 295 300 305 310	* *	HH#JY\$SIN(XH#IX)#BIN(XN#JY)+ HH#JY\$SIN(XL#IX)+BB#SIN(XL#IX)+ FF#JY#JY#JY#SIN(XL#IX)+ FF#JY#JY#SIN(XL#IX)+ FF#JY#JY#SIN(XL#IX)+ FF#JY#JY#SIN(XL#IX)# HH#JY\$SIN(XH#IX)# HH#JY\$SIN(XH#IX)# HH#JY\$SIN(XH#IX)# HH#JY# HH#	XII#JY#JY#GD8(XK#IX)+ H&IX)#BIN(XH#IX)+ h(XL#IX)+ H&IX)#BIN(XH#IX)#
275 280 285 290 295 300 305 310 315	* *	SIN(XN#JY)+XJJ#COS(XK#IX)# $COS(XK#IX)$	5(XH#IX)#COS(XK#IX)+ N(XL#IX)+ N(XL#IX)+ XII#JY#JY#BIN(XH#IX)# S(XH#IX)#COS(XN#JY)+
280 285 290 295 300 305 310 315 320	* * * * *	JI=J IX = IX - 6.0 IX = JY - 14.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA&COS(XK#IX)+BB#SIN(XL#IX) TDD#JY#JY#COS(XK#IX)+EE#JY#S FF#JY#JY#SIN(XL#IX)+BG#SIN(X HH#JY\$SIN(XH#IY)+XJJ#COS(XK#IX)#CO SIN(XH#JY)+XJJ#COS(XK#IX)#CO XKK#SIN(XL#IX)#COB(XH#IX)#CO	G(XH#JX)) G(XH#IX)+ H¢IX>#GIN(XH#JX)+ H¢IX>#GIN(XH#JX)+ G(XH#IX)#COS(XN#JY)+ G(XH#JY))
280 285 290 295 300 305 310 315 320 325	* * * * * *	J1=J IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDD#JY#JY*COS(XK*IX)+EE#JY*S FFF#JY#JY*SIN(XL*IX)+EE#JY*S HH#JY*SIN(XK*IX)*BIN(XK*IX)+EE#JY*S SIN(XH#JY)+XJJ*COS(XK*IX)+EE#JY*S SIN(XH#JY)*JY*SIN(XL*IX)*BIN(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS	P(XN#JA)) 2(XH#IX)#CO2(XN#JA)+ NII#1AA#DIN(XH#IX)# H#IX)#BIN(XN#JA)+ 9+CC#JA#COB(XK#IX)+ 9+CC#JA#COB(XK#IX)+
280 285 290 300 305 310 315 320 325 330	* * * * * *	JI=J REAL IX+JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I+J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) NDD#JY*JY*COS(XK*IX)+EE*JY*S FF*JY*JY*JY*SIN(XL*IX)+EE*JY*S FF*JY*JY*JY*SIN(XL*IX)+EE*JY*S SIN(XH*JY)+XJJ*COS(XK*IX)+COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XH*IX)*COS /FO CONTINUE	P(XH4JA)) P(XH4JA)) P(XH4IX)4 P(XH4IX)4 P(XH4IX)4 P(XH4IX)4 P(XH4IX)4 P(XH4IX)4 P(XH4JA)4 P(XH4J
280 285 290 295 300 305 310 315 320 325 330 335	* * * * * *	JI=J IX = IX, JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK+IX)+BB+SIN(XL+IX) DDD+JY+JY+COS(XK+IX)+EE+JY+S FF+JY+JY+SIN(XL+IX)+GB+SIN(XN+JY)+ SIN(XN+JY)+XJJ+COS(XK+IX)+CO XKK+SIN(XL+IX)+COS(XH+IX)+CO XKK+SIN(XL+IX)+COS(XH+IX)+CO CONTINUE CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA)	X) X) X) X) X) X) X) X) X) X) X) X) X) X
280 285 295 295 300 305 310 315 320 325 330 335 340	* * * * 10 444	JI=J REAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) TDD#JY*JY*COS(XK*IX)+EE*JY*S FF*JY*JY*SIN(XL*IX)+BG*SIN(XK HH*JY*SIN(XH*IX)+XJJ*COS(XK*IX)+CO SIN(XH*JY)+XJJ*COS(XK*IX)*CO XKK*SIN(XL*IX)*COB(XH*IX)*CO /FO CONTINUE CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL HAPA(XJAC,BASE,CINT,101,127)	X) X) X) X) X) X) X) X) X) X)
280 285 295 295 300 305 310 315 320 325 330 335 340 345	* * * * 10 444 3	JI=J REAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDD*JY*JY*COS(XK*IX)+EE*JY*S FF*JY*JY*SIN(XL*IX)+GG*BIN(XI HH*JY*SIN(XN*IX)*BIN(XN*JY)* SIN(XH*JY)+XJJ*COS(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS /F0 CONTINUE CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL EXIT	<pre>X) X) X</pre>
280 285 290 295 300 305 310 315 325 330 325 330 345 340	* * * * 10 444 3	JI=J REAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) PDD#JY#JY*COS(XK#IX)+EE#JY#S FF#JY#JY#SIN(XL#IX)+BG#SIN(XL#IX)+ SIN(XK#SIN(XK#IX)+EE#JY#S FF#JY#JY*SIN(XL#IX)+EG#SIN(XL#IX)+ SIN(XK#SIN(XL#IX)+COS(XK#IX)#COS XKK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)	X) X) X) X) X) X) X) X) X) X)
280 285 290 295 300 305 310 315 320 325 335 340 345 355	* * * * 10 444 3	JI=J REAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK+IX)+BB+SIN(XL+IX) DDD+JY+JY+COS(XK+IX)+EE+JY+S FF+JY+JY+SIN(XL+IX)+BG+SIN(XL+IX)+COS HH+JY+SIN(XH+IX)+SIN(XN+JY)+; SIN(XN+JY)+XJ+COS(XK+IX)+COS XKK+SIN(XL+IX)+COS(XH+IX)+COS XKK+SIN(XL+IX)+COS(XH+IX)+COS CONTINUE CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL HAPA(XJAC,BASE,CINT,101,127) CALL EXIT END SUBROUTINE HAPA (Z,BASE,CINT))+CC#JY#CDB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H%IX)#GIN(XN#JY)+ KII#JY#JY#GIN(XH#IX)# G(XH#JY)) G(XH#JY)) X)
280 285 290 295 300 305 315 320 325 330 335 345 355 355 360	* * * * 10 444 3	SIEJ REAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) TDU#JY#JY*COS(XK*IX)+EE#JY#S FF#JY#JY#SIN(XL#IX)+EE#JY#S SIN(XN#JY)+XJJ*COS(XK#IX)+EE#JY#S SIN(XN#JY)+XJJ*COS(XK#IX)+EE#JY#S SIN(XN#JY)+XJJ*COS(XK#IX)#COS XKK#SIN(XL#IX)*COB(XH#IX)*COS /FO CONTINUE CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,CINT,101+127) CALL EXIT END SUBROUTINE HAPA (Z,BASE,CIN DIHENSION 2(24,24),SIHB (20),U(130))+CC#JY#CDB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H%IX)#BIN(XN#JY)+ XII#JY#JY#BIN(XH#IX)# G(XN#JY)> G(XN#JY)> X)
285 285 290 295 300 305 310 325 325 330 345 355 345 355 360 345	* * * * 10 444 3	SIEJ SIEJ SIEJ SIEJ SIEJ SUBROUTINE MAPA (27,50,7,50,7,50,7,50,7,50,7,50,7,50,7,50)+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ Hx(IX)+COS(XN#JY)+ S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ NT+NL+NC) NT+NL+NC)
285 285 290 305 310 315 320 325 335 340 345 355 350 345 355 365 375	* * * 10 444 3	JI=J REAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK+IX)+BB+SIN(XL+IX) DDDJJY+JY+COS(XK+IX)+EE+JY+S FF+JY+JY+SIN(XL+IX)+GG+SIN(XL+IX)+COS(XK+IX)+COS(XK+IX)+COS(XK+IX)+COS(XK+IX)+COS(XK+IX)+COS(XK+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIX)+COS(XK+SIX)+COS(XK+SIX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIX)+COS(XK+SIX)+COS(XK+SIN(XL+IX)+COS(XK+SIX)	<pre>>+CC#JY#CDB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ M#IX)#CDB(XK#IX)+ S(XH#IX)#CDS(XN#JY)+ S(XH#IX)#CDS(XN#JY)+ G(XH#JY)></pre>
285 285 290 295 305 310 315 325 335 345 355 345 355 345 375 375	* * * 10 444 3	SIEND REAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK+IX)+BB+SIN(XL+IX) DDU+JY+JY*COS(XK+IX)+EE*JY#S FF+JY+JY*SIN(XL+IX)+BG+SIN(XL+IX)+ SIN(XN+JY)+XJ+COS(XK+IX)+COS XKK+SIN(XL+IX)*COS(XK+IX)*COS XKK+SIN(XL+IX)*COS(XK+IX)*COS CONTINUE CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL HAPA(XJAC,BASE,CINT,101,127) CALL EXIT END SUBROUTINE HAPA (Z,BASE,CIN DIHENSION Z(24,24)SIHB (20),V(130) DATA SIHB/A','B','C','D','R','S','T', DATA CRUZ, ASTER/ '+','*'/)+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H&IX)#BIN(XN#JY)+ XII#JY#JY#BIN(XH#IX)# S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ B(XH#JY)) X) X) NT+NL+NC) ,*H*,*I*,*J*,*K*,*L*,*H*,
285 285 290 295 305 310 315 320 335 345 355 345 355 345 355 345 375 385	* * * 10 444 3	JI=J REAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDU*JY*JY*COS(XK*IX)+EE*JY*S FF*JY*JY*SIN(XL*IX)+GG*SIN(XI HH*JY*SIN(XH*IX)*XSIN(XN*JY)+ SIN(XN*JY)+XJJ*COS(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS /FO CONTINUE CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL EXIT END SUBROUTINE MAPA (Z,BASE,CIN DIHENSION 2(24,24),SIMB (20),U(130) DATA SIMB/A','B','C','D','E','F','G' 'N','D','P','G','R','S','T', DATA CRUZ, ASTER/ '+','*'/ DATA BLK, GUION/ ' ','_''/)+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H%IX)#BIN(XN#JY)+ S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ G(XN#JY)) X) X)
285 285 290 290 305 310 310 325 330 345 350 345 350 375 385 375 385	* * * 10 444 3	JI=J REAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) PDD#JY#JY*COS(XK#IX)+EE#JY#S FF#JY#JY#SIN(XL#IX)+BG#SIN(XL#IX) HH#JY*SIN(XK#IX)+EE#JY#S FF#JY#JY#SIN(XL#IX)+EG#SIN(XL#IX)+COS XKK#SIN(XL#IX)+COS(XK#IX)*COS XKK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*COS (XK#SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS (XK#IX)*	<pre>////////////////////////////////////</pre>
285 285 290 290 305 310 315 325 330 345 355 345 355 345 355 345 370 385 370 385 370	* * * 10 444 3	<pre>SIEAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDU#JY#JY*COS(XK#IX)+EE#JY#S FF#JY#JY#SIN(XL#IX)+BB*SIN(XL#IX) HH#JY*SIN(XL#IX)*BB*SIN(XK#JY)+: SIN(XM#JY)+XJJ*COS(XK#IX)*COS XKK*SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS XKK*SIN(XL#IX)*COS(XK#IX)*COS(XK#IX)*COS CONTINUE CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXMA) CALL HAPA(XJAC,BASE,CINT,101,127) CALL EXIT END SUBROUTINE MAPA (Z,BASE,CINT) DHATA SIMB/*A*,*B*,*C*,*B*,*E*,*G*,***,*S*,*T*, DATA CRUZ, ASTER/ *+*,**/ UATA BLK, GUION/ * *,*_/ NLM1 = NL-1 NCM1 = NC-1 CINT2# 2.00FUNT</pre>)+CC#JY#CDB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H%IX)#GIN(XN#JY)+ XII#JY#JY#GIN(XH#IX)# S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ B(XH#JY)) X) NT+NL+NC) ,*H*,*I*,*J*,*K*,*L*,*H*,
285 285 295 295 305 315 325 335 325 335 345 355 365 375 385 375 395 395	* * * 10 444 3	<pre>SIEAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK+IX)+BB+SIN(XL+IX)</pre>)+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H%IX)#BIN(XN#JY)+ XII#JY#JY#BIN(XH#IX)# S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ B(XH#JY)) X) NT+NL+NC) ,*H*,*I*,*J*,*K*,*L*,*H*,
2850 2850 2955 2955 3055 3155 3250 3355 3355 33450 3555 3655 38850 3950 3950 3950 3950 3950 3950 3950 39	* * * 10 444 3	<pre>SIEAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDU#JY#JY*COS(XK#IX)+EE#JY#S FF*JY#JY#SIN(XL*IX)+BB*SIN(XL*IX) HH#JYSIN(XL*IX)+BB*SIN(XL*IX)+EE#JY#S SIN(XN#JY)+XJJ*COS(XK#IX)+EE#JY#S FF*JY#JY*SIN(XL*IX)+EB#SIN(XL*IX)+EE#JY#S FF*JY#JY*SIN(XL*IX)+EB#SIN(XL*IX)+EE#JY#S FF*JY#JY*SIN(XL*IX)+EB#SIN(XL*IX)+EE#JY#S FF*JY#JY*SIN(XL*IX)+EB#SIN(XL*IX)+EE#JY#S FF*JY#JY*SIN(XL*IX)+EB#SIN(XL*IX)+EE#JY#S FF*JY#JY*SIN(XL*IX)+EB#SIN(XL*IX)+EE#JY#S FF*JY#JY*SIN(XL*IX)+EB#SIN(XL*IX)+EE#JY#S FF*JY#JY*SIN(XL*IX)+EB#SIN(XL*IX)+EE#JY#S FF*JY#SIN(XL*IX)+ED#SIN(XL*IX)*COS(XK#IX)+EC# CONTINUE CALL AUTABI(24,24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) CALL AUTABI(24,24,24,CINT,BASE,XJAC,XXHA) SUBROUTINE MAPA (Z,BASE,CINT) DATA SIHB/*A*,*B*,*C*,'D*,*E*,*F*,*G*,***/ UATA BLK, GUION/**,*_*'/ UATA BLK, GUION/**,*_*'/ NLH1 = NL-1 CINT2= 2.0*CINT R17 = 23.0/NCH1 P37 = 23.0/NCH1</pre>)+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H%IX)#BIH(XN#JY)+ S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ G(XN#JY)) X) NT+NL+NC)
2850 2850 2905 2905 3005 3150 3220 3050 3150 3250 3355 3355 3450 3555 36050 3750 3890 3405 3750 3890 3905 3905 3905 3905 3005 30050 300000000	* * * 10 444 3	<pre>SIEAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDD*JY*JY*COS(XK*IX)+EE*JY*S FF*JY*JY*SIN(XL*IX)+BB*SIN(XL*IX) HH*JY*SIN(XL*IX)*BB*SIN(XL*IX)+EE*JY*S SIN(XH*JY)+XJJ*COS(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*IX)*COS XKK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS(X</pre>)+CC#JY#CDB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ M%IX)#GIN(XN#JY)+ XII#JY#JY#GIN(XH#IX)# S(XH#IX)#CDS(XN#JY)+ B(XH#JY)) X) NT+NL+NC)
2850 2850 2995 2995 305 3105 32250 3315 32250 3355 3255 3355 3450 3555 3450 3755 3850 3950 4050 4050 4050	* * * 10 444 3	<pre>SIEAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDD#JY*JY*COS(XK*IX)+E#JY*S FF*JY*JY*SIN(XL*IX)+BB*SIN(XL*IX) HH*JY*SIN(XM*IX)*SIN(XM*JY)+: SIN(XM*JY)+XJ*COS(XK*IX)*COS (XK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS (XK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS (XK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*IX)*COS (XK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*IX)*COS (XK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*</pre>)+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H*IX)#BIN(XN#JY)+ XII#JY#JY#BIN(XH#IX)# S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ B(XH#JY)) X) NT+NL+NC) ,*H*,*I*,*J*,*K*,*L*,*H*, /
2850 2850 2950 3050 3150 3350 3350 3350 3350 3350 33	* * * 10 444 3 *	<pre>SIEAL IX,JY IX = IX, - 4.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA*COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDU#JY#JY#COS(XK#IX)+EE#JY#S FF#JY#JY#SIN(XL*IX)+GG#SIN(XL HH#JYSIN(XL*IX)+GG#SIN(XL)+H#JYSSIN(XN#IX)#SIN(XN#JY)+H SIN(XN#JY)+XJJ#COS(XK#IX)#COG (XK#SIN(XL#IX)*COG(XK#IX)#COG (XK#SIN(XL#IX)*COG(XK#IX)*COG(XK#IX)#COG (XK#SIN(XL#IX)*COG(XK#IX)*CO</pre>	<pre>>+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H%IX)#BIN(XN#JY)+ KII#JY#JY#BIN(XH#IX)# S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ G(XN#JY)) X) NT+NL+NC) ,*H*,*I*,*J*,*K*,*L*,*H* / / / / / / / / / / / / / / / / / /</pre>
2850 2850 2905 2905 3010 3150 3320 33350 33450 3550 3650 3990 3990 3990 3990 3990 3990 3990 39	* * 10 444 3 *	<pre>SIEAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDD*JY*JY*COS(XK*IX)+EE*JY*S FF*JY*JY*SIN(XL*IX)+BB*SIN(XL*IX) HH*JY*SIN(XK*IX)+EE*JY*S SIN(XK*IX)+COS(XK*IX)+EE*JY*S FF*JY*JY*SIN(XK*IX)*SIN(XK*IX)+EE*JY*S FF*JY*JY*SIN(XK*IX)*EC*S(XK*IX)+COS(XK*IX)+COS(XK*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*IX)*COS(XK*SIN(XL*IX)*COS(XK*IX)*COX*IX*COS(XK*IX)*COX*IX*COS(XK*IX)*COX*IX*CX*IX*COX*IX*COX*IX*CX*IX*COX*IX*CX*IX*COX*IX*CX*I</pre>	<pre>>+CC#JY#CDB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ M#IX>#6IN(XN#JY)+ XII#JY#JY#6IN(XH#IX)# S(XH#IX)#CDS(XN#JY)+ G(XH#JY)) X) NT+NL+NC) ,*H*,*I**J**K*+*L**#*** ///////////////////////////////</pre>
2850 2850 2950 2950 3050 3150 3229 3055 3150 3250 33555 3250 33555 3250 33555 3250 33555 3250 3255 3250 3255 3255	* * 10 444 3 *	<pre>SIEAL IX,JY IX = IX - 6.0 JY = JY - 14.0 XJAC(I,J)=(AA+COS(XK*IX)+BB*SIN(XL*IX) DDU#JY#JY*COS(XK#IX)+EE#JY#S FF#JY#JY#SIN(XL#IX)+BB*SIN(XL#IX) HH#JY#SIN(XM#IX)#SIN(XM#JY)+: SIN(XM#JY)+XJJ*COS(XK#IX)#COS XKK#SIN(XL#IX)#COS(XK#IX)#COS XKK#SIN(XL#IX)#COS(XK#IX)#COS CONTINUE CALL AUTABI(24,24,CINT,BASE,XJAC,XXMA) CALL HAPA(XJAC,BASE,CINT,101,127) CALL EXIT END SUBROUTINE MAPA (Z,BASE,CINT,CAL,EX,C</pre>)+CC#JY#COB(XK#IX)+ IN(XL#IX)+ H%IX)#GIN(XN#JY)+ XII#JY#JY#GIN(XH#IX)# S(XH#IX)#COS(XN#JY)+ B(XH#JY)) X) NT+NL+NC) ,*H*,*I*,*J*,*K*,*L*,*H*, / ///////////////////////////////

A 44		MELLE (A. DEE STANCE).CONTES
	101	$(\alpha_{A}) = (\alpha_{A}) + (\alpha_{$
4 4 4	101	
4:40	1	
9110		
460	105	FORDER CONTRACTOR FOR F
465		101 (2) (F (2) (RCH)
470		VCD = GUION
475	3	CCONTENT AND A
4110		UKEIE (6,103) (V(1)+1-2+NULE)
485		101 10 11 MEA = 27 MEB
490		RT + 1.0 + CEINEA - 1.2 + 823
AU5.		L = 111X (RT)
47.1		$Y = \Theta I = E I H \Delta f (1)$
100		
505		
510	•	RT = 1+0 + CRAK-12# RTZ
515		$A = A \in I \times (R, D)$
520		Y = RJ = FIDAT (J)
528		A1 - Z (1+J)
530		A2 = 7 (11111) - A1
535		63 4 Z (1,311) - A1
540		A3 = 7 (111, 111) - A1 - A2 - A3
E A1		71211 - A1 & A7 & Y & (A1444X) # 7
1941		
076		VURARY BIN
555		00 12 N+1+20
540-		LONII - PASE + (N=1) + CINI2
565		CORTS - CONTL & CIRE
570		THE C ZINELERCONTERORIZINE GERCONTS) GO T
575		V(JEAR) - 51MR (K)
580	12	CONTINUE
585	11	CONTINUE
500		10/11/ (A.10%) (U(1), E.7.8(H1)
500	107	
242	10.3	
800	10	CHILL THEFT
605		00 19 J4 27NGM1
610		VCD) = 60108
615	19	CONTINUE
620		WRITE (6,103) (V(J), J=2,RCH1)
625		RETURN
470		ENI
1.14		SUBROUTINE AUTASI (N.H.DIF. W. XVAR . XMAX)
1.40		NTHENCTON YUARANM)
040		
645		
650		
655		
660		DE 1 J~1+H
665		XMAX#AHAX1(VV+XVAR(I+J))
670		XHIN=AHINI(WW;XVAR((,)))
675		VV-XHAX
680		NM=XHIN
105	1	CONTINUE
100	•	$h t c = (h u - \mu u) / 39.6$
400		
675		
700		END
705		SUNROUTINE ESCRI(N+H+XVAR)
710		DIMENSION XVAR (N+H)
715		UI) 1 1-1+N
720		WRITE(6,2) (XVAR(1,1) + J-1+H)
725	2	FURMAT(/////10,10(E7.1,2X))
770	1	CONTINUE
776	. • ·	Este a sile ad
730		
740		[1] T. CONTRACTOR CONTRACTOR CONTRACTOR CONTRACTOR CONTRAC CONTRACTOR CONTRACTOR CONT

APENDICE D

PROGRAMA TENDENCIA TEORICA

110			reconstruction of the state of the second		
110			EVEN AND ENVERSE AND		
110					and the second second
120			1999 - 1723 - 1997 - 26 - 3 1997 - 1723 - 1997 - 26 - 3		
120					
1.50			0.3.0		
135			W-0.1		
140			6 100.0	and the second	
145		•	H-40+0		
150			E-200+0		
155			OBEGA= 7 . 295E 5		
160			£1-(30,0*3,1416)/180,0		1. S.
165			BE 16-2, #DREGA#COS (ET) 26, 32E6		and the second second
170			XK-0.5		
175			XE 0.5		
180			X0-1-0720-0		
185			XN-1.0/12.0		•
190			FEFOR 2. OXUMPBARSINCE 1.)		
1.0%			AG. ORNALA. ALLERE TOALEE OF SORXNAXEAX	l. Ali	A second second second
175			THE PRESENCE FOR THE PRESENCE FOR THE PRESENCE AND THE PRES	AVI 411	
200	· ·		- NU	• • • • • • •	
205			1110-24 #H#AN#AN#AN#AN#A		
210			11111-3,#F##XN#XN#XN##		a daga sa kara ta basa ka
215			EE+2,#JI#XE#XE#XE#V		
. 550			EE3.#E#XE#XE#XE#XE#W		
225			XXH+XH+XH		
230			XXNXHAXN		
235			GG~E*XH*(6,*WFEETA*FFF0)-E*XH*H*(XXMIXXHI	
240			111	1	
245			XII-3.4E#XH#W#(XXHEXXH)		
250			X.L.J.G.B.XICAF.B.XNB(XXHEXXH) -GAXICAXICAX	KALAN	
OK.			YES A REPORT OF A	XI AI-AXII	
23.7			HILO OTLALA		
200			2013/2017 (C. 2017) 2015 - E. E. (2015) (C. 2017)		
200			TU-EFEN#PUPP		
270			N-AAHEAANEM		•
2/5			1-XX0+XX0+X1.+X1.+D0		
280	300		101 10 1~1+24		and the second second
285			10 10 3-1+24		
290			1X-1		
295			-IY1		•
300			REAL IX+JY+HH		
305			1X = 1X - 6.0		
310			JY = JY - 14.0		and the second second
315			TENHCI, DC(-AA#EOBCXK#1X)/CHHEXK	*X6))~684518(X1 *1)	<>Z <hh+xl#xl></hh+xl#xl>
320		*		*XK)	1
325			· ····································	EXRAZEAXEASES SACC	ALAXICENH)
110			* *********************	XK#TX33	
1.1.0		Ξ.	E L # 17 #12 #N/ VI AT 2 1 // HM 4 21 #	Xt 3 - CLEZ CMHAHMAN	A /5/5 # X1 # X1
330				A THE REAL PROPERTY AND A	
340		÷.	140 #CTM/VI #1711.60#CTM/Y	H#1Y1#011/5444 (51)	(¹
341				MMAA # C IS ACTUZY M# P	ALACTNI VILA
330		*		111774511751185A1144 114 1957155	17#G1010104.0
355			1)+2+#XN#114(AN#(A)#CUD(A	N # J / / N /	·
360		*	-('IA#'IA\K+5.*\(K#K)-B*#XXM	Z(R4R8K))#X[[#5]N	1 X114
365		· *	IX)#SIN(XN#JY)~4+#XN#X11#	JY#SIN(XH#IX)#COS	(XI4#'IA')
370	,	*	/(尼本R) も X.J.J*(1・/(1・*T*T/	(4,*XXH*XK*XK))-1	• >
375		* -	#COS(XK#1X)#COS(XH#1X)#CO	S(XN*'IA)\1+	
380		*	XJJ#SIN(XK#IX)		
385		÷.	#SIN(XH#IX)#COS(XN#JY)/(2	.*XH*XK-1+1/(2.*X	1¥XK))
390	•	*	-(11./(T*T/(4.*XXM*XI *X	L)-1.))*XKK*SIN(X	.*IX)*
10.		- . .	COSCENETY MERICENAL IVY /T-Y	KKACOSCXLATY1#STN	(XH#IX)#
370		- 2		1-2. #XH#XI 1)/FO	······
400		*		·	1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 - 1997 -
405	10		CALL AUTACIESA, 94, CDIL, BACE, LERBA	YYHAX)	
410			UNLE AUTOELLETEED OF STATE TO STATE	A0100A7	a a ser a
415			UALL MAPACIEND/BASE/UINT/101/12/27		
420	3		CALL EXIT		
425			END		

	430		SHEROLET INT THAT A CZ+RASE (CTALENE AUC)
	435		DIBENSION 2 (24, 24), SION (20), V(130)
	440		161A SIMHZ*A***********************************
	445	*	• N* • • O • • • D • • • D • • • K • • • B • • • • • • •
	450		DATA CRUZ, ASTERZ 117,1472
	455		DATA DER, GUTONZ * *** *Z
	460		H(1) = H(-)
	465		NEBI - NC-1
	470		CTH12= 2+0+CTH1
	475		K17 = 23.07NCH1
	480		R23 - 23+0241 H1
· ·	485		WEITE (6+100)
	490	100	FIRMATCINA, COLAS BELLOS SIMUR OSTATAVA SIMUR DETAXA TAPERIDE A
	495	4	4X; = 50) ERTIN (* *//)
	500		$103 \pm 1.8 \times 37.20$
÷ 1	505		$\begin{array}{cccc} URET & \Rightarrow & DBDE & T & \Rightarrow (V \oplus L) (1 \oplus V (N^{-1})) \\ O B & U \oplus & O B & D & D \\ \end{array}$
	510		LONIS - CONTRAL DWY
	513		WRITE COTIVIT DIADANT FROM CONTENT
	520	101	FURTHER LIVE HITCH FOR A CT 12 - 47
	5.70	-	LATIVE LATINE
	230		
	540	` n	
	545	•	(UC1) + (UC1
	550		B_{1} 10 LINEA - 2.NIM1
	555		RI = 1.0 + (LINEA - 1) + K23
. A	560		T = IFIX (kl)
	565		X = RI - FLIAT (I) - CONTRACT STATES AND A METHOD AND A MET
	570		DO 11 JCAR # 2+NCH1
	575		RI > 1.0 + (JCAR-1) + R12
	580		J - IFIX (R.)
	585		- Υ = RJ - FLOAT (J)
	590		
	595		A2 = Z (I+I+J) = A1
	600		A3 = Z (I + J + 1) = A1
	605		A4 = Z (I+1) J = A1 A2 = A3
	610		21HT - AL F A2 * X F (A3FA4*X) * Y
	615		V (JICAR) - H K
•	620		$10 12 K^{4}$
	625		$\begin{array}{c} \text{CORT} \mathbf{I} = \mathbf{B} \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{E} + \mathbf{C} \mathbf{N} \mathbf{S} \mathbf{I} \mathbf{J} \mathbf{A} + \mathbf{L} \mathbf{I} \mathbf{R} \mathbf{I} \mathbf{J} \\ \text{CORT} \mathbf{I} = \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{A} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{R} \mathbf{I} \mathbf{J} \\ \text{CORT} \mathbf{I} = \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{R} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{R} \mathbf{I} \mathbf{I} \\ \text{CORT} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{R} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} \mathbf{I} I$
	6.50		UHTD = UHTTTT UT UT T UT T UT T UT T UT T UT
	635		IF C ZIGIIGEGUATICOLOGICATION CONTRACTOR
	040		$(I \land I) \land D \land = C \land B \cup (K \land C)$
	LAS	12	VCNCAR) - SINK (K)
	645	12	VCACARD - SIAB (K) - Constraints and the second statement of the second statem
	645 650	12 11	VCACARD - SIAH (K) COATINDE COATINDE HELTE (A.103) (V(J), J.2, NEM1)
	645 650 655 660	12 11 103	VCACAR) - SIAH (K) COATINUE COATINUE WRITE (6,103) (VCJ),J-2,HCH1) FORMAL (1X, *1*,125A1,*1*)
	645 650 655 660 665	12 11 103 10	VCJCAR) - SIMB (K) CONTINUE CONTINUE HRITE (6,103) (VCJ),J-2,NEM1) FORMA1 (17, *1*,12%A1,*1*) CONTINUE
	645 655 660 665 665 670	12 11 103 10	VCACARD - SIAB (K) CONTINUE CONTINUE WRITE (6,103) (VC3),J-2,NCH1) FORMAI (1X, '1*,125A1,*1*) CONTINUE B0 19 J4 2,NCH1
	645 650 655 660 665 670 675	12 11 103 10	VCJCAR) - SIAB (K) COUTINUE URATIE (6,103) (VCJ),J-2,NCH1) FORMAL (1x, *1*,12SA1,*1*) CONTINUE B0 19 J= 2,NCH1 VCJ) = 6010N
	645 655 660 665 665 670 675 680	12 11 103 10	VCJCAR) - STAB (K) COUTINUE UR(TF (6,103) (V(J),J-2,NCM1) FORMA1 (1X, *1*,125A1,*1*) CONTINUE BO 19 J= 2,NCM1 V(J) = 6010N CONTINUE
	645 650 655 660 665 670 675 680 685	12 11 103 10 19	VCJCAR) = SIMB (K) COMITABLE URATIABLE URATIABLE URATIABLE DO 19 J= 2;NCM1 VCJ) = GUION COMITABLE MALLE (6,103) (VCJ), J=2;NCM1)
	645 655 665 665 665 675 675 680 685 680	12 11 103 10 19	VC.CGAR) = SIAB (K) COMITABLE WRITE (6,103) (V(J),J-2,NCH1) FORMAL (1X, '1*,125Al,*1*) COMTINUE B0 19 J= 2,NCH1 V(J) = GUION COMITANUE WRITE (6,103) (V(J), J-2,NCH1) RETURN
	645 655 6655 6655 665 675 685 685 685 685 695	12 11 103 10 19	VC.CGAR) - SIAH (K) COULTAUE WRITE (6,103) (VC.J), J-2, NCH1) FORMAL (1X, '1*,12SAL.*1*) CONTINUE B0 19 J+ 2, NCH1 VC.J) = GUION CONTINUE WRITE (6,103) (VC.J), J-2, NCH1) RETURN END
	645 655 665 665 675 685 685 685 685 695 695 705	12 11 103 10 19	VC.CCAR) - STAB (K) COUTTAUE URITE (6,103) (VCJ), J-2, NCH1) FORMAL (1x, '1*,125AL,*1*) CONTINUE B0 19 J-2, NCH1 VCJ) = 6010N CONTINUE WRITE (6,103) (VCJ), J-2, NCH1) RETURN END SUBROUTINE AUTASI(N+A+DIF, WU, XVAR, XHAX) FURDULT VALUE ND
	645 655 665 670 675 680 685 680 685 690 695 700 705	12 11 103 10 19	VC.CGAR) = SIMB (K) COMITANTE UNATIANTE UNATIANTE UNATIANTE UNATIANTE UNATIANTE DO 19 J= 2+NEM1 VC.D = GUION COMITANTE UNATIANTE UNATIANTE UNATIANTE UNATIANTE SUBROUTIANE AUTASI (N+A+DIF, WU, XVAR, XMAX) DIMENSION XVAR(N, M) UNATIANTE U
	645 650 655 660 645 670 685 685 685 685 695 700 705 715	12 11 103 10 19	VC.CGAR) = SIMB (K) COMITABLE URATINUE URATINUE BO 19 J= 2+NCM1 VC.) = 6010N COMITABLE WRITE (6+103) (V(J), J=2+NCM1) RETURN END SUBROUTINE AUTAST(N=0.1F+WU+XVAR+XMAX) DIMENSION XVAR(N=M) VV=XVAR(1+1) UV=XVAR(1+1)
	645 650 655 660 670 675 685 695 700 710 715	12 11 103 10 19	VC.CGAR) = SIMB (K) COMINATE COMINATE WRITE (6,103) (V(J), J-2,NCH1) FORMAL (1x, '1',12SAL+'1') COMTINUE B0 19 J+ 2+NCH1 V(J) = GUION COMTINUE WRITE (6,103) (V(J), J-2+NCH1) RETURN END SUBROUTINE AUTASI(N+M+DIF,WU+XUAR+XHAX) DIMENSION XUAR(N+M) VU-XUAR(1+1) UW-XUAR(1+1) UW-XUAR(1+1)
	645 655 665 675 675 685 685 685 685 690 705 710 715 725	12 11 103 10 19	VC.CGAR) = SIMB (K) COMPTINUE COMPTINUE UNRITABLE UNRITABLE UNRITABLE BO 19 J= 2+NCM1 V(J) = 6UION COMPTINUE UNRIAL UNRIAL END SUBROWTINE AUTASI(A+A+DIF+MU+XVAR+XM6X) DIROWTINE AUTASI(A+A+DIF+MU+XXAR+XM6X) DIROWTINE AUTASI(A+A+A+A+A
	645 655 660 675 675 685 675 685 695 705 710 715 720 7250	12 11 103 10 17	VCLCAR) = SIMB (K) COMITANTE LOWITANE WRITE (6,103) (V(J),J-2,NEM1) FORMAI (1X, '1*,125A1,*1*) COMITANE DO 19 J= 2,NEM1 V(J) = GUION COMITANE WRITE (6,103) (V(J), J-2,NEM1) RETURN END SUBROUTIRE AUTASI(N+A+DIF,WU,XVAR,XMAX) HIMENSION XVAR(N+M) VU=XVAR(1,1) UU=XVAR(1,1) UU=XVAR(1,1) DO 1 J=1+M DO 1 J=1+M
	645 655 665 665 675 680 675 680 695 700 705 710 720 725 735	12 11 103 10 19	VCLCAR) = SIMB (K) COMITABLE URATINUE URATINUE B0 19 J= 2+NCM1 VCL) = GUION CONTINUE URATINE CONTINUE URATINE (6+103) (VCL), J=2+NCH1) RETURN END SUBROUTINE AUTASI(N+A+DIF+WU+XVAR+XM6X) ITHENSION XVAR(N+M) VV=XVAR(1+1) UV=XVAR(1+1) UV=XVAR(1+1) D0 1 J=1+M MAX=AMAXI(VV,XVAR(1+J)) YMINEAMINI(UW,XVAR(1+J))
	6450 6550 6655 6665 6700 6750 6850 6950 705 7150 7150 7250 7350 7350	12 11 103 10 19	VC.CGAR) = SIMB (K) COMITANE WRITE (6,103) (V(J),J-2,NCH1) FORMAL (1X, '1',125Al.*1') CONTINUE B0 19 J+ 2,NCH1 V(J) = GUION CONTINUE WRITE (6,103) (V(J), J-2,NCH1) RETURN END GUIROUTINE AUTASI(N+A+DIF,WW,XVAR,XMAX) ITHENSION XVAR(N+H) VV-XVAR(1,1) MU-XVAR(1,1) NO 1 J=1+N TO 1 J=1+N TO 1 J=1+N TO 1 J=1+M XMAX-AMAXI(VV,XVAR(1,J)) XMIN=AMIN1(WW,XVAR(1,J))
	6450 6550 6650 64650 64750 6480 6490 705 7150 7150 7250 7350 745	12 11 103 10 19	VC.CGAC) = SIMB (K) COMITANE UNATIANE UK(IF (6,103) (V(J),J-2,NEM1) FORMA1 (1x, '1*,125A1,*1*) COMITANE BO 19 J= 2,NEM1 V(J) = 60100 COMITANE WRITE (6,103) (V(J), J-2,NEM1) RETURN END SUBROWTINE AUTAST(A+A+DIF,WU+XVAR+XM6X) DIROWTINE AUTAST(A+A+DIF,WU+XVAR+XM6X) DUCXARAX DIROWTINE AUTAST(A+A+DIF,WU+XVAR+XM6X) DIROWTINE AUTAST(A+A+DIF,WU+XVAR+XM6X)
	6450 6550 6665 6665 6665 6685 6685 6685 66	12 11 103 10 17	VC.CGAC) = SIMB (K) COMITABLE UCATIANE UCATIANE UCATIANE UCATIANE DO 19 J= 2:ACM1 VC.) = GUION COMITANE WKITE (6:103) (VC.); J=2:ACM1) KFTUKN END SUBROUTIANE AUTASI(A:A:DIF:UU:XUAR:XMAX) HIMENSION XVAR(A:A) SUBROUTIANE AUTASI(A:A:DIF:UU:XUAR:XMAX) HIMENSION XVAR(A:A) SUBROUTIANE AUTASI(A:A:DIF:UU:XUAR:XMAX) HIMENSION XVAR(A:A) SUBROUTIANE AUTASI(A:A:DIF:UU:XUAR:XMAX) HIMENSION XVAR(A:A) SUBROUTIANE
	6450 6550 6605 6605 6605 6605 6605 6605	12 11 103 10 19	VC.COR() = SIMB (K) COMTINUE URATINUE URATINUE BO 19 J= 2:NCM1 VC.) = GUION CONTINUE WRITE (6:103) (V(J), J=2:NCM1) RETURN CONTINUE WRITE (6:103) (V(J), J=2:NCM1) RETURN END SUUROUTINE AUTASI(N=0:DIF:WW:XVAR:XMAX) DIMENSION XVAR(N=0) VV=XVAR(1:1) UV=XVAR(1:1) DO 1 J=1:N NO 1 J=1:N NM=AMINI(WW:XVAR(1:J)) XMIN=AMINI(WW:XVAR(1:J)) XMIN=AMINI(WW:XVAR(1:J)) XMIN=AMINI(WW:XVAR(1:J)) VV=XMAX WW=XMIN CONTINUE DIF=(VV=WW)/39:0
	445 455 4655 4655 4665 4675 4685 4685 4685 4685 4685 4685 705 715 715 725 735 745 745 7550	12 11 103 10 17	$ \begin{array}{l} V(.)(GAR) = SIMB (K) \\ C(MITINUE \\ UK(I)E (6,103) (V(.),J.2,NEH1) \\ FORMAI (1X, '1*,125A1,*1*) \\ C(MITINUE \\ BO 19 J= 2,NCH1 \\ V(.) = 6UION \\ C(MITINUE \\ WRITE (6,103) (V(.), J.2,NCH1) \\ RETURN \\ ENH \\ SUBROWTINE AUTAST(A+A+DIF,WW,XVAR,XMAX) \\ TIMEMSION XVAR(A+M) \\ VV-XVAR(1+1) \\ UW-XVAR(1+1) \\ TO 1 J=1+N \\ XMAX-AMAXI(UV,XVAR(1,J)) \\ XMIN=AHINI(WW,XVAR(1,J)) \\ XMIN=AHINI(WW,XVAR(1,J)) \\ VV-XMAX \\ WW-XHIN \\ CONTINUE \\ DIF=(VV-WW)/39.0 \\ KETURN \end{array} $
	6450 6550 6655 6665 6685 6685 6685 6685 66	12 11 103 10 19	VC.CGAC) = SIMB (K) COMITANE UNATIANE UNATIANE UNATIANE BO 19 J= 2:NEH1 VC.J) = GUION COMITANE WRITE (6:103) (VC.J): J=2:NEH1) RETURN END SUBROWTINE AUTAST(N+A+DIF:WW:XVAR:XM6X) DIROWTINE AUTAST
	4450 4550 46550 46450 46450 46450 46450 46450 46450 46450 46450 70571 7150 7150 7150 7150 7150 7150 7	12 11 103 10 17	VC.CGAR) - SIMB (K) COMTINUE URATINUE WRITE (6,103) (V(J), J-2,NEM1) FORMAI (1X, '1*,125A1,*1*) COMTINUE BO 19 J= 2;NEM1 V(J) - GUION COMTINUE WRITE (6,103) (V(J), J-2;NEM1) RETURN END SUBROUTINE AUTASI(N+A+DIF;WW,XVAR,XMAX) DIMENSION XVAR(N+M) VU=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) WW=XVAR(1,1) DO 1 J=1;M XMAX=AMAX1(UV,XVAR(1,.1)) VV-XMAX WW=XMIN CONTINUE DIF=(VV=WW)/39.0 RETURN END SUBROUTINE ESCR1(N,N;XVAR)
	4450 4550 4550 4650 4675 46850 46850 46850 46850 46850 46850 70577150 7250 7350 7450 7450 7650 7750 7750 77777777	12 11 103 10 19	VC.COR() - SIMB (K) COMTINUE URATINUE URATINUE BO 19 J= 2:NCM1 VC.) = GUION CONTINUE WRITE (6,103) (V(J), J=2:NCM1) RETURN CONTINUE WRITE (6,103) (V(J), J=2:NCM1) RETURN END SUUROUTINE AUTASI(N=A+DIF+WW+XVAR+XMAX) DIMENSION XVAR(N=M) VV=XVAR(1:1) UW=XVAR(1:1) UW=XVAR(1:1) UW=XVAR(1:1) DO 1 J=1:N NO 1 J=1:N NO 1 J=1:N XMAX=AMAX1(VV,XVAR(1:.)) XMIN=AHINI(WW,XVAR(1:.)) VV=XMAX WW=XHIN CONTINUE JIF=(VV=WW)/39:O RETURN END SUUROUTINE ESCR1(N=N:XVAR) DIMENSION XVAR(N=M)
	445 455 455 465 465 465 467 5 485 495 705 715 725 745 745 745 745 755 745 725 745 755 745 755 755 755 755	12 11 103 10 19	V(.)CAR() = SIMB (K) $C(MITINUE$ $U(.) = (6,10.3) (U(.), J.2, NEH1)$ $F(RMA1 (1x, '1*,12SA1, '1*)$ $C(MTINUE$ B0 19 J= 2, NEH1 $V(.) = 6UI0N$ $C(MTINUE$ $WRITE (6,10.3) (U(.), J2, NEH1)$ $RTTURN$ $ENHi SUBROWTINE AUTAST(N+A+DIF, WW, XVAR, XMAX)$ $ITHENSION XVAR(N+M)$ $VV-XVAR(1+1)$ $UV-XVAR(1+1)$ $IU = 1 J = 1 + M$ $XMAX-AMAX1(UV, XVAR(1, .))$ $XMIN=AMINI(WW, XVAR(1, .))$ $VU-XMAX$ $WW-XMIN$ $CONTINUE$ $IIF=(UV-WW)/39,0$ $REFURN END SUBROWTINE ESCRI(N, N, XVAR) ITMENSION XVAR(N+M) DU = 1 I = 1 + N$
	6450 6550 6650 6465 6465 6465 6465 6485 6485 6485 6485	12 11 103 10 19	VC.CGAC) = SIMB (K) COMITANE UNATIANE UNATIANE UNATIANE BO 19 J= 2:NCH1 VC.J) = GUION COMITANE WRITE (6:103) (VC.J): J=2:NCH1) RETURN END SUBROWTINE AUTAST(N+A+DIF:WW:XVAR:XH6X) HIMENSION XVAR(N+M) VV=XVAR(1:1) HO 1 J=1:M XMAX=AMAX1(VV:XVAR(1:J)) XMIN=AMIN1(WW:XVAR(1:J)) XMIN=AMIN1(WW:XVAR(1:J)) XMIN=AMIN1(WW:XVAR(1:J)) VV=XMAX WW=XW=XW W=XW=XW W=XW W=XW W=XW W=XW W=XW W=XW W=X
	4450 4550 46550 46450 46450 46450 46450 46450 46450 46450 46450 7050 7150 7150 7250 7305 74450 7450 7650 72850 7290 7290 7290 7290 7290 7290 7290 729	12 11 103 10 17	VC.CGAR) - SIMB (K) CHAILINUE LOATINUE WRITE (6,103) (VC.J), J-2,NCH1) FORMAI (1X, '1',125A1,*'1') CHAILINUE BO 19 J= 2,NCH1 VC.J) - 6UION CHAILINUE WRITE (6,103) (VC.J), J-2,NCH1) RETURN END SUBROUTINE AUTASI(N+A+DIF,WU,XVAR,XHAX) HIMENSION XVAR(N+M) VV-XVAR(1,1) WU-XVAR(1,1) WU-XVAR(1,1) WU-XVAR(1,1) WU-XVAR(1,1) WU-XVAR(1,1) WU-XVAR(1,1) WU-XVAR(1,1) VV-XMAX WU-XMAX(1,1) VV-XMAX WU-XMAX
	645 655 645 705 730 745 745 780 780 795 795	12 11 103 10 17 17	VC.CGAC) = SIMB (K) CHAITANE CHAITANE WKITE (6,103) (V(J), J-2,NCH1) FORMAI (1x, '1*,125A1,*'1*) CHAITANE BO 19 J= 2,NCH1 V(J) = 6010N CHAITANE WKITE (6,103) (V(J), J-2,NCH1) KFTURN ENH SUBROWTINE AUTASI(N+A+DIF,WU,XUAR,XMAX) ITAENSION XVAR(N+M) VV-XVAR(1,1) UV-XVAR(1,1) MU-XVAR(1,1) ND 1 J=1+M XMAX-AMAX1(VV,XVAR(1,J)) XMIN=AHINI(WU,XVAR(1,J)) VV-XMAX WW-XMIN CONTINUE DIFF=(VV-WW)/39,O KETURN END SUBROWTINE ESCRI(N+N+XVAR) DIMENSION XVAR(N+M) ND 1 I=1+R WKITE(6,2) (XVAR(1,J) , J=1+M) FORMAT(ZZZZ), TH,10(EZ,1+2X)) CONTINUE
	6450 6550 6650 6650 6650 6650 6650 6650	12 11 103 10 17 17	V(.)CAR) - SIMP (K) CONTINUE CONTINUE BO 19 J- J-NCH1 V(.) - GUION CONTINUE BO 19 J- JNCH1 V(.) - GUION CONTINUE WRITE (6,103) (V(.), J-2)NCH1) RETURN END SUBROUTINE AUTASI(N+M-DIF,WW,XUAR,XM6X) DIMENSION XUAR(N+M) VV-XUAR(1,1) DO 1 J-1+M DO 1 J-1+M DO 1 J-1+M MAX-AMAX1(VV,XUAR(1,.)) XMIN-AMINI(WW,XUAR(1,.)) XMIN-AMINI(WW,XUAR(1,.)) VV-XMAX WW-XMIN CONTINUE DIF ESCRI(N,M,XUAR) DIMENSION XUAR(N+M) DO SUBROUTINE ESCRI(N,M,XUAR) CONTINUE KETURN

BIBLIOGRAFIA

- (1) Haltiner J. George and Roger Terry Williams, 1980: NUMERICAL PREDIC----TION AND DYNAMIC METEOROLOGY, (Second Edition), Wiley, 477 pp.
- (2) Holton James R., 1979: AN INTRODUCTION TO DYNAMIC METEOROLOGY, (Second Edition), Academic Press, 391 pp.
- (4) Hockney R. W., 1965: A FAST DIRECT SOLUTION OF POISSON'S EQUATION USING FOURIER ANALYSIS, Journal of the Association for Computing ----Machinery, Vol. 12, No. 1.
- (6) Miyekoda Kikuro, 1962: CONTRIBUTION TO THE NUMERICAL WEATHER PREDICTION -COMPUTATION WITH FINITE DIFERENCE, Jap. Journal of Geophysics pp. 3, 75-190.
- (7) Seymour L. Hess, 1959: INTRODUCTION TO THEORETICAL METEOROLOGY, Holt ---Rinehart and Winston, New York, 362 pp.
- (8) Rosmond E. Thomas and Faulkner Frank D., 1976: DIRECT SOLUTION OF ELLIPTIC EQUATIONS BY BLOCK CYCLIC REDUCTION AND FACTORIZATION, Monthly Weather Review, pp. 641-649.
- (9) Carnahan Brice, Luther H. A., and Wilkes James O., 1969: APPLIED NUME---RICAL METHODS, Wiley, 604 pp.
- (10) Smith G. D., 1978: NUMERICAL SOLUTION OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS: FINITE DIFFERENCE METHODS, (Second Edition), Oxford University Press, 304 pp.