



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO**

---

**Facultad de Ciencias**

**Proyecto de Libro de Texto para la Materia  
de Pensiones**

**T E S I S**

Que para obtener el título de:

**A C T U A R I O**

**p r e s e n t a :**

**Arturo Feliciano Hernández Jarquín**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CIUDAD UNIVERSITARIA



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS  
División de Estudios  
Profesionales  
Exp. Núm. 55

Of. Núm. B-1224

SR. ARTURO FELICIANO HERNANDEZ JARQUIN  
P r e s e n t e

En vista de que el Jurado correspondiente ha dictaminado que el trabajo que desarrolló usted sobre el tema "PROYECTO DE LIBRO DE TEXTO PARA LA MATERIA DE PENSIONES".

como tesis profesional de la Carrera de ACTUARIO, ha dado su fallo aprobatorio, pue de usted proceder a elaborar las copias correspondientes a dicho trabajo.

Reitero a usted las seguridades de mi atenta y distinguida consideración.

Atentamentè  
México, D.F., a 22 de julio de 1982  
EL SECRETARIO

PROF. AGUSTIN ONTIVEROS PINEDA

AOP'avg.

CIUDAD UNIVERSITARIA



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS  
División de Estudios  
Profesionales  
Exp. Núm. 55

Of. Núm. B- 1223

ING. FERNANDO RUEDA PUERTO  
Jefe del Departamento de  
Expedición de Documentos  
Coordinación de la Administración Escolar  
Universidad Nacional Autónoma de México  
P r e s e n t e

En virtud de que el señor Arturo Feliciano Hernández  
Jarquín, pasante de la Carrera de ACTUARIO  
ACTUARIO ha cumplido todos los requisitos  
para presentar su examen profesional, a continuación comunico  
co a usted el Jurado respectivo:

ACT. JUAN JOSE SOLORZANO BRAUER	Presidente
DR. ANTONIO MINZONI CONSORTI	Vocal
ACT. MARIO LOPEZ DOMINGUEZ	Secretario
ACT. SALVADOR ANSELMO AGUIRRE-PARTIDA	Suplente
ACT. HUMBERTO SANTILLANA LOYO	Suplente

El trabajo aprobado como tesis profesional es:

"PROYECTO DE LIBRO DE TEXTO PARA LA MATERIA DE PENSIONES".

Reitero a usted las seguridades de mi consideración más distinguida.

Ate[n]tamente  
México, D. F. a 22 de julio de 1982  
EL SECRETARIO

PROF. AGUSTÍN ONTIVEROS PINEDA  
FACULTAD DE CIENCIAS  
SECCION ESCOLAR

AOP'avg.

"PROYECTO DE LIBRO DE TEXTO PARA LA MATERIA DE PENSIONES"

I N D I C E

INTRODUCCION

CAPITULO I.- DEFINICIONES Y CLASIFICACION DE LAS PENSIONES

A. Definiciones

- 1.- Pensión
- 2.- Plan de Pensiones
- 3.- Pensionado

B. Clasificación de las Pensiones

1.- Por las causas que originan su pago:

- a) Pensiones por Jubilación y por Vejez
- b) Pensiones por Invalidez
- c) Pensiones por Incapacidad
- d) Pensiones por Muerte

2.- Por el carácter de la institución que las provee:

- a) Pensiones Privadas
- b) Pensiones Públicas o Sociales

3.- Por sus Condiciones de Terminación

- a) Pensiones Ciertas
- b) Pensiones Contingentes
- c) Pensiones Mixtas

4.- Por sus Características de Crecimiento

- a) Pensiones Constantes
- b) Pensiones Variables

5.- Por el Momento en que se Inicia su Pago

- a) Pensiones Anticipadas
- b) Pensiones Vencidas
- c) Pensiones Diferidas

CAPITULO II.- DISEÑO DE UN PLAN DE PENSIONES

1.- Planes Contributorios

2.- Planes no Contributorios

3.- Beneficios a Otorgar:

- a) Beneficios por Retiro o Jubilación
- b) Beneficios por Invalidez y/o Incapacidad
- c) Beneficios por Muerte
- d) Beneficios por Separación

4.- Planes de Costo Fijo y Beneficio Variable

5.- Planes de Beneficio Fijo y Costo Variable:

A.- Planes de Pensiones Constantes:

- a) Crédito Unitario
- b) Porcentaje Nivelado de Compensación
- c) Beneficio Cerrado

B.- Planes de Pensiones Variables:

- a) Índice de Precios
- b) Anualidad Variable

6.- Métodos de Integración de las Pensiones Privadas con -  
las Pensiones Sociales:

- a) Deducción
- b) Exclusión
- c) Adición

7.- Condiciones de Retiro:

- a) Edad Normal de Jubilación
- b) Edad de Retiro Anticipado
- c) Edad de Retiro Diferido

8.- Forma de Pago de las Pensiones:

- a) Pensión Vitalicia
- b) Pensión Vitalicia con Garantía
- c) Pensión de Ultimo Sobreviviente
- d) Pago Unico

9.- Medios de Financiamiento

- a) Reserva en Libros
- b) Fondos Fideicomitidos
- c) Planes Asegurados

10.- Instrumentos de Financiamiento

- a) Instrumentos con Asignación de Reservas
- b) Instrumentos sin Asignación de Reservas

CAPITULO III.- HIPOTESIS ACTUARIALES PARA LA VALUACION DE -  
UN PLAN DE PENSIONES

- 1.- Generalidades
- 2.- Tasa de Incremento de Salarios
- 3.- Probabilidades de Supervivencia de Pensionados
- 4.- Tasa de Rendimiento de Inversiones sobre Fondos de Pensionados
- 5.- Tasa de Rendimiento de Inversiones sobre Fondos de Activos
- 6.- Probabilidades de Fallecimiento
- 7.- Probabilidades de Invalidez e Incapacidad
- 8.- Probabilidades de Separación
- 9.- Otras Hipótesis:



- a) Reactividad
- b) Viudez
- c) Renupcialidad
- d) Orfandad

#### CAPITULO IV.- METODOS DE FINANCIAMIENTO

##### 1.- Generalidades

- a) Población Madura
- b) Ecuación de Madurez
- c) Suposiciones
- d) Notación

##### 2.- Método de Beneficio sin Financiamiento Previo

##### 3.- Método de Financiamiento Terminal

- a) Costo Normal
- b) Pasivo Acumulado

##### 4.- Método de Financiamiento de Crédito Unitario o Prima -- Unica.

##### 5.- Métodos de Financiamiento Nivelado:

- a) Método de Financiamiento a Partir de Edad de Ingreso
- b) Método de Financiamiento de Prima Nivelada Individual
- c) Método de Financiamiento Colectivo
- d) Método de Financiamiento a Partir de Edad Alcanzada
- e) Método de Financiamiento de Plazo Abierto

##### 6.- Método de Financiamiento Inicial

- 7.- Método de Financiamiento a Perpetuidad
- 8.- Cambios Observados para una Población Inmadura

#### CAPITULO V.- CONSTRUCCION DE TABLAS DE DECREMENTOS MUTIPLES

- 1.- Notación
- 2.- Conversión de Decrementos Múltiples a Decrementos Simples
- 3.- Construcción de Tablas de Decrementos Múltiples a partir de Tablas Simples.
- 4.- Construcción de Conmutados Afectados con el Crecimiento de Salarios.

#### CAPITULO VI.- VALUACIONES Y REVALUACIONES ACTUARIALES, IMPLANTACION DE PLANES, GANANCIA Y PERDIDA ACTUARIAL, TERMINACION DEL PLAN.

- 1.- Valuaciones y Revaluaciones Actuariales
  - a) Requisitos de Elegibilidad
  - b) Gastos de Operación
- 2.- Implantación de un Plan de Pensiones.
- 3.- Balance Actuarial de un Fondo de Pensiones.
- 4.- Ganancia o Pérdida Actuarial
- 5.- Terminación de un Plan de Pensiones

CONCLUSIONES

OBRAS CONSULTADAS

## INTRODUCCION

Una de las mayores inquietudes del ser humano después de conseguir los recursos para la subsistencia diaria de él y de su familia, ha sido el deseo de conservar esa situación a pesar de las contingencias a que está expuesto, tales como un accidente, una enfermedad, la muerte o el deterioro físico en edad avanzada.

Esta inquietud de enormes repercusiones socio-económicas, debido al grave problema que podría representar la población económicamente improductiva y sin recursos, ha sido aliviada en cierta medida a través de las Instituciones de Seguridad Social.

Dichas Instituciones de Seguridad Social están en posibilidad de otorgar una serie de beneficios asistenciales a la comunidad.

Estos beneficios asistenciales comprenden básicamente el otorgamiento de servicios médicos y de beneficios de pensiones a los trabajadores y a sus dependientes económicos.

Los beneficios de pensiones consisten en una serie de pagos periódicos o rentas, por vejez o jubilación y por invalidez e incapacidad del trabajador, así como por viudez y orfandad de sus dependientes económicos.

Pues bien, no obstante lo anterior, un gran número de trabajadores, prefiere continuar en el trabajo, hasta obtener una compensación adicional por los servicios prestados a las empresas.

Esta actitud, justificada por el hecho de que una vez aceptada la jubilación, generalmente las pensiones no se incrementan en la misma medida en que crece el costo de la vida cuenta con el apoyo indirecto de las leyes laborales de -- nuestro País.

Efectivamente, las leyes laborales no establecen una edad por avanzada que sea, como causa de separación del trabajo y por lo tanto, la jubilación bajo cualquier régimen de -- pensiones, es totalmente voluntaria por parte del trabajador.

Ante esta situación, se presenta para las empresas el problema de mantener en servicio al personal que debido a la disminución de sus facultades, ya no produce en relación -- con el salario que se le paga, o bien, el de despedirlo mediante el pago de las indemnizaciones señaladas por las -- propias leyes laborales.

Para hacer frente a este problema, las empresas se ven --- obligadas a distraer una parte de sus recursos, ya que para suplir la baja productividad del personal de edad avanzada, tienen que contratar nuevos trabajadores o al despedirlos tienen que pagar en su caso, las indemnizaciones correspondientes.

Es claro que ninguna de estas medidas es la más conveniente para las empresas, debido a los problemas financieros y de imagen ocasionados por una u otra posición.

Si se analiza todo lo dicho anteriormente, se puede concluir que en general, se carece de sistemas automáticos -- que brinden a los trabajadores una jubilación suficiente, adecuada y atractiva, lo que no sólo ocasiona trastornos financieros a las empresas, sino que además frena su productividad, hechos que finalmente pueden repercutir en la economía de nuestro País.

De acuerdo con estos antecedentes, se ofrece como solución para resolver el problema de una manera integral, la creación de beneficios complementarios a los establecidos por las Instituciones de Seguridad Social que permitan el retiro automático del trabajador.

Esta solución que también se podría llevar a cabo a través de las Instituciones de Seguridad Social, mediante un reajuste de cuotas y la modificación de algunos artículos de las leyes laborales, no parece ser la más viable, debido a los factores de orden político que intervendrían para su realización.

Quedan entonces como únicas alternativas de solución, las medidas tomadas al respecto por las propias empresas, haciendo uso de los servicios y técnicas profesionales que se han desarrollado, para conciliar sus intereses, con los intereses de sus trabajadores y con los del Estado.

Y es la Técnica Actuarial la que en este sentido, está permitiendo dicha conciliación de intereses por medio de los Planes Privados de Pensiones.

Los Planes Privados de Pensiones son implantados por peticiones sindicales o en forma voluntaria por las empresas -- que amortizan oportunamente el pasivo representado por el envejecimiento de su personal y tienen por objeto otorgar beneficios de jubilación complementarios a los de las Instituciones de Seguridad Social.

En nuestro País, el costo de los beneficios complementarios es pagado por las empresas; por el Estado gracias a la deducibilidad de impuestos permitida por las Leyes fiscales y -- teniendo en ocasiones una pequeña contribución de los trabajadores al reducirse la utilidad repartible de las empresas ó al aceptar el pago de contribuciones adicionales para obtener beneficios mayores.

La labor más importante del Actuario, en este campo de su actividad, consiste en diseñar y en desarrollar los modelos matemáticos, así como en proporcionar la consultoría técnica con objeto de:

- 1°) Establecer los beneficios a otorgar a los trabajadores
- 2°) Determinar el costo que estos beneficios y la administración del plan, representarán para las empresas, y
- 3°) Proponer el sistema a seguir para constituir las reservas, o sean los fondos que garanticen el pago de los - beneficios establecidos.

Para ello, el Actuario debe analizar periódicamente:

- 1°) El marco legal (fiscal, laboral y de seguridad social) que regula el establecimiento de los planes privados - de pensiones.
- 2°) El comportamiento de los riesgos que afectan la permanencia de los trabajadores en las empresas, tales como el fallecimiento, la invalidez y la separación, con objeto de establecer las tablas de probabilidades correspondientes, y
- 3°) La escala de incremento de salarios de los trabajado--res, las tasas de rendimiento esperado sobre la inver--sión de las reservas, así como la situación financiera de cada empresa y las recomendaciones de sus contado--res y auditores .

La presente tesis tiene por objeto presentar a manera de libro de texto, los elementos que intervienen en el diseño y desarrollo de los modelos matemáticos para la Valuación Actuarial de los Planes Privados de Pensiones, entendiéndose se por modelo matemático, la representación de una situación real, mediante el uso de axiomas y teoremas.

Al escoger el material se ha tratado de reunir los puntos básicos que permitan al alumno, adquirir los conocimientos elementales de la materia, para dejarlo en posibilidad de lograr conocimientos más avanzados.



## CAPITULO I.- DEFINICIONES Y CLASIFICACION DE LAS PENSIONES

### A. Definiciones

- 1.- Pensión.- Es el pago periódico (generalmente mensual) otorgado a una persona, a partir del momento y hasta - que subsisten, las causas establecidas para su pago.
- 2.- Plan de Pensiones.- Es el mecanismo técnico y legal, que establece los beneficios de pensiones a otorgar a a los trabajadores y/o a sus dependientes económicos, así como el procedimiento para financiarlos.
- 3.- Pensionado.- Es la persona que recibe una pensión.

### B. Clasificación de las Pensiones

Para efectos de nuestro estudio, las pensiones serán clasificadas de la manera siguiente:

- 1.- Por las causas que originan su pago, las pensiones se - clasifican en:
  - a) Pensiones por Jubilación y por Vejez.- Son otorga-- das a los trabajadores al cumplir determinada edad - y/o cierto número de años trabajados.

Por ejemplo, un plan de pensiones puede establecer - el retiro de los trabajadores cuando estos cumplan - 60 años de edad y 15 años trabajados, o bien, al cumplir 30 años trabajados independientemente de la - - edad.

- b) Pensiones por Invalidez.- Son otorgadas a los trabajadores al invalidarse en forma total o parcial, como consecuencia de una enfermedad o accidente derivado de un riesgo ajeno al trabajo.

En virtud de que para la concesión de este tipo de - pensiones, tiene que intervenir un riesgo ajeno al - trabajo, además del estado de invalidez suele esta--blecerse como requisito para otorgarla, que el trabajador tenga un mínimo de años trabajados, por ejem--plo 3 años.

- c) Pensiones por Incapacidad.- Son otorgadas a los trabajadores al incapacitarse en forma total o parcial, como consecuencia de una enfermedad o accidente derivado de un riesgo del trabajo.

Este tipo de pensiones, por disposición de las leyes laborales, suelen otorgarse independientemente del - tiempo trabajado, en virtud de que la incapacidad se deriva directamente de los servicios prestados por - el trabajador.

- d) Pensiones por Muerte.- Son otorgadas por muerte de los trabajadores (activos y/o pensionados), a sus dependientes económicos.

Dentro de las pensiones otorgadas por muerte de los trabajadores se encuentran las pensiones por viudez pagaderas a la esposa o concubina; las pensiones de orfandad pagaderas a los hijos y las pensiones de ascendientes pagaderas a los padres.

La muerte del trabajador puede ser ocasionada por enfermedades o accidentes ajenos al trabajo o por riesgos -- del trabajo, lo que suele motivar diferentes cuantías -- en el monto de las pensiones, dependiendo de la causa -- del fallecimiento y del número de años trabajados cuando la causa es ajena al trabajo.

- 2.- Por el carácter de la institución que las provee, las pensiones se clasifican en:

- a) Pensiones Privadas.- Las que son establecidas para los trabajadores de una institución o empresa de carácter privado.

El establecimiento de un plan de pensiones privadas es generalmente establecido por peticiones sindicales o voluntariamente por las empresas que proveen -- un mecanismo para la separación oportuna y adecuada de su personal de edad avanzada.

b) Pensiones Públicas o Sociales.- Las que son establecidas por disposiciones gubernamentales a través de instituciones públicas de seguridad social.

3.- Por sus condiciones de terminación, las pensiones se clasifican en:

a) Pensiones Ciertas.- Las que son pagaderas hasta el momento en que termina el período de pago fijado de antemano.

Por ejemplo, un plan de pensiones puede establecer una pensión mensual pagadera durante 20 años a partir de la fecha de jubilación del trabajador. En estos casos el trabajador nombraría uno o varios beneficiarios que recibirían los pagos faltantes en caso de que llegara a fallecer antes de terminar el período de pago de la pensión.

b) Pensiones Contingentes.- Las que son pagaderas hasta el momento en que ocurre una eventualidad fijada de antemano.

Dicha eventualidad se refiere generalmente a la muerte del pensionado y en estos casos la pensión contingente se denomina también pensión vitalicia.

Existen sin embargo, pensiones como las de invalidez y la de incapacidad cuyo pago puede interrumpirse -- por la reactividad del pensionado, es decir, por su reingreso al trabajo en virtud de haber cesado la -- causa de su invalidez o incapacidad.

En las pensiones por viudez, la eventualidad que ocasiona la terminación del pago de la pensión es la renupcialidad (el volver al contraer matrimonio) de la viuda.

- c) Pensiones Mixtas.- Son aquellas cuyo pago está sujeto a la terminación de un período y de una eventualidad fijados de antemano.

Por ejemplo, un plan de pensiones puede establecer como beneficio a partir de la fecha de jubilación del trabajador, una pensión vitalicia con garantía de 10 años, - de tal suerte que si el trabajador falleciera antes del período garantizado, la pensión se continuaría pagando al beneficiario o beneficiarios que hubiera designado - para tal efecto.

4.- Por sus características de crecimiento, las pensiones se clasifican en:

- a) Pensiones Constantes.- Son aquellas cuyo monto permanece sin variación desde el momento en que se otorga, hasta que se termina.

b) Pensiones Variables o Dinámicas.- Son aquellas cuyo monto puede aumentar y/o disminuir durante el período establecido para su pago.

Los aumentos en una pensión variable, son establecidos para compensar la devaluación o baja del poder adquisitivo de la moneda. A estas pensiones también se les conoce como crecientes.

La disminución de las pensiones se establece generalmente en las pensiones de viudez proveniente de la muerte de pensionados por jubilación o vejez. A estas pensiones también se les conoce como decrecientes.

Es normal por ejemplo, que durante el primer año de viudez se otorgue el 90% de la pensión que disfrutaba el jubilado y que en los años sucesivos se reduzca en un determinado porcentaje hasta alcanzar el 50% de la pensión original.

5.- Por el momento en que se inicia su pago, las pensiones se clasifican en:

a) Pensiones Anticipadas: Son aquellas cuyo pago se -- inicia precisamente al presentarse la eventualidad -- establecida para su pago.

- b) Pensiones Vencidas: Son aquellas cuyo pago se inicia un período después (generalmente un mes) de presentarse la eventualidad establecida para su pago.

Por ejemplo en un plan privado de pensiones, se puede establecer que la pensión mensual sea pagadera a partir de la fecha en que el trabajador se jubile -- (pensión anticipada) o un mes después de su retiro - (pensión vencida).

- c) Pensiones Diferidas: Son aquellas cuyo pago se inicia después de un número de años fijado de antemano, en caso de que una vez transcurrido dicho tiempo sub sistan las eventualidades establecidas para su pago.

## CAPITULO II.- DISEÑO DE UN PLAN DE PENSIONES

Al diseñar un plan privado de pensiones debe considerarse - en primer lugar, que dependiendo de quien cubre su costo, - se dividen en Planes Contributorios y Planes No Contributorios.

### 1.- Planes Contributorios

Son aquellos en que una parte del costo es cubierto por los trabajadores y el resto por la empresa que lo establece.

Los planes contributorios permiten que con las contribuciones de los trabajadores, los beneficios pueden hacerse más atractivos, sin embargo, desde el punto de vista legal pueden resultar más complejos.

Lo anterior obedece a que el ingreso a un plan contributorio, es voluntario por parte del trabajador y a que - pueden existir limitaciones de carácter fiscal en cuanto al importe de las contribuciones.

### 2.- Planes No Contributorios

Son aquellos cuyo costo total es cubierto por la empresa que lo establece.

Los Planes No Contributorios son los más comunes en - - nuestro País.



Una vez elegido el tipo de plan que se va a establecer, habrá que determinar los beneficios a otorgar.

### 3.- Beneficios a Otorgar

- a) Beneficios por Retiro o Jubilación: El propósito -- esencial de un plan privado de pensiones consiste en separar a las personas de edad avanzada de una manera justa y en el momento oportuno, siendo por lo tan to el retiro o jubilación, el beneficio básico del - plan.

Al establecer los beneficios por retiro o jubilación, el Actuario deberá contemplar el marco legal (fiscal, laboral y de seguridad social) que regula el establecimiento de los planes privados de pensiones, así co mo las necesidades y posibilidades de la empresa que lo este estableciendo.

- b) Beneficios por Invalidez y/o Incapacidad: Los beneficios por invalidez o por incapacidad total y perma nente, tienen por objeto proteger al trabajador en - caso de la pérdida prematura de su capacidad produc tiva, causada por un accidente o enfermedad ajeno o propio de su trabajo.

Este beneficio se puede establecer como una cantidad fija de dinero, un porcentaje fijo del sueldo o un -

porcentaje del sueldo en base a los años de servicio prestados hasta el momento de la invalidez o incapacidad. Generalmente antes de otorgarlos, se establece un mínimo de edad y/o años de servicios.

- c) Beneficios por Muerte: Los beneficios por muerte, - ocasionada por causas ajenas o propias del trabajo, tienen por objeto proteger a los dependientes económicos del trabajador durante sus años de servicio o una vez que se haya jubilado o pensionado.

Estos beneficios, generalmente en favor de las viudas y de los huérfanos del trabajador, se pueden establecer como una cantidad fija de dinero, como un porcentaje fijo del sueldo ó de la pensión o como un porcentaje variable del sueldo en función de los años de servicio de los trabajadores.

En los planes contributivos suele establecerse - - adicionalmente la devolución de las aportaciones -- del trabajador, con o sin intereses.

- d) Beneficios por Separación.- En los planes contributivos y con objeto de promover la aceptación del - plan por parte de los trabajadores, generalmente se establece la devolución de sus contribuciones, con o

sin intereses, en caso de que se llegaran a separar de la empresa o del plan.

Por lo que se refiere a las aportaciones de la empresa los planes pueden establecer el derecho a "beneficios adquiridos" o pueden excluirlos como generalmente sucede. Los "beneficios adquiridos" implican el derecho de los trabajadores sobre las aportaciones efectuadas por la empresa en su favor.

En caso de que un plan reconozca el derecho de "beneficios adquiridos" en favor del trabajador sobre las contribuciones de la empresa, dicho reconocimiento está sujeto a una serie de requisitos en cuanto a su otorgamiento y su forma de pago.

Para su otorgamiento suele establecerse un mínimo de años de servicio y el derecho sobre las contribuciones es un porcentaje creciente sobre las mismas en base a la antigüedad del empleado, hasta alcanzar el 100%.

En cuanto a la forma de pago de los "beneficios adquiridos" puede establecerse el pago en una sola exhibición, en mensualidades o a través de una pensión diferida pagadera en el momento en que el trabajador cumpla las condiciones de retiro.

El establecimiento del derecho a "beneficios adquiridos" obviamente encarece el costo de un plan privado de pensiones.

Una vez determinada la clase de beneficios a otorgar a través del plan privado de pensiones, habrá que -- considerar que existen dos tipos de planes, los de - Costo Fijo y Beneficio Variable y los de Beneficio - Fijo y Costo Variable.

#### 4.- Planes de Costo Fijo y Beneficio Variable

Son aquellos que partiendo de un costo determinado de - antemano, que la empresa desea y/o puede pagar, proveen un beneficio de carácter variable.

A manera de ejemplo puede citarse el caso en que una empresa estableciera un plan que le costara el 5% del salario de cada trabajador o de la nómina total. El beneficio para cada trabajador estaría en función de su - - edad y del fondo que se acumulara hasta la fecha de su retiro.

#### 5.- Planes de Beneficio Fijo y Costo Variable

Son aquellos que establecen de antemano, el beneficio - en favor de los trabajadores y cuyo costo es variable - en función del comportamiento real de los salarios y de los demás factores que intervienen en la valuación de - un plan de pensiones.

Por ejemplo, se podría establecer un plan que proporcionara a los trabajadores a su edad de retiro, el 25% de

su último salario; en este caso, el beneficio sería de carácter fijo y el costo estaría en función de los salarios reales que fuera devengando el empleado, de sus -- probabilidades de permanencia en la empresa y los rendimientos generados por los fondos o reservas.

La regla que se utiliza para establecer el monto de la pensión en los planes de beneficio fijo, se llama "Fórmula".

De acuerdo con su Fórmula de beneficios, los planes de Beneficio Fijo y Costo Variable, se subdividen a su vez en los siguientes tipos:

- |                                    |   |  |
|------------------------------------|---|--|
| A.- Planes de Pensiones Constantes | { | a) Crédito Unitario                    |
|                                    |   | b) Porcentaje Nivelado de Compensación |
|                                    |   | c) Beneficio Cerrado                   |
| B.- Planes de Pensiones Variables  | { | a) Índice de Precios                   |
|                                    |   | b) Anualidad Variable                  |

A.- Planes de Pensiones Constantes

- a) Crédito Unitario: Proveen una unidad de beneficio por cada unidad de tiempo (un número de terminado de años). La unidad de beneficio -- puede ser una cantidad fija de dinero o un -- porcentaje sobre los salarios.

Los salarios que normalmente se consideran para otorgar los beneficios son:

- i) El salario del último año de servicios.
- ii) El salario promedio de los últimos n - - años de servicios (n varía normalmente entre 2 y 5)

Cabe hacer notar que estos planes pueden acreditar una unidad de beneficio sobre los años de servicio prestados con anterioridad a la instalación del plan, diferente a la reconocida una vez instalado.

El ejemplo clásico de este tipo de planes, es aquel cuya fórmula establece un .8% por año de servicios sobre el salario promedio del último año trabajado.

- b) Porcentaje Nivelado de Compensación: Proveen un porcentaje sobre el promedio de los salarios percibidos por el trabajador, durante un período determinado de tiempo, independiente-

mente del número de años de servicios prestados. Por ejemplo el 75% del último salario.

- c) Beneficio Cerrado: Proveen una cantidad fija de dinero, independientemente del monto de los salarios de los trabajadores y de sus años de servicio. Generalmente este tipo de beneficio constituye lo que se denomina "pensión mínima". Por ejemplo, la fórmula de un plan podría establecer como pensión mensual una cantidad fija del doble del salario mínimo en la fecha de jubilación.

#### B.- Planes de Pensiones Variables

- a) Índice de Precios: Son aquellos cuyos beneficios están relacionados con el costo de los artículos de consumo y prevén los aumentos de las pensiones de acuerdo con el costo de la vida.
- b) Anualidad Variable: Son aquellos cuyos beneficios se ajustan al incremento del costo de la vida, en relación con el producto que se obtenga de la inversión de los fondos o reservas constituidos.

Cabe hacer notar que en el diseño de un plan puede intervenir la combinación de dos o más fórmulas de las descritas.

El Instituto Mexicano del Seguro Social, por ejemplo, establece las siguientes fórmulas para el cálculo de las pensiones por vejez a -- edad 65:

- i) Una cuantía básica del 35% por las primeras 500 semanas (10 años aproximadamente) de cotización, sobre el salario promedio de las últimas 250 semanas cotizadas: - Porcentaje Nivelado de Compensación.
- ii) Una cuantía adicional del 1.25% por cada 52 semanas (1 año) de cotización que excedan a las primeras 500, sobre el salario promedio de las últimas 250 semanas cotizadas: Crédito Unitario.
- iii) Si la aplicación de las fórmulas anteriores, diera como resultado una pensión inferior a la cantidad fijada como "pen---sión mínima", se pagaría esta última cantidad (La pensión mínima en marzo de - - 1982 era de \$ 2,200.00 mensuales): Beneficio Cerrado.



6.- Métodos de Integración de las Pensiones Privadas con --  
las Pensiones Sociales.

Los beneficios de los planes privados de pensiones generalmente se integran a los beneficios otorgados por las instituciones de seguridad social, con objeto de hacerlos más atractivos para los trabajadores.

Los métodos de integración de los beneficios son tres:

- a) Deducción
- b) Exclusión
- c) Adición

a) Deducción

Este método consiste en deducir los beneficios a cargo de las instituciones de seguridad social, de los que provee el plan privado. El caso más común lo constituyen aquellos planes que ofrecen una pensión basada en un porcentaje atractivo del último salario, incluida la pensión pública o social.

b) Exclusión

Este método consiste en excluir los salarios cubiertos o protegidos por las instituciones de seguridad social, de tal manera que el plan priva-

do establece los beneficios, sobre aquella porción de los salarios que excede de los límites cubiertos por dichas instituciones.

Con este método se pretende dar pensiones supletorias a las de las instituciones de seguridad social y cuando estas instituciones aumentan los límites de los salarios protegidos, originan una disminución de beneficios y por lo tanto del costo del plan privado.

Un ejemplo de lo anterior lo encontramos en el Instituto Mexicano del Seguro Social, mismo cuya cobertura máxima alcanza a los salarios comprendidos hasta 10 veces el salario mínimo.

Podría establecerse dentro de un plan privado, un beneficio para los salarios que excedieran el límite máximo de cobertura del Seguro Social. En caso de que dicho límite fuera aumentado posteriormente por el Instituto Mexicano del Seguro Social, el costo del plan privado se reduciría.

### c) Adición

Este método consiste en ofrecer beneficios adicionales a los que brindan las instituciones de seguridad social y en caso de que se aumentaran los -

límites de cobertura, se aumentarían los beneficios a favor de los trabajadores con salarios elevados.

En el mismo ejemplo del punto anterior, podría fijarse dentro del plan privado, un beneficio para los salarios que excedieran 10 veces el salario mínimo. Si el límite fuera aumentado por el Seguro Social, el aumento de los beneficios sería en favor de los trabajadores de salarios altos, ya que los beneficios del plan privado no se modificarían.

#### 7.- Condiciones de Retiro

Las condiciones de retiro establecidas por un plan de pensiones, se refieren básicamente a la edad en que los trabajadores pueden retirarse y al mínimo de años de servicio prestados a la empresa privada, antes de hacerse acreedor al beneficio.

- a) Edad Normal de Jubilación.- Se llama así a la edad (que varía generalmente entre 60 y 65 años) establecida para el retiro del trabajador, siempre y cuando éste tenga un mínimo de años de servicio (generalmente entre 10 y 15 años).
- b) Edad de Retiro Anticipado.- Se llama así a la edad

comprendida generalmente entre 1 y 5 años antes de la Edad Normal de Jubilación, en que el trabajador se puede retirar siempre y cuando también haya prestado el mínimo de años de servicio establecido.

- c) Edad de Retiro Diferido.- Se llama así a la edad -- comprendida generalmente entre 1 y 5 años después de la Edad Normal de Jubilación, en que el trabajador se puede retirar siempre y cuando haya prestado el -- mínimo de años de servicio establecido.

#### 8.- Formas de Pago de las Pensiones

El pago de las pensiones puede hacerse de diferentes maneras:

- a) Pensión Vitalicia.- Es la forma normal de pago y -- proveen el pago de una renta mensual mientras viva -- el pensionista.
- b) Pensión Vitalicia con Garantía.- Es otra de las formas comunes de pago, que proveen una renta mensual -- mientras viva el pensionista y en caso de que éste -- falleciera antes de finalizar un período garantizado (generalmente de 10 años) se seguiría pagando la renta durante el plazo faltante, al beneficiario designado para tal efecto.
- c) Pensión del Ultimo Sobreviviente.- Aunque menos co--

mún que las dos formas de pago citadas, puede establecerse el pago de una renta mensual mientras viva el pensionista, misma que en caso de fallecimiento, se seguiría pagando a su beneficiario contingente designado.

El importe pagadero al beneficiario contingente (generalmente el cónyuge del pensionista) podría ser el 100%, aunque lo frecuente es que sea un porcentaje de la pensión original.

- d) Pago Unico.- Es la forma de pago en que se entrega al pensionista, el valor presente de los beneficios establecidos por el plan.

Es conveniente para evitar la antiselección bajo cualquier forma de pago, que la opción elegida sea solicitada por escrito con un cierto tiempo de anticipación (que puede variar de un año a cinco años).

#### 9.- Medios de Financiamiento

Para el pago de los beneficios establecidos por un plan privado de pensiones las empresas tienen dos alternativas, pagar directamente el monto de los beneficios a los trabajadores una vez que se presenten las condiciones previstas (caso poco común), o crear un fondo o reserva para amortizar uniformemente el costo de dichos beneficios.

La creación de los fondos o reservas para amortizar un formemente el costo de los beneficios de un plan privado de pensiones puede llevarse a cabo a través de diferentes "Medios de Financiamiento": el registro contable en libros, las instituciones bancarias (fideicomisos) y/o las compañías aseguradoras (contratos de seguros).

Se llama Medio de Financiamiento entonces, al conducto utilizado para la constitución de los fondos o reservas para amortizar los beneficios de un plan privado de pensiones.

- a) Reserva en Libros: El registro contable en libros - consiste en reflejar dentro del pasivo de la empresa, la reserva necesaria para cubrir los beneficios, de acuerdo con los cálculos actuariales correspondientes.
  
- b) Fondos Fideicomitidos: La amortización a través de fondos en fideicomiso, manejados por una institución bancaria, consiste en efectuar las aportaciones periódicas determinadas por el Actuario, para ir creando la reserva necesaria, misma que junto con los rendimientos generados por su inversión, servirá para pagar el costo de los beneficios y los gastos administrativos ocasionados por el plan.

- c) Planes Asegurados: La amortización de los beneficios a través de las compañías aseguradoras consiste en contratar las pólizas que cubran los beneficios establecidos, cuando se realicen las eventualidades previstas para su pago.

#### 10.- Instrumentos de Financiamiento

De acuerdo con la manera en que se constituyan los fondos o reservas, en cuanto a su carácter individual o colectivo, existen instrumentos de financiamiento con y sin asignación de reservas.

- a) Instrumentos de Financiamiento con Asignación de Reservas: Son aquellos cuyo fondo se constituye en forma individual para cada participante del plan privado de pensiones.

Los instrumentos con asignación son manejados básicamente por las compañías aseguradoras a través de pólizas individuales, pólizas colectivas y contratos de anualidades diferidas.

Las pólizas individuales comprenden los planes dotales y de vida entera, financiando el costo de los beneficios a través de sus valores garantizados. Los beneficios por fallecimiento son cubiertos por la --

misma póliza y pueden ser complementados por otras cláusulas de seguros como la renta por invalidez.

Las pólizas colectivas que pueden comprender los mismos planes que las individuales, resultan menos caras que estas últimas y su característica principal consiste en que no se requiere presentar ante las aseguradoras requisitos especiales de selección, como exámenes médicos. También se puede contratar con cláusulas adicionales.

Los contratos de anualidades diferidas que incluyen dos modalidades (sin y con devolución de reservas en caso de fallecimiento) se aplican generalmente a fórmulas de crédito unitario. Pueden ser complementados con seguros de grupo y cláusulas adicionales.

Los planes financiados a través de pólizas de seguros, se conocen como planes asegurados.

- b) Instrumentos de Financiamiento sin Asignación de Reservas: Son aquellos cuyo fondo o reserva se constituye en forma colectiva sin que sea divisible para cada participante.

Los instrumentos sin asignación son los Fideicomisos y los llamados Depósitos en Administración.

Por lo que se refiere a los fideicomisos, son fondos



manejados por las instituciones banacarias, que se --  
van constituyendo de acuerdo con los cálculos actua--  
riales y los intereses generados por su inversión, --  
menos los pagos por concepto de beneficios y gastos  
de administración.

Los Depósitos en Administración constituyen un ins--  
trumento creado por las compañías aseguradoras para --  
competir con las instituciones fiduciarias y consis--  
ten en acumular las aportaciones de la empresa e in--  
corporarlas al fondo general de inversiones de la --  
compañía aseguradora.

Con el fondo acumulado y los rendimientos obtenidos  
de su inversión se adquieren dentro de la misma ase--  
guradora, los contratos de rentas vitalicias, así co--  
mo las pólizas para cubrir los beneficios adiciona--  
les establecidos por el plan privado de pensiones. --  
Cuando un participante deja de pertenecer al plan --  
sin tener derecho a beneficios las reservas se libe--  
ran para formar parte del fondo total.

CAPITULO III.- HIPOTESIS ACTUARIALES PARA LA VALUACION DE -  
UN PLAN DE PENSIONES

I.- Generalidades

Como se mencionó en la introducción de la presente tesis, - para diseñar y para desarrollar un plan de pensiones, el -- Actuario debe analizar periódicamente:

- 1º) El marco legal (fiscal, laboral y de seguridad social) que regula el establecimiento de los planes privados de pensiones.
- 2º) El comportamiento de los riesgos que afectan la perma-- nencia de los trabajadores en las empresas, tales como el fallecimiento, la invalidez y la separación, con objeto de establecer las tablas de probabilidades correspondientes.
- 3º) Los índices de inflación esperados a futuro, la escala de incremento de salarios de los trabajadores, las tasas de rendimiento sobre la inversión de las reservas, así como la situación financiera de cada empresa y las recomendaciones de sus contadores y auditores.

El análisis de estos conceptos, permitirá establecer entre otras bases que más adelante se tratarán, las llamadas - - " Hipótesis Actuariales para la Valuación de un Plan de - - Pensiones ".

Dichas hipótesis, son los supuestos establecidos por el Actuario, para obtener el comportamiento a futuro, de los beneficios a otorgar, del costo del plan y de la relación que guardan con los salarios de los trabajadores.

Con objeto de presentar de una manera simple y resumida, la intervención de las hipótesis actuariales, en la valuación de un plan de pensiones, a continuación se presenta un ejemplo práctico al respecto.

Supongáse que la Empresa X tiene establecido un plan de jubilaciones, que provee a sus empleados una pensión mensual vitalicia a partir de los 60 años de edad, del 1% por cada año de servicio, sobre el salario mensual promedio del último año trabajado.

Los directivos desean conocer respecto a Juan Pérez, empleado que percibe un salario mensual de \$ 10,000.00, que ingresó a la Empresa X a la edad de 30 años y que tiene actualmente 50 años, los siguientes datos:

- i) ¿Cuál será el monto probable de la pensión mensual de jubilación ?
- ii) ¿Qué fondo total deberá tener constituido para garantizar el pago de la pensión vitalicia, en la fecha en que se jubile Juan Pérez y en este momento ?

Si sabemos que Juan Pérez ingresó a la Empresa X a la edad de 30 años, en la fecha de su jubilación, es decir, a los 60 años de edad, habrá acumulado un total de 30 años de servicios.

Como el Plan de Jubilaciones, provee una pensión mensual vitalicia del 1% por cada año de servicio, la pensión de Juan Pérez será del 30% sobre el salario mensual promedio del último año trabajado.

Para poder determinar en pesos y centavos, el monto probable de la pensión de Juan Pérez, es necesario conocer el salario mensual promedio del último año trabajado, de donde surge la necesidad de establecer como primera hipótesis la tasa de -- incremento de salarios.

## 2.- Tasa de Incremento de Salarios

Para estimar los salarios futuros, el Actuario deberá tomar en cuenta las tendencias inflacionarias, las políticas sobre salarios de la empresa de que se trate y las posibilidades de desarrollo de los empleados, según su edad.

Después de efectuar el análisis correspondiente en la Empresa X, se determinó que los salarios de Juan Pérez, se incrementarán al 10% anual.

Por lo tanto, su salario mensual promedio del último año de servicios, tomando en cuenta que los incrementos son concedidos al iniciar cada nuevo año de servicios, será:

$$\$ 10,000.00 ( 1.10 )^9 = \$ 10,000.00 \times 2.358 = \$ 23,580.00$$

De acuerdo con lo anterior el monto probable de la pensión de jubilación, será el 30% de \$ 23,580.00, o sean \$ 7,074.00 mensuales.

Para calcular el fondo que se deberá tener constituido en el momento en que se jubile Juan Pérez, se plantean dos nuevas preguntas: ¿Cuál es el tiempo probable durante el que se le pagará la pensión a Juan Pérez ? y una vez constituido el fondo, ¿ Que tasa de rendimiento se obtendrá sobre la inversión del mismo ?

De estas preguntas se deriva la necesidad de establecer dos nuevas hipótesis.

### 3.- Probabilidades de Supervivencia de Pensionados

Para determinar las probabilidades de supervivencia de los pensionados por jubilación, el Actuario tendrá que analizar la experiencia de cada empresa y si la información respectiva no es suficiente, la de industrias similares o a nivel nacional.

Al fijar las probabilidades de supervivencia, es conveniente hacer la distinción entre hombres y mujeres, pues ya se ha comprobado que la vida promedio de las mujeres es mayor, de 3 a 5 años, a la de los hombres, dependiendo de la tabla de mortalidad.

4.- Tasa de Rendimiento de Inversiones sobre Fondos de --  
Pensionados

Para determinar la tasa de rendimiento de inversiones una vez constituido el fondo de pensiones, el Actuario deberá tomar en cuenta las disposiciones legales respecto a la inversión de los mismos y si estos serán manejados dentro de la propia empresa o por una institución bancaria.

De igual manera, el Actuario deberá tomar en cuenta la liquidez del fondo, es decir, las cantidades que deberán mantenerse disponibles para el pago mensual de las pensiones y que por lo tanto no pueden estar sujetas a plazos de inversión más largos.

En la Empresa X se determinó que el fondo de pensionados, manejado por una institución bancaria, producirá un rendimiento del 9% anual.

Con estas hipótesis, ya podemos calcular el fondo necesario a la edad de 60 años, para garantizar a Juan Pérez, - la pensión vitalicia de \$ 7,074.00 mensuales:

$$\$ 7,074.00 \left( 12 a_{60}^{(12)} \right) = \$ 7,074.00 * 106.687 = \$ 754,703.00$$

El fondo total que la Empresa X deberá tener constituido - - al momento en que se jubile Juan Pérez, para garantizarle - el pago de su pensión mensual vitalicia, será de \$ 754,703.00

Para determinar el fondo total que se deberá tener consti-- tuído en este momento, habrá que descontar, es decir, traer - a valor presente, los \$ 754,703.00

Para ello, habrá que tomar en cuenta, no solo el interés - - que puede ganar el fondo total mientras Juan Pérez se en-- cuentra en servicio, también habrá que tomar en cuenta que le faltan 10 años para jubilarse y que durante ese período es-- tará expuesto a ciertas eventualidades que pueden ocasionar su salida de la Empresa X.

Tales eventualidades se refieren al fallecimiento, a la in-- validez e incapacidad y a la separación, de donde se deriva la necesidad de establecer las Correspondientes hipótesis - actuariales.

5.- Tasa de Rendimiento de Inversiones Sobre Fondos de Ac--  
tivos.

Para determinar la tasa de rendimiento de inversiones so-- bre fondos de activos, el Actuario también deberá tomar en cuenta las disposiciones legales respecto a la inversión - de los mismos y si estos serán manejados dentro de la pro-- pia empresa o por una institución bancaria.

Cabe hacer notar que la tasa de rendimiento sobre fondos de activos, es superior a la tasa de rendimiento sobre --- fondos de pensionados, en virtud de que el fondo se utilizará hasta que el trabajador se jubile y se dispone por -- lo tanto, de un plazo mayor para su inversión.

En la Empresa X se determinó que el fondo de activos, ma--nejado por una institución bancaria, producirá un rendi--miento del 11% anual.

#### 6.- Probabilidades de Fallecimiento

Para determinar las probabilidades de fallecimiento de - - los empleados en servicio, el Actuario también tendrá que recurrir a la experiencia de cada empresa, de industrias - similares o a nivel nacional.

De manera similar a lo señalado en cuanto a las probabi- - lidades de sobrevivencia de pensionados, es conveniente -- hacer la distinción entre hombres y mujeres, pues como ya se indicó, las mujeres tienen una vida promedio mayor.

En general la mortalidad observada dentro grupos de traba- jadores en servicio y pensionados de la misma edad, es di- ferente, por lo que habrá que adoptar en cada caso las pro- babilidades correspondientes.



### 7.- Probabilidades de Invalidez e Incapacidad

También se recurrirá a la experiencia de la Empresa, de -- industrias similares o a nivel nacional.

Las probabilidades de invalidez e incapacidad, se adoptan generalmente de manera conjunta, no hay que olvidar, sin - embargo, que la invalidez está referida a la imposibilidad total y permanente, ocasionada por un riesgo ajeno al tra- bajo, en tanto que la incapacidad es ocasionada por un --- riesgo de trabajo.

Al introducir las probabilidades de incapacidad, deberá - tomarse en cuenta el grado de riesgo a que estén sujetos - los trabajadores participantes en el plan, pues no existe el mismo riesgo por ejemplo, entre un oficinista que entre un minero.

### 8.- Probabilidades de Separación

Las probabilidades de separación de una Empresa, compren- den básicamente las causas de salida por separación volun- taria y por despido.

Para la determinación de estas probabilidades, aunque se tomen como referencia experiencias de industrias simila- res o a nivel nacional, habrá que considerar fundamental- mente la experiencia de la propia empresa y el arraigo de sus trabajadores.

No se debe olvidar tampoco que el arraigo en el trabajo -- está ligado a las condiciones contractuales, por lo que un plan de jubilaciones al mejorar tales condiciones, puede incidir en la reducción de las tasas de separación que deberán ser observadas periódicamente.

Al fijar las probabilidades de separación, debe hacerse la distinción entre hombres y mujeres, pues las probabilidades de separación de las mujeres, son generalmente mayores a las de los hombres, sobre todo en edades jóvenes.

Para los fines de nuestro ejemplo, una vez analizadas las estadísticas correspondientes, se determinó que la probabilidad total de permanencia de Juan Pérez desde los 50 hasta los 60 años, ya consideradas todas las causas de salida de la Empresa X, es del .838317

De esta manera, el fondo total que se deberá tener constituido en este momento, será de:

$$\begin{aligned} \$ 754,703.00 (.838317) V_{11\%}^{10} &= \$ 754,703.00 (.838317) (.352185) = \\ &= \$ 222,820.53 \end{aligned}$$

Debe hacerse notar que entre los extremos de tener constituido en este momento un fondo de \$ 222,821.00 o de constituirlo hasta que Juan Pérez cumpla los 60 años de edad, por un monto de \$ 754,703.00 existen otras múltiples opciones que serán tratadas en los capítulos correspondientes.

### 9.- Otras Hipótesis

Existen otras hipótesis actuariales que deberán adoptarse - cuando el plan extiende sus beneficios, de tal manera que - no sólo quedan cubiertos los trabajadores en caso de jubilación.

Estos beneficios se refieren básicamente a la invalidez e - incapacidad, a la viudez y a la orfandad.

- a) Reactividad.- En el caso de los planes que establezcan - beneficios por invalidez o por incapacidad, además de -- las tasas ya mencionadas, habría que considerar dentro - de las probabilidades de sobrevivencia de inválidos o -- incapacitados, las probabilidades de reactividad, es de- cir, las probabilidades de reincorporación al trabajo al desaparecer la imposibilidad física.
- b) Viudez.- En el caso de los planes que establezcan bene- ficios por viudez, habría que considerar las probabili- dades de sobrevivencia de viudas.
- c) Renupcialidad.- Cuando un plan establece pensiones por - viudez, generalmente impone como causa de suspensión de la pensión vitalicia, el hecho de que la viuda contrai- ga nuevo matrimonio, en este caso se deberán considerar dentro de las probabilidades de sobrevivencia de las -- viudas, sus probabilidades de renupcialidad.

d) Orfandad.- En el caso de las pensiones que establezcan - beneficios por orfandad, habrá que establecer las probabilidades de sobrevivencia de huérfanos.

Debe tomarse en cuenta que las pensiones de orfandad, -- generalmente se terminan cuando el huérfano alcanza su - mayoría de edad o cuando concluye sus estudios en planteles gubernamentales.

## CAPITULO IV.- METODOS DE FINANCIAMIENTO

### 1.- Generalidades

En el ejemplo del Capítulo III se mencionó que la Empresa X tiene un plan de jubilaciones, que concede a sus empleados una pensión mensual vitalicia a partir de los 60 años de edad, del 1% por cada año de servicio, sobre el salario mensual promedio del último año trabajado.

Asimismo se determinaron, respecto a Juan Pérez, empleado que percibe un salario mensual de \$ 10,000.00, que ingresó a la Empresa X a la edad de 30 años y que tiene actualmente 50 años, los siguientes datos:

- i) Que el monto probable de su pensión mensual de jubilación era de \$ 7,074.00
- ii) Que el fondo total que la Empresa X debería tener constituido para garantizar la pensión vitalicia de Juan Pérez en la fecha de su jubilación era de \$ 754,703.00 y en este momento de \$ 222,821.00

De acuerdo con lo anterior, la Empresa X tiene varias alternativas para hacer frente al costo derivado del plan de jubilaciones, a dichas alternativas se les conoce como métodos de financiamiento.

Podemos definir entonces como método de financiamiento al procedimiento adoptado para amortizar el costo ocasionado por un plan privado de pensiones.

a) Población Madura

En la tabla de mortalidad la columna lx representa aproximadamente la distribución de edades del grupo de empleados -- después de que el grupo alcanzó lo que llamaremos un estado "estacionario".

En la actualidad la mayoría de los grupos de empleados no son maduros, es decir, que tienen un número mayor de miembros jóvenes y un número menor de pensionados de los que -- indica la tabla de mortalidad. A pesar de esto se acepta la idea de suponer que cualquier grupo de empleados lo suficientemente grande (por falta de mayor información), se -- acercará eventualmente a un estado de madurez o estacionario.

b) Ecuación de Madurez

Como cualquier otro fondo, un fondo de pensiones crece ó -- decrece cuando el ingreso excede al egreso y viceversa.

Las contribuciones y el interés constituyen los ingresos. -- Los beneficios son los egresos.

Si los beneficios B y las contribuciones C se suponen pagaderos a principio de año y el fondo F se mide a principio -- de año (antes de las contribuciones o del pago de beneficios) entonces la siguiente relación es válida:

$$\sqrt{\Delta F} = C + dF - B \dots \textcircled{1}$$

donde  $\Delta F$  es la modificación de  $F$  durante el año y  $d$  es la tasa de descuento.

Es esencial en el concepto de población madura que los beneficios  $B$  eventualmente se vuelvan estacionarios y -- que en el momento o algún tiempo después de que la población se vuelva estacionaria, las contribuciones  $C$  y el fondo  $F$  lleguen o tiendan a una constante.

Por lo tanto  $\Delta F$  se convierte en cero y la ecuación  $\textcircled{1}$  se convierte en:

$$C + dF = B \dots \textcircled{2}$$

donde  $C$ ,  $F$  y  $B$  son todas constantes. La ecuación 2 se -- puede considerar una ecuación de madurez.

Debe transcurrir suficiente tiempo antes de que  $C$  y  $F$  -- alcancen niveles constantes. Por lo que a tiempo se refiere, el concepto de fondo maduro puede considerarse -- como un paso posterior al concepto de población madura.

En la ecuación de madurez  $C + dF = B$ ,  $B$  y  $d$ , es decir, los beneficios y la tasa de descuento son totalmente independientes del método de financiamiento. -- Por lo tanto, en la situación límite, los distintos métodos de financiamiento solo difieren en las magnitudes relativas del fondo y de las contribuciones o sea de  $F$  y de  $C$ .

En un extremo  $F = 0$  y  $C = B$ ; en el otro  $C = 0$  y  $F = \frac{B}{d}$ .

Entre los dos extremos anteriores se encuentran comprendidos los métodos de financiamiento usados comunmente.

c) Suposiciones

El análisis actuarial de los métodos de financiamiento se simplifica substancialmente si se supone una población madura desde la instalación del plan y no después de varios años. Por lo tanto, el concepto de población inicialmente madura (tanto para vidas activas como jubiladas) se emplea como punto de partida para la clasificación de los métodos.

De cualquier manera, desde un principio se reconoce la irrealdad de la suposición de una población estacionaria y posteriormente se hacen los comentarios correspondientes para dar un punto de vista más realista de la situación.

A menos que se estipule otra cosa, las proposiciones y demostraciones presentadas, se basan en las siguientes suposiciones.

Supongáse una población estacionaria desde el momento que el plan de pensiones se inicia, tal que el número de personas que alcancen la edad  $X$  en un determinado año sea  $l_x$



Supongáse una sola edad de retiro<sup>T</sup> y que el beneficio -- vitalicio al llegar a la edad de retiro es de un peso -- pagadero anualmente por adelantado. Supongáse además -- que el plan no otorga ningún tipo de beneficio por muerte o por separación.

d) Notación

Sea  $a$  la edad más joven, para que la población estacionaria se conserve mediante  $I_a$  ingresos anuales.

Sea  $w$  la edad límite en la tabla de servicios. Designemos por  $C_t$  la  $t$ -ésima contribución al plan de pensiones, pagadera anualmente por adelantado. Las letras sobrepuestas a la izquierda indican el método de financiamiento bajo consideración.

Por ejemplo,  ${}^{e1}C_t$  representa la primera contribución bajo el método de edad de ingreso.

Designemos como  $F_t$  el fondo o reserva acumulada después de  $t$  años (antes de contribuciones o beneficios por pagar). Nuevamente las letras superpuestas indican el método de financiamiento.

De acuerdo con el nivel de reservas generadas (de menor a mayor) los métodos de financiamiento se clasifican -- de la manera siguiente:

2.- Método de Beneficio sin Financiamiento Previo  
(pay as you go)

Mediante este método no se hacen más contribuciones para el financiamiento del plan, que aquellas que son necesarias para hacer frente a los beneficios que vayan venciendo.

Las contribuciones  $C_t$  son iguales a B para todos los valores de t y el fondo  $F_t$  es cero para todos los valores de t.

Como la población supuesta es inicialmente madura, el método de "beneficio sin financiamiento previo produce para tales grupos contribuciones niveladas iguales a :

$$\sum_r^w l_x$$

3.- Método de Financiamiento Terminal

Este método tampoco considera la creación de reservas para vidas activas, sino que contempla la constitución del valor presente de los beneficios futuros por cada vida que alcanza la edad de jubilación.

El método de financiamiento terminal aplicado a una población inicialmente madura, todas las contribuciones menos - la primera son iguales y se pueden expresar como :

$$l_r \ddot{a}_r$$

El principio de constituir el valor presente de los beneficios futuros requiere que la primera aportación sea considerablemente mayor, pues en el momento en que se inicia el plan habrá que constituir las reservas de los participantes que sean mayores a la edad de retiro.

De hecho la contribución inicial estaría dada por:

$${}^T C_1 = \sum_r^w l_x \ddot{a}_x \quad \text{y excede a la contribución nivelada}$$

límite  ${}^T C_\infty = l_r \ddot{a}_r$  por  $\sum_{r+1}^w l_x \ddot{a}_x$

La contribución adicional  $\sum_{r+1}^w l_x \ddot{a}_x$  surge durante el

primer año porque el plan no existió siempre, sino que se creó después de que ciertos trabajadores ya se habían jubilado.

De las consideraciones anteriores, se derivan dos conceptos fundamentales, manejados en los planes privados de pensiones:

a) Costo Normal.- Significa el nivel de contribuciones que un método de financiamiento produce normalmente para el pago de los beneficios generados durante el año. En el caso del financiamiento terminal el costo normal estaría dado por  $l_r \ddot{a}_r$

b) Pasivo Acumulado.- Representa la reserva no constituida en virtud de que se empezó tardíamente a pagar los beneficios del plan. Valuado en cualquier momento, es la diferencia entre el valor presente de los beneficios futuros y el valor presente de los costos normales futuros. En el caso del financiamiento terminal el pasivo acumulado inicial estaría dado por:

$$\sum_{r+1}^w l_x \ddot{a}_x$$

La parte del pasivo acumulado que no se ha liquidado, se llama pasivo no financiado.

El pasivo acumulado inicial en el método de financiamiento terminal, no cambia con el paso del tiempo si el grupo es maduro desde el principio y una vez pagado el pasivo acumulado:

$${}^T C_w = l_r \ddot{a}_r$$

$${}^T F_w = \sum_{r+1}^w l_x \ddot{a}_x$$

Y la ecuación de madurez puede corroborarse por la identidad:

$$l_r \ddot{a}_r + d \sum_{x=r+1}^w l_x \ddot{a}_x \equiv \sum_r^w l_x$$

Nótese que  ${}^r F_\infty$  o sea la reserva estabilizada y el pasivo acumulado son iguales.

#### 4.- Método de Financiamiento de Crédito Unitario o Prima Única (Unit Credit)

Es el primero de los métodos que de alguna manera crea reservas para los trabajadores que aún no se han jubilado.

El financiamiento de crédito unitario se basa en el principio de que la pensión que se va a otorgar a la edad de retiro, se va a dividir en tantas unidades, como años de servicio preste el trabajador.

El costo normal en cuanto a cualquier beneficio individual en cualquier año, es igual al costo de la unidad asignada a ese año en base a una prima única.

El pasivo acumulado en cualquier momento es el valor presente de todas las unidades de pensión asignadas a años anteriores. Al pasivo acumulado bajo el método de financiamiento de crédito unitario o prima única también se le conoce como pasivo por servicios pasados.

Hasta donde sea práctico, las unidades asignadas son del mismo monto. Por lo tanto, el costo normal para cualquier individuo, crece año con año, ya que el valor de una anualidad diferida a edad  $r$  es una función creciente de la edad alcanzada.

De cualquier modo, para el grupo en conjunto, el costo normal permanece nivelado bajo las condiciones rígidas supuestas.

El costo normal estaría dado por:

$$\frac{1}{r-a} \sum_a^{r-1} l_x r-x | \ddot{a}_x$$

El pasivo acumulado estaría dado por:

$$\frac{1}{r-a} \sum_a^{r-1} (x-a) l_x r-x | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x$$

Bajo este método de financiamiento, el pasivo acumulado se puede pagar de varias maneras. Un procedimiento comunmente utilizado consiste en amortizar el pasivo en un plazo de  $n$  años, por medio de una anualidad cierta.

El pago del pasivo acumulado se convierte en un porcentaje  $k$  del pasivo acumulado inicial, donde  $k = \frac{100}{\ddot{a}_{\overline{n}|r}}$

En algunos planes se requiere que el pasivo acumulado correspondiente a cualquier trabajador, sea cubierto antes de su jubilación. En cualquier caso, en el momento que el pasivo acumulado se cubra por completo, tenemos que:

$${}^{cu}C_{\infty} = \frac{1}{r-a} \sum_a^{r-1} l_x r^{-x} | \ddot{a}_x$$

$${}^{cu}F_{\infty} = \frac{1}{r-a} \sum_a^{r-1} (x-a) l_x r^{-x} | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x$$

Con este método, el fondo estabilizado y el pasivo acumulado también son iguales bajo las condiciones rígidas impuestas:

$$\frac{1}{r-a} \sum_a^{r-1} l_x r^{-x} | \ddot{a}_x + d \left( \frac{1}{r-a} \sum_a^{r-1} (x-a) l_x r^{-x} | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x \right) \equiv$$

$$\equiv \sum_r^w l_x$$

Nótese que si el pasivo acumulado no se cubre, sino que se amortiza al infinito pagando intereses solamente, el financiamiento de crédito unitario para una población inicialmente madura, degenera en un método de beneficio sin financiamiento previo.

### 5.- Métodos de Financiamiento Nivelado

Existen cuatro métodos de financiamiento nivelado que una vez que la población es madura, producen contribuciones -- y reservas iguales estos métodos son:

- a) El método de financiamiento a partir de edad de ingreso
- b) El método de financiamiento de prima nivelada individual
- c) El método de financiamiento colectivo
- d) El método de financiamiento a partir de edad alcanzada

- a) Método de Financiamiento a Partir de Edad de Ingreso --  
( Entry Age Normal ):

Este método contempla el costo normal para cualquier -- trabajador como el pago nivelado (o porcentaje nivelado de salario) necesario para cubrir el costo de los beneficios durante la vida activa del trabajador.

Por lo tanto, el costo normal por unidad de beneficio - para cualquier trabajador que ingresa a la edad  $a$ , está dado por:

$$\frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : r-a}$$



El pasivo acumulado para cualquier trabajador de edad  $x$  ( $x < r$ ) está dado por:

$$v-x | \ddot{a}_x - \frac{v-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : \overline{v-a}} \ddot{a}_x : \overline{v-x}$$

Si en lugar de un solo trabajador consideramos el grupo, el pasivo acumulado sería:

$$\sum_a^{r-1} l_x v-x | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x - \frac{v-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : \overline{v-a}} \sum_a^{r-1} l_x \ddot{a}_x : \overline{v-x} =$$

$$= \sum_a^{r-1} l_x \ddot{a}_x + \sum_a^{r-1} l_x \left( v-x | \ddot{a}_x - \frac{v-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : \overline{v-a}} \ddot{a}_x : \overline{v-x} \right)$$

El costo normal  $\frac{v-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : \overline{v-a}}$  para cada trabajador, se --

convierte para el grupo, en:

$$\frac{v-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : \overline{v-a}} \sum_a^{r-1} l_x$$

El pasivo acumulado inicial puede ser cubierto de varias maneras, generalmente como pago nivelado durante un número determinado de años. Puede existir el requisito de que el pasivo acumulado se financie con la suficiente -

rapidez para que los beneficios correspondientes a las -  
vidas jubiladas esten totalmente cubiertos o consolida--  
dos.

Una vez liquidado totalmente el pasivo, el costo normal  
y el fondo estarán dados por:

$${}^E I C_{\infty} = \frac{r \cdot a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : r \cdot a} \sum_a^{r-1} l_x$$

$${}^E I F_{\infty} = \sum_r^w l_x \ddot{a}_x + \sum_a^{r-1} l_x \left( r \cdot x | \ddot{a}_x - \frac{r \cdot a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : r \cdot a} \ddot{a}_{x:r \cdot x} \right)$$

Una vez más, el fondo estabilizado, bajo las condiciones  
rígidas impuestas, se hace idéntico al pasivo acumulado  
constante. Nuevamente la relación siguiente demuestra -  
la ecuación de madurez:

$$\frac{r \cdot a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : r \cdot a} \sum_a^{r-1} l_x + d \left[ \sum_r^w l_x \ddot{a}_x + \sum_a^{r-1} l_x \left( r \cdot x | \ddot{a}_x - \frac{r \cdot a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a : r \cdot a} \ddot{a}_{x:r \cdot x} \right) \right] =$$

$$= \sum_r^w l_x$$

Si los pagos del pasivo acumulado se redujeran solamente al interés, las contribuciones serían iguales a los beneficios y por lo tanto no se crearían reservas.

b) Método de Financiamiento de Prima Nivelada Individual -  
( Individual Level Premium )

Este método contempla el financiamiento de los beneficios de cualquier trabajador desde su fecha de ingreso (o a la fecha de instalación si ésta es posterior) hasta la fecha de retiro, con un monto nivelado (o como un porcentaje nivelado del salario).

Mediante el método de financiamiento de prima nivelada individual, el pasivo acumulado de cualquier trabajador se amortiza durante su vida productiva futura, de la misma forma que el costo normal.

Cuando se inicia el plan para un trabajador de edad X, el financiamiento de prima nivelada individual requiere un pago de :

$$\frac{r \cdot x | \ddot{a}_x}{\ddot{a}_x : \overline{r \cdot x}}$$

Por cada año que el trabajador permanezca en servicio activo.

Pero nótese que:

$$\frac{r-x | \ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x:r-x}} = \frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_{a:r-a}} + \left( \frac{r-x | \ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x:r-x}} - \frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_{a:r-a}} \right)$$

de donde se puede concluir que bajo el financiamiento de prima nivelada, la contribución contiene el pago del costo normal, más un pago del pasivo acumulado consistente en:

$$\frac{r-x | \ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x:r-x}} - \frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_{a:r-a}} \quad *$$

Extendiendo este concepto a todos los trabajadores, la contribución inicial al plan estaría dada por:

$$\begin{aligned} \text{PNE } C_1 &= \sum_a^{r-1} l_x \frac{r-x | \ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x:r-x}} + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x = \\ &= \frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_{a:r-a}} \sum_a^{r-1} l_x + \sum_a^{r-1} l_x \left( \frac{r-x | \ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x:r-x}} - \frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_{a:r-a}} \right) + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x \end{aligned}$$

donde el primer término de la última expresión puede -- considerarse como el costo normal y los últimos dos términos el pago para la amortización del pasivo acumulado

Después de t años de implantado el plan, se tendría:

$$\begin{aligned}
 {}^{PNS}C_{t+1} &= \sum_{a+t+1}^{r-1} l_x \frac{r-x+t | \ddot{a}_{x:t}}{\ddot{a}_{x:t}; \overline{r-x+t}} + \sum_a^{a+t} l_x \frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a; \overline{r-a}} = \\
 &= \frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a; \overline{r-a}} \sum_a^{r-1} l_x + \sum_{a+t+1}^{r-1} l_x \left( \frac{r-x+t | \ddot{a}_{x:t}}{\ddot{a}_{x:t}; \overline{r-x+t}} - \frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_a; \overline{r-a}} \right)
 \end{aligned}$$

El costo normal se mantiene nivelado, pero el pago para la amortización del pasivo acumulado decrece cada año - al crecer t, hasta que después de r-a años el pasivo -- acumulado se encuentra pagado totalmente.

El método de financiamiento de prima nivelada individual es realmente un caso especial del de edad de ingreso, - en donde el pasivo acumulado se amortiza en r-a años, - por pagos inicialmente altos pero decrecientes. El pago inicial es más alto porque se amortiza totalmente - el pasivo de los primeros jubilados.

c) Método de Financiamiento Colectivo (Aggregate Funding)

Este método consiste en igualar el valor presente de -- los beneficios futuros sin amortizar, el valor presente de las contribuciones futuras, donde la contribución -- anual para cada vida activa ( o para cada peso de salario ) se supone constante.

En primera instancia puede parecer que las contribuciones resultantes deben permanecer niveladas año con año para una población inicialmente estable, ya que el mismo principio implica repartir niveladamente el valor - de todos los beneficios sobre años futuros de vida.

Esta suposición respecto al método colectivo es correcta siempre y cuando se tomen en cuenta las altas futuras tanto al evaluar el valor presente de los beneficios futuros como el calcular el valor presente de años futuros de vida activa.

La contribución colectiva del primer año, bajo las condiciones rígidas supuestas es igual a  $\sum_r l_x$  es decir - como el método de beneficio sin financiamiento previo

Demostración:

Valor presente de los beneficios (Vidas activas actuales)  
 Valor presente de servicios futuros

donde ambos valores incluyen ingresos nuevos futuros

$$C_1 = \frac{\sum_a^{r-1} l_x \cdot r \cdot x | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x + l_a \cdot r \cdot a | \ddot{a}_a (\sqrt{1} + \sqrt{1^2} + \dots)}{\sum_a^{r-1} l_x \ddot{a}_{x:r:\overline{a}|} + l_a \ddot{a}_{a:r:\overline{a}|} (\sqrt{1} + \sqrt{1^2} + \dots)} \sum_a^{r-1} l_x \dots \textcircled{1}$$

Pero:

$$\sum_a^{r-1} l_x \cdot r \cdot x | \ddot{a}_x = \frac{1}{d} l_r \ddot{a}_r - \frac{1}{d} l_a \cdot r \cdot a | \ddot{a}_a \dots \textcircled{2}$$

$$\sum_r^w l_x \ddot{a}_x = \frac{1}{d} \sum_r^w l_x - \frac{1}{d} l_r \ddot{a}_r \dots \textcircled{3}$$

$$\sum_{x=0}^{r-1} l_x \ddot{a}_{x:\overline{r-x}|} = \frac{1}{d} \sum_{a=0}^{r-1} l_x - v/d \ l_a \ddot{a}_{a:\overline{r-a}|} \dots \textcircled{4}$$

$$v + v^2 + \dots = v/d$$

Substituyendo (2), (3), (4) y (5) en (1)

$${}^{FC} C_1 = \sum_r^w l_x$$

De cualquier manera, el uso común del método colectivo - ignora a las altas. El efecto implica sustraer  $v/d \ l_a - r-a | \ddot{a}_a = C$  del numerador de la ecuación (1) y  $v/d \ l_a \ddot{a}_{a:\overline{r-a}|}$  de su denominador y como A, B, C y D son constantes positivas, si :

$$\frac{A}{B} > \frac{C}{D} \quad \text{entonces} \quad \frac{A}{B} > \frac{A+C}{B+D}$$

de donde  ${}^{FC} C_1$  sin tomar en cuenta las altas, es mayor que el pago nivelado del método de beneficio sin -- financiamiento previo, siempre y cuando :

$$\frac{\sum_{x=0}^{r-1} l_x \ v-x | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x}{\sum_{a=0}^{r-1} l_x \ \ddot{a}_{x:\overline{r-x}|}} > \frac{r-a | \ddot{a}_a}{\ddot{a}_{a:\overline{r-a}|}}$$

Por lo tanto en el primer año, el ignorar a las altas - produce una contribución en exceso a los beneficios y - comienza la acumulación de reservas.

En cualquier año siguiente:

$${}^{mc}C_t = \frac{\sum_a^{r-1} l_x r-x | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x - {}^{mc}F_{t-1}}{\sum_a^{r-1} l_x \ddot{a}_x : \overline{r-x}} \sum_a^{r-1} l_x$$

Una particularidad del método colectivo es que la suposición de una tasa de mortalidad o rotación más fuerte, algunas veces ocasiona una contribución inicial mayor. Los decrementos más altos reducen la anualidad temporal promedio, incrementando el porcentaje k.

d) Método de Financiamiento a Partir de Edad Alcanzada - - (attained age normal)

Este método consiste en separar los beneficios totales, en beneficios por servicio pasado y por servicio futuro como en el financiamiento de crédito unitario, dejando libertad para la amortización del pasivo por servicios pasados.



De cualquier forma, para los beneficios futuros se utiliza el método colectivo.

La contribución del primer año para amortizar los servicios futuros, se convierte en:

$$\frac{\frac{1}{r-a} \sum_a^{r-1} (r-x) l_x r-x | \ddot{a}_x}{\sum_a^{r-1} l_x \ddot{a}_{x:\overline{r-x}|}} \sum_a^{r-1} l_x$$

El costo por servicios futuros después del primer año, se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{\sum_a^{r-1} l_x r-x | \ddot{a}_x + \sum_x^w l_x \ddot{a}_x - \text{Pasivo no financiado } \overset{eA}{F}_t}{\sum_a^{r-1} l_x \ddot{a}_{x:\overline{r-x}|}}$$

La t-ésima contribución por servicios futuros sería:

$$\frac{\frac{1}{r-a} \sum_a^{r-1} (r-x) l_x r-x | \ddot{a}_x - \overset{eA}{F}_{t-1}}{\sum_a^{r-1} l_x \ddot{a}_{x:\overline{r-x}|}} \sum_a^{r-1} l_x$$

Se nota cierta similitud del método a partir de edad -- alcanzada, con el método colectivo, pero mientras que -- el pasivo acumulado total del método colectivo se liquida con pagos decrecientes rígidos, bajo el de edad alcanzada solo una parte del pasivo se amortiza de esta -- forma

y el financiamiento de la parte restante no es específico.

e) Método de Financiamiento de Plazo Abierto

Este método consiste en dividir los beneficios totales entre el valor de los salarios futuros, obteniéndose un porcentaje nivelado de aportación sobre las nóminas.

su comportamiento es similar al del Método de Prima Nivelada Individual, pero a nivel colectivo, amortizando los servicios pasados, el costo normal y los beneficios de los trabajadores jubilados a través de una aportación nivelada

$$C_1 = \frac{\sum_a^{r-1} l_x \cdot r-x | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x a_x}{\sum_a^{r-1} \ddot{a}_{x:r-x}}$$

donde S = Salario.

6. Método de Financiamiento Inicial

Aunque de naturaleza poco práctica, este método de financiamiento consiste en amortizar los beneficios de un trabajador, tan pronto como es contratado.

El costo normal por lo tanto, será:

$$l_a \cdot r-a | \ddot{a}_a$$

El pasivo acumulado y el fondo serán iguales a:

$$\sum_{a+1}^{r+1} l_x r-x | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x$$

La ecuación de madurez se expresa como:

$$l_a r-a | \ddot{a}_a + d \left[ \sum_{a+1}^{r+1} l_x r-x | \ddot{a}_x + \sum_r^w l_x \ddot{a}_x \right] \equiv \sum_r^w l_x$$

#### 7. Método de Financiamiento a Perpetuidad

Aun menos práctico que el inicial, el método de financiamiento a perpetuidad es el extremo del financiamiento acelerado.

Si por cualquier procedimiento, el pasivo acumulado derivado de  $1/d \sum_r^w l_x$  ya ha sido amortizado, el inte

rés sobre las reservas creadas será suficiente para -- cubrir los pagos de los beneficios  $\sum_r^w l_x$

#### 8. Cambios Observados para una Población Inmadura

Si el grupo inicial fuera inmaduro, las primeras contribuciones en el método de beneficio sin financiamiento - previo serían muy bajas, pero se incrementarían con el envejecimiento de la población, nivelándose eventualmente cuando el grupo alcanzara su madurez.

En el caso del método de financiamiento terminal se requerirían contribuciones que fluctuarían considerablemente, pues el número de jubilados variaría año con año. - Bajo esta irregularidad, las contribuciones serían crecientes, ya que mientras el grupo va madurando, el número de retiros tiende a crecer.

Por lo que se refiere al método de financiamiento de crédito unitario, el incremento de la edad promedio ocasionaría que los costos normales también crecieran (por estar en función de primas únicas) antes de que eventualmente se nivelen. Este incremento puede ser muy pronunciado si en la instalación del plan, el grupo es muy joven.

En los métodos de financiamiento nivelado y aun cuando se cumplieran las demás suposiciones actuariales, es posible que los costos normales sean crecientes.

Previamente se vió que bajo la suposición de una población inicialmente madura, el pasivo acumulado producido por cualquiera de los métodos de financiamiento analizados, no cambia con el paso del tiempo. Si la población es inicialmente inmadura, el pasivo acumulado crece cuando la población envejece.

Como corolario encontramos que los fondos crecerán por encima del pasivo acumulado inicial, hasta el nivel del pasivo acumulado estabilizado. El excedente del pasivo acumulado estabilizado sobre el inicial se constituye -- con el sobre pago de los costos normales en los primeros años más los intereses sobre el fondo.

Para una población inicialmente madura se encontró que - el costo normal, más los intereses sobre el pasivo acumulado inicial era igual a los pagos por beneficios, por lo tanto no se constituían reservas y resultaba método de beneficio sin financiamiento previo. Esto era cierto para cualquiera de los métodos analizados.

Si el grupo inicial es inmaduro, el pago del costo normal más el interés sobre el pasivo acumulado inicial - difiere del método de beneficio sin financiamiento previo, en dos aspectos:

- . Las contribuciones son más o menos niveladas en vez -- de marcadamente crecientes
- .. Se va creando un fondo, cuyo monto en cualquier momento es igual al excedente del pasivo acumulado en ese momento, sobre el pasivo acumulado inicial.

Si la población es inicialmente madura, el método de financiamiento que produce el costo normal más alto produce el pasivo acumulado más bajo. Cuando la población es inicialmente inmadura es posible que estas relaciones no funcionen inmediatamente.

Por ejemplo, en un principio el pago del beneficio sin financiamiento previo puede ser más bajo que el costo -- normal del primer año del financiamiento terminal, a pesar de que el primer método no produce pasivo y el segundo sí. Claro está que dicha situación es temporal.

La situación no es tan obvia cuando examinamos el método de financiamiento de crédito unitario aplicado a determinado grupo. Produce un pasivo acumulado inicial más bajo que el método de edad de ingreso (el resultado que uno espera) y al mismo tiempo arroja un costo normal -- inicial más bajo.

Este resultado se debe a la falta de madurez del grupo, que hemos visto que invariablemente lleva a costos normales que crecen bajo el financiamiento de crédito unitario. El costo normal más bajo del crédito unitario es solo un aspecto temporal y el valor presente de todos los costos normales es más alto en este método, aun cuando el costo normal en los primeros años sea más bajo.

## CAPITULO V. CONSTRUCCION DE TABLAS DE DECREMENTOS MULTIPLES

Una tabla de decrementos múltiples es un modelo matemático que supone el estudio de un conjunto suficientemente grande de personas sujetas a varias causas independientes de salida.

El conjunto de personas o vidas, forman un grupo cerrado, es decir, no existen nuevos ingresantes ni reingresantes - después de ocurrido un decremento.

### 1.- Notación

- a) Sean (1), (2), (3), ... (m), m causas de salida o decremento.
- b) (x) : Una persona de edad x
- c)  $l_x^{(\tau)}$  : El número de personas de edad x, sujetas a las m causas de salida o decremento.
- d)  $d_x^{(k)}$  : El número de personas entre las edades x y x+1, - que salen del grupo por la causa k
- e)  $d_x^{(\tau)}$  : El número de personas entre las edades x y x+1, - que salen del grupo por todas las causas de salida o decremento.
- f)  $q_x^{(k)}$  : La probabilidad de que (x) salga del grupo, antes de alcanzar la edad x+1, debido a la causa de salida o decremento (k)

g)  $q_x^{(\tau)}$  : La probabilidad de que (x) salga del grupo, antes de alcanzar la edad  $x+1$ , por cualquiera de las -- causas de salida o decremento.

h)  $p_x^{(\tau)}$  : La probabilidad de que (x) permanezca en el grupo hasta alcanzar la edad  $x+1$ .

Por definición, se tiene que:

$$d_x^{(\tau)} = \sum_{k=1}^m d_x^{(k)}$$

$$l_{x+1}^{(\tau)} = l_x^{(\tau)} - d_x^{(\tau)}$$

$$q_x^{(k)} = \frac{d_x^{(k)}}{l_x^{(\tau)}}$$

$$q_x^{(\tau)} = \frac{d_x^{(\tau)}}{l_x^{(\tau)}} = \frac{\sum_{k=1}^m d_x^{(k)}}{l_x^{(\tau)}} = \sum_{k=1}^m q_x^{(k)}$$

$$p_x^{(\tau)} = 1 - q_x^{(\tau)} = \frac{l_{x+1}^{(\tau)}}{l_x^{(\tau)}}$$

## 2.- Conversión de Decrementos Múltiples a Decrementos Simples

En una tabla simple, es decir, con una sola causa de salida, digamos la muerte, al multiplicar la tasa de decremento para una cierta edad, por el número de personas de la misma edad, se obtiene el número de personas que salen del



grupo por fallecimiento:

$$q_x l_x = d_x$$

Sin embargo, en una tabla de decrementos múltiples, si la tasa de decrementos  $q_x^{(k)}$  (cuyo valor es conocido) es multiplicada por  $l_x^{(\tau)}$ , se tiene que:

$$q_x^{(k)} l_x^{(\tau)} > d_x^{(k)}$$

Lo anterior se debe a que algunas de las  $l_x^{(\tau)}$  no están expuestas a la causa de salida o decremento  $k$  durante el año completo, en virtud de que pueden salir del grupo por las otras causas.

El número de personas de vidas que salen del grupo durante el año por las otras causas es:

$$d_x^{(\tau)} - d_x^{(k)} = d_x^{(-k)}$$

Si se supone que en promedio esas personas o vidas están -

expuestas medio año a la causa (k), la pérdida en exposición es el equivalente de:

$$\frac{1}{2} d_x^{(-k)}$$

Por lo tanto, para obtener los decrementos  $d_x^{(k)}$  mostrados en cualquier tabla de decrementos múltiples, la tasa  $q_x^{(k)}$  debe multiplicarse por  $l_x - \frac{1}{2} d_x^{(-k)}$ , que es el promedio de personas o vidas expuestas.

De esta manera, se tiene que:

$$q_x^{(k)} \left( l_x^{(\tau)} - \frac{1}{2} d_x^{(-k)} \right) = d_x^{(k)} \Rightarrow$$

$$q_x^{(k)} = \frac{d_x^{(k)}}{l_x^{(\tau)} - \frac{1}{2} d_x^{(-k)}} = \frac{\frac{d_x^{(k)}}{l_x^{(\tau)}}}{\frac{l_x^{(\tau)}}{l_x^{(\tau)}} - \frac{1}{2} \frac{d_x^{(-k)}}{l_x^{(\tau)}}} = \frac{q_x^{(k)}}{1 - \frac{1}{2} q_x^{(-k)}} \dots \textcircled{1}$$

donde  $q_x^{(-k)} = q_x^{(\tau)} - q_x^{(k)} = \sum_{i=1}^{k-1} q_x^{(i)} + \sum_{i=k+1}^m q_x^{(i)}$

### 3.- Construcción de Tablas de Decrementos Múltiples a partir de Tablas Simples

El problema más común que se presenta en la valuación de un plan privado de pensiones lo constituye el hecho de que

son las  $q'_x(k)$  las tasas conocidas y es necesario construir la tabla de decrementos múltiples a partir de dichas  $q'_x(k)$

Para ello se construyen las  $q_x(k)$  a partir de la relación (1)

$$q'_x(k) = \frac{q_x(k)}{1 - \frac{1}{2} q_x(-k)}$$

$$q'_x(k) \left[ 1 - \frac{1}{2} q_x(-k) \right] = q_x(k) \Rightarrow$$

$$q'_x(k) - \frac{1}{2} q'_x(k) q_x(-k) = q_x(k) \Rightarrow$$

$$q'_x(k) = q_x(k) + \frac{1}{2} q'_x(k) q_x(-k)$$

$$q'_x(k) = q_x(k) + \frac{1}{2} q'_x(k) \left[ \sum_{i=1}^{k+1} q_x(i) + \sum_{i=k+1}^{\infty} q_x(i) \right]$$

donde  $q'_x(k)$  es un valor conocido y por lo tanto de esta relación resultan  $m$  ecuaciones simultáneas.

Ejemplo: Supongáse que para la valuación de un plan de pensiones, se considerarán tres causas de salida: la muerte, la invalidez y la separación, es decir que  $m = 3$ .

De la relación anterior se derivarían las siguientes ecuaciones simultáneas:

$$q_x^{(1)} + \frac{1}{2} q_x^{(1)} q_x^{(2)} + \frac{1}{2} q_x^{(1)} q_x^{(3)} = q_x^{(1)}$$

$$q_x^{(2)} + \frac{1}{2} q_x^{(2)} q_x^{(1)} + \frac{1}{2} q_x^{(2)} q_x^{(3)} = q_x^{(2)}$$

$$q_x^{(3)} + \frac{1}{2} q_x^{(3)} q_x^{(1)} + \frac{1}{2} q_x^{(3)} q_x^{(2)} = q_x^{(3)}$$

O sea que:

$$[q_x^{(1)}] + \frac{1}{2} q_x^{(1)} [q_x^{(2)}] + \frac{1}{2} q_x^{(1)} [q_x^{(3)}] = q_x^{(1)}$$

$$\frac{1}{2} q_x^{(2)} [q_x^{(1)}] + [q_x^{(2)}] + \frac{1}{2} q_x^{(2)} [q_x^{(3)}] = q_x^{(2)}$$

$$\frac{1}{2} q_x^{(3)} [q_x^{(1)}] + \frac{1}{2} q_x^{(3)} [q_x^{(2)}] + [q_x^{(3)}] = q_x^{(3)}$$

De donde se obtiene que:

$$q_x^{(k)} = \frac{q_x^{(k)} - \frac{1}{2} q_x^{(k)} [q_x^{(k)}] + \frac{1}{4} q_x^{(1)} q_x^{(2)} q_x^{(3)}}{1 + \frac{1}{4} (q_x^{(1)} q_x^{(2)} q_x^{(3)} - q_x^{(1)} q_x^{(2)} - q_x^{(1)} q_x^{(3)} - q_x^{(2)} q_x^{(3)})}$$

A partir de esta igualdad, es posible construir la tabla - de decrementos múltiples, con las relaciones ya conocidas:

$$q_x^{(\tau)} = \sum_{i=1}^{\infty} q_x^{(i)}$$

$$p_x^{(\tau)} = 1 - q_x^{(\tau)}$$

$$l_{x+t}^{(\tau)} = l_x^{(\tau)} p_x^{(\tau)}$$

$$D_x^{(\tau)} = v_i^x l_x^{(\tau)}$$

$$N_x^{(\tau)} = \sum_{t=0}^{\omega} D_{x+t}^{(\tau)}$$

donde  $i$  = tasa de rendimiento - de inversiones.

$$C_x^{(\tau)} = v_i^{x+1} d_x^{(\tau)}$$

$$M_x^{(\tau)} = \sum_{t=0}^w C_x^{(\tau)}$$

$$R_x^{(\tau)} = \sum_{t=0}^w M_x^{(\tau)}$$

Para ello se asignará a  $l$ , es decir, al radix de la ta  
bla un valor arbitrario que pueda ser 1'000,000.

#### 4.- Construcción de Conmutados Afectados con el Crecimiento de Salarios.

En el Capítulo referente a las hipótesis actuariales para -  
la valuación de un plan de pensiones, se mencionó que para -  
estimar los salarios futuros, el Actuario deberá tomar en -  
cuenta las tendencias inflacionarias, las políticas sobre -  
salarios de la empresa de que se trate y las posibilidades -  
de desarrollo de los empleados, según su edad.

De acuerdo con lo anterior y en base a la experiencia observa  
vada respecto al incremento de salarios, se puede afirmar -  
que los incrementos a los salarios de los trabajadores de--  
penden de dos factores:

- . De sus posibilidades de desarrollo en la Empresa según su edad
- .. De los índices de inflación

Para contemplar el incremento de los salarios según la edad - de los trabajadores habrá que elaborar una tabla de salarios  $S_a, S_{a+1}, \dots S_r$  donde:

- a = Edad de ingreso
- r = Edad de jubilación
- $S_a$  = Salario a edad a
- $S_r$  = Salario a edad r

Si deseamos construir los conmutados para efectuar la valuación de un plan de pensiones por jubilación, afectándolos con el crecimiento de salarios según su edad tendríamos que:

$${}^s D_x^{(\tau)} = \sum_{i=x}^{\tau} I_x S_x$$

donde el índice superior izquierdo s indica la afectación de salarios.

De la misma manera:

$${}^s N_x^{(\tau)} = \sum_{t=0}^w {}^s D_{x+t}^{(\tau)}$$

Debe tomarse en cuenta que al valuar un plan de pensiones, la edad máxima considerada para el retiro de los trabajadores, - es r y por lo tanto en este caso  $w = r$

El incremento de salarios motivado por los índices de inflación también puede incorporarse a los conmutados, de la manera siguiente:

Sea  $j$  la tasa de incremento de salarios esperada por inflación.

$$s^t D_x^{(T)} = V_i I_x^{(T)} S_x (1+j)^x$$

$$s^t N_x^{(T)} = \sum_{t=0}^u s^t D_x^{(T)}$$

Es importante observar que los incrementos de salario generalmente son otorgados al finalizar el año, por lo que al efectuar los cálculos de una valuación con los conmutados anteriores, habrá que dividir los resultados finales entre  $(1+j)$ , debido a que en las relaciones anteriores el incremento de salarios se está considerando a principio de año.



CAPITULO VI. VALUACIONES Y REVALUACIONES ACTUARIALES, IMPLANTACION DE PLANES Y PRUEBAS DE AJUSTE DE LAS HIPOTESIS

---

1.- Valuaciones y Revaluaciones Actuariales

Una vez determinado el sector del personal (confianza, sindicalizado o ambos) al cual se va a otorgar el Plan; una vez -- diseñados los beneficios; establecidas las hipótesis actuariales y fijado el medio y el método de financiamiento, se procede a realizar los cálculos correspondientes a la Valuación o Revaluación Actuarial.

Con objeto de no encarecer el costo del Plan incesariamente y dado que la gente con poca edad y con poca antigüedad, generalmente tiene las probabilidades más altas de separación, es conveniente establecer los llamados " Requisitos de Elegibilidad "

a) Requisitos de Elegibilidad.- Consisten en fijar una edad -- y/o una antigüedad mínima alcanzada por los empleados, a partir de la cual se comienzan a constituir las reservas -- necesarias para la amortización de sus beneficios.

Normalmente los requisitos de elegibilidad incluyen un período de tres a cinco años de antigüedad para que el empleado llegue a ser participante del plan y una edad mínima -- que puede variar de 25 a 30 años.

b) Gastos de Operación.- La operación de un plan de pensiones origina una serie de gastos, dentro de los cuales podemos señalar como los más comunes a los gastos actuariales, -- los gastos financieros, los gastos legales y los gastos -- administrativos.

En los planes fideicomitidos los gastos actuariales, al - fiduciario y en su caso los legales, se pagan directamente o se cargan al fondo, según se establezca en el contrato de fideicomiso. En caso de que se establezca por con--trato, las aportaciones para amortizar los beneficios deberán incrementarse en las cantidades correspondientes a los gastos de operación.

En el caso de los planes asegurados, los patrones pagan - los gastos legales y administrativos y la aseguradora, los actuariales y los financieros.

## 2.- Implantación de un Plan de Pensiones

Para la implantación de un Plan de Pensiones hay que cubrir una serie de requisitos de orden legal y técnico ya que normalmente se regulan por una serie de principios, normas, contratos y resoluciones fiscales.

En términos generales, los requisitos de orden legal y técnico para la implantación de un Plan de Pensiones, comprenden:

- a) El Texto del Plan de Pensiones.- Es el conjunto de normas expresadas por escrito, que regulan el funcionamiento del Plan.

Dentro del texto del Plan deben quedar comprendidas todas las normas de operación tales como los beneficios y los - requisitos para recibirlos, el funcionamiento del plan y la administración del mismo; el Comité Técnico designado para su manejo, así como el procedimiento a seguir en caso de su terminación.

- b) La Nota Técnica Actuarial.- Es el conjunto de fórmulas utilizadas para el desarrollo de los cálculos y las hipótesis fijadas para el desarrollo de los mismos.
- c) Los Cálculos de la Valuación.- Son los listados de cálculos que incluyen los datos de cada uno de los participantes del plan y de los resultados individuales y globales.
- d) El Contrato de Fideicomiso y/o de Seguros.- Es el conjunto de normas expresadas por escrito, que regulan el procedimiento para el pago de los beneficios establecidos por el Plan.

### 3.- Balance Actuarial de un Fondo de Pensiones

El Balance Actuarial de un fondo de pensiones, es el estado en que se consignan la reserva constituida y el valor presente de las aportaciones futuras por el lado del activo y el valor presente de los beneficios futuros y en curso de pago, -- por el lado del pasivo.

El Balance Actuarial tiene por objeto mostrar el déficit o superávit del fondo a la fecha del Balance según el método de financiamiento utilizado o bien a períodos futuros. Un modelo de la presentación del Balance lo constituye el siguiente cuadro:

Balance Actuarial del Plan de Pensiones de la  
Empresa X al 31 de diciembre de 19

A C T I V O

1.- Fondo Disponible en Inversiones y Efectivo	\$
2.- Valor Presente de Aportaciones por Servi-- cios Pasados	\$
3.- Valor Presente de Aportaciones por Servi-- cios Futuros	\$
	<hr/>
	\$

P A S I V O

4.- Valor Presente de Obligaciones en Curso - de Pago	\$
5.- Valor Presente de Obligaciones por Servi-- cios Pasados	\$
6.- Valor Presente de Obligaciones por Servi-- cios Futuros	\$
	<hr/>
	\$

4.- Ganancia o Pérdida Actuarial

El cálculo de la aportación para cualquier año, bajo cual método de financiamiento, está basado en una serie de suposiciones y estimaciones. En la experiencia real, cada una de las suposiciones o estimaciones es un error de mayor o menor grado y estos errores dan lugar a lo que se conoce como ganancia o pérdida actuarial.

En general, un elemento de ganancia actuarial surge cuando las tasas de mortalidad ó las tasas de rotación (sin beneficios -- adquiridos) o la tasa de interés es más alta que la supuesta. De igual manera cuando el retiro ocurre a una edad más avanzada o cuando el valor de los activos se incrementa.

La pérdida actuarial se presentaría cuando ocurriera lo contrario de lo mencionado anteriormente.

El procedimiento de cálculo de la pérdida o ganancia que tiene mayor aplicación es la comparación entre los fondos que se tienen al final del período y los fondos que se esperaban de acuerdo con las suposiciones efectuadas.

Para ajustar la pérdida ó ganancia actuarial se pueden utilizar cualquiera de los dos siguientes métodos:

- a) Método Inmediato.- Consiste en compensar cualquier pérdida o neutralizar cualquier ganancia, en cuanto esa pérdida o ganancia se hace evidente, al sumarla o deducirla de la siguiente contribución.
- b) Método de Distribución.- Consiste en distribuir el ajuste hacia el futuro, de tal manera que el valor presente de -- los ajustes futuros es igual al monto en efectivo de la -- ganancia o pérdida. Generalmente el método de distribución acompaña al costo normal del método de financiamiento particular empleado.

El ajuste por ganancia o pérdida se convierte en deducción o adición a los costos normales futuros.

### 5.- Terminación de un Plan de Pensiones

Dentro del texto del Plan de Pensiones debe quedar establecido desde su inicio, que la Empresa que lo está estableciendo, puede dar por terminado el Plan en cualquier momento, suspendiendo por lo tanto las aportaciones.

Por lo que se refiere a los fondos acumulados (en el fideicomiso) a la fecha de terminación, normalmente se establece su distribución de la manera siguiente:

- a) Para cada pensionado que este recibiendo su pensión en forma periódica, una cantidad igual al valor actuarial requerido para financiar los beneficios adquiridos, sin embargo, si el fondo no fuera suficiente para cubrir las cantidades requeridas entonces estas se reducirían proporcionalmente.
- b) Para cada Participante del Plan, que a la fecha de terminación tuviera derecho a jubilarse, una cantidad igual al valor actuarial requerido para financiar una pensión basada en los años de servicio prestados hasta la fecha de terminación, sin embargo, si el fondo no fuera suficiente para cubrir las cantidades requeridas entonces estas se reducirían proporcionalmente.
- c) El excedente del fondo, si lo hubiere, sería devuelto a la Empresa.

Cabe hacer notar que en caso de terminación del plan, la Empresa tendría que atenerse en todo caso, a las disposiciones fiscales y laborales establecidas al respecto.

## C O N C L U S I O N E S

Como lo mencioné en la introducción de la presente tesis, al escoger el material traté de reunir los puntos básicos que permitan al alumno adquirir los conocimientos elementales de la materia, para dejarlo en posibilidad de lograr conocimientos más avanzados.

Desarrollar con mayor profundidad algunos de los temas tratados, tales como la construcción de tablas de decrementos múltiples, los métodos de financiamiento y el ajuste de pérdidas y ganancias actuariales hubiera implicado tal extensión del trabajo, que realmente hubiera sido preferible elaborar una tesis especial acerca de cualquiera de los temas mencionados.

Por lo anterior y como apoyo indispensable para un mejor aprendizaje, sería necesario durante el desarrollo del curso una participación amplia del alumno, con la asesoría del profesor, para la solución de problemas prácticos y el desarrollo de trabajos de cálculo e investigación.

Quiero destacar finalmente, que en la presente tesis no se abordaron temas concretos de la legislación laboral y fiscal mexicana relacionados con los planes privados de pensiones, en virtud de que la intención fué darle al material técnico tratado, un carácter más general.

OBRAS CONSULTADAS

- 1.- Charles L. Trowbridge : Principios Sobre el Financiamiento de Pensiones (Traducción de la Act. Luz Lajous)
- 2.- Crocker-Sarason  
Straight- Vetter : Retirement Plan Mathematics
- 3.- Chester Wallace Jordan : Life Contingencies
- 4.- Raul Caro Dorantes : Tesis Profesional