



01161

5  
24.

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**TESIS**

**"INFLUENCIA EN LA RESPUESTA SÍSMICA TORSIONAL DE LOS ELEMENTOS  
ESTRUCTURALES COLOCADOS TRANSVERSALMENTE  
AL MOVIMIENTO DEL SUELO"**

**PRESENTADA POR:  
JORGE IGNACIO CRUZ DÍAZ**

**PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA  
(ESTRUCTURAS)**

**DIRIGIDA POR:  
  
DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ  
DR. JOSÉ ALBERTO ESCOBAR SÁNCHEZ**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Quiero agradecer a Dios sobre todas las cosas, a mis padres Ignacio y Emilia por haberme dado el ser, y especialmente a mi esposa Lulú, por toda su comprensión y paciencia.

<b>CONTENIDO</b>	<b>pags.</b>
<b>Resumen</b>	<b>5</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>6</b>
<b>2. Antecedentes</b>	<b>8</b>
2.1 Definiciones	9
2.2 Criterio de diseño sísmico por torsión del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF-87)	12
2.3 Estudios previos	13
<b>3. Modelos estructurales</b>	<b>19</b>
3.1 Características generales	20
3.1.1 Relación de aspecto de la planta de los modelos	20
3.1.2 Número y distribución de los elementos resistentes en planta	20
3.1.3 Período fundamental de vibración de los modelos	22
3.1.4 Criterios de distribución de la resistencia entre los elementos estructurales	22
3.2 Excitaciones utilizadas	24
3.3 Hipótesis utilizadas para la formulación de los modelos estructurales	25
3.3.1 Comportamiento de los elementos resistentes	25
3.3.2 Sentido de aplicación del sismo	26
3.3.3 Masa y sistema de piso del modelo estructural	26
3.3.4 Consideraciones adicionales	27
3.4 Parámetros estudiados	28
3.5 Planteamiento dinámico	30
3.5.1 Análisis elástico	30
3.5.2 Ecuación de movimiento	30
3.5.3 Análisis inelástico	34
3.5.3.1 Ecuaciones de equilibrio en términos de Incrementos	36
3.5.3.2 Integración de las ecuaciones del movimiento	38

	<b>pags.</b>
<b>4. Análisis de resultados</b>	<b>39</b>
4.1 Modelos analizados en una dirección	41
4.1.1 Modelos SNRN	41
4.1.2 Modelos SNRG	50
4.1.3 Modelos SGRN y SGRG	52
4.1.4 Modelos SNRP	52
4.1.5 Modelos SPRP y SPRN	62
4.2 Modelos analizados en dos direcciones	62
4.2.1 Modelos SNRN	62
4.2.2 Modelos SNRG	70
4.2.3 Modelos SGRN y SGRG	71
4.2.4 Modelos SNRP	72
4.2.5 Modelos SPRP y SPRN	72
<b>5. Conclusiones y recomendaciones</b>	<b>73</b>
<b>Referencias</b>	<b>79</b>
<b>Reconocimientos</b>	<b>82</b>
<b>Figuras</b>	<b>83</b>

## RESUMEN

El objeto del presente trabajo es evaluar la respuesta sísmica inelástica torsional de modelos estructurales compuestos por elementos resistentes colocados en dos direcciones ortogonales en planta. Los modelos están formados por dos, tres o cuatro elementos resistentes colocados paralelos a una de las direcciones principales y dos colocados en la otra dirección principal. Se considera asimetría únicamente en uno de los ejes.

Se analiza la influencia de la distribución de los elementos resistentes sobre la respuesta sísmica torsional de sistemas estructurales de cortante representados por un modelo tridimensional de un nivel con amortiguamiento viscoso.

Los sistemas estructurales son diseñados de acuerdo con el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal vigente. Para el análisis se utilizarán los registros obtenidos del sismo del 19 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México, en las estaciones denominadas Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), Viveros (VIV) y Ciudad Universitaria (CU); estos registros son representativos de suelo blando, de transición y duro, respectivamente. La respuesta se obtiene a través de un análisis inelástico paso a paso usando un programa de computadora. El movimiento del terreno es aplicado al modelo en una y dos direcciones perpendiculares.

Se estudian modelos con excentricidad en masas, debida a que el centro de masas no coincide con el centro de rigidez. Se consideran en el análisis tres grados de libertad: desplazamiento traslacional a lo largo de dos ejes ortogonales y giro alrededor de un eje vertical. Los parámetros que se evalúan son: la demanda de ductilidad máxima (normalizada con respecto a la obtenida de un modelo simétrico correspondiente) y la influencia en la respuesta sísmica torsional de los elementos transversales.

## 1 INTRODUCCIÓN

Los sismos registrados el 19 y 20 de septiembre de 1985 en la Ciudad de México, causaron la pérdida de miles de vidas humanas; además, ocasionaron el derrumbe de cientos de edificios y muchos otros quedaron severamente dañados. La razón de la falla de los edificios se atribuyó principalmente a que el movimiento fue excepcional en intensidad, contenido de frecuencias, regularidad y duración; dichas peculiaridades se presentaron en una zona de la Ciudad donde los movimientos del terreno fueron amplificados en forma muy importante por las características de vibración del subsuelo. Uno de los principales tipos de falla que se encontró, mostró que el 15% de los edificios que se derrumbaron o que sufrieron daños severos, fueron edificios que contaban con una pronunciada asimetría en rigidez; y el 42% eran edificios que se encontraban ubicados en esquina [ref. 1], los cuales tenían en su mayoría muros de mampostería en los dos lados de colindancia y fachadas muy abiertas en los restantes. Esta distribución de rigideces origina grandes excentricidades en planta, las cuales provocaron incrementos significativos en las fuerzas cortantes en los elementos resistentes que contribuyeron a que se presentara la falla de la estructura.

La mayoría de los edificios que fallaron en el sismo de 1985 fueron construidos a partir de 1957. Desde entonces es práctica común tomar en cuenta la respuesta torsional de acuerdo a un análisis lineal, incluyendo la amplificación dinámica de la excentricidad estática y la excentricidad accidental; los daños observados mostraron que dichas estructuras incursionaron en el rango no lineal, lo cual hace pensar que probablemente las vibraciones torsionales fueron mucho más grandes que las predichas por los análisis elásticos [ref. 2].

La asimetría en rigidez de los elementos resistentes de los edificios ocasiona efectos de torsión que pueden sobrepasar el comportamiento elástico de dichos elementos, por lo anterior se puede ver la necesidad de realizar investigaciones



sobre el tema que ayuden a comprender las características del comportamiento sísmico torsional de estructuras asimétricas con comportamiento inelástico.

En el presente trabajo se evalúa el comportamiento inelástico de modelos de edificios de un nivel, los cuales cuentan con elementos resistentes colocados en las dos direcciones principales; dichos modelos se deforman como estructuras de cortante. La excentricidad estática en los modelos es causada por la localización del centro de masa, la cual se considera únicamente a largo de uno de los ejes. No se considera excentricidad provocada por la rigidez de los elementos resistentes, debido a que en estudios precedentes [refs. 5, 6 y 7] se observó que este tipo de excentricidad tiene el mismo efecto cualitativo que el correspondiente a la excentricidad causada por la posición en planta del centro de masas. La distribución asimétrica de resistencias se considera en la dirección en que se mide la excentricidad estática.

## 2 ANTECEDENTES

Los reglamentos de diseño son seriamente cuestionados después de que ocurre un desastre natural como el debido a la acción de un evento sísmico intenso, principalmente cuando se presentan daños de consideración en las estructuras. La experiencia ha mostrado que algunos edificios que han sido diseñados tomando en cuenta la normatividad de diseño sísmico vigente en el Reglamento de Construcciones para el D.F. [ref. 3], han sufrido daños estructurales muy severos y en algunos casos se han derrumbado. Un ejemplo muy claro de esto es lo que ocurrió en el sismo del 19 de septiembre de 1985. Estructuras que probablemente fueron diseñadas tomando en cuenta los efectos de torsión en su diseño tuvieron un comportamiento diferente al esperado; los desplazamientos que se presentaron fueron más grandes que los predichos en el análisis, lo que obligó a la comunidad interesada en el tema a revisar los conceptos que dieron origen a la normatividad de diseño sísmico y a reconsiderar los efectos de torsión en el diseño. Como consecuencia se han realizado algunas investigaciones que tratan de ayudar a comprender el efecto de la torsión en el comportamiento sísmico inelástico de las estructuras. Varios investigadores han realizado una serie de trabajos en los cuales se estudiaron diferentes modelos representativos de estructuras reales. Se evaluaron parámetros tales como la demanda de ductilidad, distribución de la masa, excentricidad causada por la rigidez, excentricidad causada por la masa, número de elementos resistentes, etc. Algunos de estos trabajos se mencionarán a continuación, así como la forma en que el reglamento de diseño sísmico RCDF-87 considera los efectos de torsión.

## 2.1 DEFINICIONES

Es conveniente establecer algunas definiciones fundamentales para lograr una clara interpretación de los conceptos que se usan en el reglamento de diseño sísmico, y otras que serán usadas a lo largo de este trabajo.

El centro de masa (CM), se define como la posición de la resultante de los centros de gravedad de las distribuciones de las fuerzas verticales [ver fig. 2.1]; en caso de que las distribuciones de las fuerzas verticales sean uniformes e iguales entre ellas, el centro de masa coincidirá con el centro geométrico de la planta de la estructura (CG), y será el lugar donde se considerará aplicada la fuerza sísmica horizontal.

El centro de rigidez o centro de torsión (CS), queda definido por la posición de la resultante de las rigideces de los elementos resistentes en la dirección analizada. Al aplicarse la fuerza cortante sísmica en ese punto sólo se producirán desplazamientos de traslación; si se considera que todos los elementos resistentes en la dirección analizada tienen la misma rigidez y guardan una distribución simétrica, el centro de rigidez coincidirá con el centro geométrico.

La posición de la resultante de las resistencias de los elementos estructurales define al centro de resistencias (CR). Este concepto fue estudiado por primera vez en México [refs. 4 y 6], y basados en esos estudios se incluyó en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF-87) un valor límite para la distribución asimétrica en resistencias. Sin embargo este concepto fue derogado debido al cambio en la filosofía de diseño sísmico que esto implicaba y a las severas críticas que se hicieron al respecto [ref. 17].

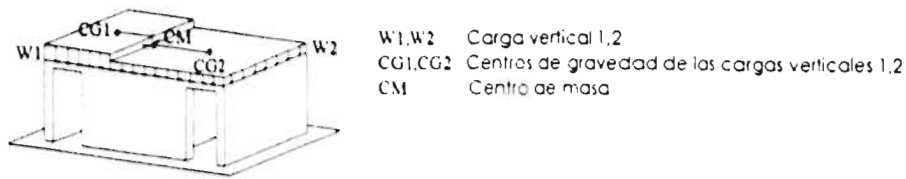


Fig. 2.1 Definición del centro de masa.

El concepto de excentricidad en resistencia ( $e_r$ ) se define en las referencias 4 y 8, como la distancia que existe entre el centro de masa y el centro de resistencia. El Reglamento de Construcción RCDF-87 indica que para cada elemento resistente la excentricidad de diseño ( $e_d$ ) se puede tomar en cuenta como la que resulte más desfavorable de:

$$e_{d1} = \alpha_1 \cdot e_r + \beta \cdot b$$

$$e_{d2} = \alpha_2 \cdot e_r - \beta \cdot b \quad (2.1)$$

En estas expresiones  $e_r$  es la excentricidad estática o de rigidez [ver fig. 2.2], definida como la distancia entre los centros de rigidez y de masa [ref. 3];  $b$  es la máxima dimensión en planta de la estructura perpendicular a la dirección analizada;  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son los factores de amplificación y deamplificación dinámica respectivamente, el factor  $\pm\beta \cdot b$  es la excentricidad accidental, con ella se intenta cubrir los efectos de propagación de ondas que provocan movimiento torsional en las estructuras y la incertidumbre en la distribución en planta de rigideces, masas y resistencias [ref. 9].

En este trabajo se usarán valores de  $e_r$  y  $e_d$  de 0 a 0.3b con incrementos de 0.1b, adicionalmente se utilizarán los factores  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\beta$ , indicados en el Reglamento de Construcción RCDF-87, dichos valores se reproducen en la tabla 2.1, DISEÑO 1.

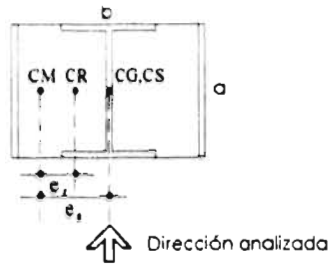


Fig. 2.2 Excentricidades estática y en resistencia.

Los modelos simétricos se definen como aquéllos en los que la posición de los centros de masa, rigidez y resistencia coinciden entre ellos. Bajo estas condiciones no existe excentricidad estática y no se generan movimientos de rotación debidos a cargas laterales [ver fig. 2.3a], lo anterior es válido si no se considera la interacción suelo estructura.

El modelo asimétrico queda definido al mover el centro de masa fuera de la posición del centro geométrico de la planta del modelo, en este caso existe una excentricidad estática la cual provoca movimientos rotacionales debidos a cargas laterales [ver fig. 2.3b].

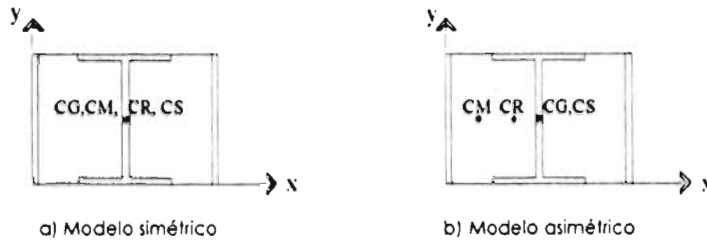


Fig. 2.3 Modelos estructurales.

## 2.2 CRITERIO DE DISEÑO SÍSMICO POR TORSIÓN DEL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL (RCDF-87)

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal acepta el uso del análisis estático en estructuras de altura menor de 60 m; la geometría de la estructura en planta y elevación deben ser regulares y deben evitarse distribuciones no uniformes de masa y rigidez. Una vez cumplidos estos requisitos, el cortante sísmico basal puede calcularse como el peso de la estructura multiplicada por un coeficiente sísmico [ref. 3].

La fuerza cortante de diseño de cada elemento resistente está formada por dos partes; cortante directo y cortante por torsión. El cortante directo es producido por el cortante sísmico aplicado en el centro de torsión, y es distribuido proporcionalmente a la rigidez de cada elemento resistente; el cortante por torsión se puede tomar en cuenta como la excentricidad de diseño  $e_d$  (ecs. 2.1) multiplicada por la fuerza cortante sísmica. Este producto se conoce como momento torsionante de la estructura, y causa cortantes que se deben distribuir entre los elementos resistentes y sumarse a los cortantes debidos al movimiento traslacional. El efecto de estos cortantes se puede representar por la ecuación 2.2 [ref. 9].

$$R_{ij} \geq F \cdot K_{ij} / K_{Ti} + F \cdot e_d \cdot C_{ij} \quad (2.2)$$

donde:

$R_{ij}$  = resistencia de diseño en la dirección  $i$  del elemento  $j$

$K_{Ti}$  = rigidez total de entrepiso en la dirección  $i$

$$C_{ij} = \frac{K_{ij} \cdot y_{ji}}{\sum (K_{xj} \cdot y_{ji}^2 + K_{yj} \cdot x_{ji}^2)}$$

$i = x, y$

$K_{ij}$  = rigidez en la dirección  $i$  del elemento resistente  $j$

$x_{ji}, y_{ji}$  = distancia paralela al eje x, y del elemento j al centro de torsión.

Para estructuras de un nivel la fuerza cortante sísmica se puede calcular como:

$$F = C_s \cdot W$$

donde:

$C_s$  = coeficiente sísmico

$W$  = peso total de la estructura

La normatividad de diseño sísmico por torsión del RCDF-87 fue definida a partir de resultados de estudios elásticos. La posibilidad de que una estructura incurriera en un estado de comportamiento inelástico se contempla en el RCDF-87 mediante un coeficiente de reducción de las fuerzas sísmicas elásticas ( $Q'$ ), el cual toma los valores siguientes:  $Q' = Q$  si  $T \geq T_s$ ;  $Q' = 1 + (T / T_s)(Q - 1)$  si  $T < T_s$ , donde  $Q$  es el factor de comportamiento sísmico,  $T$  es el periodo natural de vibrar de la estructura en la dirección analizada, y  $T_s$  es un periodo característico del espectro de diseño; el valor de  $Q$  depende de las características propias de la estructura y de una serie de requisitos que se deben cumplir [ref. 3]. En este estudio se considera  $Q = 4$  ya que representa la condición más favorable para que la estructura ingrese en el intervalo de comportamiento inelástico.

### 2.3 ESTUDIOS PREVIOS

Desde hace varios años, se han venido realizando una serie de investigaciones en el Instituto de Ingeniería (I de I) de la UNAM encaminadas a comprender el comportamiento torsional inelástico de estructuras asimétricas sometidas a registros de acelerogramas en una y dos direcciones.

Se han estudiado modelos de un piso con 2 y 3 elementos resistentes colocados en la dirección de aplicación del movimiento del sismo [refs. 4 y 6]. Los elementos resistentes se encuentran ligados a una losa que se considera infinitamente rígida en su plano, con excentricidades en rigidez y resistencia a lo largo de uno de los ejes. Estos estudios evaluaron la influencia que tiene la distribución en resistencia en la respuesta de las estructuras, haciendo énfasis en la demanda de ductilidad de los elementos estructurales. Los resultados que se obtuvieron demostraron que para valores de la excentricidad en resistencia en el intervalo de 0 a 0.1, la demanda de ductilidad se incrementa muy rápido, y disminuye a medida que la excentricidad en resistencia toma valores similares a la excentricidad estática ( $e_r = e_s$ ).

En la referencia 5 se estudiaron modelos con características adicionales a las mencionadas en el párrafo anterior como son: diferentes distribuciones de masa, excentricidad estática provocada por el cambio de posición del centro de masa y excentricidad estática provocada por el movimiento del centro de rigidez. Los resultados obtenidos mostraron que existe gran diferencia en la respuesta al considerar diferentes distribuciones de masa, la distribución de masa uniforme es la que presentó una respuesta menos variable. La excentricidad provocada por la rigidez generó respuestas menores que la excentricidad provocada por movimiento del centro de masa, sin embargo, los resultados son parecidos cualitativamente en el rango inelástico.

En la referencia 7 los modelos estudiados son simplificaciones de estructuras reales formados por un nivel y 6 elementos resistentes colocados en 2 direcciones ortogonales como se muestra en la figura 2.4 tomada de la referencia 7. En todos los casos se estudió únicamente modelos de planta cuadrada y se tomaron periodos traslacionales iguales en las dos direcciones ortogonales; sólo se utilizaron las dos componentes horizontales del registro SCT del sismo de 1985 aplicadas simultáneamente.



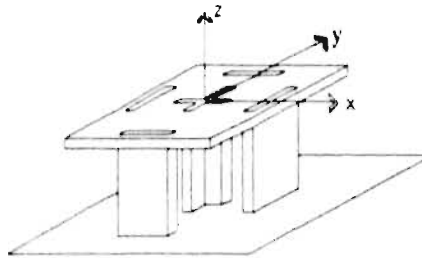


Fig. 2.4 Modelo de 6 elementos estudiado en la ref. 7.

Los elementos resistentes se diseñaron de acuerdo al RCDF-87 y su resistencia en ningún caso fue menor que la nominal. Se analizaron excentricidades provocadas por el movimiento del centro de masa y del centro de rigidez.

Cabe mencionar que adicionalmente se evaluaron varios criterios de diseño sísmico por torsión como se muestra en la tabla 2.1, entre ellos se encuentra el criterio de diseño del Reglamento RCDF-87 (DISEÑO 1), los diseños alternos difieren en la manera de distribución del cortante sísmico en los elementos resistentes, dichos diseños fueron propuestos en la ref. 7.

CRITERIO	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta$
DISEÑO 1	1.50	1.00	0.10
DISEÑO 2	1.25	0.75	0.10
DISEÑO 3	1.00	0.50	0.10

Tabla 2.1 Criterios de diseño sísmico estudiados.

En la tabla anterior  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son los factores de amplificación y deamplificación dinámica respectivamente,  $\beta$  es una fracción de la máxima dimensión de la planta en la dirección perpendicular del sismo, como se mencionaron anteriormente en la ecuación 2.1.

Los resultados obtenidos en la referencia 7 mostraron que cuando la distribución de resistencias es sensiblemente igual a la de rigideces, la ductilidad máxima normalizada decrece. Este parámetro está definido como la relación de ductilidades máximas de los modelos asimétricos y simétricos.

En lo que respecta a los criterios de diseño primeramente se evaluó el comportamiento que resultó de la aplicación de cada uno de ellos, posteriormente se hizo un análisis comparativo entre todos ellos, finalmente se encontró que el criterio del RCDF-87 (DISEÑO 1) no fue necesariamente el más adecuado.

Al igual que en México, en otros países se han realizado algunas investigaciones sobre el tema. En la referencia 21 se estudiaron modelos de un nivel, en los cuales la asimetría es causada por las distribuciones de rigidez y resistencia. En los modelos se colocaron tres elementos resistentes los cuales contaban con un comportamiento bilineal; el movimiento del terreno se aplicó únicamente en la dirección paralela a la de los elementos estructurales. El índice de respuesta fue la demanda de ductilidad máxima de los elementos resistentes. Como resultado de este estudio se obtuvo que el elemento más alejado del centro de rigidez es el más susceptible al efecto torsional; por otra parte, se obtuvo que cuando la distribución de resistencias es simétrica se presentan respuestas satisfactorias en modelos con asimetría en rigidez.

Modelos con características similares a las mencionadas en la referencia anterior se estudiaron en la ref. 22. El parámetro utilizado para caracterizar el comportamiento estructural fue la demanda de ductilidad máxima de los elementos estructurales. Los resultados mostraron que el Reglamento de Construcción RCDF-87 es muy conservador, ya que sobrestima la resistencia del elemento estructural más cercano al centro de rigidez.

En la referencia 23 se presenta un modelo con  $n$  elementos resistentes paralelos a las dos direcciones principales. Se considera asimetría únicamente en una dirección. En este trabajo se centra la atención en la resistencia de diseño de los elementos resistentes paralelos a la aplicación del movimiento. Se evaluaron tres criterios de diseño NBCC, NZC y UBC (National Building Code of Canada, New Zealand Code y Uniform Building Code). Como resultado de este estudio el autor propone un criterio de diseño, el cual combina las ventajas de los criterios de diseño estudiados.

Las características del modelo estudiado en la ref. 24 son similares a las utilizadas en las refs. 21 y 22, ya que se emplea como parámetro característico la demanda de ductilidad de cada elemento resistente. Se evaluaron la demanda de ductilidad de modelos con tres elementos resistentes, dichos elementos fueron diseñados con los criterios de diseño mencionados en la ref. 23. En este estudio se encontró que en el elemento del lado flexible siempre existe demanda de desplazamiento adicional, esta demanda no depende del criterio de diseño empleado; mas bien, es función de la rigidez torsional del sistema, de la excentricidad y de la distancia del elemento al centro de rigidez.

El incremento en la respuesta de los edificios debido a la excentricidad accidental depende de la relación de frecuencias del sistema según lo encontrado en la ref. 25. Adicionalmente se encontró que existen diferencias en el incremento de la respuesta debido a la torsión predicha por los análisis estático y dinámico. Debido a lo anterior los autores recomiendan que se modifiquen los reglamentos de diseño para que la respuesta por torsión sea consistente en ambos análisis.

En la referencia 26 se propone un procedimiento para incluir los efectos de la torsión accidental en los reglamentos de diseño sísmico. Este procedimiento tiene algunas ventajas importantes sobre los reglamentos de diseño sísmico actuales: primeramente, evita analizar las estructuras en cada dirección lateral moviendo la posición de la fuerza estática una distancia  $\pm\beta b$  del CM en los análisis estáticos, y en

los análisis dinámicos evita mover el CM una distancia  $\pm\beta b$ ; en segundo lugar, se puede mencionar que incluye los efectos de "todas" las fuentes de torsión accidental; y por último, da un valor único para incrementar la fuerza de diseño debido a la torsión accidental. Sin embargo en este trabajo se siguió el procedimiento de diseño del Reglamento de Construcción RCDF-87 [ref. 3] usado en las refs. 4 a 7.

### 3 MODELOS ESTRUCTURALES

Como se mencionó en el capítulo anterior en las investigaciones de las refs. 4, 5 y 6 se revisó el comportamiento de sistemas estructurales con 2, 3 y 4 elementos resistentes colocados en la dirección de aplicación del sismo y sin elementos colocados transversalmente al movimiento; los modelos fueron excitados en una dirección. En este trabajo se revisarán modelos estructurales que cuentan con elementos resistentes colocados en las dos direcciones principales. A los elementos transversales se les variará su rigidez y resistencia para estudiar su influencia en la respuesta sísmica torsional del sistema estructural; los cuales se analizarán en una y dos direcciones. El procedimiento utilizado para generar cada uno de los modelos estudiados es el siguiente: Primeramente se establece el número y ubicación de los elementos resistentes. Posteriormente se definen las propiedades dinámicas de cada uno de los modelos estructurales como son: periodos de vibrar en las dos direcciones principales, rigidez, masa traslacional y masa rotacional. El sismo se aplica en una y dos direcciones perpendiculares.

Para todos los periodos de vibrar de los modelos estudiados se calcularon las fuerzas sísmica de diseño y se diseñaron los elementos resistentes tomando en cuenta las fuerzas cortantes directas y las debidas a torsión, obteniendo así las resistencias de diseño de cada elemento de acuerdo al RCDF-87 [ref. 3].

A partir de cada modelo con determinada excentricidad estática se generaron las diferentes distribuciones de resistencia según se expondrá en este capítulo.

### **3.1 CARACTERÍSTICAS GENERALES**

En los sistemas estructurales usados en este trabajo se tomaron en cuenta algunas características utilizadas en los modelos revisados en las investigaciones de las refs. 4, 5 y 10.

#### **3.1.1 Relación de aspecto de la planta de los modelos**

En la ref. 6 se estudió la relación de aspecto ( $a/b$ ) de los sistemas estructurales. La excitación se aplicó paralela a la dimensión  $a$ . Se utilizaron 3 formas rectangulares diferentes de la planta, generando así relaciones  $a/b = 0.5, 1.0$  y  $2.0$ . Los modelos con relación de aspecto grande fueron los que presentaron menores demandas de ductilidades máximas normalizadas, la que aumentó a medida que la relación  $a/b$  disminuyó. Para relaciones de aspecto igual a uno (planta cuadrada) se presentaron respuestas intermedias entre las relaciones  $a/b$  de  $0.5$  y  $2.0$ . El mejor comportamiento en términos de las ductilidades máximas normalizadas se presentó en los modelos con relación de aspecto grande, este comportamiento probablemente se debe a que el sismo se aplicó únicamente en una dirección. Lo anterior indica que entre mayor es la masa rotacional se logra un comportamiento más adecuado en torsión. En este estudio no se consideró la relación de aspecto como un parámetro a estudiar, dicha relación se fijó igual a 1 ya que es una de las condiciones de regularidad deseable según el RCDF-87.

#### **3.1.2 Número y distribución de los elementos resistentes en planta**

A lo largo de todo el trabajo se identificarán los sistemas estructurales formados por 4, 5 y 6 elementos resistentes como modelos MD4, MD5 y MD6, respectivamente.

Se entenderá por elementos longitudinales, a los colocados paralelamente al eje Y, y por elementos transversales a los colocados paralelos al eje X [ver fig. 3.1]. Los

registros de los sismos (componentes este-oeste) se aplicaron en la dirección del eje Y en el caso de los sistemas estructurales excitados en una dirección y en los modelos excitados en dos direcciones se aplicó la misma componente paralela al eje Y, la componente norte-sur se utilizó en la dirección de eje X.

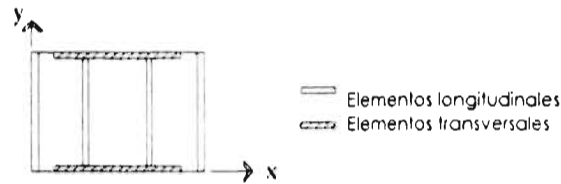


Fig. 3.1 Definición de elementos transversales y longitudinales.

En la fig. 3.2 se muestra el número y ubicación de los elementos resistentes en cada uno de los modelos MD4, MD5 y MD6; en tales sistemas se colocaron 2 elementos transversales ubicados en el borde de la losa. En el modelo MD4 se colocaron 2 elementos paralelos al eje Y ubicados en cada uno de los bordes del sistema de piso. El MD5 se formó con 3 elementos longitudinales, 2 colocados en los bordes de la losa y uno colocado en el centro geométrico del sistema de piso. Finalmente, el MD6 cuenta con 4 elementos longitudinales, 2 ubicados en los bordes de la losa y 2 colocados a una distancia  $b/3$  y  $2b/3$  a partir del eje Y según se muestra en la fig. 3.2c.

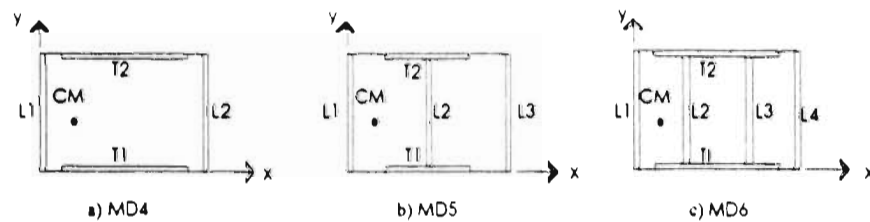


Fig. 3.2 Identificación de los elementos resistentes.

### 3.1.3 Periodo fundamental de vibración de los modelos

Para cada uno de los modelos se escogieron 3 periodos fundamentales de vibrar en dirección paralela al eje Y ( $T_y = 0.5, 1.0$  y  $1.5$  s) y 5 periodos en la dirección paralela al eje X ( $T_x = 0.1T_y, 0.5, 1.0$  y  $10T_y$ ), el periodo  $T_x = 0.1T_y$  representa un sistema estructural con rigidez de sus elementos transversales muy grande comparada con la rigidez de los elementos longitudinales; el periodo  $T_x = 10T_y$  representa un modelo muy flexible en la dirección transversal comparada con la dirección longitudinal.

### 3.1.4 Criterios de distribución de la resistencia entre los elementos estructurales

La influencia de la distribución de la resistencia en las demandas de ductilidad de los elementos resistentes constituye el tema principal de este trabajo. La resistencia de los elementos estructurales fue obtenida como lo indica el RCDF-87 para cada uno de los sistemas estructurales con determinada combinación de excentricidades estática y en resistencia, como se indica posteriormente en este capítulo. En ningún caso las resistencias fueron menores que las nominales. Se consideraron dos casos adicionales a los modelos diseñados como lo indica el reglamento: en el primero, se incrementó 100 veces la resistencia nominal de los elementos transversales, y en el segundo, se disminuyó 100 veces esta misma resistencia, el objeto es determinar su influencia en la respuesta sísmica del modelo estructural. Para todos los sistemas estructurales se utilizó una distribución lineal de resistencias de los elementos longitudinales y transversales; en todos los casos se modificó la resistencia de uno de los elementos longitudinales de borde para lograr la excentricidad en resistencia deseada.

La resistencia de cada elemento se calculó con la ecuación 2.2. En los modelos MD4, MD5 y MD6 la resistencia de los elementos transversales se calculó con las expresiones:



$$R_{T2} \geq F / 2 - F \cdot e_{d2} \cdot C_{T2}$$

$$R_{T1} \geq F / 2 + F \cdot e_{d1} \cdot C_{T1}$$

Por otra parte, en los modelos MD4 la resistencia de los elementos longitudinales se calculó como:

$$R_{L2} \geq F / 2 - F \cdot e_{d2} \cdot C_{L2}$$

$$R_{L1} \geq F / 2 + F \cdot e_{d1} \cdot C_{L1}$$

Para generar un modelo con una determinada excentricidad estática y una distribución asimétrica de resistencias se calcula primeramente la resistencia necesaria que el elemento elegido debe tener. Después, dicha resistencia se modifica debido a que la posición del CM se mueve hacia la izquierda del CG de la planta del modelo [ver fig. 2.3b]. Esto es:

$$R_{L2} = \frac{R_{L1}(1 - 2(\Psi - \eta))}{1 + 2(\Psi - \eta)}$$

donde  $\Psi = e_s / b$ , es la excentricidad estática normalizada y  $\eta = e_r / b$ , es la excentricidad en resistencias normalizada.

La ecuación anterior se obtiene como la sumatoria de las resistencias de cada elemento multiplicada por su distancia al centro de resistencias e igualando a cero la ecuación resultante; de esta, se despeja la resistencia del elemento deseado.

Para los modelos MD5 las resistencias de los elementos longitudinales quedan definidas por:

$$R_{L3} \geq F / 3 - F \cdot e_{d2} \cdot C_{L3}$$

$$R_{L2} \geq F / 3 + F \cdot e_{d1} \cdot C_{L2}$$

$$R_{L1} \geq F / 3 + F \cdot e_{d1} \cdot C_{L1}$$

De la misma forma que en el modelo de 4 elementos, la distribución en resistencias de los elementos longitudinales se calculó mediante la ecuación:

$$R_{L3} = \frac{R_{L1} - 2(R_{L1} + R_{L2})(\Psi - \eta)}{1 + 2(\Psi - \eta)}$$

Finalmente, para los modelos MD6 las resistencias de los elementos longitudinales se calcularon como:

$$R_{L4} \geq F / 4 - F \cdot e_{d2} \cdot C_{L4}$$

$$R_{L3} \geq F / 4 - F \cdot e_{d2} \cdot C_{L3}$$

$$R_{L2} \geq F / 4 + F \cdot e_{d1} \cdot C_{L2}$$

$$R_{L1} \geq F / 4 + F \cdot e_{d1} \cdot C_{L1}$$

y, para generar un modelo con una determinada distribución asimétrica de resistencias se utiliza la expresión:

$$R_{L4} = \frac{3R_{L1} + R_{L2} - R_{L3} - 6(R_{L1} + R_{L2} + R_{L3})(\Psi - \eta)}{3 + 6(\Psi - \eta)}$$

### 3.2 EXCITACIONES UTILIZADAS

Los modelos fueron sometidos a los registros de aceleraciones obtenidos en el sismo ocurrido en septiembre de 1985 en las estaciones SCT ubicada en suelo blando, VIV ubicada en suelo de transición y CU, ubicada en suelo duro, zonas III, II y I, respectivamente, de acuerdo con el RCDF-87.

Debido a que la larga duración de los registros del sismo representa demasiado tiempo de cálculo en un análisis inelástico, se aplicó el concepto de intensidad de Arias, el que permite seleccionar el intervalo de tiempo para el cual el registro

presenta un porcentaje del daño potencial que el sismo puede producir. Esto genera una reducción en la duración total de la señal, y en consecuencia un considerable ahorro de tiempo en el proceso de cálculo. Este concepto es una medida de la intensidad sísmica y mide el daño potencial como una suma de la energía impartida. La longitud considerada en los registros fue la que resultó de tomar entre el 5 y el 95% de la energía incidente medida según la intensidad de Arias, el concepto de duración de etapa intensa se define en la ref. 18. En la ref. 13 se presentan los espectros elásticos de aceleración del registro SCT-EW completo y recortado, se observa que la forma no cambia para un porcentaje de amortiguamiento de 5%. También se observa que las deformaciones inelásticas de la estructura se presentan en la porción del sismo recortado.

### **3.3 HIPÓTESIS UTILIZADAS PARA LA FORMULACIÓN DE LOS MODELOS ESTRUCTURALES**

Los modelos usados para el análisis estructural son sistemas de un nivel. Se pretende estudiar su comportamiento sísmico inelástico incluyendo la torsión. Para lograrlo se hacen algunas hipótesis como las que se describen a continuación.

#### **3.3.1 Comportamiento de los elementos resistentes**

Los elementos verticales colocados en ambas direcciones del modelos estructural, son considerados como elementos resistentes a flexión y se deforman básicamente como sistemas a cortante, sin tomar en cuenta su deformación axial. La rigidez torsional se desprecia, se toma en cuenta únicamente la resistencia y rigidez en su plano; su comportamiento queda definido por una relación fuerza-desplazamiento elastoplástica con pendiente igual al 1% de la elástica en el intervalo de postfluencia. Dicha pendiente es proporcionada para no crear inestabilidad numérica en el programa DRAIN-TABS [ref. 11]. No se considera degradación de rigidez ni de resistencia.

### 3.3.2 Sentido de aplicación del sismo

En este trabajo se realizaron dos análisis estructurales por separado: un análisis unidireccional, en el cual se aplicó a los modelos estructurales únicamente la componente EW de los registros obtenidos en SCT, VIV y CU en la dirección del eje Y; y otro análisis bidireccional, en el cual se aplicaron simultáneamente las componentes EW y NS de los registros SCT, VIV y CU paralelas a los ejes Y, X, respectivamente.

Los modelos con excitación en una dirección se identificaron con la letra U, la cual se agregará a la nomenclatura utilizada para diferenciar el tipo en función del número de elementos. Así, los sistemas se denotarán como MD4U, MD5U y MD6U, y representan a los modelos formados con 4, 5 y 6 elementos resistentes, respectivamente, analizados unidireccionalmente. Así mismo, cuando se utiliza la excitación simultánea en las dos direcciones principales se identifican con las siglas MD4B, MD5B y MD6B.

### 3.3.3 Masa y sistema de piso del modelo estructural

Se considera que el sistema de piso está formado por un diafragma infinitamente rígido y que la masa se encuentra concentrada en el centro de masa a nivel de piso. La masa rotacional de un modelo asimétrico se calcula asumiendo dos distribuciones uniformes de masa diferentes,  $m_1$  y  $m_2$  en la losa del sistema. El límite hipotético entre las dos distribuciones de masa es un plano vertical que pasa por el CM [ver fig. 2.1]. Con base en lo anterior se formularon dos ecuaciones: la primera, que relaciona a las masas  $m_1$  y  $m_2$  con la masa total de traslación del modelo, como se indica,

$$m_t = m_1 + m_2$$

y la segunda, que está dada por los momentos de primer orden respecto al CM

$$m_1(b/2 + e_s) / 2 = m_2(b/2 - e_s) / 2.$$

Con estas 2 ecuaciones se obtuvieron  $m_1$  y  $m_2$  en función de  $m_1$ , dando por resultado las ecuaciones siguientes:

$$m_1 = m_1(0.5 - e_s / b)$$

$$m_2 = m_1(0.5 + e_s / b)$$

Posteriormente se calculó la masa rotacional de las masas  $m_1$  y  $m_2$  en función de las dimensiones del modelo como se muestra en la expresiones siguientes:

$$m_{r1} = m_1 [a^2 + (b/2 + e_s)^2] / 12$$

$$m_{r2} = m_2 [a^2 + (b/2 - e_s)^2] / 12$$

Después con base en el teorema de los ejes paralelos se calculó la masa rotacional total  $m_r$ , quedando definida por la siguiente expresión:

$$m_r = m_1 \cdot b^2 / 12 + m_1 \cdot a^2 / 12 - m_1 \cdot e_s^2 / 3$$

Así, para cada sistema estructural con cualquier combinación de periodo y excentricidad, se calculará la masa traslacional y rotacional correspondiente. En los modelos simétricos,  $e_s = 0$  la masa rotacional se calcula simplemente como:

$$m_r = m_1 \cdot (a^2 + b^2) / 12$$

### 3.3.4 Consideraciones adicionales

Los efectos de la interacción suelo-estructura no se consideraron en el análisis estructural. Tampoco se incluyeron los efectos P-Delta en los elementos verticales.

La base de los modelos se consideró como empotramiento perfecto. Tomar en cuenta estos factores en el análisis puede ser motivo de otra investigación, ya que introduciría nuevos parámetros que están fuera del alcance de este trabajo.

En el análisis se tomaron en cuenta únicamente 3 grados de libertad: 2 definidos por los desplazamientos traslacionales medidos en las direcciones principales del modelo, y un desplazamiento rotacional alrededor del eje vertical. Para cada uno de los modelos estudiados se realizaron dos análisis para tomar en cuenta la variación de la posición del centro de masa. Se movió el centro de masa a  $\pm 0.1b$  en la dirección en la que se mide  $e$ , a partir de la posición del centro de masa definida por la excentricidad estática.

Las hipótesis utilizadas en este trabajo simplifican en forma sustancial el número de variables y la cantidad de información para la interpretación de los resultados, la solución del problema planteado se engloba en los parámetros que se consideraron más importantes.

### **3.4 PARÁMETROS ESTUDIADOS**

En los sistemas estructurales que se utilizaron en este trabajo, las propiedades dinámicas se definieron de acuerdo con el periodo de vibración en cada una de las direcciones principales. Una vez definidas se establecieron las excentricidades estáticas como el 10, 20 y 30% de la dimensión  $b$  de la planta de los modelos estructurales. Estas excentricidades son provocadas al mover la posición del centro de masa hacia el lado izquierdo del centro geométrico de la planta de los modelos [ver fig. 2.2]. Para cada sistema estructural con determinada excentricidad estática se generaron modelos con distribuciones asimétricas en resistencia las que varían desde cero hasta alcanzar el valor de la excentricidad estática seleccionada. Se utilizaron incrementos del 10% de la dimensión  $b$ . En la ref. 5 se muestra un diagrama que indica el procedimiento como fueron creados los modelos estructurales, misma

estrategia que se utilizó en la generación de los modelos estructurales de este trabajo [ver fig. 3.3].

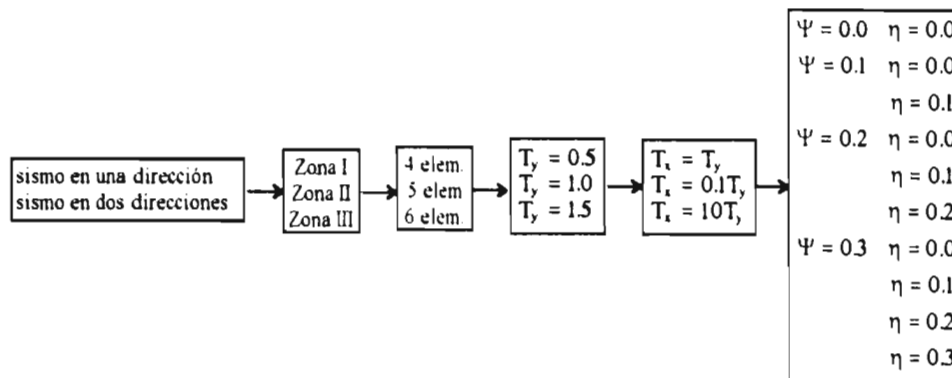


Fig. 3.3 Estrategia para la generación de los sistemas estructurales.

Con el fin de eliminar el parámetro definido por las dimensiones del modelo en planta, la distribución asimétrica de resistencias y la excentricidad estática fueron normalizadas respecto a la dimensión paralela a la que fueron medidas dichos valores [ver fig. 2.2]. De esta forma quedaron definidos los parámetros  $\Psi = e_x / b$  y  $\eta = e_y / b$  utilizados en este trabajo.

Adicionalmente, se usó el parámetro definido como el cociente de ductilidad máxima normalizada ( $Q_u / Q_s$ ), el cual representa la demanda de ductilidad máxima de desplazamiento, del modelo asimétrico, normalizada con respecto a la demanda de ductilidad máxima de desplazamiento del modelo simétrico correspondiente. La demanda de ductilidad máxima de desplazamiento de los elementos resistentes se define como el desplazamiento máximo presentado al final del análisis entre el desplazamiento que provoca la fluencia del elemento resistente.

### 3.5 PLANTEAMIENTO DINÁMICO

#### 3.5.1 Análisis elástico

Las características dinámicas de una estructura se determinan mediante análisis elásticos y están dadas por su periodo fundamental de vibración y su amortiguamiento. La respuesta elástica de una estructura se puede determinar mediante el análisis modal.

El análisis modal espectral considera la respuesta máxima de cada modo. Dichos valores máximos son obtenidos de un espectro de diseño. En ambos casos la respuesta se obtiene combinando los modos empleando algún método de superposición. La respuesta está limitada al comportamiento elástico del material.

#### 3.5.2 Ecuación de movimiento

Se considera un modelo estructural en el cual se toman en cuenta las hipótesis y características mencionadas previamente, por ejemplo, el modelo MD4 reproducido en la fig. 3.4; por simplicidad se desprecia el espesor de los elementos resistentes y se consideran ubicados en el borde del diafragma. Los elementos L1 y L2 se encuentran orientados en la dirección del eje Y, localizados a una distancia  $b/2 - e_1$  y  $b/2 + e_1$  del CM, los elementos T1 y T2 se encuentran orientados en la dirección del eje X, localizados a una distancia  $a/2$  a cada lado del eje X.

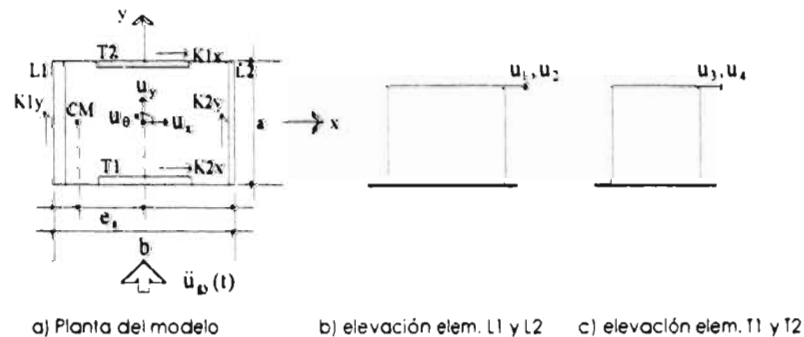


Fig. 3.4 Modelo estructural.



El movimiento del modelo queda definido por los tres desplazamientos mostrados en la fig. 3.4a ( $u_x$ ,  $u_y$  y  $u_\theta$ ). Los desplazamientos laterales de los elementos estructurales se miden a nivel del diafragma [ver figs. 3.4b y 3.4c]. La ecuación diferencial que define el movimiento del sistema estructural para los 3 grados de libertad señalados, sin considerar el amortiguamiento del sistema se puede representar mediante la ecuación matricial siguiente:

$$[M]\ddot{\underline{u}} + [K]\underline{u} = 0 \quad (3.1)$$

donde:

[M] representa la matriz de masa

[K] la matriz de rigidez del sistema

$\underline{u}$  y  $\ddot{\underline{u}}$  son los vectores de desplazamientos y aceleraciones respectivamente.

Las matrices de masa y de rigidez quedan representadas por los siguientes arreglos matriciales:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_1 & \\ & & m_1 r^2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{x\theta} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{y\theta} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.2 y 3.3 en la ecuación 3.1 y colocando los arreglos de los vectores de aceleración y desplazamiento tenemos la ecuación matricial siguiente:

$$\begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_1 & \\ & & m_1 r^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{u}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{x\theta} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{y\theta} \\ k_{\theta x} & k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\theta \end{bmatrix} = 0 \quad (3.4)$$

En la ecuación 3.4  $\ddot{u}_x, \ddot{u}_y, \ddot{u}_\theta$  y  $u_x, u_y, u_\theta$  son las componentes X, Y,  $\theta$  de la aceleración total y del desplazamiento del centro de masa del modelo estructural,  $m_1 r^2$  es el momento de masa y  $r$  es el radio de giro.

La matriz de rigidez del sistema se puede determinar aplicando desplazamientos unitarios en la dirección de cada grado de libertad y analizar las fuerzas que aparecen en el sistema como se indica en la ref. 16. Si adicionalmente se desprecia la componente de la aceleración que define el movimiento rotacional suelo y se descompone el vector de aceleración total en los vectores de aceleraciones relativa y del suelo, la ecuación 3.4 se reduce a:

$$\begin{bmatrix} m_1 & & \\ & m_1 & \\ & & m_1 r^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{u}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{yy} & k_{y\theta} \\ 0 & k_{\theta y} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\theta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 \ddot{u}_{gx}(t) \\ m_1 \ddot{u}_{gy}(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

donde:

$\ddot{u}_x, \ddot{u}_y, \ddot{u}_\theta$  y  $\ddot{u}_{gx}, \ddot{u}_{gy}, \ddot{u}_{g\theta} = 0$  son las componentes X, Y,  $\theta$  de la aceleración relativa del sistema y aceleración del suelo respectivamente

$$k_{xx} = 2k_x$$

$$k_{yy} = k_{1y} + k_{2y}$$

$$k_{\theta\theta} = k_x (a^2 / 2) + k_{2y} (b / 2 + e_s)^2 + k_{1y} (b / 2 - e_s)^2$$

$$k_{y\theta} = k_{2y} (b / 2 + e_s) - k_{1y} (b / 2 - e_s) \quad (3.6)$$

Generalizando las ecuaciones 3.6 para  $n$  elementos en cada dirección:

$$k_{xx} = \sum_{i=1}^n k_{ix}; \quad k_{yy} = \sum_{i=1}^n k_{iy}; \quad k_{\theta\theta} = \sum_{i=1}^n (k_{ix} y_i^2 + k_{iy} x_i^2); \quad k_{y\theta} = \sum_{i=1}^n k_{iy} x_i \quad (3.7)$$

En la ecuación 3.5 se observa que existe acoplamiento en los desplazamientos  $u_y$  y  $u_\theta$ , el desplazamiento  $u_x$  está desacoplado por lo que la ecuación 3.5 se

puede descomponer en dos partes: la primera, definida por la ecuación 3.8 que es una ecuación diferencial de segundo orden no homogénea con coeficientes constantes; y la segunda, es un sistema de dos ecuaciones que puestas en forma matricial se tiene la ecuación 3.9. Debido a la separación de la ecuación 3.5 es posible realizar dos análisis por separado para determinar la respuesta del modelo.

$$\ddot{u}_x + \omega_x^2 u_x = -\ddot{u}_B(t) \quad (3.8)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{u}_y \\ \ddot{u}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_y^2 & k_{y\theta} / m_1 \\ k_{\theta y} / m_1 r^2 & \omega_\theta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_y \\ u_\theta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{u}_B(t) \quad (3.9)$$

donde  $\omega_x^2 = k_{xx} / m_1$ ,  $\omega_y^2 = k_{yy} / m_1$ ,  $\omega_\theta^2 = k_{\theta\theta} / m_1 r^2$  que son las frecuencias desacopladas del sistema.

Haciendo algunas operaciones y definiendo la excentricidad estática en función de las ecuaciones 3.7 y sustituyendo en la ecuación 3.9 tenemos:

$$e_s = \frac{\sum_{i=1}^n k_{iy} x_i}{\sum_{i=1}^n k_{iy}} = \frac{k_{y\theta}}{k_{yy}}$$

$$k_{y\theta} = e_s k_{yy}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{u}_y \\ \ddot{u}_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_y^2 & e_s \omega_y^2 / r \\ e_s \omega_y^2 / r & \omega_\theta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_y \\ u_\theta r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \ddot{u}_B(t) \quad (3.10)$$

Colocando la ecuación matricial en la forma  $|\mathbf{K} - \mathbf{M}\omega^2| = 0$  y dividiendo entre  $\omega_y^2$  tenemos la ecuación siguiente:

$$\begin{bmatrix} 1 - \Omega^2 & e_s / r \\ e_s / r & \Omega_\theta^2 - \Omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

donde  $\Omega = \omega / \omega_y$ ; y  $\Omega_\theta = \omega_\theta / \omega_y$  son las relaciones de frecuencias desacopladas lateral y torsional del sistema, respectivamente.

En la ecuación 3.11 se observa que las formas modales y los desplazamientos del sistema depende de la relación de frecuencias y de la excentricidad estática dividida entre el radio de giro, lo anterior es válido es sistemas elásticos.

En la ref. 19 se estudia el comportamiento inelástico de modelos tridimensionales de un nivel excéntricos en una dirección. Se considera un comportamiento bilineal histerético de los elementos resistentes, la excentricidad es causada por la diferencia de rigidez de los elementos. En esta referencia se hace un planteamiento de la ecuación del movimiento similar al realizado en este trabajo, los resultados mostraron que en los modelos con pequeñas excentricidades no se presenta acoplamiento entre las respuestas torsional y traslacional cuando la relación de frecuencias se aproxima a la unidad.

Similar comportamiento se observó en la ref. 20, en la cual se menciona que la relación de frecuencias no es un parámetro crítico para establecer la demanda de ductilidad de sistemas no lineales.

### **3.5.3 Análisis inelástico**

La respuesta dinámica inelástica de los modelos estructurales fue obtenida mediante un análisis no lineal paso a paso utilizando una versión modificada del programa de computadora DRAIN-TABS [ref. 11]. Este idealiza a los modelos estructurales como una serie independiente de subestructuras planas interconectadas por diafragmas horizontales rígidos. Cada subestructura puede tener cualquier geometría y estar formada por elementos estructurales de varios tipos.

La mayor limitación del programa es que no toma en cuenta la compatibilidad por desplazamientos verticales y rotaciones en elementos comunes a dos o más marcos. La idealización de los modelos estructurales como sistemas de cortante realizada en este trabajo se ajusta "perfectamente" a las consideraciones hechas en el programa. Los elementos resistentes fueron idealizados como marcos planos definidos como elementos tipo viga, con restricciones a las rotaciones en ambos extremos (en la base y a nivel del diafragma), no se considero deformaciones axiales.

En este programa de computadora DRAIN-TABS [ref. 11], resuelve la ecuación diferencial de equilibrio mediante el método beta de Newmark, con beta igual a  $\frac{1}{4}$ , para este valor de beta la aceleración es contante en cada intervalo de tiempo, y el procedimiento numérico es estable.

La aproximación del método de integración paso a paso depende en gran medida de la magnitud del incremento de tiempo seleccionado, el factor más importante que debe tomarse en cuenta en la selección del incremento de tiempo, es el periodo natural de vibración de la estructura. En la ref. 12 se recomienda que el incremento de tiempo  $\Delta_t$ , sea menor que un décimo del periodo natural de vibración de la estructura y lo suficientemente pequeño para que represente adecuadamente la variación de la carga con respecto al tiempo. Generalmente el incremento de tiempo  $\Delta_t$  es tomado de un mismo tamaño.

Los autores de las refs. 6 y 13 encontraron que para los modelos con los periodos estudiados la respuesta que se obtiene es suficientemente buena con el incremento de tiempo utilizado, en este trabajo se utilizó el mismo  $\Delta_t$  (0.02) para todos los modelos estudiados.

En el método de integración paso a paso, la respuesta inelástica de una estructura es evaluada en cada  $\Delta_t$ , la condición del equilibrio dinámico es establecida en el

comienzo de cada intervalo, durante el cual las propiedades de la estructura permanecen constantes. La naturaleza no lineal de la estructura es considerada por el cálculo de las nuevas propiedades apropiadas al estado de deformación actual en el comienzo de cada incremento de tiempo. La respuesta es entonces obtenida usando el desplazamiento y velocidad calculados al final del intervalo de tiempo como las condiciones iniciales para el próximo incremento de tiempo.

### 3.5.3.1 Ecuaciones de equilibrio en términos de incrementos

El equilibrio dinámico en el sistema estructural se establece al igualar a cero la suma de las fuerzas de inercia  $FI(t)$ , fuerzas de amortiguamiento  $FD(t)$ , fuerzas de rigidez  $FS(t)$  y las fuerzas externas  $P(t)$ . En cualquier instante de tiempo  $t$ ; el equilibrio de estas fuerzas es expresado como sigue:

$$FI(t) + FD(t) + FS(t) = P(t) \quad (3.12)$$

Para un tiempo  $\Delta_t$  posterior a  $t$  la ecuación del movimiento es:

$$FI(t + \Delta_t) + FD(t + \Delta_t) + FS(t + \Delta_t) = P(t + \Delta_t) \quad (3.13)$$

Restando la ecuación 3.12 de la ecuación 3.13, resulta la ecuación diferencial del movimiento en términos de incrementos [ref. 16], es decir:

$$\Delta FI(t) + \Delta FD(t) + \Delta FS(t) = \Delta P(t) \quad (3.14)$$

Donde los incrementos de fuerzas en esta ecuación pueden ser expresado como:

$$\begin{aligned} \Delta FI(t) &= FI(t + \Delta_t) - FI(t) = m\Delta\ddot{u}(t) \\ \Delta FD(t) &= FD(t + \Delta_t) - FD(t) = c(t)\Delta\dot{u}(t) \\ \Delta FS(t) &= FS(t + \Delta_t) - FS(t) = k(t)\Delta u(t) \\ \Delta P(t) &= P(t + \Delta_t) - P(t) \end{aligned} \quad (3.15)$$

En la ecuación anterior se asume que la masa permanece constante, esto equivale a que las fuerzas de inercia permanecen proporcionales a la aceleración absoluta, y las fuerzas de amortiguamiento y rigidez son funciones de la velocidad relativa y desplazamiento respectivamente como se indica en la figura 3.5 [ref. 14].

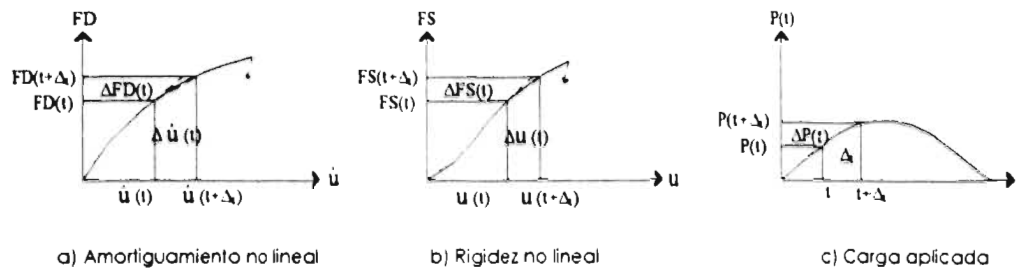


Fig. 3.5 Leyes de variación.

Las propiedades de amortiguamiento y rigidez son obtenidas en el inicio de cada intervalo de tiempo con las pendientes tangentes a las curvas [figs. 3.5a y 3.5b], los incrementos de carga son obtenidos para cada incremento de tiempo como se muestra en la fig. 3.5c. Por lo anterior los coeficientes están dados por:

$$c(t) = [dFD / d\dot{u}]_t; \quad k(t) = [dFS / du]_t \quad (3.16)$$

Sustituyendo las expresiones de las fuerzas de las ecuaciones 3.15 en 3.14 tenemos la forma final de las ecuaciones de equilibrio en términos de incrementos para un tiempo  $t$ .

$$m\Delta\ddot{u}(t) + c(t)\Delta\dot{u}(t) + k(t)\Delta u(t) = \Delta P(t) \quad (3.17)$$

donde los coeficientes  $c(t)$  y  $k(t)$  son calculados para valores de velocidad y desplazamiento correspondientes al tiempo  $t$  y se asumen constantes durante el incremento de tiempo.

### **3.5.3.2 Integración de las ecuaciones del movimiento**

El programa de análisis DRAIN-TABS [ref. 11] usa el método de aceleración constante para calcular la respuesta dinámica del modelo, como su nombre lo indica la aceleración permanece constante durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$  este método es simple y presenta una mejor aproximación que otros métodos para el mismo valor de incremento de tiempo. Ejemplos de lo anterior aparecen en la refs. 12, 14 y 16.



#### 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con el fin de facilitar la interpretación de los resultados se definirá la forma en que se hará referencia a cada uno de los modelos según sean las características de rigidez y resistencia de sus elementos transversales. Por ejemplo, los modelos que cuentan con sus elementos transversales con resistencia igual o semejante en magnitud a la de los elementos longitudinales se representan con las letras RN, que significan resistencia "normal"; de la misma forma RG significa resistencia grande. El término "grande" se refiere a una resistencia 100 veces mayor que la correspondiente a la resistencia normal; RP significa resistencia "pequeña", y se refiere a una resistencia 100 veces menor que la correspondiente a la resistencia normal.

Las ideas descritas en el párrafo anterior también son válidas cuando nos referimos a la rigidez. Así, SN, SG y SP significan rigidez "normal", "grande" y "pequeña", respectivamente.

Las diferentes combinaciones de rigidez y resistencia de los elementos transversales que se formaron, dieron lugar a diferentes tipos de modelos, los cuales se identifican a continuación:

SNRN. Son modelos con periodos de vibrar iguales en las dos direcciones,  $T_x = T_y$ .

SPRN y SGRN. En estos modelos se disminuyó y se incrementó 100 veces la rigidez de los elementos transversales, respectivamente, con respecto a los modelos SNRN. La magnitud de las resistencias son similares a la de los modelos SNRN.

SPRP y SGRG. La rigidez y resistencia de los elementos transversales en estos modelos se disminuyó y se incrementó 100 veces, respectivamente, con respecto a los modelos SNRN.

SNRP y SNRG. En estos modelos se mantuvo la rigidez de los modelos SNRN y se disminuyó y aumentó la resistencia de los elementos transversales, respectivamente, en las proporciones señaladas en el párrafo anterior.

Adicionalmente a las abreviaciones descritas se añadieron las siglas SCT, VIV y CU para indicar el sismo al que fueron sometidos los modelos en el análisis. Así, los modelos MD4U-SNRN-SCT, son modelos formados por cuatro elementos resistentes analizados unidireccionalmente utilizando el registro obtenido en la estación SCT. La rigidez y resistencia de los elementos transversales es normal. La nomenclatura descrita es la forma completa con la que se hará referencia a los diferentes modelos empleados en este estudio. También se usará alguna parte de esta nomenclatura para referirnos de forma más general a algún grupo de modelos.

La presentación de los resultados se hará mediante gráficas [ver figs. 7.1 a 7.39] en las que en el eje de las abcisas se mide la distribución asimétrica de resistencias normalizada ( $e_r/b$ ), y en el eje de las ordenadas la relación de ductilidades máximas demandada  $Q_u/Q_s$ , donde  $Q_u$  representa la demanda de ductilidad máxima del modelo asimétrico, y  $Q_s$  es la demanda de ductilidad máxima del modelo simétrico. Esto se presenta para cada una de las excentricidades estáticas normalizadas ( $e_r/b$ ) utilizadas. En las gráficas se fijó el valor de 0.3 como límite superior para  $e_r/b$ , y el valor de 3 para  $Q_u/Q_s$ , no obstante que se encontraron valores mayores de la relación  $Q_u/Q_s$ .

En todos los modelos estructurales el elemento fuerte o el de mayor resistencia (L1) es el que se encuentra más cerca del centro de masa, mientras que el elemento débil es el que se encuentra más alejado de este punto [ver fig. 3.2].

## 4.1 MODELOS ANALIZADOS EN UNA DIRECCIÓN

### 4.1.1 Modelos SNRN

#### Modelos MD4U-SNRN-CU

Para cualquiera de los 3 periodos estudiados [ver fig. 7.1], la relación  $Q_s / Q_c$  en el elemento fuerte se mantiene prácticamente sin cambio, excepto en los modelos con excentricidad estática pequeña. La relación de ductilidades  $Q_s / Q_c$  resulta ser menor cuando la distribución en resistencias se iguala a la distribución en rigideces, excepto para los modelos con periodos de vibrar grande, en los que ocurre lo contrario.

En el elemento débil se presentan relaciones  $Q_s / Q_c$  mayores que 1 en los 3 periodos estudiados y combinaciones de excentricidades normalizadas pequeñas  $e_s / b = e_c / b \leq 0.1$ . Sin embargo, en todos los casos en que las distribuciones de rigidez y resistencia son iguales ( $e_s / b = e_c / b$ ) la relación  $Q_s / Q_c$  es menor que 1. Esto se debe posiblemente a la asimetría en resistencias inicial que existe en los modelos estructurales, ya que a medida que la distribución en resistencias es más asimétrica el comportamiento del elemento débil mejora.

La relación de ductilidades  $Q_s / Q_c$  de los elementos transversales aumenta ligeramente a medida que se incrementa la resistencia del elemento débil. En todos los casos esta relación es menor que 1.

Las mayores demandas de ductilidad de todos los elementos se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s. Este hecho probablemente se debe a que el periodo dominante del registro (0.95 s.) es muy cercano al del periodo del modelo [ver fig. 7.1].

## Modelos MD4U-SNRN-SCT

En todos los modelos estructurales se obtuvieron en el elemento fuerte relaciones de ductilidades menores que 1 [ver fig. 7.2], excepto para el periodo de 1.5 s y relaciones de excentricidades normalizadas  $e_s / b = e_f / b = 0.1, 0.2$ . También se observó que la relación de ductilidades disminuye a medida que la distribución en resistencias es más asimétrica, y que dicha relación aumenta al incrementarse el periodo del modelo.

La mayor demanda de ductilidad del elemento débil se presenta en modelos con distribución asimétrica de resistencias pequeña, incrementándose a medida que aumenta el periodo del modelo. En todos los casos la menor relación de ductilidades  $Q_d / Q_s$  se presenta cuando los valores de resistencia de los elementos débil y fuerte son iguales, y sus valores son menores de 1. Este comportamiento es similar al que se observó en el elemento fuerte.

La participación de los elementos transversales es más importante a medida que aumenta el periodo del modelo. Los cocientes  $Q_d / Q_s$  se incrementan gradualmente a medida que aumenta la resistencia del elemento débil hasta igualar la resistencia del elemento fuerte, este hecho es probable que se deba a que la participación de los elementos longitudinales generalmente es menor que para distribuciones asimétricas menores. En ningún caso estos cocientes son mayores que 1. Este comportamiento es diferente al que se presentó en los elementos longitudinales, y resulta ser cualitativamente similar al comportamiento de los elementos transversales de los modelos MD4U-SNRN-CU.

Tanto en los elementos longitudinales como en los transversales, la relación  $Q_d / Q_s$  se incrementa al crecer el periodo del modelo. De la misma forma que en los modelos MD4U-SNRN-CU, las máximas respuestas se presentan cuando el periodo del

modelo coincide o es semejante con el periodo dominante del registro. En este caso, 2.0 s.

#### Modelos MD4U-SNRN-VIV

En la fig. 7.3 se observa que los cocientes  $Q_s / Q_d$  del elemento fuerte son mayores que 1 en los modelos con periodo de 1.0 s, y menores que 1 en el resto de los modelos. En estos últimos casos dicha relación se mantiene sin cambiar al modificarse la distribución en resistencias.

En todos los modelos con cualquier periodo e igual distribución de rigideces y resistencias, se presentan las menores relaciones de ductilidades en el elemento débil, estas siempre son menores que 1. En este caso la resistencia del elemento débil es parecida numéricamente a la del elemento fuerte, la causa de que este último elemento sea más demandado probablemente se debe a que se encuentra más cerca del CM del modelo que el elemento débil.

Conforme se hace más asimétrica la distribución de resistencias, en todos los modelos se presentan decrementos de la relación de ductilidades normalizada, excepto en modelos con excentricidad estática grande y pequeñas distribuciones asimétricas de resistencias [ver fig. 7.3].

Las mayores relaciones  $Q_s / Q_d$ , tanto de los elementos longitudinales como de los transversales, se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s.. Similar comportamiento se presentó en los modelos excitados con el sismo de CU. Nuevamente las máximas respuestas se obtuvieron cuando el periodo de los modelos es similar al periodo dominante del registro ( 0.8 s.).

En lo que sigue se comentarán los resultados de todos los modelos hasta aquí estudiados.

En los modelos estructurales con periodo de 0.5 s, la mayor respuesta de los elementos longitudinales se presenta cuando se emplea el registro CU; esta misma tendencia se observa en los elementos transversales [ver figs. 7.1a a 7.3a]. En los modelos con periodo de 1.0 s se observa que la mayor demanda de ductilidad de todos los elementos se presenta en los modelos sometidos al registro VIV [ver figs. 7.1b a 7.3b]; finalmente en los modelos con periodo 1.5 s, la mayor demanda de ductilidad de los elementos longitudinales se presenta al utilizar el registro SCT. En los elementos transversales este efecto se presenta para el registro VIV [ver figs. 7.1c a 7.3c]. El comportamiento descrito, probablemente se debe a que los periodos de los modelos son muy parecidos a los periodos de los registros utilizados.

#### Modelos MDSU-SNRN-CU

En la fig. 7.4 se observa que en ningún caso la relación de ductilidades  $Q_s/Q_w$  del elemento fuerte es mayor que 1, y que su variación es muy pequeña cuando se hace más asimétrica la distribución de resistencias ( $e_s/b$ ); este comportamiento se explica, ya que la resistencia del elemento fuerte no cambia al variar la distribución de resistencias, siempre es constante para una relación  $e_s/b$  determinada. En todos los casos la menor relación de ductilidades  $Q_s/Q_w$  se presenta en los modelos con iguales distribuciones de rigidez y resistencia ( $e_s/b = e_w/b$ ), excepto para  $T_s = 1.5$  s y  $e_s/b = e_w/b = 0.2$ . Este comportamiento es cualitativamente similar al que se observó en los modelos con 4 elementos y excitados con este mismo registro sísmico.

La relación de ductilidades  $Q_s/Q_w$  del elemento débil es mayor que 1 en los modelos con pequeñas asimetrías en resistencia ( $e_s/b$ ); los valores menores se presentan en los modelos con relaciones de excentricidades  $e_s/b = e_w/b$ . Las mayores relaciones  $Q_s/Q_w$  se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s, llegando a alcanzar valores de 1.8 para  $e_s/b = 0.3$  y pequeñas asimetrías en la distribución de resistencias (intervalo 0-0.1). En todos los casos restantes  $Q_s/Q_w \leq 1.5$

[ver fig. 7.4]. Igual que en los modelos con 4 elementos las máximas respuestas ocurren cuando el periodo del modelo es 1.0 s .

Los elementos transversales tienen relaciones de ductilidades  $Q_s / Q_c$  inferiores a 1; esta relación aumenta ligeramente al aumentar el periodo del modelo de 0.5 a 1.0 s , y tiende a incrementarse al hacerse la resistencia del elemento débil similar a la del elemento fuerte. Las mayores relaciones de ductilidades se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s y  $e_s / b \leq 0.2$  y en los modelos con  $T_s = 1.5$  s y  $e_s / b = 0.3$  [ver fig. 7.4]. En este último caso se observa que la contribución de los elementos transversales es mayor cuando se tienen periodos y excentricidades estáticas grandes.

#### Modelos MD5U-SNRN-SCT

En todos los casos la relación de ductilidades  $Q_s / Q_c$  del elemento fuerte se mantiene por debajo de 1 y se incrementa a medida que aumenta el periodo del modelo [ver fig. 7.5]. Los cambios en el cociente  $Q_s / Q_c$  son más notorios cuando se incrementa la resistencia del elemento débil; esto ocurre en los modelos con periodo pequeño.

Para todas las combinaciones de excentricidades, la relación de ductilidades del elemento débil es mayor que 1, excepto para distribuciones idénticas de rigideces y resistencias ( $e_s / b = e_c / b$ ). Esto puede atribuirse a la gran asimetría inicial en resistencias, ya que a medida que dicha distribución es más asimétrica su comportamiento es parecido al del modelo simétrico. En los modelos con periodo de 1.5 s se alcanzan relaciones de ductilidades de 1.6. En todos los modelos estudiados con cualquier periodo se observa que la demanda de ductilidades es muy sensible a la variación de la resistencia del elemento débil [ver fig. 7.5]. Estos resultados son cualitativamente similares a los obtenidos con el registro CU.

La relación de ductilidades  $Q_s / Q_d$  de los elementos transversales aumenta al incrementarse el periodo del modelo. Para el periodo de 1.5 s, estas relaciones son más sensibles a la variación de la resistencia del elemento débil. De igual manera que en el elemento fuerte, para cualquier combinación de periodo y excentricidades la relación de ductilidades  $Q_s / Q_d$  es menor de 1 [ver fig. 7.5]. En este elemento débil, al igual que en los anteriores, el mayor valor de la respuesta se presenta en los modelos con periodo de 1.5 s. Este comportamiento también se observó en los modelos con cuatro elementos y excitados con el mismo registro.

#### Modelos MD5U-SNRN-VIV

En la fig. 7.6 se observa que la relación de ductilidades  $Q_s / Q_d$  del elemento fuerte es mayor que 1 en los modelos con periodo de 1.0 s. En los modelos con periodos de 0.5 y 1.5 s dicha relación siempre es menor que 1; en ambos casos la relación  $Q_s / Q_d$  es poco sensible a la variación de la resistencia del elemento débil.

La máxima demanda de ductilidad del elemento débil se presenta en los modelos con  $T_p = 1.0$  s; en algunos casos se alcanzan valores de 2.4. En los modelos con periodos de 0.5 y 1.5 s y cualquier distribución de rigideces, siempre se presentan relaciones  $Q_s / Q_d$  menores que 1; las menores se presentan cuando se estudian las respuestas de modelos con distribuciones idénticas de rigideces y resistencias [ $e_s / b = e_d / b$ , ver fig. 7.6].

En todos los elementos las mayores demandas de ductilidad se presentan cuando el periodo de los modelos es de 1.0 s; este comportamiento también se presentó en los modelos con 4 elementos sometidos a la misma señal.

Al igual que en los modelos anteriores a continuación se comentan los resultados de todos los casos con cinco elementos estructurales.



La mayor relación de ductilidades  $Q_s/Q_c$  de los elementos longitudinales y transversales se presenta en los modelos que tienen periodo de 0.5 s [ver figs. 7.4a a 7.7a] al ser analizados con el registro de CU. En los modelos con periodo de 1.0 s, las mayores demandas de ductilidad se presentan cuando se utiliza el registro VIV [ver figs. 7.4b a 7.7b]. Finalmente, en los modelos con  $T_y = 1.5$  s la mayor relación de ductilidades de los elementos longitudinales se presenta cuando se utiliza el registro SCT, y en los elementos transversales cuando se emplea el registro VIV [ver figs. 7.4c a 7.7c].

#### Modelos MD6U-SNRN-CU

Los cocientes  $Q_s/Q_c$  del elemento fuerte son siempre menores que 1 y los valores mayores se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s. Esta relación es poco sensible a la variación de la resistencia del elemento débil.

En el elemento débil se obtienen relaciones de ductilidades menores que 1 sólo cuando las distribuciones de rigidez y resistencia son iguales; las máximas relaciones  $Q_s/Q_c$  se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s. En la fig. 7.7 se observa que la respuesta del elemento débil es muy sensible a la variación de la asimetría en resistencias.

La respuesta de los elementos transversales no muestra cambios importantes con la variación en la distribución de las resistencias, rigideces y el periodo. En todos los casos la relación de ductilidades es menor que 1.

#### Modelos MD6U-SNRN-SCT

En la fig. 7.8 se observa que la relación de ductilidades  $Q_s/Q_c$  del elemento fuerte es poco sensible a la variación de la asimetría de resistencias y en todos los casos es

menor que 1. Las mayores respuestas se observan para los modelos con periodo de 1.5 s.

En todos los modelos con distribuciones iguales de rigideces y resistencias se obtienen en el elemento débil relaciones de ductilidad  $Q_s / Q_d$  menores que uno para cualquiera de los periodos estudiados. La respuesta es muy sensible al variar la resistencia del elemento débil; la máxima respuesta se obtiene en los modelos con periodo de 1.5 s y pequeñas asimetrías en resistencia ( $e_s / b$ ) [ver fig. 7.8].

Para los elementos transversales se obtienen relaciones de ductilidades  $Q_s / Q_d$  inferiores a 1, esto ocurre en todos los modelos estudiados; además, se observa que en modelos con grandes asimetrías en resistencia ( $e_s / b$ ), la respuesta es más importante y la mayor se presenta en los modelos con periodo de 1.5 s [ver fig. 7.8].

En estos modelos al igual que en los anteriores (modelos con 4 y 5 elementos), las mayores respuestas se presentan en los periodos estructurales cercanos al periodo dominante del registro aplicado.

#### Modelos MD6U-SNRN-VIV

La relación  $Q_s / Q_d$  del elemento fuerte es mayor en los modelos con periodo de 1.0 s y cualquier combinación de excentricidades. Este mismo comportamiento se presenta en los elementos transversales. La demanda de ductilidad de los elementos transversales y fuerte es poco sensible a la variación de la distribución en resistencias ( $e_s / b$ ). Este comportamiento ocurre en los modelos con cualquier periodo y combinación de excentricidades; en el elemento débil se presenta el mismo comportamiento sólo que para pequeñas asimetrías en resistencias ( $e_s / b$ ) [ver fig. 7.9].

Haciendo una comparación de los resultados de los modelos con seis elementos se puede afirmar.

En los modelos con periodo de 0.5 s, las mayores relaciones de ductilidades  $Q_u / Q_e$  de los elementos longitudinales y transversales se presentaron cuando se utiliza el registro de CU [ver figs. 7.7a a 7.9a]. Al aumentar el periodo del modelo a 1.0 s se observa que las mayores demandas de ductilidad de los elementos longitudinales y transversales se presentan en los modelos sometidos al registro VIV [ver figs. 7.7b a 7.9b]. Finalmente en los modelos con periodo de 1.5 s, la mayor relación de ductilidades de los elementos longitudinales se presenta cuando se utiliza el registro SCT. Esto mismo ocurre en los elementos transversales sólo que para el registro VIV [ver figs. 7.7c a 7.9c].

#### Comentarios generales

Nos referimos a las figs. 7.1 a 7.9, se observa que a medida que se incrementa el número de elementos longitudinales en el modelo, en los modelos analizados con el registro CU, se presentan aumentos en la relación de ductilidades tanto de los elementos longitudinales como de los transversales; un comportamiento similar se generó en los modelos analizados con el registro SCT, excepto en los modelos MD6U con periodo de 1.0 s, lo anterior se atribuye probablemente a que la resistencia nominal de los elementos longitudinales disminuye conforme se incrementa el número de elementos resistentes. Por otra parte, en los modelos MD6U sometidos al registro VIV, se presentaron aumentos en la demanda de ductilidad de los elementos longitudinales y decrementos en los elementos transversales, mientras que en los modelos MD5U, para la misma excitación se presentaron en algunos casos disminuciones de la demanda de ductilidad de los elementos longitudinales e incrementos en los elementos transversales.

En los modelos SNRN se presentaron relaciones  $Q_t/Q_l$ , menores que 2.4, lo que representa incrementos de la demanda de ductilidad, cercanos al 240%, de los modelos asimétricos comparados con los modelos simétricos. En la ref. 5 se reportaron relaciones de ductilidades  $Q_t/Q_l$ , mayores, lo que probablemente indica que se obtienen reducciones importantes en la respuesta máxima cuando se considera la contribución de los elementos transversales en el análisis unidireccional de los modelos.

#### **4.1.2 Modelos SNRG**

Como se mencionó al inicio de éste capítulo, las letras SNRG se asociarán a modelos estructurales con rigidez normal y resistencia grande. En estos modelos se mantuvo la rigidez de los modelos SNRN y se incrementó 100 veces la resistencia nominal de los elementos transversales.

Modelos MD4U-SNRG-CU, MD4U-SNRG-SCT y MD4U-SNRG-VIV

La relación de ductilidades  $Q_t/Q_l$ , de los elementos transversales y longitudinales, no es sensible a la distribución de las resistencias, sin importar el registro que se aplique al modelo, lo cual indica que la respuesta no es sensible con el diseño de los elementos longitudinales [ver figs. 7.10 a 7.12]. Sin embargo, se observó [fig. 7.10] que la relación de ductilidades del elemento fuerte aumenta al incrementarse el periodo del modelo. También, en la mayoría de los casos, la respuesta de los modelos estructurales sometidos al registro SCT aumentó al incrementarse la excentricidad estática. Esto ocurrió para los tres periodos estudiados; las máximas relaciones  $Q_t/Q_l$ , se presentan en modelos con periodo de 1.0 s [ver fig. 7.11].

Al usar el registro obtenido en suelo de transición en el análisis de los modelos, las máximas respuestas se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s [ver fig. 7.12].

Los comentarios siguientes resumen lo observado en este tipo de modelos.

Las mayores demandas de ductilidad de los modelos con periodo de 0.5 s se presentaron cuando los modelos se sometieron al registro SCT [ver figs. 7.10a a 7.12a]; similar comportamiento se presentó en los elementos transversales de los modelos con  $T_1 = 1.0$  s. En los elementos longitudinales la mayor relación  $Q_u / Q_e$  se presentó cuando se utilizó el registro VIV [ver figs. 7.10b a 7.12b]; finalmente, en modelos con periodo de 1.5 s las mayores respuestas se presentaron en los modelos sometidos al registro CU [ver figs. 7.10c a 7.12c]. La relación de ductilidades en todos los modelos MD4U-SNRG es sensible a la variación de la excentricidad estática normalizada y las mayores relaciones  $Q_u / Q_e$  se presentaron en el elemento fuerte.

#### Modelos MD5U-SNRG-CU, MD5U-SNRG-SCT y MD5U-SNRG-VIV

En las figs. 7.13 a 7.15 se observa que la relación de ductilidades de los elementos transversales y longitudinales no cambia al variar la distribución de resistencias, comportamiento similar se presentó en los modelos de 4 elementos; la variación de la excentricidad estática provoca cambios en la relación de ductilidades  $Q_u / Q_e$ , similares a los descritos en los modelos anteriores de 4 elementos. Las mayores relaciones  $Q_u / Q_e$  de los modelos con periodos pequeños y grandes se presentan cuando se utiliza el registro denominado CU; en los modelos con periodo de 1.0 s las mayores respuestas se obtienen en los modelos analizados con el registro VIV. Esto indica que probablemente la resistencia tan grande de los elementos transversal influye en la respuesta del modelo, ya que las mayores se presentan cuando se utilizan registros con periodo dominante pequeño.

En todos los modelos con cualquier combinación de periodos y excentricidades, se generaron en el elemento fuerte mayores demandas de ductilidad que en el elemento débil. Este comportamiento se presentó sin importar el número de elementos longitudinales ni la resistencia de diseño. Esto mismo se presentó en los

modelos SNRN sólo que para distribuciones de rigidez y resistencia similares. Lo anterior hace suponer que los elementos transversales con resistencia grande son los responsables de tal comportamiento.

Modelos MD6U-SNRG-CU, MD6U-SNRG-SCT y MD6U-SNRG-VIV

En los modelos MD6U-SNRG se presentaron respuestas cualitativamente parecidas a los resultados de los modelos MD4U-SNRG y MD5U-SNRG analizados previamente.

#### **4.1.3 Modelos SGRN y SGRG**

En los modelos SGRN se incrementó la rigidez de los elementos transversales y se diseñaron todos los elementos como lo indica el RCDF-87. En estos casos las resistencias nominales fueron de la misma magnitud que las de los modelos SNRN. Por otra parte, en los modelos SGRG se incrementó 100 veces la resistencia nominal de los elementos transversales a partir de los modelos SNRN.

Los resultados obtenidos en los modelos SGRN fueron cualitativamente iguales a las respuestas de los modelos SGRG. Esto revela que no es significativo incrementar la resistencia de los elementos transversales cuando su rigidez es muy grande. Los resultados de estos modelos no se reportaron debido a que dichas demandas de ductilidad  $Q_u / Q_e$  son muy parecidas a los resultados reportados para los modelos SNRG. Con base en lo anterior se tiene que la respuesta de estos modelos queda adecuadamente representada por modelos SNRG.

#### **4.1.4 Modelos SNRP**

Las letras SNRP implican que los modelos en estudio tienen una rigidez normal y resistencia pequeña. En estos modelos se mantuvo la rigidez de los modelos SNRN y se disminuyó 100 veces la resistencia nominal de los elementos transversales, a partir de los modelos SNRN.

#### Modelos MD4U-SNRP-CU

En la fig. 7.16 se observa que para todos los periodos estructurales estudiados la respuesta del elemento fuerte permanece sin cambio al variar la distribución de resistencias. Las mayores respuestas de este elemento se presentan en los modelos con periodo de 0.5 s y relación  $e_s/b$  en el intervalo 0.2 - 0.3; esto mismo ocurre en los modelos con  $T_s = 1.0$  s y  $e_s/b = 0.1$ .

En la misma figura se observa que la relación de ductilidades del elemento débil sí es sensible a la variación de la distribución de resistencias, ya que la relación de ductilidades disminuye primero rápidamente al hacerse más severa la distribución de resistencias, y posteriormente disminuye con pendiente más suave. Los mayores valores de dicha relación se presentan en los modelos sin asimetría en resistencias nula ( $e_s/b = 0$ ). En estos casos la relación de ductilidades  $Q_s/Q_d$  alcanza valores mayores que 1. Por otra parte, la menor respuesta se observa cuando la resistencia del elemento débil se hace igual a la del elemento fuerte ( $e_s/b = e_d/b$ ). Los mayores valores de  $Q_s/Q_d$  se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s y cualquier relación de excentricidades, excepto en relaciones  $e_s/b = 0$  y  $e_s/b \leq 0.2$ .

En los elementos transversales se obtuvieron relaciones de ductilidades  $Q_s/Q_d$  menores que 1. Esta relación no cambia al variar la resistencia del elemento débil, y la mayor respuesta se presenta en los modelos que cuentan con periodo de 1.5 s.

#### Modelos MD4U-SNRP-SCT

La relación de ductilidades del elemento fuerte permanece constante al variar la resistencia del elemento débil, y generalmente disminuye a medida que se incrementa la excentricidad estática del modelo. Este comportamiento se presenta en los modelos con cualquier combinación de periodos y relación de excentricidades [ver fig. 7.17].

Para el elemento débil, en los modelos con periodo de 0.5 s, excentricidad estática  $e_r/b \geq 0.1$  y  $e_r/b = 0$ , se llegan a obtener relaciones de ductilidades  $Q_s/Q_b$  mayores que 3. La relación  $Q_s/Q_b$  disminuye rápidamente al incrementar  $e_r/b$  de 0 a 0.1, y después, a medida que se incrementa la resistencia del elemento débil la relación de ductilidades disminuye lentamente hasta llegar a ser la más pequeña [ver fig. 7.17].

Para los modelos con periodo de 0.5 s se presentan pequeñas disminuciones en la relación de ductilidades  $Q_s/Q_b$  de los elementos transversales al variar la distribución de resistencias de 0 a 0.1; para valores mayores, la relación  $Q_s/Q_b$  permanece constante. En los modelos estructurales que cuentan con periodos mayores y cualquier excentricidad estática, la relación de ductilidades permanece sin cambiar al variar la distribución de resistencias del modelo. Las mayores relaciones  $Q_s/Q_b$  se presentan en los modelos con periodo de 1.5 s. En todos los modelos la relación  $Q_s/Q_b$  es menor que 1.

#### Modelos MD4U-SNRP-VIV

La relación de ductilidades  $Q_s/Q_b$  del elemento fuerte es menor que 1 para cualquier combinación de periodos y excentricidades, excepto en  $T_s = 1.0$  s y  $e_r/b = 0.1$ . Las mayores respuestas se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s. Generalmente la relación de ductilidades  $Q_s/Q_b$  no cambia al variar la resistencia del elemento débil [ver fig. 7.18].

La relación  $Q_s/Q_b$  del elemento débil disminuye con pendiente suave al variar la distribución de resistencias, hasta llegar a ser la respuesta más pequeña cuando se igualan las distribuciones de rigidez y resistencia.



Las respuestas de los elementos transversales aumentan a medida que se incrementa el periodo del modelo. Su respuesta permanece sin cambio al variar la resistencia del elemento débil. Las relaciones de ductilidades  $Q_s/Q_c$  de estos elementos son menores que uno y las mayores se presentan en los modelos con periodo de 1.5 s [ver fig. 7.18].

#### Comentarios generales

Al igual que en los modelos anteriores a continuación se comentan los resultados de todos los modelos utilizados. En los modelos con periodo de 0.5 s, las mayores respuestas de los elementos fuerte y transversal se presentan al utilizar el registro obtenido en suelo blando. Este mismo comportamiento se observa en el elemento débil para asimetrías nulas en resistencia ( $e_r/b = 0$ ). Para cualquier otra distribución de resistencias, las máximas respuestas se presentan al utilizar el registro CU [ver figs. 7.16a a 7.18a]. En los modelos con periodo de 1.0 s, las mayores demandas de ductilidad de los elementos transversales se presentan al utilizar el registro SCT. Similar comportamiento ocurre en el elemento débil de los modelos con asimetría nula en resistencias ( $e_r/b = 0$ ); para cualquier otra condición las respuestas más grandes se presentan al utilizar el registro VIV; las mayores demandas de ductilidad del elemento fuerte se presentan al utilizar el registro CU [ver figs. 7.16b a 7.18b]. Finalmente, en los modelos con periodo de 1.5 s, las mayores demandas de ductilidad de los elementos fuerte y transversal se presentan al utilizar el registro SCT. Similar comportamiento se observa en el elemento débil de los modelos con relación  $e_r/b = 0$ ; para relaciones mayores las respuestas más grandes se observan al usar el registro VIV [ver figs. 7.16c a 7.18c].

#### Modelos MD5U-SNRP-CU

La relación de ductilidades  $Q_s/Q_c$  del elemento fuerte disminuye a medida que aumenta el periodo del modelo. Con el periodo más pequeño dichas relaciones

alcanzan valores mayores que 1. El cambio de ordenada de la relación  $Q_u/Q_s$ , al variar la distribución de resistencias es más notoria en los modelos con periodo pequeño [ver fig. 7.19].

En los modelos con asimetría nula en resistencias y excentricidades estáticas  $e_s/b > 0.1$ , en el elemento débil se presentan respuestas que aumentan a medida que crece el periodo del modelo. La relación de ductilidades  $Q_u/Q_s$  aumenta con la variación de la excentricidad estática para la misma distribución de resistencias. Ocurre lo contrario en los modelos con iguales distribuciones de rigideces y resistencias. La relación de ductilidades del elemento débil disminuye rápidamente al tenerse pequeñas asimetrías en resistencia. Los decrementos son más pequeños a medida que se incrementa la resistencia del elemento débil, la menor relación  $Q_u/Q_s$  se presenta en los modelos con relaciones de excentricidades  $e_s/b = e_s/b$  y su valor es menor que 1.

Se observa en la fig. 7.19 que la relación  $Q_u/Q_s$  de los elementos transversales prácticamente permanece sin cambio a la variación de la distribución de resistencias. Todas las respuestas de estos elementos se mantienen por debajo de 1, y la mayor respuesta se presenta en los modelos que cuentan con periodo de 1.5 s. En este caso el periodo estructural en la dirección transversal es muy parecido al de la señal utilizada como excitación.

#### Modelos MD5U-SNRP-SCT

Todos los elementos fuertes de los modelos con periodo de 1.0 s presentaron relaciones  $Q_u/Q_s$  menores que 1, aunque también se presentan relaciones de ductilidades menores que 1 en los modelos con  $T_s = 0.5$  s,  $T_s = 1.5$  s y excentricidades estáticas  $e_s/b = 0.3$  y  $e_s/b = 0.2$ , respectivamente; las ordenadas de la relación de ductilidades  $Q_u/Q_s$  son poco sensibles a la variación de las resistencias y las mayores respuestas se presentaron en los modelos con periodo de 0.5 s.

En los modelos con asimetrías nulas en resistencia, la respuesta del elemento débil aumenta a medida que se incrementa la excentricidad estática en el modelo. Para relaciones de excentricidad en resistencia mayores se presentan decrementos en la relación  $Q_d / Q_s$ , también decrece dicha relación a medida que aumenta la excentricidad estática para distribuciones idénticas de rigidez y resistencia ( $e_s / b = e_c / b$ ). Las mayores respuestas se presentan en los modelos con periodo de 0.5 s.

En la fig. 7.20 se observa que la respuesta de los elementos transversales es menor que 1, además de que no existe una gran influencia de la variación de la resistencia del elemento débil en la demanda de ductilidad; la mayor respuesta se presenta en los modelos con periodo de 1.5 s.

#### Modelos MDSU-SNRP-VIV

En el elemento fuerte se presentaron demandas de ductilidad menores que 1; las mayores respuestas se obtuvieron en los modelos con periodo de 1.5 s. La relación de ductilidades  $Q_d / Q_s$  es poco sensible a la variación de la resistencia del elemento débil [ver fig. 7.21].

En los modelos con distribuciones idénticas de rigideces y resistencias ( $e_s / b = e_c / b$ ), la relación de ductilidades  $Q_d / Q_s$  del elemento débil disminuye a medida que se incrementa la excentricidad estática. En los modelos con distribuciones asimétricas en resistencia en el intervalo 0 - 0.1 se presentan demandas de ductilidades mayores que 1; la relación de ductilidades  $Q_d / Q_s$  disminuye al aumentar la excentricidad en resistencia normalizada. Las mayores relaciones de ductilidades se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s.

A medida que crece el periodo del modelo estructural la respuesta de los elementos transversales aumenta. La relación de ductilidades permanece sin cambio al variar la resistencia del elemento débil.

#### Comentarios generales

En los modelos con periodo de 0.5 s, las mayores relaciones de ductilidades  $Q_s / Q_c$  de los elementos transversales se presentan al utilizar el registro SCT. Este comportamiento también se presenta en el elemento débil de los modelos con relación  $e_s / b = 0$ ; para relaciones mayores, los cocientes de ductilidades  $Q_s / Q_c$  más grandes se observan al utilizar el registro VIV; en el elemento débil la mayor respuesta se presenta al utilizar el registro CU [ver figs. 7.19a a 7.21a]. Al analizar los modelos con periodo de 1.0 s, las mayores demandas de ductilidades de los elementos transversales se presentan en los modelos sometidos al registro SCT. En el elemento fuerte las mayores respuestas se presentan cuando se utiliza el registro CU, y en el elemento débil cuando se utiliza el registro VIV [ver figs. 7.19b a 7.21b]. Finalmente en los modelos con periodo de 1.5 s las mayores relaciones de ductilidades de los elementos transversal y fuerte se presentan para el registro SCT; en el elemento débil se presentan las mayores respuestas cuando se usa el registro CU [ver figs. 7.19c a 7.21c].

#### Modelos MD6U-SNRP-CU

En algunos modelos con periodos de 0.5 s y 1.0 s la respuesta del elemento fuerte alcanza valores mayores que uno y la máxima se alcanza en los modelos con  $T_y = 0.5$  s; la respuesta cambia sensiblemente al variar la excentricidad en resistencia. El comportamiento del elemento fuerte no está bien definido en los modelos con periodos 1.0 s y 1.5 s, sin embargo, en los modelos con periodo de 0.5 s la respuesta tiende a aumentar al crecer la excentricidad en resistencia [ver fig. 7.22].

En los modelos con asimetría nula en resistencias la respuesta de los elementos débiles tiende a incrementarse a medida que crece la excentricidad estática; en los modelos con las mismas distribuciones de resistencia y rigidez ( $e_s/b = e_d/b$ ) la respuesta tiende a disminuir. La relación de ductilidades  $Q_s/Q_d$  decrece rápidamente en excentricidades en resistencia pequeñas. A medida que  $e_s/b$  crece la respuesta disminuye con pendiente más suave. Las mayores relaciones de ductilidades se presentan en modelos con periodo de 1.0 s.

La relación de ductilidades de los elementos transversales aumenta al incrementarse el periodo del modelo, y permanece sin cambio al variar la distribución de resistencias. Las mayores respuestas se alcanzan en los modelos con periodos de 1.5 s [ver fig. 7.22]

#### Modelos MD6U-SNRP-SCT

En los modelos con periodos de 1.0 s y 1.5 s se obtienen relaciones de ductilidades del elemento fuerte menores que 1, las que aumentan ligeramente al crecer la resistencia del elemento débil [ver fig. 7.23].

Los modelos con asimetría nula en resistencias presentan incrementos en la demanda de ductilidad del elemento débil al crecer la excentricidad estática; y se presentan decrementos en los modelos con relación de excentricidades  $e_s/b = e_d/b$ . En la fig. 7.23 se observa que la relación  $Q_s/Q_d$  es muy sensible al variar la distribución de resistencia de 0 a 0.1; los cambios son más pequeños en relaciones  $e_s/b$  mayores.

Los elementos transversales desarrollan demandas de ductilidad por debajo de 1, excepto en  $T_y = 1.5$  s,  $e_s/b = 0.3$  y  $e_s/b = 0.1$ .

Las mayores respuestas se presentan en los modelos con periodo de 1.5 s, el cual es muy cercano al periodo dominante del registro utilizado. En este mismo periodo la respuesta presenta cambios más grandes al variar la resistencia del elemento débil.

#### Modelos MD6U-SNRP-VIV

En la fig. 7.24 se observa que la relación de ductilidades del elemento fuerte aumenta con pendiente suave al hacerse más severa la distribución asimétrica de resistencias, la respuesta es mayor en los modelos con periodo grande. Solo en este periodo las respuestas son mayores que 1.

La relación de ductilidades del elemento débil, en los modelos con  $e_s/b = e_s/b$ , aumenta al variar el periodo del modelo de 0.5 s a 1.5 s. La respuesta es muy sensible al variar la excentricidad en resistencia; la mayor ocurre en los modelos con  $T_y = 1.5$  s.

La respuesta de los elementos transversales aumenta al crecer el periodo del modelo, y en ningún caso es mayor que 1. La relación de ductilidades  $Q_s/Q_s$  se mantiene constante al variar la distribución en resistencias, y la mayor respuesta se presenta en los modelos con periodo de 1.5 s.

#### Comentarios generales

Las mayores relaciones de ductilidades  $Q_s/Q_s$  de los elementos transversales y fuerte de los modelos con periodo de 0.5 s se presentan cuando los modelos se analizan con el registro SCT. Para el mismo registro, las mayores relaciones de ductilidad del elemento débil se presentan en los modelos con relaciones  $e_s/b = 0$ , al crecer la excentricidad estática las respuestas más grandes se observan al utilizar el registro CU [ver figs. 7.22a a 7.24a]. Para modelos con periodo de 1.0 s, las mayores demandas de ductilidad de los elementos fuerte y transversal se presentan cuando

se utilizan los registros CU y SCT respectivamente; en el elemento débil la máxima respuesta ocurre cuando se usa la señal CU, en este caso la tendencia de las mayores respuestas no está bien definida, ya que ocurre en el registro CU o VIV dependiendo de la relación de excentricidades estática y en resistencias [ver figs. 7.22b a 7.24b]. En los modelos con periodo de 1.5 s las mayores relaciones de ductilidades de los elementos fuerte y transversal se presenta en los modelos sometidos a los registros VIV y SCT respectivamente. Las mayores respuestas del elemento débil se presentan cuando se utiliza el registro VIV [ver figs. 7.22c a 7.24c].

Los siguientes comentarios son realizados poniendo especial interés en el número de elementos resistentes usados en el modelo estructural. Se toma como base el modelo MD4U y se comparan las respuestas de estos modelos con los modelos MD5U y MD6U. La demanda de ductilidad máxima normalizada de los elementos longitudinales se incrementa en los modelos MD5U y MD6U cuando son analizados con el registro CU. Comportamiento similar se observa en los elementos transversales de los modelos MD5U, MD6U y periodo grande. En los modelos con periodos mediano y pequeño no se observan cambios apreciables en la respuesta máxima [ver figs. 7.16, 7.19 y 7.22]. Al aplicar el registro del acelerograma VIV, se observa que la respuesta máxima de los elementos longitudinales y transversales de los modelos MD5U y MD6U aumenta [ver figs. 7.18, 7.21 y 7.24]. En los modelos MD5U, la demanda de ductilidad máxima de los elementos longitudinales cuando se utiliza el registro SCT permanece sin cambio; comportamiento similar se presenta en los elementos transversales de los modelos MD5U y MD6U en los modelos con periodos  $T_y \leq 1.0$  s. En los modelos con periodo de 1.5 s la respuesta máxima de los elementos transversales aumenta, también se presenta dicho incremento en los elementos longitudinales de los modelos MD6U [ver figs. 7.17, 7.20 y 7.23].

Los modelos MD6U con asimetría nula en resistencias ( $e_r/b = 0$ ) alcanzaron valores de la relación de ductilidades  $Q_s/Q_d$  de 10, lo que indica incrementos extraordinariamente grandes en la demanda de ductilidad de los modelos

asimétricos comparados contra los modelos simétricos en excentricidades en resistencia pequeñas. El punto en cual coinciden las relaciones de ductilidades de los elementos débil y fuerte, se presenta en cualquier lugar, no tiene una tendencia bien definida como en el caso de los modelos SNRG.

#### **4.1.5 Modelos SPRP y SPRN**

En los modelos SPRN se disminuyó la rigidez de los elementos transversales y se realizó el diseño de todos los elementos como lo indica el RCDF-87, en este caso las resistencias nominales fueron de la misma magnitud que las de los modelos SNRN. Por otra parte, en los modelos SPRP se disminuyó la resistencia nominal de los elementos transversales 100 veces a partir de los modelos SNRN.

Los resultados obtenidos en los modelos SPRP y SPRN son similares a las respuestas de los modelos SNRP; por tal motivo las respuestas de los modelos SPRP y SPRN no se reportaron. Con base en lo anterior se tiene que la respuesta de estos modelos queda cualitativamente representada por cualquiera de los tres modelos mencionados.

### **4.2 MODELOS ANALIZADOS EN DOS DIRECCIONES**

#### **4.2.1 Modelos SNRN**

Como se mencionó al inicio de éste capítulo, las letras SNRN se asociarán a modelos estructurales con rigidez y resistencia normal, y en los que los periodos del modelo en las dos direcciones es el mismo.



#### Modelos MD4B-SNRN-CU

La relación  $Q_s / Q_c$  en el elemento fuerte se mantiene prácticamente sin cambio al variar la distribución en resistencias ( $e_s / b$ ); este comportamiento se explica, ya que la resistencia del elemento fuerte no cambia al variar la distribución de resistencias, puesto que siempre es constante para una relación  $e_s / b$  determinada. Este efecto es más notable en los modelos con relaciones de excentricidad estática  $e_s / b > 0.2$ . Los mayores cocientes  $Q_s / Q_c$  del elemento fuerte se obtienen en los modelos con periodo de 0.5 s; sólo en estos modelos y  $e_s / b$  pequeña se obtienen relaciones de ductilidad  $Q_s / Q_c$  mayores que 1 [ver fig. 7.25].

La relación de ductilidades  $Q_s / Q_c$  del elemento débil es menor que 1 para todos los casos en que las distribuciones de rigidez y resistencia coinciden, excepto para un periodo de 1.5 s y una excentricidad estática pequeña. Comportamiento similar se presentó en los modelos analizados en una dirección para el mismo número de elementos y el mismo registro. Las demandas de ductilidad se incrementan a medida que crece el periodo del modelo.

Las respuestas de los elementos transversales aumentan a medida que se incrementa el periodo del modelo. Cuando el periodo del modelo es grande el cociente  $Q_s / Q_c$  es muy sensible a la variación de la distribución asimétrica de resistencia, y su comportamiento es cualitativamente similar al del elemento fuerte.

La mayor relación de ductilidades se presenta en los modelos con periodo de 1.5 s. En el caso de los modelos MD4U-SNRN-CU los mayores cocientes  $Q_s / Q_c$  se presentaron para modelos con periodo de 1.0 s. Esta diferencia se deba al hecho de considerar las dos componentes horizontales del registro ya que, la componente paralela a los elementos transversales tiene un periodo dominante (1.7 s) que es muy cercano al periodo del modelo [ver fig. 7.25].

#### Modelos MD4B-SNRN-SCT

En todos los modelos estructurales se presentan en el elemento fuerte relaciones de ductilidades  $Q_s/Q_w$ , menores que 1, y tienden a disminuir a medida que la distribución asimétrica de resistencias es más grande [ver fig. 7.26]. Comportamiento similar se presentó en los modelos excitados en una dirección.

La mayor demanda de ductilidad del elemento débil se presenta en los modelos con distribución asimétrica de resistencias pequeña. Por otra parte, los menores cocientes  $Q_s/Q_w$ , se obtienen cuando las distribuciones de rigidez y resistencias son iguales ( $e_s/b = e_w/b$ ). En este caso la relación de ductilidades es menor que 1, y su comportamiento es similar al que se presentó en los modelos anteriores.

En estos modelos la participación de los elementos transversales es más importante a medida que aumenta el periodo. Para periodos grandes la respuesta es más sensible a la variación de la distribución en resistencias; sólo en estos casos se presentan relaciones de ductilidad  $Q_s/Q_w$ , mayores que 1 [ver fig. 7.26].

En la mayoría de los elementos resistentes la relación  $Q_s/Q_w$ , se incrementa al crecer el periodo del modelo. Este comportamiento también se observó en los modelos MD4U-SNRN-SCT.

#### Modelos MD4B-SNRN-VIV

En la fig. 7.27 se observa que las relaciones de ductilidades  $Q_s/Q_w$ , del elemento fuerte son mayores que 1, y que dicha relación es sensible a la variación de la excentricidad en resistencia normalizada; la mayor relación de ductilidades se presenta en los modelos con periodo de 10s. Se encontró que la relación de ductilidades de este elemento son mayores que las correspondientes al elemento débil para cualquier relación de periodo y excentricidad.

Igual que en el elemento anterior las mayores demandas de ductilidades del elemento débil se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s. En todos los modelos se obtienen relaciones de ductilidades  $Q_u / Q_s$  menores de 1, excepto en los modelos con periodo de 1.0 s y  $e_s / b = 0.3$ . La menor relación de ductilidades se presenta cuando las distribuciones de rigidez y resistencias son iguales ( $e_s / b = e_r / b$ ).

La máxima respuesta de los modelos estructurales se presenta en los elementos transversales, la cual cambia muy poco al variar la excentricidad en resistencia para excentricidades estáticas  $e_s / b \leq 0.2$ .

Las mayores relaciones  $Q_u / Q_s$  de todos los elementos se presentan en los modelos con periodo de 1.0 s. En este caso también los periodos dominantes de las dos componentes son muy cercanos a los periodos del modelo.

En lo que sigue se comentarán los resultados de todos los modelos hasta aquí estudiados.

En los modelos estructurales con periodos de 0.5 s y 1.0 s, la mayor respuesta de los elementos longitudinales y transversales se obtiene cuando se utiliza el registro VIV [ver figs. 7.25a a 7.27a y 7.25b a 7.27b]. Finalmente, en los modelos con un periodo de 1.5 s, se observa que las mayores demandas de ductilidad de los elementos longitudinales y transversales se presentan en modelos sometidos al registro CU [ver figs. 7.25c a 7.27c], este comportamiento probablemente se debe a la influencia de la componente norte-sur del sismo, ya que su periodo dominante es muy cercano al del modelo estructural (1.7 s).

Modelos MD5B-SNRN-CU, MD5B-SNRN-SCT, MD5B-SNRN-VIV y MD6B-SNRN-CU, MD6B-SNRN-SCT, MD6B-SNRN-VIV

En las figs. 7.28 a 7.33 se muestran las respuestas de los modelos MD5B y MD6B. El comportamiento de estos modelos es cualitativamente similar al de los modelos MD4B; por esta razón, el análisis de los resultados se hará considerando únicamente el acelerograma utilizado y el número de elementos resistentes del modelo estructural.

Generalmente las mayores demandas de ductilidad se presentan cuando se utiliza el registro VIV [ver figs. 7.28 a 7.33].

Los siguientes comentarios son hechos poniendo especial énfasis en el número de elementos resistentes usados en el modelo estructural. Se toma como base el modelo MD4B y se comparan las respuestas de estos modelos con los modelos MD5B y MD6B.

En los modelos MD5B, y con periodo de 1.5s analizados con el registro CU, se presentan decrementos en la relación de ductilidades máximas de los elementos longitudinales y transversales. Por otra parte, las respuestas de los modelos con periodo de 1.0s aumentan. En los modelos con periodos pequeños la respuesta máxima disminuye en los elementos longitudinales y aumenta en los transversales [ver figs. 7.25 y 7.28]. Cuando se utiliza el registro SCT, se presentan incrementos en la demanda de ductilidad máxima en los elementos longitudinales y transversales de los modelos MD5B, con excepción de los modelos con periodo de 1.0s donde ocurre lo contrario [ver figs. 7.26 y 7.29]. En los elementos transversales de los modelos MD5B analizados con el registro VIV se presentan incrementos en la demanda de ductilidad máxima en todos los modelos; comportamiento similar se presenta en los elementos longitudinales de los modelos con periodo de 0.5s. En los demás periodos ocurre lo contrario [ver figs. 7.27 y 7.30].

En los modelos MD6B con periodo 1.5 s, analizados con el registro CU, se presentaron reducciones en la demanda de ductilidad máxima tanto de los elementos longitudinales como de los transversales. En estos mismos elementos se presentaron aumentos en el cociente  $Q_d / Q_s$  para un periodo de 0.5 s. Para los modelos con periodo de 1.0 s se observan incrementos en la respuesta máxima de los elementos longitudinales y reducciones en los elementos transversales [ver figs. 7.25 y 7.31]. Las demandas de ductilidad máximas de los elementos longitudinales y transversales de los modelos MD6B se incrementan cuando se utiliza el registro SCT [ver figs. 7.26 y 7.32]. En los elementos transversales de los modelos MD6B analizados con el registro VIV se generan incrementos en la demanda de ductilidad máxima para cualquier periodo. Esto mismo ocurre en los elementos longitudinales en modelos con periodo de 0.5 s, y ocurre lo contrario para los periodos restantes [ver figs. 7.27 y 7.33].

Con base en las figs. 7.25 a 7.33 se puede mencionar que las respuestas máximas de los modelos MD4B, MD5B y MD6B, se presentan en los elementos fuerte y transversal, cuando se utiliza el registro VIV. En el elemento débil se obtienen al utilizar el registro CU.

En todos los modelos se presentaron relaciones de ductilidad  $Q_d / Q_s$  menores de 2.6. En las figs. 7.25 a 7.33 se observa un punto en cual coinciden las relaciones de ductilidades de los elementos débil y fuerte. Este punto tiene como ordenada valores de  $Q_d / Q_s$  menores que uno en la mayoría de los modelos estudiados. En algunos otros casos no se presenta dicha intersección. Generalmente esta intersección ocurre para modelos con distribuciones de rigidez y resistencia iguales ( $e_s / b_s = e_d / b_d$ ).

Los siguientes párrafos incluyen comentarios sobre los modelos analizados bidireccionalmente, comparados con los modelos analizados unidireccionalmente (MD4U, MD5U y MD6U).

En las figs. 7.25, 7.28 y 7.31 se muestran las respuestas de los modelos MD4B, MD5B y MD6B analizados con el registro CU, mientras que en las figs. 7.1, 7.4 y 7.7 se presenta el mismo tipo de respuesta pero con el sismo aplicado en una sola dirección, las cuales generan los siguientes comentarios.

En la fig. 7.25 se observa que las demandas de ductilidad del elemento fuerte se incrementan en los modelos con periodo de 0.5 s, en los modelos con periodos mayores las respuestas disminuyen, este comportamiento se presenta para cualquier distribución de rigidez y resistencia; las respuestas del elemento débil se incrementan en los modelos con cualquier combinación de periodo, distribución asimétrica de resistencia y  $e_s/b = 0.1$ , excepto en los modelos con periodo de 0.5 s y  $e_s/b = e_s/b$ ; la relación de ductilidades disminuye en los modelos con cualquier distribución asimétrica de resistencia y  $T_y \leq 1.0$  s,  $e_s/b \geq 0.2$ . Por otra parte, en los modelos con la combinación de excentricidades mencionada y periodo de 1.5 s la respuesta se incrementa [ver figs. 7.1 y 7.25].

El comportamiento del elemento fuerte de los modelos MD5B, es similar al presentado en los modelos MD4B.

En los modelos con cualquier periodo y excentricidad estática, en la mayoría de los casos se obtienen incrementos en la respuesta del elemento débil, excepto para iguales distribuciones de rigidez y resistencia ( $e_s/b = e_s/b$ ) donde disminuye la respuesta [ver fig. 7.4 y 7.28].

El comportamiento del elemento fuerte de los modelos MD6B, es similar al presentado en los modelos MD4B; se encontró que la relación de ductilidades  $Q_s/Q_d$  del elemento débil disminuye en modelos con relaciones  $e_s/b = 0.1$  y cualquier periodo, excepto cuando el periodo es de 1.0 s; en los modelos con cualquier periodo y distribución asimétrica de resistencia y relaciones  $e_s/b = 0.2$ , se presentan aumentos en la respuesta, excepto en los modelos con  $e_s/b = e_s/b = 0.2$ ; finalmente

en los modelos con periodo de 0.5 s y  $e_s/b = 0.3$ , se obtienen decrementos en la respuesta; por otra parte, en los modelos con periodos de 1.0 s y 1.5 s se observan aumentos, excepto para modelos con periodo grande (1.5 s) y relaciones de excentricidades  $e_s/b = e_s/b = 0.2$  [ver figs. 7.7 y 7.31].

En las figs. 7.26, 7.29 y 7.32 se muestran las respuestas de los modelos MD4B, MD5B y MD6B analizados con el registro SCT, mientras que en las figs. 7.2, 7.5 y 7.8 se presenta el mismo tipo de respuesta pero con el sismo aplicado en una sola dirección, las cuales generan los siguientes comentarios.

En las figs. 7.2 y 7.26 se observa que la respuesta del elemento fuerte de los modelos MD4B, disminuye para todas las combinaciones de periodos y distribuciones de rigidez y resistencia, excepto en los modelos con periodos menores de 1.5 s y  $e_s/b = 0.2$ . En esta combinación de periodo y excentricidad estática la respuesta permanece sin cambio; por otra parte, en modelos con periodo de 1.0 s y relación  $e_s/b = 0.1$  la respuesta se incrementa. Para los periodos restantes el cociente  $Q_s/Q_c$  del elemento débil disminuye sin importar las distribuciones de rigidez y resistencia.

En los elementos fuertes de los modelos MD5B con periodo de 0.5 s y cualquier  $e_s/b$ , la respuesta es igual a la presentada en los modelos MD4B, en los modelos con periodo de 1.0 s y  $e_s/b = 0.1$  las respuestas se incrementan y para excentricidades estáticas mayores disminuyen; en los modelos con periodo grande (1.5 s) y cualquier excentricidad estática la relación de ductilidades  $Q_s/Q_c$  disminuye, excepto cuando la excentricidad estática vale  $e_s/b = 0.2$ ; la demanda de ductilidad del elemento débil disminuye en los modelos con cualquier combinación de periodos y distribuciones de rigidez y resistencia, excepto en  $e_s/b = 0.1$  y modelos con periodos menores de 1.5 s [ver figs. 7.5 y 7.29].

Los modelos MD6B presentan un comportamiento similar a los modelos MD5B en todos sus elementos [ver figs. 7.8 y 7.32].

En las figs. 7.27, 7.30 y 7.33 se observan las respuestas de los modelos MD4B, MD5B y MD6B analizados con el registro VIV. Al hacer la comparación con la figs. 7.3, 7.6 y 7.9 se observa que la relación de ductilidades del elemento fuerte tiende a incrementarse y en el elemento débil a disminuir; este efecto se presenta para cualquier combinación de periodos y distribuciones de rigidez y resistencia.

#### **4.2.2 Modelos SNRG**

Las letras SNRG se asociarán a modelos estructurales con rigidez normal y resistencia grande. Como se mencionó previamente, en estos modelos se mantuvo la rigidez de los modelos SNRN y se incrementó 100 veces la resistencia nominal de los elementos transversales.

Modelos MD4B-SNRG-CU, MD4B-SNRG-SCT y MD4B-SNRG-VIV

En todos los modelos SNRG estudiados, se observa que las relaciones de ductilidades  $Q_1 / Q_2$  de los elementos longitudinales y transversales no son sensibles a la variación de la distribución asimétrica de resistencias, ni al registro que se utilice como excitación [ver figs. 7.34 a 7.36], lo que indica que la respuesta no es sensible al diseño de los elementos longitudinales. Similar comportamiento se presentó en los modelos excitados en una dirección. Sin embargo, se observó [fig. 7.34] que la relación de ductilidades de los elementos longitudinales de los modelos analizados con el registro CU, disminuye para periodo de 10 s y aumenta para modelos con periodos mayores (15 s). La respuesta de los elementos transversales disminuye en los modelos con periodos mayores que 0.5 s comparados con un periodo de 0.5 s.



Los modelos MD6B presentan un comportamiento similar a los modelos MD5B en todos sus elementos [ver figs. 7.8 y 7.32].

En las figs. 7.27, 7.30 y 7.33 se observan las respuestas de los modelos MD4B, MD5B y MD6B analizados con el registro VIV. Al hacer la comparación con la figs. 7.3, 7.6 y 7.9 se observa que la relación de ductilidades del elemento fuerte tiende a incrementarse y en el elemento débil a disminuir; este efecto se presenta para cualquier combinación de periodos y distribuciones de rigidez y resistencia.

#### **4.2.2 Modelos SNRG**

Las letras SNRG se asociarán a modelos estructurales con rigidez normal y resistencia grande. Como se mencionó previamente, en estos modelos se mantuvo la rigidez de los modelos SNRN y se incrementó 100 veces la resistencia nominal de los elementos transversales.

##### **Modelos MD4B-SNRG-CU, MD4B-SNRG-SCT y MD4B-SNRG-VIV**

En todos los modelos SNRG estudiados, se observa que las relaciones de ductilidades  $Q_x / Q_y$  de los elementos longitudinales y transversales no son sensibles a la variación de la distribución asimétrica de resistencias, ni al registro que se utilice como excitación [ver figs. 7.34 a 7.36], lo que indica que la respuesta no es sensible al diseño de los elementos longitudinales. Similar comportamiento se presentó en los modelos excitados en una dirección. Sin embargo, se observó [fig. 7.34] que la relación de ductilidades de los elementos longitudinales de los modelos analizados con el registro CU, disminuye para periodo de 1.0 s y aumenta para modelos con periodos mayores (1.5 s). La respuesta de los elementos transversales disminuye en los modelos con periodos mayores que 0.5 s comparados con un periodo de 0.5 s.

En los modelos MD4B con periodo de 0.5 s las mayores relaciones  $Q_u/Q_e$  se presentaron cuando los modelos se sometieron al registro CU [ver figs. 7.34a a 7.36a]; en los periodos restantes las mayores respuestas se presentaron para el registro VIV [ver figs. 7.34 a 7.36]. Se encontró que la relación de ductilidades en todos los modelos MD4B cambia con la variación de la excentricidad estática normalizada, y los mayores cocientes  $Q_u/Q_e$  se presentan en el elemento fuerte. Con base en lo anterior se puede afirmar que la resistencia tan grande de los elementos transversales influye en la respuesta del modelo, y que las mayores respuestas se obtienen en modelos con periodos pequeños. Este mismo comportamiento se presentó en los modelos excitados en una dirección.

#### Modelos MD5B-SNRG y MD6B-SNRG

Los modelos MD5B y MD6B presentaron respuestas cualitativamente similares a los resultados de los modelos MD4B.

#### **4.2.3 Modelos SGRN y SGRG**

Los resultados obtenidos en los modelos SGRN y SGRG fueron similares a las respuestas de los modelos SNRG, lo que indica que no es significativo el incrementar la resistencia de los elementos transversales cuando su rigidez es muy grande comparada con la de los elementos longitudinales; los resultados de estos modelos no se reportan debido a que dichas demandas de ductilidad  $Q_u/Q_e$  fueron cualitativamente similares a los resultados reportados para los modelos SNRG. Con base en lo anterior se tiene que la respuesta de los modelos SNRG representan adecuadamente los resultados de los modelos SGRN y SGRG.

#### **4.2.4 Modelos SNRP**

En las figs. 7.37 a 7.39 se muestra el comportamiento de los modelos MD4B para los diferentes registros utilizados. Se observa que la respuesta de los elementos longitudinales es parecida cualitativa y cuantitativamente a la de los modelos MD4U. El mismo comportamiento se presenta en los modelos MD5B y MD6B. Por razones obvias no se incluyen los resultados.

La influencia que tiene el tipo de registro usado en la respuesta sísmica torsional inelástica de los modelos es importante como se puede observar en las figs. 7.37 a 7.39. Los elementos transversales de todos los modelos con cualquier periodo presentaron respuestas mayores cuando se aplicó el registro SCT.

#### **4.2.5 Modelos SPRP y SPRN**

Los resultados obtenidos en los modelos SPRP y SPRN son similares a las respuestas de los modelos SNRP; por razones obvias las respuestas de los modelos SPRP y SPRN no se reportan. Con base en lo anterior se tiene que la respuesta de estos modelos queda cualitativamente representada por cualquiera de los tres modelos mencionados.

## 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las respuestas obtenidas en los modelos U-SNRN muestran la importancia que tiene el tipo de suelo en la respuesta sísmica torsional inelástica de la estructura. Por ejemplo, el registro obtenido en suelo duro excita de forma más significativa a las estructuras que cuentan con un periodo de vibrar pequeño; adicionalmente, las estructuras que tienen un periodo medio (1.0 s) resultan ser más vulnerables cuando se excitan con el registro VIV; finalmente, el registro SCT excita de forma más importante a los modelos que cuentan con un periodo de vibrar grande.

El comportamiento observado en los modelos U-SPRN es similar al que se presentó en los modelos U-SNRN, sólo que en este caso los elementos transversales presentaron respuestas mayores cuando se aplica el registro SCT; los elementos longitudinales de modelos con un periodo pequeño fueron más sensibles cuando se aplicaron los registros CU y SCT, comportamiento similar se presentó en los elementos longitudinales de modelos con periodos de 1.0 y 1.5 s sólo que para los registros VIV y SCT.

En los modelos U-SNRN, invariablemente las menores demandas de ductilidad del elemento débil se obtienen cuando las distribuciones de rigidez y resistencia son iguales, sin importar el número de elementos resistentes del modelo y el registro del sismo utilizado en el análisis. La relación de ductilidades en este elemento siempre es menor que la del elemento fuerte para la distribuciones de rigidez y resistencias mencionadas, esto es  $e_1 / b = e_2 / b$ . En estos casos la resistencia del elemento débil es similar numéricamente a la del elemento fuerte, la causa de que este último elemento sea más demandado probablemente se debe a que se encuentra más cerca del CM del modelo que el elemento débil.

En los modelos con distribuciones asimétricas nulas de resistencias ( $e_c/b=0$ ) el cociente  $Q_c/Q_s$  del elemento débil siempre es mayor que la del elemento fuerte. Este comportamiento es contrario al descrito anteriormente. En este caso la resistencia del elemento débil es menor que la del fuerte, por lo que se puede inferir que la resistencia a la fluencia en el elemento débil se alcanza antes que en los demás elementos; una vez que se alcanza tal resistencia es probable que la distribución de resistencias se mueva a la izquierda del CM y que las demandas de ductilidad en este elemento sean mayores que las del resto de los elementos.

En la mayoría de los modelos estudiados las demandas de ductilidad del elemento fuerte son poco sensibles con la variación de la distribución de resistencias; este comportamiento se explica, ya que la resistencia del elemento fuerte no cambia al variar la distribución de estas, y siempre es constante para una relación  $e_c/b$  determinada.

En los elementos transversales, dependiendo del periodo del modelo se presentan relaciones  $Q_c/Q_s$  mayores cuando se utilizan para el análisis los registros obtenidos en suelo duro y de transición. La relación de ductilidades es más importante a medida que se hace más asimétrica la distribución de resistencias, esto es cuando  $e_c/b = e_s/b$ . Este efecto es probable que se deba a que la participación en la respuesta de los elementos longitudinales generalmente es menor para las distribuciones mencionadas.

Generalmente en todos los modelos estudiados el cociente  $Q_c/Q_s$  es mayor a medida que crece la excentricidad estática, este comportamiento se debe posiblemente a que los efectos de la torsión sísmica son más severos conforme crece la excentricidad estática.

El punto en cual coinciden las relaciones de ductilidades de los elementos débil y fuerte, generalmente se presenta cuando las distribuciones de rigidez y resistencia

son similares, este punto probablemente proporcione la distribución de resistencias para la cual se presenta el comportamiento inelástico ideal de la estructura.

Las respuestas de los modelos estructurales analizados unidireccionalmente queda cualitativamente bien representada cualquiera que sea el número de elementos longitudinales que tenga el modelo. Lo anterior tiene importancia si se pretende seguir con la investigación y lo que se busca son resultados cualitativos.

La respuesta sísmica de los elementos transversales de modelos SNRN analizados bidireccionalmente es mayor que la obtenida en los mismos modelos analizados unidireccionalmente, sin importar el periodo de vibrar del modelo, el acelerograma, y la relación de excentricidades utilizadas; este comportamiento descrito era de esperarse, debido a la acción de la componente del sismo paralela a los elementos transversales. Cabe mencionar que también se alcanzan con mayor frecuencia relaciones de ductilidades mayores que uno.

También, al comparar las demandas de ductilidad de los modelos analizados unidireccionalmente contra los modelos analizados bidireccionalmente, se observa una tendencia bien definida de la respuesta cuando los modelos son analizados con el registro VIV. En los modelos analizados unidireccionalmente se subestima la respuesta del elemento fuerte y se sobrestima la respuesta del elemento débil. Este comportamiento se presenta sin importar el número de elementos utilizado en el modelo estructural [ver figs. 7.3, 7.6, 7.9, 7.27, 7.30 y 7.33]. Por otra parte, cuando se utiliza el registro CU las respuestas del elemento fuerte se subestiman en los modelos con periodo de 0.5 s y se sobrestiman para los periodos restantes. La tendencia de este comportamiento se mantiene cuando se incrementa el número de elementos resistentes en el modelo estructural; en los elementos débiles se presenta un comportamiento bien definido para cada modelo dependiendo de la excentricidad estática. Finalmente, los modelos analizados con el registro SCT presentan un comportamiento poco definido: La respuesta puede sobrestimarse o subestimarse conforme se incrementa la excentricidad estática y el periodo del

modelo estructural, este mismo comportamiento se presenta al variar el número de los elementos resistentes en el modelo estructural [ver figs. 7.2, 7.5, 7.8, 7.26, 7.29 y 7.32].

Las envolventes de los valores máximos de la relación de ductilidades  $Q_u / Q_s$  de los modelos estructurales analizados bidireccionalmente son subestimados cuando se realizan análisis unidireccionales.

En todos los casos estudiados se observa la importancia que tiene el efecto del tipo de registro asociado a un tipo de suelo en la respuesta sísmica torsional inelástica de los modelos excitados unidireccional y bidireccionalmente.

Por lo que respecta a los modelos con "resistencia grande" (U-SNRG y B-SNRG), se observa que las relaciones de ductilidades  $Q_u / Q_s$  de los elementos longitudinales y transversales, no son sensibles a la variación de la distribución de resistencias, sin importar el registro que se aplique al modelo [ver figs. 7.34 a 7.36]. Los efectos de la torsión sísmica son tomados por la resistencia tan grande de los elementos transversales, y en consecuencia sólo se presenta traslación en los elementos longitudinales. En este caso la distribución asimétrica de resistencias no influye en las demandas de ductilidad de los elementos resistentes, lo cual indica que su respuesta no es sensible con el diseño de los elementos longitudinales.

Por otra parte, la influencia del efecto bidireccional del sismo en la respuesta de los modelos B-SPRN no influyó de manera importante en los elementos longitudinales, excepto en el elemento débil de algunos modelos con pequeñas asimetrías en resistencia. La variación de la respuesta de los modelos mencionados no modifica notablemente el comportamiento general de los modelos. En los elementos transversales se presenta un incremento generalizado en todos los modelos para cualquier combinación de periodo, distribución de resistencias, excentricidad estática y número de elementos resistentes.

Las respuestas de los modelos se modifican notablemente cuando se cambia la rigidez o resistencia de los elementos transversales; por ejemplo, en los modelos SNRN y SNRG la demanda de ductilidades se mantiene prácticamente sin cambio cuando se varía la distribución de resistencias de 0 a 0.1. En los modelos SNRP la demanda de ductilidad de los modelos disminuye notablemente cuando se incrementa la distribución de resistencias de 0 a 0.1. Para distribuciones de resistencias mayores, la respuesta de modelos SNRN y SNRP tiende a disminuir a medida que se incrementa la excentricidad en resistencia y en los modelos SNRG dicha respuesta se mantiene constante.

En los modelos SNRP, al igual que en los SNRN y SNRG, en el elemento débil se presentaron relaciones  $Q_u/Q_s$  menores que en el elemento fuerte cuando la distribución de resistencias es más asimétrica ( $e_s/b = e_u/b$ ).

La respuesta  $Q_u/Q_s$  de los modelos estudiados generalmente aumenta al crecer el número de elementos longitudinales, esto se debe posiblemente a que la resistencia nominal de los elementos longitudinales disminuye conforme se incrementa el número de elementos resistentes. Normalmente las mayores concentraciones de ductilidades se presentan en los elementos más alejados del centro de masa.

Con base en los resultados obtenidos se hacen las siguientes recomendaciones:

Es conveniente utilizar en el análisis de los modelos estructurales las dos componentes de los registros de los acelerogramas seleccionados, debido a que la respuesta en algunos casos se subestima y en otros se sobrestima.

Las respuestas de los modelos resultaron ser parecidas cualitativamente entre sí, sin importar el número de elementos longitudinales, por lo cual se recomienda utilizar en posteriores investigaciones los modelos con pocos elementos.



El tipo de suelo influye de manera importante en la respuesta de los modelos estructurales, por lo que se recomienda utilizar en los trabajos de investigación diferentes señales representativas de distintos tipos de suelo en los análisis de los modelos.

El efecto de la variación de la resistencia de los elementos transversales juega un papel muy importante en la respuesta sísmica torsional de los modelos. Si comparamos los modelos SNRN, SNRG y SNRP se observa que las mayores concentraciones de ductilidades se presentan en los modelos SNRP, ya que en ellos los elementos transversales prácticamente no contribuyen en la resistencia a torsión del modelo.

En la práctica profesional es conveniente que se proporcione una resistencia tal que su distribución sea muy parecida a la de la rigidez, ya que para esa condición es cuando se obtienen los comportamientos más adecuados en los modelos estructurales.

Se recomienda que se estudien otras alternativas de distribución del cortante por torsión para lograr que las demandas de ductilidad sean más uniformes en todos los elementos resistentes, y poder así obtener alguna expresión que sea sencilla de utilizar para el diseño de los elementos resistentes.

Finalmente se recomienda estudiar modelos en los cuales se consideren otros efectos como son: el uso de marcos cuyo comportamiento sea similar al de estructuras de flexión, considerar la sobrerresistencia existente en los elementos estructurales, la degradación de rigidez y resistencia, el número de pisos, entre otros.

## REFERENCIAS

- [1] Meli, R. y Miranda, E., "Evaluación de los Efectos de los Sismos de Septiembre de 1985 en los Edificios de la Ciudad de México, Parte I. Evaluación de Daños", Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 1986.
- [2] Esteva, L., "Earthquake Engineering Research and Practice in Mexico After the 1985 Earthquakes", Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, Vol. 20, N° 3, September 1987.
- [3] Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, Gaceta Oficial Del Departamento del D F., octubre 29, México, 1987.
- [4] Gómez, R., Ayala, G. y Jaramillo, J. D., "Respuesta Sísmica de Edificios Asimétricos", Informe Interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 1987.
- [5] Arista, A., "Respuesta Sísmica Inelástica de Modelos de Edificios con Asimetría en Rigideces y Resistencias", Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 1991.
- [6]. Ayala, G., Barrón, R., y Zapata, U., "Criterios de Diseño Sísmico para Estructuras en Torsión", Memorias, IX Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Vol. II, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, Manzanillo Colima, México, septiembre de 1991, pp 6-49 a 6-57.
- [7] Ayala, G., y García, O., "Criterios de Diseño Sísmico para Estructuras en Torsión", Informe al CONACYT, Proyecto 0740, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 1992.

- [8] Goel, R. K. y Chopra, A. K., "Inelastic Seismic Response of One-Storey, Asymmetric-Plan Systems: Effects of Stiffness and Strength Distribution", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 19, 949-970, 1990.
- [9] Meli, R., "Diseño Estructural", Editorial Limusa, México, 1991.
- [10] Bustamante, J. Y., "Torsión Dinámica en Estructuras de Edificios", vol. XXXI-núm. 4, Instituto de Ingeniería, UNAM, México, octubre 1961
- [11] Guendelman-Israel R. y G. H. Powell, "DRAIN-TABS, a Computer Program for Inelastic Earthquake Response of Three-Dimensional Buildings", Report N° UBC/EERC-77/08, University of California at Berkeley, march, 1977.
- [12] Paz, M., "Structural Dynamics: Theory and Computation", Van Nostrand Reinhold Environmental Engineering Series, 1980.
- [13] Escobar, J., A., "Respuesta Sísmica de Estructuras Asimétricas Inelásticas con Propiedades Inciertas", Tesis Doctoral, DEPEI, UNAM, México, 1992.
- [14] Clough, R. y Penzien, J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, 1975.
- [15] Craig, Jr., R., "Structural Dynamics: An Introduction to Computer Methods", John Wiley & Sons, 1975.
- [16] Chopra, A. K., "Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering", Prentice Hall, 1995.
- [17] Damy, J., "Comentarios al Inciso 8.6 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", *Ingeniería Sísmica*, no. 33, agosto de 1988, pp 66-99.

- [18] Trifunac, M., D., y Brandy, A., G., "A Study of Duration of Strong Earthquake Ground Motions", Bull. of the Seism. Soc. of America, n° 65, pp 581-626, 1975.
- [19] Syamal, P. K. y Pekau, O. A., "Dynamic Response of Bilinear Asymmetric Structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 13, 527-541, 1985.
- [20] Bozorgnia, Y., y Tso, W., K., "Inelastic Earthquake Response of Asymmetric Structures", Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 112, n° 2, pp 383-400, feb., 1986.
- [21] Tso, W., K., y Ying, H., "Additional Seismic Inelastic Deformation Caused by Structural Asymmetry", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 19, 243-258, 1990.
- [22] Chandler, A., M., y Duan, X., N., "Evaluation of Factors Influencing the Inelastic Seismic Performance of Torsionally Asymmetric Buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 20, 87-95, 1991.
- [23] Zhu, T., J., y Tso, W., K., "Design of Torsionally Unbalanced Structural Systems Based on Code Provisions II: Strength Distribution", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 21, 629-644, 1992.
- [24] Tso, W., K., y Zhu, T., J., "Design of Torsionally Unbalanced Structural Systems Based on Code Provisions I: Ductility Demand", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 21, 609-627, 1992.
- [25] De la Llera, J., C., y Chopra, A., K., "Using Accidental Eccentricity in Code-Specified Static and Dynamic Analyses of Buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 23, 947-967, 1994.
- [26] De la Llera, J., C., y Chopra, A., K., "Estimation of Accidental Torsion Effects for Seismic Design of Buildings", Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 121, n° 1, jan., 1995.

## **RECONOCIMIENTOS**

Mi más sincera gratitud al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por la beca otorgada y por haberme facilitado un espacio físico para poder llevar a cabo este trabajo de investigación.

Agradezco especialmente a los Dres. Roberto Gómez Martínez y José Alberto Escobar Sánchez la asesoría y el tiempo brindados, así como sus valiosos comentarios y sugerencias que permitieron concluir satisfactoriamente este trabajo.

# FIGURAS

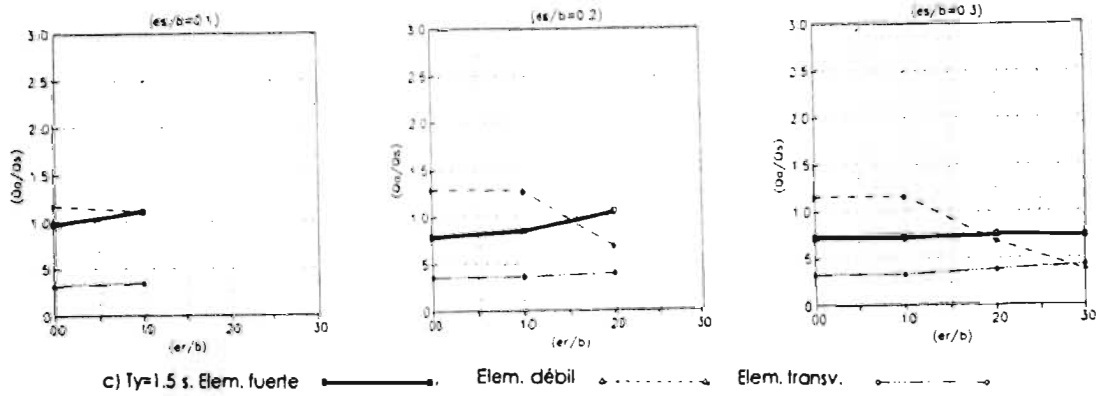
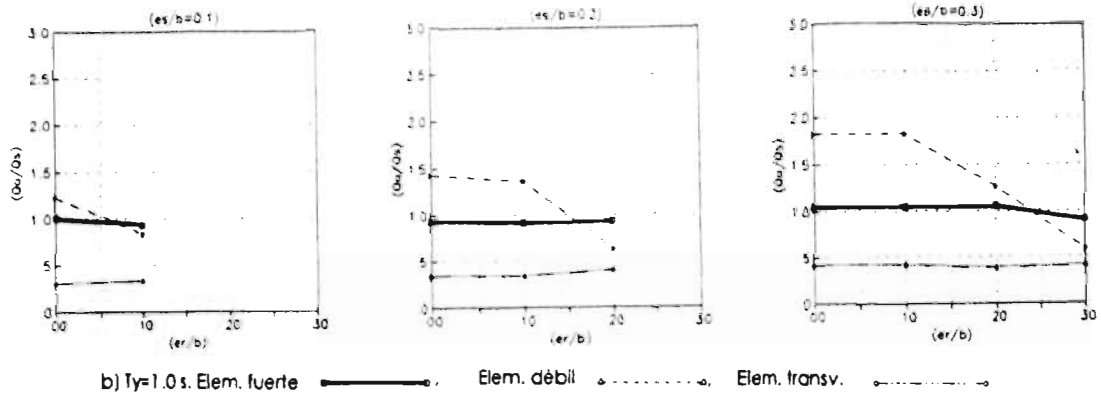
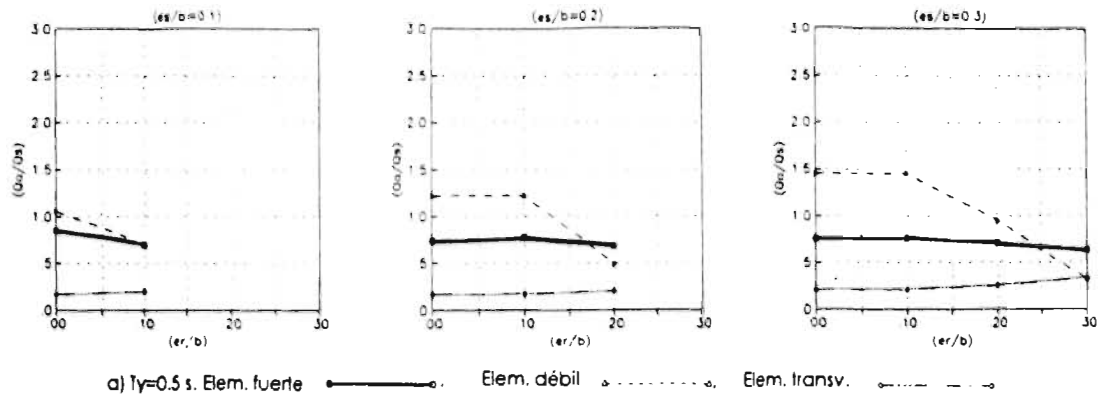


Fig. 7.1 Demandas de ductilidad de los modelos MD4U-SNRN-CU

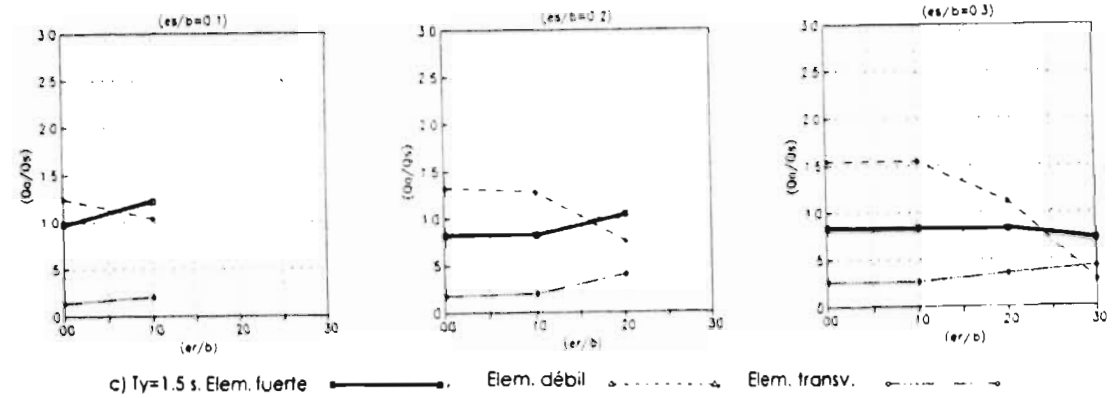
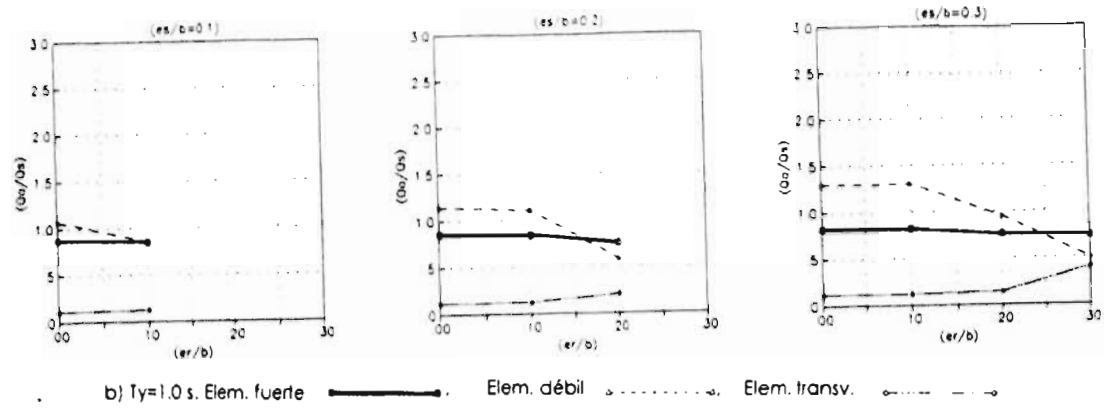
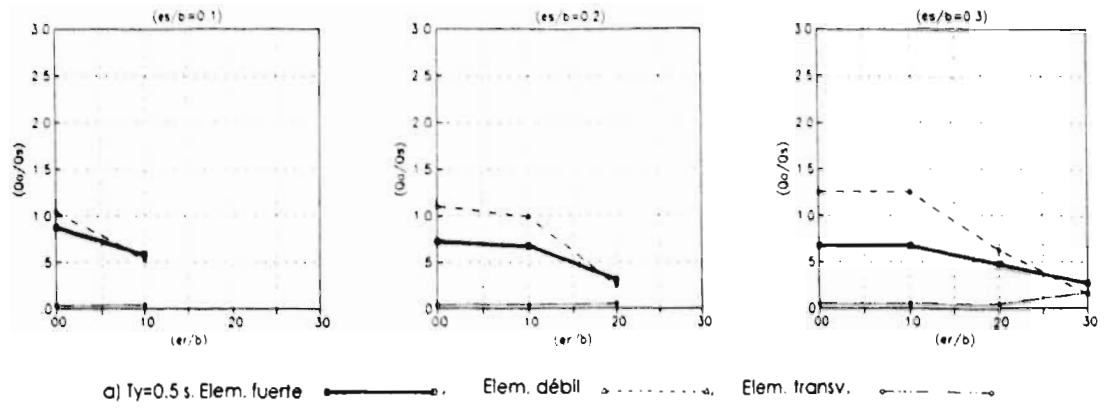


Fig. 7.2 Demandas de ductilidad de los modelos MD4U-SNRN-SCT

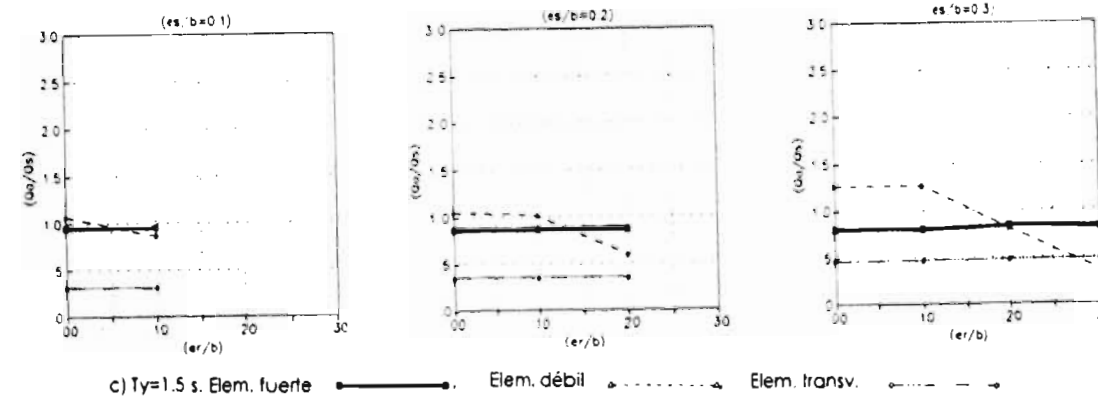
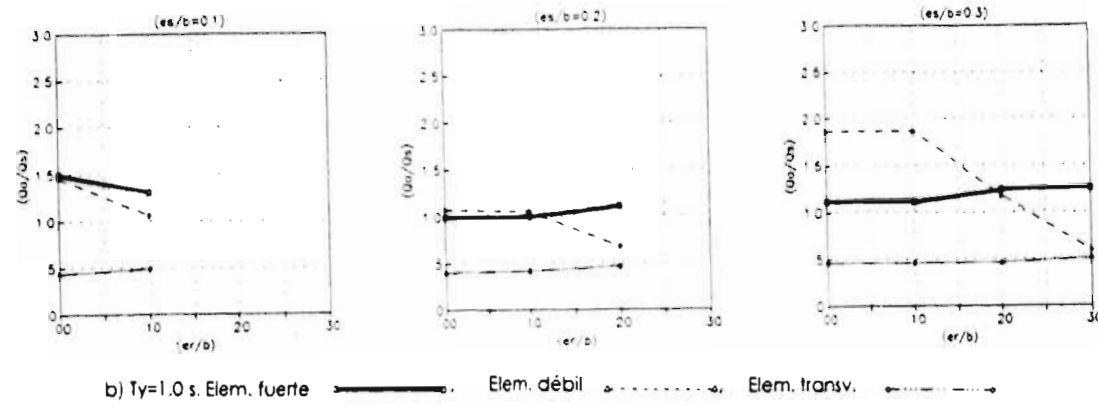
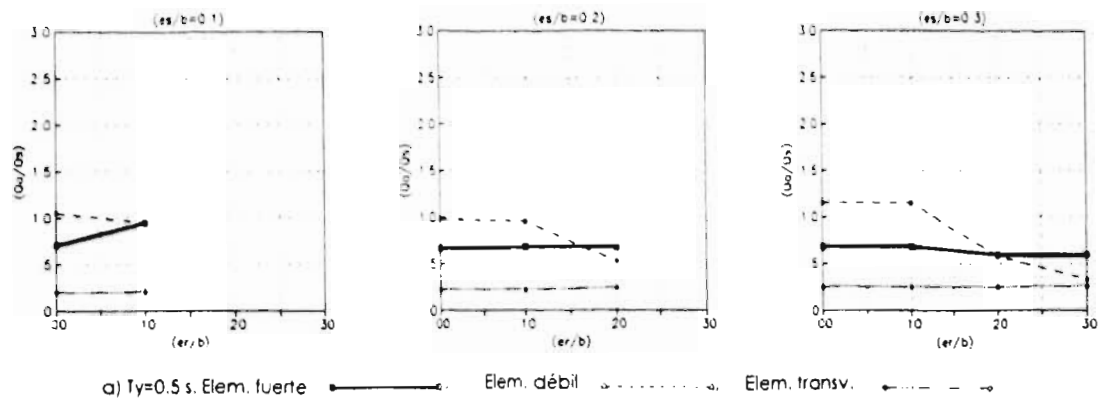


Fig. 7.3 Demandas de ductilidad de los modelos MD4U-SNRR-VIV



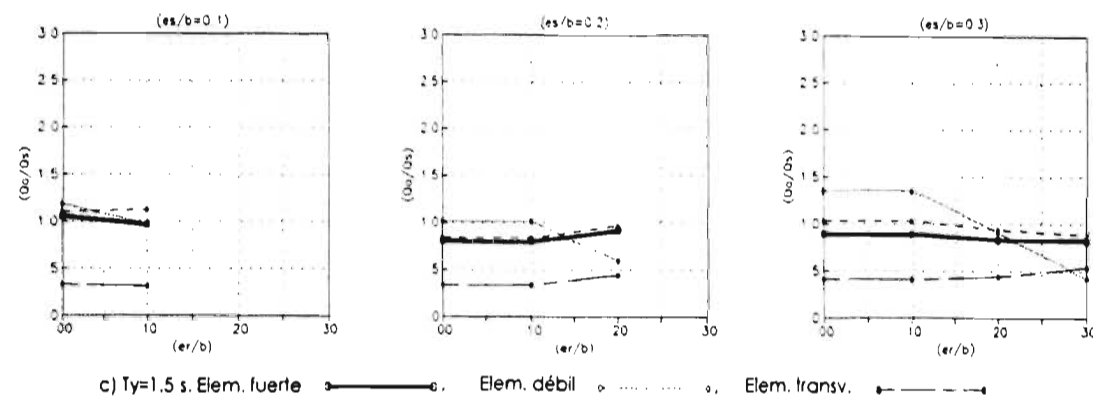
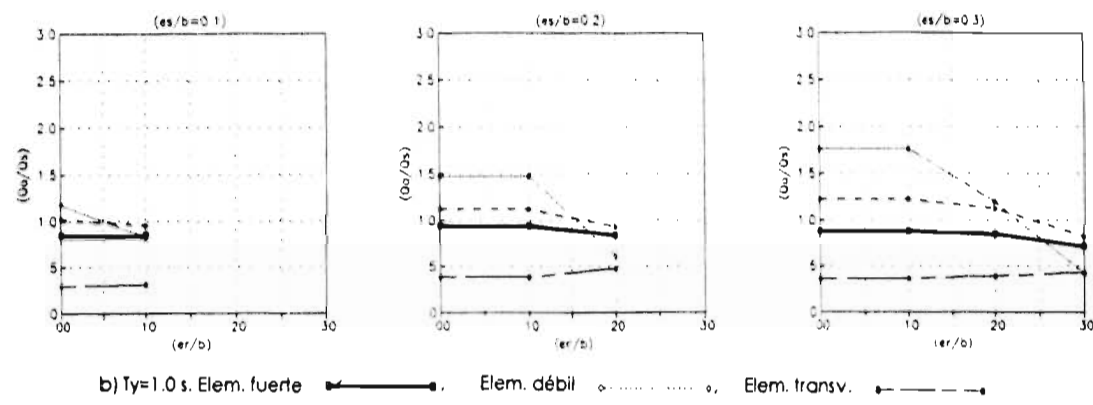
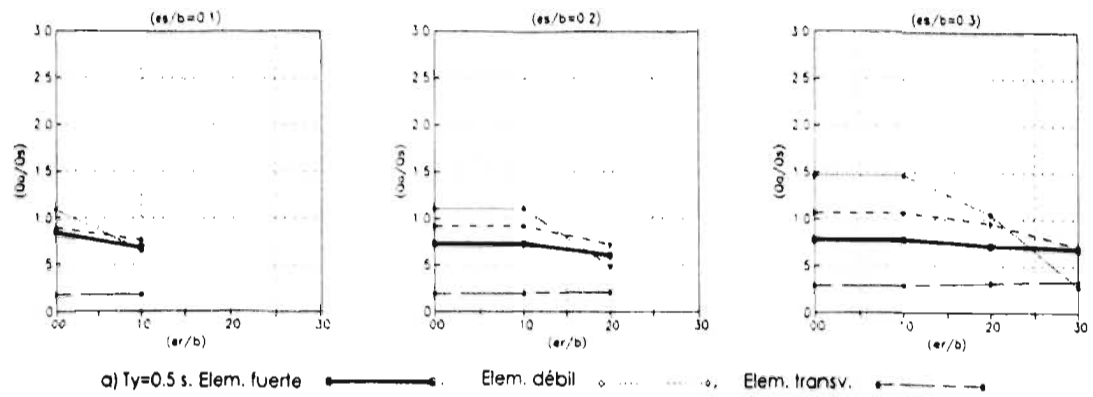


Fig. 7.4 Demandas de ductilidad de los modelos MDSU-SNRN-CU

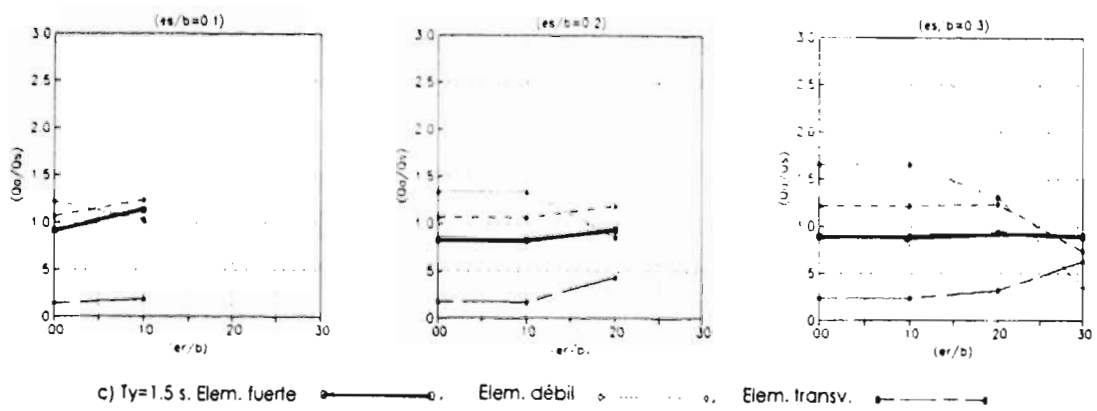
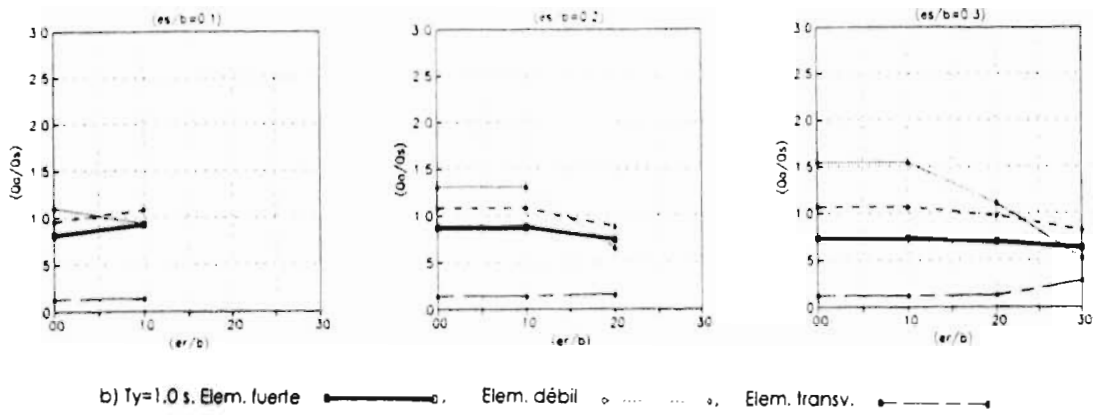
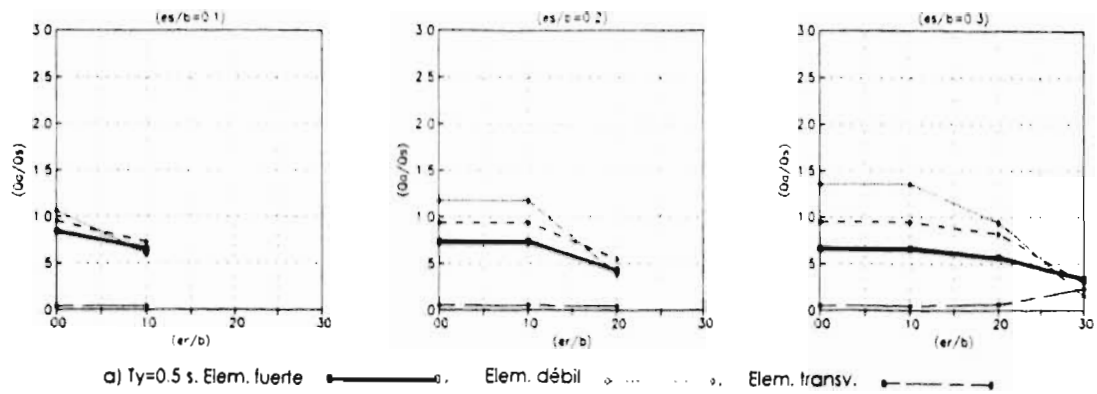


Fig. 7.5 Demandas de ductilidad de los modelos MDSU-SNRN-SCT

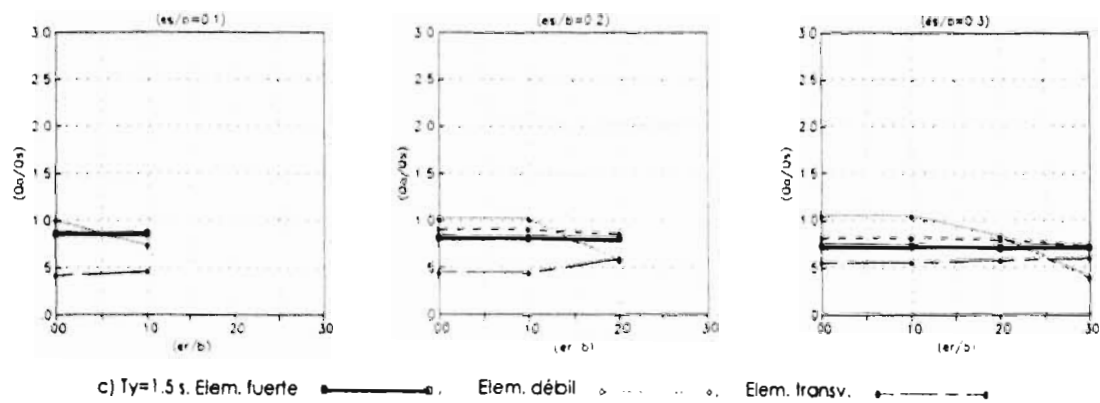
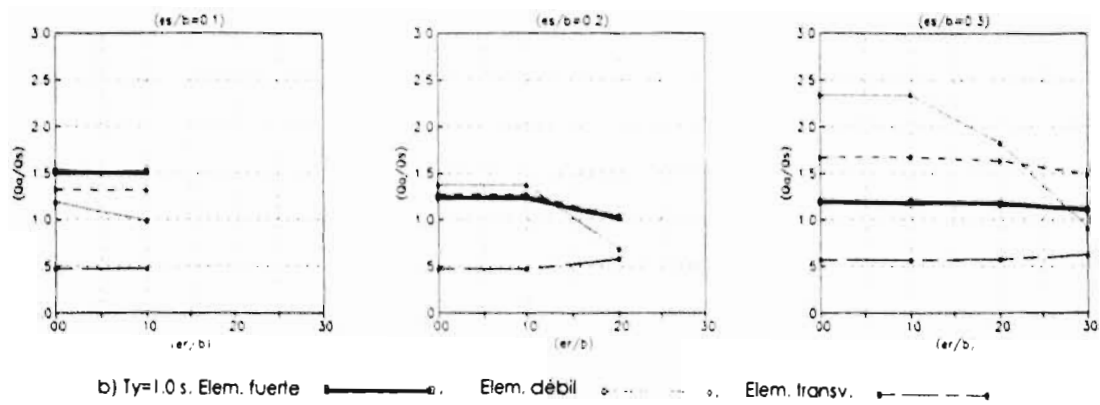
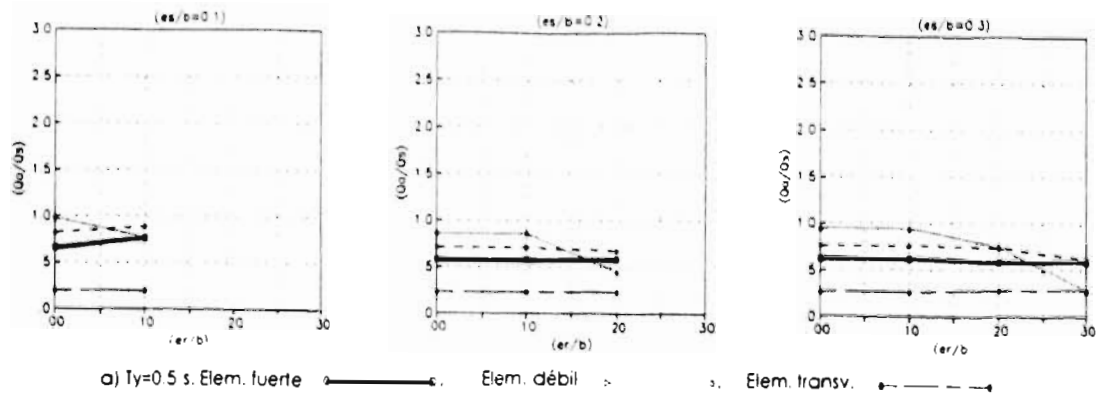


Fig. 7.6 Demandas de ductilidad de los modelos MDSU-SNRN-VIV

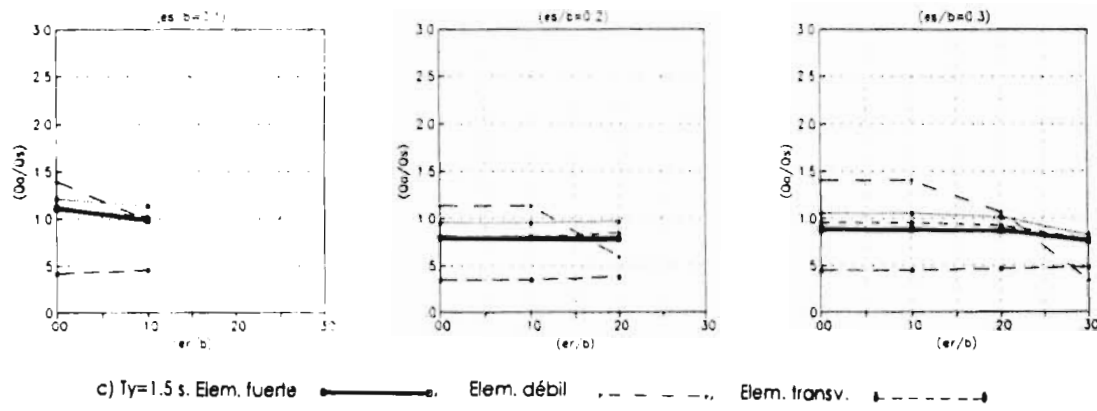
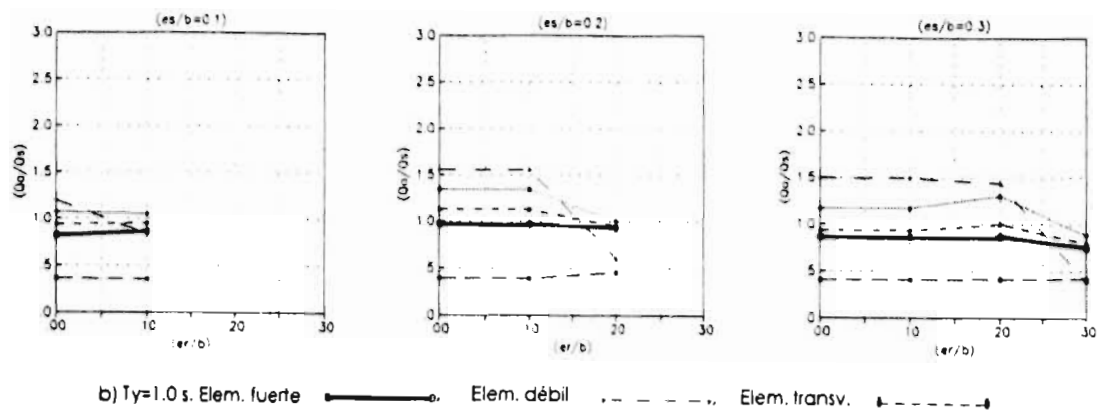
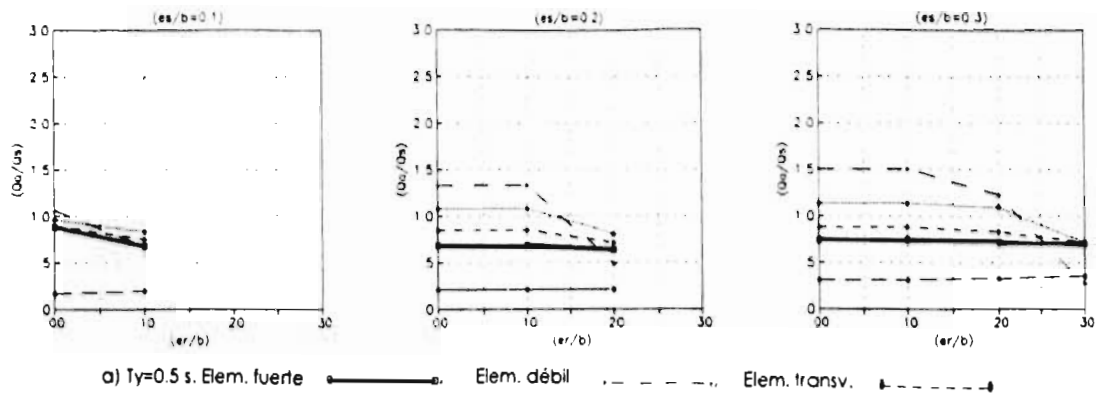


Fig. 7.7 Demandas de ductilidad de los modelos MD6U-SNRN-CU

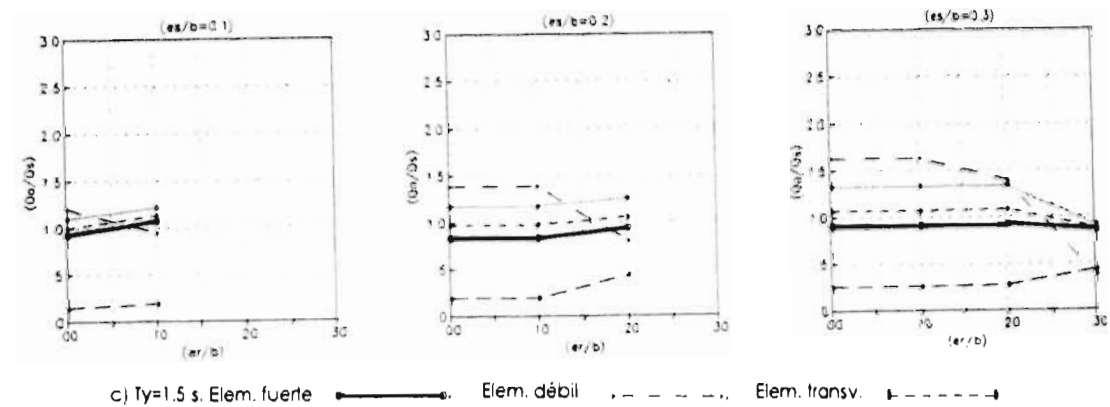
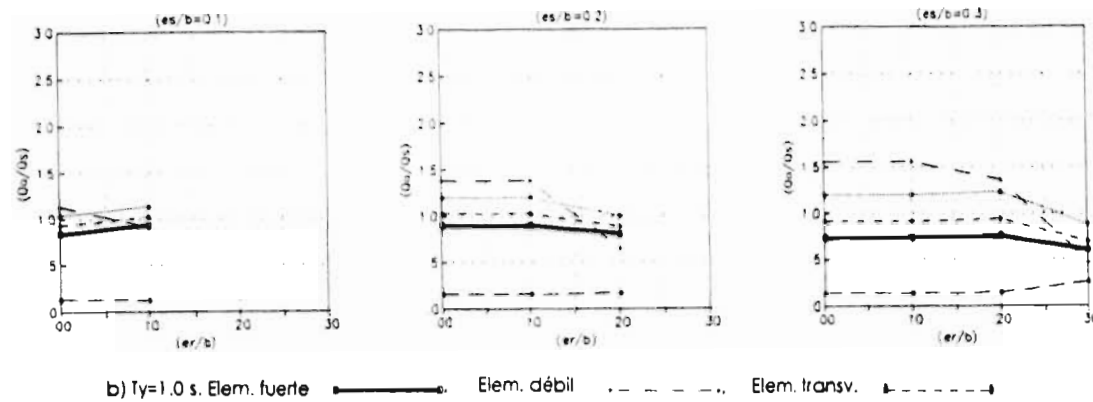
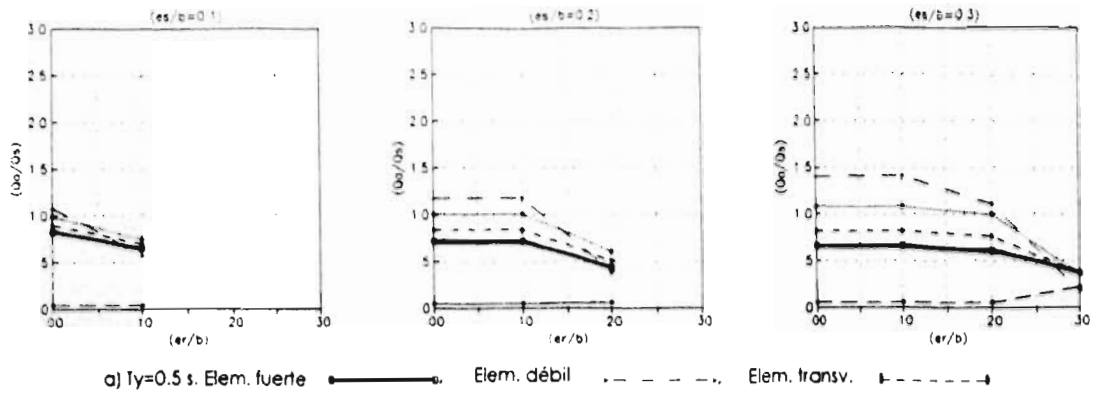


Fig. 7.8 Demandas de ductilidad de los modelos MD6U-SNRN-SCT

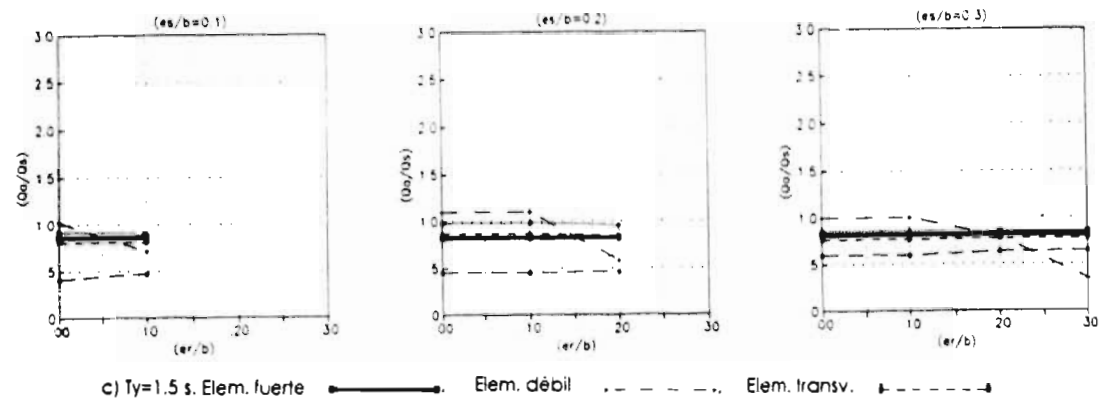
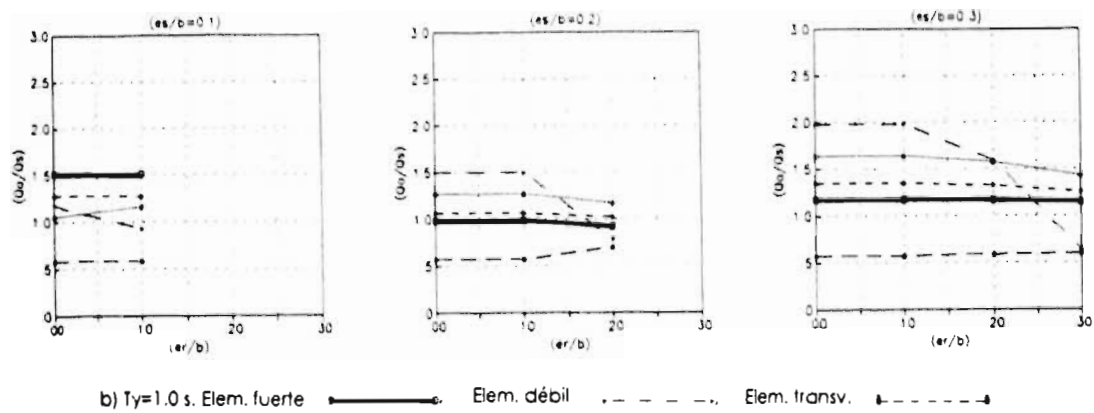
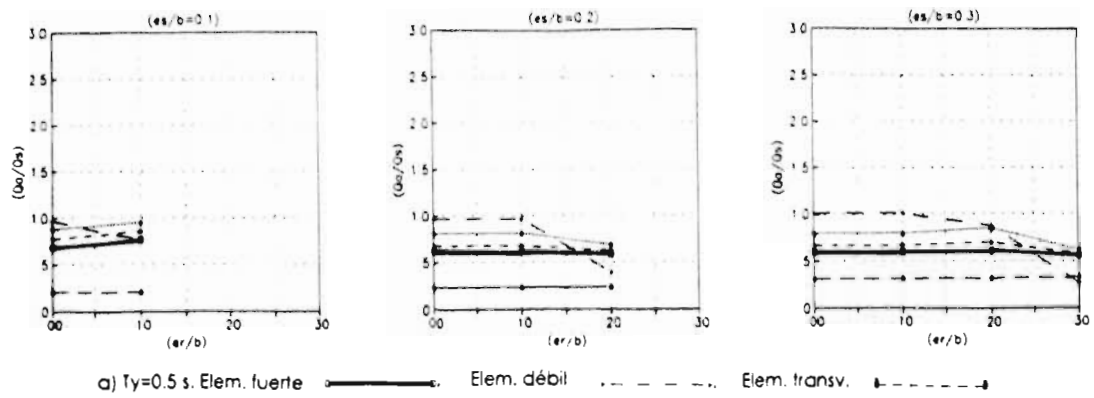
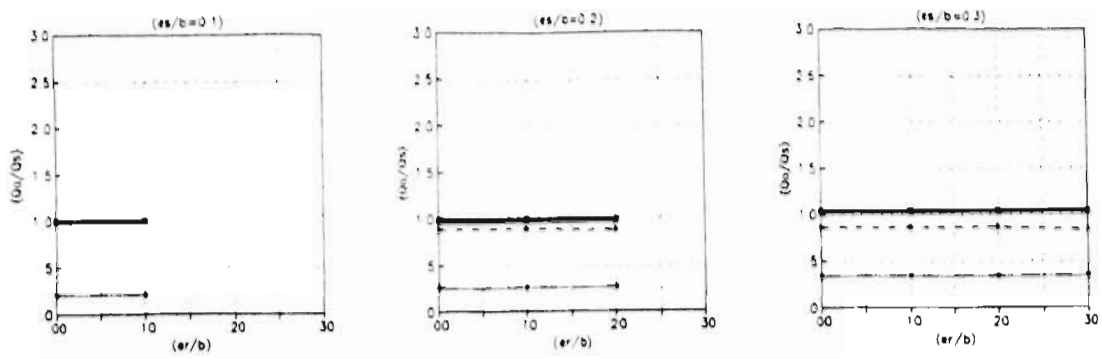
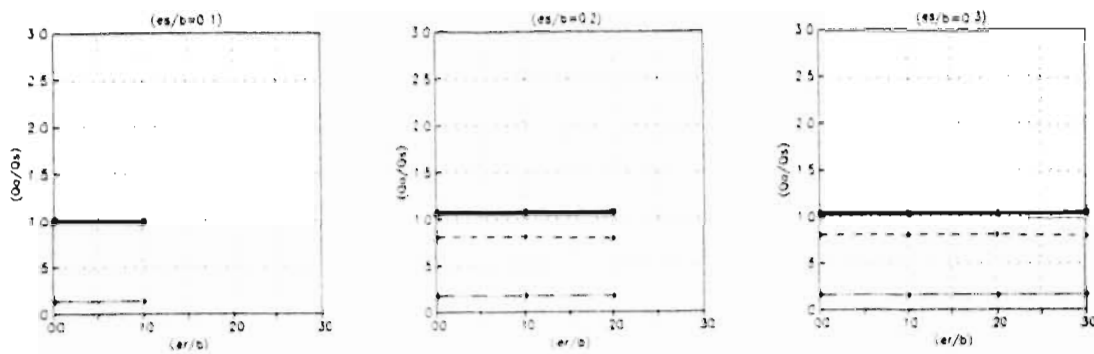


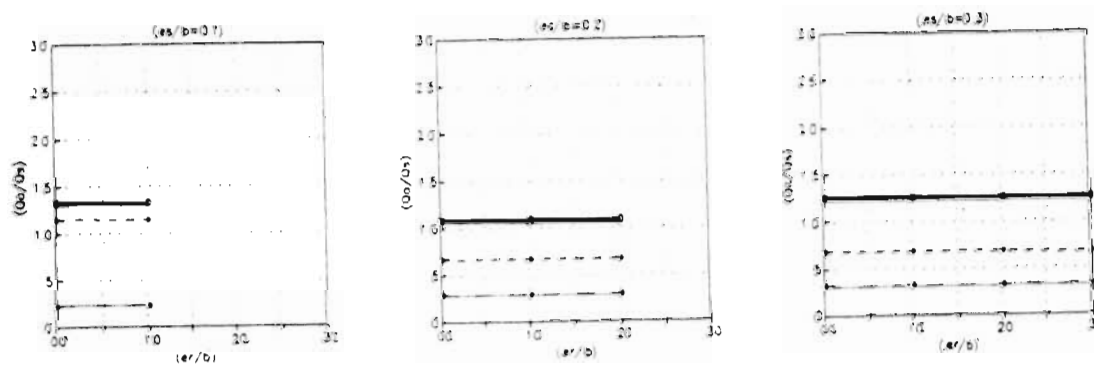
Fig. 7.9 Demandas de ductilidad de los modelos MD6U-SNRN-VIV



a)  $T_y=0.5$  s. Elem. fuerte  $\bullet$ — $\bullet$  Elem. débil  $\triangle$ ..... $\triangle$  Elem. transv.  $\square$ - - - $\square$



b)  $T_y=1.0$  s. Elem. fuerte  $\bullet$ — $\bullet$  Elem. débil  $\triangle$ ..... $\triangle$  Elem. transv.  $\square$ - - - $\square$



c)  $T_y=1.5$  s. Elem. fuerte  $\bullet$ — $\bullet$  Elem. débil  $\triangle$ ..... $\triangle$  Elem. transv.  $\square$ - - - $\square$

Fig. 7.10 Demandas de ductilidad de los modelos MD4U-SNRG-CU

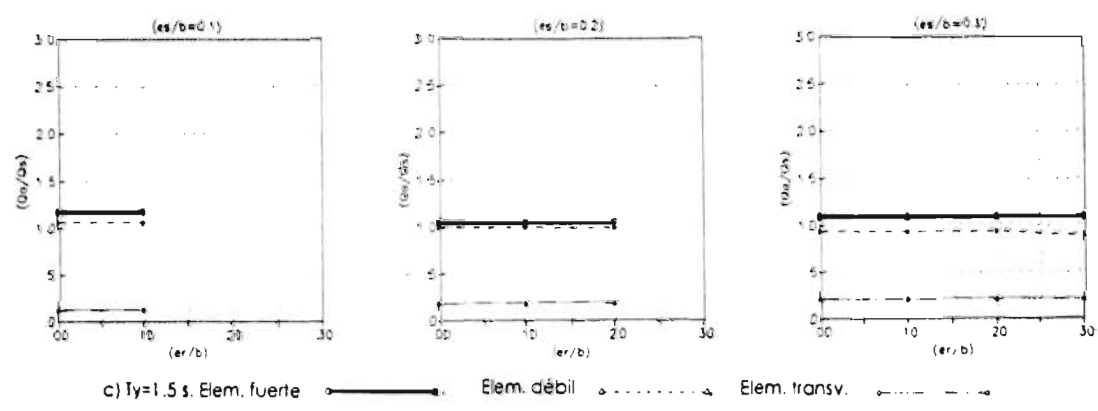
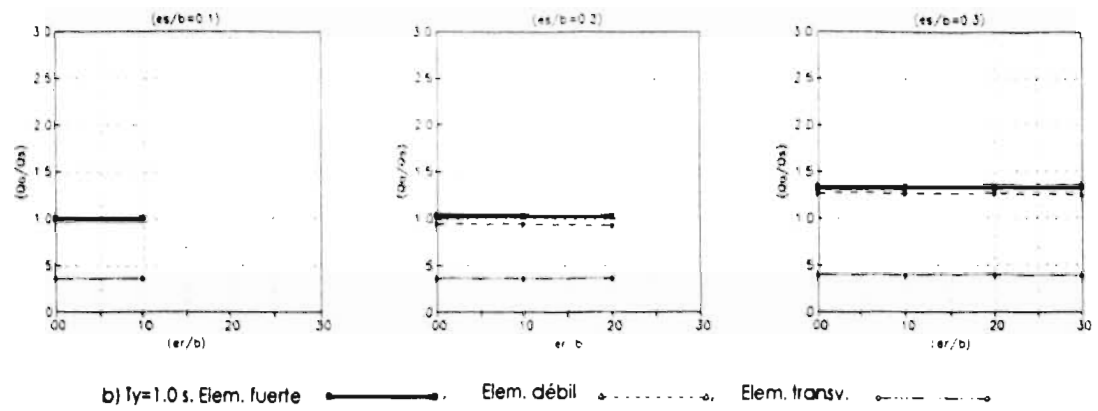
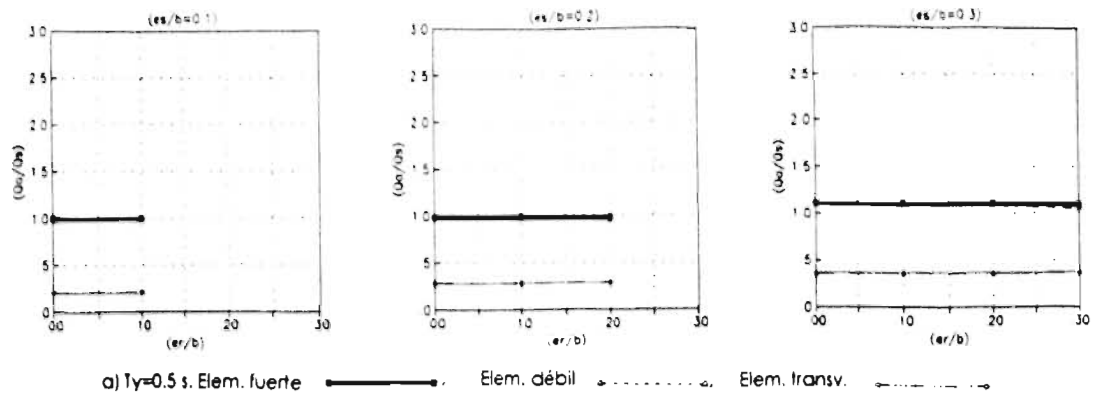


Fig. 7.11 Demandas de ductilidad de los modelos MD4U-SNRG-SCT



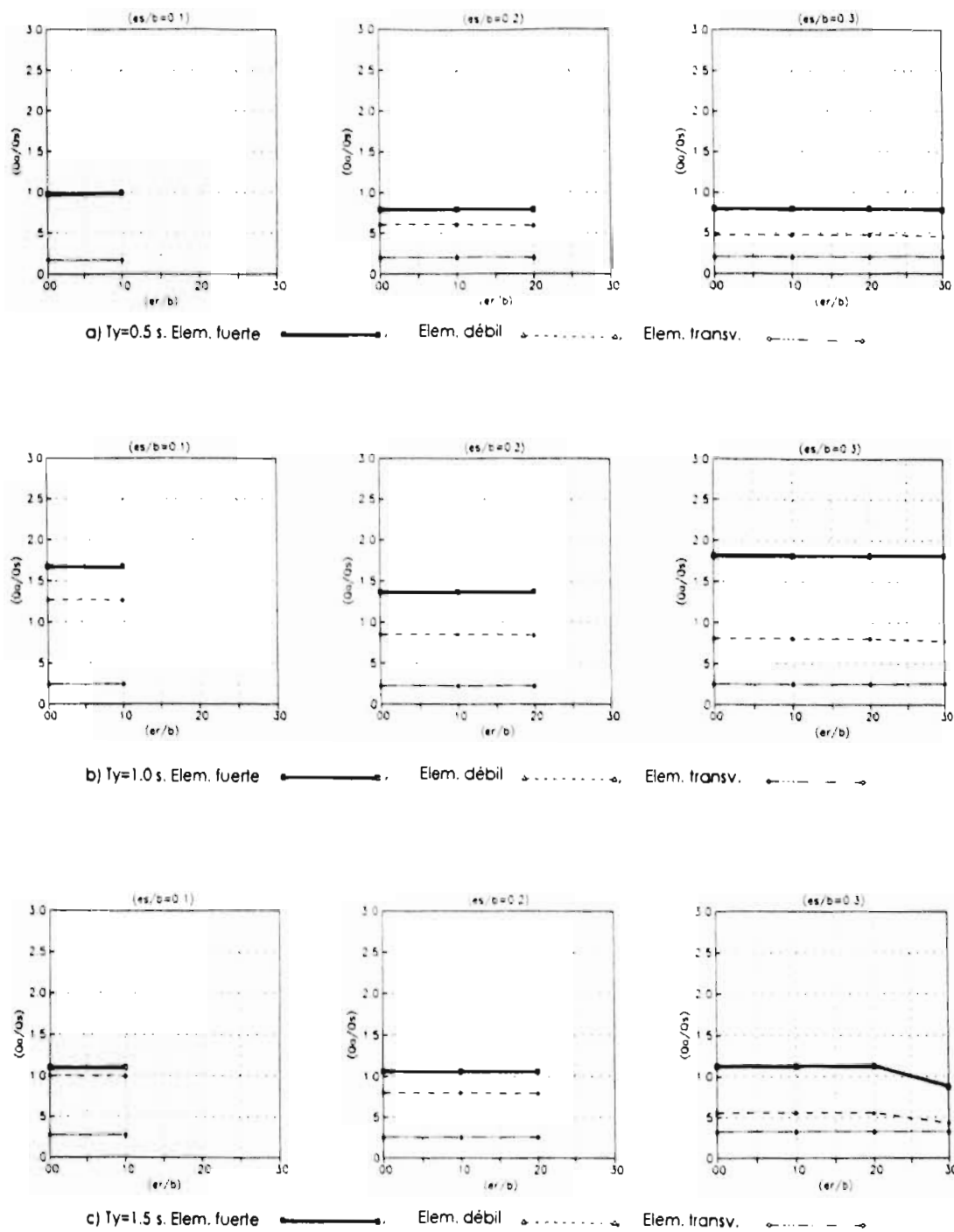


Fig. 7.12 Demandas de ductilidad de los modelos MD4U-SNRG-VIV

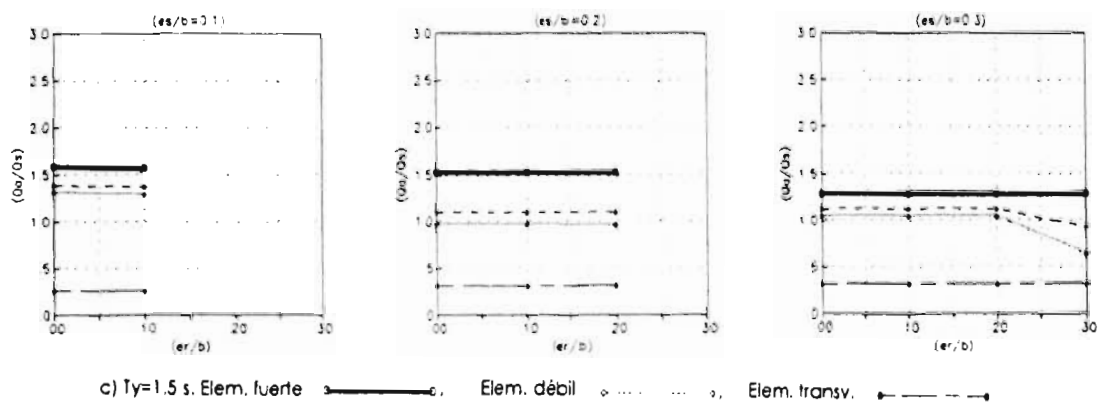
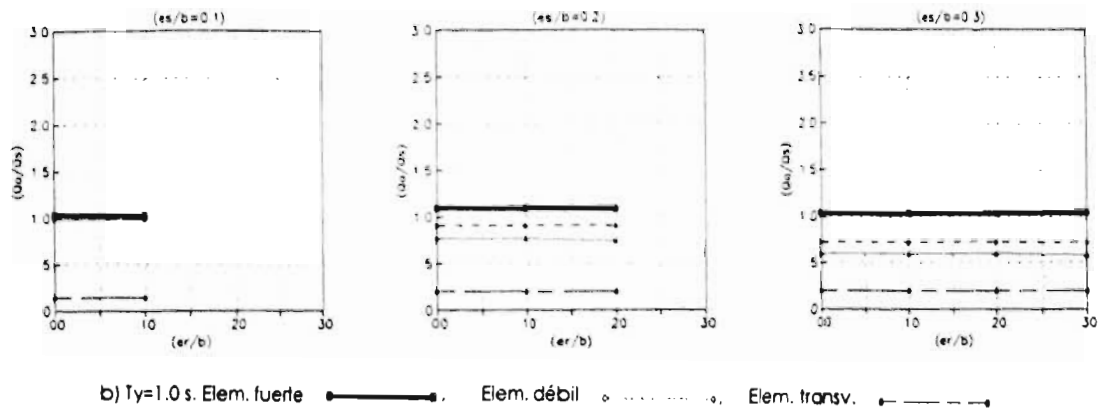
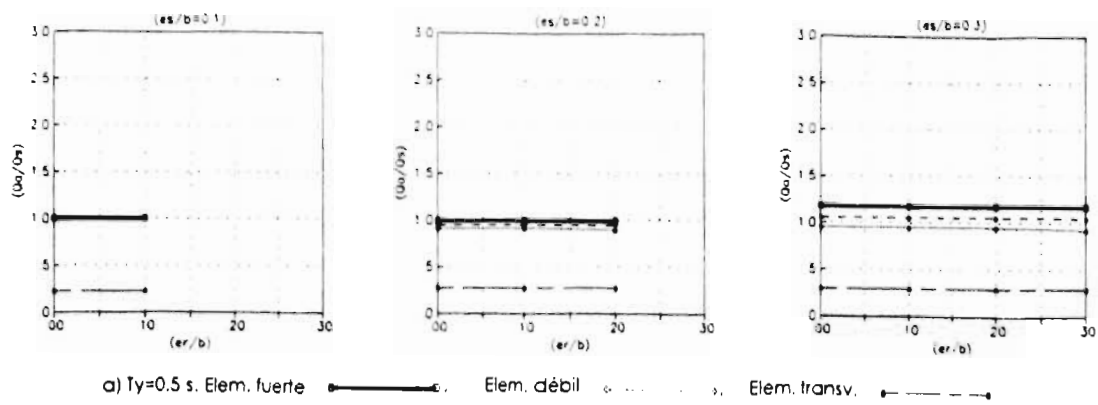
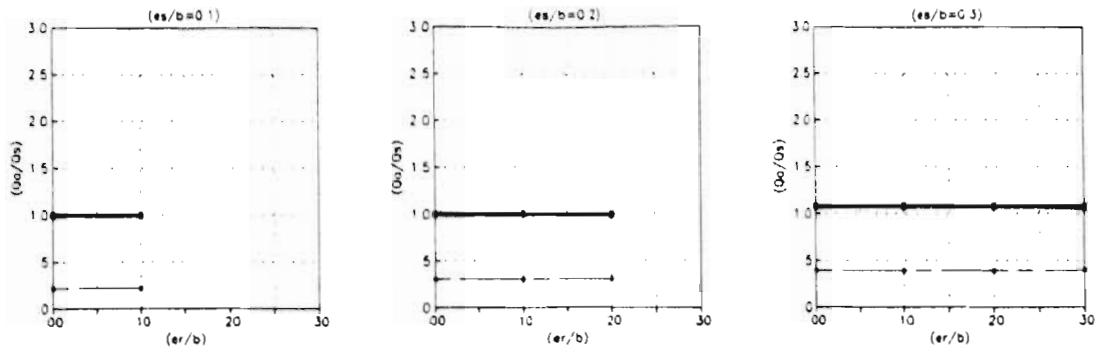
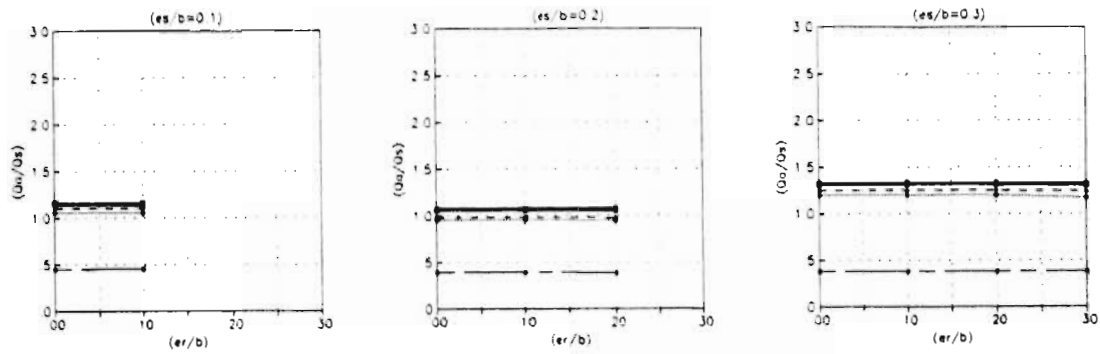


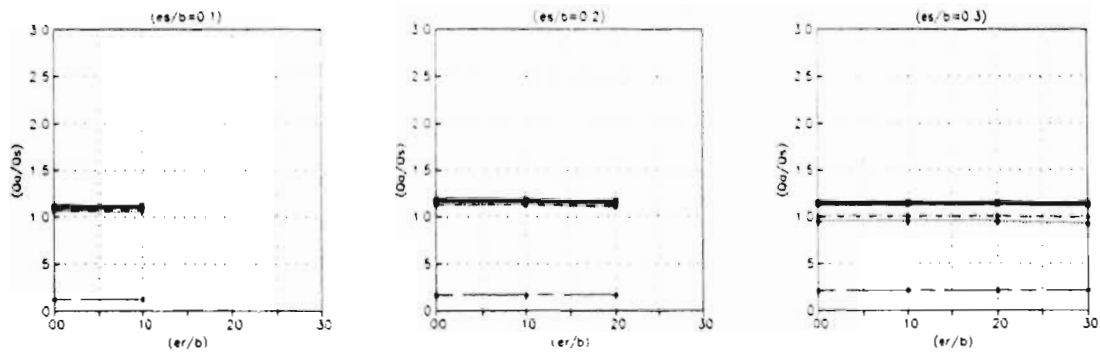
Fig. 7.13 Demandas de ductilidad de los modelos MDSU-SNRG-CU



a)  $T_y=0.5$  s. Elem. fuerte  $\bullet$ — $\bullet$ , Elem. débil  $\circ$ ..... $\circ$ , Elem. transv.  $\bullet$ - - - $\bullet$



b)  $T_y=1.0$  s. Elem. fuerte  $\bullet$ — $\bullet$ , Elem. débil  $\circ$ ..... $\circ$ , Elem. transv.  $\bullet$ - - - $\bullet$



c)  $T_y=1.5$  s. Elem. fuerte  $\bullet$ — $\bullet$ , Elem. débil  $\circ$ ..... $\circ$ , Elem. transv.  $\bullet$ - - - $\bullet$

Fig. 7.14 Demandas de ductilidad de los modelos MDSU-SNRG-SCT

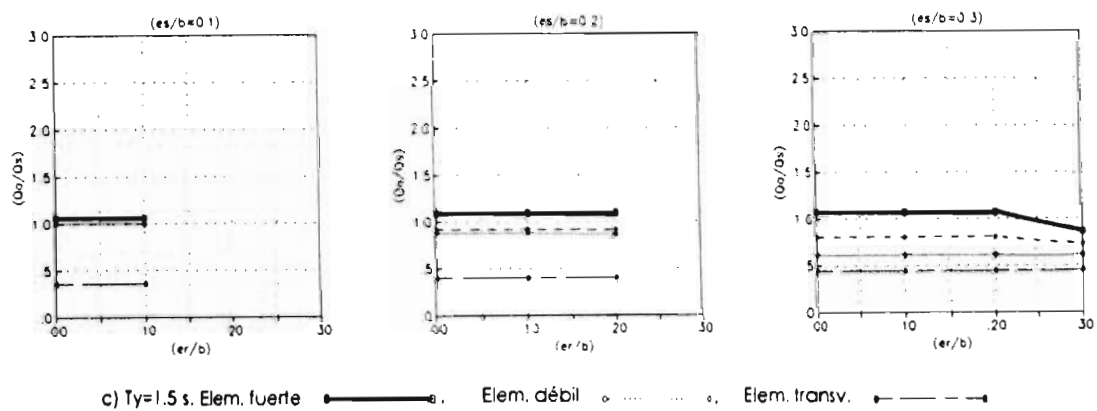
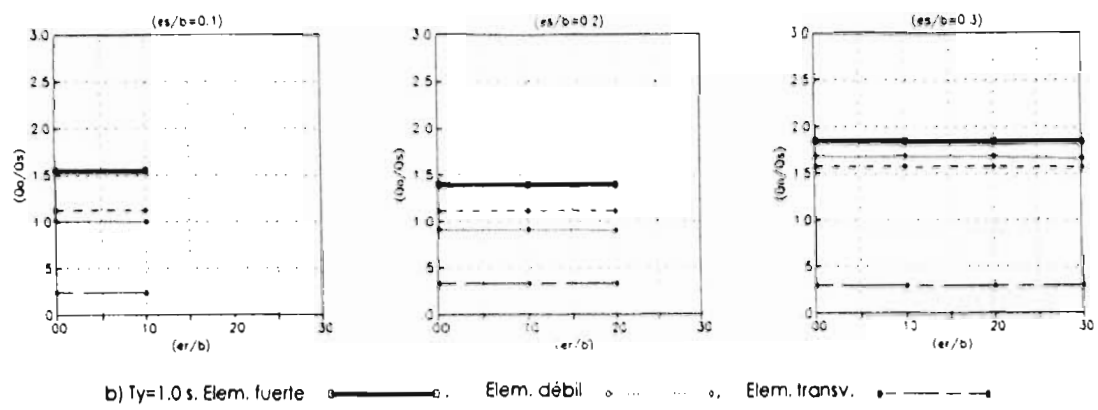
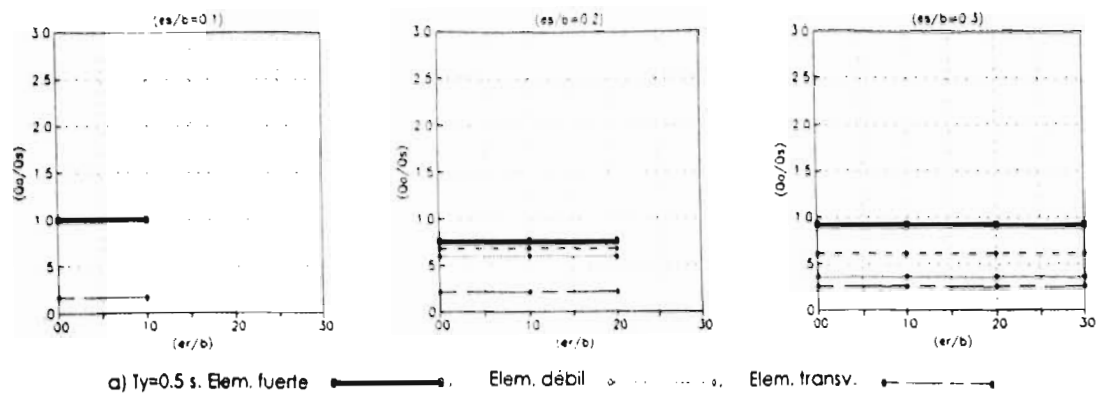


Fig. 7.15 Demandas de ductilidad de los modelos MDSU-SNRG-VIV

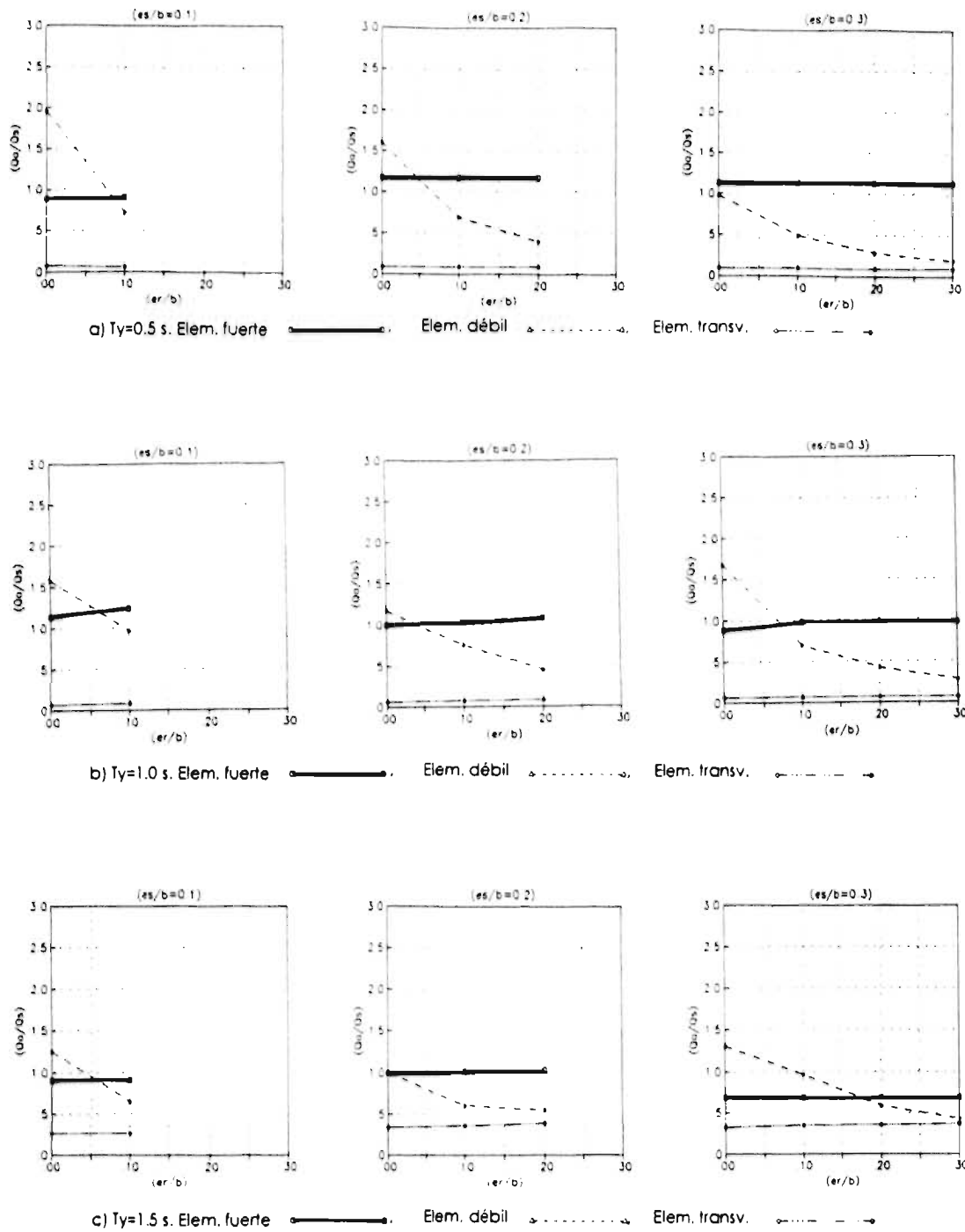


Fig. 7.16 Demandas de ductilidad de los modelos MD4U-SNRP-CU

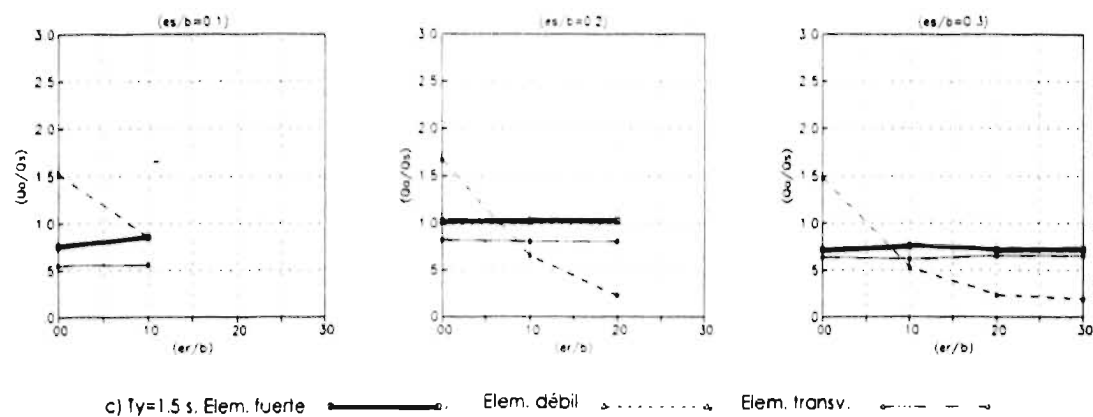
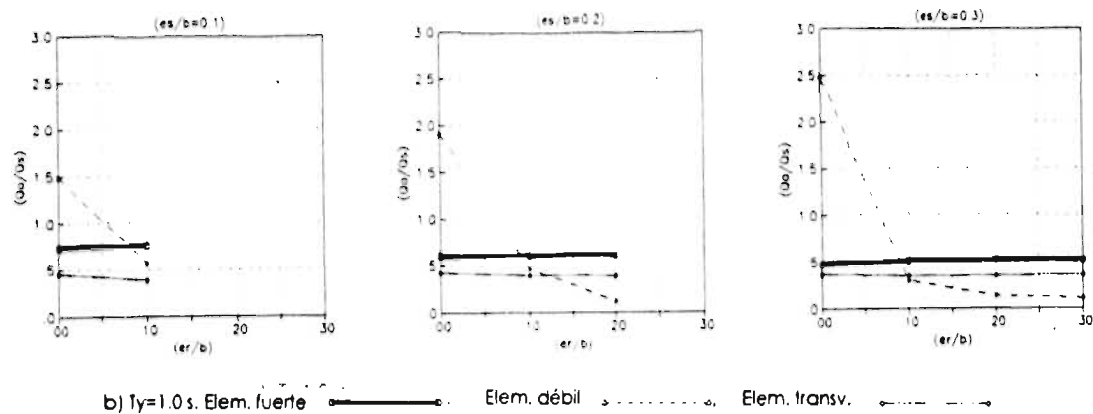
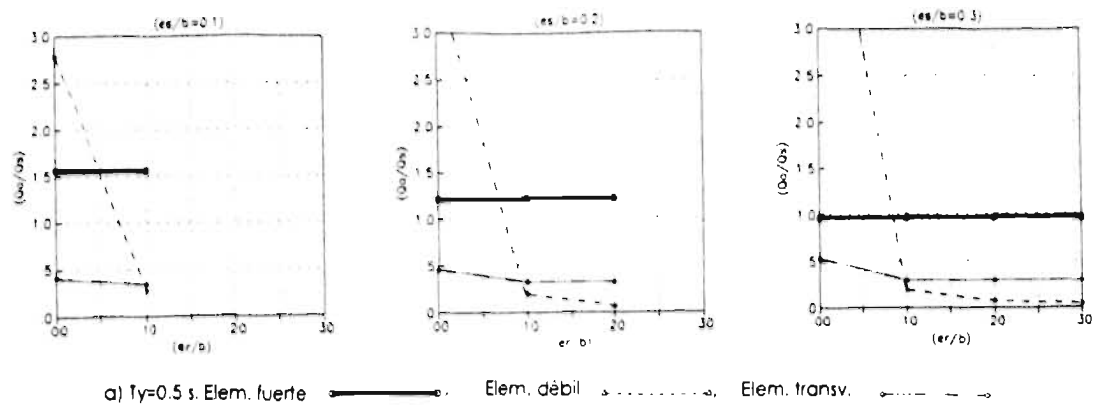
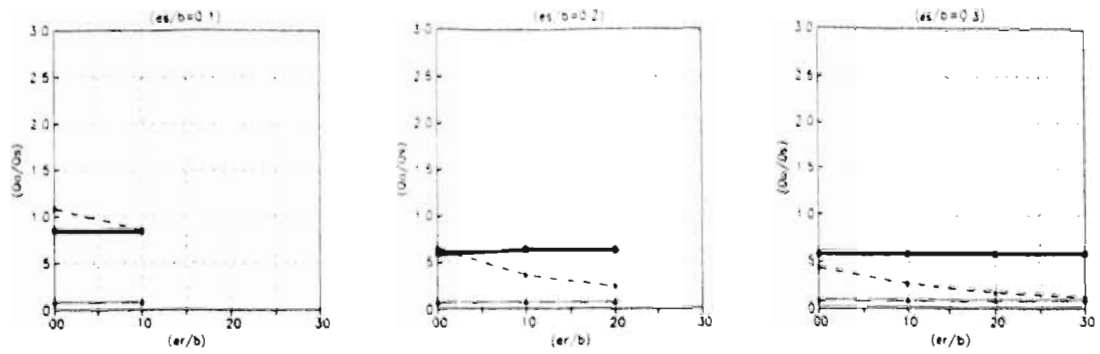
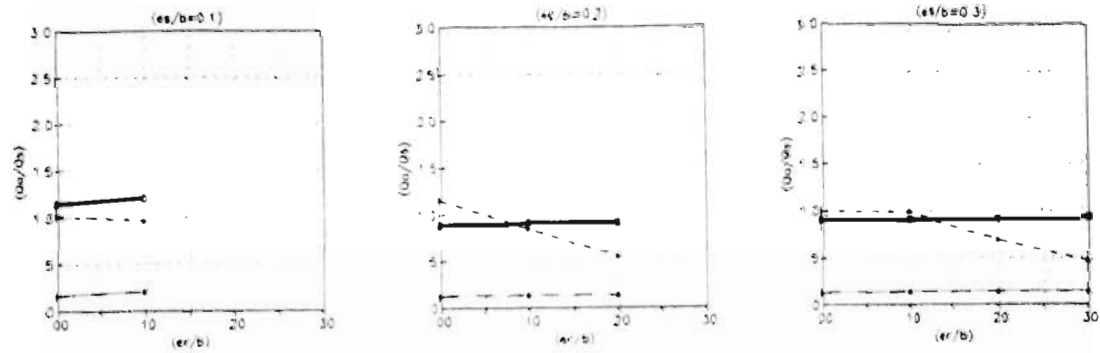


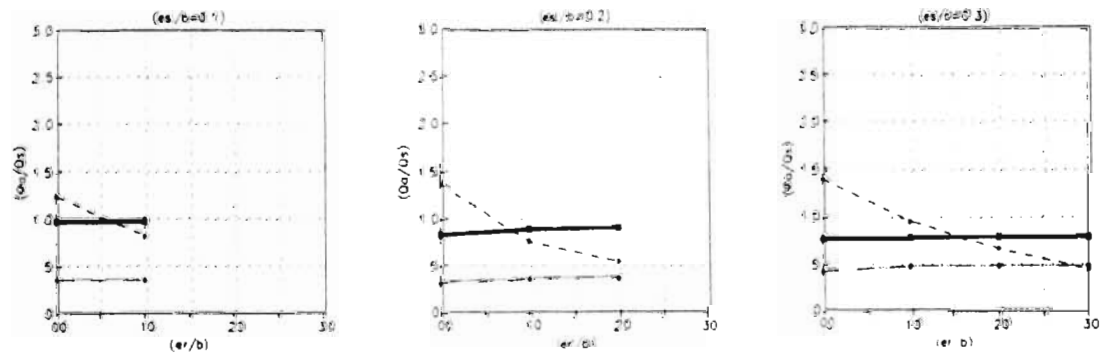
Fig. 7.17 Demandas de ductilidad de los modelos MD4U-SNRP-SCT



a)  $T_y=0.5$  s. Elem. fuerte —●— Elem. débil ······ Elem. transv. -·-·-·



b)  $T_y=1.0$  s. Elem. fuerte —●— Elem. débil ······ Elem. transv. -·-·-·



c)  $T_y=1.5$  s. Elem. fuerte —●— Elem. débil ······ Elem. transv. -·-·-·

Fig. 7.18 Demandas de ductilidad de los modelos MD4U-SNRP-VIV

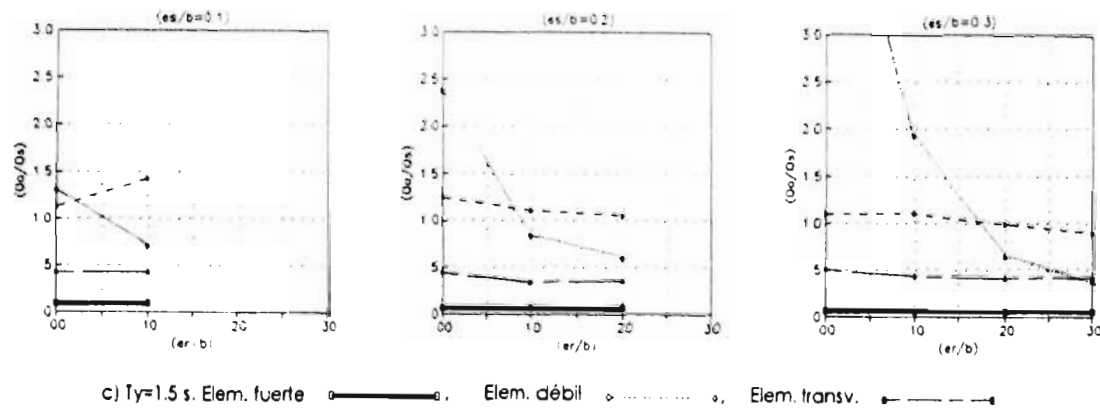
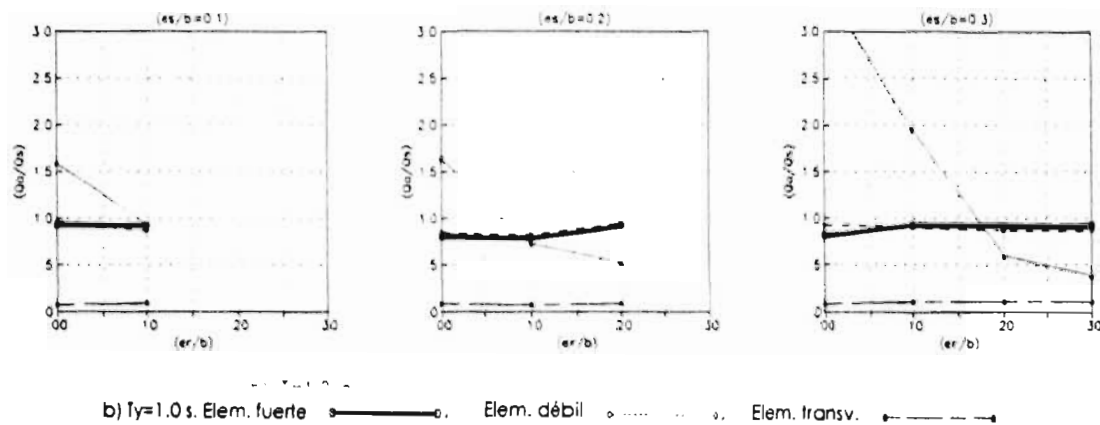
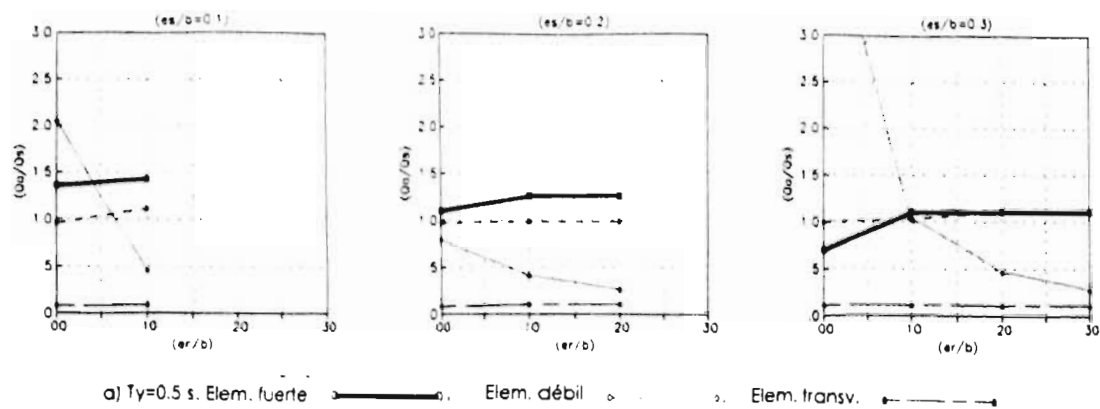


Fig. 7.19 Demandas de ductilidad de los modelos MDSU-SNRP-CU



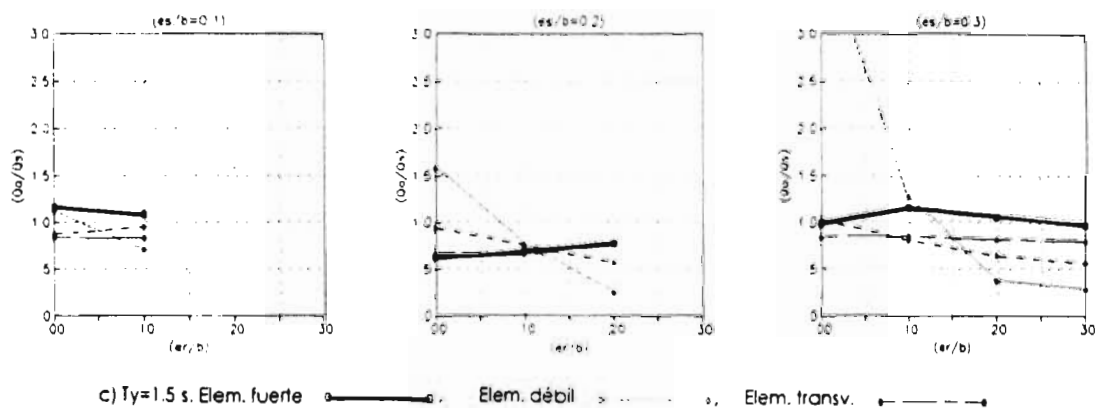
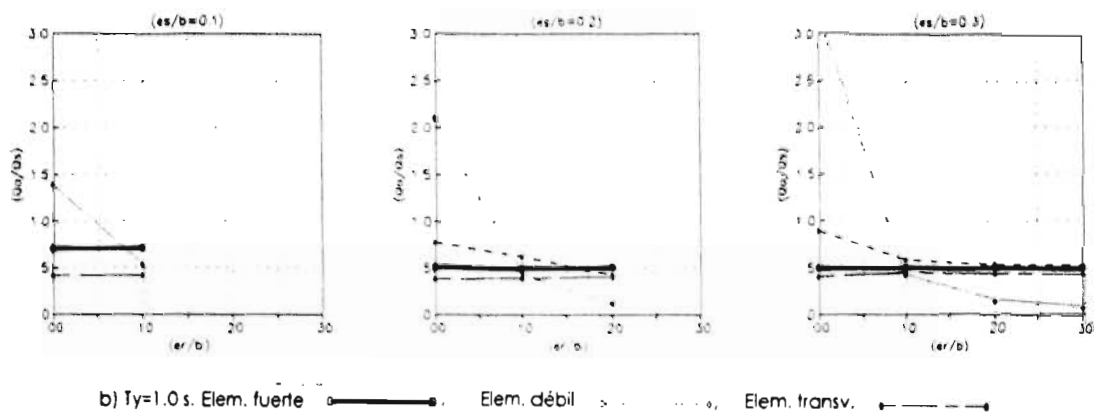
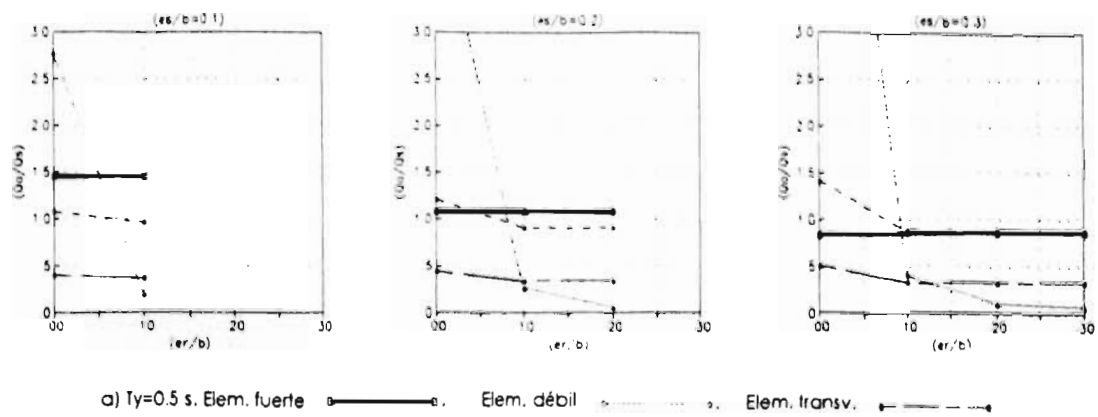
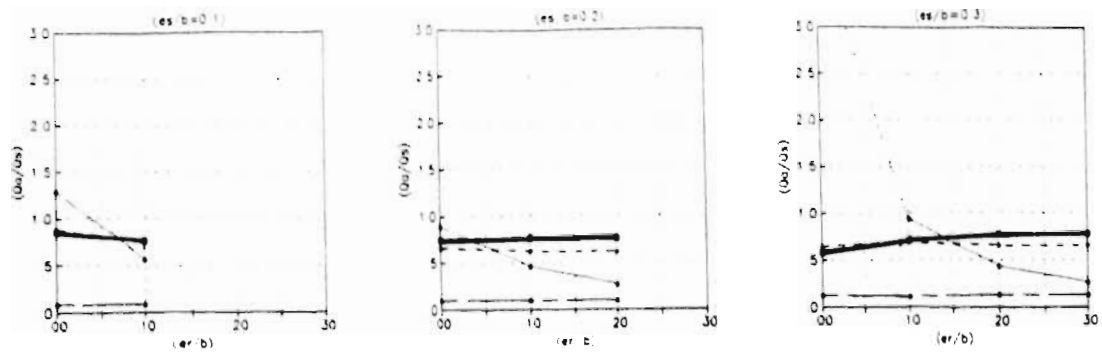
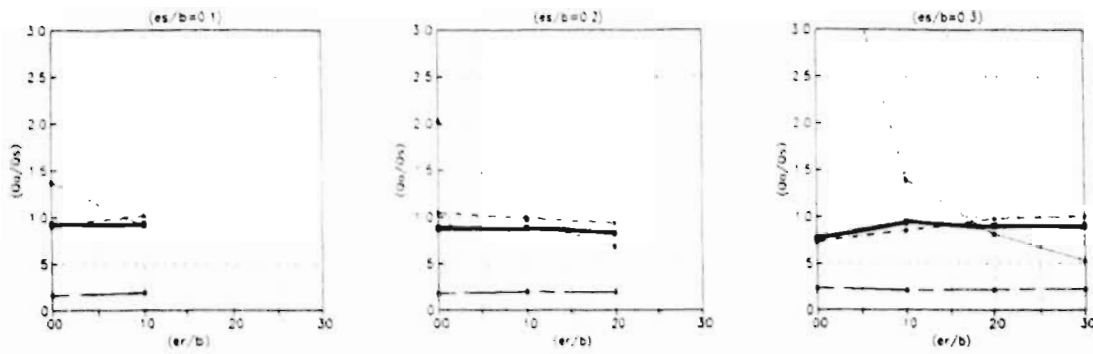


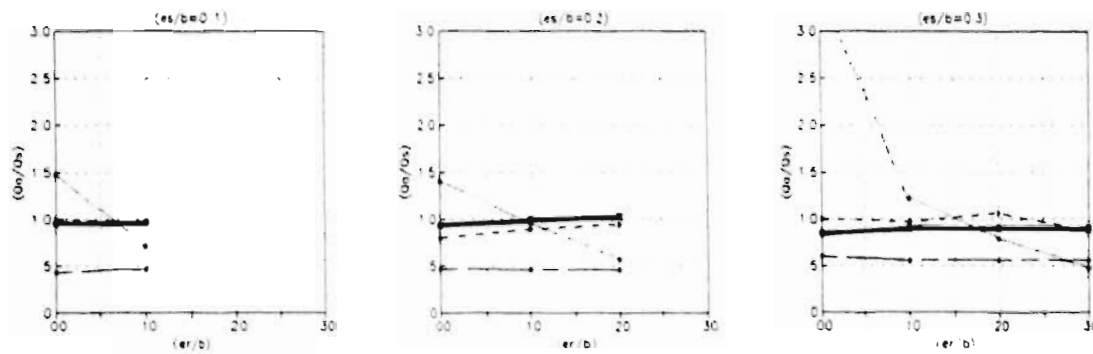
Fig. 7.20 Demandas de ductilidad de los modelos MD5U-SNRP-SCT



a)  $T_y=0.5$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil △·····, Elem. transv. - -■-



b)  $T_y=1.0$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil △·····, Elem. transv. - -■-



c)  $T_y=1.5$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil △·····, Elem. transv. - -■-

Fig. 7.21 Demandas de ductilidad de los modelos MD5U-SNRP-VIV

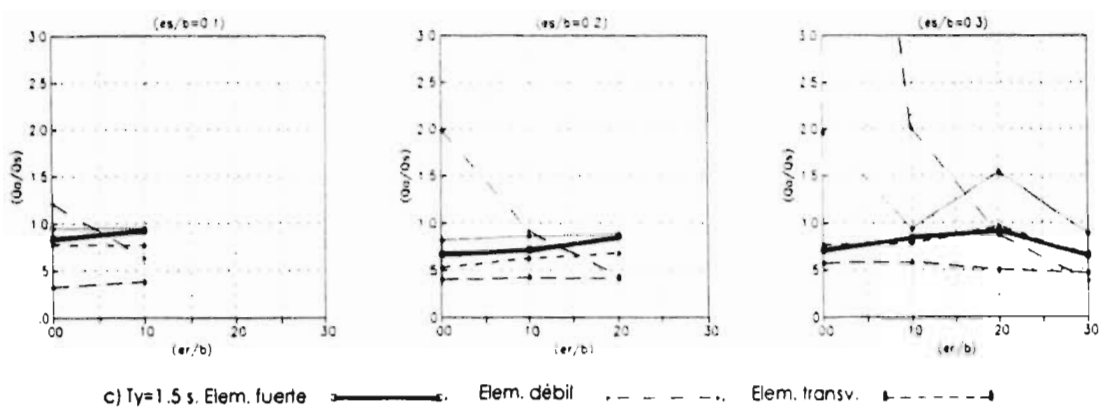
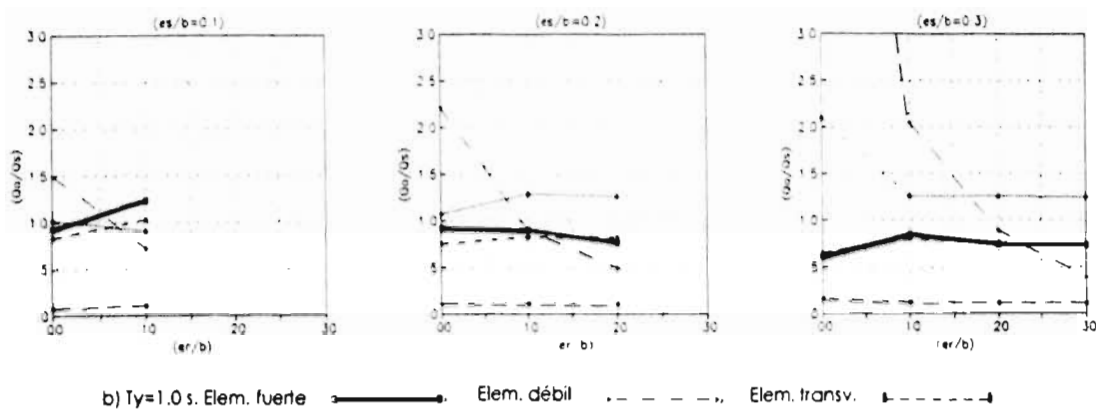
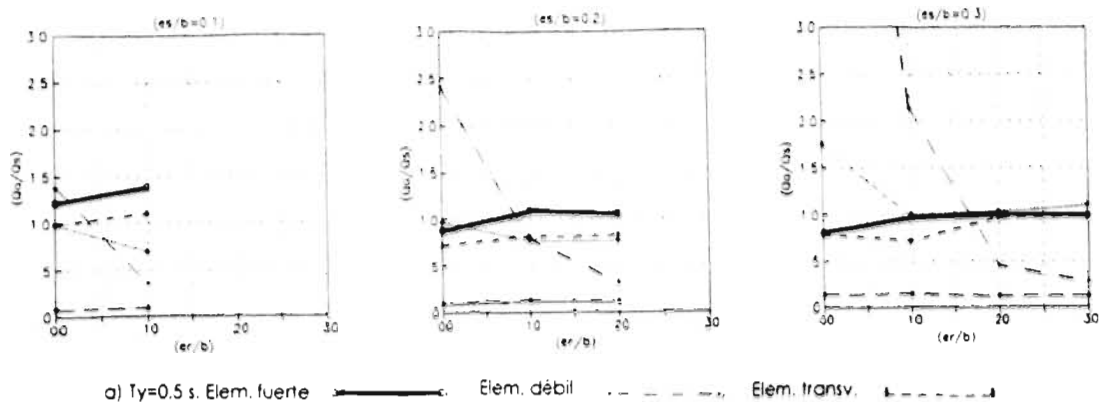


Fig. 7.22 Demandas de ductilidad de los modelos MD6U-SNRP-CU

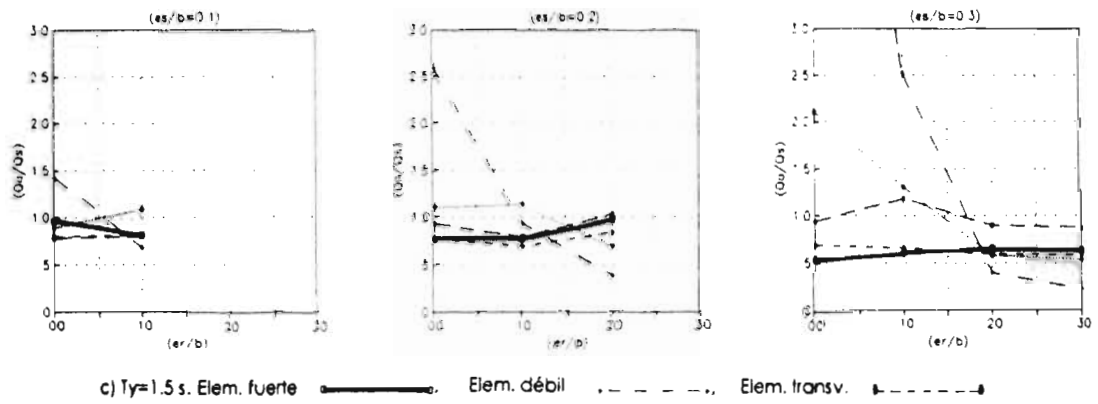
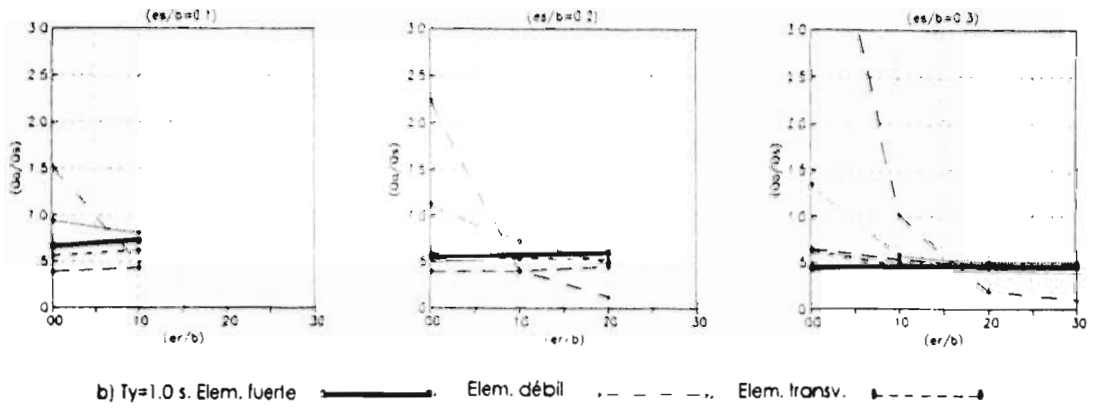
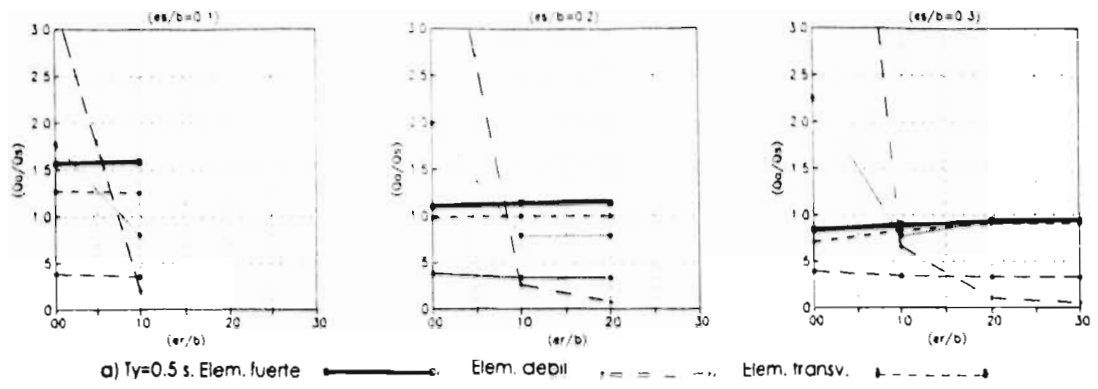
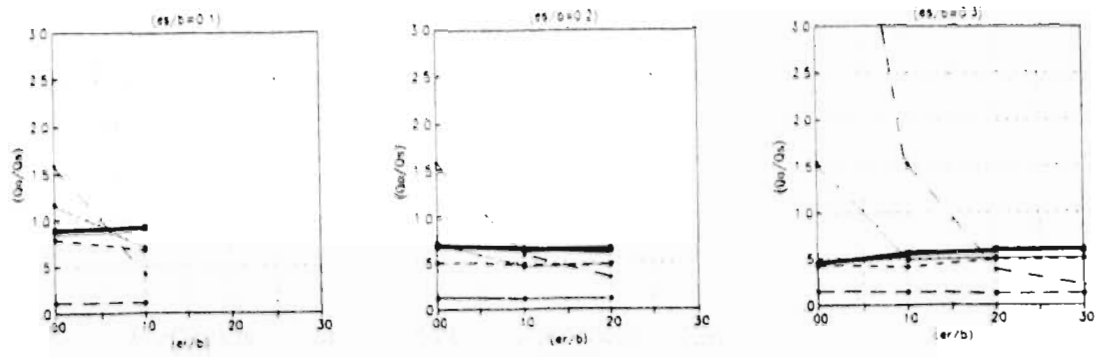
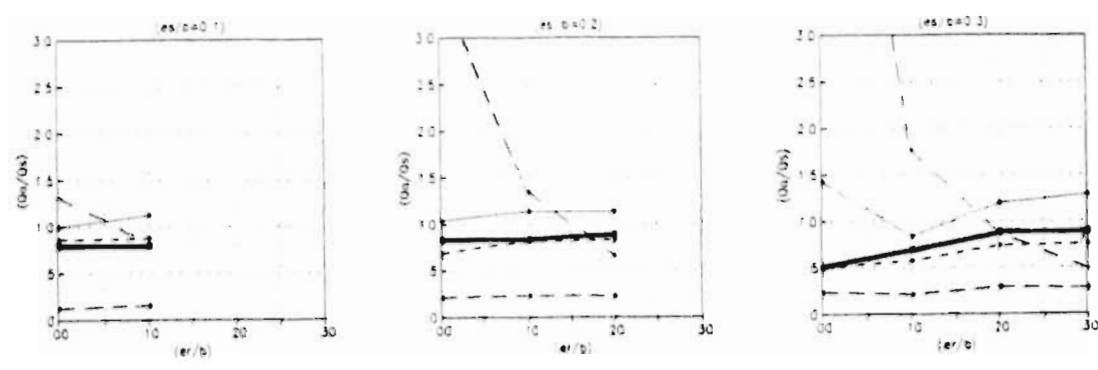


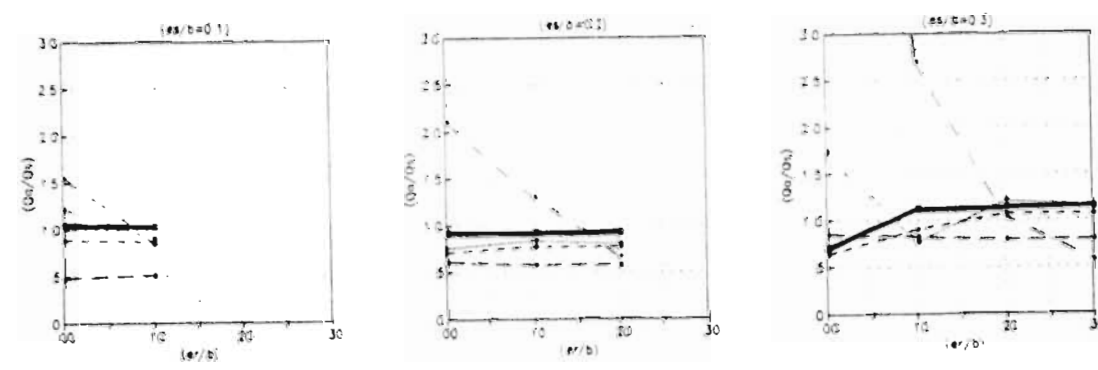
Fig. 7.23 Demandas de ductilidad de los modelos MD6U-SNRP-SCT



a)  $T_y=0.5$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil - - - - -, Elem. transv. - · - · -



b)  $T_y=1.0$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil - - - - -, Elem. transv. - · - · -



c)  $T_y=1.5$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil - - - - -, Elem. transv. - · - · -

Fig. 7.24 Demandas de ductilidad de los modelos MD6U-SNRP-VIV

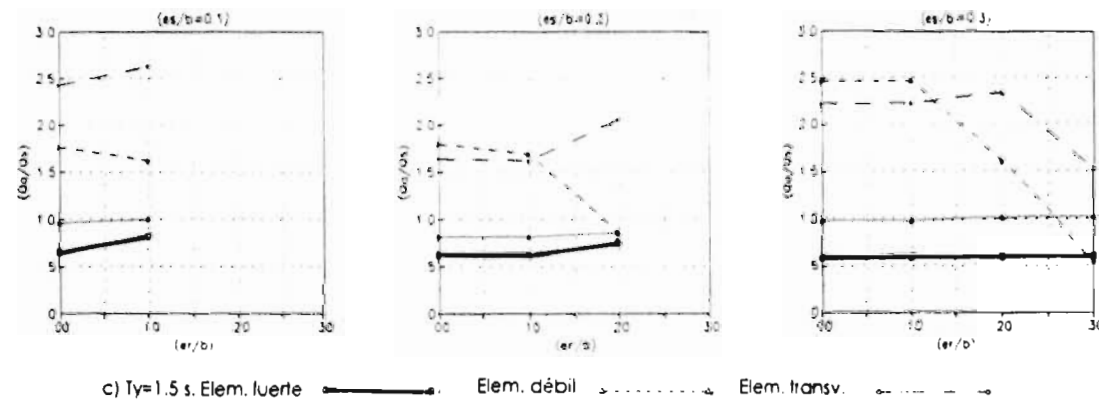
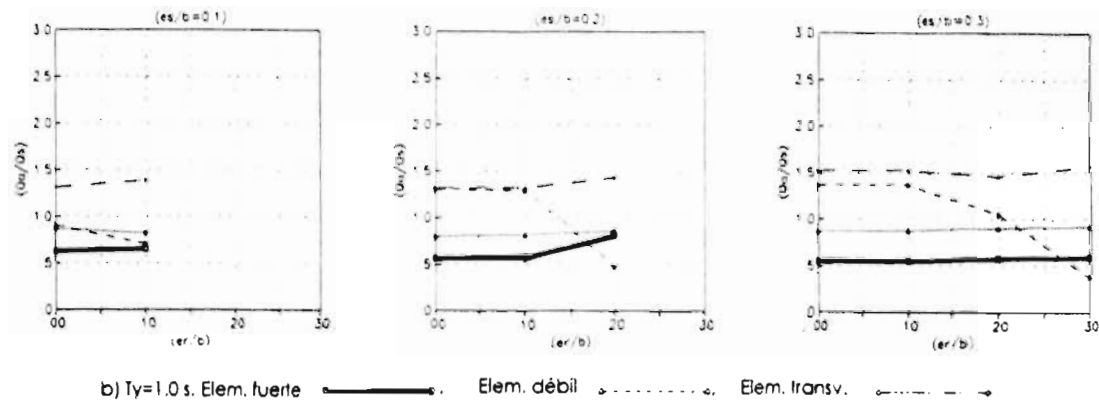
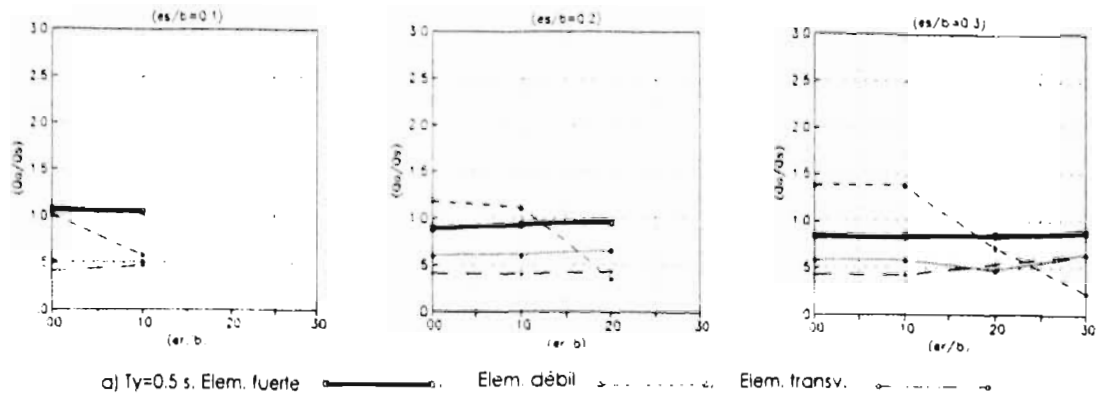


Fig. 7.25 Demandas de ductilidad de los modelos MD4B-SNRN-CU

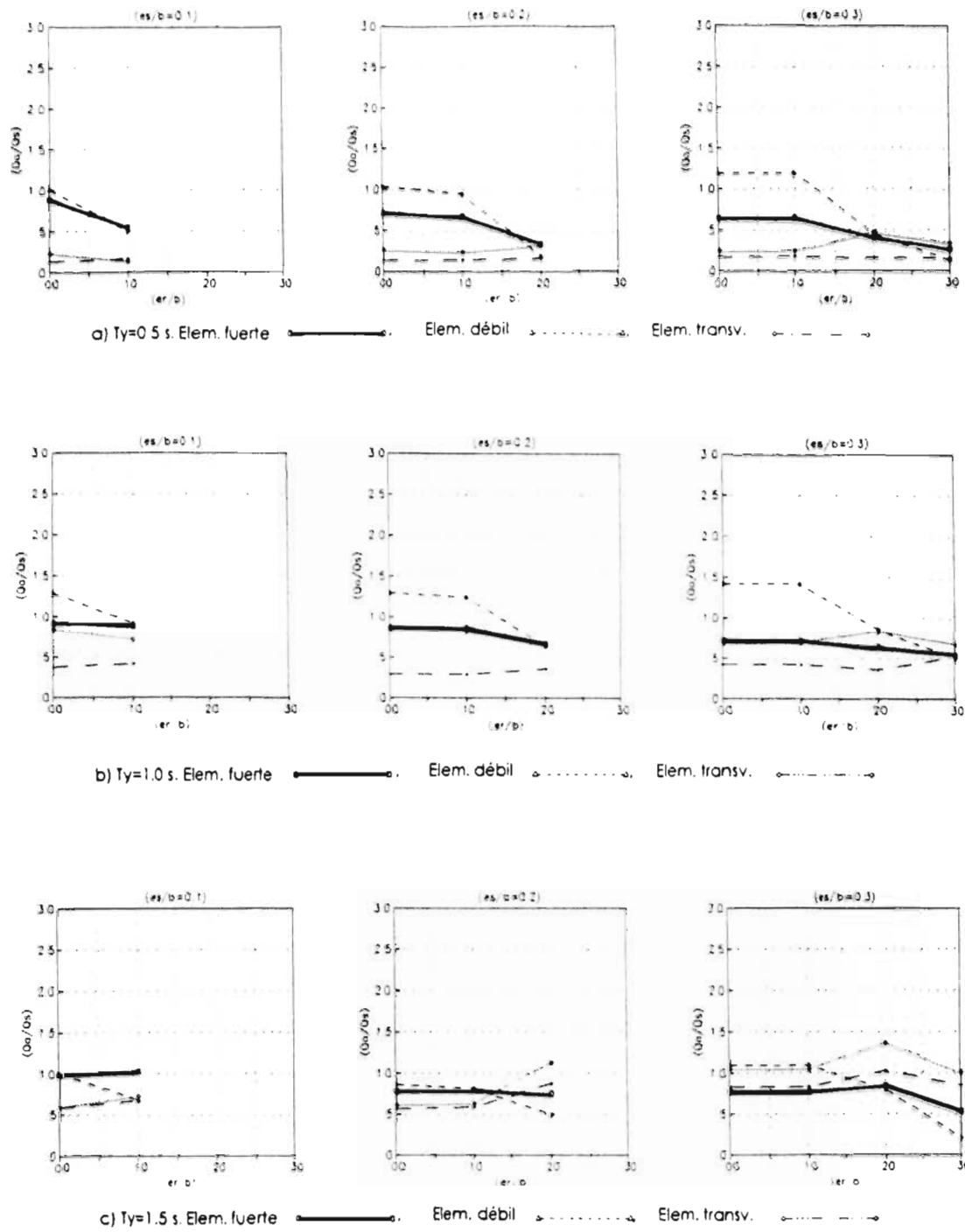


Fig. 7.26 Demandas de ductilidad de los modelos MD4B-SNRN-SCT

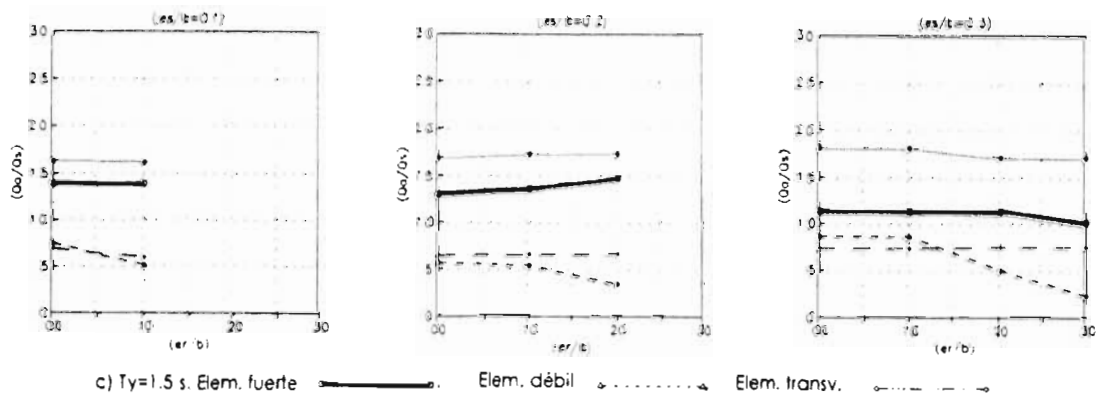
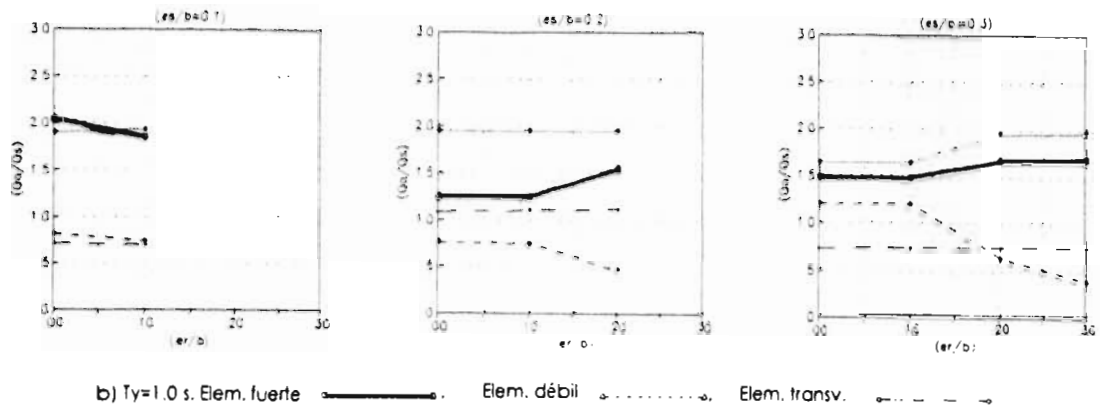
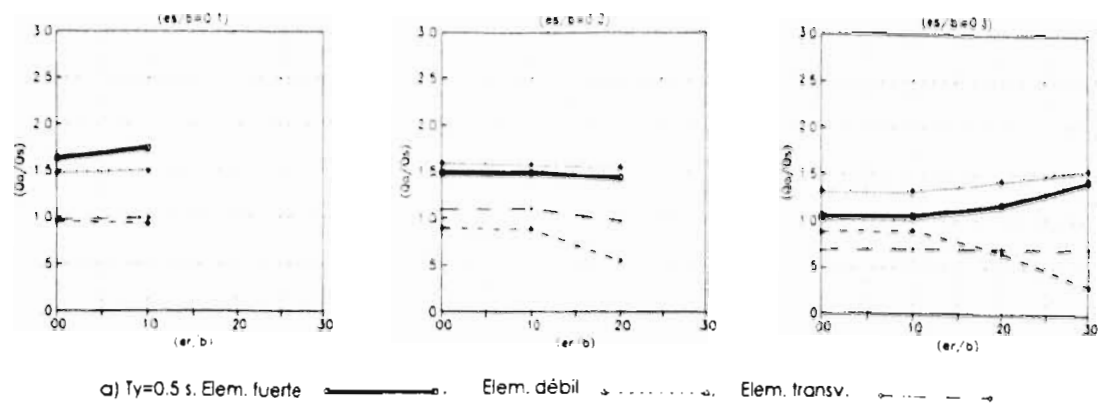
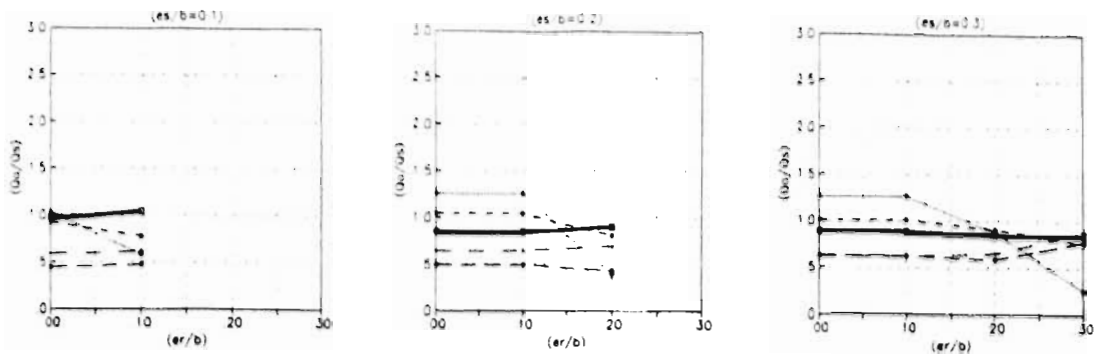
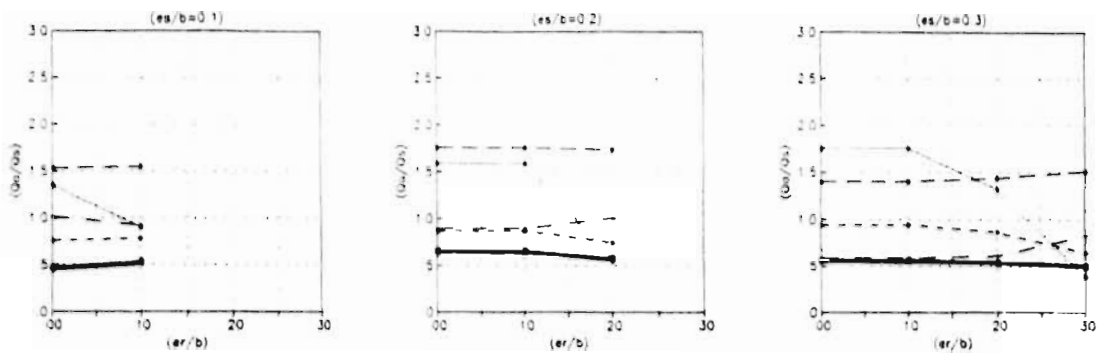


Fig. 7.27 Demandas de ductilidad de los modelos MD48-SNRN-VIV

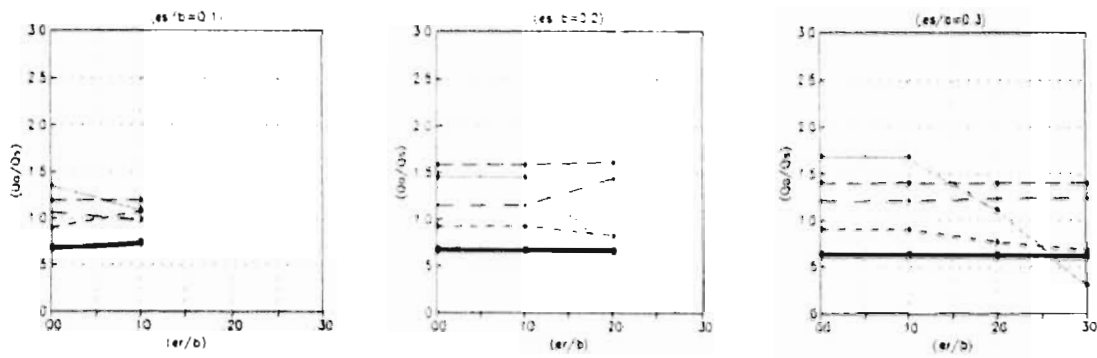




a)  $T_y = 0.5$  s. Elem. fuerte  $\text{---} \bullet \text{---}$ , Elem. débil  $\text{---} \square \text{---}$ , Elem. transv.  $\text{---} \triangle \text{---}$



b)  $T_y = 1.0$  s. Elem. fuerte  $\text{---} \bullet \text{---}$ , Elem. débil  $\text{---} \square \text{---}$ , Elem. transv.  $\text{---} \triangle \text{---}$



c)  $T_y = 1.5$  s. Elem. fuerte  $\text{---} \bullet \text{---}$ , Elem. débil  $\text{---} \square \text{---}$ , Elem. transv.  $\text{---} \triangle \text{---}$

Fig. 7.28 Demandas de ductilidad de los modelos MD5B-SNRN-CU

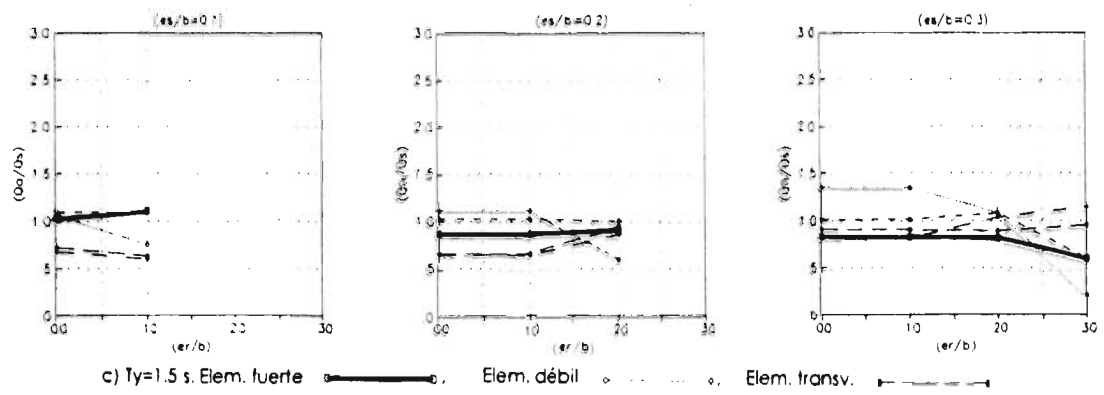
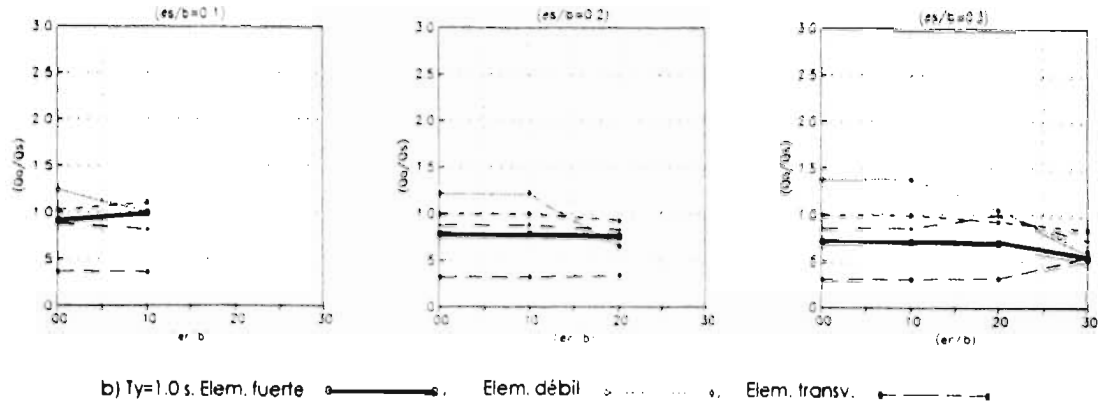
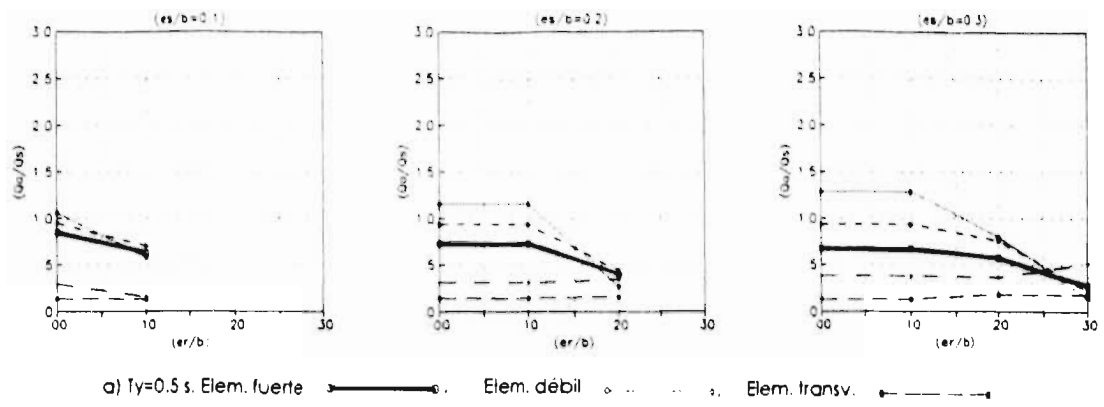
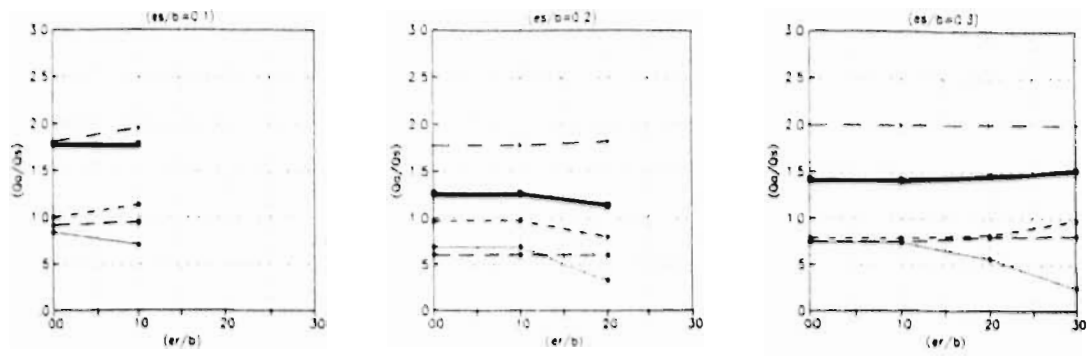
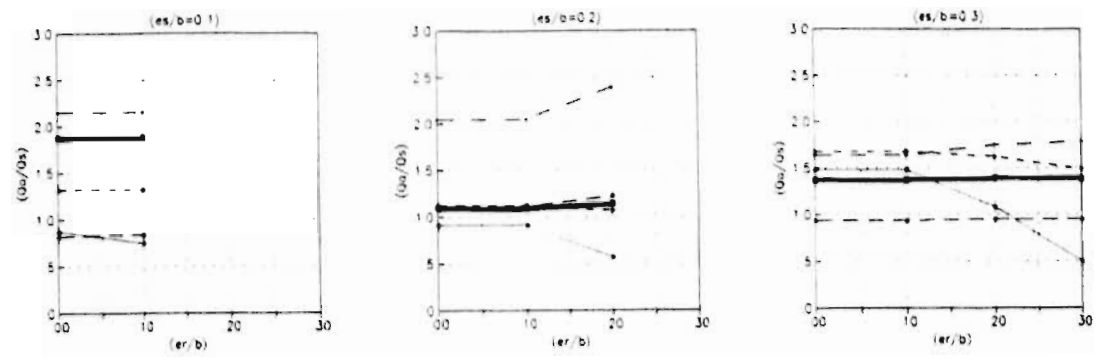


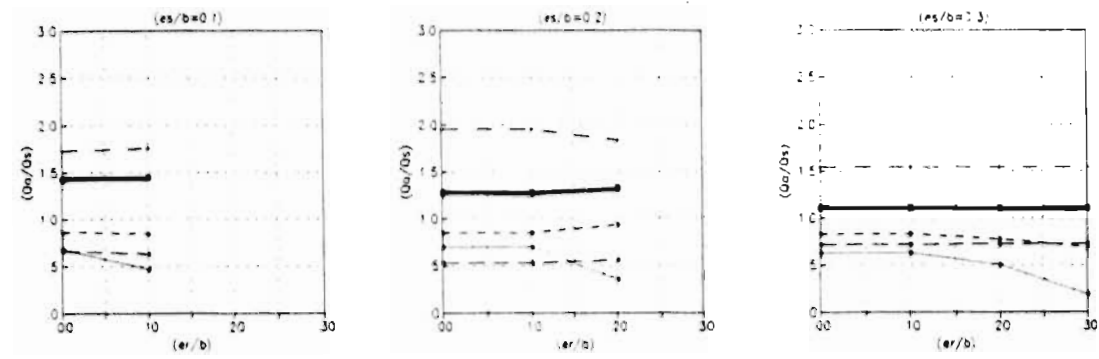
Fig. 7.29 Demandas de ductilidad de los modelos MD5B-SNRN-SCT



a)  $T_y=0.5$  s. Elem. fuerte  $\bullet$ — $\bullet$ , Elem. débil  $\diamond$ ... $\diamond$ , Elem. transv.  $\blacksquare$ — $\blacksquare$



b)  $T_y=1.0$  s. Elem. fuerte  $\bullet$ — $\bullet$ , Elem. débil  $\diamond$ ... $\diamond$ , Elem. transv.  $\blacksquare$ — $\blacksquare$



c)  $T_y=1.5$  s. Elem. fuerte  $\bullet$ — $\bullet$ , Elem. débil  $\diamond$ ... $\diamond$ , Elem. transv.  $\blacksquare$ — $\blacksquare$

Fig. 7.30 Demandas de ductilidad de los modelos MD5B-SNRN-VIV

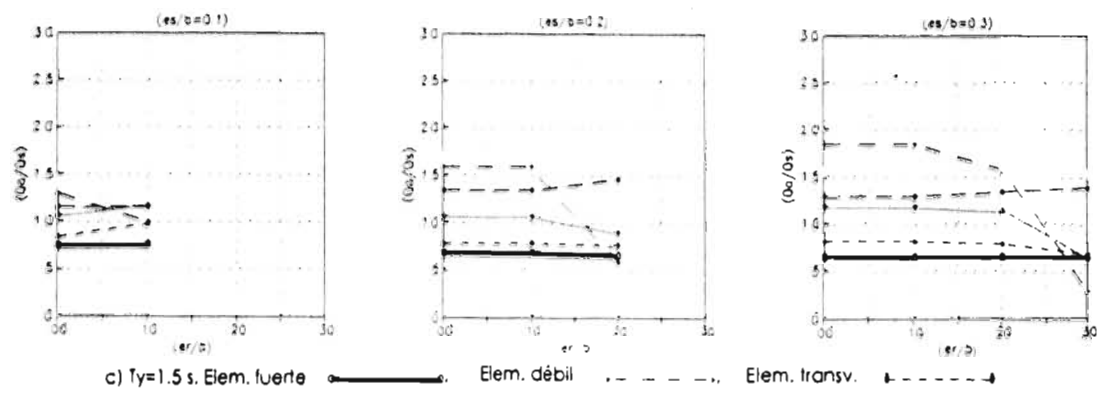
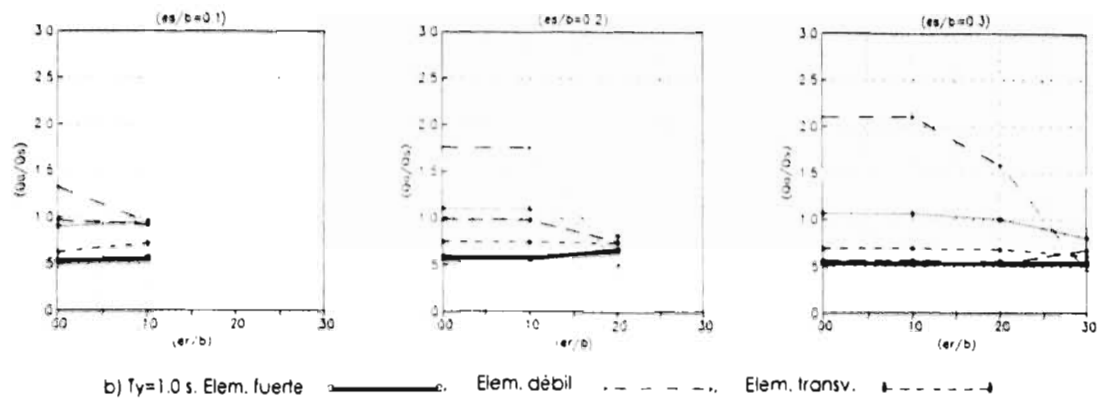
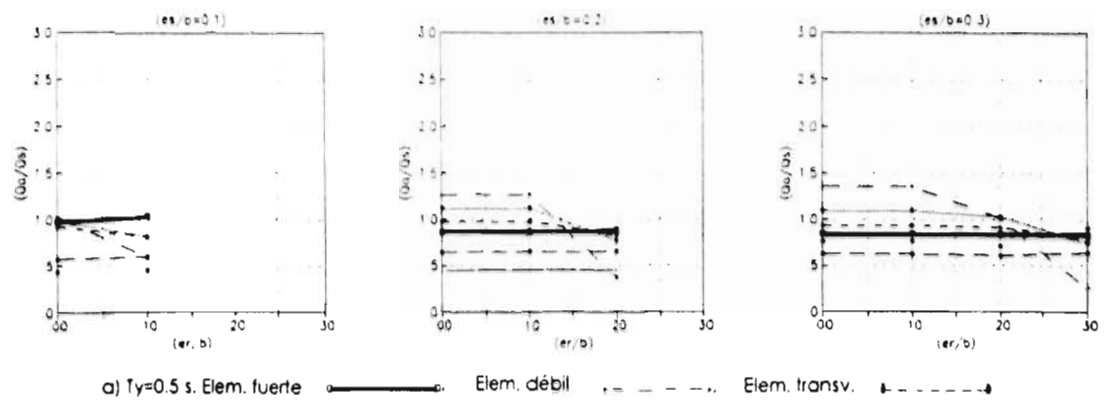


Fig. 7.31 Demandas de ductilidad de los modelos MD68-SNRN-CU

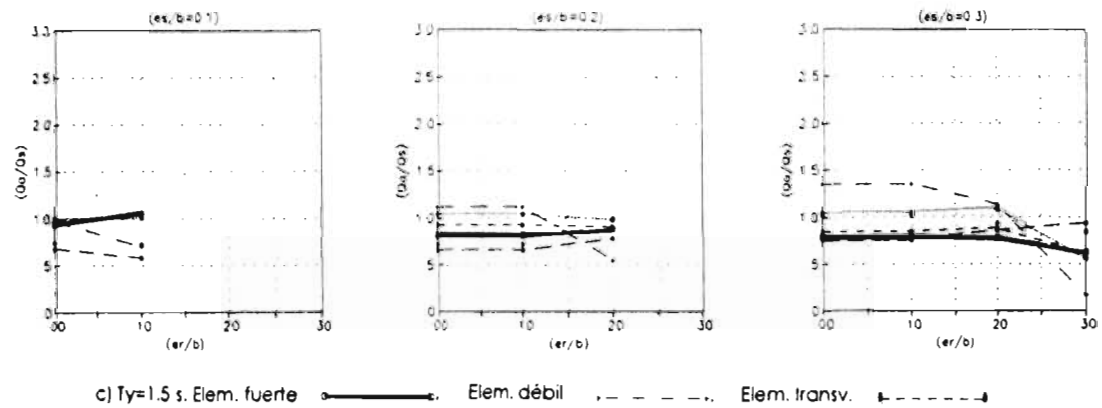
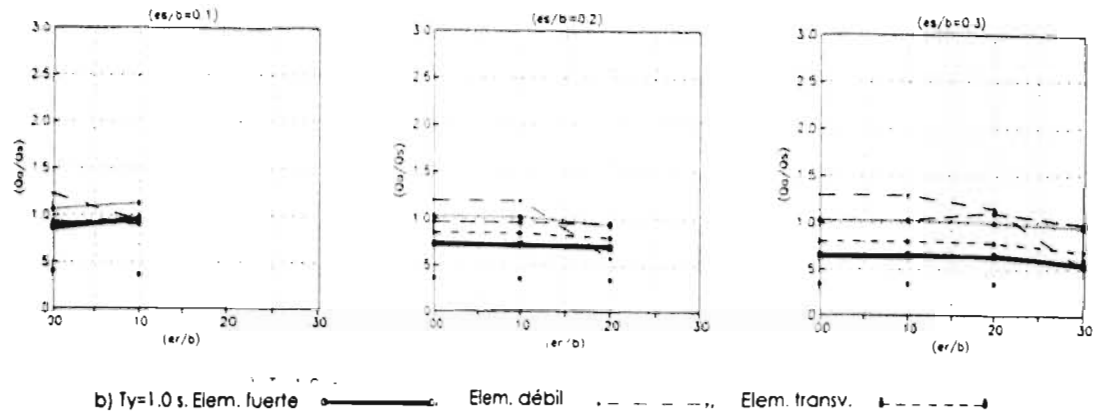
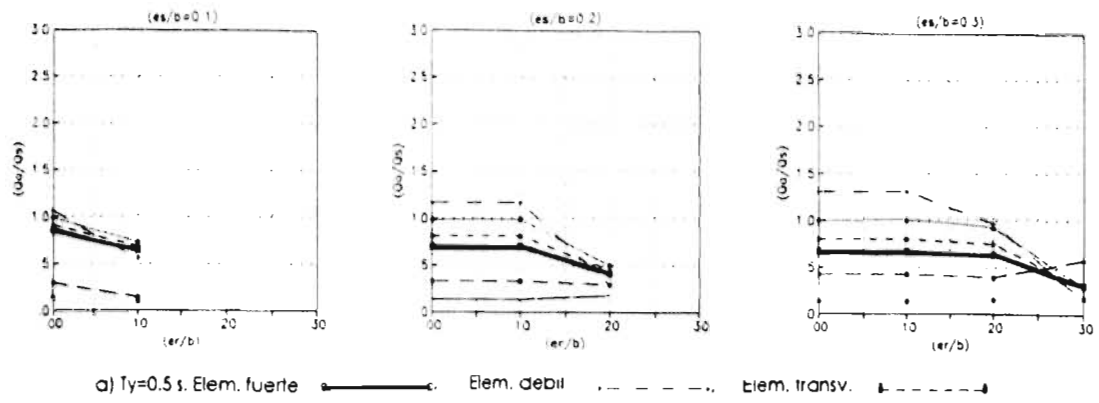


Fig. 7.32 Demandas de ductilidad de los modelos MD6B-SNRN-SCT

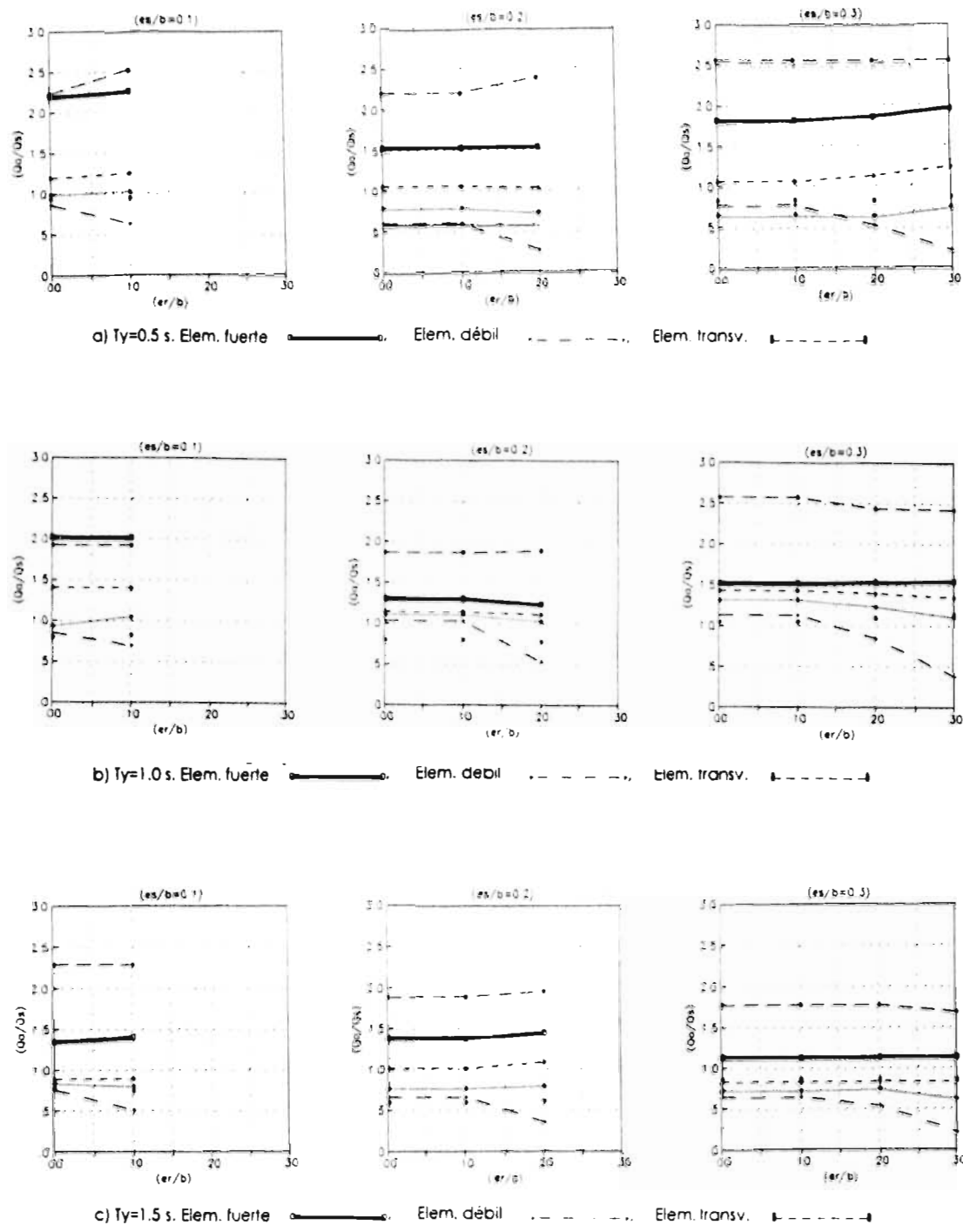


Fig. 7.33 Demandas de ductilidad de los modelos MD68-SNRN-VIV

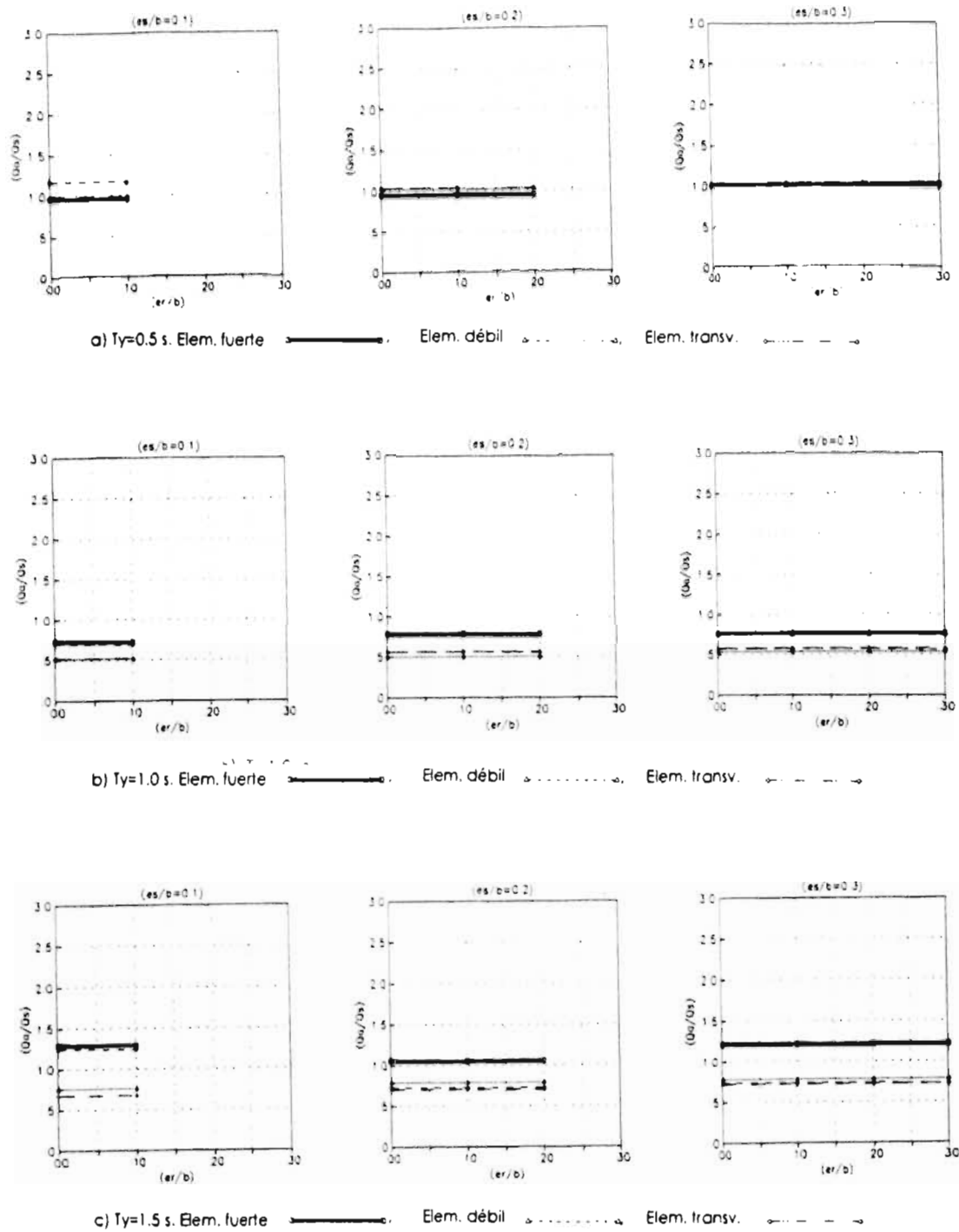


Fig. 7.34 Demandas de ductilidad de los modelos MD4B-SNRG-CU

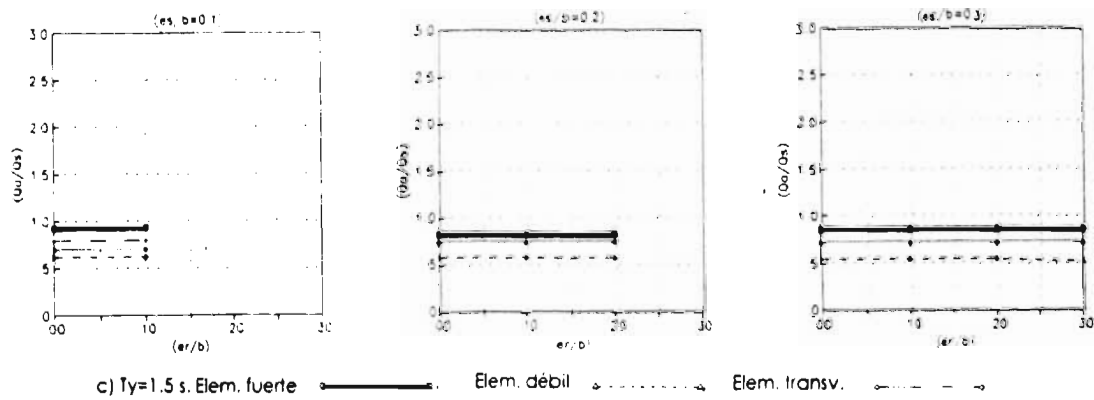
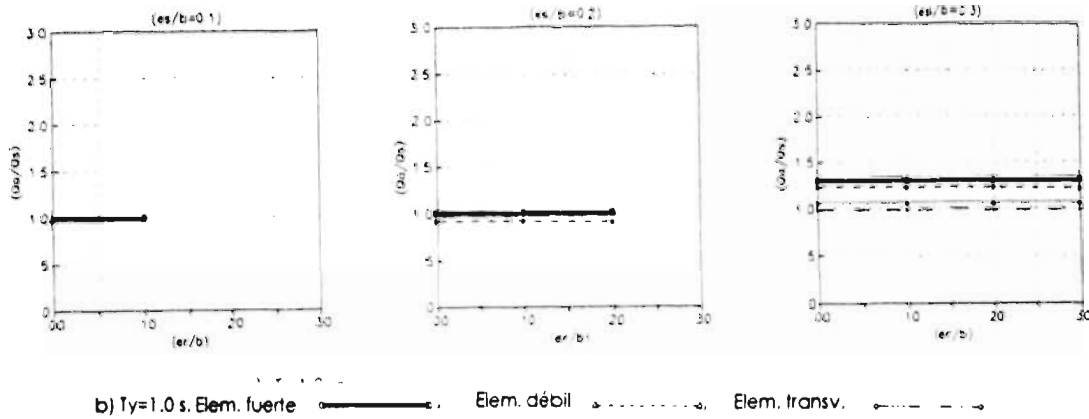
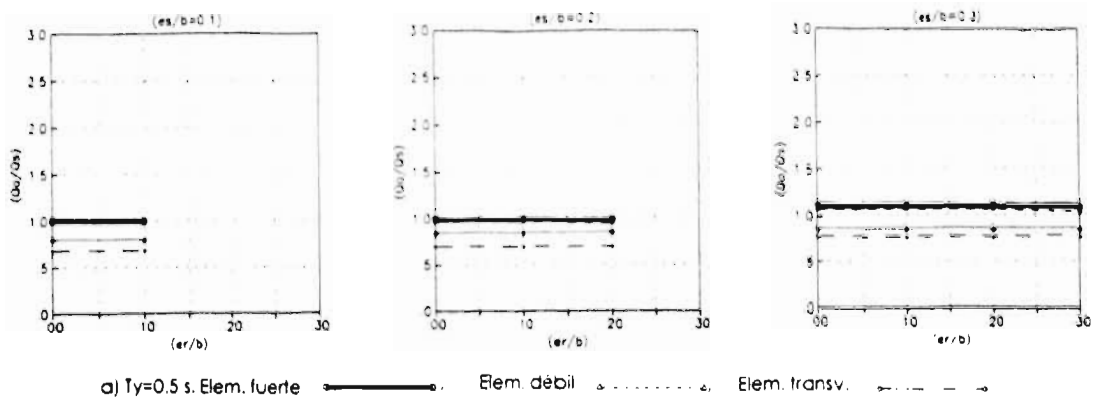
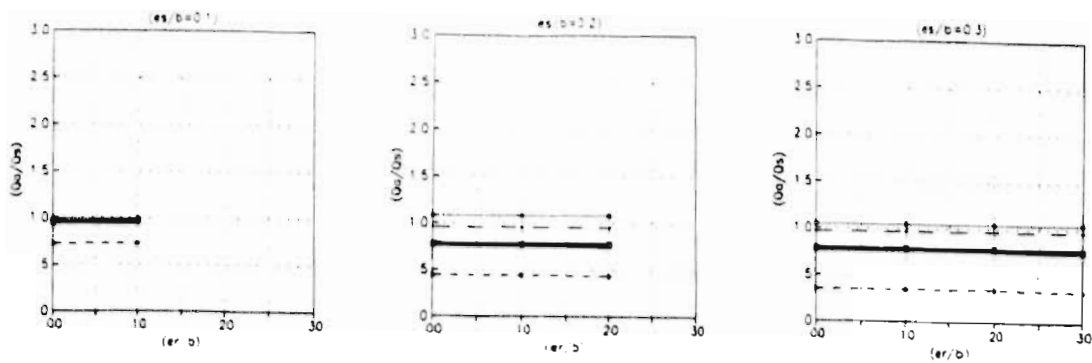
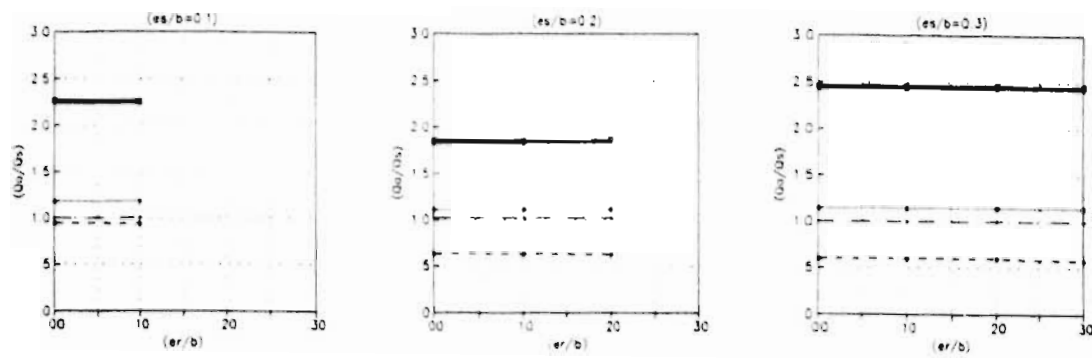


Fig. 7.35 Demandas de ductilidad de los modelos MD4B-SNRG-SCT

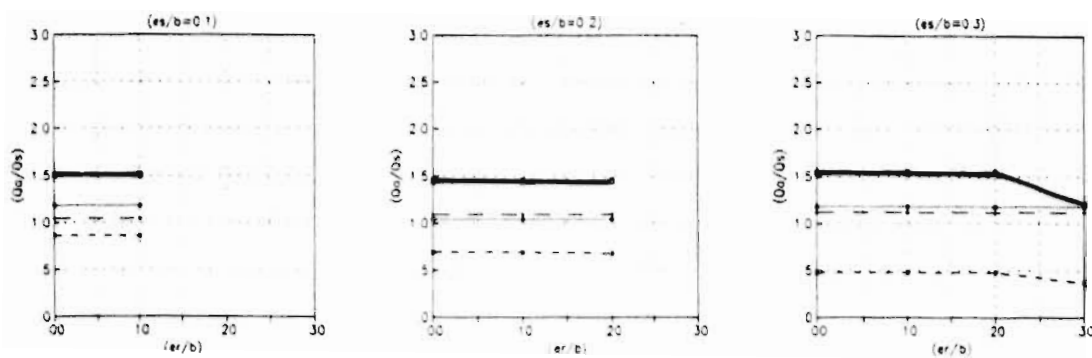




a)  $T_y = 0.5$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil ▲....., Elem. transv. ◆- - -

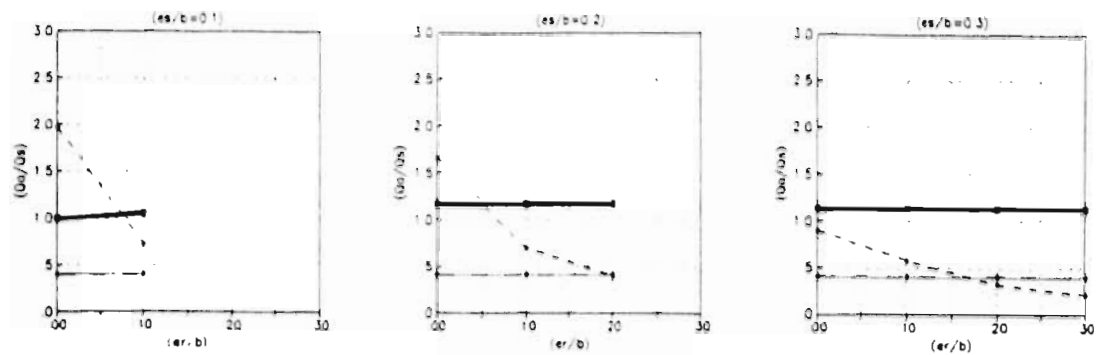


b)  $T_y = 1.0$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil ▲....., Elem. transv. ◆- - -

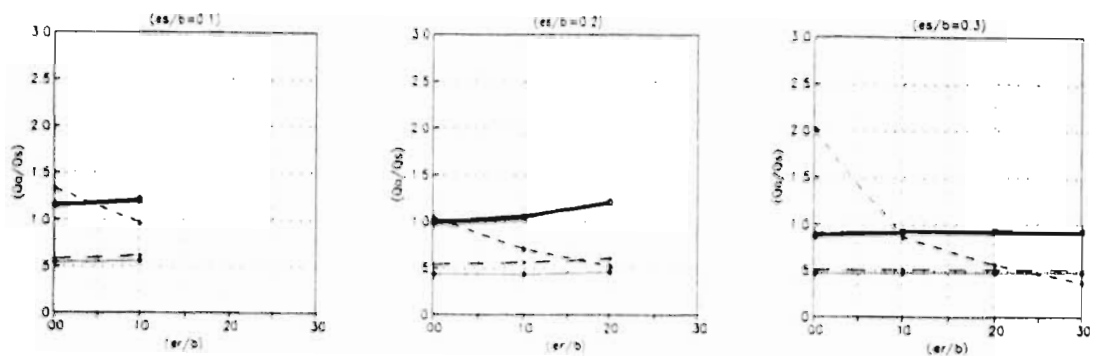


c)  $T_y = 1.5$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil ▲....., Elem. transv. ◆- - -

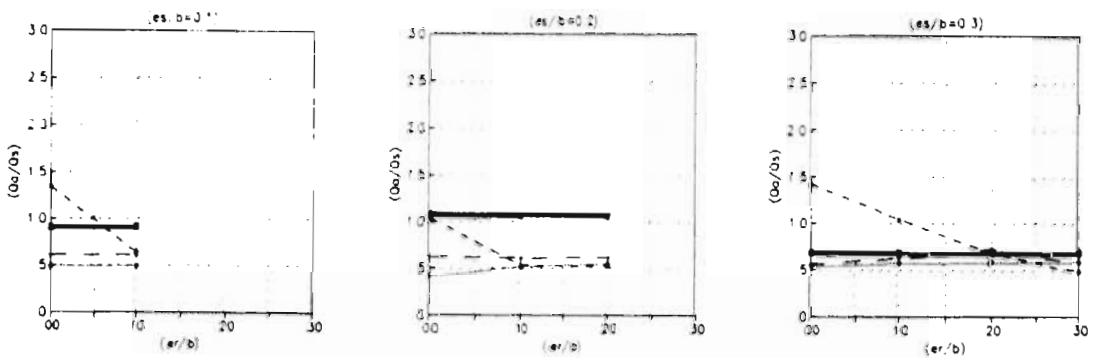
Fig. 7.36 Demandas de ductilidad de los modelos MD4B-SNRG-VIV



a)  $T_y=0.5$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil .....△....., Elem. transv. -·-·-·-



b)  $T_y=1.0$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil .....△....., Elem. transv. -·-·-·-



c)  $T_y=1.5$  s. Elem. fuerte —●—, Elem. débil .....△....., Elem. transv. -·-·-·-

Fig. 7.37 Demandas de ductilidad de los modelos MD4B-SPRN-CU

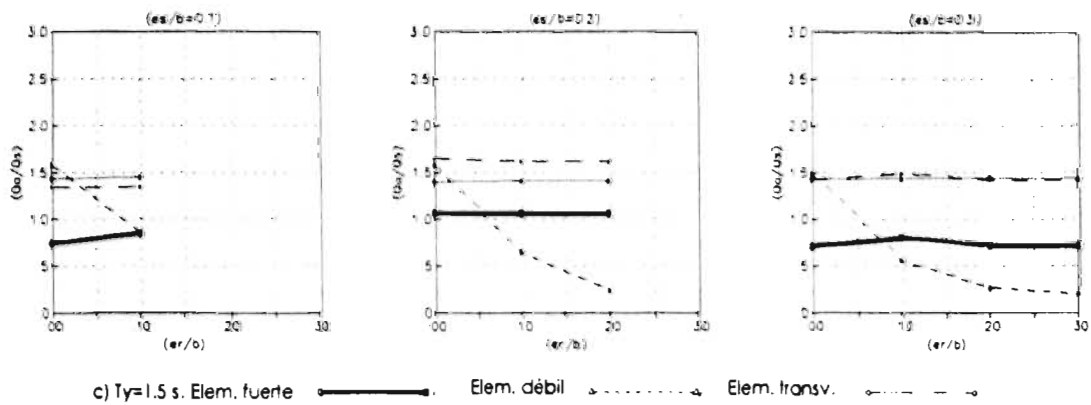
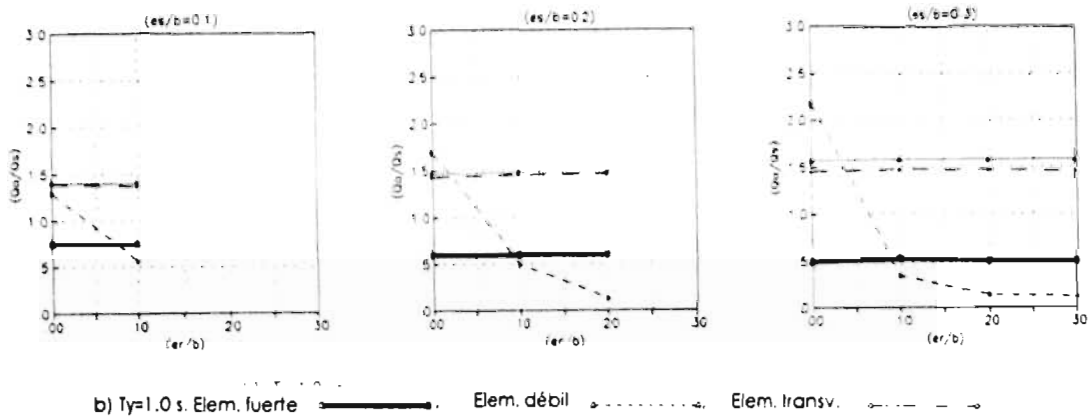
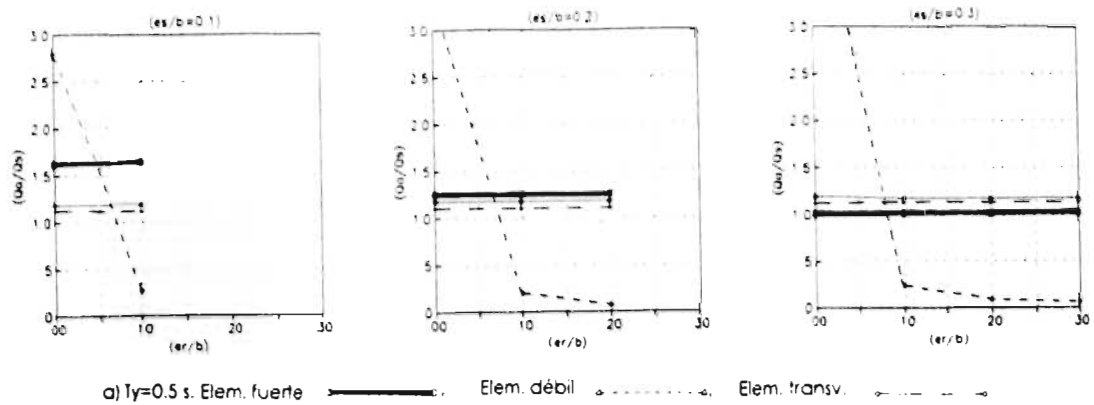


Fig. 7.38 Demandas de ductilidad de los modelos MD4B-SPRN-SCT

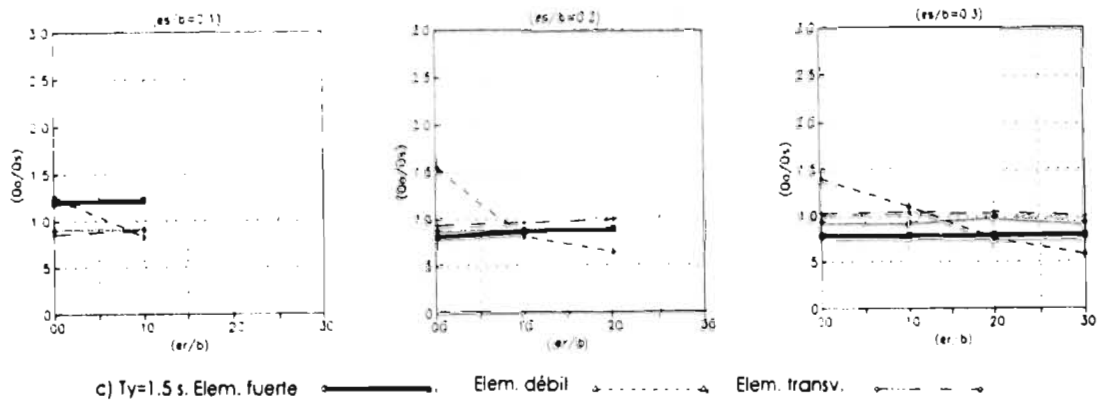
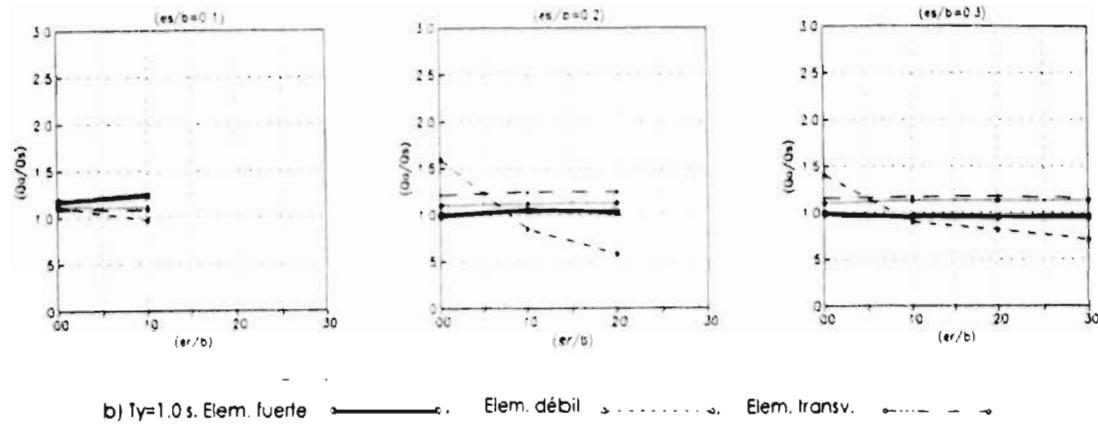
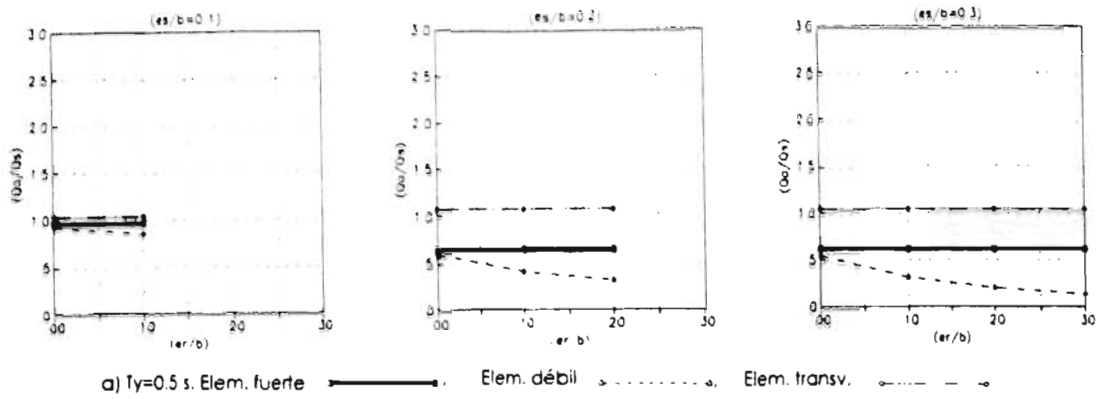


Fig. 7.39 Demandas de ductilidad de los modelos MD4B-SPRN-VIV