



01162

**División de Estudios de Posgrado
Facultad de Ingeniería**

**DESARROLLO DE UN DISPOSITIVO INYECTOR DE
FERTILIZANTE Y SIMULACION NUMERICA DE LAS
CONCENTRACIONES EN UNA TUBERIA DE RIEGO
POR COMPUERTAS**

ISAIAS TRANQUILINO LOPEZ HERNANDEZ

T E S I S

**PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS
DE POSGRADO DE LA**

**FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA**

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

**MAESTRO EN INGENIERIA
(HIDRAULICA)**

DIRECTOR: DR. JUAN ENCISO MEDINA

CAMPUS MORELOS

FEBRERO DE 1997

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



**EL PRESENTE TRABAJO SE IMPRIMIÓ CON EL APOYO DE
LA COMISIÓN NACIONAL DEL AGUA**

A MI HIJO: OSCAR LEVÍ

A MI ESPOSA

A MIS PADRES

A MI HONORABLE JURADO:

PRESIDENTE: DR. CARLOS FUENTES RUIZ

VOCAL : DR. JUAN ENCISO MEDINA

SECRETARIO: DR. ÁLVARO MUÑOZ MENDOZA

SUPLENTE : M.S. JORGE A. HIDALGO TOLEDO

SUPLENTE : M.I. MARTÍN D. MUNDO MOLINA

C O N T E N I D O

RESUMEN	iii
1. INTRODUCCIÓN	1
2. REVISIÓN DE LITERATURA	3
2.1. Dispositivos inyectoros de fertilizante	3
2.1.1. Tipos de inyectoros de fertilizante	3
2.1.2. Ubicación del puerto de inyección y sus efectos en la distribución del fertilizante en la tubería	8
2.2. Ecuación de dispersión unidimensional	9
2.2.1. Definiciones y conceptos básicos	9
2.2.2. Primera ley de Fick de la difusión	11
2.2.3. Ecuación de conservación de masa en procesos difusivos	12
2.2.4. Elementos que integran la ecuación de dispersión unidimensional	18
2.2.5. Longitud de mezclado	19
2.2.6. Algunas soluciones analíticas de la ecuación de dispersión unidimensional	22
2.3. Resumen	23
3. PROTOTIPO DEL INYECTOR DE FERTILIZANTE	25
3.1. Descripción del prototipo	25
3.2. Funcionamiento del dispositivo inyector de fertilizante	28
3.3. Cálculo de la dosis de fertilizante	28
3.3.1. Fertilizantes utilizados en el riego	28
3.3.2. Cálculo de la dosis por inyectar	31
3.4. Cálculo del volumen del tanque fertilizador	32
3.5. Dimensionamiento del dispositivo de calibración	34
3.6. Calibración del prototipo	36
3.6.1. Mediciones en laboratorio	36
3.6.2. Proceso matemático	36
3.6.3. Curvas de calibración	40
3.7. Resumen	40

4. SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LAS CONCENTRACIONES DE FERTILIZANTE EN UNA TUBERÍA DE RIEGO POR COMPUERTAS	45
4.1. Planteamiento del problema	45
4.2. Selección del método numérico	45
4.3. Discretización de la ecuación de dispersión unidimensional	46
4.4. Selección del esquema numérico	48
4.5. Condiciones iniciales y de frontera	49
4.6. Solución del esquema numérico	52
4.6.1. Algoritmo de reducción de Crout	53
4.7. Resultados	55
4.8. Resumen	56
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	60
NOTACIÓN UTILIZADA	63
BIBLIOGRAFÍA	65
ANEXOS	69
A Algoritmo para la solución numérica de la ecuación de dispersión unidimensional	70
B Fotografías	80

RESUMEN

Se presenta un dispositivo inyector de fertilizante para riego superficial, el cual fué desarrollado en el laboratorio del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), con la finalidad de obtener buenas condiciones de eficiencia, economía y uniformidad en la aplicación de fertilizante, en comparación con las técnicas utilizadas tradicionalmente. El dispositivo consiste en un orificio al cual se le mantiene una carga constante. La calibración del inyector consiste en cambiar el tamaño del orificio de acuerdo a la carga que recibe para producir diferentes gastos de inyección.

La ecuación de calibración del inyector es empírica y de tipo exponencial. La ecuación se obtuvo en el laboratorio ajustando por regresión logarítmica la altura del inyector con el gasto de descarga. El coeficiente de correlación resultó de alta confiabilidad, por lo que se considera que la ecuación propuesta es aceptable.

Para comprobar el grado de uniformidad que se puede alcanzar al inyectar el fertilizante dentro de una tubería de compuertas, se realizó una simulación numérica de las concentraciones de fertilizante a lo largo de una tubería de riego a través del tiempo. La simulación se hizo con el método de diferencias finitas utilizando un esquema numérico implícito. Se concluye que el dispositivo inyector propuesto, puede ser usado para inyectar fertilizante a través de la tubería con alta uniformidad.

ABSTRACT

A fertilizer injector device was developed at the laboratories of the Mexican Institute of Water Technology. The objectives of the fertigation system were to be economical, efficient and be able to inject the fertilizer with high application uniformity compared with traditional techniques commonly used. The fertilizer injection device consist in maintaining a constant head over an orifice. The calibration of the injector consist in changing the diameter of the orifice to obtain different injection rates.

The calibration equation is empirical and was fitted to a power function, using logarithmic regression. The independent variable was the height of the injector and the dependent variable the injection rate. The correlation coefficient was high, and the equation was considered acceptable.

To verify the application uniformity to which the fertilizer was injected at a gated pipe, a numerical solution was developed to study the variations in fertilizer concentration inside a gated pipe and through the time. The simulation was carried on with the finite difference method using the implicit scheme. It was concluded that the proposed fertilizer injector device could be used to inject fertilizer with high uniformity.

C A P Í T U L O 1

INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha incrementado considerablemente entre los agricultores la práctica de la quimigación, actividad que consiste en la aplicación de agroquímicos dentro de los sistemas de riego. Los químicos que se pueden aplicar a través del sistema son insecticidas, fungicidas, herbicidas y fertilizantes, entre otros.

La práctica de la fertirrigación es relativamente reciente, a pesar de haberse iniciado en California en 1930. Los países con mayor tradición y experiencia son Estados Unidos, Australia, Sudáfrica, Israel y España. En México no se ha difundido extensivamente, solamente se ha utilizado, en baja escala, en algunos sistemas de riego por goteo y por aspersión.

La agricultura en México, se practica en una superficie aproximada de veinte millones de hectáreas, de las cuales seis millones son de riego y el resto de temporal y temporal tecnificado (Secretaría de Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca, 1996). Considerando que la mayor parte de la producción agrícola de nuestro país se obtiene en las áreas bajo riego, que el agua es un recurso natural limitado, y que es muy poco probable que las áreas de riego se incrementen en los próximos años; una alternativa para aumentar la productividad es aplicar químicos y fertilizantes a través del riego, ya que se puede obtener una mejor uniformidad de aplicación e inyección oportuna, a la vez que se reducen los costos de aplicación comparado con el sistema tradicional.

De la superficie bajo riego, un 92% corresponde a sistemas de riego superficial. De aquí el reto de aplicar fertilizantes a través de estos sistemas, en los cuales se presentan diversos problemas como es la variación de la infiltración de un riego a otro, y por lo tanto la difícil predicción del tiempo de riego, y con ello el desconocimiento del tiempo de inyección del químico para satisfacer la dosis requerida por la planta. Otro problema es que la mayoría de los sistemas superficiales trabajan por gravedad, por lo tanto, para aplicar agroquímicos se requiere contar con dispositivos que no utilicen energía externa, que tengan una alta uniformidad de aplicación, y que se puedan calibrar rápidamente para inyectar una cantidad dada de fertilizante en el tiempo de riego.

La hipótesis planteada en este trabajo es:

"Sí es posible inyectar el fertilizante en sistemas de riego superficial, con alta uniformidad y con dispositivos inyectoros de bajo costo".

Para comprobar esta hipótesis se plantearon los siguientes objetivos:

1. Desarrollar un dispositivo inyector de fertilizante para riego superficial que garantice buenas condiciones de eficiencia hidráulica, alta uniformidad de aplicación, economía y manejo práctico.
2. Desarrollar un modelo numérico que permita simular las concentraciones de fertilizante a lo largo de una tubería de riego por compuertas, para aplicación de gastos constantes a los surcos; con la finalidad de observar la uniformidad de aplicación del fertirriego.

C A P Í T U L O 2

REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. Dispositivos inyectoros de fertilizante

2.1.1. Tipos de inyectoros de fertilizante

Los equipos inyectoros de fertilizante se pueden clasificar de acuerdo con el principio de funcionamiento, en dos clases: el primero, trabaja con la presión de la corriente de agua dentro del sistema; y el segundo, trabaja con una fuerza externa suministrada dentro del sistema, es decir con equipo de inyección por medio de bombas.

Desde el punto de vista hidráulico, los equipos de fertirrigación trabajan por diferencia de presión o succión, o bien a través de bombeo. Por lo tanto los distintos modelos se pueden agrupar en: tanques diferenciales de presión, inyectoros tipo venturi y equipos de inyección por medio de bombas (Hernández, J. M. et al, 1992).

1. Tanque diferencial de presión

Consiste de un depósito donde se coloca la solución fertilizante, que una vez cerrado alcanza en su interior la misma presión que la de la red de riego. Por ello, el tanque debe ser capaz de soportar la presión estática y dinámica de la red. Generalmente se diseñan para una presión mínima de 3 atmósferas, aunque se recomienda que soporten una presión de trabajo de 6 atmósferas. Tradicionalmente son construidos de metal aunque también son usuales en plástico y fibra de vidrio. En cualquier caso deben ser capaces de soportar la acción corrosiva de las sustancias fertilizantes que se utilicen.

Estos dispositivos se colocan en paralelo con relación a la tubería de la red, en la cuál se instalan dos tomas separadas por una válvula para producir una diferencia de presión entre ellas (Fig. 1).

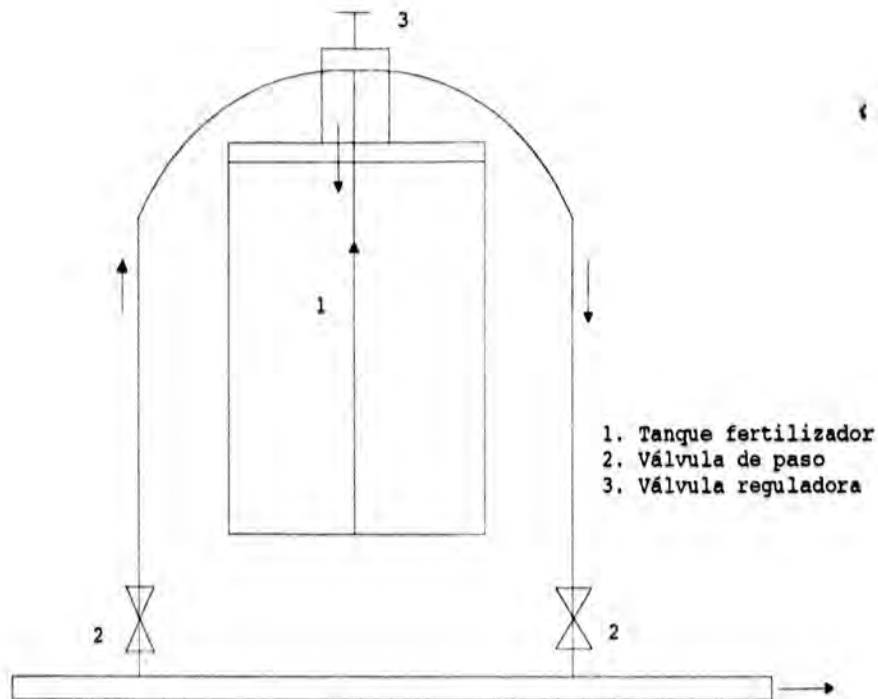


Fig. 1. Tanque diferencial de presión

La primera toma introduce el agua en el tanque por su parte inferior o superior. Por la parte superior del tanque sale otro conducto que lleva la solución fertilizante hacia la segunda conexión ubicada después de la válvula. Accionando la válvula se consigue generar una menor o mayor diferencia de presión y, en consecuencia, aumentar o disminuir el gasto de agua que pasa a través del tanque. La pérdida mínima de carga para el buen funcionamiento de estos tanques es de 3 metros columna de agua.

El gasto de agua que entra en el tanque debe ser igual al gasto que se incorpora a la red, por lo tanto, la solución que permanece en el interior del tanque se va diluyendo a medida que aumenta el tiempo de funcionamiento.

La dilución de la solución fertilizante a lo largo del tiempo es un inconveniente de estos dispositivos, puesto que afecta la exactitud de la dosificación, y por lo tanto debe tenerse en cuenta tanto en la automatización del sistema como en el manejo del riego.

2. Inyector tipo venturi

El principio de funcionamiento de estos dispositivos es la provocación de una reducción en la sección de la corriente, con la finalidad de obtener un cierto vacío en determinada zona, lo que genera un incremento rápido de la velocidad del agua originando una succión que introduce la solución fertilizante en la red. Estos cambios de presión y velocidad son aprovechados de distintos modos, por ejemplo para el aforo de gastos en la tubería.

El equipo generalmente se instala en la tubería principal donde pasa todo el gasto, lo que implica que el inyector sea obstruido con materiales resistentes a la corrosión y frotamiento.

La mayor ventaja de estos inyectores es la sencillez del dispositivo, y por tanto su costo, mantenimiento y durabilidad, así como de no requerir de un depósito de fertilizante capaz de soportar la presión de la red. Sin embargo, la pérdida de carga que origina es aproximadamente del 10 al 30% de la presión en la tubería donde se instala, incluso algunos modelos producen pérdidas de carga entre el 30 y el 50%. Además su margen de operación es muy limitado, es decir, una pequeña diferencia en la presión o el gasto complica la operación del dispositivo. Por estas razones su uso está muy limitado, y por lo tanto no se propone como solución general. De aquí que, en caso de ser utilizado se recomienda se instale en conjunto con una bomba centrífuga (Fig. 2), la cuál incrementa la presión a través del inyector. Esto causa una diferencia de presión produciendo el vacío para la inducción del fertilizante corriente abajo a partir de la bomba.

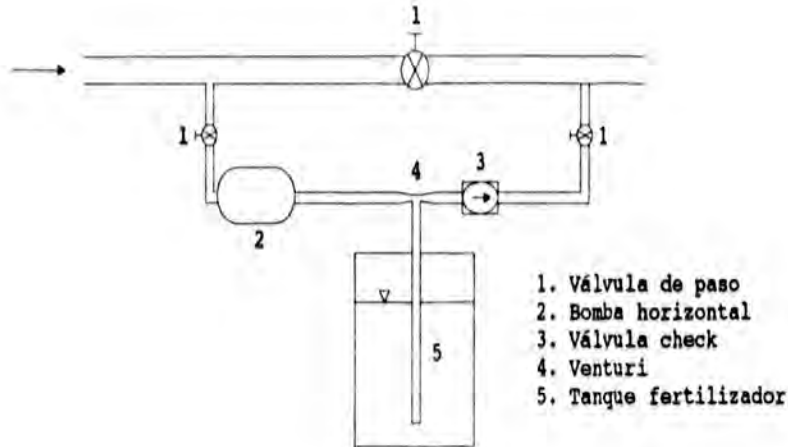


Fig. 2. Inyector tipo Venturi accionado por una bomba centrífuga

3. Equipos de inyección por medio de bombas

De acuerdo a la fuente de energía que impulsa a la bomba se clasifican en bombas de motores convencionales y bombas de accionamiento hidráulico.

3.a. Bombas de motores convencionales

Se trata de bombas, generalmente de pistón o diafragma, que accionadas por motores eléctricos inyectan a presión en la red las mezclas fertilizantes (Fig. 3), siempre que sus circuitos estén suficientemente protegidos contra la corrosión.

La presión de inyección suele variar entre 5 y 15 atmósferas. La mayoría de los modelos permiten controlar el gasto de inyección entre ciertos límites, y algunos disponen de varios cuerpos dosificadores que permiten inyectar independientemente dos o más sustancias diferentes.

El principal inconveniente es que necesitan conexión a la red eléctrica, aunque existen en el mercado equipos alimentados por baterías.

En algunos casos se utiliza como inyector el propio equipo de impulsión de la instalación de riego, acoplando el equipo de fertilizante a la tubería de aspiración a través de una pequeña

válvula que permita regular el gasto de inyección. Aunque hay que recalcar que no se recomienda como norma general y solo debe adoptarse en casos muy especiales, de manera ocasional o cuando no se disponga de otros medios.

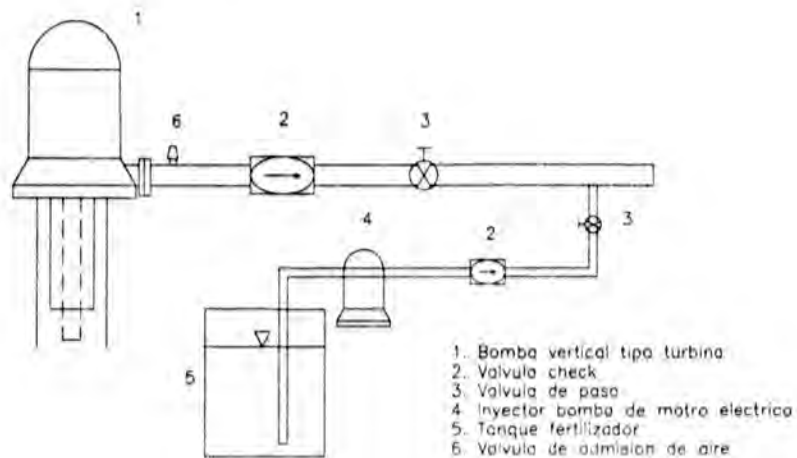


Fig. 3. Equipo de inyección por medio de bombeo

3.b. Bombas de accionamiento hidráulico

Estos dispositivos de inyección usan la propia energía del agua de la red para mover sus mecanismos. El ritmo de introducción depende de la presión del agua, pero con posibilidades de regulación por medio de una válvula. No hay pérdidas de presión en el sistema y no es necesaria la presencia del operador. La interrupción de la introducción del fertilizante queda asegurada cuando se corta el flujo de agua. Son equipos móviles y las posibilidades de mando automático son variadas, inclusive se le puede adaptar un fertilizador proporcional comandado por un medidor de agua de cierre automático. Para cada volumen de fertilizante introducido se requiere una cantidad proporcional y constante de agua, es decir, midiendo la cantidad de agua que entra a la bomba se sabe exactamente la cantidad de solución introducida.

La presión máxima de los modelos existentes a nivel comercial pueden variar entre 6 y 10 atmósferas, y su capacidad máxima de inyección suele variar entre los 200 y los 300 l/h. La presión mínima para su funcionamiento varía según el modelo, entre 0.5 y 2 atmósferas.

Tanto en los inyectores hidráulicos como en los de accionamiento eléctrico, se fabrican modelos que a través de mecanismos más o menos complejos, consiguen adecuar el ritmo de inyección al gasto de agua que pasa por la red, manteniendo constante la concentración de fertilizante en el agua de riego. A estos mecanismos se les denomina inyectores proporcionales al gasto. Esto permite automatizar sistemas de riego cuando las distintas unidades presentan diferencias importantes de gastos.

2.1.2. Ubicación del puerto de inyección y sus efectos en la distribución del fertilizante en la tubería

La configuración del puerto de inyección y su orientación en la línea principal de riego tiene un efecto significativo en la distribución de la solución de fertilizante, y puede afectar considerablemente su eficiencia.

La Fig. 4 ilustra cuatro tipos de orientaciones del puerto de inyección estudiadas en Georgia, Estados Unidos. En un sistema de pivote central se aplicó insecticidas formulados con aceite, y se encontró que la orientación con descarga hacia aguas arriba permitió utilizar aplicadores de menores dimensiones en la línea principal, en comparación al puerto de inyección orientado hacia aguas abajo (Groselle, 1984).

En otro estudio, también realizado en Georgia, encontraron que con la inyección de un insecticida en un pivote central pequeño, usando un puerto de inyección con descarga hacia aguas abajo, se logró una mayor eficiencia que con el puerto orientado hacia aguas arriba (Groselle, 1984).

Además de los puertos de inyección observados en la Fig. 4, otras configuraciones se encuentran disponibles comercialmente. Por ejemplo, los puertos de inyección colocados con un cierto ángulo en relación a la tubería son de mayor eficiencia de dilución que los colocados de manera perpendicular al flujo. También pueden ser colocados con cierto ángulo hacia aguas arriba o hacia aguas abajo. En otros casos, algunos puertos de inyección descargan químicos en dos o más corrientes, perpendiculares al tubo de inyección; algunos otros emiten un solo químico a una corriente paralela al tubo de inyección, y también existen puertos de inyección que descargan la mezcla con un aplicador en forma de spray (Glen, H. et al, 1990).

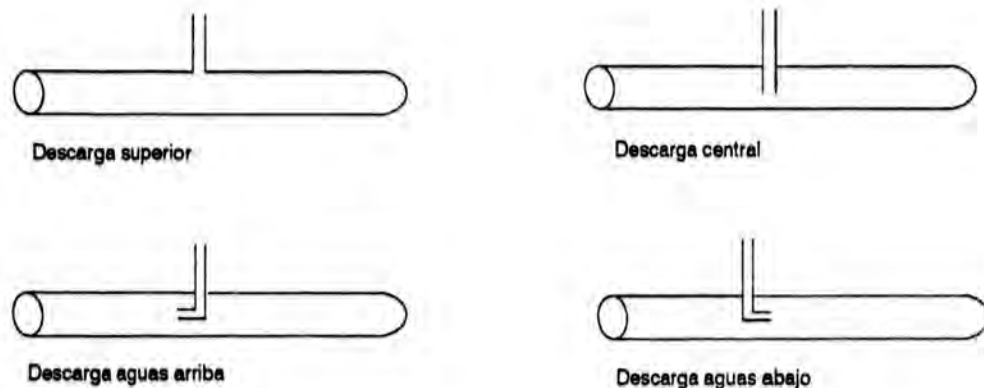


Fig. 4. Orientación del puerto de inyección en una tubería

2.2. Ecuación de dispersión unidimensional

2.2.1. Definiciones y conceptos básicos

Los estudios de dispersión en solutos en un flujo datan de 1933. Taylor fué el precursor en la investigación del fenómeno de la difusión de la masa de un soluto en un fluido. Inicialmente estudió el proceso en los flujos laminares y posteriormente en los flujos turbulentos. El soporte de su análisis consistió en suponer que la causa principal de la difusión de un soluto en la dirección del flujo es la no uniformidad del perfil de velocidades transversal en la sección, razón por la cuál se le llama fenómeno de dispersión en flujos cortantes.

En forma general, las definiciones y conceptos siguientes describen algunos fenómenos físicos del flujo en cuerpos de agua que generan el transporte y mezclado de solutos (Fischer y List, 1979).

Convección. Transporte de partículas provocado por la velocidad del flujo.

Difusión. Es el movimiento de un soluto dentro de un disolvente, desde una región de mayor a una de menor concentración.

Difusión molecular. Transporte dilutivo de partículas generado por movimientos e interacciones a nivel molecular.

Difusión turbulenta. Transporte de partículas producido por movimientos turbulentos, análogo a la difusión molecular pero a una mayor escala.

Dispersión. Es el transporte de partículas debido a efectos combinados de convección y difusión.

Mezclado. Es el proceso que provoca un efecto de combinación entre las moléculas de soluto y disolvente.

Concentración. Se define como la relación de la masa de sustancia disuelta por unidad de masa del fluido. Se puede expresar en unidades de masa o peso, y algunas veces en partículas por unidad de volumen de fluido, $\rho = m/V_0$ [ML^{-3}].

Decaimiento. Se define como la pérdida de masa que sufre un químico en el tiempo a una tasa proporcional a su propia masa.

Sean A y B, un soluto y un disolvente, respectivamente, en una mezcla de fertilizante para la cuál se pueden definir las siguientes propiedades.

Densidad [ML^{-3}]

$$\rho_A + \rho_B = \rho \quad (1)$$

Concentración [ML^{-3}]

$$C_A + C_B = 1 \quad (2)$$

Vector de flujo de masa del soluto [$ML^{-2} T^{-1}$]

$$\overline{M}_A = \rho_A \overline{V}_A \quad (3)$$

Velocidad hidrodinámica de la mezcla [LT^{-1}]

$$\overline{V} = \frac{\overline{M}_A + \overline{M}_B}{\rho_A + \rho_B} = C_A \overline{V}_A + C_B \overline{V}_B \quad (4)$$

donde:

$$C_A = \frac{\rho_A}{\rho_A + \rho_B}$$

Vector de flujo de masa con respecto a la velocidad hidrodinámica [ML⁻¹T⁻¹]

$$\bar{q}_A = \rho_A (\bar{V}_A - \bar{V}) \quad (5)$$

2.2.2. Primera ley de Fick de la difusión

El comportamiento de los procesos de transferencia se debe a una fuerza de intercambio proporcional a un gradiente de concentraciones, es decir, se debe a la existencia de regiones con diferentes grados de concentración de la sustancia.

Una expresión que relaciona la rapidez de transferencia de masa M con la magnitud del gradiente, se puede expresar por medio de la siguiente proporcionalidad (León, L. F., 1990):

$$\frac{dM}{dt A} \propto \frac{dM}{V_o ds} \quad (6)$$

Donde el término del lado izquierdo es la transferencia de masa por unidad de tiempo por unidad de área normal a la dirección s [ML⁻²T⁻¹] y, el término del lado derecho es el gradiente de masa, por unidad de volumen en la dirección de transferencia [ML⁻⁴].

M se define como la cantidad de masa disuelta del soluto, $M = \Delta m C$, donde:

C = Concentración del soluto, asumida como la masa de sustancia disuelta del soluto por unidad de masa del fluido.

Δm = Unidad representativa de masa del fluido

Para transformar la proporcionalidad (6) a una igualdad, se puede introducir un coeficiente Dd [L²T⁻¹] del proceso de difusión molecular. De aquí la ecuación anterior, en la dirección x , se transforma en:

$$\frac{d(\Delta m C)}{dt} \frac{1}{\Delta x \Delta y} = q_x = - Dd \frac{d}{dx} \left(\frac{\Delta m C}{\Delta V_o} \right) = - Dd \frac{d}{dx} (\rho C) \quad (7)$$

Donde el signo menos indica que el transporte es de zonas de mayor a menor concentración, y q_x [$ML^{-2}T^{-1}$] es el flujo de transferencia de masa en la dirección x .

De manera análoga se puede realizar el análisis para las otras direcciones, asumiendo que el coeficiente Dd se mantiene constante.

$$\bar{q} = - \rho Dd \nabla C \quad (8)$$

De esta manera, usando notación vectorial tenemos: Esta ecuación representa la primera ley de Fick, la cuál indica que el flujo de masa por unidad de área y tiempo, es proporcional al gradiente de la concentración del soluto en la dirección de transferencia.

2.2.3. Ecuación de conservación de masa en procesos difusivos

El principio de conservación de la materia en un volumen de control diferencial $\Delta V = \Delta X \Delta Y \Delta Z$ para un período arbitrario de tiempo pequeño t a $t + \Delta t$, se puede plantear como (Fig. 5):

Flujo neto de masa que entra durante Δt
 = Masa que sale durante Δt
 + Incremento de masa almacenada durante Δt
 + Masa que desaparece durante Δt por extracciones
 o por reacciones químicas

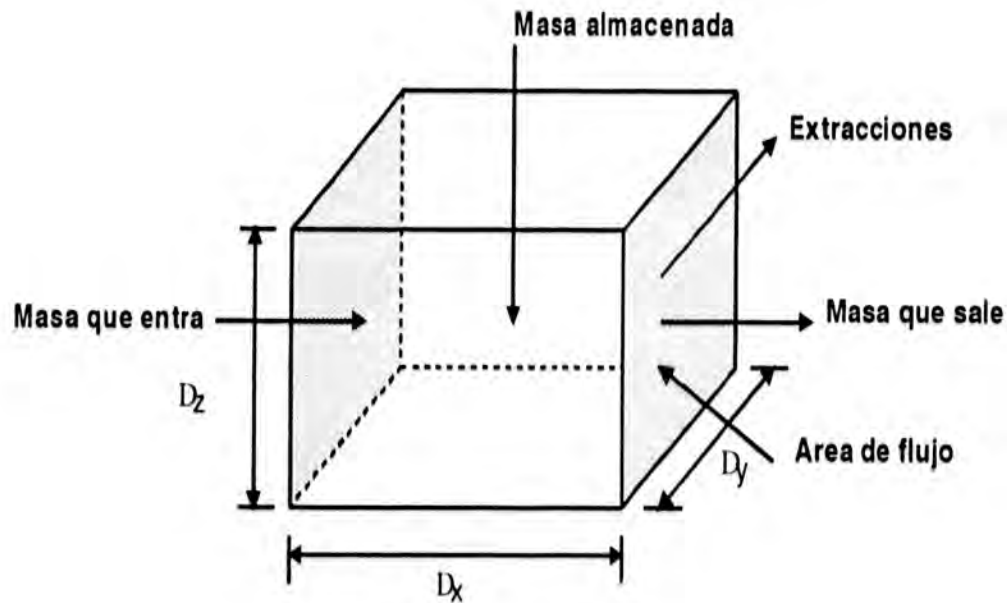


Fig. 5. Volumen de control para obtener la ecuación de conservación de masa en procesos difusivos

Suponiendo que el soluto se mueve en la dirección x , entonces la expresión anterior se puede escribir de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 M_{Ax}[X, Y, Z, t+1/2 \Delta t] \Delta Y \Delta Z \Delta t &= M_{Ax}[X+\Delta X, Y, Z, t+1/2 \Delta t] \Delta Y \Delta Z \Delta t \quad (9) \\
 &+ (\rho_{Ax}[X+1/2 \Delta X, Y, Z, t+\Delta t] - \rho_{Ax}[X+1/2 \Delta X, Y, Z, t]) \Delta Y \Delta Z \\
 &+ r_{Ax}[X+1/2 \Delta X, Y, Z, t+1/2 \Delta t] \Delta Y \Delta Z \Delta t
 \end{aligned}$$

donde M_{Ax} es el flujo total de soluto (masa fluyendo por unidad de área por unidad de tiempo), ρ_{Ax} densidad del soluto (masa por volumen del solvente), y r_{Ax} es la pérdida o ganancia de soluto por volumen del solvente en la unidad de tiempo.

Si se divide la ecuación anterior entre $(\Delta X \Delta Y \Delta Z \Delta t)$ y ordenando términos se tiene:

$$\frac{M_{AX} [\bar{X}, Y, Z, \bar{t}] - M_{AX} [X, Y, Z, \bar{t}]}{\Delta X} + \frac{\rho_{AX} [\bar{X}, Y, Z, t + \Delta t] - \rho_{AX} [\bar{X}, Y, Z, t]}{\Delta t} + r_{AX} [\bar{X}, Y, Z, \bar{t}] = 0 \quad (10)$$

Donde:

\bar{X} y \bar{t} , son los valores promedios de X y t , respectivamente.

Ahora tomando el límite de la ecuación anterior cuando ΔX y Δt tienden a cero, se obtiene.

$$\frac{\partial \rho_{AX}}{\partial t} + \frac{\partial M_{AX}}{\partial X} + r_{AX} = 0 \quad (11)$$

Realizando un procedimiento análogo para las direcciones X , Y , Z y agrupando términos en forma vectorial se tiene:

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{M}_A + r_A = 0 \quad (12)$$

De manera análoga para la sustancia B se tiene que:

$$\frac{\partial \rho_B}{\partial t} + \nabla \cdot \overline{M}_B + r_B = 0 \quad (13)$$

Si se asume que la masa total del sistema debe conservarse, esto implica que $r_A = -r_B$, por lo que sumando (12) y (13) se llega a:

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \frac{\partial \rho_B}{\partial t} + \nabla \cdot \overline{M}_A + \nabla \cdot \overline{M}_B = 0 \quad (14)$$

Utilizando (1) y (4), para un sistema de cualquier número de componentes, y con las consideraciones de que $\sum \rho_i = \rho$ y $\sum C_i = 1$, se llega finalmente a:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \overline{V}) = 0 \quad (15)$$

Esta es la ecuación de continuidad para la mezcla y es completamente análoga a la de un fluido homogéneo.

Por otro lado, considerando únicamente el comportamiento del soluto en el disolvente tenemos que:

combinando el flujo de masa con relación a la velocidad hidrodinámica (ecuaciones 3 y 5):

$$\overline{q}_A = \rho_A \left(\frac{\overline{M}_A}{\rho_A} - \overline{V} \right) \quad (16)$$

Despejando el vector de flujo de masa:

$$\bar{M}_A = \bar{q}_A + \rho_A \bar{V} \quad (17)$$

Por medio de la 1a. Ley de Fick (8), y dado que $\rho_A = \rho C_A$, la ecuación anterior queda como:

$$\bar{M}_A = -\rho Dd \nabla C_A + \rho C_A \bar{V} \quad (18)$$

Ahora, tomando (12) y (18) llegamos a:

$$\frac{\partial(\rho C_A)}{\partial t} + \nabla \cdot (-\rho Dd \nabla C_A + \rho C_A \bar{V}) = r_A \quad (19)$$

Eliminando el subíndice A por sencillez notacional y agrupando términos se tiene:

$$\frac{\partial(\rho C)}{\partial t} + \rho C \nabla \cdot \bar{V} + \bar{V} \cdot \nabla \rho C = \rho Dd \nabla^2 C + \nabla C \cdot (\nabla \rho Dd) + r \quad (20)$$

Considerando flujo prácticamente incomprensible ($\rho = \text{constante}$), y aceptando que la velocidad media y el coeficiente Dd se mantiene constante se llega a:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla C = Dd \nabla^2 C + \frac{r}{\rho} \quad (21)$$

Esta es llamada la ecuación del transporte en procesos difusivos.

Para nuestro problema, suponiendo flujo únicamente en la dirección X , con velocidad constante u , obtenemos la ecuación de dispersión unidimensional (French, 1988).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial X} = Dd \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} + r \quad (22)$$

donde:

C = Concentración del soluto [ML^{-3}].
 u = Velocidad media del flujo [LT^{-1}].
 Dd = Coeficiente de dispersión longitudinal [L^2T^{-1}].
 r = Ganancias o pérdidas de masa de soluto [$ML^{-3}T^{-1}$].

La ecuación (22) es válida bajo las siguientes hipótesis simplificatorias (French, 1988):

1. Se considera que el flujo es incompresible.
2. Se considera la ley de Fick de simple proporcionalidad entre la difusión del contaminante y el gradiente de las concentraciones.
3. El coeficiente de dispersión longitudinal se considera de propiedad exclusiva entre el tipo de soluto y solvente.
4. Se considera que el fenómeno de mezclado transversal y vertical se ha completado totalmente.
5. Se considera flujo uniforme.

2.2.4. Elementos que integran la ecuación de dispersión unidimensional

$\frac{\partial C}{\partial t}$ Cambio de concentración en el tiempo, en un punto determinado.

$u \frac{\partial C}{\partial X}$ Describe el cambio de concentración debido a la velocidad del flujo, también conocido como término convectivo.

$Dd \frac{\partial^2 C}{\partial^2 X}$ Este término describe la difusión turbulenta del soluto, también llamado término difusivo.

r = Ganancias o pérdidas de la sustancia debido a reacciones químicas y/o extracciones.

En la deducción de la ecuación (22), se asumió que es posible obtener una distribución de velocidad perfectamente uniforme. De tal forma que ésta ecuación puede considerarse correcta para muchas condiciones de flujo prácticas, siempre que u se tome como una velocidad promedio en la sección transversal y a C como una concentración también promediada.

El coeficiente de dispersión longitudinal Dd , involucra la acción dispersa de la distribución de la velocidad real. Según estudios realizados (Taylor, 1954) en un flujo turbulento y uniforme dentro de un conducto recto a presión, este coeficiente se puede expresar como:

$$Dd = 10.1 u a \sqrt{\frac{f}{8}} \quad (23)$$

donde:

Dd = Coeficiente de dispersión longitudinal
 u = Velocidad promedio en la tubería
 a = Radio del tubo
 f = Coeficiente de fricción en la tubería
 (adimensional)

Por otro lado, las sustancias modeladas de acuerdo a su naturaleza, pueden ser transformadas por reacciones químicas o biológicas.

Aunque esta reacción depende de manera compleja de factores como la temperatura y el pH, entre otros, bajo condiciones óptimas puede ser descrita como un proceso de decaimiento de primer orden (Hamaker, 1972). Una masa de químico $M(t)$ bajo decaimiento de primer orden sufre pérdida de masa a una tasa proporcional a su propia masa. Esta tasa de pérdida se puede expresar matemáticamente como:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\mu M \quad (24)$$

donde μ es la constante de decaimiento de primer orden.

2.2.5. Longitud de mezclado

La restricción principal para el uso de la ecuación (22), es que solo es válida después que el soluto se ha mezclado completamente a todo lo ancho de la sección transversal de la tubería (Martínez y Puentes, 1994).

Para conocer en que punto de la tubería se logra alcanzar el mezclado completo, Holley y Shuster (1967) propusieron la siguiente ecuación empírica:

$$L \approx a \left[\frac{9.25}{\sqrt{f}} + 10 \right] \quad (25)$$

donde:

L = Distancia a la cuál se alcanza el mezclado completo

a = Radio del tubo

f = Coeficiente de fricción en la tubería

El coeficiente de fricción en las tuberías se calcula con las siguientes fórmulas, dependiendo del tipo de flujo.

Flujo Laminar: $Re \leq 2000$

$$f = \frac{64}{Re} \quad (26)$$

Fórmula de Poiseuille

Flujo Turbulento: $Re > 2000$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{e/D}{3.71} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right] \quad (27)$$

Fórmula de Colebrook-White

donde:

f = Coeficiente de fricción en la tubería [adimensional]

Re = Número de Reynolds [adimensional]

e = Rugosidad absoluta de la tubería [L]

D = Diámetro de la tubería [L]

El flujo en régimen turbulento es el caso que normalmente se presenta en los conductos cerrados. Se han efectuado varios estudios para obtener expresiones explícitas para el cálculo del factor de pérdidas f , ajustados a los resultados de la ecuación implícita de Colebrook-White, y así poder aprovechar las ventajas que tiene esta ecuación.

En el presente trabajo se utiliza la ecuación modificada de Colebrook-White, en su forma explícita, propuesta por Guerrero (Guerrero, 1995), ya que de las expresiones explícitas estudiadas es la que da resultados más próximos a los de la ecuación implícita de Colebrook-White y conserva una sencillez aceptable para ser usada en programas de cómputo (Guerrero, 1995 y Guerrero, 1996).

La ecuación explícita propuesta por Guerrero se representa como:

$$f = \frac{0.25}{\left[\log \left[\frac{\epsilon / D}{3.71} + \frac{G}{Re^B} \right] \right]^2} \quad (28)$$

donde G y B son coeficientes que dependen del número de Reynolds.

Para $4000 \leq Re \leq 10^5$

$$G = 4.555 \text{ y } B = 0.8764$$

Para $10^5 \leq Re \leq 3 \times 10^6$

$$G = 6.732 \text{ y } B = 0.9104$$

Para $3 \times 10^6 \leq Re \leq 10^9$

$$G = 8.982 \text{ y } B = 0.9300$$

2.2.6. Algunas soluciones analíticas de la ecuación de dispersión unidimensional

En esta parte se presentan algunas de las soluciones analíticas de la ecuación de dispersión para flujo unidimensional, para distintas condiciones iniciales y de frontera (Fischer y List, 1979), Donde u y Dd son constantes.

SOLUCIÓN ANALÍTICA 1

$$\begin{array}{ll} C(X, 0) = 0 & \text{para } X > 0 \\ C(X, 0) = C_0 & \text{para } X < 0 \\ C(0, t) = C_0 & \text{para } 0 < t < \infty \end{array}$$

Entonces la solución de la ecuación (22) es:

$$C(X, t) = \frac{C_0}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{X - ut}{\sqrt{4 Dd t}} \right) \right] \quad (29)$$

donde:

u = Velocidad media del flujo
 Dd = Coeficiente de dispersión longitudinal
 t = Tiempo
 C_0 = Concentración inicial en toda la sección
 X = Punto analizado a lo largo del conducto
 erf = designa la función de error

Por ejemplo, las condiciones iniciales anteriores pueden representar el caso en que un fluido en una tubería esté siendo desplazado por un segundo fluido que lleva un soluto con una concentración C_0 , y en donde el fluido se desplaza con una velocidad media u en la sección transversal.

SOLUCIÓN ANALÍTICA 2

$$C(X, 0) = 0 \quad \text{para } 0 < X < \infty$$

$$C(0, t) = C_0 \quad \text{para } 0 < t < \infty$$

Cuya solución analítica es:

$$C(X, t) = \frac{C_0}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{X - ut}{\sqrt{4Dd't}} \right) + \operatorname{erfc} \left(\frac{X + ut}{\sqrt{4Dd't}} \right) \exp \left(\frac{uX}{Dd} \right) \right] \quad (30)$$

donde $\operatorname{erfc} = 1 - \operatorname{erf}$, designa la función de error complementaria.

Este conjunto de fronteras y condiciones iniciales puede representar una situación en la que se introduce una concentración de soluto C_0 en el origen del sistema de coordenadas en el tiempo cero y se continúa su introducción. En este caso si $t \rightarrow \infty$, $C(X, t) \rightarrow C_0$.

2.3. Resumen

En el presente capítulo se abordan dos puntos principales: descripción de los dispositivos inyectoros de fertilizante existentes, y el desarrollo de la ecuación de dispersión unidimensional.

Los equipos inyectoros de fertilizante se pueden clasificar de acuerdo con el principio de funcionamiento en dos clases: uno que depende de la energía suministrada al sistema por el agua de la red, entre los cuales se tiene a los tanques diferenciales de presión y a los inyectoros tipo venturi; y el otro que suministra una fuerza externa al sistema de riego, denominado comúnmente equipo de inyección por medio de bombeo.

Posteriormente se hace una breve descripción de los efectos generados de acuerdo a la ubicación del puerto de inyección entre el flujo de la tubería principal, tomando como referencia algunos estudios realizados en sistemas de riego presurizados en Georgia,

Estados Unidos. Esta ubicación puede ser en dirección del flujo o en sentido opuesto, perpendicularmente al flujo, con cierto ángulo de inclinación a la corriente, por medio de un aplicador en forma de spray, entre otros.

En relación a la ecuación de dispersión unidimensional, primero se presentan una serie de definiciones y conceptos básicos para la mejor comprensión de lo que representan los procesos difusivos.

Dado que los procesos difusivos entre fluidos no homogéneos guardan una analogía con los procesos térmicos, se toma la primera ley de Fick, basada en la ley de Fourier de intercambio de calor, para describir el proceso de difusión molecular.

Introduciendo los elementos de la ley de Fick en la ecuación de conservación de masa para procesos difusivos, y haciendo una reducción de términos, se llega finalmente a la ecuación de dispersión unidimensional.

Para realizar esta deducción se consideraron ciertas hipótesis simplificadoras, las cuales se asume tienen cierta similitud con el comportamiento de mezclas en la naturaleza.

Posteriormente se mencionan los elementos que conforman la ecuación de dispersión unidimensional, los cuales son: la variación del cambio de concentración en el tiempo de un cierto punto, el término convectivo, el término difusivo, y el término de pérdidas o ganancias por extracciones y/o reacciones.

Finalmente, se presentan algunas soluciones analíticas a la ecuación de dispersión unidimensional tomando en consideración las condiciones iniciales y de frontera. Las soluciones analíticas son utilizadas para comparar modelos numéricos.

C A P Í T U L O 3

PROTOTIPO DEL INYECTOR DE FERTILIZANTE

3.1. Descripción del prototipo

En el laboratorio de hidráulica del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) se desarrolló e instaló un prototipo del inyector de fertilizante (Fig. 6).

En la tabla No. 1 se presenta una lista de las piezas que se utilizaron para la construcción del prototipo del inyector de fertilizante.

Tabla No. 1. Material utilizado para el prototipo

DESCRIPCIÓN	UNIDAD	CANTIDAD
Tinaco rotoplás de 450 l	pza.	1
Niple de Fo. Go. de 2 pulg.	pza.	1
Reducción bushing Fo. Go. de 2 a 3/4 de pulg.	pza.	1
Niple de Fo. Go. de 3/4 de pulg.	pza.	4
Válvula de compuerta de 3/4 de pulg.	pza.	2
Abrazadera de 3/4 de pulg.	pza.	6
Manguera flexible transparente de 3/4 de pulg.	m	3
Válvula de flotador de 3/4 de pulg.	pza.	1
Tanque de acrílico de 0.50x0.20x0.35 m	pza.	1
Abrazadera de PVC de 6 pulg.	pza.	1
Tuerca unión Fo. Go. de 3/4 de pulg.	pza.	1
Pieza especial de cobre de 3/4 de pulg.	pza.	1

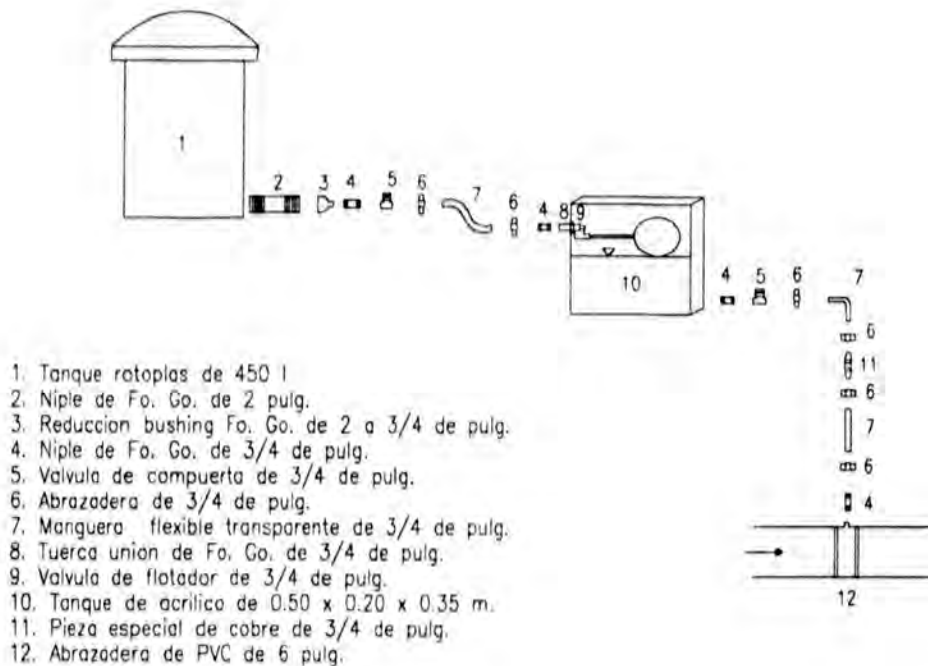


Fig. 6. Prototipo del inyector de fertilizante

Las partes principales del prototipo son las siguientes:

- A. Tanque fertilizador
- B. Sistema regulador de carga constante
- C. Dispositivo de calibración

A. Tanque fertilizador

Funciona como depósito y es donde se dosifica la solución fertilizadora a la concentración necesaria antes de ser inyectada al sistema de riego. El material que se propone para el tanque es de plástico, con la finalidad de evitar la corrosión que se pudiera provocar por el contacto con la solución. El tanque se debe de mantener completamente cerrado durante todo el tiempo de operación, con la finalidad de evitar la entrada de objetos y sustancias extrañas que puedan alterar la concentración dosificada.

La salida del tanque hacia la caja reguladora, se encuentra ubicada en la parte inferior, y es controlada por medio de una válvula de paso para regular el flujo hacia la caja.

B. Sistema regulador de carga constante

El sistema regulador consiste de una caja de acrílico, en cuyo interior se encuentra una válvula de flotador, la cuál tiene la función de mantener la carga hidráulica constante. De esta manera se puede asegurar un gasto de inyección constante al sistema de riego.

A la salida del sistema regulador se ubicó una válvula de paso para regular el flujo de la solución fertilizadora hacia la tubería principal.

C. Dispositivo de calibración

El dispositivo de calibración consiste de una pieza especial de cobre, la cuál generalmente es usada en instalaciones hidráulicas para jardinería.

Gracias a la implementación de esta pieza especial (Fig. 7), el dispositivo inyector toma una característica de gran practicidad y dinamismo, ya que en su parte interior, se puede colocar una rondana de cierto diámetro, la cuál se puede cambiar de acuerdo al gasto de inyección que se requiera y también permite realizar la operación de limpieza en caso de taponamiento.

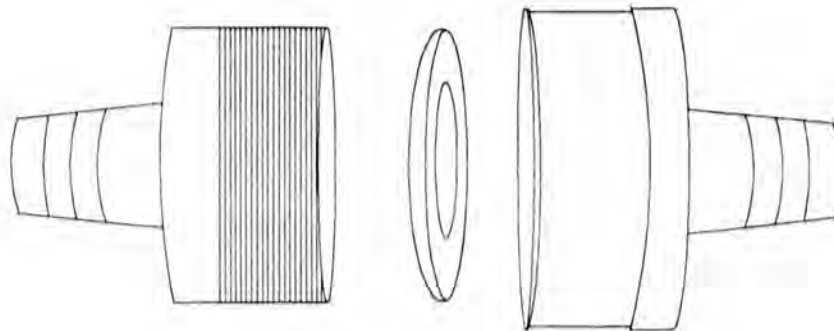


Fig. 7. Dispositivo de calibración

3.2. Funcionamiento del dispositivo inyector de fertilizante

El funcionamiento del dispositivo inyector de fertilizante se puede resumir en los siguientes pasos:

1. Se llena el tanque con la solución fertilizadora en forma directa. El volumen del tanque se calcula previamente tomando en consideración el tiempo de duración del riego del cultivo, área total de riego, solubilidad del químico, entre otros aspectos.
2. Se abre la válvula de compuerta para dar paso al flujo de la solución fertilizadora del tanque hacia el sistema regulador de carga constante, manteniendo cerrada la válvula de paso a la salida de la caja reguladora.
3. Posteriormente se abre completamente la otra válvula de paso para poder iniciar la inyección de la mezcla fertilizadora dentro de la tubería de riego.
4. En este momento, la válvula de flotador comienza a descender en su nivel dentro de la caja reguladora durante un tiempo muy corto (este lapso de tiempo depende del grado de sensibilidad de cada modelo de flotador), para finalmente establecerse en un nivel constante.
5. La válvula de flotador opera de acuerdo al principio de empuje y flotación, manteniendo un nivel constante dentro de la caja reguladora, lo que asegura que el dispositivo inyecte la solución fertilizadora en forma constante.
6. Se recomienda que el nivel de la carga hidráulica dentro de la caja reguladora sea mayor que la carga de presión en la tubería de riego por compuertas, con la finalidad de evitar un retroceso del flujo.

3.3. Cálculo de la dosis de fertilizante

3.3.1. Fertilizantes utilizados en el riego

Los químicos más utilizados para fertilizar en un sistema de riego son el nitrógeno (N), el fósforo (P) y el potasio (K).

Los fertilizantes comerciales tienen diferentes porcentajes de N-P-K, los cuales son mostrados en la tabla No. 2.

Tabla No. 2. Composición de algunos fertilizantes

Fertilizante	N(%)	K(%)	P(%)	Ca(%)	S(%)
Nitrato de amonio	33.5				
Sulfato de amonio	21				24
Aquaamonía	20				
Nitrato de calcio	15.5			21	
Urea	46				
Cloruro de potasio		60			
Nitrato de potasio	13	44			
Sulfato de potasio		50			
Fosfato Biamónico	18		46		
Fosfato amónico		11	48		
Acido fosfórico			52		

Comercialmente, los fertilizantes pueden adquirirse en estado sólido o líquido.

Muchos fertilizantes en estado sólido pueden solubilizarse para poder aplicarlos al sistema de riego. También existen mezclas de nitrógeno, fósforo y potasio en estado soluble que ya se encuentran balanceadas.

Entre los fertilizantes de mayor solubilidad se encuentran el nitrato de amonio, el nitrato de calcio y la urea.

En la tabla No. 3 se presentan valores de solubilidad para diferentes fertilizantes. Estos valores de solubilidades son válidos para fertilizante puro y con agua pura. Para conocer la solubilidad real es necesario hacer pruebas de mezclado de fertilizante.

Tabla No. 3. Solubilidad para diferentes fertilizantes comerciales

Fertilizante	Fórmula	Solubilidad en Kg/m ³ a diferentes temperaturas		
		Fría	Templada	Caliente
Cloruro de amonio	NH ₄ Cl	279 (0)	-----	758 (100)
Nitrato de amonio	NH ₄ NO ₃	1183 (0)	1950 (20)	3440 (50)
Fosfato de monoamonio	NH ₄ H ₂ PO ₄	227 (0)	282 (20)	417 (50)
Fosfato biamónico	(NH ₄) ₂ HPO ₄	429 (0)	400 (20)	1050 (70)
Sulfato de amonio	NH ₄ SO ₄	706 (0)	760 (20)	850 (50)
Cloruro de potasio	KCl	280 (0)	347 (20)	430 (50)
Nitrato de potasio	KNO ₃	133 (0)	316 (20)	860 (50)
Sulfato de potasio	K ₂ SO ₄	69 (0)	110 (20)	170 (50)
Fosfato monopotásico	KH ₂ PO ₄	-----	330 (25)	835 (90)
Fosfato dipotásico	K ₂ HPO ₄	-----	30 (25)	830 (90)
Nitrato de calcio	Ca(NO ₃) ₂	1020 (0)	3410 (25)	3760 (100)
Nitrato de magnesio	Mg(NO ₃) ₂	-----	423 (18)	578 (90)
Fosfato monocálcico	Ca(H ₂ PO ₄) ₂	Insoluble	Insoluble	Insoluble
Acido fosfórico	H ₃ PO ₄	-----	5480 (25)	-----
Sulfato de calcio	CaSO ₄	Insoluble	Insoluble	Insoluble
Urea	(NH ₂) ₂ CO	780 (5)	1193 (25)	-----

NOTA: Los números entre paréntesis de las columnas 3, 4 y 5 representan la temperatura de la solución en °C.

3.3.2. Cálculo de la dosis por inyectar

Para calcular la dosis de fertilizante por inyectar se puede utilizar la siguiente metodología (Enciso, 1995).

1. Datos necesarios

Dosis necesaria: 210-45-0

La primera cifra se refiere a los kg/ha de nitrógeno (N) necesarios, la segunda al fósforo (P) y la tercera al potasio (K).

Fertilizantes utilizados

Urea (46% de N)

Fosfato biamónico (18% de N, 46% de P)

Superficie por regar : 3 ha

Número de riegos en la temporada del cultivo: 3 riegos

2. Cálculo de la cantidad de Nitrógeno (N) y de Fósforo (P)

Cantidad de N = $210/3 = 70$ kg/ha/riego

Cantidad de P = $45/3 = 15$ kg/ha/riego

3. Se calcula la cantidad de los fertilizantes comerciales requeridos en cada uno de los riegos.

Fósforo (P)

El fósforo se puede extraer del fosfato biamónico (46 % de P)

Resolviendo por medio de una regla de tres simple tenemos:

100 kg de Fosfato biamónico	_____	46 kg de P
Fosfato biamónico necesario	_____	15 kg de P

Fosfato biamónico necesario = 33 kg/ha/riego

Nitrógeno (N):

Pero el fosfato biamónico contiene 18% de nitrógeno, por lo tanto:

100 kg de Fosfato biamónico	_____	18 kg de N
33 kg de Fosfato biamónico	_____	x kg de N

$$x = 6 \text{ kg de N}$$

Por lo que la cantidad de nitrógeno que debemos extraer de la urea es:

$$\text{Cantidad de N} = 70 \text{ kg} - 6 \text{ kg} = 64 \text{ kg de N}$$

Entonces la cantidad de urea requerida es:

100 kg de Urea	_____	46 kg de N
Cantidad de Urea necesaria	_____	64 kg de N

$$\text{Cantidad de Urea necesaria} = 139.13 \text{ kg/ha/riego}$$

Resumiendo se tiene que las cantidades de los fertilizantes comerciales necesarios son:

Urea	139.13 kg/ha/riego
Fosfato biamónico	33.00 kg/ha/riego

3.4. Cálculo del volumen del tanque fertilizador

Para seleccionar la capacidad del tanque fertilizador es necesario conocer la superficie a fertirrigar y las características principales del fertilizante, como son la solubilidad y el peso, entre otras.

El volumen del tanque fertilizador se puede calcular con la siguiente fórmula (Enciso, 1995).

$$V_o = n \left[\frac{Q_q A}{S} + \frac{W_f}{p_o} \right] \quad (31)$$

donde:

n = Número de aplicaciones que se realizarán antes de volver a llenar el tanque

Q_q = Cantidad del químico que se debe proporcionar en cada aplicación en kg/ha

A = Área total a fertilizar en ha

S = Solubilidad del químico en kg/m³

W_f = Peso total del fertilizante que se depositará en el tanque para realizar la mezcla en kg

p_o = Peso de la muestra de fertilizante entre el volumen ocupado por el mismo químico pero disuelto en agua en kg/m³

Los datos del ejemplo son:

n	= 1	
Q _q (urea)	= 139.13	kg/ha
Q _q (fosfato biamónico)	= 33	kg/ha
A	= 3	ha
S(urea)	= 1193	kg/m ³
S(fosfato biamónico)	= 400	kg/m ³
W _f (urea)	= 417.39	kg
W _f (fosfato biamónico)	= 99	kg
p _o (urea)	= 1500	kg/m ³
p _o (fosfato biamónico)	= 2000	kg/m ³

Sustituyendo datos se tiene:

$$V_o = 1 \left[\left[\frac{139.13 \times 3}{1193} + \frac{139.13 \times 3}{1500} \right] + \left[\frac{33 \times 3}{400} + \frac{33 \times 3}{2000} \right] \right]$$

De donde el volumen del tanque fertilizador resulta de:

$$V_o = 920 \text{ l}$$

3.5. Dimensionamiento del dispositivo de calibración

Para que la solución fertilizante sea distribuida uniformemente durante el riego se requiere que el inyector propuesto aplique el fertilizante con un gasto constante. De aquí que el diseño del dispositivo de calibración sea de importancia para el funcionamiento hidráulico del dispositivo inyector.

1. Cálculo del gasto de inyección (Glen, H., et al, 1990).

$$q_i = \frac{D_r A}{t} \quad (32)$$

donde:

q_i = gasto de inyección del fertilizante [L^3T^{-1}]

D_r = Dosis requerida por hectárea [L^3/L^2]

A = Área total bajo riego [L^2]

t = tiempo total de riego [T]

Sustituyendo datos:

$$q_i = \frac{(306.67)1}{3}$$

De donde el gasto de inyección es:

$$q_i = 102.22 \text{ l / hr} = 0.0000284 \text{ m}^3 / \text{s}$$

2. Cálculo del diámetro del dispositivo de calibración

Aplicando la ecuación de la energía entre el nivel de la solución fertilizante en la caja reguladora y la salida del inyector dentro de la tubería de riego por compuertas se tiene:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h$$

En este caso no se hace necesario el cálculo de las pérdidas de energía por fricción debido a que se trata de un problema local de flujo, donde las pérdidas son locales y se deben más bien a efectos de aceleraciones súbitas del flujo; y, es en estructuras de longitud considerable donde las pérdidas por fricción son importantes (Sotelo, 1974), por lo que se tiene:

$$\Delta h = z_1 - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g}$$

Para tomar en consideración las pérdidas de energía locales se corrige la velocidad teórica por un coeficiente de velocidad C_v (Sotelo, 1974).

$$v_2 = C_v \sqrt{2g \left(z_1 - \frac{P_2}{\gamma} \right)}$$

Smith y Walker encontraron experimentalmente valores de C_v que varían entre 0.954 y 0.991 para orificios con diferentes diámetros (Brater y King, 1976).

Considerando un C_v promedio de estos valores, una carga hidráulica sobre el orificio de 1.00 m y una carga de presión de 0.80 m en la tubería de riego se tiene:

$$v_2 = 0.97 \sqrt{2 \times 9.81 \times (1.00 - 0.80)} = 1.92 \text{ m/s}$$

Por otro lado se sabe que:

$$q_1 = Av_2$$

De aquí que el diámetro del dispositivo de calibración es:

$$D = \sqrt{\frac{0.0000284}{0.785 \times 1.92}} = 0.0043 \text{ m} = 4.3 \text{ mm}$$

3.6. Calibración del prototipo

3.6.1. Mediciones en laboratorio

Se realizaron aforos para diferentes diámetros del dispositivo de calibración, y para diversas cargas hidráulicas en relación al punto de inyección.

Los diámetros utilizados fueron de 3.5, 6.5, 8.3 y 10 mm, con una variación de cargas hidráulicas desde 5 a 50 cm (Tabla No. 4).

Tabla No. 4. Aforos de laboratorio

D (mm)	3.5	6.5	8.3	10
CARGA (m)	GASTO (l/min)	GASTO (l/min)	GASTO (l/min)	GASTO (l/min)
0.05	0.58	1.84	3.02	3.6
0.10	0.72	2.42	3.33	5.1
0.15	0.87	2.83	3.8	5.90
0.20	1.000	3.060	4.690	7.220
0.25	1.120	3.640	5.490	8.100
0.30	1.250	3.700	5.570	8.800
0.35	1.330	3.840	6.100	9.800
0.40	1.380	4.060	6.300	10.000
0.45	1.500	4.180	6.490	10.400
0.50	1.550	4.450	7.330	10.700

3.6.2. Proceso matemático

Partiendo de la expresión que proporciona el gasto en un orificio ahogado:

$$Q = C_d A \sqrt{2 g \Delta h} \quad (33)$$

donde:

A = área del orificio

C_d = coeficiente de descarga

g = aceleración de la gravedad
 Δh = carga neta sobre el orificio

De acuerdo a la tabla No. 4, se observa que los datos están relacionados exponencialmente; y como el gasto Q depende del coeficiente de descarga (C_d), carga neta sobre el orificio (Δh) y del área (A); la ecuación anterior puede ser representada mediante la función empírica del tipo (Kennedy, 1992):

$$Q = \beta_0 d^{\beta_1} \Delta h^{\beta_2} \quad (34)$$

Esta ecuación es más fácil de evaluar puesto que no se requiere el valor del coeficiente de descarga (C_d).

En esta función el gasto (Q) depende de la carga hidráulica neta (Δh) y del diámetro del orificio (d) y además β_0 , β_1 y β_2 son sus parámetros.

Cuando las variables no se relacionan en forma lineal, es posible usar los conceptos de relación lineal para obtener una ecuación de regresión.

El método que usualmente se sigue cuando los datos se comportan exponencialmente, consiste en considerar el logaritmo de la ecuación. Entonces, si se toma logaritmos a la ecuación (34), que es el caso de dos variables independientes, tenemos que:

$$\ln y = \ln \alpha + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2 \quad (35)$$

que puede ser representada en la forma:

$$y' = \alpha' + \beta_1 X_1' + \beta_2 X_2' \quad (36)$$

donde:

$$\begin{aligned}y' &= \ln y \\X'_1 &= \ln X_1 \\X'_2 &= \ln X_2 \\ \alpha' &= \ln \alpha\end{aligned}$$

El análisis de la ecuación (36) se puede realizar en forma similar al de una correlación lineal múltiple.

En este caso, considerando que las ecuaciones normales son (Aparicio, 1989):

$$\sum y' = \alpha n + \beta_1 \sum X'_1 + \beta_2 \sum X'_2 \quad (37)$$

$$\sum (X'_1 y') = \alpha \sum X'_1 + \beta_1 \sum (X'_1)^2 + \beta_2 \sum (X'_1 X'_2) \quad (38)$$

$$\sum (X'_2 y') = \alpha \sum X'_2 + \beta_1 \sum (X'_1 X'_2) + \beta_2 \sum (X'_2)^2 \quad (39)$$

Este sistema de ecuaciones puede ser resuelto por cualquiera de los métodos numéricos conocidos para la solución de sistemas de ecuaciones lineales. La solución proporciona los valores de α , β_1 y β_2 .

Para determinar el grado de dispersión que existe entre los puntos medidos y la recta o curva generada por el análisis de regresión, se calcula el coeficiente de correlación lineal múltiple como sigue (Aparicio, 1989):

$$R = \sqrt{\left(1 - \frac{S_y^2(x_1, x_2)}{S_y^2} \right)} \quad (40)$$

donde:

$$S_y^2(x_1, x_2) = \frac{1}{n-3} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (41)$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad (42)$$

donde:

S_y^2 = Varianza de y

\hat{y} = Valor estimado de y para X_{1i} y X_{2i}

\bar{y} = Media de y

El coeficiente de correlación R varía entre -1 y +1. Cuando su valor se acerca a -1 (en el caso de $\beta < 0$) o al valor de +1 ($\beta > 0$) se dice que hay una buena dependencia o correlación lineal entre las variables X, y. Cuando el coeficiente de correlación $R \rightarrow 0$, entonces dicha correlación no es aceptable (Bowker y Lieberman, 1981).

Resolviendo el sistema de ecuaciones derivado de los datos planteados en el cuadro 4, se obtiene la ecuación que permite calcular el gasto que inyecta el dispositivo.

$$Q = 1.142 d^{1.84} \Delta h^{0.50} \quad (43)$$

donde:

Q = Gasto del inyector en m³/s

d = Diámetro del dispositivo de calibración en m

Δh = Carga hidráulica neta en m

y el valor del coeficiente de correlación es:

R = 0.994

Se observa que existe una buena correlación entre las tres variables, esto se puede verificar en la gráfica 1. Por lo tanto, se concluye que la ecuación (43) es válida para calcular el gasto del dispositivo inyector de fertilizante.

3.6.3. Curvas de calibración

Con la ecuación (43) se obtuvieron las curvas de calibración carga-gasto que se presentan en las gráficas 2 y 3 para diferentes diámetros del dispositivo de calibración. Es importante hacer notar que estas curvas son válidas únicamente para el prototipo de inyector construido en el laboratorio, pero dan una idea aproximada del comportamiento hidráulico de algún otro inyector de características semejantes operado en campo. Se recomienda, de preferencia, hacer una calibración para cada dispositivo inyector de fertilizante, en particular.

3.7. RESUMEN

El capítulo 3 inicia con una descripción del funcionamiento de las partes principales del prototipo del inyector de fertilizante, el cuál se instaló en el laboratorio del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Estas partes son: tanque fertilizador, sistema regulador de carga constante y dispositivo de calibración.

El funcionamiento del dispositivo inyector de fertilizante propuesto está basado en el principio hidráulico de empuje y flotación, además, se da un breve instructivo de la operación del dispositivo, así como recomendaciones necesarias para evitar el retroceso del flujo y para mantener el gasto de inyección de la solución en forma constante.

Los principales elementos químicos utilizados para la fertilización son el nitrógeno (N), el fósforo (P) y el potasio (K), los cuales pueden ser adquiridos comercialmente en estado sólido o líquido.

Se utiliza una metodología para calcular la dosis de fertilizante por inyectar, tomando como datos de entrada la dosis necesaria de los principales elementos químicos (N, P, K), fertilizantes disponibles en la región, superficie por fertirrigar y número de riegos en la temporada del cultivo. Con las cantidades calculadas

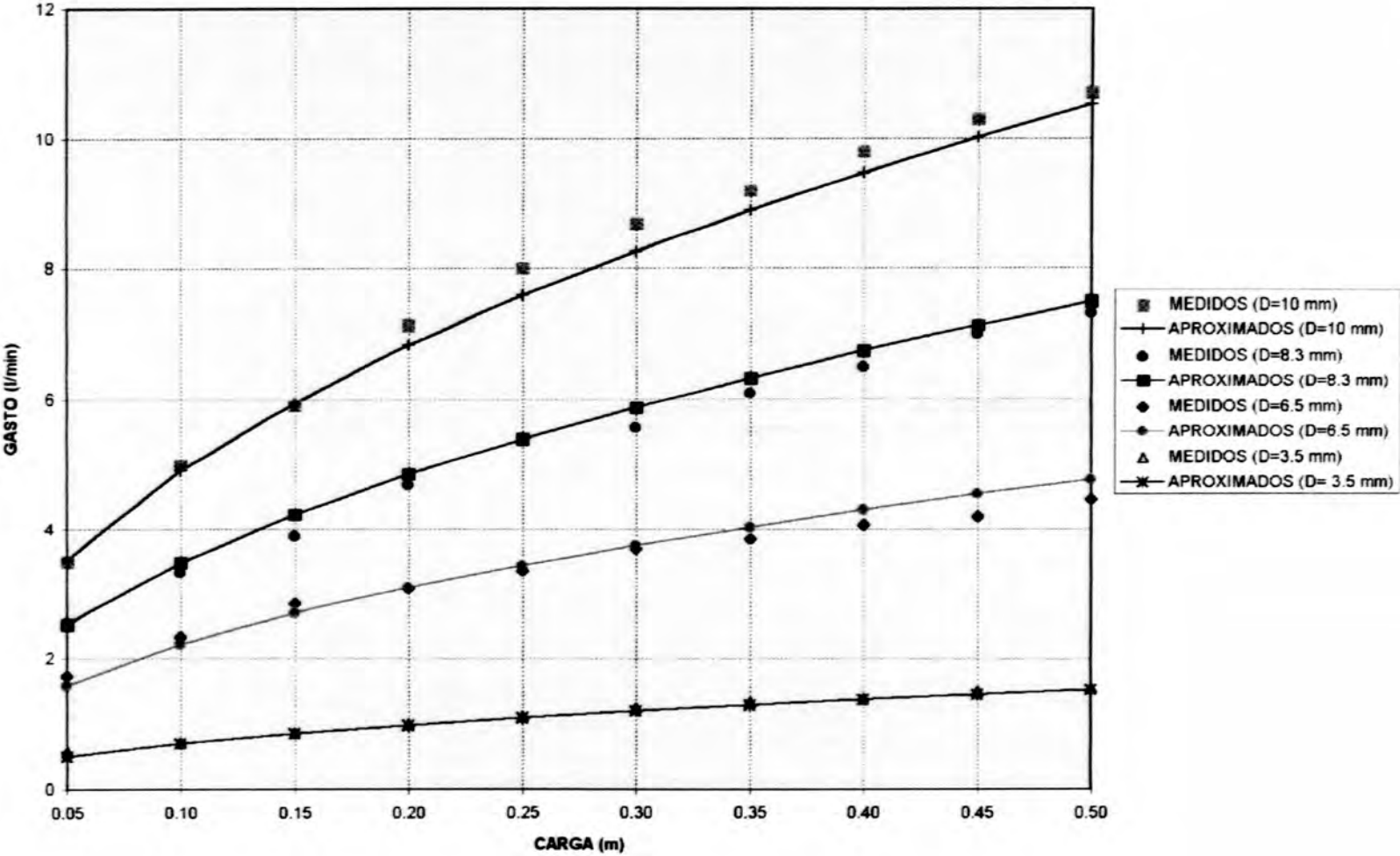
de los fertilizantes, solubilidad, peso específico y número de aplicaciones antes de volver a llenar el tanque; se procede a calcular el volumen del tanque fertilizador.

Considerando el objetivo de proponer un equipo inyector de gasto constante y uniforme durante la duración del riego, el dispositivo de calibración se dimensiona calculando previamente el gasto de inyección con datos de tiempo total de riego, superficie por regar y la dosis de fertilizante, entre otros.

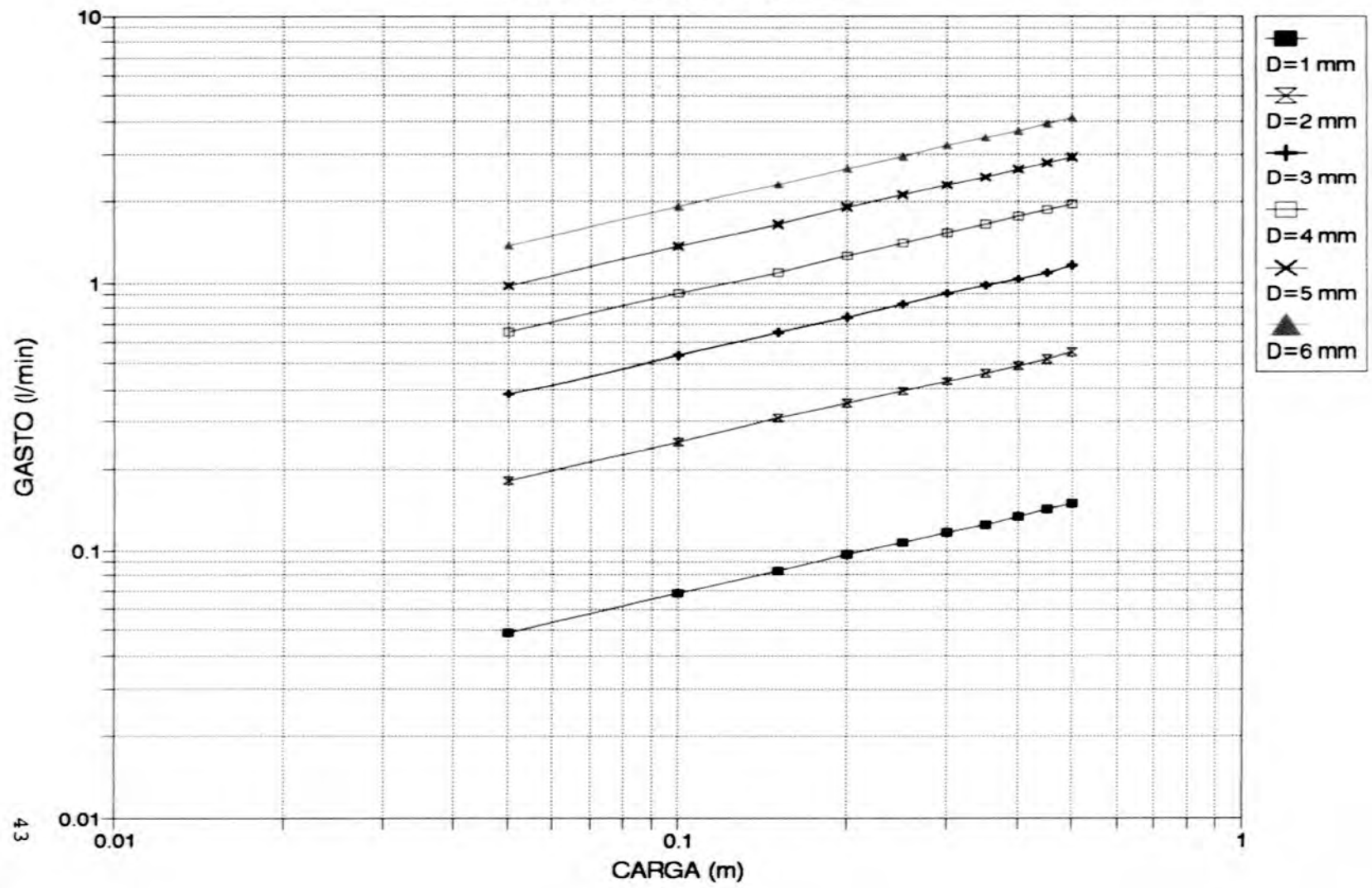
Finalmente, se da una explicación del procedimiento utilizado para realizar la calibración del prototipo inyector; y se presentan las curvas de calibración carga-gasto obtenidas para el prototipo en particular, para diferentes diámetros de inyección.

CURVAS DE CORRELACIÓN

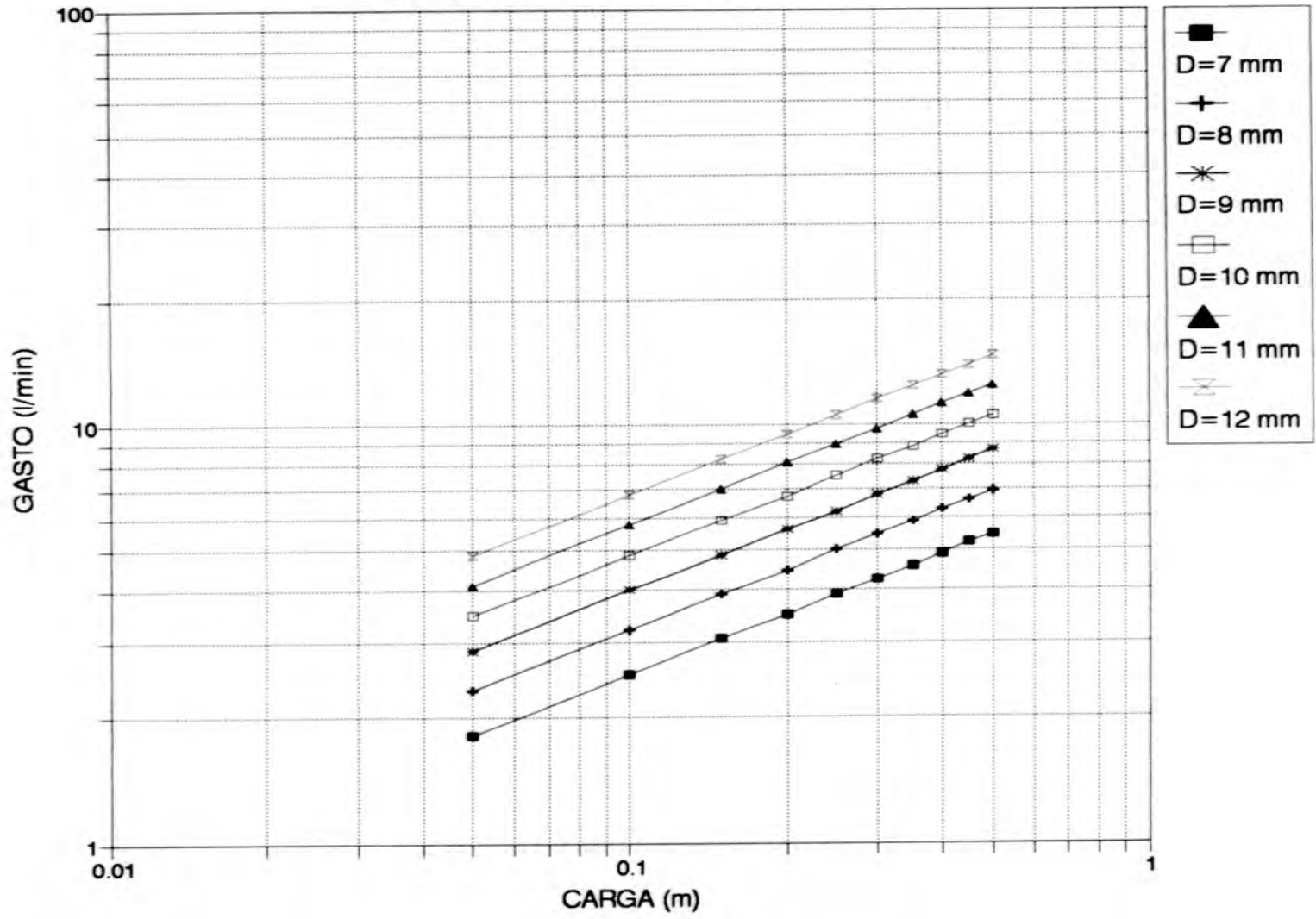
Gráfica 1. Correlación entre los datos medidos y los datos aproximados por la ecuación



CURVAS CARGA-GASTO
Grafica 2. Diametros menores de 7 mm



CURVAS CARGA-GASTO
 Grafica 3. Diametros mayores de 6 mm



C A P Í T U L O 4

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LAS CONCENTRACIONES DE FERTILIZANTE EN UNA TUBERÍA DE RIEGO POR COMPUERTAS

4.1. Planteamiento del problema

En su mayor parte, los fenómenos físicos que estudia la ingeniería hidráulica se pueden representar por medio de modelos matemáticos. Pero en muchas ocasiones resulta casi imposible llegar a la solución analítica de estos modelos. En tales situaciones, se refleja la importancia del uso de métodos numéricos para obtener una solución aproximada de la ecuación representativa del modelo.

El problema fundamental que se plantea es como simular numéricamente las concentraciones del fertilizante a lo largo de una tubería de riego por compuertas, para gastos constantes e iguales en cada compuerta. Todo esto con la finalidad de recomendar una alternativa de fertirriego con la cuál se pueda obtener alta uniformidad en la aplicación del fertilizante.

4.2. Selección del método numérico

En el capítulo 3 se derivó la ecuación que gobierna el fenómeno de convección-difusión de un soluto (fertilizante) llamada ecuación de dispersión unidimensional (22).

La ecuación de dispersión unidimensional es una ecuación diferencial parcial y de segundo orden, clasificada como de tipo parabólica, ya que al compararla con la forma estándar de una ecuación con dos variables independientes x y t (44) se puede encontrar que $B^2 - 4AC = 0$.

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} + B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + C \frac{\partial^2 u}{\partial^2 t} + D(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial t}) = 0 \quad (44)$$

Donde A, B, C y D son funciones de x y t.

Por tal razón, como alternativa de solución numérica a la ecuación de dispersión unidimensional se propone el método de diferencias finitas (Fuentes, O. y Martínez, 1990).

4.3. Discretización de la ecuación de dispersión unidimensional

A partir de la ecuación de dispersión unidimensional, se procede a discretizar por diferencias finitas cada uno de sus elementos, por medio de una aproximación adelante en el tiempo, atrás en la distancia y a la segunda derivada por Crank-Nicholson (Martínez y Puente, 1994):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C_i^{t+1} - C_i^t}{\Delta t} \quad (45)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{C_i^t - C_{i-1}^t}{\Delta x} \quad (46)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial^2 x} = \frac{1}{2} \left(\frac{C_{i+1}^t - 2C_i^t + C_{i-1}^t}{\Delta x^2} + \frac{C_{i+1}^{t+1} - 2C_i^{t+1} + C_{i-1}^{t+1}}{\Delta x^2} \right) \quad (47)$$

Este último término se considera que corresponde a un punto ubicado a la mitad del intervalo de tiempo, promediando las diferencias del inicio y fin de dicho intervalo.

Ahora, si se afecta la ecuación (47) por un factor de peso θ , se tiene:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial^2 x} = \frac{1}{\Delta x^2} [\theta (C_{i+1}^{t+1} - 2C_i^{t+1} + C_{i-1}^{t+1}) + (1-\theta) (C_{i+1}^t - 2C_i^t + C_{i-1}^t)] \quad (48)$$

donde $0 \leq \theta \leq 1$

Sustituyendo las diferencias en la ecuación (22) y multiplicando por Δt :

$$C_i^{t+1} - C_i^t + \frac{u\Delta t}{\Delta x} C_i^t - \frac{u\Delta t}{\Delta x} C_{i-1}^t = \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} [\theta (C_{i+1}^{t+1} - 2C_i^{t+1} + C_{i-1}^{t+1}) + (1-\theta) (C_{i+1}^t - 2C_i^t + C_{i-1}^t)] \quad (49)$$

Sabiendo que:

$$CR = u \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (50)$$

$$P = u \frac{\Delta x}{D\Delta t} \quad (51)$$

donde:

CR= Número de malla de Courant.

P= Número de malla de Peclét

Si hacemos:

$$\lambda = \frac{CR}{P} = D\Delta t \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad (52)$$

Finalmente, reordenando se obtiene el esquema discretizado por diferencias finitas:

$$C_i^{t+1} - C_i^t + CR C_i^t - CR C_{i-1}^t = \lambda [\theta (C_{i+1}^{t+1} - 2C_i^{t+1} + C_{i-1}^{t+1}) + (1-\theta) (C_{i+1}^t - 2C_i^t + C_{i-1}^t)] \quad (53)$$

Dependiendo del valor del factor de peso en el tiempo (θ), se puede distinguir tres esquemas numéricos por diferencias finitas:

- a). El esquema explícito cuando $\theta=0$
- b). El esquema implícito cuando $\theta=1$
- c). El esquema implícito de Crank-Nicholson cuando $\theta=0.5$

4.4. Selección del esquema numérico

Dentro del método de diferencias finitas se han desarrollado los esquemas llamados explícitos e implícitos.

En el esquema explícito, en la ecuación solamente aparece una incógnita, y para solucionarla no se requiere resolver un sistema de ecuaciones.

En el esquema implícito, en la ecuación aparecen más de una incógnita, por lo tanto se hace necesario resolver un sistema de ecuaciones para llegar a su solución.

Un criterio que se podría utilizar para definir aproximadamente la utilización de un esquema explícito o un implícito, o también entre los de un mismo tipo de esquema, radica en el tipo de aproximaciones con diferencias utilizado para desarrollar el esquema. Se ha observado que los esquemas numéricos que utilizan aproximaciones con diferencias centradas se asemejan más a la solución analítica de la ecuación, sin embargo, no se recomienda su uso generalizado. Esto posiblemente se debe al error de truncado que se genera al realizar las aproximaciones de las derivadas, que en el caso de las diferencias centradas es de orden (Δx^2) y en las diferencias hacia atrás y hacia adelante es de orden (Δx) (Haberman, 1990).

Por otro lado, la utilización del esquema explícito requiere que el intervalo de tiempo sea muy pequeño para asegurar la estabilidad del mismo ($\lambda \leq 0.5$); mientras que los esquemas implícitos son menos rígidos en este aspecto ($\lambda > 0$), aunque también a medida que se incrementan los intervalos de tiempo, los resultados se alejan más de la solución analítica (Fuentes y Martínez, 1988).

Por las razones expuestas, para resolver el problema planteado, se propone la utilización del esquema implícito discretizado a la segunda derivada por Crank-Nicholson ($\theta=0.5$).

$$\frac{\lambda}{2} C_{i-1}^{t+1} - (1+\lambda) C_i^{t+1} + \frac{\lambda}{2} C_{i+1}^{t+1} = \left(-\frac{\lambda}{2}\right) C_{i-1}^t + (\lambda-1+CR) C_i^t - \left(CR + \frac{\lambda}{2}\right) C_{i+1}^t \quad (54)$$

4.5. Condiciones iniciales y de frontera

El algoritmo desarrollado considera flujo hidráulico uniforme en los tramos separados por las compuertas en la tubería de riego, con una sola fuente de mezcla fertilizadora (dispositivo inyector).

El procedimiento consiste en aplicar el esquema numérico en cada uno de los tramos separados por las compuertas, bajo las siguientes condiciones iniciales y de frontera (Fig. 8):

Tramo Inicial

Condición inicial: $C(X,0) = 0$

Condición de frontera izquierda: $C(0,t) = C_0$

Considera la situación en la que se introduce la solución fertilizadora con una concentración constante C_0 en el tiempo, a través de la tubería de riego.

Condición de frontera derecha: $C(X,t) = 0$

Tramos Posteriores

El modelo asume una mezcla completa de la solución fertilizadora en los nodos de la tubería. Se considera mezcla completa cuando en un nodo de la tubería se tiene entradas y salidas de solución. La mezcla completa significa que toda el agua que ingresa se mezcla en el nodo; de tal manera que se obtiene una nueva concentración de la sustancia modelada en el nodo, con la cuál el agua sale después al siguiente tramo (Tzatchkov y Arreguín, 1996).

De acuerdo a la consideración anterior de mezcla completa en los nodos, las condiciones de frontera para los tramos posteriores se definen de la siguiente forma:

1. El modelo numérico considera un transporte de fronteras. La concentración calculada en la celda $j-1$ en un tramo (Fig. 8), se asume como frontera izquierda para el tramo posterior, y así sucesivamente para todos los tramos de la tubería.

2. Con la finalidad de reducir al mínimo el error producido por el transporte de fronteras, se asumió lo siguiente:

- a). La frontera derecha se asumió como la parte media de la longitud de la compuerta.
- b). El intervalo de espacio se asumió con un valor igual a la mitad de la longitud de la compuerta.

En la Fig. 9 se muestra como se obtienen las concentraciones en algunos nodos que se pueden presentar en una red de tuberías, referenciados de acuerdo al sentido de los gastos.

Si en un nodo el agua ingresa por una sola tubería (como es el caso en una tubería de riego por compuertas), en todas las tuberías que salen se tendrá la misma concentración que en la tubería de entrada (Fig. 9a).

En cada nodo se debe cumplir la ecuación general de balance de masa de la solución fertilizadora:

$$\sum (Q C)_I = \sum (Q C)_E \quad (55)$$

donde:

Q = Gasto de la solución fertilizadora
C = Concentración de la solución fertilizadora

Los subíndices I y E indican la aplicación de las sumatorias a los ingresos y extracciones de masa en cada nodo, de acuerdo al sentido del flujo.

Por ejemplo, si en un nodo se presenta una extracción de solución fertilizadora, su gasto se incluye en la sumatoria del lado derecho de la ecuación (55).

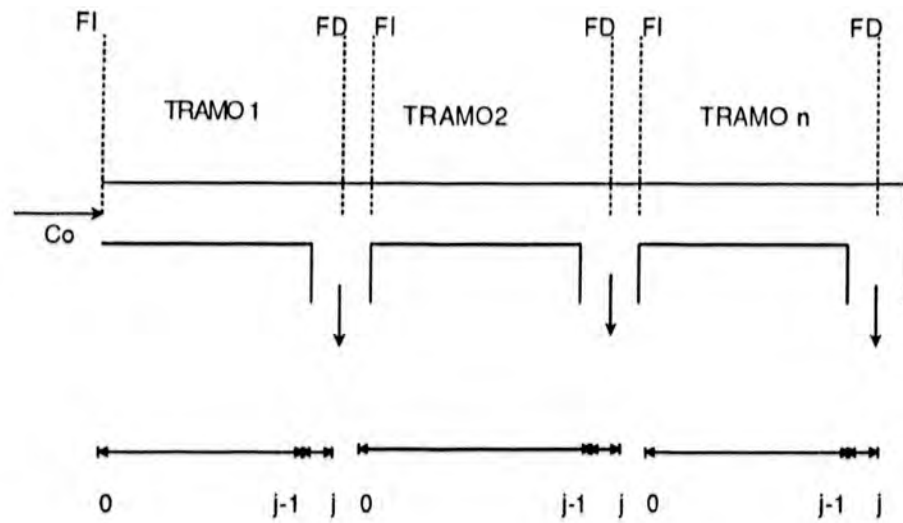


Fig. 8. Definición de fronteras

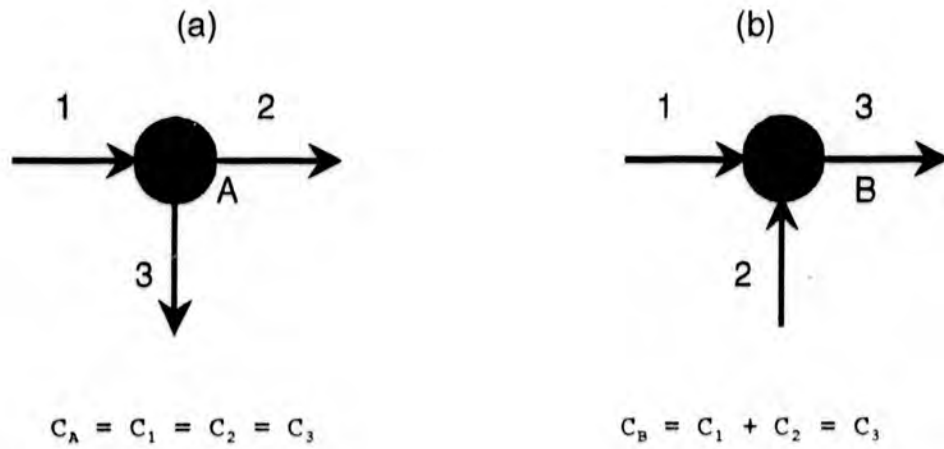


Fig. 9. Comportamiento de las concentraciones en algunos nodos

4.6. Solución del esquema numérico

La introducción de las condiciones de frontera en el esquema numérico, para diferentes intervalos de tiempo y de espacio, conduce al planteamiento de un sistema de ecuaciones lineales.

La matriz resultante posee coeficientes tridiagonales, debido al gran número de ceros que aparecen en patrones regulares. Esta matriz se llama generalmente tridiagonal ya que tiene la forma:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & & 0 \\ 0 & \dots & \dots & a_{n-1,n} & \\ 0 & 0 & a_{n,n-1} & a_{nn} & \end{bmatrix}$$

Esta propiedad de la matriz proporciona una simplificación considerable en el proceso de cálculo.

El método que se utiliza para resolver el sistema tridiagonal de ecuaciones lineales es el método de reducción de Crout.

Asumiendo que la matriz anterior puede factorizarse en las matrices triangulares L y U.

Como A tiene solamente $(3n-2)$ elementos distintos de cero, habrá sólo $(3n-2)$ condiciones a aplicar para determinar los elementos de L y U, siempre y cuando se obtengan también los elementos cero de A.

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & l_{n,n-1} & l_{nn} \end{bmatrix} \quad y \quad U = \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & \\ \dots & \dots & \dots & u_{n-1,n} & \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \end{bmatrix}$$

En este arreglo hay $(2n-1)$ elementos indeterminados de L y $(n-1)$ elementos indeterminados de U , los cuales en total son iguales, en número, a las condiciones mencionadas arriba y además, los elementos cero de la matriz A se obtienen automáticamente.

De la multiplicación de $A=LU$, sin contar los elementos cero, resultan las siguientes ecuaciones:

$$a_{11} = l_{11} \quad (a)$$

$$a_{i,i-1} = l_{i,i-1} \quad \text{para cada } i = 2, 3, \dots, n \quad (b)$$

$$a_{ii} = l_{i,i-1} u_{i-1,i} + l_{ii} \quad \text{para cada } i = 2, 3, \dots, n \quad (c)$$

$$a_{i,i+1} = l_{ii} u_{i,i+1} \quad \text{para cada } i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (d)$$

Una solución a este sistema de ecuaciones puede encontrarse obteniendo primero todos los términos diferentes de cero fuera de la diagonal de L , usando la ecuación (b). Posteriormente, con las ecuaciones (d) y (c) se obtienen alternadamente los demás elementos de U y L , los cuales se pueden ir guardando en los elementos correspondientes de a .

4.6.1. Algoritmo de reducción de Crout

Asumiendo el siguiente sistema de ecuaciones lineales $n \times n$, cuya matriz de coeficientes es tridiagonal, y se supone tiene solución única (Burden y Douglas, 1991).

$$\begin{array}{rcl}
 a_{11} C_1 + a_{12} C_2 & & = r_{1, n+1} \\
 a_{21} C_1 + a_{22} C_2 + a_{23} C_3 & & = r_{2, n+1} \\
 & \vdots & \vdots \\
 & \vdots & \vdots \\
 & \vdots & \vdots \\
 a_{n-1, n-2} C_{n-2} + a_{n-1, n-1} C_{n-1} + a_{n-1, n} C_n & & = r_{n-1, n+1} \\
 & a_{n, n-1} C_{n-1} + a_{nn} C_n & = r_{n, n+1}
 \end{array}$$

El procedimiento para resolver el sistema de ecuaciones es el siguiente:

1. Los datos de entrada son la dimensión n y los elementos de las tres diagonales de la matriz.

2. Hacer $l_{11} = a_{11}$

$$u_{12} = a_{12}/l_{11}$$

3. Para $i = 2, \dots, n-2$

$$l_{i,i-1} = a_{i,i-1} \quad (i\text{-ésimo renglón de } L)$$

$$l_{ii} = a_{ii} - l_{i,i-1} u_{i-1}$$

$$u_{i,i+1} = a_{i,i+1}/l_{ii} \quad [(i+1)\text{ columna de } U]$$

4. Tomar $l_{n,n-1} = a_{n,n-1}$

(n -ésimo renglón de L)

$$l_{nn} = a_{nn} - l_{n,n-1} u_{n-1,n}$$

5. Tomar $z_1 = a_{1,n+1}/l_{11}$

6. Para $i = 2, \dots, n$

$$z_i = \frac{[a_{i,n+1} - l_{i,i-1} * z_{i-1}]}{l_{ii}}$$

7. Hacer $C_n = Z_n$

8. Para $i = n-1, \dots, 1$

$$C_i = z_i - u_{i,i+1} C_{i+1}$$

9. Las salidas son:

C_1, C_2, \dots, C_n

10. Fin del algoritmo

Este algoritmo requiere solo de $(5n-4)$ multiplicaciones/divisiones y de $(3n-3)$ sumas/restas, y por consecuencia, tiene una ventaja computacional considerable sobre los métodos que no consideran la tridiagonalidad de la matriz, especialmente para valores grandes de n .

4.7. Resultados

Se considera el caso de una tubería de riego por compuertas en la cual se inyecta urea y fosfato biamónico. Se desea conocer el comportamiento de la concentración en el tiempo para cada una de las compuertas, y en particular, el tiempo que se tarda en alcanzar el valor de la concentración inyectada en todas las compuertas. Todo esto con la finalidad de obtener las mejores condiciones de eficiencia y de uniformidad en la aplicación del fertilizante.

Los datos del problema son:

Número de compuertas	= 25	
Separación entre compuertas	= 1.0	m
Gasto por compuerta	= 3.2	l/s
Diámetro de la tubería	= 0.2032	m
Concentración relativa de fertilizante	= 562	kg/m ³
Superficie bajo riego	= 3	ha
Tiempo total de riego	= 3	hr
Intervalo de tiempo	= 0.021	s
Intervalo de espacio	= 0.05	m

Las velocidades y los coeficientes de difusión en los tramos se consideran constantes en el modelo numérico.

En el problema planteado se asume que abriendo y cerrando compuertas, es posible calibrar las compuertas para descargar gastos constantes en las mismas. Por lo tanto, dado que se está garantizando los gastos en los tramos y se conoce el diámetro de la tubería, el problema del cálculo de velocidades en los tramos, se puede simplificar considerablemente al aplicar la ecuación de continuidad.

$$Q = A u$$

(56)

donde:

Q = Gasto en el tramo en m³/s

A = Área del tubo en m²

u = Velocidad media en el tramo en m/s

En la gráfica No. 4 se presenta el comportamiento de las concentraciones obtenidas con el esquema implícito en diferencias finitas, para tiempos de 60, 180 y 480 segundos, en cada uno de los nodos.

Para cuidar la estabilidad del esquema implícito se recomienda que se cumpla la condición $CR \leq 1$, la cuál es conocida como la condición de Courant, y que los valores para el coeficiente λ sean mayores de cero (Fuentes y Martínez, 1988).

En nuestro caso, se usaron valores de CR cercanos a la unidad, ya que se observó que estos valores proporcionaron la mayor estabilidad del esquema. Para asegurar que se cumpla esta condición en el esquema numérico, el intervalo de tiempo Δt se va variando en los tramos a medida que se va alcanzando la concentración en los tramos anteriores, ya que por las características particulares del problema, se hace más difícil modificar el incremento de distancia Δx .

Las velocidades y coeficientes de difusión obtenidos en los tramos se presentan en la tabla No. 5.

4.8. Resumen

Al principio del capítulo se hace un planteamiento del problema por resolver, el cuál consiste en obtener la simulación numérica de las concentraciones de fertilizante en una tubería de riego por compuertas, con la finalidad de tener un parámetro de evaluación sobre la eficiencia de aplicación del dispositivo inyector de fertilizante, y como consecuencia, estar en condiciones de dar una opinión sobre la uniformidad de aplicación del fertirriego.

CURVA DE CONCENTRACIÓN

Gràfica 4. Concentraciones de fertilizante en el tiempo

LS

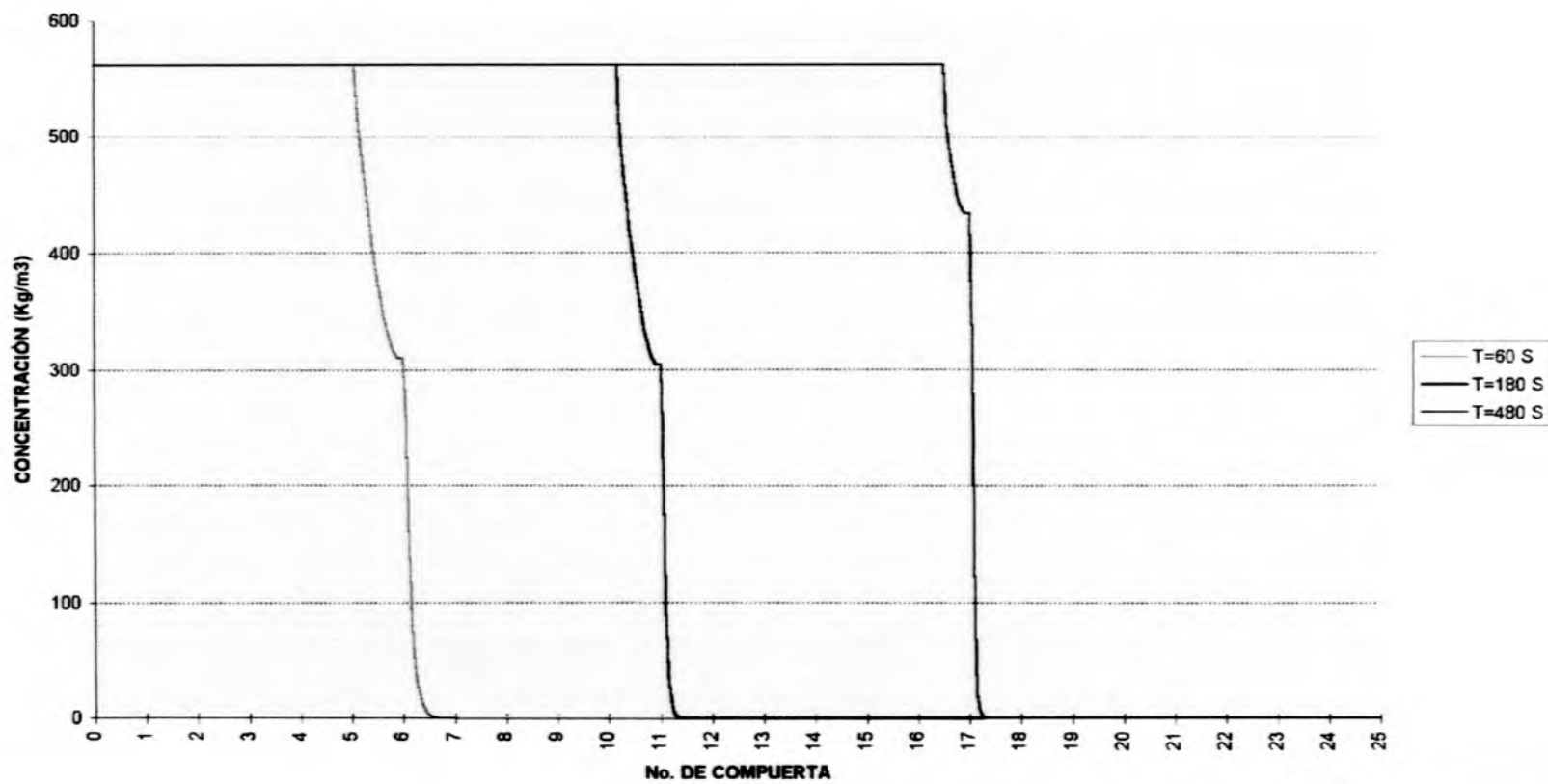


Tabla No. 5. Velocidades y Coeficientes de difusión

No. TRAMO	LONGITUD (m)	DIÁMETRO (m)	VELOCIDAD (m/s)	COEF. DIF. (m ² /S)
1	1	0.2032	2.4669	0.0446
2	1	0.2032	2.3682	0.0429
3	1	0.2032	2.2695	0.0413
4	1	0.2032	2.1709	0.0397
5	1	0.2032	2.0722	0.0380
6	1	0.2032	1.9735	0.0364
7	1	0.2032	1.8748	0.0347
8	1	0.2032	1.7762	0.0331
9	1	0.2032	1.6775	0.0314
10	1	0.2032	1.5788	0.0297
11	1	0.2032	1.4801	0.0280
12	1	0.2032	1.3815	0.0263
13	1	0.2032	1.2828	0.0246
14	1	0.2032	1.1841	0.0229
15	1	0.2032	1.0854	0.0212
16	1	0.2032	0.9868	0.0194
17	1	0.2032	0.8881	0.0177
18	1	0.2032	0.7894	0.0159
19	1	0.2032	0.6907	0.0141
20	1	0.2032	0.5921	0.0123
21	1	0.2032	0.4934	0.0104
22	1	0.2032	0.3947	0.0086
23	1	0.2032	0.2960	0.0066
24	1	0.2032	0.1974	0.0046
25	1	0.2032	0.0987	0.0025

Posteriormente se procede a la selección del método numérico por utilizar. La ecuación de dispersión unidimensional es una ecuación parcial lineal de segundo orden y de tipo parabólico, por lo tanto se propone el método de diferencias finitas.

Entre los esquemas de diferencias finitas se han desarrollado dos tipos de algoritmos: los esquemas explícitos y los esquemas implícitos. El empleo de los esquemas explícitos está muy limitado debido a que la condición de estabilidad requiere intervalos de tiempo muy pequeños y por consecuencia tiempos mayores de cómputo.

Por lo tanto, de acuerdo a las características anteriores, se optó por utilizar el esquema implícito discretizado con aproximación adelantada en el tiempo, atrás en la distancia y a la segunda derivada por Crank-Nicholson.

Una vez realizada la discretización del esquema numérico y aplicando las condiciones iniciales y de frontera, previamente definidas, se procede a la solución del esquema numérico.

La matriz resultante del sistema de ecuaciones lineales es de tipo tridiagonal, por lo tanto, para resolver el esquema numérico se utiliza el algoritmo de reducción de Crout para sistemas lineales tridiagonales.

Finalmente, se presenta los resultados de la simulación numérica para el caso de una tubería de riego con 25 compuertas, en la cuál se inyecta solución fertilizadora a base de urea y fosfato biamónico con una concentración de 562 kg/m^3 .

Los resultados se pueden observar en la gráfica 4, la cuál representa el avance de la concentración de fertilizante para tiempos de 60, 180 y 480 segundos, para cada una de las 25 compuertas. El tiempo que se tarda en alcanzar una concentración constante en la mayor parte de la tubería de riego es de 15 minutos aproximadamente, tiempo que se considera relativamente corto en relación al tiempo total de riego.

C A P Í T U L O 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente trabajo se desarrolla un dispositivo inyector de fertilizante para riego superficial. Para comprobar el grado de uniformidad que puede proporcionar en la inyección de fertilizante; se presenta un modelo numérico que permite simular las concentraciones de fertilizante a través del tiempo, en una tubería de riego por compuertas.

El dispositivo inyector consiste de un orificio al cual se le mantiene la carga constante. La calibración del inyector se obtiene cambiando el diámetro del orificio de acuerdo a la carga que recibe, para producir diferentes gastos de inyección. Representando a la ecuación de un orificio por medio de una función empírica, se procede a realizar un análisis similar al de una correlación lineal múltiple, asumiendo las ecuaciones normales de regresión. La ecuación de calibración del inyector es empírica y de tipo exponencial. Se presenta también las curvas de calibración para diferentes diámetros del orificio.

La solución numérica de la ecuación de dispersión unidimensional se realizó con el método implícito de diferencias finitas discretizando sus elementos por medio de una aproximación adelante en el tiempo, atrás en la distancia y a la segunda derivada por Crank-Nicholson.

De los resultados de este trabajo se derivan las siguientes conclusiones y recomendaciones:

1. El dispositivo inyector presentado es de operación muy práctica y de fácil instalación en campo, estructurado con material sencillo y económico existente en el mercado, y que mantiene un gasto de inyección constante. Por lo tanto, reúne las condiciones de eficiencia hidráulica, economía y manejo práctico, planteadas en este trabajo.
2. El coeficiente de correlación entre las tres variables de la ecuación resultó de alta confiabilidad (0.994), por lo que se concluye que la ecuación propuesta es aceptable.

3. Para cada caso en particular de la instalación en campo de un dispositivo inyector de fertilizante, se recomienda realizar una calibración del mismo, y generar sus respectivas gráficas de calibración, dado que existen diferencias en las condiciones de temperatura y calidad del agua.
4. De los resultados de la simulación numérica, se observa que las concentraciones en la tubería de riego se alcanzan en un tiempo relativamente corto en comparación al tiempo total de riego. Por lo tanto, se recomienda fertirrigar en un tiempo equivalente al tiempo total de la duración del riego, con la finalidad de obtener las mejores condiciones de eficiencia y uniformidad en la aplicación del fertilizante.
5. El fenómeno físico que gobierna el estado de las concentraciones en el flujo es de tipo convectivo, es decir, predomina el efecto de la velocidad sobre la característica difusiva. Por lo tanto, se recomienda mantener las mayores velocidades permisibles en la tubería, con la finalidad de eficientizar la uniformidad de aplicación del fertilizante.
6. Considerando que la uniformidad de las concentraciones de fertilizante se alcanzan de manera rápida en la tubería de riego por compuertas; el problema que se puede presentar, y que puede afectar la uniformidad en la aplicación del fertirriego es el asentamiento de las partículas del fertilizante en el tanque mezclador. Por lo tanto, se recomienda poner especial cuidado y realizar el proceso de mezclado de tal forma que se trate de alcanzar la mayor dilución posible de las partículas en el interior del tanque.
7. El problema de la falta de uniformidad en la concentración del fertilizante aplicado, se puede reducir substancialmente con la utilización de fertilizantes en estado líquido.

Recomendaciones para próximos estudios

- a. Con la finalidad de alcanzar con mayor rapidez la uniformidad de las concentraciones a lo largo de la tubería de riego por compuertas, se recomienda realizar una serie de pruebas para determinar la ubicación más óptima del puerto de inyección.

- b. Debido a que no existe solución analítica de la ecuación de dispersión unidimensional para las condiciones del problema planteado, como medio de comparación, se recomienda la validación de los resultados del esquema numérico con datos medidos en campo.
- c. Se recomienda modelar la distribución del fertilizante a lo largo de los surcos y las melgas cuando se varían los gastos y los tiempos de riego.

NOTACIÓN UTILIZADA

M	Masa
L	Longitud
T	Tiempo
mca	Metro columna de agua [L]
ρ	Densidad [ML ⁻³]
C	Concentración [ML ⁻³]
V _o	Volumen [L ³]
\overline{N}_A	Vector de flujo de masa del soluto [ML ⁻² T ⁻¹]
\overline{N}_B	Vector de flujo de masa del solvente [ML ⁻² T ⁻¹]
\overline{V}_A	Velocidad del soluto [LT ⁻¹]
\overline{V}_B	Velocidad del solvente [LT ⁻¹]
\overline{q}_A	Vector de flujo de masa del soluto con respecto a la velocidad
Δm	Unidad representativa de masa del fluido [M]
Dd	Coefficiente de dispersión longitudinal [L ² T ⁻¹]
u	Velocidad media del flujo [LT ⁻¹]
r	Ganancia o pérdida de masa del soluto [ML ⁻³ T ⁻¹]
a	Radio del tubo [L]
f	Coefficiente de fricción en la tubería
μ	Constante de decaimiento de primer orden
Re	Número de Reynolds
e	Rugosidad absoluta de la tubería [L]
D	Diámetro [L]
G	Coefficiente de la ecuación modificada de Colebrook-White en su forma explícita, propuesta por Guerrero.
B	Coefficiente de la ecuación modificada de Colebrook-White en su forma explícita, propuesta por Guerrero.
Co	Concentración inicial en la sección [ML ⁻³]
x	Punto analizado a lo largo de la tubería [L]
erf	Función de error
erfc	Función de error complementaria
Fo.Go.	Fierro Galvanizado
PVC	Polivinilo cemento
Ca	Calcio
N	Nitrógeno
K	Potasio
P	Fósforo
Q _q	Cantidad de químico utilizado [ML ⁻²]
A	Área [L ²]
S	Solubilidad del fertilizante [ML ⁻³]
W _t	Peso total del fertilizante [M]

p_s	Peso del fertilizante entre el volumen ocupado por el mismo químico pero disuelto en agua $[ML^{-3}]$
q_i	Gasto de inyección del fertilizante $[L^3T^{-1}]$
D_r	Dosis requerida de fertilizante por hectárea $[L^3/L^2]$
C_v	Coefficiente de velocidad
Z_1	Carga de posición en la sección 1 $[L]$
Z_2	Carga de posición en la sección 2 $[L]$
P_1	Presión en la sección 1 $[ML^{-2}]$
P_2	Presión en la sección 2 $[ML^{-2}]$
γ	Peso específico del fluido $[ML^{-3}]$
g	Aceleración de la gravedad $[LT^{-2}]$
v_1	Velocidad en la sección 1 $[LT^{-1}]$
v_2	Velocidad en la sección 2 $[LT^{-1}]$
Q	Gasto $[L^3T^{-1}]$
C_d	Coefficiente de descarga en el orificio
Δh	Carga neta sobre el orificio $[L]$
R	Coefficiente de correlación lineal múltiple
S_y^2	Varianza de y
Δt	Interválo de tiempo $[T]$
Δx	Interválo de espacio $[L]$
CR	Número de Courant
P	Número de Peclét
λ	Relación del número de Courant respecto al número de Peclét
θ	Factor de peso en el tiempo
FI	Frontera izquierda
FD	Frontera derecha
∇	Operador vectorial gradiente
$\nabla \cdot$	Operador vectorial divergente
∇^2	Operador escalar laplaciano

BIBLIOGRAFÍA

1. Aparicio, F. J., 1989. Fundamentos de Hidrología de Superficie.
2. Benjamín, R., 1981. Probabilidad y Estadística en Ingeniería Civil.
3. Bowker, H. Y J. Lieberman, 1981. Estadística para Ingenieros.
4. Brater, E. F. y W. King, 1976. Handbook of Hidraulics for the solution of Hidraulic Engineering problems.
5. Burden, R. L. y J. Douglas, 1985. Análisis Numérico. Grupo Editorial Iberoamérica.
6. Burt, M. y T. Ruehr, 1991. Fertigation, a short course provided by the California Energy Commission.
7. Chow, V. T., 1966. Open Channel Hydraulics. McGraw-Hill.
8. Clark, G. A., Z. Haman y S. Zazueta, 1990. Inyection of chemicals into irrigation systems: rates, volumes, and injection periods. Universidad de Florida, boletín 250, Gainesville, FL.
9. Curtis, F. G. y O. Wheatley, 1990. Applied Numerical Analysis.
10. Domínguez, A., 1993. Fertirrigación. Ediciones Mundi-Prensa, Madrid, España.
11. Enciso, J., 1995. Elementos de la fertirrigación. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, p. 7-24.
12. Fischer, H. B., 1967. The Mechanics of dispersion in Streams. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 93, No. HY6, Proc. Paper 5592, Nov. 1967, p. 187-216.

13. Fischer, H. B., 1975. "Discussion and simple Method for predicting Dispersion in Streams", Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol. 101, No. EE3, junio 1975, p. 453-455.
14. Fischer, H. B. y J. List, 1979. Mixing in Inland and Coastal Waters. Academic Press, USA.
15. French, R. H., 1988. Hidráulica de los canales abiertos. Mcgraw-Hill.
16. Fuentes, O. y P. Martínez, 1988. Introducción a los métodos numéricos aplicados a la hidráulica.
17. Glen, H., H. Terry y S. Kenneth, 1990. Management of Farm Irrigation Systems. American Society Of Agricultural Engineers.
18. Groselle, W., 1984. Droplet size of oil formulated insecticides generated in irrigation water during chemigation. Unpublished M.S. thesis, University of Georgia, USA.
19. Guerrero, O., 1995. Ecuación modificada de Colebrook-White. Nota técnica. Ingeniería Hidráulica en México. Vol. X, No. 1, p. 43-48.
20. Guerrero, O., 1996. Respuesta a discusión a la nota técnica Ecuación Modificada de Colebrook-White. Ingeniería Hidráulica en México. Vol XI, No. 3, p. 63-65.
21. Haan, C. T., 1977. Statistical Methods in Hydrology. The Iowa St. Univ. Press.
22. Haberman, R., 1990. Elementary Applied partial differential equations.
23. Hamaker, J. W., 1972. Decomposition: Quantitative aspects. P.253-340. In: C. A. I. Goring and M. Hamaker (eds.). Organic Chemicals in the soil environment, Marcell Dekker, Inc. New York.
24. Hernández, J. M., R. López, A. Pérez, J. F. González, 1992. Curso internacional de riego localizado, Tenerife España.

Instituto Nacional de Investigaciones agrarias. Publicaciones Agrarias, Pesqueras y Alimentarias, p. 60-72.

25. Holley, E. R. y C. Shuster, 1967. Radial difusion in turbulent pipe flow. Tuelfth congress of IAHR, sep. 1967, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, USA.

26. Keller, J., 1989. Strinkle and Trickle Irrigation.

27. Kennedy, A., 1992. Manual de aforos. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.

28. Kovach, S. P., 1984. Injection of fertilizer into drip irrigation systems for vegetables. Circular 606. Florida Cooperative Extension service/ Institute of food and Agricultural Sciences/ University of Florida/ J. T. Woeste, Dean.

29. Leon, L. F., 1990. Cálculo de la dispersión longitudinal en corrientes. Ingeniería Hidráulica en México, p. 20-25.

30. Leon, L. F., 1990. Dispersión de contaminantes en canales, modelación numérica. Tesis de maestría. Universidad Nacional Autónoma de México.

31. Martínez, P. y L. R. Puente, 1994. Cálculo de la dispersión en redes de tuberías. XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Santiago Chile, p. 111-122.

32. Nameroff, S., 1990. Quick Basic Manual de Referencia.

33. Pitts, J., Z. Haman y G. Smajstrla, 1993. Causes and Prevention of Emitter Plugging in Microirrigation Systems. Florida Cooperative Extension Service/ Institute of food and Agricultural Sciences/ University of Florida/ J. T. Woeste, Dean, p. 15-19.

34. Secretaría de Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca, 1996. Programa Hidráulico 1995-2000. Talleres Gráficos de México, p. 22-24.

35. Smajstrla, G., Z. Haman y S. Zazueta, 1992. Calibration of fertilizer injectors for agricultural irrigation systems. Universidad de Florida, circular 1033, Gainesville, FL.
36. Sotelo, G., 1974. Hidráulica General, Vol. I.
37. Streeter, V. L. y B. Wylie, 1994. Mecánica de los fluidos.
38. Taylor, G. I., 1954. The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe, proc. R. Soc. London, Vol. A223, p. 446-468.
39. Tzatchkov, V. G. y F. I. Arreguín, 1996. Modelo de la calidad del agua en redes de distribución con flujo permanente. Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XI No. 1, p. 61-70.
40. Tzatchkov, V. G. y J. Izurieta, 1996. Sistema de cómputo para el análisis y diseño óptimo en redes de distribución de agua potable. Nota técnica . Ingeniería Hidráulica en México, Vol. XI No. 2., p. 55-63.
41. Viessman, W. Jr., E. Harbaugh y W. Knapp, 1972. Introduction to Hidrology. Intertext Educ. Publ. New York.
42. Zataráin, F., 1996. Transporte unidimensional de agua y solutos en el suelo. Tesis de maestría. Colegio de Posgraduados.

ANEXOS

A Algoritmo para la solución numérica de la ecuación de dispersión unidimensional

B Fotografías

A N E X O A

ALGORITMO PARA LA SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LA ECUACIÓN DE DISPERSIÓN UNIDIMENSIONAL

1. Datos de entrada

Concentración inyectada de fertilizante en Kg/m ³	= Co
Número de tramos	= NT
Número de compuertas	= NS
Separación entre compuertas en m	= Sep
Gasto de salida por compuerta en m ³ /s	= q
Diámetro de la tubería en m	= D
Rugosidad absoluta de la pared de la tubería en m	= e
Viscosidad cinemática del fluido	= Nu
Incremento temporal en s	= DT
Incremento espacial en m	= DX
Tiempo máximo de simulación en s	= tmax

2. Definición de velocidades y coeficientes de difusión en los tramos

Repetir para I = 1, 2, ..., NT

2.1. Cálculo de velocidades en los tramos

$$X1 = \frac{4 q}{\pi * D^2}$$

$$X2 = (NS - (I - 1))$$

$$V(I) = X1 * X2$$

2.2. Cálculo del coeficiente de difusión

a). Se hace una selección del coeficiente de fricción en función del número de Reynolds

$$Re (I) = \frac{V (I) * D}{\nu}$$

para $Re(I) < 2000$ entonces:

$$f (I) = \frac{64}{Re (I)}$$

para $2000 \leq Re(I) < = 10^5$ entonces:

$$X3 = \frac{4.555}{Re (I)^{0.8764}}$$

$$X4 = \frac{e / D}{3.71}$$

$$X5 = [\log(X3 + X4)]^2$$

$$f(I) = \frac{0.25}{X5}$$

para $10^5 < \text{Re}(I) \leq 3 \times 10^6$ entonces:

$$X6 = \frac{6.732}{\text{Re}(I)^{0.9104}}$$

$$X7 = \frac{e/D}{3.71}$$

$$X8 = [\log(X6 + X7)]^2$$

$$f(I) = \frac{0.25}{X8}$$

para $3 \times 10^6 < \text{Re}(I) \leq 10^8$ entonces:

$$X9 = \frac{8.982}{\text{Re}(I)^{0.93}}$$

$$X10 = [\log(X7 + X9)]^2$$

$$f(I) = \frac{0.25}{X10}$$

b). Se calcula el coeficiente de difusión

$$De (I) = 10.1 * V (I) * \sqrt{\frac{f (I)}{8}} * \frac{D}{2}$$

3. Definición de condiciones iniciales y de frontera

$$n = \frac{Sep}{DX}$$

donde:

n = Número de nodos por tramo

3.1. Condición inicial

Para $J = 1, 2, \dots, n-1$

$C(J) = 0$ para todo t

3.2. Condición de frontera izquierda (tramo 1)

$C(0) = Co$

donde:

Co = Concentración inyectada de manera constante, para todo t

3.3. Condición de frontera derecha

$C(n) = 0$ para todo t

4. Repetir para $tp = 1, 2, \dots, t$

tiempo de simulación = $tp * DT$

donde:

tp = Número de intervalos de tiempo

4.1. Asignación de condiciones iniciales y de frontera para los tramos

4.1.1. Se hace una selección en función de tp

a). Si $tp = 1$ entonces:

Se hace una selección en función del número de tramo (I):

si $I = 1$ entonces:

Condición de frontera izquierda:

$C(0) = C_0$

Condición de frontera derecha

$C(n) = 0$

Condición inicial

Repetir para $J = 1, 2, \dots, n-1$

$C(J) = 0$

si $I <> 1$ (Tramos posteriores) entonces:

Condición de frontera izquierda:

$C(0) = C(n)$ del tramo anterior ($I-1$)

Condición de frontera derecha

$C(n) = 0$

Condición inicial

Repetir para $J = 1, 2, \dots, n-1$

$C(J) = 0$

b). Si $t_p \neq 1$ entonces:

Se hace una selección en función de I (número de tramo)

Si $I = 1$ entonces:

Condición inicial.

Repetir para $J = 1, 2, \dots, n-1$

$C(J) = C(J)$ de t_{p-1} (tiempo anterior del mismo tramo)

Condición de frontera izquierda

$C(0) = C_0$

Condición de frontera derecha

$C(n) = 0$

Si $I \neq 1$ entonces:

Condición inicial

Repetir para $J = 1, 2, \dots, n-1$

$C(J) = C(J)$ de t_{p-1} (tiempo anterior del mismo tramo)

Condición de frontera izquierda

$C(0) = C(n)$ del tramo anterior ($I-1$)

Condición de frontera derecha

$C(n) = 0$

5. Discretización del esquema numérico

5.1. Definición del coeficiente λ

Repetir para $I = 1, 2, \dots, NT$

$$\lambda (I) = \frac{De (I) * DT}{DX^2}$$

5.2. Definición del número de Courant

Repetir para $I = 1, 2, \dots, NT$

$$CR (I) = \frac{V (I) * DT}{DX}$$

5.3. Formación de los elementos que integran el esquema numérico discretizado.

Repetir para $J = 1, 2, \dots, n$

$$X11 (J) = \frac{\lambda (I)}{2}$$

$$X12 (J) = - [1 + \lambda (I)]$$

$$X13 (J) = \frac{\lambda (I)}{2}$$

$$X14 (J) = - \frac{\lambda (I)}{2}$$

$$X15 (J) = \lambda (I) - 1 + CR (I)$$

$$X16 (J) = - \frac{\lambda (I)}{2} - CR (I)$$

$$X17 (J) = X14 (J) * C (J + 1) + X15 (J) * C (J) + X16 (J) * C (J - 1)$$

6. Formación de los elementos de la matriz tridiagonal

$$NO = n - 1$$

Repetir para $J = 1, 2, \dots, NO$

$$a(J) = X11(j + 1)$$

$$b(J) = X12(j + 1)$$

$$d(J) = X13(j + 1)$$

$$r(J) = X17(j + 1)$$

$$a(1) = 0$$

$$d(NO) = 0$$

$$\text{para } J = 1: \quad r(1) = X17(1) - (X11(1) * C(0))$$

$$\text{para } J = NO: \quad r(NO) = X17(NO) - (X13(1) * C(n))$$

7. Aplicación del método de reducción de Crout para sistemas tridiagonales.

piv = b(1) debe ser diferente de cero

$$CF (1) = \frac{r (1)}{piv}$$

Repetir para $J = 2, \dots, NO$

$$\gamma(j) = \frac{d(j-1)}{piv}$$

$$piv = b(J) - a(J) * \gamma(J)$$

$$CF(J) = \frac{[r(J) - a(J) * CF(J-1)]}{piv}$$

Repetir para $J = NO-1, \dots, 1$

$$CF(J) = CF(J) - \gamma(J+1) * CF(J+1)$$

8. Se realiza un balance de masas en los nudos de la tubería para determinar el valor aproximado de la concentración en la frontera derecha

$$C(n, I) = \frac{CF(n-1, I) * Q(I)}{[q + Q(I+1)]}$$

9. Se verifica el tiempo de impresión

Si tiempo = tmax entonces imprimir resultados de las concentraciones finales [CF(J)]

10. Se verifica el valor de la concentración en la frontera derecha.

si $CF(N, I) = C_0$ entonces

$DT = DT + 0.001$

$$CR (I + 1) = \frac{V (I + 1) * DT}{DX}$$

11. Se hace cambio de variable con la finalidad de asignar nuevas condiciones iniciales para el siguiente tiempo.

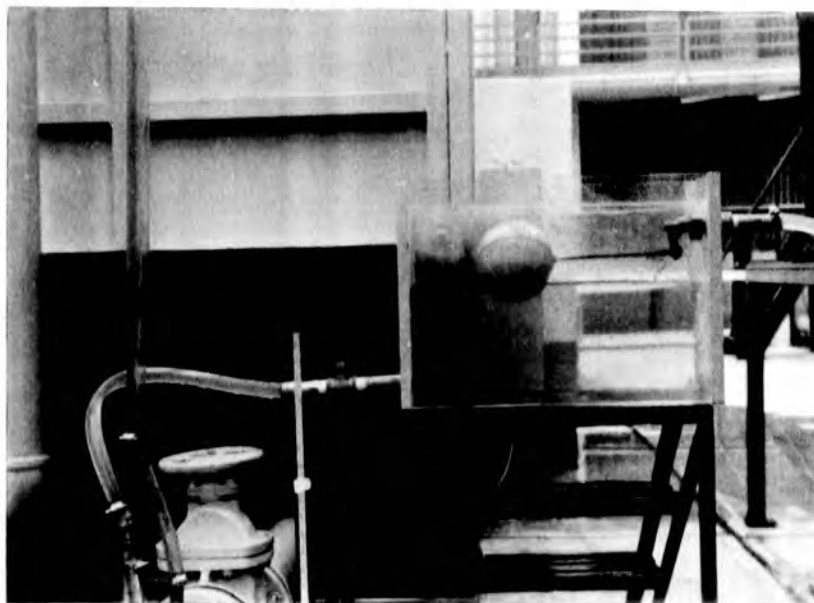
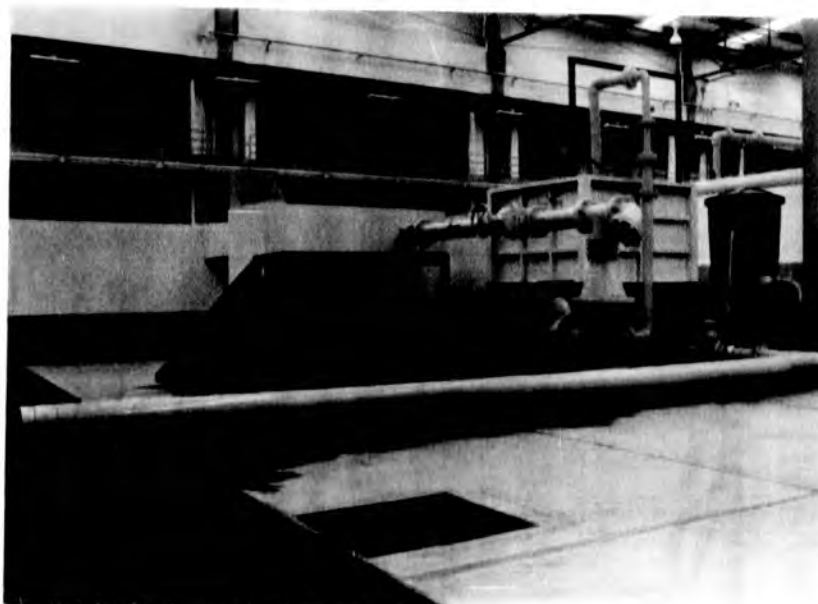
$C(J, I) = CF(J, I)$

12. Fin del algoritmo

**ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

A N E X O B

FOTOGRAFÍAS



Prototipo del dispositivo inyector de fertilizante