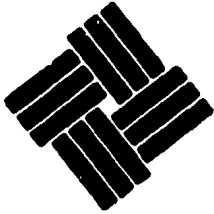


14 881217
24



UNIVERSIDAD ANAHUAC

ESCUELA DE INGENIERIA

**CON ESTUDIOS INCORPORADOS A LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

Vince In Bono Malum

**“ANALISIS DE LINEAS DE ESPERA PARA
LOS ABORDADORES MECANICOS DEL
AEROPUERTO INTERNACIONAL
DE LA CIUDAD DE MEXICO”**

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
(AREA INDUSTRIAL)
P R E S E N T A N :
FERNAND DENIS SERRATO COMBE
JAVIER VELEZ ALONSO

MEXICO, D. F.



1989



Universidad Nacional
Autónoma de México

UNAM



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

Capítulo I	Pag
1.-Introducción	1
1.1.-Desarrollo de la Investigación de Operaciones	1
1.2.-Descripción	2
1.3.-La teoría de colas	4
Capítulo II	
2.-Problemática actual del Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México.	5
2.1.-Antecedentes	5
2.2.-Deficiencias	8
2.2.1.-Pistas	8
2.2.2.-Terminal	9
2.3.-Objetivos.	11
2.4.-Alcance.	11
Capítulo III	
3.-Descripción General de los Pasillos Telescópicos y Salas Móviles	13
3.1.-Objetivo	13
3.2.-Estructura básica para la prestación del servicio a aeronaves.	13
3.3.-Características del servicio.	15
3.4.-Descripción de la Forma de Movimiento Operacional.	15

3.5.-Mecanismo de operación del departamento de servicio.	16
3.5.1.-Características del puesto de operador.	20
3.6.-Las configuraciones de la terminal.	27
3.6.1.-Sistema Muelle.	30
3.6.2.-Sistema Satélite.	32
3.6.3.-Sistema Lineal.	33
3.6.4.-Sistema Transportador.	35

Capítulo IV

4.- Teoría de colas y modelos de espera.	41
4.1.-El problema de la espera.	41
4.1.1.-Objetivo.	42
4.1.2.-Estructura básica.	43
4.1.2.1.-Fuente de Llegadas.	43
4.1.2.2.-Cola.	45
4.1.2.3.-Disciplina del Servicio.	45
4.1.2.4.-Mecanismo de Servicio.	46
4.1.3.-Notación y terminología.	47
4.1.4.-Procedimiento general de solución.	50
4.1.5.-Medidas de efectividad.	51
4.1.6.-Relaciones básicas entre las variables L, Lq, W y Wq .	52
4.1.7.-La distribución exponencial en el proceso de colas.	53
4.1.7.1.-Implicaciones de la distribución exponencial.	55
4.1.8.-El proceso de nacimiento y muerte.	61
4.1.8.1.-Postulado de nacimiento.	62

5.5.-Descripción del modelo.	129
5.6.-La función de costos.	133
5.7.-Restricciones.	136
Capítulo VI	
6.- Determinación de costos	138
6.1.-Costo de servicio	138
Capítulo VII	
7.1.-Solución al modelo propuesto.	149
Capítulo VIII	
8.1.-Interpretación del modelo.	154
8.2.-Conclusiones y recomendaciones	157
APENDICES	161
BIBLIOGRAFIA	197

INDICE DE FIGURAS, GRAFICAS Y TABLAS

Figura	Descripción	Pág.
3.1	Operación del Departamento de servicio	19
3.2A-B	Organigrama de la Ayudantía de los Abordadores mecánicos	25-26
3.3	Sistema Muelle	37
3.4	Sistema Satélita	38
3.5	Sistema lineal	39
3.6	Sistema transportador	40
4.1	Gráfica costo vs. tamaño del servicio	42
4.2	Estructura básica de un modelo de colas	43
4.3	Función de densidad de la exponencial	54
4.4	Valores de P_0 para el modelo básico	80
4.5	Valores de L para el modelo básico	81
4.6	Valores de L para el modelo con entrada Poisson y tiempo de servicio constante	84
4.7	Valores de L para el modelo con entrada Poisson y tiempo de servicio Erlang	87
4.8	Análisis de sensibilidad para L, Lq, W y Wq Modelo 1	106
4.9	Análisis de sensibilidad para L, Lq, W y Wq Modelo 2	107
4.10	Análisis de sensibilidad para L, Lq, W y Wq Modelo 3	108
4.11	Análisis de sensibilidad para L, Lq, W y Wq Modelo 4	109
4.12	Análisis de sensibilidad para L, Lq, W y Wq Modelo 5	110
4.13	Análisis de sensibilidad para L, Lq, W y Wq Modelo 6	111
4.14	Costo del servicio como una función del nivel de servicio	113

INDICE DE FIGURAS, GRAFICAS Y TABLAS

Figura	Descripción	Pág.
4.15	Tiempo esperado de servicio como una función del nivel de servicio	113
4.16	Relación entre el retraso promedio y el costo de servicio	114
4.17	Procedimiento general de solución para muchos problemas de líneas de espera	115
5.1	Tiempo entre llegadas real vs. estimado	123
5.2	Distribución de llegadas y cálculo de correlación	124
5.3	Distribución del tiempo de servicio	127
5.4	Tiempo de servicio real vs. estimado.	128
6.1	Gastos unitarios pasillos vs. salas móviles	145
6.2	Resumen de costos de servicio y de espera	146
6.3	Estadísticas de servicios y volumen de pasajeros	147
6.4	Servicios a aeronaves May-1985 -> Jul 1986.	148
6.5	Pasajeros del AICM May-1985 -> Jul 1986.	148
7.1	Parámetros del sistema	150
7.2	Cálculo para el punto óptimo	151
7.3	Solución al modelo	152
7.4	Valores de L y L_q para el AICM	153
7.5	Valores de W y W_q par el AICM	153
8.1	Propuesta de instalación de 9 pasillos telescópicos para el AICM	160

A PENDICES:

Apéndice A:

-Estadística Muestra 161

Apéndice B:

-Fórmulas para la determinación del punto óptimo 170

-Fórmulas para las tablas de los modelos para S=1 179

Apéndice C:

-Planos del Aeropuerto Internacional de la Cd. de México 193

CAPITULO I

INTRODUCCION

1.1 DESARROLLO DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES

Durante la Segunda Guerra Mundial, la administración militar en Gran Bretaña llamó a un equipo de científicos para que estudiaran los problemas tácticos y estratégicos asociados a la defensa aérea y terrestre del país. Su objetivo era determinar la utilización más efectiva de los recursos militares limitados. El establecimiento de este equipo científico marcó la primera actividad normal de investigación de operaciones.

Aún cuando el término "investigación de operaciones" fue conceptualizado en la Segunda Guerra Mundial, los orígenes científicos de la materia datan de mucho antes. Modelos primitivos de programación matemática fueron desarrollados por los economistas Quesnay en 1759 y Walras en 1874; otros modelos económicos más sofisticados y de un género similar fueron propuestos por Von Neumann en 1937 y por Kantorovich en 1939. Las bases matemáticas de los modelos lineales fueron concebidas a finales del siglo XIX por Jordan en 1873, Minkowsky en 1896 y Farkas en 1903. Otro ejemplo de desarrollo previo a la 2a Guerra Mundial es el de los trabajos en los modelos dinámicos hechos por Markov (1856-1922).

Otros ejemplos lo constituyen los estudios de Control de Inventarios publicados en revistas de negocios y de ingeniería industrial en la década de 1920, y los estudios iniciales del fenómeno de líneas de espera completados por Erlang (1878-1929).

La primera técnica matemática ampliamente aceptada es conocida como el método simplex de programación lineal, la cual fué desarrollada en 1947 por el matemático norteamericano George B. Dantzig, aunque Narendra Karmarkar, un matemático hindú, en 1984 desarrolló en los laboratorios Bell en Nueva Jersey un algoritmo sencillo por computadora que simplifica y hace mucho más rápida la solución de problemas que por el método simplex.

1.2 DESCRIPCIÓN

Un *estudio* de investigación de operaciones, consiste en construir un modelo de una situación física dada. Un *modelo* de investigación de operaciones se define como una representación idealizada (simplificada) de un sistema de la vida real. Este sistema puede ya estar en existencia o puede todavía ser una idea en espera de ejecución. En el primer caso, el objetivo del modelo es analizar el comportamiento del sistema a fin de mejorar su funcionamiento; en el segundo, el objetivo es diversificar la mejor estructura del sistema futuro.

La investigación de operaciones puede describirse, en conjunto, como un procedimiento científico para tomar decisiones que comprenden las operaciones de sistemas de organización. Así, la investigación de operaciones se aplica a problemas que tienen que ver con la forma de conducir y coordinar las operaciones o actividades dentro de una organización.

Ejemplos típicos de la investigación de operaciones son los análisis de sensibilidad, problemas de transporte, control de proyectos (PERT) y teoría de colas.

La naturaleza de la organización no es importante y de hecho, se ha aplicado con amplitud en los negocios, la industria, la milicia, el gobierno y las dependencias civiles.

El procedimiento de investigación de operaciones consiste en:

- 1.-La estructuración de la situación de la vida real en un modelo matemático abstrayendo los elementos esenciales de modo que pueda descubrirse una solución adecuada para los objetivos de quienes toman las decisiones.

- 2.-La exploración de la estructura de tales soluciones y el desarrollo de procedimientos sistemáticos para obtenerlas.

- 3.-El desarrollo de una solución, incluyendo la teoría matemática, si es necesario, que proporciona un valor óptimo de la medida de deseabilidad de un sistema

1.3 LA TEORÍA DE COLAS

La teoría de colas es el estudio de las líneas de espera, que se forman cada vez que al solicitar un servicio es necesario esperar en una "cola" para poder ser atendido.

Este fenómeno ocurre tanto con personas, máquinas y otras actividades, en las que la capacidad para prestar un servicio es insuficiente para satisfacer una demanda, por lo que la espera se vuelve necesaria.

La teoría de colas no se interesa directamente en lograr la meta de la investigación de operaciones: *la toma de una decisión óptima*. En lugar de ello, desarrolla *información sobre el comportamiento* de los sistemas de colas. Esto proporciona parte de la información necesaria para conducir un estudio de investigación de operaciones que intente hallar el *mejor* diseño para un sistema de colas.

La teoría de colas está basada en describir los modelos de llegada y/o salida (servicio) por las distribuciones apropiadas de probabilidad. Las características de operación de una situación de espera, por consiguiente, se derivan utilizando la teoría de probabilidad *relacionando* correctamente los elementos de una cola y la capacidad para satisfacerlos.

CAPITULO 2

PROBLEMATICA ACTUAL DEL AEROPUERTO DE LA CIUDAD DE MEXICO

2.1 ANTECEDENTES

Salas Móviles

Las salas móviles que operan actualmente en el AICM, son procedentes de Estados Unidos, llegando primero las salas móviles números 1, 2 y 3 que son de tipo eléctrico. Estas unidades llegaron desarmadas y fueron ensambladas en este aeropuerto por personal de la empresa EMACO S.A. misma que tuvo la concesión de la operación y el mantenimiento de los abordadores del año de 1974 a 1983. El 14 de febrero de 1974, fué inaugurado el servicio de salas móviles en el AICM y en agosto del mismo año se integró la sala no. 4 del tipo hidráulico.

En el aeropuerto de Acapulco se inició el servicio de salas móviles en febrero de 1976, contando para ello con 7 unidades del tipo hidráulico. Después de 5 años de servicio, estas salas fueron desarmadas y enviadas a México en donde se encuentran operando, haciendo un total de 11 salas móviles que son con las que se cuenta actualmente, por lo que existen para mayo de 1987 con 4 unidades con 13 años de servicio y 7 más con 11.

El promedio de vida pronosticado por el fabricante para este tipo de equipo es de 10 años dependiendo del mantenimiento proporcionado, por lo que se recomienda que al llegar a este periodo se efectúe una reparación mayor (overhaul) de todos los sistemas.

Debido al mantenimiento que se proporciona a las salas y a la carencia de un stock completo de refacciones, en promedio diariamente se dispone de un 65 a un 70% del total de las unidades para proporcionar el servicio. En ocasiones, durante las horas pico, las unidades disponibles no logran reunir los requerimientos del servicio, demorando por algunos minutos la salida del vuelo.

El problema de la disponibilidad de un número suficiente de salas móviles se incrementa ya que continuamente el equipo presenta fallas que aunque estas sean mínimas, el servicio es afectado.

Pasillos Telescópicos.

Los veintiun (21) pasillos telescópicos instalados en el aeropuerto son de tres tipos y fueron puestos en servicio en diferentes fechas.

Primero entraron en operación los que actualmente tienen los números 15, 16 y 17 de marca *Jet Way* de tipo eléctrico, de dos columnas que fueron instaladas por el año de 1968. Los 13 pasillos marca *Mitsubishi* de Propulsión hidráulica localizados en las posiciones de la 1E a la 14, fueron instalados a fines de 1975. Otros 4 pasillos marca *Jet Way* de propulsión eléctrica localizados actualmente en las posiciones 1A a 1D fueron instalados en 1981, después de haber sido utilizados en Acapulco de 1968 a 1975 y en Guadalajara de 1976 a 1980.

Se ha instalado un pasillo adicional con la diferencia que este es fijo, y fué fabricado por técnicos mexicanos.

La operación y el mantenimiento de estos equipos fué confiada a la empresa EMACO S.A. del año 1975 a 1983, desde entonces son responsabilidad de ASA. Debido a que los pasillos *Jel Way* tienen cerca de 19 años de uso y los *Mitsubishi* de 12, actualmente se tienen problemas para el mantenimiento de estos equipos, principalmente los del tipo hidráulico, ya que el consorcio de empresas que fabricó estos últimos ha desaparecido y resulta difícil la obtención de información y refacciones para su conservación adecuada.

Cabe mencionar que el mantenimiento preventivo tanto de salas móviles como de pasillos telescópicos fué prácticamente nulo cuando este fué responsabilidad de la empresa EMACO por lo que al pasar a ser actividad de ASA se tuvo que establecer un programa definido de mantenimiento preventivo. Con respecto al correctivo, se puede mencionar como referencia que en el año de 1984 se corrigieron más de 1,200 fallas que se presentaron durante la operación de los abordadores promediando 3.28 fallas diarias.

2.2 DEFICIENCIAS

2.2.1 Pistas- El Aeropuerto de la Ciudad de México cuenta con 2 pistas (5 Derecha-23 Izquierda, 5 Izquierda-23 Derecha) esto es dependiendo del sentido de orientación de las pistas debido al rumbo magnético.

Ambas pistas están construidas sobre el lecho del Lago de Texcoco causando esto que con el peso de las aeronaves y de la pista misma provoca hundientos que obligan a renivelar las mismas aproximadamente cada 2 a 3 años.

El mantenimiento de las pistas además de costoso, sólo permite trabajar en una de ellas, dando por consecuencia que todo el tráfico de despegues y aterrizajes se realice por la pista que está en servicio provocando con esto demoras tanto en el aire como en tierra.

Se ha pensado por parte de ASA en la posibilidad de la construcción de una nueva pista que desahogue la operación de las dos existentes, pero los problemas derivados de su construcción en el lecho del lago de Texcoco y al Noreste de las actuales serian los siguientes:

- Un recorrido de aproximadamente 7 Km. hasta la terminal con la consecuente pérdida de tiempo en carreteo.

- Para evitar el problema anterior, seria necesaria la construcción de una nueva terminal para servir a esta nueva pista con la infraestructura necesaria para su operación la cual por razones económicas seria incosteable.

2.2.2. Terminal- La construcción del Aeropuerto esta basada en el concepto de la terminal ferroviaria tradicional, la cual tiene forma de andén y que por ser construida de forma lineal, ocasiona problemas como:

- Las distancias a caminar por el pasajero son muy largas así como todos los servicios relacionados con las aeronaves en si: suministro de combustible, equipos de limpieza, comisariatos, equipo de tierra y personal vario.

- Las ampliaciones en cuanto a posiciones adicionales para las aeronaves, se encuentran limitadas a seguir el mismo concepto de diseño, reduciendo las posibilidades de crecimiento. Otro problema derivado del diseño del aeropuerto es que fué construido para dar servicio a las aeronaves de transición entre los equipos de hélice, motor alternativo y turbohélice y los de la primera generación de turborreactores. Esto trajo por consecuencia que se llevaran a cabo trabajos de ampliación y adaptación del antiguo aeropuerto y que junto con el crecimiento urbano en el perímetro del aeropuerto así como el aumento en el volumen de tráfico aéreo, las posibilidades de ampliación tanto de pistas como de terminales se vean reducidas.

Dentro de la terminal, el punto de contacto entre la aeronave y la terminal en si, lo constituyen los pasillos telescópicos y/o salas móviles que dan servicio a los pasajeros en tránsito, las cuales están limitadas a lo largo del edificio terminal como se ha explicado.

El aumento en el volúmen del tráfico aéreo así como la limitación de espacio de crecimiento han obligado a ASA a manejar salas móviles por falta de pasillos. Estas salas significan para la operación del aeropuerto mayores costos de operación, tiempos de servicio, mantenimiento, movimiento de personal y equipo de tierra además de que para las compañías aéreas el uso de estas salas se toma como demora programada.

Actualmente, se cuenta con 21 pasillos telescópicos, 13 salas móviles para 13 posiciones remotas, resultando con una cantidad de posiciones teóricas de 34 estaciones de servicio de embarque y desembarque. Debido a cuestiones de mantenimiento preventivo y correctivo se considera por experiencia que en promedio operan 19 pasillos telescópicos y 8 salas móviles dando un total de 27 estaciones de servicio disponibles.

El mayor problema del aeropuerto y a la vez el que mayores posibilidades de solución tiene, es el de la ampliación del edificio terminal o de la construcción de un edificio anexo adicionando pasillos telescópicos, eliminando así las costosas salas móviles.

2.3 Objetivos

El objetivo de esta tesis, es la de determinar el número óptimo de pasillos telescópicos en servicio para el Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México, mediante la aplicación de los modelos apropiados de teoría de colas y de modelos de espera

Debido a la situación económica por la que atraviesa el país, este estudio, nos permitirá reducir el costo de operación del Aeropuerto mejorando la eficiencia del servicio a aeronaves y pasajeros en cuanto a embarque y desembarque.

Con los resultados obtenidos se propondrá un nuevo proyecto de ampliación basado en el número óptimo de pasillos.

2.4 Alcances

Debido a la importancia del Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México y al aumento de volumen del tráfico aéreo, los pasillos telescópicos con los que cuenta la terminal son insuficientes para proporcionar un servicio óptimo a los usuarios y el uso de salas móviles es muy costoso, de aquí que, mediante la aplicación de técnicas matemáticas y estadísticas, se pretenda encontrar el número óptimo de pasillos telescópicos, suficientes para alcanzar un nivel de servicio que sea operativo y que a la vez sea el de menor costo.

La aplicación adecuada de las técnicas presentadas en esta tesis, son válidas también para la solución de diversos problemas, como lo son: la cantidad de puntos de atraque en un puerto, el número de salas de emergencia en un hospital, el número de ventanillas en un banco, o en general, cualquier sistema en el que se pretenda lograr el balance económico entre el costo de servicio y el costo asociado con la espera para dicho servicio.

En la realización de esta tesis se aplicarán los conocimientos adquiridos en la carrera de Ingeniería Industrial, empleando como herramienta los estudios realizados en la materia de Investigación de Operaciones, principalmente en la teoría de colas y modelos de espera y la materia de computación.

CAPITULO 3

DESCRIPCION GENERAL DE LOS PASILLOS TELESCOPICOS Y SALAS MOVILES

3.1 OBJETIVO

El objetivo de los pasillos telescópicos es el de proporcionar el servicio de abordaje y desembarque de pasajeros directamente al edificio terminal, dando así un mejor control del flujo de pasaje sin que éste cambie de nivel.

Las salas móviles proporcionan el mismo servicio de abordaje y desembarque de pasajeros sólo cuando la aeronave ha entrado en un sistema de colas por no poder emplear un pasillo telescópico y se encuentre aparcada lejos del edificio terminal (posiciones remotas).

3.2 ESTRUCTURA BASICA PARA LA PRESTACION DEL SERVICIO A AERONAVES

Dentro de este servicio que proporciona el Aeropuerto (ASA) podemos reconocer tres áreas principales: Unidad de Control, Unidad de Control de Salas y Operador.

Estos tres elementos trabajan en conjunto para proporcionar un buen servicio a todas las aeronaves y reducir así las demoras por falta de posición.

A continuación se da una explicación básica de cada una de las funciones de estas áreas:

Unidad de control:

Dentro de este departamento se hace la programación de servicios a pasillos telescópicos y salas móviles tomando en cuenta básicamente su procedencia o destino, tamaño y tipo de la aeronave y nacionalidad de la compañía aérea.

Además es la que recaba datos de salidas y llegadas sobre los tiempos reales para tomar la decisión final de cual va a ser el lugar donde se proporcionara el servicio a la aeronave de acuerdo a la ocupación de las posiciones.

Unidad de Control de Salas

Este departamento recibe toda la información de la unidad de control y es el que, bajo las órdenes del mismo, se encarga de que el servicio a la aeronave sea proporcionado.

Operador

Es el técnico dedicado a manejar los pasillos telescópicos acoplado el pasillo a la aeronave o el que lleva la sala móvil hacia las posiciones remotas.

3.3 CARACTERISTICAS DEL SERVICIO

La Unidad de Control, la Unidad de Control de Salas y el Operador, son los responsables de la atención a todas las aeronaves que lleguen al aeropuerto requiriendo los servicios de pasillos y salas móviles.

El servicio que proporciona debe darse a basto para cubrir un promedio de servicio de 236 vuelos diarios, lo que nos da un volumen de 86,870 aeronaves comerciales al año.

3.4 DESCRIPCION DE LA FORMA DE MOVIMIENTO OPERACIONAL

De acuerdo a esta forma se tomó la información necesaria para la captura y clasificación de los datos para la consideración del modelo de teoría de colas a aplicar. Contiene la siguiente información:

ACT.- (Actividad) - Indica la procedencia o destino clasificándose con un (1) para vuelo nacional o con un (2) para vuelo internacional.

CIA-VLO. - Compañía aérea y número de vuelo.

MATRIC. - Matricula de la aeronave

ESCALA ITI Y REAL. - Procedencia o destino de itinerario y real.

HORA ITI Y REAL. - Hora de llegada o salida de itinerario y real.

POSIC ITI Y REAL. - Posición ocupada por la aeronave en su asignación de itinerario y real.

PISTA.- De despegue o aterrizaje.

PLATAFORMA PERMA-EXCE.- *Permanencia* del avión en la plataforma cuando este se ha excedido del tiempo autorizado y *Exceso* de tiempo a partir de las 1,5 horas autorizadas en aeronaves de fuselaje ancho (B-747, L-1011, DC-10, A300) y de una hora en los demás tipos.

CVE-VLO.- Esta indicación ocurre cuando se trata de vuelos "charter", de emergencia o algún vuelo especial.

EXC-ABO.- *Exceso en los abordadores*: número de periodos extras en que el pasillo estuvo acoplado a la aeronave en donde cada periodo de exceso es de 30 minutos o fracción.

3.5 MECANISMO DE OPERACION DEL DEPARTAMENTO DE SERVICIO

A- El avión aterriza en el aeropuerto.

Siendo que el aeropuerto no puede asignar el servicio de pasillo telescópico o sala móvil sino hasta que el avión está en tierra ya sea que el avión venga del hangar, de alguna otra posición o de algún vuelo, es entonces cuando se coordina en base a las posiciones asignadas hasta el momento y al programa de la unidad de control, la posición real a asignar a la aeronave.

B- El piloto solicita posición para aparcar.

La solicitud de asignación de posición por parte del piloto se efectúa por medio de radio. (normalmente en la frecuencia de 121.9 MHz en el AICM).

C- Se recibe la llamada en la torre de control.

La llamada del piloto es recibida por un controlador aéreo en la torre, el cual ya tiene el programa de asignaciones y esta al tanto de las posiciones ocupadas.

D- Derecho de pasillo o sala.

Dependiendo de la línea aérea y del tipo de avión, se verifica con el programa de unidad de control la posición que tiene asignado. Si el avión tiene derecho a pasillo o sala, se le dan las instrucciones; en caso negativo se le asigna alguna otra plataforma o se le guía al hangar.

E- Instrucciones a proseguir

A la solicitud de posición recibido en la torre se le intenta asignar alguna posición en el edificio terminal o en la plataforma de remotas y bajo el sistema de primeras entradas-primeras salidas, se van asignando las posiciones tratando de apegarse al programa hecho por la Unidad de Control.

F- El avión entra en posición

Según las indicaciones del controlador la aeronave se dirige hacia la posición indicada iniciándose el proceso de servicio. Si por alguna causa el avión se encuentra con la posición ocupada, fuera de servicio u obstruida, se le comunicará lo anterior al controlador para recibir nuevas instrucciones.

A continuación se presenta el diagrama de flujo que describe los eventos anteriores.

OPERACION DEL DEPARTAMENTO DE SERVICIO

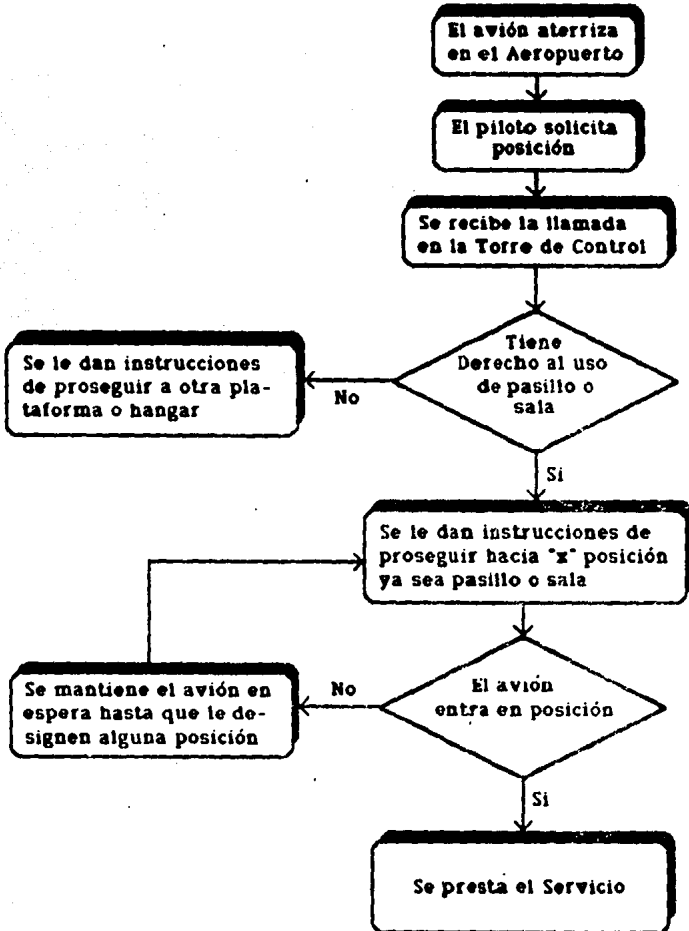


Diagrama de flujo del Departamento de Servicio **CUADRO 3.1**

3.5.1. CARACTERÍSTICAS DEL PUESTO DE OPERADOR

El operador de los abordadores mecánicos es responsable de la operación correcta del equipo así como su mantenimiento. A continuación se describen las características del mismo. (fuente ASA).

A) Identificación:

Nombre: Operador de pasillo telescópico/sala móvil.

Adscripción: Gerencia del AICM.

Subgerencia de servicios y operación.

Unidad de control operativo.

B) Dependencia y autoridad.

Puesto al que reporta: Controlador de salas móviles y pasillos telescópicos.

C) Relaciones del puesto

Internas: Con el controlador de salas móviles y pasillos telescópicos para recibir indicaciones de trabajo; Externas: Con representantes de las compañías aéreas para solicitar información sobre los vuelos que atiende y para que efectúe el adecuado acoplamiento del pasillo telescópico/sala móvil. Con la unidad de control para solicitar información sobre los vuelos que deben atender.

D) Descripción genérica:

Operar los pasillos telescópicos/salas móviles adecuadamente y verificar su buen funcionamiento, conforme el "Reglamento de Operación y Mantenimiento de los Abordadores Mecánicos".

3.5.1. CARACTERÍSTICAS DEL PUESTO DE OPERADOR

El operador de los abordadores mecánicos es responsable de la operación correcta del equipo así como su mantenimiento. A continuación se describen las características del mismo. (fuente ASA).

A) Identificación:

Nombre: Operador de pasillo telescópico/sala móvil.

Adscripción: Gerencia del AICM.

Subgerencia de servicios y operación.

Unidad de control operativo.

B) Dependencia y autoridad.

Puesto al que reporta: Controlador de salas móviles y pasillos telescópicos.

C) Relaciones del puesto

Internas: Con el controlador de salas móviles y pasillos telescópicos para recibir indicaciones de trabajo; Externas: Con representantes de las compañías aéreas para solicitar información sobre los vuelos que atiende y para que efectúe el adecuado acoplamiento del pasillo telescópico/sala móvil. Con la unidad de control para solicitar información sobre los vuelos que deben atender.

D) Descripción genérica:

Operar los pasillos telescópicos/salas móviles adecuadamente y verificar su buen funcionamiento, conforme el "Reglamento de Operación y Mantenimiento de los Abordadores Mecánicos".

Lo anterior a fin de proporcionar un servicio eficiente y oportuno para el embarque y desembarque de pasajeros entre el edificio terminal y las aeronaves.

E) Descripción específica:

DIARIAS:

-Reportar a control de pasillos y salas móviles para conocer la posición asignada, en la que deberá atender los vuelos. Recibe block de reportes de operaciones.

-Verificar que el pasillo telecópico/sala móvil se encuentre en el área de operaciones correspondiente.

-Verificar el estado físico del pasillo telecópico/sala móvil conforme el reglamento, revisando que no tenga golpes, que este limpio, que no exista exceso de lubricación, etc; corrigiendo los defectos menores que el tiempo permita y reportando a control aquellos que no puedan ser corregidos, con el fin de mantenerlos en óptimas condiciones de presentación y operación.

-Verificar el estado mecánico de los abordadores conforme a lo indicado en el reglamento.

-Estar pendiente de la llegada de aeronaves a la posición asignada para atenderlos oportunamente.

-Verificar que las aeronaves estén debidamente calzadas antes de realizar las maniobras de acoplamiento a fin de evitar el movimiento del avión y posibles accidentes.

-Acoplar el pasillo telecópico/sala móvil a la aeronave, realizando maniobras y operando los controles, procurando no golpear a las aeronaves y no rebasar el señalamiento.

-Permanecer en los pasillos telescópicos/salas móviles hasta que hayan descendido todos los pasajeros y durante la estancia de la aeronave.

-Anotar en el block de reportes de operación el número de vuelo, número de pasajeros, hora de entrada a posición de la aeronave, hora de acoplamiento, matrícula y tipo de aeronave y entregar al controlador de pasillos telescópicos/salas móviles al final del turno.

-Realizar el desacoplamiento del pasillo telescópico/sala móvil para que las aeronaves puedan salir libremente de la posición.

-Reportar al controlador y este a los mecánicos las fallas que se presenten en el equipo durante la operación normal.

PERIODICAS:

-Elaborar semanalmente reporte de los desperfectos no urgentes que presenta el equipo a fin de que sean reparados lo antes posible.

F) Especificaciones del puesto, conocimiento y habilidades:

Escolaridad: Secundaria terminada.

Conocimientos específicos: Curso de adiestramiento sobre operación y funcionamiento de los equipos y señalamiento de plataforma con un promedio de duración de dos meses.

Habilidad mental: Para solucionar problemas que se presenten eventualmente.

Habilidad manual: Para la operación del equipo para efectuar un correcto acoplamiento.

G) Responsabilidad:

-Por maquinaria, equipo y/o materiales:

Por daños a las aeronaves y al equipo que sean ocasionados por mala operación, negligencia o descuido por parte del operador.

-Por la seguridad de otros.

Puede herir a otras personas que se encuentren en los abordadores al efectuar las maniobras.

-En trámite y procesos.

El no realizar su trabajo oportuna y adecuadamente, así como el dejar de hacer sus actividades, puede ocasionar demoras en los vuelos, así como mayores descomposturas o mal funcionamiento del equipo.

H) Esfuerzo

-Físico: La mayor parte de la jornada permanece de pie (80%), expuesto a ruidos excesivos.

-Mental: Se requiere atención para las maniobras.

Requerimientos específicos del puesto:

- *Edad: 20 a 40 años
- *Sexo: Masculino
- *Horario: abierto
- *Idiomas: Inglés técnico básico.

Nota: La descripción completa anterior es resumen de la emitida por el Sindicato Nacional de Trabajadores de Aeropuertos y Servicios Auxiliares.

Para ilustrar la posición que ocupan los operadores de salas móviles y pasillos telescópicos dentro de la estructura orgnizacional del AICM, a continuación se presenta el oranigrama de ayudantía de abordadores mecánicos partiendo desde la dirección general hasta los operadores. Cabe hacer notar que existen departamentos ajenos a la operación de ASA. Ejemplo de ellos son la Policía Bancaria e Industrial para vigilancia y seguridad, "Seneam" (Servicios a la navegación en el espacio aéreo mexicano), y la DGAC (Dirección General de Aeronautica Civil)".

ORGANIGRAMA DE LA AYUDANTIA DE ABORDADORES MECANICOS

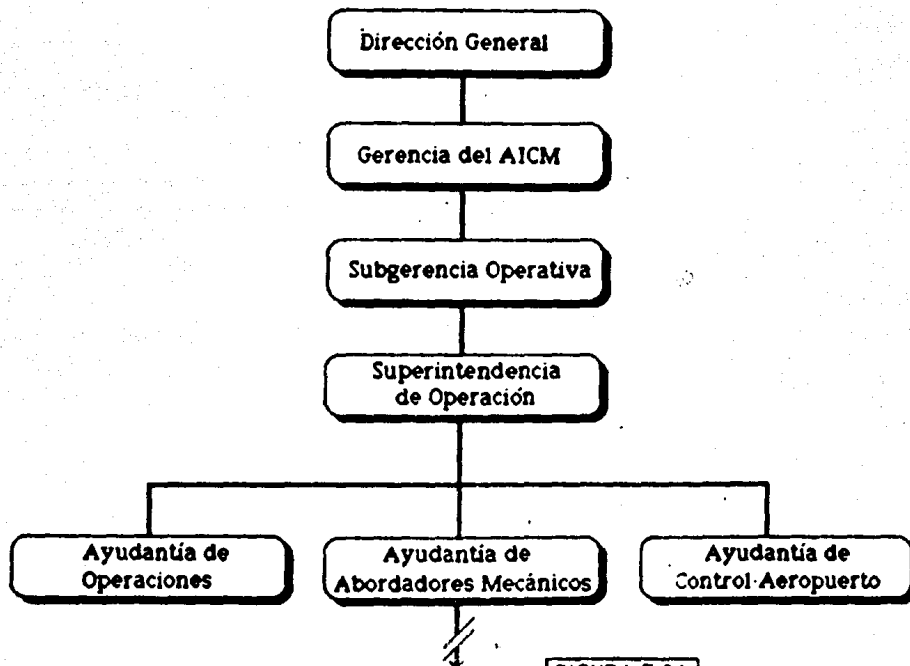


FIGURA 3.2A

**ORGANIGRAMA DE AYUDANTIA DE
ABORDADORES MECANICOS
(CONTINUACION)**

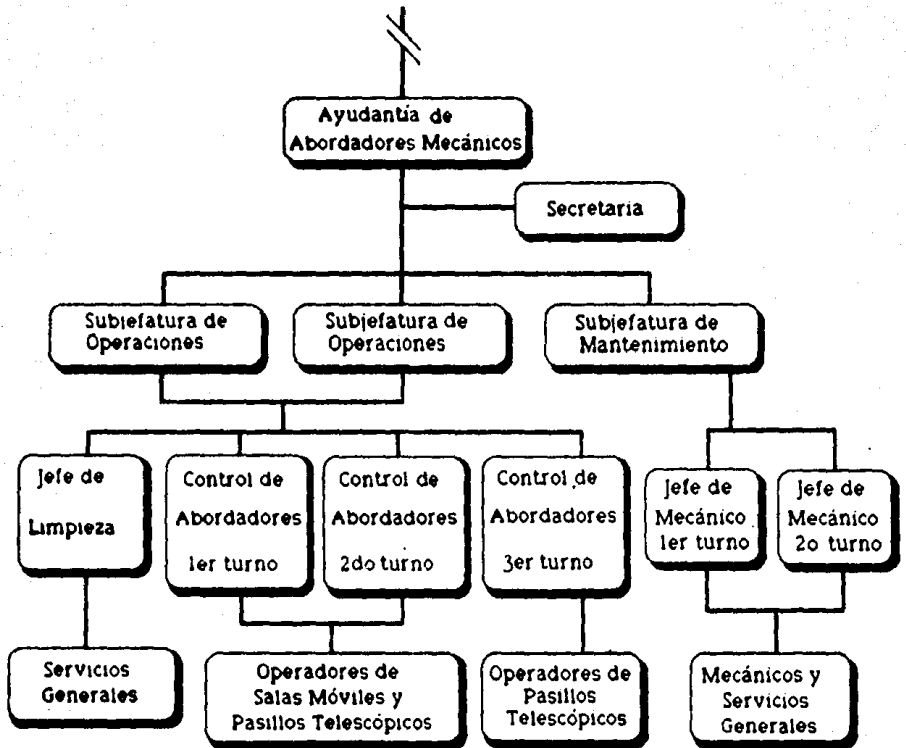


FIGURA 3 2B

3.6 LAS CONFIGURACIONES DE LA TERMINAL

La Terminal de un aeropuerto es el punto en el que convergen todos los servicios relacionados con el pasajero y con todo tipo de carga a transportarse.

El siguiente estudio está enfocado a exponer los tipos de terminales, sus ventajas y desventajas, de manera de tener los elementos necesarios para la elección de un sistema alternativo al proporcionado por el actual aeropuerto o una ampliación del mismo en base a las conclusiones derivadas de esta tesis.

A medida que van evolucionando los conceptos sobre las terminales de los aeropuertos, la preocupación principal de los planificadores de aeropuertos ha sido la seguridad y comodidad de los pasajeros. Las zonas aéreas de la terminal, pocas veces vistas por los pasajeros y sin embargo tan vitales al sistema terrestre de apoyo a los aviones, se colocaron donde se podía. Por lo tanto, las configuraciones básicas de las terminales se desarrollaron tomando como punto de referencia los métodos de prestar servicios a los pasajeros: distancias para caminar, estacionamientos y las correspondencias en las formas de acceso. Muchas de estas configuraciones no se han desarrollado satisfactoriamente, muy especialmente cuando se da preferencia a criterios de tipo estético en lugar de a los de tipo funcional.

Aunque es difícil imaginar una zona intermedia donde todos los sistemas estén sincronizados y funcionen perfectamente, los sistemas que actualmente necesitan ser estudiados con mayor urgencia son los asociados con los retrasos (retrasos en la retirada de equipaje, retrasos debidos a reparaciones de aviones que se hacen en las posiciones frente a la terminal, retrasos en las salidas debido a la carga del equipaje y la mercancía, o retrasos en la llegada al tener que dar vuelta los aviones en el aire o esperar un punto de desembarque en tierra debido a insuficientes instalaciones o a inadecuados sistemas de control terrestre). Muchas de las soluciones a los problemas de las zonas públicas de las terminales van acompañadas naturalmente de soluciones a los problemas de la red de apoyo. Cuando hay deficiencias en el sistema total aparecen congestiones y molestias en las zonas de pasajeros.

La función de la terminal entre formas de transporte requiere de un conjunto de participantes del sistema cuya configuración determina la estructura de la terminal. Comprenden accesos, servicios de pasajeros, conexiones entre aviones de la misma o de diferentes líneas aéreas, servicios varios, y los controles de la dirección de la terminal. En cualquier evaluación de la configuración básica de la terminal, se debe enfatizar un atributo: la flexibilidad.

El único factor que el diseñador de terminales puede considerar estable es el factor de cambio; cambios en los aviones en cuanto a tamaño, velocidad, mantenimiento, servicios necesarios, y capacidad; cambios en los sistemas de la terminales a medida que se desarrolla la tecnología. Dentro de los espacios públicos, las salas de recogida de equipajes, los mostradores, las salas de espera y los pasillos se deben adaptar a una cantidad de gente mayor o menor durante el día y similares aumentos a través de los años.

Los cuatro tipos básicos de concepto de terminal son el embarcadero, el satélite, el lineal, y el transportador. Además de estos conceptos puros, existen varias mezclas híbridas.

Las configuraciones básicas de la terminal son el resultado de un proceso evolutivo que empezó en los años treinta con la creación de las líneas aéreas y de los vuelos con horario y que ha continuado hasta la actualidad.

Existen, de forma simplificada, tres generaciones diferentes en la evolución de las terminales de aeropuerto:

-La primera generación de terminales, que va de 1930 a 1950 aproximadamente, consistía de un simple edificio que permitía el paso entre los accesos al aeropuerto y el avión.

-La segunda generación de terminales se construyó en la segunda mitad de los años cincuenta como consecuencia de los aumentos del tráfico aéreo y de la demanda de más accesos a los aviones. Estos accesos se añadieron a las simples terminales ya existentes, generalmente utilizando pasillos que aumentaron la distancia entre las formas de entrada/salida del aeropuerto y los aviones. Este tipo de terminal es el más común en los Estados Unidos y Europa.

-La tercera generación de terminales ha evolucionado como resultado de la demanda de puertas y no puede ser solucionado eficientemente añadiendo más pasillos.

La diferencia fundamental entre la segunda y tercera generaciones de terminales se puede identificar mediante los sistemas por los cuales los pasajeros van hacia el avión y por el procedimiento de manipulación del equipaje. En muchos casos, debido a las grandes distancias existentes, se han mecanizado los medios de desplazamiento.

3.6.1 SISTEMA MUELLE

La configuración muelle apareció por primera vez en los años cincuenta e introdujo nuevos métodos en el movimiento de pasajeros. Esto sucedió como resultado de cambios en los procedimientos en las líneas aéreas que cambiaron de salas de espera comunes a salas de espera para cada vuelo.

Según este esquema, los pasajeros pueden ser atendidos y permanecer en vestíbulos que se encuentran al lado del avión aparcado a lo largo del embarcadero. En un primer momento los embarcaderos se introdujeron como apéndices de la terminal principal para añadir puertas; sin embargo, al poco tiempo se observaron las ventajas operativas inherentes a este tipo de solución y se convirtió en el concepto más utilizado en los Estados Unidos. El esquema, cuando se aplica utilizando dos pisos, ofrece posibilidad para separar los sistemas utilizados en las diversas funciones de embarque y desembarque, como por ejemplo diferentes aceras, mostradores, recogida de equipajes, y en algunos casos la circulación hacia el aparato en los mismos pasillos. El concepto de separación de sistemas se ha aplicado también a los esquemas lineal, satélite y transportador, así como la introducción de puentes en el segundo piso que surgieron junto a los embarcaderos del segundo piso como una forma de acercar la terminal al aparato y también como una medida de separación de los pasajeros del peligro potencial en las rampas cada vez más congestionadas.

Sin embargo, la configuración tipo embarcadero posee importantes desventajas con respecto a su flexibilidad. En primer lugar tiene un límite máximo de crecimiento en términos de la distancia que tienen que caminar los pasajeros a no ser que se mecanice el traslado de viajeros.

Las limitaciones de expansión inherentes a la configuración de tipo embarcadero incluyen también las áreas de pista y las pistas de acceso entre los embarcaderos que, al ser fijas, no pueden ampliarse para permitir el paso de aviones de mayor tamaño. Incluye también las aceras de embarque y desembarque que solo pueden ampliarse hasta la terminal principal con la que están relacionadas. La figura 3.3 muestra la configuración típica del sistema muelle.

3.6.2 SISTEMA SATELITE

En un principio las configuraciones de tipo satélite se desarrollaron al colocar los pasillos debajo de la pista y/o de los rodajes y mejorar así la flexibilidad del lado aéreo del aeropuerto permitiendo una mayor maniobrabilidad del avión y mayor espacio para estacionamiento.

Existe generalmente una terminal principal cuya función primaria es la de conectar con las formas de entrada/salida, tales como los mostradores, aduanas y recogida de equipajes. La diferencia fundamental entre los conceptos de tipo satélite y tipo embarcadero es que algunas funciones de la terminal principal pueden llevarse a cabo en el satélite.

Si se emplean sistemas mecánicos para trasladar a la gente, las distancias que hay que caminar se reducen a un mínimo. De otra forma, las distancias a caminar se hacen máximas para todas las puertas alrededor de un satélite.

Desde el punto de vista aéreo los efectos están también mezclados. Dependiendo de la particular configuración de un satélite, los aviones se concentran generalmente en un punto. Esto puede ser ventajoso a la hora de compartir el material y las instalaciones de servicio, pero puede limitar la capacidad de expansión tanto para las funciones que se realizan en el interior del edificio como para la flexibilidad requerida del espacio dedicado al estacionamiento de aviones. Aunque la maniobrabilidad de los aviones se puede aumentar rodeando completamente el satélite con pistas de acceso, las zonas de asfalto necesarias son mucho mayores que las de otros esquemas. La figura 3.4 muestra la configuración típica del sistema satélite.

3.6.3 SISTEMA LINEAL

El desarrollo del concepto lineal es una extensión del concepto más antiguo y simple: un solo edificio que contiene todos los sistemas de la terminal pudiendo estacionar los aviones al lado mismo. Se diferencia de los otros esquemas por su capacidad para proporcionar una proporción directa entre la rampa lineal frontal y las aceras y una mayor integración del edificio terminal con las actividades de entrada/salida. En algunos casos esta ventaja queda eliminada por los costos asociados con la multiplicidad de funciones y sistemas necesarios en la terminal.

En su forma más simple, el concepto lineal implica el uso de varias terminales pequeñas ordenadas linealmente, conteniendo cada una los necesarios sistemas para su buen funcionamiento.

Debido a que el manejo de los pasajeros y del equipaje se realiza en cada segmento del esquema lineal, se pueden minimizar las aglomeraciones, ya que cada pasajero tiene un espacio directamente relacionado con el avión empleado.

Un concepto lineal puede tener pasillos rudimentarios y adoptar varias formas, pero todos los sistemas lineales tienen en común la integración directa de las instalaciones del lado aéreo de la terminal con las zonas del lado de tierra o entrada/salida. Aún y cuando una de las ventajas de este sistema es el de que la distancia entre el puesto de estacionamiento y el avión se minimiza en teoría, en el caso del Aeropuerto de la Ciudad de México, que cuenta con este sistema, al contar con solo dos accesos (entrada/salida nacional/internacional), la distancia a caminar resulta extremadamente grande. Además, no cuenta con sistemas mecanizados de transporte de pasajeros. La figura 3.5 muestra la configuración típica del sistema lineal.

3.6.4 SISTEMA TRANSPORTADOR

Llamado en su tiempo el método europeo, el concepto transportador o sala móvil ha sido utilizado frecuentemente por sus ventajas en cuanto a aeropuertos con limitaciones de espacio. Existen configuraciones combinadas del tipo transportador debido a las necesidades que tiene el tráfico estacional de obtener lugar para los aviones sin instalaciones fijas.

Debido a las grandes diferencias existentes en el tamaño de los aviones, la altura de los umbrales de las puertas, existen dificultades para "emparejar" a los aviones con los autobuses de nivel fijo y con los edificios, aunque existen transportadores con capacidad para adaptarse a la altura del umbral de la puerta del avión. Básicamente, el concepto transportador es similar al de pasillos en la medida en que los embarcaderos y salas de espera se substituyen por vestíbulos móviles y autobuses; sin embargo, generalmente se necesitan salas de espera adicionales en la terminal principal.

Desde el punto de vista del lado aéreo del aeropuerto existen claras ventajas. La posibilidad de estacionar el avión lejos de la terminal implica la necesidad de transportar a los pasajeros pero evita la necesidad de remolcar el avión, que es una actividad cara y lenta. Evita también los retrasos por aglomeraciones en las terminales.

Los aumentos en la capacidad de los aviones se pueden solucionar añadiendo más vestíbulos móviles u otros transportadores, que tienen un menor costo inicial y ahorran más tiempo y espacio que las ampliaciones del edificio convencional.

Finalmente, desde el punto de vista del lado de tierra del aeropuerto las ventajas no son claras. El periodo de tiempo requerido entre la salida de la sala móvil de la terminal y la salida del avión es mayor que el tiempo que necesita un pasajero para abordar el avión desde el área de embarque en la terminal. La figura 3.6 muestra la configuración típica del sistema transportador.

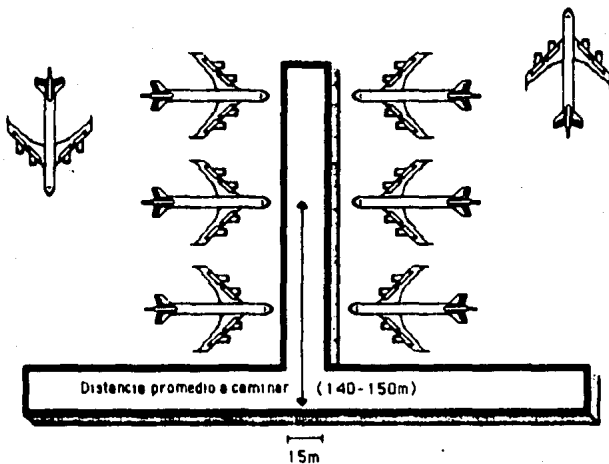
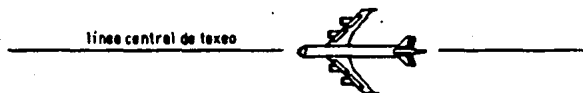
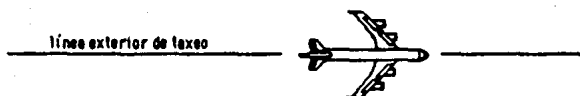
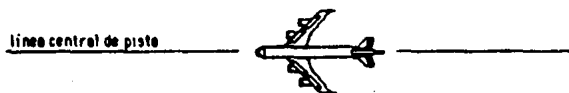


FIGURA 33

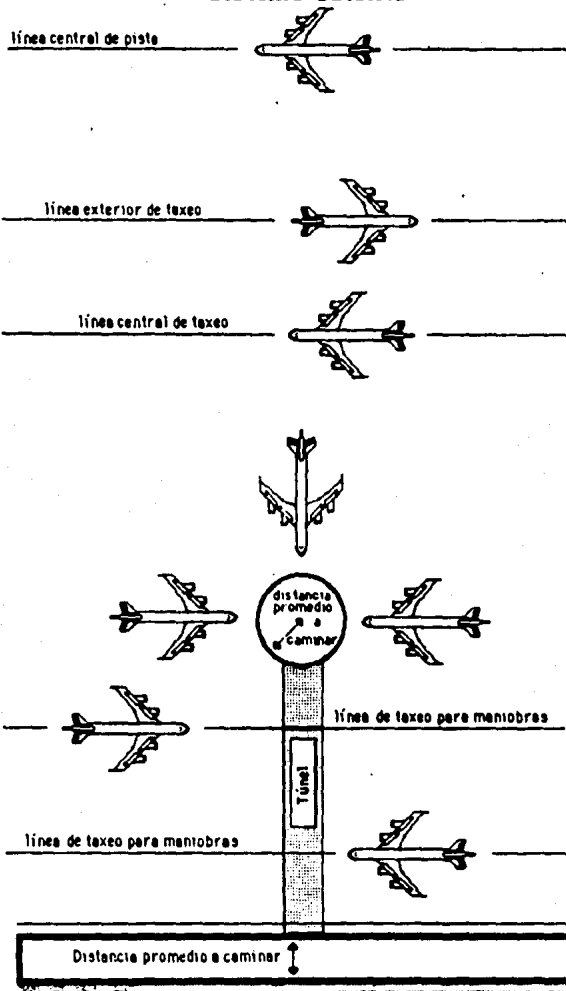
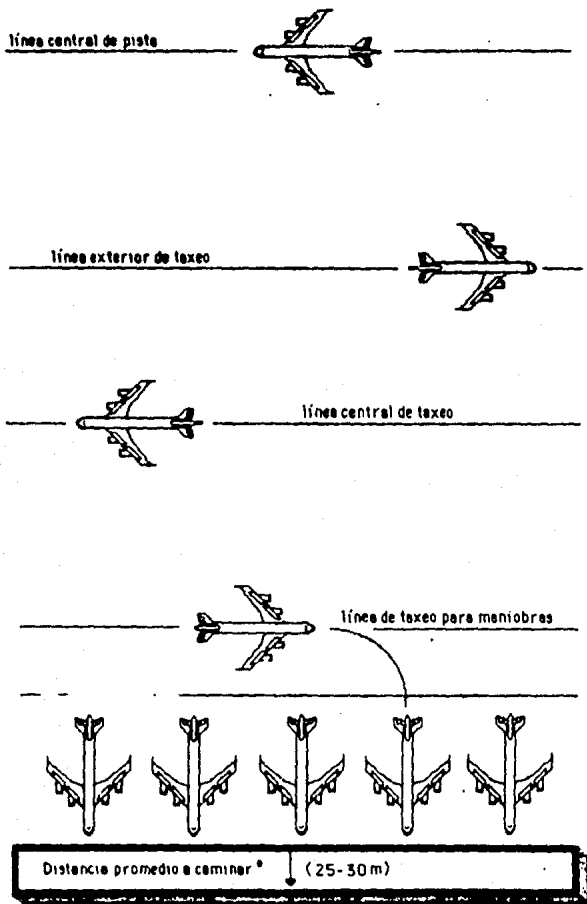


FIGURA 3.4

Sistema lineal (empleado en la Cd. de México)



* Cuando existen accesos directos

FIGURA 3.5

Sistema transportador (empleado en la Cd. de México)

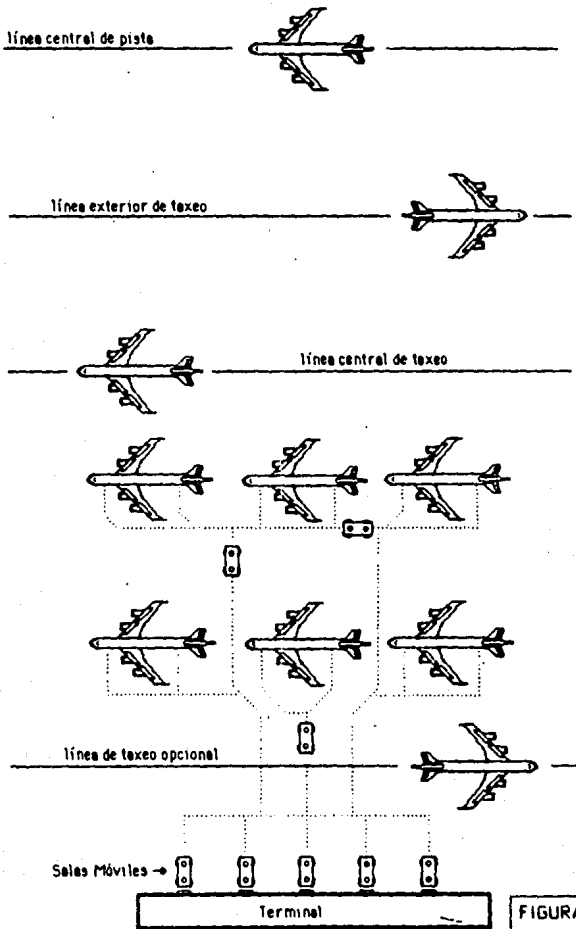


FIGURA 3.6

CAPITULO 4

TEORIA DE COLAS Y MODELOS DE ESPERA

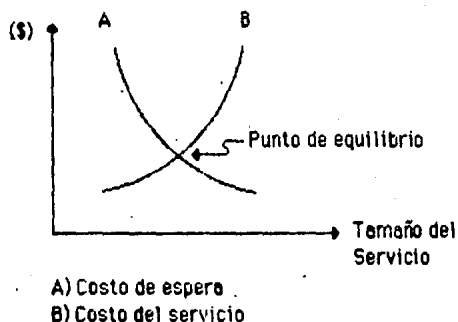
4.1 EL PROBLEMA DE LA ESPERA

Un fenómeno común en las industrias y en la vida diaria es el de la espera en una cola para obtener un servicio. El caso de esta tesis es solo uno entre muchos en los que la demanda de un servicio es mayor a la capacidad para satisfacerlo.

Una situación de espera se caracteriza por un flujo de unidades que llegan a una o más instalaciones de servicio. Este tiempo de espera es rara vez predecible por estar sujeto a variables como la cantidad de servidores, la hora en la que se solicita o la eficiencia del servidor.

Estas variables se presentan aleatoriamente, por lo que el comportamiento de las colas o líneas de espera debe contar con consideraciones muy amplias que tienden a ajustarse a una situación dada para resolver el problema de determinar los tiempos de espera promedio y la cantidad de unidades en espera, entre otros factores.

La teoría de colas se refiere por tanto al estudio de la determinación del equilibrio entre el tamaño de un servicio y una determinada demanda (fig.4.1), que en ocasiones es difícil obtener debido al problema que se deriva de los altos costos del servicio, por exceso de demanda o por mera incapacidad del servicio.



GRAFICA COSTO VS. TAMAÑO DEL SERVICIO

(fig 4.1)

-A mayor capacidad de servicio, menor costo de espera y viceversa.

4.1.1 OBJETIVO

El objetivo de la teoría de colas y de su interpretación, es entonces llegar a un punto de equilibrio en el que el tamaño del servicio sea proporcional al costo que representa y que el tiempo de espera del cliente en una cola sea razonable.

La teoría de colas (o líneas de espera), está basada en describir los modelos de llegada y/o salida (servicio) para las distribuciones apropiadas de probabilidad. Al definir los parámetros del sistema se puede asegurar una utilización óptima desde el punto de vista tanto del cliente como del servidor.

4.1.2 ESTRUCTURA BASICA

La estructura básica de un modelo de cola incluye los siguientes componentes:

- La fuente de llegadas que proporciona las unidades a conformar la cola.

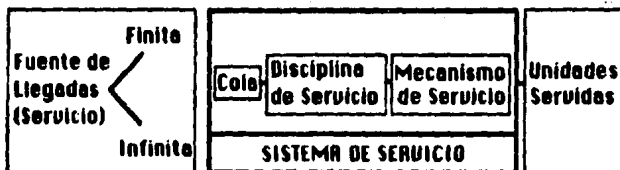
- La cola en sí que constituye el tiempo de espera.

- La disciplina de servicio que determina la secuencia de atención al cliente.

- El mecanismo de servicio que satisface la demanda en un tiempo dado.

- Las unidades servidas que abandonan el sistema.

Gráficamente tenemos:



ESTRUCTURA BASICA DE UN MODELO DE

COLAS

(Fig 4.2)

4.1.2.1 FUENTE DE LLEGADAS

La fuente de llegadas se refiere al número de clientes potenciales del sistema, esta puede ser de dos tipos:

Finita:

Este es el caso en el que el número de unidades a llegar a un sistema es limitado. Tal es el caso de un número de empleados en una fábrica para checar tarjeta. (Esto puede ser relativo ya que si el número de empleados es considerablemente alto, se considerará como una cola infinita).

Infinita:

A este tipo se ajusta la mayoría de los sistemas de colas puesto que no se encuentran limitados sino por el horario disponible para obtener servicio.

La tasa de llegadas al sistema de colas esta dado en términos de número de llegadas (también llamada nacimientos) por unidad de tiempo. Esta tasa es, por supuesto, una tasa media en la que se toma el número total de llegadas entre el intervalo de tiempo correspondiente.

Como se demostrará mas adelante, la tasa de llegadas sigue comunmente una distribución probabilística, y en la mayoría de los casos se considera como una distribución Poisson, según la cual existe una cierta medida de tendencia central.

Esta distribución Poisson es equivalente a considerar la distribución de tiempo entre llegadas exponencial.

4.1.2.2 COLA

Es importante hacer notar que la cola se considera normalmente una sola a pesar de existir varios canales de servicio, de lo contrario se trabajará bajo el supuesto de que cada cola forma parte de un sólo sistema independiente.

Comportamiento en la cola.-

Existen casos en los que la tasa de llegadas depende de la cola en sí, es decir que una cola muy larga puede autolimitarse a cierto número de clientes. Otra situación que puede ocurrir es que un cliente salga de la línea una vez estando en ella, debido a un tiempo exagerado de espera. Asimismo y refiriéndose al caso de esta tesis, se considera que los clientes esperaran sin importar la cantidad de unidades en espera, ya que se trata de un servicio prácticamente irrechazable.

4.1.2.3 DISCIPLINA DEL SERVICIO

Es importante considerar la disciplina del servicio, según la cual se selecciona al cliente según su posición en la cola. Salvo raras excepciones, se sirve al primer cliente en llegar a la línea, es decir que el primero en entrar al sistema, será el primero en salir. Esta disciplina puede cambiar cuando se sigue un patrón de prioridades: por ejemplo usando el sistema UEPS (Últimas entradas, primeras salidas)

4.1.2.4 MECANISMO DE SERVICIO

Este mecanismo se refiere al sistema que lleva a cabo la atención o el servicio al cliente, ya sea individual o en grupos. Pueden existir varios canales de servicio, es decir varios sistemas en los que se proporciona una atención similar.

La *tasa de servicio*, análogamente a la tasa de llegadas, consiste en el número de clientes atendidos por unidad de tiempo por número de canales de servicio.

El tiempo en el cual el servidor atiende al cliente se denomina *tiempo de servicio* y como se verá posteriormente su distribución se considera en buena parte de los casos exponencial, aunque existen distribuciones arbitrarias y constantes para casos especiales.

Existen ocasiones en las que la tasa de servicio depende de la cantidad de unidades en la línea, de manera que la tasa aumenta a medida que la cola aumenta, esto ocurre generalmente cuando los servidores son personas que se presionan por una alta carga de trabajo o viceversa.

Los mecanismos de servicio pueden consistir de varias etapas, es decir que el servicio completo se divide en varios procesos consecutivos y complementarios. Este puede ser el caso de una línea de ensamble.

4.1.3 NOTACION Y TERMINOLOGIA

Para la descripción de los modelos de líneas de espera, Kendall en 1953 desarrolló una notación que describía las principales características (la distribución de llegadas, la distribución de salidas y el número de canales de servicio) de un modelo de colas.

Posteriormente Lee en 1966 agregó la cuarta y quinta características a la notación: la disciplina del servicio y el número máximo de unidades en el sistema resultando la notación completa:

$$(a/b/c):(d/e)$$

Donde:

a- \rightarrow Distribución de llegadas (o tiempos entre llegadas)

b- \rightarrow Distribución de salidas (o tiempos de servicio)

c- \rightarrow Número de canales de servicio en el sistema.

d- \rightarrow Disciplina del servicio

e- \rightarrow Número máximo de unidades en el sistema -en servicio + esperando-. (restricciones de capacidad).

Siendo los símbolos de a, y, b:

M- \rightarrow Distribución Poisson de llegadas o salidas (o equivalentemente distribución exponencial de los tiempos entre llegadas o de servicio)

D- \rightarrow Tiempo determinístico entre llegadas o de servicio.

E_k- \rightarrow Distribución de Erlang o Gamma con parámetro k de tiempos entre llegadas o de servicio.

GI \rightarrow Distribución general independiente de llegadas
(o tiempo entre llegadas)

G \rightarrow Distribución general de salidas o tiempos de servicio.

El símbolo c se reemplaza por cualquier número positivo que represente el número de servidores en paralelo.

Y siendo el símbolo d :

PEPS \rightarrow Primeras entradas, primeras salidas (FCFS*)

UEPS \rightarrow Últimas entradas, primeras salidas (LCFS*)

SA \rightarrow Servicio en orden aleatorio (SIRO*)

DG \rightarrow Disciplina General (GD*)

* Equivalentes en inglés.

Los símbolos e y f representan un número finito o infinito en el sistema y la fuente finita o infinita.

Cabe mencionar que existen ligeras variaciones en cuanto notación, aunque esta es la más aceptada dentro de la descripción de los modelos en la literatura del tema.

Debido a la cantidad de variables específicas involucradas en un proceso de espera, se consideran las siguientes como las aplicables a todos los modelos:

- L = Longitud de la cola (número de unidades esperando el servicio + unidades en proceso de servicio).
- L_q = Longitud de la cola (unidades en espera de servicio).
- W = Tiempo promedio de espera en la línea.
- W_q = Tiempo promedio de espera en la cola.
- $P_n(t)$ = Probabilidad de que se encuentren n elementos en el sistema al tiempo t ; donde la sumatoria de probabilidades = 1.
- S = número de canales de servicio.
- λ_n = Tasa de llegadas al sistema por unidad de tiempo (al haber n unidades en el sistema).
- μ_n = Tasa de servicios cuando hay ' n ' unidades en el sistema (número esperado de clientes a los que se les completa el servicio).
- $E_n(t)$ = Estado en el cual se encuentra el sistema en el tiempo t y cuando hay ' n ' unidades en el sistema.

Consideraciones:

-Cuando para toda n , λ_n es constante, esta se denota como λ .

-Cuando la tasa media de servicios por canal ocupado es constante para toda $n \geq 1$ y, esta constante se denota como μ (en este caso $\mu_n = s\mu$ cuando $n \geq s$, de tal forma que los s canales se encuentran ocupados).

Bajo estas circunstancias $1/\lambda$ es el tiempo esperado entre llegadas y $1/\mu$ el tiempo esperado de servicio.

-La fracción esperada de tiempo en el que los servidores están ocupados se denomina factor de utilización para la instalación de servicio y es igual a $\rho = \lambda/\mu s$.

4.1.4 PROCEDIMIENTO GENERAL DE SOLUCION

Una forma de tratar los problemas de teoría de colas puede resumirse de la siguiente manera:

- 1.-Definir y relacionar las variables de la situación a fin de describir el problema;
- 2.-Deducir las distribuciones asociadas con base en datos disponibles y emplear las pruebas estadísticas correspondientes;
- 3.-Aplicar las distribuciones para desarrollar las características operativas que describen el problema en conjunto;
- 4.-Mejorar el funcionamiento del sistema por medio del uso de modelos apropiados de decisión y basados en las características de operación de la situación.

4.1.5 MEDIDAS DE EFECTIVIDAD

Al tomar en cuenta el hecho de que un sistema puede comportarse de varias maneras existen medidas que nos indican como será la respuesta del sistema de colas:

1.- Tiempo.- Por esta variable se entiende el periodo de tiempo que el cliente debe esperar para obtener servicio.

2.- Acumulación.- Se refiere a como la línea de espera se va a ir comportando a medida que los clientes van llegando a ella.

3.- Tiempo ocioso.- Se refiere al tiempo muerto en el mecanismo de servicio.

Como ya se ha mencionado, estas y otras variables están distribuidas probabilísticamente, por lo que el objetivo de análisis consiste en determinar estas medidas de efectividad para un sistema y diseñar un óptimo de acuerdo a un criterio fijo.

Para llevar a cabo este proceso, deben relacionarse todas las variables: L , L_q , W , W_q , s , $P_n(t)$, λ , μ , y $E_n(t)$ de manera de encontrar el equilibrio entre el tiempo de espera del cliente y el tiempo muerto en el mecanismo de servicio.

4.1.6 RELACIONES BASICAS ENTRE LAS VARIABLESL, Lq, W y Wq.

Bajo el supuesto de que L_n es una constante para toda n , se ha demostrado que en procesos estacionarios:

$$L = \lambda \cdot W$$

es decir que la longitud de la línea es igual a la tasa de llegadas por el tiempo de espera en la línea.

Dentro de la misma demostración se prueba que:

$$Lq = Wq \cdot \lambda$$

es decir que la longitud de la cola es igual al tiempo de espera en la cola por la tasa de llegadas.

Suponiendo que el tiempo medio de servicio es constante ($1/\mu$ para toda $n \geq 1$) se llega a la ecuación:

$$W = Wq + 1/\mu$$

La importancia de estas relaciones radica en la posibilidad de determinar las cuatro variables básicas L , Lq , W y Wq , partiendo del valor conocido de una de ellas.

Estas relaciones resultan válidas para todos los modelos de teoría de colas sin importar la tasa de llegadas.

4.1.7 LA DISTRIBUCION EXPONENCIAL EN EL PROCESO DE COLAS

Las características operativas de los sistemas de colas están determinadas por dos propiedades estadísticas:

- La distribución de probabilidad de los tiempos entre llegadas y,
- La distribución de probabilidad de los tiempos de servicio.

En los problemas reales de colas, estas distribuciones pueden ser de varios tipos, pueden tomar casi cualquier forma (excepto tomar valores negativos).

Al plantear un modelo de teoría de colas como una representación de un problema real, es necesario especificar la forma que se empleará para cada una de las distribuciones; para que sea útil, la forma elegida debe apegarse en lo posible a la realidad, de modo que al aplicar el modelo, los resultados sean razonables y válidos. Este modelo debe a la vez ser un proceso matemáticamente sencillo.

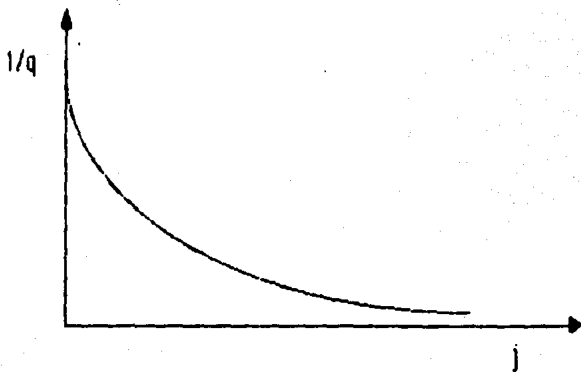
La conjunción de las relaciones básicas ya expuestas con otras que se apegan específicamente a una distribución probabilística, llevan a la constitución de un "modelo matemático".

El proceso estadístico es el modelo que se ajusta a un problema real de colas, el cual tiene magnitudes que varían aleatoriamente en función del tiempo.

Suponiendo que una variable "T" representa los tiempos entre llegadas sucesivas, o bien el tiempo de servicio, se dice que T tiene una distribución exponencial con parámetro q , si su función de probabilidad es:

$$f_T(t) = \begin{cases} qe^{-qt} & \text{para } t \geq 0 & \text{media} = 1/q \\ 0 & \text{para } t < 0 & \text{varianza} = 1/q^2 \end{cases}$$

como se muestra en la figura 4.3:



Función de densidad de la exponencial
(figura 4.3)

q = cualquier constante positiva

$f_X(y)$ es una función de densidad porque es no negativa y su integral de menos a más infinito es = 1.

Es importante hacer notar que la variable aleatoria no "envejece".

Esto implica que, por ejemplo, un producto nuevo no es "mejor" que uno que tenga una vida media, tienen la misma probabilidad de fallar en un momento dado.

Esta implicación de la distribución exponencial tiene gran trascendencia y frecuentemente no es tomada en cuenta.

Las probabilidades acumuladas son entonces:

$$P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$P(T > t) = e^{-\lambda t}$$

4.1.7.1 IMPLICACIONES DE LA DISTRIBUCION EXPONENCIAL

Estas implicaciones se explican mediante cinco propiedades claves de este tipo de distribución:

Propiedad 1

$f(t)$ es una función estrictamente decreciente de $t(t \geq 0)$.

De manera que:

$$P(0 \leq T \leq \Delta t) > P(t \leq T \leq t + \Delta t)$$

para cualesquiera valores estrictamente positivos de t y Δt . Siendo la curva de distribución exponencial la indicada en la figura 4.3.

Si las probabilidades son el área bajo la curva $f(t)$ sobre el intervalo indicado de longitud Δt , y la altura promedio de la curva es menor para la segunda probabilidad que para la primera, es más probable que el valor que tome T sea pequeño que "cercano" a su valor esperado, aún cuando el ancho del segundo intervalo sea prácticamente el doble del primero.

Propiedad 2 (carencia de memoria).

Esta propiedad se refiere al hecho de que la distribución de probabilidad del tiempo restante hasta la llegada o terminación del servicio siempre es el mismo, sin importar cuanto tiempo ya ha transcurrido.

Para los tiempos entre llegadas, esta propiedad describe la situación en la que el tiempo hasta la siguiente llegada no depende del hecho de cuando ocurrió la anterior. Es decir que los tiempos entre llegadas son independientes de las llegadas anteriores.

Para los tiempos de servicio esta probabilidad se refiere a cuando las operaciones requeridas en un servicio son diferentes para diferentes clientes y el tiempo que se invierte para atender a un cliente no afecta a los siguientes.

Propiedad 3

Si suponemos que existen "n" tipos diferentes de clientes y los tiempos para cada tipo "i" tienen una distribución exponencial, el tiempo restante hasta la siguiente llegada de un cliente tipo "i", tendrá la misma distribución. En otras palabras, el tener diferentes tipos de clientes, no afecta a la distribución exponencial de tiempos entre llegadas.

Si T_1 es el tiempo que transcurre desde el último cliente que llegó, esta propiedad considera a los tiempos entre llegadas como un todo, con una distribución exponencial con parámetro φ según la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 P(U>t) &= P(T_1>t, T_2>t \dots T_n>t) \\
 &= P(T_1>t) P(T_2>t) \dots P(T_n>t) \\
 &= e^{-\varphi_1 t} e^{-\varphi_2 t} \dots e^{-\varphi_n t} \\
 &= \text{EXP} \left(\sum_{i=1}^n \varphi_i t \right)
 \end{aligned}$$

T_1 es entonces el tiempo restante desde cualquier instante especificado hasta la siguiente llegada de un cliente de cualquier tipo. U representa el tiempo hasta que ocurre el primero de los n incidentes diferentes y es una variable aleatoria que toma el valor igual al mínimo de los valores actuales tomados por $T_1, T_2 \dots T_n$ y tienen una distribución exponencial con parámetro:

$$Q = \left(\sum_{i=1}^n q_i \right)$$

Las implicaciones de esta propiedad para los tiempos de servicio son más relevantes en los modelos de colas con más de un canal de servicio. Por ejemplo, consideremos la situación en la que todos los canales tienen la misma distribución exponencial de tiempos de servicio con parámetro μ .

Si "n" es el número de canales proporcionando el servicio actualmente y T_i es el tiempo de servicio restante para el canal i ($i=1,2,\dots,n$), que también tiene una distribución exponencial con parámetro $q_i=\mu$, entonces el sistema de colas estaría desempeñando actualmente como un sistema de un solo servidor, donde los tiempos de servicio tienen una distribución exponencial con parámetro $Q=n\mu$.

Propiedad 4

Si en algún sistema con incidentes específicos (por ejemplo las llegadas a una estación de servicio) el tiempo entre ocurrencias consecutivas sigue una distribución exponencial con parámetro Q , el número de veces que ocurre este incidente tendrá una distribución Poisson.

Sea $X(t)$ el número de ocurrencias hasta el instante t ($t > 0$), en donde el instante 0 indica el momento en el

que empieza el conteo; la propiedad 4 implica que:

$$P\{X(t)=n\} = \frac{(qt)^n e^{-qt}}{n!}, \text{ para } n=1,2,\dots;$$

es decir que $X(t)$ tiene una distribución Poisson

En el caso en el que $n=0$

$$P\{X(t)=0\} = e^{-qt}$$

que indica la probabilidad de que el primer incidente ocurra después del instante t .

La media de la distribución Poisson es:

$$E\{x(t)\} = qt$$

donde q es el número esperado de incidentes por unidad de tiempo, es decir la tasa media.

Esta probabilidad describe el comportamiento probabilístico de las llegadas cuando los tiempos entre llegadas siguen una distribución exponencial con parámetro λ . Por esto, $X(t)$ es el número de llegadas en el tiempo transcurrido t , donde $q=\lambda$ es la tasa media de llegadas. Los nacimientos siguen entonces un proceso de entrada Poisson.

Propiedad 5

Para todos los valores positivos de t

$$1- P\{T \leq t + \Delta t \mid T > t\} = e^{-q \Delta t}$$

para valores de Δt pequeños

Considerando que para una variable aleatoria T que tiene una distribución exponencial con parámetro \mathcal{Q} , la propiedad 2 implica que

$$2- \quad P\{T \leq t + \Delta t \mid T > t\} = P\{T \leq \Delta t\} = 1 - e^{-\mathcal{Q} \Delta t}$$

para cualesquiera cantidades positivas t y Δt .

Tomando como desarrollo de la serie e^x , para cualquier componente x es:

$$e^x = 1 + x + \sum_{n=2}^{\infty} x^n/n!$$

donde $x = -\mathcal{Q} \Delta t$ y sustituyendo en la ecuación 2 tenemos:

$$P\{T \leq t + \Delta t \mid T > t\} = 1 + \mathcal{Q} \Delta t - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-\mathcal{Q} \Delta t)^n}{n!}$$

$\approx \mathcal{Q} \Delta t$, para valores pequeños de Δt

Como T puede representar tiempos/llegadas o tiempos de servicio, esta propiedad proporciona una aproximación de la probabilidad de que un incidente (p.ej. una llegada) ocurra en el siguiente intervalo pequeño de tiempo.

Esta propiedad también indica que esta probabilidad es proporcional a Δt , para valores pequeños de Δt .

4.1.8 EL PROCESO DE NACIMIENTO Y MUERTE

En su mayoría, los modelos elementales de colas suponen que las llegadas (clientes que entran al sistema) y las salidas (clientes saliendo del sistema) ocurren de acuerdo con el proceso de *nacimiento y muerte*.

Dentro de la teoría de colas el término *nacimiento* se refiere a la llegada de un nuevo cliente y la *muerte* se refiere a la salida de un cliente ya atendido.

El estado del sistema en el instante t ($t \geq 0$) está dado por $n(t)$ -el número de unidades en el sistema, en el instante t ($t \geq 0$)- consecuentemente el proceso de nacimiento y muerte describe probabilísticamente como cambia $n(t)$ a medida que se incrementa t .

En términos generales, se puede afirmar que los nacimientos y muertes *individuales* ocurren aleatoriamente, donde su tasa de ocurrencia media depende del estado del sistema. Específicamente existen tres hipótesis básicas del proceso de nacimiento y muerte:

a) Dado $n(t)=n$, la distribución de probabilidad del tiempo entre nacimientos (llegadas) es exponencial con parámetro λ_n ($n=0,1,2,\dots$).

b) Dado $n(t)=n$, la distribución de probabilidad del tiempo entre muertes (salidas) es exponencial con parámetro μ_n ($n=0,1,2,\dots$).

c) Sólo pueden ocurrir un nacimiento o una muerte en un instante.

4.1.8.1 POSTULADO DE NACIMIENTO

Si el sistema se encuentra en el estado E_n al tiempo t , la probabilidad de que ocurra exclusivamente un nacimiento en el intervalo de tiempo comprendido entre t y $t + \Delta t$ es:

$$\lambda_n \Delta t + o(\Delta t)$$

donde $o(\Delta t)$ es una función de Δt muy pequeña, es decir que:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$$

por lo que es posible despreciarla.

4.1.8.2 POSTULADO DE MUERTE

Si el sistema se encuentra en el estado E_n al tiempo t , la probabilidad de que ocurra exclusivamente una muerte en el intervalo de tiempo comprendido entre t y $t + \Delta t$ es:

$$\mu_n \Delta t + o(\Delta t)$$

con las mismas implicaciones para $o(\Delta t)$ que en el postulado anterior.

4.1.8.3 POSTULADO COMBINADO DE NACIMIENTO Y MUERTE

Si el sistema se encuentra en el estado E_n al tiempo t , la probabilidad de que el número de nacimientos más el

número de muertes sea mayor a uno (1) en el intervalo de tiempo comprendido entre t y $t + \Delta t$ es:

$$o(\Delta t)$$

4.1.8.4 COROLARIO

Considerando que el sistema se encuentra en el estado E_n al tiempo t , la probabilidad de que ocurran cero nacimientos y cero muertes en el intervalo de tiempo comprendido entre t y $t + \Delta t$ es:

$$1 - \lambda_n \Delta t - \mu_n \Delta t - o(\Delta t)$$

considerando que:

$$2[o(\Delta t)] = o(\Delta t)$$

es decir uno menos la probabilidad de que ocurran las dos condiciones.

En base a estos postulados y considerando que los cuatro eventos posibles en un sistema de colas son:

- Un nacimiento, cero muertes
- cero nacimientos, una muerte
- número de nacimientos más número de muertes > 1
- cero nacimientos, cero muertes.

llegamos a la siguiente tabla:

Estado del sistema al tiempo t	Evento de t a $t+\Delta t$	Probabilidad
A	$n-1$ 1 nacimiento	$P_{n-1}(t)[\lambda_{n-1}\Delta t + o(\Delta t)]$
B	$n+1$ 1 muerte	$P_{n+1}(t)[\mu_{n+1}\Delta t + o(\Delta t)]$
C	? nacimiento+muerte > 1	$o(\Delta t)$
D	n nacimiento+muerte $= 0$	$P_n(t)[1 - \lambda_n\Delta t - \mu_n\Delta t - o(\Delta t)]$

Sumando las probabilidades de los cuatro eventos:

$$P_n(t+\Delta t) = P_{n-1}(t) [\lambda_{n-1}\Delta t + o(\Delta t)] + P_{n+1}(t) [\mu_{n+1}\Delta t + o(\Delta t)] + [o(\Delta t)] + P_n(t) [1 - \lambda_n\Delta t - \mu_n\Delta t - o(\Delta t)]$$

restando $P_n(t)$ y dividiendo entre Δt :

$$\frac{P_n(t+\Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = \lambda_{n-1} P_{n-1}(t) + P_{n+1}(t) \mu_{n+1} - (\mu_n + \lambda_n) P_n(t) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}$$

tomando límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_n(t+\Delta t) - P_n(t)}{\Delta t} = \frac{\partial P_n(t)}{\partial t}$$

por lo tanto:

$$\frac{\partial P_n(t)}{\partial t} = \lambda_{n-1} P_{n-1}(t) + P_{n+1}(t) \mu_{n+1} - (\mu_n + \lambda_n) P_n(t) \quad (4.1)$$

donde:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} \text{ cuando } \Delta t \rightarrow 0 \text{ es igual a cero.}$$

analizando el caso para el que $n=0$, $\lambda_n=0$ y $\mu_0=0$ tenemos:

$$\frac{\partial P_0(t)}{\partial t} = \mu_1 P_1(t) - \lambda_0 P_0(t) \quad (4.2)$$

4.1.5 PROCESO DE NACIMIENTO PURO

Es aquel en el que $\lambda_n = \lambda$ cte y $\mu_n = 0$, es decir que no existe servicio y por lo tanto no hay muertes.

A partir de la ecuación

$$\frac{\partial P_0(t)}{\partial t} = \mu_1 P_1(t) - \lambda_0 P_0(t)$$

sustituyendo $\lambda_n = \lambda$ cte y $\mu_n = 0$:

$$\frac{\partial P_0(t)}{\partial t} = -\lambda P_0(t) \quad (4.3)$$

sustituyendo las condiciones en (4.1):

$$\frac{\partial P_n(t)}{\partial t} = \lambda P_{n-1}(t) - \lambda P_n(t)$$

Si el sistema se encuentra en $t=0$, en el estado E_0 (cero elementos en el sistema, de (4.3) obtenemos:

$$\frac{\partial P_0(t)}{\partial t} = -\lambda P_0(t)$$

Integrando:

$$\int_0^T \frac{\partial P_0(t)}{P_0(t)} = \int_0^T -\lambda dt \quad (4.4)$$

$$\text{si } \int \frac{\partial u}{u} = \ln |u| + C$$

Tenemos:

$$\ln [P_0(t)] = -\lambda t$$

despejando $P_0(t)$

$$P_0(t) = e^{-\lambda t} \quad (4.5)$$

Que representa la probabilidad de que ocurra un nacimiento; siguiendo el mismo procedimiento que para la ecuación (4.5), la solución para $P_n(t)$ será:

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}, \text{ para } t \geq 0 \quad (4.6)$$

Lo cual se ajusta a la definición de la distribución Poisson (bajo el supuesto de que $\lambda_n = \lambda = \text{constante}$, que no es siempre cierto).

Esta distribución se presenta en muchos fenómenos naturales, tales como el número de llamadas telefónicas por minuto en un conmutador, el número de erratas por página en un texto grande y el número de partículas alfa emitidas por una sustancia radioactiva.

Un ejemplo real demuestra la estrecha relación entre una distribución completamente aleatoria y una distribución Poisson supuesta, si ambas concuerdan satisfactoriamente, se concluye que la distribución de frecuencias se ve influida sólo por el azar.

Ej. Se realizó la estadística de refacciones defectuosas registradas en una industria durante 100 días consecutivos, y se compararon estos datos con la distribución Poisson correspondiente.

Número de Defectos	Número Observado (días)	f^*r	Pr	Número Calculado (días)	DIF
0	14	0	0.14249	13.82	0.18
1	27	27	0.27764	26.93	0.07
2	26	52	0.27048	26.24	-0.24
3	16	48	0.17567	17.04	-1.04
4	9	36	0.08557	8.30	0.70
5	4	20	0.03334	3.23	0.77
6	1	6	0.01082	1.05	-0.05

(Tabla 4.1)

Estudio comparativo para valores reales y estimados de la distribución Poisson. (Fuente: Ind. Mabe® SA de CV)

Como se puede observar, los valores observados y los obtenidos por la distribución Poisson concuerdan casi exactamente, y se concluye que la distribución de defectos es debida sólo al azar y no a factores como el proveedor.

Tiempo entre llegadas

Sea T una variable aleatoria del tiempo al cual ocurre el primer nacimiento. Si definimos a $F(t)$ como la probabilidad de que el intervalo entre dos eventos no sea mayor a t (que ocurra una llegada antes de un tiempo determinado):

$$F(t) = P(T \leq t)$$

podemos afirmar que esto es igual a 1 menos la probabilidad de que no llegue nadie, para determinar la probabilidad de que llegue alguien.

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - P_0(t)$$

$$1 - F(t) = P_0(t) = \frac{(\lambda t)^0 e^{-\lambda t}}{0!} = e^{-\lambda t} \quad \text{entonces:}$$

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Que es la probabilidad de que exista un nacimiento (distribución acumulada de frecuencias).

Derivando $F(t)$:

$$f(t) = \frac{\partial F(t)}{\partial t} = \lambda e^{-\lambda t}$$

Que representa la función de densidad de probabilidad de T por lo que la distribución de tiempo entre llegadas es exponencial y la esperanza de tiempo entre llegadas está dada por :

$$E(t) = \int_0^{\infty} t f e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (4.7)$$

Esto ocurrirá si el intervalo entre dos sucesos (p.ej. llegadas) sean independientes entre sí.

4.1.6 PROCESO DE MUERTE PURA

Es aquel en el que no existen nacimientos (llegadas) de manera que $\lambda_n = 0$ y $\mu_n = \mu$. El sistema se encuentra al empezar en el estado E_{Tn} donde $m > 0$ y al terminar en el estado E_0 .

Substituyendo en 4.1 y en 4.2, λ_n y μ_n tenemos:

$$\frac{\partial P_n(t)}{\partial t} = -\mu P_{n+1}(t) - \mu P_n(t) \quad \text{para } n > 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial P_m(t)}{\partial t} = -\mu P_m(t) \quad \text{para } n = 0 \quad (4.9)$$

despejando:

$$\frac{\partial P_m(t)}{P_m} = -\mu(t) \partial(t)$$

Integrando:

$$\int \frac{\partial P_m(t)}{P_m} = -\mu \int (t) \partial(t) - \ln P_m(t) = -\mu t$$

$$P_m(t) = e^{-\mu t} \quad (4.10)$$

Que es la probabilidad de que se vacíe el sistema.

La probabilidad de que mueran n elementos quedando $m-n$ elementos es:

$$P_n(t) = \frac{(\mu t)^{m-n} e^{-\mu t}}{(m-n)!}$$

Se trata una vez más de una distribución Poisson.

Para el caso de $P_0(t)$:

$$P_0(t) = 1 - \sum_{n=1}^m P_n(t)$$

Tiempo entre salidas

Sea t una variable aleatoria de tiempo antes de terminar el proceso de muerte pura.

Definimos a $F(t)$ como la probabilidad de que entre dos salidas con promedio μ haya transcurrido t (que ocurra una muerte antes de un tiempo determinado).

$$F(t) = P(T \leq t) = 1 - e^{-\mu t}$$

derivando:

$$f(t) = -\mu e^{-\mu t}$$

Para determinar el tiempo transcurrido en quedar vacío el sistema dado que estamos en el estado E_n , que está dado por:

$$f(t/F_n) = \frac{-\mu (n+1) e^{-\mu t}}{(n+1)!}$$

lo cual es una distribución Erlang.

4.1.8.7 PROCESO DE NACIMIENTO Y MUERTE COMBINADA

Este proceso es permanente e independiente del tiempo, por lo que:

$$\frac{\partial P_0(t)}{\partial t} = 0$$

Substituyendo en (4.1) y (4.2) tenemos:

$$\lambda_{n-1} P_{n-1} + \mu_{n-1} P_{n-1} - (\lambda_n + \mu_n) P_n = 0 \quad (4.11)$$

$$(\lambda_{n-1} P_{n-1} - \lambda_n P_n) + (\mu_{n-1} P_{n-1} - \mu_n P_n) = 0$$

$$-\lambda_0 P_0 + \mu_1 P_1 = 0 \quad (4.12)$$

Despejando P_1 :

$$P_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} P_0 \quad - \quad P_0 = \frac{\mu_1}{\lambda_0} P_1$$

Por recurrencia:

$$P_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_2} P_1 = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_0}{\mu_2 \cdot \mu_1} P_0$$

$$P_3 = \frac{\lambda_2}{\mu_3} P_2 = \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_0}{\mu_3 \cdot \mu_2 \cdot \mu_1} P_0$$

Esto nos lleva a calcular P_n para $X = 1, 2, \dots$; por las ecuaciones anteriores, podemos decir que:

$$P_n = \frac{\epsilon_{n-1}}{\mu_n} P_{n-1} \quad (4.13)$$

$$P_{n-1} = \frac{\epsilon_{n-2}}{\mu_{n-1}} P_{n-2} \quad (4.14)$$

-
-
-

Llegamos a que:

$$P_n = \frac{\epsilon_{n-1} \epsilon_{n-2} \epsilon_{n-3} \epsilon_{n-4} \dots \epsilon_0}{\mu_n \mu_{n-1} \mu_{n-2} \mu_{n-3} \dots \mu_1} P_0$$

De otra manera:

$$P_n = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 \dots \epsilon_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} P_0$$

Expresando esto último en forma de sumatoria:

$$P_n = \frac{\prod_{i=0}^{n-1} \epsilon_i}{\prod_{i=1}^n \mu_i} P_0 \quad (4.15)$$

Que es la probabilidad de que haya cero elementos en el sistema, para poder obtener P_0 debemos obtener P_n .

Si sabemos que la suma de probabilidades de un evento siempre es igual a 1:

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$$

Lo cual implica que si:

$$P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n = 1$$

entonces:

$$P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=0}^{n-1} C_i}{\prod_{i=1}^{n-1} \mu_i} P_0 = 1$$

Por lo tanto:

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=0}^{n-1} C_i}{\prod_{i=1}^{n-1} \mu_i}} \quad (4.16)$$

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=0}^{n-1} C_i}{\prod_{i=1}^{n-1} \mu_i}$$

La longitud promedio de la cola será:

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} (n P_n) \quad (4.17)$$

Y la longitud de la cola:

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} (n - s) P_n \quad (4.18)$$

(s = número de canales de servicio).

4.2. MODELOS DE TEORIA DE COLAS

Los modelos de teoría de colas se han desarrollado con el objeto de adaptarlos a situaciones típicas, estos modelos están basados en el proceso de nacimiento y muerte ya mencionado. Estos modelos se dice que tienen una entrada Poisson y tiempos de servicio exponenciales definiendo la forma en la que cambian las distribuciones de llegada y salida con n .

A continuación se describen los seis modelos fundamentales de la teoría de colas:

4.2.1. Modelo básico 1

- Tasa media de llegadas constante
(Distribución de llegadas Poisson)
- Tasa media de servicio constante
(Distribución de tiempos de servicio Exponencial)
- Cola Infinita

Tenemos según estas condiciones que

$$\xi_n = \xi = \text{constante para } n=0,1,2,\dots$$

$$\mu_n = \mu = \text{constante para } n=0,1,2,\dots$$

Esta condición se presenta con frecuencia siendo esencialmente constante, sin importar el estado del sistema.

4.2.1.1. SISTEMA CON UN CADAL DE SERVICIO

(M/M/1):(PEPS/∞)

Sustituyendo en (4.16):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=0}^{n-1} \xi_i}{\prod_{i=1}^n \mu_i}} = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi^n}{\mu^n}}$$

Sabemos que el factor de utilización es : $\xi = \lambda/\mu$

por lo tanto:

$$P_0 = \left[\sum_{n=1}^{\infty} \xi^n \right]^{-1} \quad \text{Por la siguiente serie geométrica:}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} X^n = \frac{1}{1-X}, \text{ si } |X| < 1$$

tenemos que $P_0 = (1/\mu - \xi)^{-1}$ y $P_0 = 1 - \xi$.

$$\text{Si } P_n = \frac{\xi^n}{\mu^n} P_0, \text{ tenemos que } P_n = \frac{\xi^n}{\mu^n} (1 - \xi/\mu)$$

$$P_n = \xi^n (1 - \xi) = \xi^n P_0$$

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n = \sum_{n=0}^{\infty} n \xi^n P_0$$

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} n (1 - \xi) \xi^n$$

$$L = (1 - \xi) \xi \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi^n)$$

$$L = (1 - \xi) \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\sum_{n=0}^{\infty} \xi^n \right)$$

Por la serie geométrica:

$$\sum_{n=0}^{\infty} X^n = (1 - X^{n+1}) / (1 - X) \text{ para cualquier } X.$$

Tenemos que:

$$L = (1 - \rho) \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\rho}{1 - \rho} \right)$$

$$\bullet \quad L = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{(\lambda/\mu)}{(\mu - \lambda)/\mu} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (4.19)$$

Para el caso de L_q , de (4.18):

$$L_q = \sum_{n=0}^{\infty} (n - \rho) P_n \quad \rho = 1, \text{ por lo tanto } L_q = \sum_{n=0}^{\infty} (n - 1) P_n$$

$$L_q = L - 1 (1 - P_0)$$

$$\bullet \quad L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (4.20)$$

Recordando que $L = \lambda W$ y que $W = W_q + 1/\mu$

$$\bullet \quad W = \frac{L}{\lambda} = \frac{\lambda/(\mu - \lambda)}{\lambda} = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (4.21)$$

$$\bullet \quad W_q = W - \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (4.22)$$

4.2.1.2 SISTEMA PARA MÚLTIPLES CANALES DE SERVICIO (M/M/n):(PEPS/∞)

De (4.15) y (4.16) tenemos:

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \frac{1}{1 - (\lambda/s\mu)}}$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & \text{si } 0 \leq n \leq s \text{ (menos unidades que canales)} \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{s! s^{n-s}} P_0 & \text{si } n \geq s \text{ (más unidades que canales)} \end{cases}$$

$$\text{si } \xi = \lambda/s\mu:$$

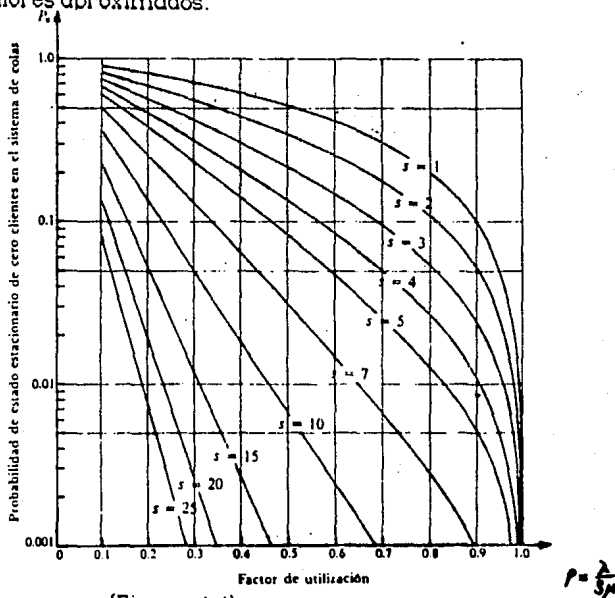
$$\bullet L_q = \sum_{n=s}^{\infty} (n-s) P_n = \frac{P_0 (\lambda/\mu)^s}{s! (1-\xi)^2} = \frac{P_0 (\lambda/\mu)}{s!} \xi \frac{1}{(1-\xi)^2} \quad (4.23)$$

$$\bullet W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (4.24)$$

$$\bullet W = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (4.25)$$

$$\bullet L = \xi \left(W_q + \frac{1}{\mu} \right) = L_q + \frac{\xi}{\mu} \quad (4.26)$$

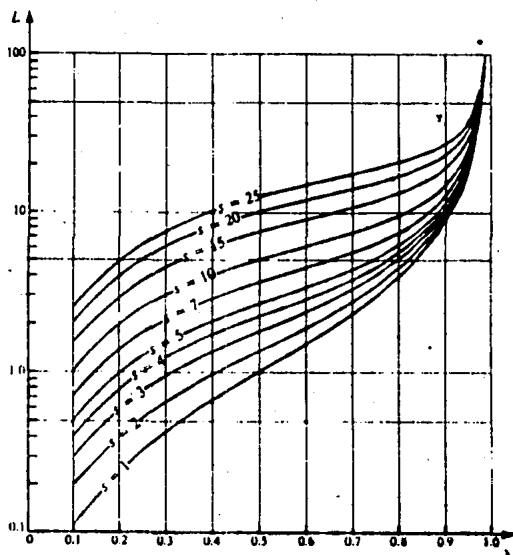
En la siguiente figura se muestran los cambios de P_0 y L con respecto a ξ , y se puede emplear para obtener sus valores aproximados.



(Figura 4.4)

Valores de P_0 para el modelo Básico

Fuente: Hillier-Lieberman - Operations Research-



(Figura 4.5)

Valores de L para el modelo Básico

Fuente: Hillier-Lieberman -Operations Research-

4.2.2Modelo 2**(M/G/1):(GD/∞)**

- Tasa de llegadas Poisson
- Tasa de servicios arbitraria (cualquier distribución de tiempos de servicio)
- $S=1$
- Cola infinita

En este modelo no existe ninguna restricción sobre la distribución del tiempo de servicio, únicamente es necesario conocer la media $1/\mu$ y la varianza β de esta distribución. Los resultados son los siguientes:

$$(\xi = \lambda/\mu < 1)$$

$$\bullet P_0 = 1 - \xi$$

$$\bullet L_q = \frac{\lambda^2 \beta^2 + \xi^2}{2(1-\xi)} \quad (4.27)$$

donde β^2 = varianza de los tiempos de servicios.

$$P_n = P_0 (\lambda/\mu)^n$$

$$\bullet L = \xi + L_q \quad (4.28)$$

$$\bullet W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (4.29)$$

$$\bullet W = W_q + (1/\mu) \quad (4.30)$$

Para cualquier tiempo de servicio esperado fijo $1/\mu$ se observa que L_q , L , W_q y W , se incrementan conforme la varianza β^2 se incrementa, esto implica que la consistencia del servidor tiene influencia sobre el rendimiento del servicio.

Cuando la distribución de tiempos de servicio es exponencial, $\beta^2 = 1/\mu^2$, las ecuaciones anteriores se ajustan al modelo básico ya descrito.

La flexibilidad de este modelo es muy útil, aunque no se han podido determinar ecuaciones similares para el caso de varios servidores ($s > 1$).

4.2.3 Modelo 3

- Tasa de llegadas Poisson
- Tasa de servicios constante
- Cola infinita

Este es el caso que se ajusta a situaciones en las que el servidor debe realizar la misma tarea con cada cliente, este puede ser el caso de una máquina automática (un troquel progresivo). Para el caso de un solo servidor, el modelo es un caso especial del anterior:

(M/cte/1):(GD/∞)

Sustituyendo β^2 en (4.27) tenemos:

$$L_q = \frac{\xi^2}{2(1-\xi)} \quad (4.31)$$

De donde se derivan las siguientes ecuaciones:

$$L = \lambda W \quad (4.32)$$

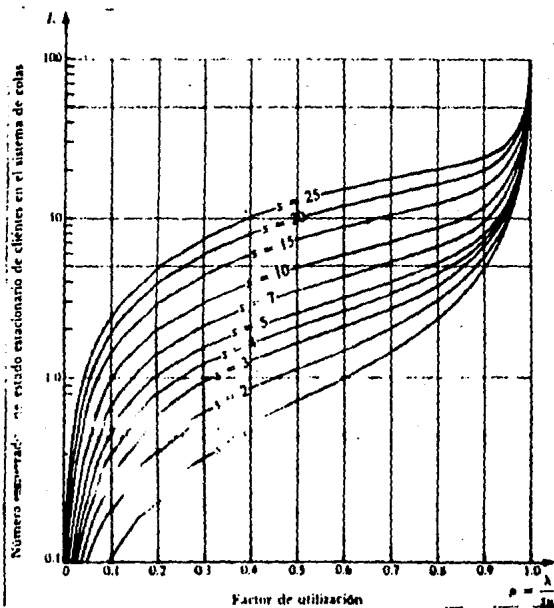
$$W = Wq + (1/\mu) \quad (4.33)$$

$$Wq = Lq/\lambda \quad (4.34)$$

$$P_n = P_0 (\lambda/\mu)^n \quad (4.35)$$

Para el caso de varios servidores, se cuenta con un método de ecuaciones muy complejas para obtener la distribución de probabilidad en estado estacionario del número de clientes en el sistema y su media.

Para determinar éstos valores, se han tabulado los resultados para un extenso número de casos, según la figura 4.6.



(Figura 4.6)

Valores de L para el modelo con entrada Poisson y tiempo de servicio constante.

4.2.4 Modelo 4

- Tasa de llegadas Poisson
- Tasa de servicios Erlang
- Varios canales de servicio en serie
- Cola infinita

En este caso la suma de todas las distribuciones exponenciales de cada canal en serie nos dan como resultado una distribución Erlang. Este modelo encaja en un campo intermedio entre la variación de tiempos de servicio cero (modelo 3) y la distribución de tiempos de servicio exponencial o muy variable (modelo 1).

Este modelo se ajusta entonces a la condición $(0 < \beta < 1/\mu)$, en donde caen la mayoría de las distribuciones reales de servicio. La función de densidad de probabilidad para la distribución Erlang es :

$$f(t) = \frac{(\mu k)^k}{(k-1)!} t^{k-1} e^{-k\mu t} \quad \text{para } t \geq 0$$

en donde μ y k son parámetros estrictamente positivos de la distribución y k es un parámetro de dispersión entero, que especifica el grado de variabilidad de los tiempos de servicio con relación a la media.

La media y la distribución estandar son:

$$\text{Media} = 1/\mu$$

$$\text{Desviación estandar} = \beta^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot \frac{1}{\mu}$$

La distribución exponencial y la degenerada, de hecho, son casos especiales de la distribución Erlang con $k=1$ y $k=\infty$, respectivamente. Los valores intermedios de k proporcionan distribuciones intermedias con media $1/\mu$ y varianza $1/(k\mu^2)$.

(M/E_k/1):(GD/∞)

Para el caso de un canal de servicio, de (4.27):

$$L_q = \frac{\xi^2 \beta^2 + \xi^2}{2(1-\xi)} \quad \text{sustituyendo } \beta^2 = 1/(k\mu^2)$$

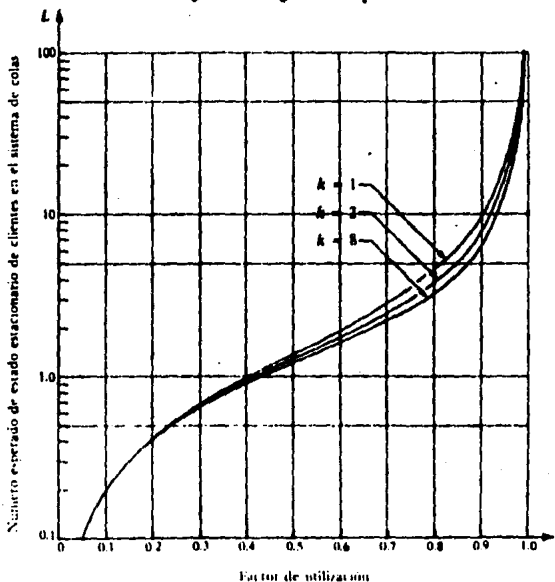
$$\bullet L_q = \frac{\frac{\xi^2}{k\mu^2} + \xi^2}{2(1-\xi)} \cdot \frac{1+k}{2k} \cdot \frac{\xi^2}{\mu(\mu-\xi)} \quad (4.36)$$

$$\bullet W_q = \frac{1+k}{2k} \cdot \frac{\xi}{\mu(\mu-\xi)} \quad (4.37)$$

$$\bullet W = W_q + (1/\mu) \quad (4.38)$$

$$\bullet L = \rho W \quad (4.39)$$

No ha sido posible deducir una solución general de estado estacionario ($\rho = \lambda/s\mu < 1$) para la distribución de probabilidad del número de clientes en el sistema, por lo que se requiere un teoría avanzada para resolver casos individuales. Se han obtenido y tabulado resultados que se muestran en la siguiente gráfica para $s=2$.



(Figura 4.7)

Valores de L para el modelo con entradas Poisson y tiempos de servicio Erlang. ($s=2$)

(Fuente: Hillier-Lieberman -Operations Research-)

4.2.5 Modelo 5

- Tasa de llegadas Poisson
- Tasa de servicios exponencial
- Cola finita

Dentro de este sistema no se permite que el número de clientes en el sistema sea mayor que algún número específico (M), esto quiere decir que cuando existen M elementos en la cola ($M > 0$), la tasa de llegadas es igual a cero. Este caso se da por ejemplo en el caso de un avión en el que el tamaño máximo de la cola será el número de pasajeros con pase de abordar.

La modificación al modelo básico consistirá en cambiar los parámetros de λ_n , de manera que:

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda, & \text{para } n=0,1,2,\dots,M-1 \\ 0, & \text{para } n \geq M \end{cases}$$

Como $\lambda_n=0$ para ciertos valores de n , el sistema eventualmente alcanzará la condición de estado estable.

(M/M/1):(GD/M)

Para el caso de un solo servidor, de (4.16):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_{i=0}^{n-1} \lambda_i}{\prod_{i=1}^n \mu_i}} \quad \text{si} \quad \frac{\prod_{i=0}^{n-1} \lambda_i}{\prod_{i=1}^n \mu_i} = C_n$$

tenemos que:

$$C_n = \begin{cases} (\lambda/\mu)^n = \xi^n & \text{para } n=1,2,3\dots M \\ 0 & \text{para } n > M \end{cases}$$

Por lo tanto:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^m (\lambda/\mu)^n + \frac{1 - (\lambda/\mu)^{m+1}}{1 - (\lambda/\mu)}} = \frac{1 - \xi}{1 - \xi^{m+1}}$$

De modo que:

$$P_n = \frac{1 - \xi}{1 - \xi^{m+1}} \xi^n \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots, m$$

$$\text{De (12)}: L = \sum_{n=0}^m n P_n = \frac{1 - \xi}{1 - \xi^{m+1}} \xi \sum_{n=0}^m n \xi^{n-1} (\xi^n)$$

Por un proceso similar al de la ecuación (4.17) llegamos a:

$$\bullet L = \frac{\xi}{1 - \xi} \frac{(m+1)\xi^{m+1}}{1 - \xi^{m+1}} \quad (4.40)$$

$$\bullet L_q = W_q \lambda \quad (4.41)$$

$$\bullet W = L/\lambda \quad (4.42)$$

$$\bullet W_q = W - (1/\mu) \quad (4.43)$$

Donde M es el número de unidades que pueden estar en el sistema + s (canales de servicio)

(M/M/∞):(GD/M)

Para el caso de varios servidores:

Siendo M el número máximo de clientes, será a su vez el número máximo de servidores.

Tenemos que:

$$C_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \quad \text{para } n = 1, 2, \dots, s$$

$$C_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{s!} \cdot (\lambda/s\mu)^{n-s} = \frac{(\lambda/\mu)^s}{s! s^{n-s}} \quad \text{para } n = s, s+1, \dots, M$$

$$\text{de donde: } \begin{cases} C_n = 0 & \text{para } n > M \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 & \text{para } n = 1, 2, \dots, s \end{cases}$$

$$P_n = \frac{(\lambda/\mu)^n}{s! s^{n-s}} P_0, \quad \text{para } n = s, s+1, \dots, M$$

$$0, \quad \text{para } n > M$$

$$P_0 = 1 / \left\{ 1 + \sum_{n=1}^s \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \sum_{n=s+1}^M (\lambda/s\mu)^{n-s} \right\}$$

Adaptando a este caso la deducción de L_q de la ecuación (4.20), se llega a :

$$L_q = \frac{P_0 (\lambda/\mu)^s \xi}{s! (1-\xi)^2} [1 - \xi^{m-s} - (m-s) \xi^{m-s} (1-\xi)] \quad (4.44)$$

Por lo que se puede demostrar que:

$$L = \sum_{n=0}^{s-1} n P_n + L_q + s \left(1 - \sum_{n=0}^{s-1} P_n\right) \quad (4.45)$$

$$W = L / \lambda \quad (4.46)$$

$$W_q = L_q / \lambda \quad (4.47)$$

4.2.6 Modelo 6

- Tasa de llegadas Poisson
- Tasa de servicios exponencial
- Tasa de llegadas finita

Este modelo difiere del modelo 1 (modelo básico) en que la fuente de entradas es limitada, es decir, que el tamaño de la población potencial es finita.

Este puede ser el caso de un grupo de cierta cantidad de alumnos que llegan a un salón de clase o el caso de una cuadrilla de mantenimiento que llega a dar servicio a un número determinado de máquinas.

Las máquinas constituyen la población potencial y los reparadores los servidores individuales en el sistema de colas si trabajan separadamente en máquinas diferentes, o como brigada completa si trabaja como equipo en cada máquina.

Cuando nos encontramos en el estado E_n , tenemos n elementos en el sistema y $M-n$ fuera de él. La probabilidad de que ocurra un nacimiento entre el tiempo t y $t+\Delta t$ es igual a:

$$(m-n) \lambda \Delta t + o(\Delta t)$$

entonces:

$$\lambda = \begin{cases} (M-n) \lambda & \text{si } n = 0, 1, 2, \dots, M \\ 0 & \text{si } n \geq M \end{cases}$$

tenemos que:

$$P_0 = 1 / \sum_{n=0}^M \left[\frac{M!}{(M-n)!} (\lambda/\mu)^n \right]$$

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!} (\lambda/\mu)^n P_0 \quad \text{si } n=1, 2, \dots, M$$

$$\bullet Lq = \sum_{n=1}^M (n-1) P_n = M - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} (1 - P_0) \quad (4.40)$$

$$\bullet L = \sum_{n=0}^m n P_n = L_q + (1 + P_0) \quad (4.49)$$

$$\bullet L = m - (\epsilon/\mu) (1 - P_0) \quad (4.50)$$

$$\bullet W = L/\epsilon^* \quad (4.51)$$

$$\bullet W_q = L_q/\epsilon^* \quad (4.52)$$

donde $\epsilon^* = \epsilon (m - 1)$

Para el caso de varios servidores:

$$C_n = \begin{cases} \frac{m!}{(m-n)! n!} (\epsilon/\mu)^n & \text{para } n=1, 2, \dots, m \\ \frac{m!}{(m-n)! s! s^{n-s}} (\epsilon/\mu)^n & \text{para } n=1, 2, \dots, m \\ 0 & \text{para } n > m \end{cases}$$

Por lo que:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1} \frac{m!}{(m-n)! n!} (\epsilon/\mu)^n + \sum_{n=0}^m \frac{m!}{(m-n)! s! s^{n-s}} (\epsilon/\mu)^n}$$

Por último:

$$\bullet L_q = \sum_{n=0}^{s-1} n P_n + (n \cdot s) P_n \quad (4.53)$$

$$\bullet L = \sum_{n=0}^{s-1} n P_n + L_q + s \left(1 - \sum_{n=0}^{s-1} P_n \right) \quad (4.54)$$

$$\bullet W = L / \epsilon^* \quad (4.55)$$

$$\bullet W_q = L_q / \epsilon^* \quad (4.56)$$

donde $\epsilon^* = \epsilon (M - L)$

A continuación se presentan las tablas para el caso de un servidor, que muestran los resultados de L , L_q , W , W_q y las probabilidades de P_0 a P_{15} para diferentes valores de ξ (Factor de utilización).

Con estas tablas podemos comparar los valores entre las diferentes condiciones posibles en un sistema de colas. Asimismo, se graficaron los resultados obtenidos de las tablas para mostrar la tendencia que siguen los valores de L , L_q , W y W_q

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
S	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000
E	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
---- Probabilidades ----						
0	0.900000	0.900000	0.900000	0.900000	0.900009	0.646663
1	0.090000	0.090000	0.090000	0.090000	0.090001	0.258665
2	0.009000	0.009000	0.009000	0.009000	0.009000	0.077600
3	0.000900	0.000900	0.000900	0.000900	0.000900	0.015520
4	0.000090	0.000090	0.000090	0.000090	0.000090	0.001552
5	0.000009	0.000009	0.000009	0.000009		0.000000
6	0.000001	0.000001	0.000001	0.000001		0.000000
7	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
8	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
Σ Prob	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
L	0.1111	0.1278	0.1056	0.1074	0.11106	0.56663
Lq	0.0111	0.0278	0.0056	0.0074	0.01106	0.46663
W	0.1111	0.1278	0.1056	0.1074	0.11106	0.56663
Wq	0.0111	0.0278	0.0056	0.0074	0.01106	0.46663
S -> Factor de Utilización						
E -> Tasa de Llegadas						
μ -> Tasa de Servicios						
β -> Varianza						
k -> Parametro de Dispersión						
M -> Maximo no. de Unidades * s						

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
S	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000
E	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
--- Probabilidades ---						
0	0.800000	0.800000	0.800000	0.800000	0.800256	0.398343
1	0.160000	0.160000	0.160000	0.160000	0.160051	0.318674
2	0.032000	0.032000	0.032000	0.032000	0.032010	0.191205
3	0.006400	0.006400	0.006400	0.006400	0.006402	0.076482
4	0.001280	0.001280	0.001280	0.001280	0.001280	0.015296
5	0.000256	0.000256	0.000256	0.000256	0.000256	0.000000
6	0.000051	0.000051	0.000051	0.000051	0.000051	0.000000
7	0.000010	0.000010	0.000010	0.000010	0.000010	0.000000
8	0.000002	0.000002	0.000002	0.000002	0.000002	0.000000
9	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
10	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
Σ Prob	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
L	0.2500	0.3250	0.2250	0.2333	0.24840	1.19171
Lq	0.0500	0.1250	0.0250	0.0333	0.04840	0.99171
W	0.1250	0.1625	0.1125	0.1167	0.12420	0.59586
Wq	0.0250	0.0625	0.0125	0.0167	0.02420	0.49586
§ -> Factor de Utilización						
E -> Tasa de Llegadas						
μ -> Tasa de Servicios						
β -> Varianza						
k -> Parametro de Dispersión						
M -> Maximo no. de unidades + s						

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
$\$$	0.300000	0.300000	0.300000	0.300000	0.300000	0.300000
ϵ	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
---- Probabilidades ----						
0	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000	0.701705	0.242577
1	0.210000	0.210000	0.210000	0.210000	0.210512	0.291093
2	0.063000	0.063000	0.063000	0.063000	0.063153	0.261983
3	0.018900	0.018900	0.018900	0.018900	0.018946	0.157190
4	0.005670	0.005670	0.005670	0.005670	0.005684	0.047157
5	0.001701	0.001701	0.001701	0.001701		0.000000
6	0.000510	0.000510	0.000510	0.000510		0.000000
7	0.000153	0.000153	0.000153	0.000153		0.000000
8	0.000046	0.000046	0.000046	0.000046		0.000000
9	0.000014	0.000014	0.000014	0.000014		0.000000
10	0.000004	0.000004	0.000004	0.000004		0.000000
11	0.000001	0.000001	0.000001	0.000001		0.000000
12	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
13	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
14	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
15	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000		0.000000
Σ Prob	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
L	0.4286	0.6214	0.3643	0.3857	0.41639	1.77526
Lq	0.1286	0.3214	0.0643	0.0857	0.11639	1.47526
W	0.1429	0.2071	0.1214	0.1286	0.13880	0.59175
Wq	0.0429	0.1071	0.0214	0.0286	0.03880	0.49175
$\$$ -> Factor de Utilización ϵ -> Tasa de Llegadas μ -> Tasa de Servicios β -> Varianza k -> Parametro de Dispersión M -> Maximo no. de unidades + s						

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
S	0.400000	0.400000	0.400000	0.400000	0.400000	0.400000
E	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
--- Probabilidades ---						
0	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000	0.606208	0.149916
1	0.240000	0.240000	0.240000	0.240000	0.242483	0.239866
2	0.096000	0.096000	0.096000	0.096000	0.096993	0.287839
3	0.038400	0.038400	0.038400	0.038400	0.038797	0.230271
4	0.015360	0.015360	0.015360	0.015360	0.015519	0.092108
5	0.006144	0.006144	0.006144	0.006144		0.000000
6	0.002458	0.002458	0.002458	0.002458		0.000000
7	0.000983	0.000983	0.000983	0.000983		0.000000
8	0.000393	0.000393	0.000393	0.000393		0.000000
9	0.000157	0.000157	0.000157	0.000157		0.000000
10	0.000063	0.000063	0.000063	0.000063		0.000000
11	0.000025	0.000025	0.000025	0.000025		0.000000
12	0.000010	0.000010	0.000010	0.000010		0.000000
13	0.000004	0.000004	0.000004	0.000004		0.000000
14	0.000002	0.000002	0.000002	0.000002		0.000000
15	0.000001	0.000001	0.000001	0.000001		0.000000
Σ Prob	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
L	0.6667	1.0667	0.5333	0.5778	0.61494	2.27479
Lq	0.2667	0.6667	0.1333	0.1778	0.21494	1.87479
W	0.1667	0.2667	0.1333	0.1444	0.15373	0.56870
Wq	0.0667	0.1667	0.0333	0.0444	0.05373	0.46870
S -> Factor de Utilización						
E -> Tasa de Llegadas						
μ -> Tasa de Servicios						
β -> Varianza						
k -> Parametro de Dispersión						
M -> Maximo no. de unidades + s						

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
S	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000
ϵ	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
---- Probabilidades ----						
0	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.516129	0.095238
1	0.250000	0.250000	0.250000	0.250000	0.258065	0.190476
2	0.125000	0.125000	0.125000	0.125000	0.129032	0.285714
3	0.062500	0.062500	0.062500	0.062500	0.064516	0.285714
4	0.031250	0.031250	0.031250	0.031250	0.032258	0.142857
5	0.015625	0.015625	0.015625	0.015625		0.000000
6	0.007813	0.007813	0.007813	0.007813		0.000000
7	0.003906	0.003906	0.003906	0.003906		0.000000
8	0.001953	0.001953	0.001953	0.001953		0.000000
9	0.000977	0.000977	0.000977	0.000977		0.000000
10	0.000488	0.000488	0.000488	0.000488		0.000000
11	0.000244	0.000244	0.000244	0.000244		0.000000
12	0.000122	0.000122	0.000122	0.000122		0.000000
13	0.000061	0.000061	0.000061	0.000061		0.000000
14	0.000031	0.000031	0.000031	0.000031		0.000000
15	0.000015	0.000015	0.000015	0.000015		0.000000
Σ Prob	0.999985	0.999985	0.999985	0.999985	1.000000	1.000000
L	1.0000	1.7500	0.7500	0.8333	0.83871	2.69048
Lq	0.5000	1.2500	0.2500	0.3333	0.33871	2.19048
w	0.2000	0.3500	0.1500	0.1667	0.16774	0.53810
wq	0.1000	0.2500	0.0500	0.0667	0.06774	0.43810
S -> Factor de Utilización						
ϵ -> Tasa de Llegadas						
μ -> Tasa de Servicios						
β -> Varianza						
k -> Parametro de Dispersión						
M -> Maximo no. de unidades + s						

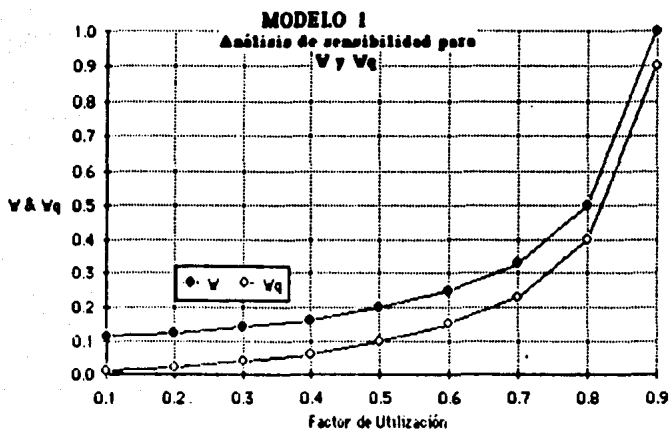
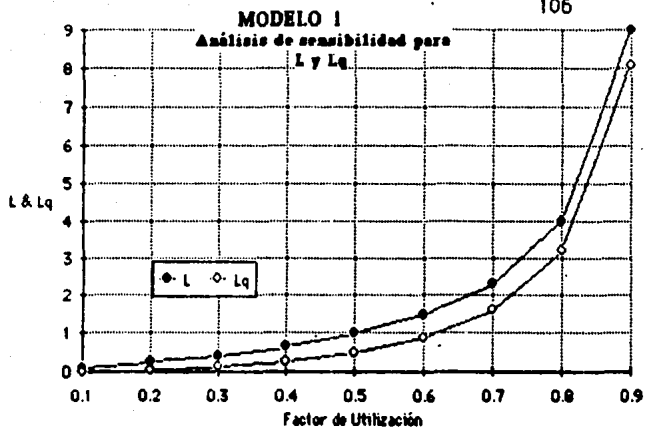
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
S	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000	0.600000
£	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
---- Probabilidades ----						
0	0.400000	0.400000	0.400000	0.400000	0.433727	0.062444
1	0.240000	0.240000	0.240000	0.240000	0.260236	0.149865
2	0.144000	0.144000	0.144000	0.144000	0.156142	0.269757
3	0.086400	0.086400	0.086400	0.086400	0.093685	0.323709
4	0.051840	0.051840	0.051840	0.051840	0.056211	0.194225
5	0.031104	0.031104	0.031104	0.031104		0.000000
6	0.018662	0.018662	0.018662	0.018662		0.000000
7	0.011197	0.011197	0.011197	0.011197		0.000000
8	0.006718	0.006718	0.006718	0.006718		0.000000
9	0.004031	0.004031	0.004031	0.004031		0.000000
10	0.002419	0.002419	0.002419	0.002419		0.000000
11	0.001451	0.001451	0.001451	0.001451		0.000000
12	0.000871	0.000871	0.000871	0.000871		0.000000
13	0.000522	0.000522	0.000522	0.000522		0.000000
14	0.000313	0.000313	0.000313	0.000313		0.000000
15	0.000188	0.000188	0.000188	0.000188		0.000000
Σ Prob	0.999718	0.999718	0.999718	0.999718	1.000000	1.000000
L	1.5000	2.8500	1.0500	1.2000	1.07842	3.03741
Lq	0.9000	2.2500	0.4500	0.6000	0.47842	2.43741
W	0.2500	0.4750	0.1750	0.2000	0.17974	0.50623
Wq	0.1500	0.3750	0.0750	0.1000	0.07974	0.40623
S -> Factor de Utilización						
£ -> Tasa de Llegadas						
μ -> Tasa de Servicios						
β -> Varianza						
k -> Parametro de Dispersión						
M -> Maximo no. de unidades + s						

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
\$	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000	0.700000
£	7.00	7.00	7.00	7.00	7.00	7.00
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
--- Probabilidades ---						
0	0.300000	0.300000	0.300000	0.300000	0.380807	0.042240
1	0.210000	0.210000	0.210000	0.210000	0.252425	0.118271
2	0.147000	0.147000	0.147000	0.147000	0.176698	0.248370
3	0.102900	0.102900	0.102900	0.102900	0.123688	0.347717
4	0.072030	0.072030	0.072030	0.072030	0.086582	0.243402
5	0.050421	0.050421	0.050421	0.050421		0.000000
6	0.035295	0.035295	0.035295	0.035295		0.000000
7	0.024706	0.024706	0.024706	0.024706		0.000000
8	0.017294	0.017294	0.017294	0.017294		0.000000
9	0.012106	0.012106	0.012106	0.012106		0.000000
10	0.008474	0.008474	0.008474	0.008474		0.000000
11	0.005932	0.005932	0.005932	0.005932		0.000000
12	0.004152	0.004152	0.004152	0.004152		0.000000
13	0.002907	0.002907	0.002907	0.002907		0.000000
14	0.002035	0.002035	0.002035	0.002035		0.000000
15	0.001424	0.001424	0.001424	0.001424		0.000000
Σ Prob	0.996677	0.996677	0.996677	0.996677	1.000000	1.000000
L	2.3333	4.7833	1.5167	1.7889	1.32321	3.33177
Lq	1.6333	4.0833	0.8167	1.0889	0.62321	2.63177
W	0.3333	0.6833	0.2167	0.2556	0.18903	0.47597
Wq	0.2333	0.5833	0.1167	0.1556	0.08903	0.37597
<p>\$ -> Factor de Utilización</p> <p>£ -> Tasa de Llegadas</p> <p>μ -> Tasa de Servicios</p> <p>β -> Varianza</p> <p>k -> Parametro de Dispersion</p> <p>M -> Maximo no. de unidades + s</p>						

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
\$	0.800000	0.800000	0.800000	0.800000	0.800000	0.800000
£	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
--- Probabilidades ---						
0	0.200000	0.200000	0.200000	0.200000	0.297477	0.029413
1	0.160000	0.160000	0.160000	0.160000	0.237982	0.094122
2	0.128000	0.128000	0.128000	0.128000	0.190386	0.225893
3	0.102400	0.102400	0.102400	0.102400	0.152308	0.361429
4	0.081920	0.081920	0.081920	0.081920	0.121847	0.269143
5	0.065536	0.065536	0.065536	0.065536		0.000000
6	0.052429	0.052429	0.052429	0.052429		0.000000
7	0.041943	0.041943	0.041943	0.041943		0.000000
8	0.033554	0.033554	0.033554	0.033554		0.000000
9	0.026844	0.026844	0.026844	0.026844		0.000000
10	0.021475	0.021475	0.021475	0.021475		0.000000
11	0.017180	0.017180	0.017180	0.017180		0.000000
12	0.013744	0.013744	0.013744	0.013744		0.000000
13	0.010995	0.010995	0.010995	0.010995		0.000000
14	0.008796	0.008796	0.008796	0.008796		0.000000
15	0.007037	0.007037	0.007037	0.007037		0.000000
Σ Prob	0.971853	0.971853	0.971853	0.971853	1.000000	1.000000
L	4.0000	8.8000	2.4000	2.9333	1.56307	3.58677
Lq	3.2000	8.0000	1.6000	2.1333	0.76307	2.78677
W	0.5000	1.1000	0.3000	0.3667	0.19538	0.44835
Wq	0.4000	1.0000	0.2000	0.2667	0.09538	0.34835
\$ -> Factor de Utilización £ -> Tasa de Llegadas μ -> Tasa de Servicios β -> Varianza k -> Parametro de Dispersión M -> Maximo no. de unidades + s						

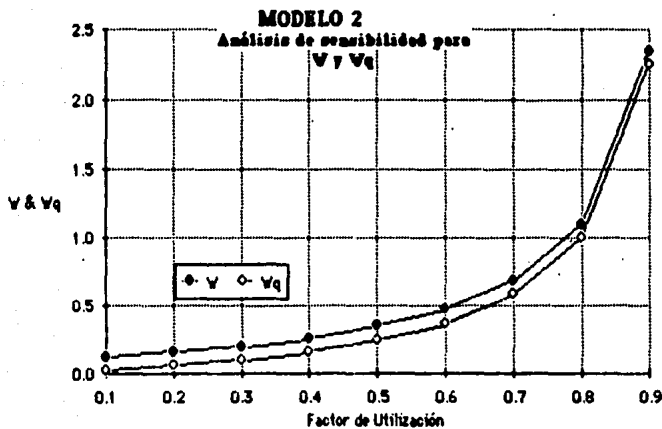
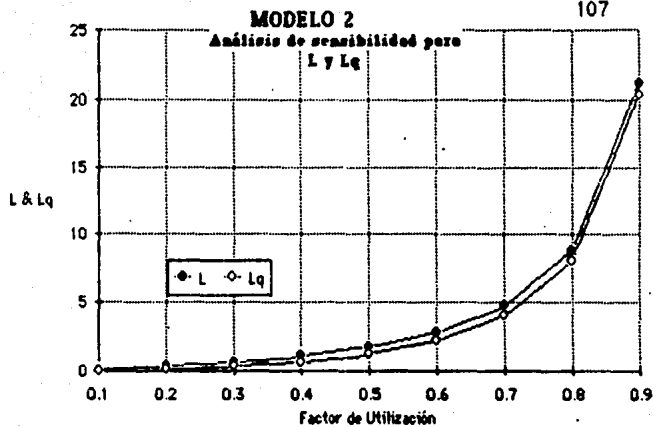
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
S	0.900000	0.900000	0.900000	0.900000	0.900000	0.900000
ε	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00	9.00
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
--- Probabilidades ---						
0	0.100000	0.100000	0.100000	0.100000	0.244194	0.021025
1	0.090000	0.090000	0.090000	0.090000	0.219775	0.075690
2	0.081000	0.081000	0.081000	0.081000	0.197797	0.204363
3	0.072900	0.072900	0.072900	0.072900	0.176018	0.367854
4	0.065610	0.065610	0.065610	0.065610	0.160216	0.331068
5	0.059049	0.059049	0.059049	0.059049		0.000000
6	0.053144	0.053144	0.053144	0.053144		0.000000
7	0.047830	0.047830	0.047830	0.047830		0.000000
8	0.043047	0.043047	0.043047	0.043047		0.000000
9	0.038742	0.038742	0.038742	0.038742		0.000000
10	0.034868	0.034868	0.034868	0.034868		0.000000
11	0.031381	0.031381	0.031381	0.031381		0.000000
12	0.028243	0.028243	0.028243	0.028243		0.000000
13	0.025419	0.025419	0.025419	0.025419		0.000000
14	0.022877	0.022877	0.022877	0.022877		0.000000
15	0.020589	0.020589	0.020589	0.020589		0.000000
ΣProb	0.814698	0.814698	0.814698	0.814698	1.000000	1.000000
L	9.0000	21.1500	4.9500	6.3000	1.79029	3.81225
Lq	8.1000	20.2500	4.0500	5.4000	0.69029	2.91225
W	1.0000	2.3500	0.5500	0.7000	0.19892	0.42358
Wq	0.9000	2.2500	0.4500	0.6000	0.09892	0.32358
S → Factor de Utilización						
ε → Tasa de Llegadas						
μ → Tasa de Servicios						
β → Varianza						
k → Parametro de Dispersión						
M → Maximo no. de unidades + s						

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
$\$$	0.999000	0.999000	0.999000	0.999000	0.999000	0.999000
ϵ	9.99	9.99	9.99	9.99	9.99	9.99
μ	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
β		0.200000				
k				3.000000		
M					4.000000	4.000000
--- Probabilidades ---						
0	0.001000	0.001000	0.001000	0.001000	0.200400	0.015431
1	0.000999	0.000999	0.000999	0.000999	0.200200	0.061663
2	0.000998	0.000998	0.000998	0.000998	0.200000	0.184803
3	0.000997	0.000997	0.000997	0.000997	0.199800	0.369236
4	0.000996	0.000996	0.000996	0.000996	0.199600	0.368867
5	0.000995	0.000995	0.000995	0.000995		0.000000
6	0.000994	0.000994	0.000994	0.000994		0.000000
7	0.000993	0.000993	0.000993	0.000993		0.000000
8	0.000992	0.000992	0.000992	0.000992		0.000000
9	0.000991	0.000991	0.000991	0.000991		0.000000
10	0.000990	0.000990	0.000990	0.000990		0.000000
11	0.000989	0.000989	0.000989	0.000989		0.000000
12	0.000988	0.000988	0.000988	0.000988		0.000000
13	0.000987	0.000987	0.000987	0.000987		0.000000
14	0.000986	0.000986	0.000986	0.000986		0.000000
15	0.000985	0.000985	0.000985	0.000985		0.000000
Σ Prob	0.015881	0.015881	0.015881	0.015881	1.000000	1.000000
L	999.0000	2496.0015	499.9995	666.3330	1.99800	4.01345
Lq	998.0010	2495.0025	499.0005	665.3340	0.99900	3.01445
W	100.0000	249.8500	50.0500	66.7000	0.20000	0.40175
Wq	99.9000	249.7500	49.9500	66.6000	0.10000	0.30175
$\$$ -> Factor de Utilización						
ϵ -> Tasa de Llegadas						
μ -> Tasa de Servicios						
β -> Varianza						
k -> Parametro de Dispersión						
M -> Maximo no. de unidades + s						



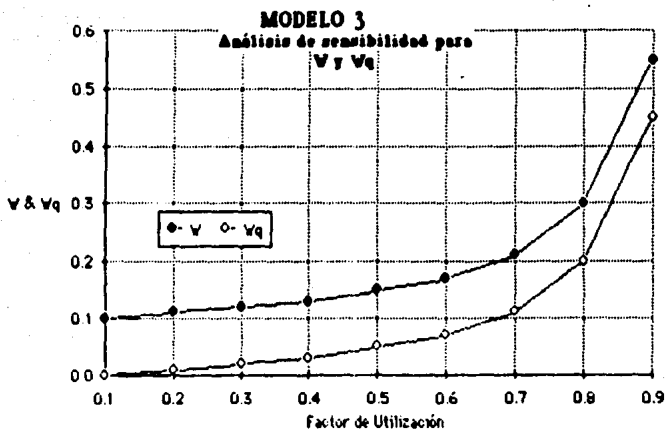
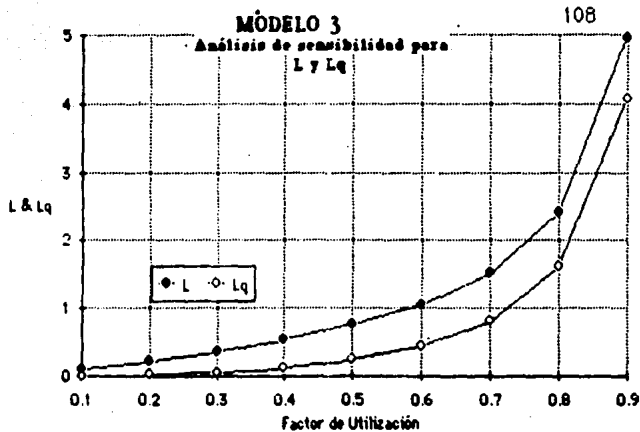
GRAFICA 4.8

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA L , Lq , V y Vq . **MODELO 1**



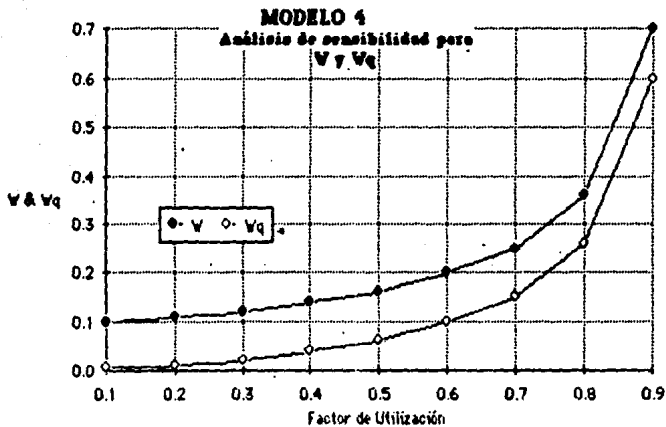
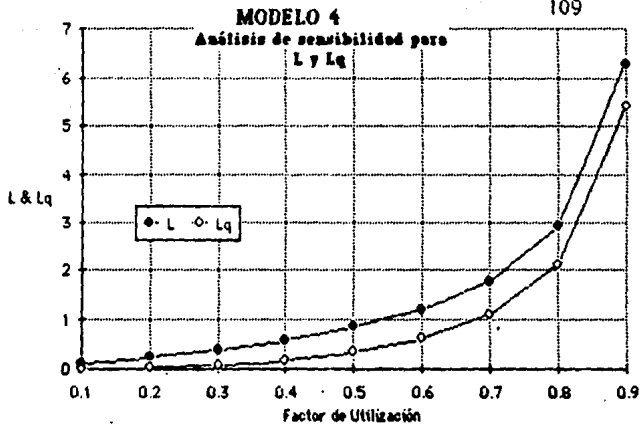
GRAFICA 4.9

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA L, Lq, W y Wq . MODELO 2



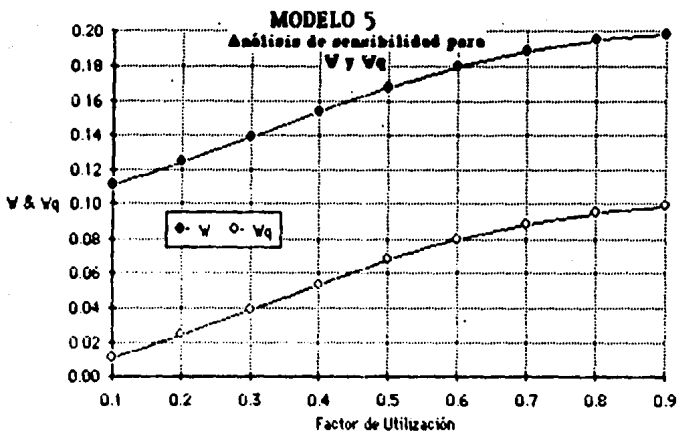
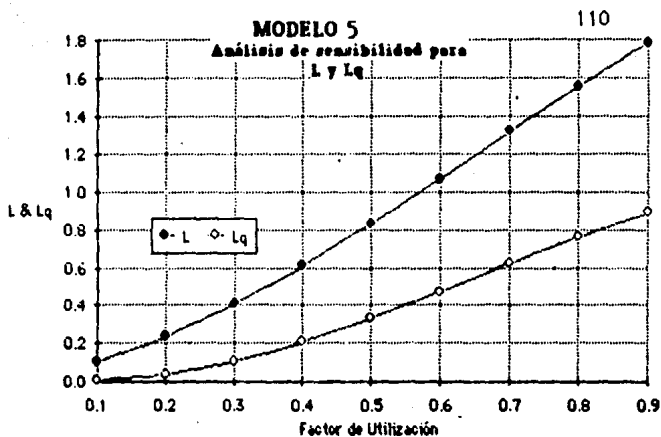
GRAFICA 4.10

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA L, Lq, W y Wq. **MODELO 3**



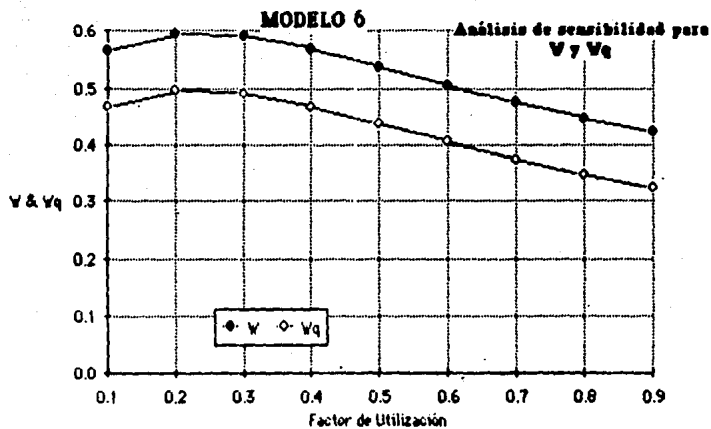
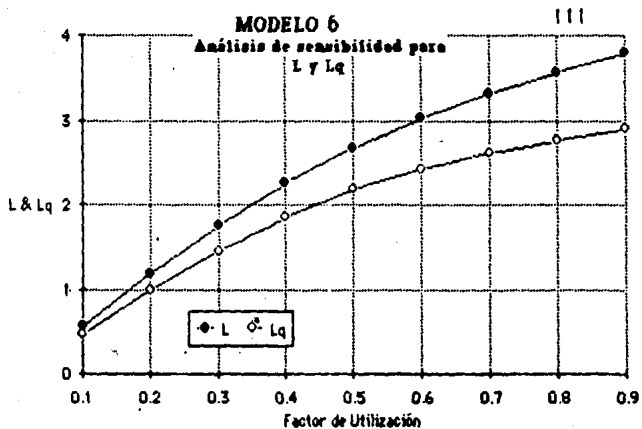
GRAFICA 4.11

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA L, Lq, W y Wq. **MODELO 4**



GRAFICA 4.12

ANALISIS DE SENSIBILIDAD PARA L, Lq, W y Wq. MODELO 5



GRAFICA 4.13

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA L, Lq, W y Wq. **MODELO 6**

4.3 MODELOS DE ESPERA

Para aplicar con éxito la teoría de colas antes expuesta a problemas reales, es necesario plantear varias alternativas de solución y evaluar su costo.

Los modelos de espera tienen como objetivo el determinar un sistema de colas que optimice un parámetro previamente establecido de manera de encontrar un máximo o un mínimo, según el caso. A éste parámetro se le denomina *función objetivo* y por lo general es de carácter económico.

Debido a que los sistemas de espera pueden variar según múltiples factores, es imposible plantear un procedimiento que se aplique a cualquier situación. La gran mayoría de los problemas reales de líneas de espera implican la toma de una o más de las siguientes decisiones:

- El número de servidores en un mecanismo de servicio. (s^*)
 - La eficiencia de los servidores (μ^*)
 - El número de mecanismos o canales de servicio. (c^*)
- * Siendo éstas las variables, en términos de un modelo de colas, para cada decisión.

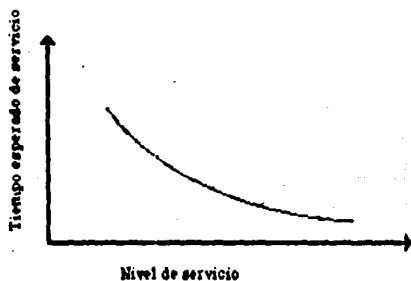
En todas ellas, existe una gran relación con el *nivel adecuado de servicio* que debe proporcionarse a un sistema de colas y que por lo general, se basan en las siguientes consideraciones:

- El costo resultante de proporcionar el servicio.
(como se muestra en la Fig. 4.14)
- El tiempo de espera para proporcionar el servicio.
(como se muestra en la Fig. 4.15)



(Fig. 4.14)

Costo del servicio como una función
del nivel de servicio.



(Fig. 4.15)

Tiempo esperado de servicio
como una función del nivel de servicio.

Por el análisis visual de las gráficas anteriores, se observa que el tomar una decisión resulta conflictivo ya que por un lado, para reducir el costo de servicio habría que minimizarlo provocando tiempos de espera extensos y por otro, al reducir los tiempos de espera es necesario un alto nivel de servicio. Lo anterior nos lleva a tratar de encontrar un equilibrio entre el costo de servicio y el tiempo de espera que podría representarse con una combinación de las gráficas anteriores:



(Fig. 4.16)

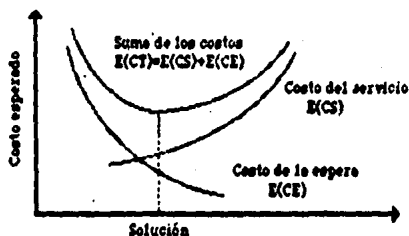
Relación entre el retraso promedio y el costo de servicio

Para poder relacionar a los costos de servicio con los tiempos de espera, es necesario adoptar una medida común a su impacto, siendo ésta el *costo de espera*.

Este costo es difícil de determinar ya que la variedad de situaciones que pueden presentarse en una situación de espera no permiten un proceso único de estimación.

Además el costo de espera implica consideraciones como la utilidad perdida debido al tiempo de espera y variará si el cliente es una persona o una máquina.

Habiendo determinado el costo de espera, el objetivo será determinar el nivel de servicio que minimice el total del costo esperado del servicio y el costo esperado de la espera para ese servicio. Este concepto se ilustra en la fig. 4.17.



(Fig. 4.17)

Procedimiento de solución para muchos problemas de líneas de espera.

La proposición matemática del objetivo es entonces.

$$\text{Minimizar } E(CT) = E(CS) + E(CE)$$

Donde:

(CE) → Costo de la espera

(CS) → Costo del servicio

(CT) → Costo total

Para encontrar el equilibrio entre el costo de servicio y el tiempo de espera, y en base a las tres variables comunes de decisión en el diseño de sistemas de colas (s =número de servidores, μ =tasa media de servicio, y λ =tasa media de llegadas) a continuación se plantean los modelos para tomar algunas de estas decisiones.

4.3.1 Modelo 1

- Datos μ, λ, C_s y C_w .
- Variable a encontrar = s
- Minimizar $E(CT) = sC_s + E(CE)$
 - C_s = costo marginal de proporcionar el servicio.
 - C_w = costo de espera por unidad de tiempo por cliente

En este modelo se toman diferentes valores de s para calcular L , para un modelo de varios canales. En el momento en el que $E(CT)$ es mínimo se habrá encontrado el número óptimo de canales.

4.3.2 Modelo 2

- Datos $f(\mu), \lambda$ y A, C_w
- Variables a encontrar = s, μ
- Minimizar $E(CT) = sf(\mu) + E(CE)$
sujeto a $\mu \in A$

- $f(\mu)$ es el costo marginal de un canal de servicio por unidad de tiempo, cuando la tasa media de servicio es μ
- A son los valores posibles de μ .

Existen varias maneras de resolver este modelo:

1. Aplicar valores individuales a μ para que $C_s = f(\mu)$, y resolviendo según el modelo 1 para el valor de s que minimice $E(CT)$, y posteriormente comparar estos valores mínimos para los valores de prueba de μ para así encontrar un mínimo global.

2. -Considerar un número limitado de valores de μ y emplear los resultados disponibles para el modelo apropiado de colas para obtener $E(CT)$ para obtener μ .

Tomando en cuenta situaciones bastante comunes, el valor de $s=1$ siempre resultará el resultado óptimo para minimizar $E(CT)$, de manera que no es necesario considerar los casos en los que $s>1$. Estas situaciones son las siguientes:

- El valor de μ que minimiza $E(CT)$ para $s=1$ sea factible.
- $f(\mu)$ sea una función lineal, o bien una función cóncava.

Lo anterior significa que será siempre mejor concentrar el servicio en pocos servidores rápidos que en muchos lentos.

La primera condición significa entonces que la capacidad de servicio pueda ser lo suficientemente grande de manera que sea igual a 1, cuando la segunda indica que este incremento en la concentración puede hacerse sin incrementar el costo de servicio.

4.3.3 Modelo 3

- Dados tiempos entre llegadas Poisson, tiempo de servicio exponencial, $A = \mu : s < \mu < E$.
- $f(\mu) = C_s \mu$ Esperanza del costo marginal de atender un cliente si la tasa de servicio = 1.
- Minimizar $E(CT) = s\mu C_s + E(CE)$
- Si $s=1$ Minimizar $E(CT) = \mu C_s + C_e (E/\mu - E)$

Siendo este un caso particular del modelo anterior:

$$\frac{dE(CT)}{d\mu} = C_s - \frac{E C_e}{(\mu - E)^2} = 0 \quad (4.57)$$

de manera que:

$$\mu = E \sqrt{C_e / C_s} \quad (4.58)$$

4.3.4 Modelo 4

- Datos μ, C_s, C_f y P
- Encontrar E y s
- Minimizar $E(CT)$ sujeto a $E = \lambda p/n$

donde $n=1,2,\dots$

- C_s = costo marginal del servidor por unidad de tiempo.

- C_f = costo fijo del servicio por medio de servicio por unidad de tiempo

- λp = tasa media de llegadas para la población completa.

- n = número de medios de servicio $\lambda p/\lambda$.

Este modelo podría interpretarse de manera que el costo total esperado por unidad de tiempo es:

$$E(CT) = n ((C_f + sC_s) + E(CE)) \quad (4.59)$$

Si $E(CE)$ representa el costo de la espera por unidad de tiempo, se podría asumir que el óptimo sería siempre $n=1$, pero como esta expresión sólo toma en cuenta el costo de servicio y el costo de espera *en los medios de servicio*, se ignora el costo de transporte *hacia* el medio de servicio, de manera que es necesario distribuir varios medios para reducir el transporte.

Siendo T el tiempo de recorrido (ida y vuelta), el tiempo total es entonces $W+T$ en lugar de W , habrá que separar el costo total de espera W (o n), y el costo del tiempo de recorrido, basado en T .

Partiendo de la base de que el costo del tiempo de recorrido es proporcional al tiempo transcurrido en esta actividad, C_t es el costo de cada unidad del tiempo de recorrido para cada cliente.

Suponiendo que la distribución de probabilidad T es la misma para cada uno de los medios de servicio, $C_t(E_T)$ es el costo esperado de recorrido para cada llegada en cualquiera de los medios de servicio. La expresión entonces será:

$$E(CT) = n ((C_f + sC_s) + E(CE) + \lambda C_t E(T)) \quad (4.60)$$

donde λ es el número esperado de llegadas por unidad de tiempo en cada medio de servicio.

Si $E(T)$ puede determinarse, se podrá resolver este modelo calculando $E(CT)$ para diversos valores de s , para cada n , para así llegar a la selección que dé como resultado un mínimo global.

CAPITULO 5

IDENTIFICACION DEL MODELO

Para identificar el modelo que servirá para determinar el método de resolución, es necesario definir los eventos relacionados con el sistema, que en este caso son el arribo de una aeronave al pasillo telescópico (llegadas) y el momento en que el pasillo es desocupado (servicio concluido). Ambos eventos se encuentran registrados en las hojas de movimiento operacional del Departamento de Operaciones del Aeropuerto Internacional de la Ciudad de México (AICM), controlado por la empresa paraestatal ASA (Aeropuertos y Servicios Auxiliares).

Dentro de este reporte se identifican todos los servicios efectuados registrando: la línea aérea, número de vuelo, matrícula, procedencia (de itinerario y real), hora de llegada (itinerario y real), número de pasillo (posición de itinerario y real) y pista de aterrizaje o despegue para cada llegada y salida.

El estudio está basado en las horas reales de servicio para cada aeronave y por pasillo tomándose como base un periodo de 3 meses totalizando 20,064 operaciones, lo cual nos da una muestra representativa de la actividad del Aeropuerto. Es importante mencionar que como se trata de operaciones por itinerario, las cuales sufren escasa modificación, el periodo registrado resulta representativo.

Cabe destacar que aún y cuando existen picos de demanda de pasillos (semana santa, navidad y "puentes"), la inversión que representa el satisfacer completamente la demanda para todas las temporadas, además de la falta de espacio en el perímetro que ocupa el Aeropuerto, no justifica ni permite que un estudio de teoría de colas como el presente, tome en cuenta situaciones de demanda extraordinaria, representando ésta solo el 6% de los servicios proporcionados. (22 días al año).

En el caso de saturación de pasillos por temporadas de excesiva demanda, el aeropuerto cuenta con equipo de salas móviles para poder proporcionar el servicio de embarque y desembarque de pasajeros fuera del edificio terminal. (Zona de posición remota).

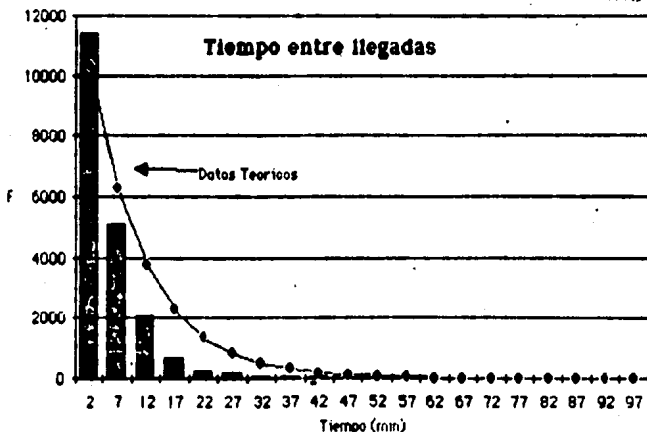
Como se ha explicado en capítulos anteriores el uso de salas móviles resulta extremadamente tardado y costoso, además del movimiento adicional de personal, equipo e instalaciones de mantenimiento especializadas únicamente justificables en los casos de demanda extraordinaria. Además, algunas aerolíneas requieren de estas salas como: Aeronica, Cubana de Aviación y Taca entre otras por cuestiones de seguridad.

5.1 DISTRIBUCION DE TIEMPOS ENTRE LLEGADAS

Al lapso transcurrido entre dos llegadas sucesivas se le conoce como tiempo entre llegadas, este tiempo fué el que se consideró como parámetro de medida

La información para este estudio está basada en las hojas de movimiento operacional del Departamento de Operaciones del Aeropuerto, la cual fué ordenada de acuerdo al tiempo real de llegada para así concentrar los datos en la tabla 5.1, además de calcular la correlación entre los valores reales y los de la curva exponencial negativa.

De acuerdo a estos datos, se construyó la gráfica correspondiente habiéndose tomado en cuenta el cálculo de correlación en base a una curva exponencial negativa, desechando así aquellas curvas que presentan formas de campana (Normal, Erlang, Poisson).



Gráfica 5.1

Tiempo entre llegadas real vs. estimado

Intervalo	x	y	y est	(Yest-Ymed)	(y-ymed)	
				\wedge^2	\wedge^2	
0	4	2	11,413	10,316.0	91,640,345	113,846,529
5	9	7	5,148	6,257.0	30,402,693	19,403,046
10	14	12	2,100	3,795.0	9,314,313	1,841,147
15	19	17	660	2,301.8	2,429,550	6,907
20	24	22	216	1,396.1	426,420	277,846
26	29	27	156	846.8	10,749	344,699
30	34	32	85	513.6	52,674	433,110
35	39	37	63	311.5	186,274	435,747
40	44	42	59	188.9	307,101	468,008
45	49	47	8	114.6	395,026	540,388
50	54	52	4	69.5	453,740	546,285
55	59	57	10	42.2	491,334	537,452
60	64	62	19	25.6	514,864	524,337
65	69	67	5	15.5	529,404	544,808
70	74	72	14	9.4	536,322	531,603
75	79	77	10	5.7	543,767	537,452
80	84	82	9	3.5	547,083	538,919
85	89	87	4	2.1	549,099	546,285
90	94	92	9	1.3	550,324	538,919
95	99	97	3	0.8	551,067	547,764
100	104	102	6	0.5	551,516	543,333
105	109	107	7	0.3	551,792	541,860
110	114	112	12	0.2	551,958	534,523
115	119	117	8	0.1	552,059	540,388
120	124	122	7	0.1	552,120	541,860
125	129	127	3	0.0	552,157	547,764
130	134	132	6	0.0	552,179	543,333
Σ	1,809	20,064	26,218			
Med	67.0	743.1	971.0	5,344,367.8	5,436,456.1	
Variación explicada				5,344,367.8		
Variación total				5,436,456.1		
Coefficiente de Determinación				0.983060974		
Coefficiente de Correlación				0.991494314		

Tabla 5.2

Distribución de llegadas y Cálculo de correlación

Habiendo determinado que la distribución de tiempos entre llegadas sigue un patrón exponencial y siguiendo la propiedad 4 de la distribución exponencial según la cual:

"Si en algún sistema con incidentes específicos (por ejemplo las llegadas a una estación de servicio) el tiempo entre ocurrencias consecutivas sigue una distribución exponencial con parámetro λ , el número de veces que ocurre este incidente tendrá una distribución Poisson."

De acuerdo a lo anterior, el número de llegadas por hora a solicitar servicio sigue una distribución Poisson con parámetro:

$$\lambda = \frac{1}{\text{Tasa media de llegadas } 6.2232886 \text{ min/llegada}}$$

- 0.160686 llegadas/minuto
- 9.641204 llegadas/hora

5.2 DISTRIBUCION DEL TIEMPO DE SERVICIO

El tiempo de servicio está considerado desde el tiempo en que el avión entra en posición ocupando el lugar del pasillo asignado y habiéndose detenido totalmente. Este tiempo de servicio toma en cuenta:

- Acoplamiento al pasillo o sala móvil
- Desembarque de pasajeros (si ocurre)
- Limpieza de la aeronave

- Carga de combustible (si ocurre)
- Cambio de tripulación (si ocurre)
- Revisión de la aeronave
- Embarque de pasajeros
- Desacople del pasillo
- Solicitud de desalojo de la posición a la Torre de Control.
- Remolque de la aeronave para colocarla en posición de carreteo.

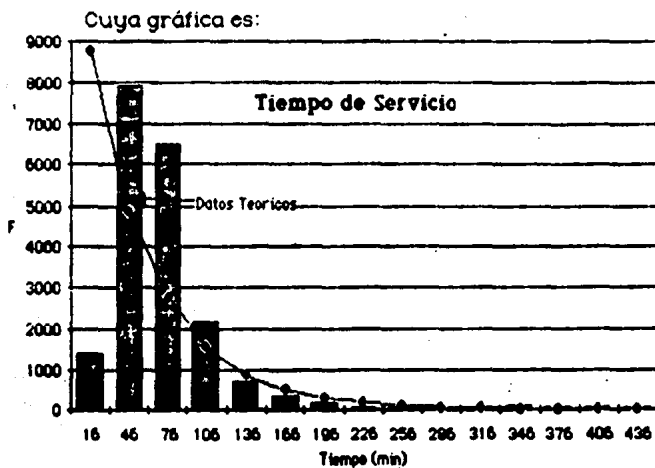
Para llevar a cabo el análisis de los tiempos de servicio se estudiaron los rangos más adecuados para su agrupación, llegando a un rango óptimo de 30 minutos. Se considera que por experiencia un avión no tarda un tiempo menor a 20 minutos en ocupar una posición. Esto ocurre cuando la aeronave llega para después proceder al hangar de servicio.

Para efectos de determinación de la curva, una vez más se eliminaron las curvas con forma de campana para llegar a una curva exponencial negativa cuyos datos incluyendo el estudio de correlación de los mismos es el siguiente:

Intervalo	x	y	Y est	(Yest-Ymed)	(y-ymed)	
				\hat{e}^2	e^2	
0	30	15	1,393	8,775.7	63,038,153	310,249
31	60	46	7,943	4,881.5	16,365,700	50,509,449
61	90	76	6,516	2,741.5	3,631,086	32,262,400
91	120	106	2,160	1,539.7	495,214	1,752,976
121	150	136	696	864.7	826	19,600
151	180	166	348	485.7	122,739	238,144
181	210	196	156	272.8	317,242	482,400
211	240	226	60	153.2	466,233	602,176
241	270	256	48	86.0	562,450	620,944
271	300	286	37	48.3	620,442	638,401
301	330	316	24	27.1	654,260	659,344
331	360	346	85	15.2	673,646	564,001
361	390	376	65	8.6	684,658	594,441
391	420	406	55	4.8	690,881	609,961
421	450	436	61	2.7	694,389	600,625
451	480	466	82	1.5	696,363	568,516
481	510	496	109	0.9	697,473	528,529
511	540	526	71	0.5	698,097	585,225
541	570	556	13	0.3	698,447	677,329
571	600	586	39	0.2	698,644	635,209
601	630	616	33	0.1	698,754	644,809
631	660	646	35	0.0	698,816	641,601
661	690	676	13	0.0	698,851	677,329
691	720	706	22	0.0	698,871	682,596
Σ	8,652	20,064	19,910.9	95,302,236	96,066,254	
Med	360.5	836.0	829.6			
Variación explicada				95,302,236		
Variación total				96,066,254		
Coefficiente de Determinación				0.99204697		
Coefficiente de Correlación				0.99601555		

Tabla 5.3

Distribución de Tiempos de Servicio



Gráfica 5.4

Tiempo de Servicio real vs. estimado

La distribución del tiempo de servicio sigue entonces una distribución exponencial con parámetro:

- μ — tiempo medio de servicio 82.9594943 min/serv.
- 0.01205407 servicios/minuto
 - 0.72324452 servicios/hora

5.3 NUMERO DE CANALES DE SERVICIO

El número de canales de servicio toma en cuenta tanto pasillos telescópicos como salas móviles.

Estas últimas * están asociadas a una posición remota, es decir que para cada posición remota existe una sala móvil para proporcionar servicio en caso de que todas las posiciones estén ocupadas entrando entonces a un sistema de colas. (véase plano del Aeropuerto en el anexo).

El punto óptimo a determinar es entonces el número de pasillos necesarios para proporcionar un servicio rápido, eficiente y económico a los usuarios.

En cuanto a capacidad se considera que el número de usuarios potenciales es infinito ya que el número de aviones que pueden solicitar de una posición es lo suficientemente grande para asumir ésta premisa tomando como punto básico que:

$$\rho = \lambda/\mu \leq 1$$

5.4 DISCIPLINA DE SERVICIO

Se parte de la base que la disciplina que sigue el patrón de servicio a las aeronaves en el Aeropuerto es el de primeras entradas-primeras salidas. (PEPS).

5.5 DESCRIPCION DEL MODELO

De acuerdo a la información recopilada y a las consideraciones hechas, se considerará que el modelo de teoría de colas para el análisis subsecuente será el Modelo Básico descrito en el capítulo 4 cuyas premisas son:

- Tasa media de llegadas constante
- Tiempo de servicio exponencial
- Cola infinita.

Estas bases definirán al modelo de la siguiente manera:

$$s > 1 \quad \lambda_n = \lambda = 9.641204 \text{ llegadas/hora para } n=0,1,2,\dots$$

$$\mu_n = \begin{cases} \mu_n = 0.72324452 \text{ servicios/hora para } n=1,2,\dots \\ \mu_s = 0.72324452 \text{ servicios/hora para } s = s, s+1, \dots \end{cases}$$

$$C_n = \begin{cases} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \quad \frac{9.641204}{0.72324452} \quad 13.3304902 & \text{para } n=1,2,\dots,s \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{s! s^{n-s}} \quad 13.3304902^n & \text{para } n=s, s+1, \dots \end{cases}$$

$$P_0 = 1 / \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} \cdot \frac{1}{1-(\lambda/s\mu)} \right]$$

por lo tanto:

$$P_0 = 1 / \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{13.3304902^n}{n!} + \frac{13.3304902^s}{s!} \cdot \frac{1}{1-(13.3304902/s)} \right]$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} P_0 = \frac{13.3304902^n}{n!} P_0, & \text{si } 0 < n < s \\ \frac{(\lambda/\mu)^n}{s! s^{n-s}} P_0 = \frac{13.3304902^n}{s! s^{n-s}} P_0, & \text{si } n = s \end{cases}$$

$$\text{si } \xi = \lambda/s\mu = 9.641204 / 0.72324452 = 13.3304902 / s$$

entonces:

$$L_q = \frac{P_0 \xi^{s+1}}{s! s (1-\xi/s)^2} = \frac{P_0 13.3304902^{s+1}}{s! s (1-13.3304902/s)^2}$$

aeronaves esperando asignación

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{L_q}{9.641204} \text{ Horas}$$

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} = W_q + \frac{1}{0.72324452} = W_q + 1.3826582 \text{ horas}$$

$$L = L_q + \epsilon/\mu = L_q + 13.3304902 \quad \text{aeronaves en el sistema}$$

$$L = \frac{P_0 s^{s+1}}{s! s (1-\rho/s)^2} + \epsilon/\mu = \frac{P_0 13.3304902^{s+1}}{s! (s - 13.3304902)^2} + 13.3304902$$

5.6 LA FUNCION DE COSTOS.

En el capítulo anterior se llegó a la determinación del modelo de teoría de colas que dió, en resúmen, los siguientes resultados:

- Distribución de tiempos entre llegadas exponencial
- Distribución de tiempos de servicio exponencial
- Número de canales: a determinar
- Capacidad ilimitada de servicio
- Disciplina de servicio segun PEPS (Primeras entradas, primeras salidas)

Según la notación de los modelos vista en el punto 4.1.4. y con lo mencionado anteriormente, vemos que éste se trata de un modelo $(M/M/n):(PEPS/\infty)$, o Modelo #1 - Descrito en el punto 4.2.1.2.

Habiendo definido el modelo que describe la situación en estudio, se podrán hacer las evaluaciones de las diferentes alternativas de solución, bajo la base de que nuestra incógnita es el número de canales de servicio o número de pasillos telescópicos para el Aeropuerto.

Este número de pasillos está en función del costo de proporcionar el servicio, que incluirá todos los costos asociados (mantenimiento), y el tamaño de la espera para obtener este servicio.

En el primer caso, éste costo será el de operar y mantener todos los pasillos telescópicos, que resultan ser el medio más rápido y económico de proporcionar el servicio. Para el caso del costo de la espera es necesario tomar en cuenta la siguiente situación:

Como se mencionó en el capítulo 3, cuando una aeronave no encuentra una posición (pasillo) desocupada, se ve obligada a recurrir al servicio de una sala móvil -ocasionando una espera obligada- para transportar a los pasajeros que, de haber existido una posición en la terminal, hubieran desembarcado directamente por un pasillo. Lo anterior nos sugiere que el costo del uso de esta sala móvil representa tanto el tiempo que representa su operación, como costos adicionales a los de un pasillo un costo adicional.

Este costo sería innecesario si hubiere suficientes pasillos, por lo que resulta claro que las salas móviles representan una opción tardada y con un costo de operación y mantenimiento mayores a los de un pasillo, por lo que para el caso de la presente tesis, se considerará al costo que representa el uso de salas móviles, el costo de espera.

Existen otras razones por las que las salas móviles

consideran como "demora obligada", los riesgos de accidente aumentan considerablemente, aumentando en consecuencia las primas de seguro, y representan un movimiento adicional de vehículos en los rodajes de servicio del aeropuerto, ocasionando pérdida de tiempo a otros servicios y vehículos.

Habiendo definido brevemente los costos de espera y servicio, se procederá entonces a determinar un costo óptimo de servicio "balanceando" los costos mencionados de manera que la suma del costo promedio de espera y el costo de servicio sea mínimo, a manera de ecuación:

Objetivo : Minimizar $E(CT) = E(CS) + E(CE)$

Donde: $E(CT)$ = Costo total

$E(CS)$ = Costo de servicio (pasillos)

$E(CE)$ = Costo de espera (salas)

Por lo tanto, dados:

$\mu, E, E(CS)$ y $E(CE)$:

encontrar el número de canales de servicio de manera que:

Minimizar $E(CT) = sE(Cs) + E(CE)$

donde s = número de canales o estaciones de servicio

$E(CS)$ = Costo marginal de un canal de servicio

$E(CE)$ = Costo de espera.

Es importante que se considere que el problema está visto desde el punto de vista del Aeropuerto (ASA), aunque el beneficio de encontrar un mínimo en la función anterior, beneficiará también a las compañías aéreas dando un servicio más rápido y eficiente a los últimos usuarios: los pasajeros.

5.7 Restricciones

Como se ha mencionado en capítulos anteriores, la definición del coeficiente de utilización está dado por:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$$

Lo cual constituye la restricción del modelo en estudio, según el cual la tasa de llegadas de clientes (aviones), deberá ser menor a la tasa de servicio para poder llegar así a una condición de estado estable, condición que de no cumplirse, la cola crecería indefinidamente y el problema carecería de solución.

Aplicando la fórmula anterior a la información obtenida en el capítulo 5 tenemos:

9.641204

 $\xi = \frac{9.641204}{0.72324452} = 13.3304 > 1$

0.72324452

de manera que para cumplir con la restricción, se considerará en lo sucesivo que el número mínimo de canales es de 14 siendo $\xi = 0.9521$.

CAPITULO 6

DETERMINACION DE COSTOS

6.1 Costo de Servicio

Con el objeto de mantener actualizada la presente tesis, todas las cifras de costos que se presentan han sido consideradas en dólares americanos.

El análisis de costos que se presenta en este capítulo ha sido tomado en cuenta desde el punto de vista del aeropuerto como una entidad, aún y cuando los costos de espera sufridos por el aeropuerto impactan directamente sobre los costos de espera de las aerolíneas. Al estar estos costos tan íntimamente relacionados, la reducción de los mismos para ASA representará un ahorro directo para las líneas aéreas.

Para la determinación de costos, se analizaron los reportes financieros de ASA, identificando los costos de abordadores mecánicos, rubro separado de los demás gastos del AICM e identificada dentro de la gerencia del aeropuerto como superintendencia de operación de abordadores macánicos.

Como se ha demostrado en capítulos anteriores, las salas móviles representan el costo de espera en que se incurre cuando los pasillos telescópicos se encuentran no disponibles ya sea por que estén ocupados o por estar en mantenimiento correctivo y/o preventivo.

Por lo anterior, se considerará para la determinación de costos que el *Costo de servicio* será aquel en el que incurren los pasillos telescópicos y el *Costo de espera* el que incurren las salas móviles.

Desglose de Costos (Anual USCY)

Gastos de orden social:

Aniversario de Ingreso de abordadores mecánicos al organismo. (Comida)

Sala Móvil \$203

Pasillos telescópicos \$257

Gastos Diversos:

Compras directas de refacciones urgentes, para la pronta puesta en operación de los abordadores mecánicos

SM \$870

PT \$470

Mantenimiento (Hangar de Salas Móviles)

Remodelación de las instalaciones que ocupa actualmente el hangar de salas móviles con el propósito de hacer más funcional las actividades de mantenimiento de los abordadores mecánicos para la reducción de tiempos y movimientos

SM \$32,183

PT \$13,793

Mantenimiento de equipo de radiocomunicaciones, pasillos telescópicos.

Equipo de sonido local a la entrada del túnel del pasillo telescópico

PT	\$2,298
----	---------

Mantenimiento de equipo de radiocomunicación, salas móviles.

Dos radios por cada unidad (comunicación frecuencia torre y unidad de control) y sonido local. Además dos equipos en control de salas y medios portátiles.

SM	4,597
----	-------

Mantenimiento mobiliario y equipo de edificio terminal (control de salas en la posición 12)

Mantenimiento preventivo de dos máquinas de escribir mecánicas.

SM	\$34
----	------

PT	\$103
----	-------

Mantenimiento de vehículos.

Mantenimiento de cuatro unidades terrestres con número económico 010, 074, 087, y vehículo Pickup disponibles en el hangar de salas móviles de apoyo terrestre en los servicios de mantenimiento de plataforma para los abordadores mecánicos.

SM	\$220
----	-------

PT	\$331
----	-------

Servicio de limpieza edificio terminal (Pasillos telescópicos)

Limpieza y lavado exterior e interior de 21 pasillos telescópicos, de manera continua, efectuados por un tercero, debido a la insuficiencia de personal de servicios generales.

PT	\$6,620
----	---------

Mantenimiento abordadores mecánicos

Continuación de la rehabilitación de los abordadores mecánicos que quedan pendientes del programa 1985-1986.

SM	\$137,940
----	-----------

PT	\$91,960
----	----------

Combustibles y lubricantes: mantenimiento de abordadores mecánicos.

- Líquido hidráulico (pasillos)
- Combustible diesel (salas)
- Aceite motor diesel (salas)
- Grasas diversas (pasillos)

SM	\$44,827
----	----------

PT	\$14,942
----	----------

Material contra incendio y seguridad industrial

Recarga de dos extinguidores por cada sala móvil a bordo y cuatro que se ubican en el hangar de salas móviles como medida de seguridad en los servicios

SM	\$897
----	-------

Material de aseo y limpieza

Material diverso para realizar los trabajos de limpieza y lavado de pasillos telescópicos, salas móviles hangar de salas y control de salas

SM \$310

PT \$103

Material de foto y cine

Películas para cámara fotográfica "instamatic" para que quede constancia de cualquier incidente que le ocurra a los abordadores mecánicos.

SM \$58

PT \$25

Material de Impresión

Formas de servicio de pasillos telescópicos y salas móviles con copia. 80,000 y 22,000 al año respectivamente.

SM \$622

PT \$1,640

Material de oficina

Papelería en general a emplear en las actividades administrativas.

SM \$166

PT \$248

Material para señales

Calcomanías a colocar en el interior de los pasillos telescópicos y salas móviles con leyendas como "NO FUMAR", "NO PASAR", etc.

SM	\$120
PT	\$224

Médico y medicina

Importe de un botiquín y abastecimiento de medicamentos básicos

SM	\$15
PT	\$19

Vestuario y equipo, Artículos de protección

Uniformes para operadores, supervisores, mecánicos y personal de servicios generales.

SM	\$2,427
PT	\$3,090

Mangueras

Manguera para el abastecimiento de combustible a salas móviles a presión.

SM	\$230
----	-------

Material de Mantenimiento de abordadores mecánicos

Relaciones de consumo para prestar el mantenimiento correctivo y preventivo de pasillos telescópicos y salas móviles.

SM	\$86,896
PT	\$51,034

Primas de Seguro

Es importante mencionar que de todos los vehículos de transporte y de servicios asegurados por ASA, el 54% lo constituyen los abordadores mecánicos, ocupando 11 salas móviles el 33% de la prima y los 21 pasillos el 21%.

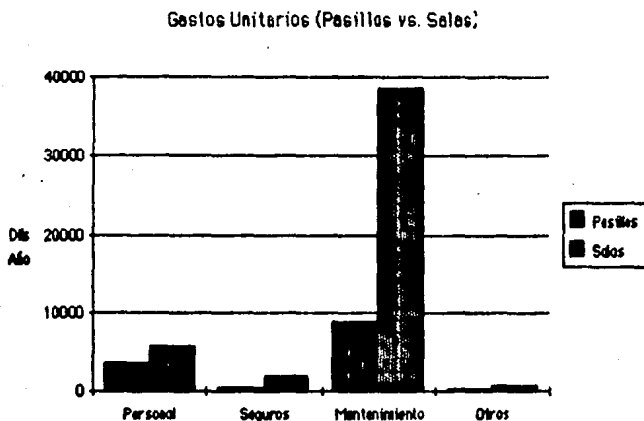
SM	\$15,240
PT	\$ 9,642

(Suma anual asegurada por Seguros La Comercial)

Recursos Humanos

El siguiente personal es el directamente asociado a la operación de abordadores mecánicos.

	<u>Personal</u>		<u>Sueldo</u>		<u>Sueldo</u>
	SM	PT	SM	PT	<u>Unitario</u>
Subjefes de Departamento	1	1	\$306	\$306	\$306
Jefes de Oficina	2	3	\$356	\$534	\$178
Almacenista		1		\$121	\$121
Auxiliar de Mecánico	2	1	\$228	\$114	\$114
Oficial administrativo	1	1	\$115	\$115	\$115
Operador Maq. pesada		1		\$135	\$135
Pintor		1		\$114	\$114
Tapicero	1		\$110	\$110	\$110
Servicios generales	3	5	\$366	\$611	\$122
Operador pasillos telesc.		33		\$4,046	\$123
Operador salas móviles	16		\$2,230		\$139
Ayudante ejecutivo técnico		1		\$344	\$344
			<u>Mensual</u>	<u>Anual</u>	
Total	SM		\$3,711	\$44,532	
	PT		\$6,206	\$74,472	



GRAFICA 6.1

Como se muestra en la gráfica, el costo de Servicio (Pasillos) por unidad, es considerablemente menor que el costo de espera.

En la gráfica 6.3 se muestra la estadística de servicios y volumen de pasajeros para mostrar la eficiencia de los pasillos telescópicos contra las salas móviles en cuanto a cantidad de pasajeros atendidos por cada sistema. Como se vé, los pasillos atienden unitariamente en promedio un 50% más pasajeros que las salas.

RESUMEN DE COSTOS DE SERVICIO Y DE ESPERA

148

	Dólares anuales		Por canal de servicio		---- % ----	
	Gasto total		8 Seles	21 Pesillos	SM	PT
	SM	PT	SM	PT		
1 Gastos de Orden Social	\$203	\$257	\$25	\$12	0.05%	0.09%
2 Gastos Diversos	\$870	\$470	\$109	\$22	0.23%	0.17%
3 Mantenimiento:						
4 Hangar SM y PT	\$32,183	\$13,793	\$4,023	\$857	8.64%	5.08%
5 Eq. Comunicación	\$4,597	\$2,298	\$575	\$109	1.23%	0.85%
6 Mobiliario eq. oficina	\$34	\$103	\$4	\$5	0.01%	0.04%
7 Vehículos	\$220	\$331	\$28	\$16	0.08%	0.12%
8 Limpieza (PT)	\$0	\$6,620	\$0	\$315	0.00%	2.44%
9 Rehabilitación	\$137,940	\$91,980	\$17,243	\$4,379	37.04%	33.90%
10 Combustibles - lub.	\$44,827	\$14,942	\$5,803	\$712	12.04%	5.51%
11 Material vs. incendio (SM)	\$897	\$0	\$112	\$0	0.24%	0.00%
12 Material aso	\$310	\$103	\$39	\$5	0.08%	0.04%
13 Materiales varios mant.	\$6,896	\$1,034	\$10,882	\$2,430	23.33%	18.81%
14 Material foto y cine	\$58	\$25	\$7	\$1	0.02%	0.01%
15 Material de impresión	\$622	\$1,640	\$78	\$78	0.17%	0.80%
16 Material de Oficina	\$166	\$248	\$21	\$12	0.04%	0.09%
17 Material para señales	\$120	\$224	\$15	\$11	0.03%	0.08%
18 Médico y medicinas	\$15	\$19	\$2	\$1	0.00%	0.01%
19 Vestuario y equipo	\$2,427	\$3,090	\$303	\$147	0.65%	1.14%
20 Mangueras	\$230	\$0	\$29	\$0	0.06%	0.00%
21 Seguros	\$15,240	\$9,842	\$1,905	\$459	4.09%	3.55%
22 Personal	\$44,532	\$74,472	\$5,587	\$3,546	11.98%	27.45%
Total	\$372,387	\$271,271	\$46,548	\$12,918	100.00%	100.00%

TABLA 6.2

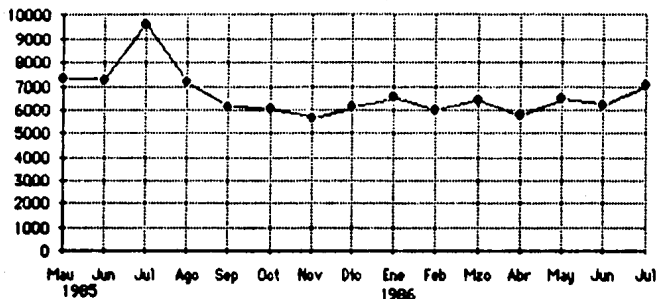
	Salas Móviles		Pasillos Telescopícos		Total Servicios	Total Pasajeros
	Serv.	Pasaj.	Serv.	Pasaj.		
Enero 1985	1,328	117,030	5,602	821,808	6,930	938,838
Febrero	1,179	102,948	5,040	798,584	6,219	899,512
Marzo	1,222	119,784	7,109	941,558	8,331	1,061,342
Abril	1,266	125,318	7,319	964,453	8,585	1,089,771
Mayo	1,468	137,704	5,838	857,835	7,306	995,339
Junio	1,272	120,674	5,984	904,887	7,256	1,025,561
Julio	1,611	182,540	8,024	1,099,835	9,635	1,282,375
Agosto	1,144	137,512	6,012	1,202,777	7,156	1,340,289
Septiembre	1,207	98,481	4,948	882,153	6,155	780,634
Octubre	936	70,866	5,101	844,282	6,037	714,928
Noviembre	800	67,758	4,852	863,348	5,652	731,106
Diciembre	883	82,569	5,241	809,431	6,124	892,000
Enero 1986	909	75,667	5,624	798,704	6,533	874,371
Febrero	978	87,663	4,988	723,317	5,966	810,980
Marzo	876	77,801	5,525	807,433	6,401	885,034
Abril	848	70,863	4,914	709,373	5,762	780,238
Mayo	1,093	90,970	5,382	725,480	6,455	816,430
Julio	1,128	102,078	5,087	744,076	6,195	846,154
Junio	1,345	135,504	5,680	979,648	7,025	1,115,152

TABLA 6.3

Tot.Servicios

(fuente ASA)

Servicios

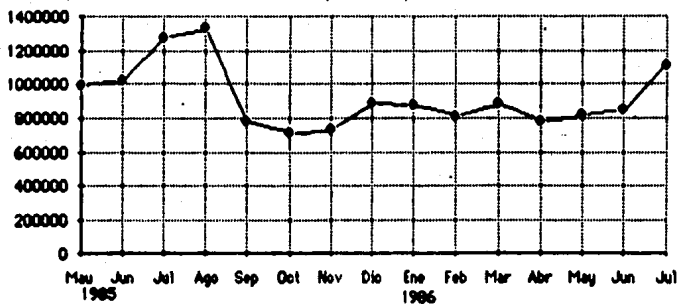


GRAFICA 6.4

Tot.Pasajeros

(fuente ASA)

Pasajeros



GRAFICA 6.5

CAPITULO 7

7.1 SOLUCION AL MODELO

Para encontrar la solución al modelo descrito en el capítulo 5, se desarrolló un modelo en base al paquete Multiplan (Microsoft) en una microcomputadora Macintosh. Este modelo es fácilmente aplicable a otros paquetes del tipo "hoja electrónica" como "Lotus 123", "Excel", "Symphony" y "Works". La ventaja que ofrece este tipo de desarrollo en base a un software de hoja electrónica es que permite cambios sencillos y rápidos para adaptar el modelo a otras situaciones o modificar datos interactivamente y monitorear los cambios. Permite además graficar el segmento de información que más convenga.

Los datos que son necesarios para el cálculo de los valores de Probabilidades, L, Lq, W, Wq y el punto óptimo son los siguientes:

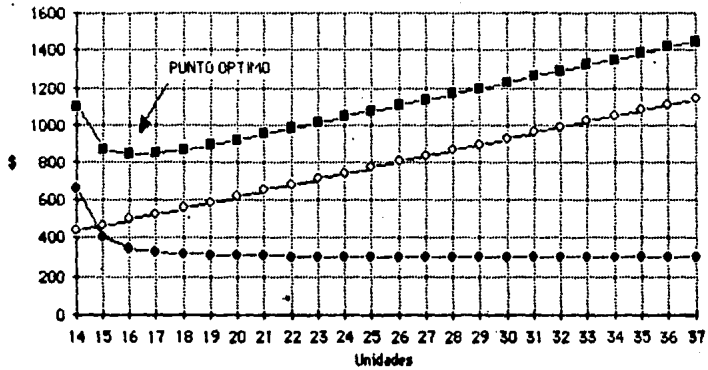
- $\lambda = 9.641204$ llegadas/hora (Cap. 5.1)
- $\mu = 0.72324452$ servicios/hora (Cap 5.2)
- Número de canales mínimos = 14 (cap.5.7)
- horas/año = 5,840 (16 horas de servicio de pasillos telescópicos X 365 días/año)
- CE (hora) = $(\$372,387)/(365 \times 16) = \63.76 USCY/hr
- CS (hora) = $(\$271,271)/(365 \times 24) = \30.96 USCY/hr
- Servicios esperados al mes = 6,688 = $(20064/3)$

Datos Base					
\$	0.952177873				
£	9.641204				
μ	0.72324452				
Can-Min	14				
Hrs/año	5,840				
CE(hora)	\$63.765				
CS(hora)	\$30.967				
Serv.esp.	6,688				
S	Po	Lq	Wq	W	L
14	5.97854E-07	15.97691917	1.857149789	3.039808	29.307409
15	1.10234E-06	4.510939142	0.4678813084	1.8505396	17.841429
16	1.35769E-06	1.93117354	0.2003041881	1.5829624	15.261664
17	1.48838E-06	0.933484733	0.0968224231	1.4794807	14.263975
18	1.5555E-06	0.472427011	0.0490008314	1.4316591	13.802917
19	1.58987E-06	0.242577678	0.0251605171	1.4078188	13.573068
20	1.60731E-06	0.124332795	0.0128959822	1.3955542	13.454823
21	1.61605E-06	0.063009877	0.0065354781	1.3891937	13.3935
22	1.62035E-06	0.031385995	0.003255402	1.3859136	13.361876
23	1.62242E-06	0.015307186	0.0015876841	1.3842459	13.345797
24	1.6234E-06	0.007291144	0.0007562483	1.3834145	13.337781
25	1.62385E-06	0.003386374	0.0003512397	1.3830095	13.333877
26	1.62406E-06	0.001532078	0.0001589094	1.3828172	13.332022
27	1.62414E-06	0.000674825	6.999383E-05	1.3827282	13.331165
28	1.62418E-06	0.000289306	3.00073E-05	1.3826883	13.33078
29	1.6242E-06	0.000120718	1.252102E-05	1.3826708	13.330611
30	1.6242E-06	4.90327E-05	5.085745E-06	1.3826633	13.330539
31	1.62421E-06	1.93913E-05	2.0113E-06	1.3826603	13.33051
32	1.62421E-06	7.48923E-06	7.747197E-07	1.382659	13.330498
33	1.62421E-06	2.80318E-06	2.907499E-07	1.3826585	13.330493
34	1.62421E-06	1.02544E-06	1.063601E-07	1.3826584	13.330491
35	1.62421E-06	3.65796E-07	3.794093E-08	1.3826583	13.330491
36	1.62421E-06	1.27301E-07	1.320383E-08	1.3826583	13.33049
37	1.62421E-06	4.32395E-08	4.484664E-09	1.3826583	13.33049

Tabla 7.1 - Parámetros del Sistema

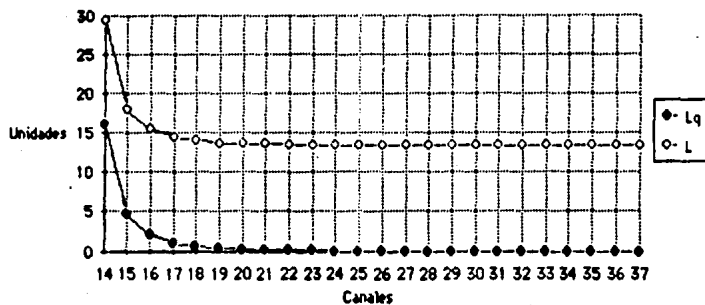
MODELO BASICO			
CE	CS	ct	S
\$2,663.744	\$433.538	\$3,097.3	14
\$1,621.604	\$464.505	\$2,086.1	15
\$1,387.129	\$495.472	\$1,882.6	16 ← Punto óptimo
\$1,296.450	\$526.439	\$1,822.9	17
\$1,254.544	\$557.406	\$1,812.0	18
\$1,233.653	\$588.373	\$1,822.0	19
\$1,222.906	\$619.340	\$1,842.2	20
\$1,217.332	\$650.307	\$1,867.6	21
\$1,214.458	\$681.274	\$1,895.7	22
\$1,212.997	\$712.241	\$1,925.2	23
\$1,212.268	\$743.208	\$1,955.5	24
\$1,211.913	\$774.175	\$1,986.1	25
\$1,211.745	\$805.142	\$2,016.9	26
\$1,211.667	\$836.109	\$2,047.8	27
\$1,211.632	\$867.076	\$2,078.7	28
\$1,211.616	\$898.043	\$2,109.7	29
\$1,211.610	\$929.010	\$2,140.6	30
\$1,211.607	\$959.977	\$2,171.6	31
\$1,211.606	\$990.944	\$2,202.6	32
\$1,211.606	\$1,021.911	\$2,233.5	33
\$1,211.605	\$1,052.878	\$2,264.5	34
\$1,211.605	\$1,083.845	\$2,295.5	35
\$1,211.605	\$1,114.812	\$2,326.4	36
\$1,211.605	\$1,145.779	\$2,357.4	37

Tabla 7.2 - Cálculo para el punto óptimo

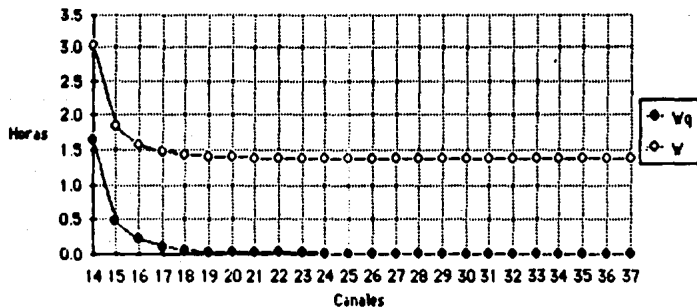


GRAFICA 7.3 Solución al Modelo

Esta es la representación gráfica que arrojan los datos obtenidos anteriormente y asume una eficiencia del 100% en cuanto a la utilización del equipo.

Valores de L_q y L para el AICM

GRAFICA 7.5

Valores de W_q y W para el AICM

CAPITULO 8

8.1 INTERPRETACION DEL MODELO

De los resultados obtenidos en el capítulo anterior el número óptimo de abordadores mecánicos para el Aeropuerto es de 16 desde el punto de vista económico y por parte de ASA. Estos diez y seis canales mínimos se traducen en una espera promedio en cola W_q de 12 minutos por unidad. Este tiempo, aunque puede considerarse bajo, la posible saturación de las calles de carreteo por la espera resultaría en una obstrucción y en consecuencia una pérdida de tiempo inaceptable para cualquier línea aérea. Además, el hecho de que en el Aeropuerto solo se cuente con una calle de carreteo del lado de la terminal, limita el movimiento de varias aeronaves al mismo tiempo.

Evaluyendo la tabla de parámetros del sistema para varios canales de servicio (Cap.7), vemos que para el caso de 21 canales se tiene un promedio de espera en la cola de 23.5 segundos.

El incremento de costo que esto representa es de solo 13% contra un incremento en servicio del 31% y una reducción de tiempo de espera de 11 minutos 36 segundos.

Este resultado de 21 canales de servicio a este nivel de espera asume que su operación es constante (al 100%) y que no se tienen tiempos muertos.

Como se ha visto en capítulos anteriores, tanto el tiempo como el costo de conservación de los abordadores mecánicos es considerablemente alto.

Lo anterior nos lleva a considerar los siguientes factores según experiencia de ASA:

-Mantenimiento correctivo y preventivo a los abordadores así como trabajos de bacheo en plataforma.

-Restricción de compatibilidad entre el tamaño de aeronaves y los abordadores. (Este punto se refiere al hecho de que no todas las aeronaves pueden acoplarse a todos los pasillos, a manera de ejemplo, existen solo cuatro pasillos para dar servicio a equipos Boeing 747).

El resultado de los factores anteriores en términos reales de operación del Aeropuerto representan conjuntamente un 31.87% de tiempos muertos. Llegando entonces a un total de abordadores de:

$$21/0.6813 = 30.82 \rightarrow 31$$

Que es el número óptimo de abordadores para el AICM bajo el esquema combinado de salas y pasillos actual, llevándonos entonces a la necesidad de instalar dos abordadores mecánicos adicionales. Como se vió en el estudio de costos, ésta solución resultaría errónea puesto que no se toma en cuenta la diferencia tan significativa entre los costos de operación de los pasillos telescópicos y las salas móviles.

Además para propósitos de este estudio se ha considerado (Cap.6.1) que son las salas móviles las que representan el costo de espera para la administración de ASA.

Tomando en cuenta lo anterior y conociendo de antemano la baja eficiencia de las salas móviles resulta evidente que el AICM debe de contar solo con pasillos telescópicos y prescindir de salas móviles.

Al prestar un servicio más rápido y eficiente los pasillos, la cifra de 31 abordadores se reduciría por el incremento en la eficiencia del servicio, cifra que según calcula ASA es de 10% llevándonos a un total de 28 abordadores, todos de estos pasillos.

8.2 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Para llegar a los resultados que nos llevarán a las recomendaciones posteriores se pasó por los siguientes puntos:

- Recopilación y estructuración de datos necesarios para la formulación del modelo
- Obtención del modelo aplicable de teoría de colas.
- Aplicación de datos al modelo correspondiente
- Aplicación de consideraciones y criterios especiales para la adecuación del resultado a la situación real.

Aunque la operación normal de un aeropuerto a través del tiempo tiene pocos cambios drásticos y las tendencias que sigue son generalmente a largo plazo, es conveniente seguir monitoreando los datos obtenidos para detectar cambios que requieran una ampliación adicional de abordadores mecánicos y en su momento comenzar a pensar en una relocalización parcial de algunas áreas como la aviación general.

Esta tesis pretende sugerir soluciones a la problemática actual del AICM en cuanto a la cantidad óptima de abordadores para pasajeros de forma que a manera de recomendaciones sugerimos:

Como se muestra en el mapa anexo del aeropuerto, existe un área conocida como remota norte que se encuentra a un lado de la posición 17 (último pasillo de la sección internacional).

Esta área actualmente se emplea para efectuar el embarque y desembarque de los pasajeros via salas móviles y en ocasiones para pernoctas.

La propuesta de la presente tesis consiste en aprovechar ésta área para la instalación de 9 pasillos telescópicos adicionales exclusivamente para el tráfico internacional, construyendo un puente o túnel que comuniquen la terminal actual con la nueva terminal internacional (Fig 8.1).

Los nuevos pasillos formarían parte de dos edificios perpendiculares al actual (como se muestra en el sistema muelle Cap 3.6.1).

Este concepto se podría eventualmente implementar como una terminal internacional prácticamente independiente del resto del aeropuerto, aprovechando el área de estacionamiento frente al edificio de servicios de rampa y conservar la capacidad del mismo mediante un estacionamiento de varios niveles o conectando éste estacionamiento al ubicado frente a la recepción de vehículos de renta.

En ésta área se construiría la terminal internacional, con los mostradores de las líneas aéreas en el nivel inferior pasando después al segundo nivel donde se localizarían las autoridades migratorias y pasando mediante un puente al muelle de embarque y desembarque.

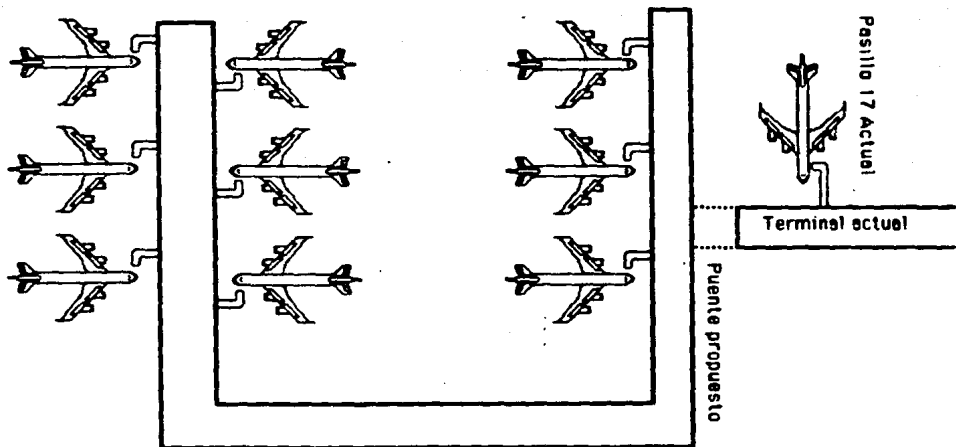
Para el manejo de maletas debe contemplarse un túnel de la terminal a la plataforma con un área de reclamo de equipaje y autoridades aduanales.

Como se menciona en el Cap. 5 existen aerolíneas que por cuestiones de seguridad emplean el servicio de salas móviles habiendo pasillos telescópicos disponibles. Este problema se sugiere solucionar asignando una sección de la nueva construcción con instalaciones adicionales de seguridad.

Es recomendable que el Aeropuerto mantenga una sala móvil para emergencias o para casos especiales que así lo requieran.

En la figura 8.1 se muestra un croquis de la propuesta basada en los resultados obtenidos anteriormente.

RODAJE BRAVO



160

FIGURA B1



APENDICE A**ESTADISTICA MUESTRA**

Hora de Llegada	Hora de Salida	Hr. Lleg. Decimal	Hr. Salida Decimal	Tiempo de Servicio (min.)	Tpo/Lleg. Decimal	Tpo / Llegadas (min)
0.01	8.03	0.02	8.05	482	0.0167	1
0.01	0.35	0.02	0.58	34	0.0000	0
0.02	7.33	0.03	7.55	451	0.0167	1
0.15	7.05	0.25	7.08	410	0.2167	13
0.40	1.12	0.67	1.20	32	0.4167	25
0.45	2.40	0.75	2.67	115	0.0833	5
1.07	7.16	1.12	7.27	369	0.3667	22
2.30	3.35	2.50	3.58	65	1.3833	83
3.30	4.26	3.50	4.43	56	1.0000	60
4.02	6.18	4.03	6.30	136	0.5333	32
4.43	6.47	4.72	6.78	124	0.6833	41
5.00	7.16	5.00	7.27	136	0.2033	17
5.01	6.48	5.02	6.80	107	0.0167	1
5.06	6.20	5.10	6.33	74	0.0833	5
5.17	5.35	5.28	5.58	18	0.1833	11
5.18	6.42	5.30	6.70	84	0.0167	1
5.18	7.00	5.30	7.00	102	0.0000	0
5.20	6.46	5.33	6.77	86	0.0333	2
5.21	6.30	5.35	6.50	69	0.0167	1
5.25	6.38	5.42	6.53	73	0.0667	4
5.25	6.49	5.42	6.82	84	0.0000	0
5.34	7.33	5.57	7.55	119	0.1500	9
5.34	22.50	5.57	22.83	1036	0.0000	0
5.38	7.20	5.63	7.33	102	0.0667	4
5.40	6.57	5.67	6.95	77	0.0333	2
5.42	6.42	5.70	6.70	60	0.0333	2
5.45	7.00	5.75	7.00	75	0.0500	3
5.47	7.32	5.78	7.53	105	0.0333	2
5.53	6.56	5.88	6.93	63	0.1000	6
5.54	7.41	5.90	7.68	107	0.0167	1
5.54	7.06	5.90	7.10	72	0.0000	0
5.56	7.12	5.93	7.20	76	0.0333	2
6.03	7.40	6.05	7.67	97	0.1167	7
6.16	7.04	6.27	7.07	48	0.2167	13

Hora de Llegada	Hora de Salida	Hr. lleg. Decimal	Hr. Salida Decimal	Tiempo de Servicio (min.)	Tpo./leg. Decimal	Tpo / llegadas (min)
6.18	7.17	6.50	7.28	59	0.0333	2
6.21	7.10	6.35	7.17	49	0.0500	3
6.31	7.18	6.52	7.30	47	0.1667	10
6.40	7.24	6.67	7.40	44	0.1500	9
6.46	7.39	6.77	7.65	53	0.1000	6
6.51	7.33	6.85	7.55	42	0.0833	5
6.53	8.08	6.88	8.13	75	0.0333	2
6.54	7.58	6.90	7.97	64	0.0167	1
6.55	7.40	6.92	7.67	45	0.0167	1
6.57	8.14	6.95	8.23	77	0.0333	2
7.07	9.09	7.12	9.15	122	0.1667	10
7.14	9.23	7.23	9.38	129	0.1167	7
7.33	9.05	7.55	9.08	92	0.3167	19
7.38	9.05	7.63	9.08	87	0.0833	5
7.39	9.00	7.65	9.00	81	0.0167	1
7.51	9.10	7.85	9.17	79	0.2000	12
7.53	8.29	7.88	8.48	36	0.0333	2
7.55	9.28	7.92	9.47	93	0.0333	2
8.02	9.12	8.03	9.20	70	0.1167	7
8.08	9.04	8.13	9.07	56	0.1000	6
8.14	9.35	8.23	9.58	81	0.1000	6
8.17	9.33	8.28	9.55	76	0.0500	3
8.18	9.27	8.30	9.45	69	0.0167	1
8.22	8.46	8.37	8.77	24	0.0667	4
8.24	8.52	8.40	8.87	28	0.0333	2
8.26	9.45	8.43	9.75	79	0.0333	2
8.34	9.05	8.57	9.08	31	0.1333	6
8.36	9.47	8.60	9.78	71	0.0333	2
8.37	10.14	8.62	10.23	97	0.0167	1
8.45	9.20	8.75	9.33	35	0.1333	6
8.47	10.02	8.78	10.03	75	0.0333	2
8.54	10.42	8.90	10.70	108	0.1167	7
8.55	9.55	8.92	9.92	60	0.0167	1
9.00	9.43	9.00	9.72	43	0.0833	5

Hora de Llegada	Hora de Salida	Hr. lleg. Decimal	Hr. Salida Decimal	Tiempo de Servicio (min.)	Tpo/lleg. Decimal	Tpo / llegadas (min)
9.02	9.38	9.03	9.63	36	0.0333	2
9.04	11.00	9.07	11.00	116	0.0333	2
9.07	9.47	9.12	9.78	40	0.0500	3
9.10	10.26	9.17	10.43	76	0.0500	3
9.12	10.05	9.20	10.08	53	0.0333	2
9.15	10.23	9.25	10.38	68	0.0500	3
9.26	10.03	9.43	10.05	37	0.1833	11
9.33	10.52	9.55	10.87	79	0.1167	7
9.37	10.57	9.62	10.95	80	0.0667	4
9.43	10.32	9.72	10.53	49	0.1000	6
9.53	10.22	9.88	10.37	29	0.1667	10
9.53	11.53	9.88	11.88	120	0.0000	0
10.15	11.11	10.25	11.18	56	0.3667	22
10.19	11.11	10.32	11.18	52	0.0667	4
10.21	11.56	10.35	11.93	95	0.0333	2
10.23	11.00	10.38	11.00	37	0.0333	2
10.36	11.56	10.60	11.93	80	0.2167	13
10.41	11.21	10.68	11.35	40	0.0833	5
10.46	12.16	10.77	12.27	90	0.0833	5
10.49	12.52	10.82	12.87	123	0.0500	3
10.51	11.42	10.85	11.70	51	0.0333	2
11.00	12.27	11.00	12.45	87	0.1500	9
11.17	11.49	11.28	11.82	32	0.2833	17
11.18	12.55	11.30	12.92	97	0.0167	1
11.27	13.41	11.45	13.68	134	0.1500	9
11.31	12.27	11.52	12.45	56	0.0667	4
11.35	12.09	11.58	12.15	34	0.0667	4
11.38	12.50	11.63	12.83	72	0.0500	3
11.45	12.55	11.75	12.92	70	0.1167	7
11.57	13.04	11.95	13.07	67	0.2000	12
12.01	12.46	12.02	12.77	45	0.0667	4
12.04	13.32	12.07	13.53	88	0.0500	3
12.09	12.49	12.15	12.82	40	0.0833	5
12.12	12.50	12.20	12.83	38	0.0500	3
12.21	13.04	12.35	13.07	43	0.1500	9

Hora de Llegado	Hora de Salida	Hr. Ileg. Decimal	Hr. Salida Decimal	Tiempo de Servicio (min.)	Tpo/Ileg. Decimal	Tpo / Ilegadas (min)
12.34	13.24	12.57	13.40	50	0.2167	13
12.40	14.00	12.67	14.00	80	0.1000	6
12.42	15.22	12.70	15.37	160	0.0333	2
12.42	13.19	12.70	13.32	37	0.0000	0
12.48	13.40	12.80	13.67	52	0.1000	6
12.55	13.55	12.92	13.92	60	0.1167	7
13.02	13.53	13.03	13.88	51	0.1167	7
13.02	13.48	13.03	13.80	46	0.0000	0
13.42	14.22	13.70	14.37	40	0.6667	40
13.50	14.20	13.83	14.33	30	0.1333	6
14.00	14.36	14.00	14.60	36	0.1667	10
14.06	14.37	14.10	14.62	31	0.1000	6
14.08	15.17	14.13	15.28	69	0.0333	2
14.09	15.32	14.15	15.53	83	0.0167	1
14.10	15.02	14.17	15.03	52	0.0167	1
14.12	14.53	14.20	14.88	41	0.0333	2
14.15	14.58	14.25	14.97	43	0.0500	3
14.15	15.23	14.25	15.38	68	0.0000	0
14.34	15.10	14.57	15.17	36	0.3167	19
14.34	15.32	14.57	15.53	58	0.0000	0
14.40	15.00	14.67	15.00	20	0.1000	6
14.47	15.35	14.78	15.58	48	0.1167	7
14.49	15.56	14.82	15.93	67	0.0333	2
14.51	16.06	14.85	16.10	75	0.0333	2
14.55	16.03	14.92	16.05	68	0.0667	4
15.00	15.28	15.00	15.47	28	0.0833	5
15.04	15.37	15.07	15.62	33	0.0667	4
15.05	15.48	15.08	15.80	43	0.0167	1
15.07	20.35	15.12	20.58	328	0.0333	2
15.18	23.59	15.30	23.98	521	0.1833	11
15.18	17.05	15.30	17.08	107	0.0000	0
15.25	16.42	15.42	16.70	77	0.1167	7
15.30	16.34	15.50	16.57	64	0.0833	5
15.30	16.34	15.50	16.57	64	0.0000	0
15.40	16.31	15.67	16.52	51	0.1667	10

Hora de Llegada	Hora de Salida	Hr. lleg. Decimal	Hr. Salida Decimal	Tiempo de Servicio (min.)	Tpo/lleg. Decimal	Tpo / llegadas (min)
15.47	16.48	15.78	16.80	61	0.1167	7
15.48	17.03	15.80	17.05	75	0.0167	1
15.53	17.44	15.88	17.73	111	0.0833	5
15.54	17.14	15.90	17.23	80	0.0167	1
16.01	17.07	16.02	17.12	66	0.1167	7
16.04	17.19	16.07	17.32	75	0.0500	3
16.08	18.27	16.13	18.45	139	0.0667	4
16.13	16.55	16.22	16.92	42	0.0833	5
16.13	18.07	16.22	18.12	114	0.0000	0
16.15	17.51	16.25	17.85	96	0.0333	2
16.19	17.13	16.32	17.22	54	0.0667	4
16.31	18.40	16.52	18.67	129	0.2000	12
16.33	17.26	16.55	17.43	53	0.0333	2
16.38	17.55	16.63	17.92	77	0.0833	5
16.41	17.36	16.68	17.60	55	0.0500	3
17.02	18.09	17.03	18.15	67	0.3500	21
17.11	18.04	17.18	18.07	53	0.1500	9
17.21	18.27	17.35	18.45	66	0.1667	10
17.24	18.08	17.40	18.13	44	0.0500	3
17.30	19.09	17.50	19.15	99	0.1000	6
17.34	18.17	17.57	18.28	43	0.0667	4
17.37	18.51	17.62	18.85	74	0.0500	3
17.44	18.51	17.73	18.85	67	0.1167	7
17.49	19.43	17.82	19.72	114	0.0833	5
17.53	18.48	17.88	18.80	55	0.0667	4
17.59	19.04	17.98	19.07	65	0.1000	6
18.05	18.55	18.08	18.92	50	0.1000	6
18.13	19.12	18.22	19.20	59	0.1333	8
18.16	19.35	18.27	19.58	79	0.0500	3
18.16	19.45	18.27	19.75	89	0.0000	0
18.25	19.36	18.42	19.60	71	0.1500	9
18.29	19.14	18.48	19.23	45	0.0667	4
18.35	20.52	18.58	20.87	137	0.1000	6
18.40	19.54	18.67	19.90	74	0.0833	5
18.42	19.10	18.70	19.17	28	0.0333	2

Hora de Llegada	Hora de Salida	Hr. Lleg. Decimal	Hr. Salida Decimal	Tiempo de Servicio (min.)	Tpo./lleg. Decimal	Tpo / llegadas (min)
18.46	20.29	18.77	20.48	103	0.0667	4
18.53	20.45	18.88	20.75	112	0.1167	7
18.58	20.11	18.97	20.18	73	0.0833	5
19.05	19.53	19.08	19.88	48	0.1167	7
19.07	19.50	19.12	19.83	43	0.0333	2
19.12	20.11	19.20	20.18	59	0.0833	5
19.15	23.59	19.25	23.98	284	0.0500	3
19.25	20.06	19.42	20.10	41	0.1667	10
19.30	20.10	19.50	20.17	40	0.0833	5
19.32	20.43	19.53	20.72	71	0.0333	2
19.38	20.08	19.63	20.13	30	0.1000	6
19.41	21.20	19.68	21.33	99	0.0500	3
19.41	21.57	19.68	21.95	136	0.0000	0
19.43	20.20	19.72	20.33	37	0.0333	2
19.50	23.59	19.83	23.98	249	0.1167	7
19.55	21.27	19.92	21.45	92	0.0833	5
20.05	20.54	20.08	20.90	49	0.1667	10
20.12	20.45	20.20	20.75	33	0.1167	7
20.14	20.47	20.23	20.78	33	0.0333	2
20.15	21.30	20.25	21.50	75	0.0167	1
20.17	21.35	20.28	21.58	78	0.0333	2
20.37	23.59	20.62	23.98	202	0.3333	20
20.43	21.37	20.72	21.62	54	0.1000	6
20.44	21.50	20.73	21.83	66	0.0167	1
20.50	23.59	20.83	23.98	189	0.1000	6
20.55	21.33	20.92	21.55	38	0.0833	5
20.57	21.46	20.95	21.77	49	0.0333	2
20.58	22.05	20.97	22.08	67	0.0167	1
20.59	22.06	20.98	22.10	67	0.0167	1
21.02	22.06	21.03	22.10	64	0.0500	3
21.09	23.48	21.15	23.80	159	0.1167	7
21.20	23.59	21.33	23.98	159	0.1833	11
21.24	22.22	21.40	22.37	58	0.0667	4
21.35	23.04	21.58	23.07	89	0.1833	11
21.39	21.55	21.65	21.92	16	0.0667	4

Hora de Llegada	Hora de Salida	Hr. Lleg. Decimal	Hr. Salida Decimal	Tiempo de Servicio (min.)	Tpo/lleg. Decimal	Tpo / llegadas (min)
21.40	22.05	21.67	22.08	25	0.0167	1
21.42	22.39	21.70	22.65	57	0.0333	2
21.42	24.55	21.70	24.92	193	0.0000	0
21.45	22.25	21.75	22.42	40	0.0500	3
21.45	22.19	21.75	22.32	34	0.0000	0
21.50	22.59	21.83	22.90	69	0.0833	5
21.56	22.39	21.93	22.65	43	0.1000	6
21.56	23.59	21.93	23.98	123	0.0000	0
22.02	22.20	22.03	22.33	18	0.1000	6
22.03	23.17	22.05	23.28	74	0.0167	1
22.06	23.00	22.10	23.00	54	0.0500	3
22.07	23.49	22.12	23.82	102	0.0167	1
22.11	23.56	22.18	23.93	105	0.0667	4
22.11	23.17	22.18	23.28	66	0.0000	0
22.14	22.48	22.23	22.80	34	0.0500	3
22.14	22.56	22.23	22.93	42	0.0000	0
22.15	23.03	22.25	23.05	48	0.0167	1
22.19	23.09	22.32	23.15	50	0.0667	4
22.21	23.35	22.35	23.58	74	0.0333	2
22.26	24.34	22.43	24.57	128	0.0833	5
22.26	23.54	22.47	23.90	86	0.0333	2
22.28	23.08	22.47	23.13	40	0.0000	0
22.31	23.37	22.52	23.62	66	0.0500	3
22.43	23.37	22.72	23.62	54	0.2000	12
22.44	24.29	22.73	24.48	105	0.0167	1
22.53	23.59	22.88	23.98	66	0.1500	9
22.55	24.45	22.92	24.75	110	0.0333	2
22.56	24.23	22.93	24.38	87	0.0167	1
22.56	23.47	22.93	23.78	51	0.0000	0
22.59	24.25	22.98	24.42	86	0.0500	3
23.09	23.38	23.15	23.63	29	0.1667	10
23.19	24.10	23.32	24.17	51	0.1667	10
23.23	24.27	23.38	24.45	64	0.0667	4

APENDICE B

- FORMULAS PARA LA DETERMINACION DEL PUNTO OPTIMO
- FORMULAS PARA LAS TABLAS DE LOS MODELOS PARA S=1

	1	2	3
1			
2			
3	S	=Lambda/(Mu*S_Min)	
4	C	9.641204	
5	μ	0.72324452	
6			
7	S_Min	14	
8			
9	n!	n	Parte 1
10	1	0	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
11	1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
12	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
13	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
14	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
15	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
16	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
17	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
18	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
19	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
20	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
21	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
22	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
23	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
24	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
25	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
26	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
27	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
28	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
29	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
30	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
31	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
32	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
33	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
34	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
35	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
36	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
37	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
38	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]
39	=R[-1]C*RC*1	=R[-1]C*1	=((Lambda/Mu)^RC[-1])/RC[-2]

FORMULAS PARA LA DETERMINACION DEL PUNTO OPTIMO (CUADRO 7.2)

	4	5
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
25	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
26	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
27	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
28	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
29	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
30	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
31	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
32	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
33	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
34	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
35	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
36	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
37	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
38	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])
39	=SUM(R[-1]C[-1]:R10C3)	=(((Lambda/Mu)^RC[-3])/RC[-4])

	6	7	8
1			Datos Base
2			
3			S
4			E
5			μ
6			Can-Min
7			Hrs/año
8			CE (hora)
9			CS (hora)
10			Serv. esp.
11			
12			S
13			=S_Min
14			=R[-1]C+1
15			=R[-1]C+1
16			=R[-1]C+1
17			=R[-1]C+1
18			=R[-1]C+1
19			=R[-1]C+1
20			=R[-1]C+1
21			=R[-1]C+1
22			=R[-1]C+1
23			=R[-1]C+1
24	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
25	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
26	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
27	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
28	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
29	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
30	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
31	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
32	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
33	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
34	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
35	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
36	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
37	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
38	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1
39	$=1/(1-(\text{Lambda}/(\text{RC}[-4]*\text{Mu})))$		=R[-1]C+1

	9
1	
2	
3	=RC[-7]
4	=RC[-7]
5	=RC[-7]
6	=R[+1]C[-7]
7	=365*16
8	=372387/(365*16)
9	=271271/(365*24)
10	6688
11	
12	Po
13	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
14	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
15	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
16	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
17	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
18	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
19	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
20	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
21	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
22	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
23	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
24	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
25	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
26	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
27	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
28	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
29	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
30	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
31	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
32	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
33	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
34	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
35	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
36	=1/(R[+1]C[-5]+(R[+1]C[-4]*R[+1]C[-3]))
37	
38	
39	

File Edit Select Format Options Calculate

R13C10		= (RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9]*((1-(Lambda/(Mu*RC[-2])))^2))
Calculo final (r.2)		
10		
10	PAGINA 175	
11		
12	Lq	
13	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
14	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
15	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
16	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
17	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
18	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
19	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
20	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
21	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
22	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
23	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	
24	=(RC[-1]*((Lambda/Mu)^RC[-2])*(Lambda/(Mu*RC[-2])))/(R[*11]C[-9])*	

	11	12	13
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12	W_q	W	L
13	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
14	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
15	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
16	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
17	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
18	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
19	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
20	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
21	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
22	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
23	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
24	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
25	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
26	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
27	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
28	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
29	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
30	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
31	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
32	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
33	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
34	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
35	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
36	$=RC[-1]/\text{Lambd}$	$=RC[-1] \cdot (1/\text{Mu})$	$=RC[-3] + (\text{Lambd}/\text{Mu})$
37			
38			
39			

	14	15	16
1			
2			
3		Canales al 100%	
4		Mantenimiento	
5			
6			
7			
8			
9		MODELO BASICO	
10			
11			
12	CE	CS	ct
13	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
14	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
15	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
16	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
17	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
18	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
19	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
20	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
21	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
22	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
23	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
24	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
25	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
26	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
27	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
28	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
29	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
30	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
31	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
32	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
33	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
34	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
35	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
36	$\cdot RC[-2] \cdot 12/R7C9 \cdot R8C9 \cdot R10C9$	$\cdot R9C9 \cdot RC[-7]$	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$
37			
38			
39			

FORMULAS PARA LA DETERMINACION DEL PUNTO OPTIMO (CUADRO 7.2)

	17	18	19
1			
2			
3		$-R(+12)C(-1)$	
4	0.85	$-R(-1)C/RC(-1)$	
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12	S		
13	$-RC(-9)$		
14	$-RC(-9)$		
15	$-RC(-9)$	<-Punto óptimo	
16	$-RC(-9)$		
17	$-RC(-9)$		
18	$-RC(-9)$		
19	$-RC(-9)$		
20	$-RC(-9)$		
21	$-RC(-9)$		
22	$-RC(-9)$		
23	$-RC(-9)$		
24	$-RC(-9)$		
25	$-RC(-9)$		
26	$-RC(-9)$		
27	$-RC(-9)$		
28	$-RC(-9)$		
29	$-RC(-9)$		
30	$-RC(-9)$		
31	$-RC(-9)$		
32	$-RC(-9)$		
33	$-RC(-9)$		
34	$-RC(-9)$		
35	$-RC(-9)$		
36	$-RC(-9)$		
37			
38			
39			

	1	2
1		Modelo 1
2	S	$=R[+1]C/R[+2]C$
3	£	5
4	µ	10
5	β	
6	k	
7	M	
8	---- Probabilidades ----	
9	0	$=1-R_0$
10	i	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
11	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
12	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
13	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
14	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
15	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
16	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
17	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
18	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
19	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
20	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
21	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
22	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
23	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
24	$=R[-1]C+1$	$=R_9C_2*(R_2C_2^*RC[-1])$
25	ΣProb	$=SUM(R[-16]C[R[-1]C])$
26		
27	L	$=lambda/(Miu-lambda)$
28	Lq	$=(lambda^2)/(Miu*(Miu-lambda))$
29	W	$=1/(Miu-lambda)$
30	Wq	$=lambda/(Miu*(Miu-lambda))$
31		
32		§ -> Factor de Utilización (R ₀)
33		£ -> Tasa de Llegadas (Lambda)
34		µ -> Tasa de Servicios (Miu)
35		β -> Varianza (sigma)
36		k -> Parametro de Dispersión
37		M -> Maximo no. de unidades + s
38		
39		

	1	2
1		Modelo 1
2	\$	=R[+1]C/R[+2]C
3	£	5
4	μ	10
5	β	
6	k	
7	M	
8	--- Probabilidades ---	
9	0	=1-Ro
10	1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
11	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
12	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
13	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
14	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
15	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
16	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
17	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
18	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
19	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
20	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
21	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
22	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
23	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
24	=R[-1]C+1	=R9C2*(R2C2^RC[-1])
25	ΣProb	=SUM(R[-16]C:R[-1]C)
26		
27	L	=lambda/(Miu-lambda)
28	Lq	=(lambda^2)/(Miu*(Miu-lambda))
29	w	=1/(Miu-lambda)
30	wq	=lambda/(Miu*(Miu-lambda))
31		
32		\$ -> Factor de Utilización (Ro)
33		£ -> Tasa de Llegadas (Lambda)
34		μ -> Tasa de Servicios (Miu)
35		β -> Varianza (sigma)
36		k -> Parametro de Dispersión
37		M -> Maximo no. de unidades + s
38		
39		

3	
1	Modelo 2
2	=R +1 C/R +2 C
3	=RC -1
4	=RC -1
5	0.2
6	
7	
8	
9	=1-R -7 C
10	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
11	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
12	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
13	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
14	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
15	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
16	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
17	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
18	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
19	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
20	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
21	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
22	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
23	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
24	=R9C3*((R3C3/R4C3)^RC -2)
25	=SUM(R -16 C:R -1 C)
26	
27	=Ro*Lq
28	=(((lambda^2)*(sigma^2))+Ro^2)/(2*(1-Ro))
29	=Wq*(1/Miu)
30	=Lq/lambda
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	

4	
1	Modelo 3
2	$=R[+1]C/R[+2]C$
3	$=RC[-1]$
4	$=RC[-1]$
5	
6	
7	
8	
9	$=RC[-1]$
10	$=RC[-1]$
11	$=RC[-1]$
12	$=RC[-1]$
13	$=RC[-1]$
14	$=RC[-1]$
15	$=RC[-1]$
16	$=RC[-1]$
17	$=RC[-1]$
18	$=RC[-1]$
19	$=RC[-1]$
20	$=RC[-1]$
21	$=RC[-1]$
22	$=RC[-1]$
23	$=RC[-1]$
24	$=RC[-1]$
25	$=SUM(R[-16]C:R[-1]C)$
26	
27	$=lambda*W$
28	$=(Ro^2)/(2*(1-Ro))$
29	$=Wq*(1/Miu)$
30	$=Lq/lambda$
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	

5	
1	Modelo 4
2	=lambda/Miu
3	=RC[-1]
4	=RC[-1]
5	
6	3
7	
8	
9	=1-Ro
10	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
11	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
12	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
13	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
14	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
15	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
16	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
17	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
18	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
19	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
20	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
21	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
22	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
23	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
24	=(1-Ro)*Ro^RC[-4]
25	=SUM(R[-16]C:R[-1]C)
26	
27	=lambda*W
28	=((1+k)/(2*k))*((lambda^2)/(Miu*(Miu-lambda)))
29	=Wq*(1/Miu)
30	=Lq/lambda
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	

6	
1	Modelo S
2	=R[+1]C/R[+2]C
3	=RC[-1]
4	=RC[-1]
5	
6	
7	
8	
9	= (1-Ro)/((1-Ro^(M+1)))
10	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
11	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
12	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
13	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
14	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
15	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
16	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
17	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
18	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
19	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
20	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
21	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
22	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
23	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
24	= IF((RC[-5]<=M), ((1-Ro)/((1-Ro^(M+1))))*Ro^RC[-5], "")
25	=SUM(R[-16]C:R[-1]C)
26	
27	= (Ro/(1-Ro))-(((M+1)*Ro^(M+1))/((1-Ro^(M+1))))
28	=Wq/lambda
29	=L/lambda
30	=W-(1/Miu)
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	

	7
1	Modelo 6
2	=R(+1)C/R(+2)C
3	=RC(-1)
4	=RC(-1)
5	
6	
7	4
8	
9	=R(-2)C(+7)
10	=R(-1)C(+11)
11	=R(-1)C(+11)
12	=R(-1)C(+11)
13	=R(-1)C(+11)
14	=R(-1)C(+11)
15	=R(-1)C(+11)
16	=R(-1)C(+11)
17	=R(-1)C(+11)
18	=R(-1)C(+11)
19	=R(-1)C(+11)
20	=R(-1)C(+11)
21	=R(-1)C(+11)
22	=R(-1)C(+11)
23	=R(-1)C(+11)
24	=R(-1)C(+11)
25	=SUM(R(-16)C:R(-1)C)
26	
27	=lambda*W
28	=M-((Miu/lambda)*(1-Po))
29	=Wq*(1/Miu)
30	=Lq/lambda
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	

	8	9
1		
2		
3		
4	Fact.	
5		
6		fact.
7	=RC[-2]	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
8	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
9	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
10	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
11	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
12	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
13	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
14	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
15	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
16	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
17	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
18	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
19	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
20	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
21	=IF(R[-1]C-1>0,R[-1]C-1,1)	=IF(RC[-1]<>0,RC[-1],1)
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		
31		
32		
33		
34		
35		
36		
37		
38		
39		

	10
1	
2	
3	
4	
5	
6	mi
7	$\cdot RC[-1] \cdot R[+1]C[-1] \cdot R[+2]C[-1] \cdot R[+3]C[-1] \cdot R[+4]C[-1] \cdot R[+5]C[-1] \cdot R[+6]C[-1] \cdot R[+7]$
8	$(m-n)!$
9	$\cdot (R[-1]C[-1] \cdot RC[-1] \cdot R[+1]C[-1] \cdot R[+2]C[-1] \cdot R[+3]C[-1] \cdot R[+4]C[-1] \cdot R[+5]C[-1] \cdot R[+6]$
10	$\cdot R9C9 \cdot R10C9 \cdot R11C9 \cdot R12C9 \cdot R13C9 \cdot R14C9 \cdot R15C9 \cdot R16C9 \cdot R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9$
11	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R[-1]C[-1] \cdot RC[-1] \cdot R[+1]C[-1] \cdot R[+2]C[-1] \cdot R[+3]C[-1] \cdot R[+4]C[-1] \cdot R[+5]$
12	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R[-1]C[-1] \cdot RC[-1] \cdot R[+1]C[-1] \cdot R[+2]C[-1] \cdot R[+3]C[-1] \cdot R[+4]C[-1] \cdot R[+5]$
13	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R12C9 \cdot R13C9 \cdot R14C9 \cdot R15C9 \cdot R16C9 \cdot R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9 \cdot R21C$
14	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R13C9 \cdot R14C9 \cdot R15C9 \cdot R16C9 \cdot R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9 \cdot R21C9, 1)$
15	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R14C9 \cdot R15C9 \cdot R16C9 \cdot R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9 \cdot R21C9, 1)$
16	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R15C9 \cdot R16C9 \cdot R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9 \cdot R21C9, 1)$
17	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R16C9 \cdot R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9 \cdot R21C9, 1)$
18	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9 \cdot R21C9, 1)$
19	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9 \cdot R21C9, 1)$
20	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9 \cdot R21C9, 1)$
21	$\cdot IF(R[-1]C > 2, R17C9 \cdot R18C9 \cdot R19C9 \cdot R20C9 \cdot R21C9, 1)$
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	

	11	12
1		
2		
3		
4		
5		
6	$m!/(m-n)!$	Ro
7		
8	1	=R3C6/R4C6
9	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
10	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
11	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
12	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
13	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
14	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
15	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
16	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
17	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
18	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
19	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
20	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
21	=IF(AND(R[-1]C<>R7C10, R[-1]C<>0), (R7C10/RC[-1]), 0)	=R3C6/R4C6
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		

	13	14
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		$P_0 =$
8		$= 1 / (\text{SUM}(R_i + 1) C_i R_i + 1) C_i \cdot ((R_i - 5) C_i - B) \cdot RC_i - 4))$
9	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	1
10	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
11	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
12	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
13	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
14	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
15	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
16	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
17	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
18	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
19	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
20	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
21	$\cdot RC[-2] \cdot RC[-1]$	$= RC[-3] \cdot (RC[-2] \cdot RC[+1])$
22		
23		
24		
25		
26		
27		
28		
29		
30		

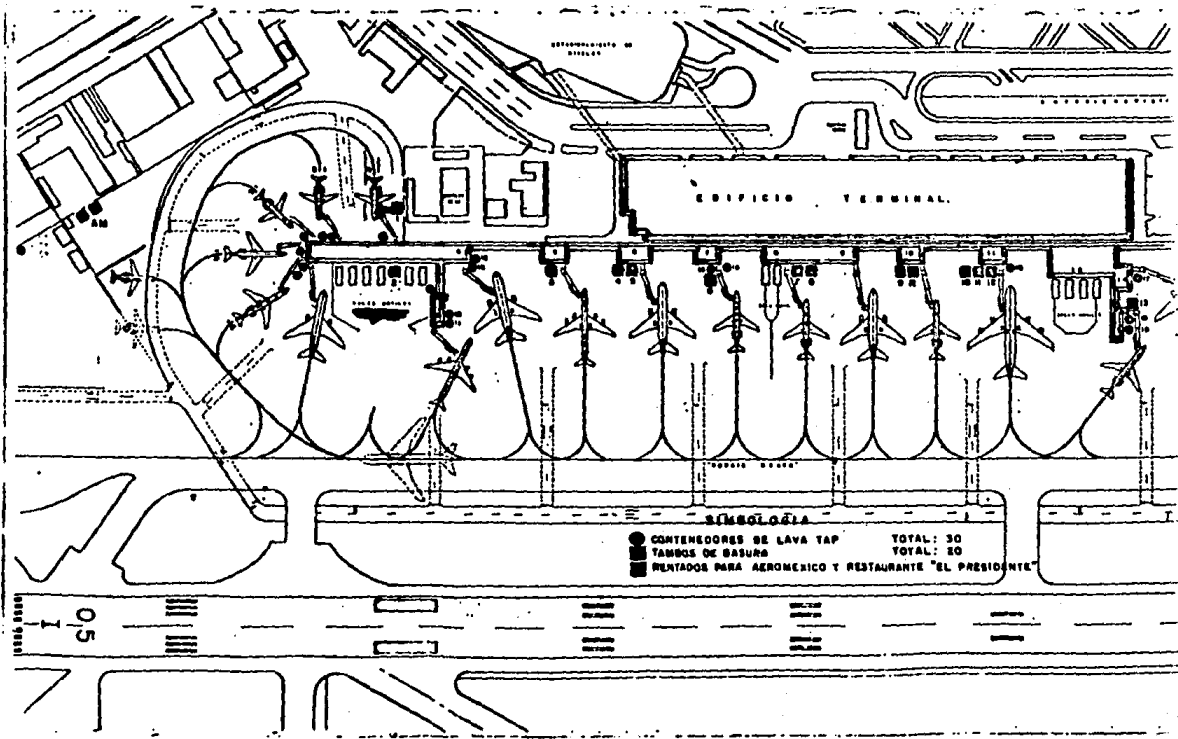
	15
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	1
9	1
10	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
11	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
12	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
13	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
14	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
15	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
16	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
17	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
18	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
19	=IF(AND(R[-1]C<>R7C6,R[-1]C<>0),R[-1]C+1,0)
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	

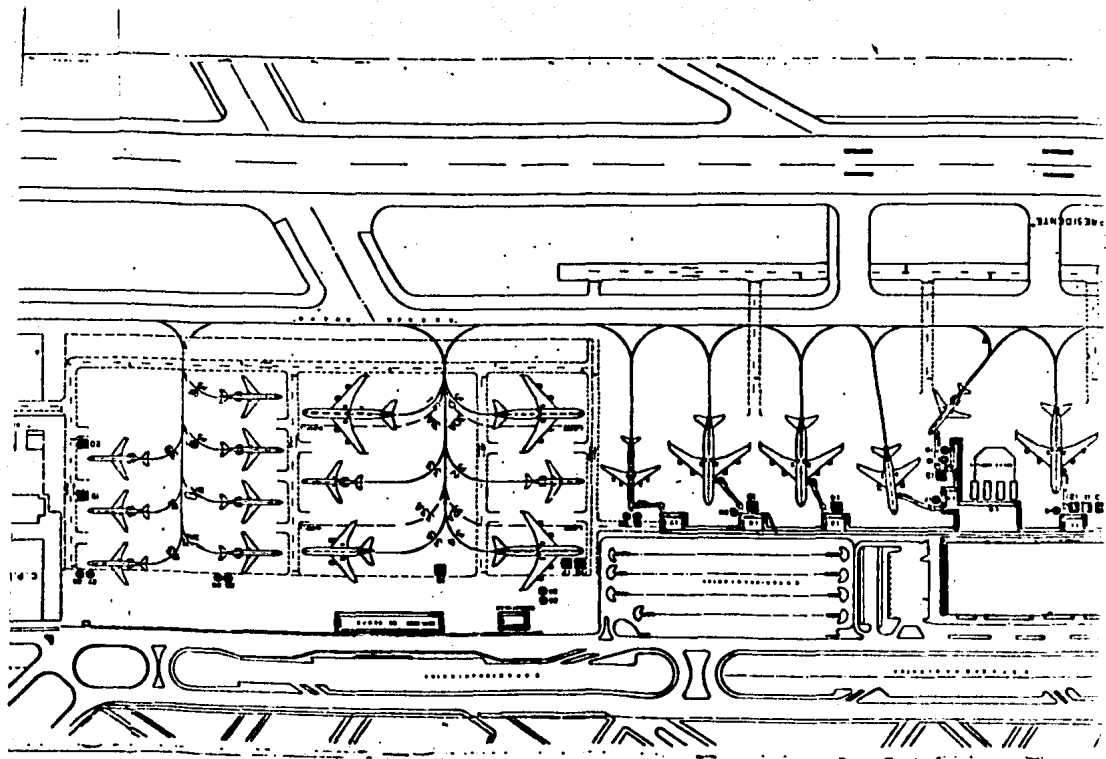
	16
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
10	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
11	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
12	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
13	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
14	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
15	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
16	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
17	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
18	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	

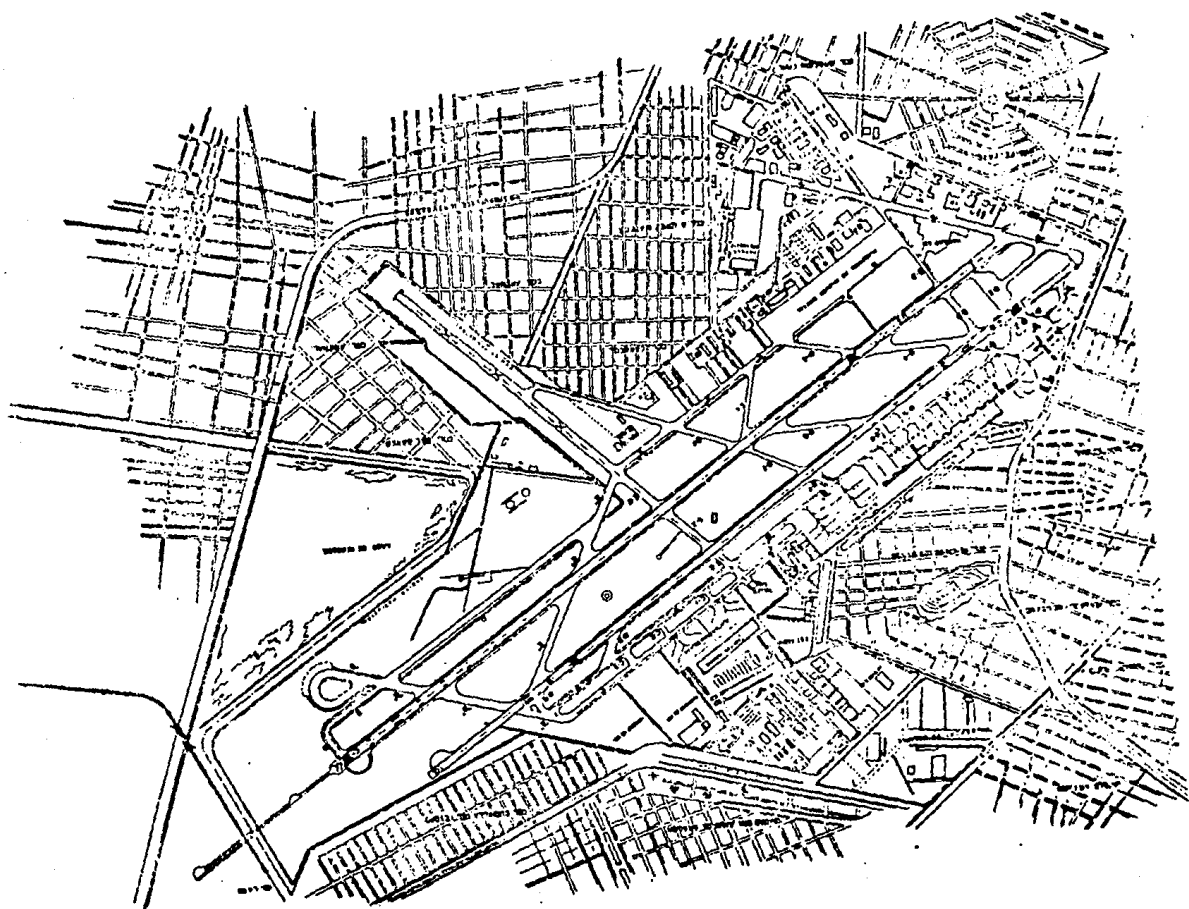
17	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
11	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
12	$=IF(R[+1]C=0,R7C10*(RC[-4]^R7C6)*R7C14,RC[-5]*(RC[-4]^RC[-1])*R7C14)$
13	
14	
15	

	10
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	=RC[-2]
10	=IF(R[-1]C<>0,RC[-2],0)
11	=IF(R[-1]C<>0,RC[-2],0)
12	=IF(R[-1]C<>0,RC[-2],0)
13	=IF(R[-1]C<>0,RC[-2],0)
14	=IF(R[-1]C<>0,RC[-2],0)
15	=IF(R[-1]C<>0,RC[-2],0)
16	=IF(R[-1]C<>0,RC[-2],0)
17	=IF(R[-1]C<>0,RC[-2],0)
18	=IF(R[-1]C<>0,RC[-2],0)
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	

APENDICE C**PLANOS DEL AEROPUERTO
INTERNACIONAL DE LA
CIUDAD DE MEXICO.**







BIBLIOGRAFIA

Apple Computer, Inc.
Macintosh MacWrite

Apple Computer, Inc.
Macintosh Manual

Asociación de Ingenieros en Aeronautica A.C.
Revista Ingeniería Aeronautica no.4-5

Blankenship Edward G.
Aeropuertos: Arquitectura, Integración urbana y
Ecología
Editorial Blume

Cauter Gaynor
International Airport
Octopus

Hillier/Lieberman
Introducción a la Investigación de Operaciones
3a Edición-McGraw/Hill

Kennedy John B. / Neville Adam M.
Estadística para Ciencias e Ingeniería
Segunda Edición-HARLA

Lipschutz Seymour

Probabilidad

McGraw/Hill

McComb Gordon

Macintosh User's Guide

Howard W. Sams & Co., Inc.

Microsoft Corporation

Chart for Apple Macintosh

Microsoft Corporation

Microsoft Multiplan for Apple Macintosh

Organización de Aviación Civil Internacional -OACI-

Manual de Proyecto de Aeródromos Parte #2

Segunda Edición 1983

Spiegel Murray R.

Estadística

McGraw/Hill

Taha

Investigación de Operaciones

Representaciones y Servicios de Ingeniería

Wagner Harvey M.

Principles Of Operations Research

Prentice-Hall International-Series in Management