5 2ej

"ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS"

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

1 9 8 8

JOSE LUIS SANCHEZ BUJANOS

CONTENIDO.

RESUMEN.

En el presente trabajo se hace una descripción de los modelos y técnicas de análisis mas sobresalientes desarrolladas para el estudio de los yacimientos naturalmente fracturados.

Tomando en cuenta las ventajas que ofrece el uso del concepto de fuente instantánea en el análisis de pruebas de variación de presión, se presenta una nueva curva tipo en términos de la segunda derivada de la presión basada en el modelo propuesto por Cinco y Samaniego para el caso de estratos. Debido a que el comportamiento correspondiente únicamente al sistema de fracturas finaliza a tiempos muy pequeños cuando se considera flujo transitorio entre los bloques de matríz y las fracturas, en esta curva tipo no se contempla la determinación del parámetro w.

Se hace también un análisis de la porción recta que rige el almacenamiento en las gráficas log-log de la segunda derivada y se presenta una nueva curva tipo para el caso de yacimientos homogéneos graficando $t_D/C_D(\ln\ C_De^{2S})^{1/2}$ en vez de t_D/C_D.

I.- INTRODUCCION

Debido a la gran importancia que actualmente tienen los hidrocarburos en el mundo como producto lider en el mercado internacional y como base de la economía de algunos paises como el nuestro, ha sido necesario desarrollar en todas las áreas de la industria petrolera técnicas encaminadas a una mejor explotación y utilización de este recurso.

Una de las áreas que sin duda es de vital importancia es la explotación de los yacimientos, ya que de ello dependen los volúmenes totales recuperables que en términos económicos o financieros se expresa como utilidad o rentabilidad de los proyectos de inversión en esta materia.

Con el advenimiento de equipo electrónico, durante las últimas décadas se han desarrollado técnicas auxiliares en la determinación de las políticas de explotación, siendo la más importante[1] de ellas la simulación numérica de yacimientos. En el estudio o análisis de alternativas de explotación, es necesario contar con información del yacimiento, tanto del aspecto geológico como de las propiedades físicas que lo caracterizan. De aquí la importancia que las pruebas de presión han venido cobrando en el área de explotación de yacimientos.

Actualmente un gran porcentaje de la producción de hidrocarburos que se obtiene en el mundo proviene de acumulaciones en rocas consistentes fracturadas, en las que el flujo de fluidos, en forma general, es de un medio de baja capacidad de flujo (bloques de matriz), a los canales altamente conductivos (fracturas), y de estos al pozo productor. Este tipo de heterogeneidades en los yacimientos ha merecido la atención de muchos investigadores, de manera que en la actualidad se cuenta con una cantidad considerable de modelos que intentan representar este fenómeno, siendo los recientes más versátiles gracias al desarrollo de técnicas matemáticas que permiten la solución compleja del problema más general.

Haciendo una remembranza de los modelos y técnicas de análisis más sobresalientes para los yacimientos naturalmente fracturados, puede señalarse que Pollard [1] es el primer autor que propone la determinación del volúmen de fracturas mediante pruebas de incremento de presión. Pirson y Pirson [2] incluye a este método el cálculo del volúmen de matriz.

Barenblatt y Zheltov [3] y Barenblatt y colaboradores [4] presentan un modelo completo para flujo radial en el que se considera que el flujo ocurre únicamente en las fracturas y que los bloques de matriz actúan como una fuente que cede fluido a las fracturas bajo condiciones de flujo pseudo-estacionario. Warren y Root [5] proporcionan una solución analítica a un modelo similar al anterior y encuentran que los datos de presión muestran dos lineas rectas semilogarítmicas paralelas, cuya pendiente está relacionada con la capacidad de flujo de la formación (figura 1). Odeh [6] presenta también un modelo similar y propone que el sistema de fracturas se comporta como un sistema homogéneo. Adams y colaboradores [7] utilizan un modelo de discontinuidad radial y argumentan que los datos de campo exhiben dos porciones rectas, siendo la pendiente de la primera mayor que la pendiente de la segunda.

Kazemi [8] resuelve numéricamente un modelo de estratos considerando flujo no estacionario en la matriz. Posterirmente de Swaan [9] presenta una solución analítica al problema de flujo no estacionario e introduce nuevos parámetros característicos. Najurieta [10] proporciona una solución aproximada al modelo de de Swaan [9] y muestra que el comportamiento de la presión es completamente descrito por cinco parámetros básicos. Kucuk y Sawyer [11] proponen un modelo para flujo de gas bajo régimen transitorio en bloques esféricos y cilíndricos. Finalmente Cinco y Samaniego [12] presentan un modelo similar al de de Swaan [9] y Najurieta [10] considerando flujo radial de un fluido ligeramente compresible en un sistema de doble porosidad, e introducen parámetros adimensionales apropiados para la caracterización del modelo.

Los trabajos más sobresalientes en cuanto a técnicas de análisis han sido propuestos por Bourdet y Gringarten [13], Gringarten y colaboradores [14], Gringarten [15] y Bourdet y colaboradores [16,17] proporcionando curvas tipo para la identificación de los periodos de flujo y la determinación de los parámetros característicos, basados principalmente en los modelos que contemplan flujo pseudo-estacionario en la matriz.

En el presente trabajo se analizan algunos aspectos generales del análisis de pruebas de presión, tanto para yacimientos homogéneos como para yacimientos naturalmente fracturados (sistemas de doble porosidad), y se propone una técnica de análisis para la determinación de los parámetros característicos basada en el modelo propuesto por Cinco y Samaniego [12].

II.- DESCRIPCION DE MODELOS PARA LOS YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.

Como se mencionó anteriormente, existen en la literatura diferentes modelos desarrollados bajo ciertas consideraciones, que intentan explicar el comportamiento de los datos de presión en los yacimientos naturalmente fracturados y que permiten definir los parámetros característicos, tanto de las propiedades físicas como de la distribución de fracturas en la formación.

Una de las consideraciones más importantes en estos modelos es el tipo de flujo que rige el intercambio de fluidos entre los bloques de matriz y las fracturas. En esta sección se describen los modelos más sobresalientes desarrollados para condiciones de flujo pseudo-estacionario y para flujo transitorio.

II.1.- MODELOS PARA FLUJO PSEUDO-ESTACIONARIO.

MODELO DE BARENBLATT,ZHELTOV Y KOCHINA.

Este modelo representa el sistema fracturado mediante la superposición de dos medios porosos, es decir; si las fronteras entre los bloques de matriz y las fracturas se consideran impermeables, un medio queda definido por las fracturas como poros y los bloques de matriz como granos, el otro medio lo constituyen los bloques de matriz interconectados. De esta manera, en cada punto del espacio se consideran dos presiones y dos gastos de filtración de líquido; una presión p_f y una velocidad v_f en las fisuras y una presión p_{ma} y una velocidad v_{ma} en la matriz. La porosidad asociada a las fisuras ϕ_f, es el volúmen de fisuras dividido por el volúmen total de roca.

El volúmen de líquido V que fluye de los poros hacia las fisuras por unidad de tiempo y por unidad de volúmen de roca está dado por:

$$V = \frac{\zeta}{\mu} (p_{ma} - p_f) \qquad (1)$$

donde:

$$\zeta \sim k_{ma}\, \sigma^{*} \qquad (2)$$

En las ecuaciones anteriores μ es la viscosidad del líquido y ζ un parámetro característico de la roca fisurada que depende de la permeabilidad de la matriz, k_{ma} y de la superficie de las fisuras por unidad de volúmen de roca σ.

Entonces, la cantidad de masa q, que fluye de los poros hacia las fisuras por unidad de tiempo y por unidad de volúmen de roca es:

$$q = \rho V = \frac{\rho \zeta}{\mu} (p_{ma} - p_f) \qquad (3)$$

donde ρ es la densidad del líquido.

La ley de conservación de masa para el líquido en las fisuras puede escribirse como:

$$\frac{\partial \phi_f \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v_f) - q = 0 \qquad (4)$$

Considerando que el volúmen de fisuras es pequeño, el primer término de la expresión anterior resulta despreciable ya que representa el cambio másico de líquido debido a la compresión en las fisuras.

Para un fluido ligeramente compresible, la densidad está dada por:

$$\rho = \rho_o + c\,\Delta p \qquad (5)$$

donde ρ_o es la densidad de líquido a alguna presión de referencia, c el coeficiente de compresibilidad del líquido y Δp el cambio de presión relativo a esa presión de referencia.

Sustituyendo la ecuación de Darcy y las expresiones para q y ρ en la ecuación de conservación de masa simplificada, y despreciando los términos pequeños de orden mayor, el movimiento de líquido en un sistema de fracturas uniformemente distribuidas está dado por:

$$k_f \nabla^2 p_f + \zeta\,(p_{ma} - p_f) = 0 \qquad (6)$$

donde k_f es la permeabilidad de las fracturas y ∇^2 el operador de Laplace.

Para los bloques, la ecuación de conservación de masa puede escribirse como:

$$\frac{\partial \phi_{ma}\rho}{\partial t} + \mathrm{div}\ \rho v_{ma} + q = 0 \qquad (7)$$

Considerando la baja permeabilidad en los bloques, el segundo término de la expresión anterior puede despreciarse ya que resulta pequeño comparado con el primero. Además, dada la relación de volúmenes en las fisuras y en los poros, la influencia de la presión de líquido en las fisuras p_f, sobre la porosidad de los bloques puede considerarse despreciable, de manera que:

$$d\phi_{ma} = cc_{ma}\ dp_{ma} \qquad (8)$$

donde ϕ_{ma} es la porosidad de los bloques y cc_{ma} el coeficiente de compresibilidad de los bloques.

Tomando en cuenta las expresiones para q y ρ en la ecuación de conservación de masa y despreciando los términos pequeños de orden mayor, el movimiento de líquido en los bloques está dado por:

$$(cc_{ma} + c\phi_{mao})\ \frac{\partial p_{ma}}{\partial t} + \frac{\zeta}{\mu}\ (p_{ma} - p_f) = 0 \qquad (9)$$

donde ϕ_{mao} es la porosidad de los bloques a la presión de referencia.

Eliminando p_{ma} de las ecuaciones 6 y 9, se obtiene para la presión de líquido en las fisuras la ecuación:

$$\frac{\partial p_f}{\partial t} - \nu\ \frac{\partial\ \nabla^2 p_f}{\partial t} = \chi\ \nabla^2 p_f \qquad (10)$$

donde χ representa el coeficiente de piezo-conductividad de la roca fisurada dado por:

$$\chi = \frac{k_f}{\mu(cc_{ma} + c\phi_{mao})} \tag{11}$$

y ν es una característica específica de la roca fisurada dada por:

$$\nu = \frac{k_f}{\zeta} \tag{12}$$

Si $\nu \rightarrow 0$ corresponde a una disminución de las dimensiones de los bloques y un incremento en el grado de fracturamiento.

Para el caso particular en que el estrato superior ejerce una presión constante sobre la cima del yacimiento, las porosidades ϕ_f y ϕ_{ma} dependen de la presión del líquido en las fisuras y en los poros, de manera que:

$$\begin{aligned} d\phi_f &= cc_f\, dp_f - c_*\, dp_{ma} \\ d\phi_{ma} &= cc_{ma}\, dp_{ma} - c_{**}\, dp_f \end{aligned} \tag{13}$$

donde cc_f, cc_{ma}, c_* y c_{**} son coeficientes constantes positivos.

Considerando que la ecuación de Darcy es válida en ambos medios, las presiones p_f y p_{ma} quedan determinadas por:

$$\frac{k_f}{\mu} \nabla^2 p_f = (cc_f + c\phi_{fo}) \frac{\partial p_f}{\partial t} - c_* \frac{\partial p_{ma}}{\partial t} - \frac{\zeta}{\mu}(p_{ma} - p_f) \tag{14}$$

$$\frac{k_{ma}}{\mu}\nabla^2 p_{ma} = (cc_{ma} + c\phi_{mao})\frac{\partial p_{ma}}{\partial t} - c_{a*}\frac{\partial p_f}{\partial t} + \frac{\zeta}{\mu}(p_{ma} - p_f) \tag{15}$$

donde ϕ_{fo} es la porosidad en las fracturas a la presión de referencia.

Si las presiones p_f o p_{ma} cambian manteniendose constante la presión ejercida por el estrato superior, los cambios de porosidad de un medio producidos por los cambios de presión de liquido en el otro medio son despreciables, de manera que:

$$d\phi_f = cc_f\ dp_f$$
$$d\phi_{ma} = cc_{ma}\ dp_{ma} \tag{16}$$

En este caso, las presiones p_f y p_{ma} están dadas por:

$$\frac{k_f}{\mu}\nabla^2 p_f = (cc_f + c\phi_{fo})\frac{\partial p_f}{\partial t} - \frac{\zeta}{\mu}(p_{ma} - p_f) \tag{17}$$

$$\frac{k_{ma}}{\mu}\nabla^2 p_{ma} = (cc_{ma} + c\phi_{mao})\frac{\partial p_{ma}}{\partial t} + \frac{\zeta}{\mu}(p_{ma} - p_f) \tag{18}$$

Los autores contemplan en este trabajo algunos problemas básicos en las condiciones de frontera necesarias para la solución de las ecuaciones obtenidas para p_f y p_{ma}.

MODELO DE WARREN Y ROOT.

Este se basa en las siguientes consideraciones generales:

a).- El medio con porosidad primaria, homogéneo e isotrópico está contenido en un arreglo sistemático de paralelepípedos rectangulares idénticos.

b).- El sistema de fracturas uniformes ,continuas y ortogonales con orientación paralela a los ejes principales de permeabilidad constituye la porosidad secundaria.

c).- El complejo de porosidades primaria y secundaria es homogéneo y anisotrópico; ocurre flujo entre las dos porosidades pero no entre los elementos de porosidad primaria.

Con objeto de obtener el modelo más probable se utilizan la porosidad media aritmética y la permeabilidad media geométrica.

Bajo estas consideraciones, el flujo de un fluido ligeramente compresible en un yacimiento horizontal de espesor uniforme, está dado por la siguiente ecuación fundamental de flujo:

$$\frac{k_{fx}}{\mu}\frac{\partial^2 p_f}{\partial x^2} + \frac{k_{fy}}{\mu}\frac{\partial^2 p_f}{\partial y^2} - c_{ma}\phi_{ma}\frac{\partial p_{ma}}{\partial t} = c_f\phi_f\frac{\partial p_f}{\partial t} \qquad (19)$$

donde:

k_{fx} y k_{fy} son las permeabilidades de las fracturas en las direcciones x e y respectivamente.

c_{ma} y c_f las compresibilidades totales de cada uno de los medios, y

ϕ_{ma} la porosidad en los bloques de matriz, dada por:

$$\phi_{ma} = (1 - \phi_f)\,\phi_{nma}\,(1 - S_{vc})_{ma} \qquad (20)$$

En esta última expresión ϕ_{nma} y S_{vc} son la porosidad y la saturación de agua crítica netas en los bloques de matriz. La saturación crítica en las fracturas se considera despreciable.

Las compresibilidades totales están dadas por:

$$c_{ma} \simeq c + \frac{c_p + c_v S_{vc}}{1 - S_{vc}} \tag{21}$$

$$c_f \simeq c \tag{22}$$

donde c y c_p son las compresibilidades del fluido y la efectiva de poro respectivamente.

El modelo supone también que ϕ_{ma} es independiente de p_f, ϕ_f es independiente de p_{ma} y la variación de ϕ_f con p_f es despreciable. Además, si el flujo en los elementos de matriz es en estado pseudo-estacionario todo el tiempo, en cualquier punto del yacimiento se establece que:

$$c_{ma}\phi_{ma} \frac{\partial p_{ma}}{\partial t} = \frac{\zeta\, k_{ma}}{\mu} (p_f - p_{ma}) \tag{23}$$

En esta expresión ζ es un factor que refleja la geometría de los bloques de matriz y controla el flujo entre ambos medios.

Para un yacimiento infinito con presión inicial uniforme y producción a gasto constante, la solución para la presión adimensional en la porosidad secundaria al radio del pozo puede aproximarse por:

$$P_{fD}(t_D) \simeq \frac{1}{2}[\ln t_D + 0.80908 + E_i\{-\frac{\lambda t_D}{w(1-w)}\} - E_i\{-\frac{\lambda t_D}{(1-w)}\}] \qquad (24)$$

donde:

$$-E_i\{x\} = \int_x^\infty \frac{e^{-u}\,du}{u} , \qquad (25)$$

$$w = \frac{c_f\phi_f}{(c_{ma}\phi_{ma} + c_f\phi_f)} , \qquad (26)$$

$$\lambda = \frac{\xi\, k_{ma} r_{ma}^2}{\overline{k_f}} , \qquad (27)$$

$$\overline{k_f} = (k_{fx}\, k_{fy})^{1/2} , \qquad (28)$$

$P_{fD}(t_D)$ es la caída de presión adimensional en las fracturas a $r = r_w$, y:

t_D el tiempo adimensional.

De la misma forma, para un yacimiento finito se tiene:

$$P_{fD}(t_D) \simeq (\frac{2}{r_{eD}^2 - 1})(\frac{1}{4} + t_D + \frac{(1-w)^2}{\lambda}[1 - e^{-(\frac{\lambda t_D}{w(1-w)})}]) - (\frac{3r_{eD}^4 - 4r_{eD}^4 \ln r_{eD} - 2r_{eD}^2 - 1}{4(r_{eD}^2 - 1)^2}) \qquad (29)$$

donde:

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w} \qquad (30)$$

Según la solución dada a este modelo, en una gráfica de P_{fD} vs. log t_D se observan dos porciones rectas con la misma pendiente y la desviación del comportamiento respecto a un yacimiento homogéneo queda suficientemente definida por los parámetros w y λ.

MODELO DE ODEH

Las consideraciones generales hechas por Odeh para el desarrollo de su modelo son las siguientes:

a).- Los bloques de matriz son uniformes en tamaño y actúan como fuentes que llenan con fluido las fracturas.

b).- El movimiento neto del fluido hacia el pozo es únicamente en las fracturas.

c).- La capacidad de flujo de las fracturas y el grado de fracturamiento del yacimiento son uniformes.

Definiendo a ψ como el volúmen de fracturas, a V_f como el volúmen de poros en las fracturas y a V_{ma} como el volúmen de poros en la matriz, el autor presenta la siguiente ecuación fundamental para el flujo radial de un fluido ligeramente compresible bajo régimen no estacionario:

$$\frac{\partial^2 p_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p_f}{\partial r} = \frac{\mu c_f \phi_f}{k_f}\frac{\partial p_f}{\partial t} + \frac{V_{ma} c_{ma} \phi_f \mu}{V_f k_f}\frac{dp_{ma}}{dt} \qquad (31)$$

Asumiendo que el flujo en los bloques de matriz ocurre en estado pseudo-estacionario, es decir:

$$\frac{dp_{ma}}{dt} = - \frac{\xi\, k_{ma}}{c_{ma}\phi_{ma}\mu} (p_{ma} - p_f) \qquad (32)$$

donde ξ es un factor de forma, el autor resuelve el modelo en el espacio de Laplace para un yacimiento infinito produciendo a gasto constante.

Para tiempos adimensionales mayores que 100, obtiene la siguiente solución en el espacio del tiempo:

$$\Delta p_f = \frac{q\mu}{4\pi\, k_f h \psi} [\ln \frac{4 t k_f V_f}{r^2 \mu \phi_f (c_f V_f + c_{ma} V_{ma})} - 0.5772 - E_i \{-c_t\}$$

$$+ E_i\{-c_t(1 + \frac{V_{ma} c_{ma}}{V_f c_f})\}] \qquad (33)$$

El tiempo adimensional queda definido como:

$$t_D = \frac{k_f t}{r_v^2 \mu (c\phi)_{prom.}} \qquad (34)$$

Dado que los dos últimos términos son pequeños, la solución puede aproximarse por:

$$\Delta p_f = - \frac{q\mu}{4\pi\, k_f h \psi} E_i(- \frac{r^2 \mu [c_f \psi \phi_f + c_{ma}(1 - \psi)\phi_{ma}]}{4 k_f \psi t}) \qquad (35)$$

II.2.- MODELOS PARA FLUJO TRANSITORIO

MODELO DE KAZEMI.

Kazemi representa el flujo en un yacimiento circular finito con un pozo en el centro y dos regiones distintas de flujo; matriz y fracturas. La matriz presenta baja capacidad de flujo y alto almacenamiento, mientras las fracturas son de alta capacidad de flujo y bajo almacenamiento.

Este es un caso particular del modelo planteado por Warren y Root, para un conjunto de capas horizontales de matriz espaciadas uniformemente por fracturas y flujo en estado no estacionario en todo el sistema.

Las consideraciones generales son las siguientes:

a).- Existe flujo de una sola fase.

b).- El flujo se establece de la matriz hacia las fracturas y de éstas al pozo productor.

c).- El flujo ocurre en dirección radial y vertical.

d).- El flujo ocurre en estado no estacionario.

e).- El yacimiento es horizontal,homogéneo e isotrópico.

f).- El pozo está localizado al centro del yacimiento circular finito.

Asumiendo que las compresibilidades y los gradientes de potencial son pequeños, el flujo queda descrito por las siguientes expresiones:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}=\frac{\phi_{ma}\mu c_{ma}}{k_{ma}}\frac{\partial\Phi}{\partial t} \qquad (36)$$

para:

$$\frac{h_f}{2}<z<\frac{h_{ma}}{2} \quad y \quad r_v<r<r_e$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(k_f r\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)+\frac{k_{ma}}{h_f/2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)_{z=h_f/2}=\phi_f\mu c_f\frac{\partial\Phi}{\partial t} \qquad (37)$$

para:

$$0<z<\frac{h_f}{2} \quad y \quad r_v<r<r_e$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r}=0 \qquad (38)$$

para:

$$\frac{h_f}{2}<z<\frac{h_{ma}}{2}, \quad r=r_v \quad y \quad r=r_e$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r}=-\frac{\mu B}{\pi k_f h_f r_v}q \qquad (39)$$

para:

$$0<z<\frac{h_f}{2} \quad y \quad r=r_v$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}=0 \qquad (40)$$

para:

$$r_v < r < r_e \quad , \quad z = 0 \quad y \quad z = \frac{h_{ma}}{2}$$

$$\Phi(r,z,0) = \Phi_i$$

donde:

$$\Phi = \rho(0)[\int_0^p \frac{dp}{\rho(p)} + gz] \qquad (42)$$

y las variables h_f y h_{ma} son los espesores de la fractura y de los bloques de matriz respectivamente. El resto de las variables y subíndices son convencionalmente usados.

La solución práctica para este modelo está dada numéricamente mediante un procedimiento iterativo.

MODELO DE DE SWAAN.

El presente modelo involucra las siguientes suposiciones en el mecanismo de flujo:

a).- A tiempos pequeños, el flujo toma lugar solo en las fracturas y queda descrito por la solución aproximada para flujo radial en un yacimiento infinito con producción a gasto constante:

$$\Delta p_f = \frac{q_v \mu}{4\pi \ h_f k_f} \ln \left(\frac{4\eta_f}{\gamma' r_v^2} t\right) \qquad (43)$$

donde η_f es la difusividad hidráulica de la fractura, y:

$\gamma' = \exp(\gamma) = \exp(0.5772)$.

b).- Los bloques de matriz actúan como una fuente uniformemente distribuida en el medio fracturado. Este efecto se presenta después de un cierto tiempo debido a que la respuesta de los bloques es lenta respecto a la del medio fracturado.

c).- Suponiendo que los bloques de matriz pueden ser aproximados por sólidos regulares, la distribución interna de presión y por tanto el flujo a través de sus superficies es una función conocida en la teoría de flujo de calor en sólidos.

d).- Conociendo que la presión alrededor de los bloques es variable, el flujo de los bloques es descrito mediante la convolución:

$$q_{ma}(\Delta p_f, t) = \frac{-2}{A_{ma} h_f} \int_0^t \frac{\partial \Delta p_f}{\partial t} q_{uma}(t - \tau) d\tau \qquad (44)$$

donde A_{ma} es el área de los bloques de matriz, τ el parámetro de integración de la convolución y q_{uma} el flujo causado por una pérdida de presión unitaria en la superficie de los bloques dado por:

$$q_{uma} = \frac{k_{ma}}{\mu} A_{ma} \left(-\nabla \Delta p_{uma}\right)_{\substack{\text{en la sup.}\\ \text{del bloque}}} \qquad (45)$$

Es conveniente mencionar que en la expresión anterior Δp_{uma} es la distribución interna de presiones en los bloques cuando se tiene una presión inicial constante y una pérdida de presión unitaria en la superficie para $t>0$.

Considerando este término de inyección en la ecuación de continuidad para el sistema fracturado:

$$\frac{\partial^2 \Delta p_f}{\partial r^2} = \frac{1}{\eta_f}\frac{\partial \Delta p_f}{\partial t} + \frac{2\mu}{k_f A_{ma} h_f}\int_0^t \frac{\partial \Delta p_f}{\partial \tau} q_{uma}(t - \tau)d\tau \qquad (46)$$

se tienen soluciones similares a la aproximación para el flujo radial en un yacimiento infinito con coeficientes de difusividad hidráulica diferentes.

Para el caso de estratos horizontales infinitos separados por fracturas se tiene:

$$\eta_{sl} = \frac{1}{(1/\eta_f) + (k_{ma}h_{ma}/k_f h_f)(1/\eta_{ma})} \qquad (47)$$

Cuando los bloques de matriz pueden ser aproximados por esferas, el coeficiente de difusividad es:

$$\eta_{sp} = \frac{1}{(1/\eta_f) + (2k_{ma}r_{ma}/3k_f h_f)(1/\eta_{ma})} \qquad (48)$$

donde r_{ma} es el radio de los bloques de matriz. Para una distribución de bloques de diferentes formas, tamaños y porosidades se tiene:

$$\eta_{com} = \frac{1}{(1/\eta_f) + (\mu c/k_f h_f)\overline{X_{ma}\phi_{ma}}} \qquad (49)$$

donde $\overline{X_{ma}\phi_{ma}}$ es el valor promedio del producto de una dimensión característica de los bloques y su correspondiente porosidad.

Es importante notar que este trabajo no incluye la expresión analítica de la transición entre las dos líneas rectas semilogarítmicas de la gráfica de presión.

MODELO DE NAJURIETA.

Mediante este modelo, Najurieta describe el comportamiento de presión en yacimientos naturalmente fracturados basado en una solución aproximada de la ecuación diferencial propuesta por de Swaan.[8], de manera que la idealización del modelo contempla básicamente las mismas suposiciones.

La teoría de de Swaan [8] conduce a la siguiente ecuación de difusión:

$$\nabla^2 \Delta p_f = \frac{1}{\eta_f} \frac{\partial \Delta p_f}{\partial t} - \frac{\mu}{k_f} X \qquad (50)$$

donde X es el término fuente que evalúa el flujo de la matriz hacia las fracturas por unidad de volúmen de fractura y depende de las características físicas y geométricas de los bloques de matriz y de los cambios de presión en las fracturas.

De una manera similar a la solución de línea fuente para yacimientos homogéneos, se propone la siguiente solución aproximada a la ecuación de difusión de de Swaan[8] :

$$\Delta p_f = \frac{qB}{4\pi\, NT_f} E_i\left(- \frac{r^2}{4\eta_{co} t}\right) \qquad (51)$$

donde N es el número de fracturas horizontales conectadas al pozo, T_f la transmisibilidad de las fracturas (kh/μ), y η_{co} el coeficiente de difusividad compuesto que depende del tiempo y de los parámetros de la matriz:

Para el caso de estratos:

$$\eta_{co} = \frac{T_f}{C_f + C_{ma}(t/\xi)^{1/2} \tanh(\xi/t)^{1/2}} \qquad (52)$$

y para bloques:

$$\eta_{co} = \frac{T_f}{C_f + C_{ma}[(t/\xi)^{1/2} \coth(\xi/t)^{1/2} - t/\xi]} \qquad (53)$$

En las expresiones anteriores C_f y C_{ma} son los coeficientes de almacenamiento (ϕch) de las fracturas y de la matriz respectivamente, y;

$$\xi = \frac{h_{ma}^2}{4\gamma\eta_{ma}} \qquad (54)$$

El modelo queda entonces caracterizado por los parámetros C_f, C_{ma}, T_f y ξ.

Mediante un análisis matemático de las expresiones para el coeficiente de difusividad compuesto, se muestra que para tiempos grandes ($t > \xi$), estas expresiones se simplifican:

Para estratos:

$$\eta_{co} = \frac{T_f}{C_f + C_{ma}} \qquad (55)$$

y para bloques:

$$\eta_{co} = \frac{3T_f}{3C_f + C_{ma}} \qquad (56)$$

lo cual indica que para tiempos grandes el yacimiento fracturado se comporta como un medio homogéneo con coeficiente de difusividad η_{col} y transmisibilidad ΣT_f.

$$\Delta p_f = \frac{qB}{4\pi\ \Sigma T_f} E_i\left(-\frac{r^2}{4\eta_{col} t}\right) \qquad (57)$$

Para tiempos pequeños $\eta_{co} \rightarrow \eta_f$ y el yacimiento se comporta también como un medio homogéneo. La solución de línea fuente aproximada obtenida mediante la técnica de Schapery [10] describe para tiempos intermedios la transición entre ambos extremos.

MODELO DE KUCUK Y SAWYER.

El objetivo principal de este modelo es representar el esquema de flujo en los yacimientos de gas en las arcillas fracturadas del Devoniano, considerando el efecto de Klinkenberg en los bloques de matriz y el efecto de desorpción en la superficie de los poros de la matriz. En su estructura básica utiliza el modelo desarrollado por Warren y Root [8] considerando geometrías cilíndrica y esférica para los bloques de matriz y flujo transitorio dentro de esta.

La ecuación que describe el flujo es:

$$\nabla\cdot(\rho\frac{k_f}{\mu}\nabla p_f) + q_{ma}(p_f,t) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi_f\rho) \tag{58}$$

donde q_{ma} es el gasto másico por unidad de volúmen de matriz, dado por:

$$q_{ma} = \frac{\rho_{ma}A_{ma}}{V_{ma}}\frac{k_{ma}}{\mu}(\frac{\partial p_{ma}}{\partial n})_{superficie} \tag{59}$$

En esta última expresión, A_{ma} y V_{ma} son el área y el volúmen del elemento de matriz y n la dirección perpendicular a la superficie de los bloques.

Considerando la ecuación de estado para un gas real:

$$\rho = \frac{M}{RT}\frac{p_f}{Z} \tag{60}$$

se tiene:

$$\nabla\cdot(\frac{k_f}{\mu}\frac{p_f}{Z}\nabla p_f) + \frac{RT}{M}q_{ma}(p_f,t) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi_f\frac{p_f}{Z}) \tag{61}$$

Para garantizar la continuidad es necesario considerar que en la superficie de los bloques las presiones en las fracturas y en los bloques son iguales.

En una forma similar, el flujo dentro de la matriz queda descrito por:

$$\nabla\cdot(\rho_{ma}\frac{k_{ma}}{\mu}\nabla p_{ma}) + W_d = \frac{\partial}{\partial t}(\phi_{ma}\rho_{ma}) \tag{62}$$

donde W_d es el gasto de desorpción;

$$W_d = -M\left(\frac{d\Gamma}{dp_{ma}}\right)\frac{\partial p_{ma}}{\partial t} \qquad (63)$$

que depende del peso molecular del gas (M) y de la pendiente de la curva de desorpción isotérmica para ese gas y una muestra de arcilla. Γ es la concentración del gas en la superficie de los poros (mole/cm²).

Considerando ahora el efecto de Klinkenberg:

$$k_g = k_l\left(1 + \frac{b}{p_{ma}}\right) \qquad (64)$$

la ecuación que representa el flujo en la matríz queda entonces:

$$\nabla\cdot\left[\frac{k_l}{\mu}\,\frac{p_{ma}}{Z}\left(1 + \frac{b}{p_{ma}}\right)\nabla p_{ma}\right] = \Pi_d\left(\frac{\partial p_{ma}}{\partial t}\right) + \phi_{ma}\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p_{ma}}{Z}\right) \qquad (65)$$

donde k_g y k_l son las permeabilidades al gas y al liquido respectivamente, b el factor de Klinkenberg y Π_d un parámetro adimensional dado por:

$$\Pi_d = \left(\frac{d\Gamma}{dp_{ma}}\right)RT \qquad (66)$$

Jones y Owens [10] mediante un estudio de laboratorio determinaron que para arenas con un rango de permeabilidad de 0.1 a .0001 md. , el factor de Klinkenberg está dado por:

$$b = 12.64\ k_l^{-0.33} \qquad (67)$$

Los autores proponen la solución de las ecuaciones establecidas para el flujo en las fracturas y para el flujo en la matriz en una forma simultánea mediante diferencias finitas.

Para la obtención de una solución analítica al problema, es necesario hacer las siguientes consideraciones:

a).- El yacimiento es infinito , isotrópico y de espesor constante.

b).- Las propiedades físicas de la formación son independientes de la presión.

c).- No existe el efecto de Klinkenberg.

d).- No existe el fenómeno de desorpción en los elementos de matriz.

e).- Los elementos de matriz son cilíndricos de radio r_{ma} y altura h_{ma} o esféricos de radio r_{ma}.

Bajo estas condiciones, la solución a las ecuaciones planteadas mediante la transformada de Laplace está dada por:

$$P_{fD} = [(e^{\gamma}t\eta)(\frac{1}{e^{\gamma}t})]^{1/2}\frac{K_0[\frac{r_D}{(e^{\gamma}t\eta(1/e^{\gamma}t))^{1/2}}]}{K_1[\frac{1}{(e^{\gamma}t\eta(1/e^{\gamma}t))^{1/2}}]} \qquad (68)$$

donde γ es la constante de Euler, r_D el radio adimensional, K_0 y K_1 las funciones modificadas de Bessel de segunda especie y orden 0 y 1 respectivamente, y:

$$\frac{1}{\eta(1/e^{\gamma}t)} = \frac{2(e^{\gamma}tk_{maD}W_{ma})^{1/2}I_1(W_{ma}/e^{\gamma}tk_{maD})^{1/2}}{k_{fD}\;\;I_0(W_{ma}/e^{\gamma}tk_{maD})^{1/2}} + \frac{W_f}{k_{fD}} \qquad (69)$$

para el caso de cilindros, y;

$$\frac{1}{\eta(1/e^{\gamma}t)} = \frac{3e^{\gamma}tk_{maD}}{k_{fD}}[(W_{ma}/e^{\gamma}tk_{maD})^{1/2}\coth(W_{ma}/e^{\gamma}tk_{maD})^{1/2}-1] +$$

$$\frac{W_f}{k_{fD}} , \tag{70}$$

para el caso de esferas. En las expresiones anteriores se tiene:

$$k_{maD} = \frac{k_{ma}}{r_{ma}^{2}}, \tag{71}$$

$$k_{fD} = \frac{k_f}{r_w^{2}} , \tag{72}$$

$$W_f = (\phi c\mu)_f , \tag{73}$$

$$W_{ma} = (\phi c\mu)_{ma}, \tag{74}$$

$$P_{fD} = \frac{2\pi\ k_f h(p_i - p_f)}{q\mu} , \text{ e} \tag{75}$$

I_0, I_1 las funciones modificadas de Bessel de primera especie y orden 0 y 1 respectivamente.

De esta manera, el yacimiento queda cardo por cuatro parámetros básicos: k_{maD}, k_{fD}, W_{ma} y W_f.

MODELO DE CINCO Y SAMANIEGO.

Este modelo se basa en la formulación propuesta por de Swaan * para flujo transitorio dentro de los bloques de matriz. Se establece que durante el periodo de transición se exhibe una línea recta que corresponde al flujo lineal transitorio en la matriz, cuya pendiente es igual a la mitad de la pendiente de las rectas semilogarítmicas paralelas.

Considera flujo radial en estado no estacionario de un fluido ligeramente compresible, en un sistema de doble porosidad que posee una permeabilidad k_{ma} y una porosidad ϕ_{ma} propias de la matriz, una permeabilidad total k_{fb} y una porosidad total ϕ_{fb} de las fracturas y unas compresibilidades totales para la fractura c_{tf} y para la matriz c_{tma}.

De acuerdo a la teoría de de Swaan, la ecuación diferencial que describe el flujo es:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \Delta p_f}{\partial r}\right) = \frac{\phi_{fb} c_{tf}\mu}{k_{fb}}\frac{\partial \Delta p_f}{\partial t} + q^{*}\frac{\mu}{k_{fb}} \qquad (76)$$

donde q^{*} representa la transferencia de fluido de la matriz hacia las fracturas por unidad de volúmen de roca.

Para las propiedades del sistema mencionadas, las variables adimensionales quedan definidas como:

Caída de presión adimensional:

$$P_{fD} = \frac{k_{fb} h [p_i - p_f(r,t)]}{\alpha\, qB\mu} \qquad (77)$$

Tiempo adimensional:

$$t_D = \frac{\beta k_{fb} t}{(\phi\ c_t)_t \mu r_v^2} \tag{78}$$

Radio adimensional:

$$r_D = \frac{r}{r_v} \tag{79}$$

Almacenamiento de la fractura adimensional:

$$\omega = \frac{\phi_{fb} c_{tf}}{\phi_{fb} c_{tf} + \phi_{ma} c_{tma}} = \frac{\phi_{fb} c_{tf}}{(\phi\ c_t)_t} \tag{80}$$

Difusividad hidráulica de la matriz adimensional:

$$\eta_{maD} = \frac{\eta_{ma}\ r_v^2}{\eta_{fb} h^2_{ma}} = \frac{k_{ma} (\phi\ c_t)_t r_v^2}{k_{fb} (\phi\ c_t)_t h^2_{ma}} \tag{81}$$

Area de la fractura adimensional:

$$A_{fD} = \frac{A_{fb} h_{ma} V_b}{V_{ma}} = A_{fma} h_{ma} \tag{82}$$

Función de transferencia de fluido para estratos:

$$f(\eta_{maD}, t_D) = 4\eta_{maD} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\eta_{maD} (2n + 1)^2 \pi^2 (t_D - \tau)} \tag{83}$$

Función de transferencia de fluido para esferas:

$$f(\eta_{maD}, t_D - \tau) = 4\eta_{maD} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-4\eta_{maD} n^2 \pi^2 (t_D - \tau)} \qquad (84)$$

En las expresiones anteriores α y β son constantes de conversión de unidades, V_{ma} y V_b los volúmenes de matriz y total respectivamente, y A_{fma} y A_{fb} las areas de fractura por unidad de volúmen de matriz y por unidad de volúmen total. El parámetro A_{fD} varia de 2 a 6 dependiendo de las dimensiones de flujo en los bloques de matriz (2 para estratos,4 para prismas y 6 para esteras y cubos)

En términos de las variables adimensionales la expresión 76 puede escribirse como:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} (r_D \frac{\partial P_{fD}}{\partial r_D}) =$$

$$w \frac{\partial P_{fD}}{\partial t_D} + (1-w) A_{fD} \int_0^{t_D} \frac{\partial P_{fD}(\tau)}{\partial \tau} f(\eta_{maD}, t_D - \tau) d\tau \qquad (85)$$

Mediante el método de la transformada de Laplace, los autores obtienen la siguiente solución a esta ecuación para el caso de producción a gasto constante:

$$P_{fD} = \frac{K_0\{r_D s^{1/2}[w + (1 - w)A_{fD} \; f(\eta_{maD}, s)]^{1/2}\}}{s^{3/2}[w + (1 - w)A_{fD} \; f(\eta_{maD}, s)]^{1/2}}$$

$$\frac{1}{K_1\{s^{1/2}[w + (1 - w)A_{fD} \; f(\eta_{maD}, s)]^{1/2}\}} \qquad (86)$$

donde:

$$f(\eta_{maD},s) = (\eta_{maD}/s)^{1/2} \tanh\frac{(s/\eta_{maD})^{1/2}}{2} \qquad (.87)$$

para el caso de estratos, y:

$$f(\eta_{maD},s) = (\eta_{maD}/s)^{1/2}[\coth\frac{(s/\eta_{maD})^{1/2}}{2} - 2(\eta_{maD}/s)^{1/2}] \qquad (88)$$

para el caso de esferas. En estas ecuaciones s es la variable de la transformación de Laplace.

Analizando cada uno de los términos de la solución, se proponen las siguientes expresiones para diferentes tiempos:

Para tiempos pequeños:

$$P_{fD} = -\frac{1}{s}\{ \ln[\frac{(ws)^{1/2}\, r_D}{2}] + \gamma \} \qquad (89)$$

cuya transformación al espacio del tiempo para $r_D = 1$ resulta:

$$P_{fD}(t_D) = \frac{1}{2}[\ln(\frac{t_D}{w}) + 0.80907] \qquad (90)$$

Para tiempos grandes:

$$P_{fD} = -\frac{1}{s}\{ \ln(\frac{s^{1/2} r_D}{2}) + \gamma \} \qquad (91)$$

o bien:

$$P_{fD}(t_D) = -[\ \ln t_D + 0.80907\ ] \tag{92}$$

Para valores intermedios de tiempo:

$$P_{fD} = \frac{K_0[((1-w)A_{fD}(\eta_{maD}s)^{1/2}]^{1/2}}{s[(1-w)A_{fD}(\eta_{maD}s)^{1/2}]^{1/2}\ K_1[(1-w)A_{fD}(\eta_{maD}s)^{1/2}]^{1/2}} \tag{93}$$

o bien:

$$P_{fD}(t_D) = -\ln t_D - \frac{1}{2}\ln[(1-w)A_{fD}(\eta_{maD}s)^{1/2}] + 0.2602 \tag{94}$$

Esta última expresión define una línea recta semilogarítmica con pendiente igual a la mitad de la pendiente de la primer línea recta. La existencia de esta porción para el periodo de transición fue inicialmente propuesta por Bourdet y Gringarten [19]. Posteriormente Serra y colaboradores [20] y Streltsova [21] presentaron estudios encaminados al análisis de datos de presión bajo este comportamiento.

En la figura 2 se muestra la respuesta de presión adimensional de un pozo alojado en un yacimiento fracturado, considerando el caso de estratos para $w = 10^{-3}$ y para diferentes valores de η_{maD}. Puede observarse que a medida que este parámetro crece, el periodo de transición ocurre a tiempos menores.

Si el sistema es afectado por almacenamiento y daño, la presión adimensional queda definida por:

$$P_{wD} = \frac{P_{fD} + S/s}{1 + SsC_D + s^2 C_D P_{fD}} \qquad (95)$$

donde C_D es el coeficiente de almacenamiento del pozo adimensional y S el factor de daño.

III.- PROBLEMATICA SOBRE LAS PRUEBAS DE INCREMENTO DE PRESION.

Haciendo un análisis global de la literatura sobre las pruebas de pozos, puede observarse que la mayor parte de los modelos y técnicas de análisis están desarrolladas considerando el caso de decremento de presión, es decir; que a $t = 0$ el pozo se encuentra cerrado con una presión inicial uniformemente distribuida en el yacimiento y que para $t > 0$ éste produce con un gasto constante.

El método tradicional de Horner, para el análisis de los datos de incremento de presión en yacimientos homogéneos, está basado en la aplicación del principio de superposición en tiempo y requiere que durante el periodo de flujo previo haya sido alcanzado el régimen transitorio. Este esquema de solución es fuertemente dependiente del tiempo de producción. De la misma manera, el método de Miller,Dyes y Hutchinson requiere que este periodo de flujo previo sea por lo menos diez veces mayor que el tiempo de cierre. Estas limitaciones en los métodos tradicionales hacen que se tornen imprácticos, especialmente cuando son aplicados a datos de presión obtenidos de yacimientos de baja permeabilidad.

Debido a la dificultad que se presenta en la práctica para mantener la condición de producción a gasto constante, principalmente para tiempos pequeños, el análisis de la informacion obtenida durante el periodo de flujo mediante el ajuste de curvas tipo pierde exactitud, por lo que se hace frecuentemente necesario efectuar este análisis a los datos de incremento de presión.

Para el caso de yacimientos homogéneos, se ha observado que conforme se incrementa el tiempo de flujo, la información de presión posterior al cierre del pozo se aproxima a las curvas tipo generadas para el caso de decremento bajo la suposición de producción a gasto constante. Debe hacerse notar que es necesario utilizar el tiempo de Horner y la derivada con respecto al logaritmo natural del tiempo de Horner en su caso.

Bourdet y colaboradores [16,17], desarrollaron curvas tipo en términos de la presión y de la derivada de la presión para el análisis de pruebas de pozos en yacimientos de doble porosidad considerando flujo pseudo-estacionario y flujo transitorio entre la matriz y las fracturas. Sugieren que los datos de incremento de presión pueden ser analizados mediante estas curvas tipo una vez que durante el periodo de flujo anterior haya sido alcanzado el comportamiento total del sistema, es decir; que antes del cierre se tenga flujo radial bajo régimen transitorio del sistema total (matriz + fracturas).

De una manera general puede decirse que bajo el esquema tradicional de producción a gasto constante es algunas veces impráctico el lograr información de las pruebas de incremento de presión que conduzca a una evaluación confiable de los parámetros característicos del yacimiento.

IV.- ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION MEDIANTE EL METODO DE IMPULSOS.

Recientemente Cinco y colaboradores [22] presentaron un método de análisis basado en la respuesta de presión de un yacimiento a una fuente instantánea, que elimina el efecto de la historia de producción sobre los datos de incremento y proporciona información acerca del régimen y geometría de flujo a partir de la determinación de la primera y segunda derivada de la función influencia.

El concepto de fuente instantánea ha sido aplicado por varios autores en la solución de problemas de flujo de fluidos en medios porosos, e implica una extracción o liberación repentina de fluido de la fuente que provoca un disturbio en la presión del sistema.

Según esta teoría, la caída de presión cuando el fluido es removido en el tiempo t_o está dada por:

$$\Delta p_{inst.} = \frac{Q\ \Psi(t - t_o, M, M_o)}{\phi c_t} \qquad (96)$$

donde Q es la cantidad de fuido removido o añadido, Ψ la función fuente que depende del tiempo, del punto de observación M y de la posición de la fuente M_o.

En la realidad, es necesario que transcurra un tiempo t_p para remover una cierta cantidad de fluido, de esta manera la caída de presión es:

$$\Delta p_{tp} = \frac{1}{\phi\, c_t} \int_{t_o - t_p/2}^{t_o + t_p/2} q(\tau)\ \Psi(t - \tau,\ M,\ M_o)\, d\tau \qquad (97)$$

Conforme el tiempo t crece, o bien conforme t_p decrece, es claro que Δp_{tp} tiende a $\Delta p_{inst.}$. Los autores establecen que para las distintas geometrías de flujo, las caídas de presión causadas por una fuente continua y por una fuente instantánea son prácticamente iguales para valores de tiempo de cierre mayores que $2t_p$ (figura 3).

De acuerdo al principio de superposición, la caída de presión causada por una fuente continua puede expresarse en términos de la función influencia como:

$$\Delta p = \int_0^t q(\tau)\ \frac{\partial \Delta p_i(t - \tau)}{\partial \tau}\, d\tau \qquad (98)$$

De las ecuaciones 97 y 98 puede entonces establecerse que:

$$\frac{1}{\phi\, c_t}\, \Psi(t,\ M,\ M_o) = \frac{\partial \Delta p_i(t)}{\partial t} \qquad (99)$$

lo que significa que la derivada de la función influencia puede aproximarse por:

$$\frac{\partial \Delta p_s(t)}{\partial t} \simeq \frac{1}{Q} \Delta p_{tp} \qquad (100)$$

La expresión anterior puede ser aplicada al análisis de pruebas de incremento de presión, pruebas de fondo (drill stems tests), y pruebas de formación (repeated formation tests), siempre que el tiempo de cierre sea mayor que dos veces el tiempo de producción. Para propósitos prácticos la ecuación anterior puede escribirse como:

$$\frac{\partial \Delta p_s(\Delta t + t_p/2)}{\partial t} = \frac{1}{24\ Q} [p_i - p_{ws}(\Delta t)] \qquad (101)$$

donde Δp_s está dado en psi/STB/día, Q en STB y t en horas.

Una vez conocida la derivada de la función influencia puede hacerse el diagnóstico de la geometría de flujo y utilizar las curvas tipo apropiadas (generadas para el caso de decremento a gasto constante), para determinar los parámetros del yacimiento.

El uso de la expresión 101 tiene las siguientes implicaciones:

a).- La presión inicial y el volúmen de fluído producido durante el decremento deben ser conocidos.

b).- La derivada de la función influencia está dada para $\Delta t + t_p/2$.

c).- La expresión es válida únicamente para tiempos mayores que $2t_p$.

d).- Debe ser medido el gasto en el fondo del pozo, de otra manera tendrá que ser considerado el efecto de almacenamiento.

En ocasiones la presión inicial es desconocida y es precisamente el objetivo de algunas pruebas (DST y RFT). El problema queda resuelto mediante la derivada de la expresión 101:

$$\frac{\partial^2 \Delta p_s(\Delta t + t_p/2)}{\partial t^2} = - \frac{1}{24\ Q} \frac{\partial p_{ws}(\Delta t)}{\partial t} \qquad (102)$$

De las expresiones de la función influencia para cada una de las geometrías, pueden establecerse en forma general las siguientes relaciones:

$$\frac{\partial \Delta p_s}{\partial t} = m\Omega\ t^{m-1} \qquad (103)$$

$$\frac{\partial^2 \Delta p_s}{\partial t^2} = m\Omega\ (m - 1)t^{m-2} = \frac{(m - 1)}{t} \frac{\partial \Delta p_s}{\partial t} \qquad (104)$$

donde Ω es una constante que depende de las propiedades del fluido y del yacimiento, y m la pendiente característica de la porción recta que cada geometría de flujo exhibe en la gráfica log - log de $t(\partial \Delta p_s/\partial t)$ vs. t ó $t^2(\partial^2 \Delta p_s/\partial t)$ vs. t.

Combinando las ecuaciones 101, 102 y 104, se obtiene la expresión para la presión inicial:

$$p_i = p_{ws}(\Delta t) - \frac{(\Delta t + t_p/2)}{(m - 1)} \frac{\partial p_{ws}(\Delta t)}{\partial t} \qquad (105)$$

Entonces la determinación de p_i requiere que se tenga un solo régimen de flujo definido.

Cuando se tiene la condición de gasto constante durante el decremento, según el principio de superposición la primera y segunda derivada de la función influencia están dadas por:

$$\frac{\partial \Delta p_i(\Delta t)}{\partial t} = \frac{\partial \Delta p_i(t_p + \Delta t)}{\partial t} + \frac{t_p}{24\ Q}\ \frac{\partial p_{ws}(\Delta t)}{\partial t} \tag{106}$$

$$\frac{\partial^2 \Delta p_i(\Delta t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Delta p_i(t_p + \Delta t)}{\partial t^2} + \frac{t_p}{24\ Q}\ \frac{\partial^2 p_{ws}(\Delta t)}{\partial t^2} \tag{107}$$

Dado que en estas expresiones no se involucra el concepto de "fuente instantánea", pueden ser utilizadas en forma recursiva para determinar estas funciones a tiempos pequeños, es decir; para $\Delta t < 2t_p$.

Ahora, cuando el gasto es variable durante el decremento, éste puede ser aproximado por N periodos de tiempo iguales en el que el gasto se considere constante como se ilustra en la figura 4. Entonces, de acuerdo al principio de superposición, la caída de presión total estará dada por:

$$p_{ws}(\Delta t_n) = p_i - \sum_{j=1}^{N} q_j\ \delta t\ \frac{\partial \Delta p_i(\Delta t_n + t_p - t_{j-1/2})}{\partial t} \tag{108}$$

donde n varía desde 1 hasta el número de puntos de observación durante el incremento (N_p).

La expresión anterior genera un sistema de N_p ecuaciones con (N_p + N - 1) incógnitas dadas por $\partial \Delta p_i/\partial t$, que puede ser resuelto si se considera que:

$$\frac{\partial \Delta p_1(\Delta t_j + t_p/2)}{\partial t} = \frac{1}{24\ Q}\left[p_i - p_{ws}(\Delta t_j)\right] \qquad (109)$$

para $\Delta t_j \geq 2t_p$.

Si la presión inicial es desconocida, el análisis puede efectuarse de la misma manera mediante la segunda derivada:

$$\frac{\partial p_{ws}(\Delta t_n)}{\partial t} = -\sum_{j=1}^{N} q_j\ \delta t\ \frac{\partial \Delta p_1(\Delta t_n + t_p - t_{j-1/2})}{\partial t^2} \qquad (110)$$

$$\frac{\partial^2 \Delta p_1(\Delta t_j + t_p/2)}{\partial t^2} = -\frac{1}{24\ Q}\ \frac{\partial p_{ws}(\Delta t_j)}{\partial t} \qquad (111)$$

Debe hacerse notar que de acuerdo al planteamiento general del problema, está técnica puede ser aplicada para cualquier sistema pozo-yacimiento, es decir; para yacimientos homogéneos, yacimientos fracurados (natural ó hidráulicamente),pozos parcialmente penetrantes, etc..

V.- CURVAS TIPO.

Las herramientas de alta resolución y de alta densidad de muestreo utilizadas actualmente en las pruebas de presión, representan una ventaja significativa para lograr una caracterización más exacta de los yacimientos, ya que permiten la aplicación de modelos y técnicas de análisis sofisticadas a la información recopilada. Un ejemplo de ello es la representación gráfica de los modelos en términos de la primera y segunda derivada, que simplifica los procedimientos y proporciona una mayor definición en la determinación de los parámetros.

El objetivo principal de este trabajo es presentar dos curvas tipo nuevas para el análisis de pruebas de presión en yacimientos homogéneos y en yacimientos naturalmente fracturados.

V.1- CURVA TIPO PARA YACIMIENTOS HOMOGENEOS.

Convencionalmente el uso de la segunda derivada en las curvas tipo, tanto para yacimientos homogéneos como para los de doble porosidad, tiene la desventaja de que a tiempos pequeños se dispersan las porciones rectas que corresponden al almacenamiento, como se ilustra en la figura 5. Mediante un análisis de la solución general para tiempos pequeños del modelo propuesto por Cinco y Samaniego [12], se determina la ecuación de la recta que rige el almacenamiento, y a partir de ella se propone un nuevo grupo adimensional que resuelve este problema.

La solución en el espacio de Laplace para un yacimiento homogéneo evaluada a $r_D = 1$, puede obtenerse a partir de la ecuación 86 considerando $w = 1$:

$$P_{fD} = \frac{K_0(s^{1/2})}{s^{1/2}\,K_1(s^{1/2})} \tag{112}$$

La definición de las funciones modificadas de Bessel permite que esta relación pueda ser aproximada en términos del logaritmo natural por:

$$P_{fD} \simeq -\frac{1}{s}\left(\ln\frac{1}{2}s^{1/2} + \gamma\right) \tag{113}$$

Tomando en cuenta los efectos de almacenamiento y daño, según la expresión 95, la solución completa para yacimiento homogéneo es:

$$P_{wD} = \frac{-\left(\ln\frac{1}{2}s^{1/2} + \gamma\right) + S}{s\left[1 + SsC_D - sC_D\,\ln\left(\frac{1}{2}s^{1/2} + \gamma\right)\right]} \tag{114}$$

Haciendo un análisis para tiempos pequeños en esta expresión (ver apéndice A), puede establecerse que:

$$t_D^2 \frac{d^2P_D}{dt_D^2} = - \frac{2}{\ln C_D e^{-2S}} (t_D/C_D)^2 \qquad (115)$$

Tomando logaritmos para el valor absoluto:

$$\log t_D^2 \frac{d^2P_D}{dt_D^2} = 2 \log \frac{t_D}{C_D} + \log \frac{2}{\ln C_D e^{-2S}} \qquad (116)$$

De manera que en la gráfica log-log de $t_D^2[\mathrm{abs}(P_D'')]$ vs. t_D/C_D , la posición de la porción recta de pendiente 2, depende de $\ln C_D e^{2S}$.

Reagrupando variables se tiene:

$$\log t_D^2 \frac{d^2P_D}{dt_D^2} = 2 \log \frac{t_D}{C_D(\ln C_D e^{2S})^{1/2}} + \log 2 \qquad (117)$$

lo que significa que usando $t_D/C_D(\ln C_D e^{2S})^{1/2}$ en la gráfica en vez de t_D/C_D , el almacenamiento queda caracterizado por una sola recta de pendiente 2 independientemente del valor que tome la variable $C_D e^{2S}$.

En la figura 6 se muestra la curva tipo para flujo radial transitorio en un yacimiento homogéneo considerando este nuevo grupo adimensional.

V.2.- CURVA TIPO PARA YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.

La respuesta de presión obtenida de un yacimiento naturalmente fracturado está constituida por tres periodos de flujo típicos: El primero, exhibe un comportamiento de yacimiento homogéneo que corresponde únicamente al sistema de fracturas, ya que a tiempos pequeños los bloques de matriz no contribuyen a la producción debido al contraste de permeabilidades entre ambos sistemas de porosidad. El segundo, llamado comunmente periodo de transición, describe el flujo de fluidos de los bloques de matriz hacia las fracturas. Y el tercero, que inicia cuando la variación de presiones en la matriz y en las fracturas es similar, presenta nuevamente un comportamiento de yacimiento homogéneo debido ahora al sistema total (matriz + fracturas).

En el periodo de transición se han considerado tradicionalmente dos regimenes de flujo entre la matriz y las fracturas, llamados pseudo-estacionario y transitorio, que producen efectos diferentes. En el caso de éste último, la duración de la transición es mayor e inicia a tiempos muy pequeños, por lo que generalmente no se aprecia el comportamiento que describe el propio sistema de fracturas. Dada esta limitación, en el presente trabajo se propone una curva tipo para el análisis de sistemas de doble porosidad mediante la caracterización de los dos últimos periodos de flujo descritos anteriormente.

La ecuación 93 contempla el flujo lineal transitorio en la matriz y es válida para cualquier geometría de bloques siempre que $\omega < 10^{-2}$. Para el rango de valores de t_D de interés, esta expresión puede aproximarse por:

$$P_{fD} = -\frac{1}{s}\{\frac{1}{4}\ln[(1-w)^2 A_{fD}{}^2 \eta_{maD} s] + \ln\frac{1}{2} + \gamma\} \qquad (118)$$

Considerando los efectos de almacenamiento y daño para el caso de estratos ($A_{fD} = 2$), y tomando en cuenta que $(1-w)^2 \simeq 1$ para valores pequeños de w, la solución completa para tiempos intermedios está dada por:

$$P_{wD} = -\frac{1}{s}\{\frac{\frac{1}{4}\ln[sC_D \frac{4\eta_{maD}}{C_D e^{4S}}] + \ln\frac{1}{2} + \gamma}{1 - sC_D(\frac{1}{4}\ln[sC_D \frac{4\eta_{maD}}{C_D e^{4S}}] + \ln\frac{1}{2} + \gamma)}\} \qquad (119)$$

Por otra parte, la ecuación 114 para yacimientos homogéneos, puede escribirse tambien como:

$$P_{wD} = -\frac{1}{s}\{\frac{\frac{1}{2}\ln[sC_D \frac{1}{C_D e^{2S}}] + \ln\frac{1}{2} + \gamma}{1 - sC_D(\frac{1}{2}\ln[sC_D \frac{1}{C_D e^{2S}}] + \ln\frac{1}{2} + \gamma)}\} \qquad (120)$$

Comparando estas dos últimas expresiones, puede observarse que son muy similares excepto por las constantes 1/2 y 1/4 que afectan los logaritmos y por los grupos adimensionales $1/C_D e^{2S}$ y $4\eta_{maD}/C_D e^{4S}$.

De las propiedades de la transformada de Laplace se tiene que:

$$\text{Si} \quad f(t) \leftrightarrow F(s), \text{ entonces } \quad f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F\left(\frac{s}{a}\right) \qquad (121)$$

Haciendo $a = 1/2$ y aplicando esta propiedad a la ecuación 119:

$$P_{vD} = -\frac{1}{2s}\left\{\frac{\frac{1}{2}\ln[sC_D \frac{8\eta_{maD}}{C_D e^{4S}}] + 2[\ln\frac{1}{2} + \gamma]}{1 - sC_D(\frac{1}{2}\ln[sC_D \frac{8\eta_{maD}}{C_D e^{4S}}] + 2[\ln\frac{1}{2} + \gamma])}\right\}$$

(122)

y multiplicando ahora por 2:

$$P_{vD} = -\frac{1}{s}\left\{\frac{\frac{1}{2}\ln[sC_D \frac{G\eta_{maD}}{C_D e^{4S}}] + \ln\frac{1}{2} + \gamma}{1 - sC_D(\frac{1}{2}\ln[sC_D \frac{G\eta_{maD}}{C_D e^{4S}}] + \ln\frac{1}{2} + \gamma)}\right\} \qquad (123)$$

donde:

$$G = 8e^{2(\ln 1/2 + \gamma)} = 6.344442 \qquad (124)$$

Entonces, de las ecuaciones 120 y 123 se concluye que para:

$$C_D e^{2S} = \frac{C_D e^{4S}}{G\eta_{maD}} \qquad (125)$$

las curvas para el periodo de transición pueden obtenerse a partir de las curvas para yacimiento homogéneo dividiendo simplemente t_D y P_D por 2.

De la ecuación 94 se desprende que en una gráfica log-log de $t_D P_D'$ vs. (t_D/C_D) o' $t_D^2 abs(P_D'')$ vs. (t_D/C_D), el periodo de transición se caracteriza por una constante igual a 1/4 cuando han desaparecido los efectos de almacenamiento. Si este periodo es relativamente corto, el flujo radial del sistema total dominará a tiempos grandes y la constante característica en la gráfica log-log, de acuerdo a la ecuación 92 será 1/2. Sin embargo, si el periodo de transición es largo, de manera que se alcance la pendiente 1/4, deberá de existir una porción de la curva en la que la constante cambie a 1/2.

Cinco Ley [20], propone una solución analítica en el espacio del tiempo para la ecuación 85, válida para tiempos intermedios y grandes:

$$P_D = \frac{1}{4} \ln t_D - \frac{3\gamma}{4} - \frac{1}{2} \ln[\frac{1}{4} A_{fD} (\eta_{maD})^{1/2}] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{2n-1}{2(\eta_{maD})^{1/2}}\right)}{2n-1} \qquad (126)$$

Sabiendo que :

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{(\pi)^{1/2}} \int_x^{\infty} e^{-u^2} du \qquad (127)$$

y aplicando la regla de Leibnitz para la derivada de una integral, puede establecerse que:

$$t_D P_D' = \frac{1}{4} + \frac{1}{2(\pi)^{1/2}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(Y)^{1/2}} e^{-\left(\frac{1}{2(Y)^{1/2}}\right)} \qquad (128)$$

o bien que:

$$t_D P_D'' = \frac{1}{4} + \frac{1}{2(\pi Y)^{1/2}}$$
$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2(Y)^{1/2}}\right)^2 e^{-\left(\frac{2n-1}{2(Y)^{1/2}}\right)^2} - \frac{3}{2}\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{2n-1}{2(Y)^{1/2}}\right)^2}\right]$$

(129)

donde:

$$Y = (t_D/C_D)C_D\eta_{maD} \qquad (130)$$

De aquí que la porción de la curva entre las constantes 1/2 y 1/4 en la gráfica log-log, depende directamente del grupo $C_D\eta_{maD}$.

En la figura 7 se muestran las curvas tipo que caracterizan el periodo de transición y el periodo dominado por el sistema total, en un yacimiento de doble porosidad con flujo transitorio entre la matriz y la fracura.

VI.- APLICACIONES.

Con el objeto de ilustrar el uso de las curvas tipo desarrolladas en este trabajo, se presentan dos ejemplos hipotéticos para el caso de pruebas de decremento de presión con producción a gasto constante en yacimientos naturalmente fracturados.

En la tabla 1 se muestran los datos para el ejemplo A, graficados en términos de la segunda derivada de la presión y de la propia presión en la figura 8. En ésta, puede observarse que la curva de la segunda derivada tiende a estabilizarse primero en un valor de 13.8 y al final en un valor de 27.6 aproximadamente, lo que significa que el periodo de transición persiste cuando los efectos de almacenamiento han casi desaparecido. En la figura 9 se muestra la sobreposición de estos datos a la curva tipo y en la tabla 2 los parámetros de ajuste y la secuencia de cálculo de los parámetros del yacimiento. Debe hacerse notar que en este ejemplo el yacimiento queda totalmente caracterizado utilizando únicamente la curva tipo propuesta para sistemas de doble porosidad.

El ejemplo B (tabla 3), se muestra de la misma manera en la figura 10. Para este caso el periodo de transición finaliza cuando aún están presentes los efectos de almacenamiento, por lo que la curva tiende a estabilizarse en un solo valor. Este comportamiento por sí solo puede confundirse con la respuesta de un yacimiento homogéneo, o bien con la respuesta de un yacimiento naturalmente fracturado en el que el periodo de transición es demasiado grande. Sin embargo, al sobreponerse la gráfica de la segunda derivada en las curvas tipo para yacimiento homogéneo no se logra obtener un ajuste satisfactorio en todo el periodo de la prueba, mientras que en las curvas tipo para sistemas de doble porosidad se logra un buen ajuste para tiempos intermedios y pequeños (figura 11), y con ello algunos de los parámetros característicos del yacimiento. Dado que el periodo de transición finaliza a tiempos relativamente pequeños, los datos de presión para tiempos grandes deben mostrar el comportamiento de yacimiento homogéneo del sistema total. En la figura 12 se muestra el ajuste logrado con las curvas tipo para yacimiento homogéneo y en la tabla 4 los parámetros de ajuste con ambas curvas tipo y la secuencia de cálculo de los parámetros del yacimiento.

VII.- CONCLUSIONES.

La introducción de modelos y técnicas de interpretación para yacimientos naturalmente fracturados, ha mostrado que las soluciones para yacimiento homogéneo no son suficientes para resolver en forma general el problema en el análisis de pruebas de presión. Actualmente es necesario que el analista disponga de información geológica de otras fuentes y de una variedad de modelos matemáticos, a fin de lograr una interpretación convincente de los datos obtenidos de estas pruebas.

El uso de la técnica de la segunda derivada proporciona una mayor definición de las características del medio poroso, aunque tradicionalmente lleva consigo problemas de calidad de información generados por el ruido propio del movimiento de fluidos en el sistema pozo-yacimiento, por el efecto del gasto variable sobre los datos de presión y por la resolución de los aparatos de medición. Sin embargo, mediante la técnica de impulsos propuesta por Cinco y colaboradores[19] es posible obtener la segunda derivada de la función influencia eliminando los problemas que causa el ruido en la información.

Para lograr una interpretación completa de los datos de presión obtenidos de yacimientos naturalmente fracturados, es necesario que la duración de la prueba cubra los tres periodos de flujo característicos. Debido a la consideración de flujo transitorio entre los bloques de matriz y las fracturas, que hace que el periodo de transición inicie a tiempos relativamente cortos, en este trabajo no se contempla la determinación del coeficiente de almacenamiento de las fracturas ya que se requiere que los datos de presión describan el flujo radial correspondiente al sistema de fracturas.

Dado que las curvas presentadas para el periodo de transición en los sistemas de doble porosidad pueden ser generadas a partir de las curvas para yacimiento homogéneo dividiendo t_D y P_D por 2, entonces estas curvas pueden utilizarse para la interpretación de yacimientos homogéneos usando en los margenes superior y derecho las escalas apropiadas. Por otro lado, resulta de gran utilidad graficar sobre la curva tipo de doble porosidad (figura 7), las porciones para tiempos grandes de las curvas de P_D vs. t_D/C_D generadas para yacimiento homogéneo ya que permite determinar con mayor facilidad el valor del grupo $C_D e^{2S}$ correspondiente al flujo radial del sistema total (matriz + fracturas).

NOMENCLATURA.

A	área.
B	factor de volúmen.
b	factor de Klinkenberg.
C	coeficiente de almacenamiento.
c	compresibilidad.
c_p	compresibilidad efectiva de poro.
e	Neperiano, (2.7182...).
h	altura.
I_o	función modificada de Bessel de primera especie y orden 0.
I_1	función modificada de Bessel de primera especie y orden 1.
K_o	función modificada de Bessel de segunda especie y orden 0.
K_1	función modificada de Bessel de segunda especie y orden 1.
k	permeabilidad.
M	peso molecular del gas.
m	pendiente característica de las líneas rectas logarítmicas.
P_{fD}	caída de presión adimensional en las fracturas.
p	presión.

Q	cantidad de fluido.
q	gasto.
R	constante universal de los gases.
r	radio.
S	factor de daño.
S_{wc}	saturación de agua crítica.
s	variable de la transformación de Laplace.
T	temperatura.
T_f	transmisibilidad de la fractura.
t	tiempo.
t_p	tiempo de cierre.
V	volúmen.
v	velocidad.
W_d	gasto de desorpción.
w	almacenamiento de la fractura adimensional.
x, y, z	coordenadas rectangulares.
Z	factor de desviación del gas.
α , β	factores de conversión de unidades.
ξ	factor geométrico de la roca fisurada.
γ	constante de Euler,(0.577216).
η	difusividad hidráulica.
μ	viscosidad del fluido.
ν	característica específica de la roca fisurada.
ρ	densidad del fluido.
σ	superficie de las fisuras por unidad de volúmen de roca.
τ	parámetro de integración de la convolución.

ϕ porosidad.

Φ potencial.

χ coeficiente de piezo-conductividad de la roca fisurada.

ψ volúmen de fracturas.

Subíndices.

b bruto.

co compuesto.

D adimensional.

e frontera exterior.

f fractura.

g gas.

inst. instantáneo.

l liquido.

ma matriz.

n netos.

o condiciones de referencia.

t total.

u unitario.

w pozo.

Operadores.

Δ diferencia finita.

d derivada total.

∂ derivada parcial.

∇ gradiente.

$\nabla.$ divergencia.

ϕ porosidad.

Φ potencial.

$\varkappa$ coeficiente de piezo-conductividad de la roca fisurada.

ψ volúmen de fracturas.

Subíndices.

b bruto.

co compuesto.

D adimensional.

e frontera exterior.

f fractura.

g gas.

$inst.$ instantáneo.

l líquido.

ma matríz.

n netos.

o condiciones de referencia.

t total.

u unitario.

w pozo.

Operadores.

Δ diferencia finita.

d derivada total.

∂ derivada parcial.

∇ gradiente.

$\nabla\cdot$ divergencia.

∇^2 Laplaciano.

$\int$ integral.

Σ sumatoria.

REFERENCIAS.

1 .- Pollard, P. -"Evaluation of acid treatments from pressure build-up analysis"-Trans., AIME (1959) 216, 38-42.

2 .- Pirson,R.S. y Pirson,S.J.-"An extension of the Pollard analysis method of well pressure build-up and drawdown tests"-Articulo SPE 101 presentado en la reunión anual de la SPE en Dallas, Tex., Oct. 8-11, 1961.

3 .- Barenblatt, G. I. y Zheltov, Yu. P. -"Fundamentals equations of filtration of homogeneus liquids in fissured rocks"- Soviet Physics Doklady (1960) Vol. 5, 522-525.

4 .- Barenblatt, G. I., Zheltov, Yu. P y Kochina, I. N. -"Basics concepts in the theory of seepage of homogeneus liquids in fissured rocks (strata)."- PMM (1960) Vol. 24, No. 5, 852-864.

5 .- Warren, J. E. y Root, P. J.-"The behavior of naturally fractured reservoirs"- Soc. Pet. Eng. J. (Sep. 1963) 254-255; Trans. AIME, Vol. 228.

6 .- Odeh, A. S. -"Unsteady-state behavior of naturally fractured reservoirs"- Soc. Pet. Eng. J. (Marzo 1965) 60-66.

7 .- Adams, A. R., Ramey, H. J. Jr. y Burgess, R. J.- "Gas well testing in a fractured carbonate reservoir"- J. Pet. Tech. (Oct. 1968) 1187-1194; Trans. AIME, 243.

8 .- Kazemi, H. -"Pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution"- Soc. Pet. Eng. J. (Dic. 1969) 451-458.

9 .- de Swaan, O. A. -"Analytic solutions for determining naturally fractured reservoir properties by well testing"-Soc. Pet. Eng. J. (Junio 1976) 117-122; Trans. AIME, 261.

10.- Najurieta, H. L.-"A theory for pressure transient analysis in naturally ractured reservoirs"-J. Pet. Tech. (Julio 1980) 1241-1250.

11.- Kucuk, F. y Sawyer, W. K. -"Transient flow in naturally fractured reservoirs and its application to Devonian gas shales"- Artículo SPE 9397 presentado en la 55° conferencia técnica y exhibición de la SPE en Dallas, Tex., Sep 21-24, 1980.

12.- Cinco Ley H. y Samaniego V. Fernando. -"Pressure transient analysis for naturally fractured reservoirs" -Artículo SPE 11026 presentado en la 57° conferencia técnica y exhibición de la SPE en New Orleans, La., Sep. 26-29, 1982.

13.- Bourdet, D. y Gringarten, A. C. -"Determination of fissured volume and block size in fractured reservoirs by type curve analysis"- Artículo SPE 9293 presentado en la 57° conferencia técnica y exhibición de la SPE Dallas, Tex., Sep. 21-24, 1980.

14.- Gringarten,A.C.,Burgess,T.M., Viturat,D., Pelissier,J. y Aubry,M.-"Evaluating fissured formation geometry from well test data: a field example"-Articulo SPE 10182 presentado en la 56° conferencia y exhibición de la SPE en San Antonio, Tex., Octubre 5-7, 1981.

15.- Gringarten,A.C. -"Intrpretation of tests in fissured reservoirs and multilayered reservoirs with double porosity bahavior:theory and practice"-Articulo SPE 10044 presentado en la exhibición petrolera internacional y simposium técnico de la SPE en Bejing,China, Marzo 26-28, 1982.

16.- Bourdet,D., Ayoub,J.A., Whittle,T.M., Pirard,Y.M. y Kniazeff,V. -"Interpreting well tests in fractured reservoirs"- World oil (Octubre 1983).

17.- Bourdet,D., Alagoa,A., Ayoub,J.A. y Pirard,Y.M. -"New type curves aid analysis of fissured zone well tests"- World oil (Abril 1984).

18.- Schapery, R. A. -"Approximate methods of transform inversion for viscoelastic stress analysis"- Cuarto congreso Nacional de mecánica aplicada (USA), (1961) 1075-1085.

19.- Jones, F. O. y Owens, W. W. -"A laboratory study of low permeability gas sands"- Articulo SPE 7551 presentado en el simposium sobre yacimientos de gas de baja permeabilidad en Denver,Co.,Mayo 20-22, 1979.

20.- Serra, K. V., Reynolds, A. C. y Raghavan, R. -"New pressure transient analysis methods for naturally fractured reservoirs"- Articulo SPE 10780 presentado en la reunión regional de California de la SPE en San Francisco, Ca., Marzo 24-26, 1982.

21.- Streltsova, T. D. "-Well pressure behavior of a naturally fractured reservoirs"- Articulo SPE 10782 presentado en la reunión regional de California de la SPE en San Francisco, Ca., Marzo 24-26, 1982.

22.- Cinco Ley H., Kuchuk, F., Ayoub, J., Samaniego, V. F. y Ayesteran, L. -"Analysis of pressure tests through the use of instantaneous suorce responce concepts"- Articulo SPE 15476 presentado en la 61° conferencia técnica y exhibición de la SPE en New Orleans,La., Octubre 5-8, 1986.

23.- Cinco Ley H. -"Comunicación personal"- 1988.

APENDICE A.

La ecuación 114 puede también escribirese como:

$$P_{vD} = \frac{-A(s)}{s[1 - sC_D A(s)]} \qquad (A-1)$$

donde:

$$A(s) = \frac{1}{2} \ln [sC_D \frac{1}{C_D e^{2S}}] + \gamma + \ln \frac{1}{2} \qquad (A-2)$$

De las propiedades de la transformada de Laplace se tiene que si $f(t) \leftrightarrow F(s)$, entonces:

$$\frac{d^n f(t)}{dt^n} \leftrightarrow s^n F(s), \text{ y} \qquad (A-3)$$

$$(-t^n)\, f(t) \leftrightarrow \frac{d^n F(s)}{ds^n} \qquad (A-4)$$

Aplicando A- 3 para n=1 a la expresión A- 1:

$$sP_{vD} = \frac{-A(s)}{1 - sC_D A(s)} \qquad (A-5)$$

y derivando con respecto a s:

$$\frac{d(sP_{vD})}{ds} = - \frac{1/2s + C_D[A(s)]^2}{[1 - sC_DA(s)]^2} \tag{A- 6}$$

Para tiempos pequeños (s grandes), A- 6 puede aproximarse por:

$$\frac{d(sP_{vD})}{ds} \simeq - \frac{1}{C_Ds^2} \tag{A- 7}$$

cuya transformación al espacio del tiempo dá la ecuación de la recta característica del almacenamiento en las gráficas de la primera derivada:

$$t_D \frac{dP_D}{dt_D} = \frac{t_D}{C_D} \tag{A- 8}$$

Aplicando ahora A- 3 para n = 2 a la expresión A- 1:

$$s^2P_{vD} = \frac{- sA(s)}{1 - sC_DA(s)} \tag{A- 9}$$

y derivando con respecto a s:

$$\frac{d(s^2P_{vD})}{ds} = \frac{- [1/2 + A(s)]}{[1 - sC_DA(s)]^2} \tag{A-10}$$

Derivando nuevamente:

$$\frac{d^2(s^2 P_{vD})}{ds^2} = \frac{-[1/2s - C_D A(s)/2] - 2sC_D[1/2 + A(s)]^2}{[1 - sC_D A(s)]^3}$$

(A-11)

Sustituyendo A(s) en A-11, para tiempos pequeños (s grandes), ésta puede aproximarse por:

$$\frac{d^2(s^2 P_{vD})}{ds^2} = - \frac{4}{s^3 C_D{}^2 \ln C_D e^{2S}} \qquad \text{(A-12)}$$

cuya transformación analítica al espacio del tiempo es:

$$t_D{}^2 \frac{d^2 P_D}{dt_D{}^2} = - \frac{2}{\ln C_D e^{2S}} (t_D/C_D)^2 \qquad \text{(A-13)}$$

TABLA 1.- DATOS PARA EL EJEMPLO A.

Parámetros del pozo y del yacimiento:

$h = 80$ ft. $\phi = 0.075$

$r_w = 0.291$ ft. $\mu = 1.3$ cp.

$q = 2000$ BPD $B = 1.2$

$c_t = 1 \times 10^{-5}$ psi^{-1}

Datos de presión:

	tiempo(hrs)	Δp(psi)		tiempo(hrs)	Δp(psi)
1	2.790×10^{-4}	4.457×10^{1}	26	8.824×10^{-2}	4.146×10^{2}
2	3.513	5.619	27	1.111×10^{-1}	4.180
3	4.423	6.913	28	1.399	4.213
4	5.568	8.460	29	1.761	4.247
5	7.009	1.029×10^{2}	30	2.217	4.282
6	8.824	1.241	31	2.790	4.319
7	1.111×10^{-3}	1.482	32	3.513	4.361
8	1.399	1.751	33	4.423	4.407
9	1.761	2.042	34	5.568	4.457
10	2.217	2.344	35	7.009	4.512
11	2.790	2.646	36	8.824	4.570
12	3.513	2.932	37	1.111×10^{0}	4.631
13	4.423	3.187	38	1.399	4.693
14	5.568	3.400	39	1.761	4.757
15	7.009	3.565	40	2.217	4.820
16	8.824	3.687	41	2.790	4.8833
17	1.111×10^{-2}	3.773			
18	1.399	3.837			
19	1.761	3.887			
20	2.217	3.930			
21	2.790	3.970			
22	3.513	4.007			
23	4.423	4.043			
24	5.568	4.078			
25	7.009	4.113			

TABLA 2.- RESULTADOS PARA EL EJEMPLO A.

Parámetros de ajuste:

$$\frac{C_D e^{4S}}{6.344442\ \eta_{maD}} = 10^{10} \qquad t^2 abs(\Delta p'') = 10$$

$$C_D \eta_{maD} = 10^{-4} \qquad \frac{t_D}{C_D} = 3.2 \times 10^{-1}$$

$$t_D{}^2 abs(P_D) = 1.8 \times 10^{-1} \qquad t = 10^{-4}$$

Cálculo de los parámetros del yacimiento:

$$k_{fb}h = 141.2\ qB\mu \left(\frac{t_D{}^2 abs(P_D'')}{t^2 abs(\Delta p'')}\right) = 7930 \text{ md-ft}$$

$$C = 2.637 \times 10^{-4} \frac{2\pi k_{fb}h}{\mu} \left(\frac{t}{(t_D/C_D)}\right) = 3.158 \times 10^{-3} \text{ ft}^3/\text{psi}$$

$$C_D = \frac{C}{2\pi h \phi c_t r_w{}^2} = 98.94$$

$$\eta_{maD} = \frac{C_D \eta_{maD}}{C_D} = 1.011 \times 10^{-6}$$

$$S = \frac{1}{4} \ln\left[\left(\frac{C_D e^{4S}}{6.344442\ \eta_{maD}}\right) \frac{6.344442\ \eta_{maD}}{C_D}\right] = 1.619$$

TABLA 3.- DATOS PARA EL EJEMPLO B.

Parámetros del pozo y del yacimiento:

$h = 150$ ft.	$\phi = 0.05$
$r_w = 0.291$ ft.	$\mu = 1.15$ cp.
$q = 3200$ BPD	$B = 1.3$
$c_t = 1 \times 10^{-5}$ psi^{-1}	

Datos de presión:

	tiempo(hrs)	Δp(psi)		tiempo(hrs)	Δp(psi)
1	1.788×10^{-3}	4.133×10^{1}	26	5.655×10^{-1}	4.914×10^{2}
2	2.251	5.134	27	7.119	4.957
3	2.834	6.355	28	8.962	4.999
4	3.568	7.836	29	1.128×10^{0}	5.040
5	4.492	9.613	30	1.420	5.081
6	5.655	1.172×10^{2}	31	1.788	5.122
7	7.119	1.418	32	2.251	5.163
8	8.962	1.700	33	2.834	5.204
9	1.128×10^{-2}	2.016	34	3.568	5.244
10	1.420	2.360	35	4.492	5.284
11	1.788	2.722	36	5.655	5.325
12	2.251	3.086	37	7.119	5.365
13	2.834	3.433	38	8.962	5.405
14	3.568	3.746	39	1.128×10^{1}	5.445
15	4.492	4.010	40	1.420	5.485
16	5.655	4.216			
17	7.119	4.370			
18	8.962	4.480			
19	1.128×10^{-1}	4.562			
20	1.420	4.627			
21	1.788	4.682			
22	2.251	4.733			
23	2.834	4.781			
24	3.568	4.826			
25	4.492	4.871			

TABLA 4.- RESULTADOS PARA EL EJEMPLO B.

Parámetros de ajuste:

Con la curva tipo para doble porosidad:

$$\frac{C_D e^{4S}}{6.344442\, \eta_{maD}} = 10^{20} \qquad \frac{t_D}{C_D} = 7.15 \times 10^{-1}$$

$$t_D^2 \mathrm{abs}(P_D'') = 2.9 \times 10^{-1} \qquad t = 10^{-3}$$

$$t^2 \mathrm{abs}(\Delta p'') = 10$$

Con la curva tipo para yacimiento homogéneo:

$$\frac{t_D}{C_D (\ln C_D e^{2S})^{1/2}} = 1.56 \times 10^{-1} \qquad C_D e^{2S} = 10^{10}$$

$$t = 10^{-3}$$

Cálculo de los parámetros del yacimiento:

$$k_{fb} h = 141.2\, qB\mu \left(\frac{t_D^2 \mathrm{abs}(P_D'')}{t^2 \mathrm{abs}(\Delta p'')} \right) = 19590 \text{ md-ft}$$

$$C = 2.637 \times 10^{-4} \frac{2\pi k_{fb} h}{\mu} \left(\frac{t}{(t_D / C_D)} \right) = 3.947 \times 10^{-2} \text{ ft}^3/\text{psi}$$

$$C_D = \frac{C}{2\pi h \phi c_t r_w^2} = 989.2$$

$$S = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{(C_D e^{2S})}{C_D} \right] = 8.064$$

$$\eta_{maD} = \frac{C_D e^{4S}}{6.344442 \left(\frac{C_D e^{4S}}{6.344442\ \eta_{maD}} \right)} = 1.539 \times 10^{-4}$$

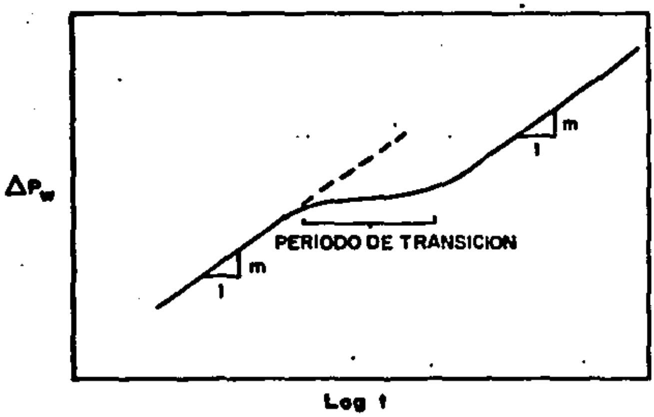


FIG. 1.- LINEAS RECTAS PARALELAS (WARREN Y ROOT)[12]

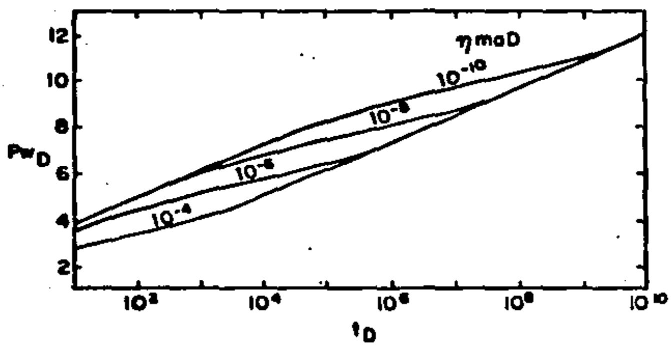


FIG. 2.- GRAFICA DE Pw_D vs. log t_D PARA UN POZO EN UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO (CASO DE ESTRATOS PARA $w = 10^{-2}$)[12]

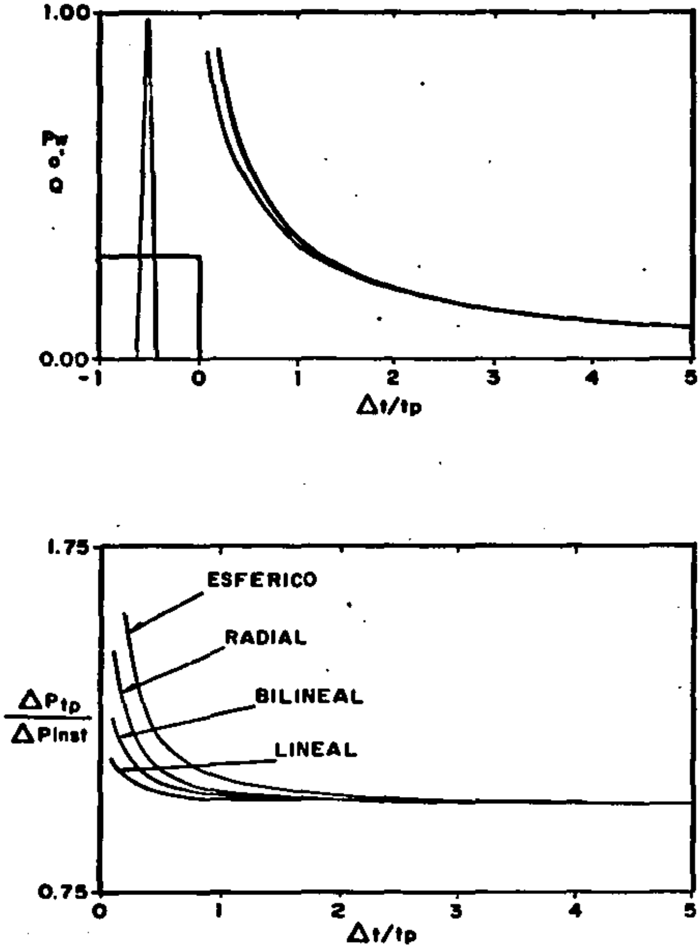


FIG. 3.- COMPARACION DE LAS CAIDAS DE PRESION CAUSADAS POR UNA FUENTE INSTANTANEA Y POR UNA FUENTE CONTINUA, Y RELACION DE LAS CAIDAS DE PRESION PARA DIFERENTES GEOMETRIAS DE FLUJO.[22]

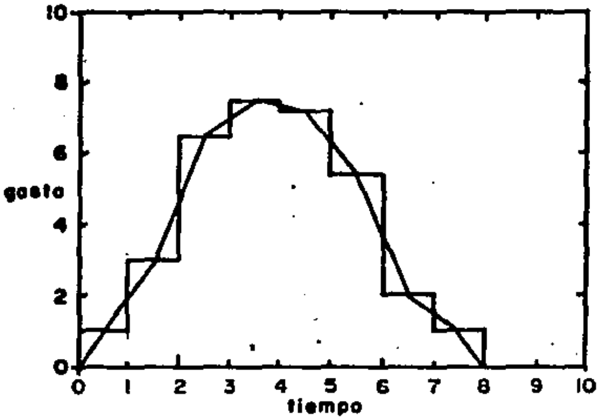


FIG.4.- APROXIMACION DE LA HISTORIA DEL GASTO ANTES DEL CIERRE[22]

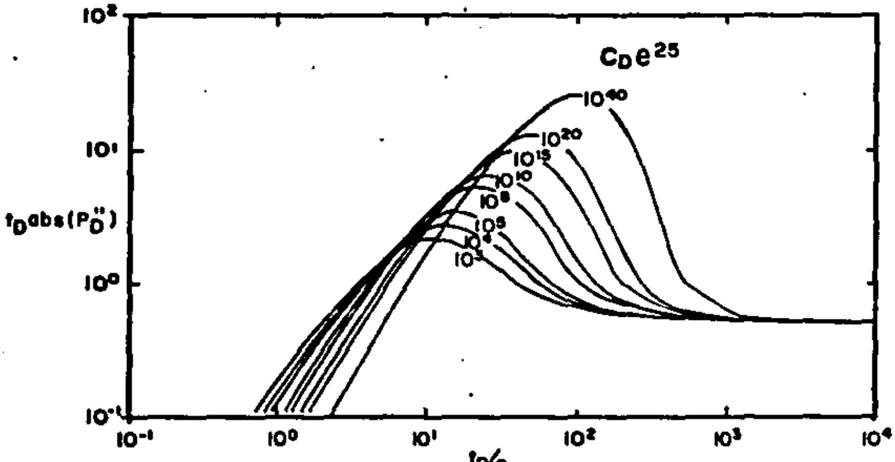
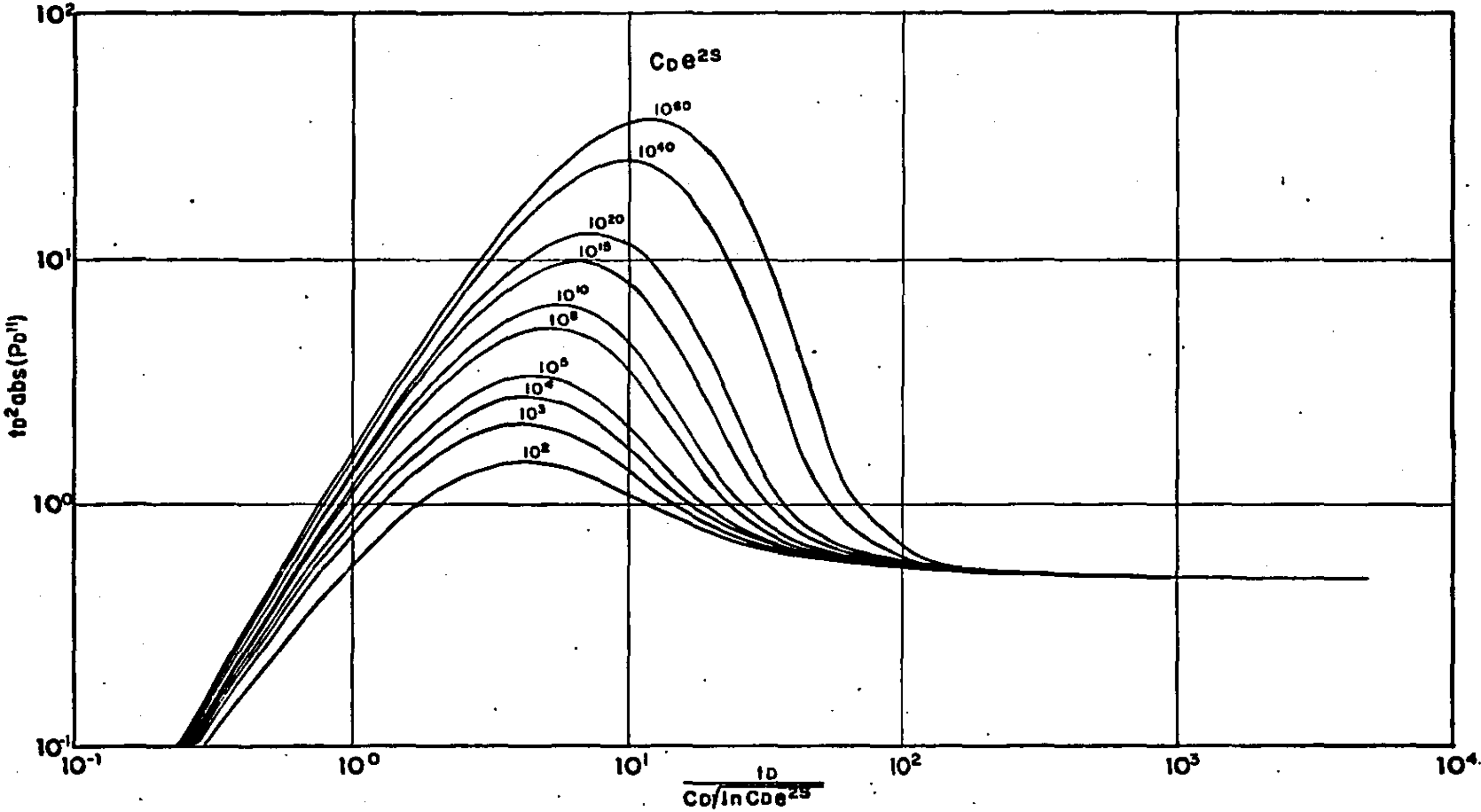


FIG. 5.- CURVA TIPO DE LA SEGUNDA DERIVADA PARA FLUJO RADIAL CON ALMACENAMIENTO Y DAÑO[22]

SECOND DERIVATIVE TYPE CURVE FOR
RADIAL FLOW WITH WELLBORE STORAGE AND SKIN



J.L. SANCHEZ BUJANOS – H. CINCO LEY. PEMEX – UNAM.

FIG. 6

SECOND DERIVATIVE TYPE CURVE FOR
RADIAL FLOW WITH WELLBORE STORAGE AND SKIN
INFINITE ACTING RESERVOIR WITH DOUBLE POROSITY BEHAVIOR

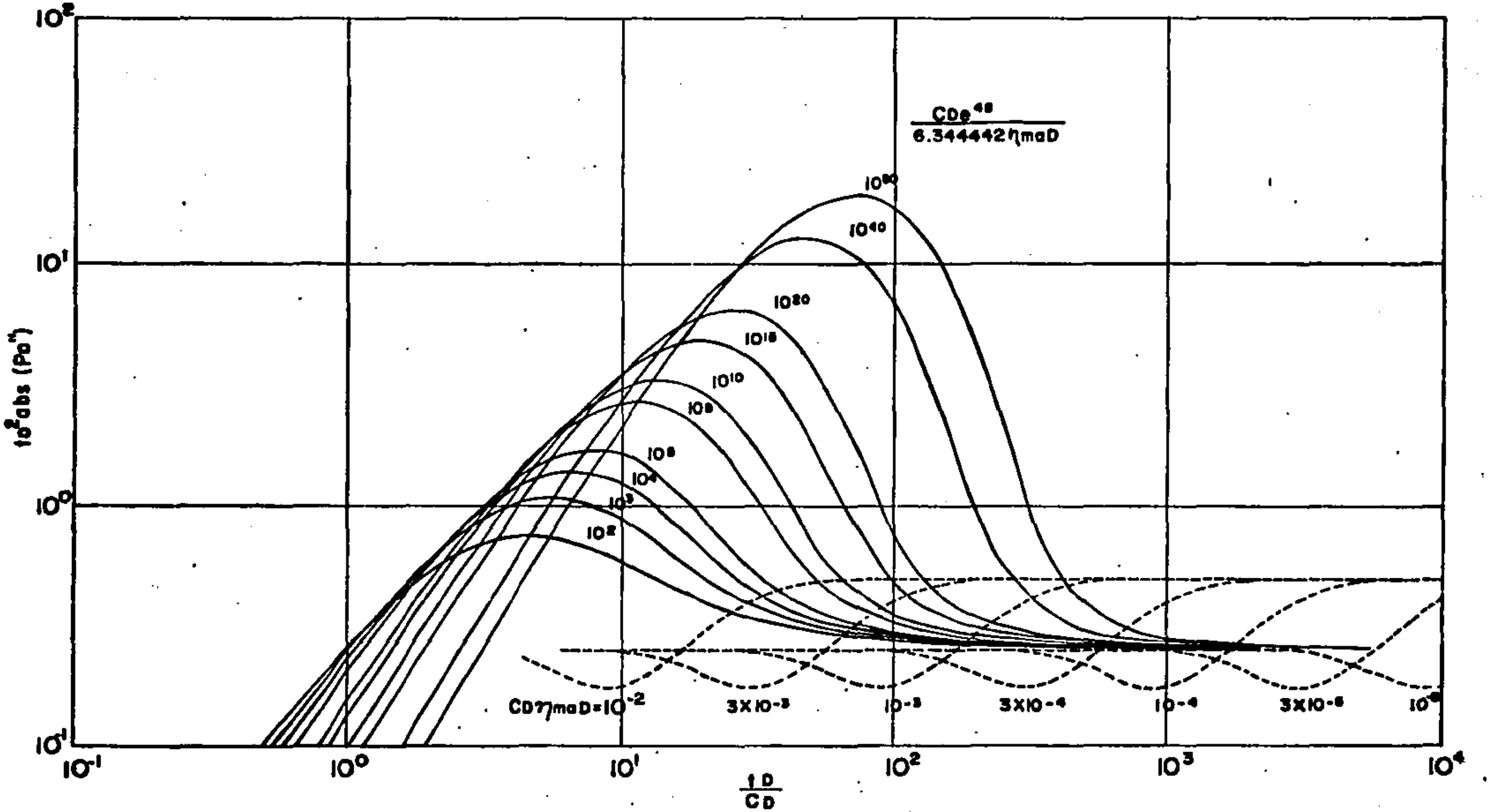


FIG. 7

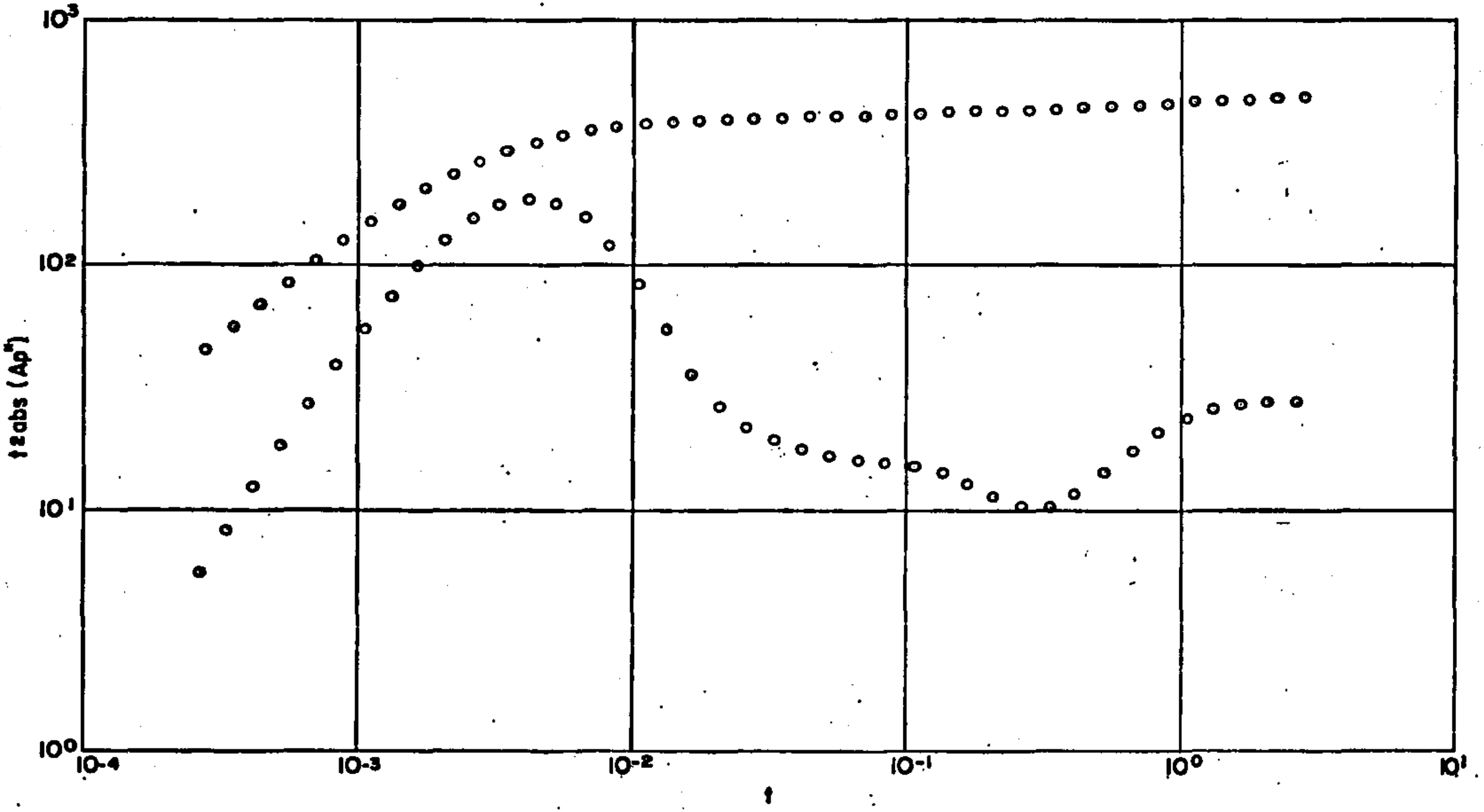


FIG. 8

SECOND DERIVATIVE TYPE CURVE FOR
RADIAL FLOW WITH WELLBORE STORAGE AND SKIN
INFINITE ACTING RESERVOIR WITH DOUBLE POROSITY BEHAVIOR

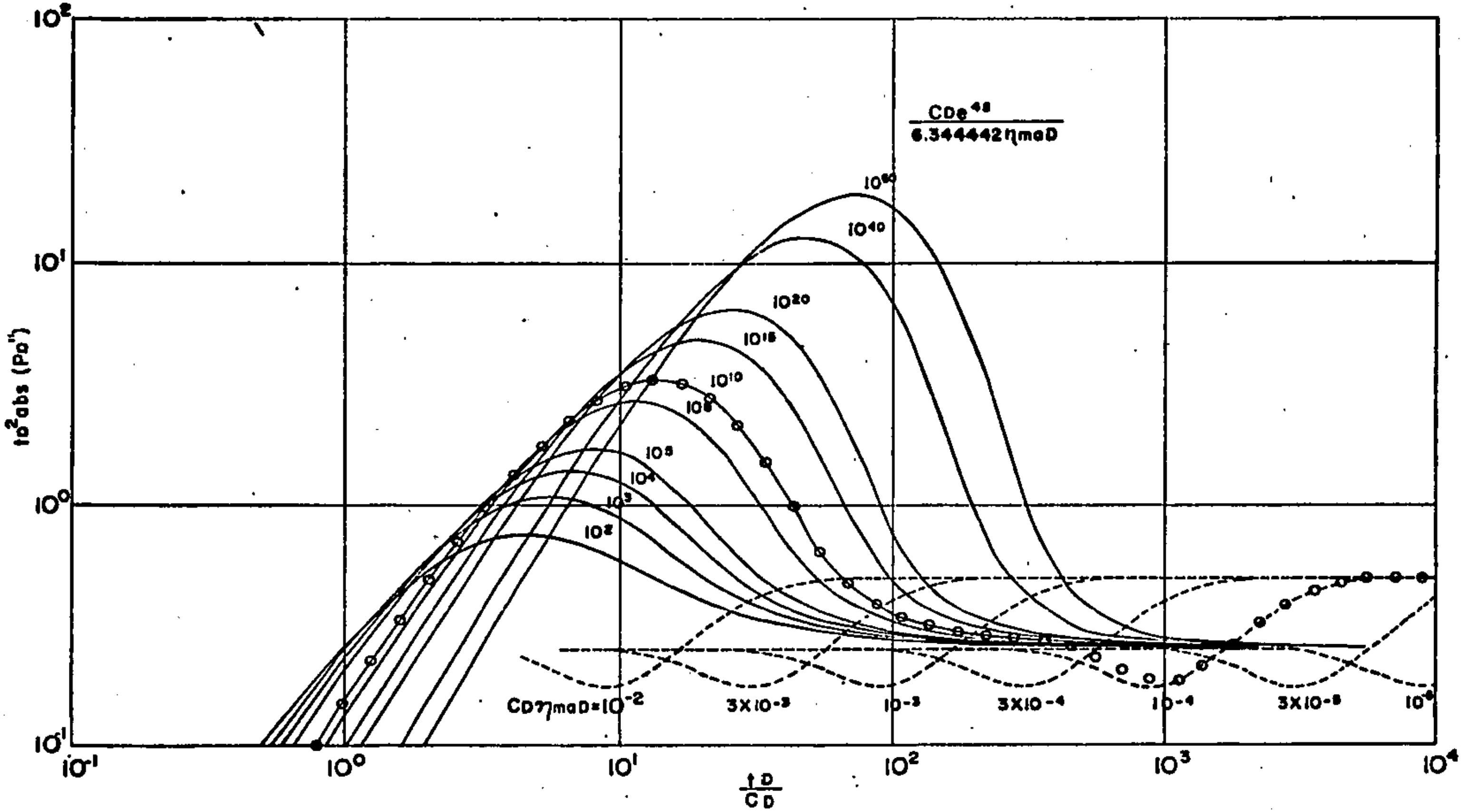


FIG. 9

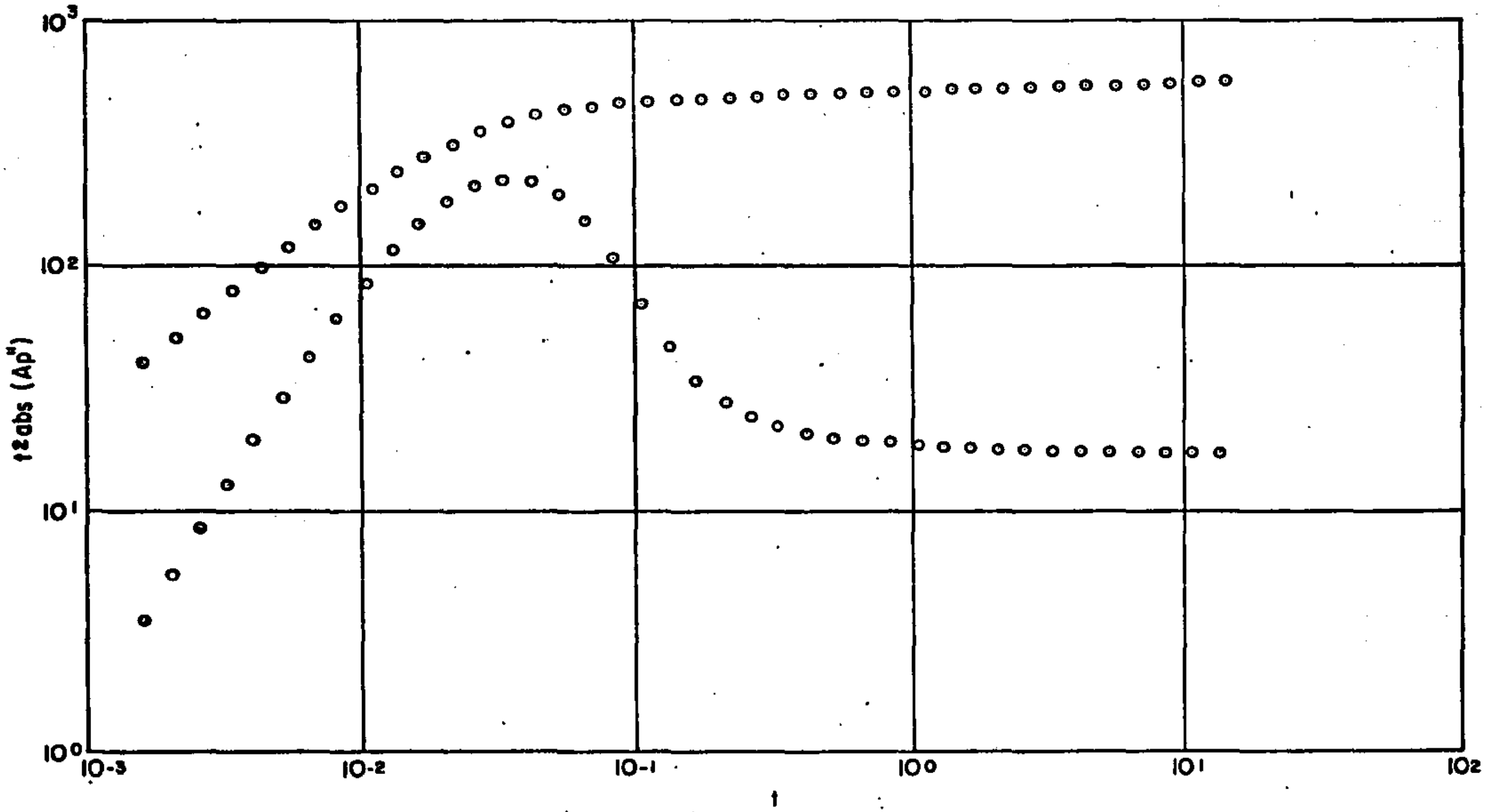


FIG. 10

SECOND DERIVATIVE TYPE CURVE FOR
RADIAL FLOW WITH WELLBORE STORAGE AND SKIN
INFINITE ACTING RESERVOIR WITH DOUBLE POROSITY BEHAVIOR

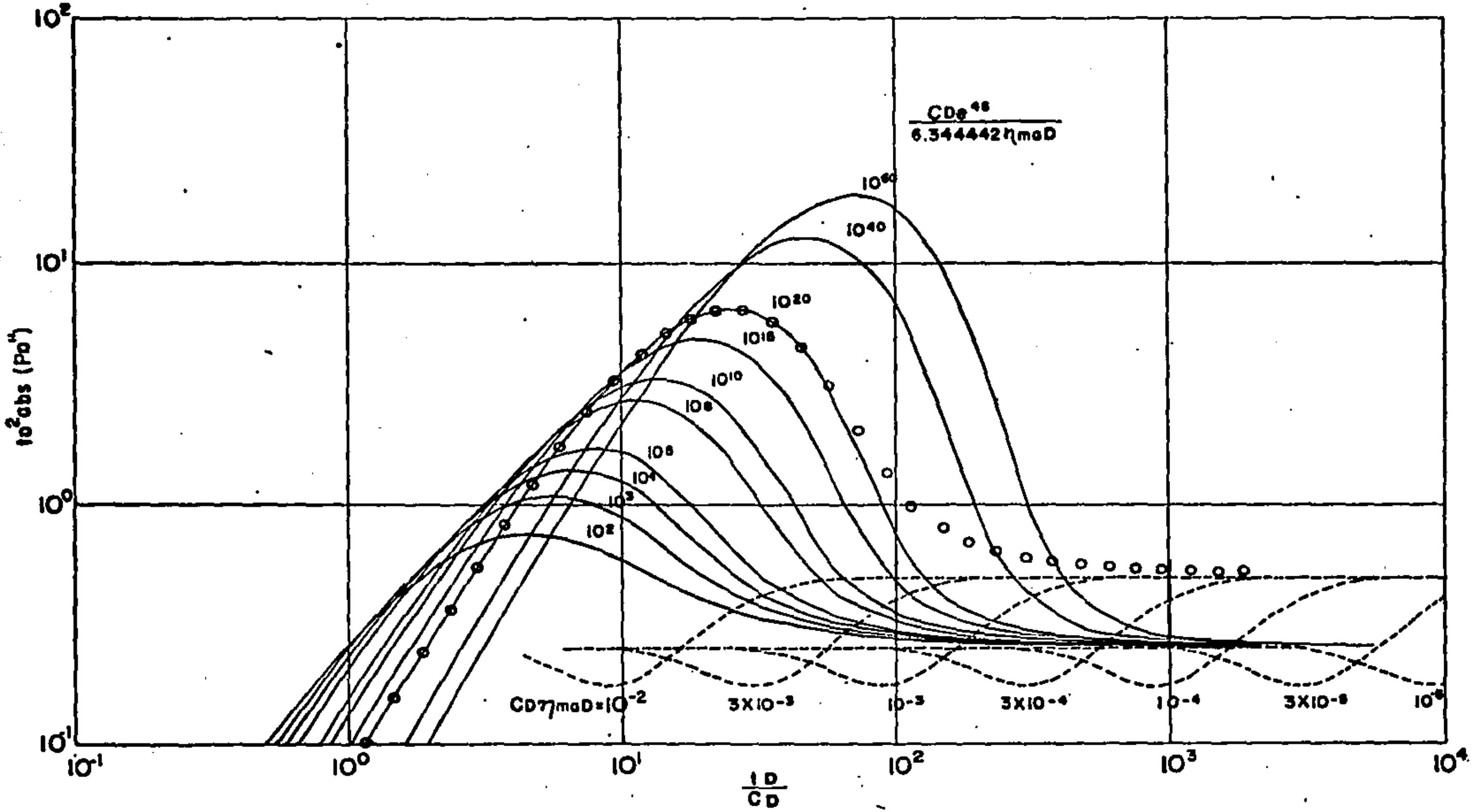
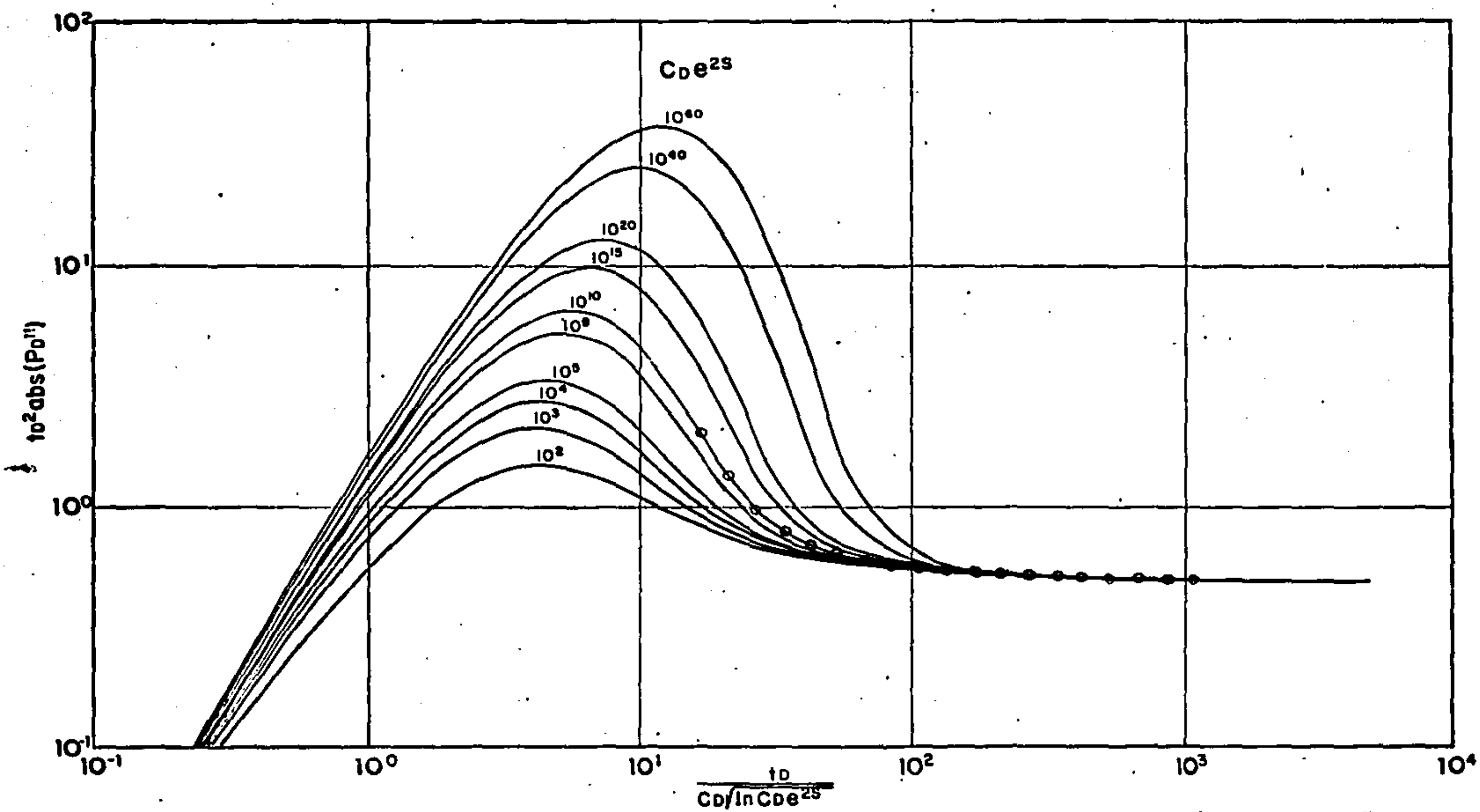


FIG. 11

SECOND DERIVATIVE TYPE CURVE FOR
RADIAL FLOW WITH WELLBORE STORAGE AND SKIN



J.L. SANCHEZ BUJANOS – H. CINCO LEY. PEMEX - UNAM.

FIG. 12