

01170
2ej^o 2

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA
División de Estudios de Posgrado



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

**ANALISIS DE POTENCIALES EVOCADOS MEDIANTE LOS
METODOS DE COMPONENTES PRINCIPALES
Y REGRESION LINEAL MULTIPLE**

T E S I S

Que para obtener el Título de :

**MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA
CON OPCION EN COMUNICACIONES**

Presenta :

MIGUEL ANGEL GUEVARA PEREZ

Director de tesis :

DR. FEDERICO KUHLMANN RODRIGUEZ

México, D. F.

1988

**TESIS- CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN

En este trabajo se plantean las bases matemáticas y estadísticas del método de componentes principales (CP) como una alternativa para buscar patrones característicos en las señales eléctricas y reducir la dimensionalidad de los datos. Y por otra parte, se presenta a la regresión lineal múltiple (RLM) como una manera de aprovechar a estos patrones en la generación de un modelo matemático que permita discriminar a las señales provenientes de dos grupos con marcadas diferencias.

Ambos métodos fueron aplicados a una investigación psicofisiológica, en la cual se pretendía estudiar, en forma automatizada, la existencia de diferencias entre niños normales y disléxicos, en la amplitud de un tipo de potencial evocado (PE) llamado "variación negativa contingente" (VNC). Estos métodos estadísticos (CP Y RLM) mostraron ser útiles en el análisis de este tipo de señales electroencefalográficas por computadora, ya que se logró reducir la dimensionalidad de los datos y generar un modelo de discriminación entre niños normales y disléxicos.

Los programas computacionales utilizados en este trabajo fueron realizados por el autor y los listados se anexan como apéndices en este trabajo.

INDICE

1. INTRODUCCION	1
2. SEÑALES ELECTROENCEFALOGRAFICAS	4
2.1. Caracteristicas.	4
2.2. Análisis de Potenciales Evocados (PE).	5
2.2.1. Programas computacionales para la adquisición de PE.	5
2.2.2. Métodos.	11
3. COMPONENTES PRINCIPALES (CP)	14
3.1. Desarrollo matemático.	14
3.2. Problemas para su aplicación.	21
3.3. Elaboración de un programa computacional.	22
4. REGRESION LINEAL MULTIPLE (RLM)	24
4.1. Desarrollo matemático.	24
4.1.1. Enfoque matricial.	24
4.1.2. Modelos lineales de probabilidad.	31
4.2. Elaboración de un programa computacional.	33

5. UNA APLICACION DE LOS METODOS DE COMPONENTES PRINCIPALES Y REGRESION LINEAL MULTIPLE EN PSICOFISIOLOGIA	37
5.1. Introducción.	37
5.2. Método.	38
5.2.1. Sujetos.	38
5.2.2. Procedimiento.	38
5.2.3. Análisis de la señal.	39
5.2.4. Análisis estadístico.	42
5.2.5. Ejemplificación numérica y gráfica.	42
5.3. Resumen de resultados.	68
5.4. Discusión.	70
6. DISCUSION Y CONCLUSIONES	71
7. APENDICES	76
7.1. Programa de Captura (CAPTUSEN).	77
7.2. Programa de Componentes Principales (COMPRIN).	85
7.3. Programa de Regresión Lineal Múltiple (REGRES).	99
7.4. Programa de graficación (GRAFITEB).	110
8. BIBLIOGRAFIA	117

1. INTRODUCCION.

En los últimos años se han desarrollado diversos métodos matemáticos y estadísticos que se pueden aplicar con bastante éxito en el análisis de diferentes tipos de señales eléctricas, tales como las que son generadas por los movimientos sísmicos, la voz humana, el canto de las aves, etc. Estos métodos pueden ser de gran utilidad en las diferentes áreas de la investigación científica y tecnológica.

Se han buscado nuevas alternativas para el análisis de este tipo de señales con métodos matemáticos y estadísticos por computadora. En relación a esto se busca que el método provea de información más rápida, confiable y de fácil manejo que la información proveniente de un análisis visual. La computadora realiza el análisis de la información de una manera más fina, precisa, rápida y eficiente, sin embargo, también es importante que el espacio de almacenamiento en la computadora sea lo más reducido posible, debido a su costo. Con el fin de reducir la dimensionalidad de los datos que se generan en el procesamiento de señales por computadora es posible buscar, en un conjunto de señales, patrones característicos que nos permitan lograr dicha reducción.

En este trabajo se plantean las bases matemáticas y estadísticas del método de componentes principales (CP) como una alternativa para buscar patrones característicos. Y se presenta a la regresión lineal múltiple (RLM) como una manera de aprovechar a estos patrones en la generación de un modelo.

matemático que nos permita discriminar a las señales provenientes de dos grupos con marcadas diferencias.

Un problema que ha adquirido gran relevancia, dentro de las ciencias biológicas, es el análisis de las señales bioeléctricas por computadora. En particular, en el área de la Psicología existe interés por el análisis de las señales electroencefalográficas y sus posibles aplicaciones en el campo de la Psicofisiología.

En dicho campo, se emplean principalmente dos tipos de registro de la actividad eléctrica del cerebro:

- a) Actividad eléctrica cerebral espontánea (EEG) y
- b) Señales eléctricas cerebrales relacionadas con un evento o potenciales evocados (PE).

En el presente trabajo se aplicaron dos métodos estadísticos para analizar los PE. El primero de ellos es el método de componentes principales (CP), el cual ya se ha utilizado para analizar este tipo de señales, sin embargo, esta técnica ha presentado problemas en la interpretación de la información que proporciona. También se presenta una descripción de esos problemas que se han encontrado y se plantea el utilizar los CP para comprimir la información almacenada en la memoria de computadora, se sugiere además la utilización de los primeros CP para, mediante el método de regresión lineal múltiple, generar un modelo de predicción lineal que nos permita realizar la

clasificación de los sujetos experimentales dentro de un grupo, a partir de las características de los primeros CP, obtenidos del grupo de PE.

En la investigación psicofisiológica en la cual se aplicaron los métodos de CP y RLM, se pretendía estudiar, en forma automatizada, la existencia de diferencias entre niños normales y disléxicos, en la amplitud de un tipo de potencial evocado (PE) llamado "variación negativa contingente" (VNC). Esta investigación es la tesis de Maestría de la Lic. Raquel Chayo Mussan y fue realizada en el Departamento de Psicofisiología de Posgrado, de la Facultad de Psicología de la U.N.A.M.

2. SEÑALES ELECTROENCEFALOGRAFICAS.

2.1. Características.

En el área de la Psicofisiología, se emplean principalmente dos tipos de registro de la actividad eléctrica del cerebro:

- a) Actividad eléctrica cerebral espontánea (EEG) y
- b) Señales eléctricas cerebrales relacionadas con un evento o potenciales evocados (PE).

El EEG se ha definido como el registro continuo de las fluctuaciones espontáneas de voltaje generadas por el cerebro y es considerado como un indicador indirecto de la actividad funcional del Sistema Nervioso Central. La actividad eléctrica del cerebro varía en un rango de frecuencias entre los 0.5 y 50 Hz y su voltaje es del orden de microvolts.

El EEG se registra a través de electrodos, colocados en la superficie del cuero cabelludo de una persona, conectados a un aparato de registro que cuenta con amplificadores y filtros (generalmente se trata de un polígrafo). La señal registrada por el polígrafo es capturada en una computadora, por medio de un convertidor analógico/digital (A/D), donde es almacenada y procesada.

Los potenciales evocados (PE) son oscilaciones variables de voltaje relacionadas en el tiempo a un evento conocido y representan la respuesta del cerebro a diferentes tipos de

estímulos sensoriales. Los PE están relacionados con los procesos sensoriales, perceptuales, cognoscitivos y con el estado general del sujeto en el momento del registro.

Los PE constan de varios componentes. Los componentes son ondas del potencial que aparecen con una latencia, amplitud, forma y polaridad específica ante la presentación de un estímulo.

El registro de los PE es similar al descrito para el EEG, con la diferencia de que ahora el registro es iniciado simultáneamente a la presentación del estímulo que puede ser visual, auditivo o somatosensorial.

Los PE se han definido como la suma de: a) la actividad evocada del cerebro ante el estímulo, b) actividad eléctrica cerebral (EEG) que por no estar relacionada con el evento se considera como ruido y c) el ruido no cerebral que incluye ruido de instrumentación y artefactos electrónicos de todo tipo.

2.2. Análisis de los Potenciales Evocados.

2.2.1. Programas computacionales para la adquisición de los Potenciales Evocados.

Inicialmente, los potenciales evocados eran analizados con técnicas visuales, las cuáles eran poco precisas y daban poca información. En los últimos años se han ido desarrollando diferentes técnicas de análisis por computadora que han permitido realizar nuevos tipos de análisis en una forma más rápida y precisa. Como ya se mencionó anteriormente, las señales

eléctricas del cerebro, previamente amplificadas y filtradas, deben ser transportadas a la computadora, a través de un convertidor analógico/digital, para lo cual se requieren programas computacionales específicos.

Existen paquetes comerciales de captura y análisis de todo tipo de señales analógicas en forma digital, sin embargo, éstos tienen varios inconvenientes: son muy costosos; son producidos en el extranjero; la mayoría requieren configuraciones especiales de computadora, por ejemplo, mucha memoria, coprocesador, disco de almacenamiento de gran capacidad, graficadores especiales, etc.; son relativamente lentos y casi siempre de manejo complicado debido a la gran cantidad de opciones que tienen y; en ocasiones no se adaptan exactamente a los requerimientos de un laboratorio de investigación específica.

Para evitar los problemas que trae consigo el uso de los paquetes comerciales de captura de señales, se ha elaborado un programa, con el fin de satisfacer necesidades específicas de captura de señales electroencefalográficas, cuyo listado se muestra en el apéndice 7.1. Este programa se emplea actualmente en laboratorios de Psicofisiología de la Facultad de Psicología de la Universidad Nacional Autónoma de México.

El programa, anteriormente mencionado tiene el nombre de CAPTUSEN, y fue realizado en base a la experiencia adquirida en el desarrollo de programas de captura de señales en computadoras tipo FDP (Guevara, M.G. y Zarabozo, D., 1984).

CAPTUSEN puede ser adaptado, con ligeros cambios, a cualquier microcomputadora que maneje el lenguaje Pascal y que disponga de un convertidor analógico/digital. Con este programa se pueden capturar segmentos de EEG que estén o no sincronizados con un evento, así como PE.

El listado del programa presentado en el apéndice de este trabajo está adaptado para una microcomputadora tipo PC con un convertidor A/D, con una resolución de 8 bits, modelo Labtender de la compañía Tecmar.

El programa presenta en forma secuencial algunas preguntas a las que el usuario debe responder para capturar PE. Al correr el programa de captura, aparece la carátula que se ve a continuación, con las respuestas que se dieron para el ejemplo de aplicación que se presenta en este trabajo:

*** CAPTURA AUTOMATIZADA DE SEÑALES ELECTROENCEFALOGRAFICAS ***

Cuántos canales A/D se van a utilizar (máximo 8) ? 6

Muestreo a 8 msg.(125 Hz) ó 10 msg.(100 Hz) [8/10] ? 8

Puntos que definirán el segmento de EEG (máximo 1024) ? 64

Cuántos Segmentos de EEG se van a capturar ? 40

Nombre del archivo para los datos del canal 0 ? can0.dat

Nombre del archivo para los datos del canal 1 ? can1.dat

Nombre del archivo para los datos del canal 2 ? can2.dat

Nombre del archivo para los datos del canal 3 ? can3.dat

Nombre del archivo para los datos del canal 4 ? can4.dat

Nombre del archivo para los datos del canal 5 ? can5.dat

Inicio de la captura con disparo externo [S/N] ? s

Son Potenciales Evocados [S/N] ? s

*** Oprime la tecla RETURN para comenzar la captura ***

En el caso de contestar negativamente la pregunta de captura con disparo externo, se captura EEG. Si es contestada afirmativamente, aparece la pregunta de si son PE, ya que tanto el EEG como los PE pueden capturarse a partir de un pulso de disparo externo.

La captura de cada potencial evocado, necesariamente, es iniciada por la presencia de un pulso de disparo externo, el cual llega por la entrada de arranque externo de la tarjeta del

convertidor A/D.

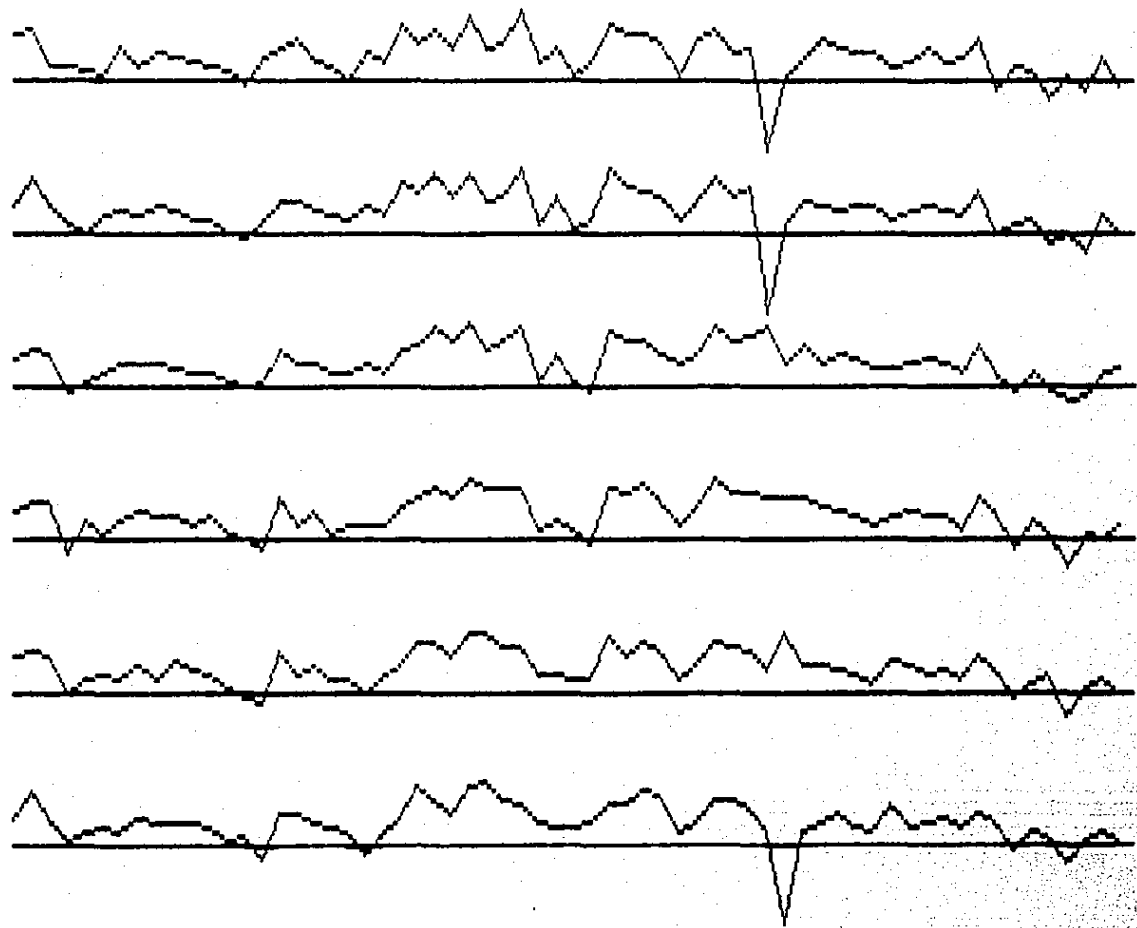
En este ejemplo, cada PE consta de 64 puntos, es decir, 512 milisegundos de señal, con una frecuencia de muestreo de 125 Hz.

Los datos de los PE son grabados, en los archivos abiertos en disco para cada canal, después de capturar cada segmento del número de puntos seleccionado, por lo que se recomienda, para mayor rapidez, utilizar un disco virtual (disco en memoria RAM).

La figura 2.1 muestra una gráfica de como se ven las señales de EEG al estar siendo capturadas por la microcomputadora a través del convertidor A/D utilizando el programa CAPTUSEN.

Segmento 1

Rechazos 0



Rechazar,
Aceptar,
Terminar:

[R/A/T] ?

.....

Fig. 2.1 Captura en línea de 6 canales de EEG.

2.2.2. Métodos.

Debido a que los PE son de menor voltaje que el EEG y a que se encuentran inmersos en él, es necesario realizar un promedio de varios PE, lo cual permite disminuir considerablemente la amplitud del EEG (considerado como ruido gaussiano) y resaltar la forma y amplitud de los PE, debido a que éstos se presentan como eventos determinísticos. La relación entre la amplitud del PE y la amplitud del EEG será proporcional a la raíz cuadrada del número de PE promediados (John, 1977).

Una vez digitalizados y promediados los PE pueden ser sometidos a diferentes tipos de análisis. Los que más se han utilizado para el diagnóstico neurológico son los siguientes (tomados de Harmony y Alcaraz, 1987):

A. Análisis de la simetría interhemisférica.

- a) Coeficiente de correlación.
- b) Relación de energía.
- c) t de Student.

B. Análisis de la forma.

- a) Medición de latencias y amplitudes.
- b) Análisis de conglomerados.
- c) Análisis de los componentes principales.

El análisis de correlación se utiliza para medir el grado de semejanza entre PE registrados en zonas homólogas de los hemisferios cerebrales.

El análisis de relación de energía, permite analizar la amplitud que existe en cada una de las frecuencias que componen a los PE.

El análisis de t de Student consiste en comparar los PE en cada instante de muestreo, para saber si existen diferencias significativas entre ambos.

La latencia de un componente de un PE se refiere al tiempo que tarda en aparecer dicho componente a partir del momento en que se dio el estímulo. Este tipo de análisis es útil en los componentes más estables de los PE, pero en algunas ocasiones, especialmente en casos patológicos, no es posible reconocer los componentes y las latencias pueden alterarse.

Uno de los aspectos más importantes en relación al análisis de los PE es el establecimiento de una línea base adecuada para medir los voltajes de los distintos componentes del potencial. En la literatura se encuentran muchos desacuerdos en relación a los PE y su interpretación, en gran parte originado por lo ambiguo de los métodos utilizados para medir las amplitudes. Existen varias formas para medirlas, siendo muchas de ellas arbitrarias y dependientes del criterio del investigador. Algunos investigadores toman como punto de referencia para medir amplitudes el promedio aritmético de un gran número de puntos. En otros casos, solamente se hace referencia a la diferencia de voltaje que existe entre algún pico y algún valle. Una modalidad más, es tomar como referencia el voltaje del primer punto que

aparece después del estímulo que originó el potencial.

El análisis de conglomerados consiste en usar una medida que esté presente en todos los PE y en base a la cual trata de agruparlos, de acuerdo a la magnitud de dicha medida.

Una desventaja de los métodos mencionados anteriormente es que en general, se consideran picos aislados del potencial como "relevantes", el tomarlos de esta forma puede dar diferencias significativas cuando en realidad se deben al azar. Una alternativa a esta manera de proceder es considerar que todo el potencial evocado es un sólo evento que debe ser considerado en su totalidad. El análisis de componentes principales permite realizar esto, y consiste en extraer las formas básicas que, sumadas linealmente, expliquen las distintas formas de un conjunto. Cada forma básica (componente principal) está presente con un mayor o menor peso en los distintos PE.

Este método de componentes principales es un procedimiento que se utiliza con dos objetivos primordiales: a) para comprimir la información. De un conjunto de 12 PE, por ejemplo, tres componentes pueden explicar todas las formas posibles; b) para analizar la posibilidad de relacionar cada componente con un proceso determinado que permita llegar a conclusiones sobre los mecanismos que dan origen a los PE. (Harmony y Alcaraz, 1987).

3. COMPONENTES PRINCIPALES (CP).

3.1. Desarrollo matemático.

El análisis de componentes principales es una técnica de análisis multivariado que se puede aplicar cuando se tienen p variables dependientes (y estocásticas) correlacionadas que explican el comportamiento de una población de datos. Esta población de datos puede ser representada por la variable aleatoria p -dimensional X' donde $X' = [X_1, \dots, X_p]$, con un vector de medias μ y una matriz de covarianzas σ . El análisis lo que pretende es encontrar un nuevo conjunto Y de variables Y_j (con $j = 1, \dots, p$) donde estas Y_j no están correlacionadas entre sí y cuyas varianzas están en orden decreciente en magnitud desde la de Y_1 hasta la de Y_p .

Cada una de estas nuevas variables Y_j es una combinación lineal de las variables X_i de tal manera que:

$$Y_j = \alpha_{1,j}X_1 + \alpha_{2,j}X_2 + \dots + \alpha_{p,j}X_p$$

O bien:

$$Y_j = (\alpha_j)'X \quad (\text{donde el apóstrofe indica transpuesto})$$

Siendo:

$$\alpha_j = \begin{bmatrix} \alpha_{1,j} \\ \alpha_{2,j} \\ \vdots \\ \alpha_{p,j} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix}$$

α_j es un vector de constantes que deben cumplir con la condición:

$$(\alpha_j)'(\alpha_j) = \sum (\alpha_{k,j})^2 = 1 \quad (\text{donde } k = 1, \dots, p)$$

Con la condición anterior para cada valor de j se asegura que los vectores sean ortonormales y que la transformación de variables sea ortogonal.

Y_1 es calculada de tal manera que su varianza sea máxima, para ésto se debe calcular α_1 de tal manera que maximice la varianza de $(\alpha_1)'X$ sujeta a la restricción de que $(\alpha_1)'\alpha_1 = 1$.

Una vez que Y_1 se ha calculado, se debe obtener a Y_2 de manera tal que su varianza sea máxima con respecto a las varianzas de las restantes Y_j , que cumpla con la restricción $(\alpha_2)'\alpha_2 = 1$, y que no esté correlacionado con Y_1 .

Las restantes Y_3 a Y_p son calculadas de forma tal que sus varianzas estén en orden decreciente de magnitud, y que ninguna de las Y_j se correlacione con las restantes.

El procedimiento matemático para calcular Y_1 es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Varianza } \{Y_1\} &= \text{Varianza } \{(\alpha_1)'X\} \\ &= E \{[(\alpha_1)'(X-\mu)]^2\} \end{aligned}$$

pero $(\alpha_1)'(X-\mu) = (X-\mu)'\alpha_1$ por ser un escalar

$$\begin{aligned}
\text{asi que } \text{Var} \{Y_1\} &= E \{(\alpha_1)'(X-\mu)(X-\mu)'\alpha_1\} \\
&= (\alpha_1)'E\{(X-\mu)(X-\mu)\}\alpha_1 \\
&= (\alpha_1)' \sigma \alpha_1
\end{aligned}$$

(σ es la matriz de covarianzas de X')

Por lo que esta última expresión se considera ($\text{var} \{Y_1\}$) como la función a maximizar, sujeta a la restricción $(\alpha_1)'\alpha_1 = 1$ (o bien $(\alpha_1)'\alpha_1 - 1 = 0$).

El procedimiento más comúnmente empleado para maximizar una función de varias variables, sujeta a una o más restricciones, es el método de los multiplicadores de Lagrange. En términos generales, lo que establece este método es, que si una función $f(x_1, \dots, x_p)$ de varias variables va a ser maximizada (o minimizada) bajo la restricción $g(x_1, \dots, x_p) = 0$, entonces puede plantearse la siguiente nueva función $F(x) = f(x_1, \dots, x_p) - \Phi g(x_1, \dots, x_p)$ donde Φ es una incógnita denominada multiplicador de Lagrange. En seguida se debe maximizar (o minimizar) esta nueva función ya sin ninguna restricción sobre sus variables x_j , y finalmente se debe aplicar la restricción $g(x_1, \dots, x_p) = 0$.

En el caso que nos ocupa (maximizar $\text{Var}\{Y_1\}$) la nueva función a maximizar es:

$$F(x) = f(x) - \Phi g(x)$$

$$F(x) = (\alpha_1)'\sigma\alpha_1 - \Phi[(\alpha_1)'\alpha_1 - 1]$$

$$F(x) = (\alpha_1)'\sigma\alpha_1 - \Phi[(\alpha_1)'\alpha_1 - 1]$$

(donde I es la matriz identidad)

Si se aplica la regla de derivación de matrices que dice que si se tiene:

$$\alpha' \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \dots & \alpha_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1,1} & \dots & \sigma_{1,p} \\ \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{p,1} & \dots & \sigma_{p,p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \dots \\ \alpha_p \end{bmatrix}$$

entonces su derivada parcial con respecto a cada uno de los elementos de α es:

$$\delta(\alpha' \alpha) / \delta \alpha = 2 \alpha \quad (\text{vector columna de } p \text{ elementos}).$$

Y para este caso particular (maximizar la varianza de Y_1) se tiene, después de aplicar la fórmula anterior:

$$\delta(F(x)) / \delta \alpha_1 = 2 \sigma \alpha_1 - 2 \Phi I \alpha_1.$$

Igualando a cero:

$$(\sigma - \Phi I) \alpha_1 = 0$$

Si además se supone que α_1 , vector solución, no es un vector nulo, entonces $(\sigma - \Phi I)$ debe ser una matriz singular para que su determinante valga 0, es decir:

$$|\sigma - \Phi I| = 0$$

Resolviendo sobre Φ el polinomio de grado p (σ es de orden p) se encuentran p posibles valores de Φ (Φ_1, \dots, Φ_p), que por provenir de una matriz simétrica (σ es simétrica) son todos

positivos y reales, y reciben el nombre de eigenvalores o valores característicos de la matriz σ .

Ahora para maximizar la varianza de Y_1 se selecciona el ϕ_1 más grande y le llamamos ϕ_1 , y con él calculamos el componente principal α_1 que es un eigenvector de la matriz σ .

Procediendo a calcular los restantes eigenvectores de σ con los restantes ϕ_i , tomados sucesivamente en orden de magnitud, se obtendrán los p componentes principales $(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$ de σ . Estos p componentes principales son ortogonales entre sí (ésto es $(\alpha_i)' \alpha_j = 0$, para todo $i \neq j$), y además son ortonormales (por lo que $(\alpha_j)' \alpha_j = 1$, para $j = 1, \dots, p$). Así se han calculado los coeficientes α_j que hacen que las varianzas de las Y_j correspondientes sean máximas en orden decreciente de magnitud.

$$\text{Var}\{Y_1\} > \text{Var}\{Y_2\} > \dots > \text{Var}\{Y_p\}$$

Siendo α la matriz de eigenvectores $[\alpha_1 \dots \alpha_p]$ se tiene que la matriz de las nuevas variables Y_j no correlacionadas encontradas a partir de la matriz X es:

$$Y = \alpha' X$$

Y su matriz de covarianzas es:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \phi_2 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \phi_p \end{bmatrix}$$

Esta nueva matriz σ es diagonal (todos sus elementos son cero excepto en la diagonal principal) debido a que los Y_i tienen correlación cero entre ellos. Y se cumple que su traza (suma de los elementos de su diagonal principal) es igual al total de la varianza de los datos y por lo tanto es igual a la traza de la matriz σ de las variables originales (X_1, \dots, X_p) .

Algo muy importante, que es consecuencia de lo anterior, es que si se toman las primeras r nuevas variables Y_j , la suma de sus respectivos eigenvalores (varianzas) dará la varianza explicada con respecto a la varianza total, o sea que si:

suponiendo que $k = 1, \dots, r$

y que $j = 1, \dots, p$

se tiene:

$$100(\sum \phi_k / \sum \phi_j) = \% \text{ de la varianza explicada por los primeros } r \text{ componentes principales.}$$

Por lo tanto se podrán conservar solamente las primeras r nuevas variables Y_j que expliquen el porcentaje de varianza que interese.

Finalmente de una matriz de datos inicial X :

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \dots & x_{1,N} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{p,1} & \dots & x_{p,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_p \end{bmatrix}$$

Se puede conservar simplemente una matriz Y:

$$Y = \begin{bmatrix} y_{1,1} & \dots & y_{1,N} \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{r,1} & \dots & y_{r,N} \end{bmatrix} \quad \text{donde } r < p$$

Y una matriz a:

$$a = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,r} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{p,1} & \dots & a_{p,r} \end{bmatrix} \quad \text{donde } r < p$$

Y a partir de ellas es posible reproducir a las variables originales que estarán dadas por:

$$X = a Y$$

donde esta reproducción será mejor mientras mayor sea el porcentaje de varianza explicada por los r componentes seleccionados.

3.2. Problemas para su aplicación.

El análisis de componentes principales (CP) no supone distribución normal en ninguna de las variables con las que va a tratar y esto hace que esté más cerca de la estadística no paramétrica que de la paramétrica con todas las ventajas y desventajas de ésta.

La técnica de análisis de potenciales evocados mediante análisis de CP no es nueva, pero no ha tenido mucho éxito debido a que muchas veces al tratar de interpretar directamente la morfología de estos componentes dentro de los PE originales se pueden llegar a conclusiones que no es posible sostener si se realiza nuevamente el análisis con un grupo de distinto número de sujetos, ya que casi siempre se obtienen CP que difieren morfológicamente de los del primer análisis. Con el fin de tratar de evitar este problema se debe procurar aplicar el método a una muestra grande de PE.

Por otra parte la interpretación directa de los CP dentro de los PE no se puede hacer cuando los CP originales han sido rotados (por ejemplo con el método Varimax), aún cuando la rotación haya sido ortogonal. Esta rotación generalmente se lleva a cabo solamente con los componentes seleccionados (que nos explican el mínimo de varianza deseada) con el fin de obtener un

nuevo conjunto de componentes que expliquen de una manera más clara la varianza total de los datos. Pero en esta rotación han dejado de ser componentes principales, y es por lo que no se deben interpretar directamente en la morfología de los PE originales.

El interés central de este trabajo no es la interpretación morfológica de los CP, sino la identificación de cada uno de los primeros CP para poder aplicar la técnica de regresión lineal en la clasificación de sujetos, tomando como base las características de sus señales.

3.3. Elaboración de un programa computacional.

El programa COMPRIN que fué desarrollado para el análisis por computadora fué escrito por completo en el lenguaje Pascal, y consta de tres rutinas principales que son COVCOR, EIGEIG, y COMPRI.

La rutina COVCOR se encarga de calcular, a partir de una matriz de datos (que se encuentra en un archivo en disco), una nueva matriz y la almacena en disco. Los elementos de dicha matriz son las covarianzas o las correlaciones entre las variables que originalmente formaban la matriz de datos.

EIGEIG es la rutina que calcula los eigenvalores (valores característicos) y eigenvectores (componentes principales) de la matriz creada por COVCOR, y debido a que esta matriz es real y simétrica los eigenvalores serán reales y positivos.

COMPRI se encarga de calcular las amplitudes ("component

score") de cada uno de los CP calculados para cada uno de los PE originales.

Al ser ejecutado el programa COMPRIN presenta el siguiente menú en la pantalla:

*** ANALISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES ***

- 1: Calcular la matriz de Covarianzas o de Correlaciones.
- 2: Calcular los Eigenvalores y Eigenvectores
- 3: Seleccionar los primeros r Componentes Principales.
- 4: Reproducción de los vectores de datos originales.
- 5: Finalizar esta sesión.

Oprime el número de la opción seleccionada:

En el apéndice 7.2 se presenta el listado completo del programa COMPRIN.

4. REGRESION LINEAL MULTIPLE (RLM)

4.1. Desarrollo matemático.

4.1.1. Enfoque matricial.

El análisis de regresión lineal es una herramienta matemática para tratar de explicar la dependencia de una variable, llamada variable dependiente, en función de otras variables, llamadas explicatorias. Al hacer ésto, se persigue generar un modelo matemático (una función de regresión) que explique el comportamiento de una población de datos, o bien, predecir el comportamiento de dicha población. En la mayoría de los casos, lo anterior debe hacerse a partir de una muestra de la población de datos en estudio, ya que resultaría muy difícil y costoso, cuando no imposible, contar con el total de la población.

La función de regresión de la cual se ha hablado se puede expresar simbólicamente como:

$$E\{Y/x_i\} = f(x_i) \quad i = 1, \dots, k$$

en donde $f(x_i)$ denota que $E\{Y/x_i\}$ es una función lineal de las variables explicatorias x_i , y puede ser representada de la siguiente manera:

$$E\{y_i/x_i\} = \beta_0 + \beta_1 x_{i,1} + \dots + \beta_k x_{i,k} + \mu_i$$

$i = 1, 2, 3, \dots, N$

La ecuación anterior se conoce como la función de regresión lineal poblacional con k variables, β_0 se conoce como el

intercepto y puede interpretarse como el valor promedio de todas las variables explicatorias no consideradas en la generación del modelo. β_1 a β_k como coeficientes (pendientes) de regresión parciales, y μ_i como perturbación estocástica.

La ecuación anterior es una expresión abreviada de un conjunto de ecuaciones simultáneas:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \beta_0 + \beta_1 x_{1,1} + \beta_2 x_{1,2} + \dots + \beta_k x_{1,k} + \mu_1 \\
 y_2 &= \beta_0 + \beta_1 x_{2,1} + \beta_2 x_{2,2} + \dots + \beta_k x_{2,k} + \mu_2 \\
 &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 y_N &= \beta_0 + \beta_1 x_{N,1} + \beta_2 x_{N,2} + \dots + \beta_k x_{N,k} + \mu_N
 \end{aligned}$$

Que a su vez se puede representar en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,k} \\ 1 & x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & x_{N,1} & x_{N,2} & \dots & x_{N,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_N \end{bmatrix}$$

La representación anterior recibe el nombre de representación matricial del modelo de regresión general de k variables, y se puede escribir en forma condensada de la siguiente manera:

$$Y = X \beta + \mu$$

donde Y es un vector columna de orden $(N,1)$ de observaciones de la variable dependiente y , X es una matriz de orden $(N,k+1)$, e indica N observaciones de las k variables, de x_1 a x_k . β es un vector columna de orden $(k+1,1)$ de los parámetros β_0 a β_k . μ es un vector columna de orden $(N,1)$ de las N perturbaciones μ_i .

Para que el modelo anterior funcione correctamente se deben cumplir los siguientes supuestos:

a) La esperanza matemática de μ_i debe ser cero ($E\{\mu_i\} = 0$) para cada valor de i .

b) La esperanza de $\mu_i \mu_j$ debe ser cero ($E\{\mu_i \mu_j\} = 0$) para toda i diferente de j , y debe ser σ^2 (una constante) para toda i igual a j , es decir, $E\{\mu_i \mu_j\} = \sigma^2 I$. Donde I es una matriz identidad de orden (N,N) y σ^2 es una constante que indica la covarianza entre μ_i y μ_j .

c) La matriz de observaciones X es no estocástica, esto es, consiste en un conjunto de números fijos.

d) No hay una relación lineal exacta entre las variables x , por lo que no existe multicolinealidad. Esto significa que el rango de X es $k+1$ (número de columnas en X) y $k+1$ debe ser

menor que N (número de observaciones).

En la práctica se debe calcular un vector β que es una estimación del verdadero β .

Para esto se puede escribir la fórmula de regresión muestral en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,k} \\ 1 & x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & x_{N,1} & x_{N,2} & \dots & x_{N,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_N \end{bmatrix}$$

o en forma condensada:

$$Y = X \beta + e$$

En este caso, β es un vector cuyos elementos β_j son las estimaciones de las β_j verdaderas de la población, y e es un vector columna de orden $(N,1)$ de los residuos (errores aleatorios).

Para encontrar el vector de estimaciones β se ha empleado el método de cuadrados mínimos ordinarios, el cual consiste en minimizar la suma de cuadrados de los residuos e :

$$\sum (e_i)^2 = \sum (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i,1} - \dots - \beta_k x_{i,k})^2$$

Derivando parcialmente con respecto a cada uno de los elementos del vector β se obtiene:

$$(\delta \Sigma(e_i)^2 / \delta \beta_0) = 2 \Sigma(Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i,1} - \dots - \beta_k x_{i,k})(-1)$$

$$(\delta \Sigma(e_i)^2 / \delta \beta_1) = 2 \Sigma(Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i,1} - \dots - \beta_k x_{i,k})(-x_{i,1})$$

$$(\delta \Sigma(e_i)^2 / \delta \beta_k) = 2 \Sigma(Y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{i,1} - \dots - \beta_k x_{i,k})(-x_{i,k})$$

Al igualar a cero, se reordenan términos, y el resultado expresado en forma matricial es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} N & \Sigma x_{i,1} & \Sigma x_{i,2} & \dots & \Sigma x_{i,k} \\ \Sigma x_{i,1} & \Sigma (x_{i,1})^2 & \Sigma x_{i,1} x_{i,2} & \dots & \Sigma x_{i,1} x_{i,k} \\ \Sigma x_{i,2} & \Sigma x_{i,2} x_{i,1} & \Sigma (x_{i,2})^2 & \dots & \Sigma x_{i,2} x_{i,k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Sigma x_{i,k} & \Sigma x_{i,k} x_{i,1} & \Sigma x_{i,k} x_{i,2} & \dots & \Sigma (x_{i,k})^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_k \end{bmatrix} = X' Y$$

o simplemente

$$(X' X) \beta = X' Y$$

en donde la incógnita es el vector β .

Si la inversa de $(X' X)$ existe, denotada por $(X' X)^{-1}$ entonces:

$$(X' X)^{-1} (X' X) \beta = (X' X)^{-1} X' Y$$

sabiendo que $(X' X)^{-1} (X' X) = I$ de orden $(k+1, k+1)$

$$I \beta = (X' X)^{-1} X' Y$$

y finalmente
$$\beta = (X' X)^{-1} X' Y$$

Es relevante comentar que los estimadores de cuadrados mínimos ordinarios son los mejores estimadores lineales insesgados y eficientes. Por lo que la esperanza de cada β_j estimada ($E\{\beta_j\}$) es igual al verdadero β_j de la población de datos en estudio y tiene varianza mínima.

Además de calcular el vector de β estimadas se debe calcular el valor del coeficiente de determinación múltiple, denominado R^2 , ya que éste nos da la proporción de varianza total en la variable dependiente Y explicada conjuntamente por las variables explicatorias.

Si está definida la suma total de cuadrados (STC) como la variación total de Y con respecto a su media muestral, representada por $STC = \sum (y_i \text{ medido en la muestra} - \text{media de los } y_i \text{ medidos en la muestra})^2$. Y la suma de cuadrados debida a la regresión (debida a las variables explicatorias), también llamada simplemente suma explicada de cuadrados (SEC), como la variación de los valores estimados de y_i con respecto a su media, representada por $SEC = \sum (y_i \text{ estimado con el modelo de regresión} - \text{media de los } y_i \text{ estimados})^2$. Y finalmente la suma residual de cuadrados como $SRC = \sum (e_i)^2$. Cabe recordar que por ser

insesgada la media de los y_i medidos en la muestra es la misma que la media de los y_i calculados empleando el modelo de regresión.

Se obtendrá, por lo tanto la siguiente fórmula:

$$STC = SEC + SRC$$

Y el R^2 se define como:

$$R^2 = SEC / STC$$

En forma matricial:

si \bar{y} representa a la media de Y

$$R^2 = (B'X Y - N \bar{y}^2) / (Y'Y - N \bar{y}^2)$$

donde:

N = tamaño de la muestra

$$\bar{y} = \Sigma y_i / N$$

$$\begin{aligned} STC &= \Sigma (y_i - \bar{y})^2 \\ &= \Sigma (y_i)^2 - 2 \bar{y} \Sigma y_i + \Sigma y^2 \\ &= \Sigma (y_i)^2 - 2 N \bar{y}^2 + \Sigma y^2 \\ &= \Sigma (y_i)^2 - N \bar{y}^2 \\ &= Y' Y - N \bar{y}^2 \end{aligned}$$

$$e = Y - X \beta$$

$$\beta = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$SRC = \sum (e_i)$$

$$= e' e$$

$$= (Y - X \beta)' (Y - X \beta)$$

$$= Y'Y - 2 \beta'X'Y + \beta'X'X \beta$$

$$= Y'Y - 2 \beta'X'Y + \beta'X'X (X'X)^{-1} X'Y$$

$$= Y'Y - \beta'X'Y$$

$$SEC = STC - SRC$$

$$= STC - \sum (e_i)^2$$

$$= Y'Y - N y^2 - Y'Y + \beta'X'Y$$

$$= \beta'X'Y - N y^2$$

Si se está aplicando el análisis de regresión con fines de predicción, se deben perseguir R^2 grandes, ya que se asocian con mejores predicciones.

4.1.2. Modelos lineales de probabilidad.

En este tipo de modelos la variable dependiente sólo puede tomar uno de dos valores posibles, y se tomarán por conveniencia

al 0 y al 1 como dichos valores.

A estos modelos se les llama también modelos lineales de probabilidad ya que la esperanza de y_i dadas las variables explicatorias x_i ($E\{y_i/x_i\}$) puede interpretarse como la probabilidad condicional de que el evento ocurra dadas x_i : es decir $P\{y_i = 1 / x_i\}$. Suponiendo que se asigna, a la variable dependiente, 1 cuando el evento ocurre y 0 cuando no ocurre.

Designando por P_i la probabilidad de que el evento ocurra (es decir, de que $y_i = 1$), y por $1-p_i$ la probabilidad de que el evento no ocurra (es decir, de que $y_i = 0$).

Dado que P_i debe estar entre 0 y 1 se debe aceptar la siguiente restricción:

$$0 \leq E\{y_i/x_i\} \leq 1$$

Pero el principal problema de los modelos lineales de probabilidad es que en la práctica no es posible asegurar que, con el método de cuadrados mínimos ordinarios, los estimadores de y_i cumplan esta restricción. Aunque se han desarrollado métodos para asegurar que los estimados caigan en el intervalo 0 a 1 lo más generalizado es adoptar el criterio de que si el valor estimado es menor de cero entonces se considera cero, y si es mayor de 1 se acepta como 1.

Las estimaciones de β para estos modelos siguen siendo insesgadas pero no son eficientes, esto es, no tienen varianza mínima. Esto se debe a que los errores e_i no están

distribuidos con la misma varianza, se dice que existe heteroscedasticidad en los errores.

4.2. Elaboración de un programa computacional.

El programa REGRES fue desarrollado, al igual que todos los programas que aquí se presentan, en el lenguaje Pascal.

Para su elaboración se siguió el método matemático desarrollado en el capítulo de enfoque matricial de la regresión lineal múltiple.

Los datos con que se ha de llevar a cabo la regresión pueden ser tecleados interactivamente o bien estar previamente almacenados en un archivo de datos en disco. Este archivo puede ser creado con cualquier editor de texto, o un procesador de palabras que almacene en código ASCII.

Aunque se pudo haber empleado alguno de los paquetes comerciales de procesamiento estadístico y automatizado de datos (por ejemplo SPSS), se prefirió evitar las complicaciones de utilizar uno de ellos y desarrollar este sencillo programa, que por ser exclusivamente para regresión lineal múltiple, nos da muy buen desempeño en cuanto a rapidez y capacidad de manejo de datos.

El programa sirve para calcular un vector de coeficientes de regresión a partir de una matriz de datos de observaciones de las variables explicatorias y de un vector de valores de una variable

dependiente asociada a dichas variables explicatorias. O bien puede servir para calcular predicciones de la variable dependiente en base a valores conocidos de las variables explicatorias.

Al ser ejecutado, el programa presenta las siguientes preguntas, que en el caso de nuestro ejemplo fueron respondidas de la siguiente manera:

[R]egresión o [P]redicción	? R
Datos por [T]eclado o por [D]isco	? D
Nombre completo del Archivo	? REGNYDP3.DA6
Resultados en impresora [S/N]	? S

Los datos deben estar en un archivo de texto, con un dato por renglón. Los primeros N valores deben ser los valores de la variable dependiente. Los siguientes k datos deben ser los valores de las variables explicatorias para la primera Y; y así sucesivamente hasta completar todas las Y.

Orden del vector Y (max = 100)	? 18
Variables explicatorias (max = 20)	? 6

Después de unos momentos el programa imprime los resultados que se muestran en la tabla siguiente:

*** REGRESION LINEAL MULTIPLE *** , para el archivo REGNYDP3.da6

Coeficientes de regresión:

B(0)= 2.97612186E-01	err. std= 1.54307700E-01	t= 1.9287
B(1)= 4.14980256E-03	err. std= 1.76777667E-03	t= 2.3475
B(2)=-3.72361184E-03	err. std= 5.50182005E-03	t=-0.6768
B(3)= 2.20029554E-03	err. std= 6.13968641E-03	t= 0.3584
B(4)=-2.16113857E-03	err. std= 8.16032743E-03	t=-0.2648
B(5)= 5.97755083E-03	err. std= 1.02360317E-02	t= 0.5840
B(6)=-1.05498341E-02	err. std= 1.04138479E-02	t=-1.0131

Coefficiente de determinación:

R2 = 4.06516275E-01

F de R2= 1.2558

R2 ajust= 8.27978806E-02

Grados de libertad:

gl para las t = 11

gl del numerador para calcular F = 6

gl del denominador para calcular F = 11

Varianza Homoscedástica:

SIGMA2 = 2.42788796E-01

Al elegir predicción en lugar de regresión las preguntas son las siguientes:

[R]regresión o [P]predicción	? P
Datos por [T]teclado o por [D]disco	? D
Nombre completo del Archivo	? PRENYDP3.DA6
Resultados en impresora [S/N]	? S

Los datos deben estar en un archivo de texto, con un dato por renglón. Los primeros k datos deben ser los valores de los coeficientes de regresión (BETAS). El intercepto (β_0) debe aparecer aunque valga cero. Los siguientes k-1 datos deben ser los valores de las variables explicatorias con las que se desea hacer la primera predicción, y así sucesivamente para todas las N predicciones.

Número de variables explicatorias	? 6
Número de predicciones a realizar	? 18

Después de unos momentos el programa imprime los resultados que se muestran en la tabla siguiente.

SUJETO	PREDICCION
1	0.7191
2	0.6826
3	0.8398
4	0.7971
5	0.8861
6	0.5582
7	0.7690
8	0.5045
9	0.5829
10	0.5966
11	0.7637
12	0.4999
13	-0.2633
14	0.0185
15	0.4669
16	0.1625
17	-0.0494
18	0.4552

El listado completo del programa REGRES se incluye en el apéndice 7.3.

5. UNA APLICACION DE LOS METODOS DE COMPONENTES PRINCIPALES Y REGRESION LINEAL MULTIPLE EN PSICOFISIOLOGIA.

5.1. Introducción.

La técnica de potenciales evocados ha resultado muy útil en el estudio de las funciones cerebrales y su relación con procesos cognitivos complejos, dentro del área de la Psicofisiología.

La variación negativa contingente (VNC) comprende un potencial lento negativo que se desarrolla en el intervalo entre dos estímulos sucesivos, el segundo de los cuales requiere de una respuesta motora o del procesamiento cognoscitivo. La VNC consta de dos componentes principales: el potencial temprano ha sido asociado a una respuesta de orientación y alcanza su máximo entre los 400 y 700 mseg después del primer estímulo; y el componente tardío, el cual se considera que refleja la expectativa a la presentación del segundo estímulo, o la preparación para la respuesta motora. (Harmony y Alcaraz, 1987).

Se ha observado que la amplitud del VNC es menor en niños que tienen problemas de dislexia, lo cual se ha interpretado como que en estos niños hay una disfunción en el proceso de la atención o una dificultad en la integración de la información auditiva y visual y en la organización motora. (Cohen, 1980).

La dislexia se ha definido como un desorden manifestado por la incapacidad para aprender a leer, a pesar de haber tenido una enseñanza satisfactoria, una inteligencia normal, una situación

socioeconómica favorable, y por lo tanto, tiene su origen en problemas cognitivos que frecuentemente tienen naturaleza orgánica. (Critchey, M., 1970).

En este trabajo se pretende estudiar, en forma automatizada, la existencia de diferencias entre los niños normales y los disléxicos en la amplitud del VNC, con el objeto de poder tener un método de diagnóstico más objetivo que los que se han empleado hasta ahora en la detección de este tipo de problemas, como lo son varios tipos de pruebas psicológicas.

5.2. Método.

a) Sujetos.

Se registraron 18 niños del sexo masculino, 9 normales y 9 clasificados como disléxicos, mediante evaluación psicológica, con un rango de edad entre los 9 y 13 años.

b) Procedimiento.

El sujeto se sentó en una silla frente a la pantalla de una computadora en la que se presentaban estímulos visuales. Se le presentó a cada sujeto un total de 80 estímulos, separados en dos series de 40 estímulos cada una (20 tonos o estímulos auditivos y 20 destellos luminosos o estímulos visuales).

El primer estímulo (tono) es el estímulo que anticipa la aparición del segundo estímulo (destello). Se presentaron pares de estímulos (tono-destello), separados por un intervalo de

tiempo variable de 1 a 3 segundos. La duración del estímulo visual era de 50 mseg. El sujeto debía apretar una tecla de la computadora cada vez que veía el estímulo. Se tomó el tiempo de reacción para cada estímulo.

Se registró el EEG monopolarmente, en el área de Wernicke, en la zona parietal izquierda (P3), que es el área de comprensión del lenguaje) de acuerdo al sistema internacional 10-20 (Ver fig. 5.1).

Las señales fueron muestreadas a través de un convertidor analógico/digital, constando cada señal de 128 puntos con un intervalo entre un punto y otro de 8 mseg y fueron grabadas en una computadora tipo PC para su análisis posterior (ver fig 5.2).

c) Análisis de la señal.

De las 40 señales registradas para cada sujeto fueron promediadas 20 de ellas que se encontraban libres de artefactos y se obtuvo así un potencial (VNC) promedio por sujeto. Este potencial promedio fue dividido en dos segmentos, cada uno con 64 puntos (512 mseg). Se eliminó el primer segmento debido a que era el PE ante el tono.

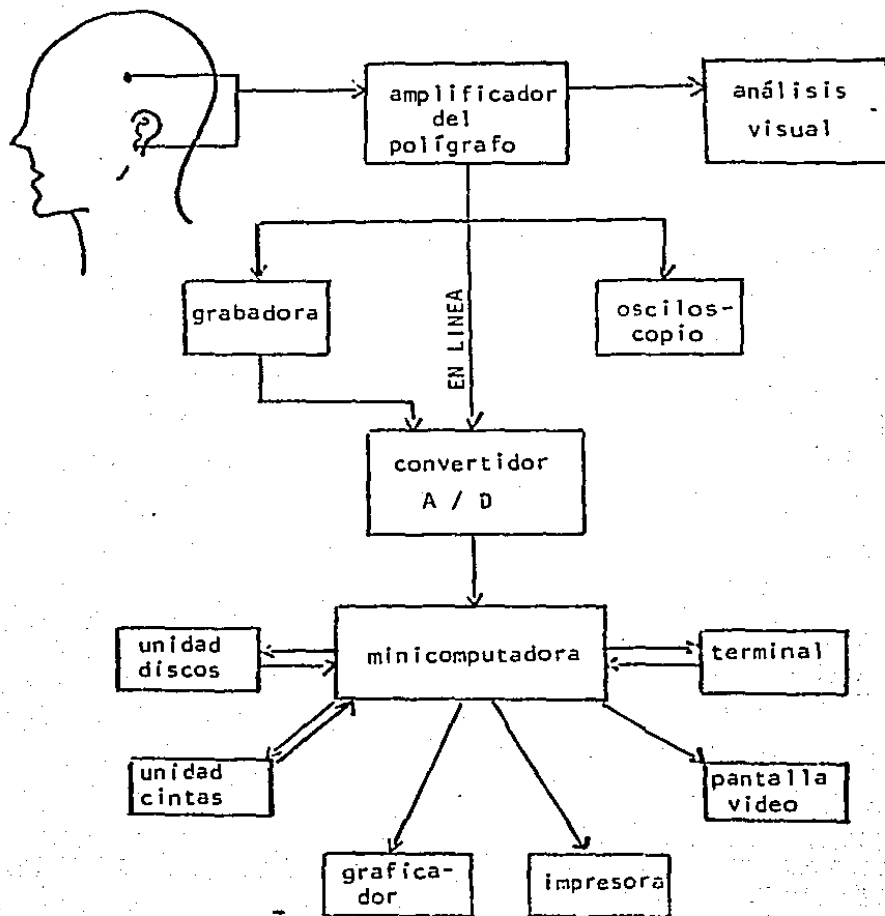


FIG. 5.] Diagrama del registro y análisis de la señal de EEG.

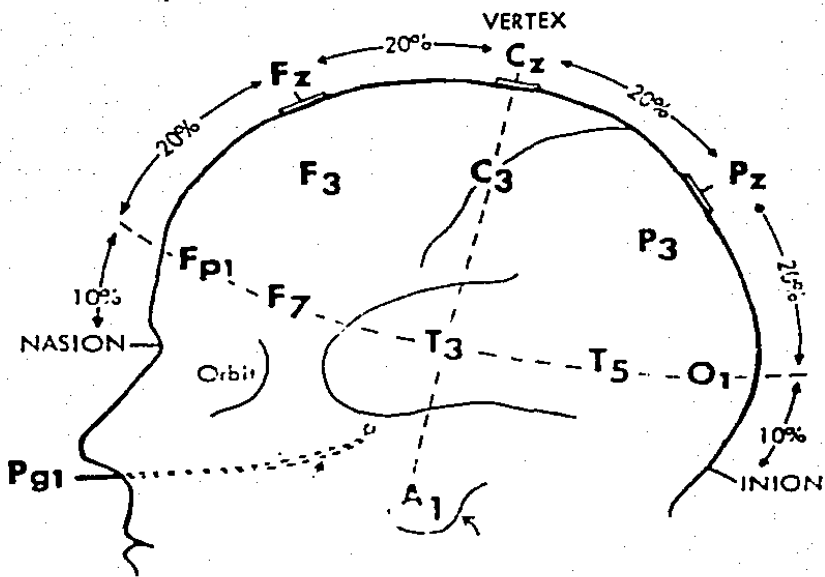


Fig. 5.2 Sistema internacional 10-20 para la colocación de electrodos de registro de EEG.

d) Análisis Estadístico.

Los PE promedio de los 18 sujetos fueron sometidos a un análisis de Componentes Principales (CP), con el objeto de reducir el número de variables a analizar y ver si existen patrones de respuestas electroencefalográficas que sean diferentes en los niños disléxicos con respecto a los niños normales.

Se realizó un análisis de varianza de un factor (normales-disléxicos), completamente aleatorizado con el objeto de ver si existían diferencias significativas en los componentes principales de los dos grupos de sujetos.

Se hizo un análisis de regresión lineal múltiple con el objeto de hacer un modelo que permita discriminar entre niños normales y disléxicos. Este modelo se construyó a partir de las amplitudes de los 6 primeros componentes principales ("component score") que se obtuvieron con el análisis de CP, por lo que se tenía una muestra de 9 niños normales y una de 9 niños previamente clasificados como disléxicos.

5.3. Ejemplificación numérica y gráfica.

Se tiene una matriz de datos X, formada con los potenciales evocados promedio de 18 sujetos, 9 normales y 9 disléxicos, con 64 observaciones por potencial promedio, esto puede ser representado como:

(Tabla 5.1. cont.)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
5.34	5.63	-3.23	16.13	18.57	28.89	7.95	-3.32	0.00	5.98	5.84	5.03	-16.93	-7.39	1.40	5.10	5.31	0.26
5.34	3.63	-2.23	17.13	20.57	25.89	8.95	-4.32	-2.00	5.98	8.84	0.03	-18.93	-6.39	4.40	1.10	9.31	2.26
6.34	3.63	0.77	17.13	18.57	20.89	7.95	-6.32	-2.00	3.98	8.84	-4.97	-17.93	-9.39	2.40	-0.90	11.31	-0.74
8.34	2.63	5.77	18.13	19.57	14.89	8.95	-7.32	-2.00	7.98	12.84	-3.97	-16.93	-12.39	-0.60	-1.90	8.31	2.26
3.34	3.63	8.77	16.13	16.57	8.89	10.95	-3.32	2.00	9.98	9.84	2.03	-14.93	-15.39	1.40	-2.90	5.31	4.26
1.34	1.63	10.77	14.13	15.57	3.89	10.95	1.68	7.00	11.98	8.84	3.03	-13.93	-15.39	-2.60	-1.90	6.31	9.26
4.34	4.63	10.77	14.13	16.57	2.89	11.95	3.68	9.00	11.98	6.84	4.03	-14.93	-15.39	1.40	0.10	7.31	13.26
11.34	4.63	9.77	14.13	16.57	2.89	13.95	3.68	12.00	8.98	9.84	-0.97	-13.93	-14.39	-0.60	1.10	7.31	15.26
14.34	5.63	8.77	14.13	17.57	2.89	11.95	1.68	12.00	10.98	11.84	-4.97	-11.93	-11.39	5.40	1.10	6.31	16.26
8.34	4.63	6.77	15.13	18.57	6.89	9.95	2.69	10.00	10.98	6.84	-8.97	-9.93	-7.39	8.40	2.10	6.31	15.26
7.34	-0.37	7.77	16.13	14.57	10.89	8.95	2.68	8.00	11.98	8.84	-8.97	-11.93	-1.39	6.40	2.10	6.31	13.26
3.34	1.63	6.77	18.13	13.57	15.89	8.95	3.68	6.00	9.98	2.84	-3.97	-13.93	-0.39	6.40	3.10	5.31	8.26
5.34	1.63	6.77	21.13	12.57	15.89	8.95	-2.32	4.00	5.98	4.84	-5.97	-15.93	1.61	5.40	4.10	2.31	4.26
7.34	0.63	7.77	23.13	13.57	12.89	8.95	-5.32	4.00	4.98	3.84	-2.97	-15.93	-1.39	5.40	6.10	0.31	1.26
2.34	-0.37	7.77	24.13	13.57	8.89	7.95	-2.32	1.00	6.98	2.84	-7.97	-15.93	-7.39	6.40	6.10	-2.69	1.26
4.34	-0.37	7.77	19.13	9.57	6.89	6.95	3.68	2.00	5.98	3.84	-4.97	-18.93	-7.39	7.40	6.10	-3.69	1.26
4.34	-1.37	9.77	12.13	4.57	9.89	6.95	8.68	5.00	6.98	2.84	-7.97	-22.93	-8.39	5.40	6.10	-5.69	0.26
6.34	-3.37	10.77	9.13	5.57	9.89	7.95	6.68	7.00	7.98	4.84	-2.97	-25.93	-8.39	5.40	7.10	-7.69	1.26
6.34	-1.37	10.77	7.13	5.57	10.89	5.95	5.68	6.00	5.98	7.84	-2.97	-28.93	-9.39	5.40	7.10	-7.69	2.26
8.34	-1.37	11.77	4.13	6.57	12.89	4.95	1.68	6.00	4.98	11.84	-5.97	-28.93	-12.39	4.40	5.10	-5.69	2.26
9.34	2.63	13.77	3.13	9.57	9.89	5.95	5.68	5.00	2.98	12.84	-3.97	-24.93	-8.39	7.40	4.10	-8.69	6.26
9.34	5.63	17.77	5.13	6.57	10.89	6.95	7.68	4.00	-0.02	15.84	-11.97	-24.93	-5.39	6.40	3.10	-13.69	8.26
12.34	8.63	19.77	7.13	2.57	15.89	8.95	9.68	7.00	2.98	15.84	-4.97	-26.93	-5.39	7.40	4.10	-8.69	7.26
13.34	10.63	21.77	8.13	-0.43	13.89	9.95	4.68	9.00	1.98	14.84	3.03	-25.93	-3.39	7.40	3.10	-6.69	7.26
11.34	11.63	22.77	8.13	3.57	12.89	10.95	1.68	12.00	-1.02	15.84	14.03	-19.93	-0.39	6.40	1.10	-4.69	3.26
10.34	12.63	21.77	8.13	8.57	12.89	11.95	2.68	10.00	-1.02	15.84	13.03	-16.93	0.61	4.40	0.10	-5.69	3.26
10.34	15.63	18.77	7.13	10.57	9.89	13.95	1.68	10.00	2.98	14.84	11.03	-16.93	-2.39	3.40	-2.90	-4.69	1.26
11.34	15.63	15.77	8.13	11.57	10.89	14.95	6.68	10.00	8.98	15.84	1.03	-17.93	-2.39	4.40	-2.90	-4.69	2.26
9.34	13.63	15.77	12.13	11.57	11.89	14.95	7.68	12.00	11.98	12.84	-3.97	-17.93	-7.39	3.40	0.10	-5.69	-0.74
8.34	11.63	14.77	13.13	12.57	8.89	14.95	1.68	11.00	10.98	13.84	-12.97	-20.93	-7.39	5.40	-0.90	-3.69	3.26
5.34	12.63	13.77	12.13	14.57	11.89	14.95	0.68	8.00	9.98	13.84	-15.97	-27.93	-12.39	7.40	-3.90	-1.69	5.26
6.34	12.63	13.77	11.13	15.57	14.89	13.95	-0.32	9.00	11.98	15.84	-11.97	-30.93	-10.39	8.40	-1.90	0.31	7.26
7.34	15.63	13.77	10.13	12.57	13.89	13.95	0.68	6.00	14.98	12.84	-7.97	-29.93	-5.39	8.40	-0.90	1.31	6.26

De esta matriz de datos se obtiene su matriz de covarianza de orden 64. Y a ésta se le aplica el análisis de CP para obtener sus 64 eigenvalores y 64 eigenvectores. Las figuras 5.3 a 5.8 muestran de manera gráfica a los primeros 6 eigenvectores (componentes principales).

De los 64 eigenvectores obtenidos se retienen los 6 primeros, que explican el 94.14% de la varianza total de los datos (Tabla 5.2), y con éstos se calcula una nueva matriz de datos de 18 sujetos con sólo 6 variables por sujeto. Esta nueva matriz es la representada en la tabla 5.3 y se puede expresar como:

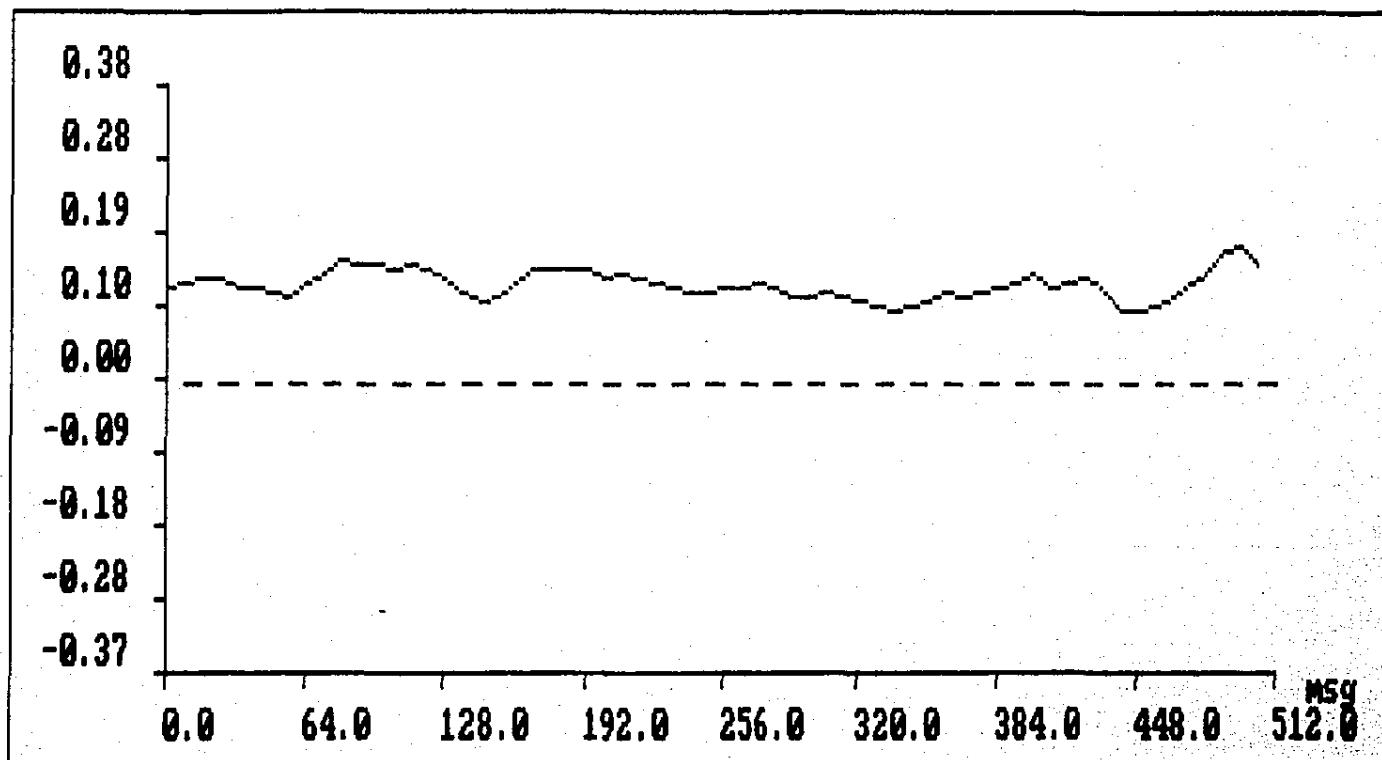
$$Y = \begin{bmatrix} y_{1,1} & \dots & y_{1,18} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{6,1} & \dots & y_{6,18} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \dots \\ \dots \\ Y_6 \end{bmatrix}$$

Tabla 5.2. Porcentaje de varianza explicada por los primeros 16 componentes principales de la muestra de 18 sujetos.

Componente número	% Varianza Explicada	% Varianza Acumulada
1	72.88	72.88
2	7.52	80.40
3	6.04	86.44
4	3.42	89.86
5	2.17	92.04
6	2.10	94.14
7	1.61	95.75
8	1.03	96.78
9	0.89	97.66
10	0.60	98.26
11	0.53	98.79
12	0.38	99.17
13	0.29	99.46
14	0.21	99.66
15	0.15	99.81
16	0.12	99.93

Tabla 5.3. Amplitudes de los primeros 6 componentes principales para los 18 sujetos (Y1...Y6).

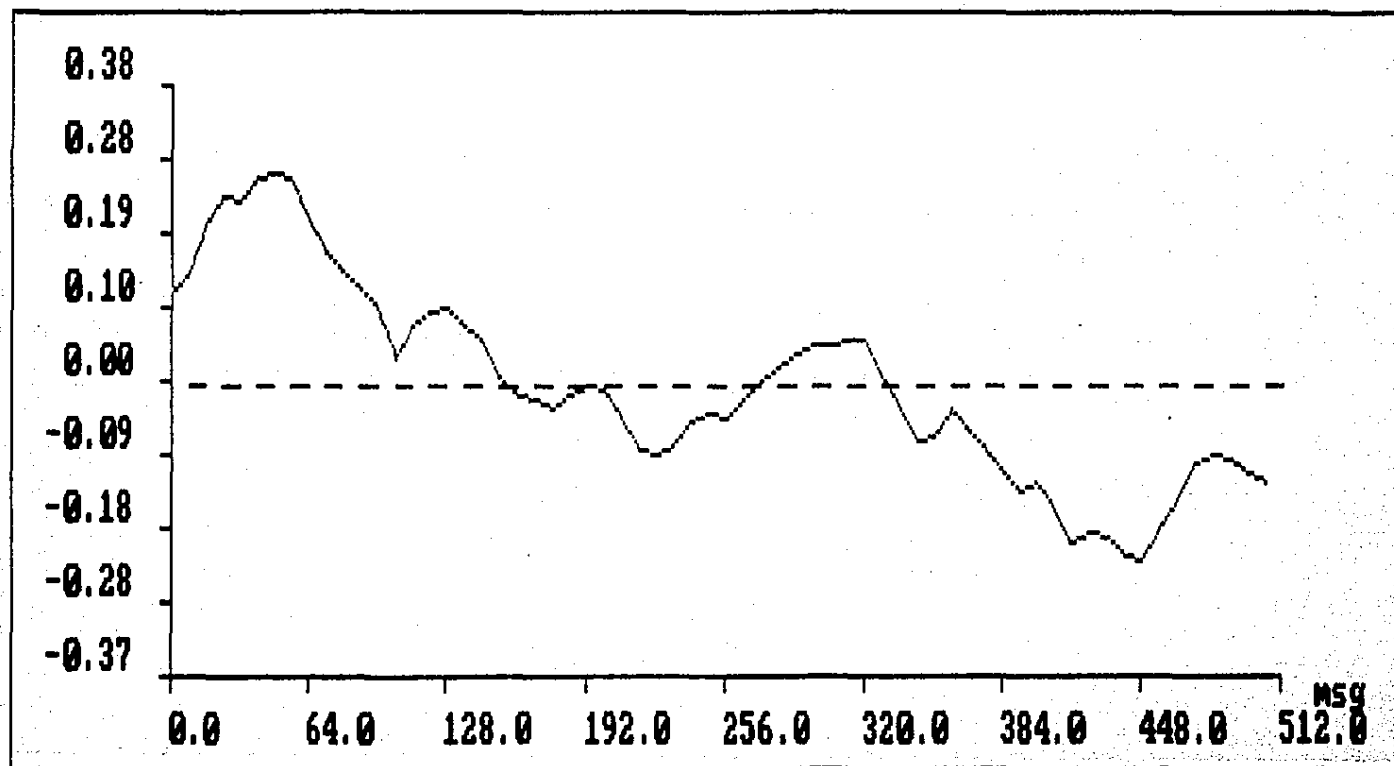
	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆
1)	71.12	19.24	19.41	-21.57	54.94	2.20
2)	54.94	2.20	11.42	-13.39	75.58	-13.72
3)	75.58	-13.72	31.27	-10.01	121.95	19.88
4)	121.95	19.88	-27.91	8.71	91.60	-9.69
5)	91.60	-9.69	-38.77	12.17	112.19	4.71
6)	112.19	4.71	-26.19	-33.31	75.77	-4.08
7)	75.77	-4.08	2.75	0.91	19.18	-2.21
8)	19.18	-2.21	15.65	-0.93	63.36	9.58
9)	63.36	9.58	17.12	-3.83	93.68	40.24
10)	93.68	40.24	1.89	1.22	77.15	-14.38
11)	77.15	-14.38	11.45	-2.50	-17.62	-2.79
12)	-17.62	-2.79	-22.55	-45.53	-133.61	49.24
13)	-133.61	49.24	-0.78	-3.63	-94.92	-42.65
14)	-94.92	-42.65	-6.30	6.71	43.01	6.71
15)	43.01	6.71	8.70	-6.07	21.41	-3.44
16)	21.41	-3.44	-9.16	1.14	-3.34	26.83
17)	-3.34	26.83	-20.69	0.71	55.14	25.90
18)	55.14	25.90	13.83	2.47	2.93	1.64



eignydp3.da6 Segmento 1 Num. de Datos 64 Media 0.01

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ?

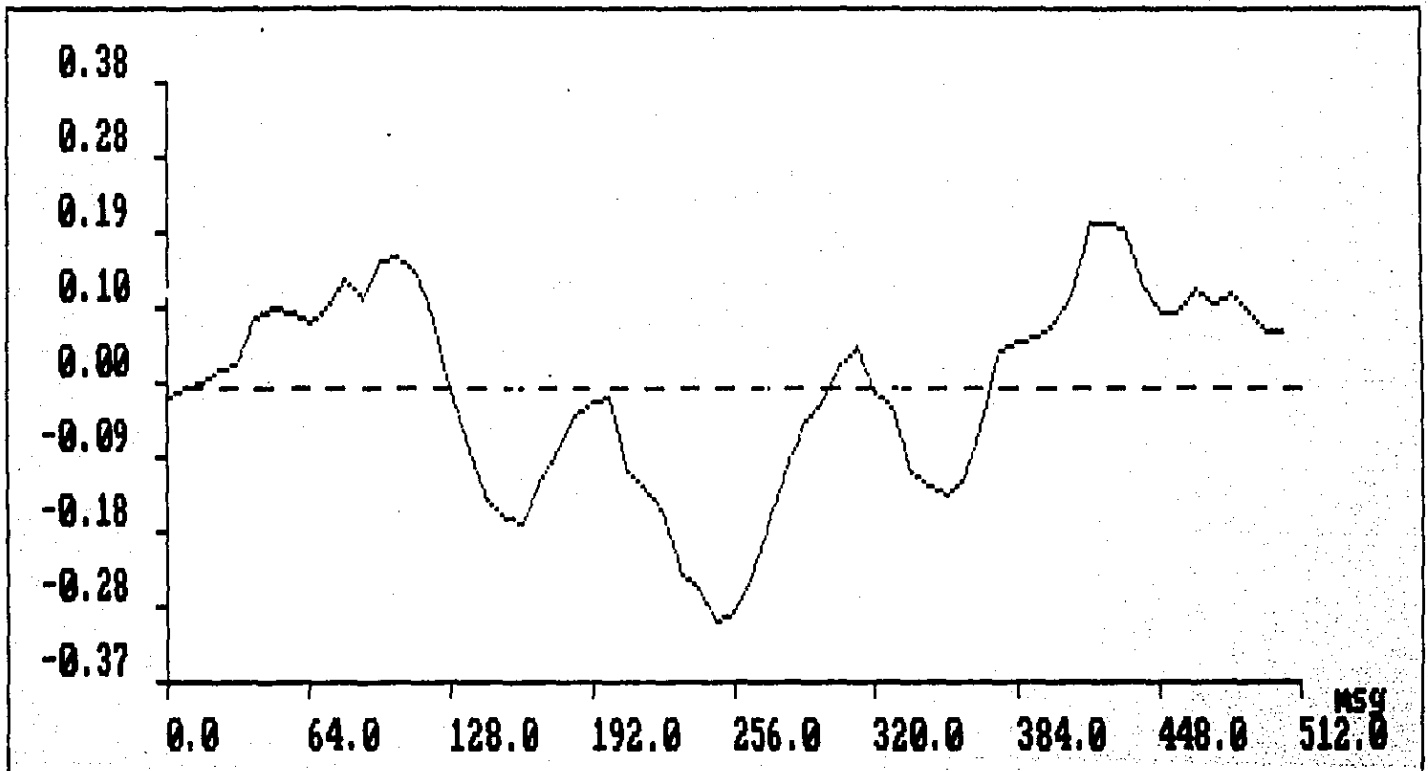
Fig. 5.3 Primer Componente Principal de los PE del grupo de niños normales y disléxicos.



eignydp3.da6 Segmento 2 Num. de Datos 64 Media 0.01

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

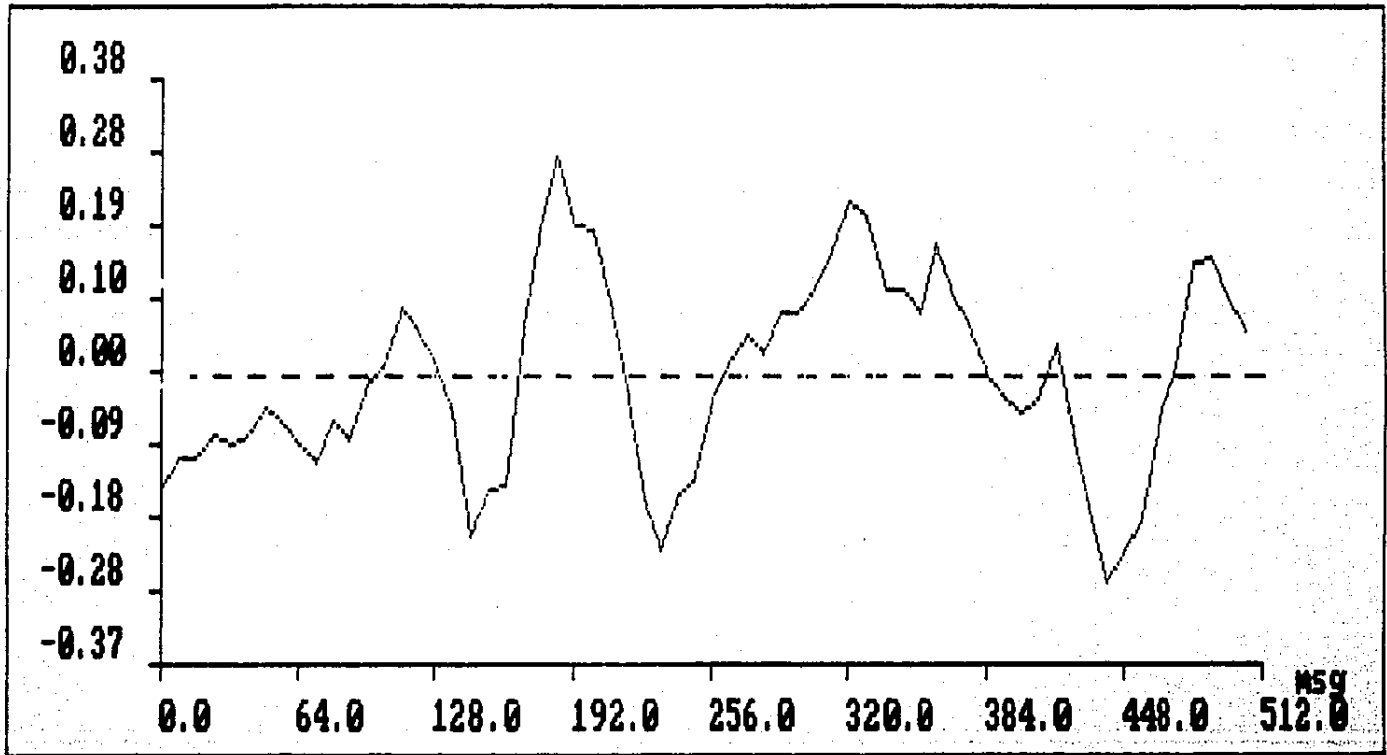
Fig. 5.4 Segundo Componente Principal de los PE del grupo de niños normales y disléxicos.



eignydp3.da6 Segmento 3 Num. de Datos 64 Media 0.01

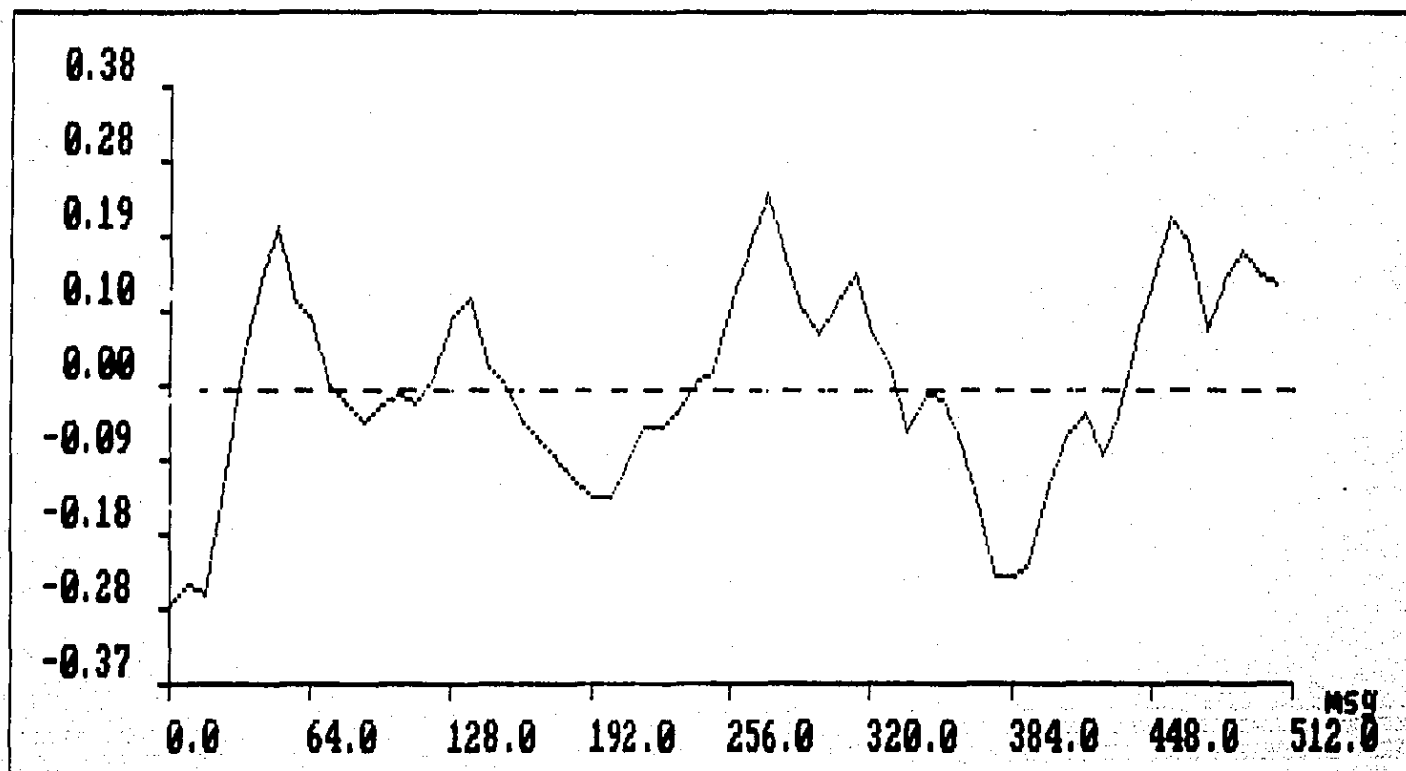
[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

Fig. 5.5 Tercer Componente Principal de los PE del grupo de niños normales y disléxicos.



[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

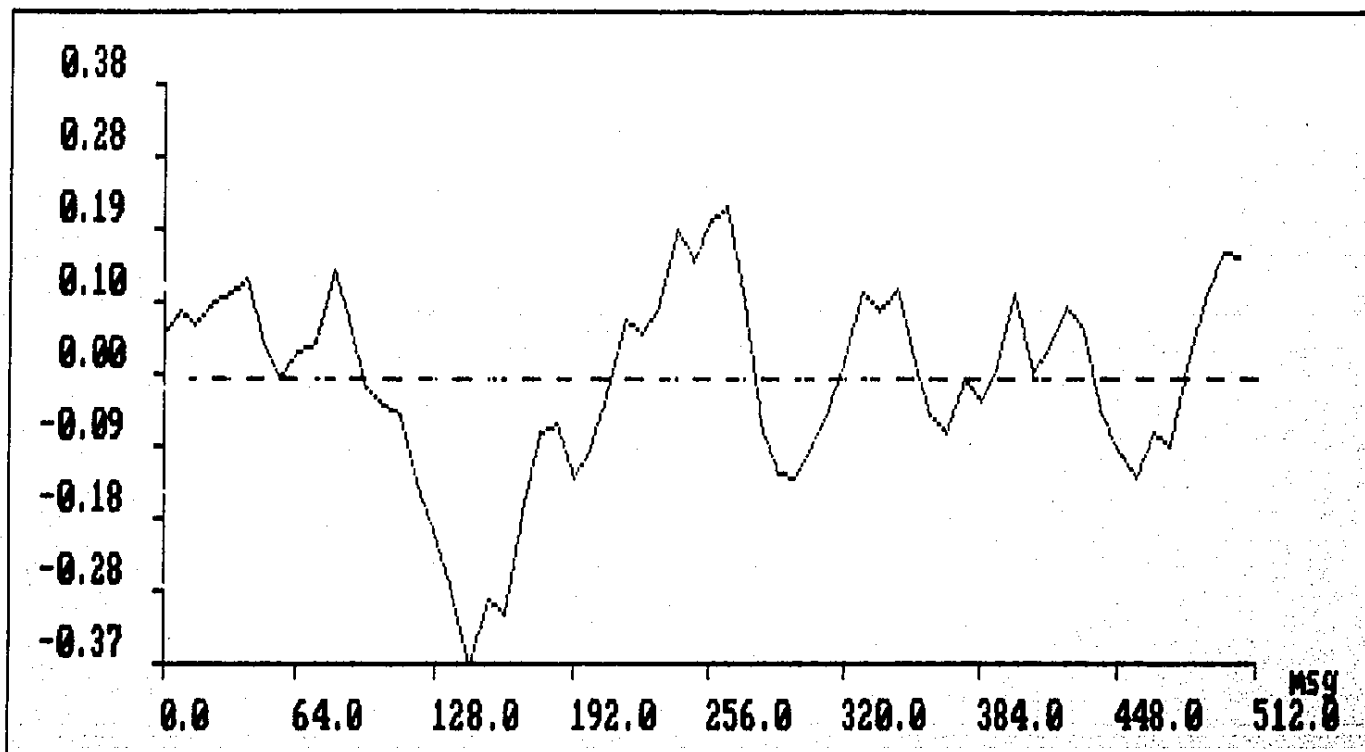
Fig. 5.6 Cuarto Componente Principal de los PE del grupo de niños normales y disléxico.



eignydp3.da6 Segmento 5 Num. de Datos 64 Media 0.01

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

Fig. 5.7 Quinto Componente Principal de los PE del grupo de niños normales y disléxicos.



eignydp3.da6 Segmento 6 Num. de Datos 64 Media 0.01

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

Fig. 5.18 Sexto Componente Principal de los PE del grupo de niños normales y disléxicos.

Y se tiene también una matriz α , que contiene a los primeros 6 componentes principales (eigenvectores), esta matriz está dada en la tabla 5.4.

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \dots & \alpha_{1,r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{64,1} & \dots & \alpha_{64,r} \end{bmatrix}$$

Tabla 5.4. Primeros 6 eigenvectores de covnydp3.dat

α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
0.12	0.11	-0.02	-0.15	-0.27	0.06
0.12	0.15	-0.00	-0.11	-0.25	0.08
0.13	0.20	0.00	-0.11	-0.26	0.07
0.13	0.24	0.02	-0.08	-0.12	0.10
0.12	0.23	0.03	-0.09	0.02	0.11
0.12	0.26	0.08	-0.08	0.12	0.13
0.12	0.26	0.09	-0.04	0.20	0.04
0.11	0.26	0.09	-0.06	0.11	-0.00
0.13	0.21	0.08	-0.09	0.08	0.03
0.14	0.17	0.10	-0.12	0.00	0.05
0.15	0.14	0.13	-0.06	-0.02	0.14
0.15	0.12	0.11	-0.09	-0.04	0.07
0.15	0.09	0.15	-0.02	-0.02	-0.02
0.14	0.03	0.16	0.01	-0.01	-0.04
0.15	0.07	0.14	0.08	-0.02	-0.05
0.14	0.09	0.09	0.06	0.02	-0.14
0.13	0.10	-0.01	0.01	0.09	-0.21
0.12	0.08	-0.07	-0.05	0.11	-0.28
0.10	0.05	-0.14	-0.21	0.03	-0.37
0.11	0.01	-0.17	-0.15	0.00	-0.29
0.13	-0.02	-0.17	-0.14	-0.04	-0.31
0.14	-0.02	-0.12	0.06	-0.07	-0.18
0.14	-0.03	-0.09	0.19	-0.09	-0.07
0.15	-0.02	-0.04	0.28	-0.12	-0.06
0.14	-0.00	-0.02	0.19	-0.14	-0.13
0.13	-0.01	-0.01	0.18	-0.14	-0.09
0.14	-0.04	-0.11	0.08	-0.10	-0.01
0.13	-0.08	-0.13	-0.03	-0.05	0.07
0.13	-0.09	-0.16	-0.16	-0.05	0.06

0.12 -0.08 -0.23 -0.22 -0.03 0.10

(tabla 5.4. cont.)

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
0.12	-0.05	-0.25	-0.16	0.01	0.19	
0.11	-0.04	-0.30	-0.13	0.02	0.15	
0.12	-0.04	-0.29	-0.03	0.11	0.20	
0.12	-0.02	-0.24	0.02	0.18	0.22	
0.13	0.00	-0.17	0.05	0.24	0.10	
0.12	0.02	-0.11	0.02	0.17	-0.06	
0.11	0.04	-0.05	0.08	0.10	-0.12	
0.11	0.05	-0.02	0.08	0.07	-0.13	
0.11	0.05	0.03	0.12	0.11	-0.08	
0.11	0.06	0.05	0.16	0.14	-0.04	
0.10	0.05	-0.01	0.22	0.07	0.03	
0.10	0.01	-0.03	0.20	0.03	0.11	
0.09	-0.03	-0.11	0.11	-0.05	0.09	
0.10	-0.07	-0.12	0.11	-0.01	0.11	
0.10	-0.07	-0.14	0.08	-0.01	0.02	
0.11	-0.03	-0.11	0.17	-0.07	-0.05	
0.11	-0.06	-0.04	0.10	-0.15	-0.07	
0.11	-0.08	0.04	0.06	-0.24	-0.00	
0.12	-0.11	0.05	-0.00	-0.24	-0.03	
0.13	-0.14	0.06	-0.03	-0.22	0.01	
0.13	-0.13	0.08	-0.05	-0.12	0.11	
0.12	-0.16	0.12	-0.03	-0.06	0.01	
0.13	-0.20	0.20	0.04	-0.03	0.04	
0.13	-0.19	0.20	-0.09	-0.08	0.09	
0.12	-0.19	0.20	-0.18	-0.03	0.06	
0.09	-0.22	0.13	-0.27	0.07	-0.05	
0.09	-0.22	0.09	-0.22	0.14	-0.10	
0.09	-0.18	0.09	-0.19	0.21	-0.13	
0.11	-0.15	0.12	-0.05	0.18	-0.07	
0.13	-0.10	0.10	0.01	0.07	-0.09	
0.14	-0.09	0.11	0.14	0.14	0.03	
0.17	-0.09	0.09	0.15	0.17	0.11	
0.17	-0.12	0.06	0.10	0.15	0.16	
0.15	-0.12	0.07	0.06	0.13	0.16	

A partir de las matrices de resultados obtenidas, α y Y , se podrá reproducir a la matriz de PE originales que estará dada por:

$$X = \alpha Y$$

donde α es de orden (64,6) y la matriz Y es de orden (6,18), por

lo tanto son conformables para la multiplicación y la matriz X resulta de orden (64,18). Esta reproducción será llevada a cabo con un 94.14% de precisión con respecto a los datos originales.

La reproducción de cada PE en particular se llevó a cabo empleando la fórmula:

$$PE_j = \alpha_1 y_{1,j} + \alpha_2 y_{2,j} + \dots + \alpha_6 y_{6,j}$$

que es, para cada PE, la suma de 6 vectores de orden 64. En la figura 5.9 se muestra en forma gráfica como son estos 6 vectores para el PE número 12 (niño disléxico). En esta gráfica se muestra en la parte inferior la amplitud del primer CP, en seguida la del segundo, y así hasta el sexto; en seguida está la suma de los 6 CP y por último, en la parte superior, el PE original.

En la fig 5.10 se puede ver en forma gráfica al PE número 6 (niño normal), la figura 5.11 muestra al mismo PE reproducido con los 6 primeros CP. A manera de comparación las figuras 5.12 y 5.13 muestran al mismo PE reproducido con los 4 y 8 primeros CP respectivamente.

En la fig 5.14 se puede ver en forma gráfica al PE número 12 (niño disléxico), la figura 5.15 muestra al mismo PE reproducido con los 6 primeros CP. A manera de comparación las figuras 5.16 y 5.17 muestran al mismo PE reproducido con los 4 y 8 primeros CP respectivamente.

Segmento 12

Rechazos 0

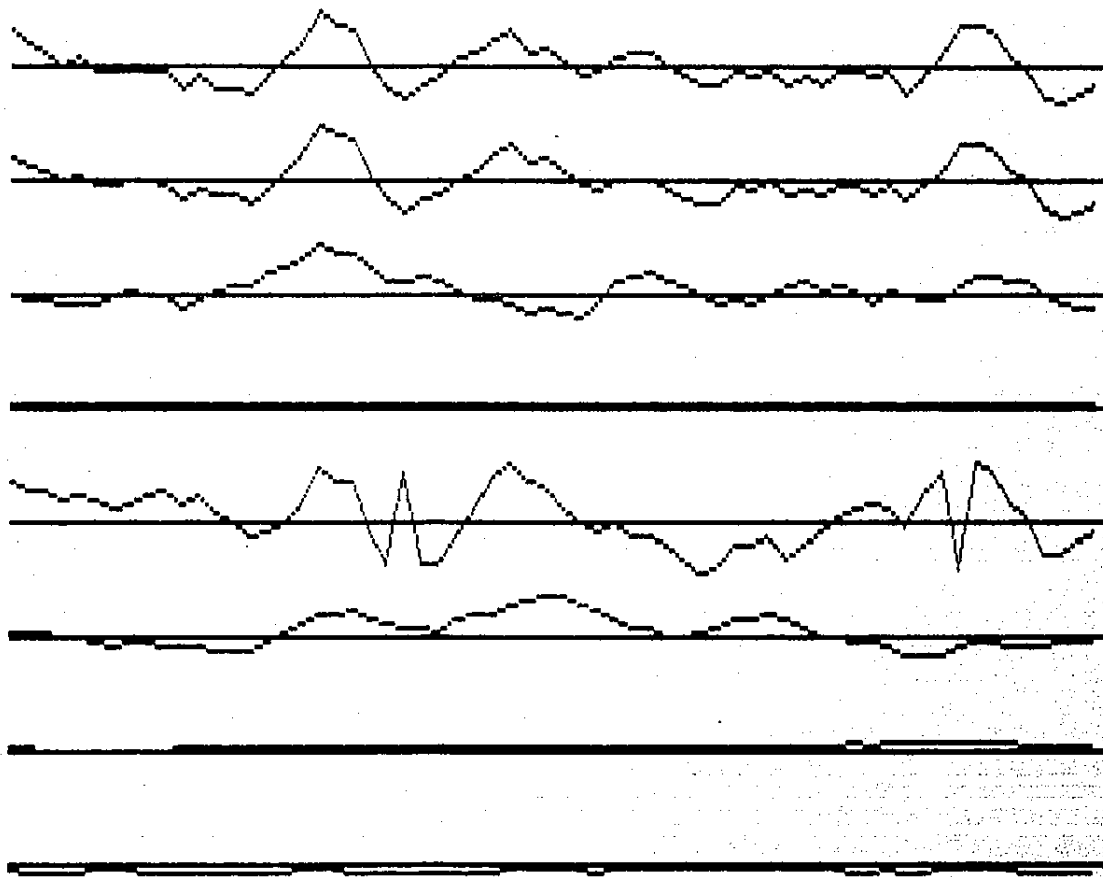
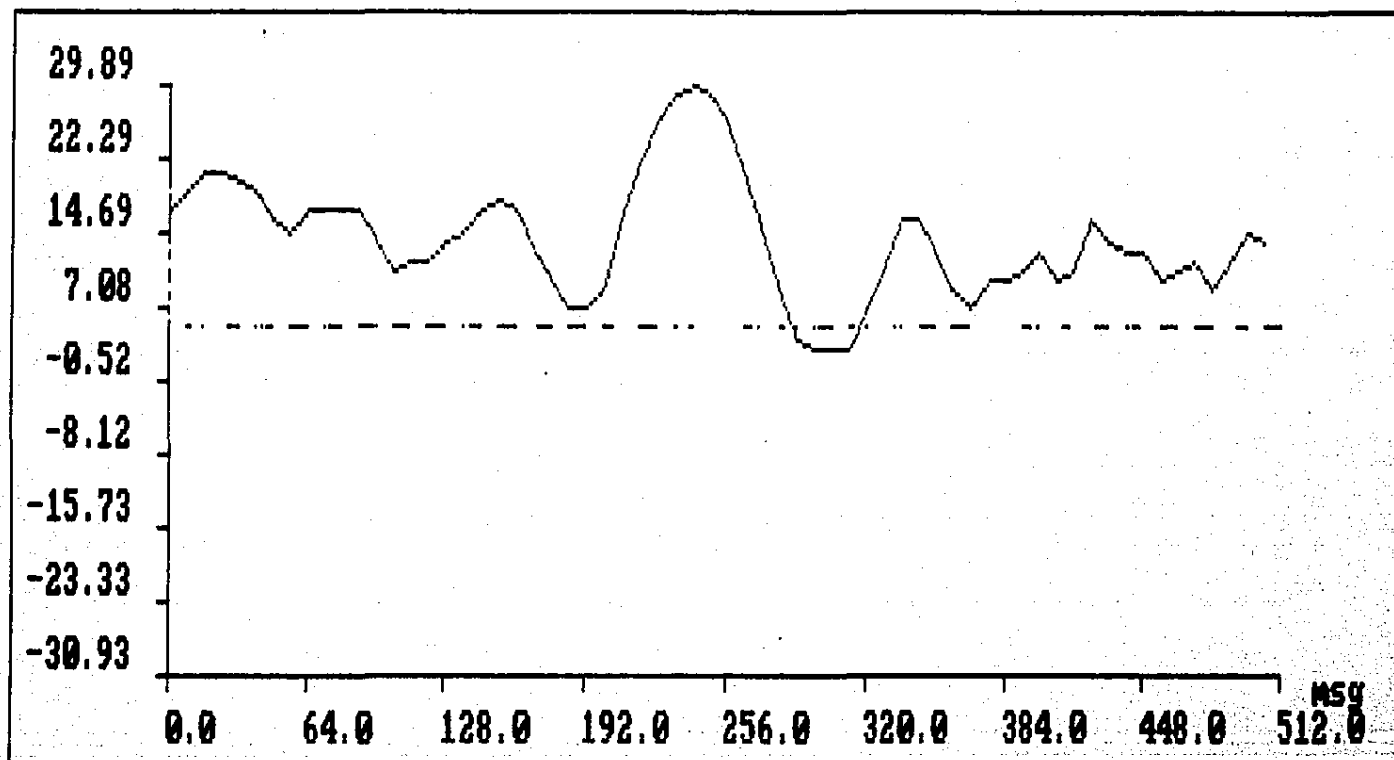


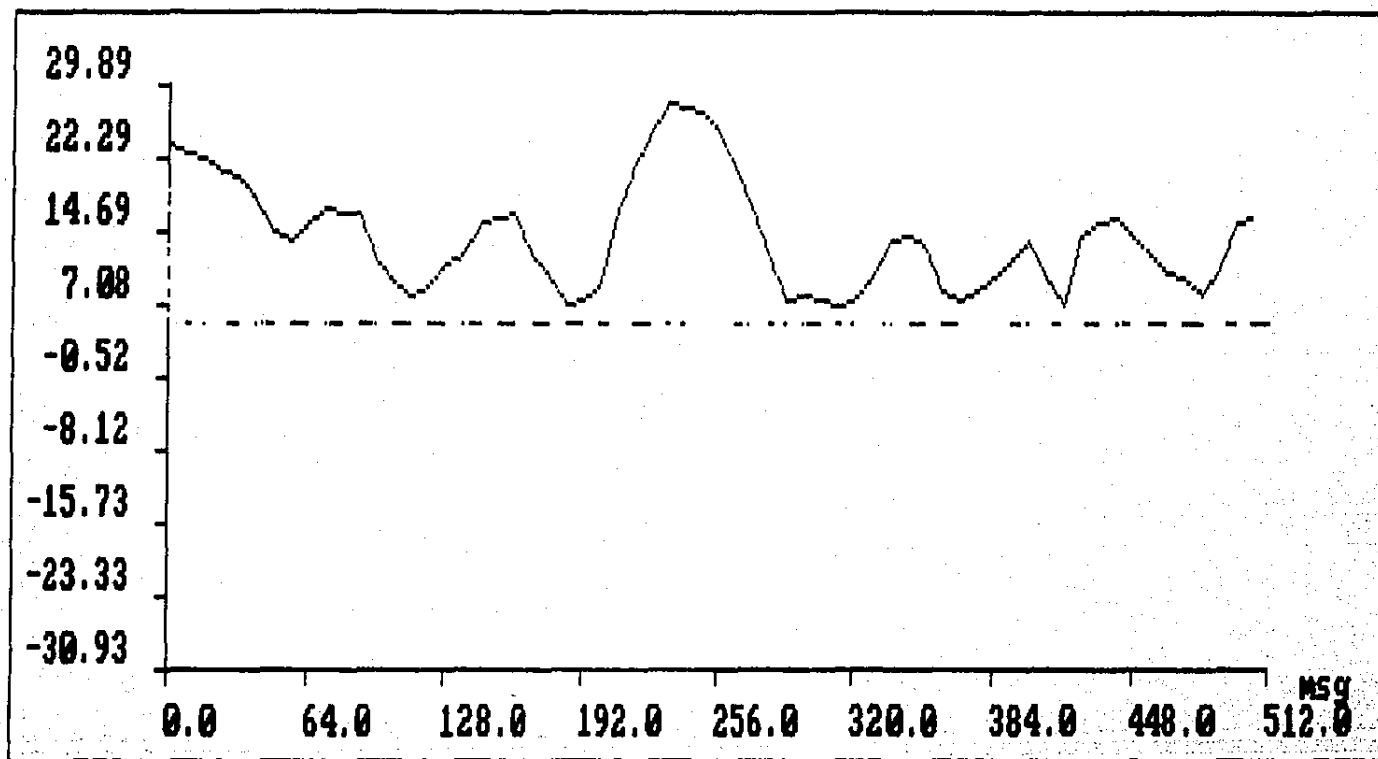
Fig. 5.9 Amplitudes de los 6 primeros Componentes Principales para reproducir el PE número 6 del grupo de niños normales y disléxicos.



nydoryre.da6 Segmento 11 Num. de Datos 64 Media 5.13

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

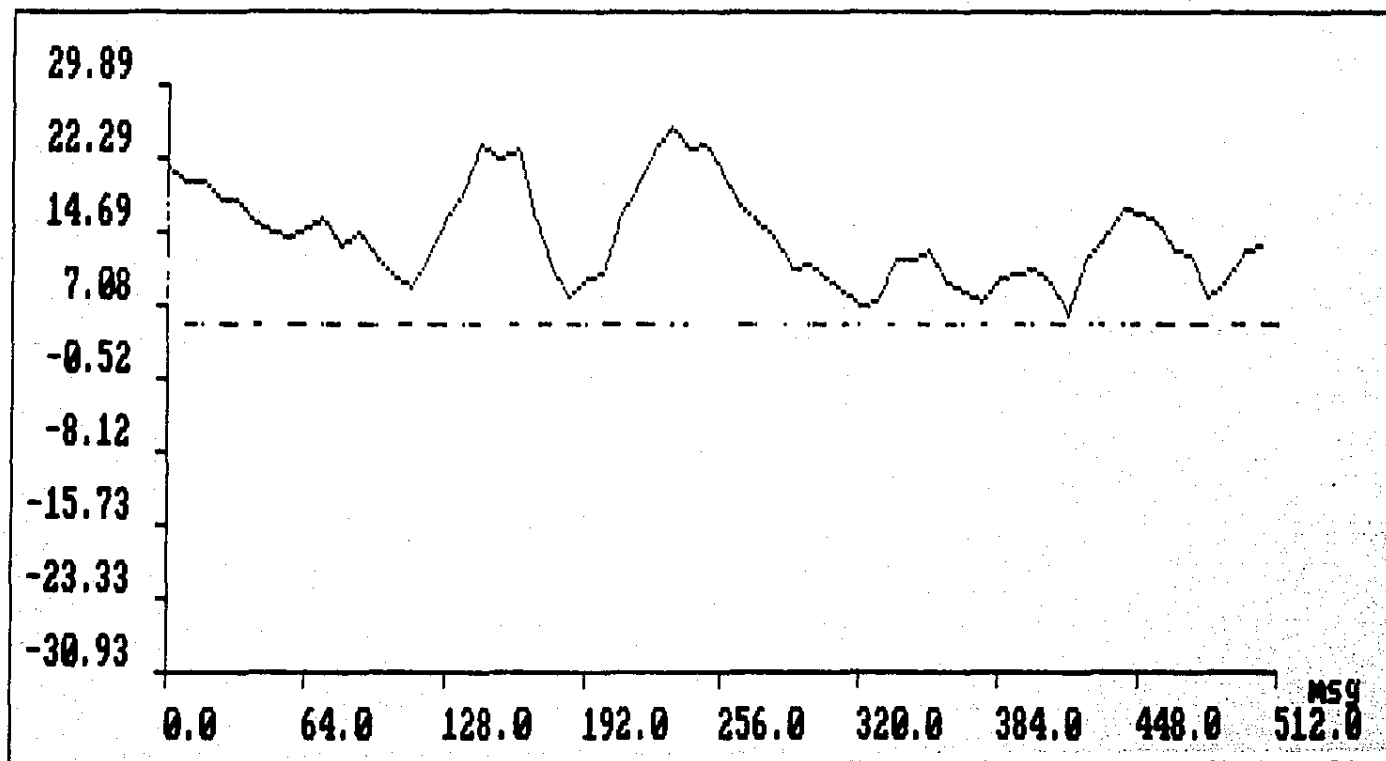
Fig. 5.10 Potencial Evocado del sujeto número 6.



nydoryre.da6 Segmento 12 Num. de Datos 64 Media 5.13

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

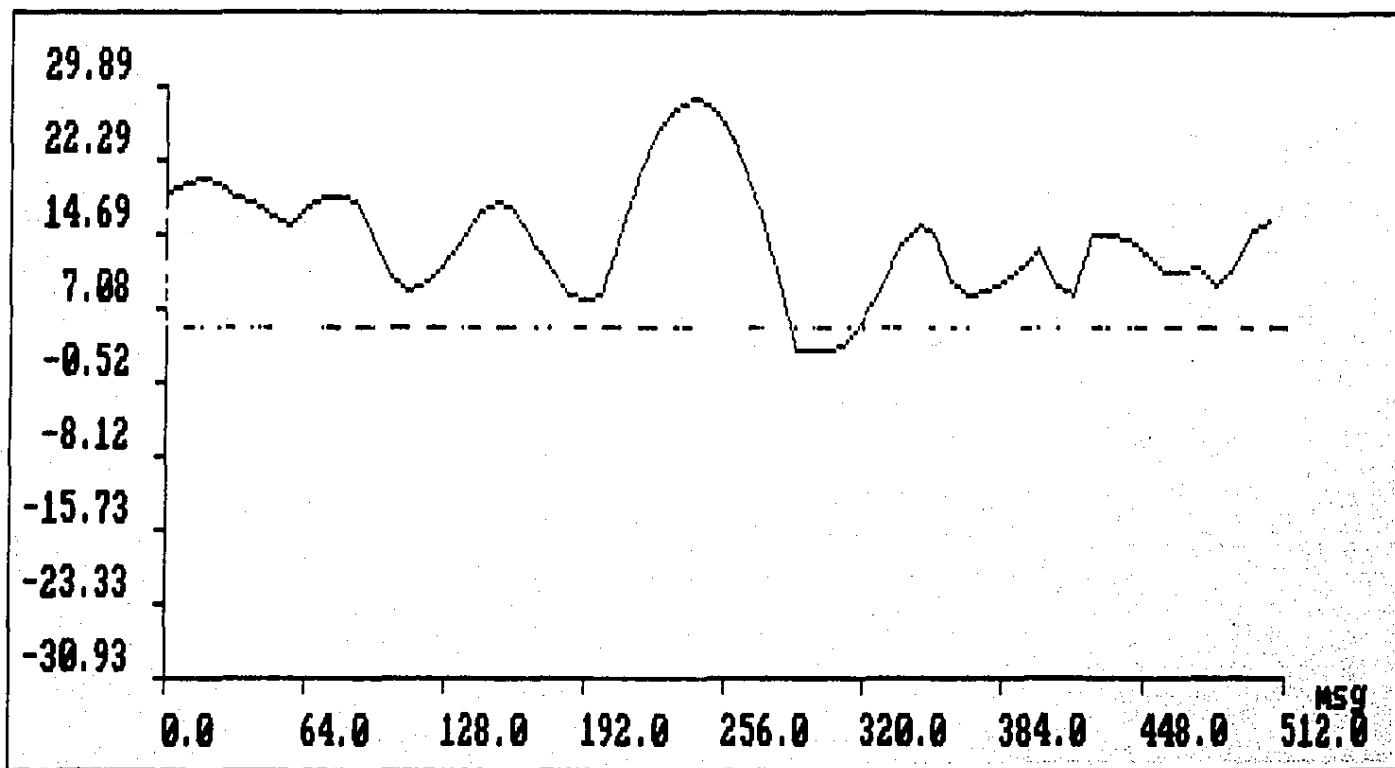
Fig. 5.11 Potencial Evocado sujeto número 6. Reproducido a partir de los 6 primeros Componentes Principales.



nydoryre.da4 Segmento 12 Num. de Datos 64 Media 5.13

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

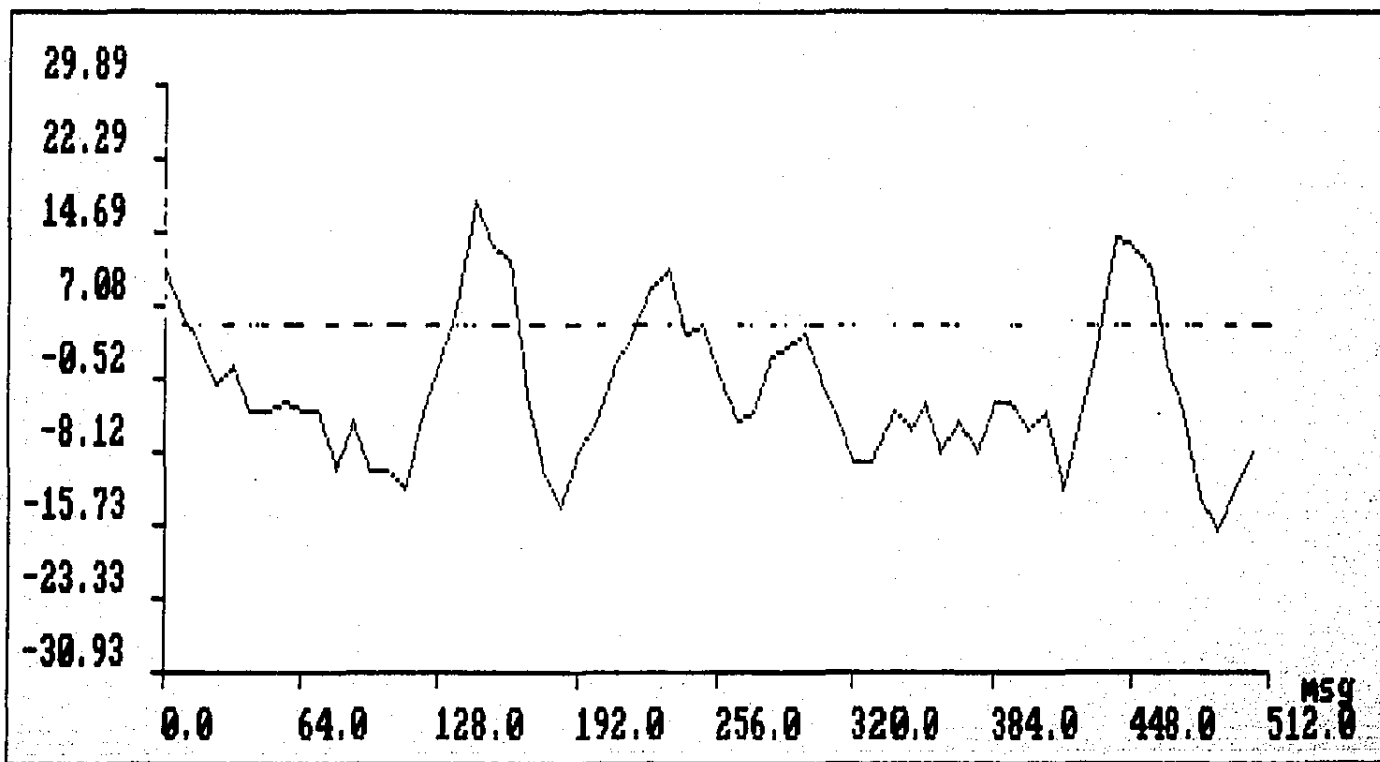
Fig. 5.12 Potencial Evocado del sujeto número 6. Reproducido a partir de los 4 primeros Componentes Principales.



nydoryre.da8 Segmento 12 Num. de Datos 64 Media 5.13

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

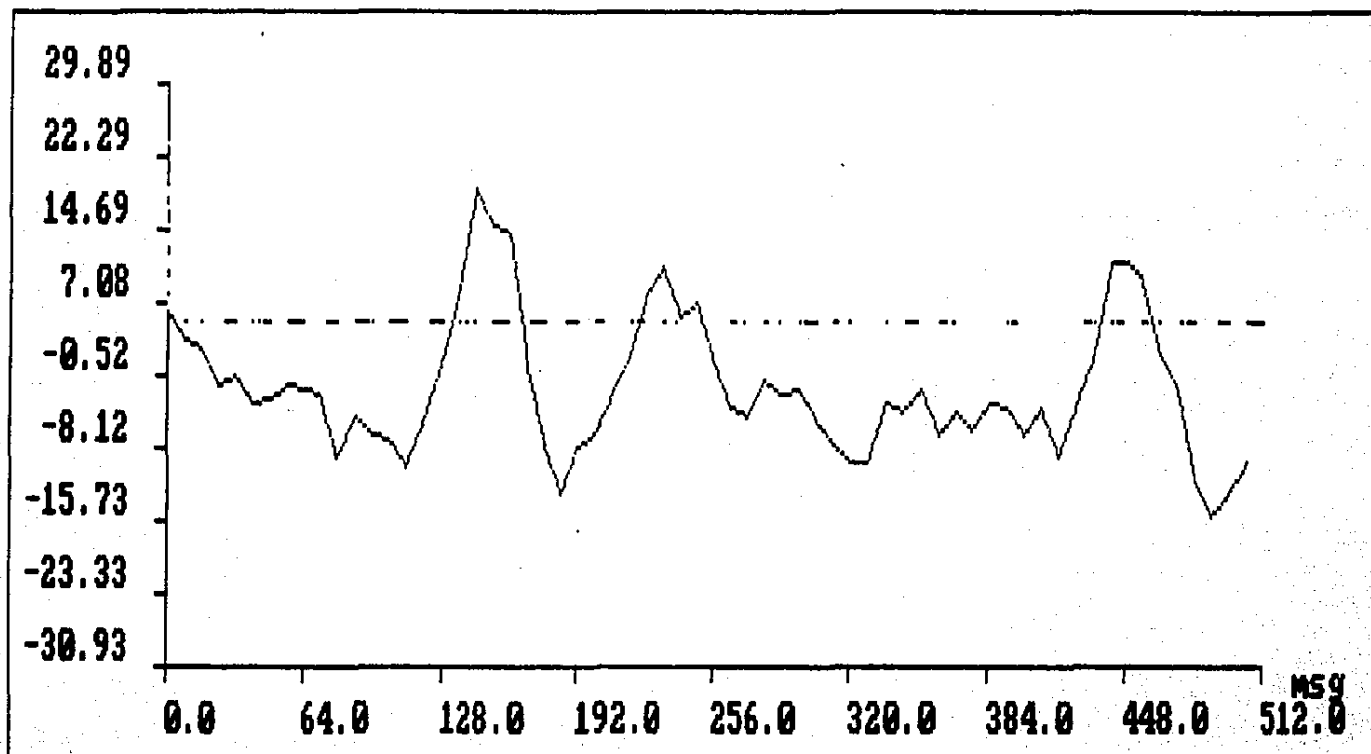
Fig. 5.13. Potencial Evocado del sujeto número 6. Reproducido a partir de los 8 primeros Componentes Principales.



nydoryre.da6 Segmento 23 Num. de Datos 64 Media 5.13

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

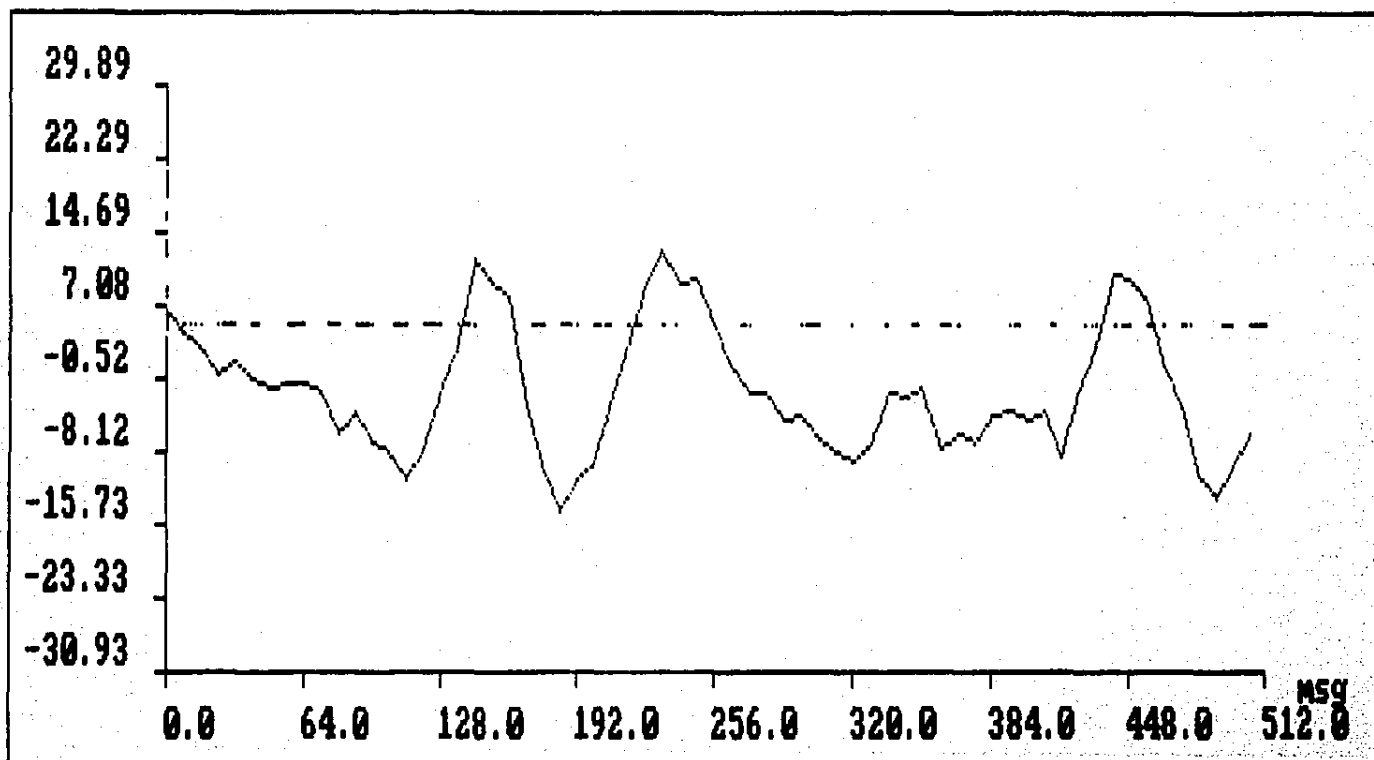
Fig. 5.14 Potencial Evocado del sujeto número 12.



nydoryre.da6 Segmento 24 Num. de Datos 64 Media 5.13

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

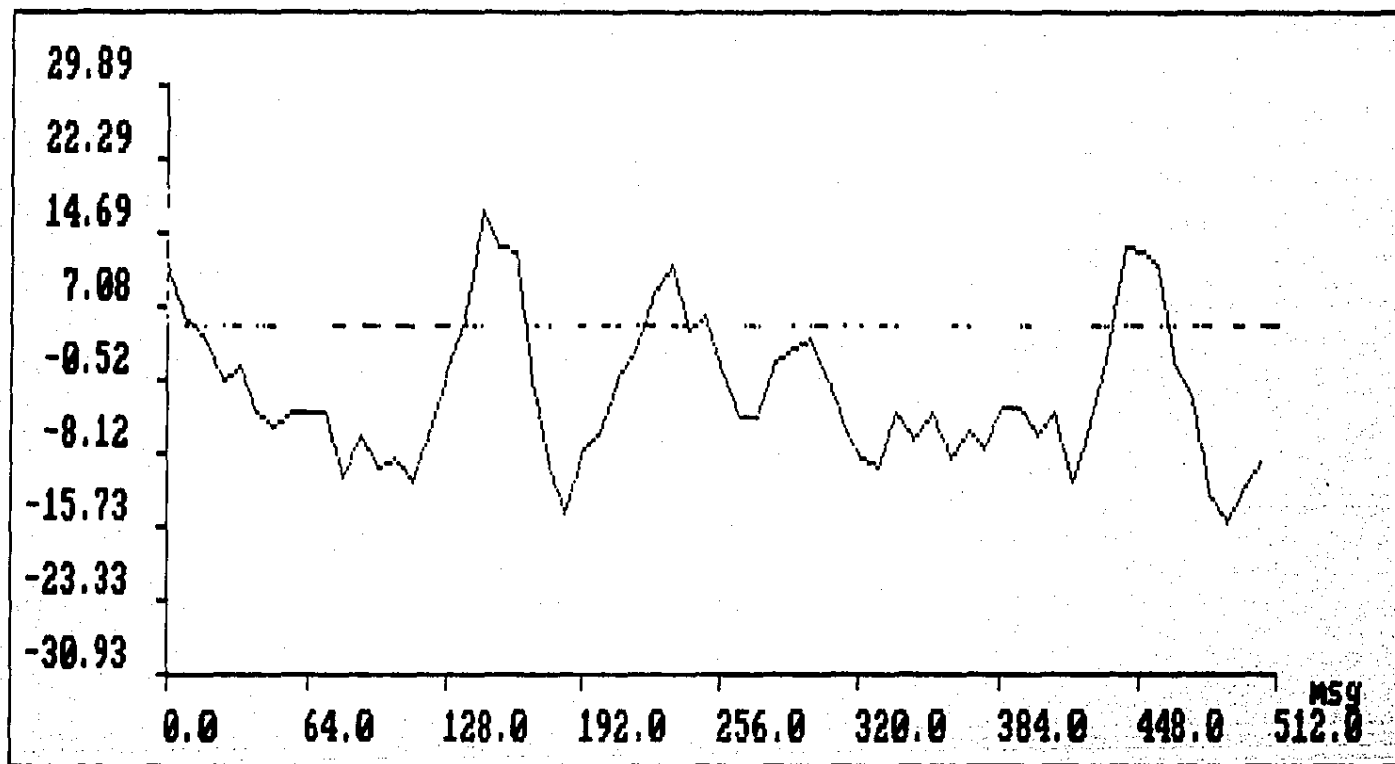
Fig. 5.15 Potencial Evocado del sujeto número 12. Reproducido a partir de los 6 primeros Componentes Principales.



nydoryre.da4 Segmento 24 Num. de Datos 64 Media 5.13

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

Fig. 5.16 Potencial Evocado del sujeto número 12. Reproducido a partir de los 4 primeros Componentes Principales.



nydoryre.da8 Segmento 24 Num. de Datos 64 Media 5.13

[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? s

Fig. 5.17 Potencial Evocado del sujeto número 12. Reproducido a partir de los 8 primeros Componentes Principales.

Todas las gráficas anteriores fueron realizadas con el programa GRAFITEB, que se ha desarrollado y cuyo listado se anexa en el apéndice 7.4.

Por otra parte con las amplitudes dadas por la tabla 5.3, para cada CP de cada PE, se propuso una matriz de diseño para la regresión lineal múltiple. Como se deseaba emplear la regresión con una variable dependiente dicotómica se asignó el valor de 1 para las estimaciones de la variable dependiente cuando el niño estaba clasificado como normal (los nueve primeros renglones en la matriz de diseño), y el valor de 0 cuando el niño era disléxico. Quedando el sistema matricial para la regresión de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \cdot \\ 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & y_{1,1} & y_{2,1} & \dots & y_{6,1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & y_{1,9} & y_{2,9} & \dots & y_{6,9} \\ 0 & y_{1,10} & y_{2,10} & \dots & y_{6,10} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 1 & y_{1,18} & y_{2,18} & \dots & y_{6,18} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \\ \beta_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \cdot \\ \mu_9 \\ \mu_{10} \\ \cdot \\ \mu_{18} \end{bmatrix}$$

Después de utilizar el programa REGRES nos entrega como resultados:

$$\begin{aligned}
 \beta_0 &= 0.297612 \\
 \beta_1 &= 0.004149 \\
 \beta_2 &= -0.003723 \\
 \beta_3 &= 0.002200 \\
 \beta_4 &= -0.002161
 \end{aligned}$$

$$\beta_5 = 0.005977$$

$$\beta_6 = 0.010549$$

Coeficiente de determinación: $R^2 = 4.06516275E-01$

Al aplicar este vector β para hacer predicciones se obtiene para los 18 sujetos de la muestra los siguientes resultados (recordar que los primeros 9 habían sido clasificados como normales):

Tabla 5.5. Probabilidad de que los sujetos estén en el grupo normal.

SUJETO	PREDICCIÓN
1	0.7191
2	0.6826
3	0.8398
4	0.7971
5	0.8861
6	0.5582
7	0.7690
8	0.5045
9	0.5829
10	0.5966
11	0.7637
12	0.4999
13	-0.2633
14	0.0185
15	0.4669
16	0.1625
17	-0.0494
18	0.4552

donde cada una de estas predicciones nos da la probabilidad de que el sujeto pertenezca al grupo normal, (se adoptó el criterio de considerar cero a los resultados negativos) y fue calculada para cada uno de los sujetos con con la fórmula:

$$P_j = \beta_0 + \beta_1 y_{1,j} + \beta_2 y_{2,j} + \dots + \beta_6 y_{6,j}$$

siendo la matriz Y la de amplitudes de componentes principales (matriz de "component score").

5.3. Resumen de Resultados.

Al aplicar el análisis de componentes principales se encontró que los primeros seis de ellos explicaban el 94.14% de la varianza total de los datos originales, por lo que se decidió conservar, únicamente, los datos de dichos componentes (ver tabla 5.2.).

Por medio del análisis de varianza se observó que los grupos de sujetos, normales y disléxicos, son significativamente diferentes, únicamente, en el primer componente principal del potencial VNC en la zona parietal izquierda ($F(1,16)$, $p = 0.018$). (Ver tabla 5.6).

Por medio del análisis de regresión lineal se obtuvieron los siguientes valores para los coeficientes de regresión: $\beta_0 = 0.2976$, $\beta_1 = 0.00414$, $\beta_2 = -0.00372$, $\beta_3 = 0.0022$, $\beta_4 = -0.00216$, $\beta_5 = 0.00597$ y $\beta_6 = -0.01054$ y un valor del coeficiente de determinación múltiple $R^2 = 0.4065$.

Tabla 5.6. Análisis de varianza para probar que existen diferencias significativas (debido al primer componente principal) entre los dos grupos de sujetos (el grupo 1 es el grupo de normales y el 2 es el de disléxicos).

Grupo	Media	Desv. Std.	Err. Std.	n
1	76.188	30.659	10.220	9
2	4.544	76.709	25.570	9

Fuentes de Varianza	S. C.	G.L.	M. C.	F	p(F)
1 Tratamientos (Grupos)	23097.452	1	23097.452	6.77	= 0.018
2 Error Experimental	54593.934	16	3412.121		
TOTALES :	77691.386	17			

Factor A : normales - disléxicos, para el primer componente.

El modelo de regresión obtenido se comprobó al aplicarlo a los mismos sujetos que entraron en su elaboración. Si se toma como criterio el que la probabilidad de 0.5 es la línea divisoria entre sujetos normales y disléxicos (más de 0.5 es sujeto normal), se tiene que: de los 9 niños normales quedaron clasificados 8 de ellos dentro del grupo normal (con una probabilidad de más de 0.5) y de los 9 niños disléxicos 7 obtuvieron una probabilidad de menos de 0.5 de pertenecer al grupo normal (quedaron clasificados por lo tanto como disléxicos). (Ver tabla 5.5).

5.4. Discusión.

A partir de los resultados obtenidos se puede concluir que la amplitud del potencial VNC de los niños normales y disléxicos es diferente, por lo que el análisis de este tipo de potenciales puede ser una herramienta muy útil para el diagnóstico de la dislexia en niños que tienen problemas de aprendizaje. Hasta ahora, las pruebas psicológicas desarrolladas para el diagnóstico de la dislexia no han sido muy confiables, por lo que es necesario ensayar nuevas opciones.

Por otra parte, el análisis de regresión lineal múltiple probó ser útil en la clasificación de las dos poblaciones de niños, normales y disléxicos.

6. DISCUSION Y CONCLUSIONES.

Como se mencionó en el principio de este trabajo, tratamos de resolver dos problemas que se presentan en Psicofisiología al llevar a cabo el análisis de señales eléctricas cerebrales: por una parte, la necesidad de disponer de técnicas de análisis que permitan reducir la cantidad de datos a ser analizados por computadora sin perder información, ya que es importante que a lo largo de diferentes experimentos y estudios, dicha información se vaya acumulando; y por otra parte, se pretendía generar un modelo matemático que permitiera clasificar sujetos experimentales, en uno de dos grupos, a partir de ciertas características relevantes de sus señales eléctricas cerebrales.

Como también se mencionó, en el campo de la Psicofisiología se emplean principalmente dos tipos de registro de la actividad eléctrica del cerebro:

- a) Actividad eléctrica cerebral espontánea (EEG) y
- b) Señales eléctricas cerebrales relacionadas con un evento o también llamados potenciales evocados (PE).

Mediante la aplicación del análisis de componentes principales tenemos la posibilidad de almacenar un gran conjunto de datos de PE que han sido capturados en una computadora, en un espacio mucho menor, ya que ahora sólo debemos guardar los componentes principales seleccionados y una matriz de datos, que contiene las amplitudes de estos componentes para cada uno de los

PE originales. El espacio de almacenamiento de las señales bioeléctricas, en general, es muy crítico en la investigación psicofisiológica, ya que estas señales ocupan mucho espacio, y el equipo de almacenamiento es caro. Además, este método ayuda al manejo de los datos, ya que reduce, considerablemente, el número de variables, lo cual optimiza la extracción de información de las señales electroencefalográficas.

Para ejemplificar lo anterior con los datos que fueron utilizados en el presente estudio, baste con hacer la siguiente comparación: para los 18 sujetos que se emplearon, originalmente se disponía de 18 potenciales evocados, formados cada uno por 64 muestras, que ocupaba en una microcomputadora tipo PC compatible 9216 bytes, equivalente a una matriz de 18 sujetos x 64 puntos x 8 bytes, mientras que, debido a que en el estudio se retuvieron solamente 6 puntajes de los componentes por cada sujeto se tiene una matriz de 18 sujetos x 6 variables x 8 bytes, es decir, 864 bytes. Y se debe conservar además la matriz de los componentes principales que fueron 3072 bytes (resultado de 6 componentes principales x 64 variables x 8 bytes por cada variable). En este caso particular se tiene un ahorro de 5280 bytes (que son la diferencia de 9216 y 864 más 3072 bytes), pero a medida que aumenta el número de potenciales evocados considerados (más sujetos), mayor será la proporción del ahorro de espacio de almacenamiento, ya que se seguirán conservando los mismos 6 componentes principales (o quizá convenga en ese nuevo caso conservar 8, dependiendo de la varianza explicada) y la nueva matriz de los sujetos constando cada uno de 6 (o tal vez 8)

variables solamente.

Por otra parte, como ya se dijo, en este trabajo el interés no se centró en la interpretación morfológica de los CP que se seleccionaron, aunque ésto es posible; sino que se utilizaron las amplitudes de estos componentes en la generación de un modelo de regresión lineal múltiple, con el fin de clasificar a los PE (y por lo tanto a los sujetos) en uno de dos grupos posibles.

Harmony y Alcaraz (1987) consideran que para ser adecuada una clasificación, mediante un modelo discriminante, se deben clasificar, adecuadamente, al menos al 80% de los sujetos (casos) que participaron en la generación del dicho modelo. En el ejemplo presentado, y tomando como línea divisoria entre normales y disléxicos la probabilidad de 0.5, se logró clasificar adecuadamente a los sujetos en base a la amplitud de los PE en un 88% de los casos (16 de 18 niños) considerando como mal clasificados al sujeto número 10 y al sujeto número 11 (recordar que mediante pruebas psicológicas los sujetos del 1 al 9 habían sido previamente clasificados como normales, y los sujetos del 10 al 18 mediante las mismas pruebas como disléxicos). Pero, además, si se consideran mal clasificados los sujetos 8 y 12 (ver tabla 5.5) por tener probabilidades de casi 0.5, se tiene que únicamente, un 77.7% de los sujetos fueron clasificados correctamente. Sin embargo, como se planteó en el capítulo de aplicación, las evaluaciones psicológicas de los niños no son cien por ciento confiables, por lo cual se buscaba un método más objetivo y preciso para la discriminación de los niños disléxicos. Este factor de error de las pruebas psicológicas

puede estar afectando el nivel de confiabilidad obtenido con el análisis de RLM.

De los resultados que se obtuvieron, con el ejemplo de aplicación, se puede observar que el análisis de componentes principales puede ser eficientemente empleado para reducir la dimensionalidad de los datos originales mediante el hallazgo de patrones característicos de las señales en estudio. Se considera que la regresión lineal múltiple, como fue aplicada en este estudio, puede ser una herramienta estadística confiable para la adecuada clasificación de sujetos en normales y disléxicos.

Así como, los análisis de CP y RLM, se aplicaron en el estudio la relación de la actividad eléctrica del cerebro con la dislexia, es posible estudiar su relación con otras variables de la conducta compleja, como lo son el aprendizaje, la atención, la emoción, el sueño, etc.

Antes de aceptar estas técnicas (componentes principales y regresión lineal múltiple) como un método confiable de clasificación de sujetos, en grupos, es necesario replicar este trabajo con un número mucho mayor de sujetos, para la obtención del modelo, con lo cual se evitarían los problemas de sesgo que son típicos de las muestras con pocos sujetos, y se obtendrían componentes principales realmente representativos, en su morfología, de los diferentes grupos (en este caso, de los niños normales y disléxicos) que conforman la muestra. Este trabajo fue realizado con 18 sujetos únicamente, por lo cual es posible que la morfología de los primeros CP, cambie radicalmente al aumentar el número de la muestra.

El análisis de CP y RLM podría aplicarse además de los PE a la actividad eléctrica cerebral espontánea (EEG). Para esto habría que calcular los espectros de frecuencias de los segmentos del EEG y a partir de ellos, calcular los CP (en este caso, serían las frecuencias principales). Estos CP podrían emplearse para para generar un modelo que permita clasificar a los sujetos, en base a los espectros de frecuencia del EEG.

Además del caso de los PE y el EEG, los métodos aquí presentados pueden probarse, y aplicarse, con una alta probabilidad de éxito en el análisis de otros tipos de señales bioeléctricas como por ejemplo, en el análisis de la actividad cardiaca (EKG), actividad muscular (EMG), etc. Pero también pueden probarse en el análisis de otro tipo de señales eléctricas en el área de la Ingeniería de Comunicaciones, por ejemplo: las señales sísmicas, señales generadas por la voz o el canto de las aves, y en general, todas las señales de telecomunicaciones.

7. APENDICES

7.1. PROGRAMA DE CAPTURA (CAPTUSEN)

```

({$N+ llamar al coprocesador 8087})
-PROGRAM captusen:
  { Captura y graficado de señales electroencefalográficas }
  { Intervalo de muestreo = 8 ó 10 msg entre punto y punto }
  {
  { Los parámetros de este programa están puestos para un }
  { convertidor A/D de 12 bits LabMaster de la cia. Tecmar }
  {
  { PROGRAMACION:
  { Miguel Angel Guevara P.
  {
  { (U.C.I.I. - Fac. Psicología - U.N.A.M.)
  {
  { Fecha de la última revisión - abril de 1988.
  {
  {
USES
  crt, graph3;

CONST
  maxcan = 7; { máximo de canales = Maxcan + 1 }
  base = 1808; { determinado por la posición de la tarjeta del convertidor }
  bitsAD = 4095; { con 8 bits los valores de conversión estan entre 0 y 4095 }
  xmax = 511; { abscisa máxima, para graficado, en la pantalla }
  ymax = 199; { ordenada máxima de la pantalla }
  maxdat = 1023; { máximo de datos = maxdat + 1 }

TYPE
  archivos = ARRAY [0..maxcan] OF FILE OF integer;
  arreglos = ARRAY [0..maxcan,0..maxdat] OF integer;

VAR
  datos: arreglos;
  numcan, { Número de Canales }
  numsegm, { Número de segmentos a capturar }
  numpts, { Muestras por evento }
  retardo, { Retardar el tiempo de captura }
  numptsgra, { Número de puntos a graficar }
  intmue, { Intervalo de muestreo }
  i, j, segm, rechazos, tolera, buenos: integer;
  f: archivos;
  nomar: array[0..maxcan] of string[16];
  yi: array[0..maxcan] of byte;
  increy: byte;
  fax, escala: real;
  rech, res, con, cc: char;
  tipo, terminar, ok, disparo, potev: boolean;

procedure pantalla;
begin
  clrscr;
  textmode (c80);
  window (1,1,80,25);
  clrscr;
  gotoxy (1,1);
  textbackground (brown);

```

```

write ('CAPTURA DE SEÑALES ELECTROENCEFALOGRAFICAS -');
gotoxy (47,1);
write ('- Fac. de Psicología - UNAM / 1987');
textbackground (black);
window (1,3,80,25);
clrscr;
end;

```

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

```

PROCEDURE usuario;

```

```

VAR

```

```

  i:integer;

```

```

BEGIN { usuario }

```

```

  writeln;

```

```

  REPEAT

```

```

    write ('Cuántos canales A/D se van a utilizar (máximo 8) ? ');

```

```

    readln (numcan);

```

```

  UNTIL numcan IN [1..maxcan+1];

```

```

  writeln;

```

```

  REPEAT

```

```

    write ('Muestreo a 8 msg.(125 Hz) ó 10 msg.(100 Hz) [8/10] ? ');

```

```

    readln(intmue);

```

```

  UNTIL intmue IN [8,10];

```

```

  if intmue = 8

```

```

    then retardo:= 564 { deben calcularse para cada tipo de máquina PC. }

```

```

    else retardo:= 722; { 565 y 722 son para una S700 trabajando a 8 Mhz }

```

```

  writeln;

```

```

  REPEAT

```

```

    write ('Puntos que definirán el segmento de EEG (máximo 1024) ? ');

```

```

    readln (numpts);

```

```

  UNTIL numpts <= maxdat+1;

```

```

  if numpts > 512

```

```

    then

```

```

      begin

```

```

        numptsgra := 511;

```

```

        writeln(chr(7),

```

```

          '*** Sólo se van a graficar los primeros 512 datos de cada canal ***');

```

```

      end

```

```

    else

```

```

      numptsgra := numpts - 1;

```

```

  writeln;

```

```

  write ('Cuántos Segmentos de EEG se van a capturar ? ');

```

```

  readln (numsegm);

```

```

  writeln;

```

```

  for i:=0 to numcan-1 do

```

```

    begin

```

```

      write ('Nombre del archivo para los datos del canal ',i:1,' ':9,'? ');

```

```

      readln(nomar[i]);

```

```

      tipo:= false;

```

```

      for j:= 1 to length(nomar[i]) do

```

```

        if nomar[i,j] = '.' then tipo := true;

```

```

        if not(tipo) then nomar[i]:= nomar[i] + '.DAT';

```

```

      end;

```

```

  writeln;

```

```

  disparo:= false; potev:= false;

```

```

  write ('Inicio de la captura con disparo externo [S/N] ? ');

```

```

readln(cc);
if cc in ['S','s'] then disparo:= true;
if disparo
then
begin
cc:='n';
write ('Son Potenciales Evocados [S/N]           ? ');
readln(cc);
end;
if cc in ['S','s'] then potev:= true;
if not potev
then
begin
writeln;
repeat
write ('Captura continua de los segmentos de EEG [S/N]           ? ');
readln(con);
until con in ['S','s','N','n'];
writeln;
if con in ['S','s']
then
repeat
write ('Rechazo automático de segmentos saturados [S/N]           ? ');
readln(rech);
until rech in ['S','s','N','n']
else rech := 'N';
end;
END; { usuario }

PROCEDURE preparaarchivos;
VAR
i:integer;

BEGIN { preparaarchivos }
FOR i := 0 TO numcan-1 DO
begin
assign (f[i],nomar[i]);
rewrite(f[i]);
end;
END; { preparaarchivos }

PROCEDURE capturaeeeg;
VAR
bajo,alto,
i,j,k: integer;
aux1,aux2:byte;

BEGIN { capturaeeeg }
if disparo
then
begin
port[base+4]:= 132;           { 4+128 espera el arranque externo }
port[base+5]:= 0;           { en el canal 0 }
port[base+6]:= 1;           { arranca la conversión }
while port[base+4] < 128 do; { espera a que se haga la conversión }
aux1:= port[base+5];

```

```

    aux2:= port[base+6];
  end;
  if not potev
  then
    begin
      gotoxy(1,24); write('Capturando..');
    end;
  port[base+4]:= 128;    { inicio sin arranque externo }
  for j:=0 to numpts-1 do
    begin
      for i:=0 to maxcan do
        begin
          port[base+5]:= i;  { convertir en el canal i }
          port[base+6]:= 1;  { arrancar la conversión }
          while port[base+4] < 128 do; { espera a que se haga la conversión }
          aux1:= port[base+5];
          aux2:= port[base+6] and 15; { conservar solamente 4 bits }
          datos[i,j]:= 256*aux2 + aux1;
        end;
      for k:=1 to retardo do;
    end;
  segm:= segm + 1;
END; { capturaeeg }

```

```

PROCEDURE grabaeeg;

```

```

VAR

```

```

  j,k:integer;

```

```

BEGIN { grabaeeg }

```

```

  gotoxy(1,16); write('Segmento');
  gotoxy(1,17); write('   aceptado');
  gotoxy(1,4); write('Buenos ',(buenos+1):3);
  gotoxy(1,24); write('Grabando ...');
  for j := 0 to numcan-1 do
    for k := 0 to numpts-1 do
      write(f[j],datos[j,k]);
    end;
  END; { grabaeeg }

```

```

PROCEDURE graficar;

```

```

VAR

```

```

  i,j:integer;
  auy1,auy2:array[0..maxcan] of integer;

```

```

BEGIN { graficar }

```

```

  { *** la gráfica inferior en la pantalla corresponde al canal cero *** }
  clrscr; hires;
  GraphWindow(128,0,639,ymax);
  window(1,1,15,25);
  gotoxy(1,24); write('Graficando..');
  for i:=0 to numcan-1 do
    draw(0,((ymax-yi[i])+increy div 2),xmax,((ymax-yi[i])+increy div 2),1);
  gotoxy(1,1); write('Segmento ',segm:3);
  gotoxy(1,3); write('Rechazos ',rechazos:3);
  gotoxy(1,4); write('Buenos ',buenos:3);
  for j:=0 to numcan-1 do auy1[j]:=trunc(yi[j] - datos[j,0]*escala);
  for i:=0 to numptsgra-1 do

```

```

for j:=0 to numcan-1 do
  begin
    auy2[j]:=trunc(yi[j] - datos[j,i+1]*escala);
    DRAW(trunc(i*facx), auy1[j], trunc((i+1)*facx), auy2[j], 1);
    ( PLOT(i, trunc(yi[j]-datos[j,i]*escala), 1); )
    auy1[j]:=auy2[j];
  end;
end; { graficar }

PROCEDURE rechazar;
VAR
  sat:byte;
  i,j:integer;
  rechmin, rechmax:array[0..maxcan] of integer;

BEGIN { rechazar }
  ok:= true; sat:=0; res:= 'A';
  for i:= 0 to numcan-1 do
    begin
      rechmin[i]:= 0;
      rechmax[i]:= 0;
    end;
  for i:= 0 to numpts-1 do
    for j:= 0 to numcan-1 do
      begin
        if datos[j,i] = 0 then rechmin[j]:= rechmin[j]+1;
        if datos[j,i] = bitsAD then rechmax[j]:= rechmax[j]+1;
      end;
    for i:= 0 to numcan-1 do
      if (rechmin[i] > tolera) or (rechmax[i] > tolera) then sat:= sat + 1;
    if sat > 0
      then
        if rech in ['N', 'n']
          then
            begin
              gotoxy(1,13); write(sat:1, ' canales');
              gotoxy(1,14); write('saturados');
              if con in ['S', 's']
                then
                  begin
                    gotoxy(1,24); write('.....');
                    gotoxy(1,19); write('Rechazar,');
                    gotoxy(1,20); write('Aceptar,');
                    gotoxy(1,21); write('Terminar:');
                    gotoxy(1,23); write(chr(7), '[R/A/T] ? ');
                    repeat
                      repeat until keypressed;
                      res:=readkey;
                    until res IN ['R', 'r', 'A', 'a', 'T', 't']; write (res);
                    if res in ['R', 'r'] then ok:= false;
                    if res in ['T', 't'] then terminar:= true;
                  end;
                end
            else ok:= false;
          END; { rechazar }

```

```

PROCEDURE electroeg;
VAR
  i:integer;

BEGIN { electroeg }
  increy:=trunc((ymax+1)/numcan);
  escala:= increy/(bitsAD+1);
  factx:=(xmax+1)/(numptsgra+1);
  case numpts of
    1..128: tolera:= 3;
    129..256: tolera:= 5;
    else tolera:= 7;
  end;
  yi[0]:=0;
  for i:= 1 to numcan-1 do yi[i]:= yi[i-1] + increy;
  for i:= 0 to numcan-1 do yi[i]:= ymax - yi[i];
  terminar:= false;
  segm:= 0; rechazos:= 0; buenos:= 0;
  writeln;
  write(chr(7),'***** Oprime la tecla "RETURN" para comenzar la captura *****');
  readln;
  HIRES; GraphWindow(128,0,639,ymax); window(1,1,15,25);
  REPEAT
    capturaeeg;
    graficar;
    rechazar;
    if ok and (not terminar) and (con in ['S','s']) then grabaeeg;
    if con in ['N','n']
      then
        begin
          gotoxy(1,24); write('.....');
          gotoxy(1,19); write('Rechazar,');
          gotoxy(1,20); write('Aceptar,');
          gotoxy(1,21); write('Terminar,');
          gotoxy(1,23); write(chr(7),'[R/A/T] ? ');
          repeat
            repeat until keypressed;
            res:=readkey;
            until res IN ['R','r','A','a','T','t']; write (res);
            if res in ['R','r'] then ok := false;
            if res in ['A','a'] then grabaeeg;
            if res in ['T','t'] then terminar:= true;
          end;
        if ok and (not terminar)
        then buenos := buenos + 1
        else
          begin
            rechazos := rechazos + 1;
            gotoxy(1,16); write('Segmento');
            gotoxy(1,17); write(' rechazado');
            gotoxy(1,3); write('Rechazos ',rechazos:3);
          end;
        UNTIL (buenos = numsegm) or terminar;
        textmode(3);
  END; { electroeg }

```


a:captusen.pas (7)

8 - JUN - 1988

20:44:7

```
PROCEDURE potenciales;
VAR
  i,j,k:integer;

BEGIN { potenciales }
  write (chr(7),'***** Oprime la tecla "RETURN" para comenzar la captura *****
  readln;
  for i:=1 to numsegm do
    begin
      capturaeeg;
      for j := 0 to numcan-1 do
        for k := 0 to numpts-1 do
          write(f[j].datos[j,k]);
        writeln(i);
      end;
    END; { potenciales }

BEGIN { Programa principal }
  pantalla; sound(20); nosound; usuario;
  preparaarchivos;
  if potev
  then potenciales
  else electroeg;
  FOR i := 0 TO numcan-1 DO close (f[i]);
END. { programa principal }

*** NUMERO DE LINEAS EN a:captusen.pas = 362 ***
```

**7.2. PROGRAMA DE COMPONENTES PRINCIPALES
(COMPRIN).**

(\$N+ llamar al coprocesador 8087)

```
PROGRAM comprin:      { Analisis de componentes principales }
{
{ PROGRAMACION:
{           Miguel Angel Guevara P.
{           Daniel Zarabozo E. de R.
{           (U.C.I.I. - Fac. Psicologia - U.N.A.M.)
{           Fecha de la última revisión   -   abril de 1988.
{
```

USES

crt, graph3;

CONST

```
mxp = 64; { maximo número de variables por cada sujeto }
mxv = 64; { maximo de variables a retener }
```

TYPE

```
vector = ARRAY [1..mxp] OF Real;
matriz = ARRAY [1..mxp, 1..mxp] OF Real;
nombre = STRING[22];
```

VAR

```
opcion: char;
datos : matriz;
a      : ARRAY [1..2080] OF real; { El maximo orden de la matriz es 64 }
```

procedure pantalla;

```
begin
  clrscr;
  textmode (c80);
  window (1,1,80,25);
  clrscr;
  gotoxy (1,1);
  textbackground (brown);
  write ('ANALISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES -');
  gotoxy (47,1);
  write ('- Fac. de Psicologia - UNAM / 1987');
  textbackground (black);
  window (1,3,80,25);
  clrscr;
end;
```

PROCEDURE COVCOR; { matriz de covarianzas o de correlaciones }

 El programa genera una Matriz de Covarianzas o de Correlaciones
 (a opción del Usuario).

REFERENCIA: Morrison, D.F. MULTIVARIATE STATISTICAL METHODS.
 McGraw-Hill: Tokyo, 1978.

ENTRADA: Parametros especificados por el Usuario. La matriz de
 datos (N x P) está en disco; los primeros P datos deben ser
 del primer caso (sujeto), los segundos P datos del segundo caso,

etc.

El Archivo de entrada debe estar en texto o en enteros (el formato real no está permitido). Si es texto debe estar un dato por renglón.

SALIDA: Archivo (texto) COVCOR.DAT Con la Matriz de Covarianzas o de Correlaciones.

PROGRAMACION: Daniel Zarabozo / Miguel A. Guevara
Unidad de Computo, Informatica e Instrumentacion
Facultad de Psicologia, UNAM

REVISION: Julio, 1987
Septiembre, 1987
Abril, 1988

VAR

existente : Boolean;
siono,et,cc : Char;
fe : FILE OF Integer;
i,j,k,ncasos,
nvars,ngrups : Integer;
nomarch : nombre;
ft,fs : Text;
y1,y2 : Real;

PROCEDURE corcov (covcorcom,tiparchivo: Char; n,p: Integer);

! covcorcom = 'V': matriz de covarianzas.
! covcorcom = 'R': matriz de correlaciones (1s en D.P.)
! El vector VM contiene las P medias para los N casos.
! La matriz M regresa varianzas en la diagonal principal y covarianzas en los otros lugares (COVOCOR = 0) o coeficientes de correlacion en todos los lugares (COVOCOR <> 0).

VAR

aux1,h,i,j : Integer;
vv,vm : vector;
mayor : Real;

BEGIN { CorCov }

FOR j := 1 TO p DO vm[j] := 0; { inicializacion acumulador sumas }

FOR h := 1 TO n DO

BEGIN

IF tiparchivo = 'T'

THEN

FOR j := 1 TO p DO

BEGIN

ReadLn (ft,vv[j]);

vm[j] := vm[j] + vv[j]; { sumas acumuladas en vm[j] }

END

ELSE

FOR j := 1 TO p DO

BEGIN

Read (fe,aux1);

vv[j] := aux1;

```

        vm[j] := vm[j] + vv[j];      { sumas acumuladas en vm[j] }
    END;
    FOR i := 1 TO p DO
    FOR j := 1 TO p DO
        datos[i,j] := datos[i,j] + vv[i]*vv[j];
        { acumulacion de X(h)X(h)' en datos }
    END;
    FOR j := 1 TO p DO vm[j] := vm[j]/n;      { medias de X(1)...,X(p) en vm(j) }
    FOR i := 1 TO p DO
    FOR j := 1 TO p DO
        datos[i,j] := (1/(n-1)) * (datos[i,j] - n*(vm[i]*vm[j]));
    IF covcorcom = 'R'
    then
    BEGIN      { UNOS en diagonal principal }
    FOR i := 1 TO p DO
    FOR j := 1 TO p DO
        if i <> j
        then datos[i,j] := datos[i,j] / Sqrt (datos[i,i] * datos[j,j]);
        for i := 1 to p do datos[i,i] := 1;
    END;
    END; { Corcov }

BEGIN { rutina principal de COVCOR }
clrscr;
writeln(' :9, '*** MATRIZ DE COVARIANZAS O CORRELACIONES ***'); writeln;
REPEAT
    Write ('Archivo de Datos en [E]nteros o en [T]exto ? ');
    Readln (et); et := UpCase(et);
    UNTIL et IN ['E','T'];
    REPEAT
        Write ('Nombre del Archivo de Datos ? ');
        Readln (nomarch);
        {$I-}
        CASE et OF
            'E' : BEGIN Assign (fe,nomarch); Reset (fe); END;
            'T' : BEGIN Assign (ft,nomarch); Reset (ft); END;
        END;
        existente := (IOresult = 0);
        IF NOT existente
            THEN
                writeln('*** El archivo ',nomarch,' no existe ***');
    UNTIL existente;
    Write ('NUMERO de CASOS (sujetos) en el archivo ? ');
    readln(ncasos);
    REPEAT
        Write ('NUMERO de VARIABLES en cada caso (sujeto) ? ');
        readln(nvars);
    UNTIL nvars <= mxv;
    IF ncasos <= nvars
    THEN
        begin
            writeln;
            Write ('^G, NUMERO DE CASOS DEBE SER MAYOR QUE ');
            WriteLn (' NUMERO DE VARIABLES');
            REPEAT
                Write ('Deseas continuar Sin cumplir Con Lo anterior [S/N] ? ');

```

```

  Readln (siono);  siono := UpCase(siono);
  until siono in ['N','S']
  end
ELSE siono := 'S';
IF siono = 'S'
THEN
  BEGIN
  REPEAT
    Write ('co[V]arianzas o co[R]relaciones      ? ');
    Readln (cc);  cc := UpCase(cc);
  UNTIL cc IN ['R','V'];
  Assign(fs,'COVCOR.DAT');  ReWrite(fs);
  writeln;
  if cc = 'V'
  then writeln('*** Calculando la matriz de covarianzas ***')
  else writeln('*** Calculando la matriz de correlaciones ***');
  writeln;
  writeln(chr(7),'La matriz de resultados en disco se llamará COVCOR.DAT');
  FOR i := 1 TO nvars DO FOR j := 1 TO nvars DO datos[i,j] := 0;
  corcov (cc,et,ncasos,nvars);
  Close (ft);
  { MATRIZ A DISCO: }
  writeln; writeln('Grabando la matriz de resultados');
  FOR i := 1 TO nvars DO
  FOR j := 1 TO nvars DO WriteLn(fs,datos[i,j]:1:4);
  Close (fs);
  END
END;

```

```
PROCEDURE EIGEIG; { valores y vectores caracteristicos }
```

```
-----
Calculo de Eigenvalores y Eigenvectores
```

El programa Calcula los Valores y Vectores Caracteristicos de una Matriz Simetrica (Covarianzas o Correlaciones).

REFERENCIA: Digital Equipment Co. SCIENTIFIC SUBROUTINE PACKAGE.

ENTRADA: Matriz simetrica en un archivo de texto
(un dato por renglon).

SALIDA: Archivos (texto)
EIGEIG.DAT con p Valores Caracteristicos
y p Vectores Caracteristicos.

PROGRAMACION: Miguel A. Guevara / Daniel Zarabozo
Unidad de Computo, Informatica e Instrumentacion
Facultad de Psicologia, UNAM, 1984

REVISION: Julio de 1987
abril de 1988

```
-----
```

VAR

```

i,j,k,l,m,ll,orden,ia,mq,
lq,lm,mm,il,ind,iq,im      : integer;

```

```

anorm,anormx,thr,x,y,
range,eigval,sinx,sinx,
cosx,sinx2,cosx2      : real;
f1,f2                  : text;
nomar                  : string[14];
ok                     : boolean;

```

```
BEGIN { rutina principal de EIGEIG }
```

```

clrscr;
writeln(' :9.'*** EIGENVALORES Y EIGENVECTORES ***');
repeat
  writeln;
  writeln('Nombre del archivo de datos en disco de la');
  write('matriz de covarianzas o correlaciones ? '); readln(nomar);
  ok := false;
  assign(f1,nomar); {$I-} reset(f1); {$I+}
  OK := (IOresult = 0);
  if not OK
  then
    begin
      writeln(chr(7));
      writeln('**** ERROR: El Archivo ',nomar,' no existe ****');
      writeln;
    end;
  until OK;
  write('Orden de la matriz de datos ? '); readln(orden);
  assign(f2,'EIGEIG.DAT'); rewrite(f2);
  writeln;
  writeln('*** Calculando los valores y vectores caracteristicos ***');
  writeln;
  writeln(chr(7),'La matriz de resultados en disco se llamará EIGEIG.DAT');
  ll := orden*orden;
  k := 0;
  FOR i := 1 TO orden DO
    BEGIN
      FOR j := 1 TO i DO
        BEGIN
          k := k+1;
          readln(f1,a[k]);
        END;
      FOR l := i+1 TO orden DO readln(f1);
    END;
  range := 1.0E-8;
  { GENERACION DE LA MATRIZ IDENTIDAD }
  FOR i := 1 TO orden DO
    FOR j := 1 TO orden DO
      IF i = j
        THEN datos[i,j] := 1.0
        ELSE datos[i,j] := 0.0;
  { CALCULO DE NORMAS INICIAL Y FINAL (ANORM Y ANORMX) }
  anorm := 0.0;
  FOR i := 1 TO orden DO
    FOR j := i TO orden DO
      IF i-j<>0
        THEN
          BEGIN

```

```

ia := i + (j*j - j) DIV 2;
anorm := anorm + a[ia]*a[ia];
END;
IF anorm > 0
THEN
BEGIN
anorm := 1.414*sqrt(anorm);
anormx := anorm*range/orden;
{ INICIALIZAR INDICADORES Y CALCULAR EL UMBRAL (THR) }
thr := anorm;
REPEAT
thr := thr/orden;
REPEAT
ind := 0;
l := 1;
REPEAT
m := l+1;
{ CALCULO DE SENO Y COSENO }
REPEAT
mq := (m*m-m) DIV 2;
lq := (l*l-l) DIV 2;
lm := l+mq;
IF (abs(a[lm])-thr) >= 0.0
THEN
BEGIN
ind := 1;
ll := l+lq;
mm := m+mq;
x := 0.5*(a[ll]-a[mm]);
y := -a[lm] / sqrt(a[lm]*a[lm]+x*x);
IF x < 0.0
THEN y := -y;
sinx := y / sqrt(2.0*(1.0+( sqrt(1.0-y*y))));
sinx2 := sinx*sinx;
cosx := sqrt(1.0-sinx2);
cosx2 := cosx*cosx;
sincs := sinx*cosx;
{ ROTAR LAS COLUMNAS L y M }
FOR i := 1 TO orden DO
BEGIN
iq := (i*i-i) DIV 2;
IF i-l <> 0
THEN
IF i-m <> 0
THEN
BEGIN
IF i-m < 0
THEN im := i+mq
ELSE im := m+iq;
IF i-l < 0
THEN il := i+lq
ELSE il := l+iq;
x := a[il]*cosx-a[im]*sinx;
a[im] := a[il]*sinx+a[im]*cosx;
a[il] := x;
END;
END;

```



```

        x := datos[i,l]*cosx-datos[i,m]*sinx;
        datos[i,m] := datos[i,l]*sinx+datos[i,m]*cosx;
        datos[i,l] := x;
    END;
    x := 2.0*a[lm]*sincs;
    y := a[l1]*cosx2+a[mm]*sinx2-x;
    x := a[l1]*sinx2+a[mm]*cosx2+x;
    a[lm] := (a[l1]-a[mm])*sincs+a[lm]*(cosx2-sinx2);
    a[l1] := y;
    a[mm] := x;
END;
{ PRUEBAS COMPLEMENTARIAS }
{ PRUEBA PARA M = ULTIMA COLUMNA }
m := m+1;
UNTIL (m-1)-orden = 0;
    { PRUEBA PARA L = SEGUNDO DESDE LA ULTIMA COLUMNA }
    l := l+1;
    UNTIL (l-1)-(orden-1) = 0;
    UNTIL ind-1 <> 0;
    { COMPARE EL UMBRAL CON NORM FINAL }
    UNTIL thr-anormx <= 0;
    { ORDENA LOS VALORES Y VECTORES CARACTERISTICOS }
END;
FOR i := 1 TO orden DO
BEGIN
    ll := i+(i*i-i) DIV 2;
    FOR j := i TO orden DO
    BEGIN
        mm := j+(j*j-j) DIV 2;
        IF a[ll]-a[mm] < 0.0
        THEN
            BEGIN
                x := a[ll];
                a[ll] := a[mm];
                a[mm] := x;
                FOR k := 1 TO orden DO
                BEGIN
                    x := datos[k,i];
                    datos[k,i] := datos[k,j];
                    datos[k,j] := x;
                END;
            END;
        END;
    END;
END;
{ se graban eigenvalores }
writeln; writeln('Grabando eigenvalores');
j := 0;
k := 1;
FOR i := 1 TO orden DO
BEGIN
    j := j+k;
    writeln(f2,a[j]:1:4);
    k := k+1;
END;
writeln; writeln('Grabando eigenvectores');
k := 1;

```

```

for j:=1 TO orden do
  for i:=1 to orden do writeln(f2.datos[i,j]:1:4);
close(f2);
END;

```

```

PROCEDURE COMPRI; (selección de los componentes principales)

```

```

Utilizando los eigenvalores y eigenvectores de la Matriz de Covarianzas o de Correlaciones el programa realiza lo siguiente:

```

- a). Presenta al usuario el porcentaje de varianza explicada por cada Componente Principal y el porcentaje acumulado, solicitando el número de Componentes que se desea retener.
- b). Utilizando los datos originales y el número de componentes que se desea retener calcula los Puntajes de Componente (Component Scores) para todos los casos originales.
- c). Utilizando los Puntajes de Componente y el número de Componentes que se retuvieron reproduce las mediciones originales.

```

REFERENCIA: Chatfield, C., Collins, A.J. Introduction to Multivariate Analysis. London: Chapman and Hall, 1980.

```

```

ENTRADA: Archivos (texto) con eigenvalores y eigenvectores (generados por EIGEIG), con datos originales y con Puntajes de Componentes.

```

```

SALIDA: Listado en papel o en Pantalla (sólo del inciso a). Archivos (texto) con Puntajes de Componentes y/o reproducción de mediciones originales.

```

```

PROGRAMACION: Daniel Zarabozo / Miguel A. Guevara.

```

```

REVISION: agosto de 1987.
          abril de 1988.

```

```

VAR

```

```

i,j,k,n,p,r,seleccion : integer;
n1,n2,n3,n4           : nombre;
f,f1                  : text;
vvalcar               : vector;

```

```

PROCEDURE leedatos (VAR vvc: vector);

```

```

VAR
  i,j : integer;
BEGIN
  write ('Nombre del archivo de Eigenvectores      ? ');
  readln (n4); assign(f,n4); reset (f);
  for i := 1 to mxp do vvc[i] := 0.000000000000000000;
  r := p;
  FOR i := 1 TO r DO readln(f,vvc[i]); (vals. caract. en vvc)
  FOR j := 1 TO r DO
    FOR i := 1 TO p DO readln(f,datos[i,j]);
  close (f);
END;

```

```

PROCEDURE muestra (vvc: vector);

```

```

VAR
  c          : char;
  i,maximo   : integer;
  varexplicada,vartotal,
  varacumulada : real;
  f6        : text;
BEGIN
  write ('Resultados impresos [S/N] ? ');
  readln (c);
  IF c in ['S','s']
  THEN
    BEGIN
      assign(f6,'LPT1'); rewrite (f6);
      maximo := p;
    END
  ELSE
    BEGIN
      assign (f6,'CON'): rewrite (f6);
      maximo := r;
    END;
  vartotal := 0;
  FOR i := 1 TO p DO vartotal := vartotal + vvc[i];
  varacumulada := 0;
  writeln (f6,'Archivo de Valores y Vectores Caracteristicos: ',n4);
  writeln(f6);
  writeln (f6,'Componente % Varianza % Varianza',
           'Componente % Varianza % Varianza');
  writeln (f6,'numero Explicada Acumulada',
           'numero Explicada Acumulada');
  FOR i := 1 TO 78 DO write (f6,'-'); writeln(f6);
  i := 0;
  WHILE (i < maximo) and (i <= 25) DO { MAX. PRESENT. EN PANTALLA }
  BEGIN
    i := i + 1;
    IF odd (i)
    THEN
      BEGIN
        varexplicada := vvc[i]/vartotal;
        varacumulada := varacumulada + varexplicada;
        write (f6,i:6,varexplicada*100:16:2,varacumulada*100:13:2);
        IF (i + 1) <= maximo
        THEN
          BEGIN
            varexplicada := vvc[i+1]/vartotal;
            varacumulada := varacumulada + varexplicada;
            writeln (f6,i+1:13,varexplicada*100:16:2,varacumulada*100:13:2);
          END;
        END;
      END;
    close (f6);
  END;
PROCEDURE componentes;
VAR
  i,j,k      : integer;
  vdatos,vcompscores : vector;

```

```

n2                : nombre:
BEGIN
write ('Nombre para el Archivo de Puntajes de Componentes ? ');
readln (n2);
assign(f,n1);      { ARCHIVO CON DATOS ORIGINALES }
reset (f);
assign (f1,n2);    { ARCHIVO PARA PUNTAJES DE COMPONENTES }
rewrite (f1);
FOR i := 1 TO n DO
  BEGIN
  FOR j := 1 TO p DO
    readln(f,vdatos[j]);
  FOR j := 1 TO r DO vcompscores[j] := 0;
  FOR k := 1 TO r DO
    FOR j := 1 TO p DO
      vcompscores[k] := vcompscores[k] + datos[j,k] * vdatos[j];
  FOR j := 1 TO r DO
    writeln (f1,vcompscores[j]:1:4);
  END;
close (f);
close (f1);
END;

PROCEDURE reproduccion;
VAR
i,j,k             : integer;
vdatos,vcompscores : vector;
BEGIN
write ('Nombre para el Archivo de Potenciales Reproducidos ? ');
readln (n3);
assign (f,n2);    { ARCHIVO CON PUNTAJES DE COMPONENTES }
reset (f);
assign (f1,n3);   { ARCHIVO PARA DATOS RECONSTRUIDOS }
rewrite (f1);
FOR i := 1 TO n DO
  BEGIN
  FOR j := 1 TO r DO
    readln (f,vcompscores[j]);
  FOR j := 1 TO p DO vdatos[j] := 0;
  FOR j := 1 TO p DO
  FOR k := 1 TO r DO
    vdatos[j] := vdatos[j] + datos[j,k] * vcompscores[k];
  FOR j := 1 TO p DO
    writeln (f1,vdatos[j]:1:4);
  END;
close (f); close (f1);
END;

PROCEDURE menu (VAR opcion: integer);
BEGIN
REPEAT
  clrscr;
  writeln; writeln;
  writeln ('Que es lo que deseas:');
  writeln;
  writeln(' 0. Regresar al menú principal ?');

```

```
writeln(' 1. Seleccionar el numero de Componentes a retener ?');
writeln(' 2. Calcular Puntajes de Componentes (Component Scores) ?');
writeln
(' 3. Reproducir Potenciales a partir de Puntajes de Componentes ?');
writeln;
write ('Teclea el numero de la opcion correcta: '); readln (opcion);
UNTIL opcion IN [0..3];
clrscr;
END; { Menu }

BEGIN { rutina principal de COMPRI }
clrscr;
p := 0; r := 0;
n1:= '0000000000000'; { datos originales }
n2:= '0000000000000'; { puntajes de componentes }
n3:= '0000000000000'; { potenciales reproducidos }
menu (seleccion);
IF seleccion <> 0
THEN
BEGIN
writeln;
REPEAT
write ('Cuantas variables se midieron en cada caso ? ');
readln (p);
UNTIL p IN [2..mxp];
leedatos (vvalcar);
REPEAT
CASE seleccion OF
1:
BEGIN
muestra (vvalcar): writeln;
REPEAT
write ('Cuantos Componentes Principales deseas retener ? ');
readln (r);
UNTIL r IN [1..mxv];
END;
2:
BEGIN
writeln;
write ('Nombre del archivo de datos originales ? ');
readln (n1);
write ('Numero de casos en el archivo ? ');
readln (n);
IF (p = 0) OR (r = 0)
THEN
BEGIN
REPEAT
write ('Cuantas variables se midieron en cada caso ? ');
readln (p);
UNTIL p IN [2..mxp];
REPEAT
write ('Cuantos Componentes Principales deseas retener ? ');
readln (r);
UNTIL r IN [1..mxv];
END;
componentes;
```

END;

3:

BEGIN

IF n2 = '0000000000000'

THEN

BEGIN

writeln;

write ('Nombre del archivo de Puntajes de Componentes ? ');

readln (n2);

END;

IF r = 0

THEN

BEGIN

REPEAT

write ('Numero de Componentes Principales retenidos ? ');

readln (r);

UNTIL r in [1..mxv];

END;

IF n1 = '0000000000000'

THEN

BEGIN

writeln;

write ('Nombre del archivo de datos originales ? ');

readln (n1);

write ('Numero de casos en el archivo ? ');

readln (n);

reproduccion;

END

ELSE reproduccion;

END;

END;

menu (seleccion);

UNTIL seleccion = 0;

END;

END;

BEGIN { Rutina principal COMPRIN }

pantalla;

REPEAT

writeln('1':6,' Calcular la matriz de Covarianzas o de Correlaciones.');

writeln;

writeln('2':6,' Calcular los Valores y Vectores caracteristicos.');

writeln;

writeln('3':6,' Seleccionar los primeros r Componentes Principales.');

writeln;

writeln('4':6,' Reproducción de los vectores de Datos Originales.');

writeln;

writeln('5':6,' Finalizar esta sesión.');

writeln; writeln;

write(' Príme el número de la opción seleccionada: ');

repeat

repeat until keypressed;

opcion:=readkey;

until opcion in ['1'..'5']; write (opcion);

CASE opcion of

'1': COVCOR;

a:comprin.pas (13)

9 - JUN - 1988

13:36:36

'2': EIGEIG;

'3','4': COMPRI;

END;

UNTIL opcion = '5';

END. { Rutina principal COMPRIN }

*** NUMERO DE LINEAS EN a:comprin.pas = 678 ***

**7.3. PROGRAMA DE REGRESION LINEAL MULTIPLE
(REGRES)**

{ \$N+ llamar al coprocesador 8087 }

PROGRAM regresionlinealmultiple:

```
(
( REFERENCIA:
( Gujarati,D., Econometria Básica.
( México D.F., McGraw-Hill. 1983.
(
( Programacion:
( Miguel Angel Guevara P.
(
( Unidad de Cómputo Informática
( e Instrumentación
( Fac. de Psicología U.N.A.M.
(
( marzo de 1988
)
```

USES

crt:

CONST

maxobs = 99;

maxvar = 20;

TYPE

matriz1 = ARRAY [0..maxobs,0..maxvar] OF real;

matriz2 = ARRAY [0..maxvar,0..maxobs] of real;

vector = ARRAY [0..maxobs] of real;

VAR

x:matriz1;

xt,inv:matriz2;

BETA,Y,aux: vector;

ren,col,i,j: integer;

que,donde,adonde: char;

nomar:string[14];

f1,imp:text;

error,ok:boolean;

letrero:string[40];

R2,sig2:real;

PROCEDURE pantalla;

begin

clrscr;

textmode (c80);

window (1,1,80,25);

clrscr;

gotoxy (1,1);

textbackground (brown);

write ('REGRESION LINEAL MULTIPLE -');

gotoxy (47,1);

write ('- Fac. de Psicología - UNAM / 1988');

textbackground (black);

window (1,3,80,25);

clrscr;

end;

PROCEDURE leedatosreg;

VAR

```
i,j:integer;
BEGIN
IF donde IN ['D','d']
then
begin
writeln;
writeln('Los datos deben estar en un archivo de texto, con un dato por renglón
writeln('Los primeros N datos deben ser los valores de la variable dependiente
writeln('Los siguientes K datos deben ser los valores de las variables explica
writeln('para la primera Y; y así sucesivamente hasta completar todas las Y.')
```

```
writeln;
end;
repeat
write('Orden del vector Y (max = 100) ? ');
readln(ren); ren := ren-1;
until ren IN [2..maxobs]: writeln;
repeat
write('Variables explicatorias (max = 20) ? '); readln(col);
until col IN [1..maxvar];
IF donde IN ['D','d']
then
begin
for i := 0 to ren do readln(f1.Y[i]);
for i := 0 to ren do
begin
x[i,0] := 1;
xt[0,i] := 1;
for j := 1 to col do
begin
if eof(f1) then
begin
writeln;
writeln(chr(7),'*** error en el archivo de datos ***');
error:=true; writeln;
end;
readln(f1,x[i,j]);
xt[j,i] := x[i,j];
end;
end;
end
else
begin
writeln;
for i := 0 to ren do
begin
write(' ':27,'Y',(i+1):2,') = '); readln(Y[i]);
writeln(f1,Y[i]:1:8);
end;
for i := 0 to ren do
begin
x[i,0] := 1;
xt[0,i] := 1;
writeln;
for j := 1 to col do
begin
write(' ':27,'X',(i+1):2,'.',j:2,') = '); readln(X[i,j]);
```

```

      writeln(f1,X[i,j]:1:8);
      xt[j,i] := x[i,j];
    end;
  end;
  writeln;
  writeln('Letrero identificador (max = 40 caracteres) ?');
  readln(letrero);
end;
close(f1);
END:

```

```

PROCEDURE mulma1(VAR a:matriz2; VAR b:matriz1;
                 VAR c:matriz2; VAR r1,c1r2,c2:integer);

```

```

{ Multiplicacion de matrices C = AB }
{
  r1+1 = renglones de la matriz A }
{ c1r2+1 = columnas de la matriz A }
{ c1r2+1 = renglones de la matriz B }
{ c2+1 = columnas de la matriz B }

```

```

VAR
  i,j,k:integer;
  suma :real;

```

```

BEGIN
  FOR i:=0 TO r1 DO
    FOR j:=0 TO c2 DO
      BEGIN
        suma:=0;
        FOR k:=0 TO c1r2 DO
          suma:=suma+a[i,k]*b[k,j];
          c[i,j]:=suma;
        END;
      END;
    END;
  END;

```

```

PROCEDURE mulma2(VAR a:matriz2; VAR b,c:vector; VAR r1,c1r2:integer);

```

```

{ Multiplica matriz por vector C = AB }
{
  r1+1 = renglones de la matriz A }
{ c1r2+1 = columnas de la matriz A }
{ c1r2+1 = renglones del vector B }

```

```

VAR
  i,k:integer;
  suma :real;

```

```

BEGIN
  FOR i:=0 TO r1 DO
    BEGIN
      suma:=0;
      FOR k:=0 TO c1r2 DO
        suma := suma + a[i,k] * b[k];
      c[i]:=suma;
    END;
  END;

```

END;

PROCEDURE matinv(VAR inv:matriz2; VAR orden:integer);

Inversion de una Matriz Cuadrada de Orden n (max. n = 32).REFERENCIA: Cooley, W.W., Lohnes, P.R. Multivariate Data Analysis.
New York: John Wiley, 1971 pp 64-65. (Rutina escrita
en FORTRAN).

PROGRAMACION EN PASCAL:

Miguel A. Guevara y Daniel Zarabozo.

REVISION: Septiembre/1985.
-----}

VAR

ipvt: ARRAY [1..maxvar] OF integer;
pvt: ARRAY [1..maxvar] OF real;
ind: ARRAY [1..maxvar,1..2] OF integer;
i,j,k,l,li,
icol,irow: integer;
amax,swap,det: real;
error: boolean;

BEGIN { CALCULO DE LA MATRIZ INVERSA: }

det := 1.0;

FOR j:=0 TO orden DO ipvt[j]:=0;

error:=false;

FOR i:=0 TO orden DO

BEGIN { BUSQUEDA DEL ELEMENTO PIVOTE }

amax := 0.0;

FOR j:=0 TO orden DO

IF (ipvt[j] - 1) <> 0

THEN

FOR k:=0 TO orden DO

IF (ipvt[k] - 1) <> 0

THEN

IF (ipvt[k] - 1) < 0

THEN

BEGIN

IF (abs(amax) - abs(inv[j,k])) < 0

THEN

BEGIN

irow := j; icol := k;

amax := inv[j,k];

END;

END

ELSE

BEGIN

error := true; j := orden;

k := orden; i := orden;

END;

IF NOT error

THEN

```

BEGIN
  ipvt[icol] := ipvt[icol] + 1;
  { INTERCAMBIO DE RENGLONES PARA PONER EL ELEMENTO PIVOTE EN LA DIAGONAL }
  IF (irow - icol) <> 0
  THEN
    BEGIN
      det := -det;
      FOR l:=0 TO orden DO
        BEGIN
          swap := inv[irow,l];
          inv[irow,l] := inv[icol,l];
          inv[icol,l] := swap;
        END;
      END;
      ind[l,1] := irow;
      ind[l,2] := icol;
      pvt[l] := inv[icol,icol];
      det := det * pvt[l];
      { DIVIDIR EL RENGLON PIVOTE POR EL ELEMENTO PIVOTE }
      inv[icol,icol] := 1.0;
      FOR l:=0 TO orden DO inv[icol,l] := inv[icol,l] / pvt[l];
      { REDUCIR LOS RENGLONES NO PIVOTE }
      FOR ll:=0 TO orden DO
        IF (ll - icol) <> 0
        THEN
          BEGIN
            swap := inv[ll,icol];
            inv[ll,icol] := 0.0;
            FOR l:=0 TO orden DO inv[ll,l] := inv[ll,l] - inv[icol,l] * swap;
          END;
        END;
      END;
      { INTERCAMBIAR LAS COLUMNAS }
      IF NOT error
      THEN
        BEGIN
          FOR i:=0 TO orden DO
            BEGIN
              l := orden + 1 - i;
              IF (ind[l,1] - ind[l,2]) <> 0
              THEN
                BEGIN
                  irow := ind[l,1];
                  icol := ind[l,2];
                  FOR k:= 0 TO orden DO
                    BEGIN
                      swap := inv[k,irow];
                      inv[k,irow] := inv[k,icol];
                      inv[k,icol] := swap;
                    END;
                  END;
                END;
              END;
            END
          { writeln ('DETERMINANTE de la matriz a invertir = ',det); }
        END
      ELSE
        begin

```

```

    writeln(chr(7),'ERROR ERROR ERROR',chr(7));
    error := true;
end;
END;

```

```

Procedure RCUADvvar;
{ Calcula el coeficiente de determinacion y la varianza homoscedastica }
VAR
Ymed,yty,aux1:real;
i:integer;
BEGIN
Ymed := 0;
for i := 0 to ren do Ymed := Ymed + Y[i];
Ymed := Ymed / (ren+1);
Ymed := (ren+1) * Ymed * ymed;
yty := 0;
for i:= 0 to ren do yty := yty + y[i]*y[i];
mulma2(xt,Y,aux,col,ren);
aux1 := 0;
for i:=0 to col do aux1 := aux1 + BETA[i] * aux[i];
R2 := (aux1 - ymed) / (yty - ymed);
sig2 := (yty - aux1) / (ren - col);
END;

```

```

PROCEDURE regresion;
VAR
i,j:integer;
BEGIN
leedatosreg;
{ Cálculo de los coeficientes de regresión }
if not error
then
begin
mulma1(xt,x,inv,col,ren,col);
matinv(inv,col);
IF not error
then
begin
mulma2(xt,Y,aux,col,ren);
mulma2(inv,aux,BETA,col,col);
end;
end;
RCUADYvar: { Calcula R2 y la varianza homoscedastica (SIG2) }
clrscr; write(imp,'*** REGRESION LINEAL MULTIPLE ***');
IF donde IN ['D','d']
then writeln(imp,' para el archivo ',nomar)
else writeln(imp,' ',letrero:1);
writeln(imp); writeln(imp,'Coeficientes de regresión:');
for i :=0 to col do writeln
(imp,' B('i:2,')=',BETA[i],' err. std=',sqrt(abs(inv[i,i]*sig2)),
t= ',(BETA[i]/sqrt(abs(inv[i,i]*sig2))):1:4);
writeln(imp);
writeln(imp,'Coeficiente de determinación:');
writeln(imp,' R2 = ',R2);
writeln(imp,' F de R2= ',((R2/col)/((1-R2)/(ren-col))):1:4);

```

```

writeln(imp);
R2 := 1 - (1-R2) * ren / (ren-col);
writeln(imp,'R2 ajustado = ',R2);
writeln(imp);
writeln(imp,'Grados de libertad:');
writeln(imp,'gl para las t = ',(ren-col):1);
writeln(imp,'gl del numerador para calcular F = ',col:1);
writeln(imp,'gl del denominador para calcular F = ',(ren-col):1);;
writeln(imp);
writeln(imp,'Varianza Homocedástica:');
writeln(imp,' SIGMA2 = ',sig2); writeln(imp);
{ impresión de la matriz de varianzas-covarianzas }
{writeln(imp); writeln(imp,'Matriz de Varianza - Covarianza');
for i:=0 to col do
begin
for j:=0 to col do
write(imp,(inv[i,j]*sig2):12:4);
writeln(imp);
end;}
END;
```

```

PROCEDURE leedatospre:
```

```

VAR
i,j:integer;
BEGIN
IF donde IN ['D','d']
then
begin
writeln;
writeln('Los datos deben estar en un archivo de texto, con un dato por renglón.
writeln('Los primeros K datos deben ser los valores de los coeficientes de regr
writeln('regresión (BETAS). El intercepto (B0) debe aparecer aunque valga cero'
writeln('Los siguientes K-1 datos deben ser los valores de las variables explic
writeln('con las que se desea hacer la primera predicción, y así sucesivamente
writeln('todas las N predicciones.');
```

```

        end;
        readln(f1,x[i,j]);
    end;
    end;
    close(f1);
end
else
begin
    writeln;
    for i := 0 to col do
        begin
            write(' ':24,'BETA('i:2,') = '); readln(BETA[i]);
            end;
        for i := 0 to ren do
            begin
                writeln; x[i,0]:=1;
                for j := 1 to col do
                    begin
                        write(' ':27,'X(',(i+1):2,' ',j:2,') = '); readln(X[i,j]);
                        end;
                    end;
                writeln;
                writeln('Letrero identificador (max = 40 caracteres) ?');
                readln(letrero);
            end;
        end;
    END;

```

```

PROCEDURE prediccion;

```

```

VAR

```

```

    i,j:integer;

```

```

BEGIN

```

```

    leedatospre;

```

```

    for i:=0 to ren do

```

```

    begin

```

```

        aux[i]:=0;

```

```

        for j:=0 to col do

```

```

            aux[i] := aux[i] + beta[j] * x[i,j];

```

```

        end;

```

```

    IF donde IN ['D','d']

```

```

    then writeln(imp,nomar,' Pronóstico')

```

```

    else writeln(imp,letrero,' pronóstico');

```

```

    writeln(imp);

```

```

    for i:=0 to ren do

```

```

        writeln(imp,(i+1):3,' ':9,aux[i]:7:4);

```

```

    END;

```

```

BEGIN { programa principal }

```

```

    Pantalla; error:= false;

```

```

    writeln;

```

```

    REPEAT

```

```

        write(['R]egresion o [P]rediccion ? '); readln(que);

```

```

    UNTIL que IN ['R','r','P','p']; writeln;

```

```

    REPEAT

```

```

        write('Datos por [T]eclado o por [D]isco ? '); readln(donde);

```

```

    UNTIL donde IN ['T','t','D','d']; writeln;

```

```

    IF donde IN ['D','d']

```


THEN

REPEAT

ok := true;

write('Nombre completo del Archivo ? '); readln(nomar);

assign (f1,nomar); {\$I-} reset (f1); {\$I+}

if ioresult <> 0

then

begin

writeln(chr(7));

writeln('**** ERROR: El Archivo ',nomar,' no existe ****');

writeln;

ok := false;

end;

UNTIL ok

ELSE

BEGIN

write('Archivo para almacenar los datos ? '); readln(nomar);

assign(f1,nomar); rewrite(f1);

END;

writeln;

write ('Resultados en impresora [S/N] ? '); readln(adonde);

If adonde IN ['S','s']

then assign(imp,'LPT1')

else assign(imp,'CON');

rewrite(imp); writeln;

IF que IN ['P','p']

then prediccion

else regresion;

close(imp);

END.

*** NUMERO DE LINEAS EN a:regres.pas = 479 ***

**7.4. PROGRAMA DE GRAFICACION
(GRAFITEB)**

(\$N+ llamar al coprocesador 8087)

PROGRAM GRAFITEB: (* graficar archivos de texto, enteros y bytes *)

 (* GRAFITEB.PAS

Programa para graficar señales bioelectricas y espectros de frecuencia

PROGRAMACION: Daniel Zarabozo E. de R. (U.C.I.I.)
 Miguel Angel Guevara P. (U.C.I.I.)
 Martha Luisa Perez Lopez (Psicofisiologia - Posgrado)

FECHA : febrero de 1986

-----*)
 USES

crt, graph3;

CONST

OEJX = 72; (* origen de ejes en X *) OEJY = 16; (* origen de ejes en Y *)
 LNGX = 512; (* longitud de eje X *) LNGY = 128; (* longitud de eje Y *)
 OMJX = 0; (* origen marco en X *) OMJY = 0; (* origen marco en Y *)
 LNMX = 639; (* longitud marco en X *) LNMY = 164; (* longitud marco en Y *)
 MXDATOS = 4096;

-VAR

I, J, K, L, M, NUMPTS.
 XINI, YINI, INICIO: INTEGER;
 CAR, tipo, tipgraf, espec: CHAR;
 ARCHIVO: STRING[16];
 R1: FILE OF INTEGER;
 R2: FILE OF BYTE;
 R3: TEXT;
 DATOS: ARRAY [0..MXDATOS] OF REAL;
 TERMINAR: BOOLEAN;
 DATO, ENGLOBAL, MINX, MAXX,
 MINY, MAXY, RANGOX.
 RANGOY, SUMAGLOBAL, INTMUE: REAL;
 DATOENTERO : INTEGER;
 DATOBYTE : BYTE;

procedure pantalla;

begin

clrscr;
 textmode (c80);
 window (1,1,80,25);
 clrscr;
 gotoxy (1,1);
 textbackground (brown);
 write ('GRAFICACION DE UN ARCHIVO DE DATOS -');
 gotoxy (47,1);
 write ('- Fac. de Psicologia - UNAM / 1986');
 textbackground (black);
 window (1,3,80,25);
 clrscr;
end;

FUNCTION PUNTOSX (VALDEX: REAL): INTEGER;

```
BEGIN
PUNTOSX := ROUND ((VALDEX*LNGX) / RANGOX) + OEJX;
END;

FUNCTION VALDEX (PUNTOSX: INTEGER): REAL;
BEGIN
VALDEX := (RANGOX * (PUNTOSX - OEJX) / LNGX) + MINX;
END;

FUNCTION PUNTOSY (VALDEY: REAL): INTEGER;
BEGIN
PUNTOSY := ROUND ((LNGY * (MAXY - VALDEY)) / RANGOY) + OEJY;
END;

FUNCTION VALDEY (PUNTOSY: INTEGER): REAL;
BEGIN
VALDEY := RANGOY - (RANGOY * (PUNTOSY - OEJY) / LNGY) + MINY;
END;

PROCEDURE FONDODEGRAFICA;
CONST
MARCASX = 8;
MARCASY = 8;
PROCEDURE COTAS;
VAR
I, POSX, POSY: INTEGER;
BEGIN
(* verticales: *)
POSX := 0;
FOR I := 0 TO 8 DO
BEGIN
POSX := POSX + 2;
GOTOXY (2, POSX);
POSY := I * (LNGY DIV MARCASY) + OEJY;
WRITE (VALDEY(POSY):6:2);
END;
(* horizontales: *)
POSY := 2;
FOR I := 0 TO 8 DO BEGIN
POSY := POSY + 8;
GOTOXY (POSY, 20);
POSX := I * (LNGX DIV MARCASX) + OEJX;
WRITE (VALDEX(POSX):1:1);
END;
GOTOXY(POSY+2,19);
IF (espec = 'S') or (espec = 's')
THEN write('Hz. ');
ELSE write('msg');
END;

PROCEDURE EJES;
VAR
I, COORX, COORY, XFIN, XINI: INTEGER;
BEGIN
DRAW (OEJX, OEJY, OEJX, OEJY+LNGY, 1);
DRAW (OEJX, OEJY+LNGY, OEJX+LNGX, OEJY+LNGY, 1);
```

```

COORX := OEJX;
(* marcas ordenada: *)
FOR I := 0 TO MARCASY DO BEGIN
  COORY := I*(LNGY DIV MARCASY) + OEJY;
  DRAW (COORX.COORY,COORX-5,COORY,1);
END;
COORY := OEJY + LNGY;
(* marcas abcisa: *)
FOR I := 0 TO MARCASX DO BEGIN
  COORX := I*(LNGX DIV MARCASX) + OEJX;
  DRAW (COORX.COORY.COORX.COORY+3,1);
END;
(* marca central: *)
COORY := PUNTOSY (ROUND(SUMAGLOBAL/ENEGLOBAL));
XINI := OEJX;
FOR I := 1 TO 64 DO BEGIN
  XFIN := XINI + 8;
  IF NOT ODD (I) THEN DRAW (XINI.COORY,XFIN.COORY,1);
  XINI := XFIN;
END;

```

```

END;

```

```

PROCEDURE MARCO;

```

```

BEGIN

```

```

  DRAW (OMJX,OMJY,OMJX,LNMY,1); DRAW (OMJX,LNMY,LNMX,LNMY,1);

```

```

  DRAW (LNMX,LNMY,LNMX,OMJY,1); DRAW (LNMX,OMJY,OMJX,OMJY,1);

```

```

END;

```

```

--BEGIN

```

```

  COTAS; EJES; MARCO;

```

```

--END;

```

```

PROCEDURE PARAMETROS;

```

```

VAR

```

```

  OK : BOOLEAN;

```

```

  PROCEDURE MINMAX;

```

```

  VAR

```

```

    DATOACTUAL : REAL;

```

```

    DATOE : INTEGER;

```

```

    DATOB : BYTE;

```

```

    DATOT : REAL;

```

```

BEGIN

```

```

  IF (tipo = 'T') or (tipo = 't')

```

```

  THEN

```

```

    BEGIN

```

```

      readln (r3.datot);

```

```

      datoactual:=datot;

```

```

      SUMAGLOBAL := SUMAGLOBAL + DATOT;

```

```

      ENEGLOBAL := ENEGLOBAL + 1;

```

```

    END

```

```

  ELSE

```

```

    IF (TIPO = 'E') or (TIPO = 'e')

```

```

    THEN

```

```

      BEGIN

```

```

        read (r1.DATOE);

```

```

        DATOACTUAL:= DATOE;

```

```
SUMAGLOBAL := SUMAGLOBAL + DATOE;  
ENEGLOBAL := ENEGLOBAL + 1;
```

```
END
```

```
ELSE
```

```
BEGIN
```

```
read (r2.datob);  
DATOACTUAL := DATOB;  
SUMAGLOBAL := SUMAGLOBAL + DATOB;  
ENEGLOBAL := ENEGLOBAL + 1;
```

```
END;
```

```
IF DATOACTUAL < MINY THEN MINY := DATOACTUAL;
```

```
IF DATOACTUAL > MAXY THEN MAXY := DATOACTUAL;
```

```
END;
```

```
BEGIN
```

```
MINY := 1E10+36;
```

```
MAXY := -MINY;
```

```
OK := FALSE;
```

```
IF (TIPO = 'T') OR (TIPO = 't')
```

```
THEN
```

```
BEGIN
```

```
REPEAT
```

```
ASSIGN (R3.ARCHIVO); {$I-}; RESET (R3); {I+};
```

```
OK := (IOresult = 0);
```

```
IF NOT OK
```

```
THEN
```

```
BEGIN
```

```
WRITELN (CHR(7)); clrscr;
```

```
WRITELN ('***** ERROR: El Archivo ',ARCHIVO,' no existe.');
```

```
WRITE ('Nombre completo del ARCHIVO de datos ?');
```

```
READLN (ARCHIVO);
```

```
END;
```

```
UNTIL OK;
```

```
WHILE NOT EOF (R3) DO MINMAX;
```

```
END
```

```
ELSE
```

```
IF (TIPO = 'E') OR (TIPO = 'e')
```

```
THEN
```

```
BEGIN
```

```
REPEAT
```

```
ASSIGN (R1.ARCHIVO); {$I-}; RESET (R1); {I+};
```

```
OK := (IOresult = 0);
```

```
IF NOT OK
```

```
THEN
```

```
BEGIN
```

```
WRITELN (CHR(7)); clrscr;
```

```
WRITELN ('***** ERROR: El Archivo ',ARCHIVO,' no existe.');
```

```
WRITE ('Nombre completo del ARCHIVO de datos ?');
```

```
READLN (ARCHIVO);
```

```
END;
```

```
UNTIL OK;
```

```
WHILE NOT EOF (R1) DO MINMAX
```

```
END
```

```
ELSE
```

```
REPEAT
```

```
ASSIGN (R2.ARCHIVO); {$I-}; RESET (R2); {I+};
```

```

OK := (IOresult = 0);
IF NOT OK
  THEN
    BEGIN
      WRITELN (CHR(7)); clrscr;
      WRITELN ('***** ERROR: El Archivo '.ARCHIVO.' no existe.'): WRITELN:
      WRITE ('Nombre completo del ARCHIVO de datos ? ');
      READLN (ARCHIVO);
    END;
  WHILE NOT EOF (R2) DO MINMAX;
  UNTIL OK;
  MINX := 0;
  IF (espec = 'S') or (espec = 's')
  THEN
    begin
      maxx := 500 / intmue;
      intmue := maxx / numpts;
      miny := 0;
    end
  ELSE maxx := numpts * intmue;
  RANGOX := MAXX - MINX;
  RANGYO := MAXY - MINY;
  if (tipo = 'T') or (tipo = 't')
  THEN reset(r3)
  ELSE if (tipo = 'E') or (tipo = 'e')
        THEN reset(r1)
        ELSE reset(r2);
END;

```

PROCEDURE DATOSDEUSUARIO:

```

BEGIN
  clrscr;
  GotoXY (1,25);
  WRITE ('Nombre completo del ARCHIVO de datos ? ');
  READLN (ARCHIVO);
  WRITE ('FORMATO [T]exto, [E]ntero o [B]yte ? ');
  READLN (tipo);
  IF tipo in ['T','t']
  THEN
    begin
      write ('Archivo de espectros de potencia (S/N) ? ');
      readln(espec);
    end
  ELSE espec := 'N';
  REPEAT
    WRITE ('Numero de datos por Grafica (max.=1024) ? ');
    READLN (NUMPTS);
  UNTIL numpts <= 1024;
  WRITE ('Intervalo de Muestreo (en milisegundos) ? ');
  READLN (INTMUE);
  WRITE ('Grafica de lineas o de puntos (L/P) ? ');
  READLN (tipgraf);
END;

```

PROCEDURE LEERDATOS:

```

BEGIN

```

```

IF (tipo = 'T') or (tipo = 't')
THEN
  WHILE (M <= NUMPTS-1) AND (NOT EOF(R3)) DO
  BEGIN
    M := M + 1; (* contador de puntos (global) *)
    READLN (R3.DATOS[M]);
  END
ELSE
IF (tipo = 'E') or (tipo = 'e')
THEN
  WHILE (M <= NUMPTS-1) AND (NOT EOF(R1)) DO
  BEGIN
    M := M + 1; (* contador de puntos (global) *)
    READ (R1,DATOENTERO); DATOS[M] := DATOENTERO;
  END
ELSE
  WHILE (M <= NUMPTS-1) AND (NOT EOF(R2)) DO
  BEGIN
    M := M + 1; (* contador de puntos (global) *)
    READ (R2.DATOBYTE); DATOS[M] := DATOBYTE;
  END;
END;

```

END;

-PROCEDURE GRAFICAR;

```

BEGIN
  IF (espec = 'S') or (espec = 's')
  THEN begin yini := puntosy(0); inicio := 1; end
  ELSE begin YINI := PUNTOSY(DATOS[1]); INICIO:=2; end;
  XINI := PUNTOSX(0);
  if (tipgraf = 'L') or (tipgraf = 'l')
  THEN
    FOR I := INICIO TO M DO
    BEGIN
      DRAW (XINI,YINI,PUNTOSX((I-INICIO+1)*INTMUE),PUNTOSY(DATOS[I]),1);
      XINI := PUNTOSX((I-INICIO+1)*INTMUE); YINI := PUNTOSY(DATOS[I]);
    END
  ELSE
    BEGIN
      PLOT (XINI,YINI,1);
      FOR I:= INICIO TO M DO
      BEGIN
        XINI := PUNTOSX((I-inicio+1) * INTMUE);
        YINI := PUNTOSY(DATOS[I]);
        PLOT(XINI,YINI,1);
      END;
    END;
  K := K + 1; (* contador de graficas *)
  GOTOXY (26,1); WRITE (K:3);
  GOTOXY (46,1); WRITE (M:4);
END;

```

```

BEGIN
PANTALLA;
DATOSDEUSUARIO;
window (1,1,80,25);
SUMAGLOBAL := 0.0;

```



```

ENEGLOBAL := 0.0;
PARAMETROS;
HIRES;
HIRESCOLOR (10);
FONDODEGRAFICA;
WINDOW (1,22,80,25);
GOTOXY (1,1); WRITE (ARCHIVO:14);
GOTOXY (18,1); WRITE ('Segmento');
GOTOXY (32,1); WRITE ('Num. de Datos');
GOTOXY (54,1); WRITE ('Media ',(sumaglobal/eneglobal):1:2);
TERMINAR := FALSE;
K := 0; (* contador de graficas (global) *)
REPEAT
M := 0; (* contador de puntos (global) *)
LEERDATOS;
GRAFICAR;
GOTOXY (1,3);
WRITE ('[A]umentar [S]iguiente grafica [T]erminar ? ');
repeat
repeat until keypressed;
car:= readkey;
until car IN ['S','s','A','a','T','t']; write (car);
IF (CAR = 's') OR (CAR = 'S')
THEN
BEGIN
IF (espec = 'S') or (espec = 's')
THEN begin yini := puntosy(0); inicio := 1; end
ELSE begin YINI := PUNTOSY(DATOS[1]); INICIO:=2; end;
XINI := PUNTOSX(0);
if (tipgraf = 'L') or (tipgraf = 'l')
THEN
FOR I := INICIO TO M DO
BEGIN
DRAW (XINI,YINI,PUNTOSX((I-INICIO+1)*INTMUE),PUNTOSY(DATOS[I]),0);
XINI := PUNTOSX((I-INICIO+1)*INTMUE); YINI := PUNTOSY(DATOS[I]);
END
ELSE
BEGIN
PLOT (XINI,YINI,0);
FOR I:= INICIO TO M DO
BEGIN
XINI := PUNTOSX((I-inicio+1) * INTMUE);
YINI := PUNTOSY(DATOS[I]);
PLOT(XINI,YINI,0);
END;
END:
END;
IF (tipo = 'T') or (tipo = 't')
THEN TERMINAR := (CAR IN ['T','t']) OR (EOF(R3))
ELSE
IF (tipo = 'E') or (tipo = 'e')
THEN TERMINAR := (CAR IN ['T','t']) OR (EOF(R1))
ELSE TERMINAR := (CAR IN ['T','t']) OR (EOF(R2));
UNTIL TERMINAR;
GOTOXY (1,3); FOR I := 1 TO 60 DO WRITE (' ');
END.
*** NUMERO DE LINEAS EN a:grafiteb.pas = 393 ***

```

B. BIBLIOGRAFIA

- Cohen, J. Cerebral evoked responses in dislexic children. Progress and Brain Research, 54: 502-506.
- Cooley, W.W. and Lohnes, P.R. Multivariate data analysis. John Wiley and sons, Inc., New York, 1971.
- Critchey, M. The dislexic child. Springfield: Charles Thomas Pub., U.S.A., 1970.
- Chapman, R.M., McCrary, W., Bragdon, H.R. and Chapman, J.A. Latent components of event-related potentials functionally related to information processing. Prog. Clin. Neurophysiol., 6: 80-105.
- Chatfield, C. and Collins, A.J. Chapman and Hall, New York, 1980.
- Frane, J. and Jennrich, R. P4M: Factor analysis. En Dixon, W.J. and Brown, M.B. Biomedical computer programs LP-series. University of California Press, U.S.A., 1979.
- Fulks, W. Cálculo avanzado. Edit. Limusa, México, 1983.
- Glaser, E.M. and Ruchkin, D.S. Principles of neurobiological signal analysis. Academic Press, U.S.A., 1976. Gujarati, D. Econometría Básica. Edit. McGraw Hill. México, 1981.
- Guevara, P.M.A. y Zarabozo, D. Captura Automatizada de señales analógicas (CAPTUR). Comunicaciones técnicas de la Facultad de Psicología de la U.N.A.M., octubre, 1984.
- Gujarati, D. Econometría Básica. Edit. McGraw-Hill. México, 1981.
- Harmony, T. y Alcaraz, V. Daño cerebral: diagnóstico y tratamiento. Ed. Trillas, México, 1987.

John, E.R. Neurometrics: Clinical applications of quantitative electrophysiology. Lawrence Erlbaum Associates, Pub., U.S.A., 1977.

Kirk, R.E. Experimental design procedures for the behavioral sciences. Brooks-Cole Co., 1968.

Maddala, G.S. Econometria. Edit. McGraw-Hill, México, 1985.

Montgomery, D.C. Design and analysis of experiments. John Wiley and Sons. New York, 1984.

Morrison, D.F. Multivariate statistical methods. McGraw-Hill, Tokio, 1976.

Papoullis, A. Signal analysis. McGraw Hill, Tokio, 1977.

Papoullis, A. Probability, random variables, and stochastic processes. McGraw Hill, Tokio, 1984.

Scientific subroutines programmer's reference manual. Digital equipment Co., U.S.A., 1982.

Tatsuoka, M.M. Multivariate Analysis: Techniques for educational and psychological research. John Wiley and sons. New York.

Turbo Pascal 4.0 IBM version. Borland International, U.S.A., 1987.

Zarabozo, D. ANDEVA. Comunicación técnica 21 de la Facultad de Psicología de la U.N.A.M.