300615

26

29.

UNIVERSIDAD LA SALLE

ESCUELA DE INGENIERIA
INCORPORADA A LA U.N.A.M.

ANALISIS DE ESTRUCTURAS ESQUELETALES PLANAS EMPLEANDO UNA MICROCOMPUTADORA

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

GABRIEL LEONARDO PIÑON BLANCO

MEXICO, D. F. 1987

INDICE

Pág.

INTRODUCCION 1

1-. ESTRUCTURAS ESQUELETALES PLANAS

1.1-. Generalidades

1.1.1-. Estructura Esqueletal Plana

1.1.2-. Caracteristicas de la barra plana

1.2-. Modelo Estructural Discreto

1.2.1-. Hipotesis Basicas

2-. ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE LA BARRA.................. 4

2.1-. Ecuaciones de Equilibrio de una barra en funcion de los elementos mecanicos y cinematicos de los puntos nodales

2.1.1-. Ecuaciones Diferenciales de Equilibrio

2.1.2-. Equilibrio de la barra

2.2-. Ecuaciones de Equilibrio de una barra descrita sobre Sistemas de Referencia arbitrarios

2.3-. Vector de fuerzas de fijacion

2.3.1-. Fuerzas de Fijacion

2.3.1.1-. Par Concentrado

2.3.1.2-. Carga Lineal Discontinua

2.3.2-. Correccion de las Fuerzas de Fijacion por Articulaciones en los Puntos Nodales

2.3.2.1-. Barra articulada en el punto nodal i

2.3.2.2-. Barra articulada en el punto nodal j

Pág.

2.3.3-. Referencia Global

2.4-. Vectores de fuerzas generalizadas o elementos mecanicos de la barra cinematicamente determinada

2.4.1-. Matriz de Rigideces de la Barra. Referencia local.

2.4.1.1-. Barra doblemente empotrada

2.4.1.2-. Barra articulada en el punto nodal i

2.4.1.3-. Barra Articulada en el Punto Nodal j

2.4.1.4-. Barra Articulada en ambos extremos

2.4.2-. Matriz de Rigideces de la Barra. Referencia Global.

2.4.2.1-. Barra Doblemente Empotrada

2.4.2.2-. Barra con Articulaciones

2.5-. Vector de Fuerzas Externas

2.5.1-. Referencia Local

2.5.2-. Referencia Global

2.6-. Vector de Desplazamientos

3-. ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE LA ESTRUCTURA 43

3.1-. Equilibrio Estructural

3.2-. Formacion de la Matriz de Rigideces

3.2.1-. Indicadores de Ecuacion

3.2.2-. Ensamble

3.3-. Formacion del Vector de Cargas

3.3.1-. Vector de Fuerzas Externas

3.3.2-. Vector de Fuerzas de Fijacion

3.4-. Condiciones Frontera de la Estructura

3.4.1-. Desplazamientos Preescritos

Pág.

3.5-. Elementos Mecanicos y Cinematicos de la Estructura

4-. SOLUCION DE ECUACIONES DE EQUILIBRIO 54

4.1-. Introduccion

4.2-. Metodos Directos

4.2.1-. Triangulacion y sustitucion

4.3-. Almacenamiento de la Matriz de Rigideces

4.3.1-. Arreglos Cuadrados

4.3.2-. Arreglos Rectangulares

4.3.3-. Arreglos Unidimensionales

4.4-. Optimizacion de Metodos de Solucion y empleo de Arreglos.

5-. PROGRAMA DE COMPUTADORA 67

5.1-. Caracteristicas

5.1.1-. Computadora

5.1.2-. Sistema Operativo

5.1.3-. Lenguaje

5.2-. Organizacion del Programa

5.2.1-. Diagrama de Bloques

5.2.2-. Descripcion de Subrutinas

5.2.3-. Sub-subrutinas

5.3-. Instructivo de Operacion

6-. EJEMPLO DE APLICACION 75

6.1-. Estructuras Analizadas

6.1.1-. Geometria

6.1.2-. Datos Iniciales

6.1.3-. Datos Generales

6.1.4-. Cargas Actuantes

6.2-. Resultados Obtenidos

6.2.1-. Propiedades Geometricas

6.2.2-. Matrices de Rigideces

6.2.3-. Desplazamientos

6.2.4-. Elementos Mecanicos

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.......................... 81

TABLAS Y FIGURAS 87

REFERENCIAS.................................... 112

ANEXOS... 114

I-. Factor de Forma

II-. Listado de programa

INTRODUCCION

INTRODUCCION

Existen estructuras cuya complejidad de geometría, variedad de materiales que conforman las barras y por el tamaño de la misma no resulta adecuado efectuar su analisis mediante métodos tradicionales, ya sea por la complejidad en la obtencion de la solución, o por ser una solución muy conservadora del problema.

Para este tipo de estructuras una opcion es idealizarla como estructura esqueletal plana cuya solucion requiere como herramienta de cálculo una computadora.

El utilizar la computadora permite efectuar los calculos en forma rápida y con un indice mas bajo de error en el proceso numérico.

El objetivo de este trabajo consiste en presentar la metodología para análisis de estructuras esqueletales bidimensionales, cuya solución se adapta el empleo de una computadora. Asi como el desarrollo de un programa de computadora adecuado para maquinas de capacidad reducida de memoria.

En el Capítulo 1 se presentan los conceptos basicos de las estructuras esqueletales planas. Esto es el modelo estructural discreto estandar utilizado, asi como las hipótesis y limitaciones que involucra el planteamiento del mismo. En los Capitulos 2 y 3 se expone la teoría que fundamenta dicho modelo y la demostración del mismo, tanto para la barra como para la estructura, respectivamente. El Capitulo 4 se ocupa de la solucion de las ecuaciones de equilibrio. En el Capitulo 5 se describe el programa elaborado, asi como un intructivo de operacion del mismo. En el Capitulo 6, tres ejemplos de aplicacion se presentan. Por ultimo se presentan conclusiones, tablas, figuras y anexos segun se muestra en el indice.

CAPITULO UNO

ESTRUCTURAS ESQUELETALES PLANAS

1-. ESTRUCTURAS ESQUELETALES PLANAS

1.1 -. Generalidades

1.1.1 -. Estructura Esqueletal Plana.

La estructura esqueletal plana, es aquella que está formada por barras planas unidas por nudos conocidos con el nombre de puntos nodales. En la fiq.(1.1) se presentan varias estructuras idealizadas como estructuras esqueletales.

1.1.2 -. Características de la barra plana.

Al considerar la barra plana como un elemento básico en el estudio de estructuras esqueletales, es preciso definir las características del tipo de barra que se considera en el presente trabajo.

a) Eje Recto

b) Opción de articulaciones o empotramientos en cualquiera de los puntos nodales.

c) Material contínuo, es decir un solo material por barra.

d) Material de Hooke

e) Propiedades Mecánicas del Material son iquales a compresión y tensión.

f) Barras prismáticas es decir, de sección transversal constante.

g) La referencia de las secciones es centroidal y principal.

h) La sección es simétrica, existiendo un solo plano de carga.

i) Dos puntos nodales por barra, pudiéndose dirigir la misma en cualquier dirección y sentido.

j) Tres desplazamientos desconocidos como máximo por cada punto nodal de la misma.

1.2 -. Modelo Estructural Discreto

El modelo discreto de un sistema estructural es aquel que - esta compuesto por un número finito de elementos que representan las características del sistema y de las componentes del mismo; - es el resultado de idealizar un modelo contínuo a base de hipótesis que determinan un comportamineto aproximado al observado en - el modelo contínuo.

El modelo discreto estandar de la barra se define como :

$$\underline{f}^{o} + \underline{k}\,\underline{u} = \underline{f}^{e} \qquad (1.1)$$

donde:

$\underline{f}^{o}$ es el vector de fuerzas de fijación de la barra

$\underline{k}$ es la matriz de rigideces de la barra

$\underline{u}$ es el vector de desplazamientos de la barra

$\underline{f}^{e}$ es el vector de fuerzas equilibrantes de la barra

Al aplicar a todas las barras de la estructura la ec.(1.1) es posible obtener las ecuaciones de equilibrio de la estructura la cual se puede escribir como :

$$\underline{F}^{o} + \underline{K}\,\underline{U} = \underline{F}^{e} \qquad (1.2)$$

donde:

$\underline{F}^{o}$ es el vector de fuerzas de fijación de la estructura

$\underline{K}$ es la matriz de rigideces de la estructura

$\underline{U}$ es el vector de desplazamientos de la estructura

$\underline{F}^{e}$ es el vector de fuerzas de la estructura

1.2.1-. Hipótesis basicas

Las ecuaciones (1.1) y (1.2) consideran las siguientes hipótesis para la solución del modelo.

a) Las deformaciones son pequenas comparadas con las dimensiones de la sección.
b) Secciones planas de la barra, normales a su eje permanecen planas después de someterse a flexión al elemento estructural.
c) Las deflexiones provocadas por el esfuerzo cortante no producen giros a la sección transversal.
d) Comportamiento estructural dentro del rango elástico.

CAPITULO DOS

ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE LA BARRA

2.1 -. Ecuaciones de Equilibrio de una barra en función de los elementos mecánicos y cinemáticos de los puntos nodales.

2.1.1 -. Ecuaciones Diferenciales de Equilibrio

El Modelo matemático de una barra plana sometida a cargas estáticas se muestra a continuación :

$$EA \frac{du}{dx} = N_X \tag{2.1}$$

$$EI \frac{d^2Vb}{dx^2} = M_X \tag{2.2}$$

$$EI \frac{dVs}{dx} = \frac{\phi y\, L^2 Vy}{12} \tag{2.3}$$

La ecuación (2.1) determina el equilibrio de la barra en función a sus desplazamientos paralelos al eje X, debidos a fuerzas normales al plano de la sección transversal de la barra.

La ecuación (2.2) establece el equilibrio del elemento barra en función a sus desplazamientos paralelos al eje Y, debidos a la flexión, mismos que provocan momentos alrrededor del eje Z de la barra (fig 2.1).

La ecuación (2.3) representa el equilibrio de la barra en -

función a desplazamientos paralelos al eje Y, debidos a la fuerza cortante.

donde :

E es igual al valor numérico del módulo de elasticidad del material de la barra

A es el area de la sección transversal

u representa el desplazamiento paralelo al eje X

N es la fuerza equilibrante normal al plano de la sección de la barra.

Iz es momento de Inercia de la sección de la barra con respecto al eje Z.

Vb es el desplazamiento paralelo al eje Y, debido al esfuerzo respectivo en dicho sentido

Mz es el momento equilibrante respecto a Z

Vs es el desplazamiento debido al esfuerzo cortante paralelo al eje Y

ϕy es un parámetro conocido como factor de cortante que involucra para su determinacion a las propiedades geométricas y elásticas de la barra.

La expresión que nos permite conocer dicho factor es la siguiente:

$$\phi y = \frac{12\ EIz}{A\ G\ L^2}\ fy \qquad (2.4)$$

L es la longitud de la barra

fy es el factor de forma, el cual se obtiene por medio de la siguiente expresión :

$$fy = \frac{A}{Iz} \int_A \left(\frac{Qz}{bz} \right)^2 da \qquad (2.5)$$

Qz es el momento estático de la sección transversal

bz es la base de la misma

G es el módulo de elasticidad al cortante, que es igual a :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad (2.6)$$

ν es la relación de Poisson

2.1.2 -. Equilibrio de la barra

El equilibrio de la barra se establece en función de los elementos mecánicos (fuerzas generalizadas) y cinemáticos (desplazamientos generalizados) asociados a los puntos frontera o puntos nodales de la barra, esto mediante el método de las rigideces.

El equilibrio de la barra se representa mediante la siguiente expresión matematica :

$$\underline{f}^{o} + \underline{f}^{iu} u_i + \underline{f}^{iv} v_i + \underline{f}^{iw} w_i + \underline{f}^{ju} u_j + \underline{f}^{jv} v_j + \underline{f}^{jw} w_j = \underline{f}^{e} \qquad (2.7)$$

donde :

$\underline{f}^{o}$ vector de fuerzas de fijación, debidas a cargas externas y desplazamientos nulos, fig.(2.3).

$\underline{f}^{iu}$ vector de fuerzas generalizadas debidas al desplazamiento paralelo al eje X , en el punto nodal i , fig.(2.4.a).

$\underline{f}^{iv}$ vector de elementos mecánicos provocados por el desplazamiento paralelo al eje y, en el punto nodal i,fig.(2.4.b).

$\underline{f}^{iw}$ vector de elementos mecánicos de la barra sometida únicamente al desplazamiento angular respecto al eje Z, en el punto dodal i, fig.(2.4.c).

$\underline{f}^{ju}$ vector de fuerzas generalizadas de la barra sometida únicamente al desplazamiento paralelo al eje X , en el punto nodal j,fig.(2.4.d).

$\underline{f}^{jv}$ vector de elementos mecánicos debidos al desplazamiento paralelo al eje Y, en el punto nodal j, fig.(2.4.e).

$\underline{f}^{jw}$ vector de fuerzas generalizadas ocasionadas por el desplazamiento angular respecto al eje Z, en el punto nodal j, fig.(2.4.f).

ui desplazamiento horizontal en el nudo i

vj desplazamiento vertical en el nudo i

wj desplazamiento angular en el nudo i

uj desplazamiento horizontal en el nudo j

vj desplazamiento vertical en el nudo j

wj desplazamiento angular en el nudo j

f^{e} vector de fuerzas equilibrantes, mismo que representa las acciones de los nudos sobre la barra.

La notación utilizada para referirse a las cantidades de las diversas configuraciones se hace por superíndices. Para la configuración cinemáticamente determinada, sometida a las cargas originales, se emplea el superíndice igual a cero, mientras que para configuraciones con desplazamientos diferentes de cero, el superíndice consta de dos símbolos, siendo el primero asociado al punto nodal donde se presenta y el segundo se refiere al tipo de desplazamiento considerado.

Para obtener los valores de los vectores de elementos mecánicos en terminos de sus propiedades geométricas y tipo de material se integran las ecs.(2.1) a (2.3) de acuerdo a siete configuraciones cinemáticamente determinadas; una con desplazamientos nulos sometida a carga externa, y seis asociadas a los desplazamientos generalizados de los puntos nodales, se forma la ec.(2.7), antes mencionada.

Barra sometida únicamente al desplazamiento paralelo al el punto nodal i.

Esta configuración cinemáticamente determinada se indica con las siguientes condiciones frontera :

$$u^{iu}\Big|_{x=0} = u_i \qquad (2.7.1)$$

$$u^{iu}\Big|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.2)$$

$$\frac{dv_b^{iu}}{dx} = \left.\frac{dv^{iu}}{dx}\right|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.3)$$

$$v^{iu}\Big|_{x=0} = v^{iu} = 0 \qquad (2.7.4)$$

Al integrar las ecs.(2.1) a (2.3) con las condiciones de frontera anteriores se obtiene :

$$\underline{F}^{iu} = \frac{AE}{L}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u^{i} \qquad (2.7.5)$$

Barra sometida únicamente al desplazamiento paralelo al eje y, en

Esta configuración cinemáticamente determinada se imdica con las siguientes condiciones frontera :

$$u^{iv}\Big|_{x=0} = u^{iv}\Big|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.6)$$

$$v^{iv}\Big|_{x=0} = v\ i \qquad (2.7.7)$$

$$\frac{dv^{iv}_{b}}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{dv^{iv}_{b}}{dx}\Big|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.8)$$

$$v^{iv}\Big|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.9)$$

Al integrar las ecs. (2.1) a (2.3) con las condiciones de frontera anteriores se obtiene :

$$\underline{F}^{iv} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{12EI}{(1+\phi y)L^3} \\ \dfrac{6EI}{(1+\phi y)L^2} \\ 0 \\ -\dfrac{12EI}{(1+\phi y)L^3} \\ \dfrac{6EI}{(1+\phi y)L^2} \end{bmatrix} v_i \qquad (2.7.10)$$

Barra sometida únicamente al desplazamiento angular respecto al eje z en el punto nodal i.

Las condiciones de frontera correspondientes son :

$$u^{iw}\Big|_{x=0} = u^{iw}\Big|_{x=L} = 0 \qquad . \qquad (2.7.11)$$

$$v^{iw}\Big|_{x=0} = v^{iw}\Big|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.12)$$

$$\frac{dv_b^{iw}}{dx}\Bigg|_{x=0} = w\ i \qquad (2.7.13)$$

$$\frac{dv_b^{iw}}{dx}\Bigg|_{x=L} = \qquad (2.7.14)$$

Al integrar las ecs. (2.1) a (2.3) con las condiciones de frontera anteriores se obtiene :

$$\underline{F}^{iw} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{6EI}{(1+\phi y)L^2} \\ \dfrac{(4+\phi y)EI}{(1+\phi y)L} \\ 0 \\ -\dfrac{6EI}{(1+\phi y)L^2} \\ \dfrac{(2-\phi y)EI}{(1+\phi y)L} \\ 0 \end{bmatrix} w_i \qquad (2.7.15)$$

Barra sometida únicamente al desplazamiento paralelo al eje x, en el punto nodal j.

Esta configuración cinemáticamente determinada se indica con las siguientes condiciones de frontera :

$$u \Big|_{x=0}^{ju} = 0 \qquad (2.7.16)$$

$$u^{ju}\Big|_{x=L} = u_j \qquad (2.7.17)$$

$$\frac{dv_b^{ju}}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{dv_b^{ju}}{dx}\Big|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.18)$$

$$v^{ju}\Big|_{x=0} = v^{ju}\Big|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.19)$$

Al integrar las ecs. (2.1) a (2.3) con las condiciones de frontera anteriores se obtiene :

$$\underline{F}^{ju} = \frac{AE}{L}\begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} u_j \qquad (2.7.20)$$

$$u^{ju}\Big|_{x=L} = u_j \qquad (2.7.17)$$

$$\frac{dv_b^{ju}}{dx}\Bigg|_{x=0} = \frac{dv_b^{ju}}{dx}\Bigg|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.18)$$

$$v^{ju}\Big|_{x=0} = v^{ju}\Big|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.19)$$

Al integrar las ecs. (2.1) a (2.3) con las condiciones de frontera anteriores se obtiene :

$$\underline{F}^{ju} = \frac{AE}{L}\begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} u_j \qquad (2.7.20)$$

Barra sometida únicamente al desplazamiento paralelo al eje y, en el punto nodal j .

Esta configuración cinemáticamente determinada se indica con las siguientes condiciones frontera :

$$u\Big|^{jv}_{x=0} = u\Big|^{jv}_{x=L} = 0 \qquad (2.7.21)$$

$$v\Big|^{jv}_{x=0} = 0 \qquad (2.7.22)$$

$$\frac{dv}{dx}\Big|^{jv}_{x=0} = \frac{dv}{dx}\Big|^{jv}_{x=L} = 0 \qquad (2.7.23)$$

$$v\Big|^{jv}_{x=L} = v\,j \qquad (2.7.24)$$

Al integrar las ecs. (2.1) a (2.3) con las condiciones de frontera anteriores se obtiene :

$$\underset{-}{F}^{jv} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{-\ 12EI}{(1+\phi y)L^3} \\ \dfrac{-\ 6EI}{(1+\phi y)L^2} \\ 0 \\ \dfrac{12EI}{(1+\phi y)L^3} \\ -\ \dfrac{6EI}{(1+\phi y)L^2} \end{bmatrix} v\ i \qquad (2.7.25)$$

Barra sometida únicamente al desplazamiento angular respecto al eje z en el punto nodal j.

Las condiciones de frontera correspondientes son :

$$u^{jw}\Big|_{x=0} = u^{jw}\Big|_{x=0} = 0 \qquad (2.7.26)$$

$$\left. v^{jw} \right|_{x=0} = \left. v^{jw} \right|_{x=L} = 0 \qquad (2.7.27)$$

$$\left. \frac{dv_b^{jw}}{dx} \right|_{x=0} = 0 \qquad (2.7.28)$$

$$\left. \frac{dv_b^{jw}}{dx} \right|_{x=L} = w\ j \qquad (2.7.29)$$

Al integrar las ecs. (2.1) a (2.3) con las condiciones de frontera anteriores se obtiene :

$$\underline{F}^{j\bar{w}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{6EI}{(1+\phi y)L^2} \\ \dfrac{(2-\phi y)EI}{(1+\phi y)L} \\ 0 \\ -\dfrac{6EI}{(1+\phi y)L^2} \\ \dfrac{(4+\phi y)EI}{(1+\phi y)L} \\ 0 \end{bmatrix} w_j \qquad (2.7.30)$$

La expresión (2.7) se puede escribir en forma matricial como sigue :

$$\underline{f}^{o} + \begin{bmatrix} \underline{f}^{iu} & \underline{f}^{iv} & \underline{f}^{i\bar{w}} & \underline{f}^{ju} & \underline{f}^{jv} & \underline{f}^{j\bar{w}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ u_j \\ v_j \\ w_j \end{Bmatrix} = \underline{f}^{e} \qquad (2.8)$$

misma que en forma simbólica constituye la ec.(1.1), que es el modelo estructural en estudio.

2.2 - Ecuaciones de Equilibrio de una barra descrita sobre Sistemas de Referencia Arbitrarios.

Debido a que la ec.(1.1) esta asociada a la referencia local de la barra, fig.(1.2), para plantear el equilibrio de la estructura, es necesario transformar a una referencia global cada una - de ellas. Por lo cual el modelo de la barra queda expresado de la siguiete manera :

$$\bar{\underline{f}}^{o} + \bar{\underline{k}}\,\bar{\underline{u}} = \bar{\underline{f}}^{e} \qquad (2.9)$$

donde :

$$\bar{\underline{f}}^{o} = \bar{\underline{a}}^{T}\,\underline{f}^{o} \qquad (2.10)$$

$$\bar{\underline{k}} = \bar{\underline{a}}^{T}\,\underline{k}\,\bar{\underline{a}} \qquad (2.11)$$

$$\bar{\underline{u}} = \bar{\underline{a}}^{T}\,\underline{u} \qquad (2.12)$$

$$\bar{\underline{f}}^{e} = \bar{\underline{a}}^{T}\,\underline{f}^{e} \qquad (2.13)$$

$\underline{a}^T$ es la transpuesta de la matríz de transformacion de la barra.Cuya definición es :

$$\underline{a}^T = \begin{bmatrix} a^T & 0 \\ & \\ 0 & a^T \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

que en forma explícita se escribe como :

$$\underline{a}^T = \begin{bmatrix} c & -s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

c es el coseno del ángulo que se forma entre el sistema local y global de la barra.

s es el seno del ángulo que se forma entre el sistema local y global de la barra.

2.3 - Vector de Fuerzas de fijación. o

Como se dijo anteriormente el término $\underline{f}$, de la ec.(1.1) , se le denomina vector de fuerzas de fijación de la barra, debido a que está formado con las fuerzas generalizadas de fijacion en los puntos nodales frontera. Posée 6 componentes que dependen de las cargas externas que actuan en los puntos intermedios de la barra, así como la geometría de la misma, es decir

$$\underline{f}^{o} = \begin{Bmatrix} F^{o}_{ix} \\ F^{o}_{iy} \\ M^{o}_{iz} \\ F^{o}_{jx} \\ F^{o}_{jy} \\ M^{o}_{jz} \end{Bmatrix} \qquad (2.16)$$

2.3.1 - Fuerzas de Fijación

En la fig.(2.3) se muestra que, aunque el sistema de cargas sea complejo, este se puede descomponer en varios sistemas de cargas simples, debido a la linealidad del modelo matemático que los gobierna. Por tanto para N sistemas de cargas simples, se tiene -

la expresión siguiente :

$$\overset{o}{\underset{-}{f}} = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N} F_{ix}^{o(m)} \\ \sum_{m=1}^{N} F_{iy}^{o(m)} \\ \sum_{m=1}^{N} M_{iz}^{o(m)} \\ \sum_{m=1}^{N} F_{jx}^{o(m)} \\ \sum_{m=1}^{N} F_{jy}^{o(m)} \\ \sum_{m=1}^{N} M_{jz}^{o(m)} \end{bmatrix} \qquad (2.17)$$

Se presentan en los siguientes incisos las formulas para obtener las fuerzas de fijación para las condiciones de carga empleadas.

2.3.1.1 - Par Concentrado

En la fig.(2.5.a) se muestra esta condición de carga. Sus reacciones son :

$$\overset{o}{f}_{iy} = \frac{6a\,(L-a)}{(1+\phi y)\;L}\,Mz \qquad (2.18)$$

$$\overset{o}{M}_{iz} = \frac{(L-a)(3a-L-\phi yL)}{(1+\phi y)L}\,Mz \qquad (2.19)$$

$$\overset{o}{f}_{jy} = -\;\overset{o}{f}_{iy} \qquad (2.20)$$

$$\overset{o}{M}_{jz} = \frac{a(2L-3a-\phi yL)}{(1+\phi y)\;L}\,Mz \qquad (2.21)$$

2.3.1.2 - Carga Lineal Discontinua (fig.(2.5.b))

$$\overset{o}{f}_{iy} = \frac{(L-a-b)}{(1+\phi Y)L} \quad b\;(3L-2b)(w1+w2)+\;\;(L-a-b)(L(L-a)(3w1+w2)-..$$

b(L-6a+2b)w1+ b(L+2a-2b)w2)- (1-a-b) (4w1+..

w2)+ ØyL (2(L-a-2b)w1+ (L-a+b)w2

(2.22)

o (L-a-b)

M iz = ------ b (L-b)(w1+w2)+ (L-a-b)((L -aL+3ab)(3w1+ ..

2(1+Oy)

w2)-b(4L+3b)w1-3b w2)- (L-a-b) (4w1+ w2)+..

ØyL(L -10bL+2a1+2ab-3a -b)w1+ (L +2ab- ..

a -3b)w2)

(2.23)

o o

f jy = (L-a-b)(w1+w2)- f iy (2.24)

o o o

M jz = f iyL - M iz - (L-a-b)((2L-2a+b)w1+(L-a-2b)w2) (2.25)

Particularizando esta condición de carga, puede ser empleada para resolver los siguientes tipos de carga :

- Carga uniforme contínua

- Carga uniforme discontinua
- Carga lineal continua
- Carga lineal discontinua
- Fuerza concentrada

2.3.2 - Corrección de las Fuerzas de Fijación por Articulaciones en los Puntos Nodales.

El vector de fuerzas de fijación, mencionado anteriormente, corresponde a una barra doblemente empotrada. Al estar articulados algunos de los nudos debe corregirse las fuerzas de fijación.

2.3.2.1 - Barra articulada en el punto nodal i

$$V_i = V_i - (1+FT)\frac{M_i}{L} \qquad (2.26) \qquad\qquad \text{donde } FT = \frac{2-\phi_Y}{4+\phi_Y} \qquad (2.30)$$

$$V_j = V_j + (1+FT)\frac{M_j}{L} \qquad (2.27)$$

$$M_i = 0 \qquad (2.28)$$

$$M_j = M_j - FT\, M_i \qquad (2.29)$$

los superíndices significan :

~

a barra articulada

e barra empotrada

2.3.2.2 - Barra articulada en el punto nodal j

$$V_i = V_i - (1+FT)\frac{M_j}{l} \qquad (2.31)$$

$$V_j = V_j + (1+FT)\frac{M_j}{l} \qquad (2.32)$$

$$M_i = M_i - FT\,M_j \qquad (2.33)$$

$$M_j = 0 \qquad (2.34)$$

2.3.2.3 - Barra articulada en ambos puntos nodales.

En este caso los cortantes son iguales al caso de barras doblemente empotradas y los momentos de empotramiento tienen valor nulo ambos.

2.3.3 - Referencia Global

De acuerdo con la ec.(2.10) se obtiene vector de fuerzas transformado a la referencia global.

$$\underline{f}^{o} = \underline{a}^{T}\,\underline{f}^{o} = \begin{bmatrix} c\,F^{o}_{ix} - s\,F^{o}_{iy} \\ s\,F^{o}_{ix} + c\,F^{o}_{iy} \\ M^{o}_{iz} \\ c\,F^{o}_{jx} - s\,F^{o}_{jy} \\ s\,F^{o}_{jx} + c\,F^{o}_{jy} \\ M^{o}_{jz} \end{bmatrix} \qquad (2.35)$$

2.4 - Vectores de fuerzas generalizadas o elementos mecánicos de la barra cinemáticamente determinada.

Al agrupar los vectores de los elementos mecánicos, ecuaciones (2.7.5), (2.7.10), (2.7.15), (2.7.20), (2.7.25), y (2.7.30), para las seis configuraciones deformadas de la barra, en forma matricial, se obtiene la matriz de rigidez , k.

2.4.1 - Matríz de Rigideces de la barra. Referencia local.

La matriz de rigideces de la barra, es un arreglo cuadrado de orden 6 , que depende únicamente de la geometría y material de la misma.

2.4.1.1 - Barra doblemente empotrada

A continuación se presenta la matriz de rigideces de una barra en referencia local :

$$
\underline{k} = \begin{bmatrix}
\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EI}{(1+\phi Y)L^3} & \frac{6EI}{(1+\phi Y)L^2} & 0 & \frac{-12EI}{(1+\phi Y)L^3} & \frac{6EI}{(1+\phi Y)L^2} \\
0 & \frac{6EI}{(1+\phi Y)L^2} & \frac{(4+\phi Y)EI}{(1+\phi Y)L} & 0 & \frac{-6EI}{(1+\phi Y)L} & \frac{(2-\phi Y)EI}{(1+\phi Y)L} \\
\frac{-EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\
0 & \frac{-12EI}{(1+\phi Y)L^3} & \frac{-6EI}{(1+\phi Y)L^2} & 0 & 0 & \frac{-6EI}{(1+\phi Y)L^2} \\
0 & \frac{6EI}{(1+\phi Y)L^2} & \frac{(2-\phi Y)EI}{(1+\phi Y)L} & 0 & \frac{-6EI}{(1+\phi Y)L^2} & \frac{(4+\phi Y)EI}{(1+\phi Y)L}
\end{bmatrix} \qquad (2.36)
$$

2.4.1.2 - Barra Articulada en el Punto nodal i

La matriz de rigidez mostrada en el inciso anterior, implica que los nodos de la barra tienen capacidad para absorber momento. Cuando no es así se debe corregir dicha matriz.

De la expresión matricial ku se puede escribir :

$$F_{ix} = k11\ ui + k14\ uj \quad (2.36)$$

$$F_{iy} = k22\ vi + k23\ wi + k25\ vj + k26\ wj \quad (2.37)$$

$$F_{iz} = k32\ vi + k33\ wi + k35\ vj + k36\ wj \quad (2.38)$$

$$F_{jx} = k41\ ui + k44\ uj \quad (2.39)$$

$$F_{jy} = k53\ vi + k53\ wi + k55\ vj + k56\ wj \quad (2.40)$$

$$F_{jz} = k62\ vi + k63\ wi + k65\ vj + k66\ wj \quad (2.41)$$

Si la barra esta articulada en el punto nodal i el momento en dicho punto debe ser nulo. Por lo tanto Fiz =0

$$0 = k32 + k33\ wi + k35\ vj + k36\ wj \quad (2.42)$$

despejando wi

$$wi = - \frac{1}{k33} (k32\ vi + k35\ vi + k36\ wj) \quad (2.43)$$

y se puede afirmar que el desplazamiento angular wi es linealmente dependiente de los demás desplazamientos. Al sustituir la ec.(2.43) en las ecs.(2.36) a (2.41), para posteriormente ordenar en forma matricial se obtiene :

$$\underline{k}^{i} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{(1+\phi Y)k_{22}}{4+\phi Y} & 0 & 0 & \dfrac{(1+\phi Y)k_{25}}{4+\phi Y} & \dfrac{2(1+\phi Y)k_{26}}{4+\phi Y} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{(1+\phi Y)k_{52}}{4+\phi Y} & 0 & 0 & \dfrac{(1+\phi Y)k_{55}}{4+\phi Y} & \dfrac{2(1+\phi Y)k_{56}}{4+\phi Y} \\ 0 & \dfrac{2(1+\phi Y)k_{62}}{4+\phi Y} & 0 & 0 & \dfrac{2(1+\phi Y)k_{65}}{4+\phi Y} & \dfrac{12(1+\phi Y)k_{66}}{4+\phi Y} \end{bmatrix} \qquad (2.44)$$

donde : los términos k_{ij} son los terminos de la matríz de rigideces de la barra considerada doblemente empotrada, ecuación (2.36).

2.4.1.3 - Barra Articulada en el Punto Nodal j

De manera análoga al inciso anterior, el desplazamiento en j es linealmente dependiente y se puede calcular como :

$$w_j = -\frac{1}{k66}\left(k62\ v_i + k63\ w_i + k65\ v_j\right) \qquad (2.45)$$

y la matríz de rigideces corregida es :

$$\underline{k}^{j} = \begin{bmatrix} k\,11 & 0 & 0 & k\,14 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{(1+\phi Y)k22}{4+\phi Y} & \dfrac{2(1+\phi Y)k23}{4+\phi Y} & 0 & \dfrac{(1+\phi Y)k25}{4+\phi Y} & 0 \\ 0 & \dfrac{2(1+\phi Y)k32}{4+\phi Y} & \dfrac{12(1+\phi Y)k33}{4+\phi Y} & 0 & \dfrac{2(1+\phi Y)k35}{4+\phi Y} & 0 \\ k\,41 & 0 & 0 & k\,44 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{(1+\phi Y)k52}{4+\phi Y} & \dfrac{2(1+\phi Y)k53}{4+\phi Y} & 0 & \dfrac{(1+\phi Y)k55}{4+\phi Y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.46)$$

donde :los terminos k ij son los términos de la matriz de rigideces de la barra considerada doblemente empotrada, ecuación (2.36).

2.4.1.4 - Barra Articulada en ambos Extremos

Los giros se pueden valuar con las siguientes expresiones :

$$wi = \frac{1}{L} (Vj - Vi) \qquad (2.47)$$

$$wj = \frac{1}{L} (Vi - Vj) \qquad (2.48)$$

y la matriz de rigideces corregida es :

$$\underset{-}{k}^{ij} = \begin{bmatrix} k\ 11 & 0 & 0 & k\ 14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k\ 41 & 0 & 0 & k\ 44 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.49)$$

donde :los terminos k ij son los terminos de la matríz de rigideces de la barra considerada doblemente empotrada,ec(2.36).

2.4.2 - Matríz de Rigideces de la barra. Referencia Global

Al aplicar la ec.(2.11) se obtiene la matríz de rigidez de la barra en referencia global o de la estructura.

2.4.2.1 - Barra Doblemente Empotrada

Al sustituir la ec.(2.36) en la ec.(2.11) se obtiene la matriz de rigideces de la barra en referencia global, ec.(2.50).

En ella se muestra la matríz de rigideces de la barra en referencia global, expresada en terminos de los componentes de referencia local y los componentes de la matríz de cosenos directores para la barra plana.

$$\begin{bmatrix} c^2k11+s^2k22 & cs(k11-k22) & -sk23 & c^2k14+s^2k25 & cs(k14-k25) & -sk26 \\ & s^2k11+c^2k22 & ck23 & sc(k14-k25) & s^2k14+c\,k25 & ck26 \\ & & k33 & -sk35 & ck35 & k36 \\ & \text{SIMETRICA} & & c^2k44+s^2k55 & cs(k44-k55) & -sk56 \\ & & & & s^2k44+c^2k55 & ck56 \\ \multicolumn{5}{l}{k\ ij = \text{coeficientes de la referencia local}} & k66 \end{bmatrix}$$

(2.50)

2.4.2.2 - Barra con Articulaciones

La matriz de rigidez , en referencia global, para barras con articulaciones en los puntos nodales, se obtiene con la expresión (2.50); siendo k ij los coeficientes de rigideces corregidos de las matrices correspondientes en referencia local para cuando se tienen articulaciones en los puntos nodales.

2.5 - Vector de Fuerzas Externas.

El vector $\underline{f}^e$ se le conoce con el nombre de vector de fuerzas externas o equilibrantes formado por las acciones de nudo sobre - barra.

2.5.1 - Referencia Local.

Posée 6 componentes, según se indica en la expresión siguiente :

$$\underline{f}^e = \begin{Bmatrix} F^e_{ix} \\ F^e_{iy} \\ M^e_{iz} \\ F^e_{jx} \\ F^e_{jy} \\ M^e_{jz} \end{Bmatrix} \qquad (2.51)$$

2.5.2 - Referencia Global

De acuerdo a la ec.(2.13) el vector de fuerzas externas en - referencia global queda así :

$$\underline{f}^{e} = \begin{bmatrix} cF^{e}_{ix} - sF^{e}_{iy} \\ sF^{e}_{ix} - cF^{e}_{iy} \\ M^{e}_{iz} \\ cF^{e}_{jx} - sF^{e}_{jy} \\ sF^{e}_{jy} - cF^{e}_{jy} \\ M^{e}_{jz} \end{bmatrix} \qquad (2.52)$$

2.6 - Vector de Desplazamientos

Al vector u se le conoce con el nombre de vector de desplazamientos de la barra. Esta formado con los desplazamientos generalizados de los dos puntos nodales y poseé 6 componentes.

$$u = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ u_j \\ v_j \\ w_j \end{bmatrix} \qquad (2.53)$$

El vector de desplazamientos de la barra, referido al sistema local, se cuantifica mediante la ec.(2.12), que en forma desarrollada se expresa asi :

$$\underline{u} = \underline{\bar{a}}\,\underline{\bar{u}} = \begin{Bmatrix} cui + svi \\ cvi - sui \\ wi \\ cuj + svj \\ cvj - suj \\ wj \end{Bmatrix} \qquad (2.54)$$

CAPITULO TRES

ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE LA ESTRUCTURA

3.1 - Equilibrio Estructural

El equilibrio de la estructura se establece al plantear el equilibrio de cada una de las barras que la componen. Para ello se utiliza la ecuación de equilibrio de la barra referida al sistema global.

$$\bar{\underline{f}}^{o} + \bar{\underline{k}}\,\bar{\underline{u}} = \bar{\underline{f}}^{e} \qquad (3.0)$$

por lo que las ecuaciones de equilibrio de la estructura deben estar referidas al sistema global, y se expresa en la forma siguiente :

$$\sum_{m=1}^{NBA} \bar{\underline{f}}^{o}_{(m)} + \bar{\underline{k}}_{(m)}\,\bar{\underline{u}}_{(m)} = \sum_{m=1}^{NBA} \bar{\underline{f}}^{e}_{(m)} \qquad (3.1)$$

donde

NBA representa al número de barras que componen la estructura.

Al ordenar los terminos de la ecuación (3.1), en base a los arreglos vectoriales de la estructura, $\bar{\underline{f}}^{e}$, $\bar{\underline{u}}$ y $\bar{\underline{f}}^{o}$, se obtiene la ecuación matricial siguiente :

$$\underline{F}^{o} + \underline{K}\,\underline{U} = \underline{F}^{e} \qquad (3.2)$$

donde

$\underline{K}$ es la matriz de rigideces de la estructura , y se forma con las componentes de las matrices de rigideces de las barras.

En la ecuación (3.2) , las cantidades conocidas son el vector de fuerzas de fijación $\underline{F}^o$, el vector de fuerzas externas nodales $\underline{F}^e$ y la matriz de rigideces $\underline{K}$, mientras que el vector de desplazamientos $\underline{U}$ es desconocido. Tal ecuación se acostumbra escribir como :

$$\underline{K}\,\underline{U} = \underline{P} \tag{3.3}$$

donde el vector $\underline{P}$ se le denomina vector de cargas de la estructura, que es igual a :

$$\underline{P} = \underline{F}^e - \underline{F}^o \tag{3.4}$$

que mas adelante se explica.

3.2 - Formación de la Matriz de Rigideces

Las barras pueden orientarse en la dirección y sentido que se prefiera, estableciendose el sentido de la misma del nodo i hacia el nodo j.

3.2.1 - Indicadores de Ecuacion

El indicador de ecuación, " IE " , es un vector auxiliar de números enteros que permite ensamblar los elementos de la matriz de rigideces y vector de fuerzas de cada barra, en sus respectivos arreglos numéricos de la estructura.

El proceso para obtener dichos indicadores es el siguiente :

1o-. Establecer un código numérico que relacione, el tipo de desplazamiento en el nudo (horizontal,vertical,angular), a su condición de frontera (preescrito,nulo,libre)

Ejemplo :

HORIZONTAL --->	NULO	= 1
VERTICAL --->	LIBRE	= 0
ANGULAR --->	PREESCRITO	= -1

De la figura 3.1 la codificación de las condiciones frontera como sigue :

NUDO					
1	2	3	4	5	6
1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1

2o-. Renumerar las condiciones frontera codificadas

del mismo ejemplo :

NUDO					
1	2	3	4	5	6
0	1	4	0	8	0
0	2	5	0	9	0
0	3	6	7	10	0

De esta segunda tabla se obtiene lo que se simboliza como " ID "; que significa : Indicador de Desplazamiento.

Ahora bien, el indicador de Ecuación se forma con los" ID " correspondientes al nodo i y j de la barra, como lo indica la siguiente expresión :

$$IE(N) = ID(Ni) \text{ <union> } ID(Nj) \qquad (3.5)$$

donde :

N es el número de barra

Ni es el nodo i de la misma

Nj es el nodo j

Ejemplo :

IE(1) = ID (1) u ID (2)

IE(1) = 0 , 0 , 0 , 1 , 2 , 3

IE(2) = ID (4) u ID (3)

IE(2) = 0 , 0 , 7 , 4 , 5 , 6

3.2.2 - Ensamble

Con los indicadores de ecuación y las matrices de rigideces de cada barra, en referencia global, se lleva a cabo el ensamble de la matriz de rigideces de la estructura.

Del ejemplo en estudio el máximo numero, resultado de la renumeración efectuada, es igual a 10; esto significa que el número de grados de libertad de la estructura es de 10, y por lo tanto la matriz de rigideces es de 10 x 10.

En la fig.(3.2) se ejemplifica gráficamente el ensamble de las matriz de rigidez de la barra 3. Además en 3.2.b, estan sombreadas las zonas que ocupa la matriz de cada elemento que compone la estructura de ejemplo.

3.3 - Formación del Vector de Cargas

Como se mencionó anteriormente el vector de fuerzas de la estructura, P, queda definido con la siguiente expresión :

$$\underline{P} = \underline{F}^{e} - \underline{F}^{o} \qquad (3.4)$$

donde :

$\underline{F}^{e}$ es el vector de fuerzas externas de la estructura

$\underline{F}^{o}$ es el vector de fuerzas de fijación de la estructura

3.3.1 - Vector de Fuerzas Externas

La formación del vector de fuerzas externas se hace en forma directa, sin tener que construir los vectores $\underline{f}^{e}$ y $\underline{\bar{f}}^{e}$ de cada barra. Los componentes del mismo son las concentraciones externas en los nudos.

La posición que debe ocupar cada una de las fuerzas concentradas en los nudos, se determina con la ayuda de los indicadores de desplazamiento (ID).

Cabe aclarar que si la estructura está formada por varias barras, será muy usual que la carga externa este actuando en un punto nodal común a varias barras. Cuando esto sucede , no es necesario pensar en dividir a priori, la parte de carga correspondiente a cada barra, debido a que la suma de cargas exteriores de todas las barras que concurren al punto nodal en cuestión, será igual a la carga actuante en dicho punto nodal.

3.3.2 - Vector de Fuerzas de Fijación

Para formar el vector de fuerzas de fijación de la estructura es necesario calcular, para cada barra cargada, los vectores - $\underline{f}^{0}$ y $\underline{\bar{f}}^{0}$.

El ensamble de los vectores de fuerzas de fijación de cada barra, en el vector de la estructura requiere el empleo de los indicadores de ecuación (IE).

3.4 - Condiciones de frontera de la estructura

En toda estructura existen puntos nodales frontera que tienen componentes de deplazamiento conocidos, y desde luego, deben satisfacer la ecuación de equilibrio (3.3). A los puntos con desplazamientos conocidos se les denomina con el nombre de puntos frontera.

La forma de introducir las condiciones de frontera, dependerá de sí los valores son preescritos, nulos o desconocidos.

3.4.1 - Desplazamientos Preescritos

Cuando se llegan a presentar en una estructura desplazamientos con un valor diferente de cero y este puede establecerse de - antemano, se llamará desplazamiento preescrito.

Esto puede llegar a suceder cuando se prevee que las deformaciones en los elementos cargados pueden a llegar a producir - incrementos en las fuerzas de fijación de la estructura. Otro caso se presenta cuando por condiciones de apoyo en el terreno, - este llega a tener asentamientos diferenciales. En ambos casos es importante conocer el comportamiento de la misma.

Al presentarse un desplazamiento de este tipo en un apoyo se afectan directamente algunos puntos nodales de la estructura.Esto hace suponer que cada barra en el eje del apoyo desplazado sufre alteraciones propias y por consecuencia les transporta a las barras restantes su efecto.

Si el desplazamiento se multiplica por el coeficiente de rigidez correspondiente se obtiene una fuerza. De esta forma es como los dezplazamientos preescritos son involucrados en el proceso de solución estructural. Los valores obtenidos de esta manera pasan a formar parte del vector de fuerzas de fijación de la barra, mismos que son ensamblados en el vector de fuerzas de la estructura.

3.5 - Elementos Mecánicos y Cinemáticos de la Estructura.

Al resolver el sistema de ecuaciones generado por el desarrollo de la ecuación (3.3), se obtienen los desplazamientos o elementos cinemáticos de la estructura.

Con el auxilio de los indicadores de desplazamiento, estos - se separan del vector solución de la estructura, para sustituirse en la ecuación siguiente :

$$\underline{f}^{o} + \underline{k}\,\underline{u} = \underline{f}^{e} \qquad (3.6)$$

Para transformar los desplazamientos del sistema de referencia global a local se utiliza la expresión (2.56), que a continuación se recuerda :

$$\underline{u} = \underline{\bar{a}}\;\underline{\bar{u}} = \begin{pmatrix} c\,u_i + s\,v_i \\ c\,v_i - s\,u_i \\ \bar{w}_i \\ c\,u_j + s\,v_j \\ c\,v_j - s\,u_j \\ \bar{w}_j \end{pmatrix}$$

CAPITULO CUATRO

SOLUCION DE ECUACIONES DE EQUILIBRIO

4- SOLUCION DE ECUACIONES DE EQUILIBRIO

4.1 - Introducción

Con base en los capítulos anteriores, las ecuaciones de equilibrio de cualquier estructura sometida a cargas estáticas se puede escribir como :

$$\underline{K}\;\underline{U} = \underline{P} \qquad (4.0)$$

donde :

$\underline{K}$ es la matriz de rigideces de la estructura

$\underline{P}$ es el vector de cargas

$\underline{U}$ es el vector de desplazamientos de la estructura, que es desconocido

La ec.(4.0) corresponde al modelo matemático asociado al sistema de ecuaciones algebráicas lineales indicado a continuación :

$$\underline{A}\,\underline{x} = \underline{b} \qquad (4.1)$$

donde :

$\underline{A}$ es una matriz cuadrada de n x n , columnas por renglones, que en nuestro caso representa la matriz de rigideces de la estructura

$\underline{x}$ es el vector de desplazamientos

$\underline{b}$ es el vector de cargas, ambos de dimension n.

Los métodos para resolver la ec.(4.1) se dividen en dos grupos :

a) Iterativos

b) Directos

Los directos se basan en la eliminación Gaussiana y los que se adaptan a la computadora se denominan como compactos.

4.2 - Métodos Directos.

Los métodos directos se basan en el concepto de triangulación, en donde la matriz $\underline{A}$ se hace equivalente a una matriz triangular o bien al producto de dos triangulares. Los métodos directos mas conocidos son el método de eliminación de Gauss y los compactos se basan fundamentalmente en el método de Crout.

El método de Gauss consiste en transformar la ec. (4.1) a la forma :

$$\underline{U}\,\underline{x} = \underline{y} \qquad (4.2)$$

donde :

$\underline{U}$ es una matriz trinqular superior, que se obtiene mediante un proceso de reducción de coeficientes.

Al tener la matriz trianqulada, se efectúa la sustitución -

hacia atrás, donde se resuelve el sistema triangular para la obtención de las incognitas $\underline{x}$.

Los métodos compactos, que transforman el problema original en dos sistemas de ecuaciones triangulares, se basan en el teorema de álgebra lineal que establece lo siguiente :

"Toda matriz $\underline{A}$ no singular, se puede descomponer en el producto de dos matrices triangulares, una inferior ($\underline{L}$) y otra superior ($\underline{U}$) , como se indica a continuación

$$\underline{A} = \underline{L}\,\underline{U} \qquad (4.3)$$

con la condición de que alguna este normalizada"

Cuando la matriz triangular inferior esta normalizada (Uij=1), se tiene método de Crout y si la matriz triangular inferior esta normalizada (Lij=1) se tiene el método de Gauss.

El procedimiento de los métodos compactos consiste en sustituir la ecuación (4.3) en la ecuación (4.1), es decir :

$$\underline{L}\,\underline{U}\,\underline{x} = \underline{b} \qquad (4.4)$$

La reducción de incognitas se logra mediante la sustitución de la ec. (4.2) en la ec. (4.4), obteniendose lo siguiente

$$\underline{L}\ \underline{y} = \underline{b} \tag{4.5}$$

Los pasos requeridos por los métodos compactos para la solución de ecuaciones algebráicas se resume a continuación.

a) Obtención de las matrices trianqulares $\underline{L}$ y $\underline{U}$, trianqulación (4.3).

b) Obtención del vector auxiliar $\underline{y}$, sustitución hacia adelante (4.5).

c) Obtención del vector incognita $\underline{x}$, sustitución hacia atrás (4.2).

4.2.1 - Trianqulación

El proceso de obtención de las matrices trianqulares de la original, se denomina trianqulación. En dicho proceso el vector de términos independientes, vector de cargas, es independiente del mismo. Al escribir la ec. (4.3) en forma desarrollada se tiene

$$\begin{bmatrix} A11 & A12 & A13 \ldots & A1n \\ A21 & A22 & A23 \ldots & A2n \\ A31 & A32 & A33 \ldots & A3n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ An1 & An2 & An3 \ldots & Ann \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ L21 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ L31 & L32 & 1 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ Ln1 & Ln2 & Ln3 & \ldots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U11 & U12 & U13 \ldots & U1n \\ 0 & U22 & U23 \ldots & U2n \\ 0 & 0 & U33 \ldots & U3n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \ldots Unn \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Al efectuar el producto matricial $\underline{L}\ \underline{U}$ e igualando a la matriz $\underline{A}$, se obtienen las expresiones generalizadas, por medio de las cuales las matrices triangulares se calculan. Conforme a la ref. (5), dichas expresiones son

$$U_{ij} = A_{ij} \qquad i=1, \quad j=1,2,3,\ldots n \tag{4.6}$$

$$L_{i1} = (A_{i1})/U_{11} \qquad i=2,\ldots,n \tag{4.7}$$

$$U_{ij} = A_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik} U_{kj} \qquad i=2,\ldots,n, \quad j=i,\ldots,n \tag{4.8}$$

$$L_{ij} = (A_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} L_{ik} U_{kj})/U_{jj} \qquad i=j+1,\ldots,n, \quad j=2,\ldots,n \tag{4.9}$$

En los métodos de Gauss y Crout modificados para matrices simétricas puede escribirse, respectivamente, lo siguiente

$$\underline{A} = \underline{L}\ \underline{D}\ \underline{L}^{T} \qquad (4.10) \qquad\qquad \underline{A} = \underline{U}\ \underline{D}\ \underline{U}^{T} \qquad (4.11)$$

donde :

D es una matriz diagonal formada con las diagonales no normalizadas de $\underline{L}$ o de $\underline{U}$, y por lo tanto tambien simétrica.

4.2.2 - Sustitución hacia adelante.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ L21 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ L31 & L32 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ Ln1 & Ln2 & Ln3 & & Lnn \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y1 \\ Y2 \\ Y3 \\ \cdot \\ \cdot \\ Yn \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \\ b3 \\ \cdot \\ \cdot \\ bn \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Al efectuar el producto de la matriz $\underline{L}$ por el vector Y se obtienen las expresiones siguientes :

$$Y1 = b1 \qquad (4.12)$$

$$L21\ Y1 + Y2 = b2 \qquad (4.13)$$

$$L31\ Y1 + L32\ Y2 + Y3 = b3 \qquad (4.14)$$

.

.

$$Ln1\ Y1 + Ln2\ Y2 + Ln3\ Y3 + Ln4\ Y4 + Yn = bn \quad (4.15)$$

al despejar los valores desconocidos de Y, puede resumirse el algoritmo de sustitucion hac›a adelante como sigue :

$$Y_1 = b_1 \qquad (4.16)$$

$$Y_i = b_i - L_{ik} Y_k \qquad i=2...n \qquad (4.17)$$

4.2.3 - Sustitucion hacia atrás.

Con lo anterior la sustitución hacia atrás puede realizarse, para dar solución al sistema.

Expresada en forma desarrollada la ec. (4.2) queda :

$$\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & \dots & U_{1n} \\ 0 & U_{22} & U_{23} & \dots & U_{2n} \\ 0 & 0 & U_{33} & \dots & U_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & & U_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix} \qquad (4.2)$$

Al desarrollar el producto de la matriz U por el vector X y ordenar las ecuaciones de atras hacia adelante, puede resumirse el algoritmo como a continuacion se expresa

$$X_n = Y_n / U_{nn} \qquad (4.18)$$

$$X_i = (Y_i - U_{jk} X_k) / U_{ij} \qquad (4.19)$$

$$i=n-1 \; \dots . 1$$

4.3 - Almacenamiento de la Matriz de Rigideces

Los coeficientes de la matriz de rigideces, en principio, - dan lugar a arreglos bidimensionales cuadrados. Pero, por las - características particulares de las matrices de estructuras, los coeficientes pueden almacenarse en otros tipos de arreglos, con lo que se logra eficiencia, tanto en el uso de la capacidad de memoria central del procesador, como en el número de operaciones asociadas a los algoritmos correspondientes a los métodos de solu - ción.

4.3.1 - Arreglos Cuadrados

El empleo de arreglos cuadrados, es decir de n columnas por n renglones, ocasiona desperdicios de capacidad de memoria en el procesador central. Esto se debe a que, en general, existen coeficientes nulos en la matriz de rigideces de la estructura, mismos que pudieran no ser almacenados. Ademas, del desperdicio de tiempo máquina.

Según el tipo de estructura y del tratamiento numérico que se haga en ella, existen zonas dentro de la matriz de rigideces de la misma, con características suficientemente útiles, que contribuyen al mejor aprovechamiento de la capacidad y tiempo de - procesador.

4.3.2 - Arreglos Rectangulares

Los arreglos bidimensionales rectangulares o en banda son - generados por un reacomodo de los coeficientes no nulos de la matriz de rigideces de una estructura cualquiera.

De acuerdo con la fig. (4.1), los coeficientes no nulos de la matriz $\underset{\sim}{A}$ se encuentran alojados a lo largo de una franja paralela a la diagonal principal, limitado por el contorno de banda.

La franja limitada por el contorno de banda puede almacenar en un arreglo rectangular con el número de columna igual al ancho de banda, según se muestra en la fig (4.2) ; y al escribirla por renglones y columnas se obtiene la fig. (4.3).

Al observar la matriz de rigideces de la fig. (4.1) y comparandola con la fig. (4.3) se observa que la modificación que se tiene, es la nueva localidad que ocupa cada elemento, en donde el renglón i no se modifica y la columna j cambia, quedando la nueva localidad definida como :

$$A\,ij \;=\; A\,il \qquad (4.20)$$

(arreglo cuadrado) (arreglo rectangular)

i= 1....n

j= 1....n

l= j+1 − i

En este tipo de arreglo, el número de localidades ocupadas (NLB) es :

$$NLB \;=\; n \;*\; NBAN \qquad (4.21)$$

donde :

n es el órden de la matriz cuadrada

NBAN es el ancho de banda, definido mediante la siguiente expresión :

$$NBAN = NGL * (MAXDIF + 1) \quad (4.22)$$

NGL es el número de grados de libertad de la estructura.

MAXDIF es la maxima diferencia de numeración entre los nodos i y j de las barras de la estructura.

Al emplear cualquier método de solucion de ecuaciones para - arreglos cuadrados, se deben modificar los algoritmos, tanto en - triangulación, como en la sustitución hacia atrás y hacia adelante.

4.3.3 - Arreglos Unidimensionales

El arreglo unidimensional, en silueta o skyline, al igual que los arreglos en banda, evita guardar elementos nulos de la matriz de la estructura, al almacenar la matriz de coeficientes A en un vector compacto.

El contorno de silueta, fig.(4.4), se forma a partir del primer elemento diferente de cero de cada columna, mismos que formarán un arreglo unidimensional, o vector, de coeficientes de rigidez de la estructura.

Para poder identificar los elementos del arreglo unidimensional con el cuadrado es necesario contar con la información de un vector auxiliar (MD), formado con las localidades que ocupan los elementos de la diagonal principal.

La equivalencia de un coeficiente en un arreglo unidimensional con un arreglo cuadrado es como sigue :

$$A_{ij} = A_m \qquad (4.23)$$

(arreglo cuadrado) (arreglo unidimensional)

$i = 1...n$

$j = 1...n$

$m = i + MD(j) - j$

4.4 - Optimización de Métodos de Solución y empleo de Arreglos.

De acuerdo a lo expresado en la ref. (5), puede decirse que, el empleo de arreglos en silueta/simétrico, representa el tipo de almacenamiento con mayor ahorro de localidades en memoria, necesarias para dar solución a un sistema de ecuaciones algebraicas lineales. En lo que se refiere a los métodos de solución, el de mayor eficiencia resulta ser el de Gauss-Crout versión eficiente, tanto para arreglos cuadrados, en banda y en silueta; siendo este último el mejor de todos.

Exixten algunos criterios de numeración de nodos para obtener un ancho de banda conveniente para el caso de arreglos rectangulares o un número óptimo de elementos para arreglo unidimensional.

La forma de obtener un arreglo en banda o unidimensional eficiente es mediante la numeración de los puntos nodales de la estructura. Cuando la diferencia entre dos puntos nodales consecutivos sea lo más pequena posible se garantiza un arreglo conveniente.

Para ejemplificar lo anterior se presenta una variedad de - estructuras con la respectiva representación de su matriz de rigideces en la fig.(4.5). Con el proposito de comparar, cada estructura posee 20 nudos con tres grados de libertad cada uno. Por tanto, el arreglo matricial de cada una de las mismas es de 60 x 60 ; sin embargo, por brevedad, la representación corresponde a una matriz de 20 x 20, columnas-renglones, en donde cada subarreglo de 3 x 3 se indica con la letra X.

La fig.(4.5.a) muestra un ejemplo de matriz-estructura, en el cual resulta conveniente el empleo de arreglo rectangular, o en banda. Esto se debe a que la banda de coeficientes de rigidez no contiene elementos nulos en su interior ; ademas que, por ser "angosta" la banda, el número de elementos necesarios para completar el rectangulo, es menor que el vector auxiliar necesario para almacenar la matriz en un arreglo unidimensional, como requiere el método de arreglo por silueta.

Las fig.(4.5.b) y (4.5.c) ejemplifican de una manera clara, la importancia de escojer la numeración externa adecuada de los - nudos formados por los elementos barras que la componen. En la - fig.(4.5.c) el ancho de banda es de 33, en tanto que en la fig.

(4.5.b) el mismo parámetro es de 6. Ahora bién, en el caso de la fig.(4.5.c) el almacenamiento unidimensional resulta mas adecuado.

Por último, en las ultimas 3 figuras, puede notarse claramente, lo determinante que resulta la numeración adecuada de los nudos y la importancia del uso de almacenamientos unidimensionales.

CAPITULO CINCO

PROGRAMA DE COMPUTADORA

5 - PROGRAMA DE COMPUTADORA

5.1 - Características.

En los siguientes tres incisos,de describe brevemente el tipo de computadora utilizada en el desarrollo de los programas presentados, el sistema operativo y lenguaje empleados . Información complementaria al respecto se encuentra en las ref. (6),(7) y (8).

5.1.1 - Computadora

El tipo de máquina empleada en el desarrollo de los programas presentados, es una microcomputadora FRANKLIN ACE 1000 o similar ; de 64 Kb de memoria RAM, con dos unidades de disco flexible.

5.1.2 - Sistema Operativo

El Sistema Operativo empleado es el UCSD Pascal, el cual es un paquete completo de software de propósito generel para usuarios de micro y minicomputadora (version [1.1]).

5.1.3 - Lenguaje

FORTRAN V norma 77 o simplemente FORTRAN 77, es el nombre del lenguaje utilizado para la interpretación computacional de los algoritmos presentados.

5.2 - Organización del Programa

El paquete de Software presentado para la solución del problema planteado consta de dos programas. El primer programa cal -

cula las propiedades geométricas (área, inercia, factor de forma), para diferentes tipos de secciones transversales.

El segundo programa es el programa que resuelve la estructura propiamente dicha. Consta de un programa principal donde se - definen las áreas de memoria por emplear, a través de la llamada memoria dinámica, y de los llamados a subrutinas; mismas que conforman la parte complementaria de este segundo programa.

5.2.1 - Diagrama de Bloques

La organización del algoritmo que define al los programas de computadora se indica en la fig (5.1). En ella se muestran las subrutinas que forman los dos programas. A continuación se describen brevemente.

El primer bloque realiza la captura de datos necesarios para iniciar el proceso de analisis. El segundo prepara las matrices de los elementos, formando ademas la matriz de la estructura propiamente dicha. Por ultimo el tercer bloque captura las cargas sobre la estructura y resuelve el sistema de ecuaciones que sirven para la obtención de los elementos cinemáticos y mecanicos de la -- estructura.

5.2.2 - Descripción de Subrutinas

Subrutina CAP

Captura los datos necesarios para la posterior obtención de las propiedades geométricas de una sección transversal.

Subrutina CALC

Calcula las propiedades geométricas de las ecuaciones transversales definidas anteriormente.

Subrutina ART

Captura el tipo de barra, de acuerdo a sus apoyos. Sean empotramiento o articulación.

Subrutina CORDE

Las coordenadas de los puntos nodales son capturados en esta subrutina.

Subrutina FRONT

Conforme a una convención numérica las condiciones de frontera son registradas para definir la estructura.

Subrutina RENUM

Con el fin de establecer los indicadores de ecuación, en esta subrutina son renumerados los datos capturados en FRONT.

Subrutina TIPMAT

Las propiedades mecánicas del material o materiales que conforman las barras de la estructura, son almacenados para su posterior proceso.

Subrutina DATBA

Los datos particulares de las barras, como son, incidencia, tipo de sección transversal y material empleado son capturados por este sub-programa.

Subrutina PREMAT

Genera a almacena las matrices de rigidez local (RIGIL) y global (RIGIG). Representa la subrutina más importante de todo el programa.

Subrutina EMATRI

Ensambla las matrices de barras en la matríz de la estructura. Imprime la matríz de la estructura (PRIME).

Subrutina TGCVE

Efectúa la primera parte de la solución de ecuaciones que se genera con la matriz de rigideces de la estructura. Esta es conocida como Trianqulacion.

Subrutina CARNU

Captura los datos referentes a las cargas aplicadas en los nudos.

Subrutina CARBAR

Captura (CC) el tipo e carga intermedia sobre las barras y calcula (CG y PC) las fuerzas de fijación para cada barra carqada.

Subrutina FZFILG

Cambia la referencia de las fuerzas de fijación de local a global.

Subrutina ENSFN

Ensambla en el vector de fuerzas de la estructura, las fuerzas aplicadas en los nudos.

Subrutina ENSFB

Ensambla las fuerzas de fijación, provocadas por las cargas intermedias, en el vector de cargas de la estructura.

Subrutina DESP

En caso de presentarse desplazamientos preescritos, éste sub-programa captura la magnitud de los desplazamientos y multiplicándolos por la rigidez de la barra los convierte en fuerzas, que son ensamblados al vector de fuerzas de la estructura.

Subrutina SGCVE

Efectúa la sustitución hacia atrás y hacia adelante para la solución de ecuaciones.

Subrutina ELEME

En base a los desplazamientos obtenidos por SGCVE, se obtienen los elemento mecánicos, expresados en referencia local (FZFID).

5.2.3 - Sub-subrutinas

Por cuestiones de encadenamiento algunas subrutinas requieren del auxilio de una subrutina para su llamado, por lo cual vienen a convertirse en sub-subrutinas.

5.3 - Instructivo de Operación

A continuación se dan los pasos a seguir y convenciones numericas utilizadas. También se dan algunas recomendaciones importantes.

- Cargar el sistema. Colocar los discos # 1 y # 2 en los drives correspondientes. Posteriormente encender la maquina.
- Teclear X , de eXecute. Apareciendo en la pantalla el mensaje :

" execute what file ? "

Al cual se contestará #4:SECCION (en el caso de querer conocer las propiedades geométricas de una o varias secciones trans - versales) o #4:ESQUELET (para efectuar el análisis completo de una estructura esqueletal).

- Alimentar al programa con los datos siguientes :

NUMERO DE :	barras
	puntos nodales
	materiales distintos
	secciones trasversales
	tipos de barras (por apoyos)
	indicador de ejecución
	barras cargadas
	nudos cargados
	desplazamientos preescritos

- El número de tipos de barras por sus apoyos, será diferente de cero cuando exista alguna articualción es la estructura. La convención empleada para ello es la siguiente :

0		1		2		3	
E	E	A	E	E	A	A	A

donde : E significa empotramiento

A significa articulación

- Indicador de Ejecución = 0 Resultados en pantalla.

  = 6 Resultados en la Impresora

- Condiciones Frontera

  Desplazamiento igual a cero ----> 1

  Desplazamiento desconocido ----> 0

  Desplazamiento preescrito ---->-1

- Opciones de seccion transversal

  a) Sección rectangular o cuadrada.

  b) Sección I , T , Z , cajón (fig. 5.2)

  c) Círculo lleno

  d) Círculo hueco

- Opciones de tipo de carga

  a) Carga uniforme contínua

  b) Carga lineal contínua

  c) Carga uniforme discontínua

  d) Carga lineal discontínua

  e) Fuerza concentrada

  f) Par concentrado

- Después de obtener los elementos mecánicos se da la opción de efectuar otra condición de carga , pregunta a la que se debe contestar tecleando S .

- Cuando algún valor numérico sea cero, bastará con digitar RETURN.

- Los valores reales siempre deben llevar punto.

- Maximo número de cargas sobre una barra --> 19

CAPITULO SEIS

EJEMPLO DE APLICACION

6-. Ejemplo de Aplicación

6.1-. Estructura analizada

En la figura (6.1) se muestra las estructuras analizadas como ejemplos de aplicación del programa desarrollado.

6.1.1-. Geometría

Se analizan dos estructuras diferentes. La primera de ellas se somete a dos condiciones : la primera de ellas es unicamente bajo cargas actuantes; la segunda se analiza con las mismas cargas y con un desplazamiento preescrito de 2.5cm.

La segunda estructura se trata de una armadura de tres barras, fig.(6.1.c).

6.1.2-. Datos iniciales

número de nudos	5	
número de barras	4	
número de secciones tipo	2	
número de materiales	1	
número de tipos de barras (apoyos)	0	
indicador de ejecución	6	(impresora)

Estos datos corresponden a la estructura mostrada en la figura (6.1.a), para ambas condiciones.

número de nudos	3	
número de barras	3	
número de secciones tipo	1	
número de materiales	1	
número de tipos de barras (apoyos)	1	
indicador de ejecución	6	(impresora)

Datos pertenecientes a la fig.(6.1.c).

6.1.3-. Datos generales

Primer estructura, primer condicion

módulo de elasticidad	150000 kg/cm2
relación de poisson	0.2
número de barras cargadas	1
número de nudos cargados	3
número de desplazamientos preescritos	0

Primer estructura, segunda condición condición

número de barras cargadas	1
número de nudos cargados	3
número de desplazamientos preescritos	1

Segunda estructura

número de barras cargadas	0
número de nudos cargados	1
número de desplazamientos preescritos	0

6.1.4-. Cargas Actuantes.

Primera estructura, primer condición

1a. barra cargada		numero	3
tipo de carga			1
	w1= 30 kg/cm		
1er. nudo cargado		numero	2
fuerza en x	10000 kg		
fuerza en y	0 kg		
fuerza en z	0 kg-cm		
2do. nudo cargado		numero	3
fuerza en x	0 kg		
fuerza en y	-5000 kg		
fuerza en z	0 kg-cm		
3er. nudo cargado		numero	4
fuerza en x	0 kg		
fuerza en y	-5000 kg		
fuerza en z	0 kg-cm		

Para la segunda condición las cargas son iguales con un desplazamiento preescrito de 2.5cm.

Segunda estructura

1er. nudo cargado		numero	2
fuerza en x	0 kg		
fuerza en y	-1000 kg		
fuerza en z	0 kg-cm		

6.2-. Resultados Obtenidos

Los resultados obtenidos con el programa de computadora corresponden a los elementos cinemáticos y mecánicos de cada una de las condiciones de carga considerada para las estructuras en estudio.

6.2.1-. Propiedades geométricas.

Las propiedades geometricas obtenidas son :

- área
- momento de inercia
- factor de forma

En la tabla (6.1.a) se muestran las de la primer estructura.

6.2.2-. Matrices de rigideces

En la tabla (6.2.a) se muestran las matrices de cada barra en referencia local y global, así como la de la estructura y en la tabla (6.2.c) las de la armadura.

6.2.3-. Desplazamientos.

En la tabla (6.3.a) se muestran los elementos cinemáticos de la primera estructura bajo la primer condición, en la (6.3.b) los de la segunda condición y en la (6.3.c) los de la segunda estructura.

6.2.4-. Elementos Mecánicos

Los elementos mecánicos corresponden a las fuerzas generalizadas de los puntos nodales de cada una de las barras, en la referencia local de las mismas. En la tabla (6.4) se muestran los elementos mecánicos correspondientes a las dos condiciones de la primer estructura, asi como de la unica condicion en la segunda.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las conclusiones que se presentan a continuación se basan en aspectos importantes del modelo estructural en estudio, así como del programa desarrollado y de su utilización. Por ultimo, se presentan algunas recomendaciones sobre posibles variantes y extensiones del programa de computadora.

CONCLUSIONES

1-. Con respecto al modelo matemático empleado se concluye lo siguiente :

a) Permite el análisis lineal de estructuras esqueletales planas. Con el, es posible combinar diferentes tipos de apoyos, condiciones de carga, materiales, secciones transversales, longitudes y direcciones de los elementos de una estructura determinada.

b) La metodología empleada para la solución del problema resulto ser adecuada para la manipulación del modelo estructural, por medio de computadora de forma eficiente. Esta misma se utiliza en la solución de diversos sistemas estructurales, asi como en problemas de otra índole. Comunmente se le conoce como la metodologia del Elemento Finito.

c) Toma en cuenta las deformaciones debidas a la flexión y carga axial, asi como las producidas por cortante.

2-. Con respecto al programa de computadora se concluye lo siguiente :

a) Sí es posible desarrollar un programa de computadora para análisis de estructuras esqueletales planas para una microcomputadora con configuración mínima de 64 Kb. de memoria RAM.

b) Se presenta un programa de computadora que permite el análisis de estructuras como las definidas en el inciso (1.a) de las conclusiones; siendo el número máximo de grados de libertad total de 4500.

c) Calcula el factor de forma (área y momento de inercia) de 3 tipos diferentes de sección transversal, uno de los cuales se emplea como un caso general, a partir del cual se pueden analizar 7 tipos mas de sección transversal, sumando 9 en total. A partir de este factor se obtiene el de cortante, que se utiliza para tomar en cuenta, en el análisis, las deformaciones producidas por cortante.

d) El tipo de programación utilizada es el que se conoce como estructurada; de esta manera resulta facil la localización de errores y posibles adiciones al mismo, así como una rápida comprensión para el lector. Para el manejo de datos se utilizó la memoria dinámica, con la cual se logra un mejor aprovechamiento de memoria RAM a traves de un solo dimensionamiento fijo.

e) El proceso de triangulación para la solución de las ecuaciones algebraicas de equilibrio de la estructura, es independiente del vector de cargas de la misma, por lo cual pueden -

analizarse diferentes condiciones de carga para una misma estructura, sin necesidad de ingresar de nuevo los datos geometricos de la misma. Esta ventaja la presentan todos los metodos compactos, los cuales en la triangulación ocupan las mismas localidades donde se alojan los coeficientes de la matriz de rigideces, logrando asi un ahorro importante de memoria activa.

f) En la solución de la barra cinemáticamente determinada sometida a las cargas actuantes, se emplean unicamente dos rutinas, una de las cuales sirve para resolver 5 distintos tipos de carga externa, con lo que de esta forma la rutina para obtener las fuerzas de fijación se redujo en tamaño y amplio en cuanto a posibilidades de combinación con respecto a otros programas.

g) Para la solución de ecuaciones se utiliza el método compacto de Gauss para matrices cuadradas, que resulta mas eficiente que el metodo de eliminación de Gauss y Gauss-Seidel, tanto en memoria como en tiempo de proceso.

h) El tipo de arreglo, para el almacenamiento de la matriz de rigideces de la estructura, mas adecuado, depende de la misma misma estructura y de la numeración que se haga de los nodos que la componen. En cuanto al método de solución, los mas adecuados son los de Gauss-Crout versión eficiente y Cholesky.

i) Mediante la aplicación de los programas presentados se obtienen las propiedades geometricas de las secciones transversales definidas, los elementos mecánicos y cinemáticos de una -

estructura esqueletal, de nudos rigidos, sometida a cargas -- externas, así como con articulaciones y desplazamientos pre-- escritos en sus puntos nodales. Tambien en forma opcinal se - proporcionan las matrices de rigideces de las barras (refe-- rencia local y global) y de la estructura, así como los indi- cadores de ecuación de cada barra, todo esto último con fines didacticos.

j) Finalmente, puede decirse que, el desarrollo del programa pre- sentó dificultades para su almacenamiento en la memória prin- cipal de la maquina, por lo que, en primer termino hubo que - compilar rutinas por separado para ser encadenadas posterior- mente. Despues al no ser sufifiente lo anterior, se dividio al programa en dos partes y por último se redujo el tamaño de al- gunas rutinas, omitiendo otras. Como resultado final se obtu- vierón dos programas y 26 rutinas basicas.

RECOMENDACIONES

a) La elaboración del programa con versiones adelantadas del mismo sistema operativo, las cuales permiten el aprovechamiento de otros 64 Kb., sumando 128 en total, de memória principal.

b) Adaptar el programa al uso de arreglos cuadrados y en banda, según, uno ó el otro sea el mas adecuado.

c) Élaborar rutinas de manejo de pantalla, ya sean en el mismo lenguaje o en otro.

d) Desarrollar rutinas para el manejo de archivos de datos, considerandose como los mas adecuados los indexados.

e) Incluir las rutinas necesarias para la impresión grafica de los elementos mecánicos de las barras de las estructuras analizadas, asi como de la geometria propia de la misma.

f) Tomando como base este programa, y haciendo caso de las recomendaciones anteriores, realizar un programa de análisis tridimensional de estructuras para máquinas con mediana capacidad de memoria (PC's).

TABLAS Y FIGURAS

SECCION	INERCIA	FACTOR DE CORTE	AREA
1	540000.000	1.20	1800.000
2	466667.000	1.17	2000.000

TABLA 6.1.a

XJI YJI LONG POISSON YOUNG

.00 300.00 300.00 62500.00 150000.00

FACTOR QY --) .115200

RIGIDEZ LOCAL

900000.00	.00	.00	-900000.00	.00	.00
.00	32281.20	4842180.00	.00	-32281.20	4842180.00
.00	4842180.00	996327000.00	.00	-4842180.00	456327000.00
-900000.00	.00	.00	900000.00	.00	.00
.00	-32281.20	-4842180.00	.00	32281.20	-4842180.00
.00	4842180.00	456327000.00	.00	-4842180.00	996327000.00

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DE LA BARRA 1

37281.20	.00	-4842180.00	-32281.20	.00	-4842180.00
.00	900000.00	.00	.00	-900000.00	.00
-4842180.00	.00	996327000.00	4842180.00	.00	456327000.00
-32281.20	.00	4842180.00	32281.20	.00	4842180.00
.00	-900000.00	.00	.00	900000.00	.00
-4842180.00	.00	456327000.00	4842180.00	.00	996327000.00

INDICADOR DE ECUACION DE LA BARRA 1

0 0 0 1 2 3

XJI YJI LONG POISSON YOUNG

300.00 300.00 424.26 62500.00 150000.00

FACTOR QY --) .043520

RIGIDEZ LOCAL

707107.00	.00	.00	-707107.00	.00	.00
.00	10540.70	2236020.00	.00	-10540.70	2236020.00
.00	7236020.00	639323000.00	.00	-2236020.00	309340000.00
-707107.00	.00	.00	707107.00	.00	.00
.00	-10540.70	-2236020.00	.00	10540.70	-2236020.00
.00	2236020.00	309340000.00	.00	-2236020.00	639323000.00

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DE LA BARRA 2

358824.00	348283.00	-1581110.00	-358824.00	-348283.00	-1581110.00
348283.00	358824.00	1581110.00	-348283.00	-358824.00	1581110.00
-1581110.00	1581110.00	639323000.00	1581110.00	-1581110.00	309340000.00
-358824.00	-348283.00	1581110.00	358824.00	348283.00	1581110.00
-348283.00	-358824.00	-1581110.00	348283.00	358824.00	-1581110.00
-1581110.00	1581110.00	309340000.00	1581110.00	-1581110.00	639323000.00

INDICADOR DE ECUACION DE LA BARRA 2

1 2 3 4 5 6

XJI YJI LONG POISSON YOUNG

500.00 .00 500.00 62500.00 150000.00

FACTOR QY --) .031334

RIGIDEZ LOCAL

600000.00	.00	.00	-600000.00	.00	.00
.00	6515.11	1628780.00	.00	-6515.11	1628780.00
.00	1628780.00	547194000.00	.00	-1628780.00	267194000.00
-600000.00	.00	.00	600000.00	.00	.00
.00	-6515.11	-1628780.00	.00	6515.11	-1628780.00
.00	1628780.00	267194000.00	.00	-1628780.00	547194000.00

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DE LA BARRA 3

600000.00	.00	.00	-600000.00	.00	.00
.00	6515.11	1628780.00	.00	-6515.11	1628780.00
.00	1628780.00	547194000.00	.00	-1628780.00	267194000.00
-600000.00	.00	.00	600000.00	.00	.00
.00	-6515.11	-1628780.00	.00	6515.11	-1628780.00
.00	1628780.00	267194000.00	.00	-1628780.00	547194000.00

INDICADOR DE ECUACION DE LA BARRA 3

4 5 6 7 8 9

TABLA 6.7.a

XJI	YJI	LONG	POISSON	YOUNG
300.00	-300.00	474.26	62500.00	150000.00

FACTOR DY --> .057600

RIGIDEZ LOCAL

636396.00	.00	.00	-636396.00	.00	.00
.00	12034.70	2552950.00	.00	-12034.70	2552950.00
.00	2552950.00	732481000.00	.00	-2552950.00	350644000.00
-636396.00	.00	.00	636396.00	.00	.00
.00	-12034.70	-2552950.00	.00	12034.70	-2552950.00
.00	2552950.00	350644000.00	.00	-2552950.00	732481000.00

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DE LA BARRA 4

324215.00	-312181.00	1805210.00	-324215.00	312181.00	1805210.00
-312181.00	324215.00	1805210.00	312181.00	-324215.00	1805210.00
1805210.00	1805210.00	732481000.00	-1805210.00	-1805210.00	350644000.00
-324215.00	312181.00	-1805210.00	324215.00	-312181.00	-1805210.00
312181.00	-324215.00	-1805210.00	-312181.00	324215.00	-1805210.00
1805210.00	1805210.00	350644000.00	-1805210.00	-1805210.00	732481000.00

INDICADOR DE ECUACION DE LA BARRA 4

7 8 9 0 0 0

MATRIZ DE LA ESTRUCTURA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3.9110E+05	3.4828E+05	3.2613E+06	-3.5882E+05	-3.4828E+05	-1.5809E+06	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
2	3.4828E+05	1.2588E+06	1.5809E+06	-3.4828E+05	-3.5882E+05	1.5809E+06	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
3	3.2613E+06	1.5809E+06	1.6356E+09	1.5809E+06	-1.5809E+06	3.0927E+08	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
4	-3.5882E+05	-3.4828E+05	1.5809E+06	9.5882E+05	3.4828E+05	1.5809E+06	-6.0000E+05	0.0000E+00	0.0000E+00
5	-3.4828E+05	-3.5882E+05	-1.5809E+06	3.4828E+05	3.6534E+05	4.7912E+04	0.0000E+00	-6.5151E+03	1.6288E+06
6	-1.5809E+06	1.5809E+06	3.0927E+08	1.5809E+06	4.7912E+04	1.1864E+09	0.0000E+00	-1.6288E+06	2.6719E+08
7	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-6.0000E+05	0.0000E+00	0.0000E+00	9.2422E+05	-3.1218E+05	1.8052E+06
8	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	-6.5151E+03	-1.6288E+06	-3.1218E+05	3.3073E+05	1.7643E+05
9	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00	1.6288E+06	2.6719E+08	1.8052E+06	1.7643E+05	1.2797E+09

6.2.a

XJI YJI LONG POISSON YOUNG

50.00	100.00	111.80	784615.00	2040000.00

FACTOR QY --) .002496

RIGIDEZ LOCAL

182463.00	.00	.00	-182463.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
-182463.00	.00	.00	182463.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DE LA BARRA 1

36492.60	72985.30	.00	-36492.60	-72985.30	.00
72985.30	145971.00	.00	-72985.30	-145971.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
-36492.60	-72985.30	.00	36492.60	72985.30	.00
-72985.30	-145971.00	.00	72985.30	145971.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00

INDICADOR DE ECUACION DE LA BARRA 1

0 0 0 1 2 0

XJI YJI LONG POISSON YOUNG

50.00	-100.00	111.80	784615.00	2040000.00

FACTOR QY --) .002496

RIGIDEZ LOCAL

182463.00	.00	.00	-182463.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
-182463.00	.00	.00	182463.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DE LA BARRA 2

36492.60	-72985.30	.00	-36492.60	72985.30	.00
-72985.30	145971.00	.00	72985.30	-145971.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
-36492.60	72985.30	.00	36492.60	-72985.30	.00
72985.30	-145971.00	.00	-72985.30	145971.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00

INDICADOR DE ECUACION DE LA BARRA 2

1 2 0 3 0 0

XJI YJI LONG POISSON YOUNG

100.00	.00	100.00	784615.00	2040000.00

FACTOR QY --) .003120

RIGIDEZ LOCAL

204000.00	.00	.00	-204000.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
-204000.00	.00	.00	204000.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00

MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DE LA BARRA 3

204000.00	.00	.00	-204000.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
-204000.00	.00	.00	204000.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00

INDICADOR DE ECUACION DE LA BARRA 3

0 0 0 3 0 0

MATRIZ DE LA ESTRUCTURA

	1	2	3
1	7.2985E+04	0.0000E+00	-3.6493E+04
2	0.0000E+00	2.9194E+05	7.2985E+04
3	-3.6493E+04	7.2985E+04	2.4049E+05

DESPLAZAMIENTOS
-.17411
-.01401
.00058
-.10558
-.11849
-.00122
-.12694
-.16655
.00110

6.3.a

DESPLAZAMIENTOS
-.22915
-.01291
.00117
-.67404
-2.14993
.00130
-.44561
-.48573
.00396

6.3.b

DESPLAZAMIENTOS
.00613
-.03732
.01225

6.3.c

TABLA 6.3

```
        BARRA  NUMERO :  1
FUERZA( 1) =       12609.700
FUERZA( 2) =       -2816.110
FUERZA( 3) =     -528779.000
FUERZA( 4) =      -12609.700
FUERZA( 5) =        2816.110
FUERZA( 6) =     -244055.000
        BARRA  NUMERO :  2
FUERZA( 1) =       17978.500
FUERZA( 2) =        -145.970
FUERZA( 3) =      244055.000
FUERZA( 4) =      -17978.500
FUERZA( 5) =         145.970
FUERZA( 6) =     -527990.000
        BARRA  NUMERO :  3
FUERZA( 1) =       12816.100
FUERZA( 2) =        7605.670
FUERZA( 3) =      527990.000
FUERZA( 4) =      -12816.100
FUERZA( 5) =        7390.730
FUERZA( 6) =     -273157.000
        BARRA  NUMERO :  4
FUERZA( 1) =       17823.700
FUERZA( 2) =         301.074
FUERZA( 3) =      273157.000
FUERZA( 4) =      -17827.760
FUERZA( 5) =        -301.074
FUERZA( 6) =     -145422.000
```

6.4.a

```
        BARRA  NUMERO :  1
FUERZA( 1) =       11529.700
FUERZA( 2) =       -1742.270
FUERZA( 3) =     -776667.000
FUERZA( 4) =      -11529.700
FUERZA( 5) =        1742.270
FUERZA( 6) =       53992.500
        BARRA  NUMERO :  2
FUERZA( 1) =     1266450.000
FUERZA( 2) =       19479.500
FUERZA( 3) =     3899175.000
FUERZA( 4) =    -1266450.000
FUERZA( 5) =      -19479.500
FUERZA( 6) =     3742000.000
        BARRA  NUMERO :  3
FUERZA( 1) =       11742.200
FUERZA( 2) =        6578.270
FUERZA( 3) =       10163.700
FUERZA( 4) =      -11742.200
FUERZA( 5) =        8471.770
FUERZA( 6) =     -496047.000
        BARRA  NUMERO :  4
FUERZA( 1) =       17829.000
FUERZA( 2) =       -1272.990
FUERZA( 3) =      496047.000
FUERZA( 4) =      -17829.000
FUERZA( 5) =        1272.990
FUERZA( 6) =    -1014920.000
```

6.4.b

```
        BARRA NUMERO :  1
FUERZA( 1) =            .000
FUERZA( 2) =            .000
FUERZA( 3) =            .000
FUERZA( 4) =       -5590.000
FUERZA( 5) =            .000
FUERZA( 6) =            .000
        BARRA NUMERO :  2
FUERZA( 1) =            .000
FUERZA( 2) =            .000
FUERZA( 3) =            .000
FUERZA( 4) =       -5590.000
FUERZA( 5) =            .000
FUERZA( 6) =            .000
        BARRA NUMERO :  3
FUERZA( 1) =            .000
FUERZA( 2) =            .000
FUERZA( 3) =            .000
FUERZA( 4) =        2500.000
FUERZA( 5) =            .000
FUERZA( 6) =            .000
```

6.4.c

TABLA 6.4

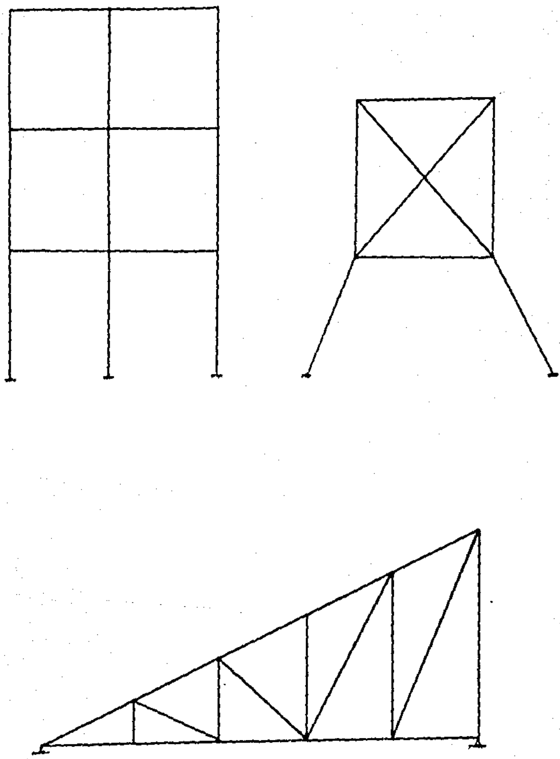
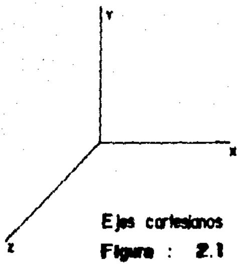
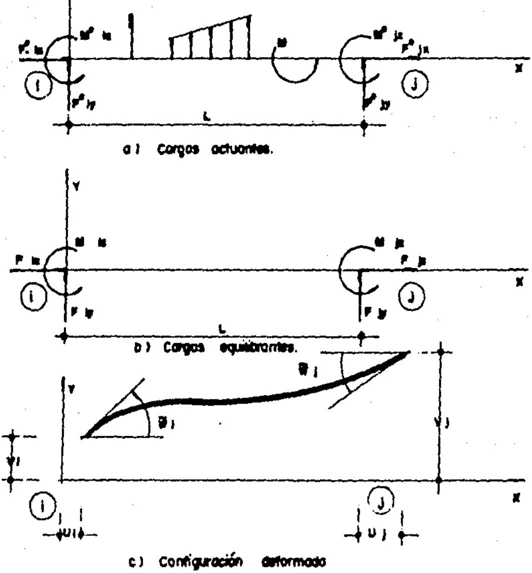


FIGURA 1.1



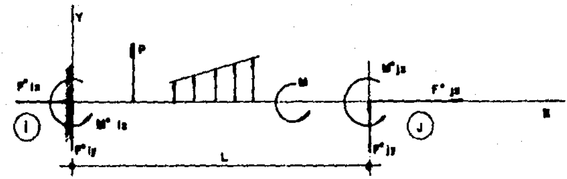
Ejes cartesianos

Figura : 2.1

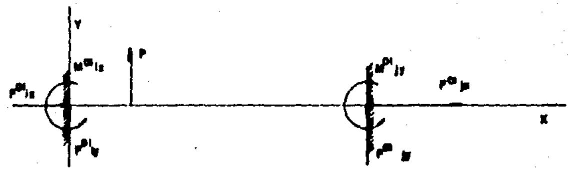


Elementos mecánicos y cinemáticos de una barra plana.

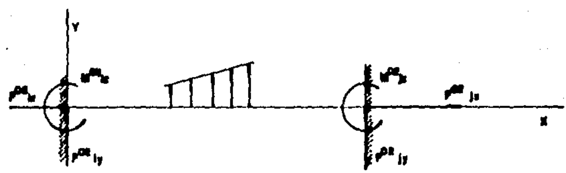
Figura: 2.2



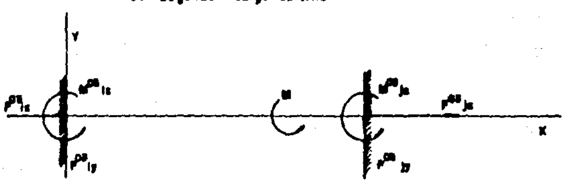
a) Cargas externas



b) Primera carga externa



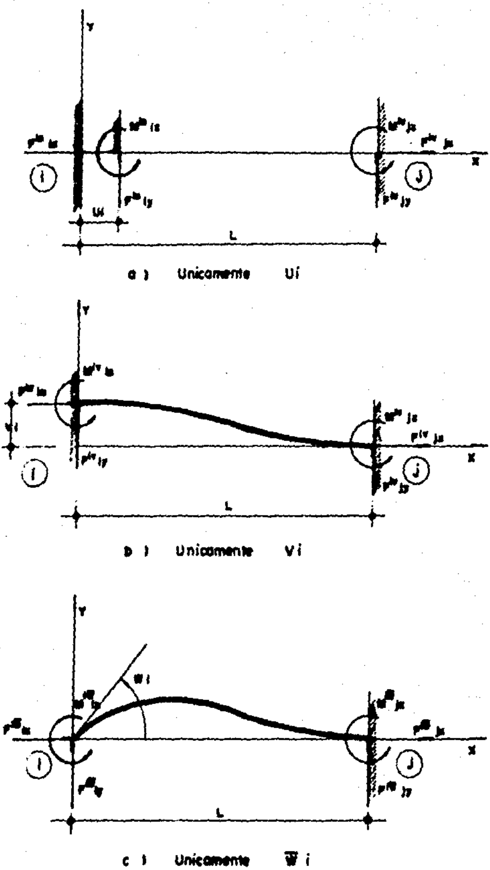
c) Segunda carga externa



d) Tercera carga externa

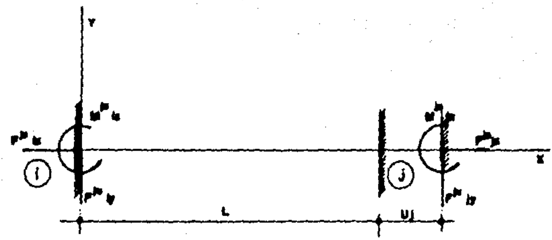
Estructura cinemáticamente determinada sometida a las cargas externas.

Figura : 2.3

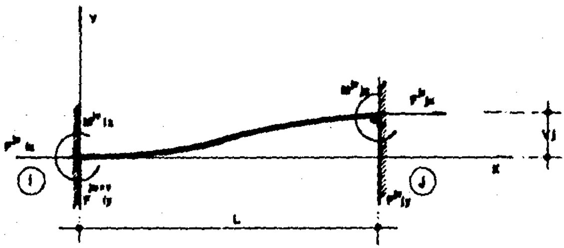


Elementos mecánicos asociados a los componentes del desplazamiento generalizado del punto nodal: (I)

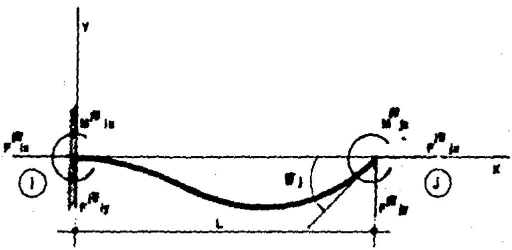
Figura : 2.4



d) Unicamente Uj



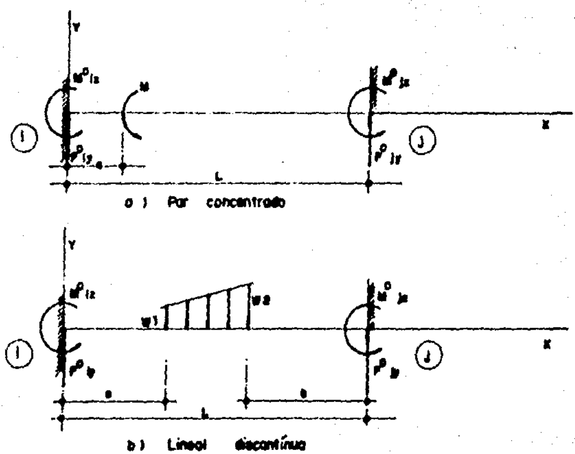
e) Unicamente V j



f) Unicamente W j

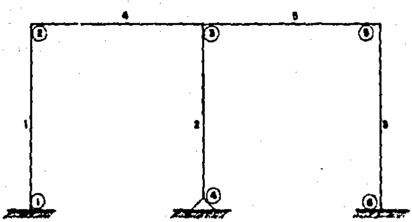
Elementos mecánicos asociados a las componentes del desplazamiento generalizado del punto nodal: (J)

Figura : 2.4 (continuación) .



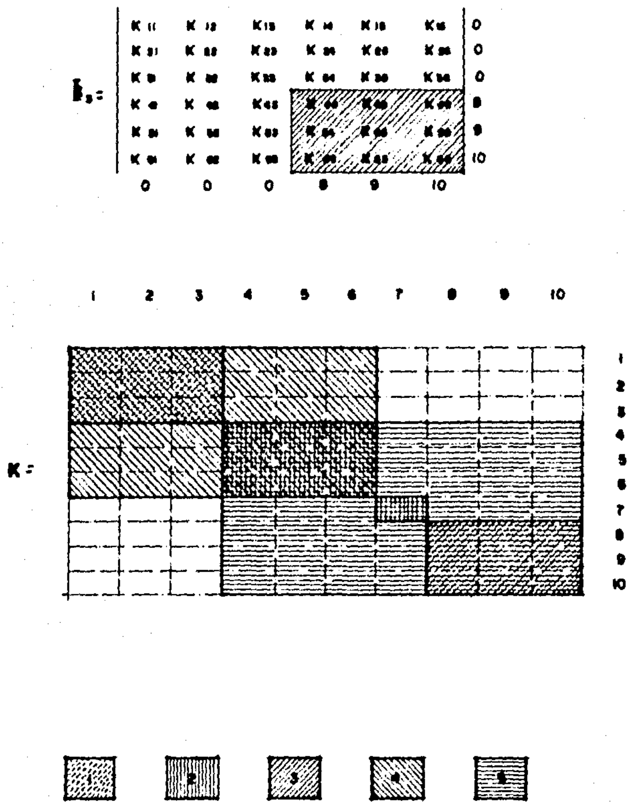
Cargas intermedias en barras (Plano xy .) .

Figura : 2 . 5



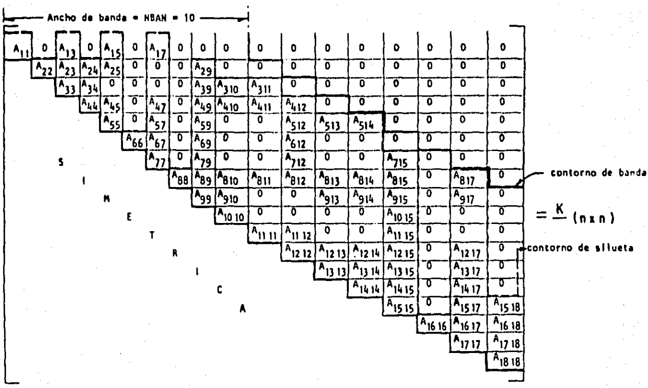
Estructura de ejemplo .

Figura : 3.1



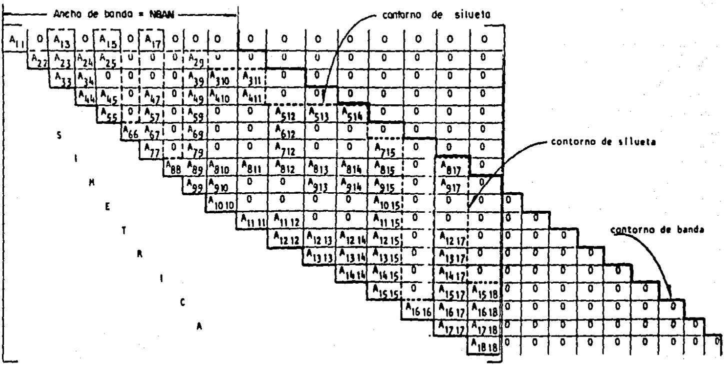
Ensamble de la matriz de la estructura.

Figura : 3.2



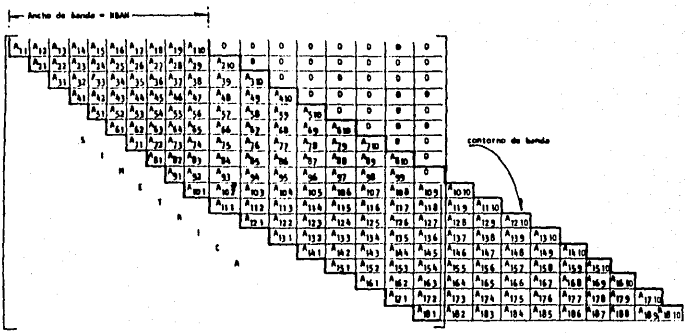
Representación esquemática de la matriz de rigideces de una estructura.

Figura : 4



Representación esquemática de la matriz $\underline{A}$, con diferentes tipos de almacenamientos.

Figura : 4.1



Organización de los coeficientes de la matriz $\underline{A}$, en arreglos en banda (rectangular).

Figura : 4.2

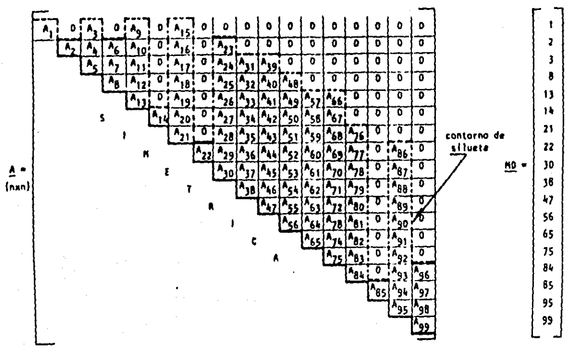
NBAN

$\underline{A}_{(NXNBAN)} =$

A_{11}	0	A_{13}	0	A_{15}	0	A_{17}	0	0	0
A_{22}	A_{23}	A_{24}	A_{25}	0	A_{27}	0	A_{29}	0	0
A_{33}	A_{34}	A_{35}	0	A_{37}	0	A_{39}	A_{310}	A_{311}	0
A_{44}	A_{45}	0	A_{47}	0	A_{49}	A_{410}	A_{411}	A_{412}	0
A_{55}	0	A_{57}	0	A_{59}	A_{510}	A_{511}	A_{512}	A_{513}	A_{514}
A_{66}	A_{67}	0	A_{69}	A_{610}	A_{611}	A_{612}	A_{613}	A_{614}	0
A_{77}	0	A_{79}	A_{710}	A_{711}	A_{712}	A_{713}	A_{714}	A_{715}	0
A_{88}	A_{89}	A_{810}	A_{811}	A_{812}	A_{813}	A_{814}	A_{815}	0	A_{817}
A_{99}	A_{910}	A_{911}	A_{912}	A_{913}	A_{914}	A_{915}	0	A_{917}	0
$A_{10\,10}$	$A_{10\,11}$	$A_{10\,12}$	$A_{10\,13}$	$A_{10\,14}$	$A_{10\,15}$	0	$A_{10\,17}$	0	0
$A_{11\,11}$	$A_{11\,12}$	$A_{11\,13}$	$A_{11\,14}$	$A_{11\,15}$	0	$A_{11\,17}$	0	0	0
$A_{12\,12}$	$A_{12\,13}$	$A_{12\,14}$	$A_{12\,15}$	0	$A_{12\,17}$	0	0	0	0
$A_{13\,13}$	$A_{13\,14}$	$A_{13\,15}$	0	$A_{13\,17}$	0	0	0	0	0
$A_{14\,14}$	$A_{14\,15}$	0	$A_{14\,17}$	0	0	0	0	0	0
$A_{15\,15}$	0	$A_{15\,17}$	$A_{15\,18}$	0	0	0	0	0	0
$A_{16\,16}$	$A_{16\,17}$	$A_{16\,18}$	0	0	0	0	0	0	0
$A_{17\,17}$	$A_{17\,18}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$A_{18\,18}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Matriz de rigideces de la figura (4.1) en arreglo en banda.

Figura : 4.3



Organización de los coeficientes de la matriz $\underline{A}$, en arreglos en contorno de silueta (unidimensionales).

Figura : 4.4

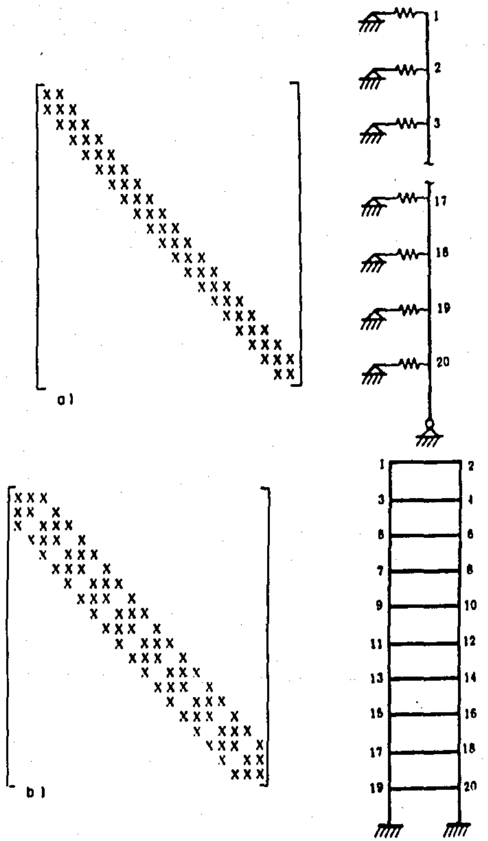
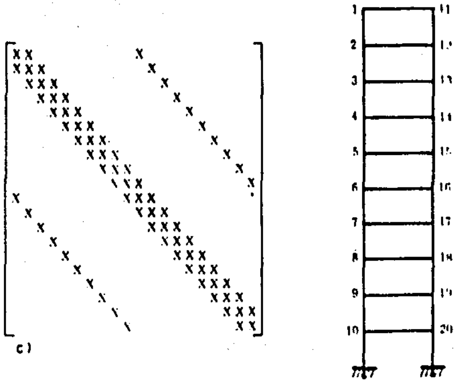


Figura : 4.5



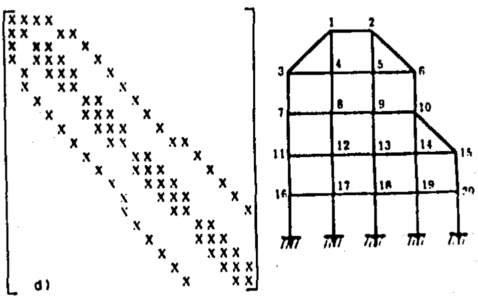
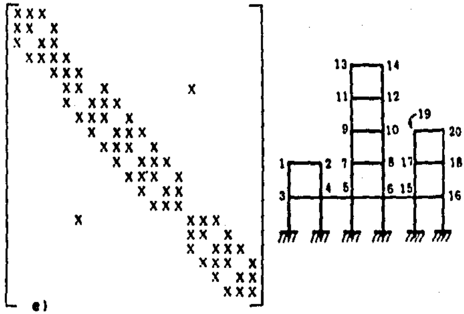


Figura : 4.5 (continuación).



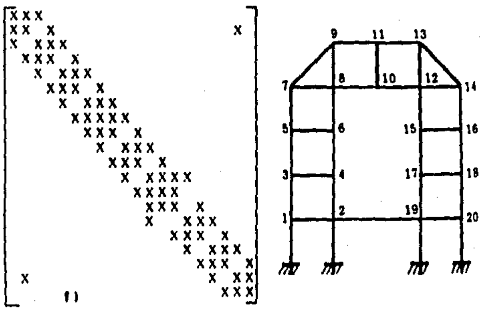


Figura: 4.5 (continuación).

CAPTURA DE DATOS INICIALES	ART CORDE FRONT RENUM TIPMAT CAP * DATBA
PREPARACION DE MATRICES	CALC * PREMAT - RIGIL - RIGIG EMATRI - PRIME TGCVE
CARGAS DESPLAZA - MIENTOS Y SOLUCION	CARNU CARBAR - CC - CG - PC FZFILG ENSFN ENSFB DESP SGCVE ELEME - FZFID

* PROGRAMA SECCION

Diagrama de bloques.

Figura : 5.1

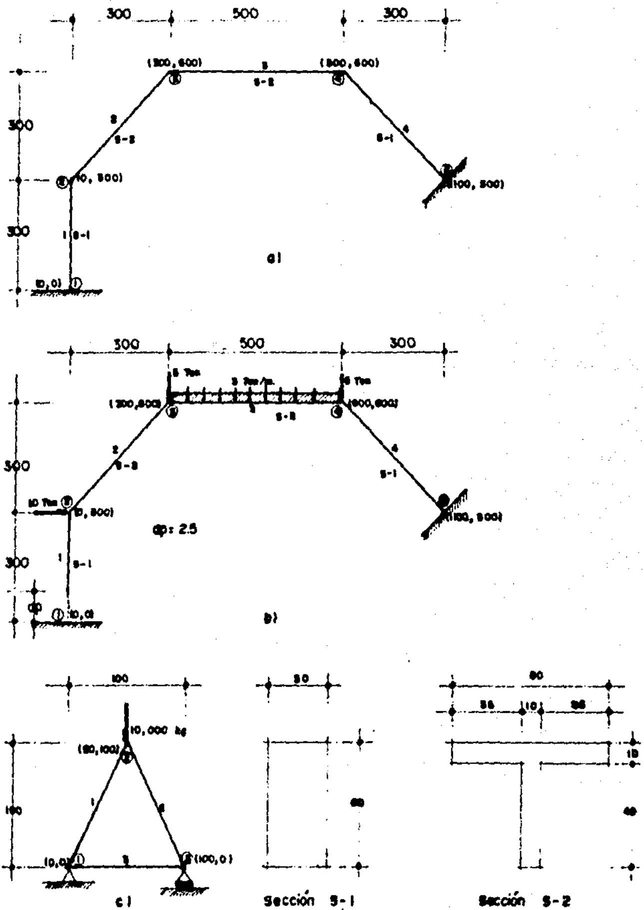

300
500
300
(300,600)
(800,600)
300
(0,300)
(1100,300)
300
(0,0)
a)
dp: 2.5
(0,0)
b)
100
10,000 kg
(50,100)
(0,0)
(100,0)
c)
Sección S-1
Sección S-2

Figura : 6 . 1

REFERENCIAS

REFERENCIAS

1 -. ZIENKIENICZ O. , The Finite Element Method. New York. Mc. Graw-Hill, 1977.

2 -. CERVATES BELTRAN. Ramon y PORRAS SILVA. Victor. Apuntes de Teoria General dde las Estructuras. Mexuco. UNAM, 1980.

3 -. DAYARATNAM. P. , Advanced Structural Analysis. New Delhi. Tata Mc. Graw-Hill Publishing Company Limited, 1978.

4 -. POPOV. Egor. Introduccion a la Mecanica de Solidos. Trad. Francisco Paniaqua, Mexico, LIMUSA, 1982.

5 -. VERA BADILLO. Fernando, Solucion de Ecuaciones Algebraicas en el Analisis Estructural. Tesis Profesional, Mexico D.F., ULSA, 1980.

6 -. LIGNELET. Patrice, FORTRAN 77 Lenguaje FORTRAN V , Trad. Armando Palomino, Espaia, Masson, 1985.

7 -. BOWLES, L. Kenneth, Introduccion al UCSD Pascal, Trad. Juan Sanchez, Mexico. Byte Books/Mc. Graw-Hill, 1980.

8 -. APPLE COMPUTER INC. . Apple FORTRAN Language Reference Manual. Cupertino California, Apple Publishing, 1982.

9 -. MEYERS. V. James , Matrix Analysis of Structures. New York. Harper & Row, 1984.

10-. ROARKE, J. , Formulas for Stress & Strain. New York. Mc. Graw Hill, 1980.

ANEXO I FACTOR DE FORMA

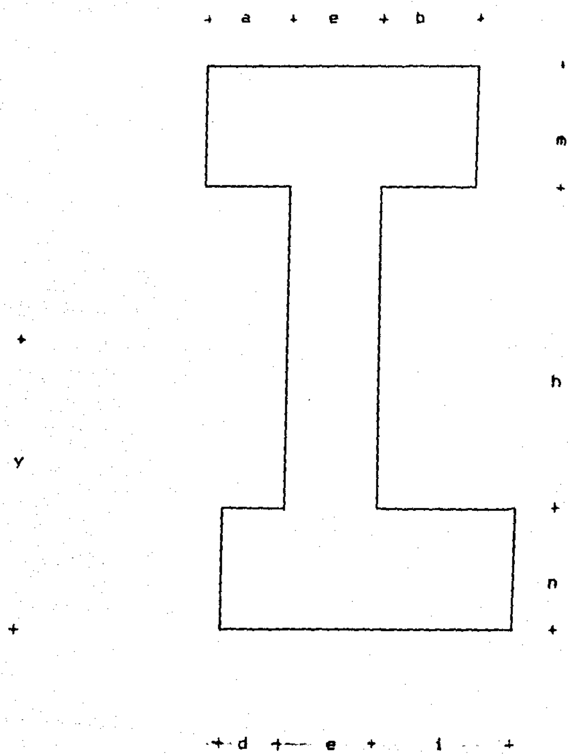
ANEXO I FACTOR DE FORMA

I.1) Factor de Forma para un caso multiple de Seccion Transversal.

A continuación se presentan las expresiones obtenidas para obtener el Factor de Forma de los siguientes tipos de sección :

- rectangular o cuadrada
- canal
- zeta
- cajon
- T
- I

La siguiente figura muestra la geometria y las variables utilizadas para su interpretacion matemática :



$r = m + h + n$

$P = a + e + b$

$O = d + e + i$

$A = On + eh + Pm$

$$y = \frac{0.5n\ Q + eh(n+0.5h) + Pm(n+h+0.5m)}{A}$$

$$I = (Qn \quad + eh \quad + Pm \quad) + Qn(y-0.5) \quad + eh(y-n-0.5h) \quad + \ldots$$

$$Pm(y-n-h-0.5m)$$

$$r' = r - y$$

$$S = r' - m$$

$$L = (P/2)(r' \ )$$

$$M = (P/2)(2r'm - m \ ) + (e/2)(r' - m)$$

$$Fy = \frac{2\ A}{I} \left(\frac{L\ m - \frac{LPr'}{3} + \frac{LPS}{3} + \frac{P\ r'}{20} - \frac{P\ S}{20}}{P} \quad + \ldots \right.$$

$$\left. \frac{M\ S - \frac{MeS}{3} + \frac{e\ S}{20}}{e} \right)$$

donde :

A es el area de la misma

y es el centroide de la figura

I es el mometo de inercia

Fy es el Factor de forma

I.2) Factor de Forma para un círculo hueco (ref. (10))

$$Fy = 2.0$$

I.3) Factor de Forma para un círculo lleno (ref. (10))

$$Fy = \frac{10}{9}$$

ANEXO II LISTADO DEL PROGRAMA

```
      PROGRAM SECCIO
      DIMENSION A(1000)
      OPEN(6,FILE='PRINTER:')
      OPEN(1,FILE='CONSOLE:')
      WRITE(1,'(A$)')' DAME EL NUMERO DE SECCIONES TRANSVERSALES
     $ POR ANALIZAR  : '
      READ(1,'(BN,I2)')NST
      WRITE(1,'(A$)')' INDICADOR DE EJECUCION : '
      READ(1,'(I1)')IDE
      IF(IDE.EQ.0)IDE=1
      N1=1
      N2=N1+NST
      N3=N2+NST
      N4=N3+NST
      DO 100 I=1,NST
         II=I-1
         CALL CAP(IDE,B,E,AI,AN,H,AM,A1,D,ITST)
         CALL CALC(IDE,B,E,AI,AN,H,AM,A1,D,ITST,A(N1+II),A(N2+II),
     $             A(N3+II))
      WRITE(IDE,'(A)')' SECCION      INERCIA        FACTOR DE
     $CORTE   AREA '
100   CONTINUE
      DO 200 J=1,NST
         JJ=J-1
         WRITE(IDE,'(I5,F15.3,F10.2,F15.3)')J,A(N1+JJ),A(N2+JJ),
     $A(N3+JJ)
200   CONTINUE
                                    END
      SUBROUTINE CAP(IDE,B,E,AI,AN,H,AM,A1,D,ITST)
      WRITE(1,1)'        $$ TIPOS DE SECCIONES TRANSVERSALES $$'
      WRITE(1,1)' '
      WRITE(1,1)'    1=SECCION RECTANGULAR'
      WRITE(1,1)'    2=SECCION I T U CANAL CAJON'
      WRITE(1,1)'    3=CIRCULO LLENO'
      WRITE(1,1)'    4=CIRCULO HUECO'
      WRITE(1,1)'    5=NO CLASIFICADA'
400   WRITE(1,12)'                      HAZ TU ELECCION --> '
      READ(1,5400)ITST
1     FORMAT(A)
5400  FORMAT(I1)
      IF(ITST.LT.1.OR.ITST.GT.5)GOTO 400
      GOTO(10,20,30,40,50)ITST
10    CONTINUE
       WRITE(1,'(A,//)')'      $$$ SECCION RECTANGULAR $$$'
       AM=0.0
       AN=0.0
       AI=0.0
       B=0.0
       D=0.0
       A1=0.0
12     FORMAT(A$)
       WRITE(1,12)'  DAME EL VALOR DE LA BASE(cm) --> '
       READ(1,5401)E
       WRITE(1,12)'  DAME LA ALTURA  (cm)         --> '
       READ(1,5401)H
5401   FORMAT(F15.4)
       GOTO 300
20    CONTINUE
       WRITE(1,'(A,//)')'      $$$     CASO GENERAL     $$$'
       WRITE(1,12)'  DAME E (cm)                        --> '
       READ(1,5401)E
       WRITE(1,12)'  DAME B (cm)                        --> '
       READ(1,5401)B
       WRITE(1,12)'  DAME I (cm)                        --> '
       READ(1,5401)AI
       WRITE(1,12)'  DAME EL PERALTE m (cm)             --> '
       READ(1,5401)AM
       WRITE(1,12)'  DAME EL PERALTE n (cm)             --> '
       READ(1,5401)AN
       WRITE(1,12)'  DAME EL PERALTE LIBRE DEL ALMA (cm) --> '
       READ(1,5401)H
       WRITE(1,12)'  DAME D (cm)                        --> '
```

```
      READ(*,5401)B
      WRITE(*,12)'  DAME A (cm)                            --> '
      READ(*,5401)AI
      GOTO 300
30    CONTINUE
      WRITE(*,'(A,//)')'      ***     CIRCULO LLENO    ***'
      WRITE(*,1)'  DAME EL DIAMETRO EXTERIOR (cm)          --> '
      READ(*,5401)D
      GOTO 300
40    CONTINUE
      WRITE(*,'(A,//)')'      ***     CIRCULO HUECO    ***'
      WRITE(*,12)'  DAME EL DIAMETRO EXTERIOR (cm)         --> '
      READ(*,5401)D
      WRITE(*,12)'  DAME EL DIAMETRO INTERIOR (cm)         --> '
      READ(*,5401)E
      GOTO 300
50    CONTINUE
      WRITE(*,'(A,//)')'      *** SECCION CUALQUIERA ***'
      WRITE(*,12)'  DAME EL AREA (cm 2)                    --> '
      READ(*,5401)D
      WRITE(*,12)'  DAME EL MOMENTO DE INERCIA (cm 4)      --> '
      READ(*,5401)E
      WRITE(*,12)'  DAME EL FACTOR DE FORMA                --> '
      READ(*,5401)AI
300   CONTINUE
                                 RETURN
                                 END
      SUBROUTINE CALC(IDE,B,E,AI,AM,H,AM,AI,B,ITST,ZI,FY,AR)
      FYCLL=10./9.
      PI=3.14159265
      FYTV=2.0
      GOTO(10,10,20,30,40)ITST
10    CONTINUE
      R=AM+H+AM
      P=AI+E+B
      Q=B+E+AI
      AR=Q*AM+E*H+P*AM
      IF(AR.LE.0.0)RETURN
      Y=(0.5*AM**2*Q+E*H*(AM+0.5*H)+P*AM*(AM+H+0.5*AM))/AR
      ZI=(Q*AM**3+E*H**3+P*AM**3)/12.+Q*AM*(Y-0.5*AM)**2+E*H*(Y-AM-0.5*H
     +)**2+P*AM*(Y-AM-H-0.5*AM)**2
      R1=R-Y
      S=R1-AM
      F=P/2.*R1**2
      C=P/2.*(2.*R1*AM-AM**2)+E/2.*(R1-AM)**2
      FY=2.*AR/ZI**2*(F**2*AM-F*P/3.*R1**3+F*P/3.*S**3+P**2/20.*R1**5-P*
     -*2/20.*S**5)/P+2*AR/ZI**2*(C**2*S-C*E/3.*S**3+E**2/20.*S**5)/E
      GOTO 100
20    CONTINUE
       FY=FYCLL
       AR=PI*D**2/4.
       ZI=PI*D**4/64.
       GOTO 100
30    CONTINUE
       FY=FYTV
       AR=PI/4.*(D**2-E**2)
       ZI=PI*(D**4-E**4)/64.
       GOTO 100
40    CONTINUE
       AR=D
       ZI=E
       FY=AI
100   CONTINUE
                                 RETURN
                                 END
```

```
$USES UDATB   IN #5:DOS.CODE OVERLAY
$USES UEMATR  IN #5:CINCO.CODE OVERLAY
$USES UCARN   IN #5:SEIS.CODE OVERLAY
$USES UCARBA  IN #5:SEISPRI.CODE OVERLAY
      PROGRAM ESQUEL
      DIMENSION A(1500)
      CHARACTER*1 CH
      CHARACTER*30 TITULO
      CHARACTER*5 ARCH
      OPEN(6,FILE='PRINTER:')
      OPEN(1,FILE='CONSOLE:')
CODE UNO : AR  CORD  FRON  RENU
CODE DOS : TIPMAT  DATB  ENSM  ENSB
CODE CAPCAP : CAP  CALC
CODE CUATRO : PREMA  RIGIL RIGIG
CODE CINCO :  EMATR  TGCV  SGCV
CODE SEIS : CARN  FILG  ELE  FIFID
CODE SEISPRI : CARBA  PC CG CC
      WRITE(1,11)'    QUE TITULO QUIERES DARLE A LA CORRIDA'
11    FORMAT(A)
      READ(1,11)TITULO
      WRITE(1,'(/)')
      WRITE(1,11)'    D A T O S   I N I C I A L E S'
      WRITE(1,'(/,A,/)')'Numero   de  .....'
      WRITE(1,12)'1-. PUNTOS NODALES                --> '
      READ(1,6000)NP
      WRITE(1,12)'2-. BARRAS                        --> '
      READ(1,6000)NBA
      WRITE(1,12)'3-. MATERIALES DISTINTOS          --> '
      READ(1,6000)NMAT
      WRITE(1,12)'4-. SECCIONES TRANSVERSALES TIPO --> '
      READ(1,6000)NST
      WRITE(1,12)'5-. TIPOS DE BARRAS (APOYOS)      --> '
      READ(1,6000)NDS
      WRITE(1,12)'6-. INDICADOR DE EJECUCION        --> '
      READ(1,6000)IDE
      IF(IDE.EQ.0)IDE=1
12    FORMAT(A$)
6000  FORMAT(BN,I3)
13    CONTINUE
      WRITE(IDE,'(A)')TITULO
      N0=1
      N1=N0+NBA
      N2=N1+NP
      N3=N2+NP
      N4=N3+NMAT
      N5=N4+NMAT
      N6=N5+NST
      N7=N6+NST
      N8=N7+NST
      N9=N8+2*NBA
      N10=N9+NBA
      N11=N10+NBA
      N12=N11
      N13=N12
      N14=N13
      N15=N14+3*NP
      N16=N15+NBA
      N17=N16+NBA
      N18=N17
      N19=N18+6*NBA
      N20=N19+NBA
      N21=N20+NBA
      N22=N21+6*6*NBA
      WRITE(IDE,'(A$)')' N22 --> '
      WRITE(IDE,'(I4)')N22
      WRITE(1,'(A,////)')'**********************************************'
      CALL ART(NDS,NBA,A(N0))
      CALL CORDE(IDE,A(N1),A(N2),NP)
      WRITE(1,'(A,////)')'**********************************************'
      CALL FRONT(IDE,NP,A(N14))
      CALL RENUM(NP,A(N14),NMAT)
```

```
      N23=N22+NMAX*NMAX
      N24=N23+NMAX
      WRITE(0,'(A,////)')'***************************************************'
      CALL TIPMAT(NMAT,A(N3),A(N4))
      WRITE(0,'(////)')
      DO 96 I=1,NST
         II=I-1
         WRITE(0,'(A,I2,/)')'          SECCION TRANSVERSAL  # ',I
         CALL CALC(IDE,A(N6+II),A(N7+II),A(N5+II))
96    CONTINUE
      WRITE(0,'(A,////)')'***************************************************'
      CALL DATBA(IDE,NST,NMAT,NBA,A(N8),A(N9),A(N10))
      CALL PREMAT(IDE,NBA,NP,NMAT,NST,A(N9),A(N10),A(N11),A(N2),A(N3)
     +,A(N4),A(N7),A(N5),A(N6),A(N18),A(N8),A(N14),A(N19),A(N20),
     +A(N21),A(N15),A(N16),A(N8))
998   FORMAT(A)
      WRITE(IDE,'(A)')' DATOS INICIALES :  NP  NBA  NMAT  NST
     1NDC  NNC '
      WRITE(IDE,997)NP,NBA,NMAT,NST,NDC,NNC
997   FORMAT(6I8)
      CALL ENATRI(IDE,NBA,NMAX,A(N21),A(N22),A(N18))
      CALL TOCVE(IDE,NMAX,A(N22))
856   WRITE(0,12)' NUMERO DE  BARRAS CARGADAS              --) '
      READ(0,6000)NDC
      WRITE(0,12)' NUMERO DE  NODOS CARGADOS               --) '
      READ(0,6000)NNC
      WRITE(0,12)' APOYOS C/DESP. PREESCRITOS              --) '
      READ(0,'(BN,I2)')NDP
      N25=N24+6*NDC
      N26=N25+NDC
      N27=N26+6*NDC
      N31=N26
      N32=N31+3*NNC
      N37=N32
      N38=N37+NNC
      CALL CARNU(IDE,NP,A(N31),NNC,A(N37))
      CALL CARBAR(IDE,NDC,NBA,A(N19),A(N20),A(N24),A(N25),A(N15),
     1            A(N16),A(N26),A(N0))
      CALL FIFIL0(IDE,NDC,NBA,A(N25),A(N24),A(N26),A(N15),A(N16))
      CALL ENSFN(IDE,NMAX,NNC,NP,A(N31),A(N14),A(N37),A(N23))
      CALL ENSFD(IDE,NMAX,NDC,NBA,A(N26),A(N18),A(N25),A(N23))
      IF(NDP.GT.0)THEN
        CALL DESP(IDE,NMAX,NBA,A(N18),A(N23),NDP,A(N21))
      ENDIF
      CALL BACVE(IDE,NMAX,A(N22),A(N23))
      CALL ELENE(IDE,NBA,A(N15),A(N16),A(N21),A(N18),A(N23),NMAX,
     1          A(N26),NDC,A(N25))
      WRITE(0,'(A0)')'} QUIERES CORRER OTRA CONDICION DE CARGA (N)? '
      READ(0,'(A)')CH
      IF(CH.EQ.'S')THEN
        GOTO 850
      ELSE
        WRITE(0,'(A)')' ..........FIN DE PROGRAMA'
      ENDIF
                                                                      END
      SUBROUTINE ELENE(IDE,NBA,S,C,AKT,IE,F,NMAX,F2FI0,NDC,NB)
      DIMENSION S(NBA),C(NBA),AKT(6,6,NBA),IE(NBA,6),F(NMAX),U(6)
     1         ,F2FI0(NDC,6),NB(NDC),F2INT(6),FIBAR(6)
           CALL ELE(IDE,NBA,S,C,AKT,IE,F,NMAX,F2FI0,NDC,NB)
                                   RETURN
                                   END
      SUBROUTINE CARBAR(IDE,NDC,NBA,EL,GY,FBAR,NB,S,C,FBARG,ITIBA)
      DIMENSION EL(NBA),GY(NBA),FBAR(NDC,6),NB(NDC),S(NBA),C(NBA),
     1          FBARG(NDC,6),ITIBA(NBA)
          CALL CARGA(IDE,NDC,NBA,EL,GY,FBAR,NB,S,C,FBARG,ITIBA)
                                   RETURN
                                   END
      SUBROUTINE DATBA(IDE,NST,NMAT,NBA,ICON,ISEC,IMAT)
      DIMENSION ICON(NBA,2),ISEC(NBA),IMAT(NBA)
           CALL DATB(IDE,NST,NMAT,NBA,ICON,ISEC,IMAT)
                                   RETURN
                                   END
```

```
      SUBROUTINE CARNU(IDE,NP,FF,NNC,NNNC)
      DIMENSION FF(3,NNC),NNUC(NNC)
            CALL CARN(IDE,NP,FF,NNC,NNNC)
                                      RETURN
                                      END
      SUBROUTINE PREMAT(IDE,NBA,NP,NMAT,NST,ISEC,IMAT,X,Y,EY,UN,
     1                FY,AR,ZI,IE,ICON,IFR,XL,DY,AKT,S,C,ITIBA)
      DIMENSION ICON(NBA,2),ISEC(NBA),IMAT(NBA),EY(NMAT),
     1          UN(NMAT),X(NP),Y(NP),AR(NST),ZI(NST),
     2          IE(NBA,6),FY(NST),IFR(NP,3),
     3          AK(6,6),AKG(6,6),XL(NBA),DY(NBA),AKT(6,6,NBA),
     4          S(NBA),C(NBA),ITIBA(NBA)
 11   FORMAT(A)
      DO 501 I=1,NMAT
 501     UN(I)=EY(I)/2./(1.+UN(I))
      DO 500 N=1,NBA
         XJI=X(ICON(N,2))-X(ICON(N,1))
         YJI=Y(ICON(N,2))-Y(ICON(N,1))
         XL(N)=SQRT(XJI*XJI+YJI*YJI)
         WRITE(IDE,'(A)')' XJI        YJI       LONG
     1                     POISSON    YOUNG'
         WRITE(IDE,6500)XJI,YJI,XL(N),UN(IMAT(N)),EY(IMAT(N))
 6500    FORMAT(5F15.2)
         S(N)=YJI/XL(N)
         C(N)=XJI/XL(N)
         DY(N)=12.*FY(ISEC(N))*EY(IMAT(N))*ZI(ISEC(N))/AR(ISEC(N))
     1        /UN(IMAT(N))/XL(N)**2
         WRITE(IDE,'(A0)')'  FACTOR DY --> '
         WRITE(IDE,'(F15.6)')DY(N)
      CALL RIGIL(EY(IMAT(N)),AR(ISEC(N)),XL(N),DY(N),ZI(ISEC(N)),AK
     1          ,NBA,ITIBA(N))
      WRITE(IDE,'(A)')' RIGIDEZ   LOCAL'
      DO 888 KL=1,6
      WRITE(IDE,'(6F15.2)')AK(KL,1),AK(KL,2),AK(KL,3),AK(KL,4),AK(
     1                     KL,5),AK(KL,6)
 888   CONTINUE
         CALL RIGIG(AK,C(N),S(N),AKG)
         DO 600 KL=1,6
            DO 600 LK=1,6
 600           AKT(KL,LK,N)=AKG(KL,LK)
         WRITE(IDE,887)N
 887     FORMAT('  MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DE LA BARRA  ',I3,/)
         DO 401 I=1,6
            WRITE(IDE,'(6F15.2)')AKG(I,1),AKG(I,2),AKG(I,3),
     1                           AKG(I,4),AKG(I,5),AKG(I,6)
 401     CONTINUE
         DO 499 I=1,3
            IE(N,I)=IFR(ICON(N,1),I)
            IE(N,I+3)=IFR(ICON(N,2),I)
 499     CONTINUE
         WRITE(IDE,886)N
 886     FORMAT(' INDICADOR  DE ECUACION DE LA BARRA  ',I3,/)
         WRITE(IDE,'(6I3)')IE(N,1),IE(N,2),IE(N,3),IE(N,4),IE(N,5),
     1                     IE(N,6)
 500  CONTINUE
                                    RETURN
                                    END
      SUBROUTINE RIGIG(AK,CN,SN,AKG)
      DIMENSION AK(6,6),AKG(6,6)
      DO 98 I=1,6
         DO 98 J=1,6
 98         AKG(I,J)=0.0
      AKG(1,1)=CN**2*AK(1,1)+SN**2*AK(2,2)
      AKG(1,2)=CN*SN*(AK(1,1)-AK(2,2))
      AKG(1,3)=-SN*AK(2,3)
      AKG(1,4)=CN**2*AK(1,4)+SN**2*AK(2,5)
      AKG(1,5)=CN*SN*(AK(1,4)-AK(2,5))
      AKG(1,6)=-SN*AK(2,6)
      AKG(2,2)=SN**2*AK(1,1)+CN**2*AK(2,2)
      AKG(2,3)=CN*AK(2,3)
      AKG(2,4)=SN*CN*(AK(1,4)-AK(2,5))
      AKG(2,5)=SN**2*AK(1,4)+CN**2*AK(2,5)
```

```
      AK6(2,6)=CN*AK(2,6)
      AK6(3,3)=AK(3,3)
      AK6(3,4)=-SN*AK(3,5)
      AK6(3,5)=CN*AK(3,5)
      AK6(3,6)=AK(3,6)
      AK6(4,4)=CN**2*AK(4,4)+SN**2*AK(5,5)
      AK6(4,5)=CN*SN*(AK(4,4)-AK(5,5))
      AK6(4,6)=-SN*AK(5,6)
      AK6(5,5)=SN**2*AK(4,4)+CN**2*AK(5,5)
      AK6(5,6)=CN*AK(5,6)
      AK6(6,6)=AK(6,6)
      M=0
      DO 90 I=1,6
          M=M+1
          DO 90 J=M,6
90            AK6(J,I)=AK6(I,J)
                                    RETURN
                                    END
      SUBROUTINE RIGIL(EY,AR,XL,QY,ZI,AK,NBA,ITIBA)
      DIMENSION AK(6,6)
      DO 100 I=1,6
          DO 100 J=1,6
100           AK(I,J)=0.0
      AK(1,1)=EY*AR/XL
      AK(1,4)=-AK(1,1)
      AK(2,2)=12.*EY*ZI/(1.+QY)/XL**3
      AK(2,3)=6.*EY*ZI/(1.+QY)/XL**2
      AK(2,5)=-AK(2,2)
      AK(2,6)=AK(2,3)
      AK(3,3)=(4.+QY)*EY*ZI/(1.+QY)/XL
      AK(3,5)=-AK(2,3)
      AK(3,6)=(2.-QY)*EY*ZI/XL/(1.+QY)
      AK(4,4)=AK(1,1)
      AK(5,5)=AK(2,2)
      AK(5,6)=-AK(2,3)
      AK(6,6)=AK(3,3)
      M=0
      DO 103 I=1,6
          M=M+1
          DO 103 J=M,6
              AK(J,I)=AK(I,J)
103   CONTINUE
      AUX=(1.+QY)/(4.+QY)
      IF(ITIBA.EQ.0)RETURN
      GOTO(10,20,30)ITIBA
10    CONTINUE
       AK(2,2)=AUX*AK(2,2)
       AK(2,5)=AUX*AK(2,5)
       AK(2,6)=2.*AUX*AK(2,6)
       AK(5,5)=AUX*AK(5,5)
       AK(5,6)=2.*AUX*AK(5,6)
       AK(6,6)=12.*AUX/(4.+QY)*AK(6,6)
       AK(5,2)=AK(2,5)
       AK(6,2)=AK(2,6)
       II=3
       GOTO 40
20    CONTINUE
       AK(2,2)=AUX*AK(2,2)
       AK(2,3)=2.*AUX*AK(2,3)
       AK(2,5)=AUX*AK(2,5)
       AK(3,3)=12.*AUX/(4.+QY)*AK(3,3)
       AK(5,3)=2.*AUX*AK(5,3)
       AK(3,2)=AK(2,3)
       AK(5,2)=AK(2,5)
       AK(5,3)=AK(3,5)
       II=6
       GOTO 40
30    CONTINUE
       DO 80 I=1,6
           AK(2,I)=0.0
           AK(3,I)=0.0
           AK(5,I)=0.0
```

```
          AK(6,I)=0.0
          AK(I,2)=0.0
          AK(I,3)=0.0
          AK(I,5)=0.0
          AK(I,6)=0.0
80     CONTINUE
      GOTO 50
40    CONTINUE
      DO 90 I=1,6
          AK(II,I)=0.0
90        AK(I,II)=0.0
50    CONTINUE
                                     RETURN
                                     END
      SUBROUTINE ENATRI(IDE,NBA,NNAI,AKT,RIGE,IE)
      DIMENSION AKT(6,6,NBA),RIGE(NNAI,NNAI),IE(NBA,6)
            CALL ENATR(IDE,NBA,NNAI,AKT,RIGE,IE)
                                     RETURN
                                     END
      SUBROUTINE TGCVE(IDE,N,A)
      DIMENSION A(N,N)
            CALL TGCV(IDE,N,A)
                                     RETURN
                                     END
      SUBROUTINE SGCVE(IDE,N,A,B)
      DIMENSION A(N,N),B(N)
            CALL SGCV(IDE,N,A,B)
                                     RETURN
                                     END
      SUBROUTINE ENSFN(IDE,NNAI,NNC,NP,FF,IFR,NNNC,F)
      DIMENSION F(NNAI),FF(3,NNC),IFR(NP,3),NNNC(NNC)
            CALL ENSN(IDE,NNAI,NNC,NP,FF,IFR,NNNC,F)
                                     RETURN
                                     END
      SUBROUTINE ENSFB(IDE,NNAI,NBC,NBA,FBAR,IE,NB,F)
      DIMENSION FBAR(NBC,6),IE(NBA,6),NB(NBC),F(NNAI)
            CALL ENSB(IDE,NNAI,NBC,NBA,FBAR,IE,NB,F)
                                     RETURN
                                     END
      SUBROUTINE FZFILG(IDE,NBC,NBA,NB,FZFIL,FZFIG,SN,CS)
      DIMENSION FZFIL(NBC,6),FZFIG(NBC,6),NB(NBC),SN(NBA),CS(NBA)
             CALL FILG(IDE,NBC,NBA,NB,FZFIL,FZFIG,SN,CS)
                                     RETURN
                                     END
      SUBROUTINE ARI(NDS,NBA,ITIBA)
      DIMENSION ITIBA(NBA)
      NN=1
200   CONTINUE
      IF(NDS.EQ.0)THEN
        DO 100 I=1,NBA
100         ITIBA(I)=0
        RETURN
      ELSE
        WRITE(8,'(//,A,I3)')' BARRA INICIAL  : ',NN
        WRITE(8,'(A8)')'  BARRA   FINAL  : '
        READ(8,'(BN,I3)')NNN
        WRITE(8,'(//,A8)')'  IDENTIFICADOR  : '
        READ(8,'(BN,I3)')IP
        DO 300 I=NN,NNN
300         ITIBA(I)=IP
        NN=NNN+1
      ENDIF
      NA=NN-1
      IF(NA.EQ.NBA)RETURN
      GOTO 200
                                   END
      SUBROUTINE CORDE(IDE,X,Y,NP)
      DIMENSION X(NP),Y(NP)
      WRITE(8,1)'          *** COORDENADAS DE LOS PUNTOS ***'
      WRITE(8,1)'          ***          NODALES           ***'
      WRITE(8,1)'                        unidades --) (cm)'
      WRITE(8,'(//)')
```

```
      DO 100 I=1,NP
          WRITE(*,6000)I
          READ(*,5000)X(I)
          WRITE(*,6001)I
          READ(*,5000)Y(I)
 100  CONTINUE
      WRITE(IDE,'(A)')'COORDENADAS...'
      DO 99 I=1,NP
      WRITE(IDE,'(2F10.2)')X(I),Y(I)
 99   CONTINUE
6000  FORMAT(/,10X,'X(',I3,')= '$)
6001  FORMAT(10X,'Y(',I3,')= '$)
5000  FORMAT(F15.2)
1     FORMAT(A)
                                    RETURN
                                    END
      SUBROUTINE FRONT(IDE,NP,IFR)
      DIMENSION IFR(NP,3)
      DO 105 I=1,NP
1         WRITE(*,6300)I
          READ(*,5300)IFR(I,1)
2         WRITE(*,6301)I
          READ(*,5300)IFR(I,2)
3         WRITE(*,6302)I
          READ(*,5300)IFR(I,3)
105   CONTINUE
      WRITE(IDE,'(A)')'FRONTERA ..'
      DO 98 I=1,NP
      WRITE(IDE,'(3I3)')IFR(I,1),IFR(I,2),IFR(I,3)
98    CONTINUE
6300  FORMAT(/,'      DESPL. EN X NODO ',I2,'--)  '$)
5300  FORMAT(BN,I2)
6301  FORMAT('      DESPL. EN Y NODO ',I2,'--)  '$)
6302  FORMAT('      GIRO EN EL  NODO ',I2,'--)  '$)
                                    RETURN
                                    END
      SUBROUTINE DESP(IDE,NMAX,NBA,IE,F,NDP,AKT)
      DIMENSION IE(NBA,6),F(NMAX),AKT(6,6,NBA),D(3),FA(6),DA(6)
      CHARACTER*1 CH
      DO 200 I=1,NDP
          WRITE(*,'(I2,A)')I,'a. CONFIGURACION DE DESPLAZAMIENTO'
          WRITE(*,'(A)')' DAME LOS DESPLAZAMIENTOS INDICADOS'
          WRITE(*,'(A$)')'  DIRECCION  X  ---) '
          READ(*,'(F15.5)')D(1)
          WRITE(*,'(A$)')'  DIRECCION  Y  ---) '
          READ(*,'(F15.5)')D(2)
          WRITE(*,'(A$)')'  GIRO (rad)    ---) '
          READ(*,'(F15.5)')D(3)
          WRITE(*,'(//,A$)')' NUMERO DE BARRAS AFECTADAS '
          WRITE(*,'(A$)')' DIRECTAMENTE POR LA CONFIGURACION ? '
          READ(*,'(BN,I3)')NN
          DO 300 J=1,NN
              WRITE(*,'(I2,A)')J,'a. BARRA AFECTADA'
              WRITE(*,'(A$)')' NUMERO DE BARRA  : '
              READ(*,'(BN,I3)')NB
              WRITE(*,'(A$)')' } NODO AFECTADO I o J ? '
              READ(*,'(A)')CH
              IF(CH.EQ.'I')THEN
              NC=0
              ENDIF
              IF(CH.EQ.'J')THEN
              NC=3
              ENDIF
              DO 301 J1=1,6
301               DA(J1)=0.0
              DO 302 J1=1,3
302               DA(NC+J1)=D(J1)
              DO 400 K=1,6
                  DO 500 L=1,6
                      FA(K)=FA(K)+AKT(K,L,NB)*DA(L)
500               CONTINUE
400           CONTINUE
```

```
          DO 600 K=1,6
             IK=IE(ND,K)
             IF(IK.LE.0)GOTO 600
             F(IK)=F(IK)-FA(K)
600       CONTINUE
300     CONTINUE
200   CONTINUE
                                RETURN
                                END
      SUBROUTINE RENUM(NP,IFR,N)
      DIMENSION IFR(NP,3)
      DO 100 I=1,NP
         WRITE(6,'(3I4)')IFR(I,1),IFR(I,2),IFR(I,3)
100   CONTINUE
      M=1
      N=-1
      DO 106 I=1,NP
         DO 105 L=1,3
            II=IFR(I,L)
            IF(II.LT.0)JJ=1
            IF(II.EQ.0)JJ=2
            IF(II.GT.0)JJ=3
            GOTO(11,12,13)JJ
11    CONTINUE
       IFR(I,L)=N
       N=N-1
       GOTO 104
12    CONTINUE
       IFR(I,L)=M
       M=M+1
       GOTO 104
13    CONTINUE
       IFR(I,L)=0
104   CONTINUE
105      CONTINUE
106   CONTINUE
      M=M-1
                              RETURN
                              END
      SUBROUTINE TIPMAT(NMAT,EY,UN)
      DIMENSION EY(NMAT),UN(NMAT)
      DO 100 I=1,NMAT
         WRITE(6,5000)I
5000   FORMAT(//,'Para el Tipo de Material # : ',I1,' da el valor de')
         WRITE(6,1)' El Modulo de Elasticidad (Kg/cm2)        --> '
1        FORMAT(A0)
         READ(8,6000)EY(I)
6000     FORMAT(F15.2)
         WRITE(6,1)' La Relacion de Poisson                    --> '
         READ(8,6001)UN(I)
6001     FORMAT(F10.6)
100   CONTINUE
                                   RETURN
                                   END
      SUBROUTINE CALC(IDE,ZI,FY,AR)
      WRITE(6,1)'DAME EL VALOR DEL AREA                --> '
      READ(8,2)AR
      WRITE(6,1)'DAME EL VALOR DEL MOMENTO DE INERCIA --> '
      READ(8,2)ZI
      WRITE(6,1)'DAME EL VALOR DEL FACTOR DE CORTANTE --> '
      READ(8,2)FY
1     FORMAT(A0)
2     FORMAT(F15.3)
      WRITE(IDE,'(A0)')' AREA                --> '
      WRITE(IDE,'(F15.3)')AR
      WRITE(IDE,'(A0)')' INERCIA             --> '
      WRITE(IDE,'(F15.3)')ZI
      WRITE(IDE,'(A0)')' FACTOR DE CORTANTE --> '
      WRITE(IDE,'(F15.3)')FY
                                   RETURN
                                   END
```

```
      SUBROUTINE AR(NDS,NBA,ITIBA)
      DIMENSION ITIBA(NBA)
200   CONTINUE
      IF(NDS.EQ.0)THEN
        DO 100 I=1,NBA
100         ITIBA(I)=0
        RETURN
      ELSE
        NN=1
        WRITE(0,'(//,A,I3)')'  BARRA INICIAL  : ',NN
        WRITE(0,'(A$)')'  BARRA   FINAL  : '
        READ(0,'(BN,I3)')NNN
        WRITE(0,'(//,A$)')'  IDENTIFICADOR  : '
        READ(0,'(BN,I3)')IP
        DO 300 I=NN,NNN
300         ITIBA(I)=IP
        NN=NNN+1
      ENDIF
      NA=NN-1
      IF(NA.EQ.NBA)RETURN
      GOTO 200
                                    END
      SUBROUTINE CORD(IDE,X,Y,NP)
      DIMENSION X(NP),Y(NP)
      WRITE(0,1)'          *** COORDENADAS DE LOS PUNTOS ***'
      WRITE(0,1)'          ***          NODALES          ***'
      WRITE(0,1)'                          unidades --)  (cm)'
      WRITE(0,'(//)')
      DO 100 I=1,NP
          WRITE(0,6000)I
          READ(0,5000)X(I)
          WRITE(0,6001)I
          READ(0,5000)Y(I)
100   CONTINUE
      WRITE(IDE,'(A)')'COORDENADAS...'
      DO 99 I=1,NP
      WRITE(IDE,'(2F10.2)')X(I),Y(I)
99    CONTINUE
6000  FORMAT(/,10X,'X(',I3,')= '$)
6001  FORMAT(10X,'Y(',I3,')= '$)
5000  FORMAT(F15.2)
1     FORMAT(A)
                                    RETURN
                                    END
      SUBROUTINE FRON(IDE,NP,IFR)
      DIMENSION IFR(NP,3)
      DO 105 I=1,NP
1         WRITE(0,6300)I
          READ(0,5300)IFR(I,1)
2         WRITE(0,6301)I
          READ(0,5300)IFR(I,2)
3         WRITE(0,6302)I
          READ(0,5300)IFR(I,3)
105   CONTINUE
      WRITE(IDE,'(A)')'FRONTERA ..'
      DO 98 I=1,NP
      WRITE(IDE,'(3I3)')IFR(I,1),IFR(I,2),IFR(I,3)
98    CONTINUE
6300  FORMAT(/,'      DESPL. EN X NODO ',I2,'--)  '$)
5300  FORMAT(I1)
6301  FORMAT('      DESPL. EN Y NODO ',I2,'--)  '$)
6302  FORMAT('      GIRO EN EL  NODO ',I2,'--)  '$)
                                    RETURN
                                    END
      SUBROUTINE RENU(IDE,NP,IFR,N)
      DIMENSION IFR(NP,3)
      WRITE(IDE,'(A)')'FRONTERA PARA RENUMERAR  '
      DO 100 I=1,NP
          WRITE(0,'(3I4)')IFR(I,1),IFR(I,2),IFR(I,3)
100   CONTINUE
      N=1
      DO 106 I=1,NP
```

```
         DO 106 L=1,3
            IF(IFR(I,L).EQ.1)THEN
            IFR(I,L)=0
          ELSE
            IFR(I,L)=N
            N=N+1
          ENDIF
106   CONTINUE
      N=N-1
      WRITE(IDE,'(A)')'RENUMERADOS ...'
      DO 97 I=1,NP
         WRITE(IDE,'(3I3)')IFR(I,1),IFR(I,2),IFR(I,3)
97    CONTINUE
                                  RETURN
                                  END
      SUBROUTINE TIPMAT(NMAT,EY,UM)
      DIMENSION EY(NMAT),UM(NMAT)
      DO 100 I=1,NMAT
         WRITE(0,5000)I
5000    FORMAT(//,'Para el Tipo de Material # : ',I1,' da el valor de')
         WRITE(0,1)' El Modulo de Elasticidad (Kg/cm2)          --> '
1        FORMAT(A$)
         READ(0,6000)EY(I)
6000     FORMAT(F15.2)
         WRITE(0,1)' La Relacion de Poisson                      --> '
         READ(0,6001)UM(I)
6001     FORMAT(F10.6)
100   CONTINUE
                                         RETURN
                                         END
      SUBROUTINE DATB(IDE,NST,NMAT,NBA,ICON,ISEC,INAT)
      DIMENSION ICON(NBA,2),ISEC(NBA),INAT(NBA)
      DO 200 N=1,NBA
         WRITE(0,6100)N
6100     FORMAT(/,'BARRA   # ',I3)
         WRITE(0,13)' NODO I  : '
13       FORMAT(20X,A$)
         READ(0,5101)ICON(N,1)
5101     FORMAT(BN,I3)
         WRITE(0,12)' NODO J  : '
12       FORMAT(20X,A$)
         READ(0,5100)ICON(N,2)
11       FORMAT(A$)
5100     FORMAT(BN,I3)
         IF(NST.EQ.1)THEN
          ISEC(N)=1
         ELSE
          WRITE(0,6101)N
6101      FORMAT('TIPO DE SECCION TRANSV. BARRA #',I3,' --> '$)
          READ(0,5100)ISEC(N)
         ENDIF
         IF(NMAT.EQ.1)THEN
          INAT(N)=1
         ELSE
          WRITE(0,6102)N
6102      FORMAT('TIPO DE MATERIAL  DE LA BARRA #',I3,'  --> '$)
          READ(0,5100)INAT(N)
         ENDIF
200   CONTINUE
      WRITE(IDE,'(A)')'NODO I  NODO J   MATERIAL '
      DO 96 I=1,NBA
         WRITE(IDE,'(3I8)')ICON(I,1),ICON(I,2),INAT(I)
96    CONTINUE
                                  RETURN
                                  END
      SUBROUTINE ENSA(IDE,NMAX,NNC,NP,FF,IFR,NNNC,F)
      DIMENSION F(NMAX),FF(3,NNC),IFR(NP,3),NNNC(NNC)
      DO 50 N=1,NMAX
50       F(N)=0.0
      DO 200 I=1,NNC
         JJ=NNNC(I)
         DO 100 J=1,3
```

```
            IK=IFR(JJ,J)
            IF(IK.LE.0)GOTO 100
            F(IK)=F(IK)+FF(J,I)
100       CONTINUE
200    CONTINUE
       DO 400 L=1,NMAX
           WRITE(IDE,'(F15.3)')F(L)
           WRITE(*,'(F15.3)')F(L)
400    CONTINUE
                                      RETURN
                                      END
       SUBROUTINE ENSB(IDE,NMAX,NBC,NBA,FBAR,IE,NB,F)
       DIMENSION FBAR(NBC,6),IE(NBA,6),NB(NBC),F(NMAX)
       DO 200 I=1,NBC
           JJ=NB(I)
           DO 100 J=1,6
               IK=IE(JJ,J)
               IF(IK.LE.0)GOTO 100
               F(IK)=F(IK)-FBAR(I,J)
100       CONTINUE
200    CONTINUE
       DO 400 L=1,NMAX
           WRITE(IDE,'(F15.3)')F(L)
           WRITE(*,'(F15.3)')F(L)
400    CONTINUE
                                      RETURN
                                      END
       SUBROUTINE CARN(IDE,NP,FF,NNC,NNNC)
       DIMENSION FF(3,NNC),NNNC(NNC)
       DO 210 I=1,NNC
           WRITE(*,'(//)')
           WRITE(*,12)'DAME EL NUMERO DEL NODO CARGADO          --> '
12         FORMAT(A\)
           READ(*,5110)N
           WRITE(*,6110)N
6110       FORMAT('FUERZA  Fx( ',I3,' )      (Kg)          -->'\)
           READ(*,5111)FF(1,I)
           WRITE(*,6119)N
6119       FORMAT('FUERZA  Fy( ',I3,' )      (Kg)          -->'\)
           READ(*,5111)FF(2,I)
5110       FORMAT(BN,I3)
           WRITE(*,6111)N
5111       FORMAT(F15.4)
6111       FORMAT('MOMENTO EXTERNO   Mz(',I3,')(Kg-cm)   -->'\)
           READ(*,5111)FF(3,I)
           NNNC(I)=N
210    CONTINUE
       DO 95 I=1,NNC
           WRITE(IDE,'(A)')'FFX            FFY              MOEZ
     *          NODO CARGADO'
           WRITE(IDE,'(3F15.2,I6)')FF(1,I),FF(2,I),FF(3,I),NNNC(I)
95     CONTINUE
                                        RETURN
                                        END
       SUBROUTINE FZLG(IDE,NBC,NBA,NB,FZFIL,FZFIG,SN,CS)
       DIMENSION FZFIL(NBC,6),FZFIG(NBC,6),NB(NBC),SN(NBA),CS(NBA)
       DO 100 I=1,NBC
           J=NB(I)
           FZFIG(I,1)=CS(J)*FZFIL(I,1)-SN(J)*FZFIL(I,2)
           FZFIG(I,2)=SN(J)*FZFIL(I,1)+CS(J)*FZFIL(I,2)
           FZFIG(I,3)=FZFIL(I,3)
           FZFIG(I,4)=CS(J)*FZFIL(I,4)-SN(J)*FZFIL(I,5)
           FZFIG(I,5)=SN(J)*FZFIL(I,5)+CS(J)*FZFIL(I,5)
           FZFIG(I,6)=FZFIL(I,6)
100    CONTINUE
                                       RETURN
                                       END
       SUBROUTINE ELE(IDE,NBA,S,C,AKT,IE,F,NMAX,FZFIG,NBC,NB)
       DIMENSION S(NBA),C(NBA),AKT(6,6,KEA),IE(NBA,6),F(NMAX),U(6)
     *          ,FZFIG(NBC,6),NB(NBC),FZINT(6),FZBAR(6)
       DO 800 I=1,NBA
           DO 100 II=1,NBC
```

```
            NN=N3(II)
            IF(NN.EQ.I)THEN
             DO 50 JJ=1,6
                 FZINT(JJ)=FZFIG(II,JJ)
50           CONTINUE
             GOTO 101
            ELSE
             DO 51 JJ=1,6
                 FZINT(JJ)=0.0
51           CONTINUE
            ENDIF
100      CONTINUE
101      CONTINUE
         DO 200 J=1,6
            LR=IE(I,J)
            IF(LR.LE.0)GOTO 150
            U(J)=F(LR)
            GOTO 200
150         U(J)=0.0
200      CONTINUE
         DO 700 K=1,6
            DO 600 L=1,6
               FZINT(K)=FZINT(K)+AKT(K,L,I)*U(L)
600         CONTINUE
700      CONTINUE
         CALL FZFIB(IDE,FZINT,FZBAR,S(I),C(I),I)
800   CONTINUE
                                          RETURN
                                          END
      SUBROUTINE FZFIB(IDE,FZFIL,FZFIG,S,C,II)
      DIMENSION FZFIL(6),FZFIG(6)
      FZFIG(1)=C*FZFIL(1)+S*FZFIL(2)
      FZFIG(2)=C*FZFIL(2)-S*FZFIL(1)
      FZFIG(3)=FZFIL(3)
      FZFIG(4)=C*FZFIL(4)+S*FZFIL(5)
      FZFIG(5)=C*FZFIL(5)-S*FZFIL(4)
      FZFIG(6)=FZFIL(6)
      WRITE(IDE,'(A,I2)')'          BARRA  NUMERO : ',II
      DO 100 I=1,6
         WRITE(IDE,'(A,I1,A,F15.3)')' FUERZA( ',I,') = ',FZFIG(I)
100   CONTINUE
                                          RETURN
                                          END
      SUBROUTINE CARGA(IDE,NBC,NBA,IL,BY,FBAR,NB,S,C,FBARG,ITIBA)
      DIMENSION IL(NBA),BY(NBA),FBAR(NBC,6),NB(NBC),S(NBA),C(NBA),
     &          FBARG(NBC,6),ITIBA(NBA)
      DO 95 I=1,NBC
         WRITE(0,'(/,A,/,10X,I2,A,/)')'********************************
     &                            ***********',I,'a.  Barra Cargada'
         WRITE(0,'(//)')
         WRITE(0,'(\A)')' Numero de Barra Cargada              --) '
         READ(0,1000)NB(I)
1000     FORMAT(BN,I3)
         JJ=NB(I)
6099     WRITE(0,6100)NB(I)
6100     FORMAT(' Numero de cargas que actuan sobre la barra ',
     &           I3,'--) '$)
         READ(0,'(BN,I2)')N
5100     FORMAT(I1)
         IF(N.GT.20.OR.N.LE.0)THEN
          WRITE(0,'(A)')'El numero maximo de cargas es 20.Teclea
     &                  bien.'
          GOTO 6099
         ENDIF
         FNII=.0
         FVII=.0
         FMII=.0
         FNJJ=.0
         FVJJ=.0
         FMJJ=.0
         DO 94 II=1,N
            CALL CC(A1,B1,W1,W2,ITCC,XL(JJ))
```

```
          GOTO(510,510,510,520,510,510)ITCC
510       CALL CG(IDE,A1,B1,W1,W2,FNI,FVI,FMI,FNJ,FVJ,FMJ,
     1          IL(JJ),GY(JJ))
          GOTO 511
520       CALL PC(A1,W1,FNI,FVI,FMI,FNJ,FVJ,FMJ,IL(JJ),
     1          GY(JJ))
511       CONTINUE
          FNII=FNII+FNI
          FVII=FVII+FVI
          FMII=FMII+FMI
          FNJJ=FNJJ+FNJ
          FVJJ=FVJJ+FVJ
          FMJJ=FMJJ+FMJ
 94     CONTINUE
      FBAR(I,1)=FNII
      FBAR(I,2)=FVII
      FBAR(I,3)=FMII
      FBAR(I,4)=FNJJ
      FBAR(I,5)=FVJJ
      FBAR(I,6)=FMJJ
      WRITE(8,999)FNII,FVII,FMII,FNJJ,FVJJ,FMJJ
      WRITE(IDE,999)FNII,FVII,FMII,FNJJ,FVJJ,FMJJ
999   FORMAT(6F12.2)
      IF(ITIBA(JJ).EQ.0)GOTO 95
        FTR=(2.-GY(JJ))/(4.+GY(JJ))
        GOTO(1,2,3)ITIBA(JJ)
1     CONTINUE
       FBAR(I,2)=FBAR(I,2)-(1.+FTR)*FBAR(I,3)/IL(JJ)
       FBAR(I,5)=FBAR(I,5)+(1.+FTR)*FBAR(I,3)/IL(JJ)
       FBAR(I,6)=FBAR(I,6)-FTR*FBAR(I,3)
       FBAR(I,3)=0.0
       GOTO 4
2     CONTINUE
       FBAR(I,2)=FBAR(I,2)-(1.+FTR)*FBAR(I,6)/IL(JJ)
       FBAR(I,5)=FBAR(I,5)+(1.+FTR)*FBAR(I,3)/IL(JJ)
       FBAR(I,3)=FBAR(I,3)-FTR*FBAR(I,6)
       FBAR(I,6)=0.0
       GOTO 4
3     CONTINUE
       FBAR(I,3)=0.0
       FBAR(I,6)=0.0
4     CONTINUE
95    CONTINUE
                                  RETURN
                                  END
      SUBROUTINE CG(IDE,A,B,W1,W2,FNI,FVI,FMI,FNJ,FVJ,FMJ,IL,GY)
      WRITE(8,1000)A,B,W1,W2,IL,GY
      WRITE(IDE,'(A)')' A      B   W1  W2   IL   GY '
1000  FORMAT(5F14.2,F15.6)
      WRITE(IDE,1000)A,B,W1,W2,IL,GY
      FNI=0.0
      FVI=(IL-A-B)/(1.+GY)/IL**3*(0.5*B**2*(3.*(IL-2.*B)*(W2+W1)+.25
     1*(IL-A-B)*(IL*(IL-A)*(3.*W1+W2)-B*(IL-6.*A+2.*B)*W1+B*(IL+2.*
     2A-2.*B)*W2)-1./10.*(IL-A-B)**3*(4.*W1+W2)+1./6.*GY*IL**2*(2.*
     3(IL-A-2.*B)*W1+(IL-A+B)*W2))
      FMI=(IL-A-B)/2./(1.+GY)/IL**2*(B**2*(IL-B)*(W1+W2)+1./6.*(IL
     4-A-B)*((IL**2-A*IL+3.*A*B)*(3.*W1+W2)-B*(4.*IL+3.*B)*W1-3.*B**
     52*W2)-1./10.*(IL-A-B)**3*(4.*W1+W2)+1./12.*GY*IL*((IL**2-10.
     6*B*IL+2.*A*IL+2.*A*B-3.*A**2-B**2)*W1+(IL**2+2.*A*B-A**2-3.*B
     7**2)*W2))
       FNJ=0.0
       FVJ=1./2.*(IL-A-B)*(W1+W2)-FVI
       FMJ=FVI*IL-FMI-1./6.*(IL-A-B)*((2.*IL-2.*A+B)*W1+(IL-A+2.*B)*W2)
       WRITE(8,'(6F12.3)')FNI,FVI,FMI,FNJ,FVJ,FMJ
                                  RETURN
                                  END
      SUBROUTINE PC(A,FWW,FNI,FVI,FMI,FNJ,FVJ,FMJ,IL,GY)
      FNI=0.0
      FVI=6.*A*(IL-A)*FWW/(1.+GY)/IL**3
      FMI=(IL-A)*(3.*A-IL-GY*IL)*FWW/(1.+GY)/IL**2
      FNJ=0.0
      FVJ=-FVI
```

```
      FMJ=A*(2*XL-3.*A-QY*XL)*FMM/(1.+QY)/XL**2
                                      RETURN
                                      END
      SUBROUTINE CC(A1,B1,W1,W2,ITCC,XL)
400   WRITE(*,11)'                    **** CONDICIONES DE CARGA ****'
      WRITE(*,6401)
6401  FORMAT('  -           1=CARGA UNIFORME CONTINUA',/
     +,'               2=CARGA LINEAL   CONTINUA',/
     -,'               3=FUERZA CONCENTRADA      ',/
     1,'               4=PAR CONCENTRADO         ',/
     2,'               5=CARGA UNIFORME DISCONTINUA',/
     3,'               6=CARGA LINEAL DISCONTINUA',/
     4,'               7=TERMINAR',/)
11    FORMAT(A)
      WRITE(*,13)'* HAZ TU ELECCION DE ACUERDO AL MENU * --)  '
13    FORMAT(A\)
      READ(*,5400)ITCC
      WRITE(*,'(/)')
5400  FORMAT(BN,I2)
      IF(ITCC.EQ.7)THEN
         A1=0.0
         B1=0.0
         W1=0.0
         W2=0.0
         ITCC=1
         RETURN
      ENDIF
      IF(ITCC.LT.1.OR.ITCC.GT.7)GOTO 400
                               GOTO(1,2,3,4,5,6)ITCC
1     CONTINUE
       A1=0.0
       B1=0.0
       WRITE(*,11)'           ** CARGA UNIFORME CONTINUA **'
       WRITE(*,'(/)')
       WRITE(*,12)'          CARGA  W1 (Kg/cm)          --) '
12     FORMAT(A\)
       READ(*,5402)W1
       W2=W1
       GOTO 15
2     CONTINUE
       A1=0.0
       B1=0.0
       WRITE(*,'(A,/)')'    ** CARGA LINEAL CONTINUA **'
       WRITE(*,12)'          CARGA  W1 (Kg/cm)          --) '
       READ (*,5402)W1
       WRITE(*,12)'          CARGA  W2 (Kg/cm)          --) '
       READ(*,5402)W2
       GOTO 15
3     CONTINUE
       WRITE(*,'(A,/)')'    ** FUERZA CONCENTRADA **'
       WRITE(*,12)'          CARGA    P (Kg)            --) '
       READ(*,5402)P
5402   FORMAT(F15.2)
       WRITE(*,12)'          DISTANCIA  A (cm)          --) '
       READ(*,5402)A1
       A1=A1-5.
       B1=XL-A1-10.
       W1=P/10.
       W2=W1
       GOTO 15
4     CONTINUE
       WRITE(*,'(A,/)')'    *** PAR CONCENTRADO ***'
       WRITE(*,12)'         DISTANCIA  A   (cm)              --) '
       READ(*,5402)A1
       WRITE(*,12)'         MAGNITUD DEL MOMENTO  M  (Kg-cm) --) '
       READ(*,5402)W1
       GOTO 15
5     CONTINUE
       WRITE(*,'(A,/)')'    *** CARGA UNIFORME DISCONTINUA ***'
       WRITE(*,12)'         DISTANCIA (A) (cm)        --) '
       READ(*,5402)A1
       WRITE(*,12)'         DISTANCIA (B) (cm)        --) '
```

```
      READ(*,5402)B1
      WRITE(*,12)'       CARGA REPARTIDA (W)       -->'
      READ(*,5402)W1
      W2=W1
      GOTO 15
6     CONTINUE
      WRITE(*,'(A,/)')'      *** CARGA LINEAL DISCONTINUA ***'
      WRITE(*,12)'       DISTANCIA (A)  (cm)       -->'
      READ(*,5402)A1
      WRITE(*,12)'       DISTANCIA (B) (cm)        -->'
      READ(*,5402)B1
      WRITE(*,12)'       CARGA  W1  (Kg/cm)        -->'
      READ(*,5402)W1
      WRITE(*,12)'       CARGA  W2  (Kg/cm)        -->'
      READ(*,5402)W2
15    CONTINUE
                              RETURN
                              END
```