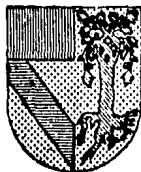


308917



UNIVERSIDAD PANAMERICANA

ESCUELA DE INGENIERIA

Incorporada a la UNAM

**“Diseño de un sistema de asignación de
vendedores y trazo de rutas óptimas”**

Tesis Profesional

Que para obtener el título de

Ingeniero Mecánico Electricista

área Industrial

p r e s e n t a

ENRIQUE DEL CASTILLO MARASCO

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

México, D. F.

Octubre

1986



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

| | |
|---|-----|
| I. El problema | 1 |
| II. Metodología de solución | 5 |
| III. Módulo 1: Determinación del no. de vendedores por ciudad | 8 |
| IV. Módulo 2: Cálculo de distancias entre ciudades | 14 |
| V. Módulo 3: Determinación de cabeceras y asignación de ciudades | 21 |
| VI. Módulo 4: Obtención de rutas óptimas | 30 |
| VII. Descripción del sistema | 49 |
| VIII. Ejecución del sistema | 66 |
| IX. Conclusiones | 103 |
| X. Bibliografía general | 107 |

I. EL PROBLEMA

En los últimos tiempos, la importancia de los sistemas de distribución - o logística, según la connotación militar - ha ido incrementándose debido sobretodo al aumento de los costos, en especial de los combustibles.

Por sistema de distribución se entenderá aquí aquel que transmite los productos terminados de una empresa a través de los diferentes niveles del canal. Es así como el análisis de los sistemas de distribución puede ser dividido en tres componentes: 1) Localización de la planta; 2) determinación de los puntos de abastecimiento y demanda; y 3)transportación entre los puntos de abastecimiento y demanda. Se puede pensar que 1) y 2) involucran objetivos de tipo estratégico, esto es, a mediano y largo plazo, y que 3) involucra objetivos tácticos, es decir, de un plazo más breve. Dentro de éstos últimos es donde tenemos los llamados modelos de entrega que se definen como aquellos modelos que se ocupan de la asignación de vehículos a ciertos puntos de demanda y del trazo de las rutas para cada vehículo.

El tratar de optimizar un sistema de distribución es un problema que se presenta en muy variadas situaciones; desde un camión repartidor de leche o un camión de basura hasta la flota de vendedores de una empresa.

Para una empresa es particularmente importante el reducir sus gastos de venta como pueden ser los sueldos de los vendedores, el costo de la

gasolina, el costo del aceite, el costo de las refacciones de los vehículos, los gastos que realizan los vendedores (viáticos), etc., los cuales influyen directamente en el precio de venta de los artículos.

Es por estas razones que utilizando una serie de técnicas analíticas proporcionadas por la Investigación de Operaciones, se puede buscar la manera de optimizar el sistema de vendedores de la empresa, en particular tratando de reducir el número de vendedores y optimizando las rutas de ciudades que cada vendedor debe seguir, a fin de maximizar la utilidad de la empresa maximizando las ventas y minimizando a su vez los gastos de venta.

Tradicionalmente en una empresa que tiene ciertos lugares de demanda de sus productos, la política que se sigue es la de asignar vendedores a los puntos donde se vayan detectando nuevas demandas. Operando de esta manera, se pueden encontrar situaciones en que se tiene una distribución de vendedores un tanto cuanto caprichosa que rara vez proporciona buenos resultados. En particular se tiene comúnmente un cierto número de visitas que los puntos de demanda requieren - de acuerdo a la importancia de los clientes que existan en ese lugar - frecuencias de visitas que rara vez los vendedores pueden satisfacer mediante el procedimiento antes descrito.

El establecer el sistema que determine qué lugares deben visitar los vendedores proporciona aparte de una solución óptima al problema, un mayor control ya que se tiene cuantificado el desempeño del sistema de vendedores de la empresa.

De esta forma se puede situar al problema que se tratará aquí. El problema consiste en determinar para una empresa cuyos productos son de alcance nacional:

1. Cuántos vendedores debe tener, tanto vendedores de planta (que no viajan) como vendedores viajeros. Se supone un vehículo por vendedor.
2. En qué ciudad deben residir tanto los vendedores viajeros como los de planta.
3. Qué ciudades debe visitar cada vendedor viajero.
4. En qué orden deben visitar las ciudades asignadas a ellos.

Todo esto con el objetivo de maximizar la utilidad de ventas de la empresa.

Para resolver este problema se introducirá la metodología propuesta para su solución la que se dividirá en módulos cada uno de los cuales será explicado en los capítulos II a VI. La segunda parte del trabajo consistirá en describir el sistema computacional, y por último en el capítulo VIII se presentará una corrida ejemplo sobre la que se realizará el análisis correspondiente.

II. METODOLOGIA DE SOLUCION

La metodología de solución del problema aquí tratado se divide en tres partes principales:

- I. Recopilación de información.
- II. Ejecución del algoritmo de solución.
- III. Análisis de resultados.

La metodología se muestra esquemáticamente en el diagrama 2.1.

I. RECOPIACIÓN DE INFORMACIÓN

a) La empresa proporcionará los siguientes datos:

- Nombre de las poblaciones donde se esperan tener ventas.
- Ventas estimadas de cada población. Este dato se puede obtener de períodos anteriores.
- Número de establecimientos de acuerdo a una cierta clasificación, para cada población. Se tiene una clasificación de los diferentes tipos de establecimientos (tiendas o clientes) que existen en las ciudades.
- Tiempo esperado de visita en cada tipo de establecimiento. Se deberá estimar el tiempo que un solo vendedor tarda en atender a cada tipo de establecimiento.
- Duración del ciclo de visitas. La empresa fijará cada cuando quiere que los vendedores realicen sus recorridos.
- Frecuencia de visitas por ciclo para cada establecimiento. Esto significa el número de veces que un vendedor deberá visitar a cada tipo de cliente de la clasificación en un período de tiempo dado.
- Saturación del mercado para cada población. Consiste en una estimación del porcentaje del tiempo durante el cual un

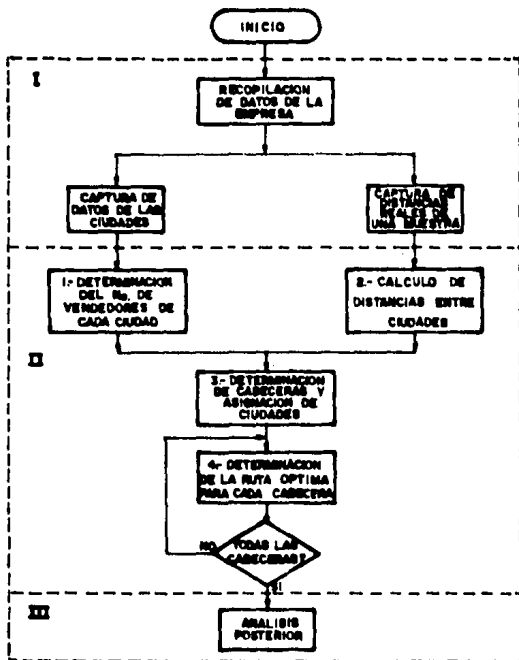


DIAGRAMA 2.1 METODOLOGIA DE SOLUCION.

vendedor está atendiendo la parte del mercado total posible que le corresponde en esa ciudad, dejando el tiempo restante para actividades de promoción.

- Los salarios y costos de los vendedores.

Los conceptos de clasificación de establecimientos, ciclo de visitas y saturación del mercado serán explicados en los capítulos III y V.

b) Se deberá proceder a capturar los datos de cada ciudad para todas aquellas ciudades consideradas dentro del sistema de distribución de la empresa.

II. EJECUCION DEL ALGORITMO DE SOLUCION

Consta de cuatro módulos que serán explicados en los capítulos III a VI y son:

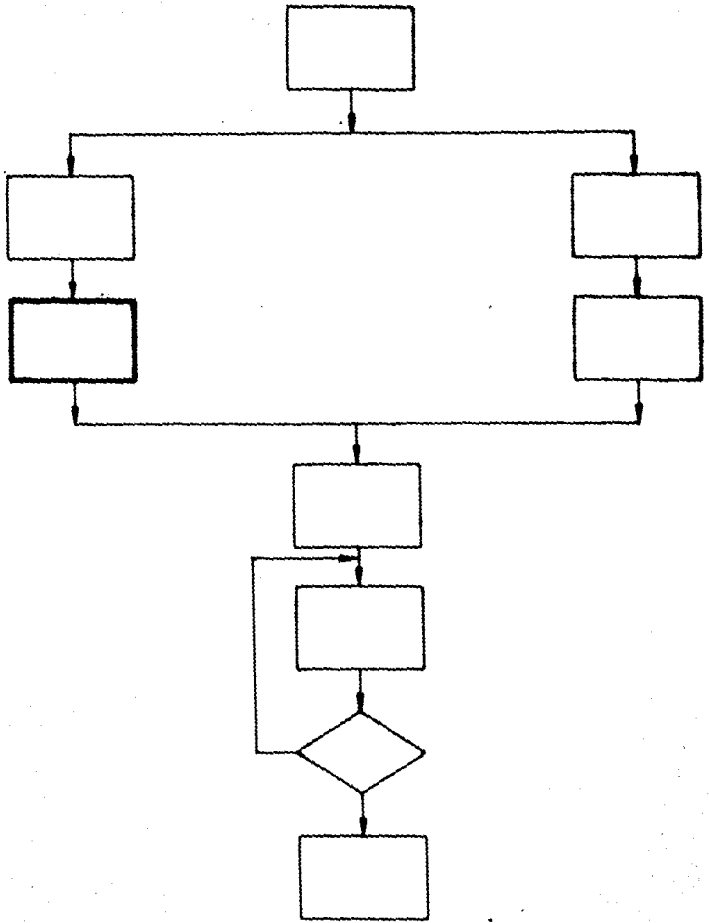
1. Determinación del número de vendedores por ciudad.
2. Cálculo de distancias entre las ciudades.
3. Determinación de ciudades cabeceras y asignación de ciudades.
4. Obtención de rutas óptimas.

En cada uno de estos módulos se incluirá un esquema de la metodología que indicará en qué parte de ésta nos encontramos.

III. ANALISIS

Se tratará aquí de enfocar la atención en aquellas variables del sistema que sean controlables y se buscará determinar sus valores óptimos. (cap. VIII)

**III. M O D U L O 1 : DETERMINACION DEL NUMERO DE
VENEDORES POR CIUDAD**



Para poder llevar a cabo el algoritmo de determinación de cabeceras y asignación de ciudades, es necesario calcular para cada ciudad su índice.

El índice de cada ciudad representará el número total de vendedores que dicha ciudad necesitará para cubrir las ventas esperadas. El número índice de una ciudad n cualquiera se calculará como :

$$I_n = \frac{\text{tiempo total requerido para llevar a cabo las ventas en } n}{\text{tiempo total disponible de un vendedor}}$$

Para calcular el tiempo total requerido para llevar a cabo las ventas, la empresa proporcionará una clasificación de los diferentes tipos de establecimientos en los que vende sus productos. De igual manera se tendrán los tiempos estándar de visita que a un vendedor le toma atender en una visita a cada tipo de establecimiento. También se proporcionarán el número de establecimientos de cada tipo de la clasificación, que se tendrán que visitar en cada ciudad. Así, para cada m tipos de establecimientos, el tiempo total requerido en una ciudad será:

$$\text{tiempo total requerido} = \sum_{i=1}^m e_i t_i$$

en donde e_i es el número de establecimientos del tipo i en una ciudad y t_i es el tiempo tomado por un vendedor para atender al establecimiento tipo i .

También es necesario por otra parte contar con la información de la frecuencia de visitas de los vendedores a cada tipo de

establecimiento. Esta frecuencia se tendrá para un período de tiempo o ciclo determinado. De esta forma el tiempo total requerido T_n por una ciudad n estará dado por:

$$T_n = \sum_{i=1}^n u_i t_i$$

en donde f_i es la frecuencia de visitas por ciclo que el tipo de establecimiento i requiere. Las unidades estarán dadas por:

(establecimientos) (horas/establecimiento) (1/ciclo) = (horas/ciclo)

Así obtenemos las horas que serán necesarias para atender los establecimientos de una ciudad durante un ciclo.

Para el tiempo total disponible de un vendedor este se calculará por:

$$T_v = SC \cdot HS \cdot EF$$

en donde SC son las semanas que tiene un ciclo; HS son las horas que un vendedor está disponible a la semana y EF es la eficiencia con la que se quiere que trabaje cada vendedor.

La eficiencia de un vendedor la definiremos como:

$$EF = \frac{\text{tiempo total del vendedor} - \text{tiempo que pasa en carretera}}{\text{tiempo total del vendedor}}$$

es decir, el porcentaje del tiempo que un vendedor tendrá efectivamente para realizar labores de venta excluyendo el tiempo que

permanece en carretera.

Las unidades del tiempo total disponible del vendedor son:

$$(\text{semanas/ciclo}) (\text{horas/semana} \times \text{vendedor}) = (\text{horas/ciclo} \times \text{vendedor})$$

Con lo anterior, el índice de una ciudad quedará como:

$$I_n = \frac{\sum_{j=1}^m e_j t_j f_j}{SC \times HS \times LF}$$

y sus unidades

$$\frac{(\text{horas/ciclo})}{(\text{horas/ciclo} \times \text{vendedor})} = (\text{vendedor})$$

por lo que el índice nos indicará como señalamos anteriormente, el número de vendedores requerido para cubrir las ventas de una ciudad dada. El cálculo del índice se repetirá así para todas las ciudades.

Consideremos el siguiente ejemplo:

Una ciudad cualquiera posee de acuerdo a una clasificación de 6 diferentes tipos de establecimientos los siguientes números de establecimientos:

| ESTABLECIMIENTO TIPO | NUMERO |
|----------------------|--------|
| A | 5 |
| B | 8 |
| C | 12 |
| D | 15 |
| E | 20 |
| F | 36 |

El tiempo esperado de visita y las frecuencias de visitas por ciclo son:

| ESTABLECIMIENTO TIPO | TIEMPO DE VISITA (HRS.) | FRECUENCIA (VISITAS/CICLO) |
|-------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| A | 2.5 | 5 |
| B | 2 | 4 |
| C | 1.5 | 3 |
| D | 0.5 | 2 |
| E | 0.3 | 1 |
| F | 0.2 | 1 |

Bajo los supuestos de que un vendedor labora 40 horas a la semana y de que el 10 % de su tiempo se la pasa viajando en carretera, tendremos:

$$EF = 0.90$$

y si el ciclo tiene 5 semanas:

$$(5)(2.5)(5) + (8)(2)(4) + (12)(1.5)(3) + (15)(.5)(2) + (20)(.3)(1) + (30)(.2)(1)$$

$$(5)(40)(0.90)$$

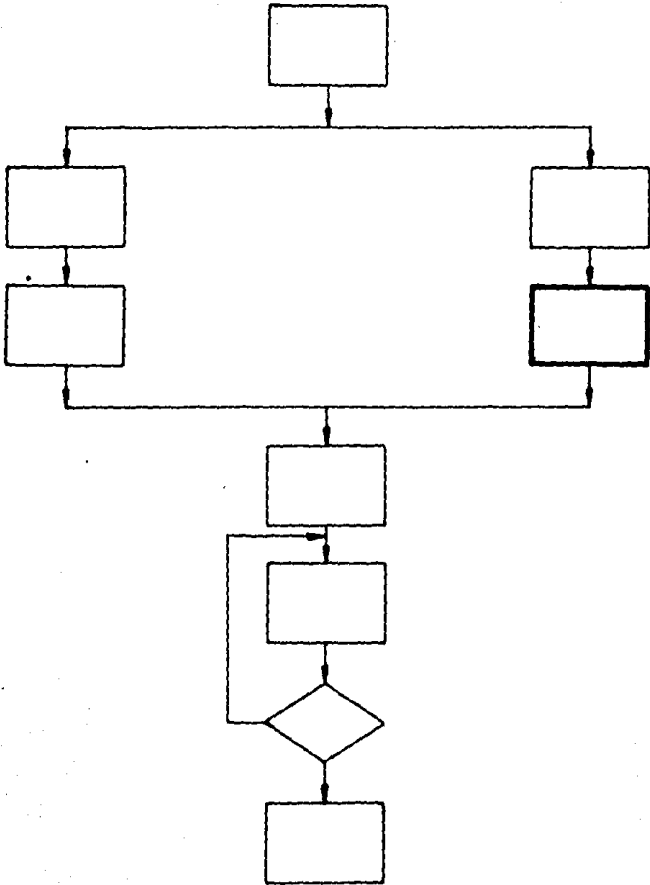
$$1 = \frac{216.5}{180} = 1.2028$$

Esta ciudad entonces requerirá al menos 1.2028 vendedores para atender a todos los establecimientos, lo cual indica que necesitará un vendedor el 100 % de su tiempo y a otro más el 20.28 % de su tiempo. Es claro que tenemos el problema aquí de que los índices poseen cantidades fraccionarias, pero precisamente este hecho servirá para

desarrollar el algoritmo de fijación de cabeceras y asignación de ciudades que se exponerá en el capítulo V.

Por otra parte y como lo muestra la metodología, se puede realizar paralelamente un análisis de regresión cuya razón de ser y enfoque será expuesto a continuación.

**IV. M O D U L O 2 : C A L C U L O D E D I S T A N C I A S E N T R E
C I U D A D E S**



Debido a que la empresa proporciona la lista de ciudades en las que pretende colocar ventas, y a que el sistema debe trazar rutas a través de estas ciudades para cubrir todas las ventas posibles, es necesario conocer la distancia entre cada una de las ciudades.

Como se puede apreciar en la figura 4.1, si la lista proporcionada consta de 10 ciudades, el número de elementos a capturar considerando

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | - | | | | | | | | | |
| 2 | | - | | | | | | | | |
| 3 | | | - | | | | | | | |
| 4 | | | | - | | | | | | |
| 5 | | | | | - | | | | | |
| 6 | | | | | | - | | | | |
| 7 | | | | | | | - | | | |
| 8 | | | | | | | | - | | |
| 9 | | | | | | | | | - | |
| 10 | | | | | | | | | | - |

Fig 4.1 Tabla para 10 ciudades

que las distancias son simétricas - i.e. que para ir de 1 a 2 es igual que el ir de 2 a 1 -, será de 45 distancias, ya que $(10)(9)/2 = 45$.

En general para n ciudades el número de distancias a capturar será del

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Para un número grande de ciudades, digamos 400, el número de datos por capturar sería por lo tanto muy grande (79800) lo que implicaría un proceso de captura tardado y costoso así como unos requerimientos de memoria sumamente grandes. Si bien es cierto que existen tales tablas en ciertas publicaciones, también es cierto que ninguna contiene tantas poblaciones como las señaladas.

Debido a estas desventajas es conveniente utilizar la longitud y latitud de cada ciudad las cuales pueden ser halladas en cualquier

mapa. Así, los datos a capturar serán solamente de 2 n.

Para 400 ciudades la diferencia de datos a alimentar es notable: 800 contra 79300.

Al considerar las coordenadas geográficas de cada población se utilizará la distancia en línea recta para cargar la matriz de distancias mediante la ecuación de distancia entre dos puntos (X1,Y1) (X2,Y2) :

$$d = \sqrt{(Y2 - Y1)^2 + (X2 - X1)^2}$$

Cabe mencionar que se asume distancias sobre un plano, cuando en realidad se trata de distancias sobre una esfera. Como las distancias son pequeñas en relación al radio terrestre, este supuesto casi no afecta el valor real de las distancias.

Como las coordenadas geográficas están en grados, hay que hacer una equivalencia a kilómetros. Se puede calcular esta equivalencia y se ve que

| | | |
|--------------------|-------|----------|
| Diámetro terrestre | 40000 | (km) |
| ----- | ----- | ----- |
| 360 grados | 360 | (grados) |

Sin embargo el considerar distancias en línea recta entre todas las ciudades tiene como supuesto que todas las ciudades están comunicadas por carretera rectilíneas lo que acarrea el problema de que las rutas calculadas por el sistema no puedan recorrerse en la realidad, ya que o bien las rutas abarcan ciudades bastante retiradas por carretera, o que no exista comunicación directa entre ellas.

Para evitar la primera de las anteriores dos dificultades y "suavizar" la segunda - la cual no puede ser evitada de manera directa a menos que se introduzca una matriz de adyacencia que indique qué ciudades están conectadas entre sí por carretera, lo cual implica un

esfuerzo de captura similar al de las distancias - , se introducirá un análisis de regresión que indique la relación entre distancia en línea recta y distancia real, tomando como muestra algunas ciudades.

Se puede tener como hipótesis que la ecuación de regresión, tal como se muestra en la figura 4.2 será una función creciente, esto es, a mayor distancia en línea recta se tendrá mayor distancia real.



Fig. 4.2 forma de la ecuación

$$\text{distancia real} = f(\text{distancia línea recta})$$

La muestra de donde se hará la regresión se muestra en la tabla 3.1.

Sea D_r la distancia real y D_l la distancia en línea recta entre un par de ciudades. Se tratará entonces de hallar una función

$$D_r = F(D_l) + \epsilon$$

en donde ϵ es el error promedio de la estimación de $F(D_l)$.

El análisis de regresión presentado aquí buscará:

1. Encontrar la forma de $F(D_l)$
2. Encontrar la distribución del error .

Para hallar $F(D_l)$ se utilizará el método de los mínimos cuadrados (3) para ajustar una línea recta de la forma:

$$\hat{Y} = a + b \bar{X}$$

en donde

$$b = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

A - T - U

| NO. | NOMBRE | LONGITUD | LATITUD |
|-----|------------------|----------|---------|
| 1 | ACAPULCO | 99.89 | 16.15 |
| 2 | AGUASCALIENTES | 100.17 | 21.91 |
| 3 | AMEALTEPEC | 98.77 | 19.14 |
| 4 | CAMPESHE | 90.5 | 19.37 |
| 5 | CATIMAC | 95.1 | 18.4 |
| 6 | CD. DEL CARMEN | 98.81 | 18.65 |
| 7 | CD. JUAREZ | 106.41 | 21.82 |
| 8 | CD. VICTORIA | 99.14 | 23.75 |
| 9 | COZUMEL | 88.87 | 20.86 |
| 10 | CHETUMAL | 88.3 | 18.5 |
| 11 | CHIHUAHUA | 106.08 | 28.63 |
| 12 | DURANGO | 104.66 | 24.03 |
| 13 | GUADALAJARA | 103.3 | 20.65 |
| 14 | GUANAJUATO | 101.28 | 21.03 |
| 15 | GUAYMAS | 110.91 | 27.92 |
| 16 | ISLA MUJERES | 86.81 | 21.18 |
| 17 | JALAPA | 96.85 | 19.56 |
| 18 | MANZANILLO | 104.32 | 19.06 |
| 19 | MATAMOROS | 97.51 | 25.88 |
| 20 | MAZATLAN | 106.3 | 23.27 |
| 21 | MERIDA | 89.58 | 20.99 |
| 22 | MEXICALI | 115.44 | 32.32 |
| 23 | MEXICO D.F. | 99.2 | 19.3 |
| 24 | MONTEREZ | 100.22 | 25.63 |
| 25 | MORELIA | 101.19 | 19.72 |
| 26 | NOGALLES | 110.92 | 31.93 |
| 27 | NUOVO LAFEDO | 99.52 | 27.5 |
| 28 | OAXACA | 97.74 | 17.06 |
| 29 | ORIZABA | 97.1 | 18.87 |
| 30 | PAMPAL | 26.95 | 105.66 |
| 31 | PIEDRAS NEGRAS | 100.51 | 28.74 |
| 32 | PUEBLA | 98.2 | 19.08 |
| 33 | QUERETARO | 100.36 | 20.57 |
| 34 | REYNOSA | 98.3 | 26.09 |
| 35 | SALTILLO | 101 | 25.45 |
| 36 | SAN LUIS POTOSI | 100.97 | 22.18 |
| 37 | TAMPICO | 97.5 | 22.26 |
| 38 | TAXCO | 99.64 | 18.55 |
| 39 | TEPIC | 104.86 | 21.54 |
| 40 | TOLUCA | 103.41 | 25.28 |
| 41 | TUXTEPEC | 97.4 | 20.96 |
| 42 | TUXTLA GUATEMALA | 93.17 | 17.76 |
| 43 | VERACRUZ | 102.06 | 19.41 |
| 44 | VERACRUZ | 96.17 | 19.16 |
| 45 | ZACATECAS | 102.51 | 22.75 |

Tabla 2.1. Longitudes y Latitudes de las Ciudades muestreadas.

Se utilizará el coeficiente de determinación (r^2) para medir la fuerza de asociación entre las variables.

r^2 será:

$$r^2 = \frac{a \sum Y + b \sum XY - 1/n (\sum Y)^2}{\sum Y^2 - 1/n (\sum Y)^2}$$

También se utilizarán regresiones de tipo polinomial cuya forma general es

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \dots + a_n X^n$$

en donde a_0, a_1, \dots, a_n se halla resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} Y &= a_0 + a_1 X + \dots + a_k X^k \\ XY &= a_0 X + a_1 X^2 + \dots + a_k X^{k+1} \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$XY^2 = a_0 X^2 + a_1 X^3 + \dots + a_k X^{k+2}$$

Por otra parte el error promedio (E) se define como

$$E = \frac{\sum (Y - \hat{Y})}{n}$$

pero se utilizará el error en porcentaje para que la información que

esto arroje sea la de la figura 4.3, por lo que el error se calculará como:

$$E = \frac{\sum \left(\frac{\hat{Y} - Y}{Y} \right)^2 \cdot 100}{n}$$

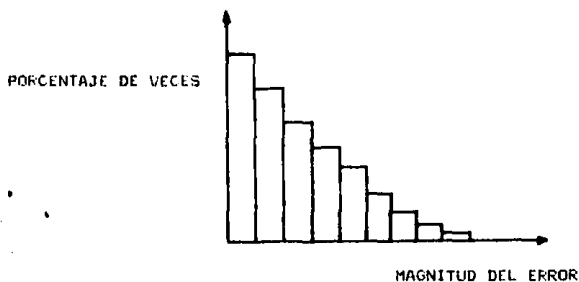
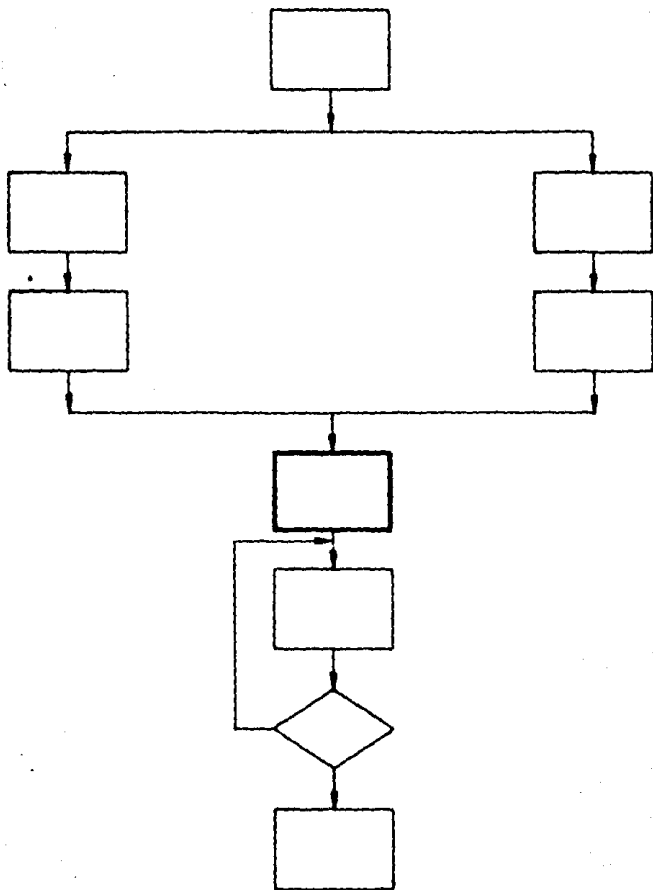


Fig 4.3 Histograma de porcentajes de error.

Así se puede saber de manera más precisa que tan buena es nuestra función de regresión.

Por último cabe señalar que una vez que se tenga una buena ecuación de regresión no será necesario repetir el análisis (por lo menos para sistemas de distribución en México).

V. MODULO 3: DETERMINACION DE CABECERAS Y ASIGNACION DE CIUDADES



La parte central de la metodología de solución corresponde al algoritmo de fijación de las ciudades que serán cabeceras, esto es, las ciudades donde residirán los vendedores viajeros y la asignación de ciudades a estas cabeceras de tal manera que se forman racimos de ciudades para luego trazar la ruta óptima que tendrán que tomar los vendedores viajeros.

Hasta este momento se puede ya establecer cuántos vendedores de "planta" que no viajan fuera de la ciudad a donde están asignados se deben tener en cada ciudad, ya que se calculó el índice para todas las ciudades.

Suponiendo por ejemplo que se tienen las siguientes ciudades e índices:

| CIUDAD | INDICE |
|--------|---------|
| A | 33.0377 |
| B | 2.295 |
| C | 0.5027 |
| D | 0.475 |
| E | 0.266 |
| F | 0.2583 |
| G | 0.1944 |
| H | 0.1944 |
| I | 0.1916 |
| J | 0.1444 |

De acuerdo a la lista anterior, se puede decir que la ciudad A necesitará 33 vendedores de planta, la ciudad B necesitará 2 vendedores de planta y a partir de de la ciudad C ninguna requerirá

vendedores de planta. Como se puede observar se está dividiendo el índice de cada ciudad en dos partes, la entera y la fraccionaria. La parte entera corresponderá al número de vendedores de planta (i.e. que no deben moverse de esa ciudad) y la parte fraccionaria a los vendedores viajeros, ya que les sobra tiempo para atender a otras ciudades.

Para ilustrar el procedimiento de determinación de cabeceras y asignación de ciudades se continuará con el ejemplo anterior y luego lo se describirá en forma de algoritmo.

Suponiendo que se tienen los siguientes datos:

| CIUDAD | SATURACION DEL MERCADO | LONGITUD | LATITUD | INDICE |
|--------|------------------------|----------|---------|---------|
| A | .9 | 99.2 | 19.3 | 35.0377 |
| B | 1 | 98.2 | 19.08 | 2.295 |
| C | 1 | 98.85 | 19.03 | 0.5027 |
| D | 1 | 98.95 | 18.95 | 0.475 |
| E | 1 | 98.4 | 18.91 | 0.266 |
| F | 1 | 99.1 | 19.1 | 0.2583 |
| G | 1 | 98.16 | 19.43 | 0.1944 |
| H | 1 | 98.45 | 19.65 | 0.1944 |
| I | 1 | 98.44 | 19.3 | 0.1916 |
| J | 1 | 98.4 | 19.4 | 0.1444 |

La saturación del mercado es un dato proporcionado por la empresa que representa el porcentaje de tiempo que necesita un vendedor que reside en una determinada ciudad para actividades exclusivas de venta, dejando el resto para actividades de promoción, ya que el mercado en su ciudad no se halla "saturado". Por ejemplo, los vendedores que residen en A necesitan 10 % de su tiempo en actividades de promoción, mientras que en las demás ciudades el mercado está saturado. De esta

forma los vendedores viajeros tendrán que cumplir con dos tareas: promoción y venta, las cuales se representarán como fracciones de su tiempo mediante el dato de valoración del mercado y la parte fraccionaria del índice, respectivamente.

Continuando con el ejemplo, suponiendo que la ecuación de regresión es lineal:

$$\text{Distancia real} = 22.71 + 1.079 \text{ Distancia en línea recta}$$

El siguiente paso es ordenar la lista de ciudades respecto a la parte fraccionaria de su índice, de mayor a menor:

| CIUDAD | PARTE FRACCIÓNARIA |
|--------|--------------------|
| C | 0.5027 |
| D | 0.475 |
| B | 0.295 |
| E | 0.266 |
| F | 0.2583 |
| G | 0.1944 |
| H | 0.1944 |
| I | 0.1916 |
| J | 0.1444 |
| A | 0.0377 |

A continuación se lista como cabecera la ciudad de más alta fracción de índice (ya que ahí es donde el vendedor viajero pasará la mayor parte de su tiempo, con lo que conviene que resida ahí), y se recorre la lista de ciudades hacia abajo, y si la distancia entre las ciudades es menor a cierta cota, la fracción de tiempo "cabe" dentro del tiempo que le aplica al vendedor viajero, se anota entonces la ciudad

a la cabecera, y si no se cumplen las dos anteriores condiciones se pasa a la siguiente ciudad en la lista.

En el ejemplo se tiene

C cabecera tiempo sobrante : $1 - 0.5027 = 0.4973$

D se asigna a C va que

$$0.475 < \text{sobrante} = 0.4973$$

por lo que el vendedor tiene tiempo de atender a esa ciudad y además se encuentra cerca de un radio predefinido de 100 km:

Distancia en línea recta entre C y D:

$$d = 111 + \sqrt{(98.85 - 98.95)^2 + (19.03 - 18.95)^2} = 14.47 \text{ km.}$$

$$\text{Distancia real} = 22.71 + 1.099 (14.47) = 38.61 \text{ km.}$$

$$38.61 < \text{radio} = 100 \text{ km.}$$

Se actualiza el sobrante del vendedor que será ahora:

$$0.4973 - 0.475 = 0.0223$$

Se sigue recorriendo la lista, y no se encuentra ninguna ciudad que cumpla con las dos condiciones. Por lo tanto, se pasa a la siguiente ciudad no asignada, que en este caso es B la que se designa cabecera y se realizan las mismas operaciones. Procediendo de esa manera se obtiene:

CIUDAD

| | |
|---|--------------|
| C | CABECERA |
| D | ASIGNADA A C |
| B | CABECERA |
| E | ASIGNADA A B |
| F | ASIGNADA A B |
| G | CABECERA |
| H | ASIGNADA A G |

| | |
|---|--------------|
| I | ASIGNADA A G |
| J | ASIGNADA A B |
| A | CARECERA |

El algoritmo completo se describe a continuación.

1. Hacer parte entera de los índices igual al número de vendedores de planta de la ciudad correspondiente.
2. Ordenar la lista de ciudades de mayor a menor respecto a la parte fraccionaria del índice.
3. Hacer la primera ciudad de la lista cabecera.
4. Calcular el tiempo sobrante de la cabecera como:

$$\text{sobrante} = \text{saturación del mercado} - \text{parte fraccionaria del índice}$$
5. Recorrer la lista en orden descendente y si:

$$\text{parte fraccionaria del índice} + (1 - \text{saturación del mercado}) < \text{sobrante de la cabecera}$$

VI.

Distancia real entre cabecera y ciudad $< =$ radio

entonces asignar la ciudad a la cabecera.

6. Pasar a la siguiente ciudad y si la lista aún no termina, actualizar el sobrante de la cabecera como:

$$\text{sobrante} = \text{sobrante} - \text{parte fraccionaria de la ciudad asignada} - (1 - \text{saturación del mercado ciudad asignada})$$

e ir a 5.

7. Si la lista termina, pasar a la siguiente ciudad no asignada en la lista, hacerla cabecera e ir a 4. Si toda la lista ya ha sido cabecera o asignada se termina el algoritmo.

8. Fin.

Como se puede ver, el ordenar la lista facilita el proceso de búsqueda de ciudades para las cabeceras, ya que la búsqueda se realiza en una sola dirección y cada iteración se tienen menos ciudades que buscar.

Cabe destacar que los sobrantes proporcionan una medida de la eficiencia con la que cada vendedor viajero realiza sus actividades. Esto es posible porque el sobrante de tiempo del vendedor es equiparable a la ineficiencia o tiempo perdido, por lo que la eficiencia (o tiempo aprovechado) será

$$\text{Eficiencia} = 1 - \text{sobrante}$$

Con respecto al radio, se debe pensar en realizar asignaciones para diferentes radios, ya que es lógico pensar que ni un radio pequeño ni uno muy grande traerá consigo resultados óptimos; un radio pequeño (fig. 5.1 a) hace que se tengan demasiadas cabeceras, mientras que un radio muy grande (fig. 5.1 b) hace que se asignen ciudades muy distantes a la ciudad cabecera.

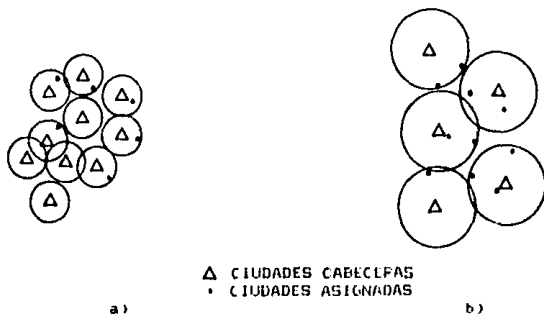


Fig. 5.1

INGRESOS Y EGRESOS DE LOS VENDEDORES

Antes de pasar a la determinación de las rutas óptimas, se explicará como se consideran tanto los ingresos como los egresos en el sistema.

Primero los egresos. Cada vendedor involucra tres diferentes tipos de gastos:

1. De transportación.
2. De hospedaje y alimento.
3. Salario.

Los gastos de transportación se consideran por un costo por kilómetro que se multiplica por los kilómetros de la ruta del vendedor.

Los gastos de hospedaje y alimento (viáticos) se considerarán únicamente para la parte del tiempo de los vendedores durante la cual se hallan fuera de su lugar de residencia.

El salario puede variar ya sea para vendedores viajeros o para vendedores de planta.

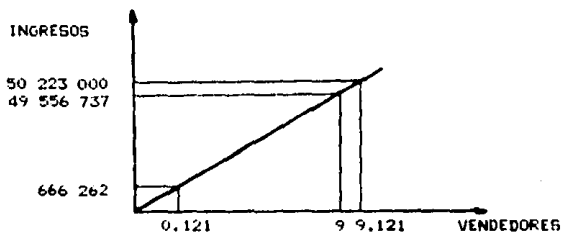
Así, el costo total para una ruta dada de D km. de distancia será:

$$Ct = C_{trans} * D + C_{viat} * \text{tiempo fuera} + \text{Sueldo de su residencia}$$

Respecto a los ingresos, la empresa proporcionará un estimado (puede ser un dato histórico) de las ventas esperadas para cada ciudad. En base a ello se calculan los ingresos de las rutas de la siguiente manera:

como el índice indica el número de vendedores de planta y también indica la fracción del tiempo de un vendedor viajero necesarios en esa ciudad, se realiza una linealización como sigue: supongamos que el

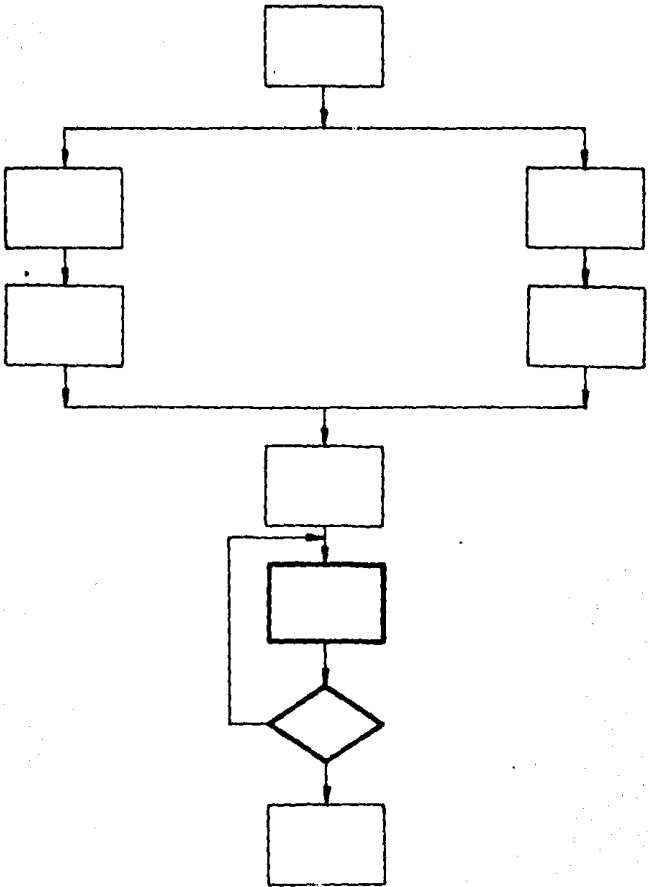
Indice es 9.121 y que las ventas para esa ciudad son de \$ 50 223 000. Esto indica que se requerirán 9 vendedores de planta en la ciudad y un vendedor viajero que ocupe 12.1 % de su tiempo en esta ciudad. La distribución de los ingresos es



| | |
|------------------------------------|-----------------|
| a 9.121 vendedores le corresponden | \$ 50 223 000 |
| a 9 " " " | \$ 49 556 737,2 |
| a 0.121 " " " | \$ 666 262,8 |

De esta manera se puede ver qué ingresos corresponden a los vendedores de planta y qué ingresos corresponden al vendedor viajero, para consideraciones posteriores.

VI. MÓDULO 4: OBTENCIÓN DE RUTAS ÓPTIMAS



1. ALGORITMO DE FAMILIAS Y COTAS

Una vez que se han determinado las ciudades que serán cabeceras y haber asignado ciudades a las cabeceras de acuerdo a sus índices, se procede a que para cada cabecera, se encuentre la ruta óptima que debe seguir cada vendedor viajero, para minimizar una función de costo. Para esto es necesario utilizar técnicas de ramificación y acotamiento - las cuales serán presentadas a continuación - para resolver así el conocido problema del agente viajero, que consiste como se verá más adelante en encontrar la ruta de menor longitud partiendo desde un punto y visitando todos los demás solo una vez para regresar al lugar de origen.

Cuando un problema contiene un número de soluciones factibles finito, (p.ej. un problema de programación entera como lo es el del agente viajero), es lógico pensar en alguna técnica de enumeración que pruebe dichas soluciones posibles y determine así la óptima. Desgraciadamente, el número de soluciones posibles es generalmente muy elevado, a pesar inclusive de que las computadoras actuales pueden llegar a realizar millones de operaciones aritméticas por segundo. Surge entonces la necesidad de una técnica de enumeración que de alguna manera encuentre la solución óptima de entre todas las soluciones factibles existentes pero sin tener que analizar todas.

La programación dinámica proporciona un método que elimina algunas soluciones pero que no es muy utilizado en los problemas del agente viajero, ya que es uno de los enfoques que más operaciones requiere.

Otro enfoque con las características antes señaladas lo facilitan las técnicas de ramificación y acotamiento, cuya idea básica es la siguiente.(1)

- Supóngase que se tiene que minimizar la función objetivo, y que se dispone de una cota superior = valor máximo posible - para el valor óptimo de esta función. (Esta cota será por lo general el valor de la función objetivo para la mejor solución factible probada hasta el momento).

- Se realiza una partición del conjunto de todas las soluciones factibles en varios subconjuntos y se determina para cada uno de ellos su cota inferior (valor de la función objetivo para las soluciones de ese subconjunto).

- Aquellos subconjuntos cuya cota inferior sea mayor que la cota superior actual quedan descartados.

- Se realiza, para uno de los subconjuntos no excluidos una nueva partición en nuevos subconjuntos. Para elegir cuál subconjunto se ha de particionar, se utiliza un criterio predeterminado (regla de ramificación).

- Se obtienen nuevamente cotas inferiores y se excluyen los subconjuntos cuyas cotas inferiores sean mayores que la cota superior.

- El proceso se repite hasta que el valor de la función objetivo para una solución factible dada no sea mayor que ninguna cota inferior.

Esquemáticamente el algoritmo se muestra en el diagrama 6.1 en donde Z^* es el valor de la función objetivo para la mejor solución factible hallada hasta el momento (cota superior) y Z_1 es el valor de la función objetivo para una solución posible de algún subconjunto (cota inferior).

Si el objetivo fuese maximizar en vez de minimizar la función objetivo, el procedimiento no cambia excepto que se intercambian los

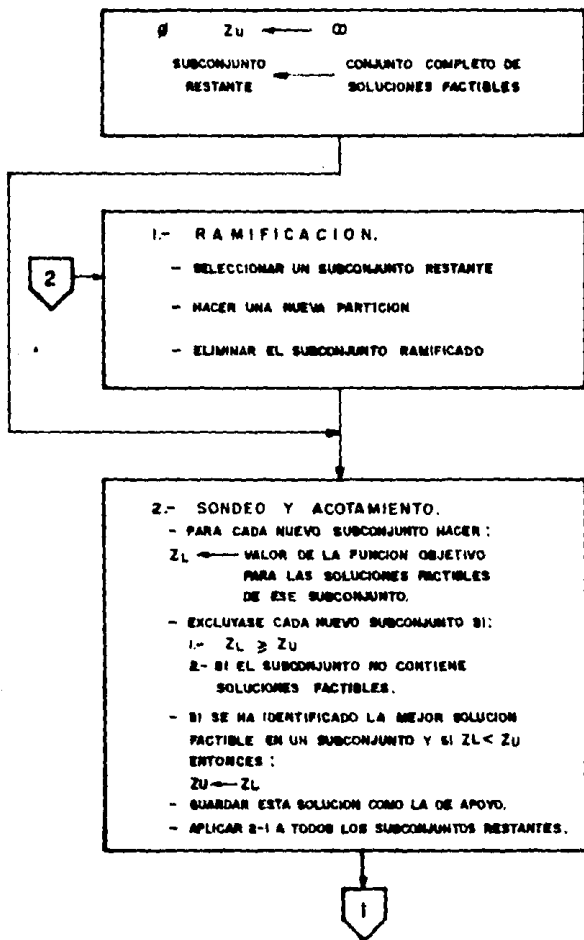


DIAGRAMA 6.1 TECNICA DE RAMIFICACION Y ACOTAMIENTO.

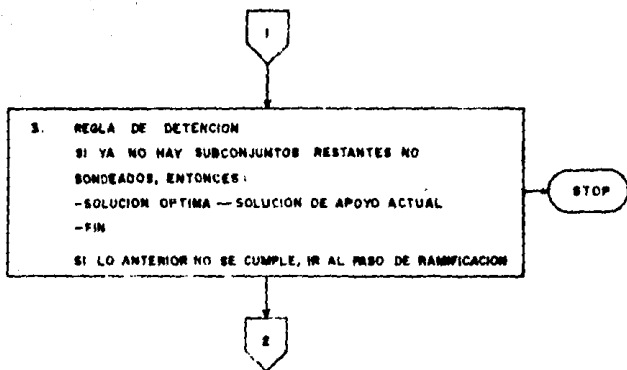


DIAGRAMA 6.4 (CONT.) TECNICA DE RAMIFICACION Y ACOTAMIENTO

papeles de las cotas superior e inferior. Así, Z se intercambia por Z , $+\infty$ se reemplaza por $-\infty$ y la dirección de las desigualdades queda al revés.

Las dos reglas de ramificación más frecuentes para elegir un nuevo subconjunto para particionar son:

a) Regla de la mejor cota. Indica seleccionar el subconjunto que tenga la cota más favorable, esto es, la menor en el caso de minimización y la mayor en el caso de maximización, debido esto a que ese subconjunto es prometedor en cuanto a tener la solución óptima.

b) Regla de la cota más reciente. Indica seleccionar el subconjunto de creación más reciente no sondeado, rompiendo los empates con la regla de la mejor cota.

Para problemas del agente viajero, es recomendable siempre la regla de la mejor cota debido a que la elección se basa en Z y esto hace que el número de iteraciones siempre sea menor. La regla de la cota más reciente es utilizada en otros tipos de problemas. (1)

Como se puede observar, un algoritmo basado en la técnica de ramificación y acotamiento es un algoritmo convergente en el sentido de que tanto la cota superior como la inferior tienden al valor óptimo conforme el número de iteraciones avanza, tanto para el caso de minimización como el de maximización (fig. 6.1 y 6.2).

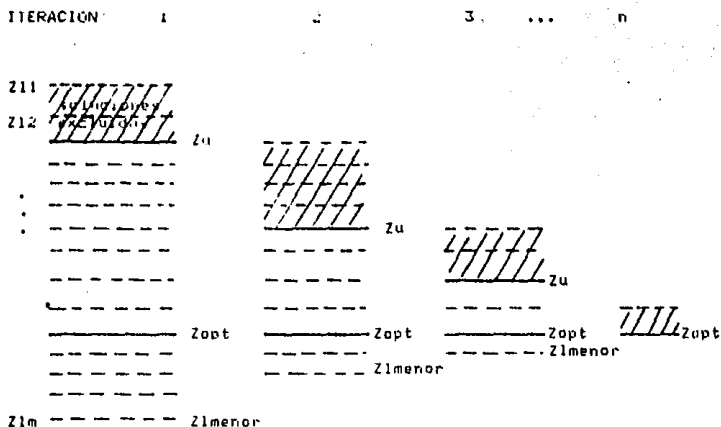


Fig. 6.1 Comportamiento de las cotas superior (Z_u) e inferiores (Z_l) para el caso de minimización, utilizando la regla de la mejor cota.

Para el caso de minimización (fig. 6.1) la cota superior decrece y se van excluyendo las soluciones de cotas inferiores mayores a ésta. También nótese que se ramifica desde el subconjunto con cota inferior (Z_l) menor, y el subconjunto ramificado se elimina.

Para el caso de maximización (fig. 6.2) la cota inferior crece y se van excluyendo las soluciones cuyas cotas superiores sean menores a ésta. Obsérvese también que se ramifica desde el subconjunto con cota superior mayor el cual se elimina en el caso de la regla de la mejor

cota.

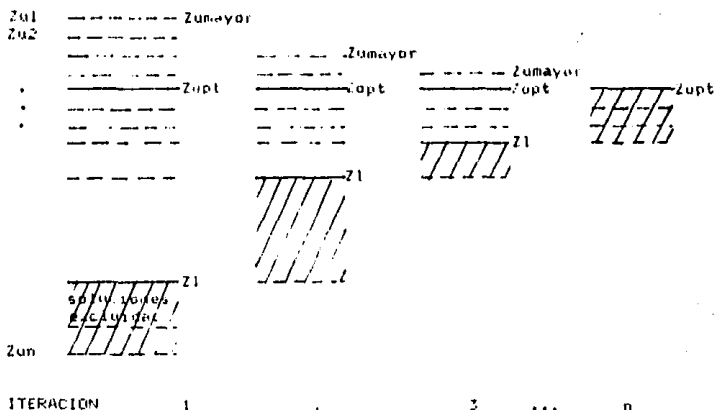
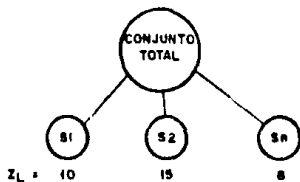


Fig. 6.2 Comportamiento de las cotas superiores (Z_{ui}) e inferiores (Z_i) para el caso de maximización utilizando la regla de la mejor cota.

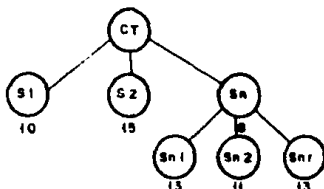
En general la técnica de ramificación y acotamiento se puede describir en forma de Arbol (fig. 6.3). El nodo origen corresponde al conjunto de todas las soluciones factibles. A continuación se tienen las ramas de este nodo que corresponden a los subconjuntos creados en la partición.

A cada nodo le corresponde un valor de la función objetivo que es su cota inferior (correspondiente que se quiere minimizar). El árbol va creciendo en el nodo terminal, cuya cota inferior sea la mejor en esa

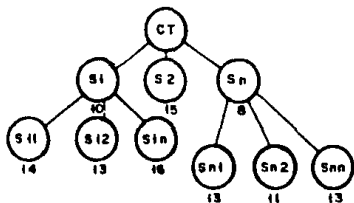
ITERACION 1



ITERACION 2



ITERACION 3



ITERACION FINAL

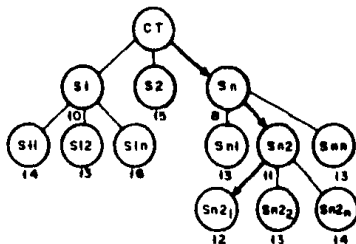


FIG. 6.3 REPRESENTACION EN FORMA DE UN ARBOL DE LA TECNICA DE RAMIFICAR Y ACOTAR, EN EL EJEMPLO 7OPT + 12.

iteración, suponiendo la regla de la mejor cota. El algoritmo termina cuando se tiene un nodo terminal que constituye una solución factible completa cuya cota inferior sea menor a la cota inferior de cualquier otro nodo no sondeado. Esta solución constituirá la solución óptima.

Extensiones del algoritmo

El procedimiento antes descrito solo encontrará una solución óptima, cuando puede darse el caso de que existan varias soluciones óptimas. Para encontrar todas las soluciones óptimas, se requiere hacer 3 modificaciones en el método anterior (suponiendo minimización):

1. En la prueba de sondeo modifíquese $Z_1 \geq Z_u$ por $Z_1 > Z_u$.
2. Si se ha identificado la mejor solución factible en un subconjunto y $Z_1 = Z_u$, almacénese también esta solución como otra de apoyo.
3. La regla de detención será ahora que cuando ya no haya subconjuntos restantes no sondeados, todas las soluciones de apoyo son óptimas.

Existen ocasiones, por último, en las que no interesa tanto el obtener una solución óptima sino que basta con una solución bastante buena de acuerdo a un cierto criterio. Para ello puede utilizarse la técnica de ramificar y acotar con la modificación (en el caso de minimización) de dar el algoritmo por terminado cuando se encuentra una solución factible completa cuya cota inferior corresponda a un cierto porcentaje de la cota superior de ese momento. Así la solución factible será subóptima y se tendrá una idea de que tan buena solución seá de acuerdo al porcentaje fijado.

Una vez analizado las técnicas de ramificación y acotamiento se pasará a la aplicación de este algoritmo al problema del agente

viajero.

EL PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO

Antes de describir el sistema se planteará el problema del agente viajero y se describirán sus procedimientos de solución.

El problema del agente viajero se puede enunciar como sigue: un agente viajero debe visitar un cierto número de ciudades. Conoce las distancias (o tiempo o costo) por recorrer entre cada par de ciudades, y su problema consiste en seleccionar un recorrido que parta desde su lugar de residencia, pase por todas las ciudades sólo una vez y regrese a su origen utilizando para ello la distancia más corta posible (o el menor tiempo o el menor costo) (2) (a ese recorrido se le llame ruta). Si la cantidad a minimizar entre cada par de ciudades es independiente de la dirección en la que se viaja, se tiene un problema simétrico ya que el costo es el mismo. Si por el contrario la cantidad a minimizar depende de la dirección en la que se viaja para uno o más pares de ciudades, se tiene un problema asimétrico.

Este problema del agente viajero surge también a menudo en los problemas de secuenciación. Estos problemas consisten en que se tienen n trabajos que deberán ser procesados en una línea de ensamble, pero para realizar cada trabajo se requiere una disposición especial de la línea. Sea C_{ij} el costo incurrido en cambiar la línea de ensamble de la disposición que realiza el trabajo i a la disposición que realiza el trabajo j . Cada trabajo se procesa solo una vez, y después de procesar el n -ésimo trabajo se vuelve a procesar el primero. Entonces se deberá hallar la secuencia de costos tal que se realicen los n trabajos solo una vez minimizando la suma de los costos, como se puede

ver, el problema tiene exactamente la misma estructura que la del agente viajero. A menudo en este tipo de problemas se suele minimizar el tiempo que se tarda en cambiar la línea para realizar los diferentes trabajos.

Por otra parte, es claro que si el problema del agente viajero contiene 2 ciudades (fig. 6.1 a.) solo habrá una ruta, si contiene 3 (fig. 6.1 b) se tendrán dos rutas posibles, (aunque de igual longitud para un problema simétrico).

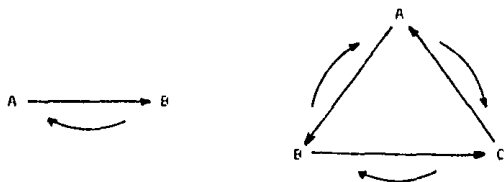


Fig. 6.1 a) 2 ciudades, 1 ruta. b) 3 ciudades, 2 rutas: ABC, ACB

En general para un problema que contenga n ciudades, se tendrán

$$(n - 1)!$$

rutas posibles.

Como es fácil observar, el problema consiste en que el número de rutas alternativas crece muy rápidamente conforme n crece. Inclusive para problemas de medianas dimensiones, $n = 20$, se necesitará probar alrededor de 0.12 trillones de rutas para garantizar que se ha encontrado la óptima. Debido a esto, numerosos métodos han sido desarrollados para resolver el problema sin tener que enumerar todas las rutas posibles. Estos métodos se pueden clasificar, generalmente en:

1. Métodos aproximados.

2. Métodos exactos.

1. Métodos aproximados.

Los métodos aproximados se basan en algoritmos heurísticos cuya complejidad puede ir desde algoritmos de construcción de una ruta por el método del vecino más cercano no visitado, hasta los algoritmos de mejoramiento de una ruta inicial. De estos últimos en especial, el método de Lin y Kernighan (3) es considerado como el mejor entre ellos. La idea central de este método, aunque sofisticado, es relativamente sencilla: supongamos que tenemos una ruta inicial no óptima factible T al azar. Como T no es óptima, es lógico pensar que existen k nodos (viajes de una ciudad i a una ciudad j) en la ruta T que difieran de la ruta óptima. El problema consiste en intercambiar esos k nodos por otros k nodos diferentes hasta que no se pueda encontrar mayor mejora a la ruta. Para esto, el algoritmo señala entonces una regla de selección que indique cuáles son los k nodos a intercambiar y una regla de detención que señale que ya no se encontrará mejora alguna buscando más elementos por intercambiar. El tiempo de corrida es obvio pensar que crece al aumentar k , y como sus autores indican, crece con el número de nodos aproximadamente en forma cuadrática. Este método es reportado con resultados que varían entre 5 y 7 % de la optimalidad (4). Para una explicación completa del algoritmo, la referencia (3) contiene una explicación detallada del mismo.

Aunque bien es cierto que ningún método heurístico proporciona rutas óptimas con el 100 % de certeza, ha sido demostrado (4) que

utilizando una combinación de procedimientos heurísticos que requieren del orden de n^3 operaciones, se pueden llegar a obtener rutas con una cerca del 2 al 3 % de las óptimas con regularidad.

A pesar de todo lo anterior, los únicos métodos conocidos hasta la fecha que proporcionan rutas óptimas son los métodos exactos uno de los cuales será utilizado para el trazo de rutas por el sistema tratado en este trabajo.

2. Métodos exactos.

Independientemente del procedimiento de enumeración total, existen algoritmos exactos que han sido utilizados con éxito para problemas pequeños generalmente (i.e. $n \leq 20$), debido a que el número de operaciones crece mucho más conforme n crece que en los métodos heurísticos (1).

Entre estos métodos se encuentran los planteamientos de programación dinámica, pero no son muy utilizados ya que el número de operaciones es muy elevado inclusive para problemas simétricos. En el caso de $n=20$, un total de aproximadamente 43 millones de operaciones son requeridas (5).

Los métodos más conocidos para resolver problemas del agente viajero son los métodos de ramificar y acotar (branch and bound) antes tratados, los cuales al utilizarlos conjuntamente con algún método heurístico, como se verá a continuación, parecen proporcionar un buen compromiso entre tiempo de cómputo y optimalidad asegurada.

ALGORITMO DE DANNENBRING

Dannenbring (6) propuso un método de ramificar y acotar aplicado al problema del agente viajero que resulta ser uno de los enfoques computacionalmente más manejables en cuanto a los métodos exactos así como provee un enfoque relativamente sencillo de la técnica de ramificación y acotamiento. Este algoritmo está por estas razones incluido en el sistema por lo que lo se describirá a continuación.

Se puede clasificar el algoritmo de Dannenbring como un método de ramificar y acotar en donde se trata de minimizar la función objetivo -distancia recorrida- y que utiliza la regla de la mejor cota para el paso de ramificación.

El procedimiento involucra el crear una lista de problemas parciales sin resolver, cada uno de los cuales tiene una cota inferior. Se utiliza entonces una cota superior que va cambiando y que sirve para ir eliminando soluciones parciales cuya cota inferior sea mayor que la cota superior del problema. La menor cota inferior es considerada la cota inferior del problema (regla de la mejor cota) y la ramificación ocurre en el subprograma que la contenga. Conforme la ramificación avanza la cota inferior del problema crece y la cota superior decrece de tal manera que llega el momento en que convergen en una solución. El algoritmo se muestra en forma esquemática en el diagrama 6.2.

La cota inferior de cualquier nodo puede ser calculada rápidamente si a cada nodo se le hace corresponder un número que represente la solución parcial. Por ejemplo el nodo 1234 indica el viaje parcial de

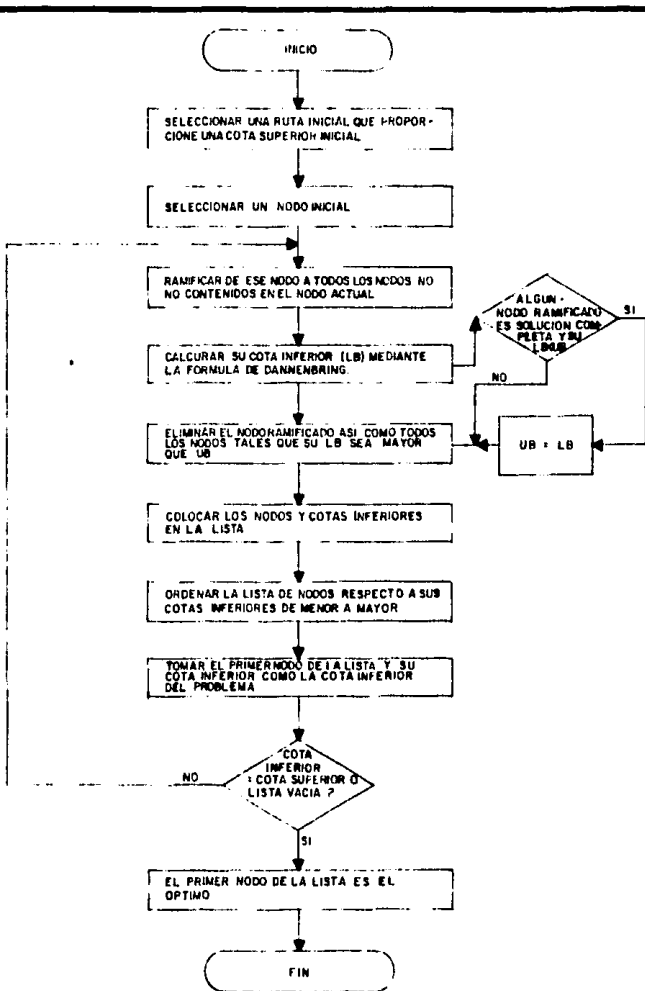


DIAGRAMA 6.2 ALGORITMO DE DANNENBRING

la ciudad 1 a la 2 a la 3 y a la 4. Utilizando esta notación, la cota inferior (LB) del nodo 1234 será:

$$LB(1234) = C_{12} + C_{23} + C_{34} + \sum_{i \neq 1,2,3} \min_{j \neq 2,3,4} C_{ij}$$

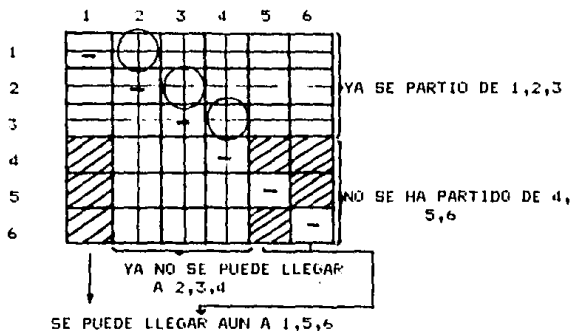
En general para un nodo abc...mn :

$$LB(abc...mn) = C_{ab} + C_{bc} + \dots + C_{mn} + \sum_{i \neq a,b,\dots,m} \min_{j \neq b,c,\dots,n} C_{ij}$$

en donde C_{ij} es el costo o distancia incurrida en el viaje de la ciudad i a la ciudad j.

Considérese LB(1234) a manera de ejemplo en una matriz de distancias de 6 ciudades:

$$LB(1234) = C_{12} + C_{23} + C_{34} + \min(C_{41}, C_{45}, C_{46}) + \min(C_{51}, C_{56}) + \min(C_{61}, C_{65})$$



Como se puede observar, se eliminan los renglones y columnas de los costos ab, bc, \dots, mn y se busca el mínimo por renglón, lo que equivale a buscar los mínimos costos en que se incurre en lo futuro por haber realizado la subruta ab, \dots . La sumatoria de los mínimos en la ecuación indicará entonces el costo de oportunidad por haber hecho los recorridos ab, bc, \dots, mn y no haber hecho los recorridos de las ciudades restantes.

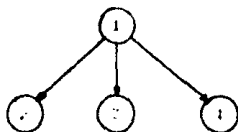
Sea como ilustración del algoritmo el siguiente problema del agente viajero para 4 ciudades. La matriz de distancias es simétrica y será:

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 | 28.97 | 66.43 | 44 |
| 2 | 28.97 | 0 | 66.73 | 53.9 |
| 3 | 66.43 | 66.73 | 0 | 79.32 |
| 4 | 44 | 53.9 | 79.32 | 0 |

Eligiendo la ruta 3-2-1-4-3 como ruta inicial, se obtiene la ruta superior (OB) inicial:

$$OB = 66.73 + 28.97 + 44 + 79.32 = 219.02$$

Tomando como ruta inicial la ciudad 1 que beneficia a todas las demás ciudades es visitadas:



Calculando sus cotas inferiores (LB):

$$LB(1) = C_{12} + \min_{j \neq 1} (C_{1j} + C_{j1})$$

$$\begin{aligned}
 &+ \min (C_{31}, C_{34}) \\
 &+ \min (C_{41}, C_{43}) \\
 &= 28.97 + 28.97 + 79.32 + 44 = 181.26
 \end{aligned}$$

De la misma manera:

$$LB(13) = 226.13$$

$$LB(14) = 183.7$$

Por lo tanto se elimina 1-3 ya que $LB(13) > UB$. La lista de posibles soluciones será:

| <u>subruta</u> | <u>cota inferior</u> |
|----------------|----------------------|
| 12 | 181.26 |
| 14 | 183.7 |

Se ramifica por lo tanto de 12. Se nota que solo existen dos rutas alternativas:

12341

12431

$$LB(12341) = C_{12} + C_{23} + C_{34} + C_{41} = 219.02$$

$$LB(12421) = 250.62$$

Las dos se eliminan ya que $LB(12341) = UB$ y $LB(12431) > UB$. (No se consideran soluciones mltiples)

El estado de la lista es:

| <u>subruta</u> | <u>cota inferior</u> |
|----------------|----------------------|
| 14 | 183.7 |

rutas alternativas: 14321

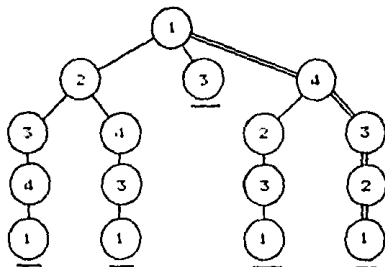
14231

$$LB(14321) = 219.02$$

LB(14231) = 253.06

Las dos se eliminan, y por lo tanto al estar la lista vacía el algoritmo termina. Obsérvese que la ruta inicial 32143 es la misma que 14321 y que es la óptima ya que no existió ninguna subruta tal que su cota inferior fuera menor que la cota superior de la ruta inicial.

En forma de árbol:



Ruta óptima : 14321

Distancia : 219.02

REGLAS HEURÍSTICAS DE GAVETT

Si al resolver un problema mediante la técnica de ramificar y acotar - en el caso de minimización - la cota superior inicial es muy alta, lo que sucede es que el número de subrutas alternativas crece ya que casi ninguna posee una cota inferior mayor que la cota superior inicial, por lo muy pocas subrutas son eliminadas. Si este es el caso, el número de operaciones crecerá al igual que el tiempo de resolución del problema. De ello se puede deducir que conforme la cota superior inicial sea más pequeña el número de operaciones será menor.

Para lograr una buena ruta inicial, se puede utilizar alguno de los

algoritmos heurísticos que proporcionan respuestas subóptimas, y convendría también que fuera lo suficientemente sencillo como para poder ser utilizado a la vez que la técnica de ramificar y acotar. Un enfoque que cumple con estos requisitos fue propuesto por Gavett (6) con el nombre de la regla del mejor sucesor (Next Best). El método aplicado al problema del agente viajero consiste en que dada una ciudad inicial, la regla NB selecciona como la siguiente ciudad de la ruta a aquella que se encuentre a la menor distancia de ésta. Como se puede observar en el ejemplo del apartado anterior, la ruta inicial del algoritmo de Dannenbring 32143 fue elegida por medio de la regla del mejor sucesor eligiendo como origen la ciudad no. 3. La ruta, con una cota superior de 219.02 resultó tan buena que a final de cuentas fue la óptima. En problemas mayores esto es difícil que suceda, pero por lo general el número de rutas alternativas - y por lo tanto el tiempo de cómputo - será menor.

Una segunda regla (llamada NB') prueba la ciudad origen seguida de todas las $n-1$ ciudades. La regla NB es entonces aplicada a cada una de las $n-1$ rutas. (Nótese que la ruta originada por la regla NB estará incluida en estas $n-1$). La ruta que tenga la menor distancia (o costo) es escogida.

La tercera regla heurística de Gavett (NB'') utiliza la obtención de costos de oportunidad de cada ciudad respecto de cada una de las demás como posibles sucesores, y sobre la matriz así obtenida se aplica entonces la regla NB.

Cualquiera de estas reglas (o la combinación de ellas) pueden proporcionar una buena cota superior inicial. Por último, también debe considerarse la posibilidad de escoger todos los posibles orígenes en

vez de uno solo. De esta forma, utilizando un algoritmo heurístico se mejorará el comportamiento de un método exacto como es la técnica de ramificar y acotar.

3. Determinación de la ruta óptima dentro del sistema

Una vez que se han establecido las ciudades cabeceras y asignadas ciudades a éstas formando "racimos", se toma cada grupo de ciudades y se calcula su ruta óptima utilizando las reglas de Gavett y el algoritmo de Dannenbring como se acaba de explicar.

Cuando el grupo o racimo es igual o menor a 3 ciudades, no se realiza el algoritmo del agente viajero ya que la solución es trivial. El procedimiento se muestra a continuación.

1. Tomar la primera cabecera de la lista.
2. Buscar las ciudades asignadas a la cabecera en cuestión.
3. Si el número de asignadas más 1 (la cabecera) es menor o igual a tres, la ruta es trivial. Ir a 8.
4. Ir calculando la distancia entre las ciudades asignadas y cargar la matriz de distancias.
5. Obtener una cota superior con las reglas de Gavett.
6. Obtener la ruta óptima con el algoritmo de Dannenbring.
7. Si todas las cabeceras ya fueron tomadas, ir a 9.
8. Tomar la siguiente cabecera de la lista e ir a 2.
9. Fin.

REFERENCIAS AL CAPÍTULO VI.

- (1) HILLIER F., LIEBERMAN G.J. , " Introducción a la Investigación de Operaciones" . pp. 715-724
- (2) ACKOFF, P. L., SASIENI, M.W., " Fundamentos de investigación de operaciones". pp. 340-341
- (3) LIN, S. IERNIGHAN, R.W., " An Effective Heuristic Algorithm for the Traveling Salesman Problem ", Operations Research, Vol. 21, 1973, pp. 498-517.
- (4) B.GUIDEN.L. BODIN, T. DOYLE, W. STEWART, " Approximate Traveling Salesman Algorithms ". Operations Research, Vol. 28, 1980, pp. 694-711.
- (5) DREYFUS, S.F., LAW, A.M. , " The art and theory of Dynamic Programming", pp. 69-74
- (6) STAFF M. J. , "Systems management of operations" , pp. 318-323

VII. DESCRIPCION DEL SISTEMA

DESCRIPCION GENERAL

Hasta aquí se ha analizado el sistema de asignación de vendedores y trazo de rutas óptimas desde un punto de vista conceptual, por lo que ahora se describirá el sistema computacional.

El sistema está implementado en una computadora PC (IBM o compatible), y el manejo de la información se realiza mediante diskettes. La computadora deberá tener dos drives o bien un drive y disco duro para lo cual habrá que realizar pequeñas modificaciones a los programas. Los programas del sistema son:

CARGA
SORT
RUTAS
IMPRUT

y estarán en un drive mientras los archivos de cada cliente - tanto el de las ciudades como el de resultados - pueden estar en otro disquete, lo que facilita el manejo del sistema.

Esquemáticamente, el sistema puede ser explicado como en el diagrama 7.1

Como se puede observar, se manejan dos archivos: uno para los datos de las ciudades y otro para los resultados. Los registros tipo de cada archivo se muestran en las figuras 7.1 y 7.2.

| NO. | NOMBRE DE LA CIUDAD | LONG. | LAT. | INDICE | NO. DE ESTABL. TIPO: | | | | | | | | | | ALTA O BAJA | VENTAS | GAT. DEL MCR. |
|-----|---------------------|-------|------|--------|----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|-------------|--------|---------------|
| | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Fig. 7.1 Registro tipo del archivo de CIUDADES

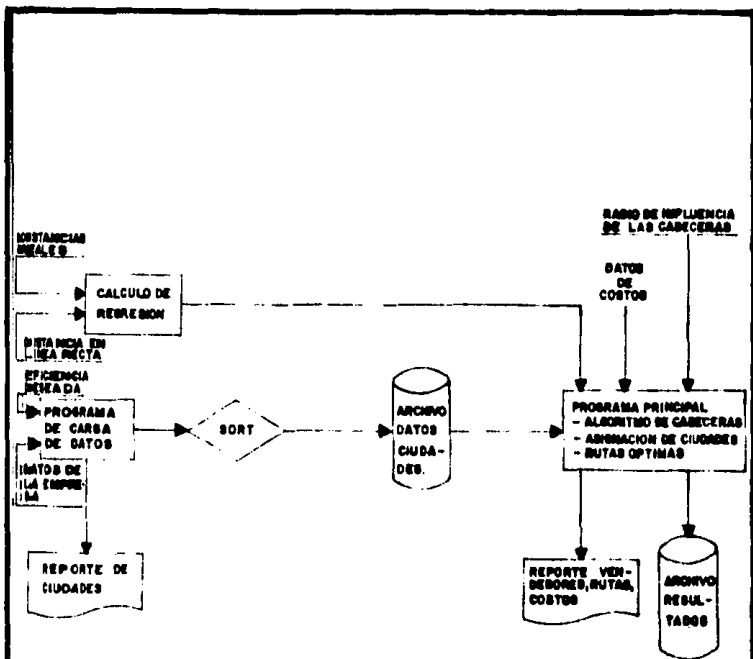


DIAGRAMA 7.1.- DESCRIPCION DEL SISTEMA.

| | | | | | |
|-----------------------|--|-------------------|------------|----------|---------|
| APUNTADES A CADECI PA | APUNTADES A CIUDADES DE LA LUNA OPTIMA | COSTOS DE LA RUTA | EFICIENCIA | IMPRESOR | FGPESGS |
|-----------------------|--|-------------------|------------|----------|---------|

Fig. 7.2 Registro tipo del archivo de RESULTADOS

Los índices de los ciudades son calculados en el programa de carga para luego ser ordenados y grabados en el archivo de ciudades. Estos se alimentan al programa principal que establece el número de vendedores y las rutas y costos, los cuales son grabados a su vez en el archivo de resultados.

Identificando las variables y parámetros del sistema:

PARAMETROS

- Eficiencia deseada del vendedor (1 = % del tiempo en carretera)
- Factor de actualización de las tabeernas.

VARIABLES EXÓGENAS

- Lista de ciudades que la empresa considere
- Ventas por ciudad
- Clasificación de los establecimientos
- Semanas por ciclo
- Frecuencias de visita por ciclo a cada establecimiento
- Número de establecimientos por ciudad
- Salarios y costos de los vendedores
- Tiempo estimado de visita a cada tipo de establecimiento

VARIABLES ENÉRGICAS

- Número de vendedores de planta
- Número de vendedores contratados

- Rutas de cada vendedor viajero
- Número promedio de ciudades por ciudad cabecera
- Eficiencia promedio de vendedores viajeros
- Distancia promedio de las rutas

FUNCION DE RESPUESTA DEL SISTEMA

- Utilidad total (Ingresos totales - Gastos totales)

Enseguida se muestra la implementación de cada uno de los módulos en que dividimos el sistema.

Módulo 1: Cálculo de Índices

Los Índices de cada ciudad como lo señalamos anteriormente, representan el número de vendedores que una ciudad determinada necesita para atender los establecimientos que ésta contenga. Para su cálculo se utilizó la ecuación 3.1:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^n e_j \cdot t_j \cdot f_j}{(50) \cdot (15) \cdot (15)} \quad (3.1)$$

Como el sistema contiene un programa de carga de datos, se aprovechó este para que al mismo se calcularan los índices. El diagrama 7.2 muestra la manera en que el programa de carga funciona. La opción 1 carga y calcula el índice de cada ciudad conforme se vaya capturando, mientras que la opción 3 (ambos) permite recalcular los índices de todas las ciudades del archivo al cambiar algún dato (ya sea general o de una ciudad en particular) por lo que se tiene flexibilidad para hacer cambios de cualquier tipo en algún parámetro.

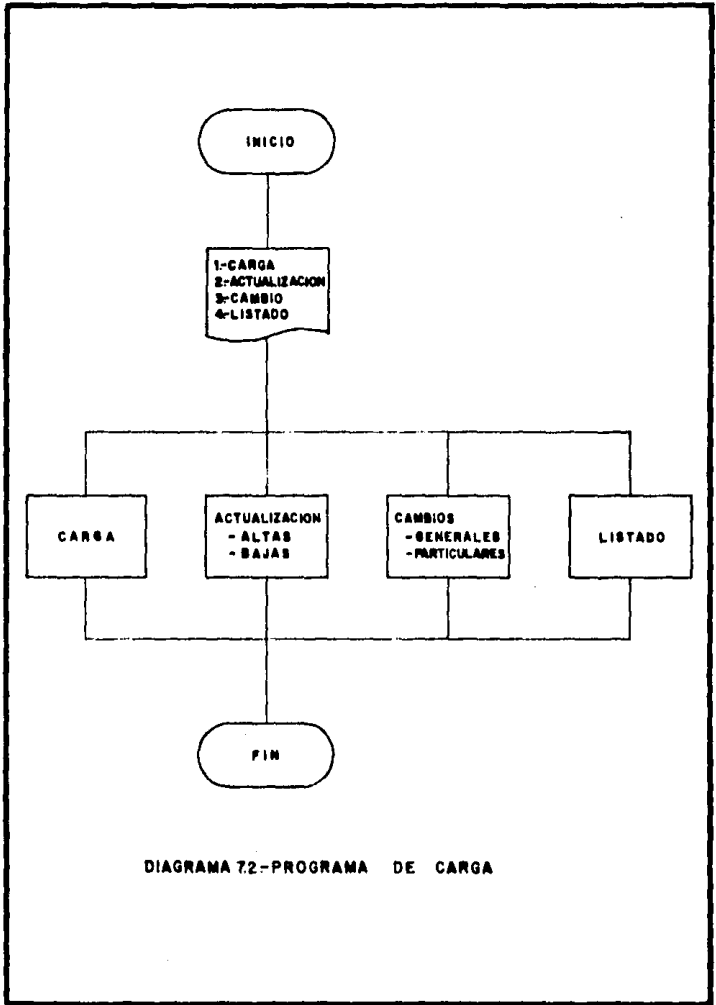


DIAGRAMA 7.2-PROGRAMA DE CARGA

El hecho de que los índices se calculen por fuera del programa principal que calcula las rutas, permite que las modificaciones a los datos se tengan en diferentes archivos y que para cada archivo de datos exista un archivo de resultados correspondiente.

Por otra parte y como se mencionó anteriormente, las ciudades deben ser ordenadas de acuerdo a la parte fraccionaria de su índice de mayor a menor, esto con el objeto de facilitar el proceso de fijación de cabeceras y asignación de ciudades. Debido a que el número de registros a ordenar era grande, se utilizó el método Quicksort (1) para ordenar, lo que permite un gran ahorro de tiempo respecto a otros métodos de ordenación. El programa de ordenación es mostrado en el listado 1.

Una vez capturados los datos, calculados los índices y ordenado el archivo, se tienen los datos listos para ser utilizados por el programa principal, pero a éste también tiene que ser alimentado la ecuación de regresión.

Módulo 2: Análisis de regresión.

Como se mencionó en el capítulo II, el llevar a cabo un análisis de regresión resuelve en buena medida el problema de requerimientos de datos, proporcionando una forma sencilla de conocer las distancias entre un par de ciudades. Como también se señaló en el capítulo II el análisis se basó en dos objetivos:

1. Hallar una función

$$\text{Distancia real} = f(\text{distancia en línea recta})$$

2. Conocer la distribución del error en la anterior ecuación.

La muestra, de tamaño $n = 100$, fue obtenida en base a los datos de la tabla 3.1.

Mediante el diagrama de dispersión (gráfica 7.1) pudimos observar que se podría obtener una buena correlación lineal. Realizando la regresión lineal obtuvimos los resultados de la tabla 7.1. La distribución del error porcentual fue el indicado por la gráfica 7.2.

En un intento por mejorar la correlación y disminuir el error, se llevó a cabo una regresión de tipo cúbica cuyos resultados se pueden apreciar en la tabla 7.2. La distribución del error porcentual fue el indicado en la gráfica 7.3.

Debido entonces a que el coeficiente de correlación (r^2) era mayor para la regresión lineal que para la cúbica, -0.863 contra 0.849 - y a que el error porcentual fue menor en la regresión lineal que en la cúbica (gráfica 7.4), se optó por la regresión de tipo lineal que arrojó entonces la siguiente ecuación:

$$\text{Distancia real} = 47.38 + 1.0609 \text{ Distancia en línea recta}$$

Esta ecuación fue la utilizada por el sistema de asignación de vendedores y trazo de rutas.

Módulo 3: Determinación de cabeceras y asignación de ciudades.

Para determinar las cabeceras y realizar la asignación de ciudades, el programa carga una matriz a partir del archivo de datos. La

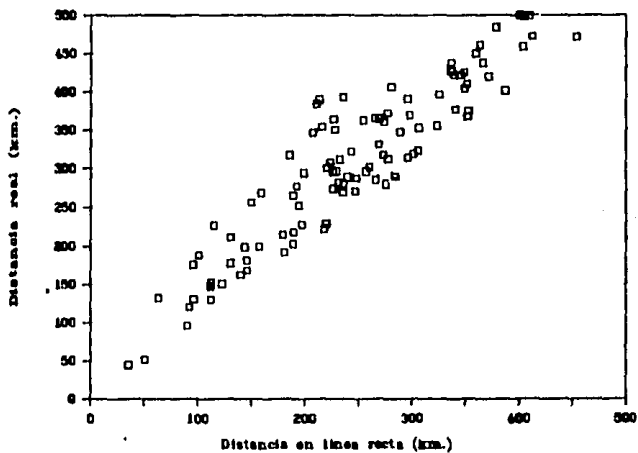
```

=      * ***** SOFT DEL ARCHIVO DE CIUDADES *****
      ***** METODO QUILI SOFT *****
10     KEY OFF:KEY 1,"STOP"+CHR$(13):KEY (1) ON:ON KEY(1) GOSUB 270:

DEF FNAT(X,Y)=CHR$(11)+STRING$(X-1,31)+STRING$(Y-1,29)+ESPACIOS(4)
RING$(40," ")
20     CLS:COLOR 0,15:LOCATE 25,1:PRINT "F1=":COLOR 15,0:PRINT"DETENER PULCER
0     O"
      COLOR 7,0:PRINT FNAT(2,1):"SISTEMA":COLOR 15,0:PRINT FNAT(2,15):"HOR
1":COLOR 7,0:PRINT FNAT(1,5):"HORA:"
40     PRINT FNAT(3,60):"FECHA":DATES:PRINT FNAT(4,1):STRING$(80,223):PRINT
FNAT(3,1):"PROCESO":COLOR 15,0:PRINT FNAT(3,1):ESPACIOS,40:PRINT FN
60     AT(3,15):"NACION DEL ARCHIVO DE CIUDADES":COLOR 7,0
      GOSUB 310: LOCATE 10,10: INPUT"NUMERO DEL ARCHIVO DE DATOS POR DEF
0     NAR " :AK
      LOCATE 10,10: PRINT"SI EL ARCHIVO NO HA SIDO RESPALDADO OPRIMIR ACT
10     RL-BFEA0":LOCATE 12,10:PRINT"Y RESPALDARLO. SI YA HA SIDO RESPALD
30     ADADO OPRIMIR UNA " :LOCATE 14,10:PRINT"TECLA PARA CONTINUAR"
40     AS=INKEY:IF AS="" THEN 80
      OPEN "B:"+AP+AS 1:GOSUB 310:LOCATE 15,10:INPUT"NO. DE ESTABLECIMIENTOS
50     (<=10) " :N
      FIELD 1,128 AS BUFFER#
60     DIM DATO$(1000),PILA(15,2): GOSUB 280
      P=1:
      PILA(1,1)=1: PILA(1,2)=LOF(1)/128
70     WHILE P > 0:
          IZ=PILA(P,1):DE=PILA(P,2):
          P=P-1
          WHILE IZ<DE:
              I=IZ:J=DE:
              X#=DATO$(IZ+DE)B2:
              WHILE I<=J:
                  WHILE CVS(MID$(DATO$(I),42,6))-INT(CVS(MID$(DATO$(I),42,6))) >
100                 IDS(X#,42,6))-INT(CVS(MID$(X#,42,6))) I=I+1:
              WEND
              WHILE CVS(MID$(X#,42,6))-INT(CVS(MID$(X#,42,6))) > CVS(MID$(DAT
120                 O$(J),42,6))-INT(CVS(MID$(DATO$(J),42,6))) J=J-1
              WEND
              IF I<=J THEN
                  SWAP DATO$(I),DATO$(J):
                  I=I+1:J=J-1
              WEND:
              IF J-IZ < DE-1 THEN 210 ELSE 230
140     WEND:
          WEND:
          GOTO 250
160     IF I<DE THEN P=P+1:
          PILA(P,1)=I:PILA(P,2)=DE
          DE=J:GOTO 190
180     IF IZ<J THEN P=P+1:
          PILA(P,1)=IZ:PILA(P,2)=J
          IZ=I:GOTO 190
200     FOR I=1 TO LOF(1)/128:LBSET BUFFER#=DATO$(I)
          PUT 1,1:INE) I
220     FOR "a:menu.exe" :END
          FOR I=1 TO LOF(1)/128:GET 1,1
          DATO$(I)=BUFFER#
240     NLAT I:RETURN
          LOCATE 5,1:FOR I=1 TO 20:PRINT STRING$(80," "):NEXT I:RETURN

```

Diagrama de dispersion



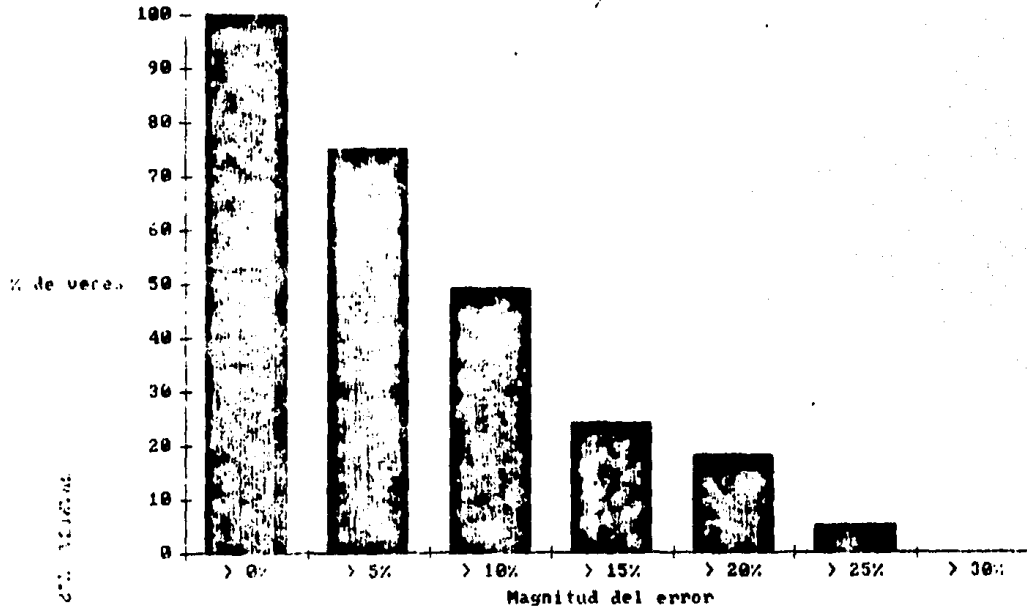
GRÁFICA 7.1

Distancia total = $a + b \cdot$ Distancia en línea recta

| Regression Output | |
|----------------------|--------------|
| Constant (a) | 17.304461042 |
| Std. Error of Est. | 19.5041707 |
| R Squared | 0.863558117 |
| No. of Observations | 100 |
| Degrees of Freedom | 98 |
| | b |
| c Coefficient (b) | 1.070911056 |
| Std. Error of Coeff. | 0.042598557 |

TABLE 7.1

Frecuencias de errores. Regresion lineal

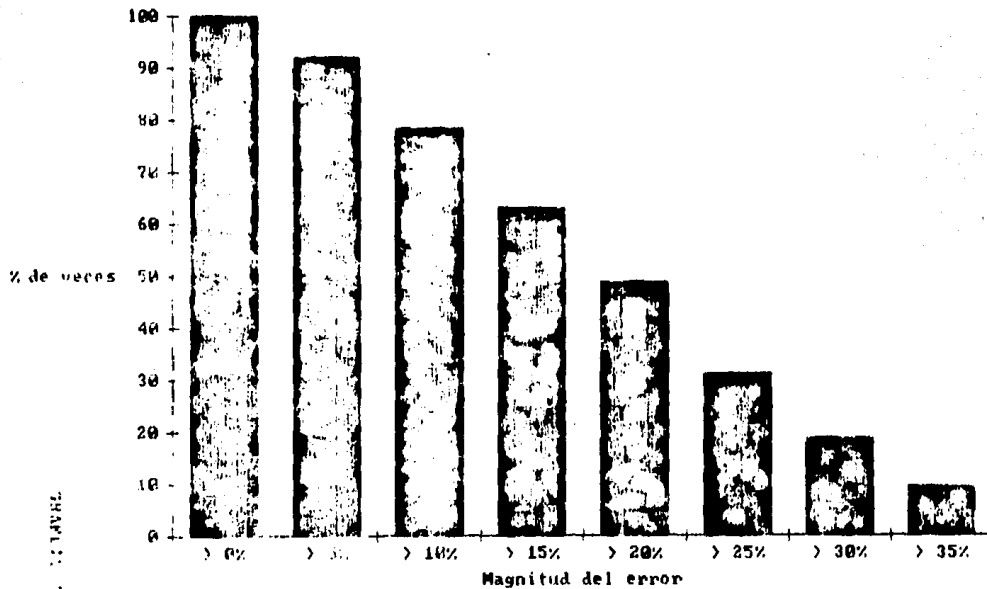


$$\text{Distancia real} = a + b \cdot \text{DLR} + c \cdot \text{DLR}^2 + d \cdot \text{DLR}^3$$

| Regression Output: | | | | |
|---------------------|-------------|---------------|--|---------------|
| Constant = a | | | | 30.254634877 |
| Std Err of Y Est | | | | 39.264455474 |
| R Squared | | | | 0.8495620747 |
| No. of Observations | | | | 97 |
| Degrees of Freedom | | | | 93 |
| | b | c | | d |
| X Coefficient(s) | 1.198078177 | -0.0000206055 | | -0.0000008256 |
| Std Err of Coef. | 0.12903481 | 0.0002211386 | | 0.0000005813 |

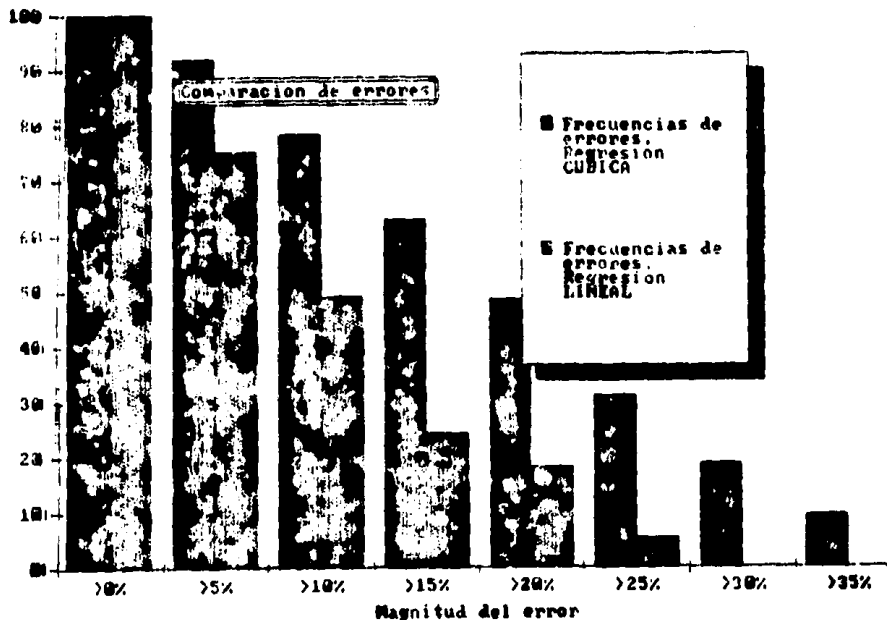
TAFLA 7.2

Frecuencias de errores. Regresion cubica.



GRABADO: 7.5

% de veces



GRAFICA 7.4

información de tal matriz es la siguiente:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------|---------|-------------------------|-------------------------|--------|--------|-----------------|
| LONGITUD | LATITUD | PARTE ENTERA DEL INDICE | PARTE FRACC. DEL INDICE | VENTAS | ASIGN. | SATURA. MERCADO |

La columna número 6 es la que contendrá los apuntadores a las ciudades cabeceras. De esta manera, para el ejemplo del capítulo V se tendrá:

| | | | | | | | |
|----|-------|-------|----|-------|-------|----|--|
| 1 | 98.85 | 19.03 | 0 | .5027 | 89 | -1 | |
| 2 | 98.95 | 18.91 | 0 | .475 | 578 | | |
| 3 | 98.2 | 19.08 | 0 | .295 | 3140 | -1 | |
| 4 | 98.4 | 18.91 | 0 | .266 | 189 | | |
| 5 | 99.1 | 19.1 | 0 | .2583 | 94 | | |
| 6 | 98.16 | 19.43 | 0 | .1944 | 103 | -1 | |
| 7 | 98.45 | 19.62 | 0 | .1944 | 113 | | |
| 8 | 98.44 | 19.3 | 0 | .1916 | 132 | | |
| 9 | 98.4 | 19.4 | 0 | .1444 | 76 | | |
| 10 | 99.2 | 19.3 | 33 | .0377 | 56714 | -1 | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | |

La columna 6 contendrá

- 1 si es cabecera la ciudad i
- n indica que la ciudad i se asignó a la n
- 0 si todavía no ha sido asignada

Por otro lado se cuenta con una lista de los nombres de las ciudades y sus respectivos renglones de la matriz.

El procedimiento de determinación de cabeceras y asignación de ciudades toma en cuenta que el archivo de datos debe estar previamente

ordenado respecto a la parte fraccionaria de los números índices.

El diagrama 7.3 muestra el flujo del programa de la rutina de determinación de cabeceras y asignación de ciudades. LOF(1) indica la longitud (no. de registros) del archivo de datos. El algoritmo es el explicado en el capítulo V.

Módulo de Obtención de rutas óptimas

La obtención de rutas óptimas dentro del sistema se realiza mediante el algoritmo explicado en el capítulo VI. Hasta este momento se tiene una matriz de datos en donde se indican mediante apuntadores las ciudades cabeceras y las asignaciones. Se tienen por lo tanto m cabeceras a cada una de las cuales le han sido asignadas C ciudades. El problema por lo tanto se reduce a resolver m problemas del agente viajero de diferentes tamaños C .

Por cada problema del agente viajero se utiliza una matriz de distancias la cual se carga con las distancias calculadas de las longitudes y latitudes (tomadas de la matriz de datos) y de la ecuación de regresión. Se calcula la cota superior inicial mediante las 3 reglas de Gavett (todos los orígenes) y se procede a encontrar la solución del problema por medio del algoritmo de Dannenbring. Se guarda la solución en el archivo de resultados y se procede a continuación a resolver el siguiente problema del agente viajero para la siguiente cabecera y así sucesivamente hasta que se solucionen todas las rutas.

El diagrama 7.4 explica el método computacional de este módulo el cual será desmenuzado en 5 subrutinas posteriormente.

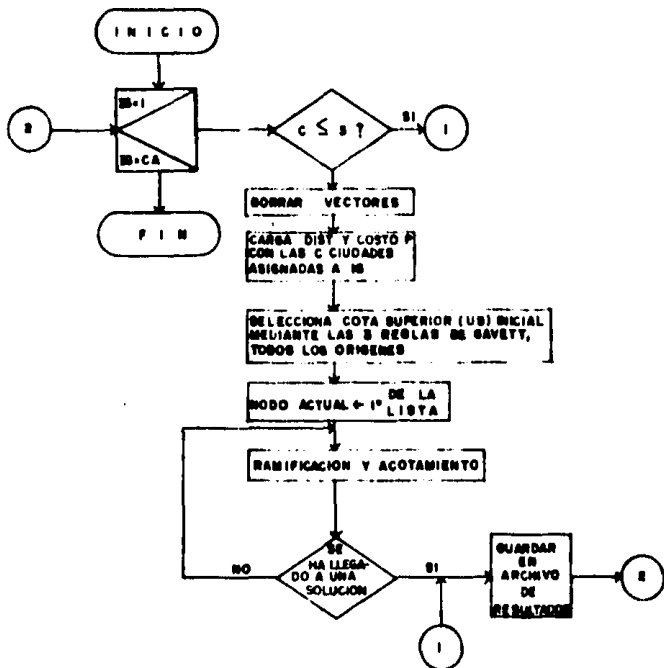


DIAGRAMA 7.4 OBTENCION DE RUTAS OPTIMAS.
PROCEDIMIENTO GENERAL

Las estructuras de datos utilizada, son las siguientes:

| ESTRUCTURA | DESCRIPCION |
|----------------------|---|
| DATO(n,7) | Matriz de datos de las ciudades (n= no. de ciudades) |
| NODOS(memoria disp.) | Lista ligada en donde se guardan las posibles soluciones y sus longitudes. |
| (ABE(CA) | Vector de apuntadores a las cabeceras (CA = no. de cabeceras) |
| AUX(C) | Vector de apuntadores que señala los registros de DATO de las C ciudades asignadas. |
| EF(CA) | Vector de eficiencias de cada ruta |
| EFCAB(CA) | Vector de eficiencias de la cabecera exclusivamente |
| R(C) | Vector utilizado para calcular la fórmula de Dannenbring |
| DIST(C,C) | Matriz de distancias |
| COSTOP(C,C) | Matriz de costos de oportunidad |
| BAND(C) | Vector de banderas utilizado para calcular la fórmula de Dannenbring. |

Las anteriores definiciones serán útiles para comprender el desarrollo del programa.

Rutina 1

Se van recorriendo las ciudades asignadas a una cabecera dada IG dentro de la matriz DATO y se calcula la distancia en línea recta entre cada par de ellas para luego aplicar la ecuación de regresión. La matriz DIST es simétrica, es decir,

$$DIST(i,j) = DIST(j,i)$$

Además $DIST(i,j) = 0$ para $i=j$

Como se puede ver en el diagrama 2.5, solo se calculan las distancias del triángulo inferior de la matriz.

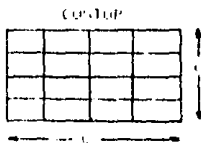
k varía de 1 a $C - 1$ y M de $k + 1$ a C para no calcular las distancias de la diagonal y solo calcular las del triángulo inferior.

AUX(M) y AUX(k) sirven para referenciar los registros de la matriz DATO que contienen a las ciudades M y k y poder calcular la distancia entre ellas mediante sus longitudes y latitudes.

Rutina 2

Una vez que se tiene la matriz DIST cargada con las distancias de las ciudades asignadas a la cabecera IG, se procede a cargar la matriz COSTOP de costos (distancias) de oportunidad. Se utilizará entonces la segunda regla de Gavett (NB²) que consiste en tomar un origen y luego las $n - 1$ ciudades siguientes utilizando la regla NB¹ (mejor sucesor). En vez de buscar los sucesores en la matriz de distancias DIST estas se buscan en la matriz COSTOP por lo que así se tienen las tres reglas heurísticas de Gavett trabajando al mismo tiempo, y se toman todos los orígenes en vez de uno solo:

PARA TODOS
LOS ORIGENES



se prueban las $C-1$ ciudades y los siguientes de la ruta se buscan por la regla del mejor sucesor. Así se tienen $C-1$ rutas y se elige la mejor.

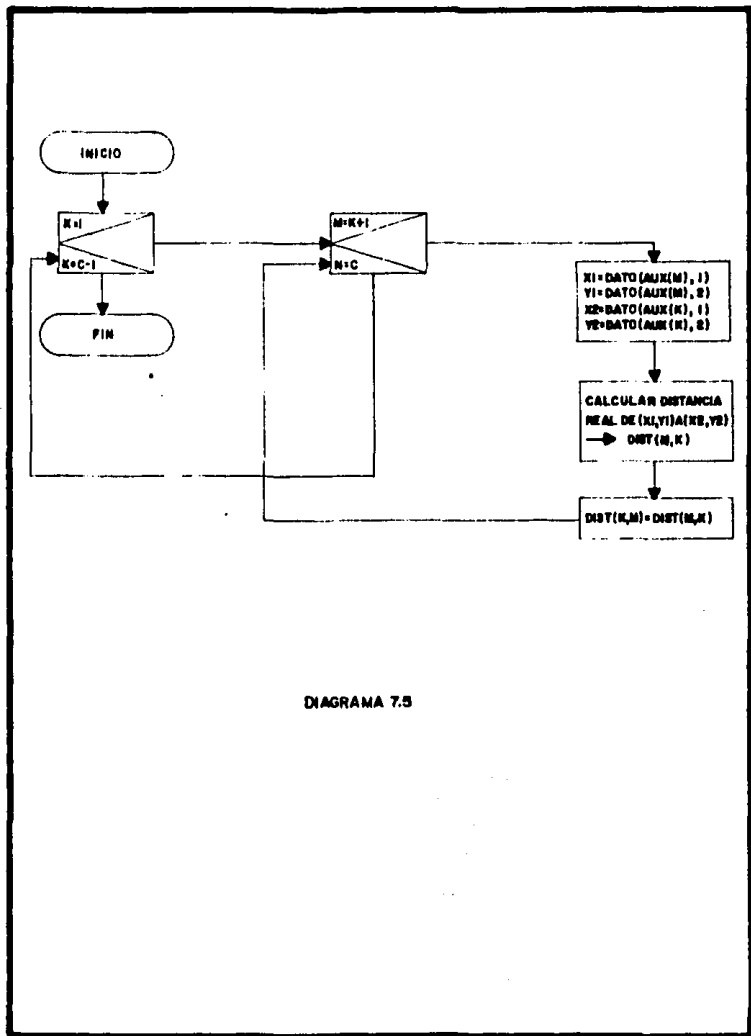


DIAGRAMA 7.5

La matriz de costos de oportunidad se obtiene realizando restas por columnas para obtener así costos de oportunidad de cada ciudad como sucesor. Estos costos son los que se incurren al no poder hacer otra asignación en esa columna.

Cabe señalar aquí que si C (no. de ciudades asignadas) es igual o menor a 3, se tiene una solución trivial por lo que no se realiza el algoritmo del agente viajero.

El diagrama 7.6 muestra el procedimiento de cómputo de las tres reglas de Gavett con todos los orígenes. RUTASALTER y UBALTER sirven para calcular cada una de las rutas alternativas así como sus longitudes respectivamente.

El proceso de encontrar el mejor sucesor para hallar una ruta se basa en el hecho de que la columna en donde está la menor distancia pasa a ser el siguiente renglón a considerar :

| | 1 | 2 | 3 | 4 | |
|---|------------------|---|---|--------|--|
| | COLUMNA | | | | |
| 1 | RENGLON | | | MINIMO | |
| 2 | | | | | |
| 3 | NUEVO RENGLOON = | | | | |
| 4 | COLUMNA ANTERIOR | | | | |

y así sucesivamente.

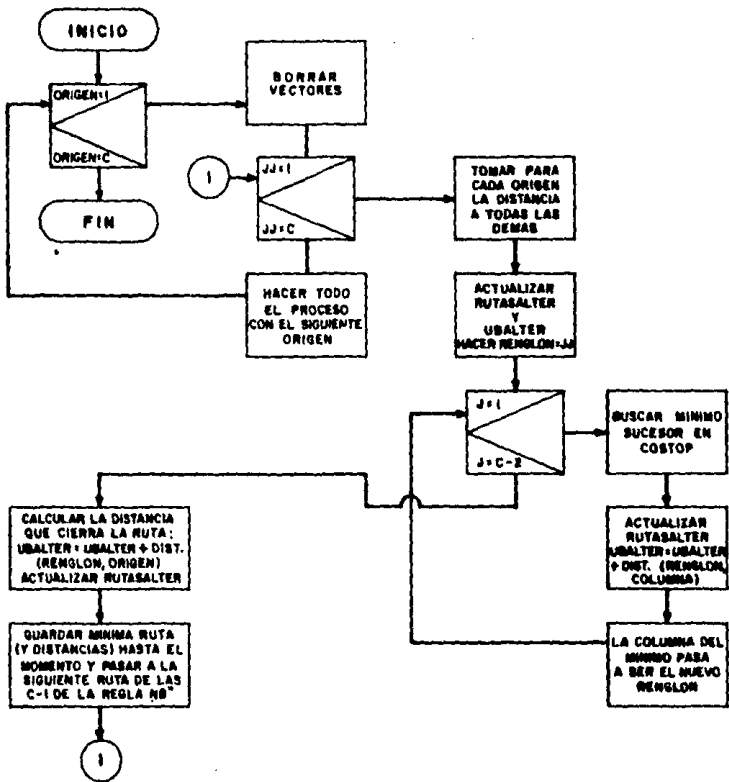


DIAGRAMA 7.6 REGLAS DE GAVETT PARA ENCONTRAR UNA SOLUCION INICIAL.

El número de rutas alternativas explorado con esta rutina será de C orígenes probados cada uno de los cuales se prueba con $C - 1$ posibles sucesores iniciales (segunda regla de Gavett). El número será de $C(C - 1)$ rutas alternativas.

Al final hay que considerar siempre el eslabón que cierra la ruta:

| | |
|--------------------------|------------------------------------|
| 1---2---3---4---1 | la ruta se guarda en RUTASALTER |
| RENGLON,2 3,4 | la suma de distancias se guarda en |
| 2,3 4,RENGLON | UBALTER. |

Rutina 3

En la rutina 3 se tiene de manera similar al procedimiento de Dannenbring, una lista (llamada NODOS) de las posibles subrutas así como de sus respectivas longitudes. La lista debe estar ordenada de tal forma que la primera subruta sea la de menor distancia y de ella se ramifica a las demás ciudades no incluidas en dicha subruta. Para ordenar la lista se utilizó el método Quicksort (1) antes señalado. En el diagrama 7.7 se desarrolla el método computacional de esta rutina que incluye principalmente dos fases: ramificación y cálculo de la fórmula de Dannenbring. La fórmula de Dannenbring es como se mencionó en el capítulo VI:

$$L(a,b,c,\dots,m,n) = C_{ab} + C_{bc} + C_{cd} + \dots + C_{mn} + \sum_{i \neq a,b,\dots,n} \min C_{ij}$$

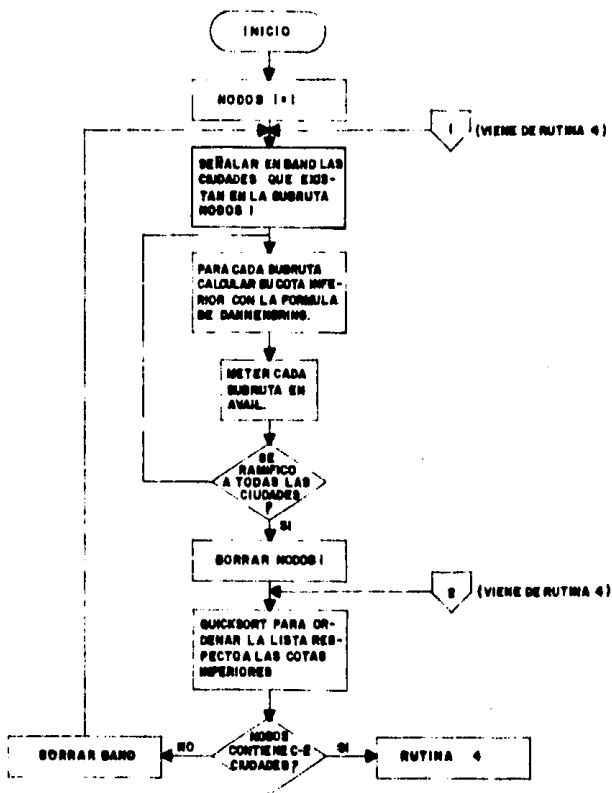
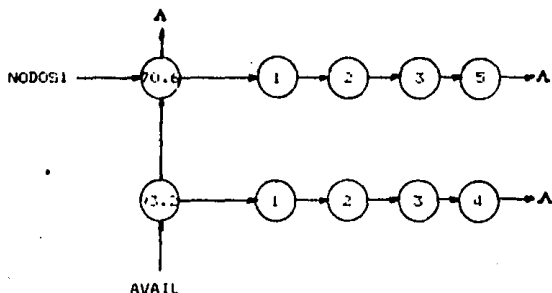


DIAGRAMA 7.7 RUTINA 3 RAMIFICACION

Para ilustrar como se realiza el manejo de las listas en esta rutina considérese como ejemplo que se tienen dos subrutas en la lista: 1 - 2 - 3 - 5 y 1 - 2 - 3 - 4 cuyas longitudes son 70.6 y 93.2 respectivamente, para un problema del agente viajero de 6 ciudades:



Rutina 4

En esta rutina se realiza el paso de acotamiento, es decir, la eliminación de aquellas subrutas de la lista tales que su cota inferior (longitud) sea mayor a la cota superior de ese momento. También aquí se ve si se ha llegado a la solución óptima.

El proceso de acotamiento tiene lugar cuando la subruta desde la que se va a ramificar contiene C-2 ciudades, ya que sólo existen dos rutas completas alternativas, con dos longitudes dadas LB1 y LB2. Por ejemplo, para un problema de 6 ciudades, si se tiene la subruta:

1--2--3--5

sólo existirán dos rutas completas a las cuales se puede viajar:

1--2--3--5--6--4--1, y:

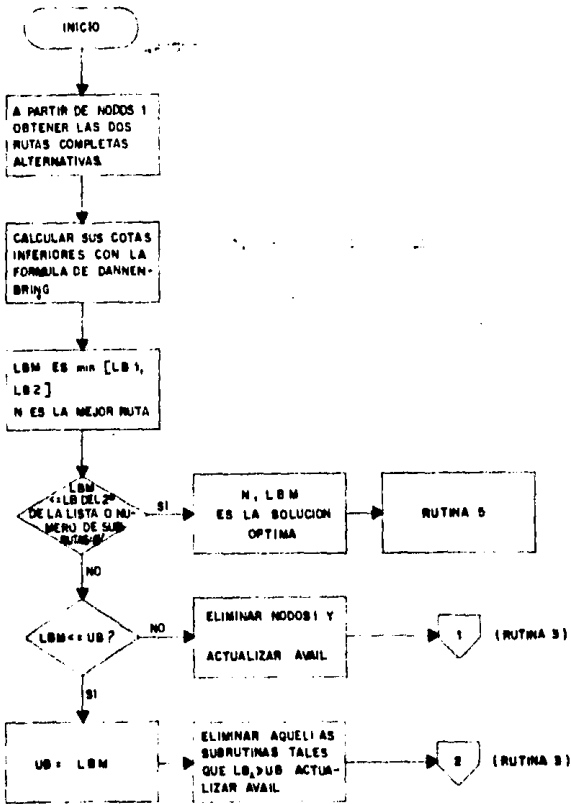
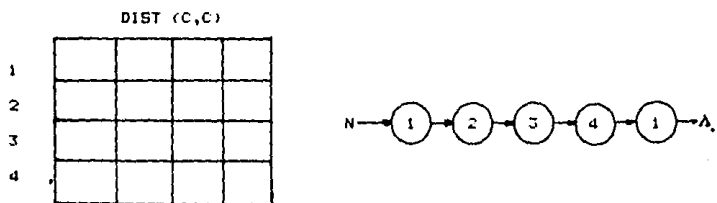
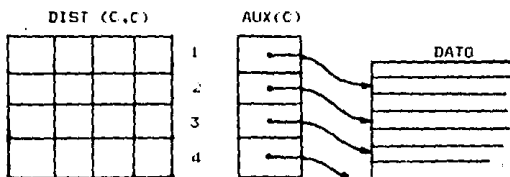


DIAGRAMA 7. 8 ACOTAMIENTO Y BUSQUEDA DE LA SOLUCION OPTIMA.

El único problema para guardar las ligas (apuntadores) de las ciudades que conforman la ruta óptima que sale de la rutina 4 (diagrama 7.8) es que estos apuntadores hacen referencia a las ciudades de la matriz de distancias:



Por ello, se hace uso del vector de apuntadores AUX que relaciona las ciudades de la matriz DATO con las de la matriz de distancias:



El diagrama 7.9 muestra el procedimiento de cómputo.

La ecuación para calcular el costo de una ruta será:

$$CT = C1 * D + C2 * (EF(IG) - EFCAB(IG)) + SUV$$

en donde:

C1 es el costo por km;

C2 es el costo de viáticos para un vendedor;

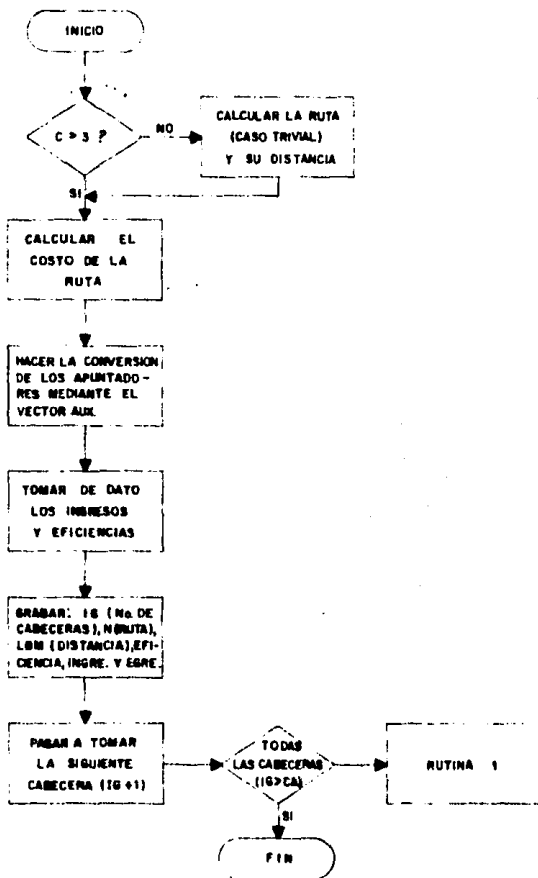


DIAGRAMA 7.9 GUARDAR RESULTADOS

EFCAB(IG) es el por ciento del tiempo del vendedor IG en la cabecera únicamente;

EF(IG) es el por ciento del tiempo del vendedor IG en toda la ruta.

Suv es el sueldo de un vendedor.

$EF(IG) - EFCAB(IG)$ nos dará el porcentaje de tiempo (parte de su eficiencia) que el vendedor IG está afuera de la ciudad cabecera. Este porcentaje de tiempo es el que incurre en el costo de viáticos, ya que el porcentaje EFCAB(IG) indica el porcentaje de tiempo que el vendedor permanece en la cabecera, por lo que al no salir de su ciudad de residencia no se gasta en hospedaje y viáticos.

REFERENCIAS AL CAPITULO VII.

- (1) WIRTH, N. , " Algoritmos + Estructuras de Datos = Programas"
pp. 82-88.

CAPITULO VIII EJECUCION DEL SISTEMA

1. Corrida ejemplo

Se obtuvieron datos de una empresa que deseaba colocar ventas en 400 ciudades y cuya clasificación de tipos de establecimientos, frecuencias de visitas por ciclo y tiempos estandar de visita fueron los siguientes:

| ESTABLECIMIENTO | FRECUENCIA DE VISITAS POR CICLO | TIEMPO STANDAR DE VISITA (HRS) |
|-----------------|---------------------------------|--------------------------------|
| AUTOSERVICIOS | 3 | 2 |
| MAYORISTAS | 2 | 1.2 |
| FARMACIAS | 1 | .5 |
| OTROS | 1 | 0.5 |
| GOBIERNO | 2 | 1.2 |
| INDUSTRIAS | 2 | 1.2 |

El número de semanas por ciclo de visitas fué de 6 .

Los costos fueron los siguientes:

SUELDOS:

GERENTE DISTRITAL : \$ 250 000 / MES

VENEDORES : \$ 130 000 / MES

VIATICOS: \$ 10 000 / DIA

COSTO POR l.m. : \$ 20 / Km

A cada gerente distrital le correspondieron cinco vendedores viajeros.

En el listado 1 se muestran las 400 ciudades sobre las que se realizaron las corridas correspondientes.

Es claro que aquellas rutas en las que los egresos sean mayores que los ingresos se eliminan por no convenir.

Cabe señalar que se introdujo una restricción adicional al calcular las rutas. Si la distancia a recorrer en la ruta es mayor que la máxima distancia que se puede recorrer a una velocidad dada y a un tiempo dado (tabla 8.1), la ruta se señala como no factible. La velocidad promedio se fijó en 60 km/hr y el tiempo total disponible se fijó en 40 hrs/semana. El tiempo en carretera se define, como ya explicamos, como: $(1 - \text{Eficiencia}) \times 40$

2. El experimento.

Los parámetros del sistema son como ya se indicó:

- Eficiencia de los vendedores = % del tiempo exclusivo para ventas y promoción
- Radio de influencia de las cabeceras.

Con estos dos factores se diseñó un experimento con el objetivo de hallar la pareja de valores eficiencia, radio que conllevara a la máxima utilidad. El método de búsqueda utilizado fue el del ascenso más pronunciado con unas corridas adicionales para localizar el óptimo.

Los resultados son los indicados en la figura 8.1

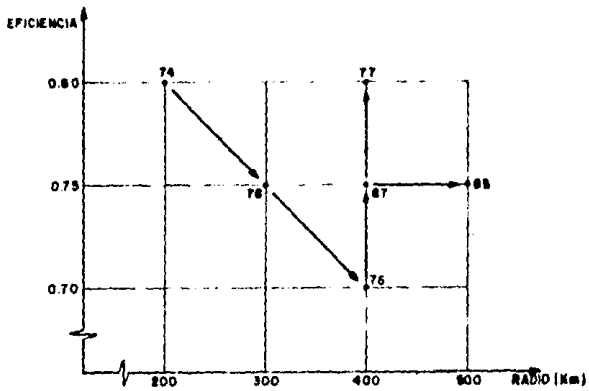


FIGURA 8.1-UTILIDADES OBTENIDAS EN LAS DIFERENTES CORRIDAS.
(MILLONES DE PESOS)

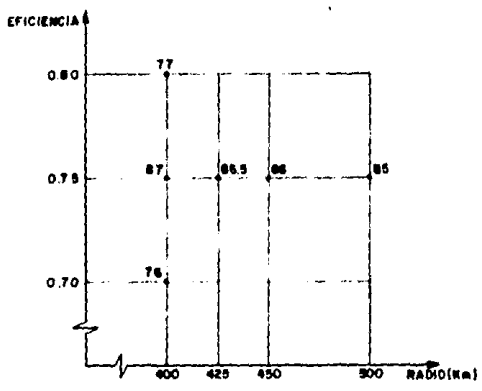


FIGURA 8.2.-CORRIDAS ADICIONALES PARA DETERMINAR LA UTILIDAD OPTIMA.

6 SEMANAS POR CICLO

40 HRS/SEM

| Eficiencia | Hrs. | Distancia maxima permitida | |
|------------|-------|----------------------------|--|
| | | 60 km/hr | |
| 0.6000 | 96.00 | 5760 | |
| 0.6050 | 94.80 | 5688 | |
| 0.6100 | 93.60 | 5616 | |
| 0.6150 | 92.40 | 5544 | |
| 0.6200 | 91.20 | 5472 | |
| 0.6250 | 90.00 | 5400 | |
| 0.6300 | 88.80 | 5328 | |
| 0.6350 | 87.60 | 5256 | |
| 0.6400 | 86.40 | 5184 | |
| 0.6450 | 85.20 | 5112 | |
| 0.6500 | 84.00 | 5040 | |
| 0.6550 | 82.80 | 4968 | |
| 0.6600 | 81.60 | 4896 | |
| 0.6650 | 80.40 | 4824 | |
| 0.6700 | 79.20 | 4752 | |
| 0.6750 | 78.00 | 4680 | |
| 0.6800 | 76.80 | 4608 | |
| 0.6850 | 75.60 | 4536 | |
| 0.6900 | 74.40 | 4464 | |
| 0.6950 | 73.20 | 4392 | |
| 0.7000 | 72.00 | 4320 | |
| 0.7050 | 70.80 | 4248 | |
| 0.7100 | 69.60 | 4176 | |
| 0.7150 | 68.40 | 4104 | |
| 0.7200 | 67.20 | 4032 | |
| 0.7250 | 66.00 | 3960 | |
| 0.7300 | 64.80 | 3888 | |
| 0.7350 | 63.60 | 3816 | |
| 0.7400 | 62.40 | 3744 | |
| 0.7450 | 61.20 | 3672 | |
| 0.7500 | 60.00 | 3600 | |
| 0.7550 | 58.80 | 3528 | |
| 0.7600 | 57.60 | 3456 | |
| 0.7650 | 56.40 | 3384 | |
| 0.7700 | 55.20 | 3312 | |
| 0.7750 | 54.00 | 3240 | |
| 0.7800 | 52.80 | 3168 | |
| 0.7850 | 51.60 | 3096 | |
| 0.7900 | 50.40 | 3024 | |
| 0.7950 | 49.20 | 2952 | |
| 0.8000 | 48.00 | 2880 | |
| 0.8050 | 46.80 | 2808 | |
| 0.8100 | 45.60 | 2736 | |
| 0.8150 | 44.40 | 2664 | |
| 0.8200 | 43.20 | 2592 | |
| 0.8250 | 42.00 | 2520 | |
| 0.8300 | 40.80 | 2448 | |
| 0.8350 | 39.60 | 2376 | |
| 0.8400 | 38.40 | 2304 | |
| 0.8450 | 37.20 | 2232 | |
| 0.8500 | 36.00 | 2160 | |

TABLA 8.1

| | | |
|--------|-------|----------|
| 0.8550 | 34.80 | 2088 |
| 0.8600 | 33.60 | 2016 |
| 0.8650 | 32.40 | 1944 |
| 0.8700 | 31.20 | 1872 |
| 0.8750 | 30.00 | 1800 |
| 0.8800 | 28.80 | 1728 |
| 0.8850 | 27.60 | 1656 |
| 0.8900 | 26.40 | 1584 |
| 0.8950 | 25.20 | 1512 |
| 0.9000 | 24.00 | 1440 |
| 0.9050 | 22.80 | 1368 |
| 0.9100 | 21.60 | 1296 |
| 0.9150 | 20.40 | 1224 |
| 0.9200 | 19.20 | 1152 |
| 0.9250 | 18.00 | 1080 |
| 0.9300 | 16.80 | 1008 |
| 0.9350 | 15.60 | 936 |
| 0.9400 | 14.40 | 864 |
| 0.9450 | 13.20 | 792 |
| 0.9500 | 12.00 | 720 |
| 0.9550 | 10.80 | 648 |
| 0.9600 | 9.60 | 576 |
| 0.9650 | 8.40 | 504 |
| 0.9700 | 7.20 | 432 |
| 0.9750 | 6.00 | 360 |
| 0.9800 | 4.80 | 288 |
| 0.9850 | 3.60 | 216 |
| 0.9900 | 2.40 | 144 |
| 0.9950 | 1.20 | 72 |
| 1.0000 | 0.00 | -3.2E-12 |

TABLE 9.1 (CONT.)

| MUNICIPIO | CANTIDAD | VALOR | PRECIO | ESTADO | | | | | | |
|-----------|----------|-------|------------|--------|----|----|----|----|----|----|
| | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| ABASOLO | 1 | 2072 | 107,000.00 | 0.00 | 1 | 0 | 11 | 2 | 0 | 14 |
| ACATEPEC | 1 | 2130 | 70,000.00 | 0.00 | 1 | 7 | 14 | 16 | 3 | 5 |
| ACATEPEC | 1 | 4201 | 69,500.00 | 0.00 | 11 | 14 | 1 | 4 | 4 | 13 |
| ACATEPEC | 1 | 1107 | 10,000.00 | 0.00 | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 22 |
| ACATEPEC | 1 | 1001 | 70,000.00 | 0.00 | 1 | 1 | 10 | 10 | 1 | 14 |
| ACATEPEC | 1 | 2070 | 5,000.00 | 0.00 | 17 | 5 | 10 | 5 | 4 | 2 |
| ACATEPEC | 1 | 2070 | 10,000.00 | 0.00 | 11 | 8 | 57 | 9 | 2 | 5 |
| ACATEPEC | 1 | 1314 | 103,000.00 | 0.00 | 1 | 21 | 1 | 30 | 12 | 23 |
| ACATEPEC | 1 | 1005 | 60,000.00 | 0.00 | 1 | 4 | 1 | 4 | 2 | 4 |
| ACATEPEC | 1 | 2070 | 10,000.00 | 0.00 | 5 | 5 | 15 | 5 | 1 | 21 |
| ACATEPEC | 1 | 310 | 20,000.00 | 0.00 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| ACATEPEC | 1 | 427 | 10,000.00 | 0.00 | 1 | 1 | 10 | 1 | 7 | 9 |
| ACATEPEC | 1 | 1074 | 10,000.00 | 0.00 | 1 | 3 | 10 | 11 | 1 | 14 |
| ACATEPEC | 1 | 1731 | 40,000.00 | 0.00 | 1 | 2 | 20 | 10 | 2 | 14 |
| ACATEPEC | 1 | 2130 | 100,000.00 | 0.00 | 64 | 1 | 7 | 1 | 10 | 70 |
| ACATEPEC | 1 | 110 | 100,000.00 | 0.00 | 5 | 1 | 10 | 3 | 2 | 8 |
| ACATEPEC | 1 | 2071 | 10,000.00 | 0.00 | 7 | 0 | 6 | 0 | 4 | 16 |
| ACATEPEC | 1 | 110 | 10,000.00 | 0.00 | 9 | 5 | 0 | 5 | 6 | 1 |
| ACATEPEC | 1 | 1009 | 10,000.00 | 0.00 | 1 | 4 | 0 | 7 | 0 | 5 |
| ACATEPEC | 1 | 1074 | 10,000.00 | 0.00 | 7 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ACATEPEC | 1 | 2071 | 10,000.00 | 0.00 | 9 | 0 | 2 | 2 | 4 | 1 |
| ACATEPEC | 1 | 1071 | 10,000.00 | 0.00 | 1 | 1 | 2 | 5 | 0 | 0 |
| ACATEPEC | 1 | 1071 | 10,000.00 | 0.00 | 5 | 1 | 7 | 1 | 1 | 0 |
| ACATEPEC | 1 | 307 | 10,000.00 | 0.00 | 1 | 3 | 1 | 1 | 4 | 2 |
| ACATEPEC | 1 | 70 | 10,000.00 | 0.00 | 1 | 0 | 1 | 4 | 0 | 0 |
| ACATEPEC | 1 | 90 | 10,000.00 | 0.00 | 1 | 2 | 9 | 8 | 1 | 0 |
| ACATEPEC | 1 | 1071 | 10,000.00 | 0.00 | 3 | 1 | 1 | 5 | 7 | 1 |
| ACATEPEC | 1 | 1071 | 10,000.00 | 0.00 | 4 | 2 | 3 | 1 | 1 | 0 |
| ACATEPEC | 1 | 1071 | 10,000.00 | 0.00 | 1 | 10 | 5 | 1 | 5 | 1 |

LISTADO 1

| | | | | | | | | | |
|-------------|---------|--------------|---------|---|----|-----|-----|-----|----|
| ALBUQUERQUE | 1377 | 100,9700,00 | 0,3750 | 1 | 4 | 12 | 7 | 5 | 0 |
| ALBUQUERQUE | 751 | 99,25 18,01 | 0,3300 | 1 | 2 | 5 | 4 | 2 | 3 |
| ALBUQUERQUE | 257 | 95,50 27,00 | 0,3275 | 1 | 1 | 9 | 1 | 4 | 5 |
| ALBUQUERQUE | 183 | 112,3 1,1 | 0,3100 | 1 | 2 | 5 | 1 | 1 | 0 |
| ALBUQUERQUE | 1047 | 94,65 18,5 | 0,3950 | 6 | 1 | 11 | 4 | 1 | 1 |
| ALBUQUERQUE | 693 | 79,10 27,00 | 0,2910 | 4 | 0 | 3 | 1 | 2 | 9 |
| ALBUQUERQUE | 1019 | 101,30 27,00 | 0,2900 | 6 | 0 | 12 | 5 | 2 | 1 |
| MEXICO D.F. | 50714 | 97,5 14,3 | 11,2900 | 1 | 56 | 147 | 1,3 | 146 | 31 |
| MEXICO D.F. | 1746 | 100,75 13,13 | 0,2900 | 1 | 4 | 15 | 2 | 1 | 5 |
| MEXICO D.F. | 746 | 102,00 13,14 | 0,2900 | 1 | 1 | 10 | 3 | 7 | 0 |
| MEXICO D.F. | 693 | 103,51 13,14 | 0,2817 | 5 | 0 | 11 | 4 | 2 | 2 |
| MEXICO D.F. | 141 | 101,00 27,00 | 0,2191 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| MEXICO D.F. | 70 | 109,05 13,13 | 0,2400 | 1 | 4 | 9 | 7 | 2 | 2 |
| MEXICO D.F. | 317,314 | 96,9 18,1 | 0,2310 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 0 |
| MEXICO D.F. | 215 | 105,43 13,13 | 0,2110 | 1 | 1 | 1 | 0 | 2 | 1 |
| MEXICO D.F. | 251 | 103,10 13,13 | 0,2100 | 1 | 2 | 6 | 1 | 1 | 1 |
| MEXICO D.F. | 2100 | 94,48 13,11 | 0,2050 | 1 | 3 | 9 | 5 | 4 | 3 |
| MEXICO D.F. | 770 | 106,5 13,11 | 0,1910 | 1 | 2 | 10 | 4 | 4 | 1 |
| MEXICO D.F. | 318 | 110,00 13,11 | 0,1800 | 1 | 2 | 4 | 2 | 0 | 1 |
| MEXICO D.F. | 102 | 114,00 13,11 | 0,2010 | 1 | 5 | 3 | 0 | 0 | 6 |
| MEXICO D.F. | 269 | 97,00 13,11 | 0,1900 | 1 | 2 | 9 | 0 | 0 | 4 |
| MEXICO D.F. | 816 | 95,90 13,11 | 0,1900 | 4 | 0 | 3 | 1 | 2 | 2 |
| MEXICO D.F. | 740 | 108,00 13,11 | 0,1800 | 1 | 7 | 11 | 1 | 1 | 3 |
| MEXICO D.F. | 702 | 100,00 13,11 | 0,1700 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| MEXICO D.F. | 4,1 | 110,00 13,11 | 0,1700 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| MEXICO D.F. | 207 | 91,4 20,90 | 0,1700 | 1 | 5 | 5 | 0 | 0 | 1 |
| MEXICO D.F. | 167 | 101,00 13,11 | 0,1510 | 1 | 1 | 7 | 0 | 5 | 5 |
| MEXICO D.F. | 111 | 105,00 13,11 | 0,1400 | 1 | 0 | 7 | 0 | 1 | 2 |
| MEXICO D.F. | 111 | 105,00 13,11 | 0,1400 | 1 | 0 | 7 | 0 | 1 | 2 |
| MEXICO D.F. | 140 | 114,00 13,11 | 0,1300 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

| | | | | | | | | |
|---|-----|------------|--------|---|---|---|---|---|
| 1 | 71 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 72 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 73 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 74 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 75 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 76 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 77 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 78 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 79 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 80 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 81 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 82 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 83 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 84 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 85 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 86 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 87 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 88 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 89 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 90 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 91 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 92 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 93 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 94 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 95 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 96 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 97 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 98 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 99 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 100 | 100.4 21.3 | 0.0761 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

| | | | | | | | | |
|--------|----|--------|-------|--------|---|---|---|---|
| 1 | 41 | 97.2 | 10.1 | 0.0141 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 75 | 93 | 10 | 0.0121 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 33 | 100.7 | 10.1 | 0.0141 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 10 | 92.75 | 16.75 | 0.0139 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 71 | 100.2 | 10 | 0.0139 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 7 | 100.4 | 20.05 | 0.017 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 20 | 105.5 | 20.31 | 0.0139 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 12 | 105.1 | 11.1 | 0.0137 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 19 | 93.1 | 19.1 | 0.0137 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 17 | 100.89 | 14.6 | 0.0137 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 14 | 99.24 | 15.68 | 0.0137 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 10 | 100.4 | 30.15 | 0.0173 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 24 | 93.1 | 17.67 | 0.0137 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 10 | 100.4 | 17.64 | 0.0137 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 10 | 100.4 | 17.64 | 0.0137 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 12 | 107.5 | 25.52 | 0.0111 | 0 | 0 | 4 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 17 | 103.1 | 27.7 | 0.0121 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 17 | 104.1 | 19.1 | 0.0111 | 0 | 0 | 3 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 57 | 102.1 | 19.9 | 0.0111 | 0 | 0 | 3 | 1 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 40 | 100.1 | 11.08 | 0.0111 | 0 | 0 | 3 | 1 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 57 | 100.4 | 50.05 | 0.0111 | 0 | 0 | 4 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 11 | 104.7 | 20.5 | 0.0111 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 17 | 100.4 | 17.05 | 0.0111 | 0 | 0 | 4 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 54 | 95.1 | 20.11 | 0.0081 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 73 | 97.1 | 11.69 | 0.0087 | 0 | 0 | 3 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 12 | 100.4 | 10.1 | 0.0111 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 17 | 91.1 | 10.12 | 0.0083 | 0 | 1 | 4 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 71 | 110.1 | 12.1 | 0.0083 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 17 | 100.4 | 10.1 | 0.0111 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 17 | 100.4 | 10.1 | 0.0111 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 17 | 100.4 | 10.1 | 0.0111 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |
| 1 | 17 | 100.4 | 10.1 | 0.0111 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| AMATEL | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|-------------|----|--------|-------|--------|---|---|---|---|---|
| U. HEDALCO | 16 | 29.41 | 10.11 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TEMAJALCO | 17 | 115.1 | 21.23 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 21 | 142.00 | 11.6 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 20 | 107.00 | 11.6 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 28 | 100.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 30 | 59.0 | 10.70 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 31 | 110.0 | 11.70 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 32 | 114.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 33 | 100.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 34 | 104.0 | 10.15 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 35 | 100.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 36 | 78.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 37 | 140.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 38 | 100.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 39 | 110.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 40 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 41 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 42 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 43 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 44 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 45 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 46 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 47 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 48 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 49 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TETLAHUALCO | 50 | 90.0 | 10.10 | 0.0050 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

- 2 - PAYROLL
- 3 - TAXES
- 4 - OTHER
- 5 - BOND
- 7 - INSURANCE

Podemos concluir que en una primera aproximación el óptimo se encuentra alrededor del punto eficiencia = .75 y radio = 400 km. Es claro que se pudo haber seguido buscando la utilidad óptima con mayor exactitud aumentando el número de pruebas alrededor de este punto.

La salida del programa es la señalada en el listado 2.

Como se puede apreciar, los resultados se muestran para un ciclo (6 semanas en este caso) y para un mes. A su vez se calculan los resultados para todas las rutas en primer lugar y luego eliminando tanto las rutas que no convienen como las no factibles.

E. C. OMBIA - 1975

1975 (A. 1. 40)

| ESTADO | NO. DE EJECUCIONES | IMPORTE | COMISOS |
|-------------|--------------------|------------------|-----------------|
| CHIHUAHUA | 2 | \$ 8,121,773.00 | \$ 540,000.00 |
| MICHOACAN | 2 | \$ 7,750,000.00 | \$ 810,000.00 |
| MEXICO D.F. | 11 | \$ 55,077,000.00 | \$ 2,970,000.00 |
| MONTECEROS | 1 | \$ 211,557.75 | \$ 270,000.00 |
| TAMISCO | 1 | \$ 2,100,000.00 | \$ 270,000.00 |
| TJAJUMAR | 1 | \$ 2,124,617.50 | \$ 270,000.00 |

MONTECEROS EN PLANTA DE EJECUCION (A)

| ESTADO | NO. DE EJECUCIONES | IMPORTE | COMISOS |
|-------------|--------------------|-----------------|-----------------|
| CHIHUAHUA | 1 | \$ 1,170,000.00 | \$ 1,170,000.00 |
| MICHOACAN | 1 | \$ 1,170,000.00 | \$ 1,170,000.00 |
| MEXICO D.F. | 1 | \$ 1,170,000.00 | \$ 1,170,000.00 |
| MONTECEROS | 1 | \$ 1,170,000.00 | \$ 1,170,000.00 |
| TAMISCO | 1 | \$ 1,170,000.00 | \$ 1,170,000.00 |
| TJAJUMAR | 1 | \$ 1,170,000.00 | \$ 1,170,000.00 |

LISTADO 2

VENECIADOS REALES

RUTA
 CIUDAD CASTROVA 1
 RUTA 2
 3

DISTANCIA REQUERIDA 21000
 EFICIENCIA DEL MANEJO 10000 INGRESOS \$ 3,000,000.00
 EGRESOS \$ 400,000.00

RUTA
 CIUDAD CASTROVA 1
 RUTA 2
 3
 4

DISTANCIA REQUERIDA 5000
 EFICIENCIA DEL MANEJO 1 INGRESOS \$ 3,400,000.00
 EGRESOS \$ 410,735.10

RUTA
 CIUDAD CASTROVA 1
 RUTA 2
 3
 4
 5

DISTANCIA REQUERIDA 1000
 EFICIENCIA DEL MANEJO 10000 INGRESOS \$ 5,000,000.00
 EGRESOS \$ 470,610.70

RUTA 4
 CIUDAD CASTROVA 1
 RUTA 2
 3

DISTANCIA REQUERIDA 2000
 EFICIENCIA DEL MANEJO 10000 INGRESOS \$ 1,000,000.00
 EGRESOS \$ 400,000.00

RUTA 7
 CIUDAD CASTROVA 1
 RUTA 2
 3
 4

DISTANCIA REQUERIDA 2000
 EFICIENCIA DEL MANEJO 10000 INGRESOS \$ 1,000,000.00
 EGRESOS \$ 400,000.00

RUTA 6
 CIUDAD CASTROVA 1
 RUTA 2

DISTANCIA RECORRIDA 111.5
EFICIENCIA DEL MONITOR 1.9504

INGRESOS \$ 2,000,000.00
EGRESOS \$ 1,000,000.00

RUTA 7
CIUDAD ORIZABA
RUTA
1 UTOX
2 CERRITOS
3 TOLUCA
4 LEON

DISTANCIA RECORRIDA 270.5
EFICIENCIA DEL MONITOR 1.9504
INGRESOS \$ 2,530,000.00
EGRESOS \$ 472,070.40

RUTA 8
CIUDAD CARRETERA
RUTA
1 GUADAJAJARA
2 DELAYA
3 JUCOTA
4 CUERNAVACA

DISTANCIA RECORRIDA 371.1
EFICIENCIA DEL MONITOR 1.9200
INGRESOS \$ 4,741,267.00
EGRESOS \$ 491,248.30

RUTA 9
CIUDAD CARRETERA
RUTA
1 VILLAHERRERA
2 MONTITLÁN
3 TOLUCA
4 TEPIC
5 VILLAHERRERA

DISTANCIA RECORRIDA 410.0
EFICIENCIA DEL MONITOR 1.91
INGRESOS \$ 4,100,000.00
EGRESOS \$ 497,510.00

RUTA 10
CIUDAD CARRETERA
RUTA
1 TOLUCA
2 ESTADILLA
3 MONTANAZO
4 LA PAZ
5 TOLUCA

DISTANCIA RECORRIDA 410.0
EFICIENCIA DEL MONITOR 1.91
INGRESOS \$ 4,100,000.00
EGRESOS \$ 497,510.00

RUTA 10
CIUDAD CARRETERA
RUTA
1 TOLUCA
2 ESTADILLA
3 MONTANAZO
4 LA PAZ
5 TOLUCA

DISTANCIA RECORRIDA 410.0

ESTADO DE GUATEMALA

INFORME DE
INGRESOS Y EGRESOS

CIUDAD DE GUATEMALA
GUATEMALA

1. GUATEMALA
2. SAN JUAN CILAC
3. SAN JUAN CILAC
4. SAN JUAN CILAC

ESTADO DE GUATEMALA
CIUDAD DE GUATEMALA

INGRESOS 1 1,700,000.00
EGRESOS 1 810,540.00

CIUDAD DE GUATEMALA
GUATEMALA

1. GUATEMALA
2. SAN JUAN CILAC
3. SAN JUAN CILAC
4. SAN JUAN CILAC
5. SAN JUAN CILAC

ESTADO DE GUATEMALA
CIUDAD DE GUATEMALA

INGRESOS 1 1,400,000.00
EGRESOS 1 599,764.00

CIUDAD DE GUATEMALA
GUATEMALA

1. GUATEMALA
2. SAN JUAN CILAC
3. SAN JUAN CILAC
4. SAN JUAN CILAC
5. SAN JUAN CILAC

ESTADO DE GUATEMALA
CIUDAD DE GUATEMALA

INGRESOS 1 2,100,000.00
EGRESOS 1 810,000.00

CIUDAD DE GUATEMALA
GUATEMALA

1. GUATEMALA
2. SAN JUAN CILAC
3. SAN JUAN CILAC
4. SAN JUAN CILAC

ESTADO DE GUATEMALA
CIUDAD DE GUATEMALA

INGRESOS 1 1,200,000.00
EGRESOS 1 700,417.00

ESTADO DE GUATEMALA
CIUDAD DE GUATEMALA

INGRESOS 1 1,500,000.00
EGRESOS 1 800,000.00

RUTA 10
 DISTRITO CANTONERA
 RUTA

1. TIBERIAS
2. EL CANTON
3. TIBERIAS
4. FINCA

DISTRITO CANTONERA 2000
 PRESUPUESTO DEL EJERCICIO 1959

| | |
|------------|---------------|
| INGRESOS 4 | 10,700,000.00 |
| EGRESOS 4 | 10,700,000.00 |

RUTA 10
 DISTRITO CANTONERA

RUTA

1. TIBERIAS
2. MOYALBA
3. TIBERIAS
4. TIBERIAS

DISTRITO SECTRICA 2010
 PRESUPUESTO DEL EJERCICIO 1959

| | |
|------------|--------------|
| INGRESOS 4 | 7,033,000.00 |
| EGRESOS 4 | 5,000,000.00 |

RUTA 10
 DISTRITO CANTONERA
 RUTA

1. TIBERIAS
2. CO. DEL CARRIL
3. M. CANTONERA
4. AGUA CALIENTE
5. TIBERIAS
6. TIBERIAS
7. TIBERIAS
8. TIBERIAS
9. TIBERIAS
10. TIBERIAS

DISTRITO SECTRICA 2020
 PRESUPUESTO DEL EJERCICIO 1959

| | |
|------------|--------------|
| INGRESOS 4 | 3,000,000.00 |
| EGRESOS 4 | 3,000,000.00 |

RUTA 10
 DISTRITO CANTONERA
 RUTA

1. MOYALBA
2. MOYALBA
3. TIBERIAS
4. TIBERIAS
5. TIBERIAS

DISTRITO SECTRICA 2030
 PRESUPUESTO DEL EJERCICIO 1959

| | |
|------------|--------------|
| INGRESOS 4 | 1,000,000.00 |
| EGRESOS 4 | 1,000,000.00 |

RUTA 20
 DISTRITO CANTONERA
 RUTA

1. TIBERIAS
2. TIBERIAS
3. TIBERIAS
4. TIBERIAS
5. TIBERIAS

RUTA 10 SECTRICA 2040

ESTADIA DE BARRIO DE LOS ANGELES 1954 11340,000.00
 DEPOSITO 1 10,511.00

PLATA DE
 CIUDAD DE GUAYMA
 PLATA

1. DON GUAYMA JR
 2. GUAYMA
 3. REVOLTA
 4. ALVARO
 5. P. GUAYMA
 6. GUAYMA

ESTADIA DE BARRIO DE LOS ANGELES 1954 11340,000.00
 DEPOSITO 1 10,511.00

PLATA DE
 CIUDAD DE GUAYMA
 PLATA

1. GUAYMA
 2. GUAYMA
 3. GUAYMA
 4. GUAYMA
 5. GUAYMA

ESTADIA DE BARRIO DE LOS ANGELES 1954 11340,000.00
 DEPOSITO 1 10,511.00

PLATA DE
 CIUDAD DE GUAYMA
 PLATA

1. GUAYMA
 2. GUAYMA
 3. GUAYMA
 4. GUAYMA
 5. GUAYMA
 6. GUAYMA

ESTADIA DE BARRIO DE LOS ANGELES 1954 11340,000.00
 DEPOSITO 1 10,511.00

PLATA DE
 CIUDAD DE GUAYMA
 PLATA

1. GUAYMA
 2. GUAYMA
 3. GUAYMA
 4. GUAYMA
 5. GUAYMA
 6. GUAYMA

ESTADIA DE BARRIO DE LOS ANGELES 1954 11340,000.00
 DEPOSITO 1 10,511.00

PLATA DE
 CIUDAD DE GUAYMA
 PLATA

1. GUAYMA
 2. GUAYMA
 3. GUAYMA
 4. GUAYMA
 5. GUAYMA
 6. GUAYMA

DISTANCIA RECORRIDA (KMS.)
EFICIENCIA DEL MOTOR (L/100K)

INGRESOS : 1.551,201.00
EGRESOS : 461,349.00

ROTA :
CIUDAD CARRETERA
RUTA

1. LEO, ADOLE
2. GUANAJUATO
3. GUANAJUATO
4. GUANAJUATO
5. GUANAJUATO

DISTANCIA RECORRIDA (KMS.)
EFICIENCIA DEL MOTOR (L/100K)

INGRESOS : 2,005,000.00
EGRESOS : 422,240.00

ROTA :
CIUDAD CARRETERA
RUTA

1. GUANAJUATO
2. GUANAJUATO
3. MEXICO, LEON
4. MEXICO, LEON
5. MEXICO, LEON
6. MEXICO, LEON
7. MEXICO, LEON
8. MEXICO, LEON
9. MEXICO, LEON

DISTANCIA RECORRIDA (KMS.)
EFICIENCIA DEL MOTOR (L/100K)

INGRESOS : 1,440,114.00
EGRESOS : 340,124.00

ROTA :
CIUDAD CARRETERA
RUTA

1. GUANAJUATO
2. GUANAJUATO
3. GUANAJUATO
4. GUANAJUATO
5. GUANAJUATO
6. GUANAJUATO
7. GUANAJUATO

DISTANCIA RECORRIDA (KMS.)
EFICIENCIA DEL MOTOR (L/100K)

INGRESOS : 707,000.00
EGRESOS : 44,247.00

ROTA :
CIUDAD CARRETERA
RUTA

1. GUANAJUATO
2. GUANAJUATO
3. GUANAJUATO
4. GUANAJUATO
5. GUANAJUATO
6. GUANAJUATO
7. GUANAJUATO
8. GUANAJUATO
9. GUANAJUATO

- 13 MARIPOSILLA
- 14 TITICACA
- 15 DIFUSION
- 16 FERIA
- 17 CANTON
- 18 FERIA
- 19 MARIPOSILLA
- 20 MARIPOSILLA

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA Y FINANZAS
 DIRECCION GENERAL DE MONEDAS Y CREDITO
 MONEDA 1 1.000.000,00
 DEPARTAMENTO 1.000.000,00

- MONEDA 33
 DEPARTAMENTO DE ECONOMIA Y FINANZAS
 DEPARTAMENTO
- 1 MARIPOSILLA
 - 2 SANTIAGO
 - 3 EL TITICACA
 - 4 DIFUSION
 - 5 FERIA
 - 6 LA PAZ
 - 7 MARIPOSILLA
 - 8 MARIPOSILLA
 - 9 MARIPOSILLA
 - 10 MARIPOSILLA
 - 11 MARIPOSILLA
 - 12 MARIPOSILLA
 - 13 MARIPOSILLA
 - 14 MARIPOSILLA
 - 15 MARIPOSILLA
 - 16 MARIPOSILLA
 - 17 MARIPOSILLA
 - 18 MARIPOSILLA
 - 19 MARIPOSILLA

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA Y FINANZAS
 DIRECCION GENERAL DE MONEDAS Y CREDITO
 MONEDA 4 1.000.000,00
 DEPARTAMENTO 1.000.000,00

- MONEDA 34
 DEPARTAMENTO DE ECONOMIA Y FINANZAS
 DEPARTAMENTO
- 1 MARIPOSILLA
 - 2 MARIPOSILLA
 - 3 MARIPOSILLA
 - 4 MARIPOSILLA

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA Y FINANZAS
 DIRECCION GENERAL DE MONEDAS Y CREDITO
 MONEDA 5 1.000.000,00
 DEPARTAMENTO 1.000.000,00

- MONEDA 35
 DEPARTAMENTO DE ECONOMIA Y FINANZAS
 DEPARTAMENTO
- 1 MARIPOSILLA
 - 2 MARIPOSILLA
 - 3 MARIPOSILLA
 - 4 MARIPOSILLA

ESTADO A RECORRER EN EL
DEPARTAMENTO DE BOGOTÁ

INDICIO 3 1 21,500,000
EJECUCIÓN 4 3,143,000

DEPARTAMENTO DE BOGOTÁ - No. de personas de raza indígena en el DEPARTAMENTO DE BOGOTÁ
1973 31

DEPARTAMENTO DE BOGOTÁ
BOGOTÁ

- 1 BOGOTÁ
- 2 BOGOTÁ
- 3 BOGOTÁ
- 4 BOGOTÁ
- 5 BOGOTÁ
- 6 BOGOTÁ
- 7 BOGOTÁ
- 8 BOGOTÁ
- 9 BOGOTÁ
- 10 BOGOTÁ
- 11 BOGOTÁ
- 12 BOGOTÁ

ESTADO A RECORRER EN EL
DEPARTAMENTO DE BOGOTÁ

INDICIO 4 1 610,000,000
EJECUCIÓN 3 10,140,000

DEPARTAMENTO DE BOGOTÁ - No. de personas de raza indígena en el DEPARTAMENTO DE BOGOTÁ

BOGOTÁ
BOGOTÁ

- 1 BOGOTÁ
- 2 BOGOTÁ
- 3 BOGOTÁ
- 4 BOGOTÁ
- 5 BOGOTÁ
- 6 BOGOTÁ
- 7 BOGOTÁ
- 8 BOGOTÁ
- 9 BOGOTÁ
- 10 BOGOTÁ
- 11 BOGOTÁ
- 12 BOGOTÁ
- 13 BOGOTÁ
- 14 BOGOTÁ
- 15 BOGOTÁ
- 16 BOGOTÁ
- 17 BOGOTÁ
- 18 BOGOTÁ
- 19 BOGOTÁ
- 20 BOGOTÁ
- 21 BOGOTÁ

ESTADO A RECORRER EN EL
DEPARTAMENTO DE BOGOTÁ

INDICIO 4 1 665,000,000
EJECUCIÓN 1 639,235,000

BOGOTÁ
BOGOTÁ

- 1 BOGOTÁ
- 2 BOGOTÁ
- 3 BOGOTÁ
- 4 BOGOTÁ
- 5 BOGOTÁ
- 6 BOGOTÁ
- 7 BOGOTÁ

1. ASISTENTE

- 1. ASISTENTE
- 2. ASISTENTE
- 3. ASISTENTE
- 4. ASISTENTE
- 5. ASISTENTE
- 6. ASISTENTE
- 7. ASISTENTE
- 8. ASISTENTE
- 9. ASISTENTE
- 10. ASISTENTE
- 11. ASISTENTE
- 12. ASISTENTE
- 13. ASISTENTE
- 14. ASISTENTE
- 15. ASISTENTE
- 16. ASISTENTE
- 17. ASISTENTE
- 18. ASISTENTE
- 19. ASISTENTE
- 20. ASISTENTE
- 21. ASISTENTE
- 22. ASISTENTE
- 23. ASISTENTE
- 24. ASISTENTE
- 25. ASISTENTE
- 26. ASISTENTE
- 27. ASISTENTE
- 28. ASISTENTE
- 29. ASISTENTE
- 30. ASISTENTE
- 31. ASISTENTE
- 32. ASISTENTE
- 33. ASISTENTE
- 34. ASISTENTE
- 35. ASISTENTE
- 36. ASISTENTE
- 37. ASISTENTE
- 38. ASISTENTE
- 39. ASISTENTE
- 40. ASISTENTE
- 41. ASISTENTE
- 42. ASISTENTE
- 43. ASISTENTE
- 44. ASISTENTE
- 45. ASISTENTE
- 46. ASISTENTE
- 47. ASISTENTE
- 48. ASISTENTE
- 49. ASISTENTE
- 50. ASISTENTE
- 51. ASISTENTE
- 52. ASISTENTE
- 53. ASISTENTE
- 54. ASISTENTE
- 55. ASISTENTE
- 56. ASISTENTE
- 57. ASISTENTE
- 58. ASISTENTE
- 59. ASISTENTE
- 60. ASISTENTE
- 61. ASISTENTE
- 62. ASISTENTE
- 63. ASISTENTE
- 64. ASISTENTE
- 65. ASISTENTE
- 66. ASISTENTE
- 67. ASISTENTE
- 68. ASISTENTE
- 69. ASISTENTE
- 70. ASISTENTE
- 71. ASISTENTE
- 72. ASISTENTE
- 73. ASISTENTE
- 74. ASISTENTE
- 75. ASISTENTE
- 76. ASISTENTE
- 77. ASISTENTE
- 78. ASISTENTE
- 79. ASISTENTE
- 80. ASISTENTE
- 81. ASISTENTE
- 82. ASISTENTE
- 83. ASISTENTE
- 84. ASISTENTE
- 85. ASISTENTE
- 86. ASISTENTE
- 87. ASISTENTE
- 88. ASISTENTE
- 89. ASISTENTE
- 90. ASISTENTE
- 91. ASISTENTE
- 92. ASISTENTE
- 93. ASISTENTE
- 94. ASISTENTE
- 95. ASISTENTE
- 96. ASISTENTE
- 97. ASISTENTE
- 98. ASISTENTE
- 99. ASISTENTE
- 100. ASISTENTE

SISTEMA DE CONTROL DE CALIDAD DE LOS PRODUCTOS DE LA INDUSTRIA QUIMICA
 ENCUESTA DE OPINION DE LOS PRODUCTORES DE LA INDUSTRIA QUIMICA
 ENCUESTA DE OPINION DE LOS PRODUCTORES DE LA INDUSTRIA QUIMICA

ENCUESTA DE OPINION DE LOS PRODUCTORES DE LA INDUSTRIA QUIMICA
 ENCUESTA DE OPINION DE LOS PRODUCTORES DE LA INDUSTRIA QUIMICA
 ENCUESTA DE OPINION DE LOS PRODUCTORES DE LA INDUSTRIA QUIMICA

ENCUESTA DE OPINION DE LOS PRODUCTORES DE LA INDUSTRIA QUIMICA
 ENCUESTA DE OPINION DE LOS PRODUCTORES DE LA INDUSTRIA QUIMICA
 ENCUESTA DE OPINION DE LOS PRODUCTORES DE LA INDUSTRIA QUIMICA

CIUDADELA
CIUDAD GUERRERA
CIUDADELA

1. CIUDAD GUERRERA
2. LAZARCA
3. EL SALVADOR
4. TOLUCA
5. CIUDAD GUERRERA

CIUDAD GUERRERA 1219
CIUDAD GUERRERA 1219

INGRESOS \$ 10,000.00
GASTOS \$ 1,177,864.00

CIUDADELA
CIUDADELA
CIUDADELA

1. AGUILERA
2. CIUDADELA
3. EL SALVADOR
4. CIUDAD GUERRERA
5. CIUDAD GUERRERA
6. CIUDAD GUERRERA
7. CIUDAD GUERRERA
8. CIUDAD GUERRERA
9. CIUDAD GUERRERA
10. CIUDAD GUERRERA
11. CIUDAD GUERRERA
12. CIUDAD GUERRERA
13. CIUDAD GUERRERA
14. CIUDAD GUERRERA
15. CIUDAD GUERRERA
16. CIUDAD GUERRERA
17. CIUDAD GUERRERA
18. CIUDAD GUERRERA
19. CIUDAD GUERRERA
20. CIUDAD GUERRERA
21. CIUDAD GUERRERA
22. CIUDAD GUERRERA
23. CIUDAD GUERRERA
24. CIUDAD GUERRERA
25. CIUDAD GUERRERA
26. CIUDAD GUERRERA
27. CIUDAD GUERRERA
28. CIUDAD GUERRERA

CIUDAD GUERRERA 1219
CIUDAD GUERRERA 1219

INGRESOS \$ 1,000,000.00
GASTOS \$ 1,041,473.00

CIUDADELA
CIUDADELA
CIUDADELA

1. CIUDAD GUERRERA
2. CIUDAD GUERRERA
3. CIUDAD GUERRERA
4. CIUDAD GUERRERA
5. CIUDAD GUERRERA
6. CIUDAD GUERRERA
7. CIUDAD GUERRERA
8. CIUDAD GUERRERA
9. CIUDAD GUERRERA
10. CIUDAD GUERRERA

- 21 ...
- 22 ...
- 23 ...
- 24 ...
- 25 ...
- 26 ...
- 27 ...
- 28 ...
- 29 ...
- 30 ...
- 31 ...

... 4370
 ... 1974

IMPRESO \$ 142,000.00
 ... \$ 1,137,710.00

... 1974 ...

... 1974

- 1 ...
- 2 ...
- 3 ...
- 4 ...
- 5 ...
- 6 ...
- 7 ...
- 8 ...
- 9 ...
- 10 ...
- 11 ...

... 1974
 ... 1974

IMPRESO \$ 22,000.00
 ... \$ 1,169,000.00

... 1974 ...

... 1974

- 1 ...
- 2 ...
- 3 ...
- 4 ...
- 5 ...

... 1974
 ... 1974

IMPRESO \$ 86,000.00
 ... \$ 1,977,100.00

... 1974 ...

RESULTS OF 1988-89

RESULTS OF 1988-89

| | |
|--|-----------------|
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 30 |
| TOTAL FEE DETAILED | \$ 1,447,710.00 |
| DUPLICATE | \$ 10,000.00 |
| UTILITIES (WATER, GAS) | \$ 100,000.00 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 1 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 1 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 0 |
| EXPENSES (SALARIES, BENEFITS, MATERIALS) | 0.00 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 1,012.75 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 0.511 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 05.000 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 0.750 |

RESULTS OF 1988-89

| | |
|--|---------------|
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 11 |
| TOTAL FEE DETAILED | 3 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 0 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 200 |
| EXPENSES (SALARIES, BENEFITS, MATERIALS) | \$ 100,000.00 |
| UTILITIES (WATER, GAS) | \$ 100,000.00 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 1 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 1 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 0 |
| EXPENSES (SALARIES, BENEFITS, MATERIALS) | 0.000 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 000.000 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 0.00 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 00.00 |
| NO. OF STUDENTS REGISTERED | 0.000 |

COMPTARE LAS UNIDAD

RESUMEN DE LAS UNIDADES

| | |
|--|-------------------|
| NO. DE UNIDADES REGISTRADAS | 277 |
| VALORES TOTALES | \$ 137,978,208.00 |
| VALOR TOTAL | \$ 30,574,621.00 |
| VALOR DE BIENES TOTALES | \$ 6,107,584.00 |
| VALOR DE BIENES DE LOS ASES | 24 |
| VALOR DE BIENES DE LOS AJUSTES | 47 |
| VALOR DE BIENES DE LOS DISTALES | 0 |
| VALOR DE BIENES DE LOS VEHICULOS | 0.200 |
| DISTRIBUCION DE LOS BIENES | 134,875 |
| NO. DE UNIDADES REGISTRADAS POR DISTRITO | 8.51 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS | 37,2599 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS VIAJEROS | 0.751 |

RESUMEN DE LAS UNIDADES REGISTRADAS Y VENTURAS QUE NO CONVIENEN

| | |
|--|------------------|
| NO. DE UNIDADES REGISTRADAS | 10 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS | 5 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS DE LOS AJUSTES | 5 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS DE LOS DISTALES | 200 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS DE LOS VEHICULOS | 0.100,048.00 |
| VALOR TOTAL | \$ 17,600,210.00 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS | \$ 99,200,000.00 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS DE LOS AJUSTES | 30 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS DE LOS DISTALES | 7 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS DE LOS VEHICULOS | 0.200 |
| DISTRIBUCION DE LOS BIENES | 99,200 |
| NO. DE UNIDADES REGISTRADAS POR DISTRITO | 0.000 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS | 33.04 |
| VALOR DE BIENES REGISTRADOS VIAJEROS | 0.9994 |

IX. CONCLUSIONES

El sistema de asignación de vendedores y trazo de rutas aquí presentado proporciona una respuesta al problema de definir qué vendedores deben visitar qué puntos de demanda y a su vez en qué orden debe cada vendedor visitar a dichos puntos con el objetivo de maximizar una función de utilidad.

Como en cualquier experimento, se hallaron factores que alteraban la función de respuesta del sistema de manera notoria.

Dentro de los factores más fácilmente controlables y que inciden en mayor medida en el comportamiento de la función de respuesta se tienen tanto el radio de asignación o de influencia de las ciudades cabeceras como la eficiencia global deseada, definida como el porcentaje de tiempo que un vendedor tiene para realizar exclusivamente actividades de venta y promoción, excluyendo el tiempo de traslado entre los diferentes puntos de demanda.

Una vez realizados los corridos del sistema correspondientes a los datos de una empresa ejemplo, se puede inferir que, para posteriores corridos de otras empresas, la región de optimalidad se encuentra en la zona de radios grandes (i.e. 300 a 500 kms.) - lo que hace que aumenten el número de ciudades (puntos de demanda) asignadas a cada ciudad cabecera, lo cual hace a su vez que disminuya el número de rutas y por lo tanto de vendedores viajeros, y en la zona de eficiencias bajas (i.e. 0.70 a 0.85) para que los vendedores, al ser pocos en número y tener muchas ciudades que visitar, tengan el suficiente tiempo de traslado de una ciudad a otra, evitando así que se agota una ciudad como no factible, disminuyendo la

utilidad. Factores más grandes que los señalados hacen que la calidad de las rutas se deteriore y las utilidades comiencen a bajar, lo que indica un claro comportamiento paradójico de los factores controlables contra la función de respuesta.

En cuanto al análisis de regresión, se puede concluir que sirve para mejorar la calidad de las rutas, y que, a menos que se quiera hacer el análisis para otro país, es suficiente con los resultados obtenidos, por lo que el paso 2 de la metodología puede ya no llevarse a cabo en posteriores análisis.

Por otra parte, para la fase de implementación del sistema se deberá contar con la estrecha colaboración del departamento de ventas de la empresa, al cual se le deberá proporcionar primeramente un análisis de su situación actual, para compararla con la situación propuesta por el sistema. De esta manera, se puede obtener más credibilidad hacia la solución obtenida y se podrá hacer más fácilmente un análisis económico respecto al costo de la implementación. Para ello, será necesario contar con un sistema inverso, por así decirlo, que tome la distribución actual de vendedores de la empresa y la analice bajo las mismas características que se utilizan en el sistema de asignación de vendedores y trazo de rutas óptimas, proporcionando con esto un punto de comparación entre la situación actual y la propuesta.

Por último, el sistema deberá contemplar restricciones adicionales, como puede ser la de la capacidad del vehículo de cada vendedor. En el sistema se supone que los vendedores sólo están levantando pedidos y no entrando de los productos, por lo que con la restricción adicional de capacidad en el sistema se puede entender a un sistema de

distribución de mercancías.

BIBLIOGRAFIA GENERAL

Investigación de Operaciones

JAUFFRED, F. J. , MORENO BONNEL, A. , ACOSTA , J. J. , " Técnicas de Optimización ". Representaciones y servicios de Ingeniería B.A.. México, 1974.

JARVIS, J. J. , RATLIFF, H. D. , " Distribution and logistics " en Handbook of Industrial Engineering editado por Gavriel Salvendy. John Wiley and Sons, N.Y. , 1982.

ACKOFF R. L. , SASIENI, M. W. , " Fundamentos de Investigación de Operaciones ". Ed. Limusa. México, 1977.

HILLIEF, F. , LIEBERMAN, G. J. , "Introducción a la Investigación de Operaciones ". Ed. Mc Graw - Hill . México, 3a. edición, 1982.

DREYFUSS, S. E. , LAW, A.M. , " The art and theory of dynamic programming ". Academic Press, N. Y. , 1977.

STARR, M. K. , " Systems management of operations ". Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. , 1971.

Probabilidad y Estadística

LAPIN, L. L. , " Probability and Statistics for modern Engineering ". Brooks/Cole, Monterey CA. 1983.

Estructuras de datos

WIRTH, N. , " Algoritmos + Estructuras de datos = Programas ".
Ediciones Del Castillo. Madrid, 1982.

Articulos

LIN, S., KERNIGHAN, W., " An Effective Heuristic Algorithm for the
Traveling Salesman Problem ", Operations Research, Vol. 21, 1973, pp.
498-516.

B. GOLDEN, L. BODIN, T. DOYLE, W. STEWART, " Approximate Traveling
Salesman Algorithms ", Operations Research, Vol. 28, No. 3, 1980, pp.
694-711.

MITTEN, L.G. , "Branch and Bound Methods: General Formulation and
Properties ", Operations Research, Vol. 18, No. 1, 1970.