

01179
ces.
2

APLICACION DE LA TEORIA DE RAYOS
EN EL MODELADO SISMICO TRIDIMENSIONAL

Tesis que presenta:

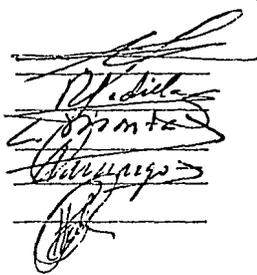
GORGONIO GARCIA MOLINA

Para obtener el grado de Maestro en Ingeniería
(Exploración de Recursos Energéticos del Subsuelo)

Créditos asignados a la tesis: 12 (DOCE)

APROBADO POR EL JURADO

Presidente: M EN C JUAN M. BRANDI PURATA
Vocal: Dr. RICARDO J. PADILLA Y SANCHEZ
Secretario: DR. ANTONIO MONTALVO ROBLES
Suplente: M EN C ANTONIO CAMARGO ZANOQUERA
Suplente: M EN C HECTOR PALAFOX RAYON



Handwritten signatures of the jury members, corresponding to the names listed in the table above.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA

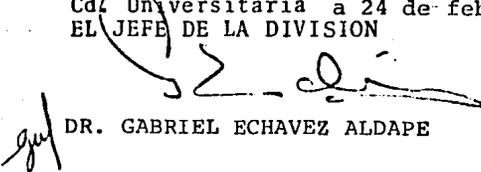
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

Profr. ANTONIO MONTALVO ROBLES
P r e s e n t e

Comunico a usted que a propuesta del SUBJEFE DEL AREA DE
RECURSOS DEL SUBSUELO ha sido designado
como director de tesis del alumno(a) GORGONIO GARCIA MO-
LINA para obtener el grado de
M EN I EN EXPLORACION.

Mucho he de agradecerle su comunicación, por escrito, de la
aceptación a esta designación y el nombre de la tesis a de-
sarrollar.

Atentamente,
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria a 24 de febrero de 1986
EL JEFE DE LA DIVISION


DR. GABRIEL ECHAVEZ ALDAPE

E. S. 1

R E S U M E N

En la presente tesis se analiza la aplicación de la teoría de rayos en el modelado sísmico tridimensional, mediante el manejo de las ecuaciones para trazar rayos a través de modelos geológicos tridimensionales en tal forma que sean susceptibles de programarse en una computadora.

Así mismo, se resuelve el problema de los dos puntos; esto es, unir dos puntos colocados sobre la superficie del terreno con el rayo que los conecta, después de que éste ha sido refractado y reflejado en el modelo geológico propuesto.

El procedimiento descrito se aplica a la obtención de secciones sísmicas sintéticas, las cuales pueden ayudar a la interpretación geológica-geofísica de un área particular al comparar las secciones obtenidas con el modelo y las reales.

Los ejemplos que se presentan corresponden a modelos geológicos tridimensionales simples, en los cuales se aprecia la naturaleza tridimensional de los eventos sísmicos. Se presenta además la comparación de una sección sísmica real con la obtenida mediante un modelo geológico propuesto, observándose bastante similitud en los resultados.

APLICACION DE LA TEORIA DE RAYOS
EN EL MODELADO SISMICO TRIDIMENSIONAL.

C O N T E N I D O

	PAGINA
CAPITULO I.- INTRODUCCION.	
I.1) Objetivos.	1
I.2) Antecedentes.	1
I.3) Restricciones	3
CAPITULO II.- MODELO MATEMATICO.	
II.1) Introducción.	5
II.2) Trayectoria general de un rayo con punto de salida libre.	5
II.3) Trayectoria del rayo refractado.	7
II.4) Trayectoria de refracción en una superficie con normal paralela al eje Z.	12
II.5) Casos especiales del rayo refractado con normal paralela al eje Z.	14
II.6) Trayectoria del rayo reflejado.	17
II.7) Intersección del rayo con las interfaces.	19

CAPITULO III.- SOLUCION NUMERICA.

	PAGINA
III.1) Introducción.	21
III.2) Trayectoria general del rayo, punto de salida fijo.	21
III.3) Solución numérica al problema de los dos puntos.	22
III.4) Contactos definidos mediante ecuaciones.	26
III.5) Ajuste de superficies irregulares.	27
III.6) Cálculo de las amplitudes.	32

CAPITULO IV.- DESCRIPCION DEL PROGRAMA.

IV.1) Introducción.	36
IV.2) Convención utilizada para trazar rayos.	36
IV.3) Convención para las superficies.	38
IV.4) Organización del programa de computadora.	39

CAPITULO V.- EJEMPLOS.

V.1) Introducción.	44
V.2) Modelo 1; planos paralelos.	44
V.3) Modelo 2; domo	51
V.4) Modelo 3; domo afallado.	65
V.5) Modelo 4; sección de Yucatán.	75

	PAGINA
APENDICE A). Metodo del gradiente para el problema de los dos puntos.	86
APENDICE B). Correcciones aplicadas a los resultados.	93
APENDICE C). Modelo convolucional.	97
APENDICE D). Ruido añadido a los sismogramas.	99
BIBLIOGRAFIA	101

CAPITULO I. INTRODUCCION

I.1) OBJETIVOS:

El propósito del presente trabajo es la obtención de secciones sísmicas utilizando la teoría de rayos aplicada a un modelo geológico tridimensional compuesto por capas de isovelocidad separadas por superficies planas o de segundo orden.

Desde el punto de vista de interpretación, puede ser de utilidad para quien trabaja con secciones sísmicas reales obtenidas por el método tridimensional o el convencional. Usando la metodología que se presenta en las siguientes secciones, el intérprete puede proponer un modelo geológico (con muchas restricciones) y comparar la respuesta sísmica del modelo con la sección real; si las diferencias son considerables, modificar con algún criterio el modelo propuesto hasta obtener una sección sísmica parecida a la real. Lo anterior se traduce en la obtención de un modelo del subsuelo.

I-2) ANTECEDENTES

Una de las primeras publicaciones acerca del trazado de rayos fué la de Shah(1973), en la cual se propone un sistema muy simplificado y efectivo para la construcción de rayos en tres dimensiones;Shah considera en su trabajo capas de isovelocidad pero el problema de los dos puntos, esto es, unir dos puntos colocados sobre la superficie con el rayo que los conecta, no se trata.

Julians y Gubbins (1977) en Hubral y Krey (1980), proponen un sistema mas general para el trazado de rayos en tres dimensiones, basándose en la solución de un problema de valores a la frontera de la ecuación Eikonal.

Červený y Hron (1980), proponen un sistema para trazar rayos en tres dimensiones tomando en cuenta la generación tanto de ondas P como de las S. La teoría se basa en la solución de la Ecuación de Onda, utilizando el procedimiento denominado en la literatura como el Método Dinámico del Trazado de Rayos; estos autores encuentran la solución general. Sin embargo, "Las ecuaciones que derivan no aparecen expresadas en el lenguaje usado comunmente en la exploración sísmica" (en Hubral y Krey 1980).

Pereyra et al (1980), proponen un algoritmo muy poderoso para resolver ecuaciones diferenciales con valores a la frontera el cual aplican al problema del trazado de rayos, en situaciones que se presentan en el área de la Sismología de Terremotos.

Otros autores han desarrollado algoritmos útiles para el trazado de rayos (Hubral, 1980; Ursin, 1978,1982; Gjøystdal et al,1984), aunque no se han dedicado exclusivamente a este tema, sino al cálculo aproximado de los tiempos de viaje para obtener información adicional útil en otras etapas del procesado de datos sísmicos.

Langan et al (1985), propone un algoritmo para el trazado de rayos en dos dimensiones, considerando medios no homogéneos, aproximando a éstos por una retícula con diferentes valores de velocidad.

I-3) RESTRICCIONES.

En el presente trabajo se considera un medio acústico, es decir aquel en el que la constante de Lammé (μ) es igual a cero; con esto, se está ignorando la generación de ondas S, considerándose solo las P, en donde la velocidad de éstas está dada por $V_p = [(\lambda + 2\mu)/\rho]^{1/2}$ y $V_s = (\mu/\rho)^{1/2}$; De aquí que en este medio particular tendremos $V_s = 0$ y $V_p = (\lambda/\rho)^{1/2}$.

Si se analiza un Registro Sónico, se podran notar los cambios de velocidad que aparecen en una columna geológica. Tratar de incluir en un modelo todas las variaciones de velocidad para después, si el modelo calculado no reproduce los datos reales, tratar de modificarlo, sería una tarea bastante ardua, además de que sería un proceso muy costoso que finalmente no representaría algo tan complejo como son los 7 kilómetros mas someros de la corteza terrestre.

Para que las secciones sísmicas obtenidas mediante el trazado de rayos tengan alguna utilidad, es necesario hacer

varias suposiciones que hay que tener presente en cada momento.

El modelo geológico que se utilice para obtener secciones sísmicas, será un modelo simple, el cual nos permitirá ver el comportamiento de capas muy gruesas en donde la velocidad de intervalo que se utilice sea un promedio; por otro lado se ignoran cambios verticales de velocidad de capas de poco espesor, pero se tomaran en cuenta para promediar la velocidad y se incluirán únicamente en casos excepcionales.

CAPITULO II . MODELO MATEMATICO

II.1 INTRODUCCION.

En este capítulo se plantea el problema del trazado de rayos; en la figura 1 se observa la geometría del problema: Dado un punto de tiro y la trayectoria inicial del rayo, encontrar el punto en la superficie en donde éste emerge, después de que ha sido refractado y reflejado en una serie de contactos especificados.

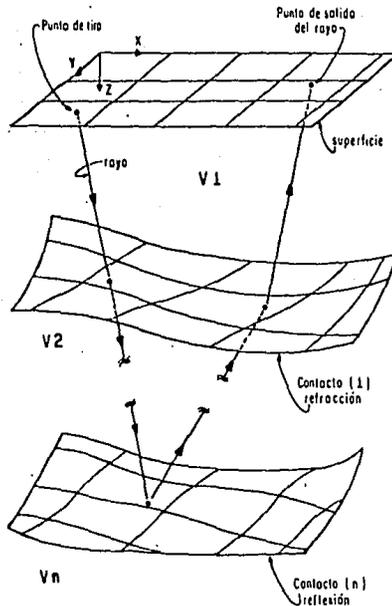


FIG. 1 GEOMETRIA DEL TRAZADO DE RAYOS

II.2) TRAYECTORIA GENERAL DE UN RAYO CON PUNTO DE SALIDA LIBRE.

Para resolver este problema, se consideraran los dos siguientes subproblemas.

- Intersección del rayo con una capa.
- Trayectoria del rayo después de una refracción y de una reflexión.

En otro apartado se considerará el caso de la intersección del rayo con una capa.

II.2-1) TRAYECTORIA DEL RAYO DESPUES DE UNA REFRACCION Y/O REFLEXION.

Considérese un rayo que llega al contacto i -ésimo, en el punto $P_i(X_i, Y_i, Z_i)$, habiendo iniciado su recorrido en el punto $P_s(X_s, Y_s, Z_s)$ y moviéndose en la dirección del vector unitario de P_s a P_i . En el punto de intersección, el rayo forma un ángulo θ_i con la normal $N=(N_x, N_y, N_z)$ en el contacto mencionado, estando éste definido por la ecuación:

$$F_i(X, Y, Z) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

La geometría se muestra en la figura (2). El rayo incidente abandona el contacto i -ésimo con un ángulo θ_i con la normal, pasando al punto $P_r(X_r, Y_r, Z_r)$, el ángulo θ_r toma los siguientes valores:

i) para el rayo reflejado.

$$-\theta_r = \theta_i \dots\dots\dots (2)$$

ii) Para el rayo refractado se cumple la ley de Snell.

$$\sin(\theta_i)/\sin(\theta_r) = V_i/V_r \dots\dots\dots (3)$$

El rayo incidente, la normal, el rayo reflejado y el refractado se encuentran en un mismo plano.

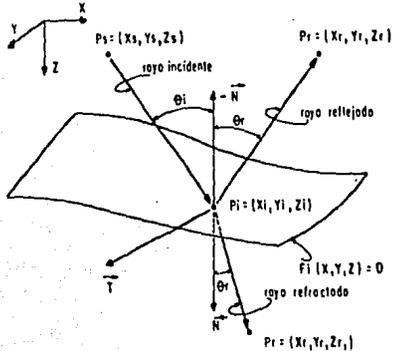


fig. 2 RAYOS EN LOS CONTACTOS

II.3). TRAYECTORIA DEL RAYO REFRACTADO.

En la figura (3) se muestra la posición del rayo incidente y el refractado.

De acuerdo con la ley de Snell se tiene

$$\sin(\theta_r) = (V_r/V_i)\sin(\theta_i) \dots\dots\dots (4)$$

o bien

$$\theta_r = \sin^{-1} \left[(V_r/V_i) \sqrt{1 - \cos^2(\theta_i)} \right] \dots\dots\dots (5)$$

en donde:

$$\cos(\theta_i) = (P_i - P_s) \cdot N / |P_i - P_s| \dots\dots\dots (6)$$

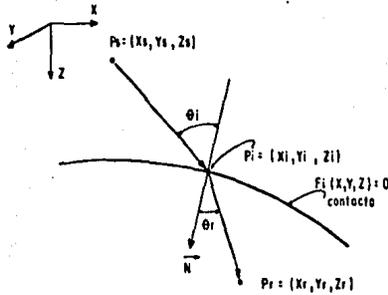


fig. 3 RAYO INCIDENTE Y REFRACTADO.

Considerando unicamente el rayo refractado, se observa que la posición de P_r carece de importancia, dado que está contenida en la trayectoria del rayo, de tal forma que puede escogerse en forma arbitraria.

$$|P_r - P_i| = |P_i - P_s| = L \quad \dots \dots \dots (7)$$

en donde L está dada por

$$L^2 = (X_i - X_s)^2 + (Y_i - Y_s)^2 + (Z_i - Z_s)^2 \quad \dots \dots \dots (8)$$

De aquí se obtiene la primera ecuación para encontrar la trayectoria de refracción.

$$(X_r - X_i)^2 + (Y_r - Y_i)^2 + (Z_r - Z_i)^2 = L^2 \quad \dots \dots \dots (9)$$

La condición para la existencia de un plano, tal que el rayo incidente, el rayo refractado y la normal a la superficie se encuentren en él, se puede escribir como

$$((P_s - P_i) \times N) \cdot (P_r - P_i) = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

En esta ecuación, del producto vectorial entre N y $(P_s - P_i)$ se obtiene un vector T , ortogonal al plano generado por esos dos vectores, en el que T es un vector tangencial a la superficie, estando éste definido por sus componentes $T = (T_x, T_y, T_z)$; de aquí se sigue, que si el vector $(P_r - P_i)$ es ortogonal a T , implica que $(P_r - P_i)$ está contenido en el mismo plano del vector $(P_s - P_i)$ y del vector N .

Los vectores N y T están definidos por

$$N = \nabla F(X, Y, Z) / |\nabla F(X, Y, Z)| \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$T = (P_s - P_i) \times N \quad \dots\dots\dots (12)$$

Efectuando el producto vectorial representado en la ecuación (12), se encuentran las componentes del vector T que son:

$$T_x = (Y_i - Y_s) N_z - (Z_i - Z_s) N_y$$

$$T_y = (Z_i - Z_s) N_x - (X_i - X_s) N_z \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$T_z = (X_i - X_s) N_y - (Y_i - Y_s) N_x$$

Utilizando las ecuaciones (10) y (13), se encuentra la segunda ecuación para definir la trayectoria refractada.

$$T \cdot (P_i - P_r) = 0$$

$$T \cdot P_i = T \cdot P_r$$

$$T_x X_r + T_y Y_r + T_z Z_r = P_i \cdot T \dots\dots\dots (14)$$

Para determinar completamente la trayectoria del rayo refractado, se necesita otra ecuación, y ésta se encuentra tomando en cuenta que el vector $(P_r - P_i)$ debe formar un ángulo θ_r con la normal, esto es:

$$\cos(\theta_r) = (P_r - P_i) \cdot N / | P_r - P_i | \dots\dots\dots (15)$$

En esta última ecuación debe definirse si el rayo va hacia arriba o hacia abajo, ya que aplicar la ecuación (15) sin tomar en cuenta la dirección, se puede generar un rayo equivocado; esto se ilustra en la figura (4).

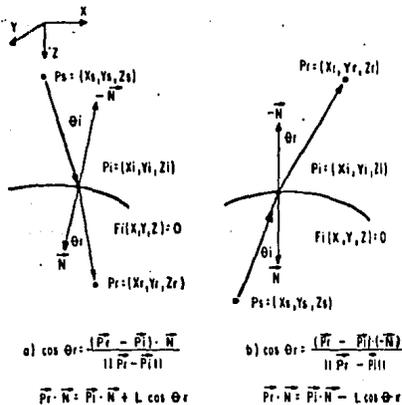


fig. 4 DIRECCION DEL RAYO REFRACTADO

a) RAYO HACIA ABAJO

b) RAYO HACIA ARRIBA

Tomando en cuenta la ecuación (7), la ecuación (15) se puede escribir como

$$lPr - Pil\cos(\theta_r) = Pr \cdot N - Pi \cdot N$$

$$\text{pero } lPr - Pil = L$$

$$L\cos(\theta_r) = Pr \cdot N - Pi \cdot N$$

$$Pr \cdot N = Pi \cdot N \pm L\cos(\theta_r)$$

en donde el signo (+) se toma cuando el rayo va hacia abajo, y el signo menos cuando va hacia arriba. Considerando que el rayo viaja hacia abajo tendremos:

$$XrNx + YrNy + ZrNz = (Pi \cdot N) + L\cos(\theta_r) \quad \dots\dots (16)$$

Expresando Xr y Yr en términos de Zr , de las ecuaciones (14) y (16), se obtiene

$$Tx Xr + Ty Yr + Tz Zr = Pi \cdot T$$

$$Nx Xr + Ny Yr + Nz Zr = Pi \cdot N + L\cos(\theta_r)$$

$$Xr = Ax + Bx Zr \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$Yr = Ay + By Zr \quad \dots\dots\dots (18)$$

En donde

$$Ax = (Pi \cdot T)Ny - (Pi \cdot N) L\cos(\theta_r) \cdot Ty / (TxNy - TyNx) \quad \dots (19)$$

$$B_x = (N_z T_y - N_y T_z) / (T_x N_y - T_y N_x) \dots\dots\dots (20)$$

$$A_y = (P_i - T) N_x - (P_i - N) L \cos(\theta_T) T_y / (N_x T_y - T_x N) \dots\dots (21)$$

$$B_y = (N_z T_x - T_z N_x) / (N_x T_y - T_x N_y) \dots\dots\dots (22)$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (9), se obtiene la siguiente ecuación cuadrática para Z_r .

$$(1 + B_x^2 + B_y^2) Z_r^2 + 2 [(A_x - X_i) B_x + (A_y - Y_i) B_y - Z_i] Z_r + [(A_x - X_i)^2 + (A_y - Y_i)^2 + Z_i^2 - L^2] = 0 \dots\dots\dots (23)$$

Como esta ecuación tiene dos soluciones (Z_r^1, Z_r^2), la correcta se toma de acuerdo a:

$$\text{correcta} \\ (P_r) = P_r^* \dots\dots\dots (24)$$

donde P_r^* satisface:

$$(P_s - P_i) \cdot (P_r^* - P_i) = \text{MIN} [(P_s - P_i) \cdot (P_r^1 - P_i), (P_s - P_i) \cdot (P_r^2 - P_i)] \dots (25)$$

II. 4) TRAYECTORIA DE REFRACCION EN UNA SUPERFICIE CON NORMAL PARALELA AL EJE Z

Las ecuaciones deducidas en la sección anterior no son válidas cuando la normal a la superficie es paralela al eje Z, ya que se tendría:

$$T_x N_y - N_x T_y = 0 \dots\dots\dots (26)$$

en cuyo caso, las ecuaciones (17) y (18) no se podrían

usar, teniendo que replantearse éstas utilizando las tres ecuaciones generales deducidas para el rayo refractado.

En este caso especial, se tendrá que:

$$T = T_x i + T_y j \dots\dots\dots (27)$$

$$y \quad N = k \dots\dots\dots (28)$$

De la ecuación (15) se determina Z_r como sigue:

$$Z_r = Z_i \pm L \cos(-\theta_r) \dots\dots\dots (29)$$

escogiéndose el signo de acuerdo a la convención establecida con anterioridad. La ecuación (14) se reduce ahora a:

$$T_x X_r + T_y Y_r = P_i \cdot T \dots\dots\dots (30)$$

Transformándose la ecuación (9) en:

$$(X_r - X_i)^2 + (Y_r - Y_i)^2 = L^2 \sin^2(-\theta_r) \dots\dots\dots (31)$$

y reescribiendo la ecuación (30) tendremos:

$$Y_r = A_y + B_y X_r \dots\dots\dots (32)$$

en donde las constantes A_y y B_y estan ahora definidas por:

$$\begin{aligned} A_y &= P_i \cdot T / T_y \\ B_y &= -T_x / T_y \end{aligned} \dots\dots\dots (33)$$

Sustituyendo la ecuación (32) en (31), se obtiene la siguiente ecuación cuadrática en X_r .

$$(1+B_y^2)X_r^2 + 2[(A_y-Y_i)B_y - X_i]X_r + [X_i^2 + Y_i^2 + A_y^2 - 2A_yY_i - L^2 \sin^2(\theta_r)] = 0 \dots\dots\dots (34)$$

de la cual se obtienen dos soluciones, escogiéndose la correcta con el mismo criterio discutido anteriormente. La ecuación (34) es válida siempre que se cumpla que $|Y_i| \geq |X_i|$; en el caso en que $|Y_i| \ll |X_i|$, se presentan problemas de redondeo ya que los cocientes $P_i \cdot T/T_y$ y T_x/T_y se vuelven cantidades muy grandes. Para resolver este problema numérico, la ecuación (32) se escribe como:

$$X_r = A_x + B_x Y_r$$

con las constantes definidas como sigue:

$$A_x = P_i \cdot T/T_x$$

$$B_x = -T_y/T_x$$

quedándonos por resolver una ecuación análoga a la (34), pero ahora en función de Y_r . La solución correcta se sigue escogiendo con el criterio discutido.

$$(1+B_x^2)Y_r^2 + 2[(A_x-X_i)B_x - Y_i]Y_r + [X_i^2 + Y_i^2 + A_x^2 - 2A_xX_i - L^2 \sin^2(\theta_r)] = 0 \dots\dots\dots (35)$$

II. 5) CASOS ESPECIALES DEL RAYO REFRACTADO CON NORMAL PARALELA AL EJE Z.

Si la normal es paralela al eje Z, en cuyo caso se tendrá $N=K$, se sigue cumpliendo la relación.

$$\vec{T} \cdot \vec{N} = 0 \quad \dots \quad (36)$$

Cuando el vector \vec{T} es paralelo al eje X o al eje Y tiene solo una componente no nula y las ecuaciones (34) y (35) se reducen a un caso especial, eliminándose la necesidad de resolver cualquier ecuación cuadrática.

El vector \vec{T} se definió como: (ec. 12)

$$\vec{T} = (\vec{P}_s - \vec{P}_i) \times \vec{N}$$

Si hacemos

$$\vec{P}_s - \vec{P}_i = (P_x, P_y, P_z)$$

$$\vec{T} = T_x \vec{i} + T_y \vec{j} \quad \dots \quad (37)$$

$$\vec{N} = \vec{k}$$

Se obtiene:

$$\vec{T} = T_x \vec{i} + T_y \vec{j} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i} P_y - \vec{j} P_x$$

Y si consideramos que el vector tangente es paralelo al eje

X se tendrá:

$$-\vec{T} = \vec{i} T_x$$

$$P_x = 0 \quad \dots \quad (38)$$

$$P_y = 0$$

$$\text{Pero, } P_x = X_s - X_i = 0 \text{ implica que } X_s = X_i \quad \dots \quad (39)$$

La coordenada Z_r , se calcula con la ecuación (29)

$$Z_r = Z_i \pm L \cos(\theta_r)$$

De la ecuación (14) se obtiene:

$$X_r = (P_i - T) / T_x = X_i \dots\dots\dots (40)$$

y usando la ecuación (9) obtenemos:

$$Y_r = Y_i \pm L \sin(\theta_r) \dots\dots\dots (41)$$

de donde, para este caso, las coordenadas del punto sobre el rayo refractado son:

$$X_r = X_i = X_s$$

$$Y_r = Y_i \pm L \sin(\theta_r)$$

$$Z_r = Z_i \pm L \cos(\theta_r) \dots\dots\dots (42)$$

En el caso en que el vector tangente sea paralelo al eje Y, se obtienen las siguientes coordenadas para el punto sobre la trayectoria refractada.

$$X_r = X_i \pm L \sin(\theta_r)$$

$$Y_r = Y_i = Y_s$$

$$Z_r = Z_i \pm L \cos(\theta_r) \dots\dots\dots (43)$$

En las ecuaciones (42) y (43), los signos (+) corresponden a la raíz cuadrada en las coordenadas X_r y Y_r , mientras que el signo en Z_r depende de la dirección del rayo, la cual se supone conocida. Para escoger la solución correcta, se

utiliza el criterio descrito anteriormente.

II. 6) TRAYECTORIA DEL RAYO REFLEJADO.

En la figura (5) se observa la posición de los rayos incidente y reflejado; las ecuaciones que se requieren para determinar la posición de un punto P_r contenido en la trayectoria de reflexión son enteramente similares a las del rayo refractado, siendo las diferencias básicas como siguen.

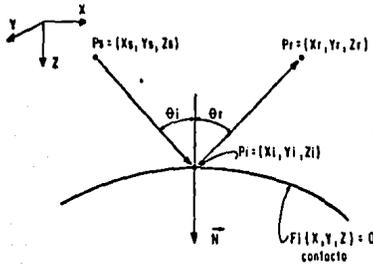


fig. 5 RAYO INCIDENTE Y REFLEJADO

$$1) \quad -\theta_r = -\theta_i \quad \dots \dots \dots \quad (44)$$

Esto es, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

2) De la ecuación (15) se tendrá:

$$Pr \cdot N = Pi \cdot N \pm L \cos(\theta_r)$$

En donde, el signo se escogerá dependiendo de la dirección del rayo, si éste va hacia arriba, se escoge el signo (+), en caso contrario el signo (-), como se puede ver en la figura (6).

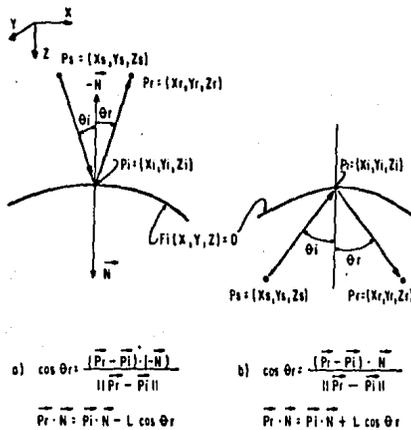


fig.6 DIRECCION DEL RAYO REFLEJADO

- a) Rayo hacia abajo
 b) Rayo hacia arriba

En general, salvo las diferencias mencionadas, las coordenadas de un punto sobre la trayectoria de reflexión se encuentran utilizando las mismas ecuaciones usadas en refracción, siendo el criterio para seleccionar el punto correcto el ya descrito (ecuacion (25)).

II-7) INTERSECCION DEL RAYO CON LAS INTERFACES.

Hasta ahora lo único que se conoce son las coordenadas del punto de salida del rayo y la dirección de éste, suponiéndose conocidas las coordenadas de P_i . Al obtener la reflexión o la refracción en un contacto, se calcula un punto sobre la trayectoria del rayo, calculando así el vector unitario que va de P_i a P_r ; con esto se tiene disponible la dirección del rayo en todos los contactos. Ahora deberán encontrarse las coordenadas del punto $P_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ que corresponden a la intersección del rayo con una interface dada, ver figura (7).

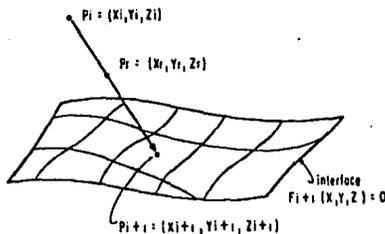


Fig. 7 INTERSECCION DE UN RAYO CON UNA
INTERFACE

Sea $P_i = (X_i, Y_i, Z_i)$ el punto de tiro, o la intersección de un rayo con la capa i -ésima, y sea $P_r = (X_r, Y_r, Z_r)$ un punto que pertenece a la trayectoria; de aquí, cualquier punto $F = (X, Y, Z)$ contenido en la misma se puede expresar por:

$$P = P_i + d (P_r - P_i) \dots\dots\dots (45)$$

en donde d es un escalar que puede tomar cualquier valor real. El problema es encontrar d^* , tal que el punto $P = (X^*, Y^*, Z^*)$ satisfaga

$$F_{i+1}(X^*, Y^*, Z^*) = g(d^*) = 0 \dots\dots\dots (46)$$

Ahora, si el punto P_i se mueve hacia abajo desde el contacto i -ésimo, en lugar de tener un punto P_r a lo largo de la trayectoria del rayo, se tiene en realidad disponible la dirección, esto es $D = (D_x, D_y, D_z)$; con esto, en lugar de usar la ecuación (45) se usa

$$P = P_i + d D \dots\dots\dots (46-a)$$

en donde los cosenos directores de la trayectoria del rayo están dados por:

$$\cos \alpha = D_x / |D|$$

$$\cos \beta = D_y / |D|$$

$$\cos \gamma = D_z / |D|$$

tal que se cumple la siguiente relación:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1, \text{ y solamente dos direcciones son}$$

independientes.

CAPITULO III. SOLUCION NUMERICA

III.1) INTRODUCCION.

En este capitulo, se examina la solución al problema de encontrar la trayectoria del rayo que deba salir en un punto determinado en la superficie (detector), así mismo se tratan las consideraciones que se hacen para calcular la amplitud de los coeficientes de reflexión.

III.2) TRAYECTORIA GENERAL DEL RAYO, PUNTO DE SALIDA FIJO.

Para resolver este problema, el planteamiento es el siguiente: Sea $P_g = (X_g, Y_g, 0)$ las coordenadas del detector, y $P_e = (X_e, Y_e, 0)$, las coordenadas reales de salida de un rayo dado, disparado en el punto $P_o = (X_o, Y_o, 0)$ y dirigido paralelo al vector $D = (D_x, D_y, D_z)$.

$$\text{Sea } d^2 = |P_g - P_e|^2 \dots\dots\dots (47)$$

Debido a que P_e , el punto real de salida, y d , la distancia entre el punto real y el punto deseado de salida, dependen de los componentes (D_x, D_y, D_z) ; entonces, la trayectoria deseada se encuentra resolviendo el siguiente problema.

Encontrar todas los D_x y D_y que satisfagan:

$$d(D_x, D_y, D_z) = 0 \dots\dots\dots (48)$$

o, en forma equivalente,

$$|Pg - Pe(Dx, Dy, Dz)| = 0 \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$\text{en donde } Dz^2 = (1 - Dx^2 - Dy^2) \quad \dots\dots\dots (50)$$

tal que, las componentes Dx, Dy, Dz satisfacen:

$$|Dx| < 1$$

$$|Dy| < 1 \quad \dots\dots\dots (51)$$

$$|Dz| > 0$$

Esta condición implica que no haya ningún rayo disparado paralelo a la superficie ni hacia arriba.

III. 3) SOLUCION NUMERICA AL PROBLEMA DE LOS DOS PUNTOS.

En general para resolver este problema, se pretende encontrar un cero en la expresión (47)

$$d^2 = |Pg - Pe|^2 \quad \dots\dots\dots (47)$$

Definamos un vector X en la siguiente forma:

$$X = (\alpha, \beta)^t \quad \dots\dots\dots (52)$$

donde:

α = coseno del ángulo que forma el rayo con el eje x .

β = coseno del ángulo que forma el rayo con el eje y .

cumpliéndose la siguiente relación

$$y^2 = 1 - \alpha^2 - \beta^2 \quad \dots\dots\dots (53)$$

Como $d^2 \geq 0$ para toda X , encontrar un cero en la expresión (47) es equivalente a:

$$\text{Min}_X d^2 \quad \dots\dots\dots (54)$$

Cuando el mínimo encontrado no sea cero se tendrá

$$E(X) = d^2 \quad \dots\dots\dots (55)$$

Dado (X_0) como aproximación al cero de $E(X)$, se pretende generar una secuencia de aproximación $\{X(k)\}$ tal que $E(X(k)) < E(X(k-1))$, es decir que haya descenso en E .

En general:

$$X(k+1) = X(k) + \Delta X \quad \dots\dots\dots (56)$$

En la forma como se escoja (ΔX) se generan diferentes procedimientos. A continuación se describe el método del gradiente (máximo descenso).

Si se expande $E(X)$ en serie de Taylor se obtiene

$$E(X + \Delta X) = E(X) + \Delta X^t \nabla E + 1/2 \Delta X^t \nabla^2 E \Delta X + \dots \quad (57)$$

Si $\Delta X \rightarrow 0$, se puede suponer que:

$$|\Delta X^t \nabla E| \gg 1/2 \Delta X^t \nabla^2 E \Delta X$$

por lo que

$$E(X + \Delta X) \approx E(X_0) + \Delta X^t \nabla E \quad \dots\dots\dots (58)$$

Si en la expresión anterior se escoge $\Delta X = -s \nabla E$, siendo s el tamaño de paso, lo cual se ilustra en la figura (8), nos queda:

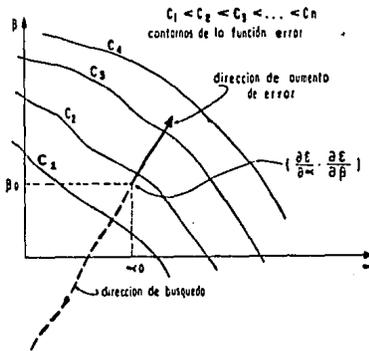


Fig. 8 ILUSTRACION DEL METODO DEL GRADIENTE DIRECCION DEL "MAXIMO DESCENSO"

$$E(X + \Delta X) - E(X) = -s \nabla E^T \nabla E \quad \dots \dots \dots (59)$$

si $s \rightarrow 0$, existe la garantía que si no se ha alcanzado el óptimo se tendrá

$$E(X + \Delta X) - E(X) < 0 \quad \dots \dots \dots (60)$$

es decir, de una a otra iteración se mejora el valor de la función objetivo.

Adicionalmente, se observa que si se escoge $\Delta X = -s \nabla E$, el algoritmo siempre avanza a menos que

$$\nabla E = 0 \quad \dots \dots \dots (61)$$

La situación descrita por la ecuación (61) ocurre en los máximos, mínimos y puntos de inflexión. Por definición del esquema, nunca se puede alcanzar un máximo, aunque si es posible que se alcancen puntos de inflexión. Este problema en general, no puede ser evitado por ningún método.

Finalmente, en la implantación hecha del método, se encuentra un tamaño de paso de manera tal, que, dada una dirección de búsqueda ($-\nabla E$), se minimiza la función error (E) en dicha dirección, es decir, se encuentra s^* tal que:

$$\left. \frac{d(E(X - s \nabla E))}{ds} \right|_{s=s^*} = 0 \dots\dots\dots (62)$$

tal como se observa en la figura (9). Para detalles relacionados con la programación de este método ver apéndice A.

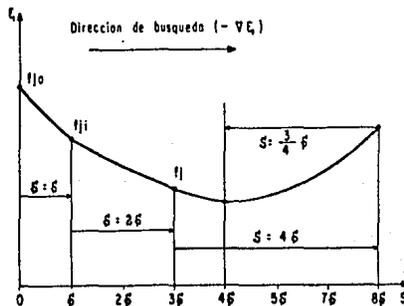


fig.9 ACCELERACION DEL METODO DE
BUSQUEDA

III.4) CONTACTOS DEFINIDOS MEDIANTE ECUACIONES.

Las ecuaciones de las interfaces asociadas al problema de trazado de rayos se particularizaron para el caso en que los contactos estén definidos por una ecuación del tipo

$$X^t A X + X^t B + c = 0 \dots\dots\dots (63)$$

en donde, $X = (x, y, z)^t$ coordenadas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$B = (b_1, b_2, b_3)^t$$

En el caso en que $A=0$, la ecuación (63) representa un plano, teniendo su normal las componentes dadas por el vector B. Cuando $A \neq 0$ la ecuación (63) representa una superficie cuadrática. Sin embargo, representar las discontinuidades de velocidad mediante una ecuación de segundo orden, para el caso de fallas o discordancias, es muy difícil, por lo que la situación antes descrita solo se puede aplicar en situaciones geológicas relativamente sencillas, como son anticlinales, sinclinales y capas con cualquier inclinación, teniéndose la restricción de que no deben intersectarse dentro del área de estudio. En la figura (10), se observa un modelo geológico en el que es posible usar la representación de los contactos de velocidad, mediante la

ecuación (63).

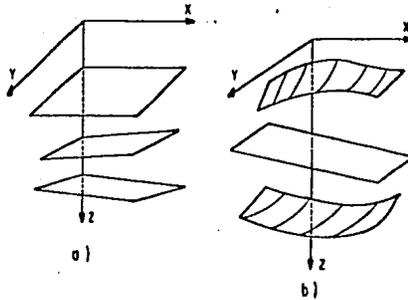


Fig.10 REPRESENTACION DE MODELOS
MEDIANTE ECUACION DEL TIPO

$$X^T A X + X^T B + C = 0$$

- a) Planos con cualquier orientacion
b) Planos y superficies de 2º orden

III.5) AJUSTE DE SUPERFICIES IRREGULARES.

Usar la ecuación (63) para representar cualquier tipo de discontinuidad de velocidad involucra muchas restricciones en el tipo de modelo a usar. Por ello, se desarrolló una forma alterna de representación, siendo la adoptada en este trabajo la que consiste en aproximar una superficie por una serie de planos. En la figura (11) se muestra el concepto en dos dimensiones y, en este caso, la superficie pasa a ser una curva y los planos se convierten en segmentos de recta.

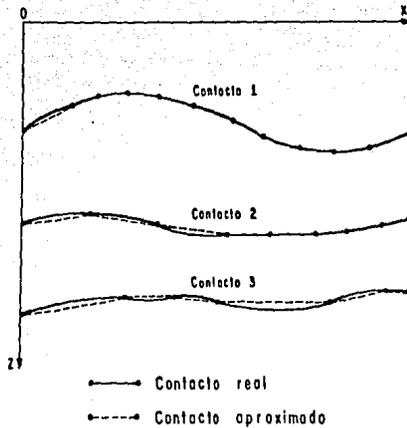


fig. 11 APROXIMACION DE UNA SUPERFICIE
IRREGULAR MEDIANTE SEGMENTOS
DE RECTA EN DOS DIMENSIONES.

Sin embargo, esta aproximación plantea otro tipo de problemas que no existen en la representación con la ecuación (63) como son.

a) A diferencia con la ecuación (63) en la cual solo existe un punto de intersección entre el rayo y la interface, en este caso tendremos (n) puntos de intersección, en donde (n) será el número de planos con los cuales se haya aproximado la superficie. (figura 12).

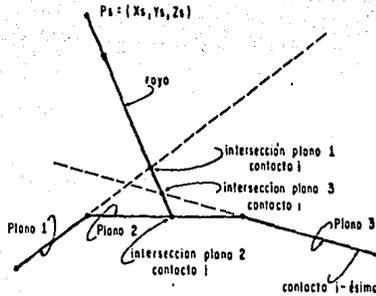


fig. 12 INTERSECCION DE UN RAYO CON LOS
(n) PLANOS QUE DEFINEN UN CONTACTO

b) Es necesario, además de la búsqueda de las intersecciones, seleccionar de las (n) intersecciones, cual es la intersección correcta.

El problema a, es fácil de resolver, ya que el algoritmo de búsqueda dado en la sección 7 del capítulo II se puede adaptar para generar las (n) intersecciones. Para resolver el problema b, éste se puede plantear como sigue:

En términos generales, se puede decir que la intersección correcta, será aquella que quede dentro de los puntos que definen al plano, y no será adecuada para nuestros propósitos aquella que quede fuera de los puntos de control. Mas concretamente se tiene que:

$$\oint_{\gamma_c} \frac{dz}{z - z_0} = \begin{cases} 0 & \text{si } z_0 \notin c \quad \dots\dots\dots (64) \\ 2\pi n & \text{si } z_0 \in c \end{cases}$$

Bajo esta base, el problema se reduce a evaluar una integral de línea, la cual valdrá cero si el punto está fuera del contorno, y tendrá un valor múltiplo de (2π) , si queda dentro de él.

Para ilustrar el procedimiento, supóngase que el punto P está fuera de cuatro puntos, como se muestra en la figura (13-a y b), y tracemos los vectores que van del punto en cuestión a los cuatro vértices del plano. (los puntos deben estar contenidos en un mismo plano).

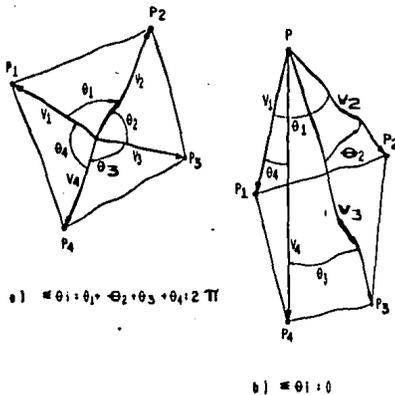


fig. 13 ILUSTRACION GRAFICA DE LA INTEGRAL DE LINEA

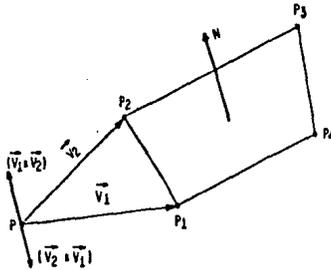
- a) Punto interno
- b) Punto externo

En este caso, los ángulos están dados por:

$$\cos(\theta_i) = \frac{\langle \vec{V}_i \cdot \vec{V}_{i+1} \rangle}{|\vec{V}_i| |\vec{V}_{i+1}|} \quad (i=1,2,3,4)$$

$$\text{con } \vec{V}_5 = \vec{V}_1$$

Los sentidos de los ángulos se evalúan mediante un producto vectorial y uno escalar tal como se muestra en la figura (14), obteniéndose la siguiente relación.



$$S_i = (\vec{V}_i \times \vec{V}_{i+1}) \cdot \vec{N}, \text{ giro positivo (+)}; m = 1$$

$$S_i = (\vec{V}_i \times \vec{V}_{i+1}) \cdot \vec{N}, \text{ giro negativo (-)}; m = -1$$

fig. 14 ILUSTRACION DEL SENTIDO DADO
A LOS ANGULOS MEDIDOS

$$S_i = (\vec{V}_i \times \vec{V}_{i+1}) \cdot \vec{N}$$

Aquí \vec{N} es un vector normal al plano que contiene los puntos. Tal que.

$$\sum \theta_i = \sum \cos^{-1} \left[\frac{\langle \vec{V}_i \cdot \vec{V}_{i+1} \rangle}{|\vec{V}_i| |\vec{V}_{i+1}|} \right] \cdot m_i$$

donde $m_i = 1$ para $S_i > 0$

$m_i = -1$ para $S_i < 0$

Si $\sum e_i = 0$, el punto de intersección no está contenido en el contorno expresado por los cuatro puntos con los que se definió el plano mientras que, si la suma nos dá un múltiplo de (2π) si está contenido.

III.6). CALCULO DE LAS AMPLITUDES.

La amplitud del rayo durante su trayectoria se calculó en la forma mas simple, despreciándose los efectos de absorción y de divergencia esférica asi como tampoco se tomaron en cuenta efectos de curvatura en los reflectores. Lo único que se consideró fué el ángulo de incidencia.

Para el caso de incidencia normal, las relaciones que se usan son:

$$r_j = \frac{P_{i+1}V_{i+1} - P_i V_i}{P_{i+1}V_{i+1} + P_i V_i} \dots\dots\dots (65)$$

$$t_j = 1 + r_j = \frac{2(P_{i+1}V_{i+1})}{P_{i+1}V_{i+1} + P_i V_i} \dots\dots\dots (66)$$

donde:

r_j = coeficiente de reflexión = P_r/P_i

t_j = coeficiente de transmisión = P_t/P_i

P_i = densidad en el medio i.

V_i = velocidad en el medio i.

P_i = Presión incidente.

P_r = Presión reflejada.

P_t = Presión transmitida.

Si existe un cierto ángulo de incidencia (α), como se observa en la figura (15), para calcular los coeficientes de reflexión, r_j , y de transmisión, t_j , se emplean las siguientes condiciones de frontera.

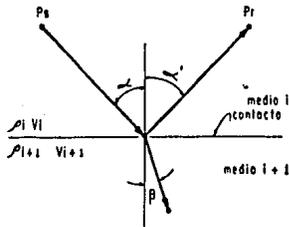


fig.15 CASO DE INCIDENCIA NO NORMAL
PARA EL CALCULO DE r_j y t_j

1) La presión debe ser continua.

$$P_i + P_r = P_t$$

o en función de los coeficientes de reflexión r_j y transmisión t_j .

$$1 + r_j = t_j \dots\dots\dots (67)$$

2) La componente normal de la velocidad de la partícula debe ser continua.

$$(V_i - V_r)\cos(\alpha) = V_t\cos(\beta) \quad \dots\dots (68)$$

Usando la relación entre presión y velocidad para ondas planas se tiene:

$$V_i = P_i / \rho_j V_j$$

$$V_r = P_r / \rho_j V_j$$

$$V_t = P_t / \rho_{j+1} V_{j+1}$$

Con estas relaciones y utilizando la definición de r_j y t_j se obtiene de la ecuación (68).

$$1 - r_j = (\rho_j V_j \cos(\beta) t_j) / (\rho_{j+1} V_{j+1} \cos(\alpha))$$

De las relaciones (67) y (68) se obtiene:

$$r_j = (\rho_{j+1} V_{j+1} \cos(\alpha) - \rho_j V_j \cos(\beta)) / S$$

$$\text{con } S = \rho_{j+1} V_{j+1} \cos(\alpha) + \rho_j V_j \cos(\beta)$$

la cual, tomando en cuenta la ley de Snell, se transforma en:

$$r_j(\alpha) = \rho_{j+1} V_{j+1} \cos(\alpha) - \rho_j (V_j^2 - V_{j+1}^2 \sin^2(\alpha))^{1/2} / S_1 \quad \dots(69)$$

y combinando (67) y (69) se obtiene:

$$t_j(\alpha) = 2 \rho_{j+1} V_{j+1} \cos(\alpha) / S_1 \quad \dots\dots\dots (70)$$

$$\text{donde } S_1 = \rho_{j+1} V_{j+1} \cos(\alpha) + \rho_j [V_j^2 - V_{j+1}^2 \sin^2(\alpha)]^{1/2}$$

los cuales, para el caso de (α) muy pequeño, se reducen a las ecuaciones (65) y (66), que es el caso de incidencia normal.

CAPITULO IV. DESCRIPCION DEL PROGRAMA

IV.1) INTRODUCCION.

las ecuaciones de los capitulos II y III, se programaron como una rutina de computadora que simula la obtención de datos sísmicos en el campo. También se tomaron en cuenta ciertas convenciones, para especificar las superficies y los rayos a generar.

IV.2).- CONVENCION UTILIZADA PARA TRAZAR RAYOS.

Dado un punto, el cual supondremos como fuente y que genera un número infinito de rayos, de los cuales unicamente podemos estar interesados en alguna trayectoria particular, figura (16), si nos interesa la trayectoria que sigue el rayo (1), la especificamos de la siguiente forma (0,1,2,3,2,1,0), en donde cada número corresponde al contacto que debe atravesar el rayo en su viaje, desde el punto fuente hasta la superficie.

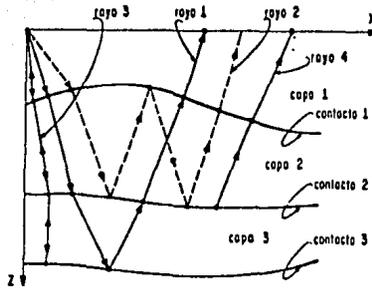


fig. 16 TRAYECTORIA DE RAYOS

Si queremos estudiar el comportamiento de un rayo con reflejos múltiples, lo especificamos dando la siguiente trayectoria: $(0,1,2,1,2,1,0)$, (rayo (2) de la figura (16)), y en la misma forma para el rayo (3), el cual además, es un rayo normal que esta definido por $(0,1,2,3,2,1,0)$.

Adicionalmente se especifica cuantos contactos va a atravesar, incluyendo como tal el punto de salida. En el caso de los rayos (1), (2) y (3) tendrán 7 contactos, el rayo (3) 7. En el programa se considera que el punto fuente puede estar en cualquier posición, como es el caso del rayo (4), el cual se especifica por $(2,1,0)$ y con tres contactos. (esto se hace con el propósito no muy ortodoxo, de simular difracciones)

Esta convención se considero útil desde el punto de vista

de tener controlada la generación de rayos, sin permitir que éstos se produzcan automáticamente con trayectorias aleatorias, lo cual podría incrementar considerablemente el tiempo de cómputo.

IV.3).- CONVENCION PARA LAS SUPERFICIES.

Para especificar las superficies, hay que dar como información el número de capas que se consideran en el modelo; además, indicar con cuantos planos se va a aproximar cada contacto. (Esto se ilustra en la figura (17)). En este caso, el contacto (1) se aproxima con cinco planos, el (2) y el (3) con seis planos)

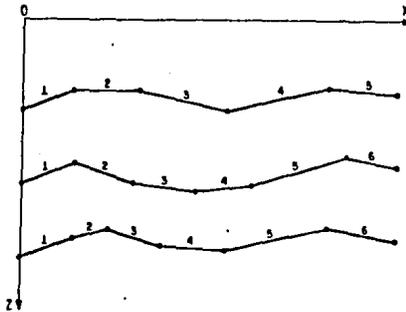


fig.17 ILUSTRACION DE UN MODELO

La forma de definir cada plano es mediante las coordenadas

(X,Y,Z) de cuatro puntos; esto se hace con el objeto de definir un área mayor e identificar más fácilmente cual es la intersección correcta del rayo con algún plano. Además, con esto se evita que el modelo termine abruptamente ya que se le puede dar mayor extensión horizontal, de tal forma que no se pierdan rayos en el proceso de búsqueda. En la figura (18), se representa un acuñamiento, una falla normal y una inversa.

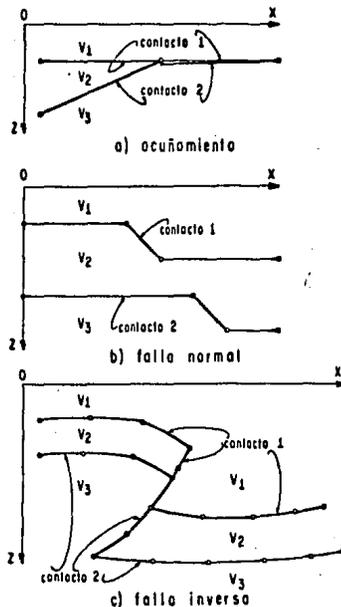


fig. 18 REPRESENTACION DE MODELOS GEOLOGICOS TÍPICOS

IV.4).- ORGANIZACION DEL PROGRAMA DE COMPUTADORA.

La forma en que el programa esta estructurado se muestra

en un diagrama de bloques en la figura (19); en la misma, se observa que el programa "RAYOS" genera dos archivos de salida. Dado que el archivo "DATRAY" contiene la información necesaria para la simulación, es importante describirla adecuadamente. En la figura (20) se presenta un diagrama de flujo de los datos necesarios para su ejecución.

La descripción de las variables mostradas en la figura (20) es como sigue:

NC = número de capas que se consideran en el modelo.

NR = número de trayectorias que se quieren generar.

ICODR = variable que indica si se desea la creación del archivo "DATCOR", el cual sirve para dibujar las trayectorias; si ICODR=0 se genera el archivo, si es diferente de cero, no se genera.

INCN = cuando esta variable vale cero, lo que se obtiene es una sección de incidencia normal. Con cualquier valor diferente de cero, se obtiene un tendido; la forma en que éste se especifica se explicará posteriormente.

IB = variable que indica si se desea mas de un rayo en una posición de detector; si IB = 0, se busca nada mas un rayo y con un valor diferente de cero se

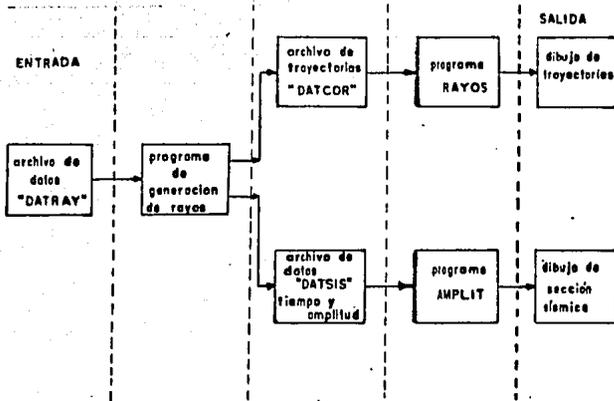


fig. 19 DIAGRAMA DE BLOQUES DE PROGRAMA

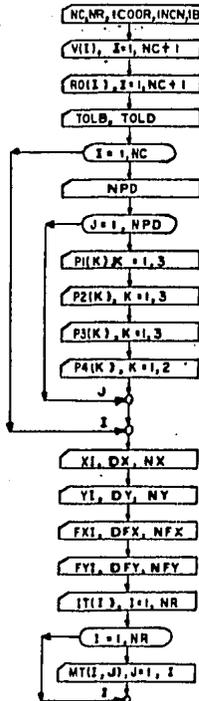


fig. 20 DIAGRAMA DE FLUJO DEL ARCHIVO DE DATOS "DATRAY"

buscan varias trayectorias.

V(I) = arreglo que contiene valores de velocidad del modelo.

RD(I) = arreglo que contiene valores de densidad del modelo.

TOLB = tolerancia para el cálculo de la intersección de un rayo con una interface.

TOLD = tolerancia para la salida del rayo en la posición del detector.

NPD = número de planos con los que se define el contacto i-ésimo.

P1(K),P2(K),P3(K),P4(K) = coordenadas de los puntos que definen cada plano; se dan NPD conjuntos de coordenadas para cada interface.

XI = coordenada X inicial de los detectores.

DX = incremento en la dirección X de la posición de los detectores.

NX = número de detectores en la dirección X.

YI = coordenada Y inicial de los detectores.

DY = incremento en la dirección Y de la posición de los detectores.

NY = número de detectores en la dirección Y.

FXI = coordenada X inicial de las fuentes.

DFX = incremento en la dirección X de la posición de las fuentes.

NFX = número de fuentes en la dirección X.

FYI = coordenada Y inicial de las fuentes.

DFY = incremento en la dirección Y de la posición de las fuentes.

IFY = número de fuentes en la dirección Y.

IT(I) = arreglo que contiene el número de contactos que atraviesa cada rayo.

MT(I,J) = arreglo que contiene la trayectoria deseada para cada rayo.

CAPITULO V. EJEMPLOS.

V.1) INTRODUCCION

En este capítulo se presentan algunos ejemplos de aplicación de la teoría expuesta en los capítulos II y III. En los mismos se pretende resaltar el efecto tridimensional tanto del modelo geológico como de las trayectorias que siguen los rayos; los casos tratados son muy simples, sin embargo en aplicaciones se pueden tratar casos mas complejos.

V.2) MODELO 1 .- PLANOS PARALELOS.

Este modelo se escogió por su relativa facilidad, tanto desde el punto de vista práctico como de cómputo. En situaciones donde las discontinuidades de velocidad se pueden aproximar por planos el programa trabaja con bastante rapidez.

El modelo geológico consta de 5 planos, tal como se observa en la figura (21), en este caso por tratarse de planos los puntos escogidos representan exactamente la superficie; en la misma figura se muestra la posición de las líneas que se obtuvieron; en la figura (22) se presentan las líneas 1 y 2 y en la figura (23) las líneas 3 y 5; todas las líneas se obtuvieron para el caso de incidencia normal.

En la figura (24) se presenta una representación tridimensional de las líneas obtenidas, mientras que en la figura (25) se muestran las trayectorias de los rayos generados.

En general este ejemplo no tiene ningún tipo de complicación, el primer reflector que se observa en la figura (22-b), muestra la configuración del modelo geológico, esto es un echado hacia la parte positiva del eje X, mientras que el segundo reflector lo muestra en dirección contraria, todo de acuerdo al modelo que se propuso; el resto de los reflectores es paralelo al plano XY, esto es sin echado, todo lo anterior se observa en las secciones sísmicas mostradas en las figuras (22) y (23).

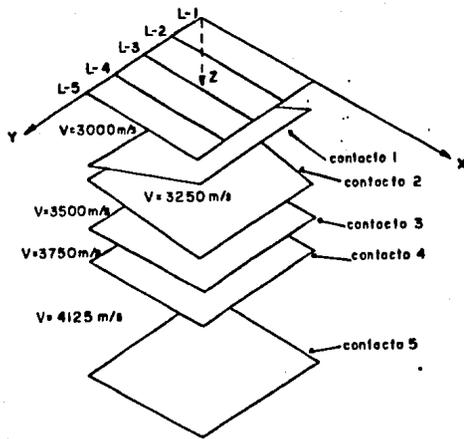
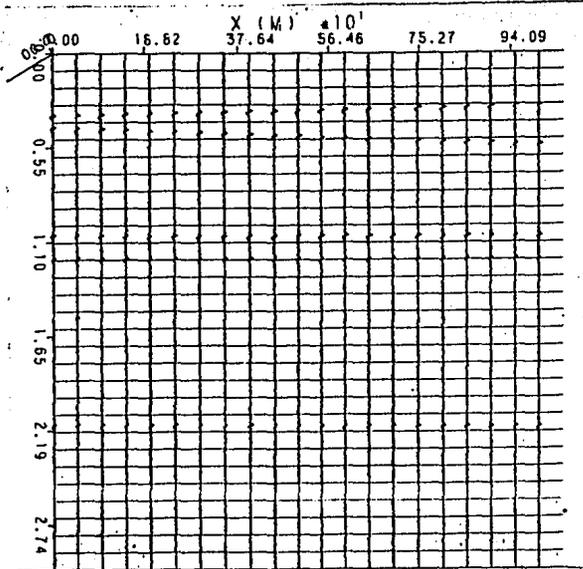
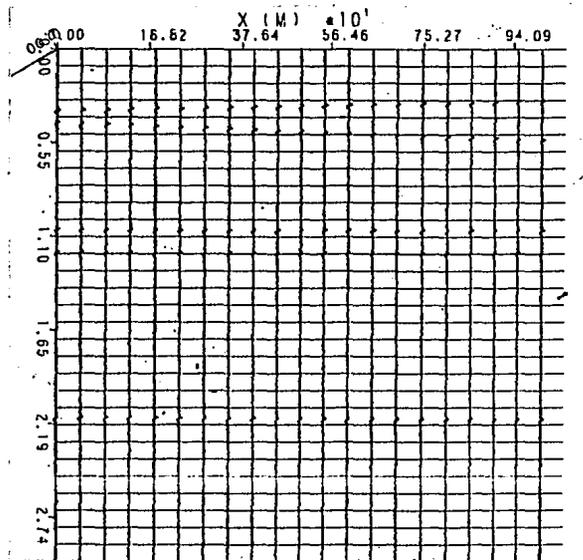


fig. 21. MODELO I



a)



b)

Fig. 22

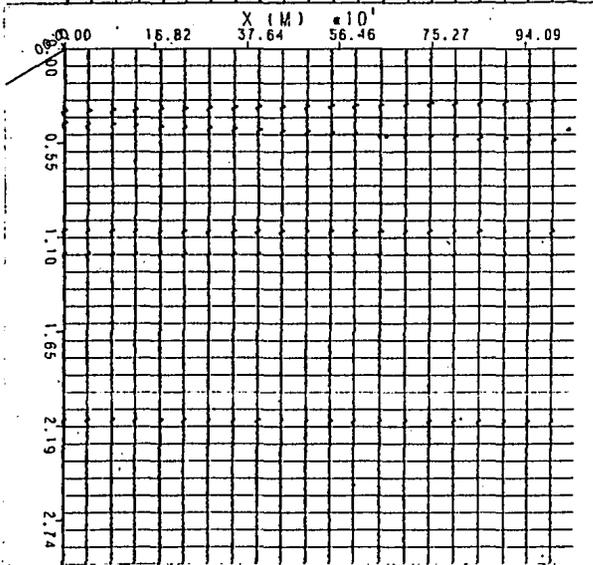
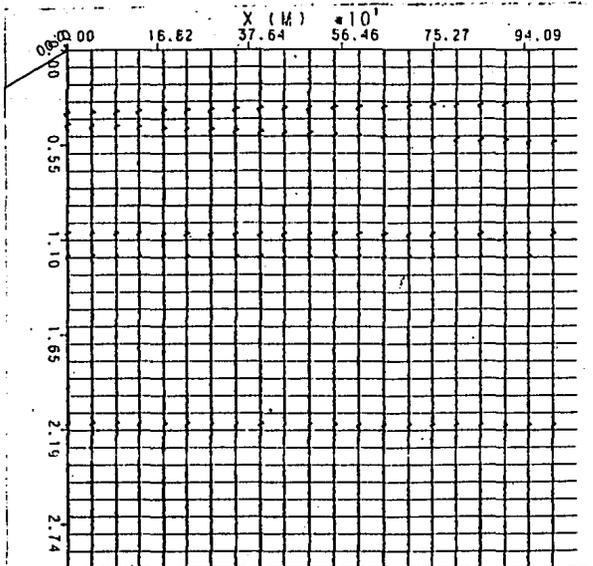


Fig. 23

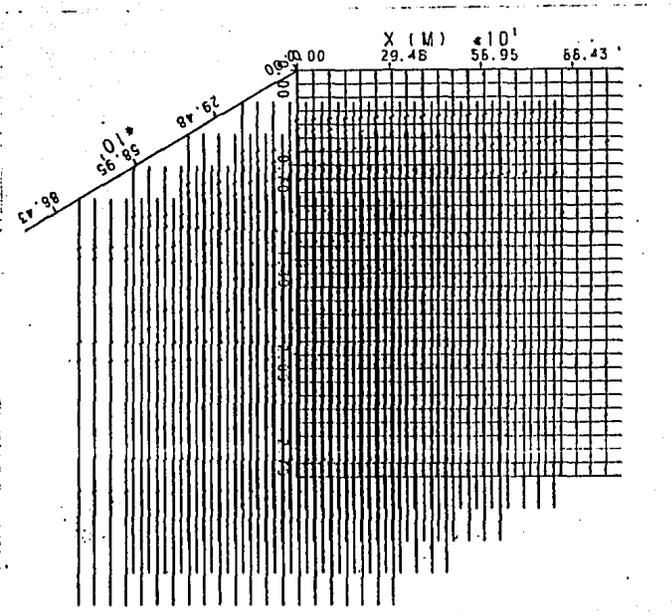


Fig. 24

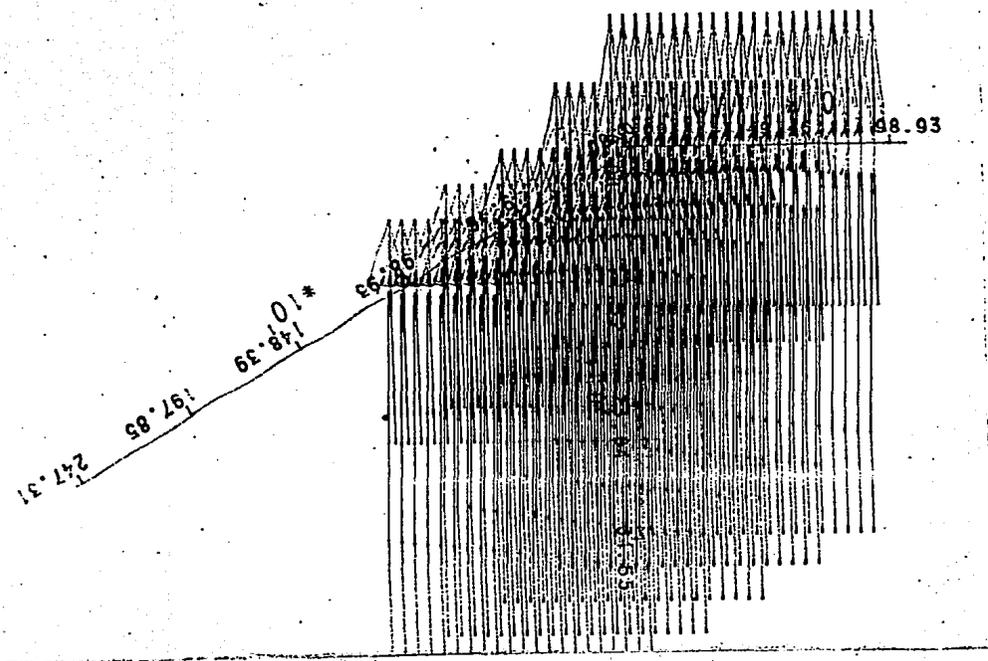


Fig. 25

V.3) MODELO 2.- DOMO SIN FALLAS.

Este modelo consta de dos capas, siendo la superior un domo y la inferior una capa plana sin echado; en la figura (26-a) se muestra la configuración de la capa superior y en la (26-b) se puede ver la aproximación de esta superficie por medio de 19 planos. La posición de las líneas observadas se muestra en la figura (26-a), se puede notar que las dimensiones del modelo son exageradas, una vista de perfil se muestra en la figura (27), en donde además, se indican los valores de velocidad y densidad utilizados.

La exageración en las dimensiones se debe a que se trata de resaltar efectos tridimensionales, esto es, encontrar dos o mas trayectorias que lleguen a un mismo punto y que puedan distinguirse en la sección sísmica obtenida.

Los parámetros de observación de cada línea son como sigue! Para las líneas 1,2,3,4,5,6 y 7 se observaron cada mil metros siendo la separación entre ellas de 200 metros; las líneas 8,9 y 10 se observaron también cada 1000 metros pero separadas cada 2000 metros. La línea 11 se observó cada 100 metros.

En la figura (28-a y b) se muestran las secciones

obtenidas en las líneas 2 y 3 y en la figura (29-a y b) las correspondientes a las líneas 5 y 6; la disposición de éstas en forma tridimensional se muestra en la figura (30) y las trayectorias de los rayos para todas las líneas se muestra en la figura (31).

En la figura (28-a) L-2 se observan dos reflectores planos, que corresponden a las discontinuidades de velocidad proporcionados en el modelo; al acercarse mas al domo como se ve en la línea 3, figura (28-b), empiezan a aparecer eventos a un tiempo posterior al del reflector 1 de la línea 2, siendo éstos efectos laterales, al acercarnos aun mas al domo figura (29-a) los laterales estan a un tiempo menor que el reflector, encontrándose en las trazas 4 y 12 laterales con un tiempo mayor que el reflector real, lo que indica que estos efectos tienen una trayectoria mayor; a una distancia menor figura (29-b) los laterales estan a menos tiempo que los anteriores; si se observa una línea perpendicular, figura (32-a) se ve el efecto de los laterales en otra dirección. En la figura (32-b) se puede observar también ésto en las trayectorias.

En la figura (33-a y b) se muestran las líneas 8 y 9 y en la figura (34) la 10, una representación de estas tres líneas se ve en la figura (35), con esto se pretende cubrir al domo; las trayectorias de los rayos se presentan en la figura (36).

Se observa en las figuras (33) y (34) que la capa inferior aparece como si tuviera curvatura, esto se debe a la diferencia de velocidades, siendo la curvatura mayor cuando la parte del domo observado tenga un rasgo estructural mayor.

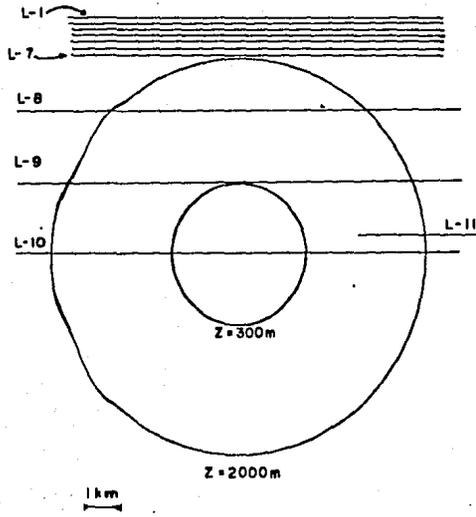


fig. 26-a. MODELO REAL

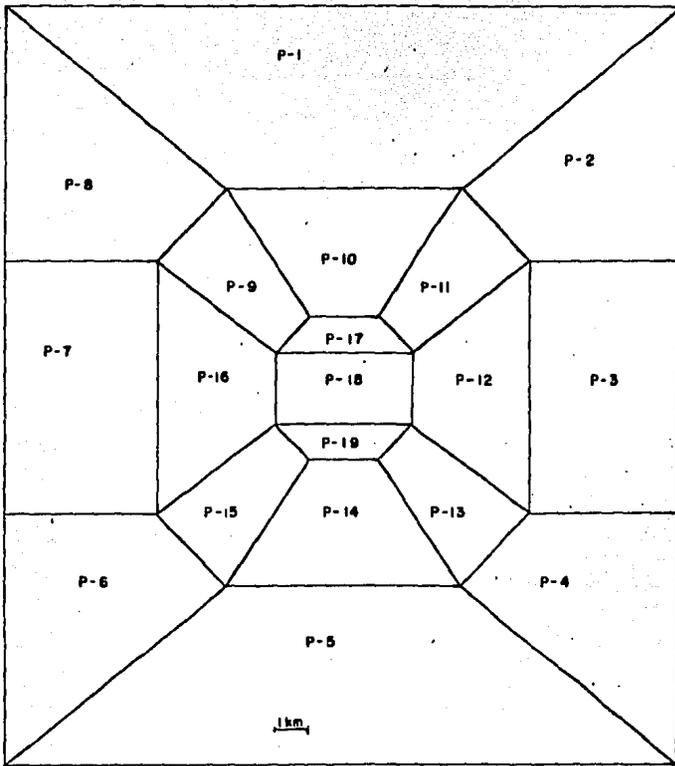


fig. 26-b. APROXIMACION A MODELO

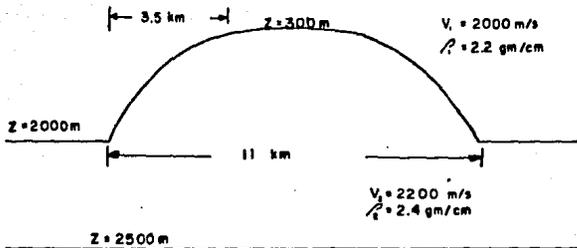


fig. 27. PERFIL MODELO 2

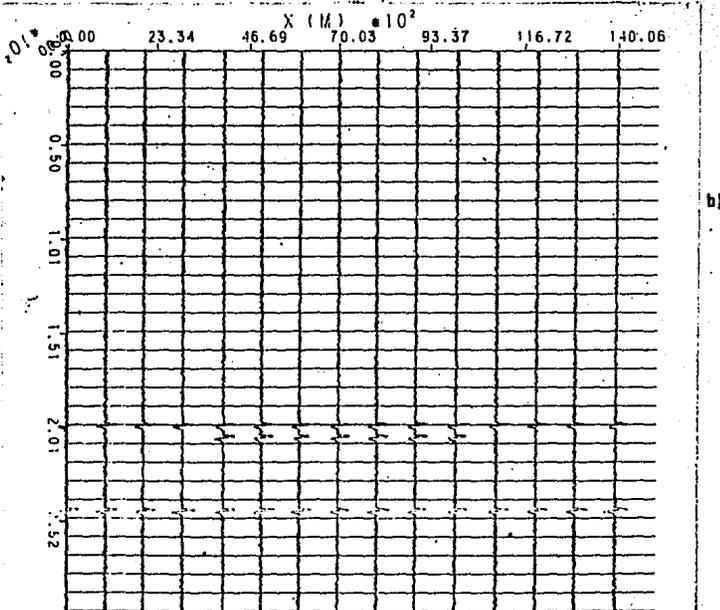
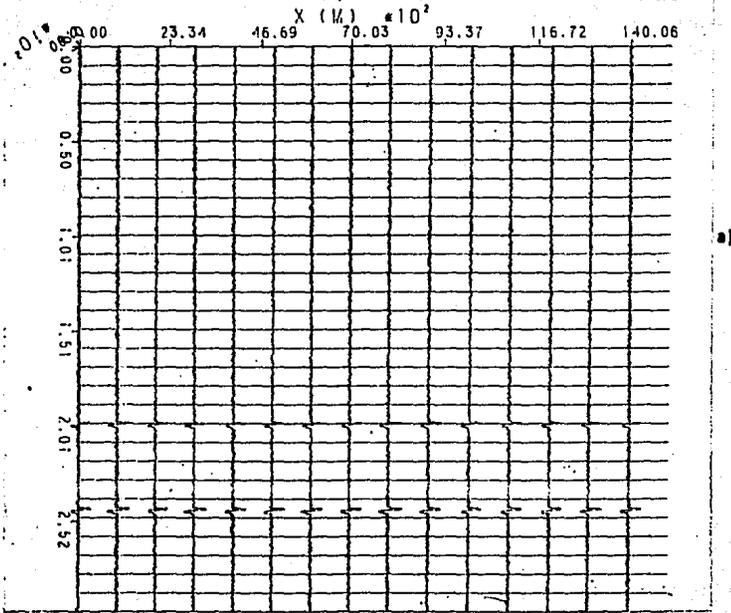


Fig. 28

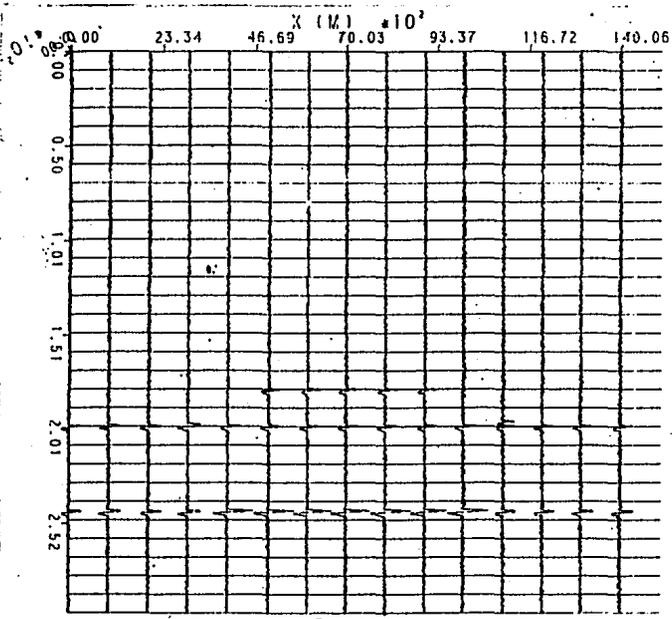
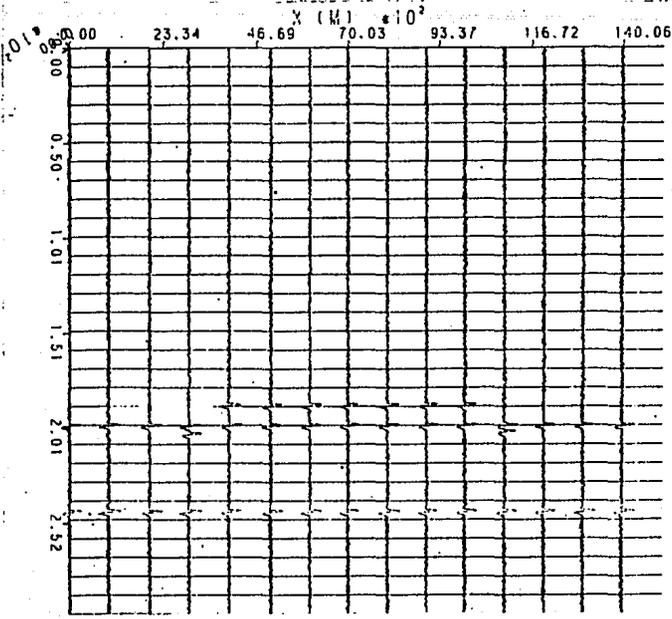


Fig. 29

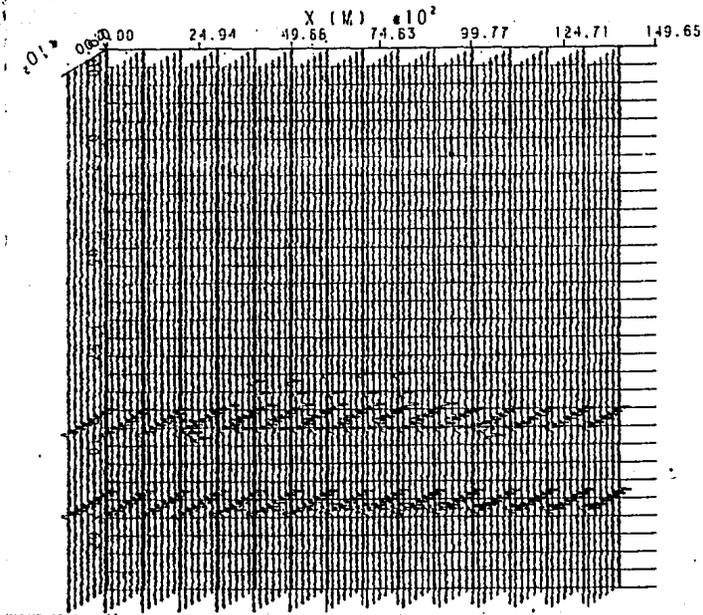


Fig. 30

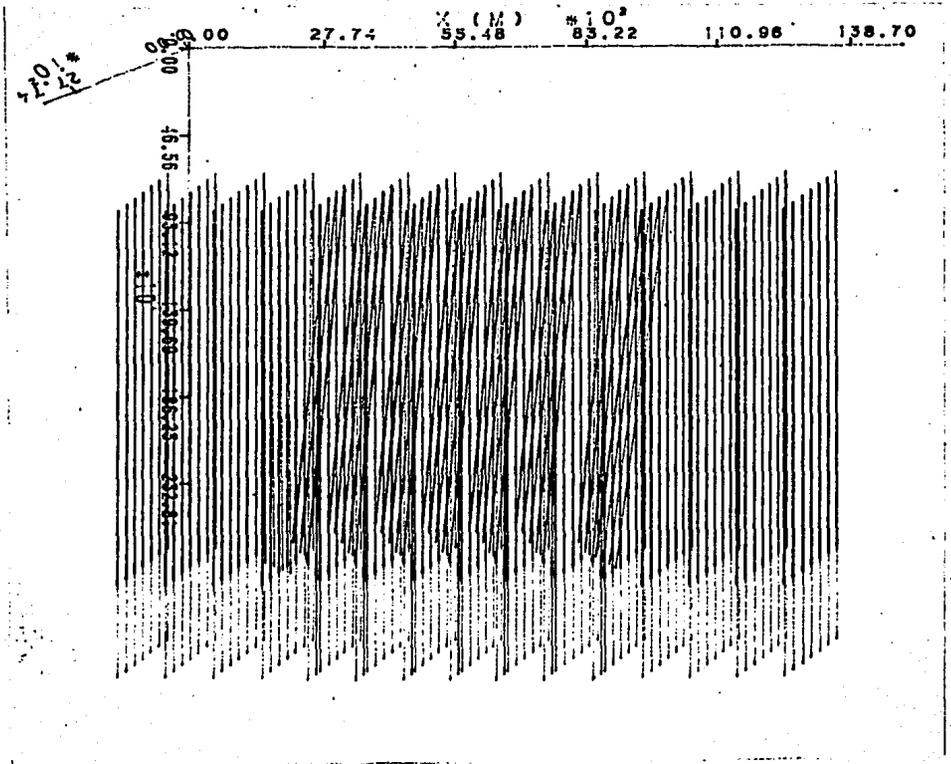
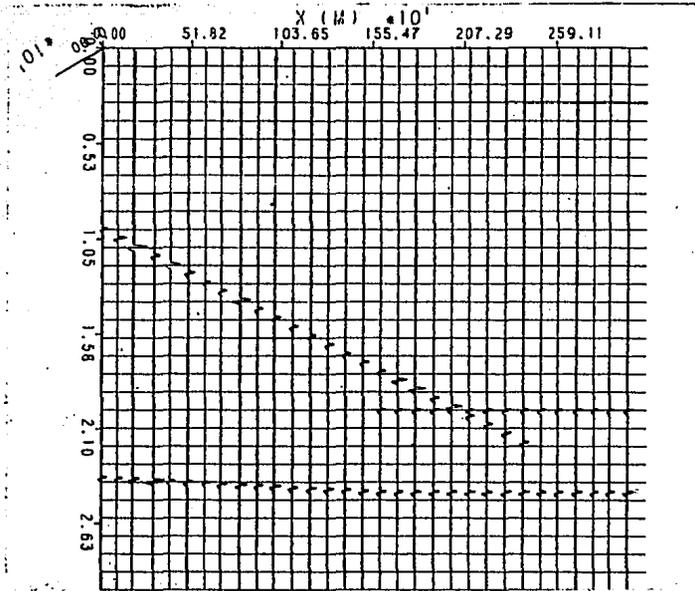
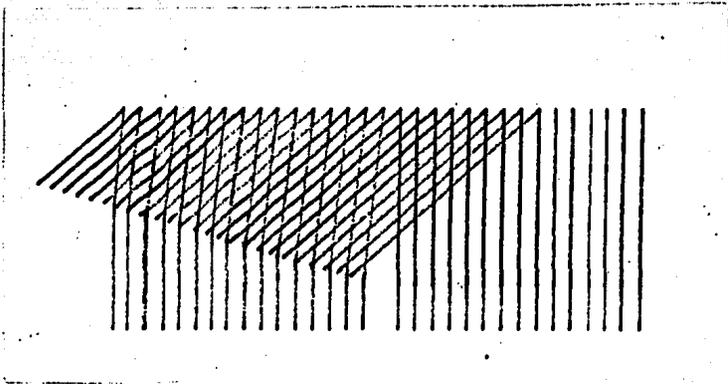


Fig. 31



a)



b)

Fig. 32

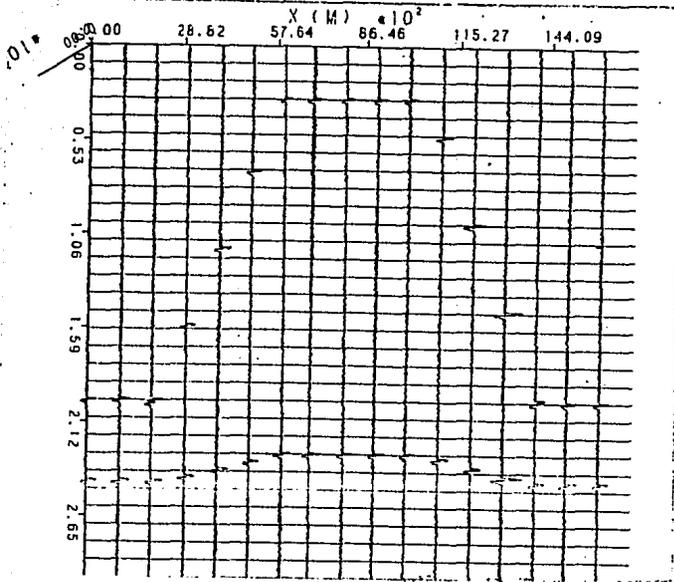
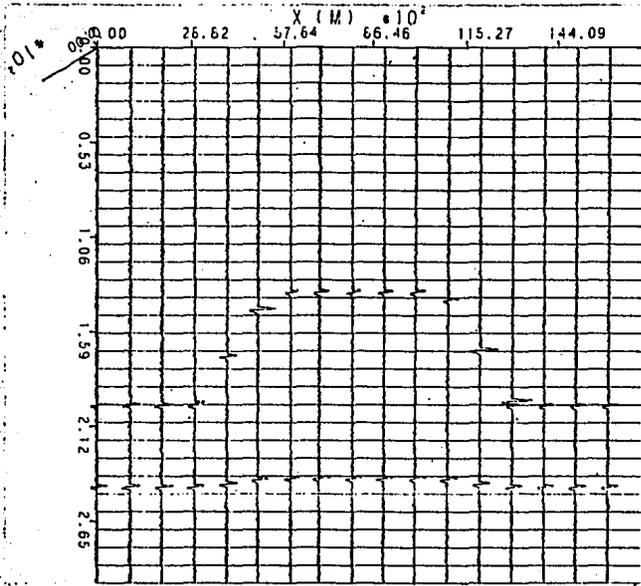


Fig. 33

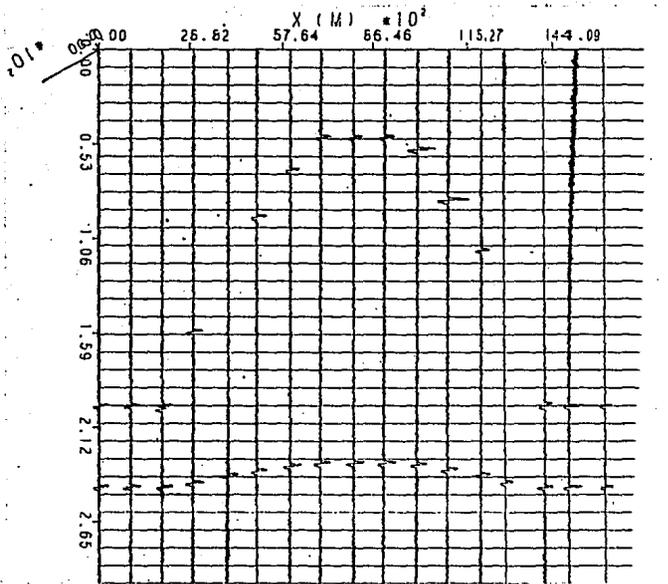


Fig. 34

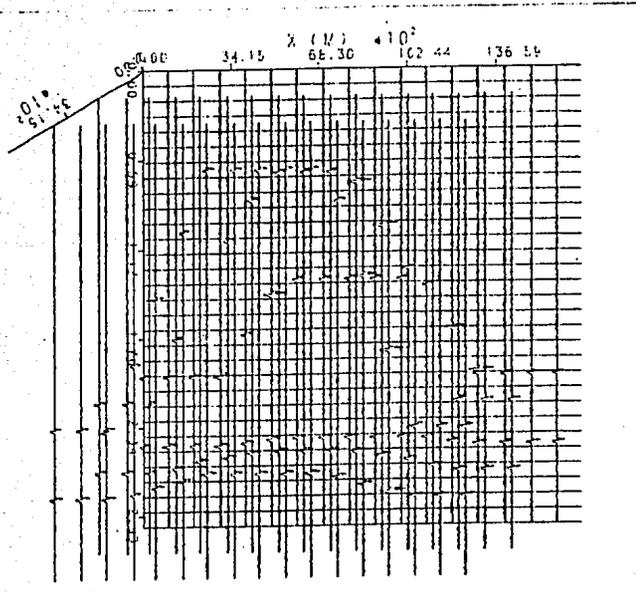


Fig. 35

V.4) MODELO 3.- DOMO AFALLADO.

Este ejemplo es el mismo que el del modelo 2, a excepción de que el domo se encuentra afallado, conservándose el contacto inferior como plano; en la figura (37-a) se muestra la superficie real así como las líneas que se obtuvieron, en la (37-b) se muestra la aproximación a esta superficie que está definida por 33 planos, en la (37-c) se muestra una vista de perfil del modelo.

Los parámetros de observación son como siguen: Las líneas 1,2,3 y 4 se observaron cada 1000 metros estando espaciadas cada 200 metros; las 5,6 y 7 que cubren al domo, se observaron cada 1000 metros con separación entre ellas de 4000 metros. La 8 se observó cada 100 metros.

La figura (38-a) línea 1, muestra los efectos de los laterales en las trazas de la 4 a la 12, con un tiempo superior al del reflector real, lo cual se explica por las trayectorias mas largas para los eventos laterales; en la misma figura se observa que aunque la superficie inferior es plana, ésta aparece con una pendiente entre las trazas 8 y 12, que es el inicio y terminación de la falla respectivamente. Al observar esta figura se podrían hacer varias interpretaciones, debido a los efectos de

las reflexiones laterales, las que no están contenidas en el plano de observación de la sección sísmica.

En la figura (38-b) línea 2, se observan casi los mismos efectos que en la sección anterior, sin embargo los laterales observados en las trazas 5 a la 9 casi coinciden con los reflejos, mientras que en las trazas 12 a la 14, los laterales que aparecen tienen un tiempo menor.

En la figura (39-a) línea 3, se observa como casi todos los laterales tienen trayectorias más cortas que los reflejos, a excepción de las trazas 3 y 16. Lo mismo se puede decir de la línea 4 figura (39-b); una sección en donde se inicia el levantamiento nos daría la clave de que se trata de efectos laterales, tal como se observa en la línea 8 figura (40).

En la figura (41-a) se muestra la línea 5, la cual se encuentra fuera del domo mostrando la posición de las discontinuidades de velocidad en donde las capas son planas, se observa el efecto de echado en el reflector inferior; en la figura (41-b) línea 6, la cual se encuentra dentro del domo, se observa en el reflector inferior el efecto de curvatura, simulando incluso una estructura no real; en la línea 7 figura (42-a), se observa el efecto de la falsa estructura, en este caso mayor por pasar por la parte más alta del domo. La disposición de estas líneas en un arreglo

tridimensional se muestra en la figura (42-b).

En este ejemplo, se pueden observar los efectos tridimensionales de los reflejos laterales, los que si no se identifican adecuadamente, pueden dar lugar a interpretaciones erróneas.

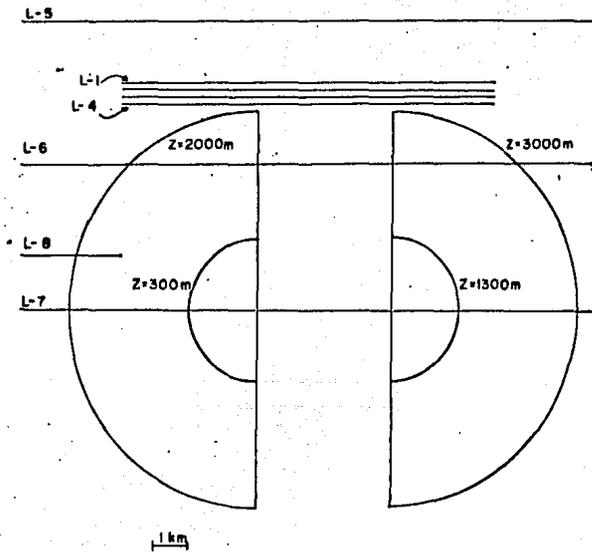


fig. 37-a. MODELO REAL

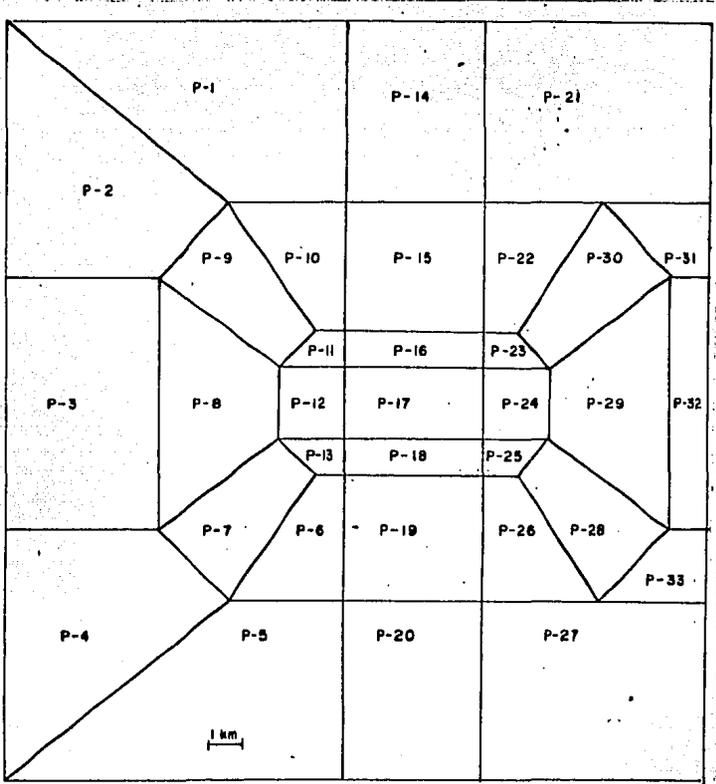


fig. 37-b. APROXIMACION MODELO 3

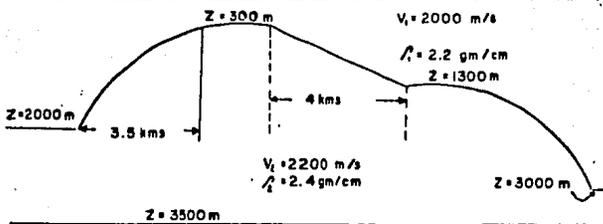


fig. 37-c. PERFIL MODELO 3

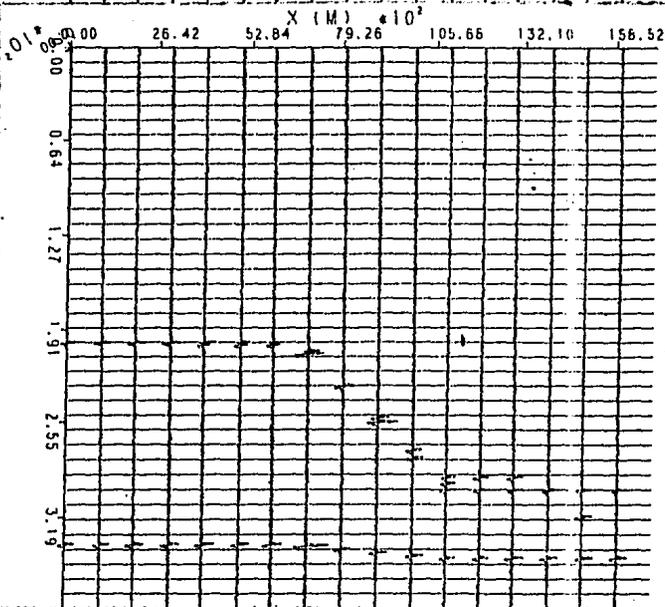
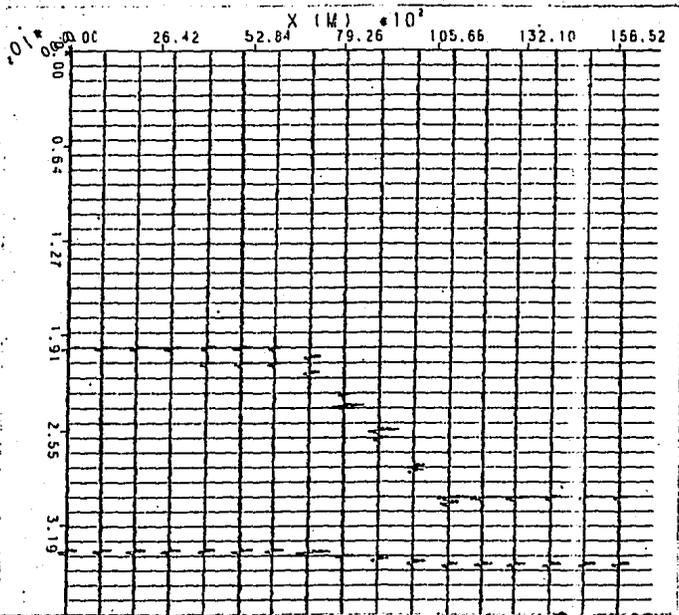


Fig. 38

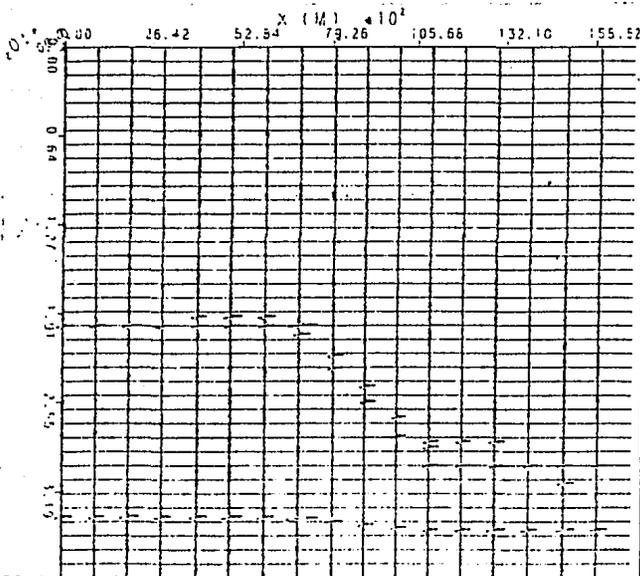
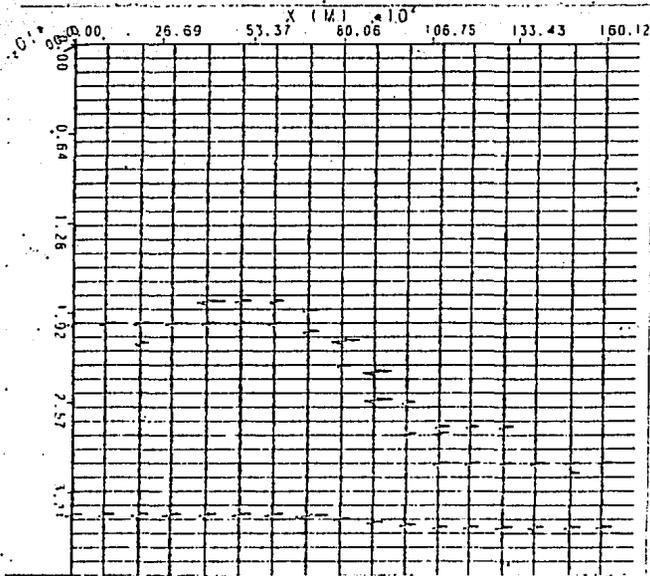


Fig. 39

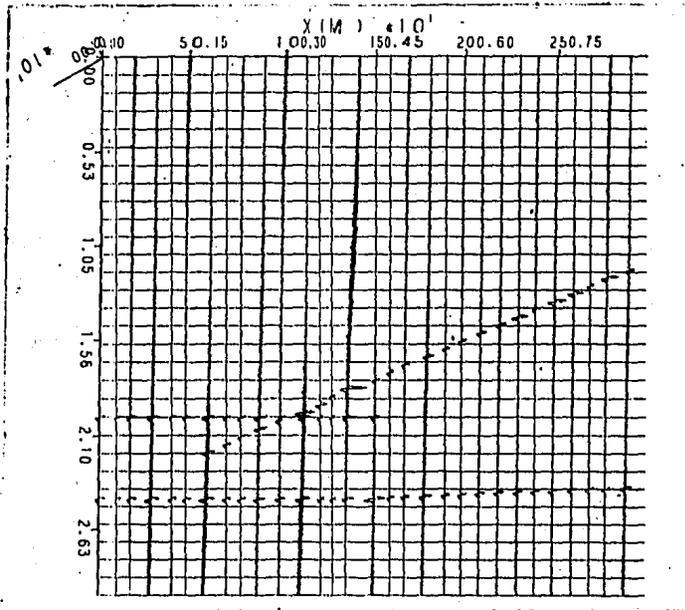


Fig. 40

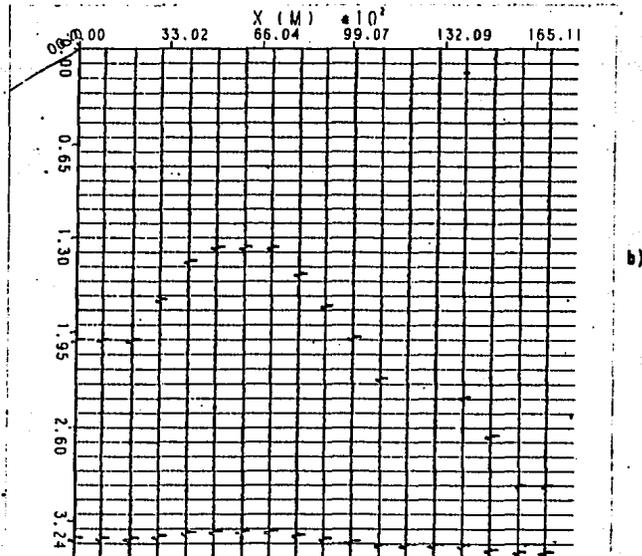
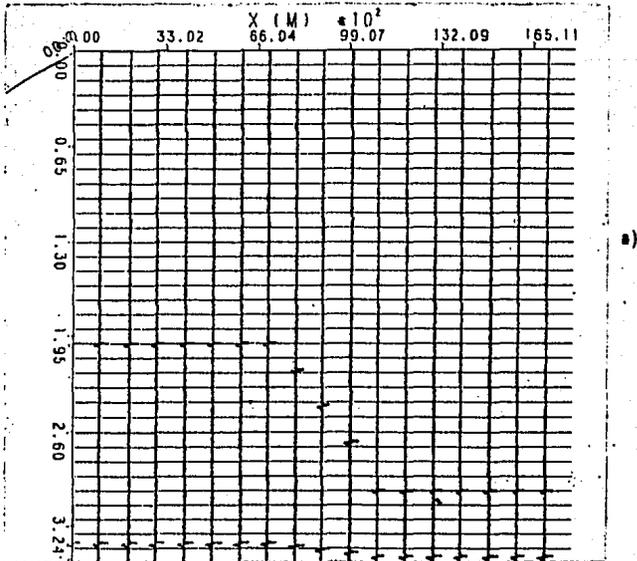
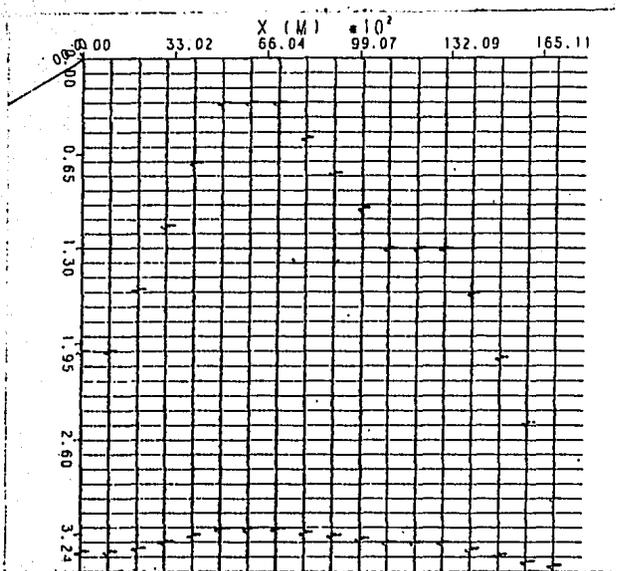
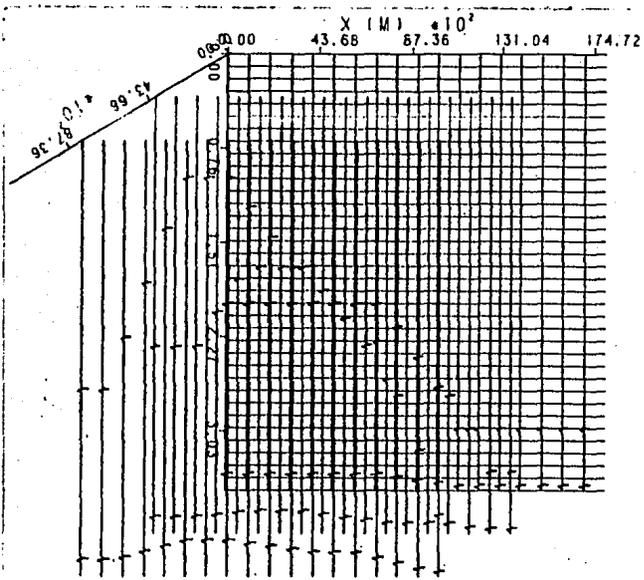


Fig. 41



a)



b)

Fig. 42

V.5) MODELO 4.- SECCION DE YUCATAN.

En este modelo se trata de una sección sísmica marina real, obtenida en algún lugar de la plataforma de Yucatán; la sección mencionada se muestra en la figura (43). El intérprete del área, después de analizar la información sísmica, propuso un modelo geológico, obteniendo las velocidades a partir de las de apilamiento esto se ve en la figura (44). La sección se encuentra en un área relativamente plana, por lo que se procedió a usar un modelo bidimensional, situación que el programa elaborado puede hacer sin ningún cambio en su estructura.

Debido a que el problema que se tenía no era estructural, sino el de analizar la presencia de reflejos múltiples entre los reflectores que se encuentran entre 1.400 y 1.950 segundos, se procedió a generar los reflejos primarios y los múltiples, encontrándose que casi todos éstos tenían un valor de coeficiente de reflexión muy pequeño, por lo que se escogieron dos que tienen coeficientes comparables a los de los reflejos primarios.

En la figura (45-a) se muestra la sección obtenida para

los primarios, graficados con la amplitud verdadera, la cual es comparable con la sección real, siendo el reflector 5 el que tiene mayor coeficiente de reflexión, en la figura (45-b) se muestra la misma sección graficada en amplitud constante.

En la figura (46-a) se muestran los reflejos primarios mas los múltiples en amplitud verdadera, y en la figura (46-b) puede observarse, la sección graficada en amplitud constante.

La similitud de la sección obtenida con la real es aceptable, siendo los eventos que aparecen entre los tiempos de 1.400 y 1.950 segundos explicados como reflejos múltiples, de trayectorias que se inician en la superficie y se reflejan en la capa 5, que es la que tiene el coeficiente de reflexión mayor, y múltiples generados en la capa de agua, con uno y dos rebotes respectivamente.

En la figura (47), se muestran las trayectorias de los reflejos primarios y los múltiples, no observándose diferencias entre ellos, debido a que casi siguen la misma trayectoria; para poder ver esto, se simuló un tendido, esto es, se obtuvo un sismograma como se observa en la figura (48), en la que no se genero la reflexión del fondo marino para no interferir con trayectorias de otras capas y poder observar los múltiples; en la figura (49) se muestran las trayectorias generadas en el sismograma de la figura (48).

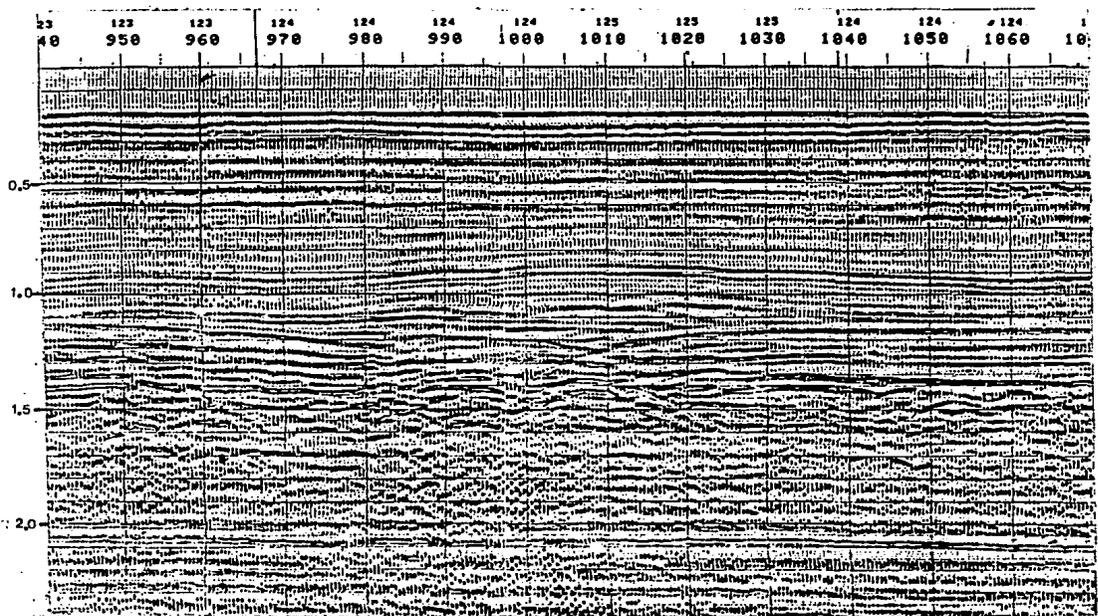


Fig. 43

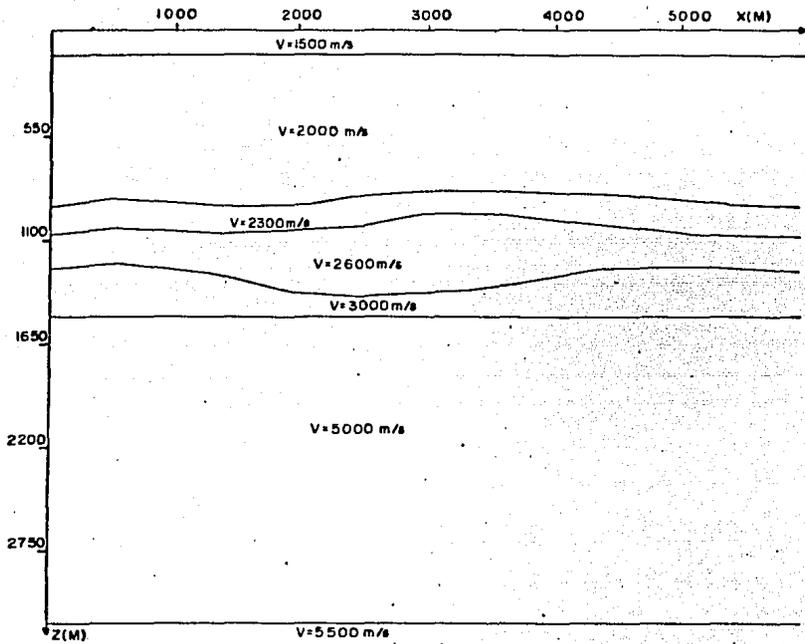
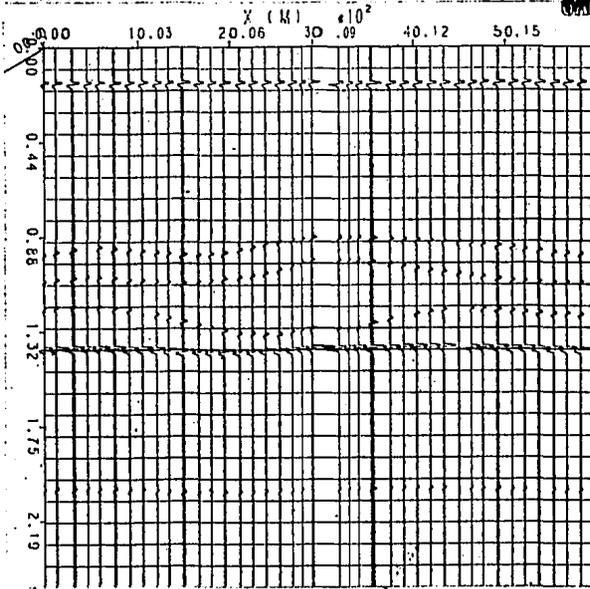
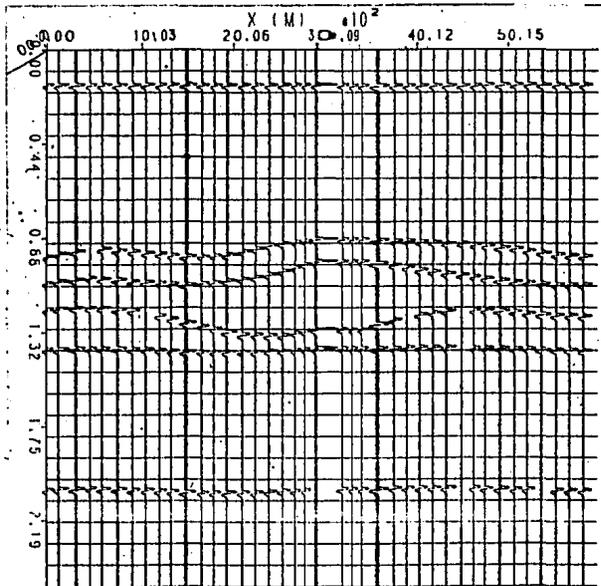


fig. 44. MODELO 4



a)



b)

Fig. 45

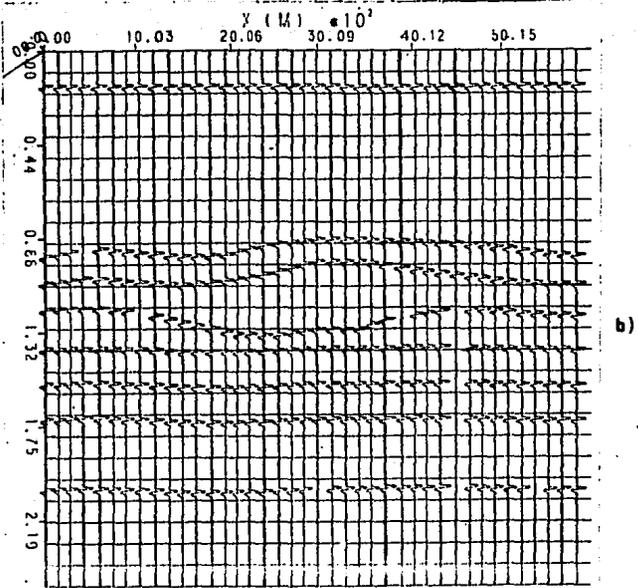
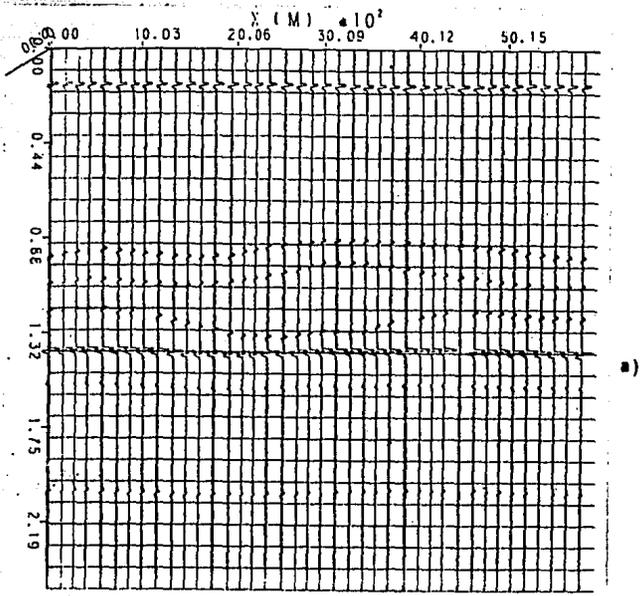


Fig.4.6

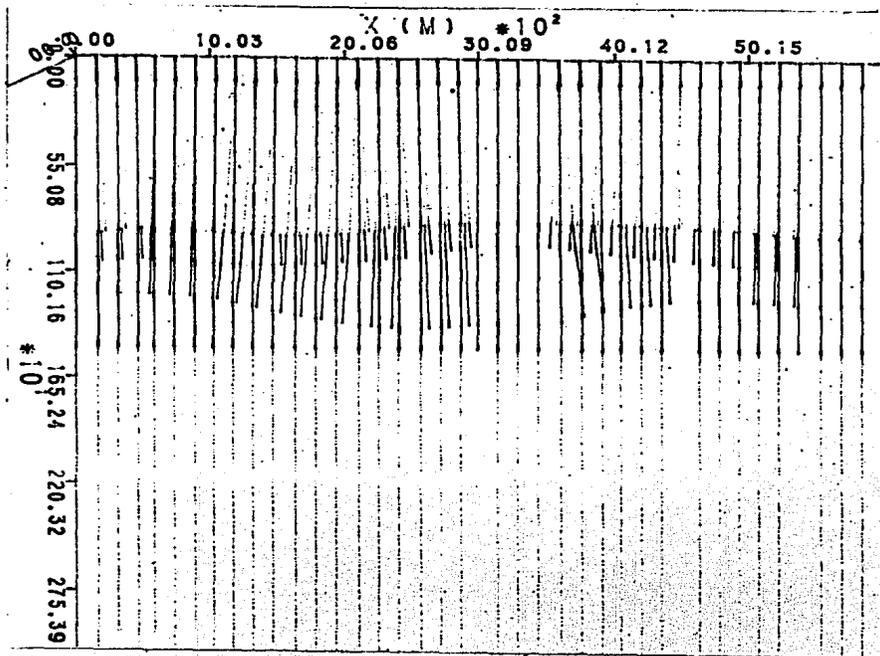


Fig. 47

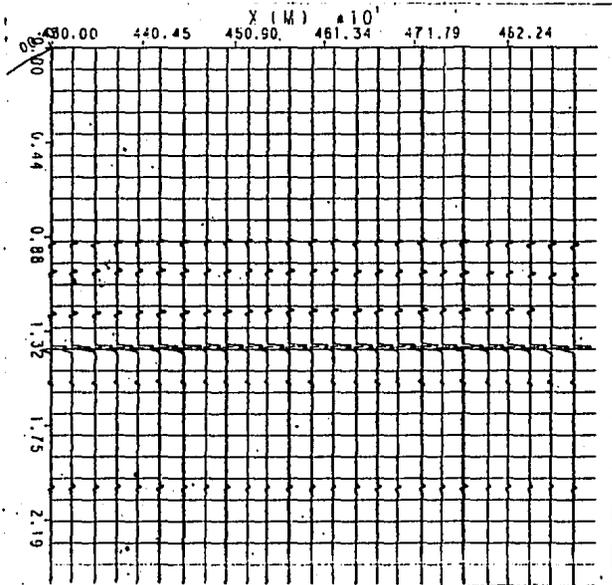


fig. 48

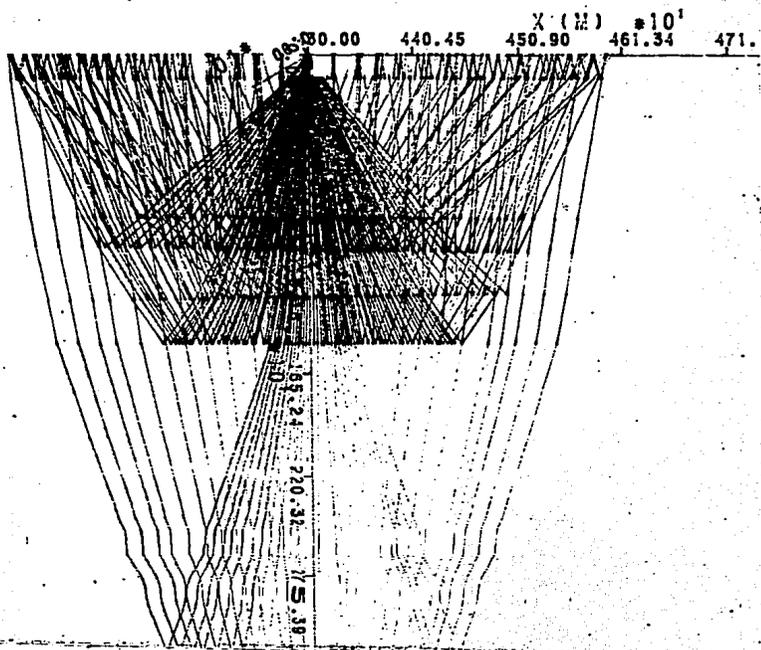


Fig. 49

CAPITULO VI. CONCLUSIONES.

Con los ejemplos mostrados en el capítulo anterior, se puede observar que las secciones sísmicas que se obtienen contienen información que no está incluida en el plano de la sección que se observa; esto se logra especificando la variable IB, mencionada en el capítulo IV; sin embargo en situaciones en donde no se sospeche la presencia de eventos laterales, es recomendable pedir al programa una sola dirección de búsqueda, ya que en esta forma se ahorra bastante tiempo en el cálculo, obteniéndose resultados satisfactorios; se sugiere usar la opción de rayos múltiples únicamente en aquellos casos donde se sospeche que existen reflejos que provienen de diferentes puntos no contenidos en el plano de la sección observada.

Con las secciones obtenidas, se puede modelar sísmicamente un buen número de tipos de áreas y ayudar a la interpretación geológica de las mismas, proponiendo un modelo geológico de relativa facilidad con las capas que se deseen, cuidando que entre mas planos se usen para definir una superficie se requiere mas tiempo de cómputo; además, este será un método iterativo que se realizará en forma manual.

Como trabajo a proseguir se recomendaría desarrollar un programa con los datos geológicos de un modelo de entrada y los datos de tiempo del modelo correspondiente ajustando el modelo a los observados en forma automática; lo anterior implicaría incluso el haber migrado los datos en un plano, lo cual se traduciría en la ubicación correcta de los altos estructurales encontrados en las configuraciones sismológicas. (Kleyn A, H. 1977).

APENDICE A. METODO DEL GRADIENTE PARA EL PROBLEMA DE LOS DOS PUNTOS.

Para resolver este problema se hicieron intentos con el método simplex (Montalvo, 1980). Sin embargo, no dió el resultado esperado ya que consume demasiado tiempo en lograr que el rayo salga en el punto deseado, por lo que se optó por utilizar el método del gradiente. En este último método se trata de encontrar la trayectoria de un rayo que salga en una posición predeterminada, siendo ésta la del detector $P_g = (X_g, Y_g, 0)$. Para lograrlo es necesario, una vez definida una dirección de búsqueda cualquiera, ir modificándola de acuerdo al gradiente del error en la siguiente forma.

$$X(k+1) = X(k) - s \nabla E \quad \dots\dots\dots (A-1)$$

donde

$X = (\alpha, \beta)$ es el vector de variables independientes.

$s =$ tamaño de paso.

$\nabla E =$ gradiente del error.

Debido a que no se conoce el gradiente del error en forma explícita, éste se puede aproximar en la siguiente forma. Si la dirección de salida del rayo es $(\alpha^*, \beta^*, \gamma^*)$, en donde la componente (γ^*) se calcula mediante.

$$\gamma^{*2} = 1 - \alpha^{*2} - \beta^{*2} \dots\dots\dots (A-2)$$

Con esta dirección se traza un rayo, éste saldrá en algún punto, de acuerdo a las leyes de la reflexión y la refracción. Sea este punto $P(X_e, Y_e, 0)$ a una distancia "d" que depende de la dirección del rayo en el punto de salida, es decir.

$$E = d(\alpha^*, \beta^*) = |P(X_e, Y_e, 0) - P(X_g, Y_g, 0)|$$

Para aproximar el gradiente ∇E , éste se aproximó como

$$\frac{\delta E}{\delta \alpha} \approx \frac{d(\alpha^* + \Delta\alpha, \beta^*) - d(\alpha^* - \Delta\alpha, \beta^*)}{2\Delta\alpha} \dots (A-3)$$

$$\frac{\delta E}{\delta \beta} \approx \frac{d(\alpha^*, \beta^* + \Delta\beta) - d(\alpha^*, \beta^* - \Delta\beta)}{2\Delta\beta} \dots (A-4)$$

Con las ecuaciones (A-3) y (A-4) se tiene una aproximación a la dirección del máximo crecimiento del error, por lo que para obtener la dirección deseada es necesario moverse en dirección contraria. (ver figura 8 capítulo III)

Ahora bien, una vez definida la dirección de búsqueda, es necesario determinar el tamaño de paso óptimo s incluido en la ecuación (A-1). Para esto, la función que se desea minimizar es.

$$E = E(\alpha, \beta) \dots\dots\dots (A-5)$$

Expandiendo esta función en serie de Taylor hasta segundo orden se obtiene.

$$E(\alpha, \beta) = E(\alpha_0, \beta_0) + \nabla E(\alpha_0, \beta_0)^t \Delta X + \\ 1/2 \Delta X^t \nabla^2 E(\alpha_0, \beta_0) \Delta X \dots\dots\dots (A-6)$$

En donde

$$\Delta X = \begin{vmatrix} \alpha - \alpha_0 \\ \beta - \beta_0 \end{vmatrix}$$

Supóngase que la estimación del valor óptimo de la función objetivo corresponde a $X = X^*$, tal que.

$$E(X^*) = E(\alpha^*, \beta^*) \dots\dots\dots (A-7)$$

Tomando las derivadas de la ecuación (A-6) con respecto a (α) y (β) en el punto $X = X^*$, e igualándolas a cero para calcular el mínimo se obtiene.

$$\frac{\delta E(\alpha, \beta)}{\delta \alpha} \Big|_{X=X^*} = E_\alpha + S_x E_{\alpha\alpha} + S_y E_{\alpha\beta} = 0 \dots\dots (A-8)$$

$$\frac{\delta E(\alpha, \beta)}{\delta \beta} \Big|_{X=X^*} = E_\beta + S_x E_{\alpha\beta} + S_y E_{\beta\beta} = 0 \dots\dots (A-9)$$

donde

$$S_x = \alpha^* - \alpha_0$$

$$S_y = \beta^* - \beta_0$$

$$E_{\alpha^2} = \frac{\delta^2 E(\alpha, \beta)}{\delta \alpha^2}$$

$$E_{\alpha} = \frac{\delta E(\alpha, \beta)}{\delta \alpha}$$

$$E_{\beta^2} = \frac{\delta^2 E(\alpha, \beta)}{\delta \beta^2}$$

$$E_{\beta} = \frac{\delta E(\alpha, \beta)}{\delta \beta}$$

$$E_{\alpha\beta} = \frac{\delta^2 E(\alpha, \beta)}{\delta \alpha \delta \beta}$$

Resolviendo para las segundas derivadas en (A-8) y (A-9) se obtiene.

$$E_{\alpha^2} = \frac{S_y E_{\alpha\beta} + E_{\alpha}}{S_x}$$

$$E_{\beta^2} = \frac{S_x E_{\alpha\beta} + E_{\beta}}{S_y} \dots\dots\dots (A-10)$$

Sustituyendo (A-10) en (A-6) se tiene.

$$E(X^*) = E(X_0) + (1/2)S_x E_{\alpha} + (1/2)S_y E_{\beta} \dots\dots (A-11)$$

Si se considera la búsqueda en la dirección (α) y se mantiene constante el gradiente en (β) , es decir $E_{\beta} = 0$, se tendrá.

$$E(X^*) - E(X_0) = (1/2)S_x E_{\alpha}$$

despejando

$$S_x = \frac{2(E(X^*) - E(X_0))}{E_\alpha} \dots\dots\dots (A-12)$$

Procediendo en la misma forma para $E_\alpha = 0$ se tiene.

$$S_y = \frac{2(E(X^*) - E(X_0))}{E_\beta} \dots\dots\dots (A-13)$$

Con las relaciones (A-12) y (A-13), se puede calcular el tamaño óptimo de paso para la búsqueda, en donde $0 < E(X_0) < \pi$, considerando los valores límites se tendrá.

$$S_{x_1} = \frac{2(E(X^*))}{E_\alpha} \quad S_{x_2} = \frac{2(E(X^*) - \pi)}{E_\alpha}$$

$$S_{y_1} = \frac{2(E(X^*))}{E_\beta} \quad S_{y_2} = \frac{2(E(X^*) - \pi)}{E_\beta}$$

eligiéndose el tamaño óptimo de paso como.

$$s = \text{MIN}[S_{x_1}, S_{x_2}, S_{y_1}, S_{y_2}] \dots\dots (A-14)$$

En general las expresiones (A-12) y (A-13) son exactas cuando la función objetivo es cuadrática; y cuando el valor óptimo es preciso; como no siempre es este el caso, Fletcher y Reeves (1964), recomiendan escoger s tal que $s = |s|$, si $0 < |s| < 1$ y en caso contrario, tomar $s = 1$. En este trabajo se consideró $|s| > 0$ y en el caso en que fuera mayor que uno, se tomó el valor calculado, todo con buenos resultados.

Con la anterior se está en posición de iniciar la búsqueda con un tamaño de paso adecuado al problema en cuestión; una forma de acelerar la búsqueda es la siguiente. Definir la función error en $X = X^*$, esto es: $d = E(X^*)$, usar la relación (A-1) con el tamaño de paso calculado en (A-14), duplicar s en cada iteración hasta que la función error sea mayor que el error de finido originalmente, regresar no al punto anterior sino a otro, d igamos reducir s en $3s/4$ y con los últimos tres puntos, obtener el valor de s que optimiza la función objetivo, ajustando a ésta por un polinomio de grado dos, definir de nuevo una función error para ese valor de s , usando la X que le corresponde en (A-1), evaluar de nuevo el gradiente y repetir el procedimiento anterior tantas veces como sea necesario hasta lograr minimizar la función objetivo (ver figura (9) capítulo III). Lo anterior se muestra en la figura (A-1).

La programación de este método, para resolver el problema de los dos puntos, dió resultados muy satisfactorios, por lo que fué el utilizado en la búsqueda.

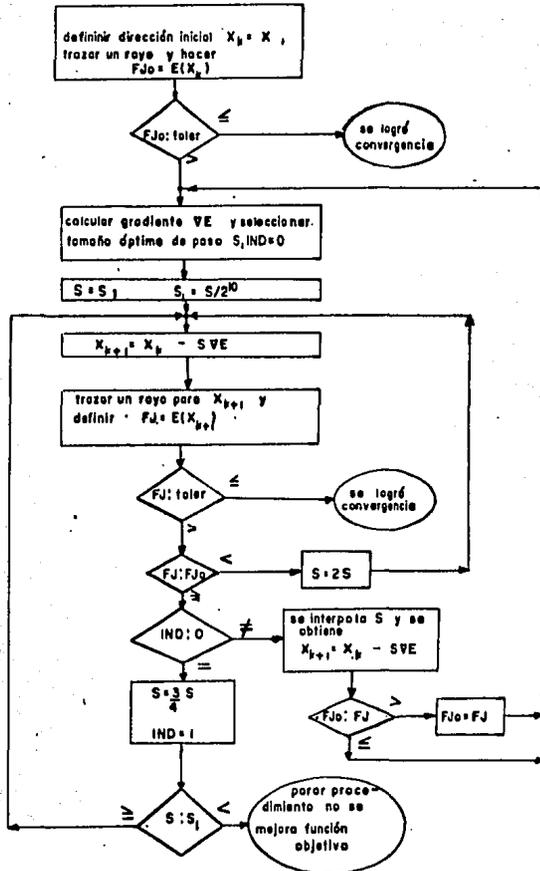


fig.A-1 BUSQUEDA DE LA SOLUCION

APENDICE B. CORRECCIONES APLICADAS A LOS RESULTADOS.

En los centros de procesado, el problema de determinar la velocidad de apilamiento es rutinario contando para ello con excelentes algoritmos que les permiten estimar la velocidad mencionada, utilizando técnicas de coherencia (Taner y Koehler 1970). Sin embargo, en el caso de secciones sísmicas generadas con un modelo se procede en una forma un poco diferente.

Taner y Koehler derivaron una expresión para aproximar la curva tiempo-distancia para el caso de (n) contactos horizontales, encontrando que ésta se puede aproximar por una serie de potencias de la forma:

$$T_x = C_1 + C_2 X^2 + C_3 X^4 + \dots \quad \dots (B-1)$$

en donde, los coeficiente C_1, C_2, C_3, \dots , son función de los espesores y de las velocidades de intervalo de cada capa. En casos prácticos, la serie de la ecuación (B-1) se trunca hasta el segundo término, definiéndose los coeficientes C_1 y C_2 por las siguientes expresiones.

$$C1 = 2 \left(\sum_{k=1}^n dK/VK \right)^2 = T_0^2$$

$$C2 = \frac{\sum_{k=1}^n t_k^2}{\sum_{k=1}^n t_k V_k^2} = 1/V_{rms}^2 \quad \dots \quad (B-2)$$

En donde, C1 es el tiempo T_0^2 y $1/C2$ la velocidad V_{rms}^2 . En general, al hacer el truncamiento a dos términos no se obtiene la velocidad V_{rms} , sino que se obtiene la velocidad de apilamiento; Al-Chalabi (1973-a), demostró que siempre se cumple $V_s \geq V_{rms}$, coincidiendo ambas cuando no hay echado.

Si se considera la serie representada en la ecuación (B-1) solo con dos términos, tendremos que las constantes están dadas por (B-2). Para hacer una estimación de la velocidad que mejor apile una familia de trazas de un CDP, debemos minimizar el error entre los tiempos observados y los tiempos teóricos. En esta forma se está haciendo algo similar a un análisis de coherencia, ya que se conoce exactamente el tiempo que tarda el rayo en viajar desde la fuente al detector. Lo anterior se puede expresar por.

$$\Phi (C1, C2) = (T_{obs}^2 - T_{teor}^2)$$

tal que

T_{obs} = tiempo observado.

T_{teor} = tiempo dado por $T_x^2 = (C1 + C2 X^2)$, siendo X el "offset", esto se ilustra en la figura (B-1).

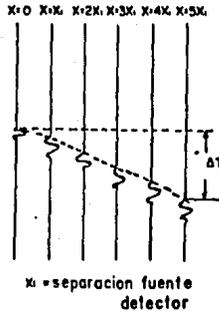


FIG. B-1 CALCULO DE LA VELOCIDAD DE APILAMIENTO

Ahora bien, en los centros de procesado se estima la velocidad de apilamiento óptima para sumar en fase las trazas de un CDP, haciendo una estimación del T_0 óptimo, que es en donde se coloca el vértice de la hipérbola; esto lo obtienen de un análisis de coherencia. Sin embargo, en este caso teórico, lo que se tiene que estimar no es la velocidad de apilamiento sino el tiempo T_0 , o sea, el vértice de la hipérbola que mejor se ajusta a las observaciones de tiempo de viaje realizadas a diferentes 'offsets' X_i . Lo anterior es equivalente a encontrar C_1 como sigue:

$$\ominus (C_1, C_2) = \sum_{i=1}^m (C_1 + C_2 X_i^2 - T_i^2)^2 \dots\dots (B-3)$$

en donde (m) es el número de trazas a apilar. Para que exista un mínimo se debe tener:

$$\frac{\delta \Phi (C_1, C_2)}{\delta C_1} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\delta \Phi (C_1, C_2)}{\delta C_2} = 0 \quad \dots \dots \dots (B-4)$$

Tomando las derivadas indicadas en (B-4) se obtiene:

$$\frac{\delta \Phi}{\delta C_1} = 2 \sum_{i=1}^m (C_1 + C_2 X_i^2 - T_i^2) = 0$$

$$\frac{\delta \Phi}{\delta C_2} = 2 \sum_{i=1}^m (C_1 + C_2 X_i^2 - T_i^2) X_i^2 = 0$$

y resolviéndolas simultaneamente se obtiene

$$T_0^2 = C_1 = \frac{\sum_{i=1}^m T_i^2 \sum_{i=1}^m X_i^4 - \sum_{i=1}^m X_i^2 \sum_{i=1}^m T_i^2 X_i^2}{\sum_{i=1}^m X_i^4 - \left(\sum_{i=1}^m X_i^2 \right)^2} \quad (B-5)$$

$$V_0^2 = 1/C_2 = \frac{\sum_{i=1}^m X_i^4 - \left[\sum_{i=1}^m X_i \right]^2}{\sum_{i=1}^m T_i^2 X_i^2 - \left[\sum_{i=1}^m X_i \right]^2 \sum_{i=1}^m T_i^2} \quad (B-6)$$

Las ecuaciones (B-5) y (B-6) dan la forma de corregir por velocidad, haciendo hincapié que en este trabajo solo se calculó el T_0 , colocándose en ese tiempo el impulso (reflejo) correspondiente.

Los puntos sobre la superficie del terreno para hacer la corrección o el apilado, son los puntos medios de la distancia fuente-detector. Estos coinciden en la superficie, mientras que, en el subsuelo hay diferencias.

APENDICE C. MODELO CONVOLUCIONAL.

En general, los resultados obtenidos con el programa que genera rayos son valores de tiempo, los cuales corresponden a los tiempos de reflejo de cada capa; en otras palabras, se obtiene un sismograma impulsivo en donde cada impulso está colocado en el tiempo que corresponde al tiempo de viaje fuente-detector para esa capa, siendo la magnitud del impulso la dada por su coeficiente de reflexión.

El procedimiento utilizado es el siguiente: Dado el intervalo de muestreo deseado en las trazas sísmicas, se posicionaron los impulsos correspondientes y se convolucionaron con una ondícula, esto es, cada traza sísmica se obtuvo como:

$$S(t) = r(t) * W(t) \quad \text{..... (C-1)}$$

donde

$S(t)$ = traza sísmica sin ruido.

$r(t)$ = función de reflectividad obtenida de los tiempos de viaje.

$W(t)$ = ondícula.

La ondícula que se utilizó fué la de Ricker. Sin embargo, existe la opción de proporcionarla si mediante algún procedimiento se puede calcular (Chi y Mendel 1984).

APENDICE D. RUIDO AÑADIDO A LOS SISMOGRAMAS.

Las secciones sísmicas obtenidas están libres de ruido, esto es, se trata de una sección sísmica ideal; algunas veces se puede estar interesado en una sección ruidosa de forma tal, que podamos seleccionar la relación señal a ruido que se desea, esto se logra haciendo las siguientes consideraciones.

Sea un sismograma $S_r(t)$, tal que esté contaminado con un ruido aleatorio $n(t)$; $S_r(t)$ se puede representar por:

$$S_r(t) = S(t) + n(t) \quad \dots\dots (D-1)$$

donde

$S(t)$ = sismograma sin ruido.

$n(t)$ = ruido blanco añadido $.N(0, \sigma_n^2)$

La relación señal a ruido se define como

$$SNR = \text{Var}[\text{señal}] / \text{Var}[\text{ruido}] \quad \dots (D-2)$$

de forma tal que una vez escogida la relación señal a ruido (SNR), se calcula la varianza de la señal despejándose en (D-2) la varianza del ruido.

$$\text{Var}[\text{ruido}] = \sigma_r^2 = \frac{\text{var}[\text{señal}]}{\text{SNR}} \quad \dots\dots (D-3)$$

Con este valor se genera una serie de números aleatorios, los cuales suponemos que se distribuyen normal con media cero y varianza la calculada con la expresion (D-3).

BIBLIOGRAFIA

- Al-Chalabi. M, 1973; Series approximations in velocity and traveltine computations.
Geophys. Prosp. V.21, p - 783-795
- Al-Chalabi. M, 1974; An analysis of stacking, rms, average, and interval velocities over a horizontally layered ground.
Geophys. Prosp. V.22, p - 458-475
- Berkhout A, J, 1980; Seismic migration.
Elsevier scientific publishing Co.
- Beveridge G,S,G and Schechter, R,S, 1970; Optimization, theory and practice.
Mc Graw Hill.
- Bortfeld, R, 1973; Comments on 'Series approximation in velocity and traveltine computations'.
Geophys. Prosp. V.21, p - 796-797
- Cerveny V, and Hron F, 1980; The ray series method and dynamic ray tracing system for three dimensional inhomogeneous media.
S.S.A. Bull, V.70, p -47-77
- Chander R; 1977; On tracing rays with specified end points.
Geophys. Prosp. V.25, p - 120 - 124.
- Chi,C.Y,Mendel J,H, and Hampson D.1984; A computationally fast approach to maximum-likelihood deconvolution.
Geophys. V. 49, p - 550 - 565.
- Deschamps. G, A. 1972; Ray techniques in electromagnetics.
Proc. I.E.E.E. V.60, p - 1022 - 1035.
- Dix C, H. 1955; Seismic velocities from surface measurements.
Geophys. V.20, p - 68 - 86.
- Everett J, E. 1974; Obtaining interval velocities when dipping horizons are included.
Geophys. Prosp. V.22, p - 122 - 142.
- Fletcher, R, and Reeves, C. M. 1964; Function minimization by conjugate gradients.
Computer J. V.7, p - 149 - 154.

- Gjøystdal H, Reinhardsen J, E. and Ursin B, 1984; Traveltime calculations in three dimensional inhomogeneous layered media with curved interfaces; Geophys. V.49, p - 1466 - 1494.
- Hilterman F, J. 1970; Three dimensional seismic modeling. Geophys. V.35, p - 1020- 1037.
- Hilterman F, J. 1975; Amplitudes of seismic waves - a quick look-. Geophys. V.40, p - 745 - 762.
- Hubral P. 1980; Wavefront curvature in three dimensional laterally inhomogeneous media with curved interfaces. Geophys. V.45, p - 905 - 913.
- Hubral P. and Krey Th, 1980; Interval velocities from seismic reflection time measurements. Society of Exploration Geophysicists.
- Julian B, R. and Gubbins D, 1977; Three dimensional seismic ray tracing. J. of Geophys. V.43, p - 95 - 113.
- Kleyn A, H. 1977; On the migration of reflection time contour maps. Geophys. Prosp. V.25, p - 125 - 140.
- Krey Th. 1976; Computation of interval velocities from common reflection point moveout times Geophys. Prosp. V.24, p - 91 -111.
- Langan R.T, Lerche I, and Cutler R, T. 1985; Tracing rays through heterogeneous media: An accurate and efficient procedure. Geophys. V.50, p - 1456 - 1465.
- May B, T. and Hron F, 1978, Synthetic seismic sections of typical petroleum traps. Geophys. V. 43, p - 1119 - 1147.
- Mantelva R, A. 1980; El problema general del trazado de rayos en tres dimensiones. Pub. interna de PEMEX. (inedito).
- Pereyra V, Lee W.H.K, Keller H. B, 1980; Solving two point seismic ray tracing problems in a heterogeneous medium. S.S.A.Bull, V.40, p - 79 - 99.

- Ricker N. 1940; The form and nature of seismic waves and the structure of seismograms.
Geophys. V.5, p - 348 - 366.
- Shah P. M. 1973; Ray tracing in three dimensions.
Geophys. V.38, p - 600 - 604.
- Shah P. M, 1973; Use of wavefront curvature to relate seismic data with subsurface parameters.
Geophys. V. 38, p - 812 - 825.
- Taner M. T. and. Koehler F, 1969; Velocity spectra-digital computer derivation and application of velocity functions.
Geophys. V.34, p - 859 - 881.
- Taner M. T. Cook E. E, and Neidell N. S, 1970; Limitations of the reflection seismic method, lessons from computer simulations.
Geophys. V.35, p - 551 - 573.
- Ursin B, 1977; Seismic velocity estimation.
Geophys. Prosp. V.25, p - 658 - 666.
- Ursin B, 1978; Wavefront curvature in a layered medium.
Geophys. V.43, p - 1011 - 1013.
- Ursin B, 1982; Quadratic wavefront and travelttime approximations in inhomogeneous layered media with curved interfaces.
Geophys. V.47, p - 1012 - 1021.