



01179  
lej.  
1

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA**

**ESTIMACION ESTADISTICA ESPECTRAL DE LA PROFUNDIDAD DEL  
BASAMENTO A PARTIR DE DATOS DE AEROMAGNETOMETRIA**

**MIGUEL ANGEL ARROYO ESQUIVEL**

**T E S I S**

Presentada a la División de Estudios de  
Posgrado de la

**FACULTAD DE INGENIERIA**  
de la

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

como requisito para obtener el grado de

**MAESTRO EN INGENIERIA**  
(EXPLORACION DEL SUBSUELO)

**CIUDAD UNIVERSITARIA**

**MEXICO**



**1986**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## RESUMEN

Entre las técnicas de la magnetometría que permiten la estimación de la profundidad a la cima de los cuerpos magnéticos, destacan los métodos estadístico espectrales. En este trabajo se reporta una aplicación de esta metodología, previa discusión de algunos procedimientos de evaluación de profundidades comúnmente utilizados, así como de la teoría concerniente tanto al análisis espectral en general, como al método estadístico espectral en sí, del que se examinan algunos ejemplos publicados.

De esta forma y con objeto de elaborar una cartografía del basamento cristalino en la parte septentrional de la Faja Volcánica Mexicana - (FVM), se habilitó un paquete de programas de cómputo para estimar profundidades a partir de datos de campo irregularmente espaciados y sobre una sección. Dichos programas se emplearon primero en varios modelos teóricos para después aplicarse a la parte norte de la FVM. A partir de los resultados obtenidos - luego de un análisis crítico de diferentes situaciones hipotéticas-, se concluyó que a pesar del recubrimiento volcánico existente en la zona de estudio -de gran espesor y considerable respuesta magnética-, el procedimiento usado es bastante eficaz para la estimación de profundidades no sólo al basamento cristalino, sino también a interfases magnéticas más someras; sobre todo si se considera que para su aplicación se necesita disponer únicamente, por un lado, de datos reales de un perfil magnético y, por el otro, del conocimiento de la geología regional del área.

## TABLA DE CONTENIDO

	PÁGINA
I. <u>INTRODUCCION.</u> . . . . .	1
II. <u>LA EVALUACION DE PROFUNDIDADES EN MAGNETOMETRIA</u> . . . . .	6
METODOS CUALITATIVOS. . . . .	12
TECNICAS CUANTITATIVAS. . . . .	14
OTROS METODOS . . . . .	16
LA ESTIMACION ESTADISTICA ESPECTRAL . . . . .	18
III. <u>FUNDAMENTOS TEORICOS.</u> . . . . .	21
EL ESPECTRO DE POTENCIA . . . . .	22
EL ESPECTRO DE LOS DATOS OBSERVADOS . . . . .	27
EFECTOS DE LA DIGITALIZACION. . . . .	33
VENTANAS DE DATOS . . . . .	35
EL CALCULO DEL ESPECTRO . . . . .	45
El Método Indirecto o de Correlación-Transformada.	46
El Método Directo o de Periodograma. . . . .	50
EL LOGARITMO DEL ESPECTRO . . . . .	56
IV. <u>EL METODO ESTADISTICO ESPECTRAL</u> . . . . .	61
LA ESTRUCTURA ESTADISTICA DEL CAMPO MAGNETICO Y LA ESTI-	
MACION DE PROFUNDIDADES . . . . .	63
EL CASO TRIDIMENSIONAL. . . . .	71
Ensamble de Modelos. . . . .	75

	CONSIDERACIONES EN EL CALCULO DEL ESPECTRO DE POTENCIA A PARTIR DE DATOS REALES . . . . .	78
	Restricciones en la Evaluación de Profundidades . . . . .	84
	EJEMPLOS PUBLICADOS DE LA APLICACION DEL METODO. . . . .	91
V.	<u>ESTIMACION DE LA PROFUNDIDAD AL BASAMENTO CRISTALINO — EN LA FAJA VOLCANICA MEXICANA.</u> . . . . .	110
	EL PROCEDIMIENTO APLICADO. . . . .	111
	Modelos Hipotéticos . . . . .	112
	Casos Reales. . . . .	115
	SINTESIS DE LA GEOLOGIA DE LA FAJA VOLCANICA MEXICANA —	123
	Origen de la Faja Volcánica Mexicana. . . . .	136
	ANALISIS E INTERPRETACION DE LOS PERFILES MAGNETICOS —	
	OBSERVADOS . . . . .	139
	Columna Geológica Propuesta . . . . .	153
VI.	<u>CONCLUSIONES</u> . . . . .	155
VII.	<u>BIBLIOGRAFIA</u> . . . . .	158
	<u>APENDICE</u> . . . . .	173
	<u>ADDENDA.</u> . . . . .	185

## ILUSTRACIONES

### PLANO:

AL FINAL  
DEL TEXTO

1. Localización de Perfiles Aeromagnetométricos. . . . . "

### FIGURAS:

ENTRE  
PÁGINAS

1. Resolución Espectral en Función del Tamaño de la Ventana de Datos . . . . . 30 y 31
2. La Ventana Rectangular y la Ventana de Hamming. . . . . 41 y 42
3. Componente Radial del Espectro de Energía Logarítmico Normalizado, para un Prisma sin Fondo . . . . . 88 y 89
- 4a. Ensamble de Cuerpos del Subsuelo Modelados. . . . . 112 y 113
- 4b. Gráfica del Logaritmo del Espectro de Potencia Normalizado Versus el Número de Onda . . . . . 112 y 113
5. Perfiles Números 1 y 2. . . . . 145 y 146
6. Perfiles Números 6 y 8. . . . . 147 y 148
7. Perfiles Números 11 y 17. . . . . 149 y 150
8. Perfiles Números 19 y 20. . . . . 150 y 151
9. Perfiles Números 33 y 36. . . . . 152 y 153

## CAPITULO I

### INTRODUCCION

La aeromagnetometría persigue entre sus principales objetivos de tipo regional y en áreas de estratigrafía desconocida, la determinación preliminar del espesor de la cubierta sedimentaria. Ahora bien, los procedimientos que más se utilizan en la resolución de este problema son el ajuste, por prueba y ensayo, de cuerpos de 2-D, 2½D y de tres dimensiones, ó 3-D, a la anomalía de campo total, variando su extensión y asumiendo que se encuentran uniformemente magnetizados; y partiendo de mediciones de ancho y pendientes de anomalías individuales sobre un perfil de datos aeromagnéticos. (En geofísica, la referencia a características uni-dimensionales y bi-dimensionales se hace en relación al número de variables independientes, y no respecto a la más usual notación referida al número total de variables -ya sean dependientes o no). Además de las anteriores suposiciones, las interpretaciones de profundidad se complican en virtud de que deben tomarse en consideración tanto la dirección de magnetización en las rocas, como el ángulo que forman el rumbo de la estructura y el meridiano magnético.

Por otro lado, los valores del campo magnético terrestre vertidos sobre un plano pueden considerarse como una función de dos variables espaciales -horizontales y ortogonales- "x" e "y". Por ésto, existe la posibilidad de representar exactamente tales datos mediante una función analítica que podría ser una serie de Fourier bidimensional -limitada por una frecuencia superior y otra inferior debido, por un lado, al es-

paciamiento finito entre estaciones-, y por el otro, a las dimensiones circunscritas del área estudiada, puesto que la primera armónica, conocida como componente fundamental, tiene el mismo período de la función que en este caso se obtiene de la longitud del perfil o mapa de campo, y cuando se grafica el espectro discreto de una función periódica en -- función de la frecuencia, la distancia entre armónicos adyacentes es la frecuencia fundamental (Hsu, 1973). Mediante tal función analítica pue de estimarse, satisfactoriamente para propósitos prácticos, el espectro complejo de dicho mapa. Si únicamente se considera el efecto de la pro fundidad sobre el espectro desde un punto de vista cualitativo, y se re cuerda que un cuerpo magnetizado del subsuelo que se ubique muy cerca - de la superficie produciría una respuesta mucho más abrupta que otro lo calizado a mayor profundidad; podrá inferirse que una anomalía aguda -- que presente un rápido decaimiento en amplitud a medida que uno se aleja de su centro, se caracterizará por un considerable contenido de alta frecuencia. Por el contrario, una amplia anomalía de lento decaimiento en amplitud tendrá un espectro más o menos confinado a las bajas fre--- cuencias. Por lo anterior, ambos tipos de anomalías -unas amplias y otras agudas-, diferirán considerablemente en sus características espec traes.

De esta manera, la cantidad de información contenida en el espec-- tro es tan grande como la de anomalía original, por lo que tal espectro es, de hecho, la representación de la anomalía en el dominio de frecuen cia. Esta nueva descripción de la anomalía sólo será útil desde el pun to de vista práctico si puede describir alguna o todas las incógnitas - en relación al cuerpo magnetizado, en una forma más diagnóstica que en

la anomalía de campo total. Parece que en algunos aspectos particularmente con respecto a las dimensiones horizontales y verticales del cuerpo, dicho espectro proporciona tal descripción, por lo que es posible utilizarlo bajo condiciones adecuadas, para estimar rápidamente las dimensiones de un cuerpo en el subsuelo. Lo anterior representa así un ejemplo del gran potencial de las técnicas espectrales como una herramienta de interpretación de datos potenciales.

Ahora bien, el producto del espectro complejo con su conjugado se conoce como "Función Espectral de Densidad de Energía", o "Densidad de Energía", que al graficarse contra las frecuencias " $f_x, f_y$ " se le llama "Espectro de Energía", o "Espectro de Potencia"; que se relaciona con el mapa aeromagnético en sí mediante una transformada de Fourier. (Aunque rigurosamente y según Spector & Grant, 1974, el Espectro de Energía se diferencia del de Potencia en que este último es una versión normalizada del primero; si bien en este trabajo se les considera equivalentes).

Además, en cada punto del plano de frecuencias la función densidad de energía contiene información sobre una característica particular de todo el mapa. Debido principalmente a esto, el análisis del espectro puede usarse para obtener parámetros promedio como profundidad, tamaño de cuerpos magnetizados, intensidad de magnetización, etcétera, -- que describirían la distribución de los cuerpos magnetizados dentro del subsuelo.

En este sentido, Bhattacharyya en 1966 determinó las propiedades del espectro bidimensional de las anomalías causadas por cuerpos prismáticos. Spector (1968) y Spector y Grant (1970), extendieron el análisis al caso de un gran número de anomalías, en donde se demuestra que la profundidad promedio a los cuerpos fuente puede hallarse igualando el espectro de potencia bidimensional -calculado a partir de datos de campo magnético total sobre una rejilla-, con el espectro obtenido de un modelo teórico -que asume la existencia de una distribución no correlacionada de fuentes magnéticas en ciertos intervalos de profundidad. Después de haber experimentado con diversos tipos de fuentes idealizadas en el subsuelo, dichos autores concluyeron que los mejores resultados eran producidos cuando se utilizaba una distribución no correlacionada de cuerpos prismáticos rectangulares finitos. Como se ve, para aplicar la aproximación propuesta por Spector-Grant es requisito indispensable disponer de datos magnéticos sobre una rejilla, a partir de la cual se calculará el espectro de potencia en dos dimensiones -generalmente función de la inclinación y declinación magnéticas-, para realizar el análisis de profundidad. Sin embargo, algunos estudios aeromagnéticos comprenden sólo perfiles aislados, a partir de los que debe obtenerse una estimación a la profundidad de las fuentes magnéticas, por lo cual sería muy conveniente disponer de un esquema de interpretación espectral de profundidades, basado solamente en datos a lo largo de un perfil (unidimensionales).

Conforme a lo anterior y para reducir además el tiempo y costo incluidos en la adquisición y procesamiento de datos aeromagnéticos sobre una rejilla regular, Treitel, Clement y Kaul indicaron en 1971 que

la aproximación estadística usada por Spector-Grant puede aplicarse a cuerpos bidimensionales, calculando el espectro de energía a partir de los datos tomados únicamente a lo largo de algunos perfiles, lo que --- posibilita una rápida estimación de la profundidad de "ensambles" o con juntos de fuentes magnéticas en el subsuelo. De hecho, dichos autores mostraron que en el caso de fuentes lineales (líneas monopoles perpendiculares al perfil), con intensidad magnética no correlacionada, el espectro de potencia del perfil magnético decrece exponencialmente con el producto de la profundidad por la frecuencia espacial.

El tratamiento para perfiles anteriormente indicado, asume la existencia de una distribución simple y no correlacionada de fuentes magnéticas lineales de longitud infinita, a una profundidad "d" en el subsuelo y por debajo del perfil de observación, y supone que dichas fuentes lineales aproximan el efecto de un basamento de alta susceptibilidad -- magnética, en relación a las capas de rocas sedimentarias que lo cubren -- aunque la presencia de masas magnéticas a menor profundidad dentro de estas rocas sedimentarias afectaría la estricta validez de dichas suposiciones. Así, los anteriores autores concluyeron que la profundidad a los cuerpos fuente puede hallarse a partir de la pendiente de una línea recta, trazada en una gráfica del logaritmo del espectro de potencia versus la frecuencia espacial. Por su parte, el objetivo esencial de este trabajo es la determinación de la cartografía del basamento --- cristalino en la parte septentrional de la Faja Volcánica Mexicana ---- (FVM), a partir de datos aeromagnéticos tomados a lo largo de perfiles y mediante la aplicación de la técnica estadística espectral.

## C A P I T U L O · II

### LA EVALUACION DE PROFUNDIDADES EN MAGNETOMETRIA

La aeromagnetometría es un método geofísico de gran importancia en la exploración que ha mostrado ser un excelente medio para examinar rápidamente extensas zonas de posibles yacimientos o depósitos de recursos del subsuelo, tanto energéticos como mineros. El carácter magnético de cierto tipo de rocas también puede usarse como una ayuda en el mapeo geológico, puesto que proporciona información sobre la estructura y distribución de las mayores unidades geológicas en áreas donde los afloramientos se hallan ocultos por recubrimiento o relleno. Igualmente -- los datos aeromagnéticos son usados para evaluar espesores sedimentarios, así como para delinear características estructurales del basamento cristalino, que influyen a su vez en la morfología de los sedimentos sobreyacentes.

Ahora bien, los principios físicos del método magnético de prospección geofísica tienen mucho en común con los del método gravimétrico, -- pues ambos estudian campos potenciales y se encuentran fundamentados -- en la teoría matemática del potencial. Así como en gravimetría el efecto gravitacional externo de un cuerpo puede considerarse como la suma -- de los efectos de las partículas de masa que lo constituyen, en magnetometría es posible considerar los resultados magnéticos como la suma de los efectos de los dipolos magnéticos que dan al cuerpo su estado de -- magnetización. La diferencia esencial entre ambos métodos radica en -- que el caso magnético es inherentemente más complicado, debido a que --

los dipolos son vectores con sentido y dirección asociados. Y ya que - las orientaciones de los dipolos que determinan la magnetización pueden presentarse en cualquier dirección, la definición del estado magnético de un cuerpo requiere tanto de una magnitud como de una dirección y no sólo de un parámetro escalar como en el caso gravimétrico (masa).

Por otro lado, las rocas sedimentarias casi siempre son mucho menos magnéticas que el basamento subyacente, compuesto de rocas ígneas o metamórficas, de manera que el efecto magnético total medido sobre una cuenca sería casi el mismo si los sedimentos no estuvieran presentes, sobre todo en estudios aeromagnéticos. Por lo anterior, las fuentes de las anomalías magnéticas en tales zonas son casi siempre debidas al relieve local de la superficie del basamento o a heterogeneidades en las rocas magnetizadas bajo tal superficie (Nettleton, 1976).

Resumiendo en este sentido, el mapeo detallado del Campo Magnético Terrestre se utiliza en la definición de las estructuras de la porción de la corteza que contiene cantidades apreciables de mineral ferromagnético. En particular, las rocas cristalinas de origen ígneo (granito, gabro, diorita,...), son suficientemente magnéticas como para influenciar al campo magnético en la superficie de la Tierra, aun en regiones en donde yacen bajo un gran espesor de rocas sedimentarias, caracterizadas en general por presentar una muy débil magnetización. Por otro lado, las rocas magnéticas pierden sus propiedades ferromagnéticas a una profundidad de alrededor de veinte kilómetros o menos, lugar en el cual sus temperaturas sobrepasan la llamada Temperatura de Curie. Así, en los estudios en que se pretenda obtener la profundidad al basamento

magnético, deberán tratarse anomalías originadas en la porción de la corteza que se extiende desde la profundidad definida por la isoterma de Curie, hasta la cima del basamento cristalino (Vacquier et. al., 1951).

El problema de la carencia de unicidad, presente siempre en la interpretación de anomalías de campo potencial (debido al cual, por ejemplo, una misma anomalía puede ser el producto ya sea de una distribución aleatoria y dispersa de magnetita dentro de un cuerpo; o bien, de otra concentrada y uniforme), puede reducirse en cierto grado introduciendo un conjunto de suposiciones razonables. Si se asume que el campo "I" permanece constante sobre toda la extensión de una masa magnética y que las propiedades magnéticas del material circundante son diferentes pero uniformes -es decir, existe un contraste de magnetización-, entonces puede obtenerse una solución única. En el mayor número de casos puede suponerse también que tal cuerpo se extiende infinitamente -- tanto hacia abajo, como en la dirección perpendicular al perfil en el que se efectuaron las mediciones; consideraciones que son aplicables a las anomalías de forma elíptica (2-D), donde el eje mayor de la elipse es al menos tres veces más grande que el menor, y donde el perfil en -- que se trabaja se toma siempre perpendicular a tal eje mayor y a través de la cima de la anomalía. Basados en las consideraciones anteriores, la solución para la profundidad "h" puede obtenerse indirectamente mediante aproximaciones sucesivas, simulando la anomalía producida por el modelo con las características ya citadas, hasta encontrar el valor adecuado para "h". Por otro lado y ya que mediante la aeromagnetometría se exploran enormes áreas, su interpretación ha llegado a ser casi una

materia por sí sola. Así, las aproximaciones usualmente aplicadas son por lo general diferentes a las usadas en magnetometría terrestre, debido entre otras cosas a que los datos son menos detallados. En la magnetometría aérea, las determinaciones de profundidad son muy importantes, la extensión lateral menos, y las estimaciones razonables o confiables de buzamiento o echado, completamente difíciles. Debido a estas limitaciones, en aeromagnetometría se utilizan modelos geométricos muy simples en la interpretación tales como polos aislados, líneas de polos y de dipolos, prismas sin fondo, placas delgadas, diques y contactos verticales.

Otras formas de anomalías más complicadas tales como las debidas a cilindros, masas con contactos inclinados, etcétera, se usan en forma similar; pero muchas de éstas conducen a resultados menos confiables en la interpretación, a causa de la presencia de parámetros adicionales y desconocidos. Ahora bien, entre las dificultades encontradas en este método de solución, algunas se deben a que en muchos casos el campo anómalo se encuentra distorsionado por masas circundantes, por lo que deberían elegirse anomalías aisladas para obtener resultados satisfactorios (Peters, 1949). Como se sabe, las anomalías de campo total encontradas en situaciones reales son altamente variables en forma y amplitud, casi nunca son simétricas, algunas veces se presentan en forma muy compleja a pesar de que derivan de fuentes de forma simple, algunas otras representan los efectos magnéticos de varias fuentes, y existe un número finito de posibles cuerpos que pueden producir una misma anomalía. De esta manera, la escabrosa apariencia de tales anomalías es una consecuencia de los efectos netos de varias funciones independientes aunque

relativamente simples-, del comportamiento magnético dipolar.

Así, mediante un entendimiento de estas funciones individualmente simples y asumiendo algunas suposiciones razonables respecto a la geología, puede obtenerse una cualitativa pero satisfactoria interpretación de la mayoría de las fuentes anómalas causadas por cuerpos en el subsuelo. Tal interpretación cualitativa deberá proporcionar un entendimiento de la fuente que causa la anomalía, su profundidad aproximada, configuración o forma, quizá contenido de magnetita y masa o volumen, y --- otros parámetros relacionados. Así, para realizar este tipo de interpretación adecuadamente es importante entender la naturaleza del campo dipolar y monopolar, pues una suma de tales formas elementales puede explicar las características más complejas de las anomalías, lo que facilitará su interpretación.

Mas particularmente, hay que recordar que una característica de gran significancia en una anomalía magnética es la variación con la distancia entre el aparato de medición y la fuente: a fuente más profunda, más ancha la anomalía. Esta propiedad es la que habilita la determinación aproximada de la profundidad al cuerpo de interés, independientemente de cualquier otra información concerniente a ésta. Las longitudes de onda de las anomalías, o anchos, son una función de la distancia desde la superficie hacia la fuente, por lo que un conocimiento de lo anterior puede proporcionar una rápida y fácil interpretación de anomalías de interés originadas a varias profundidades. Otros factores que afectan la forma y amplitud de la anomalía son las cantidades relativas de magnetizaciones remanente e inducida, la dirección de la primera, y

la cantidad de material magnético presente en la fuente en relación a las rocas adyacentes. La configuración real de tal cuerpo fuente, estrechez, ancho o longitud en una dirección preferencial y su orientación respecto al campo geomagnético, también controlan la forma de la anomalía.

Así y en forma muy aproximada, la longitud de onda o ancho efectivo de una anomalía (o la mitad de éstos: el "Semi-ancho"); y más precisamente, la extensión de ciertas características de ésta -tales como su pendiente-, son una medida de la profundidad a la fuente causante. Sin embargo, el mismo reconocimiento de la anomalía, el nivel de referencia, y ciertas pendientes, pueden proporcionar diferentes valores, los cuales dependen de cada intérprete y de la remoción del gradiente regional; con todo y que en algunos casos se usan criterios más objetivos, tales como la utilización de porciones casi rectas de una pendiente, distancias y ángulos entre puntos de inflexión, o valores pico de una anomalía. De esta manera, como una primera aproximación, puede decirse que el ancho de una anomalía es del orden de uno a tres veces la profundidad a la fuente que la causa; criterio que puede ser útil solamente para interpretaciones preliminares de mapas o perfiles. Aunque, de hecho, los modelos deducidos producen usualmente estimaciones de máxima profundidad (sobre-estimaciones). Ahora bien, la interpretación cualitativa requiere que la anomalía de interés sea discriminada e identificada entre los efectos enmascaradores de otras; reconocimiento que es uno de los aspectos más difíciles en la determinación de profundidades, debido entre otras cosas a los efectos compuestos de fuentes múltiples y a la presencia de cuerpos a varias profundidades pues, como ya se dijo, en -

realidad sólo se mide el efecto neto de todas las anomalías que, así, - deberán ser investigadas con el fin de indagar la posible fuente o combinación de éstas, siempre después de haber sustraído la componente regional, pues es con la anomalía residual con la que se interpretan las profundidades, amplitudes o configuraciones generales de los cuerpos -- fuente.

Después de esta breve presentación resumida de los problemas que - se dan en la interpretación de la magnetometría, se discutirán a continuación los métodos cualitativos y cuantitativos, y el lugar del método estadístico espectral en este contexto.

#### MÉTODOS CUALITATIVOS

En general, estos métodos de interpretación consisten en comparar las características magnéticas de estudios reales con anomalías modeladas o, más precisamente, con algunos parámetros de éstas. Entre estas técnicas se encuentra el "Método de Vacquier" (1951), que ha sido de -- los más utilizados y que se basa en el hecho de que la agudeza de una - anomalía magnética es una medida de la máxima profundidad posible de la parte superior de un cuerpo magnético; de tal manera que estas profundidades pueden determinarse por comparación de la curvatura de un modelo con anomalías reales. Otras técnicas cualitativas son las conocidas co mo Reglas de Semi-ancho o de medición de amplitudes (e.g. Regla de Mac; Heiland, 1968), que utilizan el ancho de la anomalía en cierto nivel de amplitud como un indicador de profundidad, siempre y cuando se trabaje con la componente vertical u horizontal del campo y con anomalías de -

forma sencilla. Sin embargo, se ha establecido que todas estas técnicas de semi-ancho carecen de precisión debido principalmente a la interferencia de anomalías adyacentes (Dobrin, 1960; Peters, 1949; Parasnis, 1966).

Las técnicas de medición de pendientes, por otro lado, también forman parte de la interpretación cualitativa de profundidades. Dichos procedimientos se basan en el principio de que la inclinación de la parte más abrupta de una anomalía decrecerá a medida que aumente la distancia a los cuerpos magnéticos del subsuelo. Entre estos procedimientos se encuentra el de Peters (1949), que utiliza máximas pendientes y semi-pendientes como criterios de profundidad; el de Sokolov (Daniels, 1970), que es uno de los pocos métodos que reconocen que la correspondencia entre el ancho de la anomalía y la profundidad al cuerpo que la causa es no lineal; y la "Regla de Smith" (Telford et. al., 1976), que determina valores límite para las estimaciones de profundidad.

En resumen, puede decirse que los parámetros usados en las evaluaciones cualitativas de profundidad -aunque han sido muy aplicados y pueden ser muy efectivos-, en realidad no son consistentes, como ya se había demostrado hace más de tres décadas (Vacquier et. al., 1951, lámina 1). De lo anterior, los valores de profundidad así obtenidos carecen de fundamentos teóricos y matemáticos rigurosos (Nettleton, 1976).

## TECNICAS CUANTITATIVAS

La mayoría de las técnicas cualitativas por lo general exhiben un carácter repetitivo muy pobre, y las estimaciones de profundidad derivadas de alguna de ellas presentan errores rara vez menores al 10% y, en ocasiones, la precisión no alcanzará el 50% de certeza. Ahora, por ejemplo, en regiones sedimentarias en las que la profundidad al basamento se encuentra aproximadamente entre uno y cuatro kilómetros, por lo regular los contornos magnéticos son suaves y presentan variaciones muy pequeñas, por lo que en la estimación de estas profundidades y como ya se ha discutido, la magnitud de las anomalías no es un parámetro de importancia fundamental y los cálculos -cualitativos o a lo más semi-cuantitativos- se hacen principalmente en base a la forma de las señales, especialmente su agudeza. Sin embargo, en regiones menos simples en las que predominan rocas metamórficas o ígneas (e.g. Eje Neovolcánico), los planos magnéticos exhiben usualmente variaciones muy complejas, y las características del basamento son enmascaradas frecuentemente por efectos magnéticos de alta frecuencia que se originan muy cerca de la superficie. Así, en estas zonas, las técnicas cualitativas tradicionales (medida de pendientes y anchuras de anomalías aisladas y escogidas), son de muy difícil aplicación para la determinación de la profundidad al basamento. Por lo anterior, en tales áreas los estudios cualitativos se limitan a ser una herramienta en el mapeo estructural, al proporcionar sólo tendencias predominantes para sistemas de anomalías magnéticas que pueden corresponder a provincias "magnético-tectónicas".

Por el contrario, las técnicas cuantitativas mejoran los cálculos de profundidad al proporcionar una interpretación fundamentada física y matemáticamente. El modelado es un método cuantitativo y requiere para su correcta aplicación de un examen de la anomalía observada, con objeto de tener una idea de la posible configuración de la fuente que la causa. Un procedimiento interpretativo de aplicación común, por ejemplo, consiste en asumir un modelo, calcular su anomalía y compararla con la observada. El sistema se repite hasta encontrar un ajuste satisfactorio entre ambas curvas - la observada y la calculada -, lo que puede hacerse en una computadora. Otros métodos de estimación de profundidades orientados hacia el uso de computadoras utilizan transformaciones de Fourier o Hilbert, convoluciones, etcétera; que se aplican usualmente a grandes volúmenes de datos. Sin embargo, no hay que olvidar que aunque muchos métodos de interpretación magnética hacen uso de una o más propiedades características de la anomalía observada, la mayoría de éstos, si no que todos, son inexactos en alguna proporción en la medida en que hacen ciertas suposiciones respecto a la forma, extensión en profundidad, y configuración magnética polar o dipolar de los cuerpos modelados.

De esta manera, dentro de los métodos de interpretación cuantitativa cabe mencionar los siguientes:

Técnicas basadas en:

- Cuerpos formados por polígonos (Talwani-Worzel-Landisman, 1959; Talwani y Ewing, 1960; Talwani, 1965; Shuey y Pasquale, 1973; Martínez R., 1982).

- Cuerpos formados por prismas y/o diques (Parker Gay, 1963; Lehmann, - 1971; Bhattacharyya, 1964, 1978; Bhattacharyya y Navolio, 1976; Nagy, 1966; Whitehill, 1973).
- Cuerpos formados por triángulos (Barnett, 1976).
- Cuerpos representados por la superficie que separa dos medios de diferente susceptibilidad (Gerard y Debeglia, 1975).
- Cuerpos formados por conos rectos y circulares (Takin y Talwani, 1966)
- Cuerpos representados por cubos simétricos respecto al central (Mufti, 1975)
- Métodos que proporcionan curvas características (Grant y Luciano Martin, 1966; Parker-Gay, 1963).
- Métodos en el dominio del espectro o de la frecuencia (Gerard y Debeglia, 1975; Bhattacharyya y Navolio, 1976; Bhattacharyya, 1978).

Por ejemplo, mediante el método de Talwani (1965), uno de los más utilizados, es posible determinar las tres componentes ortogonales de una anomalía producida por un cuerpo modelado en el subsuelo, para una dirección arbitraria de polarización magnética.

#### OTROS METODOS

Además de las interpretaciones cuantitativas y cualitativas discutidas, existen otros métodos entre los que pueden incluirse los semi-cuantitativos. Un ejemplo de estos últimos es el publicado por Bean en 1966, en el que se obtiene una rápida solución gráfica para la anomalía aeromagnética de un cuerpo tabular bidimensional. En tal publicación se señala un método gráfico para determinar la profundidad y --

otros parámetros de cuerpos tabulares bidimensionales mediante el análisis de anomalías magnéticas aéreas, usando los puntos de inflexión y -- pendiente semi-máxima para formas de señal ya sea con dos flancos, o sólo con un alto gradiente.

Asimismo, puede usarse la transformada de Hilbert para mapear interfaces magnéticas (Gunn, 1979), lo que es una forma de interpretación cuyos fundamentos matemáticos fueron desarrollados por O'Brien (1972), y Nabighian (1972). Dichos autores muestran que cuando se aplica una transformada de Hilbert a perfiles de datos magnéticos, es posible obtener nuevos parámetros de campo que facilitan la interpretación directa de profundidades y esquinas de cuerpos fuente. En el método descrito por O'Brien, se transforman por Hilbert perfiles de datos magnéticos al través de anomalías múltiples, y se aplica un proceso de regresión a los resultados para identificar las anomalías más significantes y la posición de sus fuentes. Algunos ejemplos de la aplicación de esta técnica muestran muy buenos resultados y son particularmente útiles cuando los perfiles magnéticos presentan pocas anomalías lo suficientemente bien definidas, como para ser individualmente bien interpretadas.

En este sentido y sobre principios similares a los anteriores se desarrolló un método de interpretación que a causa de sus ventajas ganó popularidad a través del tiempo. Dicha técnica se conoce como "Compu--depth", fue patentada por: EG & G Geometrics (1973), y consiste en un paquete de programas de computación que determinan, a partir de perfiles de datos magnéticos, la profundidad y ubicación de bordes de las fuentes del campo magnético anómalo. Mediante los programas de Compu--

depth pueden calcularse automáticamente estimaciones de profundidad al basamento magnético a partir de datos marinos o aéreos. En sí, esta -- técnica utiliza los datos magnéticos originales, una transformada de -- Hilbert modificada obtenida a partir de conceptos de desplazamiento en frecuencia y, por último, algunos métodos para evaluar la confiabilidad de las estimaciones en el cálculo de la ubicación y profundidad de las discontinuidades magnéticas, independientemente de la magnetización del cuerpo fuente.

#### LA ESTIMACION ESTADISTICA-ESPECTRAL

Cuando en la prospección magnética el objetivo esencial es la evaluación de la profundidad al basamento, las anomalías magnéticas no tienen un gran interés en forma individual (como causadas por un cuerpo específico o particular), sino sólo en la medida en que contribuyen a los detalles del mapa como una ayuda en el cálculo de profundidades a la -- fuente magnética de mayor importancia, lo cual equivale a determinar el espesor de la sección o cubierta sedimentaria y con ello una medida del volumen de sedimentos disponible en una cuenca dada -lo que sería una primera limitación sobre su potencial como una fuente de hidrocarburos, por ejemplo.

De esta manera, además de que los modelos de anomalía adecuados para evaluar profundidades por los anteriores métodos son muy raros, un defecto visible de éstos se origina en el hecho de que los cálculos son realizados sobre anomalías aisladas, que pudieran ser distorsionadas -- por ruido y efectos regionales. Además, las anomalías de mayor signifi

cancia geológica sobre un mapa o perfil dado, son posiblemente las más tenues o sutiles y no necesariamente las mayores y más prominentes - - (Breiner, 1973).

En los casos en que se dispone de un gran volumen de datos por lo general sólo se usa una pequeña parte de éstos, por lo que sería ideal disponer de algún otro tipo de interpretación que no dependiera de encontrar anomalías modelo individuales, sino que hiciera uso de toda la información de un área dada, con objeto de estimar una profundidad promedio a las fuentes magnetizadas del subsuelo, y que además fuera independiente de la dirección de magnetización de las rocas u orientación de las anomalías, con objeto de realizar una evaluación sistemática de espesores de cualquier área estudiada. Por ejemplo, si una serie de medidas geomagnéticas comprende una sólo anomalía, usualmente se trataría de interpretar ésta mediante un sólo cuerpo magnetizado que produzca un campo similar a tal anomalía, lo que es un procedimiento relativamente simple. Sin embargo, cuando es responsable de tal anomalía más de un cuerpo dicho método se complica. Desafortunadamente, las medidas aeromagnéticas realizadas como un auxiliar en los estudios geológicos regionales, en la mayoría de los casos presentan una gran variedad de anomalías sobrepuestas y traslapadas entre sí, a tal grado que una interpretación mediante un sistema de cuerpos se complicaría demasiado. Con el fin de superar estas desventajas se han desarrollado varios métodos para, entre otras cosas, realizar estimaciones de profundidad. Métodos que con el campo en sí, con sus derivadas, o con una reducción al polo, deducen algunos parámetros característicos y los comparan con cantidades correspondientes del campo magnético producido por cuerpos modelo.-

Sin embargo y por razones prácticas, la variedad de formas de tales --- cuerpos modelo se restringe la mayoría de veces a formas tan simples co mo prismas verticales de sección rectangular; pero desde un punto de -- vista geológico, un prisma vertical no es en todos los casos la forma - más probable de los cuerpos magnetizados reales (Hahn, 1965).

Por lo anterior, sería más conveniente aplicar una aproximación -- orientada estadísticamente, en el sentido de que no tendría que ser uti lizada sólo una anomalía para estimar la profundidad a las estructuras magnéticas en el subsuelo. Ahora, a pesar de que no debería esperarse que tal aproximación tuviese la resolución teóricamente realizable a -- partir de análisis ejecutados sobre anomalías individuales; sí pudiera conducir a la determinación de valores de profundidad media de unidades mayores de rocas magnetizadas en el subsuelo, como las que forman el ba samento. Una de tales aproximaciones es la conocida como estimación es tadística-espectral, desarrollada en el presente trabajo.

## C A P I T U L O   I I I

### FUNDAMENTOS TEORICOS

En este capítulo se tratarán los fundamentos del análisis espectral y sus formas de cálculo, para terminar con el caso particular del espectro logarítmico. La estimación espectral tiene sus raíces en tiempos muy antiguos, con el desarrollo del calendario y el reloj (Robinson, 1982). El trabajo de Pitágoras sobre las leyes de la armonía musical — en el año seiscientos antes de Cristo, encontró expresiones matemáticas en el siglo dieciocho en términos de la ecuación de onda, que fue finalmente resuelta por Jean Baptiste Joseph de Fourier en 1807 con su introducción a las Series de Fourier (ibid). Posteriormente dio inicio la — historia moderna de la estimación espectral con la publicación del algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier por J.W. Cooley y J.W. Tukey, que convirtió en un método práctico el procesamiento de señales, tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia (Cooley-Tukey, 1965). Algunas contribuciones adicionales fueron la introducción del método de análisis espectral de máxima entropía en 1967, el desarrollo de ventanas espectrales iniciado en los años cincuenta, las pruebas de hipótesis en el análisis de series de tiempo, y la estimación espectral autorregresiva (Robinson, 1982).

Ahora bien, a partir de la definición teórica del espectro de potencia por lo general se presentan ciertos obstáculos antes de poder calcular el espectro de un conjunto de datos reales, entre los que se pueden mencionar los referentes tanto a la longitud limitada del regis-

tro de datos, como a un intervalo de muestreo finito. Por ello, en este capítulo se trata primero con la definición teórica del espectro, luego con tales obstáculos y, al final, con el cálculo del espectro en situaciones reales.

### EL ESPECTRO DE POTENCIA

Al trabajar en el dominio espectral es más conveniente en muchos casos considerar la potencia de una señal en lugar de su amplitud. Generalmente, esta potencia es proporcional al cuadrado de la amplitud. Por otra parte, en el dominio del tiempo (o del espacio), la potencia promedio de cualquier función real " $f(t)$ " se define por:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \quad (\text{III.1})$$

cundo el límite existe, " $T$ " es el período (en cualquier caso práctico, " $T$ " es finito);  $|f(t)|^2$  es la potencia instantánea de  $f(t)$ , y la integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt \quad (\text{III.2})$$

es la energía total de  $f(t)$  siempre y cuando la integral converja. Al tratar con una función que represente un sistema físico que por ello tendrá que ser continua, derivable e integrable, salvo en puntos particulares, dicha energía total tendrá que ser forzosamente inferior a la energía liberada por la fuente (de carácter finito), por lo que debe converger (Brandi, 1985). De esta manera, la limitación al tratamiento

de funciones de cuadrados integrables (y funciones integrables), corresponderá a la respuesta de sistemas físicos. El ruido, por el contrario, no puede representarse mediante tales funciones, pues aunque la fuente que lo causa tiene una potencia finita, exhibe energía infinita, ya que a medida que transcurra más tiempo la energía aumentará, y la integral de  $-\infty$  a  $+\infty$  del cuadrado del ruido no convergerá (Brandi, 1985, p.15; - Gabel y Roberts, 1975, p.278).

Ahora bien, sean  $f_1(t)$  y  $f_2(t)$ , dos señales con espectros  $F_1(\omega)$  y  $F_2(\omega)$ ; considérese la integral:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right\} dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{i\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) F_1(-\omega) d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(\omega) F_1^*(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

puesto que  $F(-\omega) = F^*(\omega)$ , cuando  $f(t)$  es real. Si ahora  $f_1(t) = f_2(t)$ , entonces:  $F_1(\omega) = F_2(\omega)$ ; y se cumple la relación:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) F^*(\omega) d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

puesto que  $|F(w)|^2$  es una función par cuando  $f(t)$  es real.  $F(w)$  es -- pues Hermitiana, es decir, real par e imaginaria impar. La relación -- (III.4) es el Teorema de Parseval, y la cantidad real  $|F(w)|^2$  se conoce como el espectro de energía, o el espectro de potencia (o más precisamente: densidad del espectro de energía, o densidad del espectro de potencia; es decir, potencia o energía por intervalo unitario sobre la escala de frecuencia). Ya que dicha relación contiene al cuadrado del valor absoluto del espectro de amplitud, no se tendrá información del espectro de fase de  $f(t)$ , lo que significa que no es posible recobrar la señal original  $f(t)$  a partir de su potencia, y también que las señales diferentes con espectros de amplitud iguales, pero espectros de fase -- distintos, tendrán idénticos espectros de potencia.

De esta manera, un desplazamiento de  $f(t)$  no afectará al espectro de potencia, pero un cambio de escala de "t" por "at" reducirá la potencia por un factor de "1/a". Ahora bien, el significado físico del espectro de potencia para un perfil puede explicarse brevemente considerando tal perfil como el resultado de la sobreposición de un número infinito de ondas senoidales, cada una con diferentes amplitud y longitud de onda (Horton, et. al., 1964). Por otro lado, el teorema de desplazamiento en tiempo dice que si  $f(t) \leftrightarrow F(w)$ ; (es decir, la Transformada de Fourier de  $f(t)$  es  $F(w)$ ; y  $f(t)$  forma con  $F(w)$  un "Par de Fourier"), entonces:  $f(t \pm a) \leftrightarrow e^{\pm iaw} F(w)$ , donde "a" es una constante real. Además, para funciones reales, la función de autocorrelación se define como:

$$C_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_1(t + \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_1(t - \tau) dt \quad (III.5)$$

y es una función par:  $C_{11}(\tau) = C_{11}(-\tau)$ , con máximo valor en  $\tau = 0$ .

Las funciones de correlación miden el grado de paralelismo entre dos series de números, al igual que en estadística. Así, al recordar que la distribución y magnitud de las anomalías magnéticas son un reflejo de las relaciones espaciales de los minerales ferromagnéticos en las rocas, se debe decir que este campo magnético puede alterarse por esfuerzos y deformaciones de las estructuras geológicas existentes; por lo que puede afirmarse que los sistemas de tendencias de las anomalías se relacionan frecuentemente con lineamientos tectónicos sistemáticos. De esta manera, el análisis de tendencias de las anomalías magnéticas tiene importancia en la interpretación de modelos de esfuerzos y deformaciones en la corteza terrestre, y puede realizarse en forma objetiva mediante la función de autocorrelación bidimensional, que podría predecir tendencias estructurales dominantes y, así, sería particularmente útil en el análisis de características tectónicas regionales. La función de autocorrelación es, en síntesis, una medida de la similaridad entre el mapa de campo y una versión desplazada del mismo, expresada como función de tal desplazamiento; por lo que es una herramienta matemática muy objetiva para resumir información de tendencias.

Ahora bien, si se usa la definición de autocorrelación y el teorema de desplazamiento anteriormente mencionado, se puede poner:

$$\begin{aligned}
 C_{11}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_1(t + \tau) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(w)|^2 e^{i w \tau} dw = \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{11}(w) e^{i w \tau} dw \quad \text{(III.6)}
 \end{aligned}$$

e inversamente:

$$E_{11}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{11}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{III.7})$$

donde:  $E_{11}(\omega) = |F_1(\omega)|^2 = F_1^*(\omega) \times F_1(\omega)$ , es la densidad del espectro de potencia y:

$$F_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{III.8})$$

Por lo que la autocorrelación y el espectro de potencia forman un par de Fourier:

$$C_{11}(\tau) \leftrightarrow E_{11}(\omega) \quad (\text{III.9})$$

Como  $C_{11}(\tau)$  es real y par, la fórmula (III.7) para  $E_{11}(\omega)$  se simplifica a lo siguiente:

$$E_{11}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} C_{11}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \quad (\text{III.10})$$

Así, a partir de las características de la función de autocorrelación  $C_{11}(\tau)$ , se infiere que  $E_{11}(\omega) = E_{11}(-\omega)$ ; además, de (III.6) se llega a:

$$C_{11}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{11}(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F_1(\omega)|^2 d\omega \quad (\text{III.11})$$

en concordancia con la fórmula (III.4). El espectro de potencia juega un papel muy importante en la geofísica y se usa frecuentemente; puede obtenerse principalmente por dos formas: la primera consiste en calcular la autocorrelación para luego sacarle su transformada de Fourier; y en la segunda, se calcula primero la transformada de Fourier de la señal dada, y luego se toma el cuadrado de su valor absoluto. Ambos métodos llevan a idénticos resultados. Por último debe decirse que la función de autocorrelación presenta las mismas restricciones que el espectro de potencia, en relación a la carencia de información completa de la señal original debido a que se pierden los datos de fase.

#### EL ESPECTRO DE LOS DATOS OBSERVADOS

El cálculo del espectro a partir de datos experimentales presenta algunas dificultades, a diferencia del que se realiza sobre funciones analíticas. Las Condiciones de Dirichlet no son problema para los datos empíricos que, por regla general, las cumplen automáticamente; es decir, la condición para la integral de Fourier de que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (\text{III.12})$$

Se cumple invariablemente para curvas observadas dentro de intervalos limitados. Por el contrario, el intervalo infinito de integración puede no causar problemas con funciones analíticas, pero es inalcanzable en el caso de muestras observadas. Así, la principal consecuencia de una ventana de datos limitada radica en que será imposible obtener el espectro correcto, lo que puede explicarse de la siguiente manera:

- 1°. Considérese en principio el caso hipotético de una ventana de tiempo (o espacio) de longitud infinita, en la que toda la señal se incluya en la operación. Para este caso, la ventana de tiempo es  $w(t) = 1$ , con extensión infinita. Ahora, la definición de convolución (expresada por: \*), en la que se cumplen las leyes conmutativa, asociativa y distributiva, nos dice que:

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t-\tau) f_2(\tau) d\tau \quad (\text{III.13})$$

O equivalentemente:

$$f_1(\tau) * f_2(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(\tau-t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau-t) f_2(t) dt \quad (\text{III.14})$$

Por otro lado, el Teorema de Convulsión expresa que: "Si  $f_1(t) \leftrightarrow F_1(w)$  y  $f_2(t) \leftrightarrow F_2(w)$ , entonces:  $f_1(t) \cdot f_2(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} F_1(w) * F_2(w)$ ; y:  $f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(w) \cdot F_2(w)$ ". Teorema que se demuestra intercambiando el orden de integración, lo que es permisible si las señales tienen energía finita (condición que cumplen, como ya se había dicho, todas las funciones representantes de un fenómeno físico). Del anterior enunciado puede afirmarse que el espectro del producto de dos funciones es la convulsión de sus espectros individuales; y que la señal correspondiente al producto de dos espectros, es la convulsión de sus señales individuales. Si a dicha ventana de tiempo:  $w(t) = 1$ , se le aplica esta proposición se obtendrá:

$$\begin{aligned}
 f(t) \cdot w(t) &= f(t) \cdot 1 \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} F(w) * 2\pi \delta(w) = F(w) * \delta(w) = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} F(w') \delta(w-w') dw' = F(w) \quad \text{(III.15)}
 \end{aligned}$$

lo que significa que se está obteniendo realmente el verdadero espectro  $F(w)$  de la señal original  $f(t)$ .

- 2° Por otro lado, si se toma una ventana de tiempo (o espacio) de longitud finita " $T$ " del tipo más simple, o sea la ventana rectangular definida en general por (Báth, 1974, p.52):

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |t| > \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{(III.16)}$$

con transformada de Fourier dada por:

$$F\{\Pi(t)\} = \frac{\text{Sen}(w/2)}{w/2} = \text{Sinc}(w/2\pi) = W(w) \quad \text{(III.17)}$$

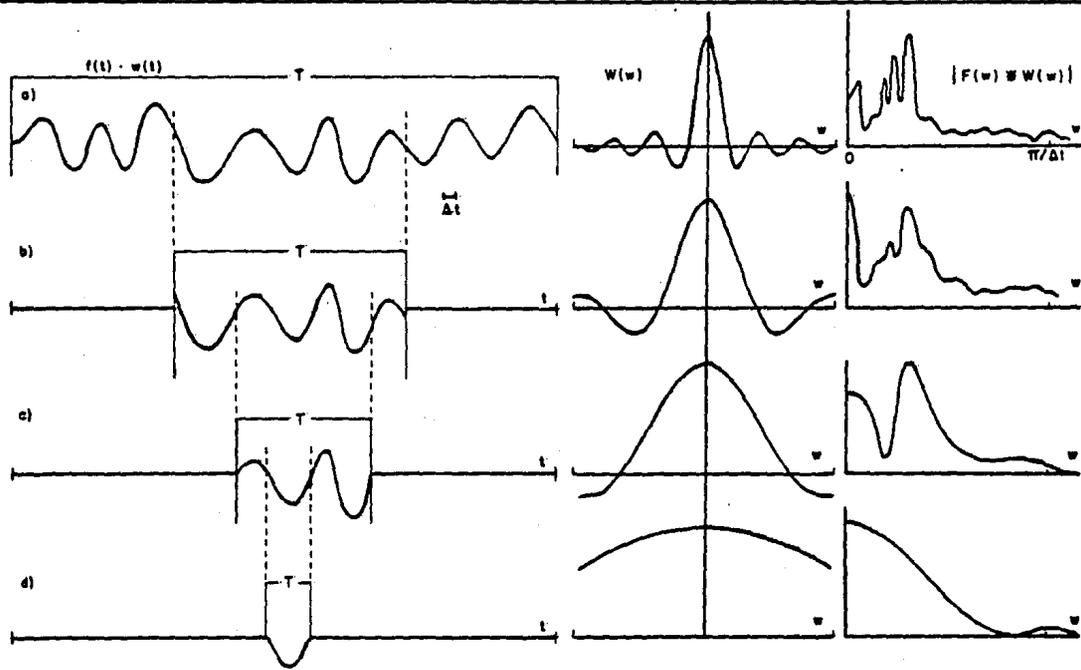
y se hace un razonamiento similar al del primer punto, se obtendrá:

$$\begin{aligned}
 f(t) \cdot w(t) &= f(t) \cdot \Pi(t/T) \leftrightarrow \frac{T}{2\pi} F(w) * \frac{\text{Sen}(wT/2)}{wT/2} = \\
 &= \frac{T}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w') \frac{\text{Sen}\{(w-w') T/2\}}{(w-w') T/2} dw' \neq F(w) \quad \text{(III.18)}
 \end{aligned}$$

Caso en el que no se obtiene el verdadero espectro  $F(w)$  de la señal original, sino una integral de convolución, lo que representa cierto suavizamiento del espectro correcto  $F(w)$ . Dicho grado de suavizamiento depende de la longitud " $T$ " de la ventana; de manera

que a menor "T", mayor efecto de suavizamiento y menor resolución espectral (figura 1). El espectro así calculado se conoce entonces por espectro promediado o pesado. Ya que:  $F(w) = |F(w)| e^{i\phi(w)}$ , se distorsionarán tanto el espectro de amplitud como el de fase. Además del efecto de suavizamiento, debe considerarse que los lóbulos laterales en el dominio de frecuencia de la ventana aplicada  $W(w)$ , conducen a efectos indeseables; así, los lóbulos laterales negativos producen dispersión espectral. Lo ideal sería tener un lóbulo central estrecho e insignificantes lóbulos laterales, lo que en el límite podría ser representado por la función Delta de Dirac  $\delta(w)$  que, sin embargo, es inalcanzable.

Modificando la forma de la ventana de datos  $w(t)$ , es posible mejorar la calidad de la ventana espectral  $W(w)$ ; de hecho, existe infinidad de literatura que trata exclusivamente sobre ésto, aplicando ya sea diferentes formas de ventana en el dominio del tiempo, o procedimientos de suavizamiento en el dominio de frecuencias; con lo que es posible convertir el resultado de cierta ventana elegida en el de otra; aunque eliminar completamente estos efectos nunca es posible. Mas recientemente, se ha trabajado con otros métodos con el fin de obtener el verdadero espectro. Así, ya que la expresión (III.18) es una ecuación integral en  $F(w)$ , se han ideado procedimientos para su solución en el caso de una ventana rectangular y frecuencia limitada; es decir, donde:  $F(w) = 0$ , para:  $|w| > \Omega$ ; lo que naturalmente es sólo una aproximación, ya que una función  $f(t)$  limitada en el tiempo no puede tener un espectro de frecuencia también acotado. De esta manera, (III.18) se convierte en una Ecuación Integral de Fredholm de primera clase:



**FIGURA 1: RESOLUCION ESPECTRAL EN FUNCION DEL TAMAÑO DE LA VENTANA DE DATOS.**

$f$  = función:  $f(t) \leftrightarrow F(w)$ .

$W$  = ventana:  $w(t) \leftrightarrow W(w)$ .

$t$  = tiempo o espacio.

$w$  = frecuencia.

$\Delta t$  = intervalo de muestreo.

$T$  = longitud de la ventana.

A menor  $T$ : mayor movimiento, menor resolución. Observar los lóbulos laterales negativos de la ventana en el dominio de frecuencia. (Tomado de: B&H, 1974).

$$F'(w) = \int_{-\Omega}^{\Omega} F(w) \frac{\text{Sen}[(w-w') T/2]}{\pi(w-w')} dw \quad (\text{III.19})$$

donde  $F'(w)$  es el espectro observado,  $F(w)$  el verdadero, y:

$\frac{\text{Sen}[(w-w') T/2]}{\pi(w-w')}$ ; es el núcleo o "Kernel". La solución en estos métodos se encuentra aplicando procedimientos de solución de ecuaciones integrales, en este caso mediante la extensión de la integral en una serie de funciones singulares o propias ("eigen-funciones"). El espectro así calculado es una mucho mejor aproximación al espectro real que la obtenida por  $F'(w)$  aunque, sin embargo, la metodología no tiene aún cabida en las aplicaciones geofísicas.

Es claro pues que independientemente de la forma de la ventana espectral  $w(t)$ , también la longitud "T" tiene una importante relación con las características del espectro calculado. De esta forma, en un extremo y con una "T" infinita -prácticamente inalcanzable-, se calculará un espectro correcto; y con una longitud "T" estrecha que se aproxime a cero, se obtendrá un "Espectro blanco", donde no habría ninguna resolución. Esto puede aclararse al recordar que la longitud "T" de la ventana define el período fundamental y sus mayores armónicos, de frecuencias:  $1/T$ ,  $2/T$ ,  $3/T$ , ...; y otra ventana de longitud "nT" proporcionaría similarmente las frecuencias:  $1/nT$ ,  $2/nT$ ,  $3/nT$ , ...; es decir, una resolución "n" veces mejor. De esta manera, la truncación o corte de las señales suele tener significantes efectos sobre el espectro resultante. Asimismo y puesto que las series de datos observados no proporcionan un espectro absolutamente real para comparación, no puede tenerse una eva-

luación exacta de tales efectos de truncamiento, por lo que estos errores suelen estimarse por comparación con los obtenidos a partir de señales analíticas cortadas. Así, fue posible saber que para cierto tipo de señales (análogas a las senoidales), existe cierto desplazamiento en frecuencia del máximo de amplitud espectral y su potencia relativa, en función de la longitud del corte o truncación. La explicación para este desplazamiento en frecuencias se encontraría en la interferencia entre las funciones "Sinc" que constituyen  $F(w)$  y  $|F(w)|^2$ . Estos desplazamientos en frecuencia pueden eliminarse con el uso del llamado método espectral de máxima entropía, en el que, aparentemente, se obtiene una mucho mayor resolución y no se presentan las propiedades indeseables de la función Sinc (Báth, 1974, p.104).

Aunque Marple (1982), mediante una determinación analítica de la resolución en frecuencia para las estimaciones espectrales tanto de máxima entropía como de Blackman-Tukey, para el caso de autocorrelación conocida; observó que a medida que decrece el cociente señal-ruido, la resolución del método de máxima entropía no es sensiblemente mejor a la que se logra con la estimación espectral "convencional" de Blackman-Tukey; y concluyó que la resolución promedio de un ensamble de espectros construidos a partir de secuencias de datos muestreados, concuerda con la obtenida por resultados analíticos.

Mas aun, Jaynes (1982), discutió también la correspondencia entre los métodos de estimación espectral de máxima entropía y otros, como -- los modelos de Schuster, Blackman-Tukey, máxima probabilidad, Bayesiano, y autorregresivo; y enfatizó que no están en conflicto, sino que más --

bien son apropiados en problemas diferentes. Tal autor afirmó asimismo que las técnicas ortodoxas de la teoría del muestreo (para la estimación del espectro) son útiles en circunstancias en las que existe un modelo conocido para las propiedades del ruido, y se carece de información a priori sobre las cantidades que serán estimadas. Mientras que el método de máxima entropía es óptimo en situaciones en las que no se tienen datos del ruido, pero existen referencias en relación a las multiplicidades. Por su parte, la solución Bayesiana completa, continúa Jaynes, incluye los dos casos anteriores como especiales, y es necesaria en problemas en los que se tiene información a priori tanto del ruido como de las cantidades por estimar.

De esta manera y como una conclusión general, puede establecerse que para cualquier función dada truncada en tiempo (o espacio), pueden construirse un gran número de espectros, lo que dependerá del ancho y forma de la ventana aplicada.

#### EFFECTOS DE LA DIGITALIZACION

En el análisis espectral, la longitud "T" del registro magnético define el período fundamental o la menor frecuencia, y el intervalo de muestreo " $\Delta t$ " en la digitalización define por otro lado la mayor frecuencia. Puede observarse intuitivamente que el mínimo de información necesaria para definir un período es de por lo menos tres puntos, o dos intervalos de tiempo (o espacio):  $2\Delta t$ ; lo que significa que el período más corto que puede detectarse es  $2\Delta t$ , y que la mayor frecuencia resoluble es:  $1/(2\Delta t)$ . Así, la frecuencia límite para el espectro calculado,

conocida como la frecuencia de doblado o frecuencia Nyquist, es la mitad de la frecuencia de muestreo:  $1/\Delta t$ . De esta forma, las reglas para los límites de frecuencia debidas a la longitud confinada "T" del registro magnético, y al intervalo de muestreo finito " $\Delta t$ " pueden resumirse así:

1. La longitud "T" del registro define el menor límite en frecuencia:  $v_1 = 1/T$ , del espectro.
2. El intervalo de muestreo " $\Delta t$ " (o intervalo de Nyquist), define el límite superior en frecuencia:  $v_n = 1/(2\Delta t) = N/2T$ , en el espectro; donde (N+1) es el número de muestras. La contaminación en el espectro calculado por frecuencias mayores que  $v_n$  se conoce como -- "efecto alias", el cual es totalmente indeseable.

Sobre la base de todas las consideraciones anteriores, es posible formular algunas reglas prácticas para obtener un mejor espectro, con un amplio intervalo de frecuencias y una alta resolución. La longitud "T" del registro debe ser lo suficientemente grande con el fin de tener un espectro correcto, por analogía con los requerimientos de la teoría de Fourier. Así, el menor límite en frecuencia  $v_1$ , será siempre pequeño. Para tener un límite superior  $v_n$  grande, es necesario que  $N/T$  sea también grande; ahora, como se supone que T es grande, esto sólo puede tenerse eligiendo una N considerable o un  $\Delta t$  pequeño -cuando  $\Delta t$  es pequeño se contribuye a eliminar el efecto alias. La resolución aumentará a mayor longitud T, por lo que ésta deberá elegirse tan grande como sea posible (evitando la contaminación de fases adyacentes), para luego escoger N de manera que  $N/T$  sea muy grande, o  $\Delta t$  muy pequeña. De esta ma

nera, en términos de las dos expresiones "v" y "w" de frecuencia, los límites inferior y superior del espectro y el intervalo de frecuencia entre determinaciones sucesivas quedarían como sigue:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{T}; v_n = \frac{1}{2\Delta t} = \frac{N}{2T}; \Delta v = \frac{1}{T} \\ w_1 &= \frac{2\pi}{T}; w_n = \frac{\pi}{\Delta t} = \frac{N\pi}{T}; \Delta w = \frac{2\pi}{T} \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.20)}$$

Consideraciones que se han desarrollado en términos de las frecuencias, pero que son igualmente aplicables al número de onda "k".

#### VENTANAS DE DATOS

Como ya se ha mencionado, el uso de registros limitados (perfiles y mapas finitos), es inevitable en el análisis espectral de medidas observadas y, como consecuencia de esto, la utilización de ventanas de datos también lo es. Así, el no usar ninguna función ventana en particular, equivale a la aplicación de la ventana rectangular. La aplicación de ventanas conduce invariablemente al suavizamiento o distorsión del espectro original, por lo que éste es imposible de recuperar. Ahora, para mantener una mínima distorsión en frecuencias, se requiere que la ventana espectral aplicada correspondiente a la ventana en tiempo o espacio respectiva, posea las siguientes características ya sugeridas antes:

- a) Una alta concentración en el lóbulo central (principal), lo que requiere una ventana en tiempo muy ancha; y:

- b) Pequeños o insignificantes lóbulos laterales, para lo que es indispensable una ventana en tiempo suavizada y sin esquinas abruptas.

La ventana rectangular en el tiempo conduce a otra en la frecuencia (la función Sinc), que es muy buena en relación al primer inciso, pero no respecto al segundo; pues presenta oscilaciones de alta frecuencia y lóbulos laterales negativos. Así, esta ventana conduce en el tiempo a una función sin distorsión, pero en la frecuencia no. El efecto indeseable marcado en el segundo inciso se debe a las esquinas abruptas y lados verticales de la ventana rectangular, fenómenos que introducen altas frecuencias. Lo anterior puede explicarse al considerar que tales lados verticales son, de hecho, discontinuidades de la función que representa a dicha ventana; y al recordar que si una función  $f(t)$  presenta un número finito de discontinuidades de primera especie, la serie (de Fourier, por ejemplo), mediante la que se le representa convergerá, aunque esta convergencia no es uniforme en cualquier intervalo que contenga una de dichas discontinuidades. Para una discontinuidad en el punto " $t_0$ ", por ejemplo, la serie tenderá hacia el valor medio:

$$\frac{1}{2} [f(t_0(-)) + f(t_0(+))]$$

(Valores de la función por la izquierda y por la derecha). Ahora, aunque tal serie se llevase a un número infinito de términos (mayor exactitud a más grande número de elementos), no convergería en forma precisa debido a la falta de uniformidad citada. Caso que se presenta invariablemente cuando una señal exhibe cambios abruptos en tiempos reducidos, y que se conoce como el "Fenómeno de Gibbs". De esta manera, lo más adecuado es realizar un ajuste entre las ventajas y desventajas de una

ventana dada.

Ahora bien, con algunas otras ventanas que se desvanecen lentamente hacia ambos lados del intervalo del registro bajo investigación, se obtiene cierta distorsión de la señal pero pueden evitarse al mismo tiempo las oscilaciones en el dominio de frecuencia. Aunque de hecho, no existe alguna ventana que no distorsione en uno de los 2 dominios ni tampoco un procedimiento directo para obtener una ventana óptima y, como la aproximación se basa en un compromiso o ajuste entre diferentes factores, es usual realizar el procedimiento por ensayo y error, lo que explica los numerosos esfuerzos efectuados en este campo. Por otro lado, generalmente es posible estudiar las propiedades espectrales de cualquier función de tiempo (o espacio) simétrica  $w(t)$  que se desvanezca lateralmente, con el fin de determinar su funcionamiento como una ventana. Desde este punto de vista, pueden distinguirse diferentes tipos de ventanas de acuerdo a su forma, entre los que se encuentran principalmente los siguientes:

- a) Ventanas en tiempo que usan funciones trigonométricas tales como funciones Sinc o funciones Coseno.
- b) Ventanas de potencias, en las que la variable tiempo se eleva a cierta potencia.
- c) Ventanas que usan funciones de tiempo exponenciales.

En todos los casos el factor  $1/T$  aparece en el lado derecho de la expresión para  $w(t)$ , lo que hace que las dimensiones de esta última sean de:  $1/\text{tiempo}$ . De esta forma,  $W(w)$  es adimensional y matemáticamente

te más homogénea, y presenta a "T", como regla general, sólo en la combinación "wT". Sin embargo, en los cálculos prácticos es usual omitir el factor 1/T en w(t), por lo que se tendrá siempre w(0) = 1; lo que -- producirá una ventana espectral igual a: T W(w). El propósito de aplicar una ventana en especial es el de obtener una señal redondeada o -- que se desvanezca, lo que evitaría las altas frecuencias introducidas -- por el aumento y disminución abruptos de la ventana rectangular, tam-- bién conocida como Ventana Furgón o de Bartlett, y que se define formalmente como:

$$w(t) = \begin{cases} 1/T, & 0 \leq |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

y, en el dominio frecuencial o del número de onda:

$$W(w) = 2 \frac{\text{Sen } wT}{wT} = 2 \text{ Sinc}(wT/\pi) \quad (\text{III.22})$$

Es decir, dicha ventana se manifestará en el dominio espectral por una función Sinc W(w) con grandes lóbulos laterales (recordar el fenómeno -- de Gibbs), por lo que no es muy adecuada para una verdadera representación del espectro. Aun así, esta ventana es usualmente de las más utilizadas, pues es posible compensar sus efectos indeseables en frecuen-- cia mediante un suavizamiento en este dominio. Otras ventanas que usan funciones Sinc en el dominio del tiempo, son la Ventana Kernel de Fou-- rier o de Daniell definida por:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \frac{\text{Sen}(\pi t/T)}{\pi t/T} = \frac{1}{T} \text{ Sinc } \frac{t}{T}, & 0 \leq |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

Y la Ventana Kernel de Fejér o de Cesàro, que se determina así:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \left( \frac{\text{Sen}(\pi t/T)}{\pi t/T} \right)^2 = \frac{1}{T} \text{Sinc}^2(t/T), & 0 \leq |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

Ventanas que usan funciones Coseno son la de Hanning y la de Hamming, - también conocidas como ventanas de Tukey o Coseno; así como la Ventana rectangular de Coseno desvaneciente, definida como:

$$\left. \begin{aligned} w_1(t) &= (1/2T) (1 + \text{Cos}(5\pi t/T)), & -T \leq t \leq -(4T/5) \\ w_2(t) &= 1/T, & -(4T/5) \leq t \leq (4T/5) \\ w_3(t) &= (1/2T) (1 + \text{Cos}(5\pi t/T)), & (4T/5) \leq t \leq T \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.25})$$

Asimismo, la ventana de Hanning se define como:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{2T} (1 + \text{Cos} \frac{\pi t}{T}), & 0 \leq |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

Que equivale a:

$$\begin{aligned} W(w) &= \frac{\text{Sen } wT}{wT} + \frac{1}{2} \left( \frac{\text{Sen}(wT + \pi)}{wT + \pi} + \frac{\text{Sen}(wT - \pi)}{wT - \pi} \right) = \\ &= \text{Sinc} \frac{wT}{\pi} + \frac{1}{2} (\text{Sinc}(\frac{wT}{\pi} + 1) + \text{Sinc}(\frac{wT}{\pi} - 1)) \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

Y que es distinta a la ventana de Bartlett dada en (III.21), pues en (III.27) se trata con una suma de tres funciones Sinc desplazadas una respecto a la otra, hecho que ocasiona que los lóbulos laterales de estas tres funciones casi se cancelen, lo que es muy favorable. Ahora bien, de tal ecuación - (III.27) puede inferirse que a menor "T", W(w) se aproxima a uno; es decir, tiende a ser constante e independiente de "w", lo que corresponde

a una baja resolución y alta estabilidad del espectro. Inversamente, - una gran "T" conduce a una alta resolución y baja estabilidad; a partir de lo que puede observarse la influencia de la longitud "T" de los datos en el espectro. La ventana de Hanning es, asimismo, idéntica a la ventana Coseno cuadrado:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} \cos^2\left(\frac{\pi t}{2T}\right) ; & 0 \leq |t| \leq T \\ 0 ; & |t| > T \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

Por otro lado la ventana de Hamming es:

$$w(t) = \begin{cases} (1/T) (0.54 + 0.46 \cos(\pi t/T)) ; & 0 \leq |t| \leq T \\ 0 ; & |t| > T \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

Que se parece mucho a (III.26). Su equivalente en frecuencia es:

$$\begin{aligned} W(w) &= 1.08 \frac{\text{Sen } wT}{wT} + 0.46 \left( \frac{\text{Sen}(wT + \pi)}{wT + \pi} + \frac{\text{Sen}(wT - \pi)}{wT - \pi} \right) = \\ &= 1.08 \text{Sinc} \frac{wT}{\pi} + 0.46 \left( \text{Sinc}\left(\frac{wT}{\pi} + 1\right) + \text{Sinc}\left(\frac{wT}{\pi} - 1\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

De esta forma, las ventanas (III.26) y (III.29) podrían escribirse en forma común como:

$$w(t) = \frac{1}{T} (1 - 2a + 2a \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)) \quad (\text{III.31})$$

Donde:  $a = 0.25$  para (III.26);  $a = 0.23$  para (III.29). Al igual que -- (III.27), esta  $W(w)$  dada en (III.30) es una suma de tres funciones Sinc pero, por las ligeras modificaciones en los factores de peso, se obtiene una eliminación aún mejor de los efectos de los lóbulos laterales. - Obviamente, las ventanas espectrales de Hanning y de Hamming correspon-

den a un promediado (con desiguales pesos) sobre tres valores consecutivos de la función espectral de la ventana rectangular (III.21). Este promediado o suavizamiento trae como consecuencia que las funciones dadas en (III.27) y (III.30) exhiban mucho menores lóbulos laterales (del orden de un décimo de (III.22), una ventaja), mientras el lóbulo central (principal) es mucho más ancho para (III.27) y (III.30) que para (III.22), una cierta desventaja (figura 2). Así, la ventana de Hamming es considerada entre las de mejor comportamiento, por lo que se usa muy a menudo.

Por otra parte, entre las ventanas de potencia cabe citar la de -- Parzen, conocida también como Ventana de Potencia:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} (1 - (\frac{|t|}{T})^m), & 0 \leq |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

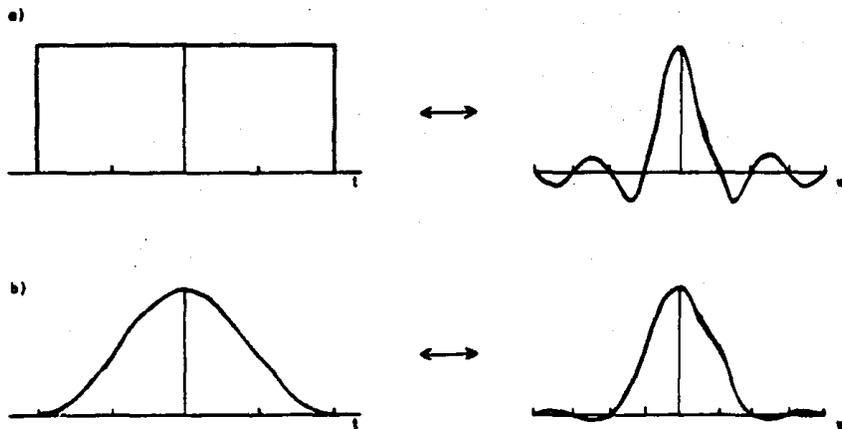
Para "m" entero positivo. Y la triangular, llamada también de Bartlett o de Fejèr, que es un caso especial de (III.32) con  $m = 1$ :

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} (1 - \frac{|t|}{T}), & 0 \leq |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

Con un equivalente espectral:

$$W(w) = \left( \frac{\text{Sen}(wT/2)}{wT/2} \right)^2 = \text{Sinc}^2 \left( \frac{wT}{2\pi} \right) \quad (\text{III.34})$$

Que al contrario de la mayoría de las demás ventanas no presenta lóbulos laterales negativos. Otro caso especial de la Ventana de Potencia (III.32) se obtiene cuando  $m = 2$ , lo que conduce a una ventana parabólica. Y en



**FIGURA 2: LA VENTANA RECTANGULAR Y LA VENTANA DE HAMMING.**

t = tiempo o espacio.

w = frecuencia.

(Tomado de Bñth, 1974).

tre las exponenciales, que contienen a la variable tiempo en el exponente, se encuentra la Gaussiana:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{T} e^{-at^2}, & 0 \leq |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

donde "a" es una constante positiva; y la exponencial:

$$w(t) = \frac{1}{T} e^{-a|t|} \quad (\text{III.36})$$

De esta manera, los procedimientos prácticos en la aplicación de ventanas pueden resumirse en dos diferentes métodos:

- 1° La serie de datos observados  $f(t)$  se pasa a través de una ventana rectangular; es decir, no se cambia la función dentro de un intervalo de tiempo limitado. Luego se obtiene la transformada de Fourier  $F(w)$  de  $f(t)$ . Y por último, se suaviza  $F(w)$  por tres puntos consecutivos por ejemplo, aplicando pesos que a menudo y de acuerdo a (III.31) toman los valores: 0.23, 0.54, 0.23; y que corresponden a la ventana espectral de Hamming. Este suavizamiento se hace para contrarrestar las altas frecuencias introducidas por el uso de la ventana de tiempo rectangular.
- 2° " $f(t)$ " se multiplica por alguna ventana adecuada. El producto resultante se transforma por Fourier en  $F(w)$ . Esta vez, no se suaviza  $F(w)$ , puesto que éste se realizó con la aplicación de la ventana en tiempo.

Los dos procedimientos anteriores son equivalentes, aunque las etapas que los constituyen se realizan en diferente orden. Si ahora se de nota al verdadero espectro por  $F(w)$ , las ventanas frecuenciales de la función rectangular y la función de Hamming por  $W_1(w)$  y  $W_5(w)$ , respectivamente; y la función de suavizamiento o promediado espectral por  $S(w)$ , se tendrán las siguientes expresiones para las operaciones anteriormente descritas. El primer método, en el que al principio se convoluciona con  $W_1(w)$ , y luego se suaviza con  $S(w)$  es:

$$(F(w) * W_1(w)) * S(w) \quad (\text{III.37})$$

Que por la ley asociativa para la convolución equivale a:

$$F(w) * (W_1(w) * S(w)) \quad (\text{III.38})$$

Lo que finalmente es igual a:

$$F(w) * W_5(w) \quad (\text{III.39})$$

Es decir, al segundo método, lo que demuestra la equivalencia en ambos. Mediante una selección adecuada del "suavizador"  $S(w)$ , será posible obtener una correspondencia con la ventana que se desee. Sin embargo, el procedimiento anterior conduce solamente a la conversión de una ventana  $W_1(w)$  en otra  $W_5(w)$ , pero no proporciona el verdadero espectro  $F(w)$ . Para obtener éste, la expresión (III.39) debía haber sido:

$$F(w) * \delta(w) = F(w) \quad (\text{III.40})$$

Donde " $\delta(w)$ " es la Función delta de Dirac en el dominio de frecuencias, y corresponde a una ventana en tiempo de longitud infinita, que no se -

puede obtener en situaciones prácticas. Tampoco es posible encontrar - un "suavizador"  $S(w)$  que efectúe una conversión hacia  $\delta(w)$ , es decir:

$$W_1(w) * S(w) = \delta(w) \quad (\text{III.41})$$

O en el dominio del tiempo:

$$W_1(t) \cdot s(t) = 1 \quad (\text{III.42})$$

Es decir:

$$s(t) = \frac{1}{W_1(t)} = \begin{cases} 1 \\ \infty \end{cases} ; \text{ lo que depende de si: } w_1(t) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

Pues no se satisfacen las condiciones de Dirichlet y  $S(w)$  no puede existir; por lo que no será posible obtener el verdadero espectro  $F(w)$ , sino sólo una aproximación a él.

De lo anterior puede concluirse que no es posible encontrar la solución ideal para elegir la ventana por aplicar e invariablemente tiene que establecerse un compromiso entre varios factores, siendo el ancho de banda y los lóbulos laterales de la ventana espectral los más significativos. Es decir, debe tratarse de tener una ventana espectral en la que su principal lóbulo se concentre alrededor de  $w = 0$ , y presente lóbulos laterales tan pequeños como sea posible. Los anteriores argumentos quedan esclarecidos cuando se considera que el convolucionar a la ventana espectral con  $F(w)$ , la primera toma el papel de una función de peso; punto de vista desde el cual puede detectarse que la ventana rectangular es la más estrecha en frecuencias, aunque presenta los efectos indeseables ya descritos.

Ahora bien, como ya se ha enfatizado, las ventanas de datos  $w(t)$  - están limitadas en tiempo (o, en el caso presente, en espacio); en consecuencia sus transformadas  $W(w)$  son continuas y de longitud infinita, y consisten de un lóbulo central y una secuencia ilimitada de lóbulos laterales que disminuyen gradualmente. En algunos casos y para suprimir dicha influencia, se ha sugerido el uso de dos ventanas consecutivas en tiempo; idea que podría realizarse mediante la combinación de dos ventanas de lóbulos laterales diferentes, una en la que fueran esencialmente positivos, y la otra en la que en su mayoría se presentarían negativos. De esta manera, se cancelarían en gran proporción los efectos de los lóbulos de las dos ventanas.

#### EL CALCULO DEL ESPECTRO

En la estimación del espectro de potencia -ya sea por el método directo o por el indirecto, que se discutirán en los párrafos siguientes-, la resolución y el error estadístico (o varianza) de los estimadores quedará bajo el control del ancho y forma de la ventana aplicada. -En principio, cualquier función limitada en el tiempo o en la frecuencia puede elegirse como ventana; sin embargo, es conveniente seleccionar una que sea real y par. La varianza de un estimador es la desviación cuadrática media de éste, a partir de su valor promedio; y la raíz cuadrada positiva de la varianza es la desviación estándar (Papoulis, - 1965). Ahora, en el método directo para calcular el espectro de potencia, como se verá, es posible realizar un proceso de suavizado al convolucionar con una ventana espectral, para reducir así la varianza del es

timador. Se verá más adelante que, mientras que en el método indirecto será ineludible la aplicación de una ventana espectral, en el directo - lo será el empleo de una ventana de datos, aunque podrá usarse después una ventana espectral para reducir la varianza.

#### El Método Indirecto o de Correlación-Transformada

En este método se calcula en principio la autocorrelación de la serie de tiempo  $f(t)$  dada, para luego transformarla por Fourier y obtener el espectro de potencia. (De igual manera, calculando la correlación -- cruzada de dos diferentes series de tiempo y luego transformándolas por Fourier, se obtiene el espectro de potencia cruzado). Como por lo general se utilizan medidas digitalizadas, deben usarse fórmulas adaptadas a este caso. La función de autocorrelación - en el caso de funciones de tiempo o espacio reales-, se define como:

$$C_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_1(t+\tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_1(t-\tau) dt \quad (\text{III.44})$$

Y es una función par con su máximo para  $\tau = 0$ ; que aplicada a lecturas discretas se convierte en:

$$C_{11}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} f(t) f(t+\tau) \quad (\text{III.45})$$

Donde:  $\tau = 0, 1, 2, \dots, m$ ; y la serie de tiempo dada es:  $f(1), f(2), \dots, f(N)$ . Para el cálculo del espectro de potencia a partir de la autocorrelación, debe recordarse la fórmula (III.10) dada anteriormente:

$$E_{11}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} C_{11}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \quad (\text{III.10})$$

Que en forma digital equivale a:

$$E_{11}(n) = \frac{2}{m} \sum_{\tau=0}^m C_{11}(\tau) \cos \frac{2n\pi}{m} \tau =$$

$$= \frac{1}{m} (C_{11}(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{m-1} C_{11}(\tau) \cos \frac{\rho\pi}{m} \tau + C_{11}(m) \cos(\rho\pi)) = E(\rho) \quad (\text{III.46})$$

Donde:  $\rho = 2n$ , y con los valores extremos divididos entre dos (pues sólo está incluida la mitad del intervalo a lo largo del eje "τ" en los dos segmentos finales, consideración realizada en forma análoga a la -- que se hace para evaluar integrales en forma discreta con la Regla Trapezoidal; Båth, 1974, p.172).  $E(\rho)$  es el espectro de potencia a la frecuencia "ρ", con:  $0 \leq \rho \leq m$ , ó:  $0 \leq n \leq (m/2)$ ; y el límite superior corresponde a la frecuencia de Nyquist. Así, es posible resumir de la siguiente manera el procedimiento que se debe seguir para calcular el espectro de potencia por el método indirecto:

- a) Se sustrae el valor promedio de la serie de tiempo dada  $f(t)$ . De esta forma, se tratará simplemente con desviaciones del promedio y fórmulas simplificadas. En esto consiste la preparación de los datos que debe realizarse siempre.
- b) Se aplica alguna operación de filtrado si quieren eliminarse tendencias en los datos, cierta parte del espectro o los efectos de lóbulos laterales causados por fuertes picos (en el caso de trazas sísmicas,

por ejemplo). Estos procedimientos, que sólo se realizan cuando las condiciones lo requieren, forman parte también de la preparación de datos y en ocasiones se les llama operaciones de "pre-blanqueado" (pre-whitening); término que deriva a partir de que el espectro del ruido blanco es constante en todas las frecuencias de interés. De hecho, la eliminación del promedio de un proceso antes de la estimación (o en el caso de exploración geofísica, del regional), es un ejemplo de pre-blanqueado -realizado aquí en el inciso anterior-, que evitará efectos enmascaradores de la dispersión debida a la media.

c) Se calcula la autocorrelación por la fórmula discreta:

$$C_{11}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=1}^{N-\tau} f(t) f(t+\tau) \quad (\text{III.47})$$

Donde:  $\tau = 0, 1, 2, \dots, m$ . Y la serie de tiempo dada es:  $f(1), f(2), \dots, f(N)$ .

d) Se obtiene el espectro de potencia mediante la fórmula (III.46); donde " $E(\rho)$ " se conoce como "Estimación cruda de densidad espectral".

e) Se suavizan las estimaciones espectrales crudas para obtener "Estimaciones refinadas de densidad espectral", lo que puede realizarse de acuerdo a varias fórmulas como la de Hamming-Tukey, o la de Hanning; cuyos coeficientes se dan aquí de acuerdo a (III.31) en los números superior e inferior, respectivamente:

$$\bar{E}_1(0) = \begin{bmatrix} 0.54 \\ 0.5 \end{bmatrix} E_1(0) + \begin{bmatrix} 0.46 \\ 0.5 \end{bmatrix} E_1(1)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}_i(\rho) &= \begin{bmatrix} 0.23 \\ 0.25 \end{bmatrix} E_i(\rho-1) + \begin{bmatrix} 0.54 \\ 0.5 \end{bmatrix} E_i(\rho) + \begin{bmatrix} 0.23 \\ 0.25 \end{bmatrix} E_i(\rho+1), \\ &\text{para: } 1 \leq \rho \leq (m-1) \\ \bar{E}_i(m) &= \begin{bmatrix} 0.46 \\ 0.5 \end{bmatrix} E_i(m-1) + \begin{bmatrix} 0.54 \\ 0.5 \end{bmatrix} E_i(m) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.48})$$

Denotando los valores promediados por una barra superior. La razón para hacer esto (o alguna clase similar de suavizado), se debe por una parte, al deseo de eliminar el efecto del ruido; y por la otra, al afán de suprimir las consecuencias (los lóbulos laterales, principalmente), de la ventana de tiempo rectangular (lo que equivale a no usar ninguna). Ahora, si en la igualdad anterior para " $\bar{E}_i(\rho)$ " se sustituyen en el lado derecho las expresiones para:  $E_i(\rho-1)$ ,  $E_i(\rho)$ , y  $E_i(\rho+1)$  a partir de la ecuación (III.46) y usando los coeficientes de suavizado de Hanning se obtendrá:

$$\bar{E}_i(\rho) = \frac{1}{m} (C_{11}(0) + \sum_{\tau=1}^{m-1} C_{11}(\tau) (1 + \cos \frac{\pi\tau}{m}) \cos \frac{\rho\pi\tau}{m}) \quad (\text{III.49})$$

Lo que equivale a la aplicación de la ventana de retraso de Hanning en el dominio del tiempo. Así, se tienen dos procedimientos equivalentes: o se aplica alguna ventana de retraso en el dominio del tiempo -en este caso aplicado a  $C_{11}(\tau)$ -; o se suaviza mediante los valores correspondientes en el dominio de frecuencias. Lo anterior es otro ejemplo de la equivalencia entre la multiplicación en el dominio del tiempo y la convolución en el de la frecuencia; métodos alternos en los que se observa que a mayor longitud de la ventana en tiempo, se obtendrá menor diferencia entre ambos procedimientos.

f) Si en el paso "b" se aplicó un filtrado en el dominio del tiempo (pre-blanqueado), se aplica la operación inversa en el dominio de la frecuencia ("post-coloreado").

g) Como un paso final es deseable calcular los límites de confianza del espectro obtenido.

### El Método Directo o de Periodograma

Este método se basa en un cálculo directo de la transformada de Fourier de la serie de tiempo dada. Enunciar una integral continua en forma discreta significa expresar el área bajo la curva mediante ordenadas también discretas, lo que equivale a:

$$\int_a^b y(x) dx \rightarrow \sum_{n=0}^N y(n\Delta x) \Delta x \quad (\text{III.50})$$

Para:  $a = 0$ ,  $b = N \Delta x$ ; y donde:  $y(x)$  representa a la curva dada,  $\Delta x$  es el intervalo de muestreo o digitalización; y  $(N+1)$  es el número total de puntos muestra. Para un intervalo de integración finito, pueden considerarse también las siguientes expresiones:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y(x) dx \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_{-x/2}^{x/2} y(x) dx \rightarrow \frac{1}{N\Delta x} \sum_{n=0}^N y(n\Delta x) \Delta x =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N y(n\Delta x) = \frac{1}{N} \left( \frac{1}{2} y(0) + y(1) + y(2) + \dots + y(N-1) + \frac{1}{2} y(N) \right)$$

....(III.51)

En donde se ha usado la regla trapezoidal para expresar el área bajo la curva. Ahora bien, volviendo al caso continuo, cuando se tiene un período fundamental "T" las expresiones para los coeficientes y la Serie de Fourier son las siguientes:

$$\left. \begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt \\
 a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos \frac{2n\pi t}{T} dt \\
 b_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin \frac{2n\pi t}{T} dt \\
 f(t) &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{2n\pi t}{T} + b_n \sin \frac{2n\pi t}{T} \right)
 \end{aligned} \right\} \text{(III.52)}$$

Donde los coeficientes "a<sub>n</sub>", "b<sub>n</sub>" convergen a cero a medida que "n" - - tiende a infinito, siempre y cuando f(t) sea integrable. Luego, mediante digitalización la curva continua y(x) se reemplaza por un polígono, - que es más exacto a menor "Δx". Para una serie de (N+1) observaciones discretas equiespaciadas y con v = 1, 2, 3, ..., N; las fórmulas sumatorias discretas para los anteriores coeficientes de Fourier quedan así:

$$\left. \begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \\
 a_n &= \frac{2}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \cos \frac{2n\pi v}{N}; \quad b_n = \frac{2}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \sin \frac{2n\pi v}{N}
 \end{aligned} \right\} \text{(III.53)}$$

Y la expansión en Serie de Fourier discreta será:

$$f(v) = a_0 + \sum_{n=1}^{N/2} a_n \cos \frac{2n\pi}{N} v + \sum_{n=1}^{N/2} b_n \sin \frac{2n\pi}{N} v \quad (\text{III.54})$$

Las propiedades de simetría de las funciones Seno y Coseno permiten que para "a<sub>n</sub>" y "b<sub>n</sub>" la fórmula (III.53) pueda ser re-escrita de la siguiente manera, mediante la que podrá ahorrarse tiempo de cálculo:

$$\begin{cases} a_n \\ b_n \end{cases} = \frac{2}{N} \sum_{v=1}^{N/2} \left[ f(v) + (-1)^n f\left(\frac{N}{2} + v\right) \right] \begin{cases} \cos \\ \sin \end{cases} \frac{2n\pi}{N} v \quad (\text{III.55})$$

Y en donde la cantidad:  $v = N/2$ , representará un punto de doblado a lo largo de la secuencia de valores de "v". La ecuación (III.51) puede -- aplicarse de inmediato a la fórmula de la Transformada de Fourier:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{III.56})$$

Lo que conduce a:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f(t_n) e^{-i\omega t_n} \quad (\text{III.57})$$

Puede aumentarse la exactitud de tal fórmula permitiendo la variación de:  $f(t)$  y de  $e^{-i\omega t}$ , dentro de cada intervalo digitalizado:  $\Delta t$ ; por lo que es posible escribir:

$$F(\omega) = \frac{1}{N\Delta t} \sum_n \int_{t_n - \Delta t/2}^{t_n + \Delta t/2} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{III.58})$$

Si se admite una variación lineal de  $f(t)$  dentro de cada intervalo, puede ponerse:

$$f(t) = f(t_n) + (t-t_n) \left( \frac{df}{dt} \right)_n \quad (\text{III.59})$$

Al incluir esto en la expresión para  $F(w)$ , se llega a la siguiente fórmula después de realizar la integración:

$$F(w) = \frac{1}{N} \frac{\text{Sen } w \Delta t / 2}{w \Delta t / 2} \sum_n f(t_n) e^{-iwt_n} - \frac{1}{N} \frac{i}{w} \left[ \frac{\text{Sen } w \Delta t / 2}{w \Delta t / 2} - \frac{\text{Cos } w \Delta t}{2} \right] \cdot \sum_n \left( \frac{df}{dt} \right)_n e^{-iwt_n} \quad (\text{III.60})$$

Expandiendo las fórmulas Sinc y Coseno en series de potencias, e incluyendo términos hasta  $(\Delta t)^2$ , se obtiene:

$$F(w) = \frac{1}{N} \left( 1 - \frac{w^2 (\Delta t)^2}{24} \right) \sum_n f(t_n) e^{-iwt_n} - \frac{1}{N} \frac{i w (\Delta t)^2}{12} \sum_n \left( \frac{df}{dt} \right)_n e^{-iwt_n} \quad \dots (\text{III.61})$$

Y si se toma el intervalo de muestreo " $\Delta t$ " suficientemente pequeño, pueden despreciarse los términos al cuadrado de " $\Delta t$ " para tener:

$$F(w) = \frac{1}{N} \sum_n f(t_n) e^{-iwt_n} \quad (\text{III.62})$$

Que para adaptarse mejor al caso discreto puede reescribirse:

$$F(n) = |F(n)| e^{i\phi(n)} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N f(v) e^{-i(2\pi/N)v} \quad (\text{III.63})$$

Esta expresión es la transformada discreta de Fourier (TDF), donde la serie de tiempo dada es:  $f(1), f(2), f(3), \dots, f(N)$ ; es decir, hay "N" datos puntuales, todos a un igual espaciamiento ( $f(0) = f(N)$ , para N+1 datos puntuales). La frecuencia de doblado o de Nyquist es  $N/2$  para N

par, y  $(N + 1)/2$  para  $N$  impar. Por lo tanto,  $F(n)$  sólo necesita ser calculada para:  $n = 1, 2, 3, \dots$ , hasta la frecuencia de Nyquist. Es decir,  $N/2$  ó  $(N + 1)/2$ , respectivamente. La fórmula (III.63) puede reescribirse como sigue:

$$F(n) = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^{N/2} \left[ f(v) + (-1)^n f\left(\frac{N}{2} + v\right) \right] e^{-i(2\pi n/N)v} \quad (\text{III.64})$$

Y la transformada inversa de  $F(n)$  en forma discreta será:

$$f(v) = \sum_{n=1}^N F(n) e^{i(2\pi v/N)n} = 2 \sum_{n=1}^{N/2} F(n) e^{i(2\pi v/N)n} \quad (\text{III.65})$$

Así, esta ecuación es la transformada inversa discreta de Fourier (TIDF). Pueden deducirse fórmulas discretas más exactas para  $f(v)$ , en forma completamente similar al caso de  $F(w)$  dado en la ecuación (III.61). Las fórmulas sumatorias discretas para  $F(n)$  y  $F(v)$ , (III.63) y (III.65), pueden escribirse también en forma de polinomios:

$$F(n) = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N f(v) z^v \quad (\text{III.66})$$

Donde:

$$z = e^{-i(2\pi n/N)} \quad (\text{III.67})$$

Y:

$$f(v) = \sum_{n=1}^N F(n)/z^n \quad (\text{III.68})$$

Donde:

$$z = e^{-i(2\pi v/N)} \quad (\text{III.69})$$

Las expresiones (III.66) y (III.68) son las "Transformadas  $z$ ".

De esta manera, para el cálculo de la transformada de Fourier en forma digitalizada se tienen las siguientes fórmulas, derivadas de los desarrollos anteriores:

Transformada Coseno de  $f(v)$ :

$$a(w) \rightarrow a(n) = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \cos\left(\frac{2n\pi}{N}v\right)$$

Transformada Seno de  $f(v)$ :

$$b(w) \rightarrow b(n) = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \sin\left(\frac{2n\pi}{N}v\right)$$

(III.70)

Transformada compleja de Fourier de  $f(v)$ :

$$F(w) = a(w) - i b(w)$$

Espectro de amplitud:

$$|F(w)| = (a^2(w) + b^2(w))^{\frac{1}{2}}$$

Espectro de potencia:

$$|F(w)|^2 = a^2(w) + b^2(w)$$

Espectro de fase  $\phi(w)$ :

$$\tan \phi(w) = -b(w)/a(w)$$

(III.71)

Fórmulas que nos proporcionan las herramientas necesarias para utilizar el método directo cuyo procedimiento, usando el mismo ordenamiento que para el método indirecto, puede resumirse como sigue:

- a) El mismo que en el caso indirecto.
- b) El mismo.
- c) No aplicable.
- d) Cálculos espectrales mediante las fórmulas dadas para este método.

- e) Lo mismo que en el caso indirecto.  
 f) Lo mismo.  
 g) Lo mismo.

Como se ve, este método no incluye el coeficiente de autocorrelación, que sin embargo puede calcularse como la transformada inversa del espectro de potencia  $|F(w)|^2$ , lo que se explicó cuando se dijo que la autocorrelación y el espectro de potencia forman un par de Fourier:  $C_{11}(\tau) \leftrightarrow E_{11}(w)$ . Asimismo, este procedimiento proporciona el espectro de fase  $\phi(w)$ , que no se incluye en el método indirecto. Como una alternativa, es posible trabajar con los coeficientes de Fourier  $a_n$  y  $b_n$ , que tienen fórmulas digitales:

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{2}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \cos\left(\frac{2n\pi}{N}v\right) \\ b_n &= \frac{2}{N} \sum_{v=1}^N f(v) \sin\left(\frac{2n\pi}{N}v\right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.72})$$

Después de que la potencia promedio para cada frecuencia " $n$ " se obtiene de  $\frac{1}{2}(a_n^2 + b_n^2)$ . Aparte de esto, los procedimientos son los mismos que para el método directo.

#### EL LOGARITMO DEL ESPECTRO

El principal propósito de los estudios geofísicos sobre un área, es el de deducir las propiedades -forma, profundidad, ubicación, ...-, de los cuerpos en el subsuelo que causan las anomalías observadas. Es posible calcular teóricamente el campo que le corresponde en la superfi

cie a cualquier cuerpo dado, motivo por el cual durante muchos años se ha realizado, en el dominio espacial, una comparación directa entre observaciones y modelos teóricos. Los espectros de tales modelos y series de datos han mejorado considerablemente estas comparaciones al trabajar en el dominio del número de onda. De esta manera, se ha publicado gran cantidad de modelos de cuerpos distintos con su respectivo espectro en el dominio del número de onda; así como numerosas soluciones en el dominio espacial para campos potenciales causados por varias formas de fuentes, soluciones que también son útiles en los estudios espectrales al transformarse por Fourier, pues proporcionarán el correspondiente espectro en el número de onda.

Mas particularmente, si se hacen suposiciones en relación a las propiedades de la fuente anómala (forma, magnetización, densidad), será posible estimar su profundidad a partir del espectro en el número de onda. Los métodos que hacen tales estimaciones se basan en el hecho, ya sugerido, de que los cuerpos someros conducen a mayores números de onda que los profundos. De hecho y a partir de un estudio teórico, Bhattacharyya (1966) mostró como un resultado general que los mayores números de onda son causados por estructuras cercanas a superficie, y que los menores por estructuras profundas. Fenómeno que debería esperarse intuitivamente y que podría observarse al considerar la relación entre el espectro de potencia  $E(k, 0)$  sobre la superficie, y  $E(k, z)$  a una profundidad "z" en la que se encuentra un cuerpo. Así, y sin olvidar que la función E es el cuadrado de la transformada de Fourier  $G(k)$  del campo potencial, se tiene que:

$$E(k,0) = E(k,z) e^{-2zk} \quad (\text{III.73})$$

Donde "k" es el número de onda. De esta forma, para cualquier cuerpo - anómalo; es decir, para toda fuente de una función de potencia  $E(k,z)$ , - el espectro será más plano conforme "z" se reduzca, por lo que habrá -- una mayor proporción de altos números de onda que para mayores valores de "z"; lo que por otro lado hace pensar en la aplicación de métodos - de filtrado (filtros pasa-altas y pasa-bajas), para estudiar estructu- ras someras o profundas. De esta forma, la profundidad de un cuerpo se reflejará sobre una gráfica del espectro de potencia versus el número - de onda, en la cantidad de cambio (pendiente) de la variable indepen- diente respecto a la dependiente; de tal suerte que a los cuerpos some- ros les corresponden menores pendientes; lo que puede explicarse tam- bién al recordar que la dependencia de la gravedad "g" (campo potencial, al igual que el magnético), sobre la coordenada vertical "z" (positiva hacia abajo), puede definirse mediante la siguiente transformada de Fou- rier (según: Darby & Davies, 1967):

$$g(x,z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(k) e^{zk} e^{ixk} dk \quad (\text{III.74})$$

Donde:  $e^{zk}$  es el factor de transferencia del filtro para la continua- ción analítica (vertical) del campo;  $G(k) = G(k,0)$  es la transformada - de Fourier de  $g(x,0)$  (campo observado en la superficie, cuando  $z = 0$ ); - "k" es el número de onda; y "x" es la distancia. Así:

$$\left. \begin{aligned} g(x,z) &\leftrightarrow G(k) e^{zk} \\ g(x,0) &\leftrightarrow G(k) e^{(0)k} = G(k) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.75})$$

Por lo anterior, la transformada de Fourier de  $g(x,z)$  (el campo potencial a una profundidad "z" dada), sería:

$$g(x,z) \leftrightarrow G(k,z) \quad (\text{III.76})$$

Si se iguala la primera ecuación de (III.75) con (III.76):

$$G(k,z) = G(k) e^{zk} = G(k,0) e^{zk} \quad (\text{III.77})$$

Luego, si se considera que los espectros de potencia "E" son los cuadrados de los correspondientes espectros de amplitud "G", se puede elevar al cuadrado la anterior igualdad:

$$(G(k,z))^2 = (G(k,0) e^{zk})^2 = (G(k,0))^2 (e^{zk})^2 \quad (\text{III.78})$$

Que en términos del espectro de potencia queda:

$$E(k,z) = E(k,0) e^{2zk} \quad (\text{III.79})$$

Y despejando:

$$E(k,0) = E(k,z) e^{-2zk} \quad (\text{III.80})$$

Finalmente, mediante la diferenciación logarítmica de esta ecuación se tendrá (Báth, 1974, p.481):

$$\frac{d \ln E(k,0)}{dk} = \frac{d \ln E(k,z)}{dk} - 2z \quad (\text{III.81})$$

Lo que equivale a tomar primero los logaritmos de ambos lados de - - -

(III.80):

$$\ln (E(k,0)) = \ln (E(k,z) e^{-2zk}) \quad (\text{III.82})$$

Y ya que:

$$\log_b M \cdot N = \log_b M + \log_b N \quad (\text{III.83})$$

Se tendrá:

$$\ln E(k,0) = \ln E(k,z) + \ln e^{-2zk} \quad (\text{III.84})$$

Es decir:

$$\ln E(k,0) = \ln E(k,z) + (-2zk) \quad (\text{III.85})$$

Y derivando (III.85) respecto a "k":

$$\frac{d}{dk} (\ln E(k,0)) = \frac{d}{dk} (\ln E(k,z) - 2zk) \quad (\text{III.86})$$

Y ya que:

$$\frac{d}{dx} (u \pm v \pm \dots) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx} \pm \dots \quad (\text{III.87})$$

Se tendrá:

$$\frac{d \ln E(k,0)}{dk} = \frac{d \ln E(k,z)}{dk} - \frac{d 2zk}{dk} = \frac{d \ln E(k,z)}{dk} - 2z \quad (\text{III.88})$$

Donde el miembro a la izquierda de la igualdad corresponde a la pendiente espectral observada; el primer término del lado derecho de la expresión a la pendiente espectral calculada para un cuerpo supuesto a una profundidad "z"; y el último a la profundidad por estimar. (Cabe decir que tal método es similar al de cocientes frecuenciales para medidas de atenuación de ondas sísmicas).

Por otro lado y finalmente, también se ha utilizado la autocorrelación espacial a lo largo de perfiles lineales para deducir profundidades a cuerpos o fuentes magnéticas o gravimétricas; lo anterior debido a que las funciones de autocorrelación que decrecen rápidamente desde su máximo (para un desplazamiento nulo:  $\tau = 0$ ), suelen corresponder a fuentes someras; lo que se explica por el hecho de que a pequeñas profundidades "z" les corresponde un espectro  $E_z(k)$  aplanado (de banda muy amplia); que a su vez corresponde a una función de autocorrelación de banda muy estrecha, a causa de la reciprocidad de los dominios espacial y del número de onda.

## C A P I T U L O   I V

### EL METODO ESTADISTICO ESPECTRAL

Como se sabe, la aplicación del espectro de Fourier a la interpretación de mapas aeromagnéticos puede utilizarse en varias operaciones, entre las que se encuentran la evaluación de profundidades, el filtrado regional-residual, las continuaciones ascendentes y descendentes, y la reducción al polo. Del mismo modo, mediante la función de autocorrelación -que puede derivarse del espectro de energía-, es posible obtener información sobre ciertas tendencias espaciales de los datos. Cabe recordar por otra parte que, dentro de las consideraciones prácticas para la aplicación de este método, se encuentran las referentes tanto a la selección adecuada del tamaño del plano o perfil y del intervalo de muestreo, como a los efectos causados por errores en los datos y el tamaño finito del mapa. Ahora bien, un mapa o perfil magnético puede considerarse como una descripción de la intensidad del campo magnético total sobre un plano o a lo largo de una línea, ambos horizontales y a una elevación fija sobre la superficie del terreno. En consecuencia, este mapa o perfil será una descripción espacial de los datos que se representará mediante un plano de contornos o una curva del campo magnético  $\Delta T(x,y)$  o  $\Delta T(x)$ , respectivamente.

De esta manera y como se vio en el capítulo anterior, una forma -- distinta a la descripción espacial de " $\Delta T$ " consiste en presentar los -- mismos datos en el dominio de la "frecuencia espacial" o número de onda. Ya se mencionó que en cada posición de una gráfica espectral el espec--

tro de potencia contendrá información respecto a una característica particular de todo el perfil; esta integración hace que el análisis del espectro pueda usarse específicamente para obtener parámetros promedio tales como profundidad, tamaño e intensidad de magnetización; que describirían la distribución de los cuerpos magnetizados dentro del subsuelo.

Ahora bien, el espectro de la densidad de energía de la anomalía de campo total producida por un modelo prismático rectangular fue desarrollado por Battacharyya (1966), en donde se mostró que las dimensiones horizontal y vertical de tal prisma podían estimarse rápidamente a partir de dicho espectro -que se encontraba distribuido sobre un amplio intervalo de frecuencias-, lo que es de suma importancia en el diseño de filtros residual regional. Este autor afirmó además que, invariablemente, existirá cierta cantidad de traslape espectral entre las contribuciones de anomalías someras y profundas, por lo que la aplicación de un filtro pasabandas nunca podrá eliminar completamente las anomalías causadas por cuerpos superficiales, en su caso, sin causar cierta distorsión en la componente regional. De esta manera, con el uso del espectro de Fourier se facilitará en la mayoría de los casos la obtención de una mucho mayor cantidad de información de los datos, para convertir el mapa o perfil magnético en una herramienta geofísica más efectiva.

Por otra parte y en lo que toca a la estimación estadística espectral, puede recordarse que cuando el objetivo fundamental en un trabajo es la determinación del espesor de la cubierta sedimentaria, los métodos "tradicionales" efectúan un análisis de anomalías individuales principalmente bajo esquemas parecidos al introducido por Vacquier y otros

(en el que, se recordará, el campo de un cuerpo prismático se iguala a la anomalía de campo total medida ajustando las dimensiones del prisma, que se extiende infinitamente hacia abajo, tiene lados verticales, sección rectangular, y se supone magnetizado uniformemente). De esta manera, estas aproximaciones tienden por sí mismas al análisis de anomalías aisladas y bien definidas, por lo que para obtener resultados satisfactorios deberán separarse con gran esmero las características que se - - traslapan. Además, cuando se hacen estudios aeromagnéticos en áreas extensas debe analizarse un gran volumen de datos, pero mediante el esquema señalado anteriormente los modelos de anomalía que son adecuados para los análisis de profundidad son por lo común muy escasos, de tal forma que, finalmente, un gran volumen de información útil se desaprovecha.

Con el método estadístico-espectral, por el contrario, se dispone de un modelo de interpretación que no depende de la existencia de anomalías aisladas, y hace uso de todos los datos disponibles en un área dada. De este modo, será posible determinar una profundidad promedio a las fuentes magnetizadas, y realizar una evaluación sistemática sobre cualquier zona, por ejemplo del espesor de sedimentos.

#### LA ESTRUCTURA ESTADISTICA DEL CAMPO MAGNETICO Y LA ESTIMACION DE PROFUNDIDADES

Como se sabe, un campo magnético es un fenómeno complejo que se origina de la distribución de magnetizaciones en la corteza terrestre (al menos en lo que respecta a la exploración del subsuelo). Tradicionalmente y en términos estadísticos, el análisis de éstos incluye una

aproximación determinística en donde el interpretador estudia una anomalía aislada y, con la ayuda de algunas restricciones o condiciones de frontera, determina la geometría de un cuerpo cuyo campo magnético es la -por lo regular en el sentido de mínimos cuadrados- a la anomalía observada. Sin embargo, esta situación se torna impropcedente cuando se tienen anomalías que se traslapan, en cuyo caso el empleo de un método estadístico se convierte en una lógica elección. Al usar estas técnicas, se parte del concepto básico de que el campo es una función aleatoria con determinada estructura estadística que, si se conoce, se podrá correlacionar con la estructura de las magnetizaciones en la corteza terrestre. De hecho, existe una correspondencia entre el espectro del campo magnético y la magnetización de las rocas.

Los conceptos básicos de la estructura estadística de un campo magnético son los siguientes (Naidu, 1970):

- a) El concepto de homogeneidad, que significa que la estructura estadística, cualquiera que sea, no varía con la posición. Lo que quiere decir que una muestra de campo magnético de alguna porción del mapa es estadísticamente similar a la de cualquier otra parte -lo que además es una consideración fundamental en la mayoría de las teorías utilizadas en el análisis de estos campos.
- b) El concepto de distribución Gaussiana, que también es un requerimiento básico para la aplicación adecuada de las anteriores teorías; de ahí que tenga que determinarse si el modelo gaussiano se ajusta al campo magnético aleatorio.

El primer paso para este tipo de análisis estadístico es digitalizar el plano magnético total, sin olvidar que un espaciamiento demasiado grande no representa con precisión al campo. El siguiente paso del análisis puede ser la eliminación del campo regional, incluyendo al campo geomagnético normal. Esto podría realizarse restando un plano ajustado (en el sentido de mínimos cuadrados), al campo digitalizado. Posteriormente, las cantidades por calcular serían: media, varianza, asimetría, función de distribución de probabilidad y función de densidad espectral; pues la variación espacial de estas cantidades tiene una relación muy importante con la homogeneidad. De esta forma, para estudiar esta homogeneidad puede dividirse el mapa analizado en una serie de bloques, y después calcular las cantidades precedentes para cada bloque. Por lo que toca a la función de densidad espectral y desde el punto de vista computacional, ya se había comentado que es mucho más eficiente calcular el espectro de potencia que la función de autocorrelación. Además, este espectro tiene una interpretación física más clara que dicha función. Por otra parte, no debe olvidarse que el cálculo del espectro de potencia es sólo una estimación del verdadero espectro, que sin embargo resulta insesgada y consistente; es decir, su varianza tiende a nulificarse a medida que el número de muestras tiende a infinito.

De acuerdo a lo anterior ha sido observado (ibid), que en base a la estadística de primer orden el campo magnético no es gaussiano ni homogéneo sobre todas las zonas, aunque en algunas puede serlo. Asimismo y desde el punto de vista de la estadística de segundo orden, debe examinarse si el campo es gaussiano y homogéneo, mediante el análisis de -

la desviación de la amplitud de la transformada de Fourier de cada bloque, a partir del espectro promediado. Si las desviaciones de cada bloque pueden explicarse como debidas al tamaño limitado de éstos podrá -- concluirse que el campo en esa zona es homogéneo, lo que por lo regular no ocurre. De hecho, se demuestra que el campo magnético es más heterogéneo y no gaussiano desde el punto de vista de la estadística de segundo orden, que de la del primero (ibid). Este fenómeno puede atribuirse a que el espectro revela un aspecto más detallado de la estructura estadística que la varianza o la función de distribución de probabilidad. En consecuencia, es común para una función aleatoria (como se ha supuesto aquí al campo magnético), aparentar homogeneidad superficialmente, - pero heterogeneidad cuando se examina con mayor detalle. En el mismo orden de ideas, debe agregarse que la forma del espectro es el producto de un numeroso grupo de factores tales como el tipo de roca, rumbo de las estructuras, y vector magnético de polarización; aunque los dos últimos parámetros tienen una mayor influencia en ésta. En caso de que no exista polarización remanente la dirección de la polarización real debe igualar a la del campo inductor, que se considera constante sobre el área estudiada. Siendo así, la mayor fuente de la heterogeneidad -- tratada arriba, aparentemente, en el hecho de que exista más de una dirección preferencial de rumbo de las estructuras geológicas (lo que influye significativamente en la conformación del espectro). En base a todo lo anterior, puede concluirse que la suposición común de que el campo magnético es una función aleatoria gaussiana y homogénea, no es del todo cierta; por lo que sería conveniente modificar las técnicas usuales basadas en tales suposiciones.

En relación a la estimación de profundidades, se puede empezar con el concepto del Espectro radial "R(s)", que puede calcularse a partir de un mapa de la siguiente manera; si:

$$\left. \begin{aligned} u &= s \cos \theta \\ v &= s \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (IV-1)$$

$$s = (u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}} \quad (IV-2)$$

Donde "s" es la frecuencia radial y "θ", el azimut, es un parámetro; el espectro radial se define como:

$$R(s) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Sx(s \cos \theta, s \sin \theta) d\theta \quad (IV-3)$$

De este modo, si se grafica tal espectro radial R(s) versus la frecuencia radial "s", con el eje vertical en escala logarítmica, es interesante notar que la curva resultante podría aproximarse muy bien mediante algunos segmentos de líneas rectas, cuyas pendientes estarían relacionadas con las profundidades a las fuentes magnéticas. De esta suerte, sería posible estimar dichas profundidades a partir del espectro (aunque si éste no tuviese apariencia lineal como se asume, las estimaciones de profundidad resultantes serán demasiado elevadas).

Lo anterior puede clarificarse a partir del análisis del espectro de energía del efecto magnético de un polo aislado, que podría considerarse ubicado en el subsuelo ya una profundidad "h". Este polo puntual localizado en P(x<sub>p</sub>, y<sub>p</sub>, h) con intensidad magnética "M<sub>p</sub>", produce un potencial magnético en cualquier punto (x, y, z) de:

$$\Delta V = M_p ( (x-x_p)^2 + (y-y_p)^2 + (z-h)^2 )^{-\frac{3}{2}} \quad (IV-4)$$

Y la anomalía de campo total en un punto  $Q(x, y, 0)$  localizado en el -- plano de observación será:

$$\Delta T(x, y, 0) = \left[ -\frac{\partial}{\partial t} V \right]_Q = M_p \frac{\rho \cdot (x-x_p) + m \cdot (y-y_p) - nh}{(x-x_p)^2 + (y-y_p)^2 + h^2}^{3/2} \quad (IV.5)$$

Donde "dt" es una longitud elemental en la dirección del vector geomagnético "T<sub>0</sub>", que tiene cosenos directores:  $\rho, m, n$ ; es decir:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \rho \cdot \frac{\partial}{\partial x} + m \cdot \frac{\partial}{\partial y} + n \cdot \frac{\partial}{\partial z} \quad (IV.6)$$

Si se considera el origen de coordenadas en el plano de observación y -- directamente sobre el polo puntual; es decir, si:

$$x_p = y_p = 0 \quad (IV.7)$$

Puede demostrarse que (Spector, 1968, p.2.5):

$$(x^2 + y^2 + h^2)^{-3/2} \leftrightarrow 2\pi e^{-h(u^2+v^2)} \frac{1}{h} + (u^2 + v^2)^{-3/2} \quad (IV.8)$$

Considérese ahora la expresión de la transformada de Fourier bidimensional de  $f(x, y)$ :

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(ux+vy)} dx dy \quad (IV.9)$$

Y su relación recíproca:

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{+i(ux+vy)} du dv \quad (IV.10)$$

Es decir:

$$F(u,v) \leftrightarrow f(x,y) \quad (IV.11)$$

En tal caso, mediante (IV.4) y (IV.8) es posible obtener la transformada de Fourier del potencial "V". Del mismo modo, para determinar la transformada de "AT" deben usarse las ecuaciones (IV.6) y (IV.10) para tener:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F(x,y)}{\partial x} &= iu F(u,v) \\ \frac{\partial F(x,y)}{\partial y} &= iv F(u,v) \\ \frac{\partial F(x,y)}{\partial z} &= -\frac{\partial}{\partial h} \end{aligned} \right\} \quad (IV.12)$$

Por lo que la transformada "AT(u,v)" de la anomalía de campo total - "AT(x,y)", al tomar en cuenta (IV.2) será:

$$AT(u,v) = 2\pi M_p e^{-hs} (n + i(\rho \cdot u + m \cdot v)/s) \quad (IV.13)$$

Ecuación en la que se ha supuesto que:  $\rho$ ,  $m$ ,  $n$ , son constantes en toda el área del mapa estudiado, y en la que se asume que:

$$|AT(x,y)| \ll |T_0| \quad (IV.14)$$

Es decir, que la dirección de la intensidad del campo magnético local es esencialmente paralela a la de la intensidad del campo geomagnético.

Ahora bien, en el límite, donde:

$$u = v = 0 \quad (IV.15)$$

(IV.3) no es válida y (IV.8) diverge, pero, a partir de (IV.9) se tiene que:

$$F(u,v) \Big|_{(0,0)} = F(0,0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta T(x,y) \, dx \, dy \quad (IV.16)$$

Si se toma en cuenta (IV.16) y (IV.5) se tendrá:

$$F(u,v) \Big|_{(0,0)} = F(0,0) = -2\pi M_p n \quad (IV.17)$$

Mediante (IV.9) y (IV.4) puede notarse que si se desplaza el origen a  $(-x_p, -y_p, 0)$ , la expresión (IV.13) del espectro complejo de la anomalía será multiplicada por:  $e^{-i(u x_p + v y_p)}$ , por lo que, como ya se había mencionado, un desplazamiento del origen sólo afectará al espectro de fase de la anomalía. De (IV.13) y (IV.17) es posible obtener el espectro de potencia:

$$E(u,v) = 4\pi^2 M_p^2 e^{-2hs} (n^2 + (\rho \cdot u + m \cdot v)^2 / s^2) \quad (IV.18)$$

Y,

$$E(0,0) = 4\pi^2 M_p^2 n^2 \quad (IV.19)$$

Por lo que en el origen existe una discontinuidad de tal espectro de energía. Si se consideran las ecuaciones (IV.1) de coordenadas polares, se puede simplificar (IV.18) a:

$$E(s, \theta) = 4\pi^2 M_p^2 e^{-2hs} R_T(\theta) \quad (IV.20)$$

En la que:

$$\begin{aligned} R_T(\theta) &= n^2 + (\rho \cdot \text{Sen} \theta + m \cdot \text{Cos} \theta)^2 = \\ &= 1 - \text{Cos}^2 \theta \, I_E \text{Cos}^2 \theta + D_E \end{aligned} \quad (IV.21)$$

Donde: "IE" y "DE" son la inclinación y declinación del vector geomagnético "T<sub>0</sub>". Si se divide ahora (IV.20) entre "R<sub>T</sub>(θ)" se tendrá:

$$E'(s, \theta) = \frac{E(s, \theta)}{R_T(\theta)} = 4\pi^2 M_p^2 e^{-2hs} \quad (\text{IV.22})$$

Y al obtener logaritmos:

$$\ln E'(s, \theta) = \ln (4\pi^2 M_p^2) + \ln e^{-2hs} \quad (\text{IV.23})$$

O sea:

$$\ln E'(s, \theta) = c - 2hs \quad (\text{IV.24})$$

Función que al graficarse en un sistema coordenado "ln (E')" versus "s", resulta ser una recta con pendiente "-2h" y ordenada en el origen "c"; donde se evidencia la relación directa entre la profundidad "h" a la fuente de interés y este tipo de representación.

De esta manera, las profundidades promedio a las fuentes magnéticas pueden interpretarse, por lo regular, a partir del espectro de energía. Esto tendrá que hacerse mediante un análisis de la cantidad de decaimiento de la amplitud del espectro de potencia logarítmico versus la frecuencia.

#### EL CASO TRIDIMENSIONAL

En lo que toca al análisis de mapas, Spector (1968), demostró que las expresiones para el espectro de energía de cuerpos finitos en tres dimensiones pueden escribirse generalmente en la forma siguiente:

$$E(u, v) = K H(h) R_T R_M S(a, b, \gamma) \quad (\text{IV.25})$$

Donde "K" es una constante proporcional al cuadrado de la magnetización, "H" es un factor que sólo depende de la profundidad "h", "R<sub>M</sub>" es otro factor que incluye solamente la dirección de "M", el vector de magnetización; "R<sub>T</sub>" es un parámetro que sólo incluye la dirección del vector geomagnético "T<sub>0</sub>"; y "S" es un factor de forma, que toma en cuenta la geometría del modelo. El factor "H" tiene la forma:  $\text{Exp}(-2h(u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}})$ , por lo que sólo considera la distancia "h" desde el plano de observación hasta la superficie superior del modelo y, en los casos de cuerpos o prismas finitos, también la extensión en profundidad o espesor "d". Es evidente de la forma de este factor que el espectro tenderá a limitarse progresivamente hacia las menores frecuencias a medida que la profundidad "h" aumente (Spector y Bhattacharyya, 1966).

En el caso del prisma vertical de extensión infinita el espectro de energía logarítmico contendrá al término lineal (-2hs), por lo que el factor de profundidad será simplemente el exponencial negativo:  $e^{-2hs}$ , donde: "s" se da en radianes sobre kilómetro y se obtiene de la raíz cuadrada de  $(u^2 + v^2)$ , siempre y cuando "h" esté en kilómetros. Ahora, en caso que los cuerpos magnetizados sean muy delgados en relación a su profundidad, el factor "H(h)" tomará una forma logarítmica no lineal como la siguiente:

$$\ln H(s) = -2hs + 2 \ln(st) \quad (\text{IV.26})$$

Donde "t" es el espesor del cuerpo finito o lámina. Esta expresión da origen a un máximo espectral en:  $s = 1/h$ , y no en:  $s = 0$ , como en el caso de prismas sin fondo (de extensión vertical infinita). Finalmente,-

en el caso de cuerpos de extensión finita en profundidad "d", en los -- que la superficie inferior contribuye significativamente al campo, la -- forma logarítmica del factor de profundidad es:

$$\ln H(s) = -2hs + 2 \ln(1 - e^{-ds}) \quad (\text{IV.27})$$

Que es similar a la expresión para el caso laminar en el sentido de que es no lineal y tiene un máximo desplazado de la frecuencia cero:

$$s_{\max} = \frac{1}{d} \ln\left(\frac{h+d}{h}\right) \quad (\text{IV.28})$$

El éxito de Vacquier y otros (1951), en la interpretación de anomalías sobre áreas de cuencas sedimentarias, indica empíricamente que los cuerpos fuente encontrados a gran profundidad (por ejemplo a más de 1.5 kilómetros), tienen realmente una gran extensión en profundidad, por lo que pueden tratarse como cuerpos o prismas sin fondo. Asimismo y en -- contraste a las curvas para los cuerpos de extensión en profundidad finita, las curvas para los casos de modelos laminares se distinguen fácilmente de las producidas por prismas sin fondo, puesto que su máximo se presenta en frecuencias intermedias; lo que proporciona a la parte -- restante de alta frecuencia de las curvas un carácter no lineal más notable.

Por otro lado, el análisis espectral a muy bajas frecuencias es -- obscurecido generalmente por efectos del tamaño del mapa o perfil y la resolución imperfecta de la respuesta magnética de fuentes muy profundas, que no puede ser compensada o controlada en forma efectiva. Si se toma en cuenta ahora la expresión (IV.25), el producto de las funciones " $R_T(0)$ " y " $R_M(0)$ " dependerá de las orientaciones de los vectores geomag

nético " $T_0$ " y de magnetización "M", respectivamente; que son funciones del azimut del número de onda

$$\theta = \text{Tan}^{-1} (u/v) \quad (\text{IV.29})$$

E independientes de la magnitud:

$$s = (u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV.30})$$

La forma matemática del factor combinado está dada por:

$$R_T(\theta) \cdot R_M(\theta) = (n^2 + (\rho \cdot \text{Sen}\theta + m \cdot \text{Cos}\theta)^2) \cdot (N^2 + (L \text{ Sen}\theta + \text{Cos}\theta)^2) \quad \dots (\text{IV.31})$$

Donde los coeficientes ( $\rho$ ,  $m$ ,  $n$ ) y ( $L$ ,  $M$ ,  $N$ ) son los Cosenos directores de los dos vectores. Este factor de cosenos no depende de ninguna manera de la profundidad o geometría del modelo, de manera que al desprender las demás influencias los cálculos de profundidad no serán afectados por las orientaciones de "M" o " $T_0$ ", siempre y cuando se tomen de antemano sus promedios respecto a " $\theta$ " (cuando se trabaja con planos). De un interés más general es el hecho que la dependencia del espectro complejo de las direcciones de " $T_0$ " y "M" puede escribirse como el factor combinado:

$$\Gamma_T(\theta) \cdot \Gamma_M(\theta) = (n+i(\rho \cdot \text{Sen}\theta + m \cdot \text{Cos}\theta)) \cdot (N+i(L \text{ Sen}\theta + M \text{ Cos}\theta)) \quad (\text{IV.32})$$

Mediante el que se podrá eliminar al dividir entre el factor complejo " $\Gamma_T(\theta)$ ", el efecto de la orientación del vector geomagnético. Esto, de hecho, equivale a reducir los datos al Polo Norte magnético. El último término de la ecuación (IV.25), el factor  $S(a, b, \gamma)$ , se presenta en el espectro obtenido de un plano para modelos con dimensiones horizontales

finitas, e incluye el tamaño y orientación del cuerpo modelo (o su geometría). Por ejemplo para el prisma sin fondo con longitudes "2a" y "2b", y un lado orientado a un ángulo "γ" respecto al eje "x", el factor "s" en coordenadas polares sería:

$$s(a,b,\gamma) = \frac{\text{Sen}^2(a \cdot s \text{ Sen}(\theta + \gamma))}{(a \cdot s \text{ Sen}(\theta + \gamma))^2} \frac{\text{Sen}^2(b \cdot s \text{ Cos}(\theta + \gamma))}{(b \cdot s \text{ Cos}(\theta + \gamma))^2} \quad (\text{IV.33})$$

Que es esencialmente el producto de dos funciones:  $((\text{Sen } x)/x)^2$ . El factor "s" depende entonces de "θ" y de "s". Ahora, si no se compensa el efecto de esta última magnitud "s", deberá esperarse que los análisis de profundidad generados de datos bidimensionales proporcionen profundidades máximas a los cuerpos fuente (sobre-estimaciones); caso que no se presenta en el análisis uni-dimensional propuesto por Treitel et al., (1971), aplicado en este trabajo.

#### Ensamble de Modelos.

En la realidad y sin olvidar que se está tratando el caso en tres dimensiones, los mapas magnéticos son una composición de un gran número de cuerpos de diferentes formas, tamaños y propiedades magnéticas; que en un sentido puntual o discreto representan variaciones volúmetricas en la distribución de minerales ferromagnéticos dentro de la roca. De esta forma, la anomalía de campo magnético total debida a una ensamblable de modelos puede escribirse como una suma del tipo:

$$\Delta T(x,y) = \sum_{i=1}^k \Delta T_i(x,y) \quad (\text{IV.34})$$

Y ya que la transformada de Fourier es un operador lineal se tiene que:

$$F(u,v) = \sum_{i=1}^k F_i(u,v) \quad (\text{IV.35})$$

Asimismo, cada transformada individual puede expresarse de acuerdo a lo visto en párrafos anteriores, como el producto de cuatro factores que incluyen los parámetros del cuerpo modelo:

$$F(u,v) = h(h_1; s) S(a_1, b_1, \gamma_1; u, v) m(T_0, M_1, \theta) d(\xi_1, \eta_1; u, v) \quad \dots (\text{IV.36})$$

Donde "h" y "s" son los factores ya discutidos; "m" incluye las orientaciones de "T<sub>0</sub>" y "M", y "d" incluye la posición horizontal ( $\xi, \eta$ ); es decir:

$$d = \text{Exp}(-i(u\xi + v\eta)) \quad (\text{IV.37})$$

Y cada término de la sumatoria tiene de factor común la dependencia sobre el vector "T<sub>0</sub>", que en (IV.36) se despreja puesto que puede eliminarse al dividir por  $(n + i(\rho \cdot \text{Sen} \theta + m \cdot \text{Cos} \theta))$ ; de esta manera el factor "m" es sólo dependiente de la magnetización. Es conveniente también normalizar el espectro respecto a su valor en:  $u = v = 0$ , para tener así un espectro complejo normalizado "F<sub>n</sub>" como el promedio aritmético de "F<sub>i</sub>"; en donde a medida que el número "k" de modelos tienda a infinito, el promedio aritmético llegue a ser la Esperanza de "F" (debido a que a mayor número de muestras, la "media" de estas tiende a ser idéntica a su "Esperanza matemática").

De esta forma, al utilizar términos estadísticos no hay razón para usar modelo muy complejos o elaborados en la construcción de un ensam-

ble de cuerpos modelo, puesto que ésto sólo aumentaría el número de parámetros y no contribuiría a la determinación del problema. Así, el espacio de parámetros tiene en total sólo ocho variables que son suficientes para especificar cada modelo; éstos son la profundidad "h", las longitudes "a" y "b"; la magnitud del vector de magnetización "M", la declinación "D<sub>x</sub>" e inclinación "I<sub>x</sub>" de la intensidad de magnetización, y la localización de los puntos centrales: ξ, η. Se ha omitido el azimut del modelo "γ", pues al incluir un número suficientemente grande de posibles valores para "a" y "b", también se cubre una gran cantidad de formas (todo lo anterior para cuando se trabaja en dos dimensiones). Adoptando después el postulado fundamental de la mecánica estadística como una "hipótesis de trabajo", puede igualarse la esperanza de "F<sub>n</sub>" con el promedio ensamble de "F"; es decir:

$$\langle F_n \rangle = \int \dots \int F \cdot \phi \cdot d\lambda_1, d\lambda_2, \dots, d\lambda_8 \quad (\text{IV.3B})$$

Donde  $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_8)$ , es el juego de parámetros antes descrito, y "φ" es una función de distribución de probabilidad conjunta para estos parámetros. Es razonable asumir también para cada una de las variables de profundidad, tamaño y magnetización, una probabilidad "a priori" uniforme dentro de un intervalo específico (por ejemplo, "h" podría tomar cualquier valor con igual probabilidad en el intervalo:  $h \pm \Delta h$ ); lo que hace posible escribir la función de distribución de probabilidad conjunta "φ", como el producto de funciones de distribución individuales:

$$\phi = \phi_1(h) \phi_2(a) \phi_3(b) \phi_4(|M|) \phi_5(I_x) \phi_6(D_x) \phi_7(\xi, \eta) \quad (\text{IV.39})$$

Por lo que la Esperanza matemática de " $F_n$ " tendrá que ser:

$$\langle F_n \rangle = \langle h \rangle \langle S \rangle \langle m \rangle \langle d \rangle \quad (\text{IV.40})$$

(Es decir, las Esperanzas de "h", "S", "m" y "d" son independientes entre sí). Donde, por ejemplo,  $\langle S \rangle$  es la Esperanza del factor de tamaño finito "S" -inexistente en el caso unidimensional propuesto por Treitel et. al., (1971)-, sobre el intervalo posible de las variables "a", "b", es decir:

$$\langle S \rangle = \iint_S \phi_2(a) \phi_1(b) da db = \frac{1}{4\Delta a \Delta b} \int_{a_i - \Delta a}^{a_i + \Delta a} \int_{b_j - \Delta b}^{b_j + \Delta b} S da db$$

.... (IV.41)

De esta manera, a partir de dos suposiciones -tener además de un gran número de cuerpos una independencia estadística de los parámetros-, es posible expresar el espectro complejo normalizado como una sola fórmula similar a (IV.40), que consiste del producto de cuatro factores, cada uno de los cuales depende a lo más de tres parámetros. Debe decirse finalmente que cuando la profundidad a un ensamble de cuerpos varía menos del 25 % de la cantidad promedio " $h_0$ ", el valor esperado para el factor de profundidad es, efectivamente,  $\text{Exp}(-2h_0 s)$ .

#### CONSIDERACIONES EN EL CALCULO DEL ESPECTRO DE POTENCIA A PARTIR DE DATOS REALES

En esta sección se tratarán de señalar algunas de las más significantes características que se presentan cuando se calcula el espectro -

de potencia a partir de datos del campo magnético observado, con el fin de tener una idea de los problemas que pudieran surgir en la aplicación del método a casos reales. Tales consideraciones son las siguientes:

a) Ya se sabe que el espectro de energía se compone tanto de las contribuciones debidas a las fuentes de interés, como de las causadas por el ruido. También, ya se ha mencionado que el espectro de potencia pue de utilizarse como una herramienta muy efectiva en la interpretación -- cuantitativa de datos magnéticos; pero deben señalarse algunos de los efectos colaterales --ya sugeridos en el capítulo precedente--, que se -- presentan en la etapa anterior al cálculo de éste (digitalización de -- los datos de campo). Estos son esencialmente los debidos al suaviza- -- miento o filtrado del espectro a causa del tamaño finito del mapa, los originados por el fenómeno "alias" que pudo haberse presentado por el -- muestreo a intervalos discretos; y los provocados por la adición de -- energía a muy bajas frecuencias, ocasionada por una eliminación incom- -- pleta del campo geomagnético principal. En la definición del espectro de energía se supone asimismo que la función que representa al campo -- magnético observado está definida sobre la totalidad de un mapa o per-- fil, que deberían considerarse como "ventanas" a través de las que sólo se estudia una parte del campo. Este conocimiento incompleto del campo magnético hace que sólo pueda obtenerse una estimación del verdadero es pectro de potencia. Pese a lo anterior es posible satisfacer en forma sintética la suposición de una definición completa de:  $T(x,y)$ , o: - - -  $f(x,y)$ ; mediante la multiplicación por otra función pesada o "ventana - espacial":  $g(x,y)$  (con transformada de Fourier:  $G(u,v)$ ), que se nulifica fuera de la región de interés "R". La versión modificada  $f'(x,y)$  de

La intensidad de campo total se definiría entonces de la siguiente manera:

$$f'(x,y) = f(x,y) \cdot g(x,y) \quad (\text{IV.42})$$

Las transformadas de Fourier de  $f'(x,y)$  y  $f(x,y)$  cumplen con la relación:

$$F' = F'(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (f(x,y) \cdot g(x,y)) e^{-i(ux+vy)} dx dy \quad \dots (\text{IV.43})$$

Como la transformada de Fourier del producto de dos funciones es la convolución de las transformadas de estas dos funciones:

$$F'(u,v) = \frac{1}{4\pi} G(u,v) * F(u,v) \quad (\text{IV.44})$$

Lo que físicamente equivale a una operación de suavizado sobre la transformada  $F(u,v)$ . (Debe recordarse que la convolución de "F" con "G" produce una alteración de la forma del espectro, sobre todo en aquellas características que cambian rápidamente con la frecuencia). En consecuencia, se podrán tener diferentes grados de suavizamiento impuestos en la forma espectral logarítmica a causa de la aplicación de una ventana espacial, e incluso un redondeamiento en la región de muy baja frecuencia. Este suavizado y ensanchamiento del espectro tiene mayor significancia a medida que la profundidad "h" a las fuentes de interés aumenta (Spector, 1968, p. 3.10). Las consideraciones anteriores y algunas observaciones sobre aspectos reales, han conducido a una selección del tamaño óptimo de mapas o perfiles para los análisis de profundidad. Por ejemplo, si se quieren estimar profundidades de fuentes del subsuelo hasta de cinco kilómetros, las dimensiones del mapa o perfil deberán ser de vein

te Km. por lo menos (ibid).

Por su parte, el submuestreo produce un efecto "alias" en el que las componentes de frecuencia de la función son reflejadas en la región de altas frecuencias, donde el espectro tiende a disminuir. Esto causa una reducción en la cantidad real de decaimiento espectral a medida que se tiende a la frecuencia de doblado o frecuencia máxima, por lo que la estimación de la profundidad promedio a las fuentes mas someras sería demasiado pequeña. De esta manera, para estar seguros de que el efecto alias no es un factor importante en el análisis espectral, es conveniente aceptar como criterio que el máximo intervalo de muestreo no debe ser mayor que la cuarta parte del ancho de la anomalía más aguda en el mapa o perfil de trabajo. Asimismo y debido al suavizamiento del espectro, se establece un límite a las profundidades de fuentes magnéticas - cuyos efectos pueden ser estudiados en el espectro de potencia. Esta profundidad de penetración, como podemos llamarla, suele tomarse como el valor de  $L/4$ , donde "L" es la longitud del perfil o la más pequeña - dimensión del mapa. Dentro de tal magnitud  $L/4$ , el carácter del campo es en su mayoría influenciado por los efectos de fuentes que pueden ser consideradas de origen geológico; es decir, se encuentran en la parte superior de la corteza terrestre. Sin embargo, puede existir un significativo efecto (con determinadas características espectrales), causado por fuentes por debajo de esta "profundidad de penetración". De este modo, es posible igualar la intensidad de campo magnético total observada a la suma de otras dos cantidades vectoriales:

$$T = T_0 + \Delta T \quad (\text{IV.45})$$

Donde " $T_0$ " es el campo geomagnético, y " $\Delta T$ " es una perturbación debida

a fuentes corticales o geológicas que yacen sobre la Isoterma de Curie y bajo la cual las rocas no pueden retener una magnetización apreciable, debido a las altas temperaturas ahí existentes. Después del análisis - de más de 200 anomalías, dicha isoterma ha sido ubicada aproximadamente entre 15 y 25 kilómetros (Spector, 1968, p.3.17). De esta forma, el -- campo geomagnético " $T_0$ " de la ecuación (IV.45) puede determinarse satis factoriamente ajustando datos (de preferencia de zonas menos influncia das por efectos geológicos locales), a un plano cuando se trabaja en -- dos dimensiones, o a una línea recta en el caso unidimensional; por el método de mínimos cuadrados. Aunque este plano o línea servirá sin du- da como una buena aproximación a la contribución de fuentes que yacen - bajo la isoterma de Curie, la resta de estos al campo observado aún pue de contener componentes de cuerpos localizados entre la profundidad de penetración y dicha isoterma. Por ejemplo, si se tiene un perfil de 32 kilómetros, puede originarse una componente indeseable de fuentes entre ocho y 15-25 Km, que tendrá determinado efecto espectral. En el mismo sentido y puesto que el espectro de una anomalía debida a un cuerpo de extensión en profundidad finita, difiere sólo a muy bajas frecuencias - del causado por un modelo sin fondo (de extensión en profundidad infini ta); una remoción regional imperfecta tendrá efectos frecuenciales que muy posiblemente enmascararán esta diferencia. Entonces, el espectro - no sería muy útil para evaluar la extensión hacia abajo de fuentes muy profundas; a menos, quizá, que se usaran mapas o perfiles muy extensos, en cuyo caso (y sólo así), sería posible determinar -a partir del análi sis espectral-, la profundidad a la Isoterma de Curie.

b) Por otra parte, la contribución del ruido generado en el proceso - del muestreo (asociado a la observación del campo y que tendría un carácter aleatorio), deberá contener una densidad de energía independiente de la frecuencia (a medida que ésta aumente, dicho ruido tenderá a ser más significativo que la energía asociada con las anomalías magnéticas; si ésto ocurriera, el espectro se aplanará en esta región de alta frecuencia). Por ello, el intervalo de frecuencias dentro de las que es práctico el análisis de profundidad se encuentra por lo regular muy restringido. Si la profundidad a las fuentes es muy grande, el decaimiento espectral será muy abrupto, por lo que sólo un pequeño intervalo de frecuencias será sensible al análisis. De esta forma, para tener una suficiente cantidad de datos, pudiera ser necesario hacer el intervalo de frecuencias más fino, lo que podría realizarse solamente aumentando las dimensiones del mapa o perfil.

c) Ahora, cuando se considera el problema de fuentes magnetizadas en dos diferentes niveles de profundidad, podría hacerse uso de las diferencias en los dos espectros de energía (pues cada una de estas fuentes ocupará un intervalo de frecuencia distinto). Así, por lo regular se asume que el espectro de las anomalías más someras se restringe en su totalidad a las altas frecuencias, de acuerdo a lo cual dichas anomalías pueden filtrarse suavizando simplemente los datos por cualquier proceso que elimine la energía en estas altas frecuencias, como por ejemplo un filtrado lineal. Pese a todo, por lo regular persistirá un considerable traslape entre las anomalías profundas y someras en el dominio de la frecuencia, por lo que los filtros convencionales de pasa-

bandas no podrán resolver en forma totalmente adecuada la separación de anomalías, y casi nunca se evitará con el uso de estas técnicas el sobre-filtrado, o el sub-filtrado. De esta manera, el espectro de energía calculado de datos reales se divide usualmente en dos distintas regiones: la parte de bajas frecuencias -en la que la energía espectral decrece al aumentar la frecuencia en una cantidad que depende, entre otros factores, de "h"-, y la de alta frecuencia -que es casi "blanca", es decir, permanece constante a medida que aumenta la frecuencia. Dicha porción blanca refleja sólo los efectos del ruido generado por errores de medición y redondeo, por lo que se distribuye aleatoriamente en el mapa o perfil magnético (otro tipo de ruido es el causado por magnetizaciones someras).

d) En el caso tri-dimensional y respecto a la elección de los factores de profundidad, es común considerar sólo dos tipos de fuentes: los modelos laminares y los prismas sin fondo, cuyos efectos espectrales se distinguen fácilmente al observar si el espectro de energía logarítmico es lineal o no; sin embargo, si se usa por ejemplo el factor exponencial de profundidad:  $e^{-2H_0^B}$  del prisma sin fondo y el modelo laminar es realmente más representativo, se haría una subestimación de "H<sub>0</sub>".

e) También en el caso de planos, el efecto de la posible asimetría sobre el espectro de energía, causada por la posición horizontal de los cuerpos, puede eliminarse casi por completo si este espectro se promedia respecto al azimut "0" en el plano de frecuencias (u,v). De esta manera, una aproximación válida a la forma de la componente radial del

espectro de amplitud normalizado (raíz cuadrada del espectro de potencia), puede expresarse para situaciones en que se trata con cuerpos sin fondo, como sigue:

$$F_n(s) = e^{-h_0 s} \langle S(a_0; s) \rangle \quad (\text{IV.46})$$

Para:

$$S(a_0; s) = \langle S \rangle \quad (\text{IV.47})$$

Donde " $a_0$ " es el promedio del semi-ancho de las fuentes, medido de las anomalías. (En un perfil, se toma  $2a_0$  como la distancia media entre los puntos de máximo gradiente en cada anomalía). En aplicaciones más generales, la componente radial del espectro de amplitud será descrita por la siguiente expresión:

$$F(s) = A f e^{-h_0 s} S(a_0, s) \quad (\text{IV.48})$$

Donde "f" es unitario para cuerpos sin fondo; y:  $f = s$  en el caso de cuerpos laminares; lo que dependerá de si el espectro presenta un mínimo o no en:  $u = v = 0$ .

f) Considérese ahora la naturaleza de los datos de campo magnético: los valores  $f(x,y)$  observados pueden escribirse como la suma de una componente de señal y otra de ruido estadísticamente independiente; es decir:

$$f(x,y) = S(x,y) + n(x,y) \quad (\text{IV.49})$$

Donde se considera que:  $n(x,y)$  se genera aleatoriamente y no tiene contribuciones periódicas. Respecto a la sensibilidad de los datos en los planos o perfiles, si por ejemplo se considera que sólo los efectos ma-

mayores de cinco Gamas son confiables, los valores digitalizados del campo podrían expresarse en unidades de diez Gamas para el procesamiento numérico, por lo que el máximo error de redondeamiento sería de (+/-) cinco Gamas, o  $\frac{1}{2}$  unidad (de 10 Gamas). Suponiendo que la exactitud de los datos registrados se encuentra dentro de dicho intervalo y, además, que los anteriores errores de redondeamiento tienen la misma probabilidad a priori de tomar cualquier valor dentro de éste, la distribución de frecuencia de los datos será:

$$\left. \begin{aligned} p(N) &= 1, & |N| &\leq \frac{1}{2} \\ p(N) &= 0, & |N| &> \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad \text{(IV.50)}$$

Por lo que la esperanza del cuadrado del ruido podrá expresarse como:

$$\langle N^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) x^2 dx = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x^2 dx = 1/12 \quad \text{(IV.51)}$$

Ahora bien, si  $E(0,0)$  es el valor del espectro de energía en el origen y se supone que:

$$\langle N^2 \rangle \ll E(0,0) \quad \text{(IV.52)}$$

La contribución del ruido aleatorio al espectro de energía normalizado será entonces:

$$RN = \langle N^2 \rangle / E(0,0) \quad \text{(IV.53)}$$

Y estará distribuida uniformemente sobre todo el plano o perfil de frecuencias. Es posible ahora llamar al logaritmo natural de este cociente " $\ln(RN)$ "; es decir:

$$\ln(RN) = \ln(\langle N^2 \rangle / E(0,0)) \quad \text{(IV.54)}$$

Entonces, en las altas frecuencias, el  $\ln(RN)$  excederá al espectro de la señal en sí misma (pues éste decae al aumentar la frecuencia). De este modo, puede decirse que tal espectro magnético será divisible en dos distintas regiones de frecuencia: la primera comprenderá al espectro de la señal, y se relacionará con los efectos de fuentes magnetizadas en el subsuelo; y la segunda, será una contribución debida exclusivamente al ruido en los datos procesados, y mantendrá un nivel constante al aumentar la frecuencia. Por tal motivo, el espectro de las observaciones magnéticas es de banda limitada siempre que los datos de entrada tengan una exactitud finita. El límite superior de esta banda puede estimarse a partir del cambio en la forma del espectro calculado al aumentar la frecuencia, al notar el punto en donde el espectro comienza a aplanarse. Asimismo, es posible identificar las frecuencias en que la energía del ruido es dominante si se compara la amplitud del espectro de energía logarítmico con el valor de  $\ln(RN)$ . En relación a la posible presencia del efecto alias debe agregarse que, en virtud de que éste produciría energía distribuida en forma aproximadamente uniforme en todo el intervalo de frecuencia, su existencia no afectaría a la forma del espectro de la señal en sí, aunque sí aumentaría la amplitud aparente de la energía del ruido.

g) Por otra parte, en el cálculo del espectro no debe olvidarse que se tiene que separar la componente regional para luego sustraer esta contribución del campo total, con el fin de enfocar la atención en las anomalías de menor escala. Ni tampoco que tal espectro complejo debe calcularse a frecuencias espaciadas a intervalos de  $1/L_x$  (es decir, en los armónicos de la frecuencia espacial fundamental); donde:

$$\frac{1}{L_x} = \frac{1}{(N_x - 1) \Delta x} \quad (\text{IV.55})$$

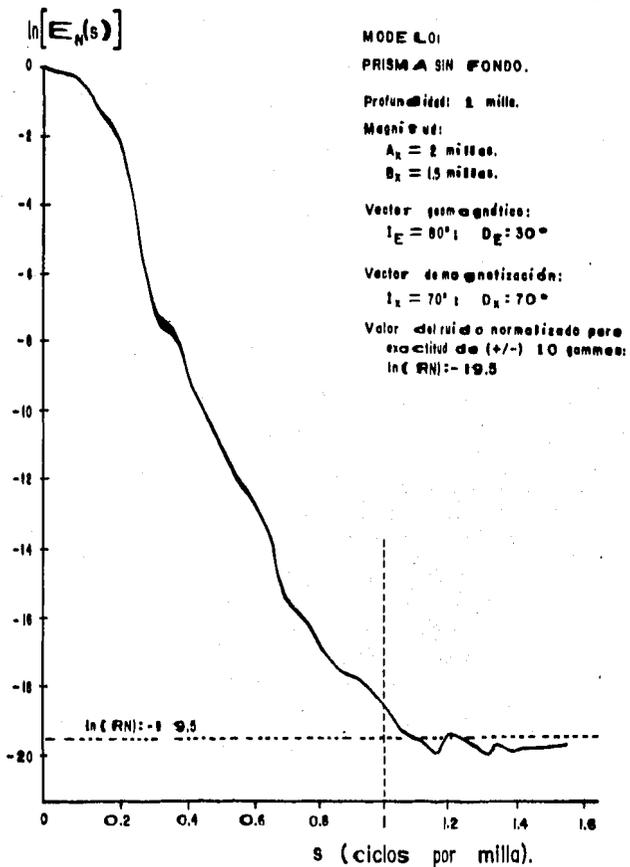
Donde " $L_x$ " es la longitud del perfil, " $N_x$ " es el número de muestras observadas en el perfil; y " $\Delta x$ " es el intervalo de muestreo del campo magnético observado. Además, como ya ha sido mencionado, será más conveniente trabajar con el " $\ln$ " del espectro de energía normalizado respecto a su valor en la frecuencia nula; es decir, con:

$$\ln (E_N(f_x)) = \ln \left( \frac{E(f_x)}{E(0)} \right) \quad (\text{IV.56})$$

Como un ejemplo puede discutirse el espectro de energía causado por un modelo de prisma sin fondo (Spector, 1968, p.4.5). Tal espectro puede dividirse en dos partes a partir de características (cambio de pendientes), que se definen en el punto donde la abscisa toma el valor de - - - 1 cpmilla (figura 3). Así, en las frecuencias menores a esta cantidad, la curva decrece rápidamente desde cero hasta que el  $\ln(E_N)$  toma un valor entre: -18 ó -19; y en las mayores, la curva se restringe al intervalo del  $\ln(E_N)$  de: (-18, -20). Si se hacen suposiciones análogas a -- las realizadas para llegar a (IV.51), la respuesta de la energía debida al error sería:

$$\ln (RN) = \ln \left( \frac{\langle N^2 \rangle}{E(0,0)} \right) = \ln \left( \frac{1/12}{E(0,0)} \right) = -19.5 \quad (\text{IV.57})$$

Pues la intensidad del campo magnético en este ejemplo está dada en unidades de diez Gammas. (Ver: (IV.44), ..., (IV.48)). En consecuencia, -- aproximadamente a 1 ciclo por milla (cpmilla), la contribución del ruido al espectro es de mayor magnitud que la de la anomalía o señal en sí misma; de lo que puede observarse que esta última presenta una banda limitada al valor de abscisa de 1 cpmilla. Del mismo ejemplo, puede con--



**FIGURA 3:** COMPONENTE RADIAL DEL ESPECTRO DE ENERGIA LOGARITMICO NORMALIZADO, PARA UN PRISMA SIN FONDO.

Caso tridimensional. (Tomado de: Spector, 1968).

cluírse que el intervalo de frecuencias (0, 0.3) cpmilla, debe excluirse de los análisis de profundidad pues, en tal región, el espectro se distorsiona demasiado debido al tamaño finito del mapa o perfil y la --consecuente truncación de las anomalías.

#### Restricciones en la Evaluación de Profundidades

Como se ha visto, las profundidades promedio a las fuentes magnéticas pueden evaluarse a partir del espectro de energía, lo que deberá hacerse mediante un análisis de la cantidad de decaimiento de la amplitud del espectro de potencia logarítmico, graficado versus la frecuencia. Sin embargo, antes de aplicar el método será conveniente tomar en cuenta lo siguiente, que es un resultado de muchas de las consideraciones que se han tratado a lo largo de este trabajo:

1) El análisis de profundidad deberá restringirse a un intervalo de frecuencia finito (por ejemplo de " $f_1$ " a " $f_2$ "); ésto con el fin de excluir la parte del espectro de muy bajas frecuencias en la cual, por causa del tamaño finito del mapa o perfil magnético, la forma del espectro se encontraría muy distorsionada. Y también debido a que a muy altas frecuencias el espectro tampoco será de utilidad, pues la energía del ruido generado por errores presentaría una mayor amplitud que la causada por la anomalía magnética en sí.

2) El efecto de la variación en las profundidades reales de las fuentes sobre la estimación promedio en profundidad, será despreciable siempre y cuando dichas variaciones se encuentren dentro del 25% de tal profundidad promedio.

3) El cálculo de la profundidad promedio a partir del análisis espectral no se verá afectado ni por la dirección del campo geomagnético, ni por los vectores de magnetización de los cuerpos fuente.

4) Los mapas y perfiles magnéticos tendrán una profundidad de penetración finita, por lo que para estimar profundidades correctamente la menor dimensión del mapa o el tamaño del perfil deberá tener, al menos, de cinco a diez veces la profundidad a las fuentes magnéticas de interés.

5) En el espectro, el efecto "alias" podrá causar sub-estimaciones de profundidad, debido a la disminución de la cantidad de decaimiento de la amplitud espectral con la frecuencia. De esta forma, el muestreo de mapas y perfiles magnéticos tendrá que especificar adecuadamente las anomalías, para evitar dicho efecto indeseable.

6) En el trabajo sobre mapas, el área horizontal finita de las fuentes magnetizadas afectará los análisis de profundidad, pues el decaimiento de la amplitud espectral versus la frecuencia será más abrupto, por lo que se sobre-estimaré la profundidad real a las fuentes.

7) También en el trabajo en tres dimensiones, será suficiente considerar sólo dos tipos de modelos en la interpretación de profundidades. El primero sería un ensamble de prismas cuya extensión en profundidad deberá ser mucho mayor que la distancia a su superficie superior; y en el segundo, se reemplazarían los prismas por láminas, de escaso espesor. Este segundo caso se distinguiría del primero por la forma no lineal del espectro, debido al factor  $(2\pi s)^2$ .

Todo lo anterior resulta en el hecho de que un conjunto de datos magnéticos podría entonces procesarse, por ejemplo, en una serie de cuadros o perfiles -quizá traslapados-, de tamaño adecuado en relación a la profundidad a las fuentes magnéticas esperadas; para de esta forma elaborar mapas o secciones que describiesen las estimaciones de profundidad, que tendrán que ubicarse en los centros de tales zonas o perfiles.

#### EJEMPLOS PUBLICADOS DE LA APLICACION DEL METODO

En esta sección se presentarán ejemplos de la aplicación del análisis estadístico espectral mediante el esbozo de algunos de los principales estudios publicados. De esta manera, Bhattacharyya (1966) afirmó en un artículo que la transformada de Fourier de una anomalía de campo magnético total debida a un cuerpo prismático rectangular con magnetización arbitraria, daba origen a un espectro bidimensional en el que los efectos individuales de las magnitudes vertical y horizontal del cuerpo se presentaban como funciones separadas. Otro factor en dicha expresión consideraba la influencia combinada de la orientación del vector de magnetización y la inclinación y declinación del campo magnético terrestre. Por tal razón, era posible utilizar la fórmula del espectro bidimensional para obtener ecuaciones analíticas que lo representasen a lo largo de perfiles paralelos a los dos ejes horizontales del cuerpo; lo que proporcionaba una descripción cuantitativa del desplazamiento del espectro hacia el final de la baja frecuencia, al aumentar ya sea la profundidad, o las dimensiones horizontales del cuerpo magnetizado.

El mismo autor sostenía además que el espectro continuo o discreto -del que puede calcularse el espectro de potencia-, era útil no sólo pa-  
 ra valorar profundidades sino también para estimar las direcciones hori-  
 zontales de un cuerpo magnetizado. De esta forma, un estudio de este -  
 tipo podría preparar el camino para filtrar, por ejemplo, las anomalías  
 de alta amplitud -cercanas a superficie- de un mapa magnético, y con  
 ello obtener anomalías corticales, aunque la separación de estos efec--  
 tos nunca sería única, pues siempre existirá traslape espectral de fuen-  
 tes someras y profundas. Por último, Bhattacharyya dio una descripción  
 de las fórmulas del análisis espectral para anomalías magnéticas produ-  
 cidas por cuerpos de forma de bloque rectangular, y aseveró que son im-  
 portantes los efectos de las dimensiones horizontales de éstos, los pi-  
 cos y el ancho del espectro de amplitud -que indicarían la profundidad  
 y extensión vertical del cuerpo magnetizado-, y la declinación e incli-  
 nación tanto del vector de campo geomagnético local, como del vector de  
 magnetización asociado al cuerpo, que ejercerían una gran influencia so-  
 bre el espectro de potencia de las anomalías.

Posteriormente, Spector y Grant (1970) publicaron un trabajo sobre  
 modelos estadísticos para la interpretación de datos aeromagnéticos, en  
 donde el modelo utilizado era el de un paralelepípedo rectangular con -  
 lados verticales, que hasta ese momento se aplicaba comúnmente en magne-  
 tometría como una herramienta para estimar profundidades a cuerpos mag-  
 néticos individuales. (Las bases de la aplicación cotidiana de este ti-  
 po de modelos residían posiblemente en el hecho de que las formas de --  
 las anomalías aeromagnéticas son muy influenciadas por las profundida--  
 des, volúmenes y dirección de magnetización de las fuentes; y relativa-

mente muy poco influenciadas por los detalles de sus límites). Spector y Grant consideraban que si dichos paralelepípedos trabajaban satisfactoriamente en el caso de anomalías individuales, tendrían que hacerlo mejor como unidades de un todo ensamblado, en el que eran tolerables -- amplias variaciones en el conjunto de parámetros, y en el que las posibles deficiencias serían minimizadas al suavizar y promediar el conjunto total. De esta manera, los mismos autores asumían que para el análisis de mapas aeromagnéticos el subsuelo consistía de un número de ensambles independientes de paralelepípedos rectangulares y con lados verticales, y que cada ensamble se caracterizaba por cierta distribución conjunta de frecuencia (o de probabilidad) para la profundidad "h", anchura "a", longitud "b", extensión en profundidad "t", y dirección de cosenos del vector de magnetización asociado a dicho ensamble: L, M, N. De acuerdo a lo anterior, el mapa de la intensidad del campo magnético sobre un área --después de eliminar la componente magnética principal--, consistiría de una sobreposición de gran número de anomalías individuales --la mayoría de las que se traslaparían--, causadas por varios ensambles de bloques con diversas dimensiones y magnetización.

A partir de las expresiones publicadas por Bhattacharyya (1966), Spector y Grant obtuvieron una fórmula similar a (IV.22) (excepto por un factor debido a la extensión finita de los cuerpos en profundidad), en donde se veía que los parámetros que definían el modelo se separaban entre sí --en el espectro de potencia--, en forma completamente remarcable. Por otro lado, continuaban tales autores, al usar el postulado fundamental de la mecánica estadística era posible obtener una fórmula que podría aplicarse directamente al espectro de potencia de mapas aero

magnéticos. Dicho postulado establece que la Esperanza matemática del valor de la función densidad de potencia (definida como  $\langle E \rangle$ ), es igual al promedio ensamble de "E", lo que es estrictamente válido sólo para un gran número de muestras, pero en realidad se cumple aún si la cantidad de cuerpos es tan pequeña como cinco o seis. De esta forma, se cumplía que:

$$\langle E \rangle = \iiint E \cdot \phi(a, b, t, h, I, D, k) dV \quad (\text{IV.58})$$

Donde " $\phi$ " representaría a la distribución de frecuencia conjunta del ensamble para los parámetros:  $a, b, t, h$ ; y  $D$  e  $I$  eran la declinación e inclinación del vector momento magnético  $k$ . La pregunta que surgía era en relación a la forma que debería usarse para " $\phi$ ". Si se asumía que cada parámetro variaba independientemente respecto a los demás, se podía escribir:

$$\phi(a, b, \dots) = \phi(a) \cdot \phi(b) \cdot \dots \quad (\text{IV.59})$$

Pero estas " $\phi$ " no eran más que distribuciones de frecuencia a priori, en el sentido de que no había forma de deducirlas a partir de las observaciones. Spector y Grant asumieron que cada " $\phi$ " era rectangular, ya que ésto sería la forma más simple de tratarlas analíticamente. Además, supusieron que la anchura " $a$ " se distribuía uniformemente en:  $(0, 2a)$ , " $t$ " en  $(0, 2t)$ , " $h$ " en  $h \pm \Delta h$ , " $I$ " en  $I \pm \Delta I$ , y " $D$ " en  $D \pm \Delta D$ . Y entonces la ecuación (IV.58) se convertía en:

$$\langle E(s, 0) \rangle = \frac{1}{V} \iiint E(s, 0) da db dt dh dI dD dk \quad (\text{IV.60})$$

Donde " $V$ " sería un paralelepípedo de siete dimensiones, definido por los límites de las funciones de distribución de probabilidad. Luego, -

al colocar bajo el signo de integración en (IV.60) una expresión similar a (IV.22) -pero suponiendo un ensamble de fuentes puntuales-, se obtenía:

$$\langle E'(s, \theta) \rangle = \langle M^2_p \rangle \langle e^{-2hs} \rangle \quad 4\pi^2 \quad (\text{IV.61})$$

Por lo tanto, en estas formas logarítmicas las influencias de los diferentes parámetros simplemente se sumarían, propiedad de adición que fue una de las principales razones para utilizar en este tipo de análisis - los espectros logarítmicos. De esta manera, la profundidad promedio - "h" del ensamble sólo se incluía en el factor:  $\langle e^{-2hs} \rangle$ , cuyo logaritmo se aproximaba, como ya se mencionó, a una línea recta de pendiente -2h. En consecuencia, el término:  $e^{-2hs}$  sería invariablemente el factor dominante en el espectro de potencia, que por lo regular es una función declinante en "s", cuya cantidad de decaimiento se determina casi en su totalidad por la profundidad media a los cuerpos fuente.

Por otra parte, continúan los mismos autores, en el caso que los cuerpos tratados se alargaran verticalmente hacia abajo sólo una distancia finita, la extensión promedio de tales fuentes entraría solamente - en el factor:  $\langle (1 - e^{-ts})^2 \rangle$ , de donde el parámetro "t" jugaba un papel primordial en la forma del espectro de potencia. De esta suerte, cuando se combinaba con el factor de profundidad:  $e^{-2hs}$  (para valores de - "s" no demasiado grandes), el efecto de:  $\langle (1 - e^{-ts})^2 \rangle$ , era el de introducir un pico (o máximo) en el espectro, cuya posición se desplazaría hacia los menores números de onda al aumentar los valores de "t". Por lo que si la mayoría de los cuerpos en el área se extendían a tales profundidades que sus fondos no pudiesen discernirse claramente a través de -

la ventana del mapa escogida, "t" llegaría a ser tan grande que el pico del espectro no se vería. En tal caso, el espectro debía obtenerse para un ensamble de prismas sin fondo, por lo que tendría su valor máximo en:  $s = 0$ . (El que las fuentes presenten o no límite en profundidad dependerá casi exclusivamente del tamaño del mapa, puesto que se trabaja con planos de áreas finitas y, como ya fue mencionado, es imposible calcular la transformada de Fourier a intervalos de números de onda más -- pequeños que  $1/2L$ , donde "L" es la máxima longitud).

Asimismo, tales autores observaron que al trabajar con prismas rectangulares, el tamaño medio de éstos tenía el efecto de disminuir el espectro hacia los mayores números de onda, o lo que es lo mismo, aumentar su velocidad de decaimiento. Finalmente, Spector y Grant afirmaron que en la realidad los casos que se presentaban más comúnmente eran los de dos ensambles de cuerpos a diferente profundidad, que serían fácilmente reconocibles por la marcada modificación que se experimentaba en la cantidad de decaimiento espectral. De esta manera, se confirmaba -- que la profundidad promedio "h" era el parámetro del ensamble que más -- influía en la conformación del espectro de potencia, por lo que un cambio sustancial en su valor se reflejaría sin lugar a dudas en una alteración de la cantidad de decaimiento de tal espectro.

Más adelante se publicó un trabajo que quizá podría considerarse -- fundamental en el análisis de profundidades por el método estadístico-espectral; este fue el desarrollado por: Treitel Clement y Kaul (1971), en base a datos tomados a lo largo de un perfil (unidimensional), causados por cuerpos bidimensionales en el subsuelo. Estos autores, al reco

nocer que no es recomendable utilizar una s6la anomalía para determinar la profundidad a las estructuras magnéticas en el subsuelo, consideraron que una aproximación orientada estadísticamente pudiera producir mejores resultados. En dicho artículo se supuso una distribución de fuentes magnéticas en el subsuelo localizadas a una profundidad uniforme -- "h" bajo el plano de observación x-y ("x" paralela al Norte geográfico, y "z" dirigida hacia abajo y perpendicular a dicho plano); y se asumió además que la intensidad de la fuente magnética variaba como una función arbitraria pero limitada "m(ξ)" por unidad de longitud (función s6lo de la coordenada espacial "ξ" a lo largo del perfil). Cada fuente lineal elemental: m(ξ) dξ, era entonces perpendicular al plano: z-ξ, y se extendía infinitamente en ambas de estas direcciones normales.

De esta forma, se trataba con un problema estrictamente bidimensional, por lo que se podría postular que el efecto magnético de las masas en el subsuelo era representable mediante una sucesión continua de fuentes lineales elementales a una profundidad "h" bajo la dirección del -- perfil, y que todas las medidas estaban hechas a lo largo de esta dirección con absisa "ξ". A partir de lo anterior se llegó a la expresión - (ibid., p.421):

$$S_T(k) = \left( \frac{2\pi A}{\cos\alpha} \right)^2 \exp(-2|k|h) \quad (\text{IV.62})$$

En la que "S<sub>T</sub>(k)", es el espectro de potencia de "T(ξ)", que es la magnitud del vector de intensidad magnética de campo total "T" registrada a lo largo del perfil de campo con absisa "ξ"; "k" es el número de onda en la dirección de "ξ", o más precisamente:

$$k = 2\pi/\lambda \quad (IV.63)$$

Para la Longitud de onda " $\lambda$ ", " $A$ " es una constante derivada de las intensidades no correlacionadas de la fuente lineal:  $m(\xi)$ , y:

$$\cos \alpha = ( \cos^2 I \cos^2 (D-P) + \text{Sen}^2 I )^{\frac{1}{2}} \quad (IV.64)$$

En donde "D" e "I" son la declinación e inclinación magnéticas locales, y "P" es el ángulo entre el Norte geográfico y el perfil de observación. En consecuencia, la profundidad "h" inflúa en la expresión para este espectro de potencia sólo en el término exponencial, y no dependía ni de la potencia de la intensidad de la fuente lineal no correlacionada - " $A^2$ ", ni del ángulo " $\alpha$ " que formaban "T" y su proyección "t" sobre el plano:  $\xi$ -z. De la ecuación (IV.64) podía deducirse también que "h" era independiente de los ángulos: D, I, P. Al tomar después los logaritmos naturales en ambos lados de (IV.62) se obtenía:

$$\ln S_T(k) = 2 \ln \left( \frac{2\pi A}{\cos \alpha} \right) - 2|k|h \quad (IV.65)$$

Y una gráfica de:  $\ln S_T(k)$  versus " $k$ ", sería una línea recta con pendiente igual a:  $-2h$ . Puesto que la profundidad no es una función de la intersección:  $2\pi A/\cos \alpha$ , podía omitirse este factor de (IV.62) y escribir:

$$S(k) = \exp ( -2|k|h ) \quad (IV.66)$$

De hecho, a partir de (IV.65), y al considerar que en el origen  $k = 0$  se tiene:

$$\ln S_T(k) \Big|_0 = 2 \ln \left( \frac{2\pi A}{\cos \alpha} \right) - 0 = \ln \left( \frac{2\pi A}{\cos \alpha} \right)^2 \quad (IV.67)$$

Por lo que en el caso de omitir este factor se tendrá:

$$\ln S_T(k)|_0 = 0 \quad (IV.68)$$

Y entonces, en el origen:

$$e^{\ln S_T(k)} = e^0 \quad (IV.69)$$

O sea:

$$S_T(k)|_0 = 1 \quad (IV.70)$$

Lo que significa que se normaliza respecto al valor  $S_T(k)$  en el punto cero. De esta manera, en la ecuación (IV.66),  $S(k)$  representa el espectro de potencia normalizado a:  $k = 0$ , y entonces:

$$\ln S(k) = -2 |k| h \quad (IV.71)$$

que sería una línea recta de pendiente:  $-2h$ , que pasaría a través del origen de la gráfica de "ln S(k)" versus "k". De esta forma, la determinación de la profundidad "h" a la fuente lineal se reduciría a la medida de la pendiente del espectro de potencia logarítmico:  $S(k)$  que, idealmente al menos, era una línea recta.

La relación que obtuvieron Treitel y otros es completamente simple, aunque se debe recordar que no es fácil calificarla validez de algunas de sus consideraciones. En particular, se asumió que las intensidades de las fuentes lineales:  $m(\xi)$  no estaban correlacionadas, lo que se confirma al analizar un estudio realizado por: Puranen, Marmo y Hämäläinen (1968), en un área de 1200 kilómetros cuadrados sobre un cratón expuesto en Finlandia, en el que se determinó que los valores de susceptibilidad medida en casi 4700 muestras de rocas ígneas seguían aproximada

mente una distribución "Log-normal", lo que sugiere que la hipótesis de una distribución no correlacionada de fuentes magnéticas no es nada utópica. Puede decirse finalmente respecto al trabajo de Treitel y otros (1971), que el método estadístico-espectral para determinar profundidades consiste de un esquema computacionalmente simple y rápido, en el -- que los cálculos pueden hacerse directamente a partir de datos sobre un perfil, por lo que no es necesario trabajar con rejillas de datos magnéticos. Asimismo, la técnica es independiente de la declinación e inclinación magnéticas, siempre y cuando las direcciones del perfil se mantengan razonablemente constantes en la ventana elegida para el análisis espectral.

Junto a los trabajos que se acaban de mencionar y que pueden considerarse básicos en la teoría estadística espectral, también hay que mencionar lo que publicó Green (1972), en donde se describe la aproximación por modelos estadísticos que Spector y Grant aplicaron exitosamente a datos sobre un plano, pero para análisis de perfiles; de los que se obtiene el espectro de energía suavizando el "Periodograma" de los datos, que al presentarse en el dominio del número de onda muestran -- otras ventajas. De esta forma, con los datos en tal dominio, Green estima rápidamente anchos y profundidades promedio para longitudes de perfil que contienen un gran número de anomalías causadas por cuerpos magnéticos que pertenecen a uno o más ensambles de cuerpos en el subsuelo. En los casos en que se disponía de muchos perfiles que cruzaban la misma secuencia de rocas fue posible, al promediar éstos, obtener un espectro que también producía estimaciones confiables de espesor. Por último, tal autor concluyó que la fuente de error más seria en la aplica-

ción de este método sobre datos reales, era la suposición de bidimensionalidad; aunque algunas técnicas de modelado mucho más sofisticadas también asumen dicha hipótesis.

Más adelante Cassano y Rocca (1975), muestran varios ejemplos de la aplicación a casos sintéticos del método del espectro de potencia para la determinación de cuerpos fuente en el subsuelo, en los que se estudian perturbaciones debidas tanto a elecciones impropias en el intervalo de muestreo, como a los efectos de anomalías contenidas sólo parcialmente en el segmento examinado del perfil. Dichos autores continúan, afirmando que la profundidad del cuerpo fuente puede encontrarse a la igual que con los anteriores métodos discutidos-, mediante la pendiente de una línea recta interpolada en el diagrama del espectro de amplitud logarítmica versus la frecuencia espacial; siendo su principal propósito el de valorar las posibilidades prácticas de esta técnica cuando se aplicaba en perfiles magnéticos generados por cuerpos fuente simples o múltiples, a igual o diferente profundidad; además de considerar varios efectos perturbadores posibles como tamaño de cuerpos fuente, truncamiento de las anomalías, elección impropia de los intervalos de muestreo, y limitación debido a la carencia de bidimensionalidad de los cuerpos; antes de aplicar el método a casos reales. Cassano y Rocca observaron finalmente que el uso del método espectral requiere que el intérprete posea experiencia anterior con casos sintéticos que hayan sido correctamente resueltos (ésto sería esencial para evitar resultados erráticos); y que la técnica no es confiable para uso automático, pero es adecuada y muy interesante como un proceso semi-automático.

Existe otro trabajo sobre el espectro de amplitud de Fourier realizado por Hahn, Kind y Mishra (1975), en el que se ilustra que la transformada de Fourier de una región de un estudio magnético digitalizada - en una rejilla cuadrada, forma una matriz rectangular de coeficientes - que puede condensarse en una serie de amplitudes promedio dependientes sólo de su frecuencia, y ya no de la dirección de las respectivas ondas parciales. Estas amplitudes promedio, juntas, representarían un espectro que al graficarse en un sistema coordenado de amplitud logarítmica versus frecuencia, mostraría en la mayoría de los casos segmentos rectos. Al hacer una continuación hacia abajo del campo dado, prosiguen los autores, estos segmentos rectos llegan a ser horizontales a cierta profundidad (conocida como "profundidad blanca"), lo que podría usarse como una primera estimación de la profundidad de las fuentes magnéticas que producen esa parte del campo. Las fuentes que corresponden a tal profundidad blanca, según lo que se espera, deberían presentarse "distribuidas aleatoriamente con alguna correlación positiva". De esta manera, el espectro de dichas gráficas muestra intervalos en los que los logaritmos de la amplitud pueden ser muy bien representados por una función lineal de las abscisas en cuestión, función en la que las amplitudes decrecen al aumentar la frecuencia. Por lo tanto, cuando el campo original se continúa hacia abajo, la cantidad de este decremento disminuye y a cierta profundidad se desvanece; es decir, el espectro en el intervalo bajo consideración llega a ser blanco. Esta profundidad se toma como una estimación de la distancia desde la superficie hasta las fuentes magnéticas.

Hahn y otros mencionaron además, que existen espectros que muestran más de un intervalo donde el logaritmo de la amplitud como función de la frecuencia tiene una dependencia casi lineal respecto a ésta, pero con una diferente pendiente en cada intervalo. Y afirmaron que los espectros de tales características deben esperarse, por ejemplo, sobre un arreglo de fuentes magnéticas que ocurren a dos diferentes profundidades, y en el que las fuentes menos someras son de mayor intensidad, siendo que sólo en un pequeño intervalo de frecuencia las contribuciones de los dos ensambles se interfieren seriamente; mientras que fuera de dicho intervalo, la onda con la mayor amplitud prácticamente no es perturbada por la contribución de la onda más pequeña. Hahn, Kind y Mishra concluyen su trabajo estableciendo que dos segmentos rectos con diferentes pendientes en este tipo de situaciones, no son necesariamente producidos por un arreglo de fuentes magnéticas a dos diferentes profundidades; pues también existe la posibilidad de que sólo el segmento de más abrupto gradiente se deba a fuentes magnéticas, mientras que el otro pudiera ser la expresión de alguna clase de ruido que no es completamente aleatorio, sino que muestra cierto grado de correlación.

Entre los trabajos más recientes se cuenta con el de Børsting Pedersen (1978), que trata sobre el análisis estadístico de campos potenciales usando un cilindro vertical y un dique. En tal obra se evalúan expresiones analíticas para las transformadas de Fourier de campos potenciales causados por diques inclinados y cilindros verticales, y se usan sus espectros para un análisis estadístico según las líneas propuestas por Spector y Grant en 1970; no en los detalles concernientes a

los ensambles de cuerpos, sino en los necesarios para hacer estimaciones de los parámetros de profundidad y quizá espesor. Tales cuestiones son de gran interés, continúa Pedersen, puesto que son relativamente in dependientes del modelo básico del que se derive un espectro de potencia particular; afirmando además que debe tenerse cuidado al interpretar mapas magnéticos (o de otro campo potencial), desde un punto de vis ta estadístico. El mismo autor declara que para todas las distribuciones reales, el término  $\langle S^2 \rangle$  (que representa el espectro de potencia promedio del ensamble), decae con el inverso de la tercera potencia para los modelos tridimensionales del cilindro y el prisma, y con el inverso de la segunda potencia para el modelo bidimensional del dique; y conclu ye diciendo que debe tenerse cuidado al estimar una profundidad promedio cuando el espectro exhibe alguna curvatura en el intervalo de números de onda de interés, pues cuando tal curvatura es observada, debería explicarse por un ensamble cuyo intervalo de profundidad fuese del mismo orden de magnitud que la profundidad promedio en sí; por lo que para estimar ésta, tendría que corregirse el espectro de potencia.

Por otra parte, Seguin y Nil Sénéchal (1979) hicieron uso del espectro de potencia unidimensional para calcular profundidades, y encontraron que sus resultados eran comparables dentro de una tolerancia del 10 al 15%, con los obtenidos de análisis en dos dimensiones; remarcaron que el análisis en una dimensión de datos aeromagnéticos ofrece algunas ventajas sobre el de dos dimensiones, entre las que mencionaron la obtención de profundidades medias al basamento a partir del análisis de sólo algunas líneas de vuelo en una nueva área, y la puntualización de

características estructurales de naturaleza local de éste, que pudieran controlar posibles yacimientos dentro de las rocas sedimentarias. Como un ejemplo de aplicación, estos autores usaron la aproximación estadística basada en la hipótesis de una distribución no correlacionada de -- fuentes magnéticas, para calcular la profundidad promedio del basamento cristalino en dos áreas de interés geológico, utilizando perfiles aeromagnéticos, lo que proporcionó una rápida estimación de tal profundidad. Con este método, finalizan Seguin y Nil Sénéchal, una variación en la longitud del perfil proporcionaría información relacionada a las ondulaciones del basamento, lo que sería útil en los análisis de geología estructural.

Posteriormente se publicó otro trabajo de análisis estadístico espectral por Mishra y Pedersen (1982), en el que se afirma, entre otras cosas, que en los casos en que se tiene un relieve variable que representa al basamento o a discontinuidades de gran escala en el subsuelo, puede usarse el decaimiento espectral de los campos gravitatorio y magnético -a lo largo de un perfil y dentro de una banda de frecuencia específica-, para estimar la profundidad promedio de las fuentes que causan las anomalías. Asimismo, tales autores aseveraron que en este tipo de estudios, la aplicación de una ventana coseno mejora el ancho de banda de la onda en el que el decaimiento exponencial de la señal es visible, lo que se reduce considerablemente al usar una ventana rectangular.

Un estudio de Ruotoistenmäki (1983) indica, por su parte, que es posible estimar la profundidad a las superficies superiores de prismas rectangulares con la ayuda de la pendiente del espectro de amplitud de

Fourier modificado, a partir de su campo anómalo potencial; aunque antes de hacer dicha estimación debe filtrarse el espectro con un factor de frecuencia conocido. De esta forma, las áreas de las caras y los parámetros físicos de los anteriores prismas pueden variar aleatoriamente, pero la profundidad a la superficie superior debe ser aproximadamente constante, siempre asumiendo que los datos magnéticos están reducidos al polo. El mismo autor afirma que las anomalías individuales de las estructuras bajo investigación se encuentran regularmente enmascaradas por anomalías de otras fuentes más profundas -y también más someras-, por lo que el modelo de interpretación de anomalías aisladas es muy difícil de aplicar.

Ruotoistenmäki continúa, afirmando que en uno de los trabajos más citados en esta materia (el de Spector y Grant, 1970), en el que se usaron como cuerpos modelo paralelepípedos rectangulares de lados verticales, se presenta como principal desventaja el factor conocido como "efecto de tamaño", que afecta al espectro en tal forma que los valores de profundidad interpretados sin la corrección de éste resultan demasiado grandes. Asimismo, tal autor sostiene que posteriormente se llegó a la conclusión (Spector y Grant, 1975), de que no hay reglas simples que relacionen la rapidez de decaimiento espectral con profundidades, aun en el sentido estadístico. Igualmente menciona que Hahn y otros, (1976), mostraron que la profundidad evaluada por el método de Spector y Grant -sin la corrección del tamaño de los prismas-, es realmente la misma que la profundidad a la que el campo continuado hacia abajo comienza a oscilar (es decir, el espectro de amplitud del campo se hace blanco). -

También a esta profundidad dicho espectro se vuelve no integrable (Naidu, 1968). Ruotoistenmäki afirma también que Pedersen (1978) consideró el espectro de campos potenciales causados por diques inclinados y cilindros verticales, y proporcionó una corrección aproximativa para aplicar al efecto de la extensión lateral de los cuerpos. Y concluye finalmente con la demostración de que la mayoría de los errores sistemáticos en el análisis de profundidades sobre la base del espectro de amplitud de Fourier de prismas rectangulares, se deben a ciertos factores de frecuencia conocidos que pueden filtrarse antes del análisis de profundidad.

Finalmente, otro trabajo publicado que bien vale la pena mencionar es el realizado por Blakely y Hasezadeh (1981), en el que se trabaja con el espectro obtenido por el método de máxima entropía. De esta forma, tales autores aseveran que las estimaciones de la profundidad hacia las fuentes magnéticas con el uso del espectro de potencia de las anomalías, requieren por lo regular de largos perfiles magnéticos. Sin embargo, al trabajar con el método de máxima entropía se utilizan ventanitas de datos mucho más cortas, con lo que se mejora la resolución. Asimismo, continúan, en esta técnica puede dividirse el perfil en ventanas traslapadas, y calcular el espectro de potencia para cada una de éstas; luego linealizarlo y evaluar mediante mínimos cuadrados las estimaciones de profundidad. Las suposiciones de tal método residen en que la fuente sea bidimensional, además de que la intensidad de la magnetización incluya ruido aleatorio, aunque no se requiere conocer la dirección de ésta.

En tal publicación, se prosigue asegurando que en los métodos estadísticos para la estimación de profundidades a fuentes magnéticas se requiere por lo regular de un gran número de datos, lo que lleva en sí la utilización de largos perfiles para cada estimación de profundidad, como se dijo al principio. Sin embargo, lo anterior implica reducir la resolución lateral de las fuentes menos extensas o de longitud de onda corta. Por el contrario, con el método de máxima entropía, al usar ventanas de datos mucho más cortas (de veinte kilómetros, por ejemplo), se aumenta el poder resolutivo del método; lo que es alentador si se considera que las longitudes de este tipo son más pequeñas que muchas de las anomalías presentes en el perfil observado. Igualmente, el hecho de incrementar la longitud de estas ventanas (hasta cien kilómetros, por ejemplo), produciría una sensible mejora de la profundidad estimada, aunque esto frustraría uno de los propósitos esenciales del método: la investigación del relieve de fuentes magnéticas en longitudes de onda cortas.

Blakely y Hassanzadeh afirman también que en el método utilizado por ellos, es necesaria la presencia de una magnetización no correlacionada, suposición que posiblemente no es satisfecha para fuentes reales. Sin embargo, las estimaciones de profundidad no se ven severamente afectadas con la adición de magnetización coherente; aunque la existencia de alguna componente aleatoria de ésta es esencial para la aplicación de la técnica. Por tal motivo, a medida que decrece la magnitud de la magnetización aleatoria en relación a la componente coherente, se irá deteriorando la estimación de profundidad. Se agrega asimismo que la distinción entre magnetización aleatoria y coherente depende en gran --

parte de la escala elegida; de esta suerte, la componente aleatoria de la magnetización deberá ser no correlacionada sobre distancias aproximadamente equivalentes al intervalo de muestreo del perfil, lo que implicaría que a escalas menores a tal intervalo la magnetización pudiera -- ser constante o coherente. Los autores finalizan diciendo que los esfuerzos compresionales o tensionales pueden causar desmagnetización de la parte superior de una capa magnética; el fallamiento, por ejemplo, tenderá a volver aleatoria la magnetización en menores escalas, de manera que las fuentes profundas más coherentes podrán influir en los resultados. De igual manera, continúan, en el caso de aplicar tal método a datos reales, será esencial mantenerse alerta sobre los resultados que parecen razonables, pero que verdaderamente se encuentran influenciados por datos que no satisfacen las suposiciones en que se basan estas técnicas.

## CAPITULO V

### ESTIMACION DE LA PROFUNDIDAD AL BASAMENTO CRISTALINO EN LA FAJA VOLCANICA MEXICANA

En este capítulo se dará un ejemplo de la aplicación del método estadístico espectral -discutido en Los capítulos anteriores- a un caso real, el de la Faja Volcánica Mexicana (FVM). El problema esencial por resolver es el de la estimación de la profundidad al basamento cristalino a partir de datos sobre perfiles aeromagnéticos. Los datos de que se dispone son diez secciones ubicadas en la parte norte de la FVM, -muestreadas de un plano aeromagnético regional, así como de la geología regional publicada del área. Debe recordarse que las interpretaciones realizadas mediante esta técnica son de carácter regional debido a los fundamentos estadísticos en que se basa el método, a los datos geológicos disponibles, y a la escala utilizada; por ello, es de esperarse que los resultados aquí obtenidos puedan diferir de los adquiridos mediante trabajos de geología local o de detalle. Como ya fue mencionado, el método estadístico espectral para la estimación de profundidades es una técnica geofísica regional ideada con la pretensión de aplicarse sobre zonas de estratigrafía desconocida, para obtener en primera aproximación las interfaces magnéticas en el subsuelo (que proporcionarían, por ejemplo, el espesor de sedimentos en el área), aproximación que es bastante rápida y barata, y que necesita muy poca información geológica -- complementaria.

## EL PROCEDIMIENTO APLICADO

Antes de la aplicación de la técnica del espectro de potencia a da tos reales fue necesario, primero, habilitar un paquete de programas de computadora que realizaran los cálculos necesarios en forma automática; y después, probar el método con modelos sintéticos para formular condi ciones de frontera en su utilización. El paquete de programas (reprodu cido en el apéndice), incluyó subrutinas de interpolación por funciones del tipo de "splines" cúbicos, con el fin de poder trabajar con cual- quier espaciamiento entre muestras reales para luego, mediante tales sub programas, obtener puntos regularmente espaciados a distancias elegi das libremente.

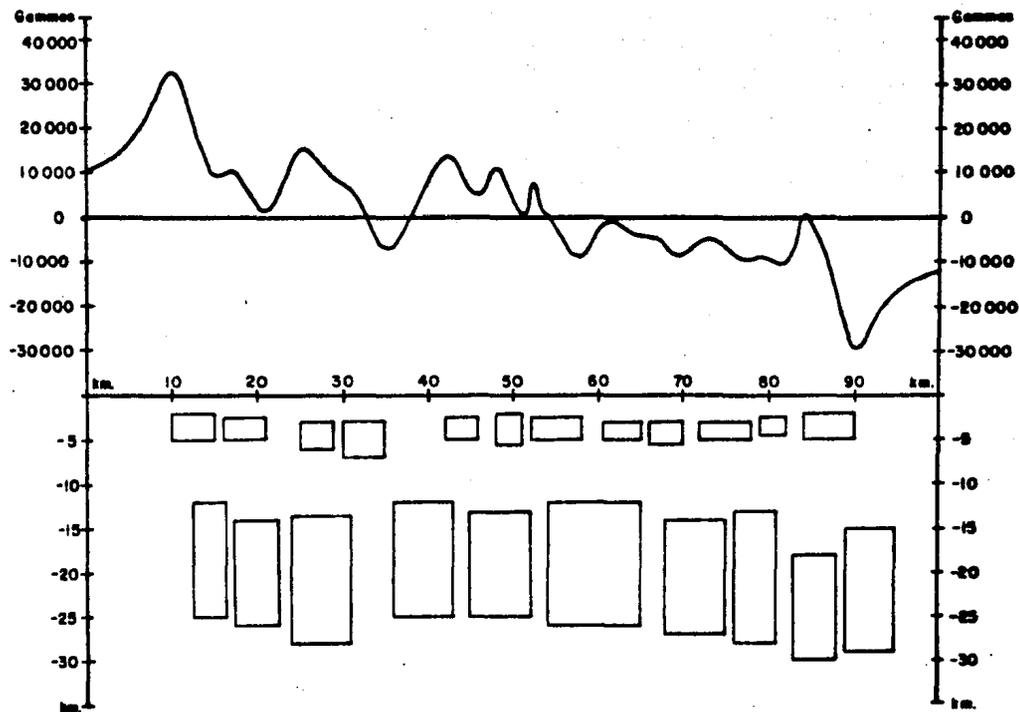
Tal paquete también debió contener subprogramas de aproximación po linomial para el ajuste por mínimos cuadrados de una función de primer grado a los datos de campo originales, con el fin de obtener una separa ción regional-residual; y para interpolar segmentos de línea recta con sus respectivas pendientes entre puntos elegidos visualmente en la grá fica del logaritmo del espectro de potencia, y así tener un valor pro porcional a la profundidad por estimar. El conjunto de programas numé ricos comprendió además subrutinas para los cálculos de la transformada rápida de Fourier, del logaritmo del espectro de potencia, de las absi sas correspondientes al intervalo de muestreo en el dominio espacial, de la normalización del espectro de potencia y del nivel de ruido norma lizado para cada perfil; y de los filtrados aplicados para la elimina ción de los lóbulos laterales negativos en el dominio de frecuencia in

troducidos con la aplicación de la ventana rectangular al perfil original. Por último, el paquete incluyó subprogramas para la graficación de las distintas funciones obtenidas a lo largo de todo el procedimiento indicado.

### Modelos Hipotéticos

En relación a los modelos sintéticos usados para probar este paquete de programas de análisis estadístico espectral, puede decirse que -- fueron diseñados con la idea de tener distintas situaciones, análogas a las que se presentan más comúnmente en los casos reales. De esta forma, fueron supuestos varios conjuntos o ensambles de cuerpos en el subsuelo a una o dos profundidades promedio. Tales cuerpos fueron luego modelados con la ayuda del algoritmo de Talwani (1965), para así tener una curva de campo magnético (figura 4a); los puntos de esta curva resultante fueron después utilizados como datos de entrada para el paquete de programas del espectro de potencia, que a su vez proporcionó estimaciones de profundidad que, en la mayoría de los casos, resultaron bastante aceptables (figura 4b).

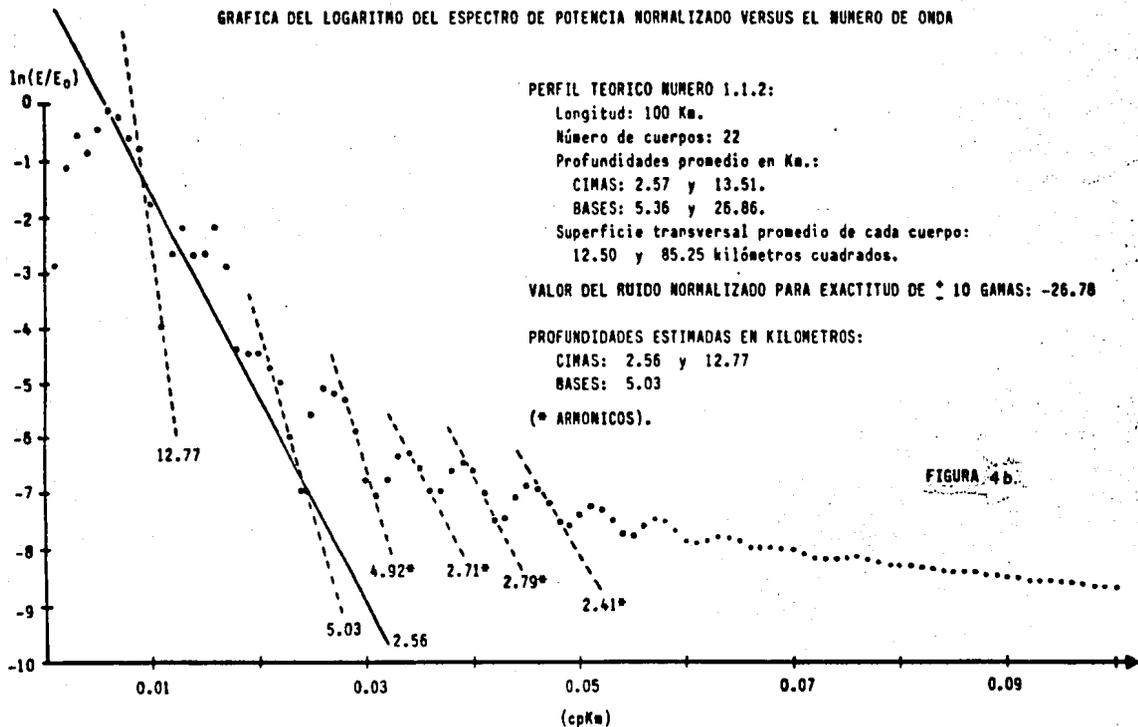
En la tabla número uno se presentan las características más notables de algunos modelos hipotéticos que se considera son de los más significativos, junto con los resultados de estimación de profundidades -- vertidos por el conjunto de programas de la técnica estadística espectral. Las estimaciones obtenidas de rectas ajustadas a muy pocos puntos, y por consiguiente dudosas, se marcan con un signo de interrogación.



**FIGURA 4a:** ENSAMBLE DE CUERPOS DEL SUBSUELO MODELADOS.

22 cuerpos fuertes. 101 puntos de cálculo. Azimut del perfil:  $0^{\circ}$ . Declinación local del campo geomagnético =  $350.7^{\circ}$   
 Cose de magnetización inducida. Susceptibilidad magnética = 0.003. Inclinação local del campo geomagnético =  $4.4^{\circ}$   
 Valor del campo geomagnético local = 43 000 Gemmas.

GRAFICA DEL LOGARITMO DEL ESPECTRO DE POTENCIA NORMALIZADO VERSUS EL NUMERO DE ONDA



**TABLA 1: RESUMEN DE RESULTADOS OBTENIDOS CON PRUEBAS SINTETICAS**

Perfil teórico número	Longitud (Km)	Número de cuerpos	Profundidad promedio (Km) CIMA	Superficie transversal promedio de cada cuerpo (Km <sup>2</sup> )	Profundidades estimadas (Km) CIMA
1.1	100	12	2.57	12.50	2.50
1.2	100	10	13.51	85.25	8.06(?)
1.1.2	100	22	[ 2.57 y 13.51 ]	[ 12.50 y 85.25 ]	[ 2.56 y 12.77 ]
2	128	5	9.43	67.40	8.48/10.95
3	100	1	2	160	-----
4.1	100	6	5	25	5.16
4.2	100	6	20	50	19.12(?)
4.1.2	100	12	[ 5 y 20 ]	[ 25 y 50 ]	[ 5.08/4.59 y 17.23/18.6 ]

Si se recuerda que en general es posible establecer los alcances - y limitaciones de una técnica a partir de casos hipotéticos en los que se conozcan los valores de los parámetros que influyan en los resultados, y ya que un objetivo de trabajar con modelos es establecer un conjunto de limitaciones o condiciones de frontera para la aplicación del método a casos reales y adquirir experiencia sobre las diferentes configuraciones del espectro logarítmico que se puedan presentar (y con ello saber elegir los intervalos entre los que debe aplicarse el ajuste de segmentos de recta para obtener las mejores estimaciones de profundidad), se decidió realizar una serie de observaciones a las gráficas del espectro de potencia en base a los resultados presentados en la Tabla I. Estas observaciones pueden resumirse de la siguiente manera (ver figura 4b):

- a) La parte del espectro de muy bajas frecuencias se presenta casi siempre "redondeada" -en ocasiones hasta el sexto punto-, lo que puede atribuirse al efecto del espesor finito de las fuentes o a la longitud limitada del perfil, caso que ya fue discutido en los capítulos precedentes.
- b) Cuando se tienen profundidades demasiado grandes en relación a la longitud del perfil, no se alcanzará a ver su efecto y, en ocasiones, -la gráfica sólo mostrará ruido que podría manifestarse en forma parecida a funciones "sampling" descendentes. En consecuencia, las ventanas de datos deberán ser por lo menos de ocho a diez veces mayores que la estimación de profundidad deseada.
- c) No es una regla invariable el hecho de que se presente en la primera parte de la curva del espectro de potencia el segmento de recta de pendiente más abrupta, y luego el correspondiente a una profundidad más somera; pues puede ocurrir lo contrario.
- d) Es posible encontrar en una sólo gráfica espectral logarítmica dos o más segmentos de recta con las mismas pendientes, lo que puede atribuirse a repeticiones que podrían considerarse como armónicos, que en la mayoría de los casos, servirían como puntos de apoyo adicionales a las profundidades estimadas.
- e) A medida que aumente el número de puntos elegidos para el ajuste de una recta descendente, aumentará sensiblemente la precisión de la profundidad estimada.

### Casos Reales

En base a los resultados anteriores obtenidos del análisis de modelos hipotéticos, se procedió a la aplicación del método a casos reales. Para ésto se siguieron las siguientes etapas:

1) A partir de planos de contornos del campo magnético sobre la parte norte de la FVM entre veinte y 21° de Latitud Norte, y 99 y 105° de Longitud Oeste, obtenidos de vuelos aeromagnéticos a tres y cuatro kilómetros de altura sobre el nivel del mar; se trazaron secciones a través de toda el área de estudio con longitud promedio de ochenta kilómetros aproximadamente. En las intersecciones de estos perfiles con las líneas de contornos magnéticos se muestreó el campo total, para tener así el valor de esta función en puntos irregularmente espaciados.

2) Los perfiles de datos magnéticos obtenidos se dividieron en segmentos de diferentes longitudes para formar secciones traslapadas. A tales secciones traslapadas se les aplicó todo el proceso de estimación de profundidades, con el fin de tener una resolución más detallada mediante la que se pudieran determinar, por ejemplo, las ondulaciones del basamento o los cambios laterales de las interfases magnéticas en el subsuelo, ambos de período o longitud de onda menor a la correspondiente al perfil total.

3) Con el fin de hacer una separación regional residual necesaria antes de la obtención del espectro de potencia, como ya fue mencionado, se realizó una aproximación polinomial en el sentido de mínimos cuadrados a la función del campo magnético. En el empleo de este procedimiento

to se parte de un conjunto de datos  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ; en donde:  $(x_i)$  y  $(y_i)$  representan a los grupos de valores asociados respectivamente a las variables independientes "x" y dependientes "y". Tales variables se relacionan por una función desconocida:  $f(x) = y = y(x)$ ; por lo que debe aproximarse la variable "y" mediante una combinación lineal de "n" funciones conocidas " $\phi_j$ " (Berlanga, 1983); es decir:

$$y(x) = \sum_{j=1}^n C_j \phi_j(x) \quad (V.1)$$

En donde los coeficientes " $C_j$ " se determinan de tal manera que se minimiza el cuadrado de las diferencias entre " $y_i$ " y:

$$\sum_{j=1}^n C_j \phi_j(x_i).$$

Al derivar con respecto a cada coeficiente " $C_j$ " e igualar a cero, resulta un sistema de "n" ecuaciones con "n" incógnitas, que en forma matricial puede expresarse como (ibid):

$$P C = q \quad (V.2)$$

Donde "P" es una matriz cuadrada de orden  $(n \cdot n)$ , cuyo elemento pertenece al k-ésimo renglón y j-ésima columna se encuentra mediante la expresión:

$$(P_{k-j}) = \sum_{j=1}^m \phi_k(x_i) \phi_j(x_i) \quad (V.3)$$

En dicha ecuación, "c" es un vector de coeficientes de orden  $(n \cdot 1)$ ; y "q" es un vector de términos independientes del mismo orden, cuyo k-ésimo elemento es igual a:

$$(q_k) = \sum_{j=1}^n \phi_k(x_j) y_j \quad (V.4)$$

El polinomio ajustado a los datos originales fue de primer grado - en virtud de dos razones principales. La primera estriba en el hecho de que la componente regional que se quiere eliminar en este caso es la debida al campo magnético principal, en el entendido de que éste contiene la mayoría de las contribuciones del Campo Magnético Terrestre producidas por debajo de la Isoterma de Curie. De esta forma se pretende -- trabajar sólo con la parte del campo originada sobre esta isoterma, que podría considerarse en la mayoría de los casos, aplicable a la exploración geológica. Siendo ésto así, para las longitudes de perfil utilizadas el ajuste de una recta es la elección más adecuada para tal componente principal - La segunda razón radica en que el contenido de frecuencia de la señal original se altera muy poco cuando a ésta se le resta una componente casi constante, representada por una recta con pendiente que tiende a cero. Por el contrario, a medida que se eleva el grado del polinomio ajustado, aumenta la alteración espectral de la señal.

4) Ya que es mucho más conveniente trabajar con señales muestreadas a intervalos regulares -pues de lo contrario pueden presentarse ciertos problemas en el cálculo del espectro-, y como la función que se tiene está valorada en abscisas irregularmente espaciadas; debió aplicarse una interpolación mediante funciones del tipo de "splines" (Campos et al., 1983), para tener así un número convenientemente escogido de datos separados entre sí por un intervalo regular y adecuado, y facilitar con

ello el trabajo posterior. De esta manera, ya que para la interpretación se utilizó una interpolación por funciones "spline", es conveniente recordar que éstas consisten de segmentos de polinomios unidos con ciertas condiciones de suavizamiento, sobre sub-intervalos, como por ejemplo la función poligonal que forma splines de primer grado, cuyas piezas son polinomios lineales unidos para dar continuidad sobre un intervalo  $(a, b)$ , en donde los puntos de intersección  $(t_1, t_2, \dots)$  de dichos polinomios se conocen como "nodos". Estos splines de primer grado son útiles en algunas circunstancias, pero presentan la obvia imperfección de no estar suavizados. Si este calificativo se interpreta intuitivamente, la carencia de suavizamiento de la línea poligonal (que es la gráfica de un spline de primer grado), es inmediatamente evidente. Técnicamente, la falta de suavizamiento se manifiesta por la pronunciada discontinuidad de la primera derivada, lo que motiva que en cada nodo la pendiente del spline pueda cambiar abruptamente de un valor a otro.

Por el contrario, los splines de mayor grado se usan cuando se requiere una función "aproximante" suavizada; es decir, si se desea que el spline aproximante tenga una derivada  $m$ -ésima continua, se selecciona un spline de al menos  $(m+1)$  grado. Esto se explica al considerar una situación en la que tengan que ser prescritos " $n$ " nodos " $t$ ":  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ , suponiendo que tiene que definirse un polinomio por tramos de grado " $m$ ", con sus tramos unidos en los nodos en tal forma que el spline resultante " $S$ " tiene " $m$ " derivadas continuas. En un nodo interior " $t$ " se presentan las siguientes circunstancias: a la izquierda -

del punto "t",  $S(x) = p(x)$ ; y a la derecha,  $S(x) = q(x)$ ; donde "p" y --  
 "q" son polinomios de grado "m". La continuidad de la m-ésima deriva--  
 da:  $S^{(m)}$ , implica la continuidad de las derivadas de orden menor: --  
 $S^{(m-1)}$ ,  $S^{(m-2)}$ , ...,  $S'$ ,  $S$ . En consecuencia, para cualquier "k":

$$\lim_{x \rightarrow t^-} S^{(k)}(x) = \lim_{x \rightarrow t^+} S^{(k)}(x); \quad (0 \leq k \leq m) \quad (V.5)$$

De lo que se concluye que:

$$\lim_{x \rightarrow t^-} p^{(k)}(x) = \lim_{x \rightarrow t^+} q^{(k)}(x); \quad (0 \leq k \leq m) \quad (V.6)$$

Donde  $\lim_{x \rightarrow t^+}$  significa que el límite se toma sobre los valores "x" que  
 convergen hacia "t" desde arriba; es decir:  $(x-t)$  es positiva para to--  
 dos los valores de "x"; y similarmente,  $\lim_{x \rightarrow t^-}$  significa que los valo--  
 res "x" convergen hacia "t" desde abajo. Ahora, ya que "p" y "q" son -  
 polinomios, sus derivadas de cualquier orden son continuas, por lo que  
 la ecuación (V.6) queda:

$$p^{(k)}(t) = q^{(k)}(t); \quad (0 \leq k \leq m) \quad (V.7)$$

Condición mediante la que se hace que "p" y "q" sean los mismos polino--  
 mios puesto que por el teorema de Taylor:

$$p(x) = \sum_{k=0}^m \frac{1}{k!} p^{(k)}(t) (x-t)^k = \sum_{k=0}^m \frac{1}{k!} q^{(k)}(t) (x-t)^k = q(x) \quad (V.8)$$

Argumento que puede aplicarse a cada uno de los nodos:  $t_2, t_3, \dots,$   
 $t_{n-1}$ ; por lo que puede verse que "S" es simplemente un polinomio a lo -  
 largo del intervalo completo desde " $t_1$ " hasta " $t_n$ ". En consecuencia, -  
 se necesita un polinomio por tramos de grado  $(m+1)$  con "m" derivadas --

continuas para tener una función spline que no sea sólo un polinomio -- simple a través de todo el intervalo. El grado elegido con más frecuencia es el tercero, por lo que los splines resultantes se llaman splines cúbicos. Siendo así, los polinomios cúbicos se unen de tal manera que la función spline resultante tenga dos derivadas continuas en cualquier punto, y de esta forma se impondrán en cada nodo tres condiciones de -- continuidad. Ahora bien, puesto que  $S$ ,  $S'$  y  $S''$  son continuas, la función se manifestará gráficamente suavizada; aunque por supuesto ocurrirán discontinuidades en la tercera derivada, que sin embargo no podrán detectarse visualmente. Lo anterior es una razón para elegir splines cúbicos. (Además, la experiencia ha demostrado que rara vez se obtienen ventajas al usar splines de mayor grado). Asimismo y por razones técnicas, cuando se interpola en los nodos, los splines de grado impar se comportan mejor que los de grado par. En consecuencia, la interpolación aplicada a la señal original por splines cúbicos resulta en una -- función con primera y segunda derivadas continuas, que por lo tanto se presentará perfectamente suavizada.

5) Con la ayuda del algoritmo de la transformada rápida de Fourier y de acuerdo a lo visto en los capítulos anteriores, se obtiene el espectro de potencia logarítmico de la señal original. Ahora bien, como se recordará, el proceso de tomar una ventana de datos de determinada longitud en el dominio espacial, equivale a convolucionar la señal original por una función ventana rectangular de igual tamaño. Puesto que en el dominio de frecuencias tal convolución es lo mismo que multiplicar el espectro de la señal original por el correspondiente a la ventana rectangular --que es una función Sinc con lóbulos laterales negativos--;

ésto implica necesariamente una alteración del espectro deseado, que se debe fundamentalmente a los lóbulos laterales introducidos en la función Sinc. Como fue mostrado anteriormente, el efecto indeseable de -- tal alteración puede disminuirse principalmente de dos maneras: o bien con el uso de una ventana carente de discontinuidades en el dominio espacial al principio del proceso (por ejemplo, una ventana cosenoidal); o mediante la aplicación, al final, de una ventana en el dominio espectral, que tienda a suavizar tales efectos. Por las razones técnicas ya esgrimidas en los capítulos precedentes, se eligió para el caso presente la segunda opción. De esta manera, se aplicó la llamada ventana de Hamming, pues ésta tiende a eliminar casi por completo los lóbulos laterales en cuestión (Báth, 1974, p.160).

6) Ya con la función del espectro de potencia logarítmica suavizada, se procede a la normalización de ésta respecto a su valor más alto, que en teoría debería corresponder a la absisa cero, pero en realidad se encuentra rara vez en este lugar, aunque siempre se mantiene en los números de onda más bajos. Ya se ha dicho que lo anterior se debe seguramente a la longitud limitada de los perfiles reales; o a que las fuentes magnéticas en el subsuelo no cumplen estrictamente con la hipótesis de presentar una extensión infinita en profundidad pues, como se recordará, el efecto del espesor finito "d" de las fuentes introducirá en la gráfica del espectro de potencia un máximo o pico desplazado de la frecuencia nula, a una distancia inversamente proporcional a tal espesor "d" de los cuerpos en el subsuelo. Siendo así, debió buscarse el más alto valor del espectro de potencia antes de normalizarlo; máximo que se encontró invariablemente en la primera parte de la gráfica, lo que

implica que prácticamente se cumplen las suposiciones para la aplicación del método. Con el máximo valor del espectro correspondiente a cada perfil se procedió -después de la normalización y en base a los lineamientos expuestos en los capítulos anteriores-, al cálculo del logaritmo del ruido normalizado, asumiendo una tolerancia de diez gamas. El nivel de ruido encontrado para cada perfil es una indicación de la significancia del espectro; es decir, se supone que la contribución correspondiente a la señal original bajo tal valor, es menor a la generada por el ruido -asumiendo una tolerancia al error de diez gamas-, por lo que se debería trabajar solamente con la parte del espectro que queda sobre tal nivel. Este nivel de significancia del espectro es análogo al parámetro fijo utilizado por algunos autores con los mismos fines, que indica el valor en que el espectro de potencia ha decaído al 1% de la amplitud pico o máximo valor del espectro (e.g. Treitel et. al., - - 1971). Dicha cantidad se deriva de tener al máximo del espectro de potencia normalizado como la unidad, por lo que el valor pico del espectro logarítmico es cero (i.e.  $\ln 1 = 0$ ). Entonces, el nivel en que el espectro de potencia ha decaído al 1% de la amplitud pico se da por la cantidad definida por:  $\ln 0.01 = -4.6$ . De hecho, algunos autores consideran esta línea del uno por ciento como el límite inferior de la parte del espectro en que se debe trabajar, pues afirman que sobre ella se mejora la correspondencia entre la teoría y la práctica; de ahí que ajusten segmentos de líneas rectas para la estimación de profundidades sólo arriba de este nivel.

7) Con todos los cálculos hasta aquí realizados, se procede a graficar el espectro de potencia normalizado de la señal original. Esto se

hace en un sistema coordinado semilogarítmico tomando como abscisas los valores de números de onda o frecuencia espacial; y como ordenada, el logaritmo del espectro de potencia normalizado. Después de ésto y en base a todos los argumentos expuestos a lo largo del trabajo, se eligen visualmente los puntos entre los que se quieran ajustar segmentos de líneas rectas descendentes para la posterior estimación de profundidades.

8) Entre los puntos escogidos se ajustan segmentos de líneas rectas con el criterio de mínimos cuadrados. Esto proporcionará los parámetros de cada recta encontrada -pendiente y ordenada en el origen-, a partir de los que se tendrán los cálculos de profundidad a las interfaces magnéticas en el subsuelo; estimaciones que, como se recordará, son proporcionales al negativo de tales pendientes.

#### SINTESIS DE LA GEOLOGIA DE LA FAJA VOLCANICA MEXICANA

En esta sección se tratará de proporcionar una breve descripción en términos geológicos del Eje Neovolcánico o Faja Volcánica Mexicana. La discusión se ha limitado a proporcionar sólo una descripción partiendo de los conceptos más notables expuestos por algunos autores. Se puede empezar con el estudio publicado por Venegas, Herrera y Maciel (1985), apoyado en pozos geotérmicos, dataciones, y geología regional; y que es resultado de un trabajo colectivo realizado por lo menos a lo largo de cinco años. Estos autores afirman que es costumbre referirse a la Faja Volcánica Mexicana (FVM) como una cadena montañosa de origen volcánico y orientación general Este-Oeste, que atraviesa México de costa a costa y que se extiende aproximadamente entre los paralelos 19 y -

21° de Latitud Norte; aunque aclaran que, si se acepta que los productos volcánicos típicos de la FVM son de edad cuaternaria y pertenecen a la serie magmática calcialcalina, tendrían que descartarse algunas unidades en la zona anterior. De otro modo, es posible distinguir en esta región cinco grandes grupos de tales unidades litológicas de diferentes tipos y edades: (1) En primer lugar se tiene un grupo intrusivo notoriamente restringido al sector occidental -bloque de Jalisco principalmente-, con rocas desde granitos hasta dioritas, y con edades del Cretácico al Mioceno. (2) En segundo lugar puede definirse el grupo mesozoico, constituido por un antiguo basamento de origen vulcano-sedimentario, sedimentario y metamórfico, con edad del Triásico hasta el Cretácico superior e incluso, localmente, Terciario inferior; y con rocas calizas, --areniscas, lutitas, esquistos, y tobas de múltiples tipos. (3) El tercer grupo lo constituye la Sierra Madre Occidental (SMOCC), de origen típicamente volcánico y edad terciaria con productos: ignimbríticos y riolíticos, cantidades menores de andesitas y basaltos, y en ocasiones separados localmente por depósitos lacustres predominantemente oligocénicos. (4) La cuarta unidad la forma la FVM, constituida en su mayoría por afloramientos de rocas andesíticas, y con cantidades subordinadas de términos ácidos y básicos y de edad plio-cuaternaria. El volcanismo que ha originado a tales rocas ha sido tanto por aparatos centrales como de tipo fisural, siendo que los aparatos centrales son por lo regular compuestos y se encuentran alineados regionalmente en dirección Este Oeste. Tal volcanismo ha formado así diversas sierras y cadenas montañosas con orientación E-W, lo que representa la expresión fisiográfica y el rasgo más notable de la FVM. (5) La quinta unidad se forma por suelos aluviales y residuales.

De esta forma, continúan los mismos autores, la expresión superficial de la FVM es la de una franja irregular que se inicia en la costa del Golfo, pero que termina mucho antes de la costa del Pacífico, pues se encuentra interrumpida por la SMOcc y por el macizo granítico de Jalisco. En forma más específica, es posible dividir a la FVM en varios sectores de acuerdo a los sedimentos aluviales depositados en zonas en que la actividad volcánica pliocuaternaria es más antigua o ha sido menos intensa. Así, independientemente de características composicionales, se tendrían de Este a Oeste diez regiones; a saber: Jalapa u Oriental, México, Los Azufres, Michoacana, Noreste de Guadalajara, Colima, La Primavera-Tequila, Suroeste de Tequila, Ceboruco y Sangangüey-San Juan; distribución que, se remarca, no toma en cuenta consideraciones vulcanológicas o genéticas.

Venegas y otros (ibid) afirman también que, a primera vista, podría pensarse que el basamento de la FVM es la SMOcc; sin embargo, las alturas de esta última son comparables e incluso superiores a las de la FVM, por lo que para explicar que la SMOcc se encontrara bajo la FVM tendría que suponerse la existencia de enormes fallas o grábenes con dirección paralela a la predominante en la FVM, que hubiesen propiciado el hundimiento de la SMOcc justo donde posteriormente se emplazaría la FVM. Ahora bien, si se considera la composición de la SMOcc, que es esencialmente silícica-ignimbrítica y que supuestamente terminó con la extinción de la placa Farallón hace veinte millones de años, habría que hacer notar que en los pozos perforados en la FVM hasta la fecha (e.g. Los Azufres, Michoacán; La Primavera y San Marcos, Jalisco; y Los Humeros, Puebla-Veracruz), no se han cortado rocas volcánicas de este tipo. De esta mane-

ra, es más probable que la SMOcc no continúe bajo la FVM, por lo que el basamento de esta última no tendría nada que ver con la SMOcc.

Asimismo, los resultados de perforación disponibles en la FVM (ver Venegas et. al., 1985), revelan que debajo de las emisiones volcánicas -cuaternarias existen paquetes de espesor variable, pero potente, de rocas andesíticas con cantidades subordinadas de basaltos, riolitas, dacitas, y sus tobas asociadas. Respecto a la edad es posible establecer -- que, en general, la antigüedad del volcanismo basal de la FVM pliocuaternaria va de los 21 a los 4.5 millones de años (m.a.), o del Mioceno a -- inicios del Plioceno; por lo que podría decirse que el volcanismo cal- cialcalino pre-pliocuaternario que se considera el basamento de la FVM - "típica" es específico de esta zona del País, y no correlacionable con el de la SMOcc ni con el de algún otro evento magmático. Lo anterior es equivalente a afirmar -a título de interpretación-, que bajo la FVM no existe la prolongación de ninguna otra provincia magmática o grupo volcánico; o que en la FVM el volcanismo mio-pliocénico basamental es petrográficamente semejante al volcanismo plio-cuaternario superior; aunque ambos se encuentran separados por un hiatus en la actividad volcánica que siempre se presenta -pero con duración distinta en diferentes lugares.

En consecuencia, prosiguen Venegas, Herrera y Maciel, es posible de finir a la FVM como compuesta de dos grandes sucesos volcánicos, el primero de los cuales puede considerarse "basamento" del segundo. Más aún, puede decirse que ambos sucesos extruyeron productos volcánicos de composición y tipo petrográfico comparables y en general semejantes, aunque - en el segundo se emitieron materiales más ácidos provenientes de cámaras

volcánicas más someras y diferenciadas (e.g. Los Humeros, Puebla-Veracruz; La Primavera, Jalisco). Dichos sucesos presentarían de esta manera edades que varían localmente, pero en los que invariablemente se presenta una marcada interrupción, que no es más que un período de tranquilidad en la actividad volcánica. El suceso basal ocurrió aproximadamente entre 20 y 4 m.a. (Mioceno a Mio-pliocénico), y el segundo período de actividad entre cuatro m.a. y el presente (Pliocuaternario-Cuaternario). De este modo, la totalidad de la FVM (parte basal y reciente), sería más antigua que el Pliocuaternario -como se le ha considerado tradicionalmente (e.g. Demant, 1978), tomando en cuenta sólo el segundo suceso.

Ya a modo de interpretación, Venegas y otros (1985) afirman que el origen del volcanismo basamental de la FVM coincide con el inicio del -- Mioceno y, según ciertos autores (e.g. McDowell y Clabaugh, 1979), con el fin de la actividad magmática de la SMOcc y la extinción de la placa Farallón bajo la Americana -hace unos 26 m.a.- cuya subducción habría propiciado el volcanismo ignimbrítico. Ahora, aunque para algunos (e.g. Demant et. al., 1976), el volcanismo piroclástico habría continuado posiblemente hasta el Mioceno Medio, es evidente que la consumación y frac-cionamiento de la placa Farallón a fines del Oligoceno o principios del Mioceno habría propiciado una importante reorientación en la tectónica de placas del Pacífico, lo que hubiera originado una tectónica distensiva (de acuerdo a: Atwater, 1970; Coney, 1976; Urrutia, 1984); cuyos efectos no son muy claros para Venegas y otros (1985), quienes agregan que dicha reorientación habría dado fin al volcanismo de la SMOcc iniciando el suceso basal de la FVM, lo que explicaría las diferencias composicio-

nales y de orientación entre las fases ignimbríticas de la SMOcc, y la andesítica básica de la FVM de edad miocénica o miopliocénica.

Venegas y otros (op. cit.) prosiguen su interpretación afirmando, -- que de esta manera el volcanismo basal de la FVM se tendría que haber -- iniciado después de la aparición de grandes fallas generadas por el nuevo régimen distensivo; siendo posible además que los primeros regímenes volcánicos fueran de tipo fisural y no central, lo que explicaría los -- grandes espesores existentes, quizá continuos, de coladas andesítico-basálticas apiladas. Lo anterior no obstante que al final de este primer suceso las erupciones formaron por lo regular aparatos centrales compuestos. Consecuentemente, el tipo de fallas que se formaron con el cambio hacia un régimen distensivo debió haber sido normal y quizá escalonado, -- posibilitando la formación de cuencas. Esto parece ser realmente el caso, pues las principales estructuras de la FVM formadas desde el Mioceno y con reactivaciones posteriores, han sido y son en su mayoría de tipo normal.

El final del volcanismo de la FVM varía de lugar en lugar pero según interpretan Venegas et. al., 1985, es evidente que le sucedió un período de dos a cuatro m.a. de ausencia de actividad volcánica, tiempo en el que --al menos en la parte centro occidental de la FVM--, se formó un conjunto de montañas en bloque, afalladas e inclinadas, principalmente por estructuras de dirección E-W a NW-SE. Es decir, hubo una etapa de fallamiento sin volcanismo, posteriormente a la cual se inició la actividad pliocuaternaria --entre los cuatro m.a. y el presente--, que formó los productos típicamente identificados como pertenecientes a la FVM que,

aunque no presentan diferencias petrográficas notables con el material basal precedente, como ya se dijo, tienden a ser más silíceos, de lo que es posible inferir la presencia de cámaras magmáticas más diferenciadas. Finalmente cabe decir que aunque se ha sugerido por diversos autores que el volcanismo de este último período puede subdividirse en dos etapas -volcanismo transicional del Norte, y la cadena actual-; mediante los datos a su disposición, los autores divergen de tal suposición (Venezgas y otros, op. cit.).

Por su parte, Robin (1981, 1983), afirma que la Faja Volcánica Mexicana, con orientación E-W, se formó sobre un cinturón andesítico del Mioceno ampliamente continuo que es paralelo a la costa del Pacífico desde California hasta Guatemala, y puede separarse en dos partes: (1) un basamento antepliocénico que se prolongaba hasta el Golfo de México, y tenía lavas calcialcalinas en su lugar actual; y (2) el Eje Neovolcánico en sí, andesítico y de edad inferior a 2.6-3 m.a. (pliocuaternario), con multiplicidad de sus posibles magmas iniciales, y que puede dividirse a su vez en dos partes:

a) Las formaciones del Plioceno superior-Cuaternario inferior de la mitad septentrional, de 2.5 a 1.6 m.a., que dan lugar a términos de transición entre alcalinos y calcialcalinos. Esta zona norte está desprovista de grandes volcanes centrales y presenta un dinamismo eruptivo de basaltos de meseta flanqueados por aparatos de volumen pequeño (es decir, consiste de basaltos y lavas relativamente no diferenciadas); y la distancia mínima a la fosa varía de 270 a 380 Km, dependiendo del lugar.

b) La cadena actual que se inició hace aproximadamente 1.5-1.6 m.a., y marca una migración del volcanismo andesítico hacia el Sur, que se observa también en forma local en los alineamientos N-S de algunos volcanes.

Es decir, continúa Robin (ibid), ésto formaría la Faja Volcánica Mexicana activa, que consistiría de diez volcanes centrales mayores o sistemas volcánicos y de varios miles de conos monogenéticos simples, que incluirían composiciones de basálticas a andesíticas ácidas (más del 60% de  $\text{SiO}_2$ ), pero serían generalmente de composición andesítica basáltica (52-56%  $\text{SiO}_2$ ). Además de lo anterior, agrega el mismo autor, en la parte norte de este cinturón volcánico se presentan grandes calderas recientes, con diámetros de diez a quince kilómetros, e ignimbritas asociadas en el área de Guadalajara y en el lado noroeste de la cadena andesítica Pico de Orizaba-Cofre de Perote (área de Teziutlán o complejo Los Humeros Teziutlán).

En relación al volcanismo silíceo en la FVM Ferriz y Mahood (1984), afirman que hasta la fecha se han reconocido los centros volcánicos de La Primavera, Jalisco; Los Azufres, Michoacán; Amealco, Querétaro; Huichapan, Hidalgo; y Los Humeros, Puebla-Veracruz, que se encuentran localizados a lo largo de la porción norte de la FVM; además de que existen numerosas manifestaciones aisladas de volcanismo riolítico a través de toda la FVM.

Otros importantes estudios sobre la FVM son los publicados por Demant et. al., (1976), y por Demant (1978, 1979, 1983), que quizá estén - menos fundamentados en trabajos de campo y comprobación directa que el -

de Venegas y otros (op. cit.); pero que sin embargo son frecuentemente citados para explicar la geología de la FVM. De esta forma, Demant y otros afirman que en México el volcanismo es de gran importancia, y lo dividen en cuatro provincias magnéticas: la Sierra Madre Occidental (SMOCC), la provincia californiana, la provincia oriental, y el "Eje Neovolcánico Transmexicano" (FVM). Respecto a este último, dicen que en la parte central de México pueden reconocerse por lo regular tres fases principales en la actividad efusiva:

- Una fase cretácica metamorfozada (que se presenta como una serie andesítica -en ocasiones con facies de lavas almohadilladas-, brechas y tobas; mezcladas con sedimentos del Jurásico superior-Cretácico inferior); que sufrió un metamorfismo en el Cretácico medio.

- Una fase oligo-miocénica, que se puede diferenciar en la parte W del Eje Neovolcánico y que casi siempre se presenta bajo la forma de masas, con alternancia de brechas y derrames inclinados por efectos de la tectónica pliocuaternaria.

- La fase pliocuaternaria, que es de hecho la más desarrollada y que, a diferencia de las secuencias anteriores, tiene una disposición Este-Oeste.

Demant y otros (op. cit.) sostienen igualmente que la FVM corresponde así a una estructura volcánica sólo pliocuaternaria, que se sobrepone por su orientación particular E-W a las más antiguas, y se encuentra ubicada entre el Altiplano Central al Norte (ignimbritas de la provincia occidental al W; Sierra Madre Oriental al E); y la cuenca terciaria del

río Balsas y el basamento que constituye la Sierra Madre del Sur. Y -- afirman además que, cuando se considera con más detalle la localización particular del volcanismo pliocuaternario, no es válida la orientación E-W que aparece a gran escala; agregando que es posible delimitar cinco focos principales de este volcanismo del Eje Neovolcánico que serían:

- 1) Graben Chapala-Tepic, que constituye la terminación occidental de la FVM, con manifestaciones volcánicas recientes que se alinean con una orientación NW-SE en una franja que se extiende desde Tepic hasta Guadaluajara; aunque a la altura del Lago de Chapala cambian las direcciones tectónicas, que llegan a ser E-W.
- 2) Graben de Colima: zona que se comunica al Norte con la depresión de Chapala, a la altura de la Laguna de San Marcos y, en relación a la dirección general de la FVM, este graben se diferencia por su orientación N-S. De hecho, para Demant (1979), el sector occidental de la FVM --constituido por los dos anteriores focos de volcanismo--, se diferencia de las demás partes de ésta por sus características volcanológicas y tectónicas, que corresponden a una posición geodinámica particular. Esta sección se relacionaría así con la subducción de la placa de Rivera, caracterizándose por la proximidad de la zona de acreción del Pacífico Oriental; mientras que el volcanismo de las demás regiones del eje se debería a la subducción de la placa de Cocos.
- 3) Volcanismo en el Estado de Michoacán, donde se concentró la mayor cantidad de actividad volcánica pliocuaternaria, y que abarca una superficie de alrededor de 20000 kilómetros cuadrados, en la cual se concentran más de 3000 volcanes cuyos conos, en la mayoría de los casos, están bien conservados.

4) Los Valles de México, Toluca y Puebla, en los que el volcanismo se localiza principalmente al nivel de grandes estrato volcanes, que se levantan en medio de las grandes llanuras lacustres pliocénicas que forman tales valles, y en donde la actividad volcánica se concentró a lo largo de grandes fracturas con dirección NE-SW y NW-SE, lo que explica el aspecto bien definido de cadena volcánica.

5) Sector del extremo oriental de la FVM, en donde termina la actividad volcánica desarrollada en la faja. Esto ocurre precisamente al Este de la Malinche, en un pequeño graben de dirección N-S, limitado al oriente por la cadena Pico de Orizaba-Cofre de Perote.

Demant y otros afirman finalmente, al considerar los diferentes sectores de la Faja Volcánica, que en ésta no se presenta una variación muy significativa del  $K_2O$  entre regiones cercanas a la trinchera de Acapulco, como el sector de Michoacán, y zonas muy lejanas, como el Valle de México; y concluyen que el volcanismo pliocuaternario de la FVM se puede caracterizar por lo siguiente:

- Por una secuencia andesitas-dacitas-riolitas de tipo calcialcalino donde predominan las rocas con contenido de 56 a 62% de Sílice; volcanismo que puede interpretarse ya sea como ligado a una zona de subducción -considerando que los magmas se originaron a partir del material del manto superior-; o como relacionadas a una generación de magmas en la corteza.

- Por la gran abundancia de material ácido (más de 70% de  $SiO_2$ ) en la parte septentrional de la FVM, en general bajo la forma de emisiones ig-

nimbríticas o domos riolíticos. Este material resulta, presumiblemente, de fenómenos de fusión de corteza.

- Por la presencia de lavas de composición que varía desde basáltica hasta andesítica-basáltica (desde 48 hasta 54% de sílice); caracterizadas por valores elevados en hierro, magnesio y calcio; pero con porcentajes en  $Al_2O_3$  bastante bajos (15-17%), por lo cual no se les puede clasificar como basaltos aluminosos, que en general se encuentran en las secuencias calcialcalinas.

Posteriormente reiteraría Demant (1978), que el volcanismo que afectó a la parte central de México es sólo pliocuaternario (opinión que disiente a la manifestada después por Venegas y otros, op. cit., ya discutida); y su distribución no sigue una tendencia general E-W, sino que pueden diferenciarse cinco principales focos de actividad con orientación y características distintas. Para interpretar estas características y explicar la diferente orientación entre la FVM y la cadena volcánica de América Central, Demant considera un desplazamiento izquierdo de Norteamérica respecto a la placa caribeña, a lo largo de las fallas Polochic-Motagua y de su prolongación oriental, la falla de Bartlett; movimiento relativo que se habría producido a través del Oligoceno temprano, por lo que sería responsable en México de la formación de pliegues de fondo perpendiculares a la dirección de compresión, y de fallas de tensión paralelas a la dirección de los esfuerzos principales. Tal autor agrega que este desplazamiento permitiría explicar la edad pliocuaternaria del vulcanismo de la Faja Volcánica, puesto que la zona de subducción de la fosa de Acapulco se pudo desarrollar únicamente después del

movimiento hacia el Oeste de la placa Norteamericana; siendo que el cambio del polo de rotación de la placa de Cocos durante el Mioceno tardío, aparecería también como un factor importante en el desarrollo de la FVM. Las características particulares del volcanismo de la faja, agrega Demant, pueden explicarse así mediante la subducción que se efectúa al sur de México debajo de una placa continental deformada y fracturada, cuyo límite es de creación reciente, a lo que se añaden las diferentes características del fondo o piso oceánico, que desaparece con un ángulo débil y orientación oblicua en México, y con un ángulo mayor y ortogonalmente a la placa caribeña en América Central. Como una conclusión importante respecto a la edad, Demant (1978) afirma que el volcanismo de la FVM es únicamente pliocuaternario y, más aún, que la mayoría de la actividad se produjo durante los últimos dos m.a. Por su parte, las rocas oligo-miocénicas presentes en esta región, agregaría el autor, tienen características petrográficas que demuestran que su evolución magmática no corresponde con la curva de evolución del volcanismo pliocuaternario, por lo que representan la prolongación meridional del sistema volcánico de la SMOcc. (Lo anterior se contrapone de cualquier forma a lo expresado por Venegas y otros, op. cit., quienes afirman que tal unidad rocosa es la parte basal de la FVM).

En conclusión, Demant (1978) considera que la FVM es sólo pliocuaternaria y se encuentra sobre la prolongación hacia el sur de la SMOcc, pues afirma además que en la parte oriental de la FVM escasean los afloramientos de las rocas andesíticas oligo-miocénicas; "aunque no explica con claridad la relación de estas rocas de composición intermedia con las ignimbritas oligocénicas de la SMOcc, en la que la actividad andesí-

tica había cesado presumiblemente hace 40 m.a., al término del Eoceno" - (Morán, 1985).

Cabe agregar unas últimas consideraciones sobre la FVM publicadas por López Ramos (1981), quien afirma que en la ladera sur del graben o fosa de Chapala -de orientación Este Oeste y de aproximadamente 80 Km de longitud por 20 de ancho-, Petróleos Mexicanos perforó un pozo de 2348 metros; pozo que mostró en toda la sección rocas ígneas (principalmente basaltos, aglomerados intercalados, tobas, y quizá derrames dacíticos), y a partir del cual se infirió que aparentemente la actividad volcánica terciaria fue simultánea a la sumersión de la porción baja del graben. - Tal autor sostiene también que según datos de la Comisión Federal de - - Electricidad, se han perforado pozos en la FVM de hasta 3000 metros de profundidad que han terminado en andesitas (no las han atravesado). Esta última opinión, sin embargo, ya no se cumple totalmente, pues ya existen pozos perforados en los que se encontró roca sedimentaria al fondo - (e.g. Los Humeros, Puebla-Veracruz; y San Marcos, Jalisco). Por último, López Ramos opina que en la región del Distrito minero de Pachuca-Real-- del Monte, se ha determinado que los espesores de rocas ígneas extrusi-- vas son del orden de 2000 metros, y yacen discordantemente sobre rocas -cretácicas (formaciones Mexcala, Méndez y El Doctor).

#### Origen de la Faja Volcánica Mexicana

La interpretación del origen de la FVM ha sido explicada en base a diferentes hipótesis. De esta manera, Morán (1985) afirma que tal origen se ha relacionado principalmente con la subducción -bajo la corteza

continental de México-, de la placa de Cocos, que sufre fusión parcial al nivel de la astenósfera, lo que originaría los magmas de esta región; hipótesis basada en el carácter calcialcalino de la provincia -aunque la posición oblicua de la FVM en relación a la trinchera de Acapulco no es un rasgo típico de este tipo de fenómenos. Tal falta de paralelismo ha sido explicada, continúa Morán, mostrando que el movimiento entre las --plácas de Cocos y Americana no es ortogonal a la trinchera de Acapulco;-- lo anterior aunado a que a lo largo de ésta y de NW a SE la placa de Cocos es cada vez más densa, menos caliente y joven, y más rígida y gruesa; lo que haría que disminuyera poco a poco el ángulo de subducción también hacia el SE de la trinchera, provocando la existencia de un ángulo horizontal de veinte grados entre ésta y la FVM. Morán sostiene además que en base a las características químicas de las rocas, Negendank (1972) su puso sin embargo que la provincia calcialcalina de la FVM es el resultado de la fusión parcial de materiales de la corteza inferior, y no de la fusión parcial de la placa de Cocos al nivel de la astenósfera.

Mooser (1972) -que distingue dos partes en la FVM: una oriental y otra occidental al Oeste de Chapala- supuso, continúa Morán (op. cit.), que la FVM pudiera coincidir con una geosutura que marca la unión entre dos antiguas masas cratónicas, y que su arreglo zigzagueante reflejaría que la placa de Cocos se dividió, después de hundirse en la trinchera, en fragmentos ligeramente traslapados, zigzagueantes, y con diferentes ángulos de subducción.

Por su parte y también respecto al origen de la FVM, Demant (1978) afirma que Urrutia y Del Castillo (1977) propusieron una disminución con

tínua del ángulo y un aumento de la velocidad de hundimiento de la placa de Cocos, desde el Oeste hasta América Central; y agrega que un factor que impide pensar en un ángulo de subducción importante -de esta placa de Cocos-, es la ausencia de focos sísmicos profundos en México (a más de 150 kilómetros).

Por otro lado, Robin (1981) afirma que al definir las relaciones en tre la provincia andesítica de la FVM y la fosa supuestamente relacionada a ésta, se presenta el problema de la oblicuidad del volcanismo con respecto a la zona de desaparición de la placa oceánica; problema que se resolvería casi en su totalidad mediante un mecanismo de subducción pivote de la placa de Cocos, lo que implica un aumento en la velocidad y una disminución en el ángulo de subducción de occidente a oriente. Tal autor agrega sin embargo que algunos datos geocronológicos más recientes introducen una nueva dificultad, ya que -de acuerdo a su definición de la FVM-, el volcanismo andesítico reciente de esta región se inició en el Norte de la cadena, y prosigue actualmente en el Sur, en la zona de los grandes volcanes. Robin continúa, afirmando que los datos geoquímicos disponibles, por su parte, no revelan la zonalidad clásica de un frente toleítico-calcialcalino-alcalino en función de la distancia a la fosa. Por otro lado y a pesar de la oblicuidad del volcanismo con respecto a la trinchera, finaliza este autor, la provincia volcánica en cuestión se instaló en la misma época sobre toda la extensión de la FVM.

Una última consideración sobre el origen de la FVM la hacen Luhr y Carmichael (1985) quienes afirman que, de acuerdo a los modelos genera--

les para los arcos volcánicos relacionados con subducción, las composiciones del magma son progresivamente más ricas en K<sub>2</sub>O y elementos incompatibles a medida que aumenta tanto la distancia desde la trinchera y el frente volcánico, como la profundidad a la zona de Benioff; igualmente, los magmas típicos de arco presentarían característicamente hiperstena y cuarzo normativos. Por otro lado, prosiguen los autores, los basaltos alcalinos con nefelina normativa deberían encontrarse, si acaso, sólo a grandes distancias de la trinchera; sin embargo, a lo largo del frente volcánico de la Faja Volcánica Mexicana, tanto en el graben al sur de Coima como en el campo volcánico de Guanajuato-Michoacán, han hecho erupción durante el período Cuaternario tardío magmas alcalinos básicos, híbridos y con nefelina normativa. Contemporáneamente, continúan, en ambos lugares también hicieron erupción magmas con características típicas de frente volcánico: calcialcalinos y con hiperstena y cuarzo normativos. Luhr y Carmichael (ibid) sostienen de esta manera, que estas series magmáticas contrastantes -alcalina y calcialcalina-, no pueden relacionarse mediante ningún mecanismo simple, y parecen registrar distintos episodios de fusión parcial directa dentro del manto superior, con muy limitado fraccionamiento en la ruta hacia la superficie. Los autores concluyen finalmente que los hechos anteriores, entre algunos más, ponen en duda cualquier modelo empírico simplista para la erupción de magmas alcalinos cerca de frentes volcánicos de arcos relacionados a subducción.

#### ANALISIS E INTERPRETACION DE LOS PERFILES MAGNETICOS OBSERVADOS

Ya con el conocimiento de la técnica estadística espectral y mediante las nociones sobre la geología regional de la FVM antes citadas, pue--

de procederse al análisis de los perfiles aeromagnéticos obtenidos en la parte septentrional de esta región. (Análisis que se hizo en base a los lineamientos expuestos anteriormente bajo el subtítulo de Casos Reales). Debido a todas las consideraciones en relación a las características estadísticas del método, la longitud promedio de las secciones, y las escalas del plano de configuración magnética -sobre el que se trazaron los perfiles-; de la carta topográfica, y del mosaico de fotos de satélite de que se dispuso; se optó por trabajar sobre el mapa geológico cartografiado por Demant, Mauvois y Silva (1976), en escala de uno a un millón - (plano 1). De esta forma, la interpretación geológica de los perfiles se fundamentó esencialmente en la estratigrafía señalada por tales autores, que sin embargo fue modificada en base a la información más actualizada, sobre todo en la que respecta a las unidades litológicas reconocidas por Venegas, Herrera y Maciel (1985); y a los conceptos vertidos en el trabajo de Morán (1985).

El plano del vuelo aeromagnético sobre el que se trabajó se encuentra, como ya se mencionó, entre los 20 y 21° de Latitud Norte, y a 99 y 105° de Longitud Oeste; y presenta las siguientes alturas de vuelo sobre el nivel del mar (SNM), definidas por límites aproximados:

- 1) De 3500 metros desde el inicio oriental del área, hasta los 100°20' de Longitud Oeste.
- 2) De 3000 metros desde los 100°20', hasta los 102°28' de Longitud Oeste; y a partir de la frontera sur de la zona, hasta los 20°38' de Latitud Norte.
- 3) De 4000 metros, en el resto del área.

Por su parte, las características generales de los perfiles trazados a través del plano magnético se muestran en la tabla número dos. Asimismo, en el plano número uno se presenta la ubicación de tales secciones.

**TABLA 2: CARACTERISTICAS GENERALES DE LOS PERFILES**

Número de perfil	Longitud (Km)	Altura de vuelo SNM (Km)	Coordenadas geográficas de los puntos extremos	
			(Longitud W, Latitud N)	(Longitud W, Latitud N)
1	79.7	4	(104°48.57', 20°03.19')	(104°22.61', 20°39.03')
2	83.1	4	(104°23.65', 20°00.00')	(103°59.87', 20°38.86')
6	87.7	4	(104°01.38', 20°00.22')	(103°31.42', 20°38.75')
8	78.6	4	(103°15.38', 20°35.33')	(102°49.80', 20°00.00')
11	66.0	4	(102°55.34', 20°41.61')	(102°27.52', 20°17.12')
17	85.6	3	(102°25.48', 20°36.22')	(102°02.88', 20°00.00')
19	62.8	3	(102°04.61', 20°36.33')	(101°37.65', 20°13.21')
20	81.0	3	(101°49.96', 20°37.65')	(101°23.57', 20°00.00')
33	95.6	3	(101°07.53', 20°00.00')	(100°30.57', 20°39.41')
36	79.8	3	(100°56.73', 20°01.65')	(100°21.90', 20°28.95')

En las cinco figuras siguientes (de la 5 a la 9), se muestra la interpretación geológica-geofísica obtenida mediante el empleo del método estadístico espectral. De esta manera, en la parte superior de tales figuras se exhiben los perfiles magnéticos muestreados, en la parte media, las estimaciones de profundidad -en las que se indican la longitud y ubicación de las secciones traslapadas, y en donde los segmentos superiores representan las alturas de vuelo sobre el nivel del mar-, denotando por líneas punteadas las profundidades estimadas que no se tomaron en cuenta en la interpretación geológica y que corresponden, la mayoría de las veces, a las diferentes distancias desde la altura de vuelo - - - -

hasta el nivel local del terreno. Y por último, en la parte inferior se presentan, con una exageración vertical de tres a uno, los relieves del terreno -muestreados de la carta topográfica "Centro" de DETENAL, SPP, en escala de uno a un millón-, y las secciones geológicas interpretadas. De este modo se presenta a continuación un análisis perfil por perfil de las interpretaciones realizadas.

PERFIL 1) Orientado de SW a NE, este perfil (figura número 5) se ubica en la región más occidental del área estudiada.

En la parte inferior de la sección geológica interpretada se observa el substrato cristalino granítico "a": de dimensiones batolíticas, presente en una gran extensión al NW de México, y tal vez emplazado en el Cretácico bajo las rocas mesozoicas existentes -quizá recrystalizando una buena parte de éstas, lo que tácitamente implicaría la desaparición de la posible columna geológica pre-existente hasta la cima de tal substrato.

La unidad "b" que se presenta sobre el substrato cristalino granítico señalado, correspondería a rocas pre-batolíticas que Demant y otros (1976) llamaron "Basamento Premesozoico", pero que más bien equivaldrían a la unidad volcánica-sedimentaria, sedimentaria y metamórfica del Mesozoico reconocida por Venegas et. al., (1985), que serían quizá correlacionables tanto con las rocas metamórficas del Jurásico-Cretácico inferior, como con las mesozoicas marinas y plegadas reportadas por Demant et. al. (op. cit.).

Posteriormente se habría emplazado la unidad "c" (al mismo tiempo o después que el substrato cristalino granítico "a"), que tanto Demant y otros como Venegas et. al., reconocen como granitos de edad cretácica -- hasta miocénica; unidad que aflora y sobre la que descansa discordante-- mente la unidad "g" (clasificada por Demant y otros, op. cit., como vulcanitas del Oligo Mioceno -andesitas-; pero que según el más actualizado trabajo de Venegas et. al., op. cit., correspondería al suceso basal de la FVM: petrográficamente similar a la parte pliocuaternaria, calcialcalino andesítico, y ocurrido del Mioceno a inicios del Plioceno, entre 21 y 4.5 m.a.). El hecho de que tal unidad "c" -de grano grueso y cristalizada a considerable profundidad-, aflore y se encuentre en contacto con el vulcanismo basamental "g" del Mioceno Plioceno lleva implícita una -- cuantiosa erosión de "b", lo que estaría de acuerdo con los conceptos señalados por Morán (1985), en relación a que aproximadamente a esta latitud la parte occidental de México se encontraría en una etapa de erosión (aproximadamente a principios del Cenozoico), en contraposición a la zona oriental, en donde habría aún depósito -proveniente incluso de la parte oeste-, lo que también ayudaría a explicar los mucho mayores espesores de roca sedimentaria encontrados en este trabajo hacia el oriente.

Del mismo modo, en la parte superior de la interpretación geológica del perfil número uno, se reporta la presencia de la unidad "j": un vulcanismo andesítico de la FVM del pliocuaternario (según Venegas et. al., op. cit.), que correspondería al vulcanismo basáltico andesítico pliocuaternario del Eje Neovolcánico según Demant et. al., op. cit.; que quizá se encontraría mezclado con relleno de suelos aluviales y residuales, unidad "k" definida por Venegas y otros (op. cit.).

Finalmente, en la sección geológica interpretada del primer perfil y por debajo del substrato cristalino granítico ya mencionado, se observa una interfase o frontera dudosa marcada con un signo de interrogación, incertidumbre que se debe a una estimación definida por un segmento de recta con muy pocos puntos en la gráfica del espectro de potencia. Pese a lo anterior, se decidió indicar esta interfase debido a que de cualquier manera es posible su presencia, puesto que fue determinada en la parte del espectro de muy bajas frecuencias -la más confiable. De esta forma, si se recuerdan las consideraciones hechas a partir de los modelos hipotéticos (en particular las referentes a la longitud de la ventana de datos con que se trabaja), es posible decir que el carácter no del todo exacto de la estimación citada podría deberse al tamaño del perfil. Si tal fuera el caso, esto implicaría quizá (en base a una analogía con los modelos estudiados), que dicha profundidad fuera en realidad mayor -posiblemente hasta en un 40%. Ahora bien, la aceptación de tal frontera requiere de una justificación geológica, que podría explicarse de dos maneras distintas:

- Por un lado, el límite correspondería a la base del substrato cristalino granítico "a". En la parte inferior de este substrato se encontraría entonces el basamento cristalino propiamente dicho, ya no afectado por tal emplazamiento.

- La otra explicación sería en base a que tal interfase representa la Isoterma de Curie, que se encontraría en una zona tan somera sólo considerando a esta parte de la Faja Volcánica Mexicana (FVM) como una zona geotérmica, en cuyo caso podría ubicarse a tal isoterma hasta entre 6 y 14 kilómetros de profundidad, en analogía con trabajos recientemente pu-

blicados (e.g. Mayhew, 1985). Asimismo al recordar que, en general, para valores de conductividad térmica fijos, el flujo de calor disminuye conforme aumenta la profundidad de Curie (ibid), se tendría que asumir en el área, por consiguiente, un elevado flujo de calor, para lo que sería más fácil suponer una alta conductividad térmica de las rocas -lo que muy posiblemente sea el caso, dado el gran fracturamiento existente en toda esta zona. La comprobación de que este límite corresponda a la isoterma de Curie, tendría que realizarse ya sea con este mismo método pero con perfiles de mayor longitud, con la técnica de máxima entropía, o con los procedimientos señalados por Mayhew (ibid): a partir de datos magnéticos de satélite, o de los aquí usados pero continuados hacia arriba una gran altura -quizá 25 Km-, lo que de cualquier manera queda fuera de los objetivos de este trabajo.

Las últimas consideraciones que tienen que hacerse respecto a esta interpretación -al recordar que la técnica estadística espectral aquí utilizada sólo proporciona interfases en profundidad-, son las referentes a que las fallas marcadas en el subsuelo y no continuadas hasta la superficie (aunque muy posiblemente existen como tales o como un sistema de fallas), podrían estar ubicadas realmente en una posición desplazada lateralmente hasta por aproximadamente diez kilómetros (lo anterior en base a la cantidad del traslape utilizado entre los segmentos del perfil). Debe indicarse igualmente que, al hacer la interpretación, sólo se continuaron hasta la superficie las fallas cuyo carácter regional las hace aparecer claramente en fotos de satélite.

SM ← PERFIL NUMERO 1 → NE

SM ← PERFIL NUMERO 2 → NE

+43000

900

500

100

0

0

-3

0

0

-10

PERFIL MAGNETICO ORIGINAL

CAMPO MAGNETICO TOTAL  
EN GAUSS

ESTIMACION DE PROFUNDIDADES

KILOMETROS  
(SM)

INTERPRETACION GEOLOGICA

KILOMETROS  
(SM)

+43000

1000

500

100

0

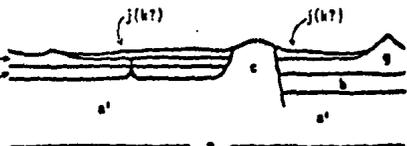
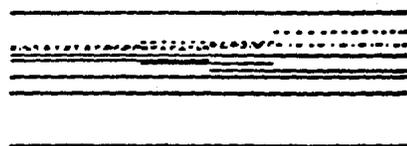
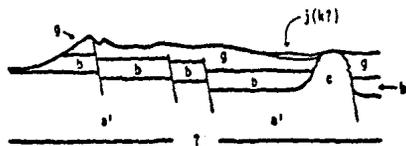
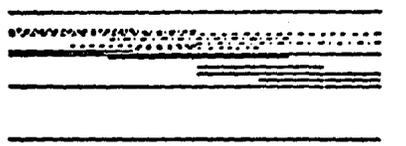
0

-3

0

0

-10



EXPLICACION

- a' = Substrato cristalino granítico.
- b = Rocas volcánicas-sedimentarias, sedimentarias y metamórficas del Mesozoico.
- c = Granitos de edad cretácica hasta terciaria.

- g = Suceso basal de la Faja Volcánica Mexicana (FVM): volcanismo calcálcico andesítico del Mioceno a inicios del Plioceno.
- j = Volcanismo andesítico plio-cuaternario de la FVM.
- h = Suelos aluviales y residuales.

ESCALA GRAFICA EN KILOMETROS:

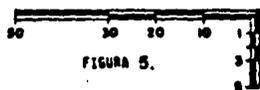


FIGURA 5.

PERFIL 2) Este perfil también orientado de SW a NE y mostrado en la figura número cinco se encuentra a poco más de 35 kilómetros al oriente de la sección número uno. Las consideraciones en relación a la interpretación geológica son similares a las de la primera sección, excepto por el conducto volcánico mostrado aquí, que fue definido a partir de la intersección en superficie del perfil en cuestión con un aparato volcánico de dimensiones considerables, lo que puede comprobarse al observar el plano número uno. Cabe agregar que la existencia de tal conducto vertical podría ser la causa de una anomalía magnética, que en el caso presente parece manifestarse en el perfil magnético real, que no está reducido al polo. Hay que hacer notar además que la forma abrupta de algunos límites entre las unidades geológicas -como por ejemplo los pertenecientes al intrusivo "c"-, se debe a la exageración en la escala vertical.

PERFIL 6) Aunque de orientación similar a los anteriores y separado de la sección número dos por aproximadamente 35 kilómetros, este perfil (figura seis) localizado hacia el oriente de los precedentes, muestra significantes diferencias respecto a éstas. Esto se debe muy posiblemente a que se encuentra ubicado en la intersección del graben de Tepic Chapala -o en la unión de las fosas de Tepic y de Chapala, si se trata de estructuras separadas-, con la prolongación del graben de Colima. De esta forma, la falla señalada a la izquierda de la sección -que manifiesta un desplazamiento vertical de aproximadamente 1900 metros-; correspondería a la frontera occidental del graben de Colima, observada desde fotos de satélite; mientras que las mostradas hacia el centro estarían relacionadas con la fosa de Chapala-Tepic (en las que además tendrían que hacerse

consideraciones semejantes a las señaladas en el perfil uno, en relación a su posición lateral). Por otra parte, el conducto volcánico indicado, si bien representaría el canal a través del cual habrían surgido las rocas riolíticas "i" -y que se muestra para remarcar su carácter extrusivo-, no tendría necesariamente una respuesta magnética sobre el plano de observación, ya que presenta un bajo contenido de material ferromagnético en relación a las unidades circundantes, principalmente "g" y "j", como se ve en el plano uno y en la propia sección.

De esta manera, en esta interpretación aparecería el ya examinado substrato cristalino granítico "a", emplazado posteriormente a la existencia de las rocas prebatolíticas "b", sobre las que se habría depositado la unidad "e" constituida, según Demant et. al., op. cit., por rocas mesozoicas máximas, plegadas y que quizá fuesen correlacionables con los depósitos marinos del Jurásico superior al Cretácico superior reportados en la plataforma Morelos-Guerrero por Morán (op. cit.). Esta unidad "e", que quedaría implícitamente incluida en la unidad "b" volcánica-sedimentaria, sedimentaria y metamórfica definida por Venegas et. al., op. cit., se define aquí explícitamente en base a la geología superficial cartografiada por Demant y otros (op. cit.), y según la cual el perfil seis pasa a través de ella. Siendo así, el graben de Colima se habría constituido después del Mesozoico, quizá contemporáneamente a la formación del suceso basal de la FVM "g". Por su parte, la fosa de Chapala-Tepec tendría una edad semejante, aunque el fallamiento aquí tal vez se habría prolongado hasta antes de la aparición del volcanismo andesítico de la FVM del pliocuaternario, unidad "j". Es decir, en la sección en cuestión apare-

SW ← PERFIL NUMERO 8 → NE

NW ← PERFIL NUMERO 8 → SE

+43000

PERFIL MAGNETICO ORIGINAL

+43000

1000  
600  
200

CAMPO MAGNETICO TOTAL  
EN GAUSS

1000  
600  
200

4  
0  
-3

ESTIMACION DE PROFUNDIDADES

4  
0  
-3

4  
0  
-3  
-10

INTERPRETACION GEOLOGICA

4  
0  
-3  
-10

EXPLICACION

- a' = Substrato cristalino granítico.
- b = Rocas volcánico-sedimentarias, sedimentarias y metamórficas del Mesozoico.
- e = Rocas mesozoicas marinas, plegadas.
- h = Volcanismo igníabrítico de la Sierra Madre Occidental del Oligoceno-Mioceno.

- a = Basamento cristalino.
- g = Suceso basal de la Faja Volcánica Mexicana (FVM); volcanismo calcalcalino andesítico del Mioceno a inicios del Plioceno.
- i = Rocas ácidas plio-cuaternarias de la FVM.
- j = Volcanismo andesítico plio-cuaternario de la FVM.
- k = Suelos aluviales y residuales.

ESCALA GRAFICA EN KILOMETROS:

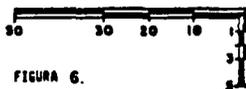


FIGURA 6.

ce sobre la unidad "e" el suceso basal de la FVM "g"; encima del cual se presenta el volcanismo ignimbrítico "h" de la Sierra Madre Occidental (SMOcc), por un lado; y las rocas ácidas "i" y el volcanismo andesítico "j" -ambos descansando discordantemente en "g", pliocuaternarios y de la FVM-, por el otro. La última unidad presente en esta interpretación es el relleno "k", constituido por suelos aluviales y residuo.

PERFIL 8) Esta sección cruza el Lago de Chapala, está orientada del NW hacia el SE, y se muestra también en la figura seis. Las fallas aquí -- marcadas son observadas en fotos de satélite, por lo que su posición lateral no debería diferir mucho de la marcada; aunque hay que recordar -- que quizá sus trazas no simbolicen más que a un sistema de fallamiento -- mucho más complicado, cuya expresión regional más adecuada, sin embargo, sería posiblemente la indicada. En relación a la edad de este fallamiento, podría decirse que concuerda en general con lo ya discutido en el -- perfil seis; es decir, la formación del graben de Chapala se habría prolongado por lo menos hasta la aparición de la unidad "j". De este modo, el cambio más significativo de este perfil interpretado respecto a los -- anteriores sería la aparición de la unidad "a", que podría considerarse ya como un basamento cristalino propiamente dicho. El hecho de considerar la presencia de esta unidad "a" y no de la anterior "a'" se debe principalmente a dos causas: la primera a partir de un análisis del plano -- uno, en donde se observa que ya en este sector de la FVM, por lo escaso de los afloramientos de la unidad "c", sería poco posible la existencia en profundidad de la unidad "a'") y la segunda, al notar que la cima de -- la unidad en cuestión se ubica a mucho mayor profundidad que en los perfiles anteriores, sobre todo el primero y el segundo. En la parte supe-

rior del basamento cristalino citado se exhiben las rocas "b" volcánico-sedimentarias, sedimentarias y metamórficas; arriba de éstas, el suceso basal "g" de la FVM; encima del cual y discordantemente habría hecho aparición el volcanismo andesítico pliocuaternario "j" de la FVM. Finalmente, en esta sección se presenta una parte del relleno "k", constituido por suelos aluviales y residuales.

PERFIL 11) Mostrado en la figura siete y dirigido de NW a SE, este perfil alejado aproximadamente 40 kilómetros del número ocho, exhibe en la parte inferior de la interpretación geológica el basamento cristalino "a", sobre el que descansa la unidad "b", que a su vez se presenta dividida horizontalmente. La parte final de esta unidad "b" pudiera estar representada por las rocas mesozoicas marinas "e", lo que sin embargo es difícil de precisar aquí. Arriba de tales rocas se tiene el suceso basal "g" de la FVM, encima del que se habría formado, después de un hiatus geológico, el volcanismo andesítico pliocuaternario "j" de la FVM; que subyacería de esta suerte a la unidad "k". La falla mostrada en esta sección sería, aparentemente, posterior a "g" y quizá contemporánea a "j", a partir de lo cual podría pensarse que es una falla aún activa.

PERFIL 17) En la figura siete se ve este perfil que se orienta del NW hacia el SE. Dentro de la aparente complejidad de la interpretación podría decirse que las fallas mostradas son geológicamente muy recientes -tal vez activas o contemporáneas a "j"-, lo que acaso estaría apoyado por la presencia de rocas ácidas, que son supuestamente el reflejo de una actividad de escasa antigüedad en la FVM, representada en general por los cinco grandes centros silíceos señalados por Ferriz y Mahood

NW ← PERFIL NUMERO 11 → SE

NW ← PERFIL NUMERO 17 → SE

±43000

1000

800

200

4

0

-5

4

0

-5

-10

PERFIL MAGNETICO ORIGINAL

CAMPO MAGNETICO TOTAL  
EN GAMAS

KILOMETROS  
(SNM)

ESTIMACION DE PROFUNDIDADES

KILOMETROS  
(SNM)

INTERPRETACION GEOLOGICA

KILOMETROS  
(SNM)

±1000

1100

100

100

0

0

0

0

0

0

0

E X P L I C A C I O N

- a = Basamento cristallino.
- b = Rocas volcánicas-sedimentarias, sedimentarias y metamórficas del Mesozoico.
- e = Rocas mesozoicas marinas, plegadas.

- g = Suceso basal de la Faja Volcánica Mexicana (FVM): volcanismo calcialcalino andesítico del Mioceno a inicios del Plioceno.
- i = Rocas ácidas plio-cuaternarias de la FVM.
- j = Volcanismo andesítico plio-cuaternario de la FVM.
- k = Suelos aluviales y residuales.

ESCALA GRAFICA EN KILOMETROS

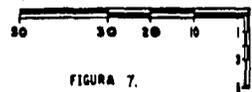


FIGURA 7.

(1984). En esta sección puede observarse de igual manera la disminución progresiva del espesor del suceso basal "g" de la FVM hacia el oriente, contrariamente al volcanismo pliocuaternario andesítico de ésta, que -- tiende a engrosarse en la misma dirección. De esta forma, el perfil 17 mostraría una historia geológica muy similar a la discutida en la sección 11, excepto por las rocas ácidas pliocuaternarias "i" de la FVM, -- que por lo regular son casi contemporáneas a "j"; y por la existencia de las fallas, ya examinada.

PERFIL 19) En la figura ocho puede observarse este perfil, que está dirigido de NW a SE. Lo más significativo de esta sección interpretada es el ya muy claro engrosamiento de las unidades "b" y "e" -- tendencia que se observa en forma regional aproximadamente a esta latitud, y de poniente a oriente, ya señalada en el análisis del perfil número uno; a tal grado que, por un lado, ya no se pudo estimar la cima del basamento cristalino y, por el otro, el espesor de las supuestas rocas marinas "e" es el mayor en toda la zona interpretada de lo que, por otra parte, se podría inferir una mayor profundidad en esta región, de una posible paleo-cuencia sedimentaria y mesozoica. Por otro lado, la falla aquí señalada tendría una explicación similar a las tratadas en la sección 17, y la -- historia geológica también.

PERFIL 20) Separado del anterior por escasos quince kilómetros en promedio, este perfil también está orientado de NW a SE y se muestra en la figura ocho. Del mismo modo, tanto la falla señalada a la izquierda como la historia geológica de esta sección, serían análogas a las explicadas

NW ← PERFIL NUMERO 19 → SE

NW ← PERFIL NUMERO 20 → SE

+43000

1000

600

200

3

0

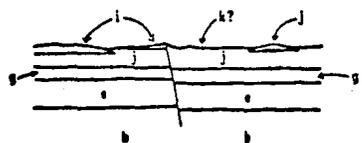
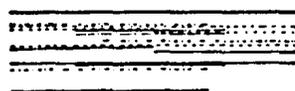
-3

3

0

-3

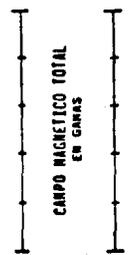
-10



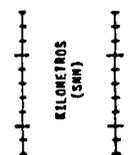
**E X P L I C A C I O N**

- a = Basamento cristalino.
- b = Rocas volcánico-sedimentarias, sedimentarias y metamórficas del Mesozoico.
- c = Rocas mesozoicas marinas, plegadas.

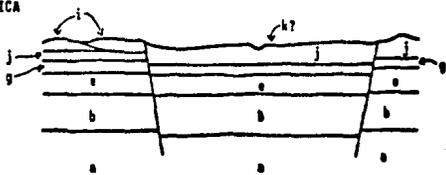
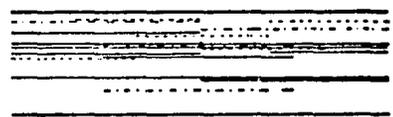
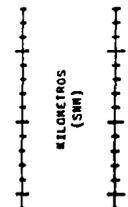
PERFIL MAGNETICO ORIGINAL



ESTIMACION DE PROFUNDIDADES



INTERPRETACION GEOLOGICA



+43000

1000

600

200

3

0

-3

3

0

-3

-10

ESCALA GRAFICA EN KILOMETROS:

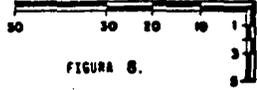


FIGURA 8.

- g = Suceso basal de la Faja Volcánica Mexicana (FVM): volcanismo calcálcico andesítico del Mioceno a inicios del Plioceno.
- i = Rocas ácidas plio-cuaternarias de la FVM.
- j = Volcanismo andesítico plio-cuaternario de la FVM.
- k = Suelos aluviales y residuales.

en el perfil 17. Por su lado, la falla indicada en la parte SE correspondería posiblemente al sistema estructural relacionado con la formación del Lago de Cuitzeo, también geológicamente reciente.

PERFIL 33) Este perfil puede verse en la figura número nueve y está dirigido de SW a NE. La falla mostrada a la izquierda de esta sección correspondería a la formación del Lago de Cuitzeo, mientras que las dos restantes estarían relacionadas con un sistema estructural que, entre otras cosas, habría dado origen a la Laguna de Yuriria, y posiblemente correspondería con la presencia de rocas riolíticas en esta región, quizá contemporáneas a la caldera de Amealco, Querétaro, a tan sólo 50 kilómetros al oriente de esta sección (y a 30 Km de las manifestaciones ácidas a través de las que pasa la sección número 36). De esta manera, en el fondo de esta interpretación se presenta el basamento cristalino "a", que subyace a las rocas volcánico-sedimentarias, sedimentarias y metamórficas "b" del Mesozoico; dentro de las que se definiría explícitamente, en su parte superior, el estrato correspondiente a las rocas mesozoicas marinas "e". Sobre tales unidades se habría constituido el suceso basal "g" de la FVM que, como ya se dijo, en esta parte de la FVM es mucho más delgado que en la poniente. Encima de tal suceso basal y discordantemente a él, se habría entonces formado el volcanismo andesítico pliocuaternario "j" de la FVM, que en algunos lugares de la superficie se encontraría cubierto por relleno de suelos aluviales y residuales, unidad "k".

PERFIL 36) Este último perfil interpretado en el presente trabajo se observa en la figura nueve y se dirige de SW a NE. Las diferencias más

notables con la historia geológica de la sección 33 serían las referen--  
tes a que aquí ya se presentan las rocas ácidas pliocuaternarias "i" de  
la FVM, que como ya se dijo al explicar el anterior perfil, podrían es--  
tar relacionadas a la formación de la Laguna de Yuriria y ser contemporá  
neas a la caldera de Amealco; además de que se observa una capa geológi--  
ca entre la unidad "e" y "g" que se manifiesta por primera vez en estas  
interpretaciones. Dicho estrato podría formar parte o ser correlaciona--  
ble con la sedimentación clástica y de materiales conglomeráticos deposi  
tada en una etapa de fallamiento normal, correspondiente al Grupo Balsas  
del Eoceno-Oligoceno reportado por Morán (1985); que equivaldría a la se  
cuencia detrítica continental de la misma edad, definida por Demant y --  
otros (op. cit.). Por el contrario, las fallas aquí señaladas serían --  
las mismas que las marcadas en el perfil 33, por lo que podrían explicar  
se de la misma manera. Una última consideración sería la referente a la  
incierto presencia de la interfase en la parte más profunda de la inter--  
pretación. Dicho carácter de incertidumbre podría ser discutido en tér--  
minos análogos a los explicados en el perfil uno, aunque la justifica--  
ción geológica de su presencia sólo podría hacerse suponiendo que se tra  
ta de la conformación de la isoterma de Curie, para lo que deberían de -  
asumirse algunas observaciones principalmente respecto al carácter geo--  
térmico del área, conductividad térmica de las rocas en el subsuelo, y -  
flujo de calor en superficie; que ya también fueron señaladas en el exá--  
men del primer perfil. Finalmente debe decirse que, aparte de lo ante--  
rior, el perfil 36 tendría una historia geológica análoga a la de la sec  
ción 33.

SW — PERFIL NUMERO 33 — NE

SW — PERFIL NUMERO 36 — NE

43000

PERFIL MAGNETICO ORIGINAL

43000

1200

CAMPO MAGNETICO TOTAL EN GAUSS

1200

600

400

600

400

400

400

ESTIRACION DE PROFUNDIDADES

3

KILOMETROS (SW)

3

0

0

0

-3

-3

-3

INTERPRETACION GEOLOGICA

3

KILOMETROS (SW)

3

0

0

0

-3

-3

-3

-10

-10

EXPLICACION

- a = Basamento cristalino.
- b = Rocas volcánico-sedimentarias, sedimentarias y metamórficas del Mesozoico.
- c = Rocas mesozoicas marinas, plegadas.
- f = Sedimentos del Eoceno-Oligoceno (Grupo Balsas).

- g = Suceso basal de la Faja Volcánica Mexicana (FVM): volcanismo calcalcalino andesítico del Mioceno a inicios del Plioceno.
- i = Rocas ácidas plio-cuaternarias de la FVM.
- j = Volcanismo andesítico plio-cuaternario de la FVM.
- k = Suelos aluviales y residuales.

ESCALA GRAFICA EN KILOMETROS:

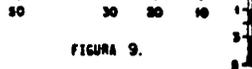


FIGURA 9.

### Columna Geológica Propuesta

A partir de todas las consideraciones señaladas en el análisis de las secciones geológicas interpretadas, podría proponerse como corolario una columna estratigráfica para el área estudiada en base a una combinación de los trabajos de:

- (1) Demant, Mauvois y Silva (1976).
- (2) Venegas, Herrera y Maciel (1985).
- (3) Morán (1985).

De esta manera, de acuerdo a la nomenclatura hasta aquí usada, dicha columna geológica sería la siguiente:

- Unidad "a": BASAMENTO CRISTALINO.
- Unidad "b": ROCAS VOLCANICO-SEDIMENTARIAS, SEDIMENTARIAS Y METAMORFICAS DEL MESOZOICO, (según 2). La parte más antigua de esta unidad podría considerarse como formada por rocas pre-batolíticas, que en el plano base utilizado se cartografían como basamento premesozoico (según 1); lo que, en base a las opiniones vertidas en la tercera referencia citada (3) -de acuerdo a la cual no afloran formaciones paleozoicas ni más antiguas en esta zona-; posiblemente no sería el caso.
- Unidad "a": SUBSTRATO CRISTALINO GRANITICO, constituido por emplazamientos de tipo batolítico, y quizá contemporáneo a las rocas graníticas reportadas por (3) en la parte noroccidental de México, incluida la Península de Baja California. La edad de tal emplazamiento sería desde cretácica hasta miocénica.

- Unidad "c": GRANITOS DE EDAD CRETACICA HASTA MIOCENICA, (según 1 y 2), que pudieron emplazarse al mismo tiempo o después que el substrato "a" y de hecho, podrían considerarse como parte de éste.
- Unidad "d": ROCAS METAMORFICAS DEL JURASICO-CRETACICO INFERIOR, (1); implícitamente incluidas en la unidad "b", y no observadas en este trabajo.
- Unidad "e": ROCAS MESOZOICAS MARINAS, PLEGADAS, (1); también implícitamente incluidas en "b", y en ocasiones distinguible mediante la técnica aquí utilizada. Esta unidad "e" sería tal vez correlacionable con los sedimentos marinos depositados desde el Jurásico superior hasta el Cretácico superior reportados por (3) en la plataforma Morelos-Guerrero.
- Unidad "f": GRUPO BALSAS; sedimentación clástica y de materiales conglomeráticos depositada en una etapa de fallamiento normal del Eoceno-Oligoceno (3). Reportada como secuencia detrítica continental Eoceno-Oligoceno, en el mapa base aquí utilizado, (1).
- Unidad "g": SUCESO BASAL DE LA FAJA VOLCANICA MEXICANA; volcanismo calcialcalino andesítico del Mioceno a inicios del Plioceno (21 a 4.5 m.a.), petrográficamente semejante a la FVM pliocuaternaria, (2). Este suceso correspondería a las vulcanitas del Oligo-Mioceno (andesitas), reportadas por (1).
- Unidad "h": VOLCANISMO IGIMBRITICO DE LA SIERRA MADRE OCCIDENTAL DEL OLIGOCENO-MIOCENO; (2). Sólo miocénico para (1).
- Unidad "i": ROCAS ACIDAS PLIOCUATERNARIAS DE LA FAJA VOLCANICA MEXICANA; (1). Incluidas implícitamente en la unidad "j" por (2).
- Unidad "j": VOLCANISMO ANDESITICO PLIOCUATERNARIO DE LA FAJA VOLCANICA MEXICANA; (2). Reportado como basáltico-andesítico por (1).
- Unidad "k": RELLENO: SUELOS ALUVIALES Y RESIDUALES; (2).

## C A P I T U L O . V I

### CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados obtenidos con la aplicación del método de estimación estadística espectral de profundidades a la Faja Volcánica Mexicana (FVM), podría concluirse que esta técnica es una herramienta muy eficaz en la interpretación de interfases magnéticas en el subsuelo -mediante las que es posible evaluar los límites de algunos estratos geológicos dentro de éste-, sobre todo si se recuerda que para su utilización solamente fue necesario, por un lado, disponer de datos reales de un perfil magnético y, por el otro, conocer la geología regional del área estudiada.

Sin embargo, es conveniente señalar que para un adecuado empleo de la técnica aquí estudiada, sería prudente analizar antes una serie suficientemente grande de modelos hipotéticos, entre los que se incluyeran situaciones análogas a las esperadas en la aplicación sobre datos reales. Lo anterior con el objeto, ya señalado en el desarrollo del trabajo, de tener en primer lugar, una idea de las diferentes configuraciones posibles que pudiera tomar la gráfica del logaritmo del espectro de potencia; y en segundo lugar, con el fin de saber elegir las regiones idóneas para el ajuste de rectas descendentes en la representación espectral. Es decir, mediante las pruebas con tales modelos se pretendería integrar un conjunto de limitaciones o condiciones de frontera aplicables posteriormente a casos reales.

Por otra parte, en lo que respecta a la estimación de la profundidad del basamento cristalino con el uso de este método -y sin olvidar que las interpretaciones realizadas con esta técnica sólo pueden ser de carácter regional, tanto por los fundamentos estadísticos en que se basa; como por los datos geológicos disponibles y la escala de trabajo-, las conclusiones alcanzadas a partir de diez perfiles magnéticos localizados a través de la región septentrional de la FVM, permiten afirmar que a pesar del recubrimiento volcánico en esta zona -de gran espesor y considerable respuesta magnética-, en general es posible obtener valoraciones concebibles de profundidad no sólo al basamento cristalino, sino también a otras interfases magnéticas más someras, indicativas quizá de cambios litológicos en el subsuelo.

De acuerdo a lo anterior, los resultados de las interpretaciones geológicas logradas en este trabajo podrían resumirse brevemente y en forma regional de la siguiente manera:

- El basamento cristalino estimado sólo podría ser considerado como tal aproximadamente desde la ciudad de Guadalajara hacia el Oriente. En la parte occidental, la unidad que jugaría el papel de basamento sería la representada por el substrato cristalino granítico.
- El suceso basal de la FVM -volcanismo calcialcalino andesítico del Mioceno a inicios del Plioceno, y petrográficamente semejante a la FVM pliocuaternaria-, tiende a ser mucho más delgado de Occidente a Oriente.

- Por el contrario, el volcanismo de la FVM pliocuaternario es de espesor sensiblemente más grueso en dirección hacia el Oriente.
  
- De igual manera, la secuencia mesozoica presente sobre el substrato o basamento cristalino y debajo del suceso basal de la FVM, -- exhibe aparentemente un mayor espesor en el Oriente (respecto al Poniente). Dicha secuencia mesozoica se constituiría mayoritariamente por material de depósito sedimentario, y la explicación a ésto podría encontrarse en el hecho de que, supuestamente, en aquel tiempo y sobre aproximadamente esta latitud, la parte occidental de México se encontraría en una etapa de erosión; mientras que la zona oriental en una de depósito. Lo anterior también se ve apoyado por el hecho de que en la zona oeste el suceso basal de la FVM descansa en ocasiones en forma discordante sobre material granítico -de grano grueso y cristalizado a gran profundidad-, lo que sólo podría explicarse asumiendo que tal región se vió afectada por un considerable período de erosión. En relación a ésto y para finalizar, debe decirse que la estimación de un mayor espesor en la unidad de rocas mesozoicas marinas alrededor del perfil número 19 podría deberse a que, para ese tiempo, se tuviera una cuenca de depósito en esta parte de la FVM; además, tal cuenca tendría la mayor profundidad en las cercanías de tal sección: entre Pénjamo, -- Guanajuato y La Piedad, Michoacán.

## C A P I T U L O V I I

### BIBLIOGRAFIA

- AL-CHALABI, M.; 1971: Some studies relating to nonuniqueness in gravity and magnetic inverse problems, Geophysics, Vol. 36, No. 5.
- ALDREDGE, L.R.; 1965: Analysis of long magnetic profiles, Journal of Geomagnetism and Geoelectricity, Vol. 17, No. 3-4, págs. 173-185.
- ATWATER, T.; 1970: Implications of plate tectonics for the Cenozoic tectonic evolution of Western North America, Geol. Soc. Am. Bull., 81, p. 3513-3536.
- BARANOV, W.; 1975: Potential fields and their transformations in applied geophysics, Geoexploration Monographs, Series 1, No. 6, Gebrüder Borntraeger, Berlin-Stuttgart.
- BARNETT, C.T.; 1976: Theoretical modeling of the magnetic and gravitational fields of an arbitrarily shaped three-dimensional body, Geophysics, Vol. 41, No. 6.
- BÄCKÉN, M.; 1974: Spectral Analysis in Geophysics, Development in Solid Earth Geophysics, No. 7; Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Holanda, 563 págs.
- BEAUN, R.J.; 1966: A rapid graphical solution for the aeromagnetic anomaly of the two-dimensional tabular body, Geophysics, Vol. 31, No. 5, págs. 963-970.

- BERLANGA, J.M.; 1983: Dos métodos de interpolación, *Revista del Instituto Mexicano del Petróleo*, Vol. 15, No. 1.
- BHATTACHARYYA, B.K.; 1964: Magnetic anomalies due to prism shaped bodies with arbitrary polarization, *Geophysics*, Vol. 29, No. 4, págs. 517-531.
- BHATTACHARYYA, B.K.; 1966: Continuous spectrum of the total-magnetic-field anomaly due to a rectangular prismatic body, *Geophysics*, Vol. 31, No. 1, págs. 97-121.
- BHATTACHARYYA, B.K.; 1967: Some general properties of potential fields in the space and frequency domains, *Geoexploration*, Vol. 5, págs. 127-143.
- BHATTACHARYYA, B.K.; 1969: Bicubic spline interpolation as a method for treatment of potential field data, *Geophysics*, Vol. 34, No. 3, págs. 402-423.
- BHATTACHARYYA, B.K.; 1978: Computer modeling in gravity and magnetic interpretation, *Geophysics*, Vol. 43, No. 5.
- BHATTACHARYYA, B.K., CHAN, K.C.; 1977: Computation of gravity and magnetic anomalies due to inhomogeneous distribution of magnetization and density in a localized region, *Geophysics*, Vol. 42, No. 3.
- BHATTACHARYYA, B.K., LEU, L.K.; 1975: Spectral analysis of gravity and magnetic anomalies due to two-dimensional structures, *Geophysics*, Vol. 40, No. 6, págs. 993-1013.

- BHATTACHARYYA, B.K., MORLEY, L.M.; 1965: The delineation of deep crustal magnetic bodies from total field aeromagnetic anomalies, Journal of Geomagnetism and Geoelectricity, Japan, Vol. 17, No. 3-4, págs. 237-252.
- BHATTACHARYYA, B.K., NAVOLIO, M.E.; 1976: A Fast Fourier Transform method for rapid computation of gravity and magnetic anomalies due to arbitrary bodies, Geophysical Prospecting, Vol. 24, No. 4.
- BLACKMAN, R.B., TUKEY, J.W.; 1958: The Measurement of Power Spectra, Dover Publications, Inc., New York, USA.
- BLAKELY, R.J., HASSANZADEH, S.; 1981: Estimation of depth to magnetic source using maximum entropy power spectra, with application to the Perú-Chile Trench, Geological Society of America, Memoir 154, págs. 667-681.
- BRANDI E, J.M.; 1985: Apuntes de procesamiento de datos geofísicos, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- BREINER, S.; 1973: Applications manual for portable magnetometers, GeoMetrics, USA.
- BRIGHAM, E.O.; 1974: The Fast Fourier Transform, Prentice Hall, Inc. USA, 252 págs.
- CAMPA, M.F., CONEY, P.J.; 1983: Tectono-stratigraphic terranes and mineral resource distributions in México, Can. J. Earth Sci., Vol. 20, - págs. 1040-1051.

- CAMPOS E., J.O., THOMANN, J., GOUPILLOT, M; 1983: Applications of bi-dimensional spline functions to geophysics, *Geophysics*, Vol. 48, No. 9, págs. 1269-1273.
- CASSANO, E., ROCCA, F.; 1975: Interpretation of magnetic anomalies - using spectral estimation techniques, *Geophysical Prospecting*, Vol. 23, págs. 663-681.
- CLEMENT, W.G.; 1973: Basic principles of two-dimensional digital filtering, *Geophysical Prospecting*, Vol. 21, págs. 125-145.
- CONEY, P.J.; 1976: Plate tectonics and the Laramide orogeny, *New México* co; *Geol. Soc.*, sp. publ. 6, p. 5-10.
- COOLEY, J.W., LEWIS, P.A.W., WELCH, P.D.; 1967: Application of the - Fast Fourier Transform to computation of Fourier integrals, *Fourier series and convolution integrals*, *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, Vol. AU-15, págs. 79-84.
- COOLEY, J.W., TUKEY, J.W.; 1965: An algorithm for the machine computation of complex Fourier series, *Math. Comput.*, Vol. 19, págs. 297-301.
- DANIELS, J.J.; 1970: Two dimensionality in magnetic interpretation: M. S. thesis, Michigan State University, USA.
- DARBY, E.K., DAVIES, E.B.; 1967: The analysis and design of two-dimensional filters for two-dimensional data, *Geophysical Prospecting*, Vol. 15, págs. 383-406.

- DEMANT, A.; 1978: Características del Eje Neovolcánico Transmexicano y sus problemas de interpretación, Revista del Instituto de Geología, UNAM, Vol. 2, No. 2, págs. 172-187.
- DEMANT, A.; 1979: Vulcanología y petrografía del sector occidental - del Eje Neovolcánico, Revista del Instituto de Geología, UNAM, Vol. 3, No. 1, págs. 39-57.
- DEMANT, A.; 1981: L'axe néo-volcanique transmexicain, Etude volcanologique et pétrographique. Significations géodynamique, Thèse doctorat - d'Etat, Univ. Aix-Marseille, 203 p.
- DEMANT, A.; 1983: Les gisements d'obsidienne de L'axe transmexicain, en: Boletín. Centro de estudios mexicanos y centroamericanos, No. 5, págs. 23-36.
- DEMANT, A., MAUVOIS, R., SILVA, L.; 1976: El Eje Neovolcánico Transmexicano, Acapulco (México), III Congreso latinoamericano de geología, - Libreto-guía 4, 37 págs.
- DOBRIN, M.B.; 1960: Introduction to Geophysical Prospecting, McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 2ª edición, 446 págs.
- EG & G GEOMETRICS; 1973: Compudepth-An introduction.
- ERDELYI, A., MAGNUS, W., OBERHETTINGER, F., TRICOMI, F.G.; 1954: Tables of Integral Transforms, Vol. 1, McGraw-Hill Book Co., Inc. New York, USA.

- FERRIZ, H., 1985: Zonamiento composicional y mineralógico en los productos eruptivos del centro volcánico de Los Humeros, Puebla, México, Geofísica Internacional, Vol. 24-1, págs. 97-157.
- FERRIZ, H., MAHOOD, G.A.; 1984: Volcanismo riolítico en el Eje Neovolcánico Mexicano, sometido a la División México del Comité Internacional para el estudio de la Litósfera, para publicación en el volumen sobre México.
- GABEL, R.A., ROBERTS, R.A.; 1975: "Señales y Sistemas Lineales", Ed. Limusa, México.
- GEÇKINLI, N.C., YAVUZ, D.; 1983: Discrete Fourier Transformation and its Applications to Power Spectra Estimation, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Holanda.
- GERARD, A., DEBGLIA, N.; 1975: Automatic three-dimensional modeling for the interpretation of gravity or magnetic anomalies, Geophysics, Vol. 40, No. 6.
- GRANT, F.S., MARTIN, L.; 1966: Interpretation of aeromagnetic anomalies by the use of characteristic curves, Geophysics, Vol. 31, No. 1.
- GRANT, F.S., WEST, G.F.; 1965: Interpretation Theory in Applied Geophysics, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, USA.
- GREEN, A.G.; 1972: Magnetic profile analysis, Geophys. J. R. astron. Soc., Vol. 30, págs. 393-403.

- GUDMUNDSSON, G. ; 1974: Discussion on "Statistical Models for...", by Spector & Grant (Geoph., V. 35, 1970); Geophysics, Vol. 39, No. 1, págs. 110-112.
- GUNN, P.J. ; 1979: Examples of advanced computer based magnetic interpretation methods used as routine exploration aids, Bull. Aust. Soc. - Explor. Geophys., Vol. 10, No. 1.
- HAGGERTY, S.E. ; 1978: Mineralogical constraints on Curie isotherms in deep crustal magnetic anomalies, Geophysical Research Letters, Amer. Geophys. Union, Vol. 5, No. 2, págs. 105-108.
- HAHN, A. ; 1965: Two applications of Fourier's analysis for the interpretation of geomagnetic anomalies, Journal of Geomagnetism and Geoelectricity, Vol. 17, No. 3-4, págs. 195-225.
- HAHN, A. , KIND, E.G., MISHRA, P.C. ; 1976: Depth estimation of magnetic sources by means of Fourier amplitude spectra, Geophysical Prospecting, Vol. 24, págs. 287-308.
- HEILAND, C.A. ; 1968: Geophysical Exploration, 1013 págs., Hafner Publishing Co., New York, USA.
- HORTON, C.W. , HEMP KINS, W.B., HOFFMAN, A.A.J. ; 1964: A statistical analysis of some aeromagnetic maps from the northwestern canadian shield, Geophysics, Vol. 29, No. 4, págs. 582-601.
- HSU, H.P. ; 1973: "Análisis de Fourier", Fondo Educativo Interamericano.

- JAHREN, Ch.E.; 1965: Magnetization of keweenawan rocks near Duluth, Minnesota, Geophysics, Vol. 30, No. 5, págs. 858-874.
- JAYNES, E.T.; 1982: On the rationale of maximum-entropy methods, - Proc. IEEE, Vol. 70, No. 9, págs. 939-952.
- JENKINS, G.M., WATTS, D.G.; 1968: Spectral analysis and its applications, Holden-Day, San Fco., USA, 525 págs.
- LEHMANN, H.J.; 1971: A control of two-dimensional magnetic interpretation by three-dimensional model body anomalies, Geophysical Prospecting, Vol. 19, No. 1.
- LOPEZ R., E.; 1981: Geología de México, Tomo III, 2ª edición.
- LUHR, J.F., CARMICHAEL, I.S.E.; 1985: Contemporaneous eruptions of calc-alkaline and alkaline magmas along the volcanic front of the mexican volcanic belt, Geofísica Internacional, Vol. 24-1, págs. 203-216.
- MARPLE, S.L.; 1982: Frequency resolution of Fourier and maximum entropy spectral estimates, Geophysics, Vol. 47, No. 9, págs. 1303-1307.
- MARTINEZ, R., J.; 1982: Cálculo del efecto gravitacional de cuerpos geométricos de masa finita, Revista del Instituto Mexicano del Petróleo, Vol. 14, No. 2.
- MAYHEW, M.A.; 1985: Curie isotherm surfaces inferred from high-altitude magnetic anomaly data, Journal of Geophysical Research, Vol. 90, - No. 83, págs. 2647-2654.

- McDOWELL, F.W. and CLABAUGH, S.E.; 1979: Ignimbrites of the Sierra Madre Occidental and their relation to the tectonic history of western México, Geol. Soc. of América, Special Paper 180, p. 113-123.
- MISHRA, D.C., PEDERSEN, L.B.; 1982: Statistical analysis of potential fields from subsurface reliefs, Geoexploration, Vol. 19, págs. 247-265.
- MOOSER, F.; 1972: El Eje Neovolcánico Mexicano, debilidad cortical - prepaleozoica reactivada en el Terciario, Memoria de la II Convención Nacional de la Sociedad Geológica Mexicana, Mazatlán, Sinaloa, págs. 186-187.
- MORAN Z., D.J.; 1985: Geología de la República Mexicana, Coedición - SPP y UNAM, 2ª edic.
- MUFTI, I.R.; 1975: Iterative gravity modeling by using cubical blocks, Geophysical Prospecting, Vol. 23, No. 1.
- NABIGHIAN, M.; 1972: The analytical signal of two dimensional magnetic anomaly, Geophysics, Vol. 37, págs. 507-517.
- NAGY, D.; 1966: The gravitational attraction of a right rectangular prism, Geophysics, Vol. 31, No. 2.
- NAIDU, P.; 1968: Spectrum of the potential field due to randomly distributed sources, Geophysics, Vol. 33, No. 2, págs. 337-345.
- NAIDU, P.S.; 1969: Estimation of spectrum and cross-spectrum of aeromagnetic field using Fast Digital Fourier Transform (FDFT) techniques, Geophysical Prospecting, Vol. 17, No. 3, págs. 344-361.

- NAIDU, P.S.; 1970: Statistical structure of aeromagnetic field, *Geophysics*, Vol. 35, No. 2, págs. 279-292.
- NEGENDANK, J.F.W.; 1972: Volcanics of the Valley of México, *N. Jb. Mineral. Abh.*, 116, págs. 308-320.
- NEGI, J.G., AGRAWAL, P.K., RAO, K.N.N.; 1983: Three-dimensional model of the Koyna area of Maharashtra State (India) based on the spectral analysis of aeromagnetic data, *Geophysics*, Vol. 48, No. 7, págs. 964-974.
- NEIDELI, N.S.; 1966: Spectral studies of marine geophysical profiles, *Geophysics*, Vol. 31, No. 1, págs. 122-134.
- NETTLETON, L.L.; 1976: *Gravity and Magnetics in Oil Prospecting*, - McGraw-Hill, USA.
- O'BRIEN, D.; 1972: CompuDepth-A new method for depth-to-basement computation, presented at 42nd Meeting of the Society of Exploration Geophysicists, California, USA.
- OPPENHEIM, A., JOHNSON, D., STEIGLITZ, K.; 1971: Computation of spectra with unequal resolution using the Fast Fourier Transform, *Proc. IEEE*, Vol. 59, págs. 299-301.
- PAPOULIS, A.; 1965: *Probability, random variables and stochastic processes*, McGraw-Hill Book Co., New York, USA.
- PARASNIS, D.S.; 1966: *Mining Geophysics, Methods in Geochemistry and Geophysics*, 3; Amsterdam, Holanda, 356 págs., Elsevier.

- PARKER G. Jr., S.; 1963: Standar curves for interpretation of magnetic anomalies over long tabular bodies, *Geophysics*, Vol. 28, No. 2.
- PEDERSEN, L.B.; 1978: A statistical analysis of potential fields - using a vertical circular cylinder and a dike, *Geophysics*, Vol. 43, - No. 5, págs. 943-953.
- PETERS, L.J.; 1949: The direct approach to magnetic interpretation - and its practical application, *Geophysics*, Vol. 14, No. 3, págs. 290-320.
- PURANEN, N., MARMO, V., HÄMÄLÄINEN, U.; 1968: On the geology, aeromagnetic anomalies and susceptibilities of precambrian rocks in the Virrat Region (Central Finland), *Geoexploration*, Vol. 6, págs. 163-184.
- RADER, Ch.M.; 1970: An improved algorithm for high speed autocorrelation with applications to spectral estimation, *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, Vol. AU 18, P. 439-441.
- ROBIN, C.; 1981: Relación vulcanológica-magmatológica-geodinámica: - aplicación a la transición entre el vulcanismo alcalino y andesítico en el sur mexicano, Resumen de la tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Naturales, Univ. de Clermont-Ferrand II (Traducido por: CAMPOS E., J.O.; LOPEZ, A.; HERRERA F., J.J.; reporte inédito de CFE, 1985).
- ROBIN, C.; 1982: México en: *Andesites: Orogenic Andesites and Related Rocks*, Edited by R.S. Thorpe, Pub. by J. Wiley & Sons, págs. 137-147.

- ROBIN, C.; 1983: Relations volcanologie-magmatologie-geodynamique: - application au passage entre volcanismes alcalin et andesitique dans le sud mexicain, Resume de la these soutenue le 12 Juin 1981, a l'Universite Clermont II, en: Boletin. Centro de estudios mexicanos y centroamericanos, No. 5, págs. 10-22.
  
- ROBINSON, E.A.; 1982: A historical perspective of spectrum estimation, Proc. IEEE, Vol. 70, No. 9, págs. 885-907.
  
- RUOTOISTENMÄKI, T.; 1983: Depth estimation from potential field data using the Fourier amplitude spectrum, Geoexploration, Vol. 21, págs. 191-201.
  
- SEGUIN, M.K., SÉNÉCHAL, J.N.; 1979: One-dimensional spectral analysis of aeromagnetic data from temiscouata area and the Western sector of the Gulf of St. Lawrence, Geoexploration, Vol. 17, págs. 269-283.
  
- SERSON, P.H., HANNAFORD, W.L.W.; 1957: A statistical analysis of magnetic profiles, J. Geophysical Research, Vol. 62, No. 1, págs. 1-18.
  
- SHUEY, R.T., PASQUALE, A.S.; 1973: End corrections in magnetic profile interpretation, Geophysics, Vol. 38, No. 3.
  
- SHUEY, R.T., SCHELLINGER, D.K., TRIPP, A.C., ALLEY, L.B.; 1977: Curie depth determination from aeromagnetic spectra, Geophys. J. R. astron. Soc., Vol. 50, págs. 75-101.
  
- SMITH, R.A.; 1961: Some theorems concerning local magnetic anomalies, Geophysical Prospecting, Vol. 9, págs. 399-410.

- SOKOLOV, K.P.; 1956: Geological interpretation of magneto-surveying data: Moscú, Gosgeoltekhizdat, 128 págs.
- SPECTOR, A.; 1968: Spectral analysis of aeromagnetic data: Ph. D. - thesis, Department of Physics, University of Toronto, Canadá.
- SPECTOR, A., BHATTACHARYYA, B.K.; 1966: Energy density spectrum and autocorrelation function of anomalies due to simple magnetic models, Geophysical Prospecting, Vol. 14, No. 3, págs. 242-272.
- SPECTOR, A., GRANT, F.S.; 1970: Statistical models for interpreting aeromagnetic data, Geophysics, Vol. 35, No. 2, págs. 293-302.
- SPECTOR, A., GRANT, F.S.; 1974: Reply to the discussion by G. Gudmundsson on "Statistical models for..."; Geophysics, Vol. 39, No. 1, págs. 112-113.
- SPECTOR, A., GRANT, F.S.; 1975: Comments on "Two-dimensional power - spectral analysis of aeromagnetic fields", Geophysical Prospecting, - Vol. 23, No. 2, pág. 391.
- TAKIN, M., TALWANI, M.; 1966: Rapid computation of the gravitation - attraction of topography on a spherical earth, Geophysical Prospecting, Vol. 14, No. 2.
- TALWANI, M.; 1965: Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape, Geophysics, - Vol. 30, No. 5.

- TALWANI, M., EWING, M.; 1960: Rapid computation of gravitational attraction of three-dimensional bodies of arbitrary shape, *Geophysics*, Vol. 25, No. 1.
- TALWANI, M., WORZEL, J.L., LANDISMAN, M.; 1959: Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino submarine Fracture Zone, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 61, No. 1.
- TELFORD, W.M., GELDART, L.P., SHERIFF, R.E., KEYS, D.A.; 1976: *Applied Geophysics*, Cambridge University Press, 860 págs.
- TREITEL, S., CLEMENT, W.G., KAUL, R.K.; 1971: The spectral determination of depths to buried magnetic basement rocks, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, Vol. 24, págs. 415-428.
- URRUTIA, F., J.; 1984: Pláte reconstruction from Paleozoic paleomagnetism on the tectonic evolution of México, *Geodynamic series*, *Geophys. Union*, 12, p. 29-44.
- URRUTIA F., J., CASTILLO, L. del; 1977: Un modelo del Eje Volcánico Mexicano, *Bol. de la Soc. Geol. Mex.*, Vol. 38, págs. 18-28.
- VACQUIER, V., STEENLAND, N.C., HENDERSON, R.G., ZIETZ, I.; 1951: Interpretation of aeromagnetic maps, *Geological Society of América*, *Memoir* 47, USA, 151 págs.
- VENEGAS S.S., HERRERA F., J.J., MACIEL F., R.; 1985: Algunas características de la Faja Volcánica Mexicana y de sus recursos geotérmicos, *Geofísica Internacional*, Vol. 24-1, págs. 47-81.

- WELCH, P.D.; 1967: The use of Fast Fourier Transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms, IEEE Trans. Audio Electroacoust, Vol. AU-15, - págs. 70-73.
  
- WHITEHILL, D.E.; 1973: Automated interpretation of magnetic anomalies using the vertical prism model, Geophysics, Vol. 38, No. 6.
  
- WHITHAM, K.; 1965: On the depth of magnetic sources derived from long magnetic profiles, Journal of Geomagnetism and Geoelectricity, Vol. 17, No. 3-4, págs. 253-262.

A P E N D I C E

PAQUETE DE PROGRAMAS

WORKFILE: PRODUCCION (10/02/85

```

40 C
50 COMMON/TRFUNC/XO,DX,MEXP
60 COMMON/SHARE/X(1025), Y(1025), DOMAIN(1025),
70 *DERIV(1025), FUNC(1025)
80 DIMENSION TITULO(12)
100 C
110 C LOS DATOS SE LEERAN UNO POR RENGLON EN EL
120 C SIGUIENTE ORDEN:
130 C NPERFS, TITULO, N, NARG, EPS, XO, ABMAX, N VALORES DEL
140 C PERFIL (ABBISA, ORDENADA).
150 C LUEGO, EN SU CASO, EL # DE RECTAS POR AJUSTAR AL ESPECTRO
160 C LOGARITMICO Y, POR ULTIMO Y EN PARES, LOS INDICES INFE---
RIOR
170 C Y SUPERIOR ENTRE LOS QUE SE AJUSTARA CADA UNA DE ESTAS --
RECTAS.
180 C
190 READ(LL,/)NPERFS % # DE PERFILES QUE SE INTERPOLARAN.
200 IF(NPERFS.LT.1) GOTO 10
210 WRITE(II,5) NPERFS
220 5 FORMAT(5(/), 10X, "SE INTERPOLARAN:",14," PERFILES.",
5(/))
230 DO 20 KONT = 1, NPERFS
240 WRITE(II,15) KONT
250 15 FORMAT(9(/), 10X, "PERFIL INTERPOLADO #: ",14,/)
260 READ(LL,11)TITULO % TITULO DEL PERFIL.
270 11 FORMAT(12A6)
280 WRITE(II,25) TITULO
290 25 FORMAT(/10X,12A6,3(/))
300 READ(LL,/)N % # DE DATOS (DE PUNTOS QUE SE INTERPOLARAN).
310 IF(N.LT.2) GOTO 10
320 WRITE(II,35) N
330 35 FORMAT(10X,"# DE PUNTOS QUE SE INTERPOLARAN: ",15,/)
340 READ(LL,/)NARG % # DE PUNTOS EN LOS QUE SE INTERPOLARA.
350 C DEBERA SER: NARG= 2**M
360 IF(NARG.LT.0) GOTO 10
370 WRITE(II,45) NARG
380 45 FORMAT (/10X,"# DE PUNTOS EN LOS QUE SE INTERPOLARA:",15/)
390 IF(NARG.EQ.0) FLG= 1.
400 IF(NARG.EQ.0) NARG=1.
410 READ(LL,/)EPS.
420 C EPS: PARAMETRO DE PRECISION (TOLERANCIA DEL ERROR).
430 WRITE(II,55)EPS

```

```

440      55  FORMAT(/10X,"PARAMETRO DE PRECISION EPS= ",3P,X,G16.6,
450      1" (TOLERANCIA DE ERROR).")
460      IF (EPS.LE.0)GOTO 40
480      READ(LL,/) X0; % PRIMER PUNTO EN QUE SE INTERPOLARA.
490 C      DEBERA SER DX= TINC (DE LA SUBRR. TRF1).
500      READ(LL,/) ABMAX % MAXIMA ABSISA ORIGINAL.
520      DX=(ABMAX-X0-0.05)/(NARG-1.0)
530      WRITE (II,65) X0,DX
540      65  FORMAT(/10X,"PRIMER PUNTO EN EL QUE SE INTERPOLARA: X0=
      ",3P,X,
550      1  G18.7,//10X,"INTERVALO ENTRE PUNTOS A INTERPOLAR: DX=
      ",3P,
560      2  X,/18.7," = TINC.")
570      DO 50 IM=1,10
580      MCOMP=2.0**IM
590      IF (MCOMP.GE.NARG)GOTO 60
600      50  CONTINUE
610      60  MEXP=IM
670      INDIK=0
680      CALL MINIMO(N); INDIK=10
690      IF (INDIK) 80,80,70
700 C
710      80  DO 90 I=1,N
720      READ(LL,/) E1,E2; % "N" PAREJAS DE DATOS: (ABSISA, ORDENA-
      DA) .
730 C      | ABSISAS EN ORDEN CRECIENTE |
740      X(I)= E1; Y(I)= E2
750      90  CONTINUE
760      WRITE (II,95)
770      95  FORMAT(/10X,"PAREJAS DE DATOS (ABSISAS EN ORDEN CRECIEN-
      TE) : ",
780      1//T2,"DATO #:" ,T10,"ABSISA:" ,T30,"ORDENADA:" ,//)
790      WRITE (II,105) (I,X(I),Y(I),I=1,N)
800      105 FORMAT (T2,I5,3X,3P,X,G19.7,2X,3P,X,G19.7)
810      70  CALL SPL1 (N,NARG,FLG,EPS,ERROR)
820      IF (ERROR.EQ.1) GOTO 30
830      CALL TRF1 (TITULO)
840 C
850      WRITE (II,115) TITULO
860      115 FORMAT (////X,131(1H*),T31,12A6,T113," FINAL " //)
870      20  CONTINUE
880      GOTO 30
890      10  WRITE (II,75)
900      75  FORMAT (5//) 10X,"VERIFICAR LOS DATOS NO IMPRESOS: NPERFS",
910      *"N,NARG." ,//)
920      GOTO 30
930      40  WRITE (II,85)
940      85  FORMAT (////10X,"ERROR: EPS NO PUEDE SER IGUAL O MENOR A -
      CERO." //)
950      30  CONTINUE
960      STOP
970      END

```

```

1010 SUBROUTINE SPL11(N,NARG,FLG,EPS,ERROR)
1020 COMMON/TRFUNG/XO,DX,MEXP
1030 COMMON/SHARE/X(1025),Y(1025),DOMAIN(1025),
1040 *DERIV(1025),FUNC(1025)
1070 IF(FLG.EQ.1) NARG=0 % SI NARG=0, SOLO CALCULA LA INTEGRAL
1080 C
1090 DO 780 I=1,NARG.
1100 DCMAIN(I)=XO+(I-1)*DX
1110 780 CONTINUE
1120 CALL SPLINE(N,NARG,IINT,EPS,ERROR)
1130 IF(ERROR,EQ.1.0)GOTO 1060
1140 WRITE(II,50)
1150 50 FORMAT(///T10,"PRIMERA ABSISA:",T35,"ULTIMA ABSISA:" -
,T60,
1 "VALOR DE LA INTEGRAL:")
1170 WRITE(II,31) X(1),X(N),IINT
1180 31 FORMAT(///T10,"X(1)=" ,3P,X,G16.6,T35,"X(N)="3P,X,G16.6,
1 T60,"INT=" ,I11)
1190 IF(FLG.EQ.1) GOTO 1040
1200 WRITE(II,33)
1210 C
1220 C DO 1030 I=1, NARG
1230 C 1030 WRITE(II,32) I, DOMAIN(I), FUNC(I), DERIV(I)
1240 33 FORMAT(///T10,"DOMAIN(I):",T30,"FUNC(I):",T50,
1 "DERIV(I):",T4,"#",//)
1260 32 FORMAT(X,I4,T10,3P,X,G16.6,T30,3P,X,G16.6,T50,3P,X,G16.6)
1270 1040 CONTINUE
1280 1060 RETURN
1290 END
1330 SUBROUTINE SPLINE(N,NARG,IINT,EPS,ERROR)
1340 DIMENSION S(1500),G(1500),WORK(1500)
1350 COMMON/SHARE/X(1025),Y(1025),DOMAIN(1025).
1360 *DERIV(1025),FUNC(1025)
1370 II=6; ERROR=0.0
1380 DO 350 I=2, N-1
1390 XI= X(I)
1400 XIM1= X(I-1)
1410 XIPI= X(I+1)
1420 YI= Y(I)
1430 YIM1= Y(I-1)
1440 YIPI= Y(I+1)
1450 XX= XI-XIM1
1460 H= XIPI - XIM1
1470 WORK(I)=-.5*XX/H
1500 T= ((YIPI-YI)/(XIPI-XI) - (YI-YIM1)/XX) / H
1510 S(I)= 2*T
1520 G(I)= 3*T; % PARA EL CALCULO DE "T" (ABAJO) -
1530 350 CONTINUE
1540 S(1)=0; S(N)=0
1550 W= 8.-4*SQRT(3.)
1560 C FACTOR DE RELAJACION PARA LA SOBRERRELAJACION SUCESIVA.
1570 390 U= 0
1600 DO 450 I=2, N-1

```

```

1610      T= W*(-S(I)-WORK(I)*S(I-1)-(.5-WORK(I))*S(I+1)+G(I))
1620      H= ABS(T)
1630      IF (H.GT.U) U=H
1640      S(I)= S(I)+ T
1650      450 CONTINUE
1660      IF (U.GE.EPS)GOTO 390
1670      DO 490 I=1,N-1
1680      G(I)= (S(I+1)-S(I))/(X(I+1)-X(I))
1690      490 CONTINUE
1700      IF (NARG.EQ.0) GOTO 820
1710      DO 780 J=1, NARG
1720      C      CALCULO DEL VALOR DE LA FUNCION Y SU SEGUNDA DERIVADA.
1730      I=1
1740      T= DOMAIN(J)
1750      IF (T.GE.X(1)) GOTO 650
1760      580 WRITE(II,100)
1770      100 FORMAT(10X,"ERROR EN LA SUBROUTINA SPL11:",
1780      1 "ARGUMENTO FUERA DE LIMITE.")
1790      WRITE(II,20) X(1),X(N),J,DOMAIN(J)
1800      20 FORMAT(10X,"X(1)= ",G16.6,10X,"X(N)= ",G16.6,10X,
1810      1 "DOMAIN(",15,")= ",G16.6)
1820      GO TO 555
1830      650 I= I+1
1840      IF (I.GT.N) GOTO 580
1850      IF (T.GT.X(I)) GOTO 650
1860      I= I-1
1870      H= DOMAIN(J)-X(I)
1880      T= DOMAIN(J)-X(I+1); XX=H*T
1890      SS= S(I)+H*G(I); Z= 1./6.
1900      U= S*(S(I)+S(I+1)+SS)
1910      W= (Y(I+1)-Y(I))/(X(I+1)-X(I))
1920      FUNC(J)= W*H+Y(I)+XX*U; % VALOR DE LA FUNCION.
1930      DERIV(J)= W+(H+T)*U+Z*XX*G(I); % IDEM DE LA SEGUNDA DERI-
      VADA.
1940      780 CONTINUE
1950      820 IINT= 0; % CALCULO DEL VALOR DE LA INTEGRAL DE X(1) A ---
      X(N).
1960      DO 860 I=1, N-1
1970      H= X(I+1)- X(I)
1980      IINT=IINT+0.5*H*(Y(I)+Y(I+1))-(H/24.)*(H**2.)*(S(I)+S(I+1))
1990      860 CONTINUE
2000      GOTO 560
2010      555 ERROR=1.0
2020      560 RETURN
2030      END
2070      SUBROUTINE TRF1 (TITULO)
2080      COMMON/TRFUNO/XO,DX,MEXP
2090      COMMON&SHARE/X(1025), Y(1025), DOMAIN(1025),
2100      1 DERIV(1025), FUNC(1025)
2110      REAL MIN,MAX,XR*8,XI*8,FW*8,LNFW*8,HAN*8,LNHAN*8,
2120      *T3PS*8,T5PS*8,LN3PS*8,LN5PS*8,FW1*8

```

```

2140 DIMENSION TITULO(12),LNHN(1025),LN3PS(1025),LN5PS(1025)
2150 DIMENSION XR(1025),XI(1025),FW(1025),LNFW(1025),FW1(1027)
2160 DOUBLE PRECISION FWORI(1025),FWNOR(20),FWMAX,RESP
2180 M= MEXP
2190 N=2**M
2280 DO 22 IK=1,N
2290 22 XR(IK)= DBLE(FUNC(IK))
2380 T=N*DX
2390 DELFR=1.0/T % DELTA DE FRECUENCIA.
2400 DO 66 I=1,N
2410 IF (I.EQ.1) DMAIN= DOMAIN(I)
2420 XR(I)= FUNC(I)*T % XR(I)= FUNC*PERIODO=FUNC/DELFR
2460 XI(I)=0.0 D 00
2470 66 CONTINUE
2480 CALL FFT ( XR,XI,M,-1.) % XR: PARTE REAL, XI: PARTE IMAGI-
NARIA.
2600 DO 21 K=1,N
2610 FWORI(K)=XR(K)**2. +XI(K)**2.
2620 21 CONTINUE
2650 DO 25 KN=1,20
2660 25 FWNOR(KN)=FWORI(KN)
2670 CALL MAXMIN(FWNOR,20,MAX,MIN)
2680 FWMAX= DBLE(MAX)
2690 DO 26 K=1,N
2700 FW(K)= FWORI(K)/FWMAX
2710 26 CONTINUE
2720 C
2730 C CALCULO DEL RUIDO NORMALIZADO SUPONIENDO EXACTITUD DE LAS
2740 C MEDIDAS DE: (+/-) 10 GAMMAS.
2750 C RESP= DLOG(1.0/(12.0*FWMAX))
3280 WRITE(II,19) RESP,DELFR
3290 19 FORMAT(///10X,"VALOR DEL RUIDO NORMALIZADO DEFINIDO COMO"
3300 "LN [ (1/12)/E(0) ], "/15X,"PARA EXACTITUD DE: (+/-)10 ",
3310 "GAMMAS:",2P,X,G20.8///10X,"INTERVALO DE FRECUENCIA",
3320 "IGUAL A [1.0/PERIODO]:",2P,X,G22.10///)
3330 C
3340 C SE APLICA EL FILTRO DE HANNING, Y PROMEDIADO DE 3 y 5 PUN-
TOS:
3350 C WRITE(II,14)
3360 N3=N-2; MEDN3=N3/2+1
3370 FW1(1)=FH(5); FW1(MEDN3+4)= FW(MEDN3-2)
3380 MMM=MEDN3+2
3390 DO 24 MEM=1,MMM
3400 24 FW1(MEM+1)=FW(MEM)
3410 DO 23 ME=1,MEDN3
3420 HAN= FW(ME)*0.23+FW(ME+1)*0.54+FW(ME+2)*0.23
3430 LNHN(ME)=DLOG(DABS(HAN))
3440 FREC2=ME*DELFR; MEM1=ME-1
3450 C
3460 T3PS=(FW(ME)+FW(ME+1)+FW(ME+2))/3.0
3470 LN3PS(ME)=DLOG(DABS(T3PS))

```

```

3480 C
3490 T5PS=(FW1(ME)+FW1(ME+1)+FW1(ME+2)+FW1(ME+3)+FW1(ME+4))/5.0
3500 LNSPS(ME)=DLOG(DABS(T5PS))
3510 C
3520 C WRITE(II,15)MEM1,FREC2,HAN,LNHAN(ME),T3PS,LN3PS(ME),
3530 C *T5PS,LNSPS(ME)
3540 23 CONTINUE
3550 14 FORMAT(10(/),33X,"APLICACION DEL FILTRO DE HAMMING,Y",
3560 1 "PROMEDIADO DE 3 Y 5 PUNTOS:""///T4,"#,T13,"FRECUEN-
CIA:",
2 T34,"HAMMING:",T48,"LN(HAMMING):",T69,"3-PUNTOS:",T83,
3 "LN(3-PUNTOS):",T105,"5-PUNTOS:",T119,"LN(5-PUNTOS):"///)
3570 15 FORMAT(X,14,7(3P,X,G17.6))
3600 C
3610 WRITE(II,16)
3620 16 FORMAT(5(/),50X,"GRAFICA CON EL FILTRO DE HAMMING:""///)
3630 CALL MAXMIN(LNHAN,MEDN3,MAX,MIN)
3640 CALL GRAF(LNHAN,MIN,MAX,MEDN3,DELF,DELF, TITULO)
3760 C AJUSTE DE RECTAS A LA GRAFICA DEL ESPECTRO LOGARITMICO:
3770 CALL MINI2(MEDN3,LNHAN,DELF)
3780 C (# PUNTOS,ORDENADA,ABSISA)
3790 RETURN; END
3820 C
3830 SUBROUTINE GRAF(Y,YMINN,YMAXX,N,BEGINX,DELTAX,TITULO)
3840 DIMENSION Y(N), TITULO(12)
3850 REAL Y*8, CHAR(101),BIG/1.E55/
3860 C DOBLE PRECISION A "Y".
3870 LL= 5; II= 6
3880 DATA NSPACE,DASH,EYE,STAR,BLANK,CHAR/1,1H,1H:,1H*,1O2*1H/
3890 WRITE(II,12) TITULO
3900 12 FORMAT(2(/),X,131(1H*),T31,12A6,3(/))
3910 C 72 CARACTERES EN UN RENGLON.
3920 YMIN= YMINN
3930 YMAX= YMAXX
3940 NABS= IABS(N)
3950 IF(N.LT.0) GOTO 11
3960 IF(YMAX.GE.BIG) YMAX= BIG
3970 DO 1 I=1, NABS
3980 IF(Y(I).GE.BIG) GOTO 1
3990 IF(YMAX.LT.Y(I)) YMAX=Y(I)
4000 1 IF(YMIN.GT.Y(I)) YMIN=Y(I)
4010 11 XMAX= BEGINX + FLOAT(NABS-1) * DELTAX
4020 YINT= (YMAX-YMIN)/100.
4030 NAX=0
4040 IF(XMAX*BEGINX.LE.0.) NAX= 1.5- BEGINX/DELTAX
4050 NAY=0
4060 IF(YMAX+YMIN.LE.0.) NAY=1.5-YMIN/YINT
4070 IF(NAY.NE.0) CHAR(NAY)=EYE
4080 WRITE(II,5) BEGINX,DELTAX
4090 5 FORMAT(/12X,"XMIN=",1P,G12.4,67X,"XINC= ",1P,G12.4//
4100 *13X,1H.,51(2H.))
4110 DO 6 I=1, NABS
4120 X = BEGINX+ FLOAT(I-1) * DELTAX

```

```

4130      IF (I.NE.NAX)GOTO3
4140      DO 4 J=1, 101
4150      4 CHAR(J)= DASH
4160      3 IF (Y(I) .GT. YMAX,OR,Y(I) .LT. YMIN) GOTO 10
4170      NSPACE= (Y(I)-YMIN) / YINT+1.5
4180      CHAR(NSPACE)= STAR
4190      10 WRITE (II,2) CHAR,Y(I),X
4200      2 FORMAT (1H/,12X,1H.,101A1,1H.,1P,G12.4,T2,1P,E11.4)
4210      IF (I.NE.NAX) GOTO 7
4220      DO 9 J=1, 101
4230      9 CHAR(J)= BLANK
4240      7 CHAR(NSPACE)= BLANK
4250      6 IF (NAY.NE.0) CHAR(NAY)= EYE
4260      IF (NAY.NE.0) CHAR(NAY)= BLANK
4270      WRITE (II,8) XMAX, YINT, YMIN, YMAX
4280      8 FORMAT (13X,1H.,51(2H.))//12X,"XMAX= ",1P,G12.4,67X,
4290      * "YINT= ",1P,G12.4/1 HO,12X,"YMIN= ",1P,G12.4,67X,
4300      * "YMAX= ",1P,G12.4)
4310      RETURN
4320      END
4360      SUBROUTINE FFT( XR,XI,N,SIGN)
4370      DIMENSION M(1500)
4380      DOUBLE PRECISION XR(1500),XI(1500),QR,QI,HOLDR,HOLDI
4390      LX= 2**N
4400      DO 1 I= 1,N
4410      1 M(I)= 2**(N-I)
4420      DO 4 L=1,N
4430      NBLOC= 2** (L-1); LBLOC= LX/NBLOC
4440      LBHAF= LBLOC/2; K=0
4450      DO 4 IBLOC=1, NBLOC
4460      FK=K; FLX=LX
4470      V= SING* 2.0*3.141592654 * FK/FLX
4480      WKR=COS(V); WKI=SIN(V)
4490      ISTAT= LBLOC* (IBLOC-1)
4500      DO 2 I=1, LBHAF
4510      J= ISTAT + I
4520      JH= J+LBHAF
4530      QR= XR(JH)*WKR- XI(JH)*WKI
4540      QI= XI(JH)*WKR+ XR(JH)*WKI
4550      XR(JH)= XR(J)-QR; XI(JH)= XI(J)-QI
4560      XR(J)= XR(J)+QR; XI(J)= XI(J)+QI
4570      2 CONTINUE
4580      DO 3 I=2, N
4590      II=I
4600      IF(K-M(I))4,3,3
4610      3 K= K-M(I)
4620      4 K= K+M(II)
4630      K=0
4640      DO 8 J=1, LX
4650      IF (K-J) 5,6,6
4660      6 HOLDR= XR(J)
4670      HOLDI= XI(J)

```

```

4680      XR(J)= XR(K+1); XI(J)= XI(K+1)
4690      XR(K+1)= HOLDR; XI(K+1)= HOLDI
4700      5 DO 7 I=1,N
4710          II=I
4720      .. IF(K-M(I)) 8,7,7
4730      7 K=K-M(I)
4740      8 K=K+M(II)
4750          IF(SIGN) 9,11,11
4760      9 DO 10 I= 1,LX
4770          XR(I)= XR(I)/FLX; XI(I)= XI(I)/FLX
4780      10 CONTINUE
4790      11 RETURN
4800      END
4840      SUBROUTINE MAXMIN (Z,N,MAX,MIN)
4850      REAL MAX,MIN,Z*8; % DOBLE PRECISION A Z.
4860      DIMENSION Z(1500)
4870      MAX=0.; MIN=0.
4880      DO 200 I=1,N
4890          IF(Z(I).GT.MAX) MAX= Z(I)
4900          IF(Z(I).LT.MIN) MIN= Z(I)
4910      200 CONTINUE
4920      RETURN
4930      END
6040      SUBROUTINE MINIMO(N) % REGRESION LINEAL (MINIMOS CUADRA--
        DOS).
6050      DIMENSION S(21),A(30,30),B(30),XR(30),ZN(1025),
6060      *IPS(30),UL(30,30).
6070      COMMON/SHARE/X(1025),Y(1025), DOMAIN(1025),
6080      *DERIV(1025),FUNC(1025)
6090      COMMON IPS
6100      LL=5; II=6
6110 C
6120 C
6130      DO 400 KI=1,21
6140      S(KI)=0.
6150      400 CONTINUE
6160      DO 500 I=1,N % LECTURA DE "N" DATOS.
6170      READ(LL,/) X1,Z
6180 C
6190 C      A*SIGMA(X1**2) + B*SIGMA(X1) = SIGMA(Y*X1)
6200 C      A*SIGMA(X1) + B*N = SIGMA(Y)
6210 C
6220      S(1)= S(1)+1 % "N"
6230      S(2)= S(2)+X1 % SIGMA(X1). (SIGMA=SUMATORIA).
6240      S(4)= S(4)+X1*X1 % SIGMA(X1**2)
6250 C
6260      S(16)= S(16)+Z % SIGMA(Y)
6270      S(17)= S(17)+ X1*Z % SIGMA(Y*X1)
6280      X(I)= X1 % ABSISA ORIGINAL (CON ESTA SE TRABAJARA).
6290      ZN(I)= Z % VALOR DE CAMPO ORIGINAL.
6300      500 CONTINUE

```

```

6420      A(1,1)= S(1)
6430      A(1,2)= S(2)
6440      A(2,1)= S(2)
6450      A(2,2)= S(4)
6460 C
6470      B(1)= S(16); B(2)= S(17)
6480      NN=2 & UNA RECTA: SOLO 2 COEFICIENTES.
6490 C
6500      CALL DECOMP(NN,A,UL)
6510      CALL SOLVE(NN,UL,B,XR)
6520 C      CALL IMPROV(NN,A,UL,B,XR,DIGITS)
6530 C
6540      WRITE(II,555)
6550      555 FORMAT(////10X,"DATOS DE CAMPO ORIGINAL,Y VALORES DEL ",
6560      * "REGIONAL Y RESIDUAL (ABSISAS EN ORDEN CRECIENTE)|):"//T4,
6570      * "DATO #:" ,T25,"ABSISA:" ,T38,"VALOR ORIGINAL:" ,
6580      * T65, "REGIONAL:" , T86,"RESIDUAL:"//)
6590 C
6600 C
6610      DO 600 K=1,N
6620      FXY2= XR(1)+XR(2)*X(K) & REGIONAL (RECTA: Y= A+B*X).
6630      FXY2R= ZN(K)-FXY2 & RESIDUAL= VALOR ORIGINAL - REGIONAL.
6640      Y(K)= FXY2R & ORDENADA CON LA QUE SE TRABAJARA (RESIDUAL).
6650 C
6660      WRITE(II,888) K,X(K),ZN(K),FXY2,Y(K)
6670 C      ESCRIBE: # DE DATO,ABSISA,VALOR ORIGINAL,REGIONAL,RESIDUAL
6680      888 FORMAT(X,I9,4(3P,X,G20.8))
6690      600 CONTINUE
6700 C
6710 C
6720 C      ESCRITURA DE LOS COEFICIENTES DE LA RECTA ('A' Y 'B').
6730      WRITE(II,777) (XR(LE),LE=1,NN)
6740      777 FORMAT(5//),10X,"PARAMETROS DE LA RECTA QUE SE AJUSTO",
6750      *"MEJOR A LOS DATOS,USADA COMO VALOR REGIONAL"//T9,
6760      *"ORDENADA EN EL ORIGEN:" ,T41,"PENDIENTE:"//10X,
6770      * 2(3P,X,G20.6)//)
6780      RETURN
6790      END
6830      SUBROUTINE DECOMP(NN,A,UL)
6840      DIMENSION A(30,30),UL(30,30),SCALES(30),IPS(30)
6850      COMMON IPS
6860      N= NN
6870 C
6880 C      "INICIALIZACION" DE: IPS,UL,SCALES
6890      DO 5 I=1,N
6900      IPS(I)= I
6910      ROWNRM= 0.
6920      DO 2 J=1,N
6930      UL(I,J)= A(I,J)
6940      IF (ROWNRM-ABS(UL(I,J))) 1,2,2
6950      1 ROWNRM= ABS(UL(I,J))
6960      2 CONTINUE

```

```

6970      IF (ROWNRM) 3,4,3
6980      3  SCALES(I) = 1./ROWNRM
6990      GOTO 5
7000      4  CALL SING(1)
7010      SCALES(I) = 0.0
7020      5  CONTINUE
7030  C    ELIMINACION GAUSSIANA CON PIVOTEO PARCIAL:
7040      NM1 = N-1
7050      DO 17 K=1, NM1
7060      BIG = 0.0
7070      DO 11 I=K,N
7080      IP = IPS(I)
7090      SIZE = ABS(UL(IP,K)) * SCALES(IP)
7100      IF (SIZE-BIG) 11,11,10
7110      10 BIG = SIZE
7120      IDXPIV = I
7130      11 CONTINUE
7140      IF (BIG) 13,12,13
7150      12 CALL SING(2)
7160      GOTO 17
7170      13 IF (IDXPIV-K) 14,15,14
7180      14 J = IPS(K)
7190      IPS(K) = IPS(IDXPIV)
7200      IPS(IDXPIV) = J
7210      15 KP = IPS(K)
7220      PIVOT = UL(KP,K)
7230      KP1 = K+1
7240      DO 16 I=KP1,N
7250      IP = IPS(I)
7260      EM = -UL(IP,K)/PIVOT
7270      UL(IP,K) = -EM
7280      DO 16 J=KP1,N
7290      UL(IP,J) = UL(IP,J) + EM*UL(KP,J)
7300  C    "LAZO" INTERNO; USAR LENGUAJE DE MAQUINA SI EL COMPILADOR
7310  C    NO PRODUCE UN CODIGO EFICIENTE.
7320      16 CONTINUE
7330      17 CONTINUE
7340      KP = IPS(N)
7350      IF (UL(KP,N)) 19,18,19
7360      18 CALL SING(2)
7370  C
7380  C
7390      19 RETURN
7400      END
7440      SUBROUTINE SOLVE(NN,UL,B,XL)
7450      DIMENSION UL(30,30),B(30),XL(30),IPS(30)
7460      COMMON IPS
7470      N = NN
7480      NP1 = N+1
7490  C
7500      IP = IPS(1)
7510      XL(1) = B(IP)

```

```

7520      DO 2 I=2,N
7530      IP= IPS(I)
7540      IM1= I-1
7550      SUM= 0.0
7560      DO 1 J=1, IM1
7570      1  SUM = SUM+UL(IP,J)*XL(J)
7580      2  XL(I)= B(IP)-SUM
7590  C
7600      IP=IPS (N)
7610      XL(N)= XL(N)/UL (IP,N)
7620      DO 4 IBACK=2,N
7630      I= NP1-IBACK
7640  C      I  GOES (N-1),.....,1
7650      IP= IPS(I)
7660      IP1= I+1
7670      SUM= 0.0
7680      DO 3 J=IP1,N
7690      3  SUM= SUM+UL(IP,J)*XL(J)
7700      4  XL(I)= (XL(I)-SUM)/UL(IP,I)
7710  C
7720  C
7730      RETURN
7740      END
7780      SUBROUTINE SING(IWHY)
7790      11  FORMAT(/10X,"MATRIZ CON HILERA NULA AL DESCOMPONERSE"/)
7800      12  FORMAT(/10X,"MATRIZ SINGULAR EN LA DESCOMPOSICION.",
7810      * "DIVISION POR CERO EN LA SOLUCION."/)
7820      13  FORMAT(/10X,"NO HAY CONVERGENCIA EN 'IMPROV';",
7830      * "LA MATRIZ ES CASI SINGULAR."/)
7840      II=6
7850      GO TO(1,2,3),IWHY
7860      1  WRITE(II,11)
7870      GOTO 10
7880      2  WRITE(II,12)
7890      GO TO 10
7900      3  WRITE(II,13)
7910      10  CONTINUE
7920      RETURN
7930      END
7970      SUBROUTINE MINI2(NPTS,LNHAM,DELFR) % MINIMOS CUADRADOS.
7980  C
7990  C      DATOS: SE LEERA PRIMERO EL NUMERO DE RECTAS POR AJUSTAR Y
8000  C      POR PARES, LOS INDICES INFERIOR Y SUPERIOR ENTRE LOS QUE
8010  C      SE AJUSTARA CADA RECTA.
8020  C
8030      DIMENSION S(21),A(30,30),B(30),XR(30),ZN(1025),X(1025),
8040      * IPS(30),UL(30,30)
8050      REAL LNHAM*8
8060      DIMENSION LNHAM(1025),FREC(1025)
8070      COMMON IPS
8080      LL=5; II=6

```

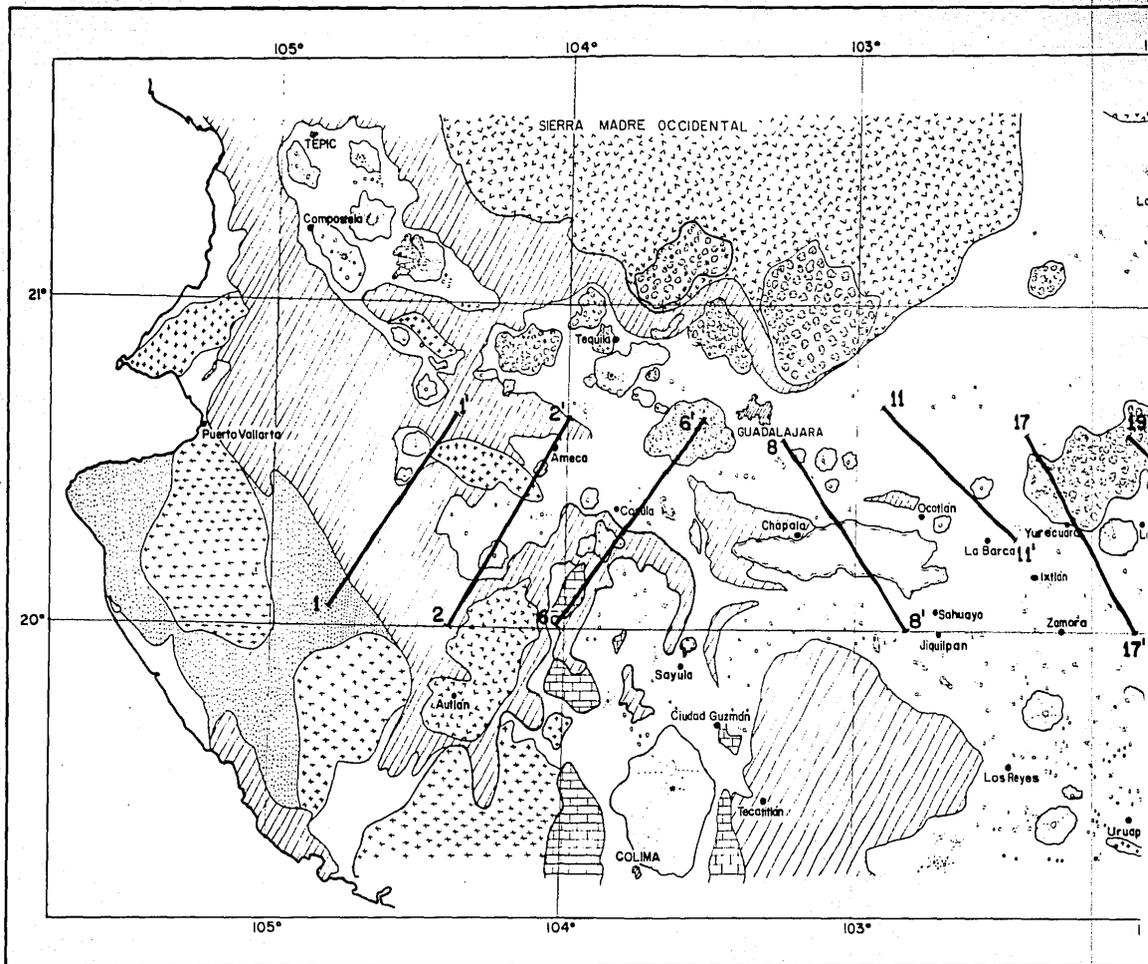
```

8090 C
8100 C
8110 DO 1 IN=1,NPTS
8130 LNHAM(IN)= SNGL(LNHAM(IN))
8140 1 FREC(IN)= IN*DELF R % CALCULO DE ABSISAS.
8150 READ(LL,/)NREC % # DE RECTAS POR AJUSTAR.
8160 IF(NREC) 91,91,2
8170 2 DO 3 IM=1,NREC
8180 C INDICES ENTRE LOS QUE SE AJUSTARA CADA RECTA:
8190 READ(LL,/)IINF,ISUP
8200 IF(IINF) 91,91,4
8210 4 IF(ISUP) 91,91,5
8220 5 CONTINUE
8230 DO 400 KI=1,21
8240 S(KI)=0.
8250 400 CONTINUE
8260 DO 500 I=IINF,ISUP
8270 X1=FREC(I); Z=LNHAM(I)
8320 S(1)= S(1)+1 % "N".
8330 S(2)= S(2)+X1 % SIGMA(X1). (SIGMA=SUMATORIA).
8340 S(4)= S(4)+X1*X1 % SIGMA(X1**2)
8350 C
8360 S(16)= S(16)+Z % SIGMA(Y)
8370 S(17)= S(17)+X1*Z % SIGMA(Y*X1)
8380 X(1)= X1 % ABSISA ORIGINAL (CON ESTA SE TRABAJARA).
8390 ZN(I)= Z % VALOR DE LA ORDENADA.
8400 500 CONTINUE
8410 C TRANSPOSICION DE MATRICES:
8420 A(1,1)= S(1)
8430 A(1,2)= S(2)
8440 A(2,1)= S(2)
8450 A(2,2)= S(4)
8460 C
8470 B(1)= S(16); B(2)= S(17)
8480 NN=2 % UNA RECTA: SOLO 2 COEFICIENTES.
8490 C
8500 CALL DECOMP(NN,A,UL)
8510 CALL SOLVE(NN,UL,B,XR)
8520 C
8530 PEND=XR(2)
8540 PROF=PEND/(4.0*3.141592654)
8610 WRITE(II,77) IM,IINF,ISUP,(XR(LE),LE=1,NN),PROF
77 FORMAT(///10X,"PARAMETROS DE LA RECTA #:",14,
* "AJUSTADA ENTRE LOS PUNTOS #:",15," Y #:",15//T10,
* "ORDENADA EN EL ORIGEN:",T43,"PENDIENTE:",T55,
* "PROFUNDIDAD EN KM.:"//10X,3(3P,X,G20.6))
8660 3 CONTINUE
8670 91 RETURN
8680 END

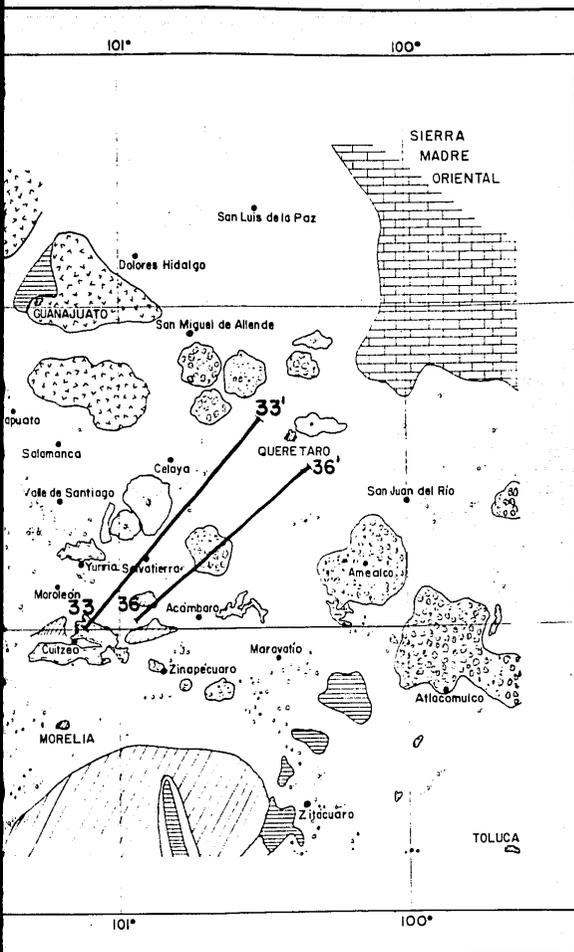
```

ADDENDA

2860 MEDN=(N/2)+1  
3080 DO 11 KA=1, N  
3090 LNFW(KA)= DLOG(DABS(FW(KA)))  
3110 11 CONTINUE







**SIMBOLOGIA:**

-  Volcanismo basáltico-andesítico Plio-Cuaternario del Eje Neovolcánico.
-  Rocas ácidas Plio-Cuaternarias del Eje Neovolcánico.
-  Igimbritas Miocénicas de la Sierra Madre Occidental.
-  Vulcanitas del Oligo-Mioceno (andesitas).
-  Secuencia detritica continental Eoceno-Oligoceno.
-  Rocas Mesozoicas marinas, plegadas.
-  Rocas metamórficas del Jurásico-Cretácico Inferior.
-  Granitos de edad Cretácica a Miocénica.
-  Basamento Pre-Mesozoico.

Perfil número 5.

MAPA BASE TOMADO DE DEMANT, 1974.

ESCALA GRAFICA



<b>U N A M</b>	
<b>FACULTAD DE INGENIERIA</b>	
<b>DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO</b>	
TESIS DE MAESTRIA EN: INGENIERIA EN EXPLORACION DE RECURSOS ENERGETICOS DEL SUBSUELO	
<b>LOCALIZACION DE PERFILES AEROMAGNETOMETRICOS</b>	
NOVIEMBRE DE 1983 PLANO No 1	MIGUEL ANGEL ARROYO ESQUIVEL