26
52

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

TRANSICION DEMOGRAFICA EN MEXICO A TRAVES DE LAS VARIABLES MORTALIDAD, NATALIDAD Y ESTRUCTURA POR EDADES.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE :

A C T U A R I O

PRESENTA :

ALEJANDRO VARGAS HERNANDEZ

MEXICO, D.F. AGOSTO 1987.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

INTRODUCCION

En este estudio, se aborda la transición demográfica en México, a través de la mortalidad y natalidad registradas en los años de 1960, 1970 y 1980, analizados simultáneamente mediante la utilización de un método matemático que incluye además el análisis de las estructuras por edad presente y esperada, según las condiciones existentes en cada uno de los años mencionados anteriormente.

El método matemático está basado en la aplicación de la matríz de proyección de población, desarrollada en el libro "Introducción a las Matemáticas de Población" de Nathan Keyfitz capítulos I y II y apoyada por los apuntes personales del curso "Demografía I".

La teoría de la Transición Demográfica, dá estructura al análisis que se desprende de la aplicación del método matemático anterior, a través de la observación de las características presentes y futuras de la población. El planteamiento teórico, es condensado del capítulo I de la Tesis de Alba Hernández Francisco.

Finalmente, se presenta un resúmen de las principales características del desarrollo y expectativas del proceso de la transición demográfica en México.

I N D I C E

		Página
I.	TEORIA DE LA TRANSICION DEMOGRAFICA	5
II.	MORTALIDAD	
	A. ANTECEDENTES	8
	B. TABLA DE VIDA	9
	a. Supuestos de Uniformidad y Estabilidad	11
	b. Diagrama de Lexis	14
	c. Probabilidad de muerte	17
	1. Cohorte ficticia	22
	d. Población estacionaria	25
	E. Construcción de una Tabla de Vida	28
III.	NATALIDAD	
	A. TASAS DE NATALIDAD Y FECUNDIDAD	34
IV.	PROYECCION DE POBLACION	
	A. CONTRUCCION DE LA MATRIZ DE PROYECCION L	36
	B. SUBMATRIZ DE PROYECCION M	
	a. Planteamiento	40
	b. Características especiales	
	1. Polinomio característico	42
	2. Vectores característicos	44

Página

V. ANALISIS DEL DESARROLLO DEMOGRAFICO EN MEXICO

A. OBJETIVO 52

B. MORTALIDAD [illegible]

a. Evolución 52

b. Estructura por edades en ausencia de la natalidad 55

c. Comparación de la mortalidad masculina y femenina 57

C. NATALIDAD

a. Evolución social e influencia demográfica 60

D. EVOLUCION DE LA ESTRUCTURA POR EDADES 64

E. EXPECTATIVAS DE CRECIMIENTO 66

CONCLUSIONES 69

ANEXO 71

BIBLIOGRAFIA 89

I. TEORIA DE LA TRANSICION DEMOGRAFICA

La teoría de la transición demográfica, intenta analizar y explicar la transformación que sufren las poblaciones en relación con su crecimiento, desde el equilibrio natural de éstas, hasta el artificialmente creado por el hombre.

La teoría establece tres etapas. La primera, determinada por una natalidad y mortalidad notablemente altas, pero cuyo resultado es una población con un lento crecimiento. La segunda, caracterizada por la declinación de la natalidad y mortalidad, dando por resultado una población con rápido crecimiento.

Por último, en la tercer etapa la natalidad disminuye a tal grado que el crecimiento de la población es más o menos nulo, formando un equilibrio en el que la población no crece o disminuye en forma significativa.

Este planteamiento, en su primera etapa supone el equilibrio natural al que estan sujetas todas las especies del reino animal incluyendo al hombre, y cuya base se centra en la observación de altas tasas de natalidad y mortalidad. Durante esta etapa, la sociedad fomenta la procreación como medio de mantener el equilibrio natural, el cual prevalece mientras los medios de subsistencia desarrollados por la humanidad son ineficientes y no producen lo necesario para proporcionar a sus poblaciones un mejor nivel de vida.

Durante esta primer etapa, la población humana aumenta en número, pero lo hace a ritmo muy lento y en ocasiones se ve disminuída por epidemias y guerras.

Un primer indicio de una evidente disminución en las tasas de mortalidad lo es el efecto de una mejor alimentación, producto de la evolución en los métodos y sistemas sociales de producción agrícola. Posteriormente, el avance científico aumenta las posibilidades de disminuir las tasas de mortalidad por la sistematización del conocimiento médico y la continua evolución de la salubridad social, así como el desarrollo industrial.

La disminución en las tasas de mortalidad rompen con el equilibrio natural de la población, dando paso a un rápido crecimiento demográfico, características de la segunda etapa de la teoría de la transición demográfica.

Durante este proceso, se crean las condiciones culturales e ideológicas necesarias para reducir las tasas de natalidad, modificando creencias religiosas o sustituendo ignorancia por conocimiento. La disminución en las tasas de natalidad se logra, en la mayoría de los casos, como resultado de la conciencia social en favor de la reducción de las tasas de natalidad.

Finalmente, es la tercer etapa en la que predominan tasas de natalidad y mortalidad sensiblemente bajas, dando por resultado una población sin aumento o disminución importante. Una población con estas características es deseable, ya que los recursos naturales que puede ofrecer un suelo limitado, llegan a resultar insuficientes para una población creciente.

Existen evidencias para suponer que la población mexicana se encuentra en el proceso de disminuír sus tasas de natalidad, experimentando tasas de mortalidad bajas. En el estudio de esta evolución se centra el presente trabajo y se analizan las condiciones demográficas con las cuales se alcanzarán la tercer etapa.

II. MORTALIDAD

A. ANTECEDENTES

La mortalidad es uno de los factores que inciden directamente en la transición demográfica, por medio del cual una población va dando paso a nuevas generaciones a través de la desaparición paulatina de ella misma.

Muchos factores de la experiencia humana afectan de manera positiva o negativa la capacidad del hombre para enfrentar la muerte, de igual manera, los avances que se logran en favor de la prolongación de la vida del ser humano, hacen necesario el tomar conciencia de la necesidad de la sociedad humana para generar más riqueza y evitar hacer más fuerte la ya existente pobreza y condiciones de algunos grupos humanos.

Se aborda el tema de la mortalidad bajo los principios demográficos, principalmente en el aspecto técnico y un análisis de sus características mas relevantes. La que salta más a la vista es la representada por la tasa bruta de mortalidad, la cual se calcula como el cociente del número de defunciones ocurridas durante un año calendario t, entre el total de personas presentes en ese mismo periodo de tiempo. Si se denota con D a las defunciones y con P al total de personas, la tasa bruta de mortalidad es

$$(D/P)\ 100\ ,$$

que indica el número de muertes ocurridos por cada 100 personas presentes.

La información necesaria para el cálculo de este indicador se obtiene de censos y estadísticas vitales. Los censos proporcionan el número total de personas en un determinado año calendario y las estadísticas vitales, el número de defunciones correspondientes al mismo periodo de tiempo.

Es posible encontrar estos datos por grupos de edades, generalmente de cinco años, obteniendo así las llamadas tasas específicas de mortalidad para grupos quinquenales $({}_5m_x)$, que se calcula como el cociente del número de defunciones ocurridas a personas con edades de x a $x+4$ $({}_5D_x)$, dividido por el número de personas vivas con edades de x a $x+4$ $({}_5P_x)$. De aquí que

$$
{}_5m_x = \frac{{}_5D_x}{{}_5P_x} .
$$

B. TABLA DE VIDA

Analizando más detenidamente el fenómeno mortalidad, al estudiarse una población a través del tiempo y en ausencia de cualquier otro fenómeno, se observa una disminución en el número de sus integrantes, la cual impacta con diferente intensidad a distintos grupos de edades. Una tabla de vida resume el impacto de la mortalidad a la que está sujeta una población. De entre los fines prácticos para los cuales se construye, está el determinar en este momento como se va enfrentando una persona a la muerte a través de los años. Esto proporciona las bases indispensables para inferir el proceso de desaparición de un grupo de personas con el paso del tiempo.

La muerte en los seres humanos es forzosa, si se deja pasar el suficiente tiempo, se dice entonces que las personas morirán son probabilidad 1, sin embargo, no es posible determinar con certeza el momento en el cual se presentará. Lo anterior, expresado de otra manera, señala la existencia de incertidumbre, la cual puede ser medida por medio de probabilidades.

La construcción de la tabla de vida comienza precisamente con el cálculo de la serie de probabilidades para cada edad, o grupos de edades en el que se utiliza la concepción frecuentista de probabilidad.

Este concepto señala que la probabilidad de que ocurra un fenómeno, está dada por la relación que guarda el número de casos realizados y el número de casos posibles. Esto es, si n es el número de casos realizados y N el de casos posibles, entonces la probabilidad asociada p está dada por la siguiente expresión:

$$p = \frac{n}{N} \quad ,$$

como es fácil observar, el valor de p siempre estará en el intervalo $[0,1]$.

Se define la probabilidad de que una persona muera de edad x como el número de personas que habiendo alcanzado la edad x

no sobreviven a la edad x+1, entre el número de personas que alcanzaron la edad x.

El cálculo directo de estas probabilidades presenta dos problemas:

a) En párrafos anteriores, se dijo que de entre los fines prácticos para los cuales se construye una tabla de vida, está el poder predecir en este momento, como va estando expuesta una persona a morir a través de los años. La problemática reside en el aceptar que una afirmación de este estilo es posible.

b) La información con la que se dispone para el cálculo de las probabilidades, nunca presenta el número de personas que cumplieron edad x en un determinado año t, lo cual es indispensable para su cálculo.

Para enfrentar estos problemas se establecen ciertos supuestos que hacen posible formar el marco teórico sobre el cual se pueden resolver.

a. Supuestos de Uniformidad y Estabilidad.

La matemática, por su estructura rígida, imposibilita la aplicación directa a disciplinas no exactas como lo son las ciencias sociales o económicas, por tal motivo, es necesario establecer un puente que las una, el cual lo constituyen los supuestos que en ocasiones suelen considerarse como verdades a medias, debido a que dentro del desarrollo teórico-formal del problema, se toman como ciertos, aunque en la situación real no lo sean del todo.

Se justificará el poder extrapolar la probabilidad de fallecer a la que se va enfrentando sucesivamente una persona, bajo el supuesto de que la mortalidad permanece invariante. De igual manera, para estar en condiciones de calcular estas probabilidades, será necesario suponer que el número de defunciones se distribuye uniformemente durante el año.

Estas aseveraciones son un reflejo idealizado de lo que en la realidad sucede, basta observar que existen ciertos grupos de edad que son objeto de mayor mortandad y cuyas causas están relacionadas directamente con el grupo de edad al cual pertenecen. Por ejemplo, es posible constatar que en edades cercanas al nacimiento, los porcentajes de defunciones son muy altos, siendo la causa intrínseca, la desprotección en que se encuentra el organismo humano en estos momentos de su existencia.

De igual forma, el envejecimiento disminuye la capacidad que el hombre tiene para resistir a la muerte, lo que hace que a edades más avanzadas, aumenten las tasas específicas de mortalidad.

Lo anterior es una condición de la vida humana que se ha observado a lo largo del tiempo, aunque si bien, los avances en materia de salud disminuyen los efectos de la mortalidad, en ocasiones, otros factores del progreso la incrementan. De cualquier manera, a periodos cortos de tiempo corresponden modificaciones poco significativas y la comparación de éstos para distintos años, muestra las diferencias que una población va teniendo a través de los años.

El establecer que un atributo de cualquier fenómeno demográfico permanece constante, es denominado supuesto de estabilidad.

Otra suposición que se acepta y facilita la construcción de la tabla de vida es la uniformidad, la cual es una simplificación que elimina, al menos en teoría, la alta variabilidad que tiene el comportamiento de la mortalidad.

La uniformidad puede ser considerada desde dos ángulos: uno de ellos acepta que el número de defunciones registradas en un año se distribuye de manera tal, que si en un año se registran D_x defunciones de personas con edad cumplida x, se acepta que en la mitad del año se han dado la mitad de ellas, y en un mes se han registrado 1/12-avo de ellas, es decir, el número de muertes es proporcional al periodo de año que ha transcurrido; el segundo consiste en aceptar que si se registran D_x muertes de personas de edad x la mitad de ellas cumplió los x años en algún momento de ese año y la otra mitad los cumplió durante el año anterior, con lo que se está aceptando de manera indirecta que 1/2 de las personas muertas a edad x alcanzaron el x-ésimo aniversario en el año de estudio pero no llegaron con vida al final de ese mismo año. Este punto de vista, aunado con el hecho de que las personas que se encontrasen vivas al 31 de diciembre del año t con edad x, debie ron haber alcanzado su x-ésimo aniversario durante este año, permite calcular el número total de las personas que estuvieron expuestas a fallecer en el año t, desde el momento de cumplir su x-ésimo aniversario.

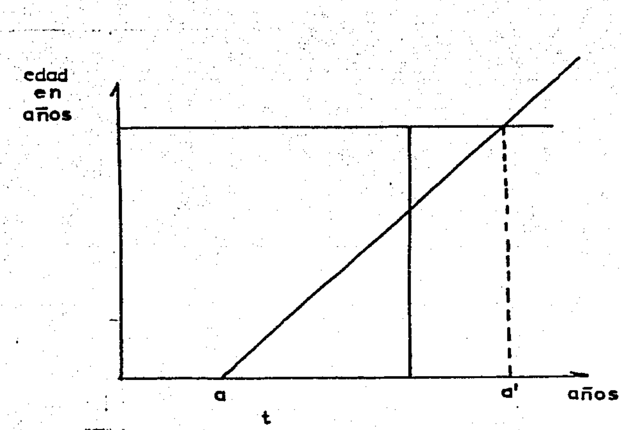
El número total de personas que cumplieron x años durante el año t está formado por las personas que habiendo alcanzado edad x en ese año fallecieron antes de alcanzar el final del mismo, $1/2\ D_x$, y por aquellas que sobrevivieron a ese mismo momento, P_x.

De esta forma, el número total de personas expuestas en el año está dado por $1/2\ D_x + P_x$.

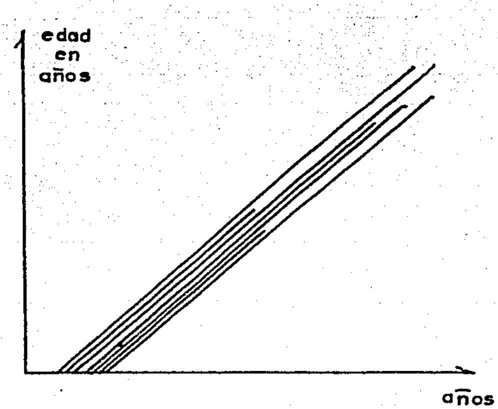
b. Diagrama de Lexis.

Los supuestos de estabilidad y uniformidad se pueden apreciar objetivamente mediante un instrumento gráfico muy empleado en demografía denominado Diagrama de Lexis.

figura 2.1



Línea de vida. Del nacimiento (a) al primer aniversario (a´).



Representación de una cohorte.

Este instrumento es una gráfica cartesiana en la que el eje de las abscisas representa el tiempo calendario y el eje de las ordenadas la edad, ambos medidos en años.

De esta manera, para una persona que haya nacido en un año dado, si se grafica el momento en el que nació contra la edad, se tiene un punto sobre la recta de las abscisas, justo en el momento de su nacimiento. De continuar esta persona con vida, ésta acumulará edad hasta que justo al siguiente año cumpla su primer aniversario, dando por resultado una línea recta a 45° , y que continuará hasta que fallezca, momento en que desaparecere la línea. Esta es llamada línea de vida y en realidad no se dibuja, pero la disposición que ofrece con respecto a los ejes ordenados permite un mejor análisis de varios conceptos, tal como el concepto de cohorte. Para los fines del presente estudio se entenderá por cohorte al grupo de líneas de vida correspondientes a las personas nacidas en un año dado y seguidas hasta su total extinción.

Bajo estas condiciones, el total de personas que alcanzan edad x durante el año t, está dado por el número de línes de vida que cruzan la semi-recta $\overline{ab}$ (figura 2.2). El punto de intersección de una línea de vida con una de las rectas horizontales, tales como la línea $\overline{ab}$, representa el momento en que una persona alcanza la edad x, momento en el cual se dice que ha alcanzado la edad exacta x.

Por otra parte, el número de líneas de vida que cruzan la recta $\overline{cb}$ representa el total de personas con edad cumplida x, al inicio del año t+1 , es decir, el número de personas que ya cumplieron edad x pero que en ese momento no han alcanzado el siguiente eniversario. Esta información es la que se obtiene a partir de los censos.

figura 2.2

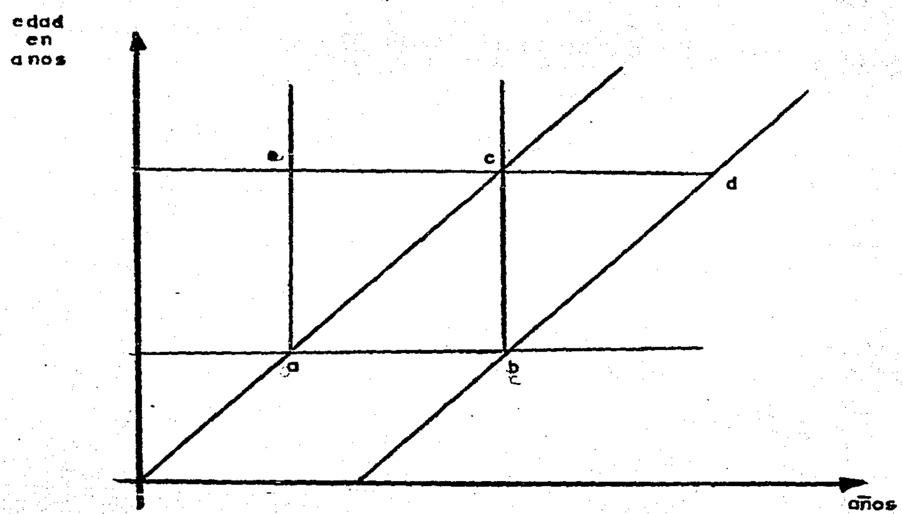


Diagrama de Lexis

Otra información cuya visualización facilita el Diagrama de Lexis, es el número de defunciones ocurridas en personas con edad cumplida x durante el año t, que está representada por el número de líneas de vida que terminan dentro del cuadro abce.

Esta información está disponible en el registro de Defunciones Ocurridas de las Estadísticas Vitales.

c. Probabilidad de muerte.

La disposición que presenta el Diagrama de Lexis, junto con los conceptos de edad exacta, edad cumplida y número de defunciones ocurridas a personas con edad cumplida x , facilita el cálculo del número de personas expuestas a morir a partir del momento de alcanzar la edad x , así como la utilización de los supuestos de estabilidad y uniformidad. El número de personas expuestas a la muerte, se puede ubicar en el Diagrama de Lexis como el número de líneas de vida que cruzaron la semirecta $\overline{ab}$, es decir, el número de personas que alcanzaron la edad x durante el año t.

Sin embargo, se dispone de esta información solo de manera indirecta y aproximada. El número de lineas de vida que cruzan $\overline{ab}$ está compuesta por todas aquellas que llegaron a cruzar la semirecta $\overline{cb}$ mas todas aquellas que habiendo cruzado $\overline{ab}$, no llegaron a cruzar $\overline{cb}$.

Por el supuesto de uniformidad es posible aceptar que el número de personas que cumplieron edad x en el año t pero que murieron antes de finalizar el año, es igual a $1/2\ D_x$, que se calcula según el triángulo abc del Diagrama de Lexis. Por lo tanto, el número de líneas que cruzaron $\overline{ab}$ está determinado por la expresión $1/2\ D_x + P_x$.

Para la escuela frecuentista de probabilidades, el número antes calculado representa el número total de casos posibles, faltando solamente determinar el número de casos ocurridos.

Para esto es necesario encontrar el número de defunciones que ocurrieron al total de personas que estuvieron expuestas, es decir, se busca el número de muertes que ocurrieron a personas que habiendo cumlido x años durante el año t, no llegaron a su siguiente aniversario.

Vía Diagrama de Lexis se está hablando del número total - de líneas de vida que terminaron en el romboide abcd.

El dato mencionado no se dispone en la información que se tiene, por lo que será necesario aproximarlo y para lo cual se utilizarán nuevamente los supuestos de estabilidad y uniformidad.

El registro de defunciones de las estadísticas vitales - proporciona el número de defunciones ocurridas en personas con edad x durante el año t, del cual se aproximará el número de - personas que habiendo alcanzado edad x durante el año t, no - llegó a su siguiente aniversario. Este número se compone por las personas que habiendo alcanzado edad x en el año t, murió antes de terminar el año, más aquellas que habiendo llegado a ese momento no alcanzaron su siguiente aniversario.

Por uniformidad se ha aceptado que $1/2\ D_x$ es el número de defunciones ocurridas antes de finalizar el año t (triángulo abc,figura 2.2) . Falta determinar el número de defuciones ocurridas en personas que habiendo cumplido edad x en el año t finalizaron el año pero no alcanzaron su siguiente aniversario (triángulo cbd, figura 2.2).

Bajo estabilidad se ha aceptado que todos los sucesos que se presentan en una población durante un año se repiten de igual manera indefinidamente, razón por la cual se puede aceptar que el número de defunciones ocurridas en un año t a personas que cumplieron edad x en el año t-1 (triángulo ace), se recorra quedando como el número de defunciones ocurridas en el año t+1 de personas que alcanzaron edad x en el año t (triángulo cbd, figura 2.2) siendo ambos $1/2\ D_x$.

De lo anterior se concluye que el número total de casos ocurridos es D_x .

Habiendo obtenido el número de casos posibles así como el número de casos ocurridos, se puede calcular la probabilidad de que una persona de edad x fallezca antes de alcanzar su siguiente aniversario.

La probabilidad de morir habiendo cumplido edad x, antes de alcanzar su siguiente aniversario es, por lo tanto:

$$q_x = \frac{D_x}{1/2\ D_x + P_x}$$

La expresión anterior es válida para cualquier edad x; exceptuando el caso en que no se cumplan los supuestos de uniformidad y estabilidad de una forma aceptable.

Precisamente para las edades cercanas al nacimiento, estos supuestos no pueden ser considerados como válidos, ya que la uniformidad es difícil de aceptar debido a que la mortalidad infantil entre los 0 y 1 años es mayor en los que no han alcanzado los 6 meses de edad que en aquellos que tienen entre 6 y 12 meses.

Sin embargo, el presente trabajo está enfocado el estudio de la mortalidad que se presenta a la población en un aspecto más general, que es el de agrupar las edades quinquenalmente. Por esta razón, lo que se va a calcular es la probabilidad de fallecer entre las edades x y x+5 ; dicho de otra manera, la probabilidad que tiene una persona que ha alcanzado la edad x, de no alcanzar la edad x+5. Para ésta, será necesario definir cual es el número de casos totales y de casos ocurridos, análogamente con lo realizado para edades individuales.

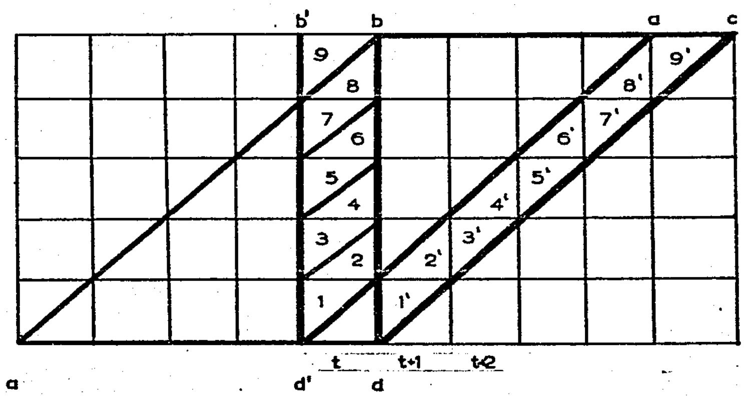
La probabilidad de fallecer antes de vivir 5 años más para una persona que acaba de cumplir x años $({}_5q_x)$, se maneja dentro de un quinquenio, periodo que será considerado como unidad de tiempo, de igual manera a lo empleado para edades individuales (q_x) .

Para el año t se calculará la probabilidad de que una persona que habiendo cumplido edad x no cumpla 5 años más, como el cociente formado por el número de personas que no alcanzaron la edad x+5 del grupo que cumplió x años durante el quinquenio que comprende los años t-4 a t y el número total de estos últimos. Por esto, la probabilidad a calcular, ${}_5q_x$, es :

$${}_5q_x = \frac{d_{x,x+4}}{P_{x,x+4}}$$

La información disponible para obtener el número de personas por grupo quinquenal (línea $\overline{bd}$, figura 2.3) es la censal, llevada al 31 de diciembre y, para el número de defunciones ocurridas por grupo quinquenal de edad (cuadro bb'dd', figura 2.3) el registro de defunciones de las estadísticas vitales.

figura 2.3



La cohorte ficticia se forma al encadenar cada subgrupo del 1 al 9 a sus respectivos primados.

Con esta información será necesario encontrar el número total de casos y el número de casos ocurridos, para calcular la probabilidad de fallecer antes de cumplir x+5, habiendo alcanzado edad x.

Estos cálculos son análogos a los realizados para edades individuales, excepto por algunas consideraciones que será preciso tomar en cuenta.

Se requiere encontrar una probabilidad cuyo efecto se produzca en el transcurso de un quinquenio, pero los datos con los cuales se calcula pertenecen a un año específico, situación que se preserva para hablar de la tabla de vida con experiencia del año t.

Es necesario encontrar el número total de defunciones de acuerdo a lo señalado con anterioridad. Para esto se introduce el concepto de cohorte ficticia, la cual se sustenta en los supuestos de uniformidad y estabilidad.

1. Cohorte ficticia.

La cohorte ficticia llamada así por no tener una existencia real, es en realidad el resultado de haber empleado de manera apropiada los supuestos señalados, a fin de formar una cohorte, que para los fines de cálculo de la probabilidad buscada, es de vital importancia. La cohorte ficticia sustenta la extrapolación del comportamiento de la mortalidad ocurrida a un grupo quinquenal de edades durante un determinado año a varios años. En particular a un periodo de 5 años.

Para formar la cohorte ficticia es necesario aplicar de manera consecutiva los supuestos de uniformidad y estabilidad, teniendo en cuenta el registro de las defunciones ocurridas en el año t $({}_5D_x)$. Para construir tal cohorte, se considerará la uniformidad al aceptar que el número de muertes registradas se distribuye proporcionalmente para cada edad, de forma tal, que si se tiene un total de ${}_5D_x$ defunciones para el grupo de edades x a x+4, a cada una de las edades corresponde la quinta parte de las muertes ocurridas.

El número de personas que fallecieron en el año t teniendo edad x está compuesto por dos grupos los cuales comparten el mismo año de defunción y la misma edad, pero no pertenecen a la misma cohorte (real).

Al suponer uniformidad se está aceptando que la mitad de ellos cumplió edad x en el año t y la otra mitad en el año t-1.

Es posible dividir el número de personas que fallecieron en el año t $({}_5D_x)$ con edad x+i; i=0,1,...,4 en 10 grupos, si se toma en cuenta que para cada i corresponden dos grupos relacionados con el año en que cada integrante alcanzó la edad x, a saber, uno en el año t-i y otro en el año t-(i+1).

La uniformidad permite suponer que a cada grupo corresponden 1/10 ${}_5D_x$ defunciones. La estabilidad, el desplazamiento de cada subgrupo para formar una cohorte que representa el número de defunciones de las personas que tenían edad x en el año t y que murieron antes de alcanzar la edad x+5 .

Esta es la cohorte ficticia y para la cual se han encadenado 10 subgrupos, cada uno representando 1/10 ${}_5D_x$ defunciones para formar un total de ${}_5D_x$.

Si se acepta que durante los años t-4 a t-1 sucedió exactamente lo mismo que en la cohorte ficticia del año t, se está en posibilidad de calcular el número de muertes de personas -

que alcanzaron edad x durante los años t-4 a t, reproduciendo 5 veces esta situación para obtener que el número de casos ocurridos es $5 \cdot {}_5D_x$ (romboide abcd, figura 2.3).

Siguiendo analogamente el procedimiento efectuado para el cálculo correspondiente a edades individuales, es necesario calcular el número de personas que cumplieron edad x en el transcurso de los años t-4 a t (líneas de vida que cruzan la semirecta $\overline{ad}$), para lo cual se utiliza el hecho de que el número de defunciones $5 \cdot {}_5D_x$, se distribuye uniformemente, así el número de casos posibles es ${}_5P_x+5/2 \cdot {}_5D_x$.

Habiendo encontrado el número total de casos y el de ocurridos, se está en posibilidad de calcular la probabilidad de fallecer entre las edades x y x+5. Esta es:

$$ {}_5q_x = \frac{5 \cdot {}_5D_x}{{}_5P_x+5/2 \cdot {}_5D_x} $$

El cálculo anterior es aplicable a cualquier persona que alcance edad x. Estas probabilidades están basadas en la observación registrada durante el año t, motivo por el cual se denominará a la tabla calculada con estos datos, Tabla de Vida Experiencia año t. Es posible aplicar esta tabla de vida en años diferentes al de observación si se supone que las condiciones de vida permanecen invariantes, mismas que cambian poco de un año a otro, a menos que surjan fenómenos extremos, como pudiera ser una conflagración o una epidemia.

d. Población Estacionaria.

Los cálculos anteriores presentan ciertas aseveraciones que no han quedado del todo explicadas. Por ejemplo, se afirmó que los cálculos anteriores definen una probabilidad, lo que debió ser comprobado. Por otro lado, el poder conocer la forma en que una persona se va enfrentando a la muerte, año con año de manera sucesiva, no es del todo precisa ni definida.

Lo anterior da entrada a la necesidad de formar un modelo poblacional que permita calcular y demostrar que la serie de las probabilidades de fallecimiento, efectivamente lo son. Este modelo está formado por una población denominada estacionaria, ya que en ella el supuesto de estabilidad adquiere importancia fundamental, debido a que éste supone la existencia de una población que siempre conserva el mismo número de individuos, siendo necesario que el número de defunciones sea igual al número de personas que comienzan a experimentar la mortalidad con edad cero (0) .

La población estacionaria se expresa a través de varias funciones, de entre las cuales una de las más importantes es el número de personas con edad exacta x (l_x) .

Estas funciones no tienen una existencia real, pero es en principio, la expresión mediante la cual se conoce a la población estacionaria.

La función l_x es vista como una cohorte observada, desde el momento de su nacimiento, su desarrollo a través de los años, hasta alcanzar su total extinción. El número de personas al principio de la existencia de la población es llamado radix, cuya notación es l_0 , cantidad que se decrementará al paso del tiempo por defunciones ya que no se aceptan nuevos individuos ni se excluyen los ya existentes, a menos que sea por defunción (población cerrada).

Dentro de los principales atributos que se le asignan a la función l_x está la continuidad, propiedad que permite tener una expresión matemática por medio de la cual se simplifica el estudio de la población estacionaria. La función l_x es a su vez monótona decreciente, reflejo de la mortalidad presente, ya que sólo se decrementa al no aceptar nuevos individuos.

Otra función de suma importancia es aquella que proporciona el número de defunciones ocurridas en la población estacionaria a personas que tenían edad exacta x, después de un periodo de tiempo n: ${}_nd_x$. Esta se calcula como el decremento de la función l_x en el periodo de tiempo [0,n] :

$${}_nd_x = l_x - l_{x+n}$$

Mediante las dos funciones anteriores es posible calcular ${}_nq_x$, bajo las condiciones del modelo teórico de la población estacionaria. Para realizar el cálculo se utiliza nuevamente la concepción frecuentista de probabilidades, siendo l_x el número total de casos y ${}_nd_x$ el número de casos ocurridos. Por tanto:

$$ {}_n q_x = \frac{{}_n d_x}{l_x} $$

Demostrar que ésta expresión cumple con los axiomas de probabilidad, se reduce a considerar las propiedades de la función l_x .

Según las condiciones teóricas de la población estacionaria y las probabilidades que se desprenden de ella, el aplicar de manera sucesiva la probabilidad de muerte a personas que van alcanzando edades consecutivas es totalmente válido, pues se ha supuesto estabilidad en todos los aspectos de la mortalidad.

La función l_x , por su naturaleza continua, representa el número de sobrevivientes del grupo nacido hace exactamente x años, cantidad que no tiene porque estar forzosamente medida en unidades de tiempo anuales enteras, sino que en general da la posibilidad de usar cualquier otra unidad de tiempo, ya que la continuidad garantiza conocer el número de sobrevivientes en cualquier momento.

De igual manera, la continuidad permite calcular la mortalidad promedio a partir de una cierta edad x para cualquier periodo de tiempo n, estableciéndose la siguiente igualdad:

$$ l_x \cdot \frac{{}_n q_x}{n} = \frac{l_x - l_{x+n}}{n} $$

Así mismo, permite calcular el número de muertes ocurridas en un periodo de tiempo infinitamente pequeño para una edad x :

$$\lim_{n \to 0} l_x \frac{{}_nq_x}{n} = \qquad (2.1)$$

$$\lim_{n \to 0} \frac{l_x - l_{x+n}}{n} \qquad (2.2)$$

Se define:

$$M_x = \lim_{n \to 0} \frac{{}_nq_x}{n} \qquad (2.3)$$

Por otra parte:

$$\lim_{n \to 0} \frac{l_x - l_{x+n}}{n} = - \frac{d}{dx} l_x \qquad (2.4)$$

Sustituyendo (2.3) y (2.4) en (2.1) y (2.2) respectivamente:

$$l_x \; M_x = - \frac{d}{dx} l_x$$

donde M_x es llamada, tasa instantánea de mortalidad.

e. Construcción de una Tabla de Vida.

En lo subsecuente se establecerán los procedimientos a emplear para construir una tabla de vida que permita conjuntar el modelo dela población estacionaria con la información que se obtiene de censos y/o estadísticas vitales.

Habiendo calculado la serie de las probabilidades ${}_5q_x$, se tiene la posibilidad de formar la serie del número de personas a edad x (l_x), calculadas para las edades iniciales del grupo quinquenal correspondiente, teniendo en cuenta que:

$$_5q_x = \frac{l_x - l_{x+5}}{l_x}$$

en donde

$$l_x \cdot {}_5q_x = l_x - l_{x+5} = {}_5d_x$$

y

$$l_{x+5} = l_x - {}_5q_x \cdot l_x = l_x\ (1 - {}_5q_x)\ ,$$

expresión que puede ser utilizada en forma recursiva, iniciando con la población l_0 (radix), calculando sucesivamente l_x para $x=5,10,15,\ldots,w-5$, siendo w la edad en la que ya no hay sobrevivientes, es decir, $l_w = 0$.

Dentro de los lineamientos teóricos de la población estacionaria, es posible considerar que la función l_x proporciona la estructura por edad, ya que al considerar que en cualquier momento han nacido y nacerán l_0 personas, al cabo de un tiempo t sobrevivirán l_t personas. El hecho de suponer que en cada momento nacen l_0 personas garantiza que la función l_x represente también la estructura por edad de la población estacionaria, debido a que se ha aceptado que la mortalidad a la que está sujeta es constante en el tiempo, de tal forma que se tendrá el número de sobrevivientes a cualquier momento y cuyas edades se encuentran entre los 0 y w años.

De igual forma, el número de personas que se encuentran con vida a edades entre x y x+5 está dada por la integral:

$$ {}_5L_x = \int_0^5 l_{x+t} \, dt \quad , \qquad (2.5) $$

lo cual significa que se está considerando el número de personas con edad exacta, de todas las edades posibles entre x y - x+5.

La integral anterior coincide con otro concepto importante que se define de manera similar, pero que considera la población estacionaria desde un punto de vista opuesto al aquí considerado, ya que está tomando la función l_x como la correspondiente estructura por edades en un momento, mientras que el siguiente planteamiento considera dicha función como el seguimiento de una cohorte a través del tiempo.

Con la fuerza de mortalidad, se está en posibilidad de - calcular el número de personas que mueren en un instante dado, mediante la multiplicación de la fuerza de mortalidad a edad x, por el número de personas de esa edad. El que este producto - sea igual al número de muertes que se producen en un instante dado, se discutió con anterioridad; el número de años persona acumulados por aquellos que se mantuvieron vivos antes de ser alcanzados por la muerte está dado por

$$ \int_0^{w-x} t \cdot l_{x+t} \, M_{x+t} \, dt = T_x \qquad (2.6) $$

ya que el total de años que alcanzaron a acumular l_x personas hasta el momento de su muerte está dado por:

$$t \cdot l_{x+t}\, M_{x+t}$$

el cual es sumado durante el periodo hasta la total extinción del grupo.

La expresión (2.6) puede ser simplificada al considerar - algunas de las definiciones de los elementos que intervienen - en ella, cuya expresión simplificada está dada por el lado derecho de la siguiente igualdad

$$\int_0^{w-x} t \cdot l_{x+t}\, M_{x+t}\, dt = \int_0^{w-x} l_{x+t}\, dt = T_x \quad ,$$

el cual es fácil de demostrar si se toma en cuenta que $l_x M_x$ es igual a $-\frac{d}{dx}\, l_x$ y se integra por partes.

Es importante notar que la integral puede ser expresada - como la población que se encuentra viva a edades que van desde los x años hasta la edad en que se extingue la población:

$$\int_0^{w-x} l_{x+t}\, dt = T_x$$

De esta manera, el número de años vividos por todas las - personas a partir de la edad x, T_x , coincide con el concepto de número de personas presentes ${}_mL_x$ mediante la siguiente - igualdad:

$$T_x = \sum_t {}_5L_{x+t} \quad , \quad t=0,5,\ldots,w-x-5$$

relación útil para la construcción de la tabla de vida y especialmente de la esperanza de vida que indica el número promedio de años que vivirá una persona de la población de edad x, si los patrones de mortalidad se mantuvieran constantes.

Su expresión matemática es:

$$e_x = \frac{T_x}{L_x}$$

Anteriormente se planteó que, dentro de los fines prácticos para los cuales se construye una tabla de vida, está el poder predecir en este momento el como se va a ir enfrentando una persona a la muerte a través de los años, y que esto da las bases indispensables para inferir el proceso de desaparición de un grupo de persnas.

Si se desea saber cuantas personas con edades entre x y x+5 sobrevivirán dentro de 5 años, una aproximación usada comunmente es:

$$_5P^1_{x+5} = {}_5P^0_x \cdot \frac{_5L_{x+5}}{_5L_x}$$

donde $_5P^0_x$ es el número de personas con edades entre x y x+5 y $_5P^1_{x+5}$ el número estimado de sobrevivientes 5 años después. En adelante, se omitirá el subíndice del lado izquierdo de la literal ya que todos los cálculos estarán referidos a grupos quinquenales.

Generalizando el concepto anterior, se puede establecer una proyección a n quinquenios mediante la siguiente igualdad:

$$P^{n}_{x+5n} = P^{0}_{x} \frac{{}_5L_{x+5n}}{{}_5L_{x}}$$

III. NATALIDAD

A. TASAS DE NATALIDAD Y FECUNDIDAD

La importancia en el estudio de la natalidad radica en que las características de ésta, determinan si una población aumenta o disminuye su tamaño.

El efecto de la mortalidad es una variable que la humanidad siempre buscará reducir a través de la investigación médica y el avance en el bienestar social, razón por la cual sólo es posible controlar el crecimiento de una población directamente con el control de la natalidad.

Una perspectiva general la presenta la tasa bruta de natalidad, que indica el número promedio de nacimientos por persona, y se calcula como el cociente formado por el número de nacimientos en un año entre el número de personas presentes en ese año.

La tasa específica de fecundidad proporciona una óptica menos general, ya que es la frecuencia de aparición del fenómeno en mujeres pertenecientes a un determinado grupo quinquenal de edades. De esta manera, si B_x es el número de nacimientos registrados en el año t, cuyas madres tienen edades de x a x+4 años, y p_x el número promedio de mujeres presentes durante ese año de las mismas edades, entonces la tasa específica de fecundidad está dada por:

$$F_x = \frac{B_x}{p_x} \quad ,$$

esta tasa proporciona un medio para estimar el número de personas nacidas durante un quinquenio y que hayan sobrevivido al final de éste, clasificadas según el grupo quinquenal de edad de la madre.

IV. PROYECCION DE LA POBLACION

A. CONSTRUCCION DE LA MATRIZ DE PROYECCION L

La tasa específica de fecundidad es tal, que para estimar el número de nacimientos ocurridos en el transcurso de un año, es necesario aplicarla a la población promedio anual.

La población promedio anual para un grupo de edad durante un quinquenio, está dada por la semisuma de la población inicial y final de ese grupo de edad. En otras palabras, si p_x^0 es el número de mujeres con edades entre los x y x+5 años al final del año t, y p_x^1 el número promedio de mujeres con edades entre los x y x+5 años al final del año t+5, entonces el número promedio anual de mujeres con edades entre los x y x+5 años de edad está dado por:

$$\frac{p_x^0 + p_x^1}{2} \qquad (4.1)$$

Así mismo, el número estimado de nacimientos ocurridos durante un quinquenio está dado por:

$$5 \cdot F_x \cdot \frac{p_x^0 + p_x^1}{2}\,, \qquad (4.2)$$

ya que F_x y la expresión (4.1) son anuales.

Para obtener el número de sobrevivientes al final del quinquenio, es necesario multiplicar la expresión (4.2) por un factor cuyo cálculo considere solamente el número de personas que habiendo nacido durante el quinquenio, lo terminan con vida.

Considérese el quinquenio como una unidad de tiempo. Las personas que nacieron en un momento t con $0 \geqslant t \geqslant 1$, durante el quinquenio y que llegaron con vida al final de éste, expresadas en términos de la población estacionaria son $l_{(5-5t)}$. La proporción de los que terminaron con vida el quinquenio con respecto al número de nacimientos ocurridos en el momento t, es:

$$\frac{l_{(5-5t)}}{l_0} ,$$

y por tanto, la proporción de sobrevivientes de nacimientos ocurridos durante todo el quinquenio está dado por la integral:

$$\int_0^1 \frac{l_{(5-5t)}}{l_0}\, dt = \frac{\int_0^5 l_t \, dt}{5 \cdot l_0} = \frac{1}{5} \frac{L_0}{l_0} \qquad (4.3)$$

El número de hijos nacidos vivos durante el quinquenio y que terminaron con vida el periodo, según el grupo quinquenal de edad de la madre, es:

$$\frac{L_0}{l_0} \cdot \frac{F_x}{2} \left[p_x^0 + p_x^1 \right]$$

resultado de multiplicar (4.2) por (4.3) y simplificar.

Considerando la estructura completa por edad de las mujeres en edad reproductiva, el número total de nacimientos está dado por:

$$\frac{1}{2}\frac{L_0}{l_0}\sum_{i=\frac{\alpha}{5}}^{\beta-5} F_i \left[p_i^0 + p_i^1\right] \qquad (4.4)$$

donde α es aquella edad en la que comienza la reproducción y β en la que termina.

Esta expresión puede ser simplificada si se toma en cuenta que:

$$p_{x+5}^1 = \frac{L_{x+5}}{L_5} p_x^0 \qquad (4.5)$$

$$\text{para} \quad x=\alpha,\ \alpha+5,\ \ +10, \ldots, \beta-5$$

y se sustituye en (4.4). Simplificando y distribuyendo apropiadamente, se tiene que el número de personas con edades entre los 0 y 5 años al final del quinquenio está dado por:

$$p_0^1 = \frac{L_0}{2l_0}\sum_{i=\alpha-5}^{\beta-5} p_i^0 \left[F_i + F_{i+5}\frac{L_{i+5}}{L_i}\right] \qquad (4.6)$$

El papel más importante de la natalidad, dentro del presente estudio, está en el estimar y prever el comportamiento del número de nacimientos, dentro del contexto de la población en general.

Las expresiones (4.5) y (4.6) proporcionan una estimación de la población cinco años más tarde.

Bajo el supuesto de estabilidad es posible expresar la po blación estimada en forma matricial. A saber:

$$\overline{P}^{(t)} \cdot L = \overline{P}^{(t+1)}$$

donde la matriz L es:

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & \cdots & \frac{L_0}{2l_0} F_\alpha \frac{L_\alpha}{L_{\alpha-5}} & \frac{L_0}{2l_0} F_{\alpha+5} \frac{L_{\alpha+5}}{L_\alpha} + F_\alpha & \cdots & 0 \\
\frac{L_5}{L_0} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & \frac{L_{10}}{L_5} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & \cdots & \frac{L_\alpha}{L_{\alpha-5}} & 0 & \cdots & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{L_{\alpha+5}}{L_\alpha} & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \frac{L_{\omega-5}}{L_{\omega-10}}
\end{bmatrix}$$

$$\overline{P}^{t} = \begin{bmatrix} p_0^t \\ p_5^t \\ \vdots \\ p_{w-5}^t \end{bmatrix} \quad y \quad \overline{P}^{t+1} = \begin{bmatrix} p_0^{t+1} \\ p_5^{t+1} \\ \vdots \\ p_{w-5}^{t+1} \end{bmatrix}$$

A través de este método, se hace posible un mejor estudio del modelo de transición demográfica.

La matriz L se puede descomponer en submatrices, de las cuales algunas tienen ciertas características importantes y además contienen la información más relevante de la natalidad y mortalidad.

A través de esta expresión $(\overline{P}^0 L = \overline{P}^1)$ y bajo los supuestos de uniformidad y estabilidad, es posible aplicar de manera consecutiva la matriz L para proyectar sucesivamente la población $\overline{P}^0$, premultiplicando a la matriz de proyección L por las poblaciones sucesivas, es decir:

$$\overline{P}^2 = \overline{P}^1 L = \overline{P}^0 L^2$$

de manera que la población $\overline{P}^0$ proyectada por n periodos es:

$$\overline{P}^n = \overline{P}^0 L^n$$

La matriz L posee ciertas características que hacen posible un análisis mas completo de los factores de natalidad y mortalidad, presentes como características propias de la transición demográfica.

B. SUBMATRIZ DE PROYECCION M

a. Planteamiento.

La matriz L puede ser descompuesta en submatrices que tienen características especiales, y puede ser expresada como:

$$L = \begin{bmatrix} M & O \\ A & B \end{bmatrix} ,$$

Donde M es una matriz cuadrada de dimensión nxn donde n es el número de grupos quinquenales que incluyen edades entre los 0 y β años.

De esta forma, en la parte superior derecha queda una matriz nula, misma que permanece así a través de las premultiplicaciones por sí misma, es decir:

$$L^2 = \begin{bmatrix} M & O \\ A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M & O \\ A & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^2 & O \\ AM+AB & B^2 \end{bmatrix}$$

Aplicando directamente la definición de la multiplicación de matrices, se puede demostrar que la matriz M, en cada nueva multiplicación permanece sin modificarse, excepto porque aumenta de grado la potencia a la que se encontraba elevada. De esta manera:

$$L^n = \begin{bmatrix} M^n & O \\ A^n & B^n \end{bmatrix} ,$$

siendo A^n y B^n dos matrices, cuyas expresiones explícitas no son de interés para un análisis de la fecundidad más extenso.

Si la población existente en el momento cero (0), $\mathbf{P}^0$ se descompone en dos grupos, uno con edades desde el nacimiento hasta la última edad de reproducción $\overline{P}^0$ y otro, las prosiguientes C^0, la proyección de población, a través del operador L, se tendrá en términos de las submatrices:

$$L\overline{P}^0 = \begin{bmatrix} M & 0 \\ A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{P}^0 \\ C^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\overline{P}^0 & 0 \\ A\overline{P}^0 & BC^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{P}^1 \\ C^1 \end{bmatrix}$$

dando entonces por resultado un vector de población estimado, pero dividido en dos grupos separados, congruente con la última edad de reproducción.

De esta manera el siguiente enfoque se centra en el análisis de las características de la expresión

$$\overline{P}^1 = M\overline{P}^0$$

b. Características especiales.

1. Polinomio característico.

Las matrices del tipo de M, poseen una serie de características especiales que hacen interesante su estudio y su aplicación a la demografía.

En el contexto del análisis demográfico presente, los vectores característicos de M, tienen un significado particular: Representan la estructura por edades de la población a la que tendería la población observada en caso de que los patrones de mortalidad y fecundidad permanecieran invariantes.

Los vectores estables se pueden calcular a través del polinomio característico:

$$\left| M - \lambda I \right| = 0 \quad , \qquad (4.7)$$

ya que, como más adelante se explica, mediante la aplicación sucesiva de la matriz M para proyectar $\overline{P}^0$, la población resultante tiende a la estructura por edades P definida como:

$$M^t \, \overline{P}^0 = \hat{P} \gamma$$

donde $\hat{P}$ es tal que:

$$M \hat{P} = \lambda \hat{P}$$

Resolver el polinomio característico (4.7) en términos de λ, se facilita por las condiciones especiales de la matriz M.

Utilizando el resultado siguiente: el determinante de una matriz escalonada es igual al producto de la diagonal principal; es posible demostrar que el polinomio característico $\left| M - \lambda I \right| = 0$ está dado por la siguiente expresión:

$$- \lambda^n + \sum_{i=3}^{n} \lambda^{n-1} \, m_{1,i} \, m_{2,1} \, m_{3,2} \, m_{4,3} \cdots m_{i,i-1}$$

Esta expresión puede ser resuelta para encontrar sus raíces. Basados en el teorema de los signos de Descartes, se puede constatar que el número de raíces positivas del polinomio característico es uno, ya que solo existe un cambio de signo y el número de raíces positivas de un polinomio dado no puede ser mayor al número de cambios de signo.

La raíz positiva de este polinomio tiene importancia relevante en el presente análisis, pues posibilita el cálculo del más importante vector característico.

Este vector característico es llamado población estable pues es su estructura por edad, aquella a la que tendería la población en estudio, si la mortalidad y fecundidad permanecieran invariantes.

2. Vectores Característicos.

La submatriz M, por su especial disposición facilita, dentro de otros cálculos, la obtención de los vectores característicos.

Esta matriz tiene una disposición que se puede expresar en términos de sus elementos no nulos, los cuales son típicamente:

$$m_{1j} \quad \text{donde} \quad j = \alpha, \alpha+1, \ldots, \beta-1, \beta$$

y

$$M_{ij} \quad ; \quad i=2,3,4, \ldots, \beta \quad ; \quad j = i-1$$

De esta manera, se pueden expresar muy simplificadamente las condiciones del vector característico, ya que:

$$\begin{aligned} m_{i,j}p_j &= p_{j+1} \\ m_{j+1,j}p_j &= p_{j+1} \end{aligned} \qquad \text{con} \quad \begin{aligned} i &= j+1 \\ j &= 1,2,3,\ldots, \end{aligned}$$

donde p_j es el j-ésimo elemento del vector $\overline{P}^0$. De manera que dividiendo por λ se tiene la expresión:

$$p_{j+1} = \frac{m_{j+1,j}\ p_j}{\lambda} \qquad (4.8)$$

que puede ser utilizada como una fórmula de recurrencia.

Basado en que el múltiplo de un vector característico, preserva la condición de no alterarse excepto por una constante, se puede escoger arbitrariamente p_1 y calcular con la expresión (4.8) lo siguiente:

Si se escoge p_1 arbitrariamente como $L_0 / \sqrt{\lambda}$ y aplicamos (4.8) en su forma explícita:

$$p_{j+1} = \frac{L_{5j}\ p_j}{L_{5(j-1)}\ \lambda} \qquad \text{donde}$$

$$m_{j+1,j} = \frac{L_{5j}}{L_{5(j-1)}} \qquad \text{con} \quad j=1$$

se obtiene el vector estable

$$\begin{aligned} p_1 &= L_0\ \lambda^{-1/2} \\ p_2 &= L_5\ \lambda^{-3/2} \\ p_3 &= L_{10}\ \lambda^{-5/2} \\ &\vdots \\ p_n &= L_{5(n-1)}\ \lambda^{-(n+[1/2])} \end{aligned} \qquad (4.9)$$

El vector estable se define como aquel vector característico determinado por la raíz positiva del polinomio característico.

Las raíces del polinomio característico $|M - \lambda I| = 0$ son tales que es posible encontrar n raíces distintas y por ende n vectores característicos distintos.

Si se denota por P_i el vector característico calculado con la i-ésima raíz, es posible encontrar n vectores P_i los cuales pueden colocarse uno seguido del otro para formar la matriz

$$P = \hat{P}_1, \hat{P}_2, \ \ldots \ , \hat{P}_n \qquad ,$$

donde

$$\hat{P}_i = \begin{bmatrix} p_{1,i} \\ p_{2,i} \\ p_{3,i} \\ \vdots \\ p_{n-1,i} \\ p_{n,i} \end{bmatrix} \qquad ,$$

en el que el primer subíndice representa el orden de los elementos del vector $\hat{P}_i$, y el segundo subíndice está relacionado con la raíz del polinomio característico con el que fué calculado.

Que las raíces λ_i y λ_j sean distintas para $i \neq j$, garantiza que los vectores P_i y P_j sean linealmente independientes, demostración que puede hacerse por contradicción:

Sean $i \neq j$ y por tanto $\lambda_i \neq \lambda_j$
supongamos que $\hat{P}_i$ y $\hat{P}_j$ son linealmente dependientes, es decir

$$a\hat{P}_i + b\hat{P}_j = 0 \qquad (4.10)$$

donde $a, b \neq 0$

Si se premultiplica la expresión (4.)

por la matriz M se obtiene:

$$a\lambda_i\hat{P}_i + b\lambda_j\hat{P}_j = 0 \qquad (4.11)$$

donde $\lambda_i \neq \lambda_j$

Bajo las condiciones anteriores, las ecuaciones (4.10) y (4.11) no se pueden satisfacer simultáneamente, con lo que se demuestra que los vectores $\hat{P}_i$ y $\hat{P}_j$ $\forall$ $i \neq j$ son linealmente independientes y por tanto la matriz P tiene inversa.

Dentro de las propiedades que la matriz de los vectores característicos tiene, la siguiente expresión muestra un resultado que es directo de las propiedades de los vectores que conforman la matriz M:

$$MP = P\Lambda \qquad (4.12)$$

donde Λ está definida como la matriz formada por aquella que su diagonal principal está conformada por las raíces λ_i y sus elementos restantes iguales a cero.

De cualquier manera, la matriz P, por ser los vectores que la conforman linealmente independientes, tiene inversa y la expresión (4.12) puede ser postmultiplicada por P^{-1} resultando

$$M = P\Lambda P^{-1} \qquad (4.13)$$

La anterior expresión ofrece una muy conveniente disposición para encontrar cualquier potencia de M, ya que:

$$M^t = P \Lambda^t P^{-1}$$

Con esta disposición es posible encontrar cualquier potencia de M ya que solo sería necesario elevar Λ a la potencia correspondiente.

Pero para tener esta ventaja es necesario calcular todos los elementos de la expresión (4.13) representando algunas dificultades porque algunas de las raíces λ_i son complejas.

Lo realizado para el vector P se puede hacer también para un vector $H = \left[h_{i1}, h_{i2}, h_{i3}, \ldots, h_{in}\right]$ de manera que

$$\left[h_{i1}, h_{i2}, \ldots, h_{in}\right] \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}$$

$$= \lambda_i \left[h_{i1}, h_{i2}, \ldots, h_{in}\right] ,$$

donde las raíces características del polinomio característico correspondiente resultan ser las mismas encontradas para el vector P.

Para encontrar el vector característico análogo, se puede obtener una fórmula de recurrencia, calculada a partir de la -

expresión correspondiente al resultado de multiplicar el vector característico, por la k-ésima columna de la matriz M, es decir:

$$h_1 m_{1,k} + h_{k+1} m_{k+1,k} = \lambda h_k \qquad k=1,2,\ldots,n-1$$

despejando para h_{k+1}

$$h_{k+1} = \frac{\lambda h_k - h_1 m_{1,k}}{m_{k+1,k}}$$

Con cada uno de los vectores calculados a partir de las correspondientes raíces características se puede formar una matriz H tal que:

$$H = \begin{bmatrix} [H_1] \\ [H_2] \\ \vdots \\ [H_n] \end{bmatrix}$$

entonces

$$HM = \Lambda H$$

y utilizando argumentos análogos:

$$M = H^{-1} \Lambda H \qquad (4.14)$$

Los vectores de las matrices H y P:

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{P}_1 & \hat{P}_2 & \ldots & \hat{P}_n \end{bmatrix}$$

tienen propiedades de ortogonalidad, ya que si $i \neq j$, $H_j\hat{P}_i=0$, entonces se tendrían ceros en todos los elementos de la matriz resultante , excepto quizás, en la diagonal.

Para demostrar ortogonalidad de los vectores de las matrices H y P considérense las igualdades

$$M\hat{P}_i = \lambda_i \hat{P}_i \qquad (4.15)$$

$$H_j M = \lambda_j H_j \qquad (4.16)$$

si a (4.15) la premultiplicamos por H_j y a (4.16) la postmultiplicamos por K_i tendremos respectivamente

$$H_j M\hat{P}_i = \lambda_i H_j \hat{P}_i$$

$$H_j M\hat{P}_i = \lambda_j H_j \hat{P}_i$$

y como el primer miembro de ambas ecuaciones es igual, se tiene que

$$\lambda_i H_j \hat{P}_i = \lambda_j H_j \hat{P}_i$$

donde $\lambda_i \neq \lambda_j$ ya que $i \neq j$.

Si se resta en ambos miembros de la igualdad $_jH_j\hat{P}_i$ y se divide entre $\lambda_i - \lambda_j \neq 0$ se demuestra que

$$H_j\hat{P}_i = 0 \quad ; \quad i \neq j$$

Esto permite que una distribución por edades dada $\overline{P}^0$, pueda ser expresada en términos de los vectores característicos $\hat{P}_i$ con $i=1,2,3,...,n$ como una combinación lineal de ellos, es decir:

$$\overline{P}^0 = c_1\hat{P}_1 + c_2\hat{P}_2 + c_3\hat{P}_3 + \ldots + c_n\hat{P}_n \qquad (4.17)$$

expresión en la que falta determinar cada una de las

$$c_i \quad \text{con} \quad i=1,2,3,\ldots,n$$

Para esto será necesario utilizar la ortogonalidad antes demostrada:

Si se postmultiplica (4.17) por H_i con $i=1,2,3,\ldots,n$ se tiene:

$$\overline{P}^0 H_i = c_i \hat{P}_i H_i \quad ,$$

de donde c_i tiene la siguiente expresión:

$$c_i = \frac{H_i \overline{P}^o}{H_i \hat{P}_i}$$

De (4.17), se puede incluir que

$$\overline{P}^m = M^m \ \overline{P}^0 = \sum_{i=1}^{n} c_i \lambda_i^m \hat{P}_i$$

expresión que puede escribirse como

$$\overline{P}^m = c_1 \lambda_1^m \hat{P}_1 \quad , \qquad (4.18)$$

cuando m es lo suficientemente grande.

La matriz M pertenece a un conjunto de matrices con propiedades muy especiales, de entre las cuales la raíz $_1$, única positiva, es mayor en valor absoluto que cualquiera de las restantes.

Este hecho permite justificar la expresión (4.18) ya que:

$$\lim_{m \to \infty} \lambda^m = 0$$

V. ANALISIS DEL DESARROLLO DEMOGRAFICO EN MEXICO

A. OBJETIVO

La matemática, al igual que toda ciencia, es un instrumento que ayuda a ampliar el conocimiento humano de su propia realidad.

En este último capítulo se pretende analizar el comportamiento de la población mexicana desde el punto de vista de la teoría de la transición demográfica, utilizando como metodología los resultados de álgebra lineal expuestos en capítulos anteriores.

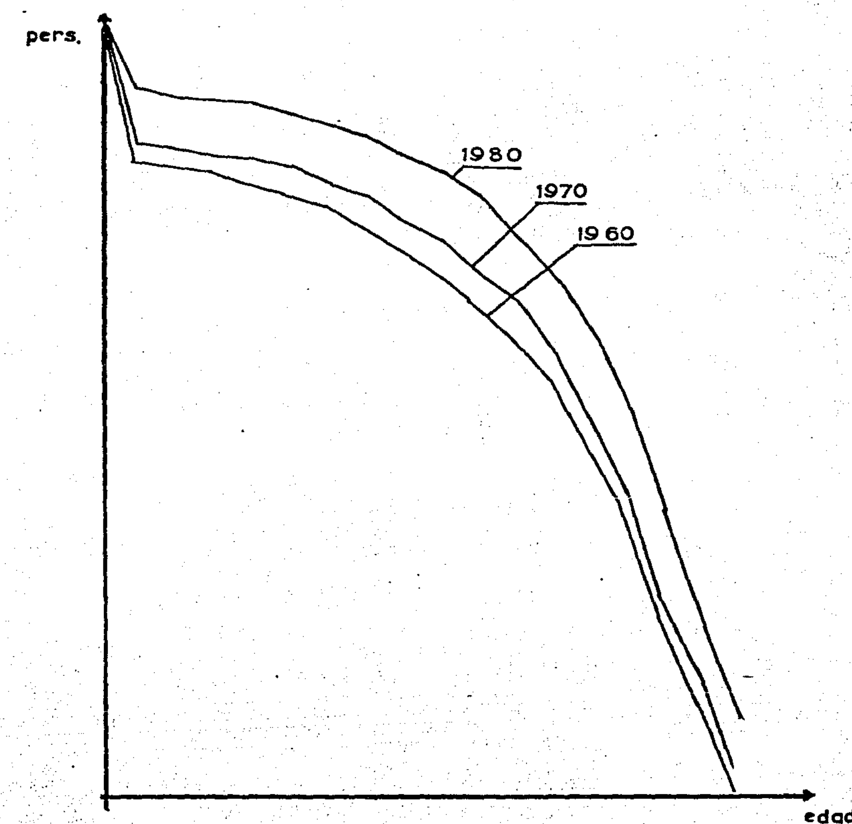
B. MORTALIDAD

a. Evolución.

En la figura 5.1 se muestran comparativamente las curvas del número de sobrevivientes a edad x, para los años 1960, 1970 y 1980, de la población estacionaria l_x.

Estas curvas son una buena herramienta de comparación de la mortalidad; una población inicial de 100,000 personas disminuirá al paso del tiempo de acuerdo a su función l_x. Lo que se está presentando es una población inicial de 100,000 personas, con la mortalidad que le corresponde en cada uno de los años 1960, 1970 y 1980, la cual es seguida hasta su total extinción.

figura 5.1



Funciones l_x
para la
población total
1960, 1970 y 1980.

Entre los cambios más importantes que se pueden advertir, está la evidente mejora en la resistencia de la población a la muerte. En el sentido estricto, se ha aceptado que la función l_x sólo disminuye por la muerte que ocurre a los miembros de la población. En 1980, la mortalidad ocasiona una menor disminución, ya que su curva se encuentra por arriba de la de 1970 y ésta última a su vez, por arriba de la correspondiente a 1960.

La mortalidad infantil es uno de los indicadores más importantes para determinar el grado de superación al que ha llegado una población en favor de la preservación de la vida, ya que la mortalidad infantil se ha logrado disminuir con el desarrollo de la medicina social y el desarrollo de las técnicas médicas en general.

Se observa una menor mortalidad en el año de 1980 con respecto a las dos décadas anteriores. Desde luego que debe existir una situación benévola en cuanto al progreso que se haya logrado, pero una afirmación categórica deberá hacerse con muchas reservas, ya que la calidad de la información con la que se trabajó es radicalmente distinta para 1980.

Los comentarios anteriores son válidos para las gráficas correspondientes a las curvas de las poblaciones femeninas.

Afirmar que la mortalidad en el grupo 0-4 años ha disminuido tan notablemente en la década de 1970 a 1980, puede ser corroborada o destruída mediante un análisis detallado de la cobertura y penetración de los recursos médicos sociales.

Si esta penetración no presentara suficiente evidencia para sostener que se ha logrado un avance en la preservación de la vida del grupo mencionado, la más directa razón posible es una incongruencia en las estadísticas.

b. Estructura por edades en ausencia de natalidad.

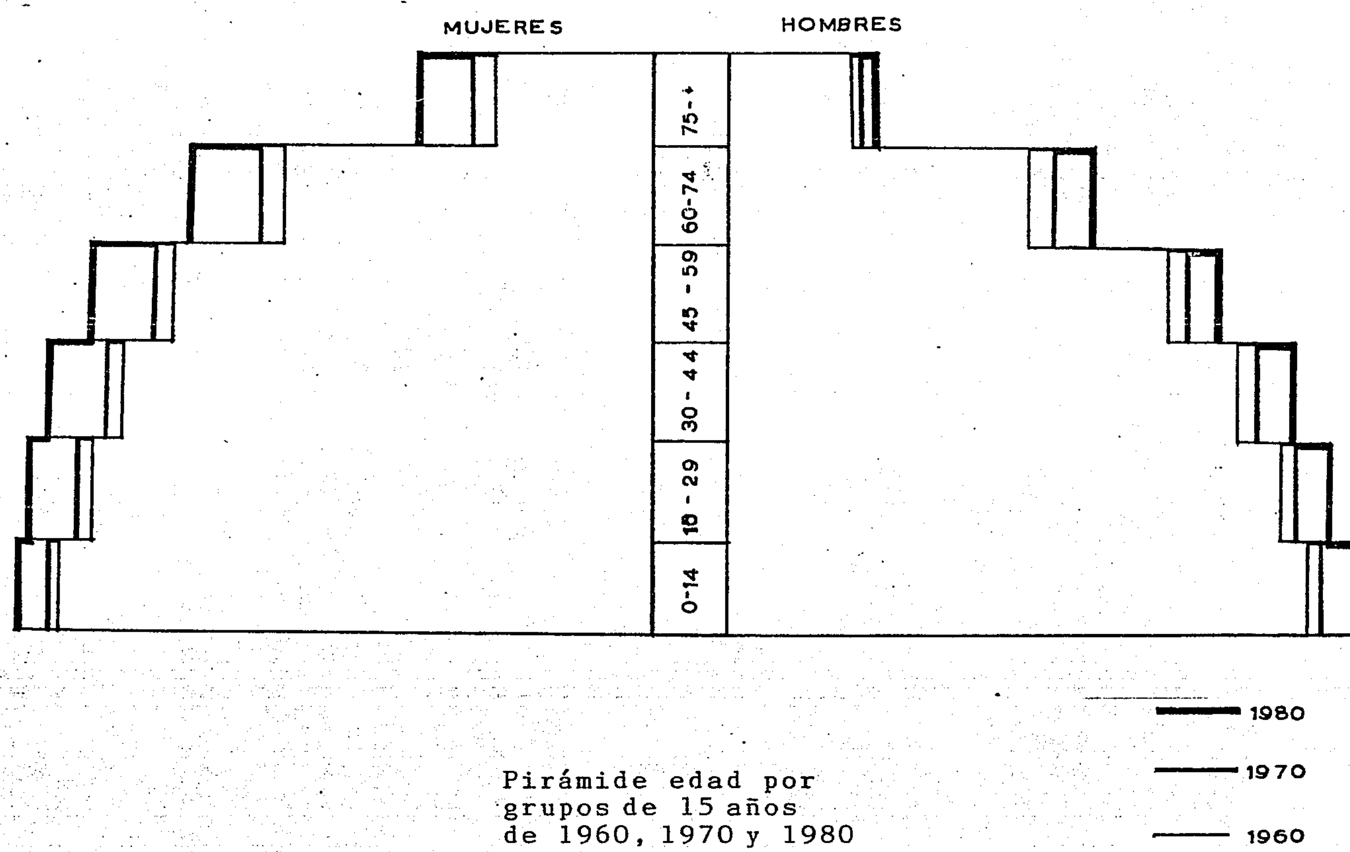
El análisis descrito a través de la función l_x, representa la historia de una población sujeta a una mortalidad constante al paso de los años, hasta su total extinción. Pero la estrucutra por edades provocada por una población sujeta a una mortalidad constante, representa la influencia de la mortalidad en un momento dado. En otras palabras, la primera se refiere a un estudio a lo largo del tiempo y la segunda, a un momento dado.

La pirámide de población representa la estructura por edades que se generaría si a cada momento nacieran 100,000 (radix o población inicial) personas y fueran muriendo de acuerdo a una función l_x dada.

La forma de la pirámide que se muestra en la figura 5.2, está directamente relacionada con la mortalidad implícita en la función l_x. Una de las características de esta gráfica, es que a grupos de edades mayores, corresponde un número menor o igual de personas, pero nunca un número mayor.

En el caso hipotético de un población cuya mortalidad fue se nula, hasta que en el grupo de edad 85-+ muriesen todos sus integrantes, la forma de ésta sería un rectángulo exacto.

figura 5.2



Pirámide edad por grupos de 15 años de 1960, 1970 y 1980 para hombres y mujeres.

Los escalones que se observan entre un grupo de edades y otro, se deben precisamente a la presencia de la mortalidad.

Las pirámides correspondientes para los años de 1960, 1970 y 1980 muestran que al paso de estas tres décadas, la mor talidad se ha visto modificada en favor de la conservación de la vida, ya que ha favorecido la sobrevivencia de más personas en cada uno de los distintos grupos quinquenales de edad, ensanchando la pirámide para décadas más recientes.

c. Comparación de la mortalidad masculina y femenina.

Las características de la mortalidad masculina y femenina se muestran distintas, siendo las mujeres el sexo que presenta las mejores cualidades para mantener la vida y que al paso del tiempo ha logrado mejores progresos. Por ejemplo, la pirámide de edad correspondiente a las mujeres para el año de 1980 muestra que el grupo de edad 15-24 y el 0-14, tienen casi el mismo número de personas, efecto de una baja mortalidad. Pero, esta situación no se presenta en las décadas anteriores, como tampoco lo muestran las correspondientes pirámides para el sexo masculino.

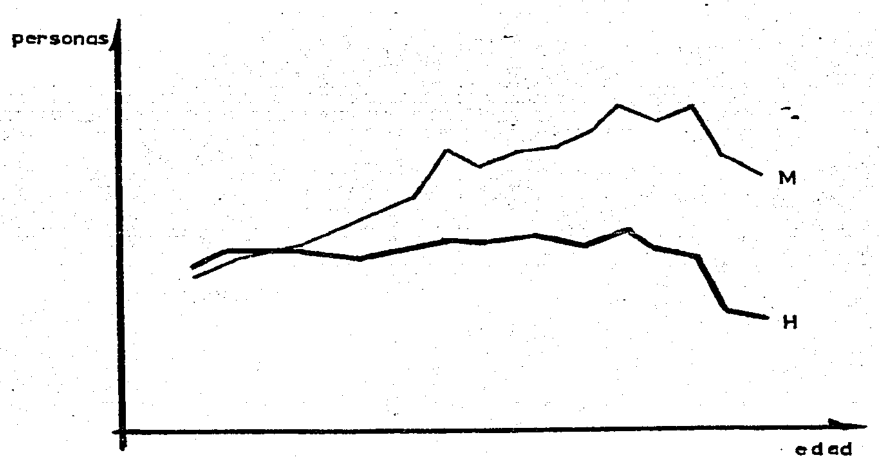
A través del tiempo, los cambios que la mortalidad ha permitido en la forma de la pirámide correspondiente al sexo femenino, es de escalones más cortos, consecuencia de un mayor número de personas pertenecientes a grupos de edad inmediatamente superiores.

El crecimiento de la pirámide correspondiente al sexo masculino muestra características distintas. Se advierten avances en la conservación de la vida ya que el volúmen de la pirámide es mayor para fechas más cercanas, pero las características de este son distintas a el desarrollo propio para el sexo femenino.

Mientras que la pirámide femenina modifica su estructura y tiende a la forma de un rectángulo al hacer más cortos sus escalones, la pirámide que corresponde al sexo masculino guarda más la estructura inicial.

Este efecto es producto de un desarrollo diferente en cada uno de los dos sexos. Mientras que la mortalidad en el sexo masculino se ha disminuido con igual intensidad en cada grupo de edad, en el sexo femenino se han logrado mejores avances en los grupos de edades mayores. Esto se puede corroborar si se comparan por sexo, las gráficas que se forman al restarle el número de personas a edad x para el año 1980 el correspondiente a 1960.

figura 5.3



Gráfica de la función de las diferencias de l_x para hombres y mujeres

Las tendencias que observan ambos sexos son escencialmente distintas, mientras que para el sexo femenino las diferencias son mayores para grupos de edad mayores, para el sexo masculino estas se encuentran mas bien dentro de un rango constante. De cualquier forma, ambos sexos presentan una caída al final del polígono.

La importancia de esta curva $g(x) = l_x^{80} - l_x^{60}$, radica en la relación que guarda con el número de personas vivas con edades en $[x,x+n)$:

$$ {}_nL_x^{80} = \int_0^n l_{x+t}^{80}\, dt \quad , $$

y que es posible descomponer en términos de las diferencias:

$$ \begin{aligned} {}_nL_x^{80} &= \int_0^n g(x+t)\, dt + \int_0^n l_{x+t}^{60}\, dt \\ &= \int_0^n g(x+t)\, dt + {}_nL_x^{60} \quad . \end{aligned} $$

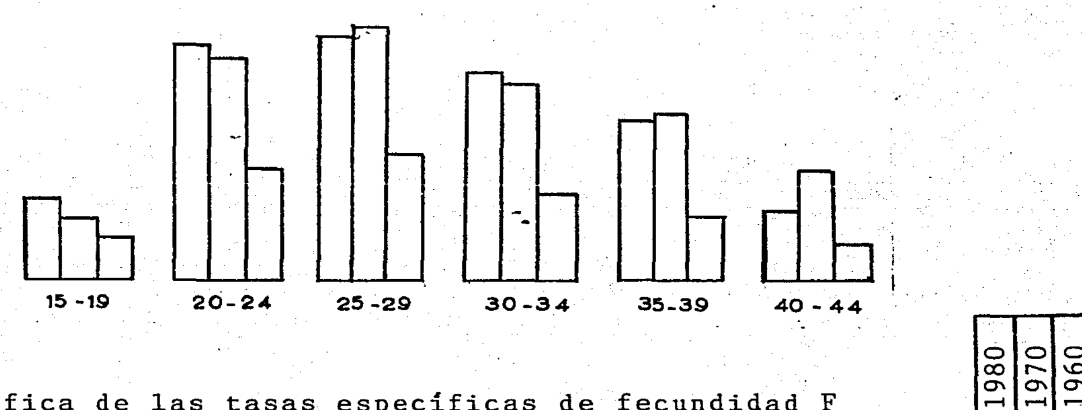
El estar en posibilidades de hacer esta descomposición permite entender y comprobar las tendencias antes descritas, en el desarrollo de las pirámides correspondientes a cada sexo, ya que la de 1980 se está expresando en términos de la de 1960 mas un incremento, que en el caso masculino es de tendencia constante mientras que para el femenino es mayor para edades mayores.

C. NATALIDAD

a. Evolución social e influencia demográfica.

La natalidad es un fenómeno social en el sentido de la actitud que toma la población en cuanto a las costumbres de reproducción. En 1980, estas se han visto modificadas significativamente en comparación a las décadas anteriores, disminuyendo la tasa de fecundidad en todos y cada uno de los grupos de edad considerados como fecundos. Pero estos cambios no fuerzan a que la población deje de crecer a los ritmos tan acelerados como los que ha venido creciendo.

figura 5.4

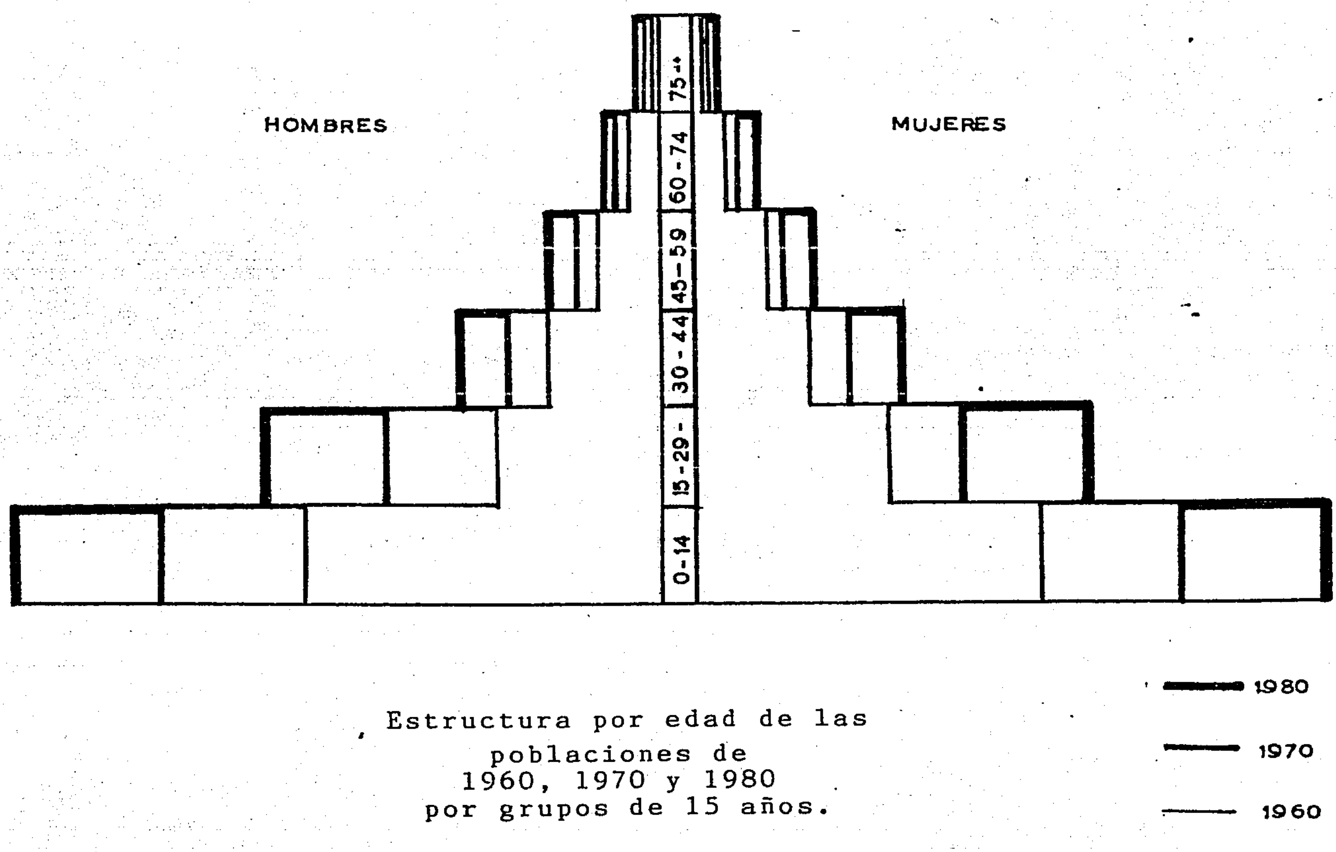


Gráfica de las tasas específicas de fecundidad F_x comparativa para los años de 1960, 1970 y 1980.

El que las tasas específicas de fecundidad se hayan visto disminuidas, es consecuencia de un cambio cultural en favor de la detención de la explosión demográfica. Sin embargo, la mecánica es tal, que aún así, la población sigue creciendo en términos reales.

Cierto es que estas tasas en 1970 con respecto a las de 1960 no muestran una contundente disminución, presentando aún incremento en algunos grupos de edad. Para 1980 sí se registra un evidente descenso, pero en número reales, el número de personas en el que se ve aumentada la población para este año es 18'216,000, cifra mayor al incremento registrado de 1960 a 1970 (14'103,000).

- figura 5.5



Estructura por edad de las poblaciones de 1960, 1970 y 1980 por grupos de 15 años.

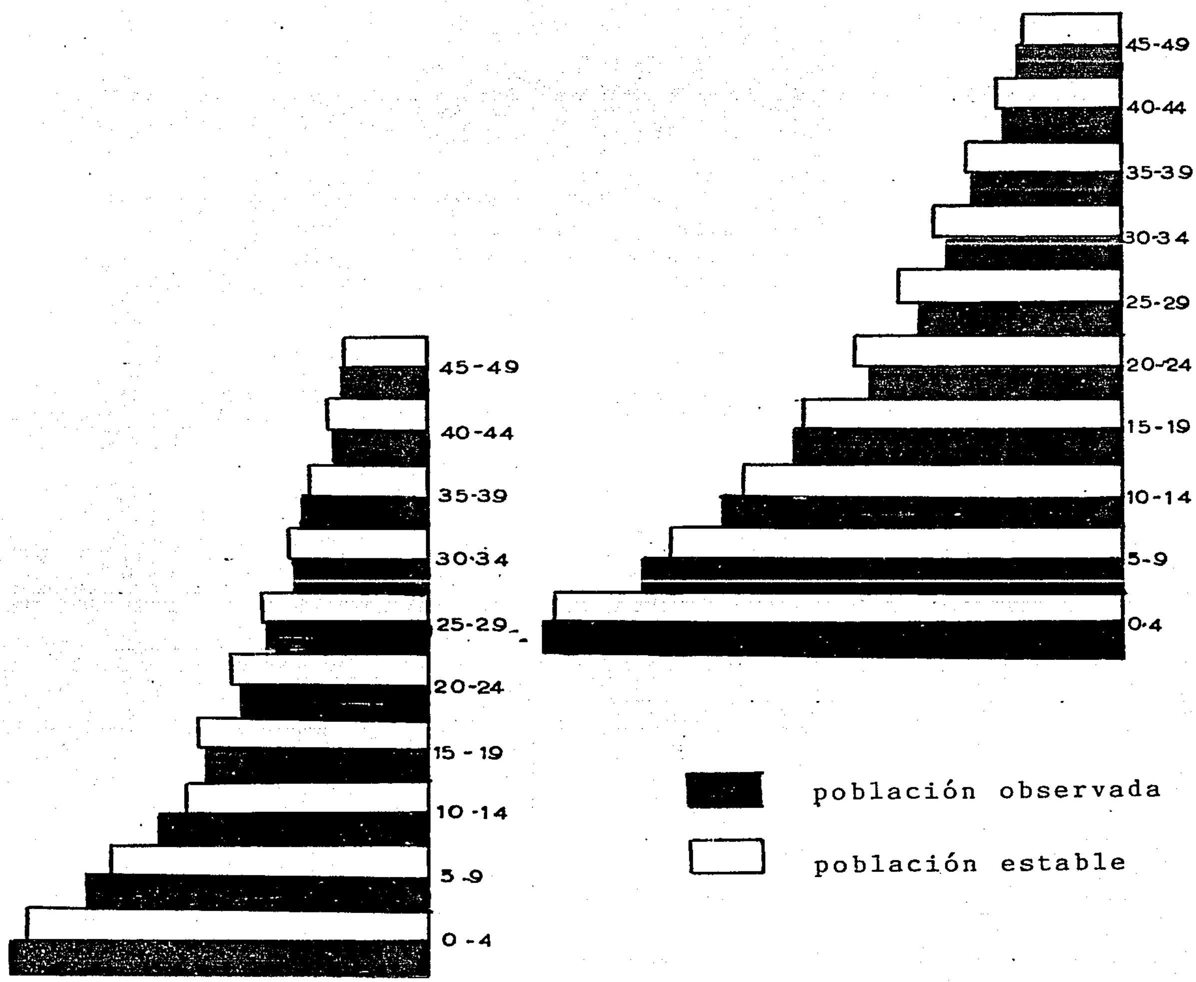
Los cambios sociales y sus repercusiones en los procesos demográficos suelen ser muy lentos, es así que las pirámides graficadas por grupos de edad con tamaño de 15 años resultan disimular los efectos de la muy evidente disminución en las tasas específicas de fecundidad. Aún con estas disminuciones, en números reales, la población con edades de 0 a 14 años se ha visto casi duplicada de 1960 a 1980 al pasar de 16'911,000 personas en 1960 a 31'012,000 en 1980. Sin embargo, una comparación por grupos de edad de tamaño 5 sí muestra estas disminuciones (figura 5.5)

De 1960 a 1970 se logra una moderada mejoría en las tasas de mortalidad, pero una insignificante disminución en la fecundidad, propicia que en 1970 la población experimente un crecimiento de su población del grupo 0-4 mayor al incremento registrado en 1980. El crecimiento del grupo mencionado en 1970 con respecto a 1960 en números reales es de 2'545,000 personas, mientras que el mismo crecimiento en 1980 con respecto a 1970 es de solamente 1'801,000 personas (figura 5.6).

Hasta 1970, la población mexicana muestra características de una población con tasas de fecundidad altas, dando por resultado una población con rápido crecimiento.

En la década de 1970 a 1980 surgen cambios importantes en favor de la disminución de las tasas específicas de fecundidad, propiciando un crecimiento de la población más moderado. El descenso en las tasas de fecundidad con un crecimiento progresivo más moderado, son características indudables de una población en transición, pero no aseguran que dicha población haya alcanzado el punto en el cual deje de crecer.

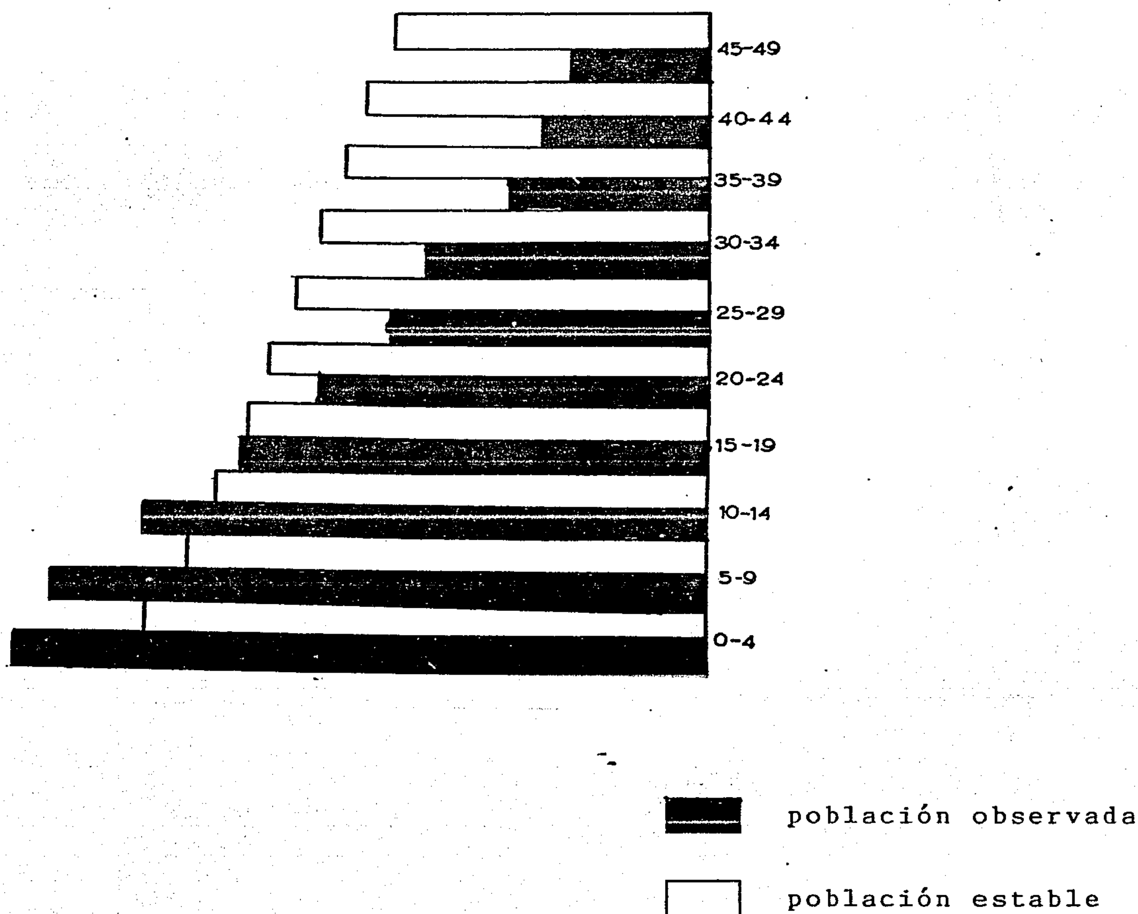
figura 5.6



Pirámides de edad por grupos quinquenales.

figura 5.6 (continuación)

1980



D. EVOLUCION DE LA ESTRUCTURA POR EDADES

Con base en los aspectos teóricos, la población estable representa a la estructura por edades a la que tendería dicha población, pasando el tiempo suficiente y suponiendo que la -

mortalidad y natalidad permanecen constantes.

Se han graficado conjuntamente las poblaciones observada y estable correspondientes a los años de 1960, 1970 y 1980.

Para 1960 y 1970 las pirámides por edades de las poblaciones observada y estable muestran características muy similares. La forma de una pirámide está determinada escencialmente por la combinación de los efectos de la mortalidad y natalidad. La expresión matemática de la población estacionaria expresión (4.9) y su valor de crecimiento (λ) lo explican en gran parte. La población de 1970, con un valor de crecimiento (λ = 1.181), mayor al de 1960 y 1980, representa la típica forma piramidal de una población con explosión demográfica, similar a la de 1960. Por el contrario, la población estable de 1980 muestra una estructura por edades correspondiente a una población con crecimiento moderado.

Así mismo, la población estable de 1980 con respecto a la población observada muestra características escencialmente distintas, resultado principalmente, de cambios en la natalidad.

El año de 1980 presenta características muy especiales pues su población observada muestra aún tendencias similares a las que presentan las poblaciones de 1970 y 1960, pero su población estable muestra modificaciones importantes.

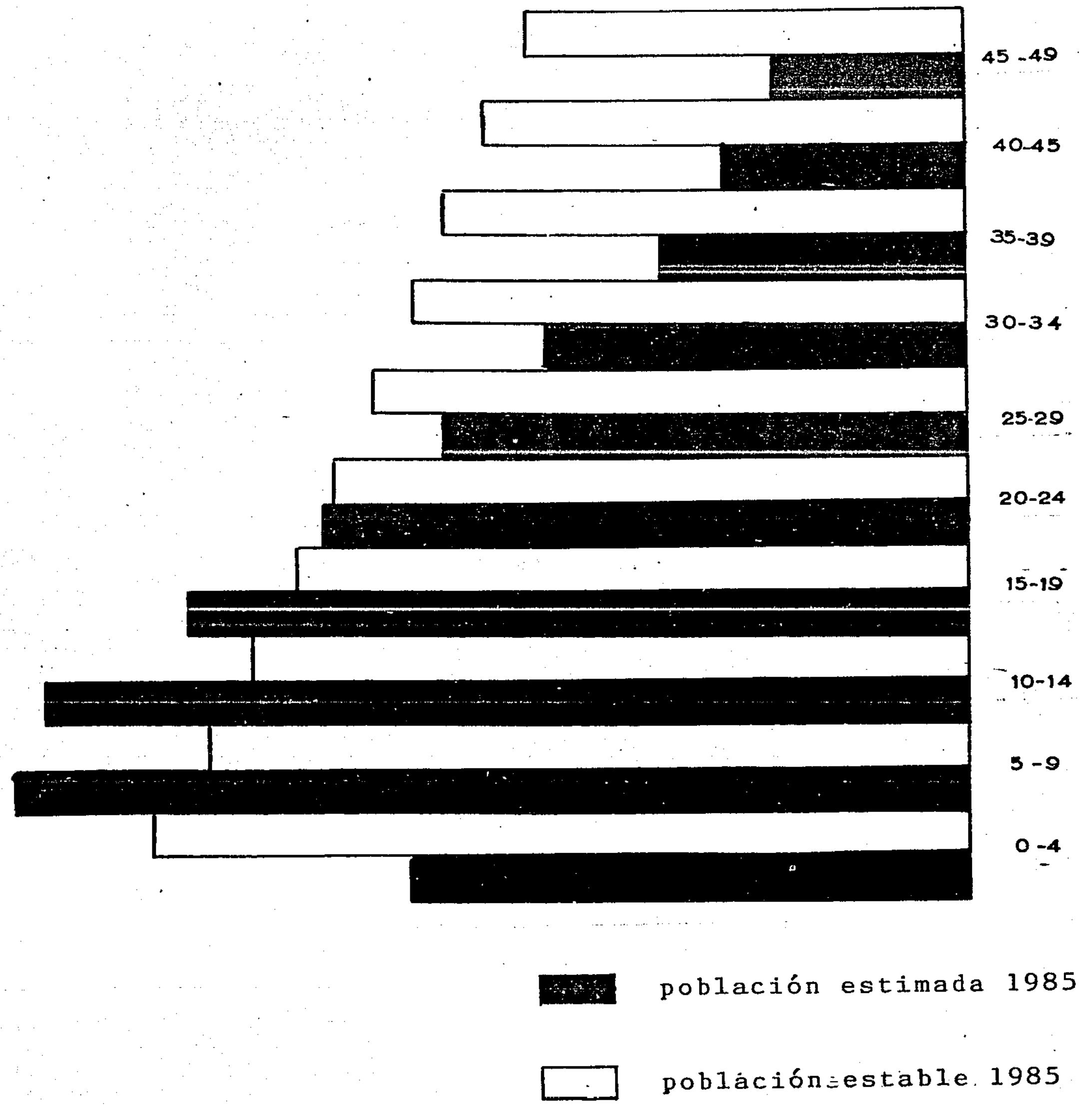
E. EXPECTATIVAS DE CRECIMIENTO

Durante la década de 1970 a 1980 surgen una serie de cambios originados por las políticas de natalidad que modifican con gran importancia las expectativas de crecimiento de la población. Es de esperarse que la edad promedio de la población aumente y que la estructura por edades sufra modificaciones, dando paso a una población con una proporción menor de gente con menos de 20 años, y una proporción mayor de adultos (figura 5.6).

Aún con los descensos registrados en las tasas de fecundidad y de acuerdo con los datos y supuestos utilizados, no es posible afirmar que la población mexicana haya logrado su transición demográfica en 1980, pues la población a la que tendería si se mantuviesen las mismas condiciones de mortalidad y fecundidad de 1980, seguiría creciendo a un ritmo de 4% cada 5 años.

La condición para que la población mexicana lograra su transición demográfica, suponiendo que la mortalidad no cambiara de manera importante, sería reducir la tasa de fecundidad observada en 1980 a un 75% aproximadamente. Sin embargo, el número real de personas seguiría aumentando hasta estabilizarce en 110'000,000 en el año 2060, formando una estructura por edades con características muy favorables. Bajo estas condiciones hipotéticas, el crecimiento de la población tendería a una población cuya base de la pirámide sería similar a las estructuras superiores, disminuyendo rápidamente solo en las últimas edades de la tabla.

figura 5.7



Pirámide de edad por grupos quinquenales de las poblaciones proyectada y estable 1985

Se han graficado conjuntamente la población estable y la estimación de la población para 1985, con el fin de mostrar otro fenómeno que deberá sufrir la población mexicana como consecuencia de los cambios registrados en la fecundidad durante la década de 1970 a 1980 (figura 5.7). La población estimada muestra una base más pequeña que la población estable, mientras que los grupos 4-9, 10-14 y 15-19 son más grandes. Finalmente, del grupo 20-24 en adelante, la población estimada es menor a la población estable.

La comparación entre la población estimada y estable de 1985 (figura 5.7), es muestra de el movimiento ondulatorio que la población "observada" deberá tener a través del tiempo sobre su población estable, haciendo que un mismo grupo por edades se encuentre alternativamente por arriba o por abajo de ésta población, en un movimiento convergente.

CONCLUSIONES

La población mexicana experimentó un rápido crecimiento durante la década de 1960 a 1970, situación que ha provocado que las expectativas de crecimiento sean muy altas a pesar de la notable reducción que se logra durante la década comprendida de 1970 a 1980.

Son muchas las necesidades de insumos que los mexicanos requieren, y menos factible se hace el satisfacerlos por el incremento de la población y el potencial finito que la misma naturaleza puede brindar.

En el año de 1980 se hace evidente la disminución de la tasa de crecimiento de la población mexicana, marcando así, el inevitable proceso de transformación hacia el equilibrio propio de una población sin crecimiento.

Sin embargo, el proceso de transición demográfica en México se ha dado con características propias, resultado de haber experimentado una forzada disminución en sus tasas de natalidad a través de campañas publicitarias.

Como resultado, la población mexicana ha dejado de presentar características de explosión demográfica en una sola década, pero la dinámica con la cual se alcanzará el equilibrio es tal que la demanda de insumos para un mismo grupo de edad se presentará alternativamente mayor y menor a través del tiempo.

Finalmente, es de esperarse que las tasas de fecundidad sigan disminuyendo hasta alcanzar el punto en el cuál la población dejará de crecer en forma importante y se ajustará paulatinamente a la estructura por edad de una población en equilibrio estable.

A N E X O

TABLA DE MORTALIDAD 1960
HOMBRES Y MUJERES

EDAD	$_nD_x$	$_nK_x$	$_nq_x$	l_x
0-4	186,372	6'913,742	0.12627391	100,000
5-9	13,953	5'584,707	0.01241461	87,373
10-14	6,418	4'413,166	0.00724508	86,288
15-19	7,691	3'615,936	0.01057862	85,663
20-24	10,097	3'075,981	0.01627906	84,757
25-29	10,552	2'637,029	0.01980920	83,377
30-34	10,103	2'127,410	0.02346623	81,725
35-39	12,081	1'891,779	0.03142850	79,807
40-44	9,938	1'464,457	0.03336462	77,299
45-49	11,726	1'343,140	0.04271907	74,720
50-54	12,427	1'115,664	0.05418444	71,528
55-59	13,738	927,304	0.07142939	67,652
60-64	16,838	707,513	0.11231204	62,820
65-69	14,493	523,151	0.12954440	55,765
70-74	17,115	350,989	0.21731871	48,541
75-79	14,058	220,000	0.27549041	37,992
80-84	13,208	160,837	0.34066348	27,525
85-+	20,943	0	1.00000000	18,149

EDAD	$_nd_x$	$_nL_x$	T_x	e_x
0-4	12,627	468,432	5'904,900	59.04
5-9	1,085	434,151	5'436,468	62.22
10-14	625	429,877	5'002,317	57.97
15-19	906	426,048	4'572,440	53.37
20-24	1,380	420,333	4'146,392	48.92
25-29	1,652	412,755	3'726,059	44.68
30-34	1,918	403,831	3'313,304	40.54
35-39	2,508	392,766	2'909,472	36.45
40-44	2,579	380,048	2'516,706	32.55
45-49	3,192	365,621	2'136,658	28.59
50-54	3,876	347,951	1'771,037	24.76
55-59	4,832	326,181	1'423,086	21.03
60-64	7,055	296,462	1'096,905	17.46
65-69	7,224	260,763	800,443	14.35
70-74	10,549	216,331	539,680	11.11
75-79	10,466	163,793	323,793	8.51
80-84	9,377	114,185	159,556	5.79
85-+	18,149	45,371	45,371	2.50

TABLA DE MORTALIDAD 1970
HOMBRES Y MUJERES

EDAD	$_nD_x$	$_nK_x$	$_nq_x$	l_x
0-4	216,327	9'459,023	0.10816523	100,000
5-9	15,838	7'844,776	0.01004392	89,183
10-14	7,449	6'574,060	0.00564945	88,288
15-19	8,697	5'406,849	0.00801037	87,789
20-24	11,102	4'201,558	0.01312506	87,086
25-29	10,925	3'389,830	0.01598558	85,943
30-34	10,921	2'880,535	0.01877856	84,569
35-39	13,909	2'467,904	0.02778825	82,981
40-44	12,834	1'978,512	0.03101589	80,675
45-49	14,166	1'742,569	0.03983725	78,100
50-54	13,404	1'322,830	0.04941239	74,989
55-59	16,149	1'179,655	0.06618293	71,283
60-64	20,601	938,124	0.10408472	66,566
65-69	23,413	728,414	0.14875852	59,637
70-74	24,577	501,265	0.21838166	50,766
75-79	18,089	319,390	0.24805787	39,679
80-84	17,433	240,819	0.30648573	29,837
85-+	29,531	0	1.00000000	20,692

EDAD	$_nd_x$	$_nL_x$	T_x	e_x
0-4	10,816	472,959	6'140,311	61.40
5-9	896	443,678	5'667,351	63.54
10-14	499	440,192	5'223,673	59.16
15-19	703	437,187	4'783,482	54.48
20-24	1,143	432,571	4'346,295	49.90
25-29	1,374	426,279	3'913,724	45.53
30-34	1,588	418,874	3'487,445	41.23
35-39	2,306	409,139	3'068,571	36.97
40-44	2,575	396,937	2'659,431	32.96
45-49	3,111	382,722	2'262,494	28.96
50-54	3,705	365,681	1'879,772	25.06
55-59	4,718	344,623	1'514,091	21.24
60-64	6,928	315,507	1,169,468	17.56
65-69	8,872	276,007	853,961	14.31
70-74	11,086	226,113	577,954	11.38
75-79	9,843	173,790	351,841	8.86
80-84	9,144	126,322	178,052	5.96
85-+	20,692	51,730	51,730	2.50

TABLA DE MORTALIDAD 1980
HOMBRES Y MUJERES

EDAD	${}_nD_x$	${}_nK_x$	${}_nq_x$	l_x
0-4	122,262	11'260,140	0.05285499	100,000
5-9	9,176	10'629,867	0.00430685	94,715
10-14	6,645	9'122,953	0.00363529	94,307
15-19	10,857	7'660,796	0.00706106	93,964
20-24	14,469	6'348,095	0.01133176	93,300
25-29	13,530	5'162,280	0.01301937	92,243
30-34	12,556	3'995,599	0.01558981	91,042
35-39	14,172	3'215,479	0.02179698	89,623
40-44	14,279	2'717,760	0.02592922	87,669
45-49	15,937	2'305,966	0.03396910	85,396
50-54	17,006	1'816,300	0.04574420	82,495
55-59	19,014	1'557,358	0.05923759	78,722
60-64	19,477	1'134,176	0.08232952	74,058
65-69	23,600	948,864	0.11707929	67,961
70-74	26,667	684,303	0.17755025	60,004
75-79	28,035	462,072	0.26340787	49,350
80-84	23,135	370,831	0.26984721	36,351
85-+	34,209	0	1.00000000	26,542

EDAD	${}_nd_x$	${}_nL_x$	T_x	e_x
0-4	5,285	486,786	6'738,710	67.38
5-9	408	472,253	6'738,710	66.00
10-14	343	470,676	5'779,371	61.28
15-19	663	468,160	5'308,695	56.49
20-24	1,057	463,858	4'840,535	51.88
25-29	1,201	485,213	4'376,677	47.44
30-34	1,419	451,662	3'918,464	43.04
35-39	1,954	443,230	3'466,802	38.68
40-44	2,273	432,663	3'023,572	34.48
45-49	2,901	419,728	2'590,909	30.33
50-54	3,774	403,042	2'171,181	26.31
55-59	4,663	381,949	1'768,139	22.46
60-64	6,097	355,048	1'386,189	18.71
65-69	7,957	319,913	1'031,141	15.17
70-74	10,654	273,387	711,288	11.85
75-79	12,999	214,254	437,841	8.87
80-84	9,809	157,233	233,587	6.15
85-+	26,542	66,355	66,355	2.50

TABLA DE MORTALIDAD 1960
HOMBRES

EDAD	$_nD_x$	$_nK_x$	$_nq_x$	l_x
0-4	98,918	3'521,948	0.13121732	100,000
5-9	7,215	2'845,629	0.01259748	86,878
10-14	3,568	2'247,235	0.00790725	85,784
15-19	4,257	1'831,686	0.01155331	85,105
20-24	5,436	1'541,615	0.01747679	84,122
25-29	5,835	1'315,147	0.02194047	82,652
30-34	5,701	1'057,284	0.02660198	80,839
35-39	6,944	933,431	0.03651696	78,688
40-44	5,683	717,421	0.03883801	75,815
45-49	6,770	652,494	0.05056623	72,870
50-54	7,045	538,541	0.06333683	69,185
55-59	7,767	443,084	0.08396729	64,803
60-64	8,975	334,085	0.12586864	59,362
65-69	7,607	244,449	0.14436370	51,609
70-74	8,631	162,259	0.23474663	44,399
75-79	7,001	100,001	0.29790602	33,977
80-84	6,005	70,223	0.35225932	23,855
85-+	8,625	0	1.00000000	15,452

EDAD	$_nd_x$	$_nL_x$	T_x	e_x
0-4	13,122	467,196	5'728,386	57.28
5-9	1,094	431,655	5'261,190	60.55
10-14	678	427,223	4'829,535	56.29
15-19	983	423,069	4'403,312	51.72
20-24	1,470	416,935	3'979,242	47.30
25-29	1,813	408,727	3'562,307	43.10
30-34	2,150	398,817	3'153,580	39.01
35-39	2,873	386,257	2'754,763	35.00
40-44	2,944	371,712	2'368,506	31.24
45-49	3,685	355,139	1'996,793	27.40
50-54	4,382	334,972	1'641,654	23.72
55-59	5,441	310,414	1'306,682	20.16
60-64	7,472	278,131	996,268	16.78
65-69	7,491	240,724	718,137	13.83
70-74	10,422	195,939	477,413	10.75
75-79	10,122	144,579	281,474	8.28
80-84	8,403	98,266	136,896	5.73
85-+	15,452	38,629	38,629	2.50

TABLA DE MORTALIDAD 1970
HOMBRES

EDAD	$_nD_x$	$_nK_x$	$_nq_x$	l_x
0-4	116,139	4'816,700	0.11370464	100,000
5-9	8,325	3'995,682	0.01036351	88,630
10-14	4,180	3'347,347	0.00622432	87,711
15-19	5,146	2'743,556	0.00933456	87,165
20-24	6,571	2'112,212	0.01543471	86,351
25-29	6,284	1'687,848	0.01844375	85,019
30-34	6,350	1'422,916	0.02206714	83,451
35-39	8,127	1'215,314	0.03288602	81,608
40-44	7,638	971,774	0.03854193	78,925
45-49	8,465	849,149	0.04862950	75,883
50-54	7,914	637,666	0.06018699	72,193
55-59	9,365	561,426	0.08006484	67,848
60-64	11,317	442,127	0.12028626	62,416
65-69	12,597	339,456	0.16979446	54,908
70-74	13,035	230,590	0.24764655	45,585
75-79	9,049	144,811	0.27022669	34,296
80-84	8,005	105,856	0.31799060	25,028
85-+	12,280	0	1.00000000	17,070

EDAD	$_nd_x$	$_nL_x$	T_x	e_x
0-4	11,370	473,574	5'920,438	59.20
5-9	918	440,851	5'448,864	61.47
10-14	546	437,190	5'008,013	57.09
15-19	814	433,791	4'570,823	52.43
20-24	1,333	428,425	4'137,032	47.90
25-29	1,568	421,172	3'708,606	43.62
30-34	1,842	412,649	3'287,433	39.39
35-39	2,684	401,336	2'874,784	35.22
40-44	3,042	387,021	2'473,449	31.33
45-49	3,690	370,191	2'086,427	27.49
50-54	4,345	350,103	1'716,236	23.77
55-59	5,432	325,660	1'366,133	20.13
60-64	7,508	293,310	1'040,473	16.67
65-69	9,323	251,233	747,164	13.60
70-74	11,289	199,702	495,931	10.87
75-79	9,268	148,311	296,229	8.60
80-84	7,959	105,245	147,918	5.90
85-+	17,070	42,674	42,674	2.50

TABLA DE MORTALIDAD 1980
HOMBRES

EDAD	${}_nD_x$	${}_nK_x$	${}_nq_x$	l_x
0-4	67,236	5'734,095	0.05695850	100,000
5-9	5,272	5'406,960	0.00486330	94,304
10-14	4,089	4'639,242	0.00439728	93,846
15-19	7,454	3'889,035	0.00953765	93,433
20-24	10,531	3'202,951	0.00163055	92,542
25-29	9,754	2'587,457	0.01867264	91,033
30-34	8,769	1'985,619	0.02184014	89,333
35-39	9,549	1'583,301	0.02970740	87,382
40-44	9,383	1'327,881	0.03471740	84,786
45-49	10,319	1'121,588	0.04496740	81,842
50-54	10,521	877,590	0.05819820	78,162
55-59	11,677	742,970	0.07561230	73,613
60-64	11,171	532,715	0.09962670	68,047
65-69	13,132	438,522	0.13930140	61,268
70-74	14,328	311,789	0.20609360	52,733
75-79	14,571	206,395	0.30003390	41,865
80-84	11,167	160,116	0.29694170	29,304
85-+	13,898	0	1.00000000	20,602

EDAD	${}_nd_x$	${}_nL_x$	T_x	e_x
0-4	5,696	485,760	6'420,481	64.20
5-9	458	4760,374	5'934,721	62.93
10-14	413	468,196	5'464,347	58.22
15-19	891	464,936	4'996,151	53.47
20-24	1,509	458,936	4'531,214	48.96
25-29	1,700	540,914	4'072,278	44.63
30-34	1,951	441,787	3'621,364	40.53
35-39	2,596	430,420	3'179,577	36.38
40-44	2,944	416,571	2'749,157	32.42
45-49	3,680	400,012	2'332,586	28.50
50-54	4,549	379,439	1'932,574	24.72
55-59	5,566	354,151	1'553,574	21.09
60-64	6,779	323,288	1'198,984	17.61
65-69	8,535	285,003	875,696	14.29
70-74	10,868	236,496	590,693	11.20
75-79	12,561	177,924	354,197	8.46
80-84	8,702	124,767	176,274	6.01
85-+	20,602	51,406	51,406	2.50

TABLA DE MORTALIDAD 1960
MUJERES

EDAD	$_nD_x$	$_nK_x$	$_nq_x$	l_x
0-4	87,454	3'391,794	0.12111303	100,000
5-9	6,738	2'739,078	0.01222457	87,889
10-14	2,850	2'165,931	0.00655758	86,814
15-19	3,434	1'784,250	0.00957701	86,245
20-24	4,661	1'534,366	0.01507420	85,419
25-29	4,717	1'321,882	0.01768422	84,131
30-34	4,402	1'070,126	0.02035831	82,644
35-39	5,137	958,348	0.02644692	80,961
40-44	4,255	747,036	0.02807937	78,820
45-49	4,956	690,646	0.03524712	76,607
50-54	5,382	577,123	0.04556553	73,907
55-59	5,971	484,220	0.05981197	70,539
60-64	7,863	373,428	0.10001640	66,320
65-69	6,886	278,702	0.11635019	59,687
70-74	8,484	188,733	0.20205773	52,742
75-79	7,057	119,999	0.25635437	42,085
80-84	7,203	90,416	0.33156419	31,297
85-+	12,318	0	1.00000000	20,919

EDAD	$_nd_x$	$_nL_x$	T_x	e_x
0-4	12,111	469,722	6'085,129	60.85
5-9	1,074	436,757	5'615,407	63.89
10-14	569	432,648	5'178,650	59.65
15-19	826	429,160	4'746,002	55.02
20-24	1,288	423,876	4'316,842	50.53
25-29	1,488	416,938	3'892,965	46.27
30-34	1,682	409,012	3'476,028	42.06
35-39	2,141	399,453	3'067,016	36.88
40-44	2,213	388,566	2'667,563	33.84
45-49	2,700	376,283	2'278,997	29.74
50-54	3,368	361,114	1'902,713	25.74
55-59	4,219	342,147	1'541,599	21.85
60-64	6,633	315,017	1'199,452	18.08
65-69	6,945	281,073	884,435	14.81
70-74	10,657	237,069	603,360	11.43
75-79	10,788	183,454	366,294	8.70
80-84	10,377	130,540	182,839	5.80
85-+	20,919	52,299	52,299	2.50

TABLA DE MORTALIDAD 1970
MUJERES

EDAD	$_nD_x$	$_nK_x$	$_nq_x$	l_x
0-4	100,188	4´642,323	0.10238324	100,000
5-9	7,513	3´849,094	0.00971204	89,762
10-14	3,269	3´226,713	0.00505270	88,890
15-19	3,551	2´663,293	0.00644411	88,441
20-24	4,531	2´089,346	0.01078463	87,853
25-29	4,641	1´701,982	0.01354178	86,906
30-34	4,571	1´457,619	0.01555771	85,729
35-39	5,782	1´252,590	0.02281686	84,395
40-44	5,196	1´006,738	0.02547738	82,469
45-49	5,701	893,375	0.03140605	80,368
50-54	5,490	685,164	0.03927662	77,844
55-59	6,784	618,229	0.05340142	74,784
60-64	9,284	495,997	0.08940557	70,793
65-69	10,816	388,958	0.13000062	64,464
70-74	11,542	270,675	0.19266851	56,083
75-79	9,040	174,579	0.22923336	45,278
80-84	9,428	134,963	0.29735134	34,899
85-+	17,251	0	1.00000000	24,522

EDAD	$_nd_x$	$_nL_x$	T_x	e_x
0-4	10,328	474,404	6´367,412	63.67
5-9	872	446,629	5´893,008	65.65
10-14	449	443,327	5´446,379	61.27
15-19	588	440,735	5´003,052	56.56
20-24	947	436,897	4´562,317	51.93
25-29	1,177	431,586	4´125,421	47.47
30-34	1,334	425,310	3´693,834	43.08
35-39	1,926	417,161	3´268,524	38.72
40-44	2,101	407,094	2´851,363	34.57
45-49	2,524	395,532	2´444,269	30.41
50-54	3,057	381,578	2´048,737	26.31
55-59	3,994	363,950	1´667,159	22.29
60-64	6,229	338,142	1´303,210	18.40
65-69	8,380	301,360	965,067	14.97
70-74	10,806	253,404	663,699	11.83
75-79	10,379	200,442	410,296	9.06
80-84	10,377	148,551	209,854	6.01
85-+	24,522	61,304	61,304	2.50

TABLA DE MORTALIDAD 1980
MUJERES

EDAD	$_nD_x$	$_nK_x$	$_nq_x$	l_x
0-4	55,026	5'526,045	0.04857855	100,000
5-9	3,904	5'222,907	0.00373041	95,142
10-14	2,556	4'483,711	0.00284626	94,787
15-19	3,403	3'771,761	0.00450100	94,517
20-24	3,939	3'145,144	0.00624090	94,092
25-29	3,776	2'574,823	0.00730579	93,505
30-34	3,787	2'009,980	0.00937632	92,822
35-39	4,623	1'632,178	0.01406248	91,951
40-44	4,896	1'389,879	0.01745928	90,658
45-49	5,618	1'184,378	0.02343913	89,075
50-54	6,485	938,710	0.03395563	86,988
55-59	7,337	814,388	0.04405386	84,034
60-64	8,306	601,461	0.06674423	80,332
65-69	10,468	510,342	0.09755606	74,970
70-74	12,339	372,514	0.15295212	67,656
75-79	13,464	255,677	0.23266986	57,308
80-84	11,968	210,715	0.24867530	43,974
85-+	20,311	0	1.00000000	33,039

EDAD	$_nd_x$	$_nL_x$	T_x	e_x
0-4	4,858	487,855	7'074,258	70.74
5-9	355	474,823	6'586,403	69.22
10-14	269	473,261	6'111,579	64.47
15-19	425	471,524	4'638,318	59.65
20-24	587	468,992	5'166,794	54.91
25-29	683	465,816	4'697,802	50.24
30-34	870	461,933	4'231,986	45.59
35-39	1,293	456,524	3'770,053	41.00
40-44	1,583	449,334	3'313,529	36.54
45-49	2,087	440,158	2'864,195	32.15
50-54	2,954	427,553	2'424,037	27.86
55-59	3,702	410,914	1'996,484	23.75
60-64	5,362	388,255	1'585,569	19.73
65-69	7,314	356,566	1'197,314	15.97
70-74	10,348	312,411	840,748	12.42
75-79	13,334	253,206	528,336	9.21
80-84	10,935	192,533	275,130	6.25
85-+	33,039	82,592	82,592	2.50

MATRIZ DE PROYECCION M,
POBLACIONES ESTACIONARIAS H Y K
HOMBRES Y MUJERES 1960

	M		K	H
EDAD	L_{x+5}/L_x	m_{1i}	K_1	H_1
0-4	0.92681914	-	433,584	1.15317550
5-9	0.99015401	-	344,290	1.45225984
10-14	0.99109421	0.00084106	292,068	1.71192799
15-19	0.98658631	0.12081563	248,001	2.01513254
20-24	0.98197035	0.46854487	209,625	2.24281814
25-29	0.97838057	0.71257266	176,360	2.11563888
30-34	0.97259989	0.67110651	147,830	1.68405287
35-39	0.96761889	0.54404869	123,184	1.22528982
40-44	0.96203750	0.33822822	102,121	0.82963465
45-49	0.95167336	0.10280686	84,171	0.60113043
50-54	0.93743319	-	-	-
55-59	0.90888638	-	-	-
60-64	0.87958442	-	-	-
65-69	0.82960799	-	-	-
70-74	0.75714116	-	-	-
75-79	0.69712875	-	-	-
80-84	0.39734949	-	-	-

EDAD	F_x
10-14	0.00036232
15-19	0.05191712
20-24	0.15085106
25-29	0.15677605
30-34	0.13341292
35-39	0.10218106
40-44	0.04389408

MATRIZ DE PROYECCION M,
POBLACIONES ESTACIONARIAS H Y K
HOMBRES Y MUJERES 1970

	M		K	H
EDAD	L_{x+5}/L_x	m_{1i}	K_1	H_1
0-4	0.93809039	-	435,043	1.14930931
5-9	0.99214222	-	345,300	1.44801505
10-14	0.99317343	0.00413028	289,860	1.72496376
15-19	0.98944257	0.10256053	243,575	2.04796876
20-24	0.98545412	0.42944490	203,912	2.32719023
25-29	0.98262918	0.70347371	170,019	2.29025552
30-34	0.97675929	0.66219704	141,354	1.93190349
35-39	0.97017700	0.53454692	116,819	1.55846793
40-44	0.96418765	0.41415690	95,892	1.26532984
45-49	0.95547247	0.17228405	78,228	1.05736606
50-54	0.94241475	-	-	-
55-59	0.91551474	-	-	-
60-64	0.87480466	-	-	-
65-69	0.81922722	-	-	-
70-74	0.76859901	-	-	-
80-84	0.40951191	-	-	-

EDAD	F_x
10-14	0.00175857
15-19	0.04205517
20-24	0.14160390
25-29	0.15862948
30-34	0.12428212
35-39	0.10488981
40-44	0.07285374

MATRIZ DE PROYECCION M, POBLACIONES ESTACIONARIAS H Y K HOMBRES Y MUJERES 1980

	M		K	H
EDAD	L_{x+5}/L_x	m_{1i}	K_1	H_1
0-4	0.97076016	–	475,400	1.05174495
5-9	0.99602820	–	440,164	1.13594032
10-14	0.99465494	0.00053258	418,147	1.19575141
15-19	0.99081115	0.07680668	396,684	1.25988642
20-24	0.98782924	0.26350399	374,868	1.25167662
25-29	0.98570383	0.36187584	353,185	1.04796397
30-34	0.98133098	0.30632192	332,041	0.72857610
35-39	0.97615966	0.23271018	310,778	0.45012278
40-44	0.97010364	0.15419927	289,344	0.23273813
45-49	0.96024507	0.05391929	267,717	0.08436337
50-54	0.94766702	–	–	–
55-59	0.92956885	–	–	–
60-64	0.90104153	–	–	–
65-69	0.85456526	–	–	–
70-74	0.78380323	–	–	–
75-79	0.73386082	–	–	–
80-84	0.42201636	–	–	–

EDAD	F_x
10-14	0.00021999
15-19	0.03162726
20-24	0.077579651
25-29	0.07213111
30-34	0.05474573
35-39	0.04186312
40-44	0.02215317

MATRIZ DE PROYECCION M,
POBLACIONES ESTACIONARIAS H Y K
MUJERES 1960

	M		K	H
EDAD	L_{x+5}/L_x	m_{1i}	K_1	H_1
0-4	0.92982172	-	435,302	1.14862465
5-9	0.99059149	-	347,610	1.43838951
10-14	0.99193766	0.00083896	295,726	1.69075225
15-19	0.98768761	0.11983163	251,927	1.98372294
20-24	0.98363039	0.46106018	213,696	2.19926157
25-29	0.98099066	0.96754723	180,522	2.06501353
30-34	0.97662869	0.65467464	152,089	1.63432636
35-39	0.97274778	0.52833044	127,564	1.17856056
40-44	0.96838778	0.32635669	106,569	0.78689408
45-49	0.95968622	0.06852363	88,630	0.55906260
50-54	0.94747731	-	-	-
55-59	0.92070551	-	-	-
60-64	0.89224661	-	-	-
65-69	0.89224661	-	-	-
70-74	0.77384495	-	-	-
75-79	0.71156947	-	-	-
80-84	0.40063621	-	-	-

EDAD	F_x
10-14	0.00036012
15-19	0.05129382
20-24	0.14743157
25-29	0.15247124
30-34	0.12930066
35-39	0.09833379
40-44	0.04194978

MATRIZ DE PROYECCION M,
POBLACIONES ESTACIONARIAS H Y K
MUJERES 1970

	M		K	H
EDAD	L_{x+5}/L_x	m_{1i}	K_1	H_1
0-4	0.94145238	-	436,737	1.14485345
5-9	0.99260624	-	348,467	1.43485498
10-14	0.99415344	0.00412549	293,145	1.70564042
15-19	0.99129237	0.10233211	246,990	2.01962210
20-24	0.98784426	0.42436791	207,503	2.28576225
25-29	0.98545712	0.69152438	173,722	2.23725240
30-34	0.98084116	0.64597754	145,090	1.87538199
35-39	0.97586822	0.51887278	120,609	1.50204851
40-44	0.97159653	0.40111649	99,750	1.20741684
45-49	0.96472144	0.16609645	82,138	0.99367224
50-54	0.95380244	-	-	-
55-59	0.92909035	-	-	-
60-64	0.89124671	-	-	-
65-69	0.84084373	-	-	-
70-74	0.79099805	-	-	-
75-79	0.74111674	-	-	-
80-84	0.41267977	-	-	-

EDAD	F_x
10-14	0.00174945
15-19	0.04175545
20-24	0.13926462
25-29	0.15451632
30-34	0.12011712
35-39	0.10106898
40-44	0.07002318

MATRIZ DE PROYECCION M,
POBLACIONES ESTACIONARIAS H Y K
MUJERES 1980

	M		K	H
EDAD	L_{x+5}/L_x	m_{1i}	K_1	H_1
0-4	0.97328729	-	475,558	1.13508808
5-9	0.99671083	-	439,814	1.22733657
10-14	0.99671083	0.00054311	416,546	1.29589452
15-19	0.99463100	0.07835505	394,357	1.36818969
20-24	0.99322833	0.26763094	372,715	1.35821637
25-29	0.99166275	0.36534049	351,763	1.13325756
30-34	0.98829163	0.30709771	331,466	0.78447134
35-39	0.98425114	0.23138848	311,279	0.48263476
40-44	0.97957711	0.15211260	291,125	0.24919642
45-49	0.97136497	0.05275263	270,684	0.09145751
50-54	0.96108245	-	-	-
55-59	0.94485647	-	-	-
60-64	0.91838172	-	-	-
65-69	0.87616623	-	-	-
70-74	0.81048967	-	-	-
75-79	0.76038094	-	-	-
80-84	0.42900363	-	-	-

EDAD	F_x
10-14	0.00022347
15-19	0.03207096
20-24	0.07817575
25-29	0.07220030
30-34	0.05433287
35-39	0.04117504
40-44	0.02162634

POLINOMIO CARACTERISTICO,
VALOR DE CRECIMIENTO $_1$,
VALOR DE C_1

HOMBRES Y MUJERES

1960

$$P = (0.00077183) + \lambda\,(0.10988434) + \lambda^2\,(0.42023510) + \lambda^3\,(0.62787806) + \lambda^4\,(0.57855603) + \lambda^5\,(0.45616920) + \lambda^6\,(0.27441154) + \lambda^7\,(0.08024290) - \lambda^{10}$$

$\lambda_1 = 1.16719634$ $\qquad C_1 = 15.19308364$

1970

$$P = (0.00384413) + \lambda\,(0.09480341) + \lambda^2\,(0.39277312) + \lambda^3\,(0.63404283) + \lambda^4\,(0.58647246) + \lambda^5\,(0.46241697) + \lambda^6\,(0.34758723) + \lambda^7\,(0.13941373) - \lambda^{10}$$

$\lambda_1 = 1.18190028$ $\qquad C_1 = 21.56254800$

1980

$$P = (0.00051496) + \lambda\,(0.0738677) + \lambda^2\,(0.25109271) + \lambda^3\,(0.34063430) + \lambda^4\,(0.28421914) + \lambda^5\,(0.21188789) + \lambda^6\,(0.1370547) + \lambda^7\,(0.04649154) - \lambda^{10}$$

$\lambda_1 = 1.10484724$ $\qquad C_1 = 19.03421462$

POLINOMIO CARACTERISTICO,
VALOR DE CRECIMIENTO λ_1,
VALOR DE C_1

MUJERES

1960

$$P = (0.0007727) + \lambda\,(0.10948387) + \lambda^2(0.41605992) + \lambda^3(0.61916153) + \lambda^4(0.57006022) + \lambda^5(0.44929370) + \lambda^6(0.26997122) + \lambda^7(0.07892501) - \lambda^{10}$$

$\lambda_1 = 1.16438891$ $C_1 = 7.40597329$

1970

$$P = (0.00385523) + \lambda\,(0.09506939) + \lambda^2(0.39173762) + \lambda^3(0.62910991) + \lambda^4(0.57912749) + \lambda^5(0.45626414) + \lambda^6(0.34420497) + \lambda^7(0.13848188) - \lambda^{10}$$

$\lambda_1 = 1.17993062$ $C_1 = 10.52625535$

1980

$$P = (0.00052687) + \lambda\,(0.07573199) + \lambda^2(0.25728276) + \lambda^3(0.34883598) + \lambda^4(0.29077967) + \lambda^5(0.21652813) + \lambda^6(0.14010179) + \lambda^7(0.04759499) - \lambda^{10}$$

$\lambda_1 = 1.05238624$ $C_1 = 9.42558205$