2 ej
19

TEORIA DE JUEGOS Y TEORIA DE LAS INCITACIONES

Contenido

ACTUARIO

GALLEGOS RAMÍREZ URIEL

1987

Prologo

La inqietud que origina el tratamiento adecuado respecto al proceso de la toma de decisiones dentro de un marco que contemple el convenio por unanimidad conforme a un problema de tipo económico-público; es el origen de toda esta investigación, en donde mucho se ha trabajado al respecto, ésto es dado a que los problemas en la economía pública son por asi decirlo clásicos.

Pero se oserva un gran avance, no tanto en la solución concreta de tales problemas, sino que este avance se da en pro de un mejor entendimiento ésto es gracias a la utilización de una matemática que en cierta forma no es compleja y que facilita, el entendimiento de problemas clásicos en la economía que son complejos. Asi pues para dar a conocer en detalle ésta inquietud, creemos que la investigación debia ser presentada en alguna forma organizada.

El trabajo está clasificado en tres grandes apartados: el primero tiene relación con los modelos de asignación de recursos en un equilibrio general competitivo involucrando bienes publicos, el segundo tiene importancia con los mecanismos de asignación óptima de recursos e incentivos individuales y el tercero está relacionado con el desarrollo de mecanismos específicos para determinar la asignación de bienes publicos.

La literatura consiste fundamentalmente en el desarrollo de una clase de mecanismos por incentivo para inducir a los agentes miembros de alguna sociedad económica a que comuniquen la verdad "revelación correcta de preferencias" al agente central o gobierno y por tanto permitirle tomar decisiones óptimas o eficientes "guiar al óptimo de Pareto".

Sin embargo las suposiciones que hacemos son muy restrictivas; esencialmente suponemos que un consumidor no toma desiciones por otros consumidores (suposición competitiva), pero suponemos que tomara decisiones que por lo menos le serán favorables, hablando en terminos de teoria de juegos, un consumidor en estos modelos se supone que elige decisiones "minimax", aunque nuestras suposiciones competitivas implican un equilibrio de Nash.

Hemos hecho una suposición de comportamiento competitivo no solo porque nos permite resultados positivos, sino porque *tambien es consistente con los teoremas económicos fundamentales del bien estar social.*

En el primer capítulo tratamos de hubicar el tema, intentamos hacer ver su proposito dando descripción de como es que que un problema de tipo económico puede ser planteado en terminos de un modelo matemático.

Posteriormente se contempla la posibilidad de implementar reglas sociales en el modelo.

En el capítulo II tratamos un factor (el comportamiento económico) un factor crucial dentro de la teoría económica y que es el vínculo entre la teoría económica y la teoría matemática, planteamos como es que atravez de un largo desarrollo éste factor, ha logrado ser aclarado con satisfacción por la teoría matemática, agregado a esto damos un bosquejo de la teoría de juegos, presentamos nociones básicas de ésta teoría con el proposito de familiarizarse con el lenguaje utilizado para el entendimiento en temas posteriores.

Planteamos tambien un acercamiento a la teoría de la elección social para la explicación y planteamiento de factores economicos, finalmente exponemos en forma breve la teoría de las incitaciones, que vendría a ser la culminación en conjunto de las teorias antes expuestas.

La parte pricipal de éste trabajo es formulada en el capítulo III, en donde planteamos los factores en consideración para la formulación de problemas economicos en modelos matemáticos.

Los capitulos IV y V presentan algunas de las aplicaciones de los modelos formulados en el capítulo III.

Cabe hacer una aclaración, respecto al capítulo IV, éste está más desarrollado, debido a que se ha trabajado más profundamente al respecto, por otra parte por la extención y complejidad del capítulo V, decidimos dejarlo para un mayor desarrollo en un trabajo posterior, para los interesados en el tema ofrecemos una referencia bastante amplia al final de éste trabajo.

Ésta exposición en general no pretende haber sido completa, hay que considerar de que para ello necesitariamos mucha mayor investigación, sin embargo se espera halla alcanzado su proposito que es el de inquietar introductoriamente hacia la utlización de la teoría de las incitaciones.

Capítulo I

Introducción

1.1 El Proceso de la Toma de Decisión Colectiva.

En una sociedad de constante crecimiento complejo, las reglas y los métodos para la toma de decisiones tienden a institucionalizarse. Los conjuntos en los cuales las decisiones colectivas son tomadas, son precisamente aquéllos en los que a menudo se falla en cuanto a la rectificación de errores en el proceso de la toma de decisión, es por tanto difícil desde el punto de vista del diseñador del sistema escoger métodos que puedan ser bien ejecutados dentro de un rango de aplicación. Consideremos un "tomador de decisiones central" (gobierno) cuya acción es seleccionar una alternativa dentro de un conjunto de alternativas, supongamos que actúa con honradez y que si conoce bien la descripción total del sistema económico entonces, seleccionará alguna regla social, que esté entre las que sean óptimas de Pareto (1). Sin embargo la información rara vez está a plena disposición del "tomador de decisiones central," es decir, que está ampliamente esparcida entre los miembros de una sociedad, y que de ninguna manera éstos poseen el menor interés en revelar esta información retenida. Por lo tanto, el dual de las características en conflicto, los propósitos individuales y la información diversa, se combina para crear la estructura de los problemas que tratamos en este trabajo. Nuestro propósito es el de explicar la posibilidad de superar estos obstáculos para una toma de decisión eficiente, comenzamos por fijar algunos resultados, contemplando la posibilidad de una construcción general de métodos que conduzcan al óptimo de Pareto y sean inmunes al juego individual entre los agentes miembros de una sociedad económica. Nuestro propósito será el de dar una nueva perspectiva al proceso de la toma de decisión colectiva, ésto es dando un tratado manipulable en la información, desarrollaremos ciertos mecanismos para extraer la información confidencial y privada para el uso público, de aquí el seudónimo de manipulable estos mecanismos son llamados mecanismos para la revelación correcta de preferencias.

Implementaremos una extención del modelo económico Arrow-Debreu, utilizaremos este modelo como referencia dado a sus caracterfsticas descriptivas y apropiadas facilitando asf un mayor entendimiento, este modelo involucra bienes públicos (ver [2] y [15]), planteamos un juego ecónomico competitivo entre dos sectores. Describiremos el modelo de manera formal es decir definiremos matemáticamente los conceptos que hemos venido utilizando por ejemplo en nuestro modelo las estretegias se traducirán en un lenguaje establecido, y haremos referencia a éste sin distinción entre los conceptos que más utilizamos aquí tales como: señal, mensaje o estrategia, ésto establece una comunicación entre los agentes pero haremos mayor énfasis en la comunicación que haya del agente al "tomador de decisiones central". Ahora bien, volviendo a nuestro problema, el lenguage consistirá en que cada jugador revelará sus preferencias. (Más adelante se entenderá que se quiere decir con ésto): El gobierno buscará la correcta revelación de preferencias y en base a éstas tomará una buena decisión. Buscaremos la revelación correcta de preferencias atravez de mecanismos por incentivos, para que el proceso de la toma de decisión colectiva sea óptimo.

El modelo que aquí se formula echando mano de la teoría de juegos, no tiene por objeto la busqueda de una solución a una economía dada entre estos dos sectores, sino que se plantea como una gran herramienta para la descripción en detalle de la información que éstos manejan. Como se puede apreciar este juego es de información imperfecta dado que cada individuo desconoce las jugadas del otro, las del centro (gobierno) y viceversa.

Nótese que así, como nos situamos como: planificador central-gobierno, podrfamos habernos situado como planificador central-consumidor. En el presente trabajo solo estudiaremos la primera situación, es decir, como planificador central-gobierno. Cabe hacer mención que el modelo considerado, como modelo de teoría de juegos es un juego con suma distinta de cero ya que las ganancias para uno no significan las mismas perdidas para el otro. (Suposición competitiva)

Debido a que cada agente busca maximizar su propio beneficio y dado que este beneficio está sujeto al comportamiento de los demás agentes esta ganancia se traducirá en utilidad y además tenemos que, la utilidad será tratada en este trabajo como una simple relación de preferencia.

Por otro lado, el número de jugadas de cada agente más allá de su cantidad siempre será un número finito.

En conclusión, la toma de decisión colectiva deberá revelar correctamente las preferencias de los participantes consumidores y -gobierno- y las estrategias analizadas por el planificador central-gobierno en un juego finito de información imperfecta. El éxito del planificador central, entonces, residirá en la maximización de sus beneficios en función de la estrategia escogida. Así pues, es conveniente aclarar que el presente trabajo intenta, más que ofrecer un marco de soluciones a problemas concretos, poner de relieve el funcionamiento de un proceso de toma de decisión colectiva como un modelo teórico-metodológico para proporcionar una optimización de los resultados de una situación ideal.

1.2 Economías Propias Privadas y Gobierno.

"El logro de un óptimo de Pareto en la asignación de recursos vía métodos decentralizados en presencia de bienes públicos es compatible con los incentivos individuales" ver [11].

En este trabajo presentaremos un método decentralizado para determinar niveles óptimos para los bienes públicos. Nuestro método hace referencia al tradicional equilibrio general de economía propia privada (Arrow-Debreu): es un procedimiento explícito para determinar la demanda del consumidor por los bienes públicos. Aún cuando los consumidores son completamente libres de tergiversar sus demandas por los bienes públicos, la reglas de asignación que especificamos son de tal forma que en el equilibrio hay un interés individual en el consumidor para revelar su demanda verdadera.

Formulamos una clase de mecanismos para la asignación de los bienes públicos añadiendo un agente especial -gobierno- al modelo standar de Arrow-Debreu de una economía propia privada. El gobierno (que debe pensarse como un procesador central de información) elige de acuerdo a las reglas fijadas el nivel de los bienes públicos a proveer y la recaudación de impuestos sobre los consumidores basada en el mercado de precios de todos los bienes públicos y en la información comunicada por los consumidores. Supondremos que los consumidores saben o son capaces de descubrir las reglas del gobierno y que son libres de comunicar cualquier mensaje que deseen.

Por otro lado el gobierno no tiene forma de verificar si es correcta la información comunicada por los consumidores es correcta. Ésto se debe a que no tiene bases sobre las cuales pueda hacer comparación de los mensajes recibidos. Además de elegir el mensaje a enviar (al gobierno) los consumidores también eligen la compra de bienes privados en el mercado competitivo.

Al tomar los consumidores sus decisiones, supondremos que lo haran de tal manera que maximicen sus preferencias sobre la canasta de consumo (contiene ambos, bienes públicos y privados) sujetas a su presupuesto (el cual inclye la carga de impuestos). Supondremos que los consumidores se comportan competitivamente, es decir, que tratan los precios de los bienes en el mercado, como parámetros. Por lo tanto, bajo nuestra suposición de comportamiento competitivo, un consumidor racional (intentando su propio beneficio), su mensaje influirá en la determinación que el gobierno tendrá para la provisión de bienes públicos y la determinación del impuesto a pagar.

1.3 El Modelo Económico Arrow-Debreu

El modelo que consideramos es un modelo Arrow-Debreu de una economía propia privada con bienes públicos y un gobierno; hay L bienes privados ($l=1,\ldots,L$) y K bienes públicos ($k=1,\ldots,K$) una canasta de bienes privados es tenotada por x y es un elemento del espacio mercantil (el espacio euclideo L-dimencional) una canasta de bienes públicos será denotada por y y es un elemento del espacio mercantil $\mathbb{R}^K$ El modelo tiene un tipo de agente

ordinario-consumidor y un agente especial-el gobierno-. Hay I-consumidores i=1,...,I cada uno caracterizado por; i) Un conjunto de consumo H R^{L+K} , ii) una relación de preferencia Pi sobre H_i y iii) una dotación inicial de bienes privados wi RL. En una economía propia privada, los bienes privados son comprados por consumidores en mercados privados; los bienes públicos son comprados en mercados privados y provistos a los consumidores por un agente especial-el gobierno-.
Por lo tanto, este agente tiene dos tareas muy importantes a ejecutar. Primero tiene que escoger el nivel de los bienes públicos K y proveerlos a los consumidores, y segundo la recaudación de impuestos, fondos (a través de impuestos) para financiar la compra de bienes públicos y llevar a cabo estas tareas en una forma socialmente deseable o de forma no arbitraria. El gobierno tendrá que tener comunicación con los consumidores. Para precisar este concepto de comunicación, especificaremos un conjunto abstracto M el cual será el lenguaje o el espacio-mensaje. Cada consumidor i seleccionará un elemento m M, donde mi es interpretado como el mensaje del consumidor i al gobierno. El govierno estará caracterizado por reglas que especifican:

i) que canasta de bienes públicos comprar (la regla de asignacion) y
ii) que impuesto imponer a los consumidores, (las reglas del impuesto)

Dado el lenguage las reglas definirán las cantidades especificas de bienes públicos y los impuestos para cada i-ada de mensajes m=(m1,...,mI) recibidas de los consumidores. Formalmente la regla de asignación es una función Y: MIxRL+K-R Vi por lo tanto y(m) es el vector de bienes públicos comprados por el gobierno y suministrados a los consumidores.

1.4 La Implementación de Reglas Sociales

Supondremos que los objetivos de una sociedad están incorporados con una cierta regla de elección social (R.E.S.), una regla de elección social (R.E.S.), selecciona un conjunto factible de estados sociales para una posible configuración de preferencias individuales y otras características.

Interpretaremos el conjunto de elección como el conjunto óptimo de bienestar social. Por ejemplo dada una función de bienestar social que incorpora preferencias individuales en un ordenamiento social, podríamos entonces considerar que, una regla natural de elección puede ser obtenida maximizando este ordenamiento sobre el conjunto factible. Alternativamente la regla de Pareto, es la regla que selecciona todos los Estados eficientes dadas las preferencias individuales y el conjunto factible. Si bien éstas son dos reglas particulares de elección social nuestra discusión cubrirá reglas generales. Si las características relevantes de los agentes, tales como las preferencias pasan a ser del conocimiento público, entonces la regla social puede ser implementada trivialmente debido a que el conjunto de eleccion es conocido.

El tratado de la compatibilidad por incentivo nace precisamente porque estas características no son conocidas por el planificador. El planificador puede intentar saber las características pidiendo dìrectamente a los agentes que las revelen. Sin embargo si los agentes se dan cuenta como se usa la información que ellos revelen, tendrán un incentivo para tergiversarla. Entonces la tarea del planificador en implementar la regla social es más difícil; obviamente tendrá que usar un mecanismo de planeación, que tenga como posibles resultados estados sociales (2). Supondremos que cuando el mecanismo es usado, el planificador sabe que estados sociales son factibles, de tal forma que pueda estar seguro de que el resultado final sera factible.

Sin embargo el planificador se guía por las señales de los agentes que son las que ayudan a implementar la regla social. Se supone que cada agente envía su propia señal. El mecanismo del planificador es entonces una regla que especifica un estado para cada lista de señales enviadas por los agentes. Se supone que cada agente conoce el mecanismo que el planificador esté utilizando. Entonces cada agente se da cuenta que está envuelto en una forma de juego, ésto es, porque las señales que el y todos los demás agentes manden al planificador dependen del mecanismo utilizado.

Más precisamente, ésto es una "forma de juego" en la cual hay un conjunto fijo de estrategias, que consiste en las señales que son enviadas al planificador y en el cual los resultados de éstas estrategias son conocidos por todos los jugadores, esto es mas que un juego "una forma de juego" ya que las preferencias de los jugadores sobre los resultados no han sido especificadas, entonces es de suponerse que los jugadores en esta forma de juego, alcanzan algun tipo de equilibrio, el cual depende de sus verdaderas características en particular de sus preferencias. El mecanismo dado genera un estado social particular de acuerdo a estas señales. Probablemente sería deseable que este estado social esté en el conjunto de elección social dadas las características verdaderas de los agentes.

El problema básico del planificador es diseñar una forma de juego que tenga por lo menos siempre un equilibrio en cuanto al conjunto de características verdaderas y que los posibles resultados en equilibrio pertenescan al conjunto apropiado de elección social para las características verdaderas de los individuos. Un mecanismo o una forma de juego con esta propiedad se dice que implementa una regla social.

Nos restringiremos a un mecanismo de decisión, que es el mecanismo por incentivo individual compatible, ésto es, un desarrollo con conceptos de equilibrio no cooperativo e incluso en esta clase restringida, uno puede distinguir entre dos tipos diferentes de mecanismos; a los primeros les llamaremos mecanismos "directos" en este caso cada señal del agente al planificador, es una característica un conjunto de preferencias, dotaciones, posibilidades de producción y cualquier otra cosa que sea relevante. No obstante, nótese que los agentes no necesitan reportar sus características verdaderas, y por esta razon, podría ser engañoso llamarlos mecanismos directos o también conocidos como "mecanismos de revelación de preferencias." [7] Sin embargo, la razon natural para considerar tal mecanismo directo es probablemente el interés de una implementación que anime a cada agente a revelar sus características verdaderas.

Mucho trabajo se ha hecho para encontrar particularmente mecanismos directos que admitan un equilibrio verdadero.(3), donde cada agente tiene la verdad como estrategia dominante para la forma de juego, el mecanismo se dice que es honesto. También hay otros conceptos de solución, tales como maxmin, y el equilibrio en utilidad esperada, que pueden guíar al reporte directo de las características verdaderas.

Mientras que los mecanismos directos tienen un enorme interés, hay muchas inmediaciones económicas para las cuales, tales mecanismos no dan resultados satisfactorios. Ésto es claro especialmente en las publicaciones de Gibbard y Hurwicz. [9] De hecho las publicaciones de los mecanismos honestos están restringidas a inmediaciones económicas más especiales. Hasta las preferencias son especiales (como en Clarke [11], Green y Laffort [10], Groves y Loeb [16]) o hay una gran economía en la cual ninguna mentira de algun individuo pueda afectar significativamente el resultado en el juego (ver Hammond (1979), Roberts y Postlewaite (1976)).

¿Será posible construir mecanismos directos para los cuales, incluso la verdad no es una estrategia dominante o por lo menos hay una utilidad esperada maximizando, o bien una estrategia maxmin, para cada agente? Pero la noción de equilibrio maxmin no es de especial interés en nuestra investigación; y por otro lado tenemos que un mecanismo de utilidad esperada solo puede ser construido en el caso en que el planificador conoce las probabilidades subjetivas correspondientes a las características de uno y otro, y éstas son unas de las inmediaciones económicas en las cuales no se producirán mecanismos satisfactorios directos. Para las cuales el mecanismo será ordinariamente sensitivo. Por lo tanto hay muchas inmediaciones económicas para las cuales no se producirán mecanismos satisfactorios directos.

Capítulo II:

Conceptos Básicos

2.1 El Comportamiento Económico (Un enfoque matemático).

En el presente capítulo presentamos una breve discusión, sobre algunas de las preguntas fundamentales en la teoría económica, esta discusión requiere de un trato diferente del que se le ha venido dando a lo largo de la literatura. El análisis tiene que ver con algunos de los problemas básicos que nacen del estudio del comportamiento económico (el cual ha sido el centro de atención de los economistas por mucho tiempo). La posición exacta de este estudio y su solución subsecuente solo podrá ser lograda con el empleo de métodos matemáticos, estos métodos divergen considerablemente de las tecnicas aplicadas por viejos y contemporaneos economistas matemáticos [45]. Nuestras consideraciones nos guiarán a la aplicación de la teoría de juegos. Después de la presentación de esta teoría haremos consideración de su aplicación en los problemas económicos. Se buscará en que forma esta teoría de juegos puede ser relacionada con la teoría económica y cuales son sus elementos comunes, esperamos establecer satisfactoriamente, esta relación después de desarrollar algunas equematizaciones de los problemas típicos del comportamiento económico y ver(4) como es que éstos llegan a tener identificación con las nociones matemáticas propias de la teoría de juegos.

Puede ser oportuno comenzar con algunas observaciones respecto a la naturaleza de la teoría económica y discutir brevemente, el papel que juegan las matemáticas en este desarrollo.

Tradicionalmente los problemas económicos no se formulaban claramente y a menudo sus enunciados se hacían en vagos términos así como en el tratado matemático "apriori" en el que eran formulados, (ésto es, desgraciadamente porque los métodos matemáticos distan mucho de lo que es la realidad). Pero incluso en aquellas partes de la economía en donde la descripción del problema ha sido manejada con satisfacción, las herramientas rara vez han sido usadas apropiadamente, en los intentos para determinar un equilibrio económico general, por un simple conteo de número de ecuaciones e incognitas.

Intentamos utilizar solo algunas experiencias triviales referentes al comportamiento humano, las cuales se prestan a un tratamiento matemático. Será necesario acercarse a algunas técnicas matemáticas que no habian sido usadas en la economia matematica y concluimos con la observación de que gran parte del sentimiento desagradable que se tiene con el tratamiento matemático en la teoría económica se deriva en gran parte al hecho de que frecuentemente no ofrece pruebas sino meras afirmaciones.

Con frequencia las pruebas son defectuosas debido a que han sido intentadas en los campos de un tratamiento matemático amplio y complicado, que requiere de un mayor conocimiento empírico. Durante el desarrollo de la economía ha habido un gran interés por el comportamiento de los agentes, quienes constituyen la comunidad económica. Una de las dificultades reside propiamente en la descripción del problema, es decir, las suposiciones que deban hacerse sobre los agentes. Por ejemplo, una de las suposiciones que tradicionalmente se ha venido haciendo es de que el individuo desea obtener un máximo de utilidad o beneficio y/o la entrada de un máximo de ganancias.

Las dificultades conceptuales y prácticas de la noción de la utilidad y particularmente los intentos para describirla como un número son bien conocidas, y su tratado no está entre los principales objectivos de este trabajo.

El trabajo estará concentrado, sobre el problema de, la medición de preferencias y el beneficio involucrado; es decir intentamos simplificar las características tanto como sea posible.

2.2. La Teoría de Juegos

En este apartado, presentaremos un panorama general de la teoría de juegos y haremos o una breve mención de sus modelos básicos, así como algunas generalizaciones y extensiones de estos modelos. Adicionalmente, haremos algunas consideraciones generales concernientes a la aplicación de esta teoría. La teoría de juegos es una colección de modelos matemáticos formulados para ayudar al estudio de la toma de decisiones en situaciones que involucran conflicto y cooperación; reconoce que el conflicto surge naturalmente cuando varios participantes tienen preferencias diferentes, en todo tipo de conflicto, ya sea incluso de tipo militar, hay lugar a una cierta cooperación.

El desarrollo actual de las estrategias y la diplomacía muestra el lugar que ocupa la cooperación en toda situación de conflicto. Este hecho se confirma con las aplicaciones estrategicas de la teoría de juegos, así pues la teoría de juegos pretende abstraer aquellos elementos eseciales y comunes en diferentes situaciones competitivas y estudiarlos cientificamente, está orientada a encontrar soluciones óptimas o resultados estables cuando varios tomadores de decision tengan en mente objetivos conflictivos.

En breve, la teoría de juegos se ocupa especialmente de situaciones resultantes de las decisiones que tomadas por varias personas interesadas o involucradas en donde escogerán de entre un grupo de alternativas, aquellas que les traigan mejores resultados, de las cuales los participantes pueden tener preferencias diferentes.

Aunque hay mucha interacción entre las siguientes areas, distinguiremos la teoría de juegos y otros temas como la teoría de las decisiones y la teoría de la utilidad. El campo de la teoría de juegos es amplio y ambicioso, por lo que nos limitaremos a utilizar algunas de las clasificicaciones lógicas que han probado ser útiles al investigador, tales como: el número de participantes, el número de jugadas y elecciones, los casos de suma constante y suma general y los diferentes estados de información disponible para los jugadores.

Este trabajo solo presenta una descripción general, sin detalles de la naturaleza de los modelos básicos de la teoría de juegos, además de que haremos una revisión de algunas propiedades matemáticas y conceptos de solución, se usarán algunos términos técnicos sin definirlos, con la esperanza de que sean evidentes o tengan suficiente significado intuitivo como para no ser mal interpretados; para el lector interesado en el tema, se dan referencias al final de este trabajo.

Muchos de los logros de la teoría de juegos son de naturaleza bastante general o conceptuales. Sus ideas, métodos y vocabulario constituyen parte del pensamiento cotidiano y del lenguage de los tomadores de decisiones.
Sus conceptos usualmente surgen en un espectro de actividades muy amplio: en conferencias gubernamentales, en sesiones de estragia militar y en reuniones de consejos de empresas.

Los modelos de la teoría de juegos son, en cierta medida, sencillos para ser ciertos, pero deben permanecer así so pena de ser inútilizables. Hay muchas dificultades sustanciales problemas sin resolver y críticas validas en la teoría de juegos.

Consideramos algunos conceptos técnicos que se usan muy amenudo en la teoría de juegos, que tendrán por objeto una orientación básica, para ser más entendible la situación de esta exposición.

La primera descripción detallada de un juego en forma extensiva fue presentada por Von Neumann [45] en terminos de conceptos de teoria de conjuntos.(5)

Un juego general de n-personas en forma extensiva es un árbol topológico (una gráfica conexa, finita, sin ciclos y sin vértices de grado dos).(6)

En otras palabras, si en el modelo de un juego secuencial mencionamos explicitamente la sucesión y encadenamiento de las decisiones elementales a tomar por los jugadores, se considerá la forma desrrollada o extensiva del juego, entonces el modelo es amenudo presentado bajo la forma de una gráfica particular, conexa y desprovista de ciclos llamada árbol del juego. Si ningun conjunto de información comprende más de un elemento, entonces se dice que el juego es de información perfecta, ésto es, que todos y cada uno de los participantes conocen en un momento dado las estrategias de su adversario; un ejemplo de ésto es el ajedrez.

Un plan completo de un jugador para jugar el juego se le llama estrategia, hay varios tipos de estrategias y nos permitiremos hacer algunas clasificaciones, una estrategia pura para un jugador i es una regla para escoger una jugada particular en cada uno de sus conjuntos disponibles de información; una estrategia mixta para i es una aleatorización global, efectuada sobre el conjunto de estrategias puras, una estrategia de comportamiento para i es un plan general de aleatorización local, es decir, consta de una clase de distribuciones de probabilidad tal que una distribución particular se asigna al conjunto de jugadas en cada uno de sus conjuntos de información. El principal concepto de solución para los juegos en forma extensiva es el punto de Equilibrio de Nash [20]. El concepto Equilibrio de Nash está basado en la definición de equilibrio en un juego el Equilibrio de Nash es un equilibrio en estrategia dominante, que es una colección de n-estrategias "óptimas" (estrategias mixtas dominantes) (ver [44]),(7)

El problema principal es determinar esos puntos de equilibrio en un juego dado. La importancia del concepto de equilibrio, corresponde al deseo de que, los jugadores no tengan nada de que lamentarse después de jugado el juego; es decir, que cada quien jugó lo mejor que pudo, por tanto el concepto de equilibrio está ligado con la imposibilidad de toda cooperación entre los jugadores con la hipótesis segun la cual cada jugador juega por cuenta propia sin poder entenderse con los demás jugadores.

Por lo antes expuesto, una de las tareas más importantes de la teoría de juegos, es la busqueda de los puntos de equilibrio o la prueba de su existencia en las clases cada vez más generales de juegos. Se considera que la multiplicidad de los equilibrios así como su ausencia puede generarar problemas difíciles.

La busqueda está ligada con las importantes condiciones de estabilidad interna y externa, impuestas a los conjuntos de resultados que constituyen las "soluciones" de los problemas de reparticion.(8)

Entenderemos que un juego es de información imperfecta cuando ninguno de los jugadores tiene la posibilidad de conocer las estrategias de su adversario. Por otra parte, es posible precisar el papel de las estrategias óptimas que son aquellas cuya divulgación daría al adversario la menor información posible.

Cualquiera que sea el modelo adoptado, el estudio de un juego de lucha y cooperacion siempre debe tomar en consideracion dos elementos cuya importancia ha sido subrrayada: las esperanzas de los distintos jugadores caracterizando sus objetivos respectivos, de los cuales estén seguros de poder obtener con su propia fuerza, independientemente de las acciones que tomen los demás jugadores, y el óptimo de Pareto, que es el conjunto de los resultados extremos que son imposibles de mejorar para un jugador sin perjudicar por lo menos algún otro.

Por otro lado tenemos que uno de los factores importantes en los juegos cooperativos multipersonales, es la formación de coaliciones y así el monto máximo obtenible por cualquier coalición es de importancia, consecuentemente, el punto de partida de la multidud de estudios en los juegos cooperativos n-personales es, el planteamiento de la función característica formulada por Von Neumann y Morgenstein.
Un juego n-personal (n,v) en forma de función característica consta de un conjunto N={1,2,...,n}, de n-personas y una función característica v, tal que S N--R donde S es no vacio, entonces el valor v(S) mide el valor la fuerza que puede acumular la coalición S cuando sus miembros actúan juntos. (puede ser un valor esperado)

Pero en cada uno de los modelos básicos (forma normal, función característica, forma extensiva), los principales problemas matemáticos son: probar si el juego tiene solución o no, describir la naturaleza o propiedades de estos conjuntos de solución, y si es posible, probar que el modelo es aplicable, o bien encontrar un algoritmo para determinar la solución de un juego dado. En las aplicaciones no se prueba que un modelo sea "valido" o completamente satisfactorio para todos los juegos ni que un modelo sea superior a otro. El primer concepto de solución general introducido para los juegos cooperativos fue la solución de conjunto estable donde uno de los conceptos de solución es el nucleo.(9)

La aplicación de la teoría de juegos cooperativos se ha dado en la dirección de las ciencias sociales y el estudio del comportamiento. La formulación de problemas económicos como juegos ha aclarado muchos puntos y frecuentemente las soluciones del juego han dado nuevas percepciones sobre la naturaleza interior del problema, en particular, el reciente desarrollo en la teoría de los juegos con un continuo de jugadores puede tener un impacto importante en la economía.

Aunque todavía no se han usado mucho para la predicción real de resultados, los juegos han probado a pesar de ello, ser importantes en la teoría económica.
Permanece la dificultad de aplicar los resultados obtenidos a las situaciones reales de conflicto, ya sea que se trate de resultados relacionados con modelos demasiados rudimentarios para dar cuenta de una realidad compleja. Pero tampoco se puede olvidar todo lo que puede aportar para la comprensión y el tratamiento de un problema, la simple construcción de un modelo hecho con cuidado, con una reflección metódica sobre ese modelo o también el estudio de un modelo simplificado, reconocido como tal, pero capaz de dar cuenta de algunos aspectos importantes de la situación real.

La pregunta acerca del alcance práctico de la teoría de los juegos permanece abierta y puede resultar muy beneficioso confrontar diferentes puntos de visa sobre ese tema.
Nos limitaremos a dar algunas indicaciones suscintas sobre modelos con un numero finito de n-jugadores. La exposición solo pudo dar rapidas indicaciones sobre el espíritu de los modelos y

los métodos de la teoría, no pretende haber sido completa; habrá sin duda alcanzado su propósito, si presenta a la teoría como un conjunto coherente.

2.3 Teoría de la Elección Social

i) Tipos de Elección Social

En una democracia capitalista, esencialmente hay dos métodos por los cuales las elecciones sociales pueden ser efectuadas, el voto, tipicamente usado para las decisiones "políticas", y el mecanismo comercial, tipicamente usado para las decisiones "económicas." En las democracias con sistemas económicos mixtos tales como Gran Bretaña y Francia, prevalecen estos mismos métodos para hacer elecciones sociales, aunque el método de voto tiene mas alcance que la regla del mecanismo comercial (mecanismo de precio). (10)

En otras partes del mundo e incluso en pequeñas unidades sociales con democracia, las decisiones sociales algunas veces son hechas por individuos o pequenos grupos de individuos, y algunas veces (muy rara vez en este mundo moderno), por un conjunto de reglas tradicionales para la toma de elecciones sociales de cualquier situación dada.

Los ultimos metodos de la elección social, dictadura y convenio, tienen su estructura formal en cierta forma definida y ausente de voto y del mecanismo comercial. En una dictadura hay solo una voluntad involucrada en la elección social; por el contrario, con una sociedad regida por convenio, hay una voluntad que es común para todos los individuos involucrados con la eleccion social, pero en ninguno de los dos casos habrá conflicto.

Los métodos de voto y de mercado, son métodos de combinación de pruebas de individuos en la toma de elecciones sociales. Ésto lleva a preguntarnos si normalmente es posible construir un procedimiento para pasar de un conjunto de pruebas individuales conocidas a un patron de toma de decisión social. El procedimiento requerido en cuestión deberá contemplar ciertas condiciones naturales. Una forma natural de llegar a la escala de preferencia colectiva sería decir que una alternativa es preferida si la mayoría de la comunidad prefiere la primera alternativa a la segunda, es decir, si es que solo hay dos alternativas.

Por otro lado, tenemos el caso de la comparación interpersonal de la utilidad.(11) En cuanto a ello, se considera posible establecer un ordenamiento de estados sociales, el cual se basa sobre la función de indiferencia(12) de los individuos (Arrow) y en la consistencia de varios valores de juicio. En el modo de la elección social la distincion entre voto y el mecanismo comercial, será desentendida y serán considerados como casos de una categoria más general de la Elección Social Colectiva.

Consideramos el problema de escoger un candidato (por elección) de entre un número de candidatos, para una simple posición. tal como la presidencia de un país, o como miembro de un cuerpo legislativo en donde cada distrito registra un solo miembro, es claro que el carácter es el mismo que cuando tenemos que escoger una alternativa de entre un numero de alternativas políticas y sociales.

Hasta aquí hemos enunciado algunos de los aspectos formales de la elección social coletiva. Los aspectos no discutidos serán tratados como aspectos del juego.

En el caso donde es posible construir un procedimiento que muestre como agregar pruebas individuales en un patron consistente de preferencia social, aún permanece el problema de inventar reglas para el juego tales que los individuos expresen realmente sus preferencias verdaderas incluso cuando actúan racionalmente. En el afan de ignorar aspectos del juego en el problema de la elección social, también supondremos en el presente trabajo que los valores individuales son tomados como datos y que no son capaces de ser alterados por la naturaleza del proceso de decisión.

Encontramos conveniente representar las preferencias por una notación no acostumbrada en la economía, aunque es familiar en matemáticas y particularmente en lógica simbólica. Suponemos que hay un conjunto básico de alternativas las cuales podrán ser concebiblemente presentadas para el elector y por tanto supondremos a través de todo este trabajo que el comportamiento de un individuo en toma de elección es descrito por medio de una escala de preferencia sin ningún significado cardinal, ya sea individual o interpersonal.

En general una alternativa es una elección en su conjunto de características en donde este conjunto de características es llamado estado social mas tarde veremos como es que las alternativas se traducen en mensajes y como es que podemos representarlas por un vector, aunque en la teoría de la elección social las alternativas son consideradas como candidatos.

La representación de un mecanismo de elección tiene cierta ventaja en el presente análisis, en la representación más convencional en términos de funciones de indiferencia.

Como el presente estudio está involucrado con la elección de un estado social, cada alternativa tiene muchos componentes, los cuales pueden ser deseables bajo ciertas circunstancias e indeseables bajo otras.

En cualquier caso, simplemente se usará la expresión $U(x)$, como una función superflua cuyo significado se sitúa en sus propiedades ordinales.

El objetivo es la elección de estados sociales. La definición de un Estado Social será una descripción completa de la cantidad de labor suministrada por cada individuo, la cantidad de cada recurso productivo invertido en cada tipo de actividad productiva y las cantidades de varios tipos de actividades colectivas tales como servicios municipales.

Supondremos que cada individuo en la comunidad tiene un ordenamiento definido de todos los estados sociales comprendidos. Finalmente suponemos que todos los individuos en la sociedad son racionales, es decir, que actúan racionalmente o sea en su propio beneficio.

ii) Comparación Interpersonal de la Utilidad

Un punto de vista que tomamos aquí, es el de la comparación interpersonal de la utilidad, que tiene un resultado relevante en las comparaciones de bienestar social en la medida de la utilidad individual. Recientemente los resultados de la medida de la utilidad fueron reabiertos por Von Neumman y Morgenstein, estos resultados han sido mal entendidos. Consideremos un patron de preferencia, no solo entre ciertas alternativas sino también entre alternativas con distribuciones de probabilidad. Haciendo ciertas supocisiones plausibles para las revelaciones de preferencias con distribuciones de probabilidad, encontramos que i hay un indicador de utilidad para cualquier función de distribución de ciertas alternativas; este indicador es, es la esperanza matemática de la utilidad.

Pero por otro lado observamos que hay una forma de asignar utilidades para distribuciones de probabilidad, en donde e comportamiento de estas distribuciones es descrito por un individuo que busca maximizar su utilidad esperada, lo que aquí queremos decir es que entre tantas formas de asignar un indicador de utilidad para las alternativas con distribución de probabilidad, hay un método, el cual tiene la propiedad de fijar las leyes del comportamiento racional en forma particularmente conveniente, ésto es muy importante desde el punto de vista del desarrollo en la teoría económica descriptiva del comportamiento en presencia de los eventos aleatorios, pero no tiene nada que ver con las consideraciones del bienestar social, particularmente si nuestro interés primordial está en la toma de decision social.

En general no parece haber método intrínsico para medir la utilidad y que haga elecciones compatibles. Pero sabemos que rerequerimos definir un valor de juicio no derivable de las persepciones individuales este valor de juicio estará determinado através de Estados Sociales(ver [1]) diferentes considerando exclusivamente la comodidad envuelta la cual resulta de su alto nivel de desarrollo.

iii) Los Resultados de la Elección Social

El propósito en esta sección es el de verificar algunos resultados fundamentales (expuestos en el anexo) de la teoría de la elección social la cual nos permitirá poner nuestro trabajo en el amplia perspectiva de la teoría socio-política-económica, que ha sido desarrollada en los últimos 25 años.

La primera dirección para la generalización permitirá espacios de estrategias más complejos y reglas de decisión social que simplificarán el anuncio de ordenes de preferencias (13) (hechas por los agentes).

Este desarrollo ha sido tomado por Gibbard y Satterthwaite (ver [42]) llevándolo a una extensión de espacios de estrategias arbitrarios. Como "determinar la verdad" podría no tener un significado preciso en este contexto, entonces el término será reemplazado por la suposición de que existe una estrategia dominante para cada relación de preferencia.

Sin embargo el proceso de la elección social que involucra al gobierno o a un planificador central, como miembro activo, puede requerir de espacios de estrategias diferentes del resto de los agentes. Hasta ahora el conjunto de estados sociales ha sido visto como una colección abstracta, pero se espera que este concepto sea entendido a lo largo de la exposición.

Para la descripción de los problemas en los cuales se usan las funciones de eleccion social y en particular, en las situaciones de asignación de recursos, la posibilidad de la disposición libre, introduce una forma natural, de agregar un agente extra en el conjunto actual de participantes. Este agente, el gobierno o planificador central, es pensado como el origen para los recursos usados en la situación de asignación.

Manteniendo la linea de nuestro problema original de la elección social, esto significaría que las pruebas del gobierno deben ser neutrales, es decir como un patron de alternativas de asignación de recursos entre los agentes, quienes en última instancia son el centro de importancia. Incorporando al gobierno en el proceso de planificación, significaría que sus preferencias son especificadas como parte del sistema y no son libres de variar como las del resto de los agentes. Tipicamente, suponemos que el gobierno no tiene preferencias monótonas sobre los bienes excedentes que reune, o bien que es indiferente a todos los estados sociales.

Los procedimientos aleatorios de la elección social, podrían lograr un lugar determinado y en una dirección fructuosa. En este trabajo, una función de elección social anuncia preferencia en loterías sobre las alternativas que tenemos en los estados sociales. Ésto es sugerido por esquemas tales como elegir un agente al azar y usar sus preferencias anunciadas como el ordenamiento social.

Con frecuencia el espacio de alternativas tiene una estructura topológica natural. Por ejemplo, si las asigniaciones son de comodidad, éstas pueden ser vistas como puntos en un espacio euclideo y las preferencias de los agentes pueden ser supuestas como continuas en esta topología, de esta forma podemos hablar de la aproximación al óptimo de Pareto incluso cuando las relaciones de preferencia hayan sido especificadas en forma cardinal.

En forma relativa podemos extender el conjunto de estados sociales bajo consideraciones más allá de las que actualmente son factibles y buscar los mecanismos que seleccionen puntos dominantes en equilibrios de estrategias dominantes.

En general el contexto de la elección social ha dado un mecanismo que tiene varias propiedades deseables cuando el concepto de equilibrio de Nash es empleado [24]. Tenemos una generalización dada por Groves y Ledyard (1975), quienes han dado un mecanismo para aquellos equilibrios de Nash que son óptimos de Pareto.

2.4 Teoría de las Incitaciones.

Esta teoría hace énfasis en la importancia de los incentivos como un problema en la teoría económica y particularmente en los incentivos para la revelación correcta de la información confidencial privada, para el uso público.

El mercado socialista ha desarrollado dentro de un conjunto de teorías del planteamiento económico, procedimientos para el problema de decisiones de inversion privada, pero se presentan serias dificultades en la contemplación de los intereses de los agentes, que son totalmente compatibles con los objetivos del planificador.

La teoría económica trato de incorporar los incentivos directamente dentro de los procedimientos de información y planeación.

En la teoría de la elección social, economistas y científicos-políticos han sentido la necesidad de buscar reglas de decisiones colectivas que sean por lo menos en alguna forma satisfactorias, aunque tal vez bajo circunstancias limitadas .

La teoria de la Elección Social está involucrada con la incorporación racional de preferencias conocida, no obstante sabemos que si tales reglas pudieran ser encontradas, no es claro que los agentes revelarán sus verdaderas preferencias y de ahí que tal proceso de decisión pueda encontrar las decisiones adecuadas en base a las elecciones óptimas sociales hechas en un conjunto deformado de preferencias, resultado de las asignaciones, que estén lejos del verdadero óptimo.

El conjunto común de los problemas abiertos, dejados en el despertar de estos acercamientos requiere de un estudio general del papel de los incentivos en varias formas de organizaciones económicas. Inicialmente los resultados fueron mesclados e incluso en alguna forma contradictorios en sus aplicaciones y en algunas circunstancias parece que el problema de la falta de información exacta necesaria para el proceso de planeación, engendrado a causa de los incentivos privados inapropiados.
El propósito de este trabajo es de construir algún proceso de estudio del papel de los incentivos en las organizaciones económicas para el uso de una estructura unificada y esperanzada en proveer interpretaciones y resultados útiles, estudiaremos como es que la información privada puede ser aprovechada para el uso público y los efectos del proceo de elección en la eficiencia económica,en esta forma podemos hacer una extención para atacar problemas de información imperfecta pública.

Nos referimos al caso en que las preferencias individuales son desconocidas para la determinación de bienes públicos y a los incentivos para la revelación de ellas,pero esto deberá ser visto primeramente como un vínculo atravez del cual el problema general; de obtener información privada útil para decisiones sociales pueda ser hecha para propósitos de exposiciones.

Diversos programas de información han sido formulados: el problema de la revelación de preferencias por los bienes publicos (ver por ejemplo Green y Laffont (1979)) el problema de la definición de costos óptimos (Myerson 1978); el problema de la implementación del impuesto en características no observables (Mirrlees 1976), etc. De todos estos estudios se desprende una metodología que es del siguiente estilo: dado el problema de información particular, considerando, que pudiera estar bien definido debe incluir una especificación de los elementos disponibles y de los tipos de información para la caracterización de los mecanismos que permitan la solución del problema de información, como existen varios conceptos de solución según la fuerza de las incitaciones, y dependiendo del mecanismo por incentivo que se utilize, tendremos varios teoremas de caracterización para un problema dado.

Así caracterizaremos los mecanismos en los cuales el concepto de equilibrio utilizado es un equilibrio en estrategia dominante o solamente un equilibrio de Nash[24]. Cuando no exista el mecanismo en un concepto de equilibrio dado, concluiremos en un en un teorema de imposibilidad, como ejemplo tenemos el teorema mas importante de imposibilidad de Gibbard y Satterthwaite[42],[11],[43] los teoremas de caracterización permiten la descripción de la familia de soluciones en un problema dado de información y por consiguiente de preguntarse sobre las propiedades adicionales que podemos imponer a estos mecanismos.

Cuando el estudio de todas las propiedades de interés se han realizado con satisfacción, disponemos de una solución completa en un problema de información dado por un concepto de equilibrio.

En los capítulos IV y V, intentamos dar una ilustración con ejemplos muy simples dentro del caso de la revelación de preferencias para los bienes públicos y el financiamiento público, ilustraremos un acercamiento fundamental de la teoría de las incitaciones para la revelación de preferencias por los bienes públicos, cuando, el concepto de solución utilizado es el equilibrio en estrategia dominante.

La construcción de mecanismos incitativos, requiere de de la integración de un sistema diferenciable, después de haber caracterizado los mecanismos incitativos, mostraremos como la observación del consumo de un bien privado depende de las preferencias que se tenga por un bien público, y como es que ésto puede modificar el problema en la construcción de un mecanismo incitativo. La revelación de la verdad tendrá la necesidad de la siguiente hipótesis: un agente no puede influir el resultado del proceso de decisión colectiva.

El estudio realizado hasta el presente, es un estudio global, es decir es un ensayo para definir los mecanismos en los cuales los espacios de estrategias de los agentes son sus propias revelaciones de preferencias, intentando así una asignación satisfactoria de recursos. Podemos describir un "proceso dinámico", en el cual hacemos las preguntas con el propósito de revelar una información local sobre las preferencias, con la esperanza de llegar a una asignación óptima de Pareto.

Capítulo III

La Implementación de Modelo

3.1 Definiciones y Nociones Básicas.

Introduciremos el concepto de estado social, describiéndolo en dos partes, primero aquellos aspectos que son de naturaleza puramente privada, y segundo aquellos aspectos públicos que son comunes a todos los agentes.(14) El primer aspecto que consideraremos es aquél en el que de alguna forma tiene que ver con las características de un estado social dado, es decir, el status o quostatus para definir bien una alternativa propuesta, pero sin distorcionar los aspectos privados del sistema. Sopondremos que todos los individuos pueden evaluar estos dos estados con precisión, ésto es, el status o quostatus y las alternativas propuestas en todos sus detalles relevantes. Esta suposición es crucial en todo nuestro estudio, y la suposición de que el estado resultante es perfectamente predecible de los cambios contemplados. Consideramos que la idea detrás de nuestro análisis es; que el mecanismo de toma de decisión es diseñado para el avance en nuestra implementación.

A menudo uno piensa, que una vez establecido el mecanismo, este podrá ser utilizado en muchas instancias particulares, sin embargo es claro que cada aplicación debe producir un resultado definido en base a las preferencias anunciadas de tal forma que un óptimo de Pareto relativo sea alcanzado, dadas las preferencias verdaderas, aunque sí, re-uirimos meramente de un óptimo de Pareto en los casos alternativos, ésto dificultará los resultados, pero si hay unanimidad, la decisión calificará como óptimo, el proceso de decisión es simple tal como una regla mayoritaria tendrá las propiedades apropiadas de incentivo y siempre será un resultado selecto dentro del conjunto óptimo.

Para acabar con las dificultades en los casos de opción multiple procedemos a incrementar el conjunto de posibles decisiones sociales, pero de una forma muy especial. Supondremos que entre los aspectos privados del estado social existe un recurso transferible, de esta forma reducimos el conjunto de los aspectos públicos, de aquellas decisiones que son asociadas a los estados sociales óptimos de Pareto. Aunque la transferencia de este recurso aumenta la complejidad de la decisión social, pero aparecerá como es que nos permite la introducción de incentivos privados apropiados para seleccionar resultados óptimos. Por lo menos siempre que hagamos restricciones sobre el espacio de preferencias.

3.2 Conceptos Preeliminares

Dado que en este capítulo solo estaremos interesados en la elección de una simple alternativa, para el quostatus (o bien el status), no consideraremos las decisiones entre los diferentes planes de financiamiento, para una misma proposición pública. Por tanto una especificación, del comportamiento del costo, deberá ser presentada como parte de la descripción de la alternativa.

Consideraremos primero, una alternativa que tiene un alto costo de implementación, en los aspectos relevantes del estado social para cualquier agente son; las decisiones públicas tomadas y el nivel de consumo del recurso transferible. Así pues denotaremos con

x_i = el consumo del recurso transferible
d = la decisión tomada
$\{0,1\}$ = el conjunto de posibles proyectos (decisiones)
d=0 significa "rechazo del proyecto"
d=1 significa "aceptación del proyecto"

Aunado a ésto podríamos dotar de un indice de utilidad al individuo i que podrá ser escrito como:

$$U_i(d, x_i)$$

que es equivalente a especificar dos indices de utilidad sobre el bien privado, bajo la consideración de dos decisiones sociales posibles, que podrían ser escritas, como

$U_i^0(x_i)$, $U_i^1(x_i)$ por tanto, éstas son solo representaciones ordinales de las preferencias anunciadas.

Pero se observa una cardinalidad seria de particular interés: consideramos la transformación:

$T: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $T = U_i^{0^{-1}}$ que está bien definida dado a que Ui es monotona

La función de utilidad $T(U(d,x))$ claramente representa las mismas preferencias que $U(d,xi)$ veamos:

$$x_i = U_i^0(x_i) = T(U_i(O,x_i)) = T(U_i^0(x_i)) = x_i \quad Y \quad U_i(1,x) =$$

$$U_i(1,x) = T(U_i^1(x_i)$$

veamos por definición que $U_i^0(xi)=x_i$, por tanto la cantidad tiene una interpretación que es la cantidad del bien privado con la propiedad, de que el individuo i con un nivel de consumo inicial xi sería indiferente ante esta cantidad de consumo adicional o mantener el nivel de consumo en xi, en el caso de aceptación del proyecto. Por supuesto que esta cantidad no necesariamente es la misma, como la que lo haría ser indiferente ante el proyecto rechazado y un nivel de consumo xi, una vez aceptado el proyecto, pero lo importante aquí es que ha sido forzado a relevar una cantidad. Notando esta distinción escribimos

$$v_i(x_i) = U_i^1(x_i) - x_i ,$$

y nos referimos a esta cantidad como la disposición de pago por el proyecto al nivel xi.

En consecuencia las fuertes supocisiones, hechas nos permitirán dar una solución satisfactoria al problema de revelación de preferencia sin más restricción en las funciones de utilidad.(15) Ésta es la condición de que vi(xi). Puede ser escrita en forma aditivamente separable.

$$v_i(X_i) = v_i + x_i \text{ donde } v_i \text{ es constante.}$$

Ésto significa que el enunciado del proyecto no está sujeto a efectos del ingreso.

El próposito de los procesos de toma de la decisión que introducimos es, el de escoger un estado social de una manera óptima en ausencia de la información de preferencias de los individuos, es por tanto necesario poner en claro el conjunto de los estados sociales, en cualquier situación, la decision concerniente al proyecto dado debe de ser unanimemente determinada.

El consumo de los bienes privados transferibles generalmente diferirá entre los individuos, digamos, si tenemos n individuos entonces:

$$a=(d, x_1, \ldots, x_n)$$

es un estado social donde xi, es el consumo sobre el recurso transferible del individuo i, i=1,...,n. Tipicamente en la teoría económica uno considera situaciones en las cuales los individuos tienen una dotación inicial de recursos transferibles. Sea xi , la dotación inicial del individuo i, nótese que $x_i > 0$, entonces como los recursos son libremente transferibles el requirimiento factible sería

$$\sum x_i < \sum \bar{\bar{x}}_i$$

En el contexto de la toma de decisión pública, enfrentaremos, de alguna forma una situación más flexible. Hay otro agente escondido detrás de toda esta esquematización, que podemos identificar como agencia pública o como gobierno, con un proceso de toma de decisión propio.

Este agente está dotado del recurso transferible así como de una comodidad valuable, incluso puede provocar su propio abastecimiento de recursos, tanto como sea requerido por el procedimiento. Ésto es, si hay necesidad de transferencia a otros agentes; ahora bien, como descuidamos totalmente algunas restricciones sobre el consumo de los individuos, vamos a considerar al conjunto de todos los estados sociales, es decir.

$$A=\{a:a=(d,x_1,\ldots,x_n)\}XR^n$$

Implicitamente entendemos que la transferencia neta de los agentes al tomador de decisiones central es;

$$\sum_{i=1}^{n}(\bar{x}_i - x_i)$$

Las preferencias individuales pueden ser definidas directamente en A, considerando la proyección apropiada sobre {C,1}XRn, y entonces será posible escribir;

$$U_i(a)=U_i(d,x_i)$$

Y preguntarnos cual sería nuestra definición de óptimo de Pareto respecto a la transferencia fuera de la agencia.

Definición: Un estado social $a \in A$ se dice que es óptimo de Pareto si $\forall a' \in A$ involucrando transferencias fuera de la agencia o del gobierno por lo menos iguales a las de a i.e.

$$U_i(a') \geq U_i(a) \Rightarrow U_i(a')=U_i(a)$$

Equivalentemente podríamos dotar a la agencia pública de una función de utilidad U (a) , tal que, si $a=(d,x_1,\ldots,x_n)$ entonces $U_0(a)=-\sum x$ es un óptimo de Pareto, que estaría bien definido por los n+1 agentes, i = 0,1,...,n.
Observamos que, la naturaleza especial de las funciones de utilidad y de los estados sociales que hemos visto nos permiten el siguiente resultado.

Si $\sum_{i=1}^{n} v_i > 0$ entonces el conjunto óptimo de Pareto es: $\{a:a=(d,x_1,\ldots,x_n);\ d=1\}$

Si $\sum_{i=1}^{n} v_i < 0$ entonces el conjunto óptimo de Pareto es: $\{a:a=(d,x_1,\ldots,x_n);\ d=0\}$

El conjunto óptimo de Pareto puede ser completamente caracterizado por la decisión pública tomada. Por tanto podremos referirnos a la decisión d como una decisión óptima de Pareto si

$$d=1 \quad \text{siempre que} \quad \sum_{i=1}^{n} v_i > 0 \text{ y}$$

$$d=0 \quad \text{siempre que} \quad \sum_{i=1}^{n} v_i < o$$

Cuando $v_i=0$. el conjunto óptimo de Pareto coincide con todo el conjunto A.

Nuestro objetivo es diseñar procedimientos para la comunicación y la toma de decisiones que resulten ser un óptimo de Pareto en cada instancia.

3.3 Mecanismos

Las reglas básicas bajo las cuales trabajamos son, la suposición de que los agentes siempre actúan en favor de su beneficio, y que entienden los pasos del procedimiento en que están envueltos y se supone que desconocen las verdaderas funciones de utilidad del resto de los agentes, que también son parte del procedimiento.
Para ser consecuente, enunciaremos la siguiente defición.

Definición: Un mecanismo es una lista de n-conjuntos S1,..., Sn y una función f, $f:S_1 x\cdots xS_n \longrightarrow A$ denotaremos $S=S_1 x\cdots xS_n$ y haremos referencia al mecanismo como (s,f), los conjuntos Sí, son llamados espacios de estrategias.

Nótese que, un mecanismo no es un juego debido a que no han sido especificadas las utilidades. Asociando una función de utilidad a cada agente podríamos discutir como se juega el juego.

En general dadas las esperanzas en relación a las estrategias jugadas por otros agentes, cada una de sus estrategias induce una función de distribución de probabilidad sobre los resultados en A. La función de utilidad discutida, describe solo un rango ordinal en A. La actitud del individuo sobre el riesgo determinará cual actitud es óptima para las esperanzas particulares.

Consideremos un individuo i, teniendo seguridad en el vector $(S_1,\ldots,S_{i-1},S_{i+1},\ldots,S_n)$, el cual representa las estrategias seleccionadas por los otros agentes, denotemos este vector por S_{-i} y escribamos a $S=(S_1,\ldots,S_n)$ como (S_{-i},S_i).

Definición: Una estrategia $S_i \in S_i$ se dice que es dominante para el mecanismo (s,f) si.

$$U_i(f(S_{-i},S_i))>U_i(f(S_{-i},S_i')) \ \forall\, S_{-i} \in S1x\cdots xS_{i-1}xS_{i+1}x\cdots xS_n \ y \ \forall\, S_i' \in S_i$$

La gran ventaja de los mecanismos, es que cada agente tendrá una estrategia dominante y permitirán quitar del juego el aspecto teórico del procedimiento de toma de decisión, por lo menos, tanto como esté involucrada la conducta del individuo. Ninguno puede concebiblemente ganar solo con jugar cualquier otra estrategia, es decir, no causaran que algún otro combie su comportamiento y por tanto no podrá ser en ventaja propia del que la ejecute. La definición de óptimo que hemos dado depende fuertemente de la intensidad de las preferencias de los individuos, pero la regla de la mayoría elimina tales consideraciones. Siempre que el espacio de estrategias de un agente coincida con el espacio de preferencias de los otros, estaremos interesados en inducir el comportamiento verdadero de un agente, como primer paso solo consideraremos mecanismos diseñados para producir estrategias dominantes y resultados óptimos de Pareto.

3.4 Mecanismos para la Revelación de Preferencias

Green y Laffont han caracterizado y han puesto cierto interés en los mecanismos de revelación, llamados mecanismos de revelación en estrategia dominante, pero han establecido la caracterización solo para conjuntos no estructurados de alternativas públicas. Si el conjunto tiene alguna estructura natural, su demostración generalmente requerirá de que las pruebas patológicas sean admitidas, mostraremos aquí que la misma caracterización funciona en conjuntos de R , incluso siendo preferencias "normales", ésto extiende en gran parte la utilidad de esta caracterización.

Caraterizaremos la clase de mecanismos en estrategia dominante, que siempre seleccionan un óptimo de Pareto. Y antes de discutir las propiedades de los mecanismos alternativos, es necesario tener una teoría que describa, como pueden ser seleccionadas las estrategias a jugar por los individuos.

Para las preferencias dadas, los juegos son n-personales y de suma distinta de cero.

Supongamos que tenemos un conjunto de A alternativas sobre el cual la elección pública debe ser hecha y un conjunto $N=\{1,\dots,n\}$ de n-individuos cada uno con una función de utilidad

$$U_i : R^n X A \longrightarrow R \text{ de la forma}$$
$$U_i(x,a)=x_i+v_i(a)$$

En otras palabras un resultado es un (n+1)-ada $(x_i,a)=(x_1,\dots,x_n,a)$ y la utilidad del individuo i asociada a el resultado (x,a) es dada por el monto xi de "dinero." (un valor real) que recibe más un termino vi(a), donde la componente a solo depende de la elección pública hecha. Por lo tanto cada preferencia individual está completamente descrita por una función real v_i y es llamada su función de evaluación. Cada individuo conoce su función de evaluación.

Podríamos pedir indicar a cada individuo cual es su preferencia, por el reporte de su función de evaluación y ésto posibilitaría a la agencia pública o bien al gobierno la identificación de valores de que maximizan los beneficios privados.

Evidentemente no hay forma de que los individuos estén reportando sus verdaderas evaluaciones, de aquí que la agencia pública no puede estar segura de que la elección de sea óptima.

Groves y Loeb han demostrado que si siempre elegimos la componente pública a de tal forma que maximice la suma de la evaluaciones reportadas, entonces hay forma de hacer transferencia de recursos (dinero) directamente entre los individuos tal que cada individuo siempre reportará la preferencia que actualmente tiene, en lugar de alguna otra preferencia(falsa). Más precisamente definimos una función de provisión d que toma valores en A y n-funciones de transferencia son n-adas $v=(v_1, \ldots, v_n)$ de funciones de evaluación. Éstas funciones de transferencia y de provisión definen una función de resultados de un juego n-personal en el cual actúan n-individuos.

$$(x,a)=(t_1(v),\ldots,t_n(v))$$

Las estrategias permitidas para un individuo son funciones de evaluación. Groves y Loeb han mostrado que si d y $t_1,\ldots,t_n$ cumplen siguientes dos condiciones.

1) para cada n-ada v, d(v) produce un maximo para la función

$$\sum_{i=1}^{n} v_i : A \longrightarrow R$$

2) $$t_i(v)-\sum_{j\neq i} v_j(d(v))=t_i(v_{-i},\bar{v})-\sum v_j(d(v_{-i},\bar{v})) \quad \forall\, i\in N, v, \bar{v}$$
entonces también satisfacen

3) $$t_i(v)+v_i(d(v)) \geq t_i(v_{-i},\bar{v})+v_i(d(v_{-i},\bar{v})), \quad \forall\, i\in N\ v,\bar{v}$$

En otras palabras si la agencia pública escoge las funciones de provisión y de transferencia tal que satisfagan (1) y (2) cumple con ser necesaria y suficiente para la elección pública siempre sea óptima.

3.5 Mecanismos Satisfactorios

Como el propósito de nuestro análisis es el de construir mecanismos satisfactorios cuyos resultados sean óptimos, no nos inquietaremos por la propiedad de estrategia dominante per cápita, solo provee una forma muy particular de aislarse del equilibrio en estrategia dominante, sobre el cual fijaremos nuestra atención, y a la vez nos permitirá olvidarnos de un tratamiento explícito a las esperanzas de los individuos. Si el equilibrio en estrategia dominante fuera también un óptimo, entonces en este sentido estaríamos en la mejor de todas las posibilidades.

Definición: Un mecanismo (S, f) con las propiedades de que agente i, y para cada disposición de pago vi

Definición: Un mecanismo (S,f) con las propiedades de que agente i, y para cada disposición de pago vi una estrategia dominante $S^* \subset S_i$ y $\forall$ vector $(v_1,\ldots,v_n)$, $f(S^*_1,\ldots,S^*_n)$ es un óptimo de Pareto, es llamado satisfactorio.

En esta exposición el contexto es uno en donde la información del planificador es imperfecta (incompleta) bien en donde no pose información alguna. El sitio que ocupan los mecanismos satisfactorios es el de superar este problema de información sin afectar las características internas, los mecanismos satisfactorios, realizan ésto separándolo en dos fases del proceso de toma de decisión. Las preferencias verdaderas se obtienen, haciendo el pago del individuo una funcion-medida de su estrategia, la medida de esta función es hecha en su punto de discontinuidad. La optimalidad del resultado es asegurado haciendo variar el punto de discontinuidad conforme al enunciado de los otros individuos de tal forma que siempre ocurra la decisión social óptima. suponiendo que tenemos revelación verdadera de preferencias, por ambas partes.

No obstante el lugar que ocupa la información incompleta tiene su costo, con información perfecta, no hay problemas de convexidad el planificador solo necesita satisfacer las condiciones de primer orden para alcanzar una mejor situación.

Sin embargo empleando un mecanismo satisfactorio, el agente tiene que ser cargado de un impuesto al adquirir un artículo y la acumulación de este recurso transferible debe salir del sistema.

Si el planificador es el gobierno o cualquier otra agencia central, que destinará el uso de estas rentas, no podrá pensar de que este mecanismo es ineficiente. La perdida de las rentas públicas es el precio de la información imperfecta.

Aunque de hecho hay muchos mecanismos (satisfactorios) no hay forma de evitar por completo el problema de la perdida de las rentas públicas, en esta dirección derivaremos una clase de mecanismos a los cuales llamermos mecanismos de Groves.

Definición: Un mecanismo (S,f) es llamado mecanismo de Groves si:

$$S_i=R \quad i=1,\ldots,n$$
$$d(w)=0 \quad \text{si} \quad \sum w_i<0$$
$$d(w)=1 \quad \text{si} \quad \sum w_i>0$$

$$x_i(w)=\sum_{i\neq j} w_j+h_i(w1,\ldots,w \quad ,w \quad ,\ldots,wn) \quad \text{si} \quad \sum w_i \geq 0$$

$$\text{y si} \quad \sum w_i<0 \text{ entonces} \quad h(w1,\ldots,w \quad ,w \quad ,\ldots,wn)=y$$

donde $h_i(\cdot)$ es una función de valor real, arbitraría determinística.

El siguiente teorema debido a Groves y Loeb (1975) es un enunciado formal de las propiedades deseadas para esta clase de mecanismos.

Teorema: Todos los mecanismos en la clase de Groves son satisfactorios aún mas, la verdad es una estrategia dominante para todos los agentes.

Demostración: Consideremos la utilidad obtenida por un agente cuya dispoción de pago es v_i y que juega la estrategia w_i Sea (S,f) un mecanismo de Groves. Supongamos que:

$d(w_1,\ldots,w_n)=d(w_1,\ldots,w_{i-1},w_{i+1},\ldots,w_n)$ entonces por definición de mecanismo de Groves.

$xi(w_1,\ldots,w_n)=xi(w_1,\ldots,w_{i-1},w_{i+1},\ldots,w_n)$ y por ésto el individuo alcanza la misma utilidad con cualquiera de las respuestas vi o wi supongamos que

$$d(w_1,\ldots,w_n)=1$$

$$(*)\ d(w_1,\ldots,w_{i-1},w_{i+1},\ldots,w_n)=0$$

$x_i(w_1,\ldots,w_{i-1},w_{i+1},\ldots,w_n)=h_i(w_{-i})$ entonces

$x_i(w\ ,\ldots,w_n)=\sum w_j+h_i\,(w_{-i})$ por tanto la diferencia de utilidad es

$$v_i+\sum_{i\neq j} w_j$$

pero por (*) y la definición de d(.) para mecanismos de Groves no necesariamente es negativa, para el caso en que

$$d(w_1,\ldots,w_n)=0$$

$$d(w_1,\ldots,w_{i-1},w_{i+1},\ldots,w_n)=1$$

Por lo tanto, usando cualquier estrategia $v_i\neq w_i$ es mala comparada a cuando usamos $v_i=w_i$. Los mecanismos de Groves inducen estrategias dominantes verdaderas. La optimalidad de las decisiones tomadas se sigue directamente de la definición de la función de decisión, de aquí que estos mecanismos sean satisfactorios.

Hasta ahora hemos visto que existe una clase de mecanismos induciendo estrategias dominantes y alcanzando resultados óptimos de Pareto. Un miembro de esta clase ha sido argumentado pero tiene el inconveniente de generar un exedente que debe ser eliminado, para mantener estas propiedades deseables. Por tanto es natural preguntarse si existen otros mecanismos satisfactorios, tal vez desde otro punto de vista.

Observemos que los mecanismos de Groves son caraterizados por las siguientes cuatro propiedades.

(1) $d(w)=1 \iff \sum_{i=1}^{n} w_i<0$

(2) $x_i(w)$ es una constante respecto a w_i en $\{w:d(w)=1\}\ \forall i$

(3) $x_i(w)$ es una constante respecto a w_i en $\{w:d(w)=0\}\ \forall i$

(4) si $d(w)=1$; $d(w)=0$, y $w_i = w_i$ $\forall$ $j \neq i$ $x_i(w) - x_i(w\ ) = \sum_{i \neq j} w_j$

Diremos que cualquier mecanismo que no satisface (1) - (4) no es satisfactorio ni induce estrategias verdaderas.

Teorema: Todos los mecanismos satisfactorios induciendo estrategias verdaderas satisfacen (1) - (4) y por tanto el conjunto de tales mecanismos coincide con los mecanismos de Groves.

Demostración: Suponagamos que se cumple (1) y que (2) falla; entonces existe un individuo i. y los enunciados $w_{-i}, w_i', j \neq i$ tales que:

$$\sum_{j \neq i} w_j = w_i > 0 \ , \qquad \sum_{j \neq i} w_j + w_i \geq 0 \qquad x_i(w_{-i}, w_i) > x_i(w_{-i}, w_i')$$

fijando v =w' vemos que w' no puede ser una estrategia dominante para este agente.

Similarmente, si (3) falla, entonces $\exists$ algún agente sin estrategia dominante verdadera, en su medio ambiente donde la acción óptima es rechazar el proyecto. Supongamos que se cumplen (1) y (2) , (3) pero que (4) falla, entonces estaríamos en alguno de los siguientes casos:

Caso 1 $\exists$ i , w_i , w_{-i} , w_i' tal que

$$x_i(w_{-i}, w_i) - x_i(w_{-i}, w_i') = \sum_{j \neq i} w_j + \varepsilon$$

$$\sum w_j + w_i \geq 0 \text{ y } \sum w_j + w_i' < 0 \quad \text{para} \quad \varepsilon > 0$$

Caso 2 $\exists$ i , w_i , w_{-i} , w_i' tal que

$$x_i(w_{-i}, w_i) - x_i(w_{-i}, w_i') = \sum_{j \neq i} w_j - \varepsilon$$

$$\sum_{i \neq j} w_j + w_i \geq 0 \text{ y } \sum_{i \neq j} w_j + w_i' < 0 \quad \text{para} \quad \varepsilon > 0$$

Consideremos primero el Caso 1, como (2) se cumple, $x_i(w_{-i}, w_i)$ es invariante respecto a los cambios en w_i decir (anunciar) $\bar{w}$ mientras que $\sum_{i \neq j} w_j + \bar{w}_i$ permanesca positiva. fijando $\bar{w}_i = -\sum_{j \neq i} w_j + \varepsilon/2$ tenemos:

$$x_i(w_{-i}, w\ ) = x_i(w_{-i}, \bar{w}_i)$$

$$x_i(w_{-i}, \bar{w}_i) + \bar{w}_i = x_i(w_{-i}, w_i') + \varepsilon/2$$

$$(*) \qquad x_i(w_{-i}, \bar{w}_i) + \bar{w}_i > x_i(w_{-i}, w_i')$$

fijando $v_i = w_i'$ vemos que (*) implica que la verdad no será dicha. Similarmente, en el Caso 2 podemos usar.

$\bar{w}_i = -\sum_{i \neq j} w_j = \varepsilon/2$ para tener la misma conclusión eligiendo $v_i = \bar{w}_i$

Finalmente si (1) no se cumple, entonces el mecanismo tampoco induce la verdad, o hara una decisión no-óptima en otros casos. Hemos mostrado la ilustración de un teorema general que, prueba, que los mecanismos óptimos de Pareto en estrategia dominante son isomorfos a los mecanismos de revelación directa de Clarke y Groves (ver Green y Laffont (1979)).

3.6 Un Acercamiento Diferenciable.

En esta seccion utilizaremos un método constructivo para la obtención de mecanismos en mensajes dominantes, dentro del caso de la revelación de preferencias para los bienes públicos. Ahora supongamos que el bien público es divisible y que la función de disposición de pago del agente i por el bien público a es parametrizada por $\emptyset \in R$: y escribimos $v_i(a,\emptyset)$, v_i continuamente diferenciable; la agencia central o gobierno conoce la función $v_i(.,.)$ $\forall$ i pero es claro que el parametro $\emptyset_i$ no es el verdadero valor de $\emptyset_i$.

Construimos un mecanismo directo donde $\hat{\emptyset}_i$ es eventualmente diferente en $\emptyset$, que es anunciada por el agente i, y el estado social es definido por una función de decision del bien público $a*(\emptyset)$ y por las transferencias del bien privado $t_i(\emptyset)$, i =1,...,I donde

$$\emptyset=(\emptyset_1,...,\emptyset_n)=(\emptyset_{-i},\emptyset_i)$$

Para que este dentro del interés del agente decir la verdad, deberá ser una solución de la siguiente función.

i) $\max_{\hat{\emptyset}_i}(vi(a*(\hat{\emptyset}_{-i},\hat{\emptyset}_i),\emptyset_i)+t_i(\hat{\emptyset}_{-i},\hat{\emptyset}_i)$ donde la condición de primer orden es sobre las hipótesis apropiadas de diferenciación:

$$\text{ii)}\quad \frac{\partial v_i}{\partial a}(a*(\hat{\emptyset}_{-i},\hat{\emptyset}_i),\emptyset i)\frac{\partial a}{\partial \emptyset_i}*(\emptyset_{-i},\emptyset_i)+\frac{\partial t_i}{\partial \emptyset_i}(\emptyset_{-i},\emptyset_i)=0$$

Una condición necesaria para que $\hat{\emptyset}_i=\emptyset_i$ sea solución de ii)_ para cualquier anuncio de preferencias, es decir.

$\emptyset_{-i}\in\prod_{j\neq i}H_j$ donde H_j, es un espacio de características del agente i.

$$\text{iii)}\quad \frac{v_i}{\partial a}(a*(\emptyset_{-i},\hat{\emptyset}_i),\emptyset_i)\frac{\partial a*}{\partial \emptyset i}(\emptyset_{-i},\emptyset_i)+\frac{\partial t_i}{\partial \emptyset}(\emptyset_{-i},\emptyset_i)=0$$

Si queremos que el mecanismo extraiga la verdad, iii) debe ser verdadera $\forall\ \emptyset$ iii) es entonces la identidad en y podemos escribir:

$$\text{iv)}\quad \frac{\partial v_i}{\partial a}(a*(\emptyset),\emptyset_i)\frac{\partial a}{\partial \emptyset}*(\emptyset)+\frac{\partial t_i}{\partial \emptyset i}(\emptyset)\equiv 0$$ donde por integración

$$\text{v)}\quad t_i(\emptyset)=-\int_0^{\emptyset_i}\frac{\partial v_i}{\partial a}(a*(si,\emptyset i),si\frac{\partial a}{\partial t_i}*(si,\emptyset_i)ds+\hat{h}_i(\emptyset_{-i})\ \forall i.$$

donde $\hat{h}_i(\emptyset_{-i})$ es una función arbitraria de $\emptyset_{-i}$ si la función de decisión del bien público que buscamos implementar, $a*(\emptyset)$ es aquella que maximiza:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i(a, \emptyset_i)$$

(es decir la función de decisión del bien público que corresponde al óptimo de Pareto).

$$\frac{\partial v_i}{\partial a}(a*(\emptyset), \emptyset_i) = -\sum_{j \neq i} \frac{\partial v_i}{\partial a}(a*(\emptyset), \emptyset_j) \quad \text{y de} \quad v) \text{ tenemos}$$

$$t_i(\emptyset) = \sum_{i \neq j} v_j(a*(\emptyset), \emptyset_j) + h_i(\emptyset_{-i})$$

es decir los mecanimos de Groves dentro del caso de un bien publico divisible.

Sabemos que esta forma necesaria de transferencias conduce a los mecanismos para los cuales la verdad es en realidad la estrategia dominante.

Verifiquemos que

$$v_i(a*(\emptyset_{-i}, \emptyset_i)) + \sum_{i \neq j} v_j(a*\emptyset_{-i}, \emptyset_i), \emptyset_j)) + h_i(\emptyset_{-i}) > v_i(a*(\emptyset_i . \emptyset_i) +$$

$$\sum_{i \neq j} v_j(Y*(\emptyset_{-i}, \emptyset_i), \emptyset_j) + h_i(\emptyset_{-i}). \qquad . \text{ definición de } a*(\cdot)$$

el metodo aquí expuesto es de gran aplicabilidad en la teoría de las incitaciones, consiste en integrar un sistema diferenciable que obtenga las condiciones necesarías para que un mecanismo sea revelador en estrategia dominante.

En general las condiciones suplementarias que deberán ser impuestas a las soluciones obtenidas por integración son valudas cuando.

$$a*(\cdot) \text{maximiza} \sum_{i=1}^{I} v_i(\cdot)$$

3.7 Mecanismos Incitativos

Vimos en la sección anterior como es posible la obtención de mecanismos en estrategias dominantes por medio de un método constructivo, aquí estaremos interesados en mostrar un programa particular que nos será útil para la caracterización de mecanismos incitativos así pues consideremos el programa:

$$\max_{k} \sum_{i=1}^{n} w_i(k, \emptyset, p) \quad \text{donde } k = k*(\emptyset) = \sum \emptyset_i / n$$

Cada agente i conoce la utilidad que hará agente central en función de la información trasmitida, determinada por el programa en consideración.

Sea $t_i(\emptyset)$, la transferencia del bien 1 para el agente i; aquí buscará maximizar

$$U_i(x_i(\hat{\emptyset}_i), k, \hat{\emptyset}_i) + t_i(\emptyset) - px_i(\hat{\emptyset}_i)$$

con respecto a Øi, teniendo un consumo óptimo del bien xi, xi(Ø) donde la condición de primer orden es:

$$\text{i)}\quad \frac{\partial w_i}{\partial k}(k^*(\emptyset),\hat{\emptyset}_i,p)\frac{\partial k^*}{\partial \emptyset}(\emptyset)+\frac{\partial t_i}{\partial \emptyset_i}(\emptyset)=0$$

Una condición para que la verdad sea una estrategia dominante es que Øi=Øi sea solución de la ecuación i), como la verdad debe ser una estrategia dominante, la igualdad aquí planteada deberá ser válida para toda Ø; y como buscamos obtener la verdad en toda circunstancia, deberá ser verdadera para toda Ø; de donde obtenemos la identidad

$$\frac{\partial t_i(\emptyset)}{\partial \emptyset_i}=-\frac{\partial w}{\partial k}(k^*(\emptyset),\emptyset_i,p)\frac{\partial k^*(\emptyset)}{\partial \emptyset_i}$$

por consiguiente:

$$t_i(\emptyset)=\int\frac{\partial w_i}{\partial k}(k^*(\emptyset),\emptyset_i,p)\frac{\partial k^*}{\partial \emptyset}(\emptyset)\;d\emptyset_i+h_i(\emptyset_{-i})$$

donde $hi(\emptyset_{-i})$ es una función arbitraria de $\emptyset_{-i}$ es decir, aquí.

$$t_i=-\int(\emptyset-\sum\emptyset_j/n))1/n\,d\emptyset_i+h_i(\emptyset_{-i})$$

$$t_i(\emptyset)=-\emptyset^2/2(n-1/n^2)+(\sum\emptyset_j)\emptyset/n^2+h_i(\emptyset_{-i})$$

por supuesto que faltaría verificar que $\emptyset_i$ es un mecanismo global(16) del programa del consumidor i este es el caso de cuando la segunda derivada de

$$w_i(k^*(\emptyset),\hat{\emptyset}_i,p)+t_i(\emptyset)$$

con respecto a $\emptyset_i$ es $-1/n$, notemos que después de la definición de $k^*(\emptyset)$

$$\frac{\partial w_i}{\partial k}=-\sum_{j\neq i}\frac{\partial w_j}{\partial k}\quad\text{donde}$$

$$t_i(\emptyset)=\int\frac{\partial w_i}{\partial k}(k(\emptyset),\emptyset_j,p))\frac{\partial k^*}{\partial \emptyset_i}(\emptyset)d(\emptyset)+h_i(\emptyset_i)=\sum_{j\neq i}w_j+h_i(\emptyset_{-i})$$

es decir los mecanismos de Clarke Groves.

i) Propiedades de los Mecanismos Incitativos.

La caracterización que aquí obtuvimos, ahora nos permitirá estudiar en detalle la clase de los mecanismos incitativos y sus propiedades. Examinaremos solo algunas preguntas que considermos darán mayor detalle de los mecanismos incitativos.

a) Equilibrio del Presupuesto

La suma de las transferencias obtenidas por un mecanismo dado, es decir, por una elección de las funciones $h_i(\cdot)$, no necesariamente es nula. Es posible encontrar las funciones $h_i(:)$ tales que.

$$\sum_{i=1}^{n}t_i(\emptyset)=0\quad\text{donde}$$

$$1/2(1/n^2-1/n)\sum_i\emptyset_i^2-1/n^2\sum_l\emptyset_l\sum_{j=l}\emptyset_j+\sum_l h_i(\emptyset_{-i})=\emptyset$$

para ello será suficiente escoger

$$h_i(\emptyset_{-i})=1/2n^2\sum_{j\neq i}\emptyset_j^2-1/n^2(n-2)\sum_{\substack{j\neq i\\ \ell\neq i\ j\neq \ell}}\emptyset_j\emptyset_\ell$$

Aquí es posible encontrar una solución en equilibrio general perfecto, en el problema propuesto, y a que el presupuesto del mecanismo utilizado está en equilibrio. Aún que desgraciadamente, éste no es el caso general.

3.8 Un Modelo Básico

En esta sección planteamos los mismos mecanismos que hasta ahora hemos venido derivando pero con algunas modificaciones, sugeridas por la teoría de la elección social, así pues verificaremos las características del problema.

Una cualidad esencial en los sistemas económicos es la decentralización de la información. Por ejemplo, cuando una decisión colectiva deba ser tomada respecto a la elección de un nivel de impuesto que ocasione un efecto externo, o bien la elección de nivel de consumo de un bien público.

La decisión social debe reunir la información decentralizada, es decir, cada agente posée elementos de la información. Por tanto tenemos un problema de un comportamiento estratégico más que un problema de información retenida en forma primitiva y enfrentamos este problema de la siguiente forma: damos una función de elección social que asocia las características de la información de los agentes, y entonces el propósito del que toma las decisiones sociales en la agencia central, será el de elegir una decisión social colectiva óptima, es decir ¿Cómo implementar? o bien¿cómo encontrar un juego en donde los equilibrios estratégicos conduzcan a la decisión deseada?

Consideremos una sociedad compuesta de I-agentes y sea A el conjunto de estados sociales realizables, las preferencias del agente i son representadas por un preorden(17) Pi. Por comodidad sera conveniente limitar el espacio de preferencias admisibles del agente i. Sea Hi un espacio de características del agente i, a cada $\emptyset i \in H$ le asociamos un preorden $P_i(\emptyset_i)$, para el agente i, donde P_i es la misma aplicación para todos.

Si no existe restricción alguna sobre los peordenes admisibles, Hi representa el espacio de peordenes sobre A y $P_i(\cdot)$ es la aplicación-identidad.

El valor verdadero de la característica $\emptyset_i$ solo es conocido por el agente i (la información es decentralizada).(18) El centro debe seleccionar (asociar) un estado social en base a los mensajes que el agente trasmite, en base a sus características privadas. Dado que, como ya dijimos cada agente busca utilizar en su favor la ignorancia del centro, es decir, en provecho de sus propias características; sin embargo, la teoría de las incitaciones estudia aquello que la agencia central puede realizar con la ayuda de mecanismos destinados a superar el costo de este "vacio informacional."

Las siguientes definiciones nos permitirán superar esta problemática

Definición: Una función de elección social $\mathcal{f}$, es una aplicación que asocia a todo vector de características

$$\emptyset=(\emptyset_1,\ldots,\emptyset_n)\in H=\prod_{i=1} H_i \quad \mathcal{f}(\emptyset)\in A$$

un estado social realizable.

Definición: Un mecanismo es una Iada de espacios de mensajes $M=(M_1,\ldots,M_n)$ y una función, f, que asocia a toda I-ada de mensajes $m=(m_1,\ldots,m_n)$ un estado social realizable $f(m)\in A$

El agente i debe anunciar un mensaje mi cada vez que el centro elija el estado social con la ayuda del mecanismo.

Por tanto un mecanismo define un juego de información incompleta, para el cual es necesario elegir un concepto de equilibrio que denotaremos por c.

Sea $Efc(\cdot)$ la aplicación que asocia a cada I-ada de características verdaderas $\emptyset$, los mensajes en equilibrio de este juego para el concepto de equilibrio c.

Un mecanismo (M, f) implementa una función de elección social $\mathcal{f}$ para el concepto de equilibrio c.

$$\text{si} \quad \forall\ \emptyset\in H \quad f(Efc(\emptyset))=\mathcal{f}(\emptyset)$$

La noción de esta implementación puede ser ilustrada por el siguiente esquema:

$$\begin{tikzcd}
H_1 x\cdots xH_n \arrow[rr, dash] \arrow[dr, dash, "Efc"'] & & A \\
& M_1 x\cdots xM_n \arrow[ur, dash, "f"'] &
\end{tikzcd}$$

Dos ejemplos de concepto de equilibrio nos permitirán comprender en forma completa este esquema.

i) equilibrio dominante c=d

una I-ada de mensajes $(m_1',\ldots,m_n')CM$ es un equilibrio dominante $\Leftrightarrow \forall\ i\in I \quad f(m_i',m_{-i})\bar{P}\ (\emptyset_i)f(m_i,m_{-i})$

$$\forall\ m_i C M_i \ , \ \forall\ m_{-i}\in\prod_{i\neq j}^{n} M_j \quad \text{donde}$$

$$m=(m_1,\ldots,m_{i-1},m_{i+1},\ldots,m_I)$$

$$(m_{-i},m_i')=(m_1,\ldots,m_{i-1},m_i',m_{i+1},\ldots,m_I)$$

los cuales son los mensajes de los otros agentes. La elección del mensaje m por el agente i conduce a un estado social que es preferido o indiferente a cualquier otro estado social que pudiese ser obtenido por cualquier otro mensaje, a cada $\emptyset \in H$, Efc(.) asocia el conjunto de los equilibrios dominantes. La función f(.) traduce estos mensajes de equilibrio en estados sociales.

ii) Equilibrio de Nash c=n

Una I-ada de mensajes $(m_1^*, \ldots, m_I^*) \in M$ es, un equilibrio de Nash <=> $\forall i \in I$

$$f(m_i^*, m_{-i}^*) P_i(\emptyset_i) f(m_i, m_{-i}^*) \quad , \quad \forall m_i \in M$$

dados los mensajes de los otros agentes, m', la elección del mensaje mi es al menos buena como cualquier otra que pudiera escoger dentro del conjunto de mensajes. $\forall \emptyset \in H$, Efc(·) asocia el conjunto de las I-adas de mensajes en equilibrio de Nash.

El concepto de equilibrio elegido es el que determina la fuerza incitativa de la implementación obtenida. Así la implementación en equilibrios dominantes aparece como la más satisfactoria en el siguiente sentido, si los agentes tienen verdaderamente los mensajes dominantes entonces podríamos atender en forma legitima a aquellos que los utilizan. Los agentes tienen incitaciones muy fuerte para adoptar el comportamiento de acuerdo a la atención que les brindemos.

Cuando el concepto de equilibrio utilizado es el concepto de equilibrio en mensaje dominante, la teoría de las incitaciones es grandemente simplicada por el principio de revelación.

Diremos que un mecanismo es directo si el espació de mensajes del agente i. M_i, coincide con el espacio de sus características Hi, i=1,...,n.

Definición: un mecanismo directo se dice que es revelador si Efc(Ø)=Ø, es decir, si los mensajes en equilibrio coinciden con el anuncio de las características verdaderas.

Después del esquema planteado hasta aquí, es claro que cuando un mecanismo es revelador $f(\emptyset)=\mathit{f}(\emptyset)$ luego entonces podemos enunciar

Teorema: El principio de revelación (Gibbard (1973)) sea (M,f) un mecanismo que implementa una función de elección social, f, para el concepto de equilibrio dominante. Entonces existe un mecanismo revelador (H,Y) que implementa a, f, en equilibrios dominantes.

Demostración: Sea $m_1^*(\emptyset), \ldots, m_I^*(\emptyset)$ una I-ada de mensajes dominantes para (M,f) definimos Y(·) como:

$$Y(\emptyset)=f(Efc(\emptyset))$$

por definición $Y(\emptyset)=f(\emptyset)$; (H,Y) es un mecanismo directo. Supongamos que el anuncio de la característica verdadera no es más que un mensaje dominante para el agente i entonces

existe $(\emptyset_{-i},\hat{\emptyset}_i)\in H$ tal que

(1) $Y(\emptyset_{-i},\hat{\emptyset}_i)Q_i(\emptyset_i)Y(\emptyset_{-i},\emptyset_i)$ donde $Q_i(\emptyset_i)$ es la relación de preferencia extrictamente asociada a $P_i(\emptyset_i)$; por definición de (1) podemos escribir:

(2) $f(Efd(\emptyset_{-i},\hat{\emptyset}_i)Q_i(\emptyset_i)f(Efd(\emptyset_{-i},\emptyset_i)$ sea $(m_1,\ldots,m_i',\ldots,m_I)\in$

$Efd(\emptyset_{-i},\emptyset_i)$

decimos que existe $(m_1',\ldots,m_{i-1}',\hat{m}_i,m_{i+1}',\ldots,m_I')\in Efd(\emptyset_{-i},\hat{\emptyset}_i)$

tal que: $f(m_1',\ldots,m_{i-1}',\hat{m}_i,m_{i+1}',\ldots,m_I')Q_i(\emptyset)f(m_1',\ldots,m_i',\ldots,m_I)$ que contradice la hipótesis:

$$(m_1',\ldots,m_i',\ldots,m_I')\in Efd(\emptyset_{-i},\emptyset_i).$$

Así todas las funciones de elección social que podrían ser implementadas por los equilibrios dominantes en mecanismos complejos podrían ser implementadas por los mecanismos directos reveladores, ésto lo veremos cuando estudiemos la implementación en equilibrios dominantes.

La segunda idea general que tratamos en esta nota es: el debilitamiento de la fuerza incitativa cuando pasamos de un equilibrio dominante a un equilibrio de Nash, vemos que no es de gran importancia ni es fructuosa si los espacios de mensajes son más generales que los espacios de las características; en efecto, tenemos.

Teorema: Una función de elección f, es implementable en equilibrios de Nash por un mecanismo directo revelador <=> es implementable en equilibrios dominantes por un mecanismo revelador.

Demostración: La condición suficiente es evidente por las definiciones, para la condición necesaria, escribimos a f como implementada por equilibrios de Nash de un mecanismo directo revelador. (H,g)

$$\forall\, i\in I\ ,\ \forall \emptyset_i\in H_i\ ,\ \forall \emptyset\ ,\in\prod_{i\neq j} H_j\quad g(\emptyset_{-i},\emptyset_i)P_i(\emptyset_i)g(\emptyset_{-i},\hat{\emptyset}_i)\quad \forall\emptyset\in H$$

que puede ser reescrita como:

$$\forall\, i\in I\quad g(\emptyset_{-i},\emptyset_i)P_i(\emptyset_i)g(\emptyset_{-i},\hat{\emptyset}_i)\ ,\ \forall\hat{\emptyset}_i\in H_i\ ,\ \forall\emptyset\in H$$

es decir la definición de que $\emptyset i$ es una estrategia dominante para el agente i.

Capítulo IV

Teoría del Bien Público

4.1 La Teoría del Bien Público.

Presentamos una crítica sobre la tendencia de la teoría moderna del bien público para enfatizar el problema sobre la correcta revelación o cancelación (19)de preferencias por un bien público. Argumentamos, como es que una estrategia que consiste en mostrar las preferencias por un bien público, a bajo costo compartido, probablemente no es de gran éxito en un proceso abierto(20) de toma de decisión, esta conclusión es un resultado importante que tiene la revelación de preferencias. Al parecer, la teoría moderna del bien público tiende a concentrarse cada vez más en el problema sobre la correcta revelación de preferencias por los bienes publicos, ésto es, la disposición que tengan los individuos miembros en un grupo o una sociedad en revelar correctamente sus preferencias por los bienes públicos, concíderando que cada miembro sabe que el resto de los individuos de esta sociedad o grupo, también está interesados en adquirir el bien público, y que además nadie está excento del beneficio que causará este bien.

Para la solución de este problema se utiliza un mecanismo de decisión colectiva que se compone por convenio y/o voto, agregando a este simultaneamente las decisiones que sean tomadas con respecto a las preferencias por el bien público y sus costos correspondientes; finalmente si el mecanismo es tal que proporciona una idea, de que tan alta es la preferencia por el bien público, ésto implicaría una mayor repartición de costos entre los diferentes agentes; por tanto ésto, daría origen a un incentivo en cada miembro, este incentivo sería el de no pretender (falsamente) tener una alta preferencia por cierto bien público, es decir, cancelarían sus preferencias.

Esta observación es a causa de la existencia de una gran variedad de bienes públicos, probablemente más de los que pudieramos considerar, además de que también hay muchos grupos de individuos quienes por ningún motivo cancelarían sus preferencias por los bienes públicos. Por estas razones es que presentamos esta crítica sobre la teoría moderna del bien público.

En el desarrollo de esta crítica aparece una primer pregunta que hace referencia a la honestidad que los individuos manejen, aquí como en otros casos, la teoría económica, tiende a suponer que los individuos se comportan de un manera honesta, si y solo si son motivados por algún incentivo económico, esta supocisión (homoeconómica), obviamente está lejos de ser verdadera.

Por otro lado es de suponerse que ninguna sociedad será viable sin algunas normas o reglas de conducta y más aún en aquellas sociedades donde se carece de incentivos económicos, estrechamente relacionado a este argumento está la consideración de que todos los miembros participantes entenderían que el sistema podría tener malos resultados, y que incluso se podría llegar al fracaso si todos cancelarán sus preferencias. Aunque el cancelamiento de sus preferencias correspondería a un tipo de equilibrio no-cooperativo y por lo tanto estaría relacionado en un estrecho sentido con la racionalidad individual, y de aquí podrían darse cuenta que tal cancelación generaría un resultado inferior. La cooperación podría terminar con este equilibrio y en su lugar establecer un equilibrio cooperativo, basado en representaciones de preferencias verdaderas.

Por otro lado podríamos pensar en una sociedad un tanto homogenea, muy aparte del hecho de que la gente tiene preferencias distintas, en consideración a un cierto monto de un bien público.

4.2 Asignación y mecanismos de Revelación de Preferencias para los Bienes Públicos.

Los problemas asociados con el proceso de decisión social con bienes públicos han confundido a economistas por mucho tiempo. Recientemente un resultado negativo de Gibbard y Satterthwaite excluyó la posibilidad de encontrar mecanismos no-dictatoriales determinísticos para la elección de estados sociales que tienen la propiedad de que los individuos crean la imposibilidad de manipular el mecanismo en ventaja propia.

En particular, podrán revelar sus preferencias (otras i.e. mentir) que las suyas propias y el resultado de la elección social podría ser distorsionado del óptimo de Pareto en relación a sus verdaderas pruebas los requisitos de Gibbard y Satterwaite son muy fuertes; en particular, se permiten preferencias individuales en un contexto más especializado donde la decisión tiene que ver con el nivel de los bienes públicos y la transferencia monetaria entre los individuos; Groves y Loeb suponen que las transferencias son monotonas en el ingreso, y que la suposición de pago por las alternativas en cuanto a los niveles de los bienes públicos, es independiente del ingreso.

En este orden de ideas, encontraron una clase de mecanismos con las propiedades que fijan las verdaderas preferencias individuales en estrategia dominante para cada individuo y que seleccionan un óptimo de Pareto.

Estamos involucrados con la realización de un paquete de proyectos públicos en una economía con un solo bien privado puede (pensarse como dinero) y n-agentes, la única restricción impuesta en el análisis sobre los proyectos públicos es que el conjunto disponible de paquetes de proyectos de bienes públicos sea un conjunto compacto H en un espacio topológico.

Ejemplos: i) un proyecto de tamaño fijo, proyecto público, entonces $H=\{0,1\}$ donde 1 representa la realización del proyecto y 0 la no realización ii) un proyecto de tamaño-variable de un unico proyecto público, entonces el tamaño apropiado deberá pertencer a un subconjunto cerrado y acotado de R , por ejemplo: $H=0\cup[k_1,k_2]$
y si un tamaño mínimo es requerido tecnologicamente entonces

$$H=\{0,k_1,\ldots,k_n\}$$

si existen divisiones en un conjunto L de tamaño variable de proyectos públicos, entonces podríamos definir, $H=\prod_{i\in L}^{K}[0,k_i]$
Simultaneamente con los bienes públicos consideramos una transferencia monetaria ti , i=1,...,n y así que, empezando de una posición inicial en la utilidad del agente i debido a el programa de proyectos públicos y la tranferencia $U_i(k,t_i)$ definida en HXR

Definición: La función de utilidad U_i se dice ser aditivamente separable si: $U_i(k,t_i)=v_i(k)=t_i$

La función $v_i(\cdot)$, que es considerada como producto de los costos impuestos por el proyecto, es referida como la funcion de evaluación del agente i bajo la suposición de cantidades separables en ausencia del ingreso vigente en la evaluacion de los bienes públicos.

Para resolver el problema sometemos los n-agentes en un juego que es jugado de acuerdo a las siguientes reglas (o mecanismos).

Sea S_i, i=1,...,n el espacio de estrategias del agente i y sea $S=\prod S_i$ una jugada del juego, es un elemento $S=(s_1,\ldots,s_n)\in S_i$. Los resultados del juego estan definidos por dos funciones i) para cada jugada una función de decisión $d(\cdot)$ de S en K especifica una decisión de un proyecto público ii) para cada jugada una regla de tranferencia $t(\cdot)=(t_1(\cdot),\ldots,t_n(\cdot))$ de S en R especifica un programa de transferencia.

Sea $$f(\cdot)=(d(\cdot),t(\cdot))$$

El juego puede ser jugado con diferentes niveles de información dependiendo de las acciones de los otros jugadores. Si las acciones de los otros jugadores son conocidas, el resultado del juego puede ser un equilibrio de Nash. Y si son desconodas, los agentes pueden jugar una estrategia maxmin o maximizar su utilidad esperada dando una distribución de probabilidad subjectiva sobre las acciones de los demás. La estrategia óptima es una estrategia dominante, es decir, (es óptima dada cualquier acción de los demas jugadores) en este caso todos los postulados de comportamiento, respecto a los jugadores en el juego son equivalentes.

Ahora introduciremos varios conjuntos de reglas en el juego.

Definición: Un mecanismo, M=(S,f) es un conjunto de espacios de estrategias Si, i=1,...,n y una función:

$$f(\cdot)=(d(\cdot),t_1(\cdot),\ldots,t_n(\cdot)) \text{ de } \prod_{i=1}^{n} S_i \text{ en } K \times R^n$$

tal que para una jugada s tenemos que

i) el proyecto aceptado es d(s)

ii) la transferencia del agente i es $t_i(s)$ para i=1,...,n.

Definición: Un mecanismo de revelación MR={V,f}, es un mecanismo para el cual una estrategia es una función de evaluación del proyecto público y un espacio de estrategias $S_i=v^z$ es un espacio para funciones de evaluación propias.

En el mecanismo de revelación la pregunta al agente es ¿cuales tu función de evaluacion? claramente este mecanismo solo puede ser usado si los agentes tienen funciones de utilidad separable (casi lineales). Solo entonces tiene significado preguntar por la evaluación del proyecto público independiente de la especificación de la tranferencia.

Denotamos por $w_i(\cdot)$ la respuesta de la función de evaluación que debe ser distinta de la verdadera $v_i(\cdot)$

sea $w_i(\cdot)=(w_1(\cdot),\ldots,w_n(\cdot))$

Definición: Un mecanismo directo de revelación MDR={V,f} es un mecanismo directo de revelación tal que.

$$d(s)=d(w(\cdot))=\{k^*:k^*\in K \text{ y } \sum w_i(k^*)=\max \sum(k)k\in K\}$$

la elección de $d(w_i(\cdot))$ hecha en el conjunto de los proyectos tal que maximizan la suma de las funciones de evaluacion es arbitraria; denotaremos también por una condición necesaria para usar tal mecanismo, será que el conjunto de proyectos maximizado sea no-vacio, como K es compacto, una condición suficiente será que las funciones de evaluación estén restringidas a ser semi-continuas por arriba en K

Definición: Un mecanismo de Groves, MG={v,f} es un mecanismo directo de revelación con una regla especifica de transferencia

$$t_i(w_i(:))= \sum w_i(k*(w(\cdot))+h_i(w_{-i}(\cdot))$$

donde $h_i(w_i(\cdot))$ es una función arbitraria determinística de $w_{-i}(\cdot)$, i=1,...,n Necesitamos también un concepto cercano al mecanismo de Groves en el cual las transferencias y decisiones no son únicas-definidas

Definición: Un mecanismo extendido de Groves MEG={V,f} es un conjunto de funciones de evaluación permisibles v_i ,i=1,...,n una correspondencia de decisión $D(\cdot)$ de v en $\mathbb{K}$ tal que cada selección $d(\cdot)\in D$ maximiza $\sum w_i(\cdot)$ un conjunto arbitrario determinístico de correspondencias H_i de v_{-i} en $\mathbb{R}$, i=1,...,n tal que

$$t_i(w(\cdot))= \sum w_{-i}(k*(w(\cdot))+h_i(w_{-i}(\cdot)) \quad \text{donde}$$

$$h_i\in H(\cdot),\ i=1,...,n \text{ y } k*(w(\cdot))\in D(w(\cdot))$$

Simultaneamente en una extención el mecanismo directo de revelación cada $d(\cdot)CD(\cdot)$, maximiza la suma de las respuestas.

i) Propiedades de los Mecanismos

En el diseño de mecanismos estaremos interesados en diferentes propiedades para una referencia conveniente.

Dado un mecanismo: Sea $D_i(v_i(\cdot)) \subset S_i$ un conjunto de estrategias dominantes para el agence i cuando su verdadera función de evaluación es $v_i(\cdot)$.

Definición: Se dice que un mecanismo es decisivo si:

$$\forall_i\ \forall v_i(\cdot)\in V_i \quad :D_i(v_i(\cdot)) = \phi$$

cuando $S_i' = \bigcup_{v_i(\cdot)\in V_i} D_i(v_i(\cdot))$.

es el conjunto observable de estrategias del agente i sea S'=IIS

Definición: Se dice que un mecanismo es acertado si, cuando $s=(s_1,...,s_n)$ y si es una estrategia óptima para el jugador i, tal que sus preferencias verdaderas son vi entonces d(s) maximiza .

$$\sum v_i(\cdot)$$

En el caso particular en que un mecanismo es decisivo y acertado y si la propiedad de ser acertdo se da en todas las combinaciones de estrategias dominantes, nos referimos a el como un mecanismo satisfactorio. Los mecanismos satisfactorios son deseables porque seleccionan resultados eficientes mientras que al mismo tiempo eliminan cualquier interacción estratégica entre los agentes, ésto es, debido a que existe la estrategia dominante.

La utilidad de la jugada con el mecanismo M se puede escribir como

$$U_i(S,M)=v_i(d(s))+t_i(s) \text{ para el individuo } i$$

Definición: Un mecanismo de revelación es fuertemente compatible con incentivos individuales, si la verdad es una estrategia dominante para cada individuo, es decir.

$$U_i(w_{-i}(\cdot)),v_i(\cdot),RM)\geq(U_i(w_{-i}(\cdot),w_i,RM) \quad \forall\, w_{-i}(\cdot)\in V_i \quad \forall v_i(\cdot)\in V$$

En concecuencia si tenemos en K el programa no-acción denotado como O, por definición $V_i(O)=O$, $i=1,\ldots,n$

En un mecanismo de revelación para el cual $O\in K$, decimos que una estrategia $w_i(\cdot)$ es normalizada si: $w_i(O)=O$. Sí todas las estrategias son normalizadas se dice que el mecanismo de revelación es normalizado.

4.3 Determinación de la Demanda de un Bien Público

El obstáculo más serio para las aplicaciones, de algunas de las proposiciones básicas de la economía pública ha sido el problema de determinar la demanda por los bienes públicos. El problema nace directamente del hecho de que los individuos tienen un incentivo para no revelar su verdadera demanda por los bienes públicos. De hecho los individuos tienen el incentivo de presentar un notable descenso en su verdadera demanda de tal forma que puedan escapar de la necesidad de pagar por ese bien público.

La falta de conocimento de la demanda por los bienes públicos, ha sido la razon principal para el desarrollo en el campo del análisis del costo-beneficio. Si los bienes públicos no fueran presentados, los proyectos públicos podrían haber sido evaluados en la misma forma que los proyectos privados, como los bienes públicos no tienen valores claros específicos en el mercado, los investigadores en el campo del análisis del costo-beneficio han tratado de estimar indirectamente "el valor real de los bienes públicos."

El problema más serio para una eficiente asignacion de recursos en la producción de los bienes públicos es la revelacion de preferencias por estos. Mucho se ha hecho respecto a este problema, atravez del desarrollo de mecanismos de mercado y los de no-mercado quienes sacarán las verdaderas respuestas de los consumidores de bienes públicos.

Se trabajo con la idea de encontrar un mecanismo de voto o algún otro tipo de mercado artificial atravez del cual la verdadera demanda fuera revelada. Un ejemplo de ésto fué presentado por Bowen (1943) donde su proposición es pedir a los individuos revelar su disposición de pago mientras que eventualmente se les prometía que el costo sería compartido equitativamente.

Es claro que la respuesta de un individuo depende del medio ambiente en el que opera. En el ejemplo de Bowen, el individuo espera pagar una suma fija, que es independiente de su respuesta, así pues está dispuesto a revelar. El individuo da una repuesta en descenso cuando detecte una asociación positiva entre su respuesta y los pagos actuales, pero se puede construir facilmente un medio en el cual su respuesta sea en ascenso. Para observar ésto consideremos un conjunto de n-proposiciones $\{x_1,...,x_n\}$ donde pedimos al agente revele su disposición de pago por cada una de estas proposiciones; podrá observarse que el proyecto aceptado será el más deseado, y será pagado de los fondos públicos generales.

Es claro que el individuo hará un enunciado en ascenso de su deseo verdadero, pues tratará de dar un máximo peso a su proyecto preferido. Enfatizamos el hecho de que los individuos se negarán a revelar sus preferencias verdaderas, no solo por lo opuesto a los incentivos que aparecen al momento del pago de acuerdo a sus deseos, sino que también debido a su desrrollo económico y a las condiciones especiales en las que operan.

Para fijar ideas, consideremos la proposición de Bowen antes descrita de manera simple, nos planteamos la siguiente pregunta, supongamos que podemos poner a toda una población o una muestra, en condiciones de laboratorio social donde podemos crear las condiciones cualesquiera que deseemos. Entonces nos preguntamos si hay forma de guíar a los individuos a revelar sus preferencias bajo tales condiciones experimentales.

La respuesta es: "sí" y para ver ésto, notamos que si queremos establecer la demanda de alguna cantidad x de un bien público, podemos anunciar que el sector público proveerá esa cantidad x libre de cargo solo si se pregunta a los individuos que tanto les cuesta este servicio.

Suponiendo que los individuos revelarán la verdad solo sí, dado su enunciado, no perderían nada, ni serían penalizados por tal enunciado, entonces de hecho los individuos revelarían.

Veamos el análisis:

Consideremos un grupo de individuos enumerados cada individuo tiene una función de demanda. $j=1,...,n$

$$\text{i) } p=D_j(x)$$

donde x es la cantidad de algun bien público. Es bien sabido que la disposición de pago (por la cantidad x) del individuo j es:

$$\text{ii) } F_j(x)= \int_0^x D_j(u)du$$

y su excedente de consumo es:

$$\text{iii)}\quad S_j(x)= \int_0^x D_j(u)du-xD_j(x)$$

en un principio estaremos interesados en i) o ii) y conociendo una de hecho conocemos la otra. Tal vez es fácil pensar en Fj(x) (la disposición de pago) como una función de la cantidad x; como los bienes públicos no aparecerán en el mercado real la función Dj(x) tiene más que un significado limitado operacional.

Ahora nuestro problema puede ser simplificado: tomamos una x y nos preguntamos como descubrir las n-cantidades de los n individuos pero, como podemos repetir el procedimiento para cada x, entonces será suficiente resolverlo para una x.

Vemos que las n-observaciones pueden suponerse como una muestra aleatoria de una población con una función de distribución de probabilidad con media. F(x)

$$\text{iv)}\quad F_j(x)=F(x)+u_j(x)$$

donde F(x) significa la disposición de pago o la demanda media de la población y donde uj(x) mide la desviación de j del comportamiento medio F(x).

Como resultado de toda esta estructura, podemos fijar nuestra primer suposición.

Suposición 1(a) los n-individuos observados son de una muestra aleatoria de una población con valor medio F(x) y varianza (x). El valor de cada punto en la muestra Fj(x) es especificado por la ecuación.

$$F_j(x)=F(x)+u_j(x) \quad \text{donde}$$

$$E(u(x))=0 \quad , \quad Var[u(x)]= \sigma^2(x)$$

Esta suposición es fundamental; desde el momento en que nos permite obtener una buena aproximación a la demanda de un bien público, es suficiente tomar una muestra de una población y estudiarla: Si podemos descubrir la demanda de cada miembro en la muestra entonces podemos inferir cual será la distribución de las demandas en la población. Esto explica también por que son considerados ambos acercamientos al problema experimental y estadístico.

En algunas instancias deseamos explotar la estructura de la función de disposición de pago. Como en el fondo tenemos la función de demanda Dj(x) podemos también, pensar en Dj(x) siendo representada por

$$\text{v)}\quad D_j(x)=D(x)+v_j(x) \quad \text{con}$$

$$\text{vi)}\quad E(v(x))=0 \quad Var[v(x)]= U^2(x) \quad y \quad F(x)= \int_0^x D(u)du$$

pero v) y vi) juntas implican que la variable aleatoria duj(x)/dx debe satisfacer

$$du(x)/dx=v_j(x)$$

ésto motiva la segunda parte de la suposición
Suposicion 1(b)
La variable aleatoria $Dj(x)$ es especificada por la ecuación

$$Dj(x)=D(x)+v\ (x)$$

donde $D(x)$ es la función de demanda media de la población y la variable aleatoria satisface

$$E[v(x)]=0 \quad Var[v(x)]=\cup^{2}(x)$$

ésto también puede ser escrito como:

$$\frac{Fj(x)}{\partial x} = \frac{F(x)}{\partial x}+v_j(x)$$

Para que este análisis quede más claro, en las siguientes secciones presentaremos un experimento, en este especificamos

a) las condiciones ambientales del experimento
b) la estructura informacional de cada sujeto
c) penalidades y recompensas que representan en la estructura básica motivacional de los sujetos.
d) la información obtenida.

En general la información obtenida en cada experimento varia excepto la "clave" de la información que es las 2n observaciones sobre la disposición de pago y el incremento en la disposición de pago como resultado en un pequeno incremento que sufra x; por tanto tenemos

$$f_1(x),\ldots,f_n(x)\ ,\quad \Delta f_1(x),\ldots,\Delta f_n(x)$$

utilizamos la notación $f_j(x)$ debido a que estos son valores observados que no pueden ser iguales a $Fj(x)$; diremos que un experimento está en plena revelación si $\forall j$, $j=1,\ldots,n$.

$$f_j(x)=F_j(x)$$

finalmente supondremos que:
en ausencia de cualquier perdida o recompensa debida a la revelación de preferencias verdaderas, los individuos tienen el deseo intrínsico de decir la verdad y por tanto estar preparados a revelar verdaderas demandas.

Tan inocente como pueda ser visto, esta suposición es muy fuerte. En todos los experimentos, decimos que la regla de decisión social es aceptar el proyecto si el total anunciado de la disposición de pago (demanda) excede el costo total y rechazarlo en otro caso, el costo total (y por tanto el costo promedio) sobre toda la población es bien determinado.

Ensayo: Pedimos a los individuos revelar su disposición de pago $F_j(x)$ para una cantidad propuesta x de un bien público.

Pedimos también revelar $\partial F_j(x)/\partial x = \Delta F_j(x)$ que es el incremento de su disposición de pago, como resultado de un pequeño incremento en x. No ponemos pagos experimentales ni perdidas experimentales así que los individuos revelan su informacion distorsionada.

$$\text{i)}\quad \begin{matrix} f_1(x),\ldots,f_n(x) \\ \Delta f_1(x),\ldots \Delta f_n(x) \end{matrix} \qquad f_j(x)=\alpha F_j(x)$$

descubrimos que la información dada es suficiente para identificar (parametro) y por tanto F(x) y $u_j(x)$ $\forall j$ dada por cada sujeto que nos da la respuesta de la pregunta ¿Que tanto utilizarás de un cierto bien público que fue procisto libre de cargo?
y por(*) el individuo dara la repuesta correcta x_j^*, si definimos

$$\text{iii)}\quad X^*=1/n \sum_{j=1}^{n} x_j^*$$

y para terminar con el análisis notamos que por i) y ii) se sigue que

$$\overline{f(x)}=\alpha F(x)+\alpha\overline{u}(x)$$
$$f(x)=\alpha \Delta F(x)+\alpha\Delta \overline{u}(x) \qquad \text{donde}$$

$\overline{f(x)}$ es la media observada de $f_1(x),\ldots,f_n(x)$
$\Delta\overline{f(x)}$ es la media observada de $\Delta f_1(x),\ldots,\Delta f_n(x)$
$\overline{u}(x)$ es la media no-observada de $u_1(x),\ldots,u_n(x)$
$v(x)$ es la media no-observada de $v_1(x),\ldots,v_n(x)$

y ahora denotamos

$$g(x)=\Delta\overline{f(x)}/\overline{f(x)} \quad \Delta f(x)=F'(x) \Rightarrow$$

$$F'(x)+\overline{v}(x)=g(x)(F(x)+\overline{U}(x))$$

como $E[v(x)]=E[u(x)]=0$, y por proceso standar reemplazamos medias muestrales por medias poblacionales

$$\overline{v}(x)=\overline{u}(x)=0$$

ahora denotamos $\hat{F}(x)$ y $\hat{F}'(X)$ como los estimadores y de aquí

$$\text{iv)}\qquad \frac{\hat{F}'(x)}{\hat{F}(x)}=g(x)$$

como $g(x)$ es una función observada uno puede resolver iv) $\forall x$ para obtener $\hat{F}(x)$ fijamos algunas condiciones iniciales.
Por el diseño experimental tenemos que en $x=x^*$ la función de demanda $D(x)$ debe satisfacer

$$D(x^*)=0$$

y como $D(x)=F'(x)$ finalmente tenemos la condición de frontera para la x^* conocida, $F(x^*)=0$ y ahora podemos calcular las cantidades

$$\alpha_1(x)=\frac{f(x)}{F(x)}\ ; \qquad \alpha_2(x)=\frac{f(x)}{F'(x)}.$$

y por tanto tenemos un sistema sobre-identificado y si $\alpha_1(x)$, $\alpha_2(x)$ son diferentes puede significar que $\alpha(x)$ varia significativamente con x, y ésto constituye una violación del modelo subordinado. Ésto significa que el procedimiento anterior contiene una prueba natural para las soposiciones en ii).

Aunque esta nota trata la demanda de los bienes públicos, de hecho hemos propuesto un nuevo método de investigación en la economía. El laboratorio que proponemos consta de controlar el medio ambiente y seleccionar una estructura de información real para la formación política.

4.4 Un mecanismo no-manipulable para la decisión de producción de bienes públicos

Consideremos un objeto indivisible que será vendido a un grupo de I-agentes, es posible obtener de estos agentes sus verdaderas disposiciones de pago por este objeto de la siguiente forma, cada agente debe dar una oferta cada que el objeto sea otorgado a aquél que ofrezca mas, pero es claro que no pagará más del doble de su precio. Es fácil verificar que la verdadera disposición de pago es para cada agente una estrategia dominante.

Consideremos al agente 1, sin perdida de la generalidad, distinguiremos dos casos, según el anuncio de la verdad.

1) primer caso: que v_1 conduzca a que el agente obtenga el objeto al precio más elevado y si sucediese lo contrario estaríamos en el segundo caso.

En el primer caso se obtiene el objeto pagando su doble valor, sea w_2 este doble valor, así pues nunca ganará con alguna otra proposición u oferta que v_1, en tanto que si se anuncia una oferta $w_1>w_2$, nada cambia para el, es decir, ni gana ni pierde, solo se queda con el bien ya adquirido y pagado al doble precio, ahora que si anuncia $w_1<w_2$ no obtiene el objeto, por tanto no obtiene nada (pues su oferta es baja). De cualquier forma observamos que pierde la oportunidad de ganar en utilidad v_1-w_2, si hubiera dicho la verdad.

En el segundo caso en tanto que el anuncia w1 menor que el precio mas alto w_2, nada cambia para el. Si anuncia $w_1>w_2$ tiene el objeto pero paga w_2 de tal forma que tiene una perdida de utilidad igual a, $w_2-w_1>C$ por hipótesis.

El mecanismo que aquí presentamos es una adaptación para los bienes públicos, en base a esta idea, de presentación en términos de la disposición de pago.

Supongamos que las funciones de utilidad, son casi lineales (es decir aditivamente separables).

$$U_i(x_i,y)=x_i+v_i(y) \quad ; \quad i=1,\ldots,I$$

donde x es el consumo del único bien privado y y la cantidad del bien público disponible y nos preguntamos la posibilidad de realizar un bien público a costo nulo.

Sea $\bar{x}$ los recursos globales en bienes privados, tal que:

$y=\{0,1\}$ y utilizamos la notación

$$v_i(0)=0 \quad \text{con} \quad v_i(1)=v_i \ , \ i=1,\ldots,I$$

una buena decisión está definida por

$$y=1 \iff \sum_{i=1}^{I} v_i \geq 0$$

Pedimos a cada agente que su disposición de pago por el bien público sea $w=(w1,\ldots,w\ )$, la decisión es precisa según la regla siguiente

$$y(w)=1 \iff \sum w_i \geq 0$$

Anunciando el agente i una transferenca en bien privado

$$\begin{aligned} ti(w) &= -\left| \sum_{j\neq i}^{I} w_j \right| \text{ si } (\sum w_j)(\sum w_i)<0 \quad (*) \\ &= 0 \quad \text{en otro caso} \end{aligned}$$

Es facil verificar que la verdad wi=vi es una estrategia dominante para cada agente.

En seguida podemos calcular la variación de utilidad entre la respuesta verdadera vi y alguna otra respuesta para todos los casos posibles.

Primer caso

$$\sum_{j\neq i} w_j > 0$$

a) $\sum_{j\neq i} w_j + v_i > 0$, $\sum w_j + w_i \geq 0$

$$\Delta = v_i - v_i = 0$$

b) $\sum_{j\neq i} w_j + v_i > 0$ $\quad \sum w_j + w_i < 0$

$$\Delta_i = v_i - (-\sum_{j\neq i} w_j) = v_i + \sum_{j\neq i} w_j > 0$$

c) $\sum_{i\neq j} w_j + v_i < 0$, $\sum_{i\neq j} w_j + w_i < 0$

$$\Delta_i = -\sum_{j\neq i} w_j - (-\sum w_j) = 0$$

d) $\sum_{j\neq i} w_j + v_i < 0$, $\sum_{j\neq i} w_j + w_i > 0$

$$\Delta_i = -\sum_{j\neq i} w_j - v_i = (v_i + \sum_{j\neq i} w_j) > 0$$

Segundo Caso

$\sum_{j\neq i} w_j < 0$ la demostración es análoga.

Nótese que podemos agregar la función ti(w) (sin hacer modificación alguna en los razonamientos planteados aquí arriba no importando la función de respuestas de los otros, es decir, $w_{-i}=(w\ ,\dots,w_{i+1},\dots,w_I)$
de esta forma obtenemos la familia de los mecanismos de Groves, y en donde las transferencias podrían ser escritas de la siguiente forma

$$t_i(w)=\sum_{j\neq i}w_j+h_i(w_{-i}) \quad \text{si} \quad \sum_{i=1}^{I}w_i>0$$
$$=h_i(w_{-i}) \quad \text{si} \quad \sum_{i=1}^{I}w_i<0$$

donde h (·) es una función arbitraria de w_{-i}

Dentro de esta clase de mecanismos existen los mecanismos realizables, es decir, tales que

$$\sum_{i=1}^{I}t_i(w)<0$$

que deliberan un excedente de rentas y no un déficit, para el tomador de decisiones social por ejemplo el mecanismo descrito en (*)

Dentro de este ejemplo el conjunto de estados sociales A determina el conjunto de consumo de un bien privado y una cantidad de un bien público realizable, asi pues

$$A=\{y,(x_1,\dots,x_n):y\in\{0,1\},\sum_{i=1}^{I}x_i<\bar{x}\}$$ la aplicacion

$$(v_1,\dots,v_I)\xrightarrow{f} \begin{array}{l} d(v) \\ t_1(v) \\ \dots \\ t_I(v) \end{array}$$

de R^I en A, describe una función de elección social implementable en equilibrios dominantes.
(En general las funciones $h_i(\cdot)$ tales que $t_i(w)=0$ es decir, tal que el presupuesto del tomador de decision social, este justamente equilibrado. Por lo tanto no es posible implementar en mensajes dominantes una funcion de eleccion social óptima de Pareto sobre la fuerte restricción de casi lineal.

La decentralización de la información es incompatible con el óptimo de Pareto, el problema del centro debe ser formulado explicitamente en términos de segundo rango.

Capítulo V

Teoría del financiamiento público

5.1 Revelación y Financiamiento de los Bienes Públicos

Algunos autores considerán que la implementación del impuesto tiene que ser un tanto independiente del gasto público; para favorecer la capacidad de pago.

En 1880 se comenzaron a usar los conceptos, de utilidad marginal y valor subjetivo, en el estudio de los servicios públicos y del financiamiento de éstos. Estos conceptos ayudaron a que el problema del financiamiento de los bienes públicos fuera fijado con mayor claridad y ésto fue probablemente una de las contribuciones a la teoría del financiamiento público. Aunque también hubo el surgimiento de una solución basada en el principio de unanimidad y el de consentimiento voluntario.

"Si el individuo está dispuesto a gastar su dinero en usos públicos y privados de tal forma que su satisfaccion sea maximizada, obviamente no pagará por cualquier proposicion pública. Y su posibilidad de pago afectaría la adquisición del tan escaso servicio público, que en cualquier proposición práctica no se notaría del todo, evidentemente que si todos hicieran lo mismo el estado cesaría esta función."

Ésto sugiere que cada artículo en el presupuesto público puede ser votado simultaneamente en base a la determinación de su financiamiento y debe ser aceptado si la unanimidad (o casi-unanimidad) es obtenida. Si pudieramos ignorar los costos de información y comunicación, así como los tratos y estrategias de comportamiento, este proceso nos guiaría al óptimo de Pareto.

Lindahl (1919) presentó lo que a menudo consideramos como la versión final del acercamiento financiero, más precisamente, Lindahl dió en una economía con bienes públicos, una caracterización del óptimo de Pareto para la cual cada contribución del agente para el financiamiento de un bien público dado, es igual a la utilidad marginal adquirida de éste bien multiplicada por su cantidad; en otros términos es igual a su utilidad marginal adquirida por éste bien.

Consideremos una economía formada por n-agentes y tres bienes, de los cuales dos son privados y un bien público, la funcion de utilidad del agente i , i=1,...,n se escribe:

$$U_i(y_i, x_i, k, \emptyset) = \emptyset_i(k + x_i^{1/2}) - k/2 + y_i$$

Donde yi es el consumo del bien 1, x es el consumo del bien 2 y K es el nivel de consumo del bien público.

La función Ui es aditivamente separable en el bien 1 y la utilidad marginal del bien 1 es conocida y es la misma para todos los agentes, el bien 1 nos permitirá realizar compensaciones bien difinidas entre los agentes.

Supongamos que el bien público tiene un precio nulo o que el costo imputado al agente i ya está incluido en su disposición de pago por el bien público i.e.

$$\emptyset_i(k) = k^2/2$$

El bien 2 es producido a partir del bien 1 por una tecnología de rendimientos constantes y ésto nos conduce a fijar un precio para esté bien.

El centro conoce la forma funcional de la función Ui(.) (que es la misma para todos los agentes) pero desconoce el valor del parámetro $\emptyset_i$ (que denotaremos por $\hat{\emptyset}_i$); $\hat{\emptyset}_i$ pertenece a un intervalo abierto de $\mathbb{R}$.

El centro desea tomar una buena decisión, concerniente al bien público, es decir, una decisión óptima de Pareto o bien que maximice.

$$\sum U_i(y_i, x_i, k, \hat{\emptyset}_i) = \sum (U_i(x_i, k, \hat{\emptyset}_i) + y_i)$$

El centro puede proceder de la siguiente forma: el sabe que dada K, el agente i, escogerá un nivel del bien 2 que maximice su bienestar, es decir, tal que

$$dU_i/dx_i = p \quad , \quad x_i = (\hat{\emptyset}/2p)^2$$

El centro puede obtener la función de utilidad indirecta del agente i, y sustityendo esta función de demanda en la función de utilidad

$$\emptyset_i k - k^2/2 + \hat{\emptyset}_i^2/2p - p(\emptyset \;/2p)^2 + y$$

y obtenemos la función:

$$w_i(k, \hat{\emptyset}_i, p) = \emptyset_i k - k^2/2 + \emptyset_i^2/2p - p(\hat{\emptyset}_i - 2p)^2$$

Que expresa la disposición neta de pago por el bien público, cuando el agente consume de manera óptima.

El centro busca obtener la información decentralizada, $\emptyset_i,\ldots,\emptyset_n$ para poder maximizar

$$w_i(k,\hat{\emptyset}_i,p)$$

con respecto a K, es decir, para escoger un nivel del bien público que sea optimo de Pareto.

Para ello buscará las compensaciones en el bien 1, $t_i(\emptyset)$ para que cada agente cree una incitación a decir la verdad. Utilizaremos una noción muy fuerte de información, en pedir que la verdad sea para cada agente la estrategia dominante, es decir, que sea la mejor respuesta, independentemente de las respuestas que envían el resto de los agentes.

Hemos precisado que los costos del bien público repartido entre los agentes es la interpretación que damos al término $-k^2/2$ que es un ejemplo del comportamiento igualitario de un costo total.

$$C(k)=nk^2/2$$

Dada esta repartición, los mecanismos que tenemos estudiados tienen simplemente el objeto, de tomar una buena decisión de acuerdo al nivel de consumo de un bien público.

Pero ¿Podemos igualmente utilizar estos mecanismos para determinar la forma endogena de las partes del financiamiento que dependerán de las preferencias de los agentes?

En general no, veremos porque; aunque después de esta exposición, mostraremos un ejemplo en que si es posible, de acuerdo al tipo de funcion a maximizar.

Mostraremos en que circunstancias podremos resolver simultaneamente los problemas de la elección del bien público y de su financiamiento endógeno dentro del caso general.

Consideremos una función de utilidad $v_i(\emptyset_i,k)$, $i=1,\ldots,n$ y una función de costo $C(k)$ con una repartición de este costo $\&_i(x)$, $C(k)$ con $\sum_n \&(\emptyset)=1$ donde las partes & dependen de las respuestas de $\emptyset i$

El centro maximiza

$$\sum_{i=1}^{n} v_i(\emptyset_i,k)-C(k) \quad \text{donde}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial v_i}{\partial k}(\emptyset_i,k)-\frac{\partial C(k)}{\partial k}=0$$

si las funciones son estrictamente concavas en K y si C es estrictamente convexa, estas condiciones aseguran la existencia de una solución k*, y si las funciones son C^2, entonces k* es diferenciable por el teorema de la función implícita.

Podemos buscar las transferencias $t_i(\emptyset)$ que conduzan a que los agentes revelen el verdadero valor del parametro $\emptyset_i$

El agente i maximiza

$$v_i(\hat{\emptyset}_i, k^*(\emptyset)) - \&_i(\emptyset)C(k^*) + t_i(\emptyset)$$

$$v_i(\emptyset_i, k) = \emptyset_i k \quad y \quad C(k) = k^2/2$$

otra forma, es asegurarse que solo la verdad p
uede satisfacer las condiciones de primer orden, es decir

$$\frac{\partial k^*(\emptyset)}{\partial \emptyset}\left(\frac{\partial v_i(\hat{\emptyset}_i, k^*(\emptyset))}{\partial k} - \frac{\partial v_i}{\partial k}(\emptyset, k^*(\emptyset))\right) \neq 0 \qquad \forall \emptyset_i, \ \forall \emptyset_{-i}$$

donde

$$\frac{\partial k^*(\emptyset)}{\partial \emptyset_i}\frac{\partial^2 v_i(\emptyset_i, k^*(\emptyset))}{\partial k \partial \emptyset_i}(\hat{\emptyset}_i - \emptyset_i) = 0$$

esto es asegurado si:
$k^*(\emptyset)$ es estrictamente monotona y

$\frac{\partial v_i}{\partial k}$ es estrictamente creciente (o decreciente) en $\emptyset$

ahora mostraremos un ejemplo en que si es posible utilizar estos mecanismos para determinar la forma endógena de las partes del financiamiento.

Sea $\&_i(\emptyset)$, $i=1,\ldots,n$ las partes del financiamiento tales que:

$\sum_{i=1}^{n} \&_i = n$, por lo tanto el costo del agente es:

$C_i(k) = \&_i(\emptyset)k^2/2$ ahora el agente maximiza

$\hat{\emptyset}k - \&_i(\emptyset)k^2/2 + t_i(\emptyset)$ de donde

$$\left((\hat{\emptyset}_i - \&_i(\emptyset)\sum \emptyset_j/n)\ 1/n - \frac{\&_i(\emptyset)}{\partial \emptyset_i}\left(\frac{\sum \emptyset_j}{2n}\right)^2\right) d\emptyset_j + h_i(\emptyset_{-i})$$

$$t_i(\emptyset) = -\int\left((\emptyset_i - \&_i(\emptyset)\sum \emptyset_j/n)\ 1/n - \frac{\partial \&_i(\emptyset)}{\partial \emptyset_i}\left(\frac{\sum \emptyset_j}{2n}\right)^2\right) d\emptyset_j + h_i(\emptyset_{-i})$$

Por lo tanto la segunda derivada con respecto a $\emptyset i$ de

$$\hat{\emptyset}k^*(\emptyset) - \&_i(\emptyset)k^{*2}(\emptyset)/2 + t_i(\emptyset) \quad \text{es} \quad -1/n$$

por consiguiente cuando la transferencia es $t_i(\emptyset)$, la verdad es una estrategia dominante de suerte que la respuesta sea igualmente utilizada para determinar las partes del financiamiento público donde la condición de primer orden transforma la identidad funcional, ya que la verdad debe ser una estrategia dominante.

$$\frac{\partial t_i(\emptyset)}{\partial \emptyset_i} = -\frac{\partial v_i}{\partial k}\frac{\partial k}{\partial \emptyset_i} + \frac{\partial \&_i(\emptyset)}{\partial \emptyset}C(k^*) + \&_i(\emptyset)dC\frac{\partial k^*}{\partial \emptyset_i}$$

de donde

$$t_i(\emptyset)=-\int \frac{\partial v_i}{\partial k}(\emptyset_i,k^*(\emptyset))\frac{\partial k^*}{\partial \emptyset_i}d\emptyset_i+\int \frac{\partial \&_i}{\partial \emptyset_i}(\emptyset)C(k^*)d\emptyset_i+$$

$$+\int \&_i(\emptyset)\frac{dC}{dk}\;d\emptyset_i+h_i(\emptyset_{-i})$$

por lo tanto la verdad satisface la condición de primer orden.

Una condición suficiente para que $\emptyset_i=\hat{\emptyset}_i$ sea un máximo global del problema, es que la función

$$v_i(\emptyset\;,k^*(\emptyset))-\&(\emptyset)C(k^*(\emptyset))+t_i(\emptyset)$$

sea estrictamente concava en $\emptyset$, $\forall\emptyset$; donde la condición

$$(*)\left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial k^2}(\emptyset\;,k^*)-\frac{\partial^2 v_i}{\partial k^2}(\emptyset\;,k)\right)\left(\frac{\partial k^*}{\partial \emptyset_i}\right)+\partial vi(\emptyset\;,k^*)-\frac{\partial v_i}{\partial k}(\emptyset_i,k^*)\Big)\frac{\partial^2 k^*}{\partial \emptyset}$$

$$-\frac{\partial^2 v_i}{\partial k\partial \emptyset_i}(\emptyset_i,k^*)\;\frac{\partial k^*}{\partial \emptyset}\quad <C \qquad \text{para toda pareja } (\emptyset_i,\hat{\emptyset}_i)$$

Una condición necesaria para es $\hat{\emptyset}$ sea un máximo local i.e. que siempre puede ser verificada de acuerdo a nuestras hipótesis de concavidad.

$$\frac{k^*(\emptyset_i)}{\partial \emptyset_i}-\frac{-\dfrac{\partial^2 v_i}{\partial k\partial \emptyset_i}}{\dfrac{\partial^2 v_i}{\partial k^2}-\dfrac{\partial^2 C}{\partial k^2}}\qquad \frac{v_i}{\partial k\partial \emptyset_i}(\hat{\emptyset}_i,k^*(\hat{\emptyset}_i,\emptyset_{-i}))\frac{\partial k^*}{\partial \emptyset}(\emptyset_i,\emptyset_{-i})>0$$

de forma general es difícil decir cuando la condición (*) puede ser verificada, de cualquier forma se da si:

$$\frac{\partial^2 k^*}{\partial \emptyset}=0 \quad y \quad \frac{\partial^2 v_i}{\partial k^2}=0$$

ANEXO

Teorema de Imposibilidad de Arrow

Consideremos un número finito de n-agentes, i=i,...,n, y un conjunto de alternativas A que consta de por lo menos 3 elementos. Una alternativa social o estado social, es una descripción completa de las actividades y del medio ambiente de los agentes. Por ejemplo en una economía de intercambio una alternativa es un conjunto factible de una canasta de consumo para todos los agentes. Cuando los bienes públicos son presentados, las cantidades de bienes públicos y el financiamiento de su producción deben ser especificados.

Cada agente i tiene un ordenamiento Pi sobre el conjunto de alternativas A. Sea $\Sigma(A)$ la clase de ordenamientos individuales permitidos en A. Un elemento generado de la clase $[\Sigma(A)]^n$ es un vector de preferencias $(P_1,...,P_n)$ y se denota por P.

Definición: Una función de beneficio social F (f,b,s) o bien (una constitución) es una función de $[\Sigma(A)]^n$ en S(A) que asigna un ordenamiento social a cada vector de preferencia permitido.

De acuerdo con la definición, una función de beneficio social es requisito para la racionalidad colectiva; de hecho las elecciones sociales expresadas pueden ser derivadas de un ordenamiento o bien de una relación binaria estruturada.

Durante la trayctoría de estudio de Arrow (1951) ha mostrado que si un número de restricciones son impuestas a la función de beneficio social, la única posibilidad sería una función de beneficio social dictatorial. Veamos estas condiciones en la siguiente definición.

Definición: Una (f,b,s) satisface el principio de Pareto .. (P) si cuando una alternativa a es preferida a una alternativa a_1 por cada individuo, entonces el ordenamiento social plantea a sobre a. En términos formales: Si $P=(P_1,...,P_n)$ es tal que $a_1 P a_2$ entonces $a_1 F(P) a_2 \;\forall i$

Definición: Una (f,b,s) satisface la independencia de alternativas irrelevantes (I,A,I), si el rango de dos alternativas por el ordenamiento social depende solo del rango de estas alternativas por los agentes. Ésto es para un par arbitrario de alternativas a_1, a_2 y un par de vectores de preferencias $P=(P_1,\ldots,P_n)$ $P=(P_1,\ldots,P_n)$ tal que $a_1 P a_2 \Leftrightarrow a P' a$ entonces la función de benefico social satisface $a_1 F(P) a_2 \Leftrightarrow a_1 F(P') a_2$

La suposición de independencia de alternativas irrelevantes es en esencia una manera formal de quitar cualquier posibilidad para la función de beneficio social para tomar "intensidades" de preferencia en el monto. Si a F(P)a y a ya son elementos adyacentes en los ordenamientos sociales de todos los agentes, para quiene a Pa , entonces la preferencia social no está permitida a cambiar en favor de a en otra situación en donde a es aún preferida a a por todos estos agentes, pero existen muchas alternativas para ellos; en todos sus ordenamientos los mecanismos de voto son excluidos en virtud de esta suposición.

Definición: Una (f,b,s) satisface la suposición de dominio Universal si $\Sigma(A)$ es la clase de todos los ordenamientos en A.

Con el requisito de dominio universal, no hay restricción en las preferencias de los individuos. La función de beneficio social debe ser válida para cualquier grupo de agentes.

Si el conjunto de alternativas tiene una estructura lineal, ésto reglamenta las condiciones tales como convexidad en las preferencias de los individuos.

Definición: Una (f,b,s) es dictatorial si existe un agente cuyas preferencias determinen el ordenamiento social. Ésto es, $i \in \{1,\ldots,n\}$ es un dictador si $\forall\, P=(P_1,\ldots P_n) \in [\Sigma(A)]^n \; F(P_1,\ldots,P_n)=P_i$

Teorema: (Arrow's , 1951) cualquier (f,b,s) que satisface P, I.A.I, UD es dictatorial.

Teorema: Gibbard-Satterthwaite.

El objeto de la pregunta de Arrow fué el estudio de la agregación de las relaciones de preferencia individuales dadas, de acuerdo a una sistema consistente. Desde el punto de vista del proceso de toma de decisión social, un ordenamiento social es un paso intermediario para definir, si es que existe, un estado social óptimo. Es decir, si podría ser encontrado el mejor elemento en el conjunto de estados sociales, realmente no necesitamos todo un ordenamiento social. Ésto naturalmente nos guía al concepto de elección social.

Definición: Una función de elección social (f,e,s) es una funcion φ de $[\Sigma(A)]^n$ en A que asigna a cualquier vector de preferencias P una alternativa a.

El ordenamiento de preferencias verdadero de cada agente es conocido solo por él. Aquí consideramos un contexto en el cual los agentes anuncian sus preferencias que sirven de argumentos para la función de elección social. Ahora el objetivo es diseñar un (f,e,s), que defina un juego para cada vector de preferencia verdadero guíando así a resultados óptimos.

Definición: Una función f, de elección social es manipulable en $(P1,..,Pn)\in[\Sigma(A)]^n$ si existe $P'\in\Sigma(A)$ tal que:

$$f(P_1,\ldots,P_i',\ldots,P_n)P_if(P_1,\ldots,P_i,\ldots,P_n)$$

En la definición anterior, si (P1,...,Pn) son vistos como las preferencias verdaderas, y manipulable significa que el agente i, por anunciar P en lugar de su ordenamiento verdadero P puede asegurar un resultado mejor para el.

Definición: Una (f,e,s) f, es fuertemente compatible por incentivo individual (f,c,i,i) si no hay vector de preferencia que sea manipulable.

Ésto significa que el ordenamiento verdadero es una estrategia dominante para cualquier vector de preferencia, formalmente tenemos que para cualquier $P=(P_1,\ldots,P_n)\in[\Sigma(A)]^n$ y cualquier $P_i'\in\Sigma(A)$, $f(P_1,\ldots,P_i',\ldots,P_n)P'f(P_1,\ldots,P_i,\ldots,P_n)$ la definición de dominio universal para (f,e,s) se deriva trivialmente de la definición de (D.U) para (f,b,s).

Definición: Si f es una (f,e,s) y f tiene rango $A'\subsetneq A$, entonces f será llamada una (f,e,s) con rango A' .

Definición: Una (f,e,s) con rango A es dictatorial si existe un agente cuya alternativa favorita anunciada en A , es siempre la elección social.

Ésto es, $i\subset\{1,\ldots,n\}$ es una función (f,e,s) dictatorial si para cualquier $P=(P_1,\ldots,P_n)\in[\Sigma(A)]^n$ y cualquier a A tal que a=f(P) entonces f(P)P a.

*Teorema: (Gibbard [1973] y Satterthwaite [1975]. Si A' tiene por lo menos 3 alternativas, una (f,e,s) con rango A' y que satisface (f,c,i,i) y (U,D) es dictatorial.

Lema: Si existe $i \subset \{1, \ldots, n\}$ tal que $f(P_1, \ldots, P_i, \ldots, P_n) = a_1$
$f(P_1, \ldots, P_i', \ldots, P_n) = a_2$ con $a_1 \neq a_2$ y si $a_1 P a_2$, $a_1 P' a_2 \Rightarrow$
f es manipulable ya sea en
$(P_1, \ldots, P_i, \ldots, P_n)$ o $(P_1, \ldots, P_i', \ldots, P_n)$
la prueba es obvia (por definicion)

Lema: Si f es (f,c,i,i) con rango $A' \subsetneq A$ y si $B \subseteq A'$ y
$(P_1, \ldots, P_n)$ es un vector de preferencia tal que $\forall i$ y
cualquier par a_1, a_2 con $a_1 \in B$, $a_2 \in A_2$ y $a_2 \notin B$ tal que
$a_1 P a_2$ entonces:

$$f(P_1 P_2, \ldots, P_n) \in B.$$

Resumiendo, comenzamos con la inquietud de dar una nueva perspectiva al proceso de toma de decisión colectiva concerniente con los problemas clásicos en la economía pública que hasta nuestros tiempos, sentimos que éstas decisiones de asignación, planeación, producción, implementación de impuestos, etc. No son hechas de manera satisfactoria considerando claro que, existen muchas inmediaciones económicas, no obstante creemos que siempre existirán nuevas alternativas con la esperanza de establecer un equilibrio generál económico ésta es una de las razones que motivo la presente investigación (divulgación).

Es importante el conocer todo lo que se ha trabajado al respecto, es interesante ver como es que atravez de la historia podemos notar el desarrollo y el progreso realizado en éstos temas que forman parte de una inquietud común y vigete, observar la evolución de éstas teorías que en cierta forma es difícil de creer con que facilidad y censilles puden dar cuenta de una realidad compleja, la idea de plantear éstos problemas en modelos matemáticos recurriendo en particular a la teoría de juegos es uno de los mejores avances aunado a éste, el interés dedicado al comportamiento económico de los individuos miembros de una sociedad ante una situación de las antes mencionadas en éste sentido la gran ayuda que ofrece la teoría de la elección social es esencial ,poder determinar y resumir en detalle para posteriormente explicar con simples axiomas de preferencias, ésto es precisamente lo que faltaba para poder plantear tales problemas en modelos de juegos y evitar la confución en los conjuntos de información ya que las dificultades para determinar la información relevante son bien conosidas, no hay que olvidar que precisamente la obtención y el trato que le demos a ésta información es crucíal en el desarrollo de éstos mecanismos que sin duda alguna son de mucha utilidad, superar el problema de como desglosar las utilidades individuales, el como asignar distribuciones de probabilidad sobre los espacios de estrategias para cada jugada toda ésta es la ayuda que nos brinda la teoría de la elección social.

En conclución creemos que el material expuesto es de importancia relevante para el entendimiento del proceso de la toma de decisión colectiva, no pretendemos la busqueda de soluciones, notece que estamos planteando el uso de teorías que en cierta forma no son ortodoxas sobre todo en la form, que planteamos la teoría de juegos por otra parte se puede contemplar que la construcción de éstos mecanismos involucran métodos democraticos de toma de decisiones.

NOTACIÓN

n , N , I	número de agentes económicos
a	un estado social
A	conjunto de estados sociales
P_i	preferencias de i un ordenamiento en A
P	$(P_1, \ldots, P_n)$
(A)	conjunto de preferencias admitidas privadas
S(A)	conjunto de preferencias sociales admitidas
F	función de beneficio social
f , $\mathcal{f}$	función de elección social o funcion de ... resultado
U_i	utilidad de i
x_i	consumo de bienes privados
d	decisión social
v_i	disposición de pago (par d=1 contra d=Ø)
x_i	asignación inicial de bienes privados
S_i	conjunto de estrategias para i
S	$S_1 X \cdots X S_n$
(S, f)	un mecanismo
t_i	transferencia a ti
h_i	funciones arbitrarias de valor real (para modificar la transferencia)
w_i	estrategia de i una oferta de disposición de pago
K	espacio de desiciones sociales
V_i	funciones de disposición de pago
V	$V_1 X \cdots X V_n$
D	conjunto de funciones de decisión valuables
k*	el maximon de $\sum v_i(k)$
Ø	espacio parametral
Ø	parametro de la funcion de disposición de pago
M_i	espacio de mensajes
m_i	un mensaje enviado por i
H	espacio de caraterísticas
C*(n)	punto desprendido sobre el cual los agentes no adquieren información.

NOTAS

(1) El concepto óptimo de Pareto es un concepto de solución de equilibrio en estrategia dominante éste concepto de solución entendemos que es el mejor en el sentido en que no existe alguna otra solución en equilibrio para un cierto agente sin que éste perjudique al resto de los agentes en un problema de tipo económico planteado en terminos de teoría de juegos, en nuestro trab ajo éste concepto es relacionado con asignaciones de bienes públicos, producción de bienes publicos, planes de consumo-producto, lo que pretendemos es que éstas asignaciones, producciones y planes sean realizados en alguna forma óptma y para garantizar que ésta es la mejor (dentro de las optimas) pediremos que sea óptima de Pareto. ver: FELDMAN, ALLAN M. "Welfare Economics and Social Choice Theory", Kluwer NijhoffPublishing.

(2) La definición más Precisa de estado social será: una cantidad de cada tipo de comodidad que tenga cada individuo, la cantidad de labor suministrada por cada individuo, la cantidad de cada recurso invertido en cada tipo de actividad productiva y los montos de varios tipos de actividad colectiva tales como servicios municipales y diplomacia.
Asi pues cada que hablemos de estado social entenderemos alguna o varias de las caracteristicas antes mencionadas.

(3) En este caso hablar de equilibrio verdadero es cuando se alcanza un equilibrio conciderando que los agentes han revelado la verdad, o bien cuando cada agente tiene la verdad como estratigia dominante.

(4) queremos que se entienda por comportamiento económico, el desarrollo de la economía desde un punto de vista científico.

(5) Un juego en forma extensiva es la descripción total del juego en forma detallada y para tal descripción se utiliza un ezquema que ayuda a explicar de manera muy completa lo que sucede en el juego paso a paso, a éste ezquema le llamamos árbol deljuego y usando un lenguaje matemático para una formal definición del juego, en términos de gráficas y términos topológicos, para un mayor detalle ver[34] bibliografía.

(6) El conjunto de todos los vértices para un jugador particular se divide en conjuntos de información.

(7) Una estrategia mixta dominante es aquella que sobre cualquier otra atre la maximización de beneficios ésto es más entendible si consideramos una matriz de pagos aij (para una i o j fija segun el caso) sí aji > aij+l con j fija para toda ij en N.

(8) Ver LUCAS, W.F.[26] bibliografía

(9) Ver LUCAS, W.F.[26] bibliografía.

(10) Ver KNIGHT, F.H. "Human Nature and World Democracy in Freedom and Reform", New York Harper and Bros. 1947, pp(308-310).

(11) KALDOR. N, "Welfare Proposotions of Economics and Interpersonal Comparations of Utility", Economic Journal, Vol.49, September, 1939 ,. pp(549-552).

(12) BERGSON. A, (Burk) "A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics", Quarterly Journal of Economics, Vol.52 February, 1938, pp(310-334).

(13) Esperamos que éste concepro pueda ser entendido en báse a lo antes expuesto, en caso contrario entiendace como el anuncio de las preferencias involucrando prioridad y para mayor detalle ver [1] y [24].

(14) Por ejemplo servicios municipales, asignación de bienes publicos planes de consumo, etc.

(15) hablamos de una funcilon de utilidad determinada en cuanto a los supuestos hechos en el punto 2.3 ii)

(16) Mecanismos que seleccionan el estado social en una simple "jugada" en la cual los espacios de estrategias de los agentes son espacios de relaciones de preferencias permitidas.

(18) Entiendace que estamos trabajando con juegos de información imperfecta

(19) Lo que queremos decir con cancelar sus preferencias, la no omisión de ellas.

(20) Entendamos como proceso abierto, un proceso que incluya todas las preferencias de todos los individuos miembros de una sociedad económica (proceso democratico).

(21) Visto en 3.7.

ALGUNAS ORIENTACIONES BIBLIOGRAFICAS

[I] ARROW, K.J.: " Social Choice and Individual Values", J. Wiley and sons, 1959.

[2] ARROW, K.J. and G.DEBREU: " Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy " , Econometrica, 22 (1954), 265-290.

[3] d' ASPERMONT, C. and L. GERARD-VARET: " Incentives - and Incomplete Information ", CORE, D.P. No. 7707.

[4] BLAC, D. : " On the Rational Grup Decision-Making", Journal of Political Economy, 36 (1948), 23-24.

[5] BOUSITAT, J.: "Presentación de la Teoría de Juegos ", Serie de divulgación, comunicaciones internas, Departamento de Matemáticas ,facultad de Ciencias U.N.A.M., Comunicación interna No. 10, (1979).

[6] BOWEN, H.: " The Interpretation of Voting in the Avocation of Economic Resourses", Quarterly Journal of Economics, 58 (1973), 27-48.

[7] DASGUPTA, P.HAMMOND and MASKIN: " The Implementation of Social Choice Rules. Some General Results on Incentive Compatibility", The Review of the Economics Studies, 46 (1979), 185-216.

[8] DREZE, J. and D. de la VALLEE POUSSIN: " A tatonnement Process for Public Goods", The Review of the Economics studies, 36 (1971), 133-158.

[9] GIBBARD, A: " Manipulation for Voting Schemes", Econometrica, 41 (1973), 587-607.

[10] GREEN, J. and J.J. LAFFONT: " Characterization of Satisfactory Mechanisms for the Revelation of Preferences for Public Goods," Econometrica , 45 (1977), 427-438.

[11] GREEN, J. and J.J. LAFFONT: " Incentives in Public Decision-Making", Vol. i., Studies in Public Economics North Holland, (1979).

[12] GREEN, J.: " Statistical Desicion Theory Requiring Incentives for Information Transfer", Harvard Institute of Economic Research, No. 708, (1979).

[13] GROVES, T.: " Information Incentives and the Internalization of Production Externalities", Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science Northwestern University, D.P. No. 87, (1979).

[14] GROVES, T: And J. LEDYARD: " An Incentive Mecanism - for Efficient Resourse Allocation in General Equilibrium whit Public Goods", Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science, North western University, D.P. No. 119, (1975)..

[15] GROVES, T. and J. LEDYARD: " optimal Allocation of Public Goods: a Solution to the " Free Rider Problem", - Econometrica, 45 (1977), 783-810.

[16] GROVES, T. and M. LOEB: " Incentives and Public Inputs", Journal of Public Economics, 4 (1975), 226-211.

[17] GUILBAUD, G.TH.: " Les Theories de L" interét General et le Probléme Lógique de la Agregation", Económie Apliquée, 4 (1952).

[18] GUILBUAD, G.TH.: " Lescons sur les Eléments Principaux de la Theorie Mathematique des Jeux, dans: Strategies et Decisions Económiques, C.N. P.S. Paris, (1954).

[19] HANSEN, T.: " On the Aproximation of Nash Equilibrium Pont in a n-person Non- Cooperative Game", Norewian - School of Economics and Bussines Administration, Bergen, (1920).

[20] HARSANAY, J.C.: " Games with Incomplete Information Played by " bayesian" Playersñ Part I; The Basic Model Part II: Bayesian Equilibrium Points; Part III The Basic Probability Distribution of the Game: Management Science, Vol. 14, (1967-1968).

[21] JOHANSEN, L.: " The Theory of Public Goods": Misplaced - Emphasis", Journal of Public Economics, 7 (1977), 147-152.

[22] KALAI, E. and E. MULLER: " Characterization of Domains - Admiting Non-Dictatorial Social Welfare Functions and Non-Manipulable Voting Procedures", The Center for Mathematical Studies in Economics and Management Science Northwestern University, (1976).

[23] KURZ, M.: " Experimental Approach to the Determination of the Demand for Publics Goods" a Comment ", Journal of Public Economics, 3 (1974), 329-429.

[24] LAFFONT, J.J. " Information Imparfaite et économie publique" Cahier No. 8101, Faculté des Sciences Economiques, Université des Sciences Sociales de Toulouse, Janavier (1981).

[25] LAFFONT, J.J. and E. MASKIN: " A Diferential Approach to the Dominant Strategy Mechanisms", Econometrica, 48 -- (1980), 1507-1520.

[26] LUCAS, W.F.: " An Overview of the Mathematical Theory of Games", Management Science Vol. 18, No. 5 part 2.

[27] LUCE, R. and RAIFFA, H.: " Games and Decisions Introduction and Critical Survey", J. Wiley and sons New -- York, (1957).

[28] MASE- COLELL, A. and H. SONNENCHEIN: " General Posibility for Gup Decisions", Review of Economics Studies, 39, (1972), 185-192.

[29] MASKIN, E.: " Games Forms and Allocation Mecanisms: Incentive Compatibility Trothful Revelation", mimeo, Jesus College Cambridge, (1976).

[30] Mc.KINSEY, J.C. " Introducción a la Teoría de Juegos" Aguilar, (1967).

[31] MIRRLEES R.: " Optimal Tax Theory", Journal of Public -- Economics 6, (1976), 327-358.

[32] MUSGRAVE, R.A.: " Theory of Public Finance", Mc. Graw Hill, New York, (1959).

[33] MUSGRAVE, R.A. and A.T. PEACOCK: " Classics in the Theory of Public Finance" Mac. Millan, London, (1958).
[34] OWEN, G.: " Game Theory", W.B. Sauders Company, (1968).
[35] ROBERTS, J.: " The Incentives in Planing Procedures for the Provision of Public Goods", CORE, D.P. No. 761 (1976).
[36] ROBERTS, J.: " The Incentives for Correct Revelation of - Preferences and the Number of Consumers", Journal of - Public Economics, 6 (1976), 369-374.
[37] ROBERTS, J. and A. POSTLEWAITE: " The Incentives for - Price-Taking Behabior in Large Exchange Economies" -- Econometrica, 44 (1976), 115-128.
[38] SAMUELSON, P.: " The Pure Theory of Public Expeditures" Review of Economics and Stadistics, 36 (1954), 387-389.
[39] SAMUELSON, P.: " Diagramatic Exposition of a Theoty of - Public Expeditures", Review of Economics and Stadistics, 37 (1955), 350-356.
[40] SAMUELSON, P.: " Pure Theory of Public Expediture and - Texation", Studies in Public Economics, J. Margolis and H. Guiton (eds), Mc. Millan-St. Martin Press, New York, 98-123, (1969).
[41] SANDMO, A.: " Optimal Taxation", An Introduction to the Literature, Journal of Public Economics, 6 (1976), 37-54.
[42] SATTERTHWAITE. : " Strategy-Profness and Arrow's Conditions: Existence Correspondence Theorems for Votng - Procedures and Social Welfare Functions", Journal of - Economy Theory, 10 (1975), 187-217.
[43] SHUBIK, M.: " Game Theory and Related Approaches to - The Social Behavior", J. Wiley and Sons, New York (1974)
[44] VENTISEL', E.S.: " Introducción a la Teoría de Juegos", LIMUSA WILEY, (1973).
[45] VON NEUMMAN, J. AND MORGESTERN, O.: " Theory of Games and Economic Behavior", Princeton University Press (1944).
[46] WALKER, M.: " A note on the Caracterization of Mecanisms - for the Revelation of Preferences", Econometrica, 46 --- (1978), 147-152.
[47] ZAPATA Lillo M.P.: " Condiciones para la existencia de -- puntos de Equilibrio en juegos extencivos n-personales finitos", Tesis Facultad de Ciencias U.N.A.M. (1979).