



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE INGENIERIA CIVIL,  
TOPOGRAFICA Y GEODESICA**

25  
1888

**VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO EN EL  
TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EN TUBERIAS**

# **Tesis Profesional**

**Para obtener el Título de  
INGENIERO CIVIL**

**p r e s e n t a**

**VICTOR MANUEL TREJO LUNA**



**México, D. F.**

**Mayo - 1984**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1.	INTRODUCCION	4
2.	TIPOS DE FLUJO	10
2.1	Clasificación de flujo	10
2.2	Flujo de mezclas	12
2.3	Flujo homogéneo	14
2.4	Flujo heterogéneo	15
2.5	Flujo intermedio	15
2.6	Otros tipos de flujo	16
2.6.1	Flujo con fondo móvil	16
2.6.2	Flujo en saltación	16
2.6.3	Flujo en cápsulas	17
2.7	Comentarios	17
3.	FLUJO HOMOGENEO	21
3.1	Tipos de fluido	23
3.1.1	Mezcla no newtoniana	24
3.2	Velocidad crítica de transición	25
3.2.1	Fluido de Bingham	25
3.2.2	Fluido pseudoplástico	30
4.	FLUJO HETEROGENEO	37
4.1	Velocidad crítica de depósito	39
5.	EJEMPLOS	47
6.	CONCLUSIONES	62

REFERENCIAS

FIGURAS

APENDICE A

## 1. INTRODUCCION

El costo en el transporte de productos minerales en estado natural desde los yacimientos hasta su comercialización es un factor importante en el precio de ellos en el mercado. Sin embargo algunas veces la ubicación de ellos no es de fácil acceso o no se cuenta con las vías de comunicación adecuadas para un rápido transporte de ellos a los lugares en donde se procesan industrialmente; para subsanar este inconveniente en las dos últimas décadas se ha desarrollado una forma de transporte más económica, la cual utiliza tuberías que conducen una mezcla de partículas sólidas con un líquido como medio de transporte, el cual generalmente es agua. Por otra parte la mayor parte de las tuberías que se han construido transportan, por ejemplo, calizas, cenizas muy finas, carbón y roca fosfórica, entre otros; no obstante la mayoría de ellas son para distancias cortas y actualmente ya se están utilizando para cubrir grandes distancias. Adicionalmente ellas permiten tener costos bajos ya que son relativamente sencillas de construir aún

en lugares poco accesibles y por ello se consideran como una alternativa viable para el transporte de estos materiales.

El flujo de mezclas de sólidos y líquidos en una tubería es diferente al que se tiene cuando se tiene únicamente al líquido. Cuando se tiene, por ejemplo, agua se cubre un rango amplio de velocidades y el flujo puede ser laminar, en transición o turbulento, el cual se define con las propiedades físicas del agua, del flujo y las de la tubería. Sin embargo en una mezcla no es tan sencillo hacerlo por las dos siguientes razones: la primera es que se encuentran sobrepuestas las propiedades del líquido y las de las partículas, así como el efecto de las partículas en las propiedades de las mezclas; la segunda razón es el comportamiento de la mezcla la cual depende de condiciones particulares, esto último puede ser aclarado tomando en cuenta los dos principales tipos de flujo que se presentan que son el flujo homogéneo y el heterogéneo.

De manera general el flujo homogéneo es aquel en el cual los sólidos están uniformemente distribuidos en el medio de transporte, es decir este tipo de flujo se encuentra en mezclas que tienen una alta concentración de sólidos y el tamaño de las partículas es fino. La presencia de los sólidos puede tener un efecto significativo en las propiedades de la mezcla, el cual usualmente resulta ser un fuerte incremento en la viscosidad comparada con la del líquido. Algunas veces este tipo de mezclas se comportan como un fluido no newtoniano. Ejemplo de flujo homogéneo se tiene en los lodos que escurren en las tuberías de drenaje, en los lodos de perforación o en suspensiones de partículas finas de caliza. Por otra parte en el flujo heterogéneo las partículas no están uniformemente distribuidas en la sección transversal de la tubería, aún con altas velocidades del escurrimiento; en este caso las fases líquida y sólidas mantienen sus propiedades independientes una de otra y no hay aumento apreciable en la viscosidad con respecto a la del líquido. Este tipo de flujo presenta las características de baja concentración de sólidos y tamaño de las partículas gran-

des. Ejemplo de este tipo de flujo es el transporte de roca fosfórica, terrones de carbón o grava. En el capítulo 2 de este trabajo se hace una descripción más detallada de lo mencionado, así como de otros tipos de flujo.

En el diseño de tuberías que conducen mezclas deben tomarse en cuenta diferentes aspectos los cuales se encuentran resumidos en la tabla 1.1 (Wasp, et al 1977). No obstante que el aspecto hidráulico es sólo una pequeña parte del proceso es, sin embargo, una de las más importantes para tener un funcionamiento adecuado del sistema y de ella destacan la determinación de la velocidad del flujo y el cálculo de las pérdidas por fricción, las cuales están íntimamente ligadas. Los demás factores indicados en la tabla 1.1 están explicados en forma más amplia por Bain y Bonnington (1970), Zandi (1971) y Wasp et al (1977).

En la fig 1.1 se muestra la relación entre la pérdida por fricción y la velocidad del flujo tanto para el flujo homogéneo como para el heterogéneo.

En esta figura, la curva A es la representación común para un flujo heterogéneo y en este caso se identifica una velocidad crítica de depósito ( $V_D$ ), la cual se define como aquella velocidad a la cual se presenta depósito de las partículas en el fondo de la tubería; es decir para velocidades menores a ella las partículas son transportadas en el fondo y para velocidades del flujo mayores a ella son transportadas en suspensión, el depósito de las partículas depende de la velocidad de caída de los sólidos; la curva B muestra el comportamiento del flujo homogéneo y en este caso se identifica una velocidad crítica de transición ( $V_T$ ) que corresponde al cambio de flujo laminar en turbulento, sin embargo hay que indicar que esta velocidad es muy sensible a los cambios en la viscosidad. La finalidad de este trabajo es el de presentar los diferentes criterios que existen para calcular las velocidades mencionadas anteriormente y ello se hace en los capítulos 3 y 4.

Por último en el apéndice A se presentan en forma resumida las propiedades físicas de las partículas y de las mezclas.

TABLA 1.1 ESQUEMA DE LOS REQUERIMIENTOS DE DISEÑO PARA TUBERIAS QUE CONDUCEAN MEZCLAS DE SOLIDOS Y LIQUIDOS, - SEGUN WASP ET AL (1977).

I. FACTORES IMPORTANTES EN EL PROCESO

A. HIDRAULICAS

1. Selección del fluido de transporte (puede ser líquido o gas)
2. Selección del tamaño óptimo de las partículas y concentración de sólidos
3. Cálculo de la velocidad de transporte
4. Cálculo de las pérdidas por fricción

B. EROSION Y CORROSION

1. Vida útil de la tubería (de 25 a 50 años)
2. Selección de un inhibidor para la corrosión
3. Selección del espesor de la tubería (función de la velocidad o del tamaño de las partículas)

C. PRUEBAS DE ABRASION EN LA O LAS BOMBAS QUE SE VAYAN A UTILIZAR A LO LARGO DE LA TUBERIA

D. ESTABILIDAD Y OPERATIBILIDAD

1. Establecer las maniobras de cierre y apertura del sistema
2. Selección de la máxima pendiente permisible de la tubería

E. DEGRADACION DE LA PARTICULA

1. Establecer la degradación que sufre la partícula en el bombeo (generalmente ninguna)



## II. FACTORES MECANICOS

- A. SELECCION DEL TIPO DE BOMBAS (CENTRIFUGAS O RECIPROCANTES)
- B. SELECCION DEL NUMERO Y LOCALIZACION DE ESTACIONES DE BOMBEO
- C. SELECCION DEL TIPO DE ARRANCADOR
- D. PROCEDIMIENTO DE CONSTRUCCION DE LA TUBERIA (ARRIBA DEL --  
TERRENO O ENTERRADA)
- E. CONTROL
  - 1. Grado de automatización
  - 2. Sincronización entre estaciones de bombeo
- F. CONTROL DE VIBRACIONES

## III. FACTORES ECONOMICOS

- A. INVERSION
- B. COSTOS DE OPERACION
  - 1. Mantenimiento del equipo
  - 2. Costo inhibidores
- C. OPTIMIZACION DEL DIAMETRO DE LA TUBERIA Y DE LOS COSTOS DE  
GENERACION

## IV. FACTORES DE OPERACION

- A. SELECCION DEL MODO DE OPERACION
- B. DESARROLLO DE LAS TECNICAS DE ARRANQUE Y CIERRE
- C. SELECCION DE PROCEDIMIENTOS DE EMERGENCIA
- D. REQUERIMIENTOS DE SEGURIDAD EN LOCALIDADES AISLADAS

## 2. TIPOS DE FLUJO

### 2.1 Clasificación de flujos

Existen muchas formas de clasificar a un flujo dependiendo de sus características, una de las de mayor importancia es el tipo de fluido que lo compone. Se define como fluido, el cual puede ser un líquido o un gas, a toda sustancia que se deforma continuamente cuando se le somete a un esfuerzo cortante sin importar la magnitud de éste, en la fig. 2.1 se muestra una clasificación de diferentes tipos de fluido. El flujo o escurrimiento es el movimiento del fluido a través de una región ocupada por él.

Los fluidos presentan una propiedad de resistencia a la rapidez de deformación, que se conoce como "viscosidad", es decir, si el fluido es muy viscoso opone mayor resistencia a deformarse y si es poco viscoso se deforma rápidamente. La variación

del esfuerzo cortante o tangencial y la rapidez de deformación es función del tipo fluido que se este utilizando.

Los fluidos en los cuales se cumple que el esfuerzo tangencial es directamente proporcional a la rapidez de deformación, partiendo de esfuerzo y deformación cero, se les denomina "newtonianos", esto se expresa como:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (2.1)$$

donde  $\tau$  es el esfuerzo tangencial, en  $\text{kgf/m}^2$ ,  $(dv/dy)$  es el gradiante transversal de velocidades, en  $\text{seg}^{-1}$ , y  $\mu$  es la constante de proporcionalidad, que se denomina viscosidad dinámica -- del fluido, en  $\text{kgf seg/m}^2$ . La ec 2.1 se conoce con el nombre de ley de la viscosidad de Newton, de ahí que los fluidos que se comportan de acuerdo con ella se les llame newtonianos, Fox y McDonald (1978) presentan en forma detallada el procedimiento matemático mediante el cual se llega a determinar la ec 2.1

Los fluidos en los que la relación entre el esfuerzo cortante y la rapidez de deformación no es proporcional se conocen como no newtonianos, en ellos la proporcionalidad depende del tiempo en que están sometidos a la acción del esfuerzo.

Por otra parte el flujo de un fluido puede ser laminar o turbulento, en el caso de que el fluido sea líquido este puede escurrir a superficie libre o a presión. El de superficie libre -- se caracteriza por estar la superficie del agua en contacto -- con la presión atmosférica y en el de presión ocurre lo contrario.

El flujo laminar es aquel en el cual las partículas se desplazan siguiendo trayectorias perfectamente definidas no necesariamente paralelas y sin que exista cruce o mezcla entre ellas,

en cambio en el turbulento las partículas se mueven en forma irregular con trayectorias totalmente erráticas y se cruzan -- entre ellas.

En lo que se menciona en este trabajo se utilizan líquidos que se pueden comportar como un fluido newtoniano o no newtoniano, y el flujo de ellos puede ser laminar o turbulento y a presión.

## 2.2 Flujo de mezclas

Anteriormente se definió al fluido como una sustancia única y en el caso particular de una mezcla esta se considera compuesta de un líquido, generalmente agua, y partículas sólidas como son, por ejemplo, la arena, la arcilla, etc.; es decir, se tiene una suspensión de agua y material sedimentable, a la cual se le llama "mezcla" la que al estar escurriendo en una tubería forma un flujo que se comporta con características muy particulares las cuales se describen a continuación.

Supóngase que se tiene una tubería horizontal en el fondo de la cual se encuentra depositado material suelto sin cohesión, formado con partículas de tamaño uniforme, y el resto de la sección transversal del tubo está ocupada por el líquido; al empezar a fluir la mezcla se presenta una disipación o pérdida de energía (la pérdida de energía por unidad de longitud es proporcional a la velocidad del flujo "V"), en la fig 2.2a se ha dibujado una curva que relaciona la pérdida de energía contra la velocidad del flujo. En ella se observa que hay una zona para la cual no se tiene un incremento apreciable en el valor de la pérdida a la cual se conoce como zona de la velocidad crítica. Cuando la velocidad del flujo V aumenta, la pérdida de energía también crece proporcionalmente, incrementándose por tanto el número de partículas que son puestas en movimiento. En la misma figura se añade la variación que se tendría si el flujo fuera de agua únicamente y al comparar ambas curvas, la pérdida de energía debida a la mezcla de sólido-líquido es mayor que la del líquido.

En el proceso mencionado anteriormente las partículas sólidas son afectadas por las fuerzas hidrodinámicas que desarrolla el líquido sobre ellas y al aumentar la velocidad del flujo también se incrementa la magnitud de estas fuerzas, como consecuencia de esto las partículas sólidas depositadas en el fondo que inicialmente estaban inmóviles no resisten el empuje de estas fuerzas y comienzan a moverse y al seguir aumentando la velocidad del flujo dichas partículas serán transportadas en suspensión. La condición a la cual se inicia el movimiento de las partículas depositadas en el fondo se le llama crítica.

La cantidad de partículas sólidas que se agregan al líquido juegan un papel importante en el mecanismo y ello está relacionado con una variable que se identifica como concentración, la cual se expresa en volumen o peso. De acuerdo con el valor de la velocidad la capa de partículas depositadas presentan diferentes comportamientos, así primero sobre la superficie de ella se forman dunas las cuales desaparecen al aumentar la velocidad del flujo y al seguir incrementando esta se llega a la condición de que todas las partículas están en movimiento y en suspensión, en otras palabras, la capa depositada desaparece totalmente. Por otra parte, para una mezcla en la cual las partículas están en suspensión se presentan dos comportamientos, en uno las partículas tienden a circular por la parte más baja de la conducción (sin estar depositadas) y en el otro se distribuyen uniformemente en la sección transversal de la tubería, en la fig 2.2b se presenta de manera general el comportamiento de las partículas añadidas al agua en función de la velocidad y de la pérdida de energía. En la zona de transición entre flujo en suspensión y con depósito hay una velocidad del escurrimiento con la cual el material tiende a depositarse, a dicha velocidad se le denomina velocidad crítica " $V_c$ ", al conocer esta velocidad se definen dos regiones, una es la que corresponde al depósito de material (velocidad menor a la crítica) y la otra sin depósito (velocidad mayor a la crítica).

El comportamiento del sedimento dentro del líquido produce un

intercambio entre el material sedimentado y el material en suspensión, es decir, en algunas partes el sedimento se deposita en el fondo y en otras viaja en suspensión. Si las partículas sólidas se distribuyen uniformemente en toda la sección transversal de la tubería, se dice que se tiene un flujo homogéneo, por el contrario si la distribución de material no es uniforme se habla entonces de un flujo heterogéneo.

De acuerdo con la forma en la cual el material sólido es transportado se han definido diferentes tipos de flujo o régimen como lo llaman varios autores. En la tabla 2.1 se muestra la clasificación propuesta por Durand y en las figs 2.3 a 2.7 las de otros investigadores. En general, del análisis de las figuras y la tabla se pueden distinguir tres tipos principales de flujo y de estos se derivan para cada uno otras clasificaciones. Sin embargo, hay que indicar que los valores que aparecen en las figuras son solo una guía para identificar el tipo de flujo, ya que en la realidad no se pueden dar normas para distinguir un tipo de flujo de otro; los principales tipos de flujo o régimen se describen a continuación.

### 2.3 Flujo homogéneo

Este flujo se presenta si el diámetro de las partículas sólidas es menor de 20 a 30 micras, o si las partículas son finas y ligeras, o si la velocidad del flujo es lo suficientemente alta para mantener en suspensión uniforme a todas las partículas a lo largo de la tubería, o cuando la velocidad de caída de las partículas es despreciable comparada con la velocidad del flujo, o cuando la distribución de sólidos en la vertical es casi uniforme.

La mezcla de líquido-sólido para esta condición se analiza como un flujo de una sola fase, esto es la mezcla se comporta como un solo fluido, que en realidad es un pseudofluido y por ello a este tipo de flujo se le conoce como "seudohomogéneo" - cuya viscosidad y densidad dependen únicamente de la concentra

ción de sólidos que se le agrega al líquido. Si el líquido -- que se usa es agua y dependiendo de las propiedades del sólido que se desea transportar la mezcla se puede llegar a comportar en algunos casos como un fluido no newtoniano.

#### 2.4 Flujo heterogéneo

Se tiene esta condición cuando el material tiende a depositarse en el fondo de la tubería pero sin llegar a formar una capa sobre él, o la distribución del sedimento en la vertical no es uniforme, o las partículas son gruesas y pesadas y circulan -- por la parte inferior de la tubería, o la velocidad del flujo es tal que provoca una separación parcial de los sólidos del líquido.

Este tipo de flujo se analiza como un flujo en dos fases, es decir, en este caso las fases líquida y sólida se comportan en forma separada.

De acuerdo con Vanoni (1975) probablemente este sea el más importante tipo de flujo para el transporte de sedimento en tuberías ya que, generalmente, es el que proporciona el costo más económico de operación al tomar en cuenta que la relación entre la cantidad de material transportado por unidad de potencia consumida debe ser máxima.

#### 2.5 Flujo intermedio

En los dos tipos de flujo anteriores se considera que las partículas tienen un tamaño casi uniforme, sin embargo, cuando -- los sólidos tienen diámetros diferentes, condición que se presenta frecuentemente en la práctica, la parte de finos se comporta como un flujo homogéneo y de la parte de gruesos un porcentaje de ellos se deposita en el fondo de la tubería y la -- otra tiende a hacerlo, es decir, se tiene un comportamiento de tipo heterogéneo. Un flujo intermedio se define como aquel en el cual se presenta en forma simultánea los flujos homogéneo y

heterogéneo, esta clasificación de flujo fue propuesta por Zandi (1968).

## 2.6 Otros tipos de flujo

Adicionalmente a los tres tipos de flujo mencionados se pueden presentar los siguientes tipos de flujos.

### 2.6.1 Flujo con fondo móvil

En este caso la mayor parte del sedimento está depositado sobre el fondo de la tubería formando una capa y es transportado como arrastre de fondo, es decir, la capa se desplaza arrastrándose sobre el fondo de la tubería y el resto del material lo hace en suspensión. El flujo sobre la parte superior de la capa provoca la formación de rizos y dunas. Para esta condición la resistencia al flujo es generalmente alta.

Newitt et al (1955), Babcock (1962) y Zandi (1968) consideran a este flujo y al de saltación como un flujo independiente del heterogéneo.

En la práctica deben evitarse tanto este flujo como el de saltación ya que la presencia de irregularidades, en la superficie de la capa, como son rizos y dunas, usualmente provocan un incremento en la pérdida o gradiente de energía.

### 2.6.2 Flujo en saltación

Esta condición se presenta cuando se disminuye la velocidad del flujo y como consecuencia de ello algunas de las partículas que eran transportadas en suspensión se depositan en el fondo y son arrastradas sobre éste, otras se desplazan saltando, es decir, van brincando sobre el fondo, y el resto viaja en suspensión. Durand (1953) y Carstens (1969) consideran que este flujo forma parte del heterogéneo.



En la práctica este tipo de flujo debe evitarse ya que presenta el inconveniente de que se aumenta la pérdida de energía y se corre el peligro de que se llegue a obstruir parcialmente la tubería.

### 2.6.3 Flujo en cápsulas

Actualmente se está utilizando un nuevo medio para transportar sólidos a través de una tubería, el cual consiste en utilizar cápsulas, cuya forma es cilíndrica o esférica, y el movimiento de éstas es sucesivo y se puede utilizar aire como medio de transporte.

La cápsula tiene un diámetro ligeramente menor al de la tubería y las velocidades que se utilizan son mucho menores que las que se tienen en un flujo heterogéneo. El espacio que queda entre la cápsula y la tubería está ocupado por un fluido (líquido o gas). Estrictamente hablando el movimiento de las cápsulas no es continuo pero se regula de manera que ellas sean suministradas en forma rápida y sucesivamente una tras otra.

### 2.7 Comentarios

Entre las consideraciones de diseño más importantes para una tubería que conduce una mezcla de líquidos-sólidos, ver tabla 1.1, se encuentran la pérdida o gradiente de energía de la mezcla  $i_m$ , la velocidad de transporte, la concentración del sedimento que se desea transportar  $C_V$  o  $C_W$  (ya que se exprese en volumen o en peso, respectivamente), la abrasión de la tubería, el posible desgaste que sufre la partícula, la potencia del equipo de bombeo, la factibilidad económica de llevar a cabo el proyecto y el diámetro de la tubería  $D$ . Como consecuencia de lo antes mencionado es indispensable identificar el probable tipo de flujo o régimen para un conjunto de condiciones dadas ya que ello es esencial para estimar el gradiente de energía, la velocidad de transporte y la capacidad de transporte.

Una manera, generalmente usada, para relacionar a  $i_m$ ,  $C_v$  y  $D$  para un determinado líquido es la mostrada por las curvas de la fig 2.7; de acuerdo con esta figura el valor de  $i_m$  aumenta al tomar valores grandes de  $C_v$ , sin embargo para el régimen homogéneo ocurre que al usar concentraciones y velocidades del flujo altas, el gradiente  $i_m$  se asemeja al que se tendría cuando se transporta únicamente el líquido.

La línea que separa al flujo heterogéneo y el de saltación está relacionada con la pérdida mínima de energía para una determinada concentración de sólidos.

Con respecto a la fig 2.2b, Robinson y Yucel (1971) consideran que es de utilidad si se tienen conocimientos previos de cual es el mecanismo de depósito y erosión de sedimentos y de la relación que existe entre el tamaño, velocidad de caída y concentración de los sólidos con las fuerzas de arrastre y sustentación a las que están sometidas y que la utilidad de esta figura está relacionada con estudios que se hagan acerca del comportamiento dinámico de la partícula. Por último, consideran que esta figura es más útil para describir los diferentes tipos de flujo; así por ejemplo ellos proponen lo siguiente, el punto 1 en dicha figura indica flujo pseudohomogéneo (el gradiente de la concentración es casi uniforme, y el transporte del material es totalmente en suspensión), el punto 3 corresponde al flujo heterogéneo (el gradiente de la concentración aumenta y el transporte se divide en dos, uno es en suspensión y el otro es por la parte baja de la tubería), el punto 2 señala una zona de transición (se inicia la formación de una capa sobre el fondo de la tubería y disminuye la distribución de la concentración de sólidos en la vertical) y por último en el punto 4 se tiene flujo subcrítico, se forma totalmente la capa sobre el fondo, y la superficie de ella se comporta como un fondo plano o con dunas, y eventualmente, provocado por la presencia de ella, se puede tapar la conducción.

Faddick y Babcock (1971) consideran que solo existen dos tipos

de flujos, el homogéneo y el heterogéneo, este último incluye a los siguientes tipos de flujo, con capa sobre el fondo (que puede ser móvil o estacionaria), en saltación (con o sin material en suspensión), en suspensión sin saltación y en el cual la distribución de la concentración en la vertical es uniforme o casi uniforme.

En la fig 2.8 se presenta un diagrama en donde se indican las diferentes etapas por las que pasa el transporte de sedimento tomando en cuenta la combinación sólido-líquido; en ella se indica que existen dos flujos homogéneos que no son iguales ya que en ellos deben tomarse en cuenta las propiedades físicas de los sólidos.

TABLA 2.1 CLASIFICACION DEL TIPO DE FLUJO PARA UNA MEZCLA DE SOLIDOS-LIQUIDOS, SEGUN DURAND (1953)

Tipo de flujo	Diámetro de las partículas, en mm	Tipo de partículas
Homogéneo	menores a 0.02 ó 0.03	Arcilla, ceniza fina, polvo muy fino de carbón
Intermedio o de transición	entre 0.025 y 0.05	Sedimento
	de 0.05 a 0.2	Transportado en suspensión: arena fina, polvo de carbón
Heterogéneo	de 0.2 a 2	Transición: arena gruesa, granos finos de carbón
	mayores de 2	Transportado en salta-ción: gravas, cantos rodados (guijarras), terrones de carbón

### 3. FLUJO HOMOGENEO

Cuando la velocidad de transporte es mucho mayor que la velocidad de caída de las partículas se considera que el flujo es homogéneo y por tanto las partículas deben estar distribuidas casi uniformemente en la sección transversal de la tubería y de acuerdo con ello se dice que la mezcla se comporta como homogénea o pseudohomogénea; también se define flujo homogéneo cuando se utilizan concentraciones pequeñas de sólidos y velocidades del flujo grandes. El flujo homogéneo puede presentar dos tipos de comportamiento, uno que está formado por partículas finas las cuales viajan en suspensión debido a las altas velocidades del flujo y su distribución en la sección es casi uniforme y el otro por mezclas cuyo componente de sólidos no se deposita pero su distribución no es uniforme y la partícula tiene diámetro menor de 30 micras.

Govier y Charles (1961) consideran que si la velocidad de caída de las partículas en un líquido en reposo es menor de - -

0.0006 m/s se tienen bastantes posibilidades de que el material sea transportado en flujo homogéneo. Durand establece -- que el diámetro de las partículas puede llegar a valer hasta - 30 micras para que se llegue a establecer este flujo. Este tipo de flujo se presenta cuando se conducen, por ejemplo, arcillas, lodos de aguas negras, lodos para perforación, arenas finas y partículas finas de carbón.

Las mezclas homogéneas frecuentemente no siguen la ley de la viscosidad de Newton, es decir no se comportan como fluidos newtonianos (el newtoniano es aquel en el cual el esfuerzo cortante es proporcional al gradiente transversal de velocidad). Los fluidos no newtonianos han sido estudiados por diferentes investigadores entre los que destacan Metzner (1956, 1961), -- Bird (1960) y Fredrickson (1964).

Dentro de los fluidos no newtonianos se distinguen tres clasificaciones, ver fig 3.1a. En la primera están aquellos en los cuales sus propiedades son independientes del tiempo que se aplica al esfuerzo cortante, y dentro de él quedan comprendidos los fluidos de Bingham o plástico ideal, el pseudoplástico y el dilatante; el flujo homogéneo que presenta un comportamiento como el fluido de Bingham es, por ejemplo, la mezcla de agua con partículas de roca y los lodos que se presentan en el drenaje urbano, el pseudoplástico se tiene en mezclas que llevan pulpa de papel y el dilatante se presenta en mezclas que contienen agua y partículas de mica y las arenas movedizas. En la segunda clasificación se tiene que las propiedades dependen del tiempo que se está aplicando el esfuerzo cortante y dentro de él se tienen dos tipos, uno es el fluido tixotrópico (el esfuerzo cortante disminuye con el tiempo o también es aquel en el cual la viscosidad aparente disminuye con la duración -- con que se aplica el esfuerzo cortante) y el otro es el fluido reopéctico (en este caso el esfuerzo cortante aumenta con el tiempo o también es aquel en el cual la viscosidad aparente aumenta con la duración que se aplica el esfuerzo); ejemplo del fluido tixotrópico son los lodos que se utilizan para perfora-

ción y para el reopéctico son la bentonita y las suspensiones de yeso con agua, ver fig 3.1b. La tercera clasificación se conoce como la de los fluidos viscoelásticos que en realidad no son un fluido sino más bien es un material sólido que posee características de fluido, es decir posee propiedades viscosas y elásticas al mismo tiempo y presentan recuperación elástica a las deformaciones que sufren al estar sometidos al esfuerzo cortante; ejemplo de estos fluidos es la masa de harina. Una definición y descripción más detallada de cada uno de los fluidos mencionados puede consultarse en los libros de Mecánica de Fluidos.

Las mezclas presentan la característica de que las partículas sólidas y el líquido de transporte pueden o no conservar sus propiedades individualmente y dependiendo de ello la mezcla de sólidos-líquido se llega a comportar muy diferente a como sí fuera únicamente un líquido, es decir si las partículas presentan propiedades plásticas su comportamiento es como un fluido no newtoniano, en caso contrario será newtoniano.

### 3.1 Tipos de fluido

En la fig 3.2 se presenta la relación que existe entre las pérdidas por fricción y la velocidad del flujo para una mezcla homogénea. En ella se observa que se presentan dos relaciones lineales entre la velocidad y la pérdida por fricción; es decir para velocidades bajas el flujo es laminar hasta el punto 2 donde existe un cambio a turbulento; a dicho punto corresponde una velocidad llamada crítica de transición  $V_T$ . Para velocidades mayores a  $V_T$  las partículas son transportadas en suspensión y para una velocidad del flujo menor que ella, que puede ser aceptable, se tiene un límite bajo de seguridad en su operación, por ello se recomienda que la velocidad de diseño sea mayor que  $V_T$  por lo que es necesario establecer algún criterio para evaluar esta última. La velocidad  $V_T$  es sensible a la reología de la mezcla, principalmente en el caso de la pér-

dida por fricción en flujo laminar y además ésta tiende a aumentar su valor de acuerdo a como lo hace la viscosidad y como consecuencia de ello también se incrementa al aumentar la concentración de sólidos o al disminuir el tamaño de éstos. - En mezclas que se comportan como un fluido no newtoniano  $V_T$  varía ligeramente al cambiar el diámetro de la tubería mientras que para una newtoniana varía inversamente proporcional con el cuadrado del diámetro de la tubería.

Generalmente una tubería que conduce una mezcla homogénea trabaja en flujo turbulento, dado que en laminar las partículas tienden a depositarse.

Por otra parte, como se indicó anteriormente, una mezcla homogénea puede comportarse como un fluido newtoniano o no newtoniano; lo que a continuación se menciona esta referido al segundo tipo de fluido y cuando se tenga un fluido del primer tipo más bien lo que hay que distinguir es si la mezcla es homogénea o heterogénea tomando en cuenta que las partículas no presentan propiedades plásticas y lo que hay que tomar en cuenta es la distribución de la concentración de sólidos en la vertical para clasificar a la mezcla ello se indica en el cap 4.

### 3.1.1 Mezcla no newtoniana

En la mezcla homogénea no newtoniana las características físicas de ella dependen de la forma y tamaño de las partículas y de la flexibilidad o tendencia de éstas a crecer o a diluirse dentro del líquido de transporte; lo mencionado se toma en forma conjunta con la concentración de partículas y la temperatura del líquido usado en el transporte de ellas. Todo lo anterior determina e influye notablemente en el comportamiento de la mezcla; además una característica que también es importante considerar es la viscosidad del fluido la cual para un no newtoniano se le conoce como la "viscosidad aparente".

Por último, en el diseño de una tubería que va a conducir es-



te tipo de mezcla, generalmente no se toma en cuenta las propiedades elásticas de los sólidos que la componen lo cual no introduce errores apreciables cuando el fluido es muy elástico; por esta razón es que se tienen fluidos no newtonianos cuyas propiedades son independientes o dependientes del tiempo que se este aplicando al esfuerzo cortante.

### 3.2 Velocidad crítica de transición

El cálculo de la velocidad a la que se presenta la transición entre flujo laminar y turbulento en una mezcla homogénea está basado en consideraciones que se hacen con el número de Reynolds ( $Re = VD/\nu$ ). Lo que se describe a continuación es para los fluidos de Bingham y el pseudoplástico.

#### 3.2.1 Fluido de Bingham

En la fig 3.1a se muestra en forma gráfica el comportamiento de este fluido, el cual en forma matemática se expresa como

$$\tau = \tau_y + \eta \frac{du}{dy} \quad (3.1a)$$

donde  $\tau_y$  es el esfuerzo de fluencia, el cual al ser excedido empieza a fluir la mezcla, en  $\text{kgf/m}^2$ ;  $\eta$  el coeficiente de rigidez o viscosidad plástica, en  $\text{kgfseg/m}^2$ ;  $(du/dy)$  es el gradiente transversal de velocidades, en  $\text{seg}^{-1}$ , y  $\tau$  el esfuerzo cortante, en  $\text{kgf/m}^2$ . Este fluido se presenta cuando el esfuerzo cortante  $\tau$  excede a  $\tau_y$ . En la tabla 3.1 se muestran algunos valores de  $\tau_y$  y de  $\eta$  medidos para diferentes tipos de mezclas.

La velocidad crítica para este tipo de fluido se puede obtener por medio del método propuesto por Hanks (1962), que encontró que en la zona de transición esta velocidad dependía de un parámetro o número adimensional propuesto por Hedstrom (1952), -

conocido como número de Hedstrom, el cual se expresa como

$$He = \frac{\tau_y \rho D^2}{\eta^2} \quad (3.1b)$$

donde He es el número de Hedstrom, adimensional;  $\rho$  la densidad de la mezcla del transporte, en  $\text{kgf seg}^2/\text{m}^4$ ; D, el diámetro del tubo, en m.

La ec 3.1b puede ser expresada en función del número de Reynolds como

$$He = \frac{DV \rho}{\eta} \frac{\tau_y/\eta}{V/D} = Re (P1) \quad (3.2)$$

donde V es la velocidad media de flujo a través de la tubería y  $\eta/\rho$  es igual a  $\nu$ .

El primer término del segundo miembro de la ec 3.2 es semejante al número de Reynolds con base en el coeficiente de rigidez  $\eta$ ; al segundo término se le conoce como número de plasticidad (P1).

Hanks y Pratt (1967) realizaron sus estudios con una gran cantidad de datos publicados sobre el flujo de mezclas en tuberías, y sus resultados se presentan en la fig 3.3, en la cual relacionan el número de Reynolds crítico  $(Re)_c$  como una función -- del número de Hedstrom (el número de Reynolds crítico significa el valor para el cual se tiene la velocidad crítica de -- transición o indica el cambio de flujo laminar a turbulento). La línea gruesa en dicha figura corresponde a la curva ajustada a los puntos medidos, la cual se define por las siguientes ecuaciones

$$(Re)_c = \frac{1 - \frac{4}{3} \alpha_c + \frac{1}{3} (\alpha_c)^4}{\alpha_c} He \quad (3.3a)$$

$$\text{He} = 16.800 \frac{\alpha_c}{(1 - \alpha_c)^3} \quad (3.3b)$$

$$\alpha_c = \tau_y / (\tau_w)_c \quad (3.3c)$$

donde  $\alpha_c$  es la relación del esfuerzo de fluencia ( $\tau_y$ ) al esfuerzo cortante en las paredes  $(\tau_w)_c$  del tubo para la velocidad crítica.

Conocidas las propiedades físicas de la mezcla y de la tubería, con ayuda de la ec 3.3 o la fig 3.3, ellas permiten calcular el número de Reynolds crítico o el número de Hedstrom. La velocidad crítica se obtiene de la expresión del número de Reynolds crítico, o sea:

$$(\text{Re})_c = \frac{D \rho V_T}{\eta} \quad (3.4)$$

Debe indicarse que en lo anterior se ha utilizado el coeficiente de rigidez en lugar de viscosidad. Thomas (1963) demostró que el empleo de la viscosidad efectiva,  $\mu_e$ , en lugar del coeficiente de rigidez,  $\eta$ , para definir el número de Reynolds crítico permite obtener una aproximación aceptable en el cálculo de la velocidad crítica.

La viscosidad efectiva de la mezcla está dada por:

$$\mu_e = \eta \left[ 1 + \frac{\tau_y D}{6 \eta V} \right] \quad (3.5)$$

Pero en la mayoría de las mezclas utilizadas comercialmente se ha visto que el término  $(\tau_y D / 6 \eta V)$ , es mucho mayor a la unidad, por tanto, la ec 3.5 se expresa como:

$$\mu_e = \frac{\tau_y D}{6 V} \quad (3.5a)$$

y que en la zona de transición es igual a:

$$\mu_e = \frac{\tau_y D}{6 V_T} \quad (3.5b)$$

Sustituyendo la ec 3.5b en la 3.4 se tiene

$$(\text{Re})_c = \frac{6 V_T^2 \rho}{\tau_y} \quad (3.6a)$$

Despejando a  $V_T$  se llega a

$$V_T = \sqrt{\frac{(\text{Re})_c \tau_y}{6\rho}} \quad (3.6b)$$

Como la transición entre flujo laminar y turbulento se presenta para un número de Reynolds dado, la ec 3.6b se puede expresar como

$$V_T = K_1 \sqrt{\frac{\tau_y}{\rho}} \quad (3.6c)$$

donde  $K_1$  es una constante; así por ejemplo si se toma un  $\text{Re}_c$  igual a 2 100 (que es generalmente en donde se presenta la transición entre los dos flujos), se llega a que  $K_1$  vale aproximadamente 19 y como indica Wasp et al (1970) de la ec 3.6c se observa que esta velocidad es independiente del diámetro de la tubería y la influencia de éste es pequeña en el cálculo de esta variable. La ec 3.6c sirve para calcular en primera instancia el valor de  $V_T$ .

Los dos procedimientos presentados, el del número de Hedstrom (fig 3.3) y el de la ec 3.6c, pueden ser empleados para predecir la velocidad crítica de transición; sin embargo de comparaciones hechas entre las velocidades calculadas y las velocidades

des críticas observadas, se ha comprobado que el cálculo hecho con la fig 3.3 da una mejor aproximación lo cual no implica -- que necesariamente la ec 3.6c sea poco confiable, ya que la -- aproximación obtenida con ella se considera aceptable. Lo men cionado anteriormente se puede ver al observar los valores de la tabla 3.2, en la cual se comparan los valores medidos de  $V_T$  y los estimados con los dos procedimientos descritos; este aná lisis fue realizado por Wasp et al (1970) utilizando los datos obtenidos por Walker (1962). Del análisis de los resultados - que aparecen en esta tabla se concluye que la  $V_T$  calculada con la fig 3.3 da valores conservadores con respecto a los obtenidos con la ec 3.6c

Según Durand (1952) varios tipos de lodos formados de granos - con diámetros menores a 20 ó 30 micras poseen propiedades plás ticas, las cuales fueron estudiadas por Bingham; él observó -- que cuando se conduce a la mezcla con velocidades altas debido a la turbulencia que generan ellas se transforma a la mezcla - en un líquido y por el contrario en flujo laminar las propieda des de la mezcla varían entre las de un sólido y un líquido. - Basándose en lo mencionado y utilizando el modelo propuesto pa ra un fluido de Bingham, Durand propone la siguiente ecuación para calcular la velocidad crítica de transición.

$$V_T = \frac{1\ 000}{D\ \rho} \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{\tau_y\ D^2\ \rho}{3\ 000\ \eta^2}} \right] \quad (3.7)$$

La cual se obtiene utilizando la definición del número de Reynolds, tomando en cuenta que la viscosidad que interviene en - este parámetro es la efectiva indicada por la ec 3.5; además - dicho investigador considera que el cambio de flujo laminar a turbulento se presenta cuando dicho número es igual a 2 000, - que es el mismo valor que se utiliza cuando se tiene agua úni camente. En la fig 3.4, tomada del artículo de Durand (1953),

se muestra la variación de la pérdida por fricción con la velocidad. En la práctica el flujo laminar de un lodo no es estable ya que con el transcurso del tiempo va aumentando la concentración de sólidos sobre el fondo de la tubería y ésta puede llegar a taparse, por ello debe evitarse este tipo de flujo en aplicaciones de tipo industrial.

Para diseñar una tubería que transporte un fluido de Bingham - los valores de  $\tau_y$  y  $\eta$  se deben medir en el laboratorio para la concentración que se desea utilizar y con ello se calcula  $V_T$ , esto se hace para diferentes diámetros de la tubería. La velocidad de transporte se recomienda escogerla un poco mayor a la crítica de transición ya que con ello aparte de evitar el depósito de partículas se toma en cuenta las posibles variaciones de las propiedades de los lodos que resultan de los cambios de temperatura del líquido y de la naturaleza de las partículas, por ejemplo las arcillas.

### 3.2.2 Fluido pseudoplástico

Se han propuesto diferentes modelos matemáticos para representar a este tipo de fluido, sin embargo el modelo llamado de la "ley de las potencias" es al que más atención se le ha prestado porque es el más útil y versátil. Metzner (1956) ha encontrado que este modelo se puede aplicar para conocer el comportamiento de todo tipo de fluidos, tanto newtonianos como no newtonianos, y posteriormente también a los fluidos de Bingham. Este modelo se expresa en forma general con la siguiente ecuación

$$\tau = K \left[ \frac{du}{dy} \right]^n \quad (3.8)$$

donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante producido, en  $\text{kgf/m}^2$ ;  $K$  es un índice de consistencia, en  $\text{kgf seg}^n/\text{m}^2$ ; y  $n$  es un índice que sirve para indicar el comportamiento del fluido, adimensional;  $du/dy$  es el gradiente transversal de velocidades, en  $\text{seg}^{-1}$ ; --

así por ejemplo, para  $n < 1$  el fluido es pseudoplástico,  $n > 1$  el fluido es dilatante y  $n = 1$  el fluido es newtoniano (en este caso  $K$  es igual a  $\mu$  y por tanto se define como fluido newtoniano aquél en el cual el esfuerzo cortante es proporcional al gradiente transversal de velocidades y la constante de proporcionalidad es precisamente la viscosidad dinámica  $\mu$ ). En la tabla 3.1 se muestran algunos valores medidos de  $n$  y  $K$  para diferentes mezclas. Entre más alto sea el valor de  $K$  el fluido será más viscoso. Al valor de  $n$  también se le considera como una medida del grado de desviación que el fluido tiene con respecto al comportamiento de un newtoniano.

De igual manera como se hizo para el fluido de Bingham en este tipo de fluidos se necesita tomar en cuenta diferentes aspectos; por ejemplo, Ryan y Johnson (1959) proponen utilizar un parámetro de estabilidad  $Z$ , que es semejante al número de Reynolds utilizado en el de Bingham (pero no se toma en cuenta el comportamiento reológico del fluido), que está dado por la siguiente ecuación

$$Z = \frac{D \mu \rho}{2 \tau_w / (\partial u / \partial y)} \quad (3.9)$$

Este parámetro  $Z$  es igual a cero en la pared de la tubería ya que  $\mu$  es igual a cero en esa zona y también en el centro de la tubería ya que en este punto  $(\partial u / \partial y)$  es igual a cero.

Para un fluido no newtoniano que se comporta siguiendo la "ley de las potencias", según Wasp et al (1977), se demuestra que

$$Z = \frac{\rho V^2}{2 \tau_w} \phi(n) \quad (3.10a)$$

$$\phi(n) = \frac{(3n + 1)^2}{n} \left[ \frac{1}{n+2} \right]^{\frac{n+2}{n+1}} \quad (3.10b)$$

Por otra parte tomando en cuenta que el factor de fricción  $f$  es igual a

$$f = \frac{\tau_w}{\rho V^2/2} \quad (3.10c)$$

Se llega a que  $Z$  es igual a

$$Z = \frac{2 \phi(n)}{f} \quad (3.10d)$$

Sí se considera que para  $(Re)_c$  igual a 2100 se tiene la zona de transición entre flujo laminar y turbulento, el valor de  $Z_c$  es de 808. Al sustituir este valor en la ec 3.10d se llega a

$$f_c = \frac{2 \phi(n)}{808} = \frac{\phi(n)}{404} \quad (3.10e)$$

Si se conoce el valor del índice del flujo  $n$  se puede calcular el valor de  $f_c$ . Por otra parte para flujo laminar  $f = 16/Re$ ; por tanto, la velocidad a la cual se tiene el cambio de flujo laminar en turbulento se obtiene considerando que  $f$  es igual a  $f_c$  y de ella se despeja el valor de  $(Re)_c$ , conocido éste se calcula el valor de la velocidad  $V_T$ . En la tabla 3.3 se muestra para diferentes valores de  $n$  su correspondiente  $f_c$ .

En la práctica el procedimiento consiste en los siguiente: se hacen mediciones de  $n$  de acuerdo con las características de diseño que se vaya a dar a la mezcla, se calcula  $f_c$  con la ec 3.10e, se iguala  $f_c$  con  $f=16/Re$ , de esto último se despeja  $Re$ , se considera que  $Re = (Re)_c$  y por último se calcula conocido  $(Re)_c$  el valor de  $V_T$ . En la fig 3.5, obtenida por Hanks (1967), se muestra el comportamiento de  $Re_c$  y  $n$ ; como se observa en ella existe una buena concordancia entre los valores medidos y los



que se predicen en el procedimiento antes descrito, por ello se recomienda utilizar directamente esta figura en el cálculo de  $Re_c$ ; para este fluido el  $(Re)_c$  se define como

$$(Re)_c = \frac{D V_T \rho}{\mu_e} \quad (3.11a)$$

donde  $\mu_e$ , que es la viscosidad efectiva, es igual a

$$\mu_e = K \left[ \frac{8 V}{D} \right]^{n-1} \left[ \frac{3n+1}{4n} \right]^n \quad (3.11b)$$

en la cual  $V$  es la velocidad media del flujo.

Para determinar el valor de  $n$  y  $K$  que corresponden a una determinada mezcla se tiene que usar un viscosímetro capilar, como el mostrado en la fig 3.6 y las variables que se miden con él; el procedimiento para hacer estas mediciones está descrito por Bain (1970). El esfuerzo cortante producido  $\tau_y$  y el esfuerzo cortante nominal (que es igual a  $8V/D$ ), se dibujan en papel logarítmico en las dos direcciones; si los valores están correctos se obtiene una línea recta para el caso del fluido pseudo-plástico, la pendiente de la misma es igual a  $n$  y el valor de  $K$  se obtiene en la intersección entre la recta y el valor de  $8V/D$  igual a 1.

TABLA 3.1 ALGUNAS PROPIEDADES MEDIDAS EN DIFERENTES MEZCLAS, SEGUN BAIN Y BONNINGTON (1970)

Fluido de Bingham. Componentes de la mezcla	$\tau_y$ (esfuerzo de fluencia) en kgf/m <sup>2</sup> (10 <sup>-2</sup> )	$\eta$ (coeficiente de rigidez o viscosidad plástica) en kgf seg/m <sup>2</sup> (10 <sup>-3</sup> )
20% de ceniza fina en agua	2.04	0.31
Mezcla de yeso con agua	$C_w = 41\%$ 40.80	0.31
	$C_w = 55\%$ 234.60	2.05
Carbón en petróleo con viscosidad cinemática de 1(10 <sup>-4</sup> ) m <sup>2</sup> /seg y ta maño medio de las partículas de - 0.115 mm	$C_w = 50\%$ 76.50	366.00
	$C_w = 60\%$ 214.20	766.16
Carbón en agua y tamaño medio de las partículas de 0.150 mm	$C_w = 55\%$ 48.82	3.07
	$C_w = 65\%$ 297.8 a 395.4	12.2 a 15.1
Fluido pseudoplástico. Componentes de la mezcla	n	$K, en$ kgf seg <sup>n</sup> /m <sup>2</sup> (10 <sup>-2</sup> )
23% de arcilla en agua	0.23	2.652
35% de cal en agua	0.17	2.652
4% de pulpa de papel en agua	0.58	38.556
54% de roca calcrea en agua	0.15	0.918
19% de arcilla en agua	0.02	0.204

TABLA 3.2 VELOCIDAD CRITICA DE TRANSICION PARA MEZCLAS DE CALIZA (PIEDRA CALCAREA) CON AGUA EN UNA TUBERIA DE 3.81 CM DE DIAMETRO, SEGUN WASP ET AL (1977)

$C_w$ en %	$\rho$ densidad en kgfseg <sup>2</sup> /m <sup>4</sup>	$T_y$ esfuerzo de fluencia, en kgf/m <sup>2</sup> (10 <sup>-2</sup> )	$\eta$ viscosidad plástica, en kgf seg/m <sup>2</sup> (10 <sup>-2</sup> )	Velocidad crítica de transición		
				Observada ( $V_T$ ), en m/seg	Cálculada Número de Hedstrom, ec 3.6c fig 3.3	
41.0	137.54	24.48	0.07	1.28	1.05	0.79
47.0	144.73	102.00	0.08	2.13	2.13	1.58
51.5	150.94	204.00	0.11	2.50	2.67	2.23
55.0	156.00	326.40	0.20	3.51	3.35	2.74

TABLA 3.3 VARIACION DEL FACTOR  $f_c$  Y EL INDICE DEL FLUJO  $n$ , SEGUN WASP ET AL. (1977).

$n$	$f_c$ (ec 3.10e)
1.0	0.0076
0.3	0.0072
0.6	0.0068
0.4	0.0066
0.2	0.0075

#### 4. FLUJO HETEROGENEO

Este tipo de flujo se presenta cuando las partículas sólidas son gruesas y pesadas y la velocidad media del flujo es tal que produce una separación parcial de los sólidos del fluido. Estas partículas, generalmente, no alteran la reología del fluido (reología se define como el estudio de los fluidos no newtonianos aplicados a la ingeniería), es decir las fases sólidas y líquidas se comportan en forma independiente; por otra parte, los sólidos se mueven en suspensión, pero se presenta una distribución de concentración no uniforme de las partículas a lo largo de la tubería (ver figs 2.3 y 2.6). Durand (1953) indica que este tipo de flujo se presenta cuando las partículas tienen 2 mm de diámetro, Govier y Charles (1961) consideran que la velocidad de caída debe ser menor de 0.0015 m/seg. En lo que se menciona en este capítulo se supone que no hay una interacción entre la partícula y el fluido de transporte, existe una distribución no uniforme de la concentración en la sección transversal del tubo y que puede exis

tir o no depósito de partículas en el fondo de la tubería. -- Adicionalmente debe considerarse que las condiciones del flujo se complican en tuberías horizontales debido a la influencia de la fuerza de gravedad sobre las partículas. Ejemplos de mezclas heterogéneas son, por ejemplo, el transporte de arena gruesa o el de terrones de carbón. En la fig 4.1a se muestra la variación de la pérdida por fricción y la velocidad para -- una concentración de partículas constante, y por supuesto sí -- no hay concentración se tiene agua únicamente (línea recta en la figura mencionada), en la fig 4.1b se muestra la misma relación solo que se tienen varias curvas debido a que se tienen -- valores diferentes de la concentración. Del análisis de la -- fig 4.1a aparentemente al aumentar la velocidad primero la -- pérdida por fricción disminuye y luego aumenta pasando a través de un valor mínimo, de observaciones realizadas se ha establecido que la velocidad que coincide con dicho mínimo está relacionada con la aparición de una capa de material en el fondo de la tubería e indica que para valores menores a dicho valor se tiene un cambio de flujo heterogéneo a flujo en saltación, ver Zandi (1971); a ese valor mínimo de la velocidad algunos -- autores la llaman velocidad crítica de depósito  $V_D$ , punto B de la fig 4.1a; sí la velocidad del flujo va disminuyendo con respecto a  $V_D$  aumenta el espesor de la capa de partículas que se forma sobre el fondo, por tanto aumentan las pérdidas por fricción y por consiguiente se corre el peligro de que la tubería se tape, por el contrario sí la velocidad es mayor a  $V_D$  la -- curva tiende a hacerse paralela a la misma relación que se tiene sí solo estuviera escurriendo el líquido (punto A en la fig 4.1a), esto es debido a que las altas velocidades hacen que la distribución de las partículas sea más uniforme y por tanto se se tiende a alcanzar una homogeneidad total.

A diferencia de la velocidad crítica de transición mencionada para el flujo homogéneo, ver capítulo 3, que corresponde al -- cambio entre flujo laminar y turbulento, la velocidad crítica de un flujo heterogéneo es un fenómeno que corresponde solo al flujo turbulento, es decir en este caso la tendencia de las --

partículas a caer debido a las fuerzas gravitacionales es mayor que las fuerzas turbulentas que tienden a mantener las partículas en suspensión.

Como consecuencia de lo mencionado es necesario incluir en el diseño de una tubería que conduce este tipo de flujo la velocidad crítica de depósito, ya que hablando en términos de aplicaciones a su posible uso comercial, trabajar con valores menores a  $V_D$  es poco práctico, ya que aparte de tener el peligro de que se tape la conducción, también se puede producir una erosión excesiva en la parte inferior de la tubería. Al tomar valores mayores a  $V_D$  se aumentan las pérdidas por fricción pero se reduce la erosión de la pared de la tubería; adicionalmente, se ha comprobado que otro factor importante que debe tomarse en cuenta es la variación en el tamaño de las partículas sólidas de la mezcla, lo cual tiene un cierto efecto sobre la velocidad crítica, ya que las más grandes se depositan y las pequeñas permanecen en suspensión, por lo que se ha hecho necesario establecer criterios para determinar dicha velocidad tanto en mezclas con partículas de tamaño uniforme como para partículas de diversos tamaños.

#### 4.1 Velocidad crítica de depósito

La velocidad crítica de depósito de una mezcla heterogénea representa la velocidad mínima con que el sistema puede operar de tal forma que prevalezcan condiciones estables del flujo.

Diferentes investigadores han llamado a esta velocidad de diferentes maneras, así, por ejemplo, Thomas (jul 1962) la llama "velocidad mínima de transporte" y la define como la velocidad con la cual se presenta una capa estacionaria de partículas en el fondo de la tubería; Durand (nov 1952) usa el término "velocidad límite de depósito" la cual la identifica con la presencia de un "régimen de depósito" en la tubería. Graf et al (sept 1970) la llama "velocidad crítica de depósito" y la define como la velocidad a la cual las partículas se depositan o

dejan de estar en suspensión y forman una capa estacionaria de material sobre el fondo de la tubería.

a) Velocidad crítica para mezclas con partículas de tamaño -- uniforme.

El criterio más utilizado para determinar la velocidad crítica es el propuesto por Durand (nov 1952), que propone determinar-la por medio de la siguiente expresión:

$$V_D = F_L \left[ 2g D \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right]^{1/2} \quad (4.1)$$

donde

$V_D$  es la velocidad crítica, en m/seg;  $F_L$  constante del sistema;  $g$  aceleración de la gravedad, en m/seg<sup>2</sup>;  $D$  diámetro del tubo, en m;  $\rho_s$  densidad de sólidos, en kg seg<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>;  $\rho$  densidad del líquido, en kg seg<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>.

La constante  $F_L$  varía de una mezcla a otra en función del tamaño de las partículas y de la concentración de sólidos, por - - ello la ec 4.1 puede escribirse como

$$F_L = \frac{V_D}{\sqrt{2gD}} \left[ \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right]^{1/2} \quad (4.2)$$

En ella se observa que la constante  $F_L$  es igual al número de Froude, modificado por el término  $1/(\frac{\rho_s - \rho}{\rho})^{1/2}$ . Durand estableció de sus experimentos la manera como  $F_L$  varía con la -- concentración y tamaño de las partículas, ver fig 4.2, en --- ella puede observarse que para partículas mayores de 1.0 mm el efecto empieza a ser menor y para mayores de 2.0 mm el valor - de  $F_L$  se vuelve constante ya que no influyen las propiedades - del sistema y el valor de  $V_D$  es función del diámetro de la tu-



bería, ver ec 4.1. Por otra parte el diámetro de las partículas que se utiliza corresponde al diámetro que se esté considerando.

Wasp et al (sept 1970) ha presentado una revisión de los datos publicados para velocidades críticas de mezclas de arena y agua, sus resultados se presentan en la fig 4.3, en ella se relaciona  $F_L$  contra concentración de sólidos, en su elaboración utilizó los datos de Durand, Sinclair, Yotsukura y Wicks, y -- hace la comparación de los mismos con la línea de correlación de Durand, expresada por la ec 4.1.

En la fig 4.3 se observa que la correlación de Durand da un -- buen ajuste con los datos, a excepción con los de Wicks (1968) los cuales fueron obtenidos para bajas concentraciones de volumen (1% en volumen) y variaciones de la densidad y viscosidad del fluido de transporte. Para mezclas con las características ensayadas por Wicks se propone utilizar la siguiente -- expresión para determinar la velocidad crítica.

$$V_D = 1.87 \left[ \frac{d}{D} \right]^{1/6} \left[ 2g D \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right]^{1/2} \quad (4.3)$$

donde d es el diámetro de las partículas, en mm.

b) Velocidad crítica para mezclas con partículas de diversos tamaños

La determinación de la velocidad crítica para este tipo de mezclas es, generalmente, hecha considerando el tamaño medio de las partículas. Para mezclas de arenas con un tamaño mayor de 0.44 mm Condolios y Chapus (july 1963) desarrollaron una correlación, independiente del tamaño de las partículas, entre la velocidad crítica y la concentración de la mezcla, que se presenta en la fig 4.4.

De acuerdo con los resultados de McElvain y Cave (1972) la -- correlación propuesta por Durand puede ser utilizada cuando se tiene una distribución de tamaños de las partículas que no es uniforme, para tomar en cuenta esto último, ellos proponen utilizar la fig 4.5 y con ayuda de ésta calculan el valor de  $F_L$ , conocido éste se encuentra  $V_D$  con la ec 4.1. En esta figura -- se utiliza el diámetro medio de las partículas y presenta la -- ventaja de que se tienen curvas para concentraciones entre 5 y 30% en comparación con la fig 4.2 que sólo tiene curvas hasta el 15%. Sin embargo en las figs 4.2 y 4.5 se llega a la condición de que  $F_L$  es constante para diámetros mayores de 2 mm y -- 5 mm, respectivamente y por tanto su valor ya no depende de la concentración.

Sinclair (1962) estudió suspensiones de arena-agua y carbón--- agua que escurren en tuberías de 25.4, 19.1 y 12.7 mm de diáme-- tro y con concentraciones en volumen hasta el 20%; encuentra -- que  $V_D$  depende del sistema fluido-partícula, de la relación de densidades partícula-fluido, del diámetro de la tubería, del -- diámetro de la partícula y de la concentración de sólidos. La correlación propuesta por este autor es:

$$\frac{V_{Dm\acute{a}x}^2}{g d_{85} (S_s - 1)^{0.8}} = f \left( \frac{d_{85}}{D} \right) \quad (4.4)$$

donde  $d_{85}$  representa el diámetro de la partícula tal que el -- 85% en peso de las partículas son menores que  $d_{85}$ . La ec 4.4 se encuentra dibujada en la fig 4.6 y con ayuda de ésta se pue de calcular  $V_{Dm\acute{a}x}$ . Si  $d_{85}/D$  es menor que 0.001 la ec 4.4 se reduce a:

$$\frac{V_{Dm\acute{a}x}}{g d_{85} (S_s - 1)^{0.8}} = 650 \quad (4.5)$$

En la ec 4.5 se está considerando que las partículas de sólidos se introducen dentro de la zona de la capa límite.

Spells (1955), utilizando los datos de diferentes autores, establece que

$$V_D^{1.225} = 0.025 g d_{85} \left[ \frac{D \rho_m}{\mu_m} \right]^{0.775} (S_s - 1) \quad (4.6)$$

Shook (1969), utilizando los resultados de Durand para pérdidas por fricción, encuentra la siguiente expresión para la velocidad

$$V_D = 2.43 \frac{C_V^{1/3} \sqrt{2g D (S_s - 1)}}{(C_D)^{1/4}} \quad (4.7)$$

donde  $C_D$  es el coeficiente de arrastre, cuyo cálculo se describe en el apéndice A.

Charles (sept 1970) propone utilizar la siguiente ecuación

$$V_D = \frac{4.8 (C_V)^{1/3} \sqrt{g D (S_s - 1)}}{(C_D)^{1/4} C_V (S_s - 1) + 1}^{1/3} \quad (4.8)$$

donde  $C_D$  debe ser calculado para las partículas más grandes. Este investigador recomienda utilizar su expresión para tener un valor grueso de la  $V_D$  y se puede aplicar a mezclas que contienen gran variedad de tamaños.

c) Velocidad crítica para diferentes tipos de comportamiento de mezclas de líquido-sólido

Utilizando la relación entre la velocidad de la mezcla y la pérdida de energía, ver fig 4.7, Govier y Aziz (1972) definen

las siguientes velocidades:

$V_1$ : velocidades del flujo mayores a ella hacen que se presente una distribución simétrica del sedimento en la tubería. Para valores mayores a  $V_1$  la mezcla se llega a comportar como un líquido único y la línea de pérdida por fricción llega a ser paralela a la que se obtiene para una tubería que conduce únicamente al líquido.

$V_2$ : velocidades del flujo mayores a ella pero menores a  $V_1$  -- causan una distribución asimétrica de las partículas en la conducción. Por el contrario si la velocidad del flujo es menor a  $V_2$  se forma un depósito de sedimento.

$V_3$ : velocidades del flujo mayores a ella pero menores a  $V_2$  -- hacen que se presente una capa de partículas en el fondo y debido a que se tienen diferentes tamaños de las partículas una parte de estas se desplazan en saltación y otras en suspensión. La velocidad del flujo menor a  $V_3$  provoca que se tenga un depósito estacionario de partículas en el fondo de la tubería.

$V_4$ : velocidades del flujo mayores a ella pero menores a  $V_3$  -- provocan que se tenga una capa de partículas depositadas en la parte inferior de la conducción la cual permanece estacionaria y como se tienen diferentes tamaños, unas partículas de la parte superior de la capa se mueven en saltación y otras en suspensión. Para velocidades menores a  $V_4$  se llega a tapar la tubería.

Lo mencionado acerca de las velocidades  $V_1$  a  $V_4$  solo es aplicable cuando el tamaño de las partículas es casi uniforme y si se tiene una gran variedad de tamaños lo anteriormente mencionado se puede utilizar seleccionando intervalos pequeños de diámetros.

Por otra parte  $V_2$  coincide en el mínimo que tiene la curva mostrada en la fig 4.7, por el contrario  $V_3$  no se puede definir -

con precisión en la misma figura y  $V_4$  pocas veces se alcanza a obtener en las mediciones.

A continuación se describen los diferentes criterios que estos investigadores encontraron en la literatura disponible acerca del tema para calcular  $V_2$ , que en este caso corresponde a la velocidad crítica de depósito  $V_D$ , la manera de obtener las -- otras tres velocidades se puede consultar en el libro de -- Govier y Aziz (1972).

1. Durand (1952) propone una relación de tipo empírico, que -- corresponde a la ec 4.1 la cual fue obtenida de pruebas realizadas en tuberías cuyo diámetro varió entre 40 y 700 mm, para partículas de arena y carbón y concentraciones en volumen no -- mayores del 15%.

2. Newitt et al (1955) de un análisis semiteórico llegó a es tablecer la siguiente ecuación:

$$V_2 = V_D = 17 \left[ \frac{.4gd}{3C_D} (S_s - 1) \right]^{1/2} \quad (4.9)$$

donde  $d$  es el diámetro medio de las partículas, en m.

3. Spells (1955) propone utilizar la ec 4.6

4. Condolios y Chapus (1963) obtuvieron una relación de tipo empírico para obtener  $V_D$  en función de la concentración de sólidos, expresada en volumen, sus resultados se muestran en la fig 4.4 y con ayuda de esta figura se calcula  $V_D$ . La curva -- mostrada en esa figura da buenos resultados para tuberías cuyo diámetro varíe entre 584.2 y 711.2 mm y que se utilizan concen-- traciones entre el 10 y 15%. Las partículas que estos autores emplearon fueron arenas graduadas con diámetros de 0.44 mm y mayores.

5. Zandi y Govatos (1967) analizaron 1452 datos y proponen una expresión que denominan "modelo del índice del flujo", -- que es igual a:

$$N_I = \frac{V_D^2 \sqrt{C_D}}{C_V Dg (S_s - 1)} \quad (4.10a)$$

A  $N_I$  se le conoce como número de Zandi según estos investigadores si  $N_I$  es igual a 40 se obtiene la condición para la velocidad crítica, por tanto la ec 4.10a se reduce a

$$V_D = \left[ \frac{40 C_V Dg (S_s - 1)}{C_D^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (4.10b)$$

6. Babcock (1968) llega a la misma ecuación propuesta por -- Zandi y Govatos (ec 4.10a) solo que él considera que  $V_D$  se -- presenta cuando  $N_I$  es igual a 10.

$$V_D = \left[ \frac{10 C_V Dg (S_s - 1)}{C_D^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (4.10c)$$

## 5. EJEMPLOS

A continuación se presentan varios ejemplos en los cuales se muestra el procedimiento para el cálculo de la velocidad de transición crítica y la velocidad crítica de depósito.

### EJEMPLO 1

Para una mezcla de agua con partículas de caliza tiene una concentración de sólidos, expresada en peso, del 60%, una viscosidad plástica de 6.9 centipoise y necesita de un esfuerzo de 38 dinas/cm<sup>2</sup> para que empiece a fluir. Si la densidad relativa de los sólidos es de 2.7 calcular el valor del número de Hedstrom y la velocidad crítica de transición para tres tuberías cuyos diámetros son 2, 20 y 40 cm y en ellas se va a transportar dicha mezcla.

## Datos:

concentración de sólidos en peso:  $C_w = 60\%$

viscosidad plástica:  $\eta = 6.9$  centipoise  $= 7 \times 10^{-4}$  kgfseg/m<sup>2</sup>

esfuerzo de fluencia:  $\tau_y = 38$  dinas/cm<sup>2</sup>  $= 3\ 876 \times 10^{-4}$  kgf/m<sup>2</sup>

peso específico del agua a 4° C :  $\gamma_a = 1\ 000$  kgf/m<sup>3</sup>

densidad del agua a 4°C:  $\rho_a = 100$  kgfseg<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>

densidad relativa:  $S_s = 2.7$

## Solución:

## Cálculos preliminares

Densidad relativa se define como:

$$S_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_a} = \frac{\rho_s}{\rho_a}$$

donde

$$\rho_s = S_s \rho_a = 2.7 \times 100 = 270 \text{ kgfseg}^2/\text{m}^4$$

$$\gamma_s = S_s \gamma_a = 2.7 \times 1\ 000 = 2\ 700 \text{ kgf/m}^3$$

La densidad de la mezcla se define como (ver apéndice A)

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{100 - C_w}{\rho_a}}$$

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{60}{270} + \frac{100 - 60}{100}} = 160.7143 \frac{\text{kgfseg}^2}{\text{m}^4}$$



a) Se calcula el número de Hedstrom por medio de la ec 3.1b

$$He = \frac{\tau_y \rho D^2}{\eta^2}$$

para  $D = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$

$$He = \frac{(3876 \times 10^{-4})(160.7143)(0.02)^2}{(7 \times 10^{-4})^2} = 5.0851 \times 10^4$$

para  $D = 20 \text{ cm} = 0.20 \text{ m}$

$$He = \frac{(3876 \times 10^{-4})(160.7143)(0.20)^2}{(7 \times 10^{-4})^2} = 5.0851 \times 10^6$$

para  $D = 40 \text{ cm} = 0.40 \text{ m}$

$$He = \frac{(3876 \times 10^{-4})(160.7143)(0.20)^2}{(7 \times 10^{-4})^2} = 2.0341 \times 10^7$$

$$He_{0.02} = 5.0851 \times 10^4$$

$$He_{0.20} = 5.0851 \times 10^6$$

$$He_{0.40} = 2.0341 \times 10^7$$

b) Se calcula la velocidad crítica de transición con la ec 3.4

$$V_T = \frac{(Re)_c \eta}{D \rho}$$

para  $D = 0.02$  m

$$V_T = \frac{(Re)_c (7 \times 10^{-4})}{(0.02)(160.7143)} = 2.18 \times 10^{-4} (Re)_c$$

para  $D = 0.20$  m

$$V_T = \frac{(Re)_c (7 \times 10^{-4})}{(0.20)(160.7143)} = 2.18 \times 10^{-5} (Re)_c$$

para  $D = 0.40$  m

$$V_T = \frac{(Re)_c (7 \times 10^{-4})}{(0.40)(160.7143)} = 1.09 \times 10^{-5} (Re)_c$$

El número de Reynolds crítico  $(Re)_c$  se obtiene de la fig 3.3 y el número de Hedstrom

D (cm)	He	$(Re)_c$	$V_T$ (m/seg)
2	$5.0851 \times 10^4$	$6.3 \times 10^3$	1.37
20	$5.0851 \times 10^6$	$2.7 \times 10^4$	0.59
40	$2.0341 \times 10^7$	$4.6 \times 10^6$	0.50

#### EJEMPLO 2

Para una mezcla de arcilla y agua, con una concentración en peso de sólidos del 48%, se obtuvieron los siguientes datos tanto para un fluido de Bingham como para un fluido pseudoplástico, este último se comporta siguiendo la "ley de potencias"

viscosidad plástica:  $\eta = 8.874 \times 10^{-4} \text{ kgfseg/m}^2$

esfuerzo de fluencia:  $\tau_y = 4.199 \text{ kgf/m}^2$

coeficiente de la ley de potencias:  $K=24.424(10^{-2}) \text{ kgfseg}^{0.422/\text{m}^2}$

valor del exponente de la ley de potencias:  $n = 0.422$

Calcular la velocidad de transición crítica para esta mezcla;  
la tubería que va a transportar esta mezcla tiene un diámetro  
de 0.305 m y la densidad relativa de los sólidos es de 2.7

Datos:

$$S_s = 2.7$$

$$C_w = 48\%$$

$$\rho_a = \text{densidad del agua a } 4^\circ\text{C} = 100 \text{ kgfseg}^2/\text{m}^4$$

Solución:

Cálculos preliminares

$$S_s = \frac{\rho_s}{\rho_a} = \frac{\gamma_s}{\gamma_a}$$

$$\rho_s = \rho_a S_s = 100 \times 2.7 = 270 \text{ kgfseg}^2/\text{m}^4$$

Densidad de la mezcla

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{100 - C_w}{\rho_a}} = \frac{100}{\frac{48}{270} + \frac{100-48}{100}} = 143.312 \frac{\text{kgfseg}^2}{\text{m}^4}$$

a) Fluido de Bingham

$$D = 0.305 \text{ m}$$

$$\rho = 143.312 \text{ kgfseg}^2/\text{m}^4$$

$$\tau_y = 4.199 \text{ kgf/m}^2$$

$$\eta = 8.874 \times 10^{-4} \text{ kgfseg/m}^2$$

Se calcula el número de Hedstrom con la ec 3.1b

$$He = \frac{\tau_y \rho D^2}{\eta^2}$$

$$He = \frac{4.199 \times 143.312 \times (0.305)^2}{(8.874 \times 10^{-4})^2} = 7.109 \times 10^7$$

Con ayuda de la fig 3.3 y el número de Hedstrom se calcula el número de Reynolds crítico.

$$(Re)_c = 31\,500$$

El valor de la velocidad crítica de transición se calcula con la ec 3.4

$$V_T = \frac{(Re)_c \eta}{D \rho}$$

$$V_T = \frac{(31\,500) (8.874 \times 10^{-4})}{(0.305) (143.312)} = 0.64 \text{ m/seg}$$

$$V_T = 0.64 \text{ m/seg}$$

b) Fluido pseudoplástico

$$K = 24.424 (10^{-2}) \text{ kgfseg}^{0.422}/\text{m}^2$$

$$n = 0.422$$

Para este tipo de fluido el número de Reynolds crítico está da do por la ec 3.11a

$$(\text{Re})_c = \frac{D V_T \rho}{\mu_\epsilon}$$

donde  $\mu_\epsilon$  la viscosidad efectiva se obtiene con la ec 3.11b

$$\mu_\epsilon = K \left[ \frac{8V_T}{D} \right]^{n-1} \left[ \frac{3n + 1}{4n} \right]^n$$

$$\mu_\epsilon = 24.424 (10^{-2}) \left[ \frac{8V_T}{0.305} \right]^{0.422-1} \left[ \frac{3 \times 0.422 + 1}{4 (0.422)} \right]^{0.422}$$

$$\mu_\epsilon = 24.424 (10^{-2}) (0.151 V_T^{-0.578}) (1.1323) = 0.042 V_T^{-0.578}$$

$$(\text{Re})_c = \frac{0.305 (V_T) 143.312}{0.042 V_T^{-0.578}} = 1040.72 V_T^{1.578}$$

Si se considera que en el cambio de flujo laminar en turbulento se presenta para un número de Reynolds crítico  $(Re)_c$  igual a 2 400, se tiene que

$$2\ 400 = 1040.72 V_T^{1.578}$$

$$V_T = (2\ 400/1040.72)^{1/1.578} = 1.698 \text{ m/seg}$$

$$V_T = 1.698 \text{ m/seg}$$

Utilizando el procedimiento descrito para calcular el  $(Re)_c$ , - ver cap 3, se tiene que de acuerdo con la ec 3.10b  $\phi(\eta)$  es -- igual a 2.7 y por tanto  $f_c$  vale 0.0067 (ec 3.10c). Al igualar este último valor con  $16/Re$ , se obtiene que  $(Re)_c$  resulta - - igual a 2395.

De los resultados anteriores se observa que es importante defi nir correctamente cual es el tipo de fluido que va a represen- tar el comportamiento de la mezcla que se ha de transportar ya que de acuerdo con los resultados obtenidos en este ejemplo la velocidad del pseudoplástico es mucho mayor que la que se obtie ne para un fluido de Bingham,  $1.69 \text{ m/seg} > 0.64 \text{ m/seg}$ .

### EJEMPLO 3

Calcular la velocidad crítica de depósito para una mezcla de - agua con partículas de carbón que es transportada en una tube- ría con diámetro de 43.82 cm. Considere que las partículas de carbón tienen un tamaño uniforme igual a 0.02 cm y factor de - forma de 0.7, la densidad relativa o específica de las partícu- las es 1.4, se va a utilizar una concentración del 15%, expre-

sada en volumen, la viscosidad cinemática del agua es de  $1.5 (10^{-6}) \text{ m}^2/\text{seg}$  y densidad del agua de  $100 \text{ kgfseg}^2/\text{m}^4$ .

Datos:

concentración en volumen:  $C_V = 15\%$

factor de forma:  $SF = 0.7$

diámetro de las partículas:  $d = 0.2 \text{ mm} = 0.0002 \text{ m}$

densidad relativa de las partículas de carbón:  $S_S = 1.4$

densidad del agua:  $\rho_a = 100 \text{ kgfseg}^2/\text{m}^4 = 0.981 \text{ gr m} / \text{cm}^3$

viscosidad cinemática del agua:  $\nu = 1.5 (10^{-6}) \text{ m}^2/\text{seg}$

diámetro de la tubería:  $D = 0.4382 \text{ m}$

Solución:

Cálculos preliminares

La densidad de sólidos se calcula a partir de la siguiente ecuación

$$S_S = \frac{\rho_S}{\rho_a}$$

$$\rho_S = \rho_a S_S = 1.4 \times 100 = 140 \text{ kgfseg}^2/\text{m}^4 = 1.373 \text{ grm}/\text{cm}^3$$

La densidad de la mezcla se obtiene con las ecuaciones siguientes (ver apéndice A)

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{100 - C_w}{\rho_a}} ; \quad C_w = \frac{C_V \rho_s}{\rho_m}$$

Al sustituir los datos en las expresiones anteriores se llega a:

$$\rho_m = 105.7 \text{ kgfseg}^2/\text{m}^4 = 1.037 \text{ grm}/\text{cm}^3$$

La viscosidad cinemática del agua es igual a  $\nu = \mu_a / \rho_a$ , por -- tanto  $\mu_a$  la viscosidad dinámica del agua vale

$$\mu_a = \nu \rho_a = 1.5 (10^{-6}) 10^2 = 1.5 (10^{-4}) \text{ kgfseg/m}^2 = 0.0147 \text{ poise}$$

se calcula con la ec A.12 la viscosidad de la mezcla

$$\begin{aligned} \mu_m &= \mu_a (1 + 4.5 C_V) = 1.5 (10^{-4}) (1 + 4.5(0.15)) \\ &= 2.512 (10^{-4}) \text{ kgfseg/m}^2 = 0.0246 \text{ poise} \end{aligned}$$

La densidad de la mezcla de transporte también se puede calcular con la siguiente ecuación

$$\rho_m = (\rho_s - 1) C_V + \rho_a$$

$$\rho_m = (1.373 - 1) (0.15) + 0.981 = 1.037 \text{ grm/cm}^3$$

$$\Delta\rho = \rho_s - \rho_m = 1.373 - 1.037 = 0.336 \text{ grm/cm}^3$$

Cálculo de la velocidad de caída de las partículas

Con  $\Delta\rho = 0.336$ ,  $\rho = 1.037$  y  $\mu = 0.02462$  y las figs A.2 y A.3, se obtienen los parámetros A y B, los cuales valen:

$$A = 0.109 \quad ; \quad B = 0.2$$



De la relación  $(d/A) = 0.02/0.109 = 0.183$  y la fig A.4 se tiene que  $w/B = 1.8$ , por tanto

$$w = 1.8 \times B = 1.8 \times 0.2 = 0.360 \text{ cm/seg}$$

El número de Reynolds que corresponde a la velocidad de caída se obtiene con la ec A.2

$$Re = \frac{wd}{\nu} = \frac{0.00360 \times 0.0002}{\frac{2.512 \times 10^{-4}}{105.7}} = 0.303$$

El coeficiente de arrastre para la partícula sumergida en la mezcla se calcula con el número de Reynolds y la fig A.5, y el valor es igual a

$$C_D = 80$$

Cálculo de la velocidad crítica de depósito

#### 1. Criterio de Durand

$$V_D = F_L \left[ 2gd \frac{\rho_s - \rho_a}{\rho_a} \right]^{1/2} \quad (4.1)$$

de la fig 4.2 para  $d = 0.2 \text{ mm}$  y  $C_V = 15\%$ , se determina que  $F_L$  es igual a 1.25, por lo tanto la velocidad es igual a

$$V_D = 1.25 \left[ 2 (9.81) (0.4382) \left( \frac{140 - 100}{100} \right) \right]^{1/2} = 2.318 \text{ m/seg}$$

## 2. Criterio de Newitt

$$V_D = 17 \left[ \frac{4gd}{3C_D} (S_s - 1) \right]^{1/2} \quad (4.9)$$

$$V_D = 17 \left[ \frac{4(9.81)(0.0002)}{3(80)} (1.4 - 1) \right]^{1/2} = 0.061 \text{ m/seg}$$

## 3. Criterio de Spells

$$V_D^{1.225} = 0.025 g d_{85} \left[ \frac{D \cdot \rho_m}{\mu_m} \right]^{0.775} (S_s - 1) \quad (4.6)$$

$$V_D = \left[ 0.025(9.81)(0.0002) \left[ \frac{0.4382 \times 105.7}{2.512 \times 10^{-4}} \right]^{0.775} (1.4-1) \right]^{1/1.225} = 0.308 \text{ m/seg}$$

## 4. Criterio de Condolios y Chopus

Este método no es aplicable ya que el diámetro de las partículas es menor de 0.44 mm y por tanto no cumple con las condiciones para lo cual fue obtenida la fig 4.4 que estos autores proponen utilizar para obtener  $V_D$ .

## 5. Criterio de Zandi y Govatos

$$V_D = \left[ \frac{40 C_V Dg (S_s - 1)}{C_D^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (4.10b)$$

$$V_D = \left[ \frac{40(0.15)(0.4382)(9.81)(1.4 - 1)}{(80)^{1/2}} \right]^{1/2} = 1.074 \text{ m/seg}$$

### 6. Criterio de Babcock

$$V_D = \left[ \frac{10 C_V Dg (S_s - 1)}{C_D^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (4.10c)$$

$$V_D = \left[ \frac{10(0.15)(0.4382)(9.81)(1.4 - 1)}{(80)^{1/2}} \right]^{1/2} = 0.537 \text{ m/seg}$$

### 7. Criterio de Shook

$$V_D = 2.43 \frac{C_V^{1/3} [2gD (S_s - 1)]^{1/2}}{(C_D)^{1/4}} \quad (4.7)$$

$$V_D = 2.43 = \frac{(0.15)^{1/3} [2(9.81)(0.4382)(1.4 - 1)]^{1/2}}{(80)^{1/4}} = 0.801 \text{ m/seg}$$

### 8. Criterio de Charles

$$V_D = \frac{4.8 C_V^{1/3} [gD(S_s - 1)]^{1/2}}{C_D^{1/4} [C_V (S_s - 1) + 1]^{1/3}} \quad (4.8)$$

$$V_D = 4.8 \frac{(0.15)^{1/3} [9.81(0.4382)(1.4 - 1)]^{1/2}}{(80)^{1/4} [(0.15)(1.4 - 1) + 1]^{1/3}} = 1.05 \text{ m/seg}$$

En la tabla 5.1 se resumen los valores obtenidos con los diferentes criterios propuestos para valuar  $V_D$

Como se observa los resultados obtenidos no presentan semejanza entre ellos, lo cual concuerda con lo que menciona Wicks -- (1968) que cada uno de los métodos propuestos sólo son válidos para las condiciones para las que fueron deducidos

TABLA 5.1 VALOR ESTIMADO DE  $V_D$  POR LOS DIFERENTES CRITERIOS

AUTOR	$V_D$		$V_D$ , en m/seg
Durand	$F_L \left[ 2gD \frac{\rho_s - \rho_a}{\rho_a} \right]^{1/2}$	(4.1)	2.318
Newitt	$17 \left[ \frac{4gd}{3C_D} (S_s - 1) \right]^{1/2}$	(4.9)	0.062
Spells	$\left[ 0.025 g d_{85} \left[ \frac{D\rho_m}{v_m} \right]^{0.775} (S_s - 1) \right]^{1/1.225}$	(4.6)	0.308
Condolios y Chapus	no aplicable		
Zandi y Govatos	$\left[ \frac{40 C_V D g (S_s - 1)}{C_D^{1/2}} \right]^{1/2}$	(4.10b)	1.074
Babcock	$\left[ \frac{10 C_V D g (S_s - 1)}{C_D^{1/2}} \right]^{1/2}$	(4.10c)	0.537
Shook	$2.43 \frac{C_V^{1/3} [2 g D (S_s - 1)]^{1/2}}{C_D^{1/4}}$	(4.7)	0.801
Charles	$4.8 \frac{C_V^{1/3} [g D (S_s - 1)]^{1/2}}{C_D^{1/4} [C_V (S_s - 1) + 1]^{1/3}}$	(4.8)	1.055

## 6. CONCLUSIONES

De lo mencionado en los capítulos anteriores se puede concluir lo siguiente:

En el cálculo de la velocidad crítica de depósito o de transición hay que tomar en cuenta el tamaño y propiedades físicas de las partículas que se van a transportar por medio de una tubería, la concentración de sólidos, el escurrimiento es laminar o turbulento o el tipo de régimen con que se desea conducir la mezcla (por ejemplo homogéneo, heterogéneo, etc.)

El tamaño y propiedades físicas de las partículas definen el comportamiento de la mezcla como un fluido, es decir si ellas no tienen propiedades plásticas la mezcla se considera como un fluido newtoniano y si sucede lo contrario se tiene un no newtoniano. Por otra parte el tamaño de las partículas, sin que estén presentes propiedades plásticas, influye en el valor de la velocidad de caída de las mismas y por tanto en el tipo de

régimen, así, por ejemplo, si los sólidos son finos su velocidad de caída es pequeña y son transportados en suspensión y el régimen se considera homogéneo o si el tamaño corresponde al de las gravas el régimen puede ser heterogéneo ya que el peso de las mismas es un factor a tomar en cuenta debido a que éste influye en la velocidad de caída. Como ya se mencionó la mayor parte de los criterios descritos para calcular la velocidad crítica de depósito consideran partículas con diámetro uniforme, por lo tanto para que ellos sean aplicables en lo posible debe utilizarse esta condición.

En el caso de que la mezcla se comporte como un fluido no newtoniano hay que distinguir si él se va a asemejar a un fluido de Bingham o a un plástico ideal ya que los resultados, como se vio en el ejemplo 2, pueden ser totalmente diferentes; por otra parte se recomienda que el escurrimiento sea turbulento ya que ello evita que se tape la tubería y que se midan en un laboratorio las características con las que se desea diseñar la tubería, valores que intervienen en las ecuaciones que se utilizan para cada uno de los fluidos mencionados. Además de acuerdo con lo que mencionan las referencias consultadas el de Bingham es el más conveniente y económico.

Para una mezcla que sigue la ley de un fluido newtoniano el valor de la velocidad crítica de depósito también presenta una gran dispersión de valores, ver tabla 5.1, y lo más recomendable sería utilizar el criterio cuyas características con que fue obtenido se parezcan lo más posible a las del problema que se esté estudiando.

El valor de la concentración de sólidos influye en el tipo de régimen, por ejemplo, si se tiene un valor pequeño de la concentración y la velocidad del escurrimiento es alta se tiene un régimen homogéneo, por el contrario si se toma una concentración alta y la velocidad del escurrimiento es baja se forma una obstrucción en el fondo de la tubería.

## REFERENCIAS

Acaroglu, E.R. et al, "The effect of bedforms on the hydraulic resistance", 13th Congress IAHR, Kyoto, vol 2, 1969.

Babcock, H.A., "The state of the art of transporting solids in pipelines", presented at the 48th National Meeting of the AICHE, at Denver, Colorado, august 1962.

Bain, A. G., and Bonnington, S. T., "The Hydraulic Transport of Solids by Pipeline", Pergamon Press, New York 1970.

Bird R. B. et al, "Transport Phenomena", Wiley, New York 1960.

Carstens, M., "A theory of heterogenous flow of solids in - - pipes", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol 95, No. HY1, January 1969.

Charles, M.E., "Transport of solids by pipeline", 1st Int. Conf.



on Hyd. Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engng., Cranfield, U. K. Paper A3, sept 1970.

Condolios, E. and Chapus, E.E., "Hydraulic transport of solids", series of three articles in Chemical Engineering, june 24, --- july 8 and july 22, 1963.

Daily, J.W. and Harleman, D., "Fluid Dynamics", Addison-Wesley Publishing Co., USA, 1966.

Durand, R. and Condolios, E., "Experimental investigation on the transport of solids in pipes", Le Journéls d'Hydraulique Société Hydrotechnique de France, Grenoble, june 1952.

Durand, R., "Basic relationship of transportation of solids in pipes-experimental research", Proceedings IAHR, vol 5, Minnesota 1953.

Faddick, R. and Babcock, H., "Sediment transportation mechanics: J. Transportation of sediment in pipes (discussion)", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol 97, No. HY5, may 1971.

Fox, R. and Mc Donald A., "Introduction to Fluid Mechanics", Second Edition, John Wiley and Sons, New York 1978.

Fredrickson, A. G., "Principles and Applications of Rheology", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1964.

Graf, W.H. and Acaroglu, E. R., "Homogeneous suspensions in circular conduits", Journal of the Pipeline Division, ASCE, vol 93 No. PL2, july 1967.

Graf, W.H., Robinson M., and Yucel, O., "The critical deposit velocity for solid-liquid mixtures", 1st Int. Conf. on Hyd. - - Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engng. Cranfield, U.K. Paper H5, sept 1970.

Graf, W.H., "Hydraulics of Sediment Transport", Mc Graw-Hill Book Co., New York 1971.

Govier, G.W. and Charles, M.E., "The hydraulics of the pipeline flow of solid-liquid mixtures", Eng. J., 44, No. 8, 50, 1961.

Govier, G. W. and Aziz, K., "The Flow of Complex Mixtures in Pipes", Van Nostrand Reinhold Company, New York 1972.

Hanks, R.W., "A generalized criterion for laminar-turbulent - transition in the flow of fluids", Union Carbide Co., nov 1962.

Hanks, R.W. and Pratt, D. R., "On the flow of Bingham plastic slurries in pipes and between plates", Soc. of Petroleum Engineers Jr., dec 1967.

Hedstrom, B.O.A., "Flow of plastic materials in pipes", Ind. -- Eng. Chem., vol 44, London 1952.

Kelly, E. G. and Spottiswood, D. J., "Introduction to Mineral Processing", John Wiley and Sons, New York 1982.

Lazarus, J.H. and Neilson, I.D., "A generalized correlation of friction head losses of settling mixtures in horizontal smooth pipelines", 5th Int. Conf. on Hyd. Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engng., Hannover, Germany, Paper B1, may 1978.

Mc Elvain, R.E., and Cave, I., "Transportation of Tailings", World Mining Tailings Symposium, 1972.

Metzner, A. B., "Non-newtonian Technology", in Advances in Chemical Engineering, vol 1, Academic, New York 1956.

Metzner, A. B., "Flow of non-newtonian fluids", in Handbook of Fluid Dynamic (Streeter, V., editor), Mc Graw-Hill Book Co., - New York, 1961.

Mih, W.C., "Solid-liquid suspension flow in pipes", cap 24 Sedimentation by H. W. Shen, Fort Collins, Colorado 1972.

Newitt, D. M., et al "Hydraulic conveying of solids in horizontal pipes", Trans. Instn. Chem. Engrs., vol 33, London 1955.

Raudkivi, A. J., "Loose Boundary Hydraulics", Second Edition, Pergamon Press, New York 1976.

Robinson, M. and Yucel, O., "Sediment Transportation Mechanics: J. Transportation of sediment in pipes (discussion)", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol 97, No. HY3, march 1971.

Ryan, N. W. and Johnson, M.M., "Transition from laminar to turbulent flow in pipes", AIChE Journal, vol 5, 1959.

Shook, C. A., "Pipelining solids: The design of short-distance pipelines", Paper presented at the "Symposium on pipeline transport of solids" Sponsored by the Canadian Society for Chemical Engineering, Toronto, 1969.

Sinclair, C. G., "The limit deposit-velocity of heterogeneous suspensions", Proceeding of the Symposium on Interaction Between Fluids and Particles, European Federation of Chemical Engineers, London, England june 1962.

Spells, K.E., "Correlations for use in transport of aqueous suspensions of fine solids through pipes", Trans. Instn. Chem. Engrs. 33, 79, 1955.

Thomas, D. G., "Transport characteristics of suspensions, part IV", AIChE Journal, vol 8, july 1962.

Thomas, D. G., "Non-newtonian suspensions", Part I and II, Ind. Eng. Chem. vol 55, 1963.

Vanoni, V. A., (editor), "Sedimentation Engineering", American Society of Civil Engineers, New York 1975.

Walker, J. and Worster, R., "Hydraulic transport of solids- Trinidad Cement Ytd's 6-mile, 2 000 psi pipeline", Pipes, - Pipelines, Pumps and Valves Convention, Earls Court, London 1962.

Wasp, E.J. et al, "Deposition velocities, transition velocities and spatial distribution of solids in slurry pipeline", 1st, Int. Conf. on Hyd. Transportation of Solids in Pipes, BHRA Fluid -- Engng, Cranfield U.K., paper H4, sept 1970.

Wasp, J. E. et al, "Solid-liquid Flow Slurry Pipeline Transport ation", Trans Tech Publications, Germany 1977.

Wicks, M., "Transportation of solids at low concentration in - horizontal pipes", ASCE International Symposium on solid-liquid flow in pipes, University of Pennsylvania, march 1968.

Zandi, I. and Govatos, G.. "Heterogeneous flow of solids in -- pipelines", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, vol 93, - No. HY3, may 1967.

Zandi, I.. "Hydraulic transport of bulky materials", Interna--- tional Symposium on Solid-liquid Flow in pipes and its Applica- tion to Solid Waste Collection and Removal, Philadelphia, - - Pennsylvania, march 1968.

Zandi, I., "Advances in Solid-liquid Flow in Pipes and Its Ap- plication", Pergamon Press, New York 1971.

**F I G U R A S**

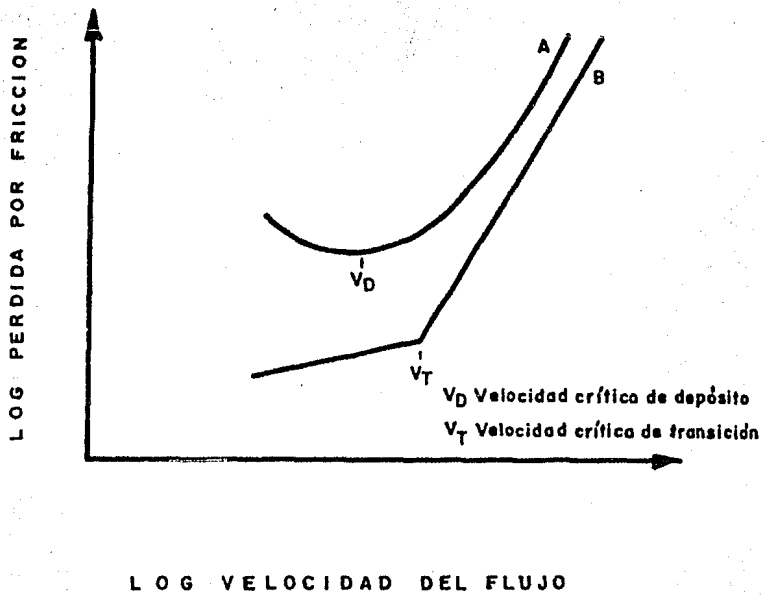
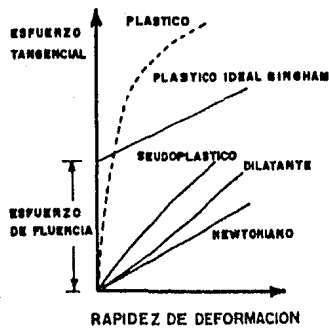


Fig.1.1 VELOCIDADES CRÍTICAS EN UNA MEZCLA, SEGUN WASP ET AL (1977)



**Fig.2.1 ALGUNOS TIPOS DE COMPORTAMIENTOS DE DIFERENTES FLUIDOS, SEGUN DAILY Y HARLEMAN (1966)**

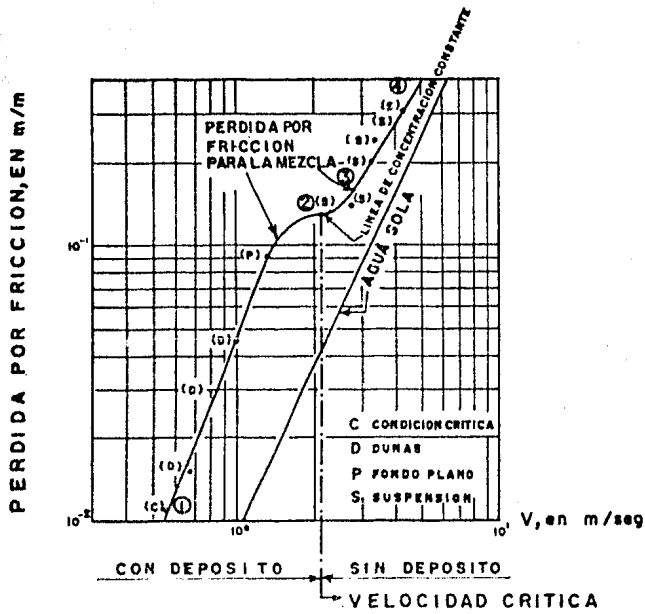


Fig.2.2a PERDIDA DE CARGA CONTRA VELOCIDAD EN EL FLUJO DE CONDUCTOS CERRADOS, PARA ARENA CON  $D=2.0$  mm, SEGUN ACAROGLU ET AL (1969)

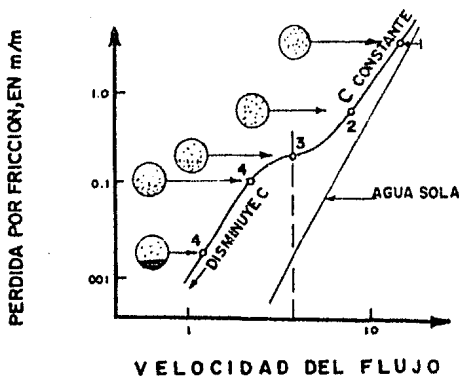


Fig.2.2b REGIMEN DEL FLUJO, SEGUN ROBINSON Y YUCEL (1971)



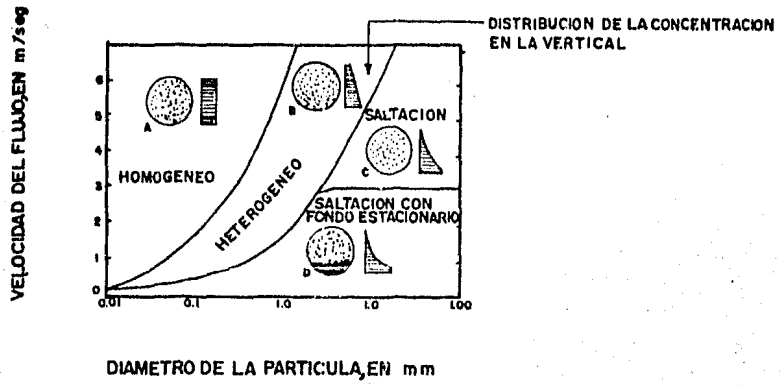


Fig.2.3 REGIMEN DEL FLUJO EN FUNCION DE LA VELOCIDAD MEDIA DEL FLUJO Y EL DIAMETRO DE LAS PARTICULAS, SEGUN NEWITT ET AL (1955)

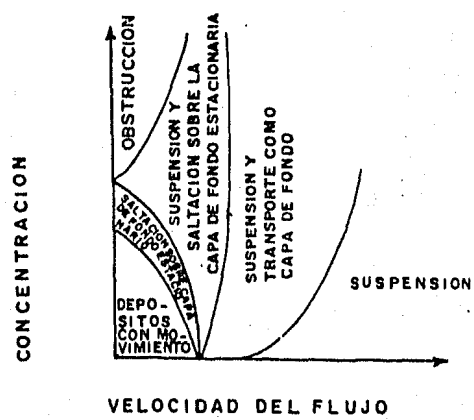
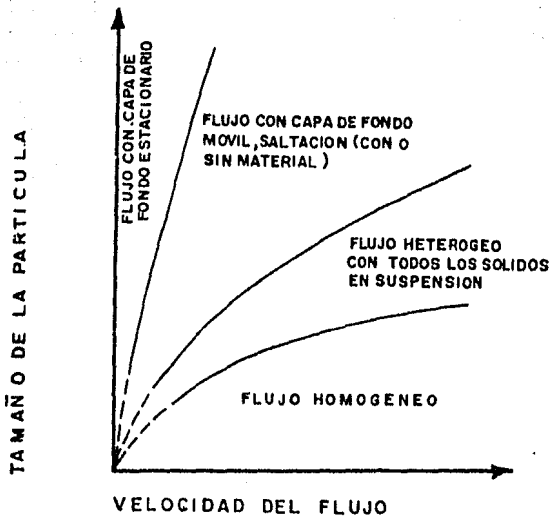
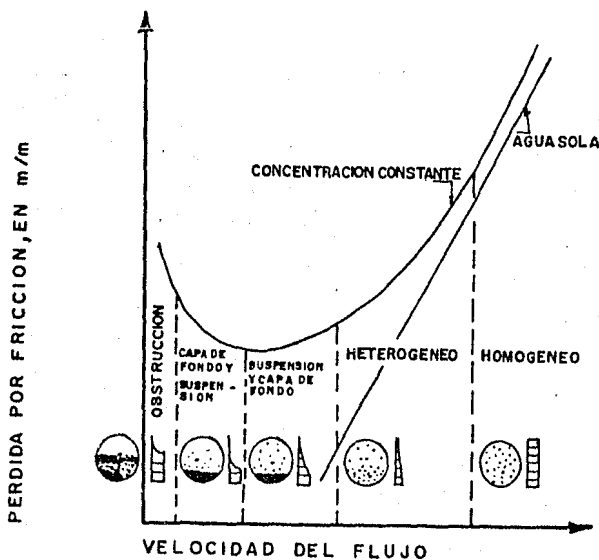


Fig.2.4 REGIMEN DEL FLUJO EN FUNCION DE LA CONCENTRACION Y DE LA VELOCIDAD DEL FLUJO



**Fig.25 REGIMEN DEL FLUJO EN FUNCION DEL DIAMETRO DE LA PARTICULA Y DE LA VELOCIDAD MEDIA DEL FLUJO, SEGUN VANONI (1975)**



**Fig.2.6 PERDIDA DE CARGA CONTRA VELOCIDAD DEL FLUJO PARA AGUA LIMPIA Y SOLIDO-LIQUIDO PARA UNA CONCENTRACION CONSTANTE, SEGUN GRAF Y ACARONGLU (1967)**

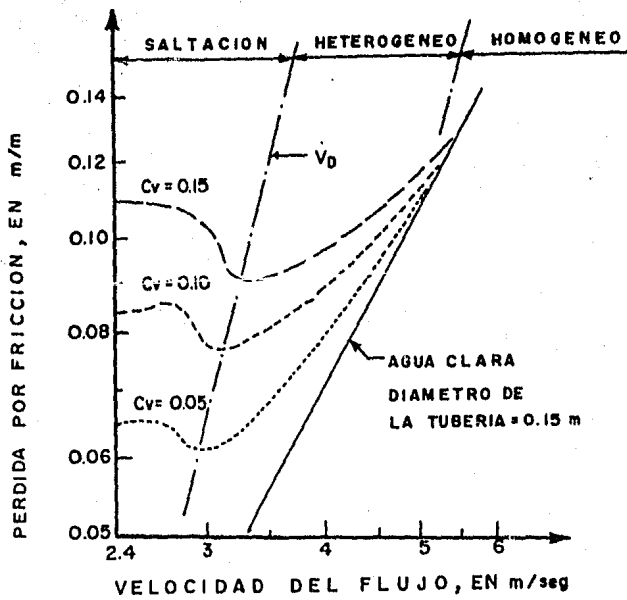
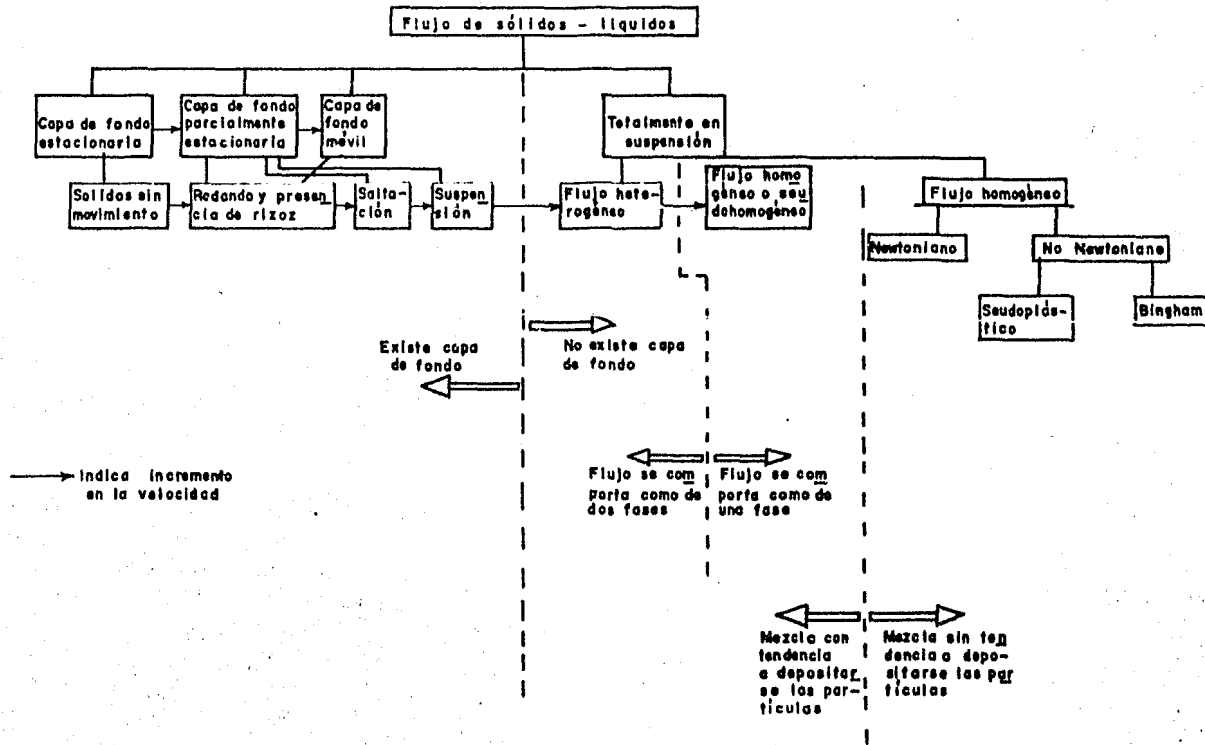


Fig. 2.7 PERDIDA DE CARGA CONTRA VELOCIDAD MEDIA DEL FLUJO PARA FLUJO EN DOS FASES, PARA ARENA FINA CON  $D=0.44$  mm Y AGUA, SEGUN MIH (1972)



**Fig.2.8 TIPOS DE FLUJO, SEGUN LAZARUS Y NEILSON (1978)**

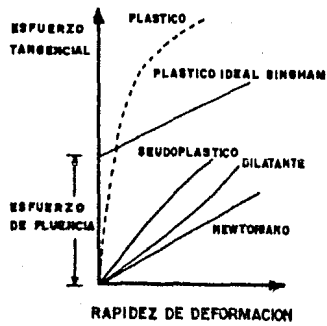


Fig.3.1a TIPOS DE COMPORTAMIENTO DE DIFERENTES FLUIDOS

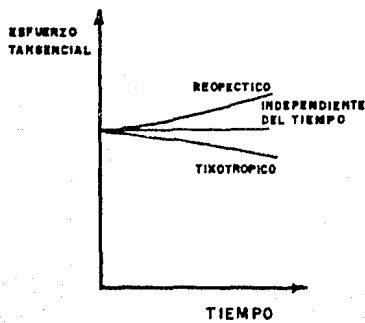
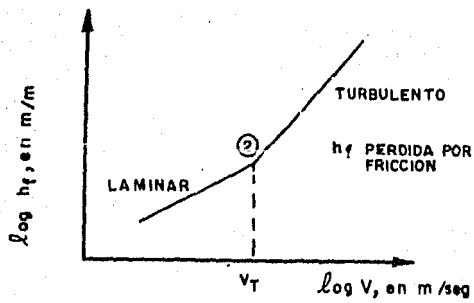


Fig.3.1b COMPORTAMIENTO DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS



**Fig.3.2 PERDIDA DE FRICCION CONTRA VELOCIDAD DEL FLUJO PARA UNA MEZCLA HOMOGENEA, SEGUN WASP ET AL (1977)**

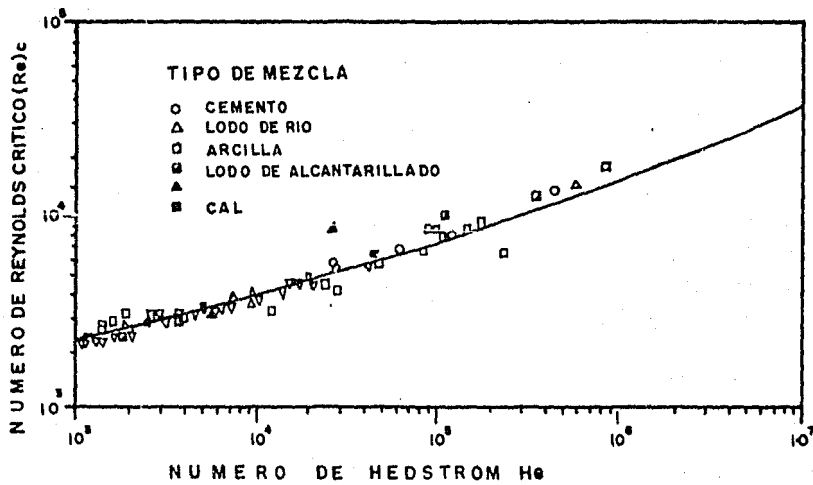
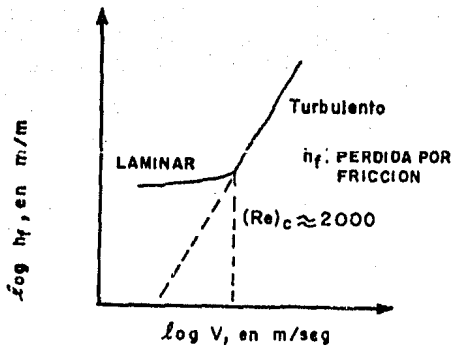


Fig 3.3 RELACION ENTRE EL  $(Re)_c$  Y  $He$  PARA UN FLUIDO DE BINGHAM, SEGUN HANKS Y PRATTS (1967)



**Fig,3.4 RELACION ENTRE LA PERDIDA DE CARGA Y LA VELOCIDAD DEL FLUJO PARA UN LODO, SEGUN DURAND (1953)**



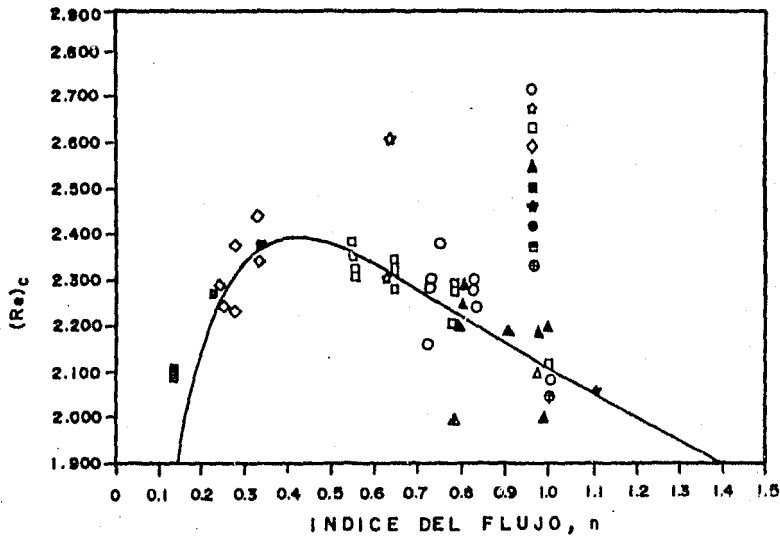


Fig. 3.5 COMPARACION ENTRE EL  $(Re)_c$  CALCULADO Y EL VALOR DE  $n$ , SEGUN HANKS Y PRATT (1967)

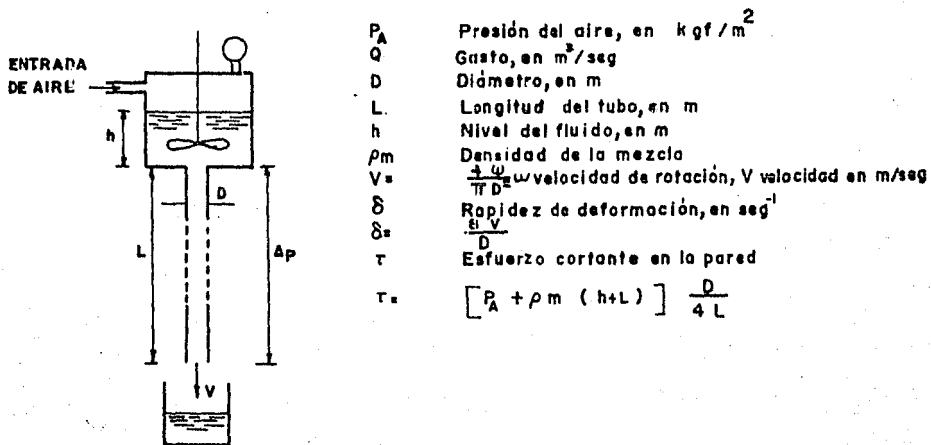


Fig. 3.6 VISCOSIMETRO CAPILAR, SEGUN BAIN (1970)

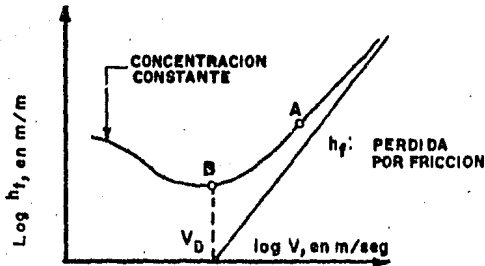


Fig.4.1a PERDIDA DE FRICCION CONTRA VELOCIDAD DEL FLUJO PARA UNA MEZCLA HETEROGENIA, SEGUN WASP ET AL (1977)

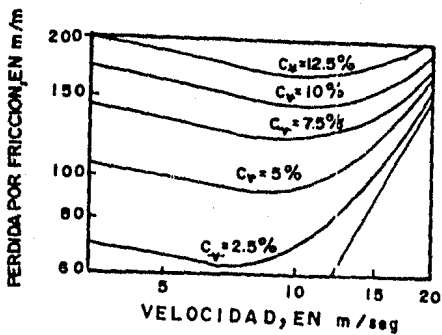


Fig.4.1b PERDIDA DE FRICCION CONTRA VELOCIDAD DEL FLUJO PARA UNA ARENA GRUESA, SEGUN ZANDI (1971)

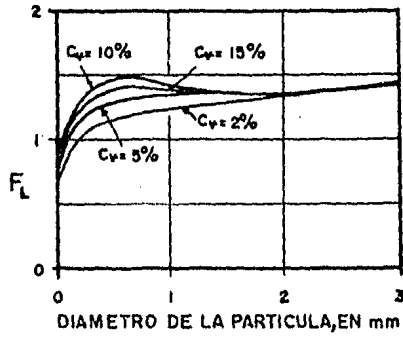


Fig.4.2 VARIACION DEL PARAMETRO  $F_L$  EN FUNCION DEL DIAMETRO DE LA PARTICULA, SEGUN DURAND (1952)

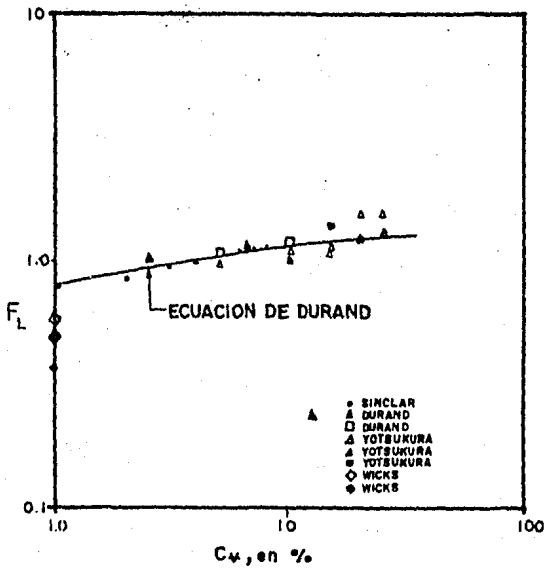


Fig 4.3 CORRELACION DE LA VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO PARA SUSPENSIONES DE ARENA, SEGUN WASP ET AL (1970)

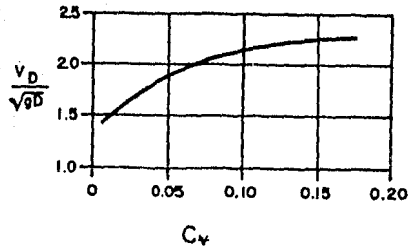


Fig.4.4 VELOCIDAD CRITICA DE DEPOSITO PARA ARENAS GRADUADAS Y MEZCLAS DE DIFERENTE TAMAÑO MAYOR DE 0.44 mm, SEGUN CONDOLIOS Y CHAPUS ( JULIO 1963)

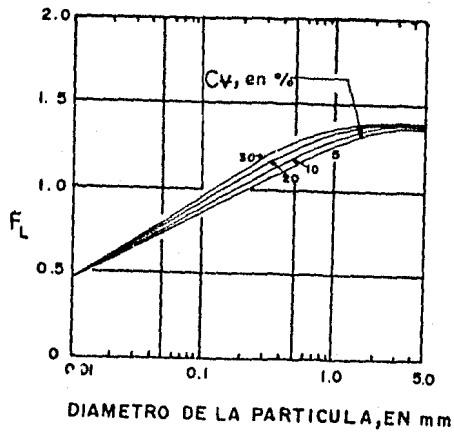


Fig.4.5 CORRELACION ENTRE EL NUMERO DE FROUDE DEL ESCURRIMIENTO Y EL DIAMETRO DE LA PARTICULA, SEGUN Mc ELEVAIN Y CAVE (1972)

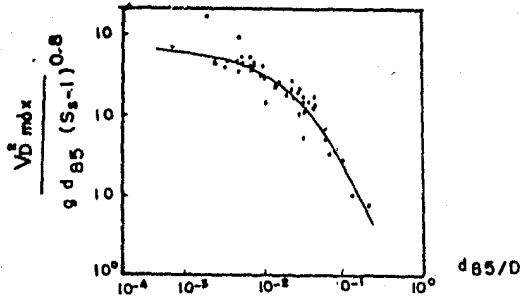


Fig.4.6 CORRELACION PROPUESTA PARA LA VELOCIDAD LIMITE DE DEPOSITO, SEGUN SINCLAIR (1962)

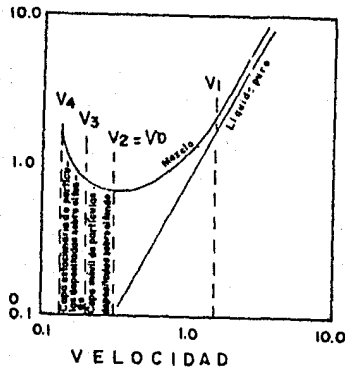


Fig.4.7 REPRESENTACION ESQUEMATICA DE LAS CURVAS VELOCIDAD-GRADIENTE DE PRESION

A P E N D I C E

## APENDICE

A	PROPIEDADES FISICAS	A1
	A.1 Propiedades físicas de las partículas	A1
	A.2 Propiedades físicas de las mezclas	A8

## A. PROPIEDADES FISICAS

Cuando se trabaja con mezclas, no es fácil saber si el escurrimiento está en régimen laminar, turbulento o en transición ya que las propiedades tanto del fluido como de las partículas sólidas están superpuestas; por ello, es importante conocer cuales serán las propiedades particulares de la mezcla. Adicionalmente, en el diseño de la tubería hay que tomar en cuenta si la mezcla se va a comportar como un "fluido" único o no, es decir sí, por ejemplo se tienen partículas finas de caliza se considera que se tiene un medio continuo, sin embargo esto último no siempre ocurre en todas las mezclas; por el contrario hay que utilizar las propiedades individuales de los componentes que forman la mezcla.

En este apéndice se describen las propiedades individuales de las partículas sólidas y las que se tienen cuando se mezclan con algún fluido, así mismo para esta última condición se indican las correspondientes ecuaciones que permiten calcularlas.



## A.1 Propiedades físicas de las partículas sólidas

El arrastre, transporte y depósito de las partículas sólidas por una corriente, no depende únicamente de las características del flujo sino también de las propiedades físicas del sedimento.

Las propiedades más importantes de la partícula o grano es su tamaño y en la mayor parte de estudios se utiliza un diámetro promedio para describir a todo el sedimento, lo cual solo da resultados aceptables si la forma, densidad y distribución de tamaños de las partículas no muestra diferencias notables entre ellos.

A continuación se definen en forma breve las propiedades de una partícula sólida y si se desea tener una descripción más detallada se pueden consultar el Manual de Diseño de Obras Civiles (cap A.2.11) y el cap II, sección B, del libro de Vanoni (1975).

### A.1.1 Peso específico

El peso específico de una partícula es la relación entre su peso y volumen, se expresa en  $\text{kgf/m}^3$ , y se designa con  $\gamma_s$ . Su valor depende del tipo de material que se vaya a utilizar, en la tabla A.1 para algunos materiales se indica su valor.

### A.1.2 Masa específica o densidad

Es la relación entre la masa de la partícula y su volumen, se expresa en  $\text{kgfseg}^2/\text{m}^4$ , y se designa con  $\rho_s$ .

### A.1.3 Densidad relativa de sólidos

Es la relación entre el peso específico o masa específica de la partícula sólida y el peso específico o masa específica del agua a  $4^\circ\text{C}$ , y se designa con  $S_s$ .

$$S_s = \frac{\gamma_s}{\gamma} = \frac{\rho_s}{\rho} \quad (\text{A.1a})$$

#### A.1.4 Forma

La forma de la partícula tiene influencia sobre la fuerza de arrastre necesaria para provocar su movimiento dentro de la tubería. Se han realizado investigaciones, ver refs 1 y 2, muy extensivas sobre el efecto de la forma de las partículas en el arrastre de las mismas. Las formas geoméricamente regulares como son, por ejemplo, las esferas han sido estudiadas análitica y experimentalmente, mientras que las de forma irregular que son las de mayor interés en el diseño de tuberías para mezclas, sólo han sido estudiadas experimentalmente.

El efecto de la forma irregular de las partículas se ha determinado experimentalmente utilizando un factor de forma, que se designa como SF., cuyo valor sugerido por McNown (refs 1 y 2) se define como:

$$SF = \frac{c}{ab} \quad (\text{A.1b})$$

donde a, b, c, son tres longitudes de la partícula, medidas en tres direcciones perpendiculares, haciendo coincidir una de ellas con su máxima longitud, y de ello se define que a es la máxima longitud, c la mínima y b la dimensión perpendicular a las otras dos.

Las principales conclusiones de los estudios sobre la forma de las partículas se resumen en una gráfica en donde se relacionan el coeficiente de arrastre contra el número de Reynolds para partículas con distintos factores de forma, ver fig A.1.

El número de Reynolds de la partícula, en la fig A.1 es obtenido usando el diámetro nominal de la misma (el diámetro nominal es igual al diámetro de una esfera que tiene el mismo vo-

lumen que el de una partícula dada), o sea

$$Re = \frac{wd_n}{\nu} \quad (A.2)$$

donde  $w$  es la velocidad de caída de la partícula, en m/s;  $d_n$  el diámetro nominal de la partícula, en m, y  $\nu$  la viscosidad cinemática del fluido, en  $m^2/s$ .

#### A.1.5 Tamaño

El tamaño de las partículas sólidas que son transportadas en tuberías varía desde el límite para las arenas hasta partículas coloidales. El principal efecto del tamaño de las partículas se tiene en la velocidad de caída.

#### A.1.6 Velocidad de caída

La velocidad de caída es la velocidad máxima que adquiere una partícula al caer dentro del agua, y se designa como  $w$ . La velocidad de caída se alcanza cuando el peso sumergido de la partícula se equilibra con la fuerza de empuje que el agua ejerce sobre ella.

La velocidad de caída toma en cuenta no solo el peso propio de las partículas, sino también su tamaño y forma, existiendo expresiones para determinarla cuando se trata de partículas esféricas, o por medio de una gráfica para partículas de forma irregular.

Para partículas de forma esférica la velocidad de caída se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$w = \left( \frac{4g\Delta d}{3C_D} \right)^{1/2} \quad (A.3a)$$

$$\Delta = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \quad (\text{A.3b})$$

donde  $w$  es la velocidad de caída, en m/s,  $d$  el diámetro de la partícula, en m;  $C_D$  el coeficiente de arrastre, adimensional;  $\Delta = (S_s - 1)$ , adimensional;  $\gamma_s$  el peso específico de las partículas sólidas, en  $\text{kgf/m}^3$ ;  $\gamma$  el peso específico del agua, en  $\text{kgf/m}^3$ ;  $g$  la aceleración de la gravedad, en  $\text{m/s}^2$ .

Para partículas esféricas con diámetro  $d$  y número de Reynolds ( $Re = wd/\nu$ ) menor que 0.1 la velocidad de caída está dada por la ley de Stokes

$$w = \frac{gd^2}{18\nu} (S_s - 1) \quad (\text{A.4})$$

Para partículas naturales cuyo tamaño esté comprendido entre el de limo y el de la grava, Rubey propone utilizar la siguiente expresión

$$w = F_1 \left[ g (S_s - 1) d \right]^{1/2} \quad (\text{A.5a})$$

$$F_1 = \left[ \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36\nu^2}{d^3 g (S_s - 1)}} \right] - \sqrt{\frac{36\nu^2}{d^3 g (S_s - 1)}} \quad (\text{A.5b})$$

Sin embargo como en el diseño de tuberías para transporte de sólidos generalmente las partículas son de forma irregular y además el cálculo de  $w$  y  $C_D$  debe hacerse por tanteos, para evitar esto último se recomienda calcular la velocidad de caída con ayuda de las figs A.2, A.3 y A.4. El uso de dichas figuras será explicado por medio de un ejemplo, que se desarrolla a continuación:

Determinar la velocidad de caída de una partícula de magnetita de 295 micras de diámetro transportada por una mezcla. La mezcla tiene una concentración de sólidos en volumen del 25% y -- una viscosidad de 10 centipoise. La gravedad específica de -- los sólidos es de 5.0. Supóngase que los sólidos tienen forma esférica.

### SOLUCION

Datos:

Densidad específica de los sólidos:	$\rho_s = 5.0$
Concentración de sólidos en volumen:	$C_v = 25\% = 0.25$
Viscosidad de la mezcla:	$\mu = 0.10$ poise
Diámetro de la partícula:	$d = 0.0295$ m

Cálculos preliminares:

La densidad de la mezcla de transporte se determina valuando  $\rho$  de la forma siguiente:

$$\rho = (\rho_s - 1) \cdot C_v + 1$$

$$\rho = (5.0 - 1.0) (0.25) + 1.0 = 4.0 \times 0.25 + 1.0 = 2.0$$

$$\rho = 2.0$$

La diferencia de densidad se obtiene mediante:

$$\Delta\rho = \rho_s - \rho = 5.0 - 2.0 = 3.0$$

$$\Delta\rho = 3.0$$

En la figura A.2, se realiza la siguiente operación:

Para obtener el punto de pivote  $\alpha$ , se une mediante una línea recta el valor de  $\rho$  (2.0) y  $\Delta\rho$  (3.0), en la intersección de esta recta con el eje de pivote, queda determinado  $\alpha$ . En seguida -- se une con línea recta el punto  $\alpha$  con el valor de la viscosidad  $\mu$  (0.10 poise) en la intersección de esta recta con el eje de la constante A se ve el valor de ésta, el cual para el ejem

plo es A igual a 0.125

En la figura A.3 se determina  $\alpha_2$ , uniendo  $\Delta\rho(3.0)$  y  $\mu(0.10$  poise) mediante una recta en la intersección con el eje de pivote. Uniendo ese punto  $\alpha_2$  con la densidad del fluido  $\rho(2.0)$  con otra línea recta al cortar el eje de los valores de la --- constante B esta queda definida, el valor para el ejemplo es  $B = 0.41$ .

Con estos valores se calcula la relación d/A

$$\frac{d}{A} = \frac{0.0295}{0.125} = 0.236$$

Con este valor de d/A se lleva a la gráfica de la figura A.4, al referirlo a la curva nos da el valor para la relación w/B -- donde w tiene unidades de cm/seg. w/B para el ejemplo vale -- 2.95. De esta relación se obtiene w (velocidad de caída de la partícula).

$$\frac{w}{B} = 2.95 = \frac{w}{0.41}$$

$$w = 2.95 \times 0.41 = 1.21 \text{ cm/seg}$$

$$w = 0.0121 \text{ m/seg}$$

#### A.1.7 Coeficiente de arrastre

La fuerza de arrastre es la componente de la fuerza ejercida - en la dirección del flujo sobre la partícula por el fluido en movimiento. El arrastre al que es sometido una partícula es - una cantidad difícil de determinar y que depende de factores -

que no son fáciles de analizar, como son, por ejemplo, el comportamiento de la capa límite que se forma cerca de la superficie de la partícula, por ello para su cálculo es necesario utilizar resultados de estudios experimentales. De acuerdo a dichos estudios (refs 1 y 2) la fuerza de arrastre se calcula -- por medio de la siguiente expresión:

$$F_D = C_D A_p \frac{\rho V_s}{2} \quad (A.6)$$

donde  $F_D$  es la fuerza de arrastre, en kgf;  $A_p$  el área de la partícula proyectada normalmente a la dirección del flujo, en  $m^2$ ;  $\rho$  la densidad del fluido, en  $kgfseg^2/m^4$ ;  $V_s$  la velocidad del flujo, en m/s.

El valor del coeficiente de arrastre varía de acuerdo a la forma de las partículas y de estudios experimentales se han obtenido relaciones entre este coeficiente y el número de Reynolds; los resultados obtenidos se han presentado, generalmente, en forma gráfica. En la fig A.5 se presenta una relación entre  $C_D$  y  $Re$  para partículas esféricas y en la fig A.1 para partículas que tienen factores de forma diferente. El número de Reynolds queda definido por  $Re = wd/v$ .

Como se ve en el capítulo 4 al describir el cálculo de la velocidad de depósito que produce un flujo heterogéneo se necesita conocer el valor de  $C_D$  para valuarla, por ello se agregó esta breve descripción acerca de él y la manera de calcularlo.

## A.2 Propiedades físicas de las mezclas

### A.2.1 Concentración

La concentración de una mezcla es la cantidad de partículas contenidas dentro del fluido, se puede expresar en volumen,  $C_V$  o en peso,  $C_W$ ; esta última es más fácil de obtener. Ambas se

pueden expresar en  $\text{kgf/m}^3$  o en  $\text{kgf/l}$ , y están definidas por las siguientes ecuaciones

$$C_V = \frac{\text{volumen de las partículas sólidas}}{\text{volumen de la mezcla}} \quad (\text{A.7a})$$

$$C_W = \frac{\text{peso de las partículas sólidas}}{\text{peso de la mezcla}} \quad (\text{A.7b})$$

Otra forma de indicar la concentración es en partes por millón (ppm) que también se puede expresar en peso o en volumen y ambas se definen como

En peso

$$1 \text{ ppm} = \frac{1 \text{ miligramo}}{1 \text{ litro}} = \frac{1 \text{ grf}}{1 \text{ m}^3} = 10^{-3} \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \quad (\text{A.7c})$$

En volumen

$$1 \text{ ppm} = \frac{1 \text{ mililitro}}{1 \text{ m}^3} \quad (\text{A.7d})$$

Para determinar la concentración en peso es necesario separar el material sólido de la mezcla y pesarlo, por lo que se tendrá que filtrar o decantar, y no evaporar al líquido ya que en este caso en los sólidos quedarían también las sales disueltas en el fluido.

También  $C_V$  se define como

$$C_V = \frac{Q_s}{Q + Q_s} \quad (\text{A.7e})$$



donde  $Q$  y  $Q_s$  son los gastos de la mezcla y el de sólidos, respectivamente.

### A.2.2 Peso específico de la mezcla

El peso específico de la mezcla  $\gamma_m$ , se puede obtener relacionando los pesos específicos de la mezcla, del fluido utilizado en el transporte y de las partículas; queda definido por

$$\gamma_m V_m = \gamma_a V_a + \gamma_s V_s \quad (\text{A.8a})$$

donde  $\gamma$  es el peso específico y  $V$  el volumen. Los subíndices  $m$ ,  $a$  y  $s$ , indican lo correspondiente a la mezcla, fluido y --- partículas sólidas, respectivamente.

De la relación anterior y considerando que  $V_a = V_m - V_s$ , se tiene que

$$\gamma_m = \gamma_a + \frac{V_s}{V_m} (\gamma_s - \gamma_m) \quad (\text{A.8b})$$

como la concentración de la mezcla, expresada en peso, se define como

$$C_W = \frac{\gamma_s}{\gamma_a} \frac{V_s}{V_m} \quad (\text{A.8c})$$

Finalmente la relación para determinar el peso específico de la mezcla se expresa como

$$\gamma_m = \gamma_a + \gamma_a C_W - \frac{\gamma_a^2 C_W}{\gamma_s} \quad (\text{A.9})$$

### A.2.3 Densidad de la mezcla

Aunque la densidad de la mezcla puede ser medida directamente por técnicas convencionales, en éstas se necesita tener cuidado que al estar midiendo las partículas sólidas de la mezcla - estén distribuidas uniformemente y con ello poder obtener un valor más real de la densidad.

En la práctica se recomienda obtener la densidad de la mezcla, con base en las densidades propias de cada uno de sus componentes y para una determinada concentración, por medio de la siguiente ecuación

$$\rho_m = \frac{100}{\frac{C_W}{\rho_s} + \frac{100 - C_W}{\rho_a}} \quad (\text{A.10a})$$

donde  $\rho_m$  es densidad de la mezcla, en  $\text{kgfseg}^2/\text{m}^4$ ;  $C_W$  concentración de sólidos, expresada en peso y por ciento;  $\rho_s$  densidad de sólidos, en  $\text{kgfseg}^2/\text{m}^4$ ;  $\rho_a$  densidad del fluido, en  $\text{kgfseg}^2/\text{m}^4$ .

Considerando la ec A.10a se obtiene que

$$C_V = \frac{C_W \rho_m}{\rho_s} \quad (\text{A.10b})$$

$$C_W = \frac{C_V \rho_s}{\rho_m} \quad (\text{A.10c})$$

### A.2.4 Viscosidad de la mezcla

Dada la naturaleza compleja de una mezcla es difícil definir - el concepto de viscosidad de la misma. Sin embargo, no es difícil comprender que la presencia de partículas en un fluido -

incrementa la resistencia de éste a fluir, es decir su viscosidad.

Hasta ahora sólo se ha estudiado la viscosidad de mezclas que contienen partículas esféricas uniformes, y que además generalmente presentan características newtonianas (el esfuerzo cortante es proporcional al gradiente transversal de velocidades), este tipo de mezclas es poco común en la práctica, pero su estudio es de importancia dado que el valor de su viscosidad representa el valor mínimo de la viscosidad de mezclas con características no-newtonianas, que son comunes encontrarse en la práctica.

Para mezclas con partículas esféricas muy diluidas, y con concentraciones menores de 1 %, expresadas en volumen, Einstein (ref 3) propuso la siguiente expresión para obtener la viscosidad dinámica de la mezcla.

$$\mu_m = \mu_a (1 + 2.5 C_V) \quad (\text{A.11})$$

donde  $\mu_m$  es la viscosidad dinámica de la mezcla y  $\mu_a$  la viscosidad dinámica del fluido a la misma temperatura de la mezcla,

Para concentraciones mayores, Ward (ref 4) propuso una relación similar a la anterior, dada como:

$$\mu_m = \mu_a (1 + 4.5 C_V) \quad (\text{A.12})$$

Del análisis de una gran cantidad de datos Thomas (ref 5) sugirió la siguiente expresión para determinar la viscosidad de la mezcla

$$\frac{\mu_m}{\mu_a} = 1 + 2.5 C_V + 10.05 C_V^2 + 0.00273 e^{16.6 C_V} \quad (\text{A.13})$$

Esta última expresión es la más utilizada para obtener la viscosidad de las mezclas en la solución de problemas reales. Si se desea un valor grueso de la  $\mu_m$  y las partículas son esferas (ref 6), se puede utilizar

$$\mu_m = \mu_a \frac{10^{1.82(1-C_V)}}{C_V} \quad (\text{A.14})$$

### A.3 Referencias

1. McNown, J.S. and Malaika, J., "Effects of particle shape - on settling velocity at low Reynolds numbers", Transactions American Geophysical Union, vol 31, 1950.
2. McNown, J.S. Malaika, J. and Pramanik, H., "Particle shape and settling velocity", Proceedings IAHR, 4th Meeting, - - Bombay, India, 1951.
3. Wasp, E.J., et al, "Solid-liquid flow slurry pipeline - - Transportation", Trans Tech Publications, San Francisco, California, 1976.
4. Ward, S.G., "Properties of well-defined suspensions of --- solids in liquids", Journal of Oil and Colour Chemists' Association, vol 38 No. 9, 1955.
5. Thomas, D. G., "Transport characteristics of suspensions: Part VIII. A note on the viscosity of newtonian suspen-- sions of uniform spherical particles", Journal Colloid -- Sciences, vol 20, pag 267, 1965.

6. Streeter, V. (editor), "Handbook of Fluid Dynamics", --  
Mc Graw Hill, Section 17: Two-phase flow, pag 17-32, New  
York, 1961.
7. Vanoni, V.A. (editor), "Sedimentation Engineering", Ame--  
rican Society of Civil Engineers, New York 1975.
8. Maza, J.A. et al, "Hidráulica Fluvial", fascículo A.2.11,  
Manual de Diseño de Obras Civiles, Comisión Federal de - -  
Electricidad, México 1982.

TABLA A.1 CARACTERISTICAS DE DIFERENTES MATERIALES, SEGUN KELLY Y SPOTTISWOOD (1982)

Material	Clase *	Peso específico, $\gamma_s$ , en kgf/m <sup>3</sup>
Cenizas de carbón seco	D46T 40°	560.7 a 640.8
Cenizas de carbón húmedo	C46T 50°	720.9 a 801.0
Astillas de hierro fundido o colado	C46	2082.6 a 3204.0
Cemento Portland	A26M 39°	1505.9
Carbón vegetal o de madera	D36Q 35°	288.4 a 400.5
Carbón bituminoso apagado	C45T 40°	688.9 a 801.0
Carbón bituminoso directo de la mina	D35T 38°	720.9 a 881.1
Mineral de cobre	D27	1922.4 a 2403.0
Tierra, arcilla, seca	B36 35°	1041.5
Grava, cantos rodados	D36 30°	1441.8 a 1602.0
Mineral de hierro	D36 35°	1602.0 a 3204.0
Caliza o piedra calcárea, triturada	C26X 38°	1361.7 a 1441.8
Roca fosfórica	D26 25°	1201.5 a 1361.7
Arena saturada	B27	1762.2 a 2082.6
Piedra triturada	D36V	1361.7 a 1441.8
Astillas de madera	E45WY	160.2 a 480.6

## \* Características del tamaño

- A muy fino, pasa la malla 100  
 B fino, inferior a 1/8"  
 C granular, entre 1/8" y 1/2"  
 D terrones, mayor de 1/2"  
 E irregular, en hebras, trabados, unidas en forma enmarañada

## Características del flujo

- 2 escurrimiento libre o rápido  
 3 escurrimiento medio  
 4 escurrimiento lento

## Características abrasivas

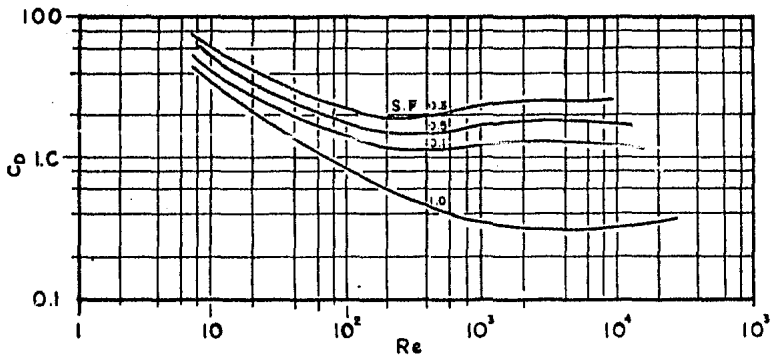
- 5 no abrasivo  
 6 abrasivo  
 7 muy abrasivo

## Diferentes características

- N contiene polvo explosivo  
 Q degradable  
 S altamente corrosivo  
 T poco corrosivo  
 U higroscópico  
 V trabados, enmarañados  
 W petróleo o sustancias químicas que pueden afectar - los productos de goma  
 X paquetes bajo presión  
 Y muy ligero y fofo, puede ser levantado por el viento  
 Z temperatura elevada

Ejemplo: piedra calcárea o caliza, triturada C26X 38°

- C granular entre 1/8" y 1/2"  
 2 escurre libremente  
 6 abrasiva  
 X paquetes bajo presión  
 38° ángulo de reposo



**Fig. A.1** COEFICIENTE DE ARRASTRE CONTRA EL  $Re$  PARA DIFERENTES FACTORES DE FORMA, SEGUN WASP ET AL (1977)

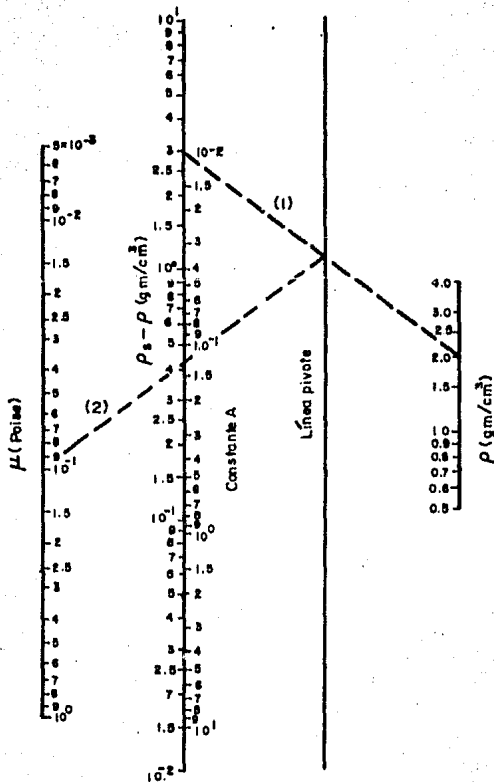


Fig.A.2 SOLUCION GRAFICADE LA CONSTANTE,SEGUN WASP ET AL (1977)



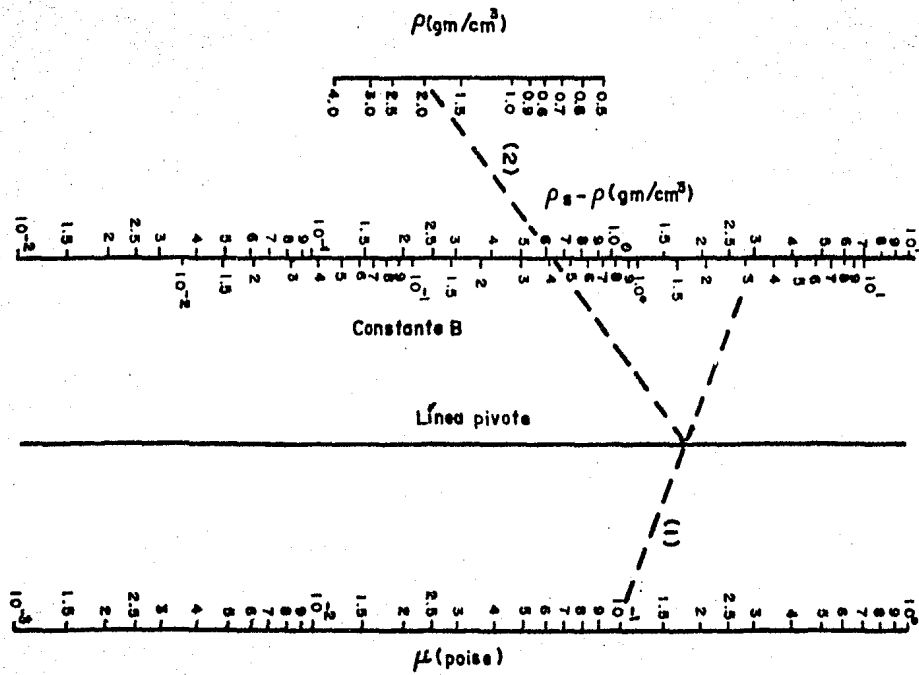


Fig.A.3 SOLUCION GRAFICA DE LA CONSTANTE B, SEGUN WASPET AL (1977)

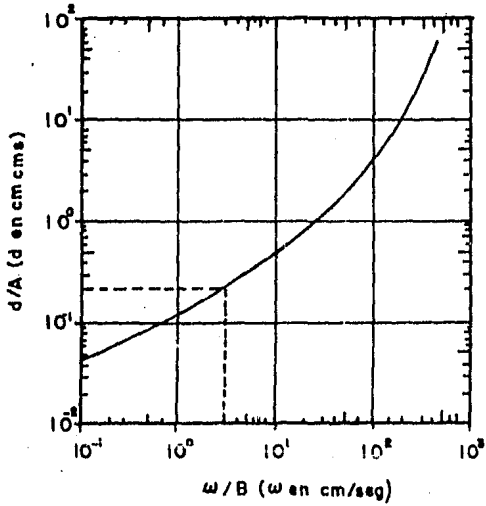


Fig.A.4 SOLUCION GRAFICA DE LA VELOCIDAD DE CAIDA,SEGUN WASP ET AL (1977)

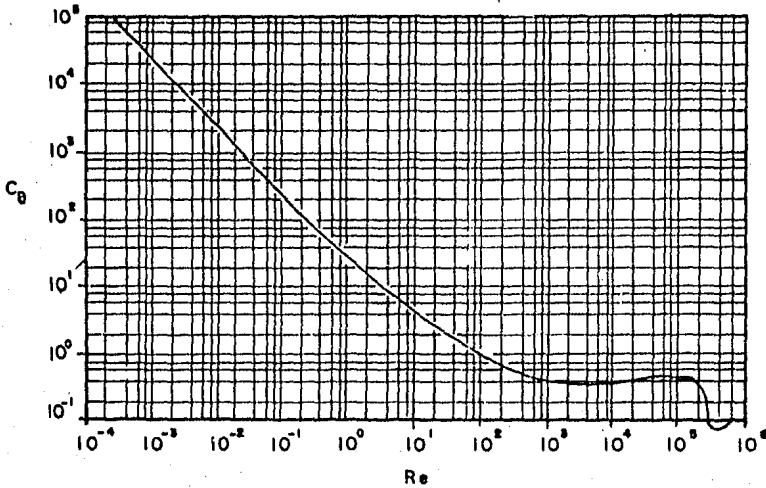


Fig.A.5 COEFICIENTE DE ARRASTRE CONTRA EL  $Re$  PARA PARTICULAS ESFERICAS,SEGUN WASP ET AL (1977)

## AGRADECIMIENTOS

A mi amigo Víctor Franco por la dedicación y estímulo que me brindó para la realización de este trabajo.