

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERIA



"LA CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE  
EN SONDEOS ELECTROMAGNETICOS"

T E S I S

Que para obtener el Título de

INGENIERO GEOFISICO

P r e s e n t a

JUAN MELQUIADES PEÑA COELLO



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# I N D I C E

INTRODUCCION	....	1
I TEORIA DEL SONDEO ELECTROMAGNETICO.		
1.1 Generalidades.	....	3
1.2 Ecuaciones de Maxwell.	....	7
1.3 Ecuaciones de Laplace.	...	11
1.4 Potenciales Electromagnéticos y Ecuaciones de Onda.	...	12
1.5 Vector de Hertz.	...	16
1.6 Campos Armónicos con el Tiempo.	...	18
1.7 Campo de un Dipolo Oscilante	...	21
1.8 Condiciones de Frontera.	...	25
1.9 Solución de un Dipolo Magnético Oscilante en un medio Estratificado.	...	27
1.10 Programa para el Cálculo de los Campos Magnéticos en un medio Estratificado.	...	35
II EL CONCEPTO DE RESISTIVIDAD APARENTE.		
II.1 Curva de Respuesta, Impedancia Contra Perfodo.	...	42
II.2 Interpretación de Curvas de Campo por el Método de Verma.	...	44
II.3 Definición de Resistividad Aparente.	...	48
II.4 Construcción de las Curvas de Resistividad Aparente, para una Tierra Estratificada.	...	51
III APLICACIONES.		
III.1 Ejemplos de Dos Capas.	...	54
III.2 Ejemplos de Tres Capas.	...	55

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES. ... 56**

**BIBLIOGRAFIA. ... 57**

## I N T R O D U C C I O N .

A través del tiempo, los métodos de prospección geofísica han ido evolucionando dando como resultado mayores éxitos y - en ocasiones abatiendo costos de operación; estos métodos estudian las diferentes propiedades físicas de las rocas: elasticidad, densidad, susceptibilidad magnética, radioactividad y resistividad, que son aprovechadas por los métodos: sísmológico, gravimétrico, magnetométrico, radiométrico y eléctrico respectivamente.

En el método de prospección eléctrica existe una diversidad de técnicas, en relación con los otros métodos geofísicos hasta ahora estudiados; estos utilizan corrientes en forma artificial o natural, hay unos que emplean corriente continua, es decir, constantes en el tiempo, estos son los llamados métodos de corriente directa y otros usan las corrientes variables en el tiempo, bien sinusoidales (alternas), bien discontinuas (impulsos) denominados métodos de corriente alterna.

El empleo de éste último, abre enormes posibilidades en la prospección eléctrica.

a).-La aplicación de la corriente al terreno por medio de -- procedimientos galvánicos, o sea inserciones de electrodos

en el suelo, es sustituido por procedimientos inductivos, utilizando antenas o bobinas que induzcan corrientes variables en el subsuelo.

b).-Podemos medir el campo eléctrico (E) y además el campo magnético (H) por medio de bobinas receptoras.

c).-Podemos efectuar investigaciones comparando varias frecuencias o impulsos, sin tener que mover el arreglo en la medición.

d).-Las observaciones de la permitividad ( $\epsilon$ ) y de la permeabilidad magnética ( $\mu$ ) hacen que nuestras observaciones sean más ricas.

Como era de esperarse, estas posibilidades que presentan los métodos de corriente alterna traen como contrapartida, una mayor complejidad en la parte instrumental y teórica que los de corriente continua.

En el presente trabajo se expone el método de sondeo electromagnético (SEM) que pertenece a la clase de los métodos de corriente alterna.

## I TEORIA DEL SONDEO ELECTROMAGNETICO.

### I.1 GENERALIDADES.

Hasta hace poco, los métodos de SEM no habfan sido tan usados como los de resistividad de corriente directa, o los sondeos magnetotelúricos.

En este método de inducción electromagnética, la tierra es excitada, o sea el campo primario es producido por una corriente alterna, a través de un cable lineal, un circuito grande o una pequeña bobina (dipolo). En este trabajo utilizaremos las bobinas, ya que son las más apropiadas para llevar a efecto los SEM, por lo tanto se debe disponer de un circuito de emisión, que cree el campo primario y de un circuito de recepción que mida el secundario o total; si la separación del circuito fuente y el circuito receptor es más de cinco veces el diámetro de estos circuitos, ambos pueden ser tratados matemáticamente como un dipolo.

El sistema transmisor-receptor puede ser orientado uno con respecto al otro, estos arreglos son comunmente utilizados en la prospección electromagnética y son aplicables en los sondeos a profundidad; naturalmente existe una variedad infinita de orientaciones mutuas posibles entre ambas bobinas pero no todas son aplicables a la práctica, aquí consideraremos las de uso más común.

I.- Bobinas Coplanares Horizontales.

II.- Bobinas Ortogonales.

III.- Bobinas Coplanares Verticales.

IV.- Bobinas Coaxiales Verticales.

V.- Elemento de Cable Lineal.

La separación entre el transmisor y el receptor puede ser modificando la distancia entre estos o desplazandolos conjuntamente por una distancia fija; al primero se le llama sondeo geométrico y al segundo sondeo paramétrico respectivamente. Las mediciones se pueden hacer sobre un amplio rango de frecuencias de 20Hz. a 20KHz..

El sondeo paramétrico comparado con el sondeo geométrico es particularmente conveniente desde un punto de vista operacional, y generalmente asegura una mejor resolución en contrastes grandes y pequeños de conductividad. Esto también reduce los cambios laterales de conductividad normalmente proporcionados por el sondeo geométrico.

Las frecuencias juegan un papel importante en la exploración electromagnética; la profundidad determinada por la frecuencia y la conductividad del cuerpo dan una idea de la penetración de la onda, por lo tanto, se escogen determinadas frecuencias para obtener la penetración deseada de la onda, al -



mismo tiempo se asegura que las corrientes inducidas creadas en el terreno seco no sean suficientemente altas para enmascarar los efectos heterogéneos más profundos; en la práctica, - la distancia entre la fuente y el receptor generalmente es una fracción de la longitud de onda del espacio libre. Esto - significa que en las regiones donde se hacen las mediciones - las relaciones son muy pequeñas y el retraso de fase despreciable, de tal manera, que los efectos de propagación pueden - ser completamente despreciables.

Así, el método de inducción electromagnética está relacionado con el campo en la zona cuasistática o casi-estacionaria.

Generalmente, podemos adoptar dos tipos de mediciones de campo con el método de inducción, como en los métodos de corriente directa, conocido como perfilado y sondeos.

El perfilado electromagnético se usa principalmente para la solución de problemas de geofísica minera y para estudiar los cambios laterales de conductividad.

Por otro lado el SEM se usa para estudiar la variación de la conductividad con la profundidad en investigaciones estratigráficas y estructurales, para detallar yacimientos en rocas resistivas, en exploración de pozos geotérmicos, en exploración de aguas subterráneas en regiones semiáridas y en -

la exploración petrolera.

La experiencia en sondeos de resistividad con corriente directa muestra que el incremento en las distancias de los - electrodos de corriente proporcionan información de altas pro - fundidades. En los métodos electromagnéticos el parámetro de respuesta es generalmente  $\omega \mu \tau R$  donde  $\omega$  es la frecuen - cia,  $\mu$  la permeabilidad magnética,  $\tau$  la conductividad y  $R$  la separación de las bobinas.

Este parámetro de respuesta, muestra claramente que pue - de ser incrementada o disminuída ya sea la frecuencia, o la - separación de bobinas. Sin embargo, el SEM no puede ser ejecu - tado variando únicamente la frecuencia, o la separación de - las bobinas; por consiguiente, tanto la frecuencia como la se - paración de bobinas necesitan estar bien combinadas para el - éxito de este método.

## 1.2 ECUACIONES DE MAXWELL.

Para poder cuantificar los campos electromagnéticos producidos por cuerpos perturbadores, se necesita comprender los principios de inducción electromagnética. Estos principios básicos son proporcionados por las ecuaciones de Maxwell.

Los vectores necesarios, para determinar los campos electromagnéticos, se presentan en la siguiente tabla; con sus nombres, dimensiones y unidades en el sistema MKS.

Tabla 1.1

SIMBOLO	NOMBRE	DIMENSIONES	UNIDAD
D	Desplazamiento o inducción eléctrica	$L^{-2} I T$	Coulomb/m <sup>2</sup>
J	Densidad de Corriente	$L^{-2} I$	Ampere/m <sup>2</sup>
E	Campo Eléctrico	$M L T^{-3} I^{-1}$	Volt/m
H	Campo Magnético	$L^{-1} I$	Ampere/m
B	Inducción Magnética	$M T^{-2} I^{-1}$	Weber/m <sup>2</sup> (tesla)
$\rho'$	Densidad de carga Eléctrica	$L^{-3} I T$	Coulomb/m <sup>3</sup>

Las ecuaciones de Maxwell son:

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (\text{Ley de Faraday}) \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} \quad (\text{Ley de Ampere}) \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{Solenooidal de } \vec{B}) \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho' \quad (\text{Ley de Coulomb}) \quad (1.4)$$

A estas cuatro ecuaciones debemos adherir la ecuación de continuidad para entender bien el comportamiento del flujo de corriente, escribimos:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho'}{\partial t} = 0 \quad (1.5)$$

que corresponde a la definición de corriente como la razón de flujo de carga indestructible.

Se puede demostrar que las ec. (1.3) y (1.4) no son independientes de las ec. (1.1) y (1.2). Si tomamos la divergencia de la ecuación (1.1) tenemos:

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{E} \equiv 0 = -\nabla \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{B} \quad (1.6)$$

Significa que la divergencia de  $\vec{B}$  es independiente del tiempo.

Pero por otro lado,  $\vec{B}$  está generalmente variando con respecto al tiempo esto es:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.7)$$

Si ahora tomamos la divergencia de la ec. (1.2):

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{H} \equiv 0 = \nabla \cdot \vec{J} + \nabla \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{D} \quad (1.8)$$

y haciendo uso de la ec. de continuidad (1.5) podemos escribir

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{D} - \rho') = 0 \quad (1.9)$$

Dado que  $\vec{D}$  y  $\rho'$  pueden estar variando con respecto al tiempo podemos escribir en general la ec. (1.4):

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho' \quad (1.10)$$

La ec. (1.4) puede generalizarse más, mostrando que en cualquier región de conductividad no despreciable, la densidad de carga buscará su equilibrio en un tiempo muy corto. Esto significa que no hay acumulación de carga en el medio durante el flujo de corriente, por lo que:

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (1.11)$$

y de la ec. (1.8):

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (1.12)$$

A esto debemos añadir la relación:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{Ley de Ohm}) \quad (1.13)$$

y dos relaciones empíricas:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1.14)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (1.15)$$

válidas para un medio continuo isotrópico. Para el vacío, estas relaciones son:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (1.16)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (1.17)$$

y como se sabe  $\mu$  y  $\epsilon$  en el vacío toman los siguientes valores

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \quad \text{Henry/m.} \quad \text{M L T}^{-2} \text{I}^{-2}$$

que es la permeabilidad magnética, y

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \quad \text{Farad/m.} \quad \text{M}^{-1} \text{L}^{-3} \text{T}^4 \text{I}^2$$

que es la constante dieléctrica.

### 1.3 ECUACION DE LAPLACE.

La ecuación de Laplace puede ser concebida como un caso especial o como una consecuencia directa de las ecuaciones de Maxwell (1.1) y (1.2):

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (1.18)$$

dado para un caso estático o estacionario  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$  se reduce a:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (1.19)$$

La ecuación (1.19) significa que la línea integral de la intensidad del campo eléctrico  $\vec{E}$  alrededor de cualquier trayectoria cerrada es cero y por lo tanto el campo es conservativo una condición necesaria y suficiente para la existencia de un potencial escalar ( $V$ ) cuyo gradiente es  $\vec{E}$ :

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (1.20)$$

de la ec. (1.4) tenemos:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho'}{\epsilon} \quad (1.21)$$

$$\nabla \cdot \nabla V \equiv \nabla^2 V = -\frac{\rho'}{\epsilon} \quad (\text{Ecuación de Poisson}) \quad (1.22)$$

en puntos libres de carga ( $\rho' = 0$ ) obtenemos:

$$\nabla^2 V \quad (\text{Ecuación de Laplace}) \quad (1.23)$$

En coordenadas ortogonales curvilíneas tenemos:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial \mu_1} \left( \frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial V}{\partial \mu_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \mu_2} \left( \frac{h_1 h_3}{h_2} \frac{\partial V}{\partial \mu_2} \right) + \frac{\partial}{\partial \mu_3} \left( \frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial V}{\partial \mu_3} \right) \right] \quad (1.24)$$

#### 1.4 POTENCIALES ELECTROMAGNETICOS Y ECUACIONES DE ONDA.

Las ecuaciones de Maxwell, en un medio homogéneo isitrópico se reducen a la forma:

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (1.25)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \vec{J} = 0 \quad (1.26)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.27)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1.28)$$

Es conveniente resolver un problema en teoría electromagnética en términos de las funciones de potencial de las cuales -- los campos pueden ser derivados por diferenciación. La ec. -- (1.3) muestra que el vector  $\vec{B}$  es solenoidal y puede por lo mismo ser expresado en términos del rotacional de un vector arbitrario  $\vec{A}$  como:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1.29)$$

sustituyendo (1.29) en (1.1), obtenemos:

$$\nabla \times \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.30)$$

se observa de la ec. (1.30) que el vector  $(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t})$  es irrotacional y por lo tanto puede ser derivado de una función escalar arbitraria  $\phi$  la cual:

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla \phi \quad (1.31)$$

$$\vec{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (1.32)$$



Las funciones  $\vec{A}$  y  $\phi$  son conocidas respectivamente como potenciales vectoriales y escalar del campo. Sustituyendo (1.32)

en (1.2) tenemos:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} + \mu \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla \phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \mu \nabla \left( \nabla \phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.33)$$

o

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} + \mu \epsilon \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \mu \nabla \nabla \phi + \mu \nabla \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad (1.34)$$

usando el vector identidad:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla \nabla \cdot \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} \quad (1.35)$$

y la condición de Lorentz:

$$\nabla \cdot \vec{A} + \mu \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \nabla \phi = 0 \quad (1.36)$$

obtenemos:

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \mu \nabla \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad (1.37)$$

sustituyendo  $\vec{E}$  de la ec. (1.32) en la ec. (1.4) tenemos:

$$\nabla \cdot \left( \nabla \phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.38)$$

o

$$\nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad (1.39)$$

Diferenciando la ec. (1.36) con respecto a  $t$  y usando la ec.

(1.39) tenemos:

$$\nabla^2 \phi - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \mu \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (1.40)$$

las ecs. (1.37) y (1.40) nos dan:

$$\nabla^2 \vec{A} = \mu \nabla \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \quad (1.41)$$

y

$$\nabla^2 \phi = \mu \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (1.42)$$

La condición de Lorentz (1.36) es la única condición impuesta en la elección de funciones arbitrarias  $\phi$  y  $\vec{A}$ . Esto significa que dicha condición propone una simetría entre el potencial escalar y el vectorial, lo que da que ambos potenciales satisfagan la misma ecuación de onda.

Se puede demostrar que  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}$  y  $\vec{J}$  obedecen las ecuaciones de onda (1.41) y (1.42) en un medio homogéneo isotrópico. Tomando el rotacional de la ec. (1.2), obtenemos:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \mu \left[ \nabla \nabla \times \vec{E} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{E} \right] \quad (1.43)$$

$$\nabla \nabla \cdot \vec{B} - \nabla^2 \vec{B} = - \left[ \mu \nabla \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \right] \quad (1.44)$$

como  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$  de la ecuación (1.3):

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu \nabla \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (1.45)$$

De manera similar, tomando el rotacional de la ec. (1.1):

$$\nabla \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{B} \quad (1.46)$$

de la ec. (1.44) y dado que  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ , la ecuación anterior puede ser escrita como:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \nabla \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1.47)$$

y dado que  $\vec{J} = \nabla \times \vec{E}$ , tenemos:

$$\nabla^2 \vec{J} = \mu \nabla \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{J}}{\partial t^2} \quad (1.48)$$

Las ecs. (1.45), (1.47) y (1.48) muestran que  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}$  y  $\vec{J}$  satisfacen ecuaciones de onda similares a las que obedecen las funciones  $\vec{A}$  y  $\phi$  vistas en las ecs. (1.41) y (1.42).

La solución de estas ecuaciones de onda sujetas a condiciones de frontera apropiadas, forman el problema fundamental en aplicaciones geofísicas de la teoría electromagnética. La ecuación de onda puede ser resuelta en términos de sus respectivos campos vectoriales, pero a veces, introduciendo un solo vector potencial conduce a una rápida solución.

## 1.5 VECTOR DE HERTZ.

A menudo en teoría electromagnética se encuentran ecuaciones extensas y que, por lo general están compuestas por términos que parecen ser iguales. A simple vista, una de estas extensas ecuaciones revela poco sobre la naturaleza física de la ecuación y aún puede ser que se le menosprecie. La importancia del vector de Hertz, estriba en que sirve para sintetizar estas ecuaciones que son incómodas de manejarlas, ya que es posible definir un campo magnético en términos de una sola función vectorial denominada vector de Hertz, que suele representarse por la letra  $\vec{\Pi}$ . Para éste propósito escribimos:

$$\vec{A} = \mu \nabla \vec{\Pi} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t} \quad (1.49)$$

La ecuación (1.49) satisface la condición complementaria de Lorentz (ec.1.36)

si

$$\phi = -\nabla \cdot \vec{\Pi} \quad (1.50)$$

sustituyendo los valores del vector A y a partir de las ecs

(1.49) y (1.50) en la ec.(1.32) para el vector E obtenemos:

$$\vec{E} = \nabla \nabla \cdot \vec{\Pi} - \mu \nabla \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{\Pi}}{\partial t^2} \quad (1.51)$$

$$\vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{\Pi} + \nabla^2 \vec{\Pi} - \mu \nabla \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{\Pi}}{\partial t^2} \quad (1.52)$$

ahora si ponemos:

$$\nabla^2 \vec{\Pi} = \mu \nabla \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{\Pi}}{\partial t^2} \quad (1.53)$$

tendremos:

$$\vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{\Pi} \quad (1.54)$$

y por lo tanto:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \nabla \times \left( \mu \nabla \vec{\Pi} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial t} \right) \quad (1.55)$$

## 1.6 CAMPOS ARMONICOS CON EL TIEMPO.

Con el análisis, por el método de Fourier se puede ver que los campos transitorios y los campos variables con el tiempo, son una superposición de alguna función armónica o de diferentes frecuencias.

Sea la función tiempo armónica ó senosoidal del tipo:

$$A = A_0 [\cos \omega t + i \operatorname{sen} \omega t] \quad (1.56)$$

donde  $A_0$  es la amplitud,  $\omega$  es la frecuencia angular ( $\omega = 2\pi f$ ) y  $\omega t$  es la fase. Si tomamos  $t=0$ , la fase inicial es cero. La ec. (1.56) puede ser escrita:

$$A = A_0 e^{i\omega t} \quad (1.57)$$

Si de la ecuación anterior derivamos con respecto al tiempo es lo mismo que multiplicar  $A$  por  $i\omega$ . Por lo que las ecs. de Maxwell considerando campos electromagnéticos variables con el tiempo armónicamente y en un medio homogéneo isotrópico se

rán:

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega \vec{B} \quad (1.58)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + i\omega \vec{D} \quad (1.59)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1.60)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.61)$$

las relaciones  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ ,  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  y  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  no cambian, teniendo los campos en términos de los potenciales escalar y vectorial

$\phi$  y  $\vec{A}$  de las ecs. (1.29) y (1.32) como:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1.62)$$

y

$$\vec{E} = -\nabla\phi - i\omega\vec{A} \quad (1.63)$$

Las ecs. (1.41) y (1.42) serán:

$$\nabla^2 \vec{A} = i\omega\mu(\epsilon + i\omega\epsilon)\vec{A} = k^2 \vec{A} \quad (1.64)$$

y

$$\nabla^2 \phi = i\omega\mu(\epsilon + i\omega\epsilon)\phi = k^2 \phi \quad (1.65)$$

donde  $k^2 = i\omega\mu(\epsilon + i\omega\epsilon)$  es llamada la constante de propagación del medio. Esto cumple con la condición de Loretz (ec.1.36) -

esto es:

$$\mu \nabla \phi + \mu \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{A} \quad (1.66)$$

o

$$\nabla \cdot \vec{A} = -\frac{k^2}{i\omega} \phi \quad (1.67)$$

La solución de las ecuaciones de onda (1.64) y (1.65) dan las intensidades de los campos eléctrico y magnético por medio de las ecuaciones (1.62) y (1.63).

Introduciendo el vector de Hertz para campos variantes armónicos obtenemos de las ecs. (1.49), (1.50) y (1.53):

$$\vec{A} = \frac{k^2}{i\omega} \vec{\Pi} \quad (1.68)$$

$$\phi = -\nabla \cdot \vec{\Pi} \quad (1.69)$$

y

$$\nabla^2 \vec{\Pi} = k^2 \vec{\Pi} \quad (1.70)$$

Cuando las expresiones para las intensidades de campo (1.54)

y (1.55) se reducen a la forma.

$$\vec{E} = -k^2 \vec{\Pi} + \nabla \nabla \cdot \vec{\Pi} \quad (1.71)$$

y

$$\vec{B} = \frac{k^2}{i\omega} \nabla \times \vec{\Pi} \quad (1.72)$$

$$\vec{H} = (\nabla + i\omega\epsilon) \nabla \times \vec{\Pi} \quad (1.73)$$

Es importante notar que la ecuación de onda en términos del vector de Hertz, generalmente se usa para obtener las componentes de campo electromagnético, mientras se trabaje con flujo de corriente eléctrica, por ejemplo un dipolo eléctrico similarmente, el flujo de corriente magnética, por ejemplo un dipolo magnético, el vector  $\vec{F}$  de Fitzgerald se usa en lugar de  $\vec{\Pi}$ , entonces los campos se obtienen resolviendo la ecuación de onda (obtenidas a partir de las ecuaciones de Maxwell) en la forma:

$$\nabla^2 \vec{F} = k^2 \vec{F} \quad (1.74)$$

cuando las intensidades de campo están dadas por:

$$\vec{E} = -i\omega\mu \nabla \times \vec{F} \quad (1.75)$$

y

$$\vec{H} = -k^2 \vec{F} + \nabla \nabla \cdot \vec{F} \quad (1.76)$$

Una comparación de las ecs. (1.71) y (1.73) con las ecs. (1.75) y (1.76) muestran que al remplazar  $\vec{\Pi}$  por  $\vec{F}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  y  $(\nabla + i\omega\epsilon)$ , son remplazados respectivamente por  $\vec{\Pi}$ ,  $\vec{E}$  y  $(-i\omega\mu)$ .

Las ecuaciones obtenidas en este capítulo forman la base de los sondeos en profundidad usando campos electromagnéticos.



## 1.7 CAMPO DE UN DIPOLO OSCILANTE.

Siguiendo a H.P.Patra y K.Mallick, 1980. Consideremos los campos debidos a un dipolo oscilante, en un medio conductor, homogéneo e isotropico de extensión infinita. En este caso particular el vector potencial posee una simetría esférica y la ecuación de onda:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Pi_z}{\partial r} \right) = k^2 \Pi_z \quad (1.78)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \Pi_z) = k^2 (r \Pi_z) \quad (1.79)$$

la solución para  $\Pi_z$  esta dada por:

$$r \Pi_z = b e^{-kr} + c e^{kr} \quad (1.80)$$

Como el segundo miembro se incrementa sin límite para una  $r$  creciente, podemos poner  $C=0$  y la solución se vuelve:

$$\Pi_z = \frac{b e^{-kr}}{r} \quad (1.81)$$

el valor de  $b$  dependerá de la naturaleza de la fuente. Para encontrar ésta tomamos, el caso estacionario; correspondiente cuando  $\omega = 0$  y:

$$\Pi_z = \frac{b}{r} \quad (1.82)$$

de la ec. (1.71) los valores de las intensidades de campo eléctrico para  $K = 0$  son:

$$E_r = \frac{\partial}{\partial r} (\text{div } \Pi_z)$$

$$E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\text{div } \Pi_z) \quad (1.83)$$

como:

$$E_r = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} (\text{div } \Pi_z)$$

$$\operatorname{div} \Pi_z = \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_z) = \frac{\partial \Pi_z}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z} = -\frac{b}{r^2} \cos \theta \quad (1.84)$$

sustituyendo la ec. (1.84) en la ec. (1.83) obtenemos:

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{\partial}{\partial r} \left( -\frac{b}{r^2} \cos \theta \right) = \frac{2b \cos \theta}{r^3} \\ E_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( -\frac{b}{r^2} \cos \theta \right) = \frac{b \operatorname{sen} \theta}{r^3} \\ E_\varphi &= 0 \end{aligned} \quad (1.85)$$

Supongamos que una corriente estable  $I$  se introduce en el medio A, y la respuesta o medición en el punto B a poca distancia  $dz$  de A (Fig. 1.1). El conductor que lleva la corriente es aislado del medio en todo lugar excepto en A y B. Entonces el potencial eléctrico  $V$  en el punto P a una distancia  $r$  donde  $r \gg dz$  es:

$$V = \frac{I dz}{4\pi \epsilon} \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (1.86)$$

tal que las intensidades de campo son:

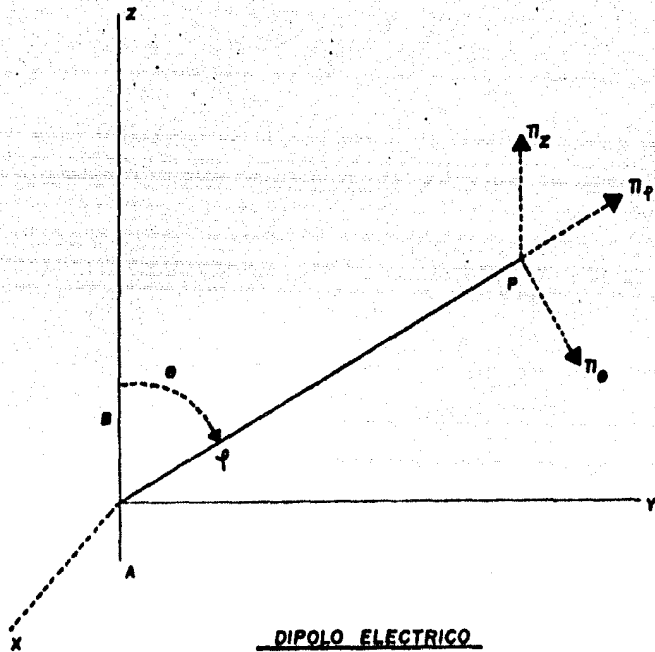
$$\begin{aligned} E_r &= \frac{I dz}{4\pi \epsilon} \frac{2 \cos \theta}{r^3} \\ E_\theta &= \frac{I dz}{4\pi \epsilon} \frac{\operatorname{sen} \theta}{r^3} \end{aligned} \quad (1.87)$$

$$E_\varphi = 0$$

El arreglo AB considerado aquí es conocido como dipolo eléctrico.

Comparando las ecs. (1.85) y (1.87) podemos decir, que el potencial magnético  $\Pi_z$  se debe a un dipolo eléctrico situado en el origen de coordenadas, en la dirección del eje Z con

$$b = \left( I dz / 4\pi \epsilon \right) .$$



DIPOLO ELECTRICO

Fig. 1-1

TESIS PROFESIONAL  
 JUAN MELQUIADES PEÑA COELLO  
**FAC. ING. UNAM.**

De esta forma el vector magnético potencial de un dipolo eléctrico oscilante, señalado a lo largo del eje Z, en un medio homogéneo, infinito y de conductividad  $\gamma$ , está dado por

$$\vec{A}_z \pi_z = b \frac{\vec{e}^{-kr}}{r} \quad (1.88)$$

Consideremos ahora el vector potencial eléctrico  $\vec{F}$  para el caso magnético correspondiente tal que:

$$\vec{A}_z \vec{F}_z = b' \frac{\vec{e}^{-kr}}{r} \quad (1.89)$$

con el caso estacionario  $K = 0$

$$\vec{F}_z = \frac{b'}{r} \quad (1.90)$$

y de acuerdo con la ec. (1.76) las intensidades de campo magnético están dadas:

$$B_r = \frac{2b' \cos \theta}{r^3}$$

$$B_\theta = \frac{b' \operatorname{sen} \theta}{r^3} \quad (1.91)$$

$$B_\varphi = 0$$

Para evaluar la constante situemos un pequeño circuito aislado de radio  $a$  en el origen de coordenadas, llevando una corriente estable de intensidad  $I$ , como se muestra en la Fig. 1.2. Entonces en cualquier punto P a una distancia  $r$  del circuito, donde  $r \gg a$ , el potencial magnético  $V'$  está dado por:

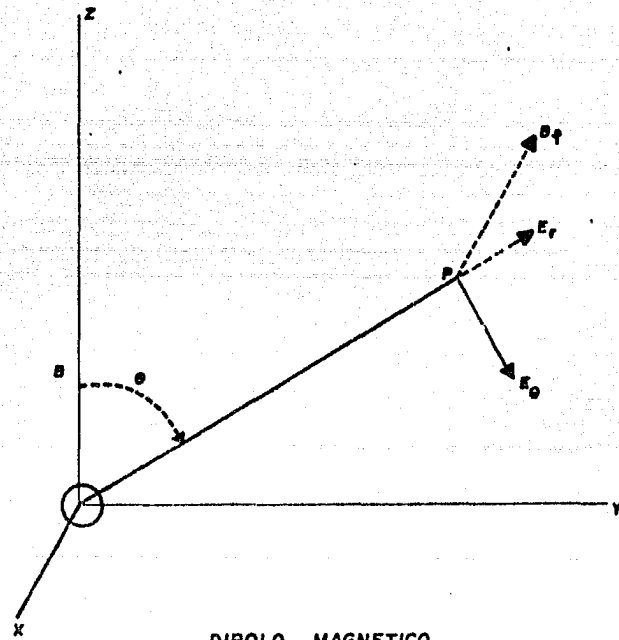
$$V' = \frac{\mu}{4\pi} \left( \pi a^2 I \right) \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (1.92)$$

tal que las intensidades de campo son:

$$B_r = \frac{\mu I S}{4\pi} \frac{2 \cos \theta}{r^3} \quad (1.93)$$

$$B_\theta = \frac{\mu I S}{4\pi} \frac{\operatorname{sen} \theta}{r^3}$$

$$B_\varphi = 0$$



DIPOLO MAGNETICO

Fig. 1-2

Tal arreglo o circuito es conocido como un dipolo magnético, en donde  $S$  representa el área del circuito.

Comparando las ecs. (1.91) y (1.93) podemos decir, que el vector potencial eléctrico es debido a un dipolo magnético, con  $b' = \frac{\mu I S}{4\pi}$ . De esta forma el vector potencial eléctrico de un dipolo magnético oscilante, apuntando en la dirección  $Z$ , en un medio homogéneo, infinito y permeabilidad  $\mu$  esta dado por la ec. (1.89).

## 1.8 CONDICIONES DE FRONTERA.

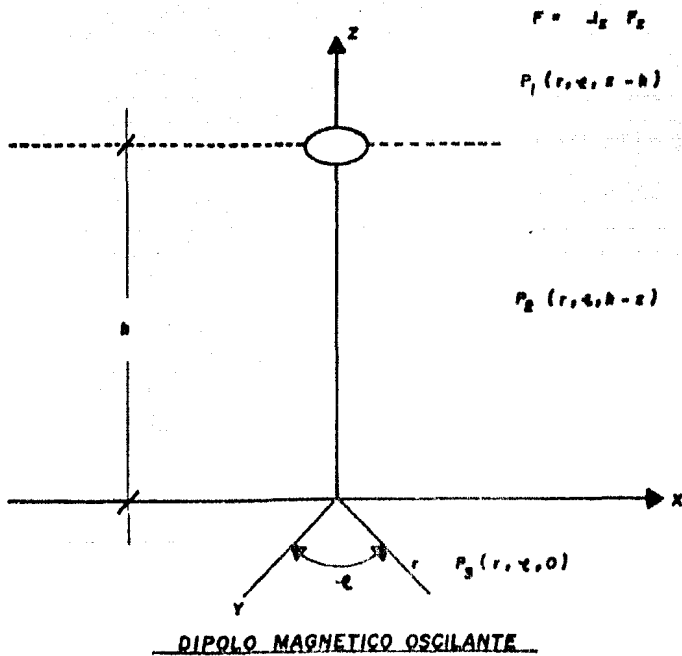
La formulación de las condiciones de frontera en los métodos de corriente directa, se basan en las leyes de conservación de la energía y de la carga. En los métodos electromagnéticos, también recurrimos a las ecuaciones de Maxwell (1.1, - 1.2, 1.3) y la ley de la conservación de la carga (ec. 1.11).

Consideremos una superficie "S" que separa a dos medios diferentes, uno y dos. El medio uno está caracterizado por los parámetros eléctricos  $\epsilon_1, \mu_1, \nu_1$  y el medio dos por  $\epsilon_2, \mu_2, \nu_2$ . Estos parámetros son invariantes con la posición, en cualquier lado, excepto en la superficie "S", o todas las propiedades pueden ser discontinuas através de la frontera, por lo tanto las derivadas en las ecs. (1.1, 1.2, 1.3) y (1.11) pueden no existir sobre "S", si algún medio tiene  $\nu = \infty$ ; las leyes integrales correspondientes pueden ser aplicadas específicamente a estas fronteras.

Con estas consideraciones para dos medios tenemos  $\vec{n}$  como un vector unitario normal.

$$\begin{aligned} \vec{n} \times (E_2 - E_1) &= 0 && \text{puesto "S" si } \nu_1 \text{ y } \nu_2 \neq \infty \\ \vec{n} \times (H_2 - H_1) &= 0 && \text{puesto "S" si } \nu_1 \text{ y } \nu_2 \neq \infty \\ \vec{n} \times (B_2 - B_1) &= 0 && \text{puesto "S" si } \nu_1 \text{ y } \nu_2 \neq \infty \end{aligned}$$

Para demostrar el procedimiento de la formulación de las condiciones de frontera; consideremos como ejemplo un dipolo



$$F = J_z P_z$$

$$P_1(r, \alpha, h-x)$$

$$P_2(r, \alpha, h-x)$$

$$P_3(r, \alpha, 0)$$

TESIS PROFESIONAL  
 JUAN MELQUIADES PEÑA GOELLO  
**FAC. ING. UNAM.**

Fig. 1-3



magnético vertical. El vector potencial correspondiente es  $\vec{F}$  y empezamos a partir de las relaciones siguientes:

$$\vec{E} = -i\omega\mu \nabla \times \vec{F}$$

y

$$\vec{H} = -k^2 \vec{F} + \nabla^2 \vec{F} = -\frac{1}{i\omega\mu} \nabla \times \vec{E}$$
(1.94)

Si todavía suponemos que el dipolo magnético se encuentra sobre el eje Z, de un sistema coordenado cilindrico, tenemos solamente la componente  $F_z$  y el rotacional de  $\vec{F}$  es igual a  $\frac{\partial F_z}{\partial r}$  en este caso lo cual nos da:

$$E_\varphi = i\omega\mu \frac{\partial F_z}{\partial r}$$
(1.95)

Similarmente evaluamos el campo magnético radial ( $H_r$ ) dado como:

$$H_r = -\frac{1}{i\omega\mu} \nabla \times \vec{E} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_z}{\partial r} \right)$$
(1.96)

Por lo tanto la conductividad del campo tangencial eléctrico y magnético es equivalente a la continuidad de

$$i\omega\mu \frac{\partial F_z}{\partial r} \quad \text{y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_z}{\partial r} \right)$$

De una manera similar las condiciones de frontera en términos del vector potencial eléctrico ( $\vec{\Pi}$ ) se puede formular con la ayuda de las ecs. (1.71) y (1.72).

1.9 SOLUCION DE UN DIPOLO MAGNETICO OSCILANTE  
EN UN MEDIO ESTRATIFICADO.

Sea un dipolo magnético oscilante o una pequeña espira - que conduce una corriente alterna orientada con sus ejes en la dirección Z, que se encuentra a una altura h a partir de la superficie del terreno en el sistema coordenado cilindrico (  $r, \varphi, z$  ); como se muestra en la figura 1.3. Hay tres posibles puntos de observación  $P_1, P_2, P_3$  mostrados con coordenadas  $a$  apropiadas y las propiedades del aire y del terreno son  $k_0$  y  $k_1$  respectivamente.

El campo primario debido a tal dipolo está dado por la - ec. (1.89). Escribiendo  $\vec{b} = m$

$$\vec{F}_z = m \frac{e^{kr}}{r}$$

con solamente la componente  $F_z$  presente ( $F_r = F_\varphi = 0$ ) y la simetría al rededor de  $\varphi$  (esto es  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ ), la ecuación vectorial (1.35).

Se reduce a la ecuación escalar de onda:

$$\frac{\partial^2 F_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} = k^2 F_z \quad (1.97)$$

La solución completa dependerá de la solución para el -- campo que satisfaga la ec. (1.97) y de las condiciones de -- frontera apropiadas. Como solo  $F_z$  está presente, no necesitaremos el subíndice de hoy en adelante. Separando las varia -- bles, escribimos:

$$F = R(r) Z(z)$$

La sustitución de ésta en la ec. (1.97) nos da:

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{rR} \frac{dR}{dr} = -\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 = -\lambda^2$$

por lo tanto

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \lambda^2 + k^2 \quad (1.98)$$

y

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{rR} \frac{dR}{dr} + \lambda^2 = 0$$

$$\frac{d^2 R}{d(\lambda r)^2} + \frac{1}{(\lambda r)} \frac{dR}{d(\lambda r)} + R = 0 \quad (1.99)$$

La solución de la ec. (1.98) es  $\exp(\pm z \sqrt{\lambda^2 + k^2})$  y da la

ec. (1.99) es  $J_0(\lambda r)$  y  $Y_0(\lambda r)$ . Sin embargo en  $r=0$ ,  $Y_0(\lambda r)$  es

infinitamente negativo propiamente al término logarítmico

$J_0(\lambda r) \log(\lambda r/2)$  en su expansión.

La solución general no diverge es:

$$F = \int_0^\infty [A(\lambda) e^{-z \sqrt{\lambda^2 + k^2}} + B(\lambda) e^{z \sqrt{\lambda^2 + k^2}}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.100)$$

Sin embargo tanto en el aire como en la tierra, el campo puede aproximarse a cero en el infinito. Imponiendo esta restricción el campo en el aire y en la tierra están dados respectivamente por:

$$F_{(aire)} = F_0 = m \frac{e^{-k_0 r}}{R} + \int_0^\infty A(\lambda) e^{-h_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.101)$$

$$F_{(tierra)} = F_1 = \int_0^\infty B(\lambda) e^{-h_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.102)$$

donde el primer término de la ec. (1.51) representa el campo

primario y  $h_0 = \sqrt{\lambda^2 + k_0^2}$   $h_1 = \sqrt{\lambda^2 + k_1^2}$

La constante  $A(\lambda)$  y  $B(\lambda)$  son evaluadas a partir de las condiciones de frontera. De acuerdo a las ecs. (1.95) y (1.96) las siguientes condiciones necesitan ser satisfechas sobre la frontera  $Z = 0$

$$i\omega \mu_0 \frac{\partial F_0}{\partial r} = i\omega \mu_1 \frac{\partial F_1}{\partial r}$$

y

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_0}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_1}{\partial r} \right)$$

Estas relaciones son válidas para todos los valores de  $r$ . Por lo tanto al integrar con respecto a  $r$  tenemos:

$$\mu_0 F_0 = \mu_1 F_1 \quad (1.103)$$

y

$$\frac{\partial F_0}{\partial z} = \frac{\partial F_1}{\partial z} \quad (1.104)$$

Como los campos son cero en  $r = \infty$ , las constantes de integración son igual a cero. Antes de aplicar las condiciones de frontera, es necesario expresar el campo primario en una forma integral. Esto se alcanza con la ayuda de la fórmula de Sommerfeld's

$$\begin{aligned} \frac{e^{kR}}{R} &= \frac{e^{k\sqrt{r^2+z^2}}}{(r^2+z^2)^{1/2}} \\ &= \int_0^\infty \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2+k^2}} e^{-z\sqrt{\lambda^2+k^2}} J_0(\lambda r) d\lambda \end{aligned}$$

para  $k = 0$  la relación de arriba se reduce a la ecuación para campo estático.

$$\frac{1}{R} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda$$

La distancia de  $P_1$  y  $P_2$  desde el origen se puede escribir en general  $R = \sqrt{r^2 + |z-h|^2}$ , donde usamos  $(z-h)$  para  $P_1$  y  $(h-z)$  para  $P_2$ . Así la ecuación de Sommerfeld's para la fuente primaria con momento magnético  $M$  y a una altura  $h$  por encima del terreno se vuelve:

$$m \frac{e^{kR}}{R} = m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + k^2}} e^{-|z-h|\sqrt{\lambda^2 + k^2}} J_0(\lambda r) d\lambda$$

El vector potencial en la ec. (1.51) se puede escribir como:

$$F_0 = m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{h_0} e^{-h_0|z-h|} J_0(\lambda r) d\lambda + \int_0^{\infty} A(\lambda) e^{-h_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.105)$$

Aplicando las condiciones de frontera a las ecuaciones

(1.103) y (1.104) en  $Z = 0$  e igualando los coeficientes de

$\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) d\lambda$  tenemos:

$$\mu_0 \left[ m \frac{\lambda}{h_0} e^{-h_0 h} + A(\lambda) \right] = \mu_1 B(\lambda) \quad (1.106)$$

$$m \lambda e^{-h_0 h} - h_0 A(\lambda) = h_1 B(\lambda) \quad (1.107)$$

Resolviendo  $A(\lambda)$  y  $B(\lambda)$  a partir de (1.106) y (1.107) obtenemos:

$$\begin{aligned} A(\lambda) &= m \frac{\lambda}{h_0} \frac{k h_0 - h_1}{k h_0 + h_1} e^{-h_0 h} \\ &= m \frac{\lambda}{h_0} \left[ \frac{2 k h_0}{k h_0 + h_1} - 1 \right] e^{-h_0 h} \\ &= m \frac{\lambda}{h_0} \left[ 1 - \frac{2 h_1}{k h_0 + h_1} \right] e^{-h_0 h} \end{aligned}$$

$$B(\lambda) = m \frac{2 \lambda}{k h_0 + h_1} e^{-h_0 h}$$

donde

$$k = \frac{\mu_1}{\mu_0}$$

La primera expresión alternativa para  $A(\lambda)$ , a sido utilizada en el cálculo de la respuesta impulsiva de un terreno homogéneo y la segunda expresión imagen en la ec. (1.110). Así tenemos las soluciones completas para el vector potencial en ambos medios:

$$F_0 = m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{n_0} e^{-n_0(z-h)/} J_0(\lambda r) d\lambda + m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{n_0} \frac{k_{n_0-h_1}}{k_{n_0+h_1}} e^{-n_0(z+h)/} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.108)$$

$$F_i = m \int_0^{\infty} \frac{2\lambda}{k_{n_0+h_1}} e^{(n_1 z - n_0 h)} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.109)$$

$F_0$  y  $F_i$  son usados respectivamente en prospección de superficie y registros de pozos. Apartir de ahora nos concentraremos en  $F_0$ . Al expresar:

$$\frac{k_{n_0-h_1}}{k_{n_0+h_1}} = 1 - \frac{2n_1}{k_{n_0+h_1}}$$

reescribiendo la ec. (1.108) tenemos:

$$F_0 = m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{n_0} e^{-n_0(z-h)/} J_0(\lambda r) d\lambda + m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{n_0} e^{-n_0(z+h)/} J_0(\lambda r) d\lambda - m \int_0^{\infty} \frac{2\lambda n_1}{n_0(k_{n_0+h_1})} e^{-n_0(z+h)/} J_0(\lambda r) d\lambda$$

Aplicando la ecuación de Sommerfeld's, podemos reescribir la ecuación de arriba como:

$$F_0 = m \frac{e^{-k_0 R}}{R} + m \frac{e^{-k_0 R_i}}{R_i} - \quad (\text{términos contenidos en integrales infinitas}) \quad (1.110)$$

El segundo término de la ec. (1.110) es el término imagen.  $R_i$  es la distancia hasta la imagen. Como el momento dipolar  $m$  es el mismo, la frontera actua como un perfecto reflector.

Si el dipolo es bajado hasta la superficie del terreno, esto es la ec. (1.110) se reduce a:

$$F_0 = 2m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{h_0} e^{-h_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda - m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{h_0} \frac{2n_1}{2n_0 + n_1} e^{-h_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.111)$$

En muchas situaciones de campo, la permeabilidad magnética -- del espacio libre no es muy diferente de la del terreno. Nosotros tomamos  $K = 1$ , bajo esta suposición la ec. (1.61) se reduce todavía a:

$$F_0 = 2m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{h_0 + n_1} e^{-h_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.112)$$

para los campos  $k_0 = k_1 = 0$  y  $h_0 = h_1 = \lambda$

$$F_0 = m \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{m}{r} \quad (1.113)$$

como debe ser.

En seguida extenderemos el análisis anterior, a un terreno que consiste de  $n$  capas. Para  $n = 1$  se reduce a un medio homogéneo. Los pasos para la solución son los mismos de las ecs. (1.98) y (1.99). Sin entrar en detalles reescribimos la ec. (1.100) como:

$$F(z) = \int_0^{\infty} \left( A_i e^{-z\sqrt{K^2 + k_i^2}} + B_i e^{z\sqrt{K^2 + k_i^2}} \right) J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.114)$$

( $i = 1, 2, \dots, n-1$ )

Con las condiciones de frontera ecs. (1.103) y (1.104)

en  $Z = h_i$  adecuadamente cambiando a:

$$\mu_i F^{(i)} = \mu_{i+1} F^{(i+1)}$$

$$\frac{\partial F^{(i)}}{\partial z} = \frac{\partial F^{(i+1)}}{\partial z} \quad (1.115)$$

El vector potencial electromagnético  $F$ , que en las condiciones antes mencionadas se genera en un punto en o arriba de la superficie de la tierra, esta dado por la expresión:

$$F = c \left[ \frac{1}{r} + \int_0^{\infty} R(\lambda, h_i, \sigma_i, f) \vec{e}^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \right] \quad (1.116)$$

donde  $h_i, \sigma_i$  son los espesores y las conductividades de las capas,  $f$  es la frecuencia y  $r, z$  son las coordenadas del punto en el cual el vector potencial es considerado en un sistema - coordenado cilindrico, con su origen en el dipolo transmisor - y su eje  $z$  dirigido verticalmente hacia arriba.

$R(\lambda)$  es una función kernel que depende de los parámetros de las capas y de la frecuencia. Debido a la simetría del problema, las componentes del vector potencial en el plano horizontal son cero.

La función kernel  $R(\lambda)$  se puede obtener apartir de los parámetros de las capas y la frecuencia por medio de una relación de recurrencia, esto puede ser escrito (Koefoed, 1972)

$$R(\lambda) = R_{0, n}(\lambda) \quad (1.117)$$

El primer subíndice indica que el punto de observación - está arriba de la superficie del terreno; el segundo subíndice  $n$ , es igual al número de capas del medio. La relación de



recurrencia es:

$$R_{i-1, n} = \frac{U_{(i-1), i} + R_{i, n} e^{-2h_i u_i}}{1 + U_{(i-1), i} R_{i, n} e^{-2h_i u_i}} \quad (1.118)$$

$$R_{n, n} = 0$$

$$U_i = \sqrt{n^2 + \gamma_i^2}$$

$$\gamma_i^2 = j 2\pi u_0 \epsilon_i f$$

$$U_{i, k} = (U_i - U_k) (U_i + U_k)$$

La constante para un medio homogéneo se reduce a:

$$R_{0, 1} = U_{0, 1} = \frac{U_0 - U_1}{U_0 + U_1}$$

Para ilustrar, por ejemplo para un medio de 2 capas:

$$R_{0, 2} = \frac{U_{0, 1} + R_{1, 2} e^{-2h_1 u_1}}{1 + U_{0, 1} R_{1, 2} e^{-2h_1 u_1}}$$

Así  $R_{0, 2}$  tiene el siguiente valor:

$$R_{0, 2} = \frac{\frac{U_0 - U_1}{U_0 + U_1} + \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} e^{-2h_1 u_1}}{1 + \frac{U_0 - U_1}{U_0 + U_1} \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} e^{-2h_1 u_1}}$$

$$R_{0, 2} = \frac{\left(\frac{U_0}{U_1} - 1\right) \left(\frac{U_1}{U_2} + 1\right) e^{2h_1 u_1} + \left(\frac{U_0}{U_1} + 1\right) \left(\frac{U_1}{U_2} - 1\right)}{\left(\frac{U_0}{U_1} + 1\right) \left(\frac{U_1}{U_2} + 1\right) e^{2h_1 u_1} + \left(\frac{U_0}{U_1} - 1\right) \left(\frac{U_1}{U_2} - 1\right)}$$

La ec. (1.118) es utilizada en el apartado siguiente en

el cálculo del programa para la obtención de las componentes del campo electromagnético mediante la técnica de filtrado digital lineal.

## 1.10 PROGRAMA PARA EL CALCULO DE LOS CAMPOS

### MAGNETICOS EN UN MEDIO ESTRATIFICADO

Un problema que ha traído el avance de los métodos geofísicos de exploración, es la dificultad con el manejo de grandes cantidades de datos.

En el presente trabajo, se vió la necesidad de automatizar el método de sondeos electromagnéticos, ya que para llegar a conclusiones rápidas y precisas, se tuvo que hechar mano de las ventajas que ofrece la computación, ya que de no haber contado con esto, habría sido muy difícil y tardado el estudio.

Siguiendo la teoría de Ghosh (1971), Koefoed (1972); Verma (1973); Anderson (1975); Johansen (1975) y otros, han desarrollado la teoría del filtro lineal digital.

Siguiendo a Anderson (1973, 1975), definimos la transformada de Hankel de la función kernel  $K(\lambda)$  de orden  $n$  como:

$$K(b) = \int_0^{\infty} K(\lambda) J_n(b\lambda) d\lambda, \quad b > 0 \quad (1.120)$$

donde  $J_n$  es la función Bessel de primer grado y orden  $n$ . Muchos autores incluyen el parámetro de integración  $\lambda$  en la función kernel como  $\lambda K(\lambda)$ , mientras que otros definen como  $\lambda J_n(b\lambda)$ . La definición en la ec. (1.120), sin embargo, es consistente en la literatura geofísica. El argumento de transformación  $b > 0$  es real, pero  $K(\lambda)$  y por lo tanto

pueden ser funciones complejas de una variable real.

Para diseñar filtros digitales para la transformada de Hankel, hacemos un cambio de variable logarítmica:

$$x = \ln(b) \quad , \quad y = (1/\lambda)$$

en la ec. (1.120) y multiplicando ambos miembros por  $e^x$  (para obtener simetría en ambas direcciones de la abscisa).

$$e^x k(e^x) = \int_0^{\infty} k(\bar{e}^y) \left[ e^{x-y} J_n(e^{x-y}) \right] dy \quad (1.121)$$

La ec. (1.121) tiene la forma integral de convolución lineal, donde  $k(\bar{e}^y)$  es la función de entrada,  $e^x k(e^x)$  es la función de salida, y el término entre parentesis rectangulares, es la función respuesta del filtro. La respuesta del filtro se puede determinar usando pares de funciones entrada-salida conocidas. La elección de estos pares de funciones es crítica en el diseño de buenos filtros. Anderson (1975) encontró experimentalmente que la precisión del filtro es alcanzada usando filtros diseñados a partir de integrales de convolución conocidas, que tienen pares de funciones entrada y salida que decaen rápidamente. Más aún las longitudes reducidas del filtro son posibles cuando se convolucionan funciones Kernel arbitrarias, con respuestas de filtros que decaen rápidamente. Por esta razón, las siguientes dos transformadas de Hankel, fueron seleccionadas como forma de diseño:

$$\int_0^{\infty} \pi \exp(-a\pi^2) J_0(b\pi) d\pi$$

$$= \left[ \exp(-b^2/4a) \right] / (2a) \quad (1.122)$$

$$y \int_0^{\infty} \pi^2 \exp(-a\pi^2) J_1(b\pi) d\pi$$

$$= b \left[ \exp(-b^2/4a) \right] (2a)^2 \quad (1.123)$$

donde  $a > 0$  ,  $b > 0$

Los pasos siguientes en el diseño de filtros, son:

- 1.- Digitizar cada función entrada-salida desde pequeños y -- grandes valores de abcisa usando un intervalo de muestreo  $\Delta y$  . Note que las ecs. (1.122) y (1.123) primero son transformadas como en la ec. (121). Un intervalo de muestreo  $\Delta y = \ln(10)/11.513 = 0.20$  fué seleccionado, el cual se puede demostrar que produce errores de interpolación - menores que  $10^{-6}$  para cada función de entrada-salida através del rango completo de abcisa.
- 2.- Hacer la transformada de Fourier discreta de las dos funciones muestreadas y dividir la salida transformada entre la transformada de la entrada (lo cual produce el espectro de la función respuesta del filtro). La división entre ceros complejos se evita usando un muestreo inicial - en el paso(1).
- 3.- El espectro del filtro para la respuesta de la función de muestreo se determina multiplicando el espectro del filtro del paso (2), con el espectro de la función sinc mues

treada  $\text{sinc}(y) = \text{sen}(\pi y / \Delta y) / (\pi y / \Delta y)$ .

4.- Obtener la transformada inversa de Fourier discreta del resultado del paso (3), para obtener la respuesta impulso del filtro (también llamada respuesta sinc, respuesta del filtro o simplemente los pesos del filtro).

5.- Koefoed (1972) demostró que los ceros de la respuesta oscilatoria del filtro están espaciados aproximadamente igual al intervalo de muestreo. Por lo tanto, un desfase de toda la función respuesta del filtro muestreada con respecto a un cruce de cero reducirá la magnitud de las colas del filtro. Este procedimiento fué usado para el filtro transformada de Hankel de orden cero. La respuesta del filtro de orden uno, entonces, se interpoló a los valores de abcisa obtenidos en los filtros de orden cero. De esta forma ambos filtros tienen abcisas idénticas mientras que mantienen respuestas que tienden rápidamente a cero en ambas direcciones de la abcisa.

La aplicación de los pesos del filtro para cualquier orden transformados a funciones kernel arbitrarias en la ec. (1.120), está dado por la syma de convolución para cualquier

$$b > 0 \quad (x = \ln b) \quad ,$$

$$k(b) = \left\{ \sum_{i=N_1}^{N_2} w_i k [ \exp(A_i - x) ] \right\} / b \quad (1.124)$$

donde  $W_i$  son los pesos del filtro y  $A_{i-x}$  son los valores de abcisa defasados para  $i = N_1, \dots, N_2$  y  $N_1 \geq 1, N_2 \leq 283$

Los valores para  $N_1$  y  $N_2$  son determinados automaticamente por la subrutina Zhanks basados en la función kernel y un factor de tolerancia para la truncación.

La transformación para expresar cualquier transformada de Hankel ec. (1.120) en la forma de convolución (ec. 1.121) se ejecuta internamente usando la ec. (1.124) en zhanks y puede ser ignorado por el usuario.

El criterio de diseño fué encontrar filtros de igual abcisa para usar con funciones kernel buenas y argumentos de transformadas moderados, los cuales proporcionan exactitud del filtro comparables a la precisión simple de los métodos de integración numérica (menor que 0.005% de error). Las funciones kernel usadas en la ec. (1.124) deben ser funciones complejas continuas limitadas de una variable real definida para todos los valores mayores que cero. Para un sistema de computación de punto flotante en el rango de exponentes, el argumento de la transformada  $b > 0$  debe ser elegido para evitar sobreflujos excesivos en el exponente (mayor que el 75%), al evaluar la función kernel en la ec. (1.124) en todo el rango de abcisa  $-27 \leq A_i \leq 31, i = 1, 2, \dots, 283.$

El argumento de la transformada  $b$  usado en Zhanks debe ser  $f_i$

jado para cada grupo de transformada de Hankel.

Los programas usados en este estudio fueron hechos en -- lenguaje FORTRAN y se implementaron en el sistema VAX DIGITAL 11/780 en el centro de cálculo de la Facultad de Ingeniería.

Las subrutinas que conforman el programa para el cálculo de los campos magnéticos en un medio estratificado, son seis: Main, Campo, Complex, Leedatos, Escribe y Hankel. Esta última subrutina fué tomada del artículo (Walter L. Anderson, "Computer program", Geophysics, Vol.44, pag. 1298-1306), además se creó un archivo de datos con formato libre en la forma siguiente:

primer renglón: No. de capas, No. de frecuencias, Separación emisor-receptor, altura de la bobina de la su perficie.

segundo renglón: conductividades.

tercer renglón: espesores.

cuarto renglón: frecuencias.

A continuación se muestra un listado de las seis subrutinas y de un archivo de datos.





```

1     SUBROUTINE MAGFIELD (CONDUCT,GRUSUR,RHO,NCAPAS,ZETA1,FREC,
2     1     NPREC,ABMGAS,AMGAS,ZETA2,DELTA1,PREC,
3     C-----ABMGAS(1): MODULO DE AMGAS
4     C-----AMGAS(1): MODULO DE MAGAS
5     C-----AMGAS(1): CAMPO MAGNETICO VERTICAL SUPONDARIO,I=1,NPREC
6     C-----AMGAS(1): CAMPO MAGNETICO HORIZONTAL,DECONDICION,I=1,NPREC
7     C-----
8     PARAMETER (PI2=6.28318530718,ENDDU=0)
9     COMMON /KERNEL/ DELTAZ(0:11),LAYER(11),NCAPAS,ZETA
10    DIMENSION CONDUCT(NCAPAS),GRUSUR(NCAPAS),FREC(NPREC)
11    DIMENSION ABMGAS(NPREC),AMGAS(NPREC)
12    COMPLEX DELTAZ,AMGAS,GRUSUR,ABMGAS(NPREC),ZETA
13    DATA TOL/0.0/
14    EXTENSION IERRREL
15
16    C-----
17    C-----FIJA CONSTANTE DE PROPAGACION**2.SUBSTITUY GRUSUR EN LAYER
18    NCAPAS=NCAPAS
19    ZETA=ZETA
20    DELTAZ(1)=0.0
21    DO I=1,NCAPAS
22    LAYER(I)=GRUSUR(I)
23    ENDDU
24
25    C-----
26    C-----EMPIEZA EL CALCULO DEL CAMPO MAGNETICO
27    DO I=1,NPREC
28    DU K=1,NCAPAS
29    DELTAZ(K)=CMPLX(0.0,PI2*DU*CONDUCT(K))*FREC(I)
30    ENDDU
31    AMGAS(1)=ZRNMS(0,RHO,TNERNEL,TOL,NE,1)
32    AMGAS(1)=ZRNMS(1,RHO,TERNEL,TOL,NE,1)
33    ENDDU
34
35    C-----
36    C-----ENCUENTRA MODULO DE CADA COMPONENTE Y NORMALIZA CONTRA CAMPO
37    C-----PRIMARIO VERTICAL
38    DO I=1,NPREC
39    ABSMS(1)=CABS(1-(RHO**3))*AMGAS(1)
40    ABMGAS(1)=CABS((RHO**3)*AMGAS(1))
41    ENDDU
42    RETURN
43    END
44
45    C-----
46    C-----COMPLEJA FUNCION IERNEL (G)
47    C-----ENCUENTRA EL KERNEL(G) PARA UNA TIERRA DE N-CAPAS
48    C-----USANDO LA FORMULA DE FRECUENCIA DADA POR U.NBERGER,Ed,AB,
49    C----- (GEOPHYSICAL PROSPECTING VOL.20, PAGES, 406-420)
50    C----- CUANDO LA FUENTE ES UN DIPOLO MAGNETICO VERTICAL.
51    C----- DATOS POR COMMON
52    C----- DELTAZ(1)=(CONSTANTE DE PROPAGACION)**2
53    C----- LAYER(1)=GRUSUR DE LAS CAPAS
54    C----- ZETA: z+h
55    C----- Z COORDENADA DEL PUNTO DE OBSERVACION
56    C----- H COORDENADA DE LA FUENTE
57    COMMON /KERNEL/ DELTAZ(0:11),LAYER(11),NCAPAS,ZETA
58    COMPLEX DELTAZ,KC12,V1,V2
59    IERNEL=(0.0,0.0)
60    V2=CSUR(1,G*G+DELTAZ(NCAPAS))
61    DO I=NCAPAS-1,0,-1
62    V1=CSUR(1,G*G+DELTAZ(I))
63    EXPU=CEXP(-2.0*LAYER(I+1)*V2)

```

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63

```

2     KC12=(V1-V2)/(V1+V2)
3     IERNEL=((KC12+IERNEL*EXPU)/(1+KC12*TERNEL+EXPU))
4     V2=V1
5     ENDDU
6     IERNEL=IERNEL*EXP(-ABS(ZETA))*G*G
7     RETURN
8     END

```

8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19





COMPLEX FUNCTION ZHANKS (N,B,FUN,TOL,NF,NEW)

=====

C COMPLEX HANKEL TRANSFORMS OF ORDER 0 OR 1 FOR RELATED (SAVED) KERNELS  
AND FIXED TRANSFORM ARGUMENT B>0.

C BY W.L. ANDERSON, U.S. GEOLOGICAL SURVEY, DENVER, COLORADO.

C SUBPROGRAM ZHANKS EVALUATE THE INTEGRAL FROM 0 TO INFINITY OF  
'FUN(G)\*JN(G\*B)\*DG', DEFINED AS THE COMPLEX HANKEL TRANSFORM OF  
ORDER N(=0 OR 1) AND TRANSFORM ARGUMENT B>0. THE METHOD IS BY  
ADAPTIVE DIGITAL FILTERING OF THE COMPLEX KERNEL FUNCTION FUN,  
USING DIRECT AND/OR PREVIOUSLY KERNELS FUNCTION VALUES.

C -PARAMETERS (ALL IN FUJ, EXCEPT NF)

- N = ORDER (0 OR 1) OF THE HANKEL TRANSFORM TO BE EVALUATED.
- B = REAL TRANSFORM ARGUMENT (B>0.0 OF THE HANKEL TRANSFORM).  
IF NEW=0, B IS ASSUMED EQUAL TO THE LAST B USED WHEN NEW=  
(SEE PARAMETER 'NEW' AND SUBPROGRAM 'USAGE' BELOW).
- FUNG(G)=EXTERNAL DECLARED COMPLEX FUNCTION NAME (USER SUPPLIED)  
OF A REAL ARGUMENT G>0. THIS REFERENCE MUST BE SUPPLIED  
EVEN WHEN NEW=0, SINCE THE ADAPTIVE CONVOLUTION MAY NEED  
SOME DIRECT FUNCTION CALLS (E,G, IF TOL REDUCED) IF PARAMETERS  
OTHER THAN G ARE REQUIRED IN FUN. USE COMMON IN THE CALLING  
PROGRAM AND IN SUBPROGRAM FUN. BOTH REAL AND IMAGINARY PARTS  
OF THE COMPLEX FUNCTION FUN(G) MUST BE CONTINUOUS BOUNDED  
FUNCTIONS FOR ALL G>0.0 FOR A REAL FUNCTION F1(G),  
FUN=CMPLX(F1(G),0.0) MAY BE USED.  
TWO INDEPENDENT REAL FUNCTIONS F1(G), F2(G) MAY BE INTEGRATED IN  
PARALLEL BY WRITING FUN=CMPLX(F1(G),F2(G)).
- TOL = REQUESTED REAL TRUNCATION TOLERANCE ACCEPTED AT THE FILTER TAILS  
FOR ADAPTIVE FILTERING. A TRUNCATION CRITERION IS DEFINED DURING  
CONVOLUTION IN A FIXED ABSCISSA RANGE AS THE MAX. ABSOLUTE  
CONVOLVED PRODUCT TIMES TOL. TYPICALLY, TOL<=0.0001 WOULD BE  
ABOUT 0.01 PER CENT ACCURACY FOR WELL BEHAVED KERNELS AND MODERATE  
VALUES OF B. FOR VERY LARGE OR SMALL B, A VERY SMALL TOL SHOULD  
BE USED. IN GENERAL, DECREASING THE TOLERANCE WOULD PRODUCE HIGHER  
ACCURACY IN THE CONVOLUTION SINCE MORE FILTER WEIGHTS ARE USED  
(UNLESS EXPONENT OVERFLOWS OCCUR IN THE KERNEL EVALUATION---  
SEE NOTE (1) BELOW).  
FOR MAXIMUM ACCURACY POSSIBLE, TOL=0.0 MAY BE USED.
- NF = TOTAL NUMBER OF DIRECT FUN CALLS USE DURING CONVOLUTION FOR ANY  
VALUE OF NEW (NF IS AN OUTPUT PARAMETER).  
NF IS THE RANGE 21<=NF<=283 WHEN NEW=1.  
USUALLY NF <<=283 (OR 0) WHEN NEW=0.
- NEW = 1 IS REQUIRED FOR THE VERY FIRST CALL TO ZHANKS, OR IF FORCING  
DIRECT FUNCTION FUN (G) CALLS. FOR EXAMPLE USING ZHANKS FOR  
UNRELATED KERNELS.  
NEW=1 INITIALIZES COMMON/SAVE/FSAVE (283), GSAVE(283), NSAVE  
FOR NSAVE COMPLEX KERNEL (VALUES IN FSAVE AND CORRESPONDING REAL  
ARGUMENTS IN GSAVE FOR THE GIVEN PARAMETER B.
- NEW = 0 TO USE RELATED KERNELS (MODIFIED BY USER) CURRENTLY STORED IN  
COMMON/SAVE// FUN IS CALLED ONLY IF REQUIRED DURING THE CONVO-  
LUTION, ADDITIONAL FUNCTION VALUES WHEN NEEDED ARE AUTOMATICALLY  
ADDED TO THE COMMON/SAVE/BLOCK.

C \*\*\*\*\*NOTE: IT IS THE USER RESPONSABILITY TO MODIFY  
COMMON FSAVE() VALUES FOR NEW=0 CALLS, EXTERNALLY IN  
THE USER CALLING PROGRAM (SEE SUBPROGRAM USAGE BELOW).

=====

123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234



```

2  * -2.0163525E-08, 3.0808173E-07, 2.7049071E-08, 4.7932017E-07,
3  * 1.1407365E-07, 6.3720020E-07, 2.5241901E-07, 8.0373487E-07,
4  * 4.6831433E-07, 1.1910340E-06, 8.0099710E-07, 1.0690015E-06,
5  * 1.3091334E-06, 2.3701475E-06, 2.0063829E-06, 3.4012970E-06/
6  DATA WDU/
7  * 4.2456774E-08, 4.9240402E-08, 5.0005195E-08, 7.1763540E-08,
8  * 7.6367633E-06, 1.0522038E-05, 1.1540021E-05, 1.5488035E-05,
9  * 1.7510398E-05, 2.2873830E-05, 2.6380000E-05, 3.4864387E-05,
10 * 3.9010390E-05, 5.0230379E-05, 5.9347373E-05, 7.4612122E-05,
11 * 8.8951409E-05, 1.1094809E-04, 1.3308020E-04, 1.6511335E-04,
12 * 1.9895671E-04, 2.4567195E-04, 2.9728181E-04, 3.6829770E-04,
13 * 4.4402013E-04, 5.4569361E-04, 6.6296832E-04, 8.1375348E-04,
14 * 9.8971624E-04, 1.2132772E-03, 1.4772052E-03, 1.8092022E-03,
15 * 2.2045122E-03, 2.6988081E-03, 3.2695354E-03, 4.0238704E-03,
16 * 4.9080203E-03, 6.0010999E-03, 7.3216878E-03, 8.9489225E-03,
17 * 1.0919448E-02, 1.3340090E-02, 1.6276399E-02, 1.9873311E-02,
18 * 2.4233627E-02, 2.9555699E-02, 3.5990006E-02, 4.3741529E-02,
19 * 5.3150319E-02, 6.4341372E-02, 7.7508720E-02, 9.2744981E-02,
20 * 1.0980561E-01, 1.2791555E-01, 1.4525830E-01, 1.7158200E-01,
21 * 1.0855576E-01, 1.4196065E-01, 8.9781222E-02, 1.0238278E-02,
22 * -1.5083434E-01, -2.9059573E-01, -2.9105437E-01, -3.9131244E-02,
23 * 3.6273717E-01, -2.2614118E-01, -4.7342635E-01, 1.9331333E-01,
24 * 5.3839527E-01, -1.1909845E-01, 9.9317051E-02, -6.6152626E-02,
25 * 4.0703241E-02, -2.4356310E-02, 1.4470533E-02, -8.6198007E-03/
26 DATA WCU/
27 * 5.1597053E-03, -3.1074002E-03, 1.6822347E-03, -1.1456545E-03,
28 * 7.0004347E-04, -2.2904226E-04, 2.6354444E-04, -1.6215439E-04,
29 * 9.9891279E-05, -1.1569037E-05, 3.7996921E-05, -2.3452250E-05,
30 * 1.4479572E-05, -6.9417327E-06, 5.5227519E-06, -3.4114252E-06,
31 * 2.1074101E-06, -1.3019229E-06, 6.0433617E-07, -4.9693661E-07,
32 * 3.0702417E-07, -1.8969219E-07, 1.1729669E-07, -7.2412490E-08,
33 * 4.4740263E-08, -2.7643004E-08, 1.7079403E-08, -1.0552634E-08,
34 * 6.5200311E-09, -4.0264597E-09, 2.4890232E-09, -1.5378955E-09,
35 * 9.5019040E-10, -6.8706096E-10, 3.6273937E-10, -2.2412346E-10,
36 * 1.3847792E-10, -8.5560871E-11, 5.2865474E-11, -3.2664392E-11,
37 * 2.0182948E-11, -1.2470979E-11, 7.7057670E-12, -4.7611713E-12,
38 * 2.9415274E-12, -1.8170081E-12, 1.1221634E-12, -6.9277106E-13,
39 * 4.2739744E-13, -2.6344388E-13, 1.6197105E-13, -9.9147443E-14,
40 * 6.0487998E-14, -3.6973047E-14, 2.2817964E-14, -1.4315547E-14,
41 * 9.1574735E-15, -5.9567230E-15, 3.9209969E-15, -2.5911739E-15,
42 * 1.6406939E-15, -8.8248590E-16, 3.0195409E-16, 2.2622634E-17,
43 * -6.0942556E-17, -3.7172363E-17, 1.9299542E-16, -3.3388160E-16,
44 * 4.6174110E-16, -3.8627358E-16, 7.2227767E-16, 6.7972941E-16,
45 * 1.0211793E-15, -1.0940039E-15, 1.0789555E-15, -9.7089714E-16/
46 DATA WDU/
47 * 7.4110927E-16, -4.1700094E-16, 6.5977134E-17, 1.3396469E-16,
48 * -1.7838410E-16, 4.8975421E-17, 1.9398153E-16, -5.0046989E-16,
49 * 8.3260985E-16, -1.1544040E-15, 1.4401527E-15, -1.6037060E-15,
50 * 1.7777129E-15, -1.7322187E-15, 1.5247247E-15, -1.1771155E-15,
51 * 6.9747910E-16, -1.2068950E-16, -4.8382857E-16, 1.0408292E-15,
52 * -1.5220450E-15, 1.9541597E-15, -2.4107448E-15, 2.9241438E-15,
53 * -3.5176475E-15, 4.2270125E-15, -5.0978515E-15, 6.1428450E-15,
54 * -7.3949962E-15, 8.6597601E-15, -1.0515959E-14, 1.2264584E-14,
55 * -1.3949870E-14, 1.5332490E-14, -1.6140702E-14, 1.6084121E-14,
56 * -1.4462523E-14, 1.2794804E-14, -9.9286701E-15, 6.8625809E-15,
57 * -4.0056107E-15, 1.5905079E-15, -7.2732961E-15, 4.0433218E-16,
58 * -6.5679655E-16, 3.3011866E-15, -7.3545910E-15, 1.2394851E-14,
59 * -1.1947697E-14, 2.3774303E-14, -3.0279166E-14, 3.9252631E-14,
60 * -5.5510504E-14, 9.0505371E-14, -1.76646731E-13/
61 C--END OF JO FILTER WEIGHTS
62 C
63 123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234

```

C--J1--INAMOFM FILTER WEIGHT REASAS (SHIFTED TO JO ABSCLSSWS);

DATA #A1/

\* -4.2129715E-10, 5.3667031E-15, -7.1163902E-15, 8.9478500E-15,  
 \* -1.0767891E-14, 1.2302265E-14, -1.3371129E-14, 1.3284178E-14,  
 \* -1.1714302E-14, 8.4134730E-15, -3.7720725E-15, -1.4263679E-15,  
 \* 8.6009010E-15, -8.4749640E-15, 1.1153987E-14, -1.4914622E-14,  
 \* 1.9314024E-14, -2.3172388E-14, 2.5065477E-14, -2.6217555E-14,  
 \* 2.5057768E-14, -2.2985539E-14, 1.9022752E-14, -1.5198084E-14,  
 \* 1.1422404E-14, -7.9323958E-15, 4.6421406E-15, -2.1875032E-15,  
 \* -3.2177842E-17, 1.9637960E-15, -3.3683843E-15, 4.6132219E-15,  
 \* -5.6205538E-15, 6.4192641E-15, -6.6959926E-15, 6.9857924E-15,  
 \* -6.5355938E-15, 5.6125103E-15, -4.1453931E-15, 2.6358827E-15,  
 \* -9.5104370E-16, 1.4600474E-16, 5.9166519E-16, 6.2639240E-17,  
 \* 5.0032100E-16, 4.3752205E-16, 2.1052293E-16, -9.5451973E-16,  
 \* 6.4004437E-15, -2.1926177E-15, 1.1651003E-14, 3.8415433E-16,  
 \* 1.8044664E-14, 1.0755745E-14, 3.0159022E-14, 3.3506138E-14,  
 \* 5.6709330E-14, 6.1475200E-14, 1.2530006E-13, 1.8519112E-13,  
 \* 2.7641786E-13, 4.1330623E-13, 6.1566204E-13, 9.1921659E-13,  
 \* 1.3696402E-12, 2.0447427E-12, 3.0494477E-12, 4.5501001E-12,  
 \* 6.7876250E-12, 1.0126237E-11, 1.5104976E-11, 2.2536053E-11

DATA #B1/

\* 3.3617368E-11, 5.0153839E-11, 7.4818173E-11, 1.1161804E-10,  
 \* 1.6651222E-10, 2.4840923E-10, 3.7056109E-10, 5.5264353E-10,  
 \* 8.2474468E-10, 1.2303750E-09, 1.8355034E-09, 2.7382502E-09,  
 \* 4.0649867E-09, 6.0940898E-09, 9.0913020E-09, 1.3502651E-08,  
 \* 2.0233058E-08, 3.0184244E-08, 4.5029477E-08, 6.7176304E-08,  
 \* 1.0021488E-07, 1.4956371E-07, 2.2503206E-07, 3.3272689E-07,  
 \* 4.9636623E-07, 7.4049604E-07, 1.1046805E-06, 1.6480103E-06,  
 \* 2.4585014E-06, 3.6677103E-06, 5.4711455E-06, 8.1026042E-06,  
 \* 1.2176782E-05, 1.8166179E-05, 2.7699223E-05, 4.0428804E-05,  
 \* 6.0307294E-05, 8.9971508E-05, 1.3420195E-04, 2.0021123E-04,  
 \* 2.9866417E-04, 4.4545291E-04, 6.6423156E-04, 9.9073275E-04,  
 \* 1.4767050E-03, 2.2016800E-03, 3.2766147E-03, 4.8637292E-03,  
 \* 7.2596811E-03, 1.0788355E-02, 1.5973323E-02, 2.3612041E-02,  
 \* 3.4655327E-02, 5.0608141E-02, 7.2827752E-02, 1.0337889E-01,  
 \* 1.4207357E-01, 1.8821315E-01, 2.2996815E-01, 2.5088500E-01,  
 \* 2.0334626E-01, 0.0665451E-02, -2.0273683E-01, -3.5712336E-01,  
 \* -1.6280529E-01, 4.7014634E-01, 7.2991233E-03, -3.0614594E-01,  
 \* 2.4978173E-01, -1.1149185E-01, 2.5965386E-02, 1.06540279E-02,  
 \* -2.2630217E-02, 2.4644647E-02, -2.2889284E-02, 2.0197032E-02/

DATA #C1/

\* -1.7488968E-02, 1.5057670E-02, -1.2953923E-02, 1.1153254E-02,  
 \* -9.6138436E-03, 8.2752090E-03, -7.1628301E-03, 6.1882910E-03,  
 \* -5.3482055E-03, 4.6232050E-03, -3.9970592E-03, 3.4560118E-03,  
 \* -2.9883670E-03, 2.5840861E-03, -2.2345428E-03, 1.9323040E-03,  
 \* -1.6709583E-03, 1.4449655E-03, -1.2495408E-03, 1.0805480E-03,  
 \* -9.3441130E-04, 8.0803689E-04, -6.9875784E-04, 6.0425624E-04,  
 \* -5.2253532E-04, 4.5180652E-04, -3.9075515E-04, 3.3790861E-04,  
 \* -2.9220916E-04, 2.5269019E-04, -2.1851565E-04, 1.8896332E-04,  
 \* -1.6340753E-04, 1.4130746E-04, -1.2219719E-04, 1.0567099E-04,  
 \* -9.1379828E-05, 7.9021432E-05, -6.8334412E-05, 5.9092726E-05,  
 \* -5.1100965E-05, 4.4189914E-05, -3.8213580E-05, 3.3045490E-05,  
 \* -2.8576356E-05, 2.4711631E-05, -2.1369560E-05, 1.8479514E-05,  
 \* -1.5980307E-05, 1.3819057E-05, -1.1950174E-05, 1.0384086E-05,  
 \* -8.9364100E-06, 7.7278306E-06, -6.6827063E-06, 5.7189421E-06,  
 \* -4.9373715E-06, 4.3215167E-06, -3.7370660E-06, 3.2316575E-06,  
 \* -2.7946013E-06, 2.4166592E-06, -2.0696207E-06, 1.8017690E-06,  
 \* -1.5627811E-06, 1.3514274E-06, -1.1686576E-06, 1.0106059E-06,  
 \* -8.7392952E-07, 7.5573750E-07, -6.5353002E-07, 5.6514528E-07,  
 \* -4.8871388E-07, 4.2261921E-07, -3.6546333E-07, 3.1603732E-07/

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63









Un programa que no marca error (que corra), no quiere decir que esté correcto. Para confirmar que nuestro programa está bien, tuvimos que checarlo con una tabla publicada (Michael Wilt and Mitchel Stark " A simple method for calculating apparent resistivity from electromagnetic sounding data" Geophysics, Vol. 47, Pag. 1100-1105). Esta tabla presenta una relación del número de inducción B (tratado más adelante), con los valores del campo magnético vertical (Hz) y horizontal (-Hr). Por lo tanto dejamos constantes la separación de bobinas a 100m. y la resistividad a  $100\Omega$ -m. Como la frecuencia está en función del número de inducción, despejamos la frecuencia y obtuvimos para cada valor de inducción, un valor de frecuencia. Estos valores obtenidos juntos con la separación de bobinas y la resistividad los metimos al programa y vimos que -- nuestros resultados, son idénticos a los del artículo, con una pequeña discrepancia debido al filtro utilizado.



## 11.1 CURVA DE RESPUESTA IMPEDANCIA CONTRA PERIODO.

En muchos métodos de prospección se utilizan bobinas pequeñas, tanto emisoras como receptoras. Para el estudio adecuado de los arreglos transmisor-receptor, es necesario conocer el coeficiente de inducción mutua del conjunto de las dos bobinas, su variación en función de la distancia que las separa y del ángulo que forman. Esto es interesante, porque el efecto del terreno sobre los campos observados puede describirse y ser medido como resultado de un cambio en el valor de dicho coeficiente respecto del vacío.

Una forma de definir el concepto de impedancia mutua es:

$$\bar{Z} = \frac{V e^{i\omega t}}{I e^{i\omega t}} = \frac{V}{I} \quad (11.1)$$

donde "V" es la caída de voltage en el receptor, "I" es la corriente de transmisión.

La relación de acoplamiento de la espira horizontal transmisora de área  $A_1$ , y la espira horizontal receptora de área  $A_2$ , sobre la superficie del terreno es:

$$\bar{Z} = \frac{A_1 A_2}{2\pi \sigma r^5} \left[ 9 - e^{-k_1 r} (9 + 9k_1 r + 4k_1^2 r^2 + k_1^3 r^3) \right] \quad (11.2)$$

según Wait (1951), las espiras transmisoras-receptoras, en presencia de un terreno, son normalizadas por el acoplamiento de las espiras en el espacio libre. Esta relación se llama radio de acoplamiento mutuo o impedancia mutua.

La relación de acoplamiento del espacio libre, para espiras horizontales coplanares es

$$Z_0 = \frac{V}{I} = i\omega\mu_0 \frac{N_1 N_2 A_1 A_2}{4\pi R^3} \quad (11.3)$$

donde  $N_1$  y  $N_2$  son el número de vueltas de las espiras transmisoras y receptoras respectivamente.

Para las espiras ortogonales, el campo magnético primario es cero. Generalmente el acoplamiento de las espiras de este arreglo se hace utilizando de las espiras coplanares.

Por último el caso de espiras coaxiales, el campo magnético es:

$$H = \frac{m}{2\pi R^2} = \frac{N_1 A_1 I}{2\pi R^2} \quad (11.4)$$

y el acoplamiento en el espacio libre es:

$$Z_0 = \frac{V}{I} = - \frac{i\omega\mu_0 N_1 N_2 A_1 A_2}{2\pi R^3} \quad (11.5)$$

Consideremos tres ejemplos: para un medio homogéneo, de dos capas y tres capas, con el objeto de ver el comportamiento de la curva de impedancia ( $Z/Z_0$ ) contra período ( $T$ ). A continuación se ilustra un listado de estos tres ejemplos obtenidos con el programa. Estos valores se grafican en papel logaritmico de 3 X 3 ciclos; Figs. 11.1, 11.2 y 11.3

Se observa claramente, que estas gráficas de impedancia contra período, no reflejan el número de capas del medio. En el siguiente punto, se hablará de una forma de interpretar este método.









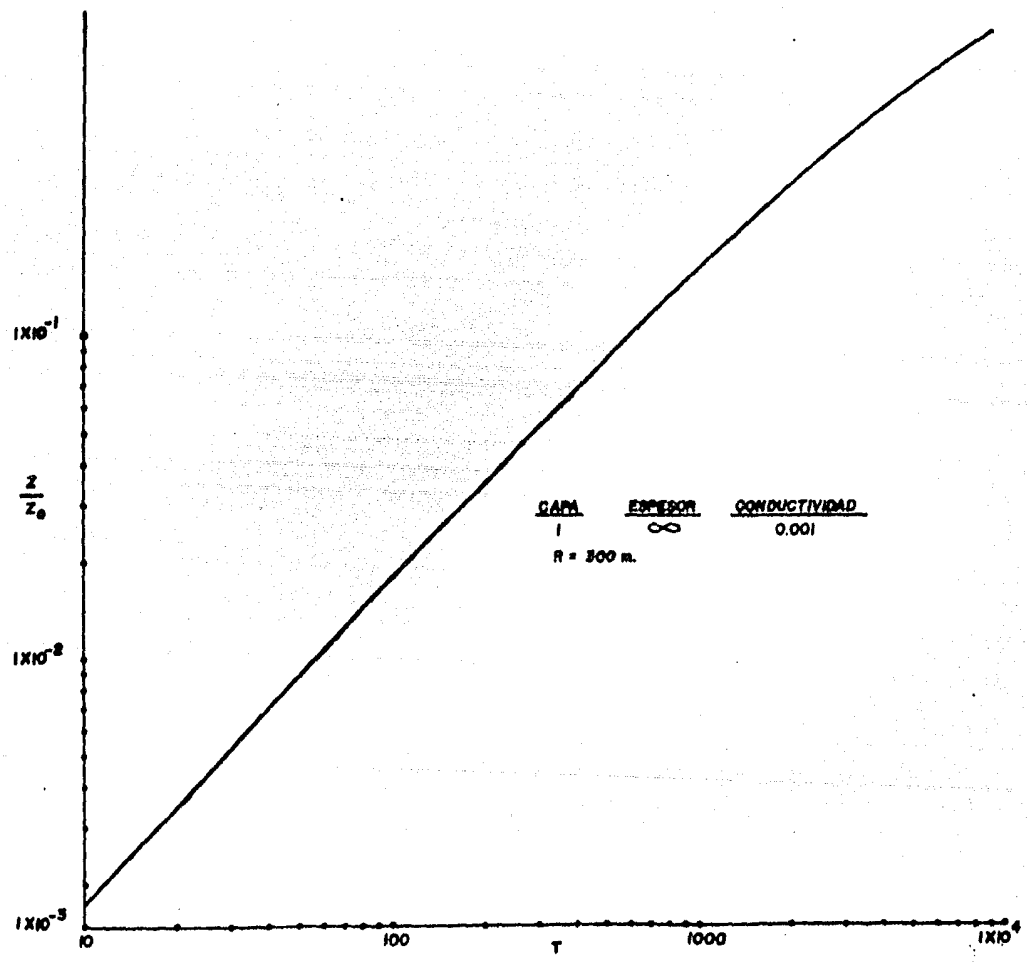


Fig II-1

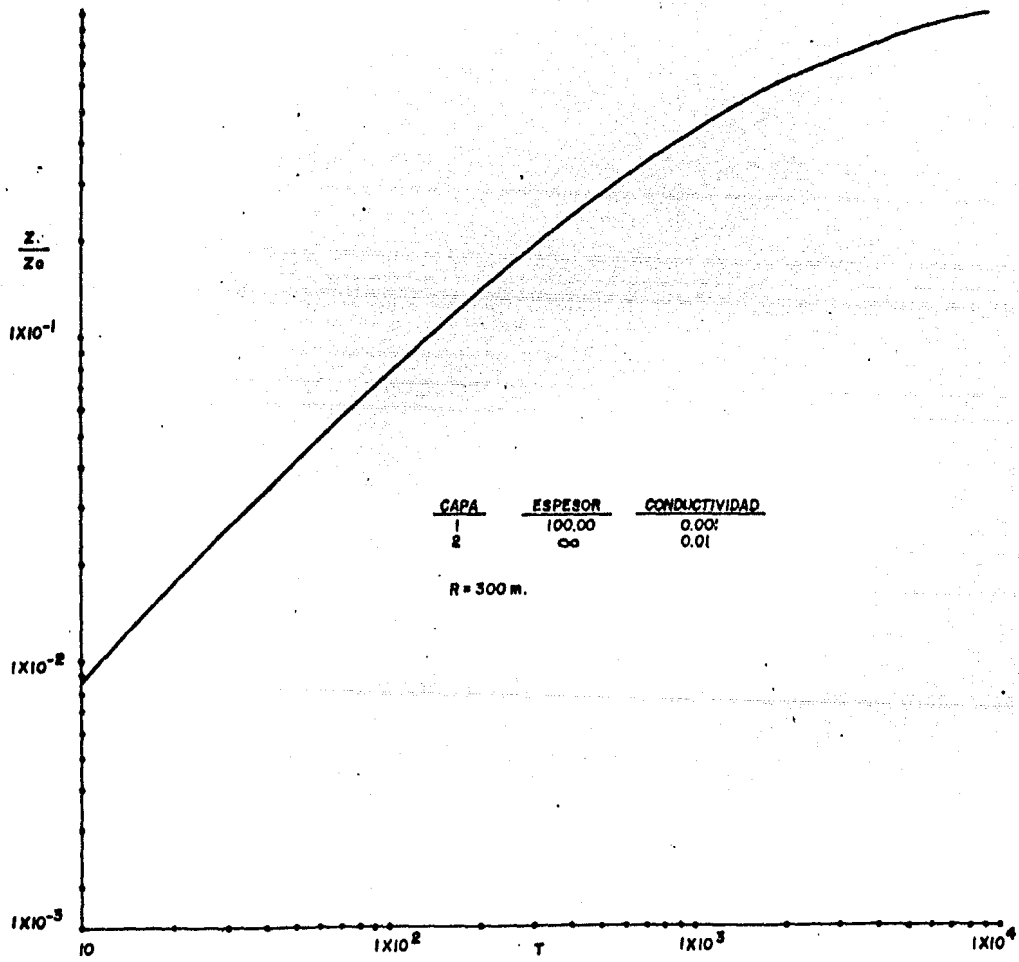


Fig. 11-2

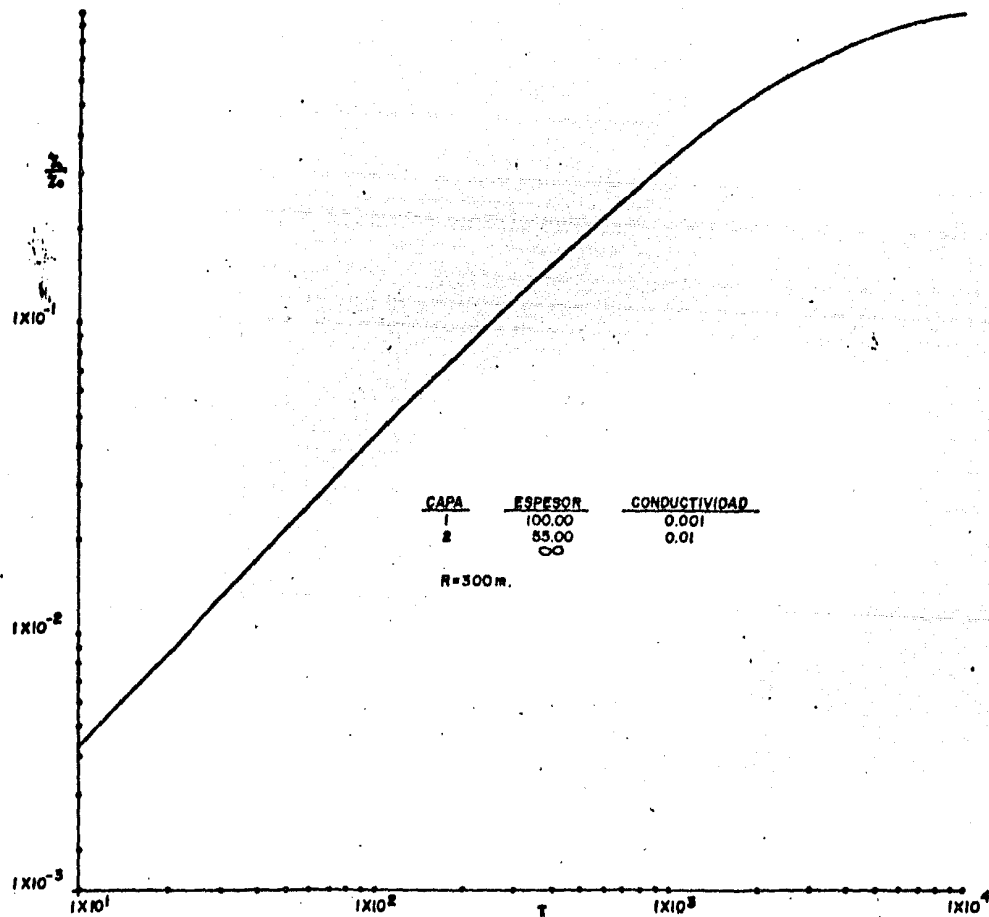


Fig. II-3

## 11.2

## INTERPRETACION DE CURVAS DE CAMPO

### POR EL METODO DE VERMA.

Una técnica de interpretación para curvas de sondeos electromagnéticos ha sido desarrollado por Rajni K. Verma, en su obra *Master Tables for Electromagnetic depth Sounding Interpretation*. Esta técnica de aparejamiento de curvas se usa para interpretar curvas de sondeo  $|Z/Z_0|$ , donde las mediciones de campo son graficadas con  $Z/Z_0$  como la ordenada y el periodo  $T$  (1/frecuencia) como abcisa, usando coordenadas semi logarítmicas.

Es importante señalar que las figuras mencionadas en este apartado no son las de este trabajo, sino de la obra de Verma, antes mencionada.

La notación utilizada en la obra de Verma es:

$R =$  Separación entre el emisor y el receptor.

$T =$  Periodo (1/frecuencia).

$T_{c1} =$  Punto donde la curva de campo empieza a desviarse de la curva de referencia del medio homogéneo: primer punto crítico.

$T_{c2} =$  Punto en donde la curva de campo empieza a desviarse de la curva de dos capas con mejor acoplamiento: segundo punto crítico.

$\rho =$  Resistividad.

$\rho_1 =$  Resistividad de la primera capa.

$\rho_2 =$  Resistividad de la segunda capa.

$\rho_3 =$  Resistividad de la tercera capa.

$d_1 =$  Grosor de la primera capa.

$d_2 =$  Grosor de la segunda capa.

f.c. Curva de campo.

h.e. Curva de referencia del medio homogéneo.

El procedimiento de interpretación consiste de los siguientes pasos:

1).- Ajuste el inicio de la curva de campo, a una curva de referencia de un medio homogéneo. Debido a que los siguientes pasos de la interpretación están basados en el primer paso, este debe realizarse con sumo cuidado, este paso proporciona:

a).-  $\rho_1$  : para los puntos correspondientes.

$$\left(\rho T/R^2\right)_{h.e.} = \left(\rho T/R^2\right)_{f.c.}$$

así:

$$\rho_1 = \left(\rho T/R^2\right)_{h.e.} / \left(T/R^2\right)_{f.c.}$$

b).- abscisa y ordenada para  $T_{c1}$  .

c).-  $\rho_2 > \rho_1$  ó  $\rho_2 < \rho_1$  : si la respuesta de la curva de referencia del medio homogéneo justo inmediatamente de  $T_{c1}$ ,

es mayor que la respuesta de la curva de campo, entonces

$\rho_2 < \rho_1$ , y cuando es mas baja entonces  $\rho_2 > \rho_1$  .

2).- Determinación del  $d_1$  :

a).- Para Espiras Perpendiculares.

Con la gráfica de la figura 1.1, usando la ordenada  $T_{c1}$  ;

ó con la gráfica de la figura 1.2, usando la abcisa de  $T_{c1}$ .

b).- Para Espiras Horizontales Coplanares.

Con la gráfica de la figura 1.3, usando la ordenada de

$T_{c1}$  ó con la gráfica de la figura 1.4, usando la abcisa de  $T_{c1}$  .

3).- Usando:  $\rho_2 > \rho_1$  ó  $\rho_2 < \rho_1$  (obtenido en el paso 1); o  $d_1$  (obtenido en el paso 2) la curva de 2 capas con mejor acoplamiento se selecciona de la colección de curvas maestras, esto nos proporciona:

a).-  $\rho_2$  : aproximadamente  $\rho_2/\rho_1$  de la curva de 2 capas con mejor acoplamiento es  $\rho_2/\rho_1$  de la curva de campo.

b).- Abcisa y ordenada de  $T_{c2}$  .

c).-  $\rho_3 > \rho_2$  ó  $\rho_3 < \rho_2$  : si la respuesta de la curva de 2 capas con mejor acoplamiento justo inmediatamente de  $T_{c2}$  es mayor que la respuesta de la curva de campo, entonces  $\rho_3 < \rho_2$  , y si es más baja entonces  $\rho_3 > \rho_2$  .

4).- Determinación de  $d_2$  :

a).- Para Espiras Perpendiculares.

$\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$  : con la gráfica de la figura 1.1, usando la ordenada de  $T_{c2}$  .

$\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$  : con la gráfica de la figura 1.5 usando la ordenada de  $T_{c2}$  .

$\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$  : con la gráfica de la figura 1.6 usando la ordenada de  $T_{c2}$  ; ó con la gráfica de la figura 1.7, usando:

$$\left[ (\text{ordenada de } T_{c2} \cdot 10)^2 + (\text{abcisa de } T_{c2} \cdot 10^5)^2 \right]^{1/2}$$

b).- Para Espiras Horizontales Coplanares.

$\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$  : con la gráfica de la figura 1.8 usando la ordenada de  $T_{c2}$  .

$\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$  : con la gráfica de la figura 1.8 usando la ordenada de  $T_{c2}$  .

$\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$  : con la gráfica de la figura 1.9, usando:

$$\left[ (\text{ordenada de } T_{c2} \cdot 10)^2 + (\text{abcisa de } T_{c2} \cdot 10^5)^2 \right]^{1/2}$$

5).- Usando:

a).-  $d_1$  (obtenido en el paso 2)

b).-  $\rho_2/\rho_1$  (obtenido en el paso 3)

c).-  $\rho_3 > \rho_2$  ó  $\rho_3 < \rho_2$  (obtenido en el paso 3)

d).-  $d_2$  (obtenido en el paso 4)

La curva de 3 capas, con mejor acoplamiento se selecciona de la elección de curvas maestras; esto proporciona una aproximación de  $\rho_3$  : aproximadamente  $\rho_3/\rho_2$  de la curva de 3 capas, con mejor acoplamiento es  $\rho_3/\rho_2$  de la curva de campo.



### 11.3 DEFINICION DE RESISTIVIDAD APARENTE.

Los inconvenientes de los dos apartados anteriores son: el primero, realmente no es resolutivo, ya que las gráficas de impedancias contra período no muestran las posibles capas existentes, y el segundo apartado, de interpretación de curvas de impedancia contra período (T), propuesto por Verma, tiene el inconveniente de que se debe disponer de una gran cantidad de curvas maestras, además este método es muy engorroso en su utilización.

También se presentan problemas en los valores obtenidos en el campo, ya que para estimaciones significativas de espesores y resistividades son imposibles de hacer, aun para intérpretores experimentados.

Esto conduce a muchas dificultades:

- 1.- La calidad de los datos obtenidos en el campo son muy difíciles de evaluarlos.
- 2.- Un geofísico de campo no puede alterar la exploración en base a los datos de campo.
- 3.- Como la existencia de una capa se basa en la comparación con una curva maestra. En el punto donde empiezan a diverger se dice que hay otra capa, al ser este método tan sensible puede conducir a errores fuertes.

4.- La curva es virtualmente insignificante para toda aquella persona que no tenga la experiencia adecuada, ya que ésta no refleja el posible número de capas del modelo.

Estos problemas nos llevan a la necesidad de hacer un tipo de transformación de resistividad aparente, para los datos electromagnéticos obtenidos, similar a los usados con resistividad de corriente directa.

Las ecuaciones que describen los campos electromagnéticos causados por una fuente dipolar oscilante sobre un semiespacio son muy complicadas. Aunque estas no se pueden resolver analíticamente podemos usar campos teóricos sobre un semiespacio y obtener resistividades aparentes para datos de sondeos por inducción con espiras horizontales. Sea demostrado que -- las ecuaciones de campo pueden ser escritas como función de un "Número de Inducción", adimensional.

$$BB = \sqrt{\frac{\mu W}{2\rho}} R \quad (11.6)$$

donde W es la frecuencia angular,  $\mu$  es la permeabilidad magnética, R la separación transmisor-receptor y  $\rho$  es la resistividad del semiespacio.

Llevando al cuadrado la ec. (11.6), tenemos:

$$(BB)^2 = \frac{\mu W}{2\rho} R^2 \quad (11.7)$$

como:

$$W = 2\pi f$$

y

$$\sigma = 1/\rho$$

$$(\underbrace{BB})^2 = \underbrace{\mu\pi} f \sigma R^2 \quad (11.8)$$

como  $\mu\pi$  son constantes tenemos:

$$\frac{(\underbrace{BB})^2}{\underbrace{\mu\pi}} = \sigma f R^2 \quad (11.9)$$

volviendo a definir un nuevo número de inducción:

$$B^2 = \frac{(\underbrace{BB})^2}{\underbrace{\mu\pi}} \quad (11.10)$$

sustituyendo la ec. (11.10) en (11.9) obtenemos:

$$B^2 = \sigma f R^2 \quad (11.11)$$

despejando la conductividad  $\sigma$  de la ec. (11.11) :

$$\sigma = \frac{B^2}{f R^2} \quad (11.12)$$

por lo tanto el valor de la resistividad aparente es:

$$\rho_a = \frac{f R^2}{B^2} \quad (11.13)$$

#### 11.4 CONSTRUCCION DE LAS CURVAS DE RESISTIVIDAD APARENTE, PARA UNA TIERRA ESTRATIFICADA.

Antes que nada, mencionaremos algunas de las pruebas preliminares que se hicieron antes de llegar a la curva que utilizamos para la obtención de la resistividad aparente.

Se graficó la resistividad aparente contra el valor de campo magnético radial ( $H_r$ ), donde obtuvimos líneas paralelas de diferente frecuencia. Este método funciona, pero tiene el gran inconveniente de que se necesitaría una gran cantidad de éstas líneas de frecuencia para que fuera funcional. También se graficó el valor de campo magnético radial ( $H_r$ ), contra  $\sqrt{R^2}$ , donde obtuvimos resultados parecidos a los anteriores. Otra prueba que hicimos fué graficar los valores de campo  $H_r$  contra  $\sqrt{f}$ , donde obtuvimos líneas paralelas de diferentes valores de separación de bobinas  $R$ , este método es funcional como los anteriores, pero presenta el mismo inconveniente, que lo hace impráctico.

El procedimiento para la obtención de la curva de resistividad aparente para un medio estratificado fué el siguiente:

Corrimos el programa con varios ejemplos de medios homogéneos, variando la frecuencia de 0.1Hz. a 10000Hz., las conductividades de  $1 \times 10^{-3}$  a 10 mho/m. y la separación de bobinas

nas 5m. a 300m.. Con estos datos obtuvimos, una gran cantidad de valores de campo (Hr), el paso siguiente fué calcular el parámetro de respuesta  $\alpha^2 = \tau f R^2$  (ec. 11.11), para cada valor de campo, estos pares de valores fueron vaciados en una gráfica; poniendo en la ordenada los valores de campo y en las abscisas el parámetro de respuesta.

A la hora de graficar estos valores, observamos algo muy interesante: todos estos valores están contenidos en una sola curva, esto hace que éste método sea definitivamente más ventajoso que los anteriores.

A continuación se ilustra ésta curva (Fig.11.4).

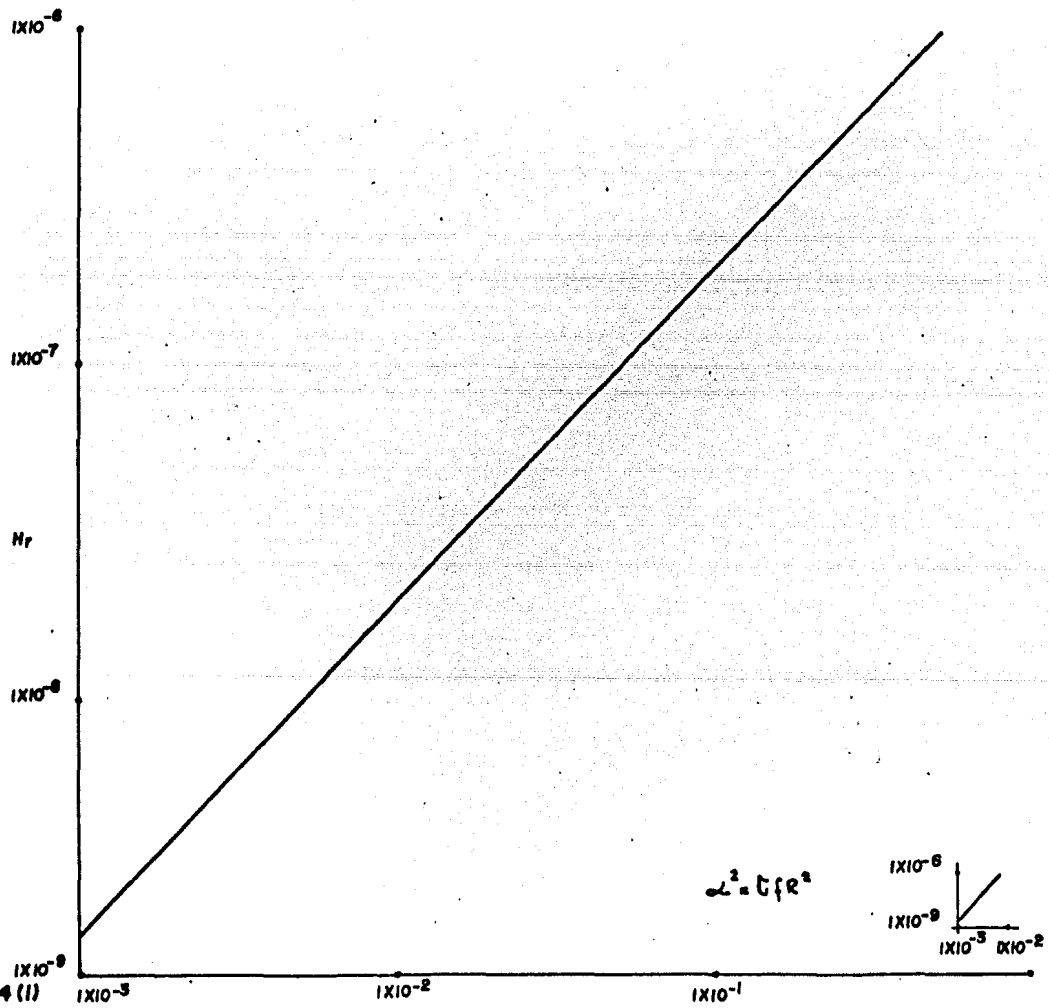
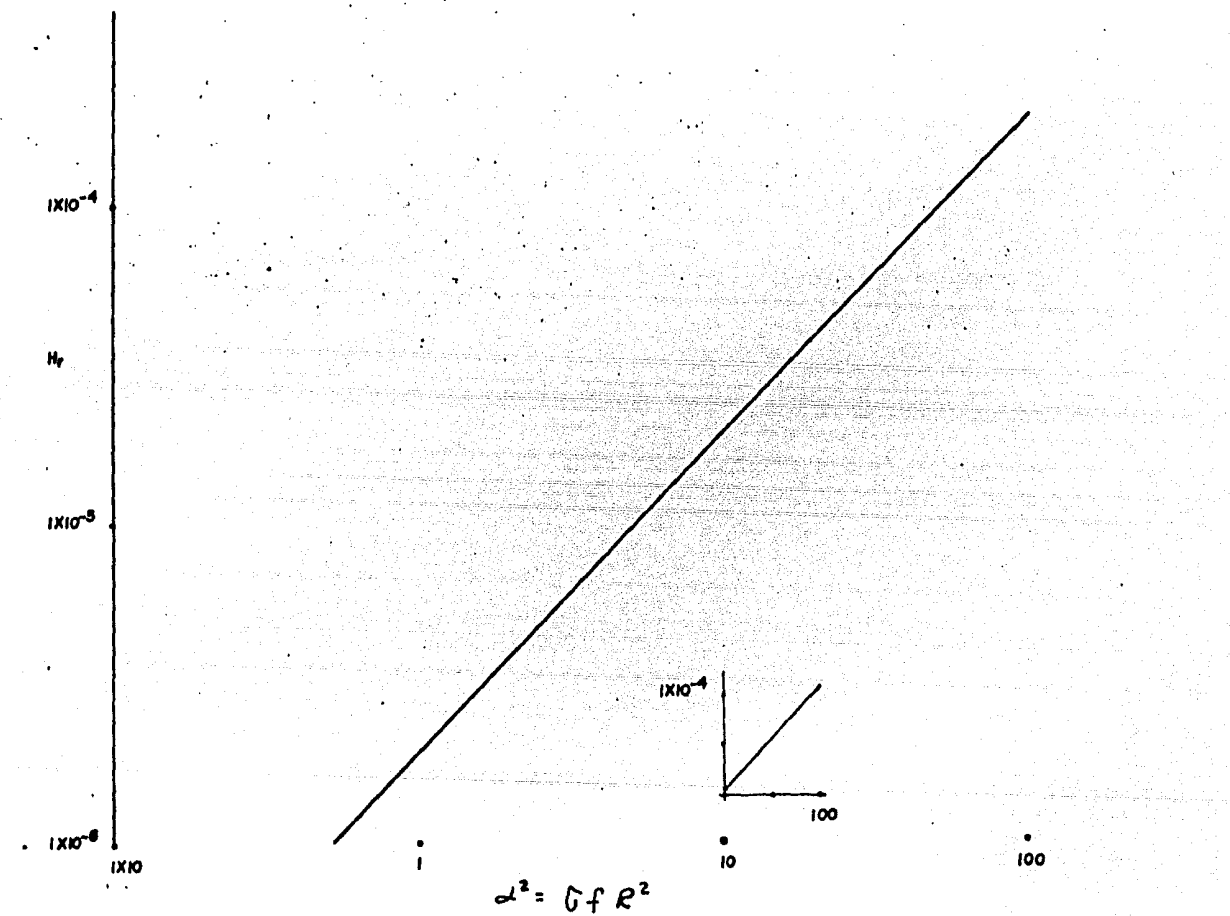


Fig. 11-4 (1)



$$\alpha^2 = G f R^2$$

Fig. II-4 (2)

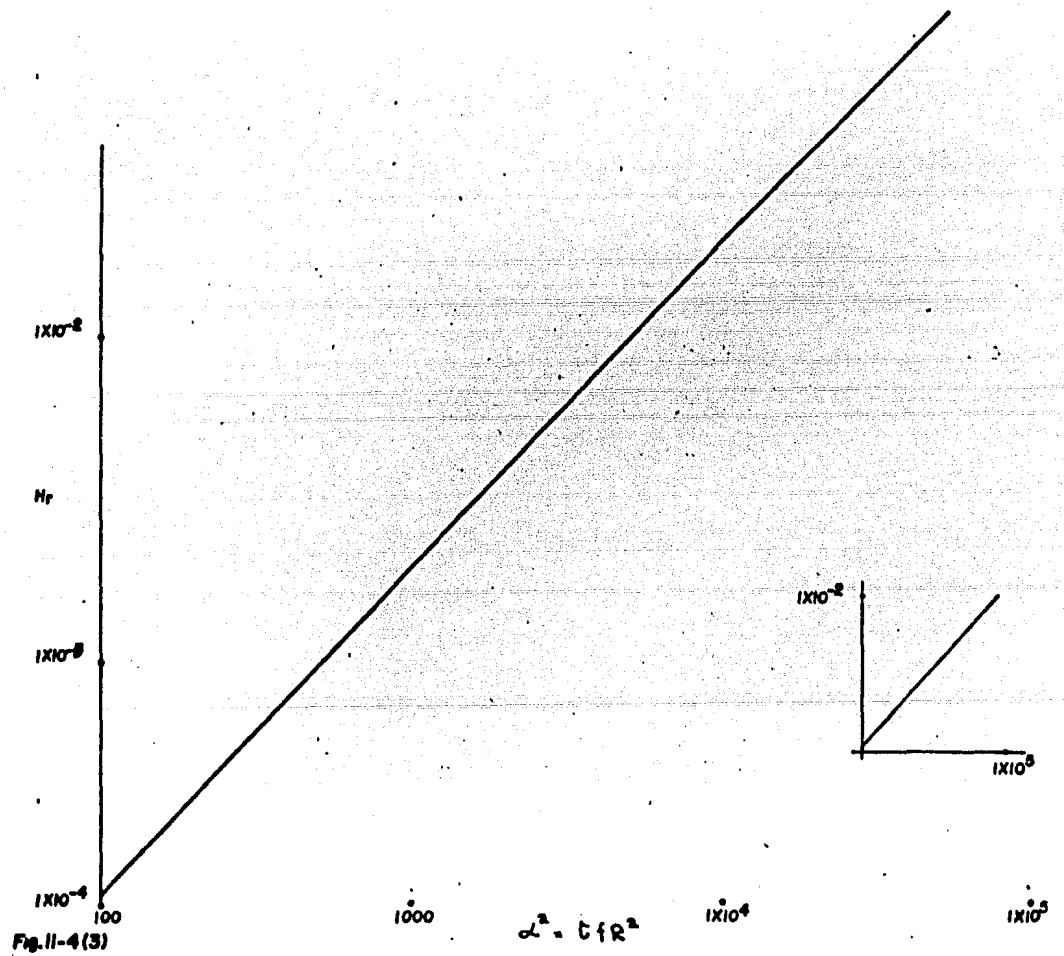
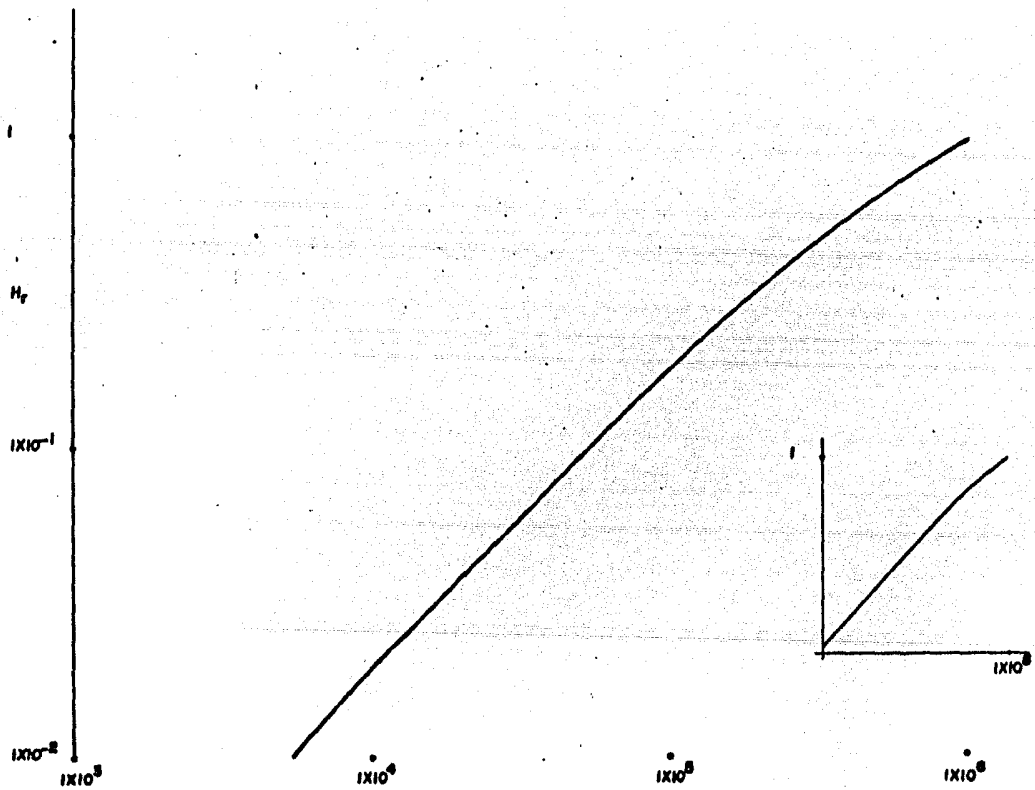


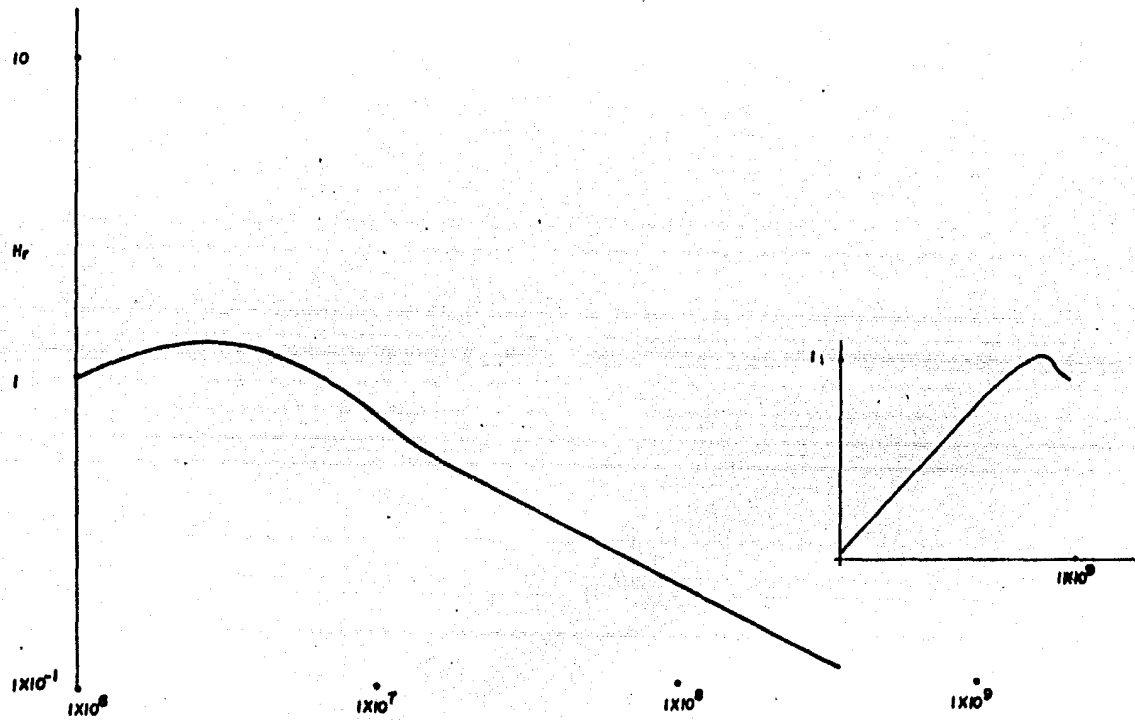
Fig. II-4 (3)





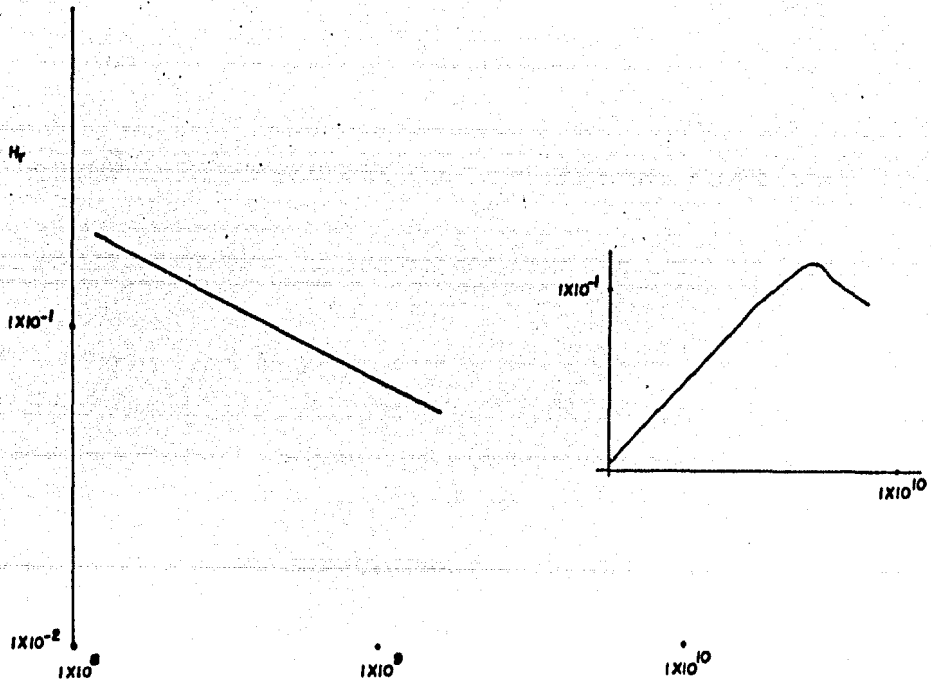
$$\alpha^2 = C f R^2$$

Fig. 11-4 (4)



$$\alpha^2 = C f R^2$$

Fig. II-4 (5)



$$\alpha^2 = \sigma f R^2$$

FIG. 11-4 (6)

En la curva anterior (Fig. 11.4) existe un problema, para cada valor de campo ( $H_r$ ), en un tramo de la curva existen dos valores del parámetro de respuesta, esto hace que el interpretador analice cual de los dos valores es el más adecuado.

Utilizando la Fig. 11.4 podemos calcular la curva de resistividad aparente, graficando en la abcisa el período ( $T$ ) y en la ordenada la resistividad aparente ( $\rho_a$ ), en papel logarítmico de  $3 \times 3$  ciclos.

Para mayor exactitud y comodidad en la obtención de los valores de resistividad aparente, la Fig. 11.4 lo programamos, utilizando una aproximación lineal.

A continuación mostramos un listado de éste programa, -- así como los resultados de un ejemplo.

DIMENSION RHOAP(100), PHOAP1(100), RHOAP2(100)  
DIMENSION AHPF(300), ALFAP(300), FREQ(300), AHRP(300)  
DIMENSION AHR1(3&2), ALFAT(3&2)  
DIMENSION D(10), RQ(10)

DATA (AHR1(I), I=1, 3&2) /

1 0. 197392E-08, 0. 394784E-09, 0. 592176E-08, 0. 789568E-08,  
2 0. 986961E-08, 0. 118485E-07, 0. 138174E-07, 0. 157914E-07,  
3 0. 177653E-07, 0. 197392E-07, 0. 236871E-07, 0. 276349E-07,  
4 0. 315827E-07, 0. 355396E-07, 0. 394784E-07, 0. 473741E-07,  
5 0. 493480E-07, 0. 552598E-07, 0. 592176E-07, 0. 631655E-07,  
6 0. 710612E-07, 0. 789568E-07, 0. 947482E-07, 0. 986961E-07,  
7 0. 110540E-06, 0. 118485E-06, 0. 126331E-06, 0. 138174E-06,  
8 0. 142122E-06, 0. 146044E-06, 0. 157914E-06, 0. 177653E-06,  
9 0. 189496E-06, 0. 197392E-06, 0. 221079E-06, 0. 236870E-06,  
\* 0. 246740E-06, 0. 252662E-06, 0. 276349E-06, 0. 284245E-06,  
1 0. 296806E-06, 0. 315827E-06, 0. 335396E-06, 0. 355396E-06,  
2 0. 394784E-06, 0. 444102E-06, 0. 473741E-06, 0. 493480E-06,  
3 0. 552698E-06, 0. 592176E-06, 0. 631655E-06, 0. 690872E-06,  
4 0. 710611E-06, 0. 789568E-06, 0. 888264E-06, 0. 947481E-06,  
5 0. 986960E-06, 0. 110539E-05, 0. 118485E-05, 0. 126331E-05,  
6 0. 138174E-05, 0. 142122E-05, 0. 149344E-05, 0. 157913E-05,  
7 0. 177653E-05, 0. 189496E-05, 0. 197392E-05, 0. 221079E-05,  
8 0. 236870E-05, 0. 246740E-05, 0. 252661E-05, 0. 276349E-05,  
9 0. 284244E-05, 0. 296806E-05, 0. 315827E-05, 0. 345435E-05,  
\* 0. 355395E-05, 0. 394782E-05, 0. 444131E-05, 0. 473739E-05,  
1 0. 493478E-05, 0. 552696E-05, 0. 592174E-05, 0. 631652E-05,  
2 0. 690868E-05, 0. 710607E-05, 0. 789564E-05, 0. 888258E-05,  
3 0. 947475E-05, 0. 986958E-05, 0. 110539E-04, 0. 118484E-04,  
4 0. 126330E-04, 0. 138173E-04, 0. 142121E-04, 0. 157912E-04,  
5 0. 177653E-04, 0. 189494E-04, 0. 197389E-04, 0. 221075E-04,  
6 0. 236856E-04, 0. 246730E-04, 0. 252657E-04, 0. 276343E-04,  
7 0. 284233E-04, 0. 296831E-04, 0. 315820E-04, 0. 345427E-04,  
8 0. 355296E-04, 0. 394772E-04, 0. 444117E-04, 0. 473724E-04,  
9 0. 493461E-04, 0. 552674E-04, 0. 592149E-04, 0. 631633E-04,  
\* 0. 690833E-04, 0. 710572E-04, 0. 789530E-04, 0. 888202E-04,  
1 0. 947412E-04, 0. 986834E-04, 0. 110530E-03, 0. 118424E-03,  
2 0. 126318E-03, 0. 138160E-03, 0. 142106E-03, 0. 149327E-03,  
3 0. 157894E-03, 0. 177625E-03, 0. 189468E-03, 0. 197362E-03,  
4 0. 221041E-03, 0. 236827E-03, 0. 246690E-03, 0. 252612E-03,  
5 0. 276289E-03, 0. 284181E-03, 0. 296020E-03, 0. 315749E-03,  
6 0. 345343E-03, 0. 355237E-03, 0. 394650E-03, 0. 440978E-03,  
7 0. 473566E-03, 0. 492890E-03, 0. 552460E-03, 0. 591903E-03,  
8 0. 631344E-03, 0. 690500E-03, 0. 710216E-03, 0. 789583E-03,  
9 0. 887651E-03, 0. 946744E-03, 0. 986204E-03, 0. 110445E-02,  
\* 0. 110326E-02, 0. 126207E-02, 0. 138096E-02, 0. 149666E-02,  
1 0. 147674E-02, 0. 157121E-02, 0. 177409E-02, 0. 189219E-02,  
2 0. 197091E-02, 0. 220702E-02, 0. 236498E-02, 0. 246271E-02,  
3 0. 252170E-02, 0. 275782E-02, 0. 285624E-02, 0. 295415E-02,  
4 0. 315662E-02, 0. 344529E-02, 0. 354392E-02, 0. 393594E-02,  
5 0. 442408E-02, 0. 472035E-02, 0. 491690E-02, 0. 530355E-02,  
6 0. 566044E-02, 0. 585823E-02, 0. 628641E-02, 0. 687277E-02,  
7 0. 784894E-02, 0. 882590E-02, 0. 979713E-02, 0. 109624E-01,  
8 0. 117397E-01, 0. 125154E-01, 0. 136773E-01, 0. 148642E-01,  
9 0. 156095E-01, 0. 175865E-01, 0. 186902E-01, 0. 194584E-01,  
\* 0. 217599E-01, 0. 232871E-01, 0. 248139E-01, 0. 270959E-01,  
1 0. 276553E-01, 0. 289428E-01, 0. 309854E-01, 0. 346558E-01,  
2 0. 369092E-01, 0. 384078E-01, 0. 428660E-01, 0. 458497E-01,  
3 0. 532357E-01, 0. 532331E-01, 0. 568971E-01, 0. 605456E-01,  
4 0. 659898E-01, 0. 677180E-01, 0. 749672E-01, 0. 830512E-01,  
5 0. 891956E-01, 0. 926401E-01, 1. 030630E-01, 1. 099401E-01,  
6 1. 167611E-01, 1. 260970E-01, 1. 303351E-01, 1. 439960E-01,

7 1. 507740E-01, 1. 554110E-01, 1. 737610E-01, 1. 945551E-01,  
 8 2. 668530E-01, 2. 142441E-01, 2. 366391E-01, 2. 427110E-01,  
 9 2. 657970E-01, 2. 937941E-01, 3. 161570E-01, 3. 208890E-01,  
 \* 3. 725290E-01, 4. 210790E-01, 4. 304310E-01, 4. 442701E-01,  
 1 4. 667920E-01, 4. 793770E-01, 5. 099910E-01, 5. 364840E-01,  
 2 5. 985500E-01, 6. 257440E-01, 6. 432751E-01, 6. 931650E-01,  
 3 7. 243130E-01, 7. 538660E-01, 7. 954930E-01, 8. 086780E-01,  
 4 8. 582020E-01, 9. 135030E-01, 9. 435260E-01, 9. 623250E-01,  
 5 1. 013400E+00, 1. 043410E+00, 1. 066670E+00, 1. 070510E+00,  
 6 1. 116930E+00, 1. 131940E+00, 1. 134300E+00, 1. 162460E+00,  
 7 1. 190510E+00, 1. 207950E+00, 1. 216830E+00, 1. 237850E+00,  
 8 1. 238510E+00, 1. 246350E+00, 1. 250140E+00, 1. 251670E+00,  
 9 1. 253080E+00, 1. 253660E+00, 1. 245190E+00, 1. 231430E+00,  
 \* 1. 225800E+00, 1. 199070E+00, 1. 199030E+00, 1. 132850E+00,  
 1 1. 114890E+00, 1. 078250E+00, 1. 059750E+00, 1. 029900E+00,  
 2 9. 867050E-01, 9. 348010E-01, 9. 161060E-01, 8. 697950E-01,  
 3 8. 552540E-01, 7. 861510E-01, 7. 496700E-01, 7. 274160E-01,  
 4 6. 874430E-01, 6. 695130E-01, 6. 375240E-01, 6. 190270E-01,  
 5 6. 099820E-01, 5. 756340E-01, 5. 658480E-01, 5. 321890E-01,  
 6 5. 286660E-01, 5. 073170E-01, 5. 000590E-01, 4. 875310E-01,  
 7 4. 748000E-01, 4. 488350E-01, 4. 352970E-01, 4. 220710E-01,  
 8 4. 115520E-01, 4. 041330E-01, 3. 985920E-01, 3. 782760E-01,  
 9 3. 563240E-01, 3. 378430E-01, 3. 219490E-01, 3. 083950E-01,  
 \* 2. 960910E-01, 2. 908110E-01, 2. 853810E-01, 2. 786950E-01,  
 1 2. 669040E-01, 2. 517480E-01, 2. 450350E-01, 2. 367540E-01,  
 2 2. 275230E-01, 2. 177170E-01, 2. 016730E-01, 1. 947740E-01,  
 3 1. 903870E-01, 1. 88790E-01, 1. 793060E-01, 1. 732740E-01,  
 4 1. 688760E-01, 1. 609880E-01, 1. 591710E-01, 1. 509370E-01,  
 5 1. 479050E-01, 1. 420280E-01, 1. 372040E-01, 1. 320560E-01,  
 6 1. 290630E-01, 1. 220490E-01, 1. 191630E-01, 1. 129110E-01,  
 7 1. 099610E-01, 1. 070400E-01, 9. 164205E-02, 8. 812691E-02,  
 8 8. 492315E-02, 8. 205888E-02, 7. 958567E-02, 7. 578488E-02,  
 9 7. 392403E-02, 7. 199281E-02, 6. 849098E-02, 6. 533658E-02,  
 \* 6. 210009E-02, 6. 015179E-02, 5. 829322E-02, 5. 647413E-02,  
 1 5. 475070E-02, 5. 323570E-02 /  
 DATA (ALFAT(I), I=1, 362) /

1 1. 00E-03, 2. 00E-03, 3. 00E-03, 4. 00E-03, 5. 00E-03,  
 2 6. 00E-03, 7. 00E-03, 8. 00E-03, 9. 00E-03, 1. 00E-02,  
 3 1. 20E-02, 1. 40E-02, 1. 60E-02, 1. 80E-02, 2. 00E-02,  
 4 2. 40E-02, 2. 50E-02, 2. 80E-02, 3. 00E-02, 3. 20E-02,  
 5 3. 60E-02, 4. 00E-02, 4. 80E-02, 5. 00E-02, 5. 60E-02,  
 6 6. 00E-02, 6. 40E-02, 7. 00E-02, 7. 20E-02, 7. 50E-02,  
 7 8. 00E-02, 9. 00E-02, 9. 60E-02, 1. 00E-01, 1. 12E-01,  
 8 1. 20E-01, 1. 25E-01, 1. 28E-01, 1. 40E-01, 1. 44E-01,  
 9 1. 50E-01, 1. 60E-01, 1. 75E-01, 1. 80E-01, 2. 00E-01,  
 \* 2. 25E-01, 2. 40E-01, 2. 50E-01, 2. 80E-01, 3. 00E-01,  
 1 3. 20E-01, 3. 50E-01, 3. 60E-01, 4. 00E-01, 4. 50E-01,  
 2 4. 80E-01, 5. 00E-01, 5. 60E-01, 6. 00E-01, 6. 40E-01,  
 3 7. 00E-01, 7. 20E-01, 7. 50E-01, 8. 00E-01, 9. 00E-01,  
 4 9. 60E-01, 1. 00E+00, 1. 12E+00, 1. 20E+00, 1. 25E+00,  
 5 1. 28E+00, 1. 40E+00, 1. 44E+00, 1. 50E+00, 1. 60E+00,  
 6 1. 75E+00, 1. 80E+00, 2. 00E+00, 2. 25E+00, 2. 40E+00,  
 7 2. 50E+00, 2. 60E+00, 3. 00E+00, 3. 20E+00, 3. 50E+00,  
 8 3. 60E+00, 4. 00E+00, 4. 50E+00, 4. 80E+00, 5. 00E+00,  
 9 5. 60E+00, 6. 00E+00, 6. 40E+00, 7. 00E+00, 7. 20E+00,  
 \* 8. 00E+00, 9. 00E+00, 9. 60E+00, 1. 00E+01, 1. 12E+01,  
 1 1. 20E+01, 1. 25E+01, 1. 28E+01, 1. 40E+01, 1. 44E+01,  
 2 1. 50E+01, 1. 60E+01, 1. 75E+01, 1. 80E+01, 2. 00E+01,  
 3 2. 25E+01, 2. 40E+01, 2. 50E+01, 2. 80E+01, 3. 00E+01,  
 4 3. 20E+01, 3. 50E+01, 3. 60E+01, 4. 00E+01, 4. 50E+01,  
 5 4. 80E+01, 5. 00E+01, 5. 60E+01, 6. 00E+01, 6. 40E+01,

6	7.00E+01	7.70E+01	8.50E+01	9.00E+01	9.70E+01	9.90E+01
7	9.60E+01	1.00E+02	1.10E+02	1.20E+02	1.30E+02	1.40E+02
8	1.20E+02	1.40E+02	1.60E+02	1.80E+02	2.00E+02	2.20E+02
9	1.75E+02	1.90E+02	2.00E+02	2.20E+02	2.40E+02	2.60E+02
*	2.50E+02	3.00E+02	3.50E+02	3.80E+02	4.20E+02	4.60E+02
1	3.40E+02	4.00E+02	4.50E+02	4.80E+02	5.20E+02	5.60E+02
2	5.60E+02	6.00E+02	6.40E+02	7.00E+02	7.40E+02	7.80E+02
3	7.50E+02	8.00E+02	9.00E+02	9.60E+02	1.00E+03	1.10E+03
4	1.12E+03	1.20E+03	1.35E+03	1.40E+03	1.40E+03	1.40E+03
5	1.44E+03	1.50E+03	1.60E+03	1.75E+03	1.80E+03	1.80E+03
6	2.00E+03	2.15E+03	2.40E+03	2.50E+03	2.60E+03	2.60E+03
7	2.80E+03	3.00E+03	3.20E+03	3.50E+03	4.00E+03	4.00E+03
8	4.50E+03	5.00E+03	5.50E+03	6.00E+03	6.40E+03	6.40E+03
9	7.00E+03	7.20E+03	7.60E+03	8.00E+03	8.40E+03	8.40E+03
*	1.00E+04	1.12E+04	1.20E+04	1.20E+04	1.40E+04	1.40E+04
1	1.44E+04	1.50E+04	1.60E+04	1.75E+04	1.80E+04	1.80E+04
2	2.00E+04	2.14E+04	2.40E+04	2.50E+04	2.60E+04	2.60E+04
3	3.00E+04	3.20E+04	3.50E+04	3.60E+04	4.00E+04	4.00E+04
4	4.50E+04	4.80E+04	5.00E+04	5.50E+04	6.00E+04	6.00E+04
5	6.40E+04	7.00E+04	7.20E+04	8.00E+04	8.40E+04	8.40E+04
6	9.60E+04	1.00E+05	1.12E+05	1.20E+05	1.20E+05	1.20E+05
7	1.40E+05	1.44E+05	1.70E+05	1.80E+05	1.92E+05	1.92E+05
8	2.00E+05	2.15E+05	2.40E+05	2.50E+05	2.60E+05	2.60E+05
9	3.20E+05	3.50E+05	3.60E+05	4.00E+05	4.50E+05	4.50E+05
*	4.80E+05	5.00E+05	5.50E+05	6.00E+05	6.40E+05	6.40E+05
1	7.00E+05	7.20E+05	8.00E+05	9.00E+05	9.60E+05	9.60E+05
2	1.00E+06	1.12E+06	1.20E+06	1.20E+06	1.40E+06	1.40E+06
3	1.44E+06	1.50E+06	1.60E+06	1.75E+06	1.80E+06	1.80E+06
4	1.92E+06	2.00E+06	2.24E+06	2.35E+06	2.40E+06	2.40E+06
5	2.50E+06	2.60E+06	2.80E+06	3.00E+06	3.20E+06	3.20E+06
6	3.50E+06	3.60E+06	4.00E+06	4.50E+06	4.80E+06	4.80E+06
7	5.00E+06	5.40E+06	5.60E+06	6.00E+06	6.40E+06	6.40E+06
8	7.00E+06	7.20E+06	7.60E+06	8.00E+06	8.40E+06	8.40E+06
9	9.60E+06	1.00E+07	1.10E+07	1.12E+07	1.20E+07	1.20E+07
*	1.25E+07	1.28E+07	1.40E+07	1.44E+07	1.50E+07	1.50E+07
1	1.62E+07	1.75E+07	1.80E+07	1.92E+07	2.00E+07	2.00E+07
2	2.25E+07	2.40E+07	2.50E+07	2.70E+07	2.80E+07	2.80E+07
3	2.80E+07	3.20E+07	3.60E+07	4.00E+07	4.40E+07	4.40E+07
4	4.80E+07	5.20E+07	5.40E+07	5.60E+07	6.00E+07	6.00E+07
5	6.40E+07	7.20E+07	7.60E+07	8.00E+07	8.80E+07	8.80E+07
6	9.60E+07	1.12E+08	1.20E+08	1.26E+08	1.28E+08	1.28E+08
7	1.44E+08	1.52E+08	1.60E+08	1.76E+08	1.80E+08	1.80E+08
8	2.00E+08	2.08E+08	2.24E+08	2.40E+08	2.60E+08	2.60E+08
9	2.72E+08	2.84E+08	3.00E+08	3.20E+08	3.40E+08	3.40E+08
*	4.00E+08	4.40E+08	5.00E+08	6.00E+08	6.75E+08	6.75E+08
1	7.20E+08	8.10E+08	8.50E+08	9.00E+08	9.90E+08	9.90E+08
2	1.00E+09	1.12E+09	1.26E+09	1.35E+09	1.44E+09	1.44E+09
3	1.52E+09	1.60E+09				

C

C

C

C

LEA DATOS DE AL DE PUNTOS (L), DISTANCIA EMISOR-RECEPTOR  
 FRECUENCIA DE CAMPO Y LOS VALORES MAGNETICOS DE CAMPO  
 READ(S,\*) IN (M, L, R) NPUNTOS  
 READ(S,\*) (AMR(I), I=1, NPUNTOS)  
 READ(S,\*) (FRQ(I), I=1, NPUNTOS)  
 WRITE(6, 299)

299 FORMAT(//, 2X, 'CAPA', 4X, 'DEPESOR', 4X, 'RESISTENCIA', //)  
 K1=3  
 READ(S,\*) (D(I), RO(I), I=1, K1)  
 WRITE(6, 355) (I, D(I), RO(I), I=1, K1)  
 355 FORMAT (6X, I3, 2X, F7.2, 4X, F7.2, //)

```

WRITE(1,1000)
366 FORMAT(10X,'FRECUENCIA',IX,' HERTZ APARENTE',//)
C
C   EMPIEZA EL PROGRAMA.
DO 10 I=1,NPUNTOS
C   COMPARA AHP(I) CON AHRT(N)
IF(AHRC(I).GT.AHRT(N)) GO TO 100
C   CALCULA LA PENDIENTE.
PEND=(ALOG10(AHRT(N))-ALOG10(AHRT(I)))/
1(ALOG10(ALFAT(N))-ALOG10(ALFAT(I)))
C   CALCULA EL PARAMETRO DE RESPUESTA (ALFAC(I)).
ALFAC(I)=ALOG10(ALFAT(N))+(ALOG10(AHRC(I))
1-ALOG10(AHRT(N)))/PEND
ALFAC(I)=10.**ALFAC(I)
CONDUC=ALFAC(I)/(FREQ(I)*R**2)
C
C   CALCULA LA RESISTIVIDAD APARENTE (RHOAP(I))
RHOAP(I)=1/CONDUC
C   ESCRIBE LA RESISTIVIDAD APARENTE.
WRITE(5,1000) FREQ(I),RHOAP(I)
1000 FORMAT(10X,G10.4,10X,G10.4)
GO TO 10
C
C   CALCULA RHOAP PARTE IZQUIERDA DE LA CURVA.
100 K=1
200 K=K+1
Z=K-1
AHP(Z)=AHRT(N+Z)
IF(AHRC(I).GT.AHRT(N+K)) GO TO 200
PEND=(ALOG10(AHRT(N+K))-ALOG10(AHP(Z)))/
1(ALOG10(ALFAT(N+K))-ALOG10(ALFAT(N+Z)))
ALFAC(I)=ALOG10(ALFAT(N+K))+(ALOG10(AHRC(I))
1-ALOG10(AHRT(N+K)))/PEND
ALFAC(I)=10.**ALFAC(I)
CONDUC=ALFAC(I)/(FREQ(I)*R**2)
RHOAP1(I)=1/CONDUC
C
C   CALCULA RHOAP2 PARTE DERECHA DE LA CURVA.
K=1
300 K=K+1
Z=K-1
AHP(Z)=AHRT(M+Z)
IF(AHRC(I).LT.AHRT(M+K)) GO TO 300
PEND=(ALOG10(AHP(Z))-ALOG10(AHRT(M+K)))/
1(ALOG10(ALFAT(M+Z))-ALOG10(ALFAT(M+K)))
ALFAC(I)=ALOG10(ALFAT(M+K))+(ALOG10(AHRC(I))
1-ALOG10(AHRT(M+K)))/PEND
ALFAC(I)=10.**ALFAC(I)
CONDUC=ALFAC(I)/(FREQ(I)*R**2)
RHOAP2(I)=1/CONDUC
C
C   ESCRIBE RHOAP1 Y RHOAP2
WRITE(6,1000)FREQ(I),RHOAP1(I),RHOAP2(I)
2000 FORMAT(10X,G10.4,10X,G10.4,10X,G10.4)
10 CONTINUE
CALL EXIT
END

```



CAPA ESPESOR RESISTIVIDAD

1 200.00 1000.00  
 2 10.00 50.00  
 3 0.00 1000.00

SEPARACION EMISOR-RECEPTOR 200.00

FRECUENCIA RESIST APARENTE

FRECUENCIA	RESIST APARENTE	
1.000	811.8	
10.00	839.5	
20.00	849.3	
30.00	851.7	
40.00	843.2	
50.00	844.7	
60.00	833.2	
70.00	847.2	
80.00	849.3	
90.00	850.9	
100.0	852.2	
200.0	845.3	
250.0	871.0	
300.0	876.4	
350.0	891.4	
400.0	836.2	
450.0	870.8	
500.0	875.3	
550.0	879.4	
600.0	903.5	
650.0	880.2	0.1452E-01
700.0	908.4	0.2082E-01
750.0	910.0	0.2577E-01
800.0	911.5	0.3034E-01
850.0	912.7	0.3503E-01
900.0	914.2	0.4003E-01
950.0	915.5	0.4274E-01
1000.	916.8	0.5030E-01
2000.	935.8	0.4082
3000.	949.5	1.033
4000.	940.1	2.455
5000.	949.7	4.746
6000.	970.0	7.537
7000.	955.4	11.15
8000.	991.0	15.65
9000.	977.1	20.05
0.1000E100	1002.	24.45

### III.1 EJEMPLOS DE DOS CAPAS.

Para ver claramente el contraste de las capas de resistividad aparente, se necesita una buena elección del rango de - frecuencias y una separación de bobinas (R) adecuadas, con -- respecto a los espesores de las capas.

Para el ejemplo de dos capas ilustraremos cuatro casos: En la figura III.1 se muestra una curva de dos capas, con una  $R=20m.$ , siendo el espesor de la capa muy chico (3m.), sin embargo se logra ver claramente el contraste de dos capas.

En la figura III.2 se muestra una curva de la misma clase que la anterior, siendo la primera capa más resistiva que la segunda. En ésta curva se ve más claro el contraste de las capas debido a un mayor espesor de la primera capa (7.50m.) y con una separación de bobinas ( $R = 50m$ ) más adecuada.

Las figuras III.3 y III.4 muestran un tipo de curvas diferentes a las dos anteriores, ya que en estas, la primera capa es menos resistiva que la segunda, lo que dá una curva de diferente tendencia.

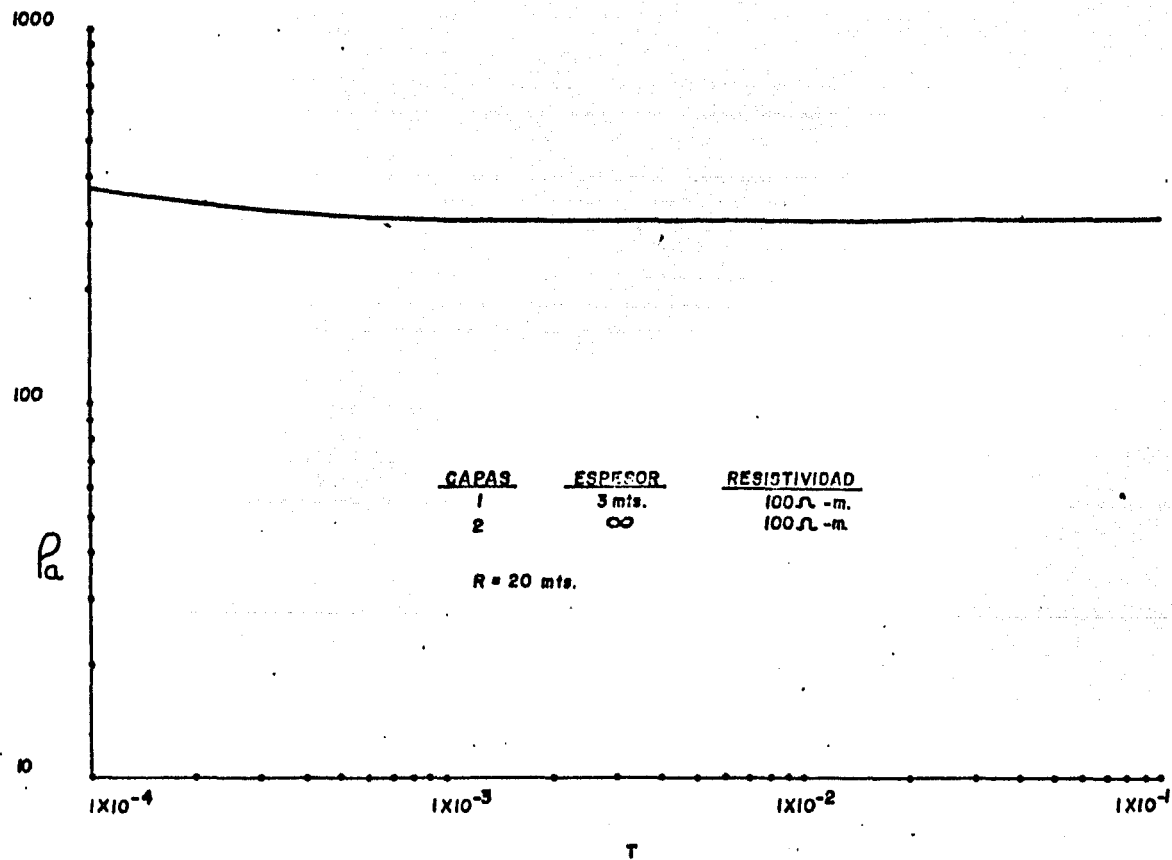


Fig. III - I

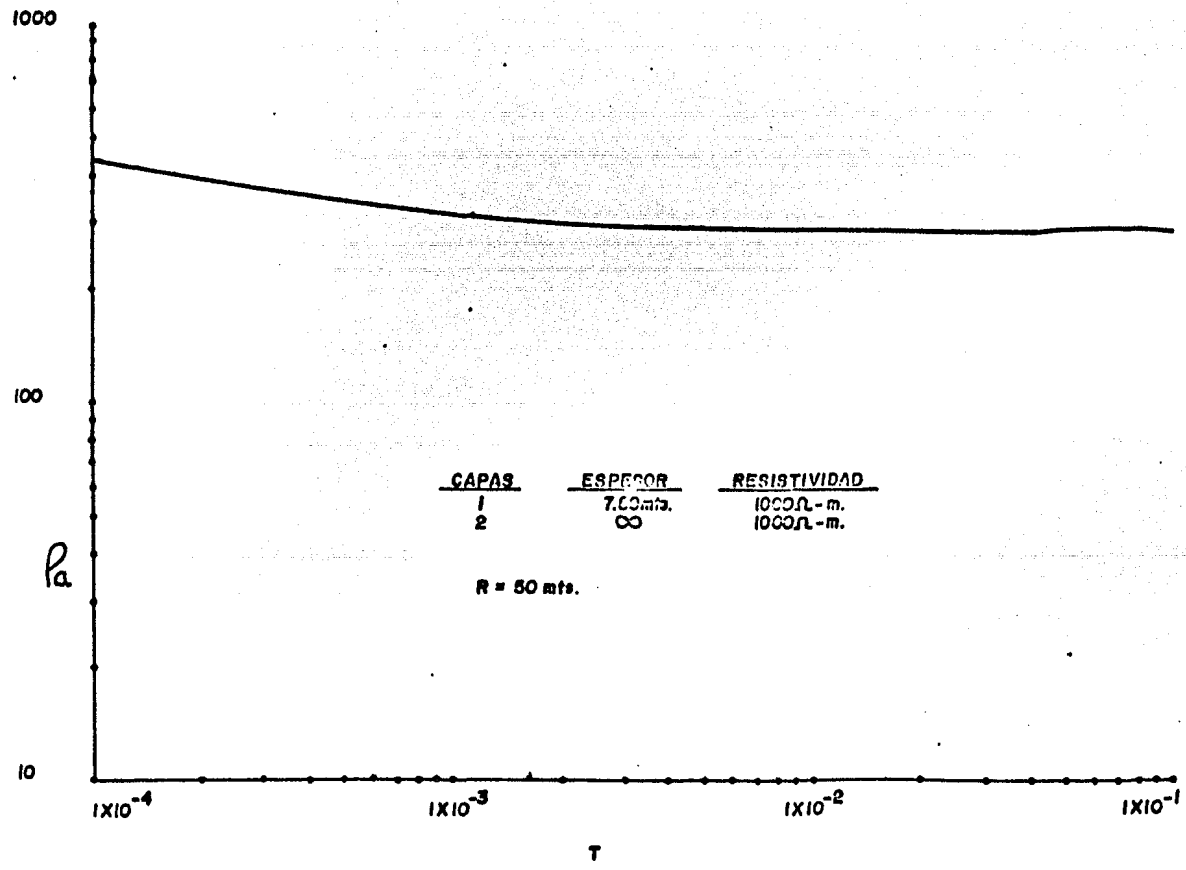


Fig. III-2

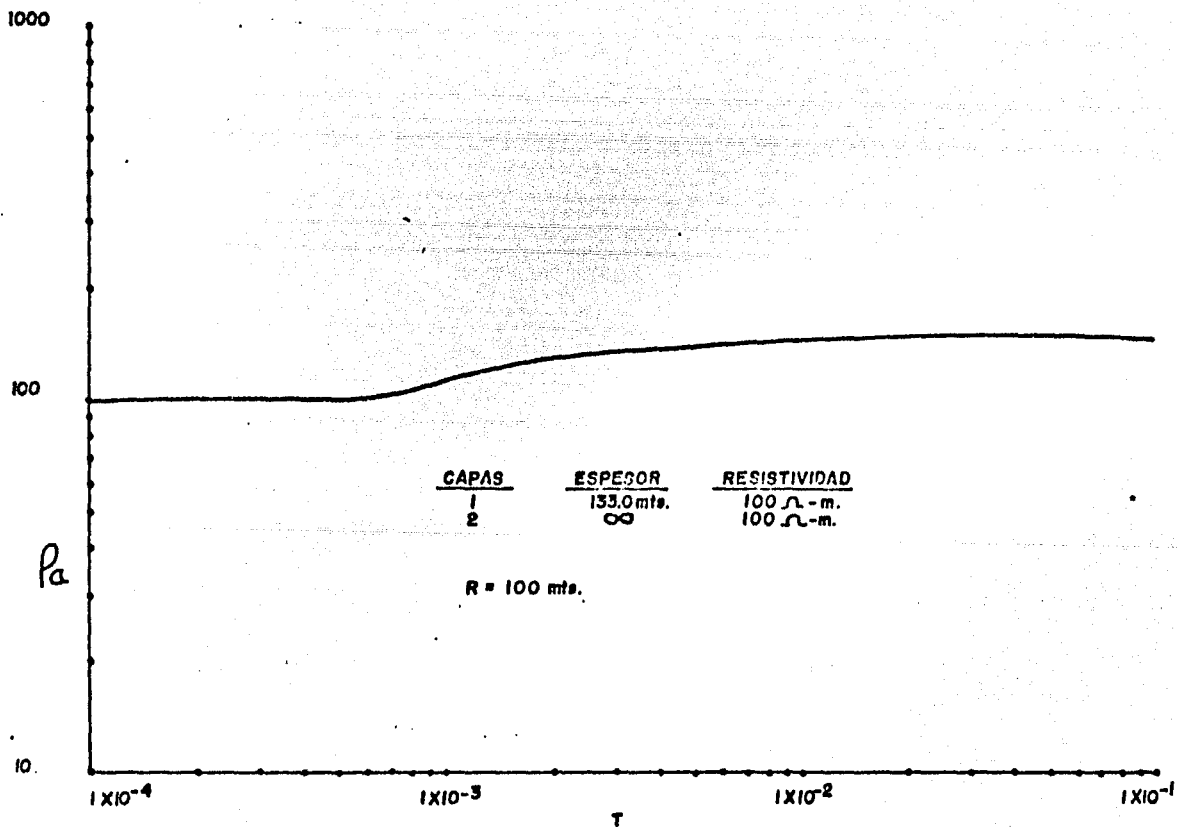


Fig. III-3

### III.2

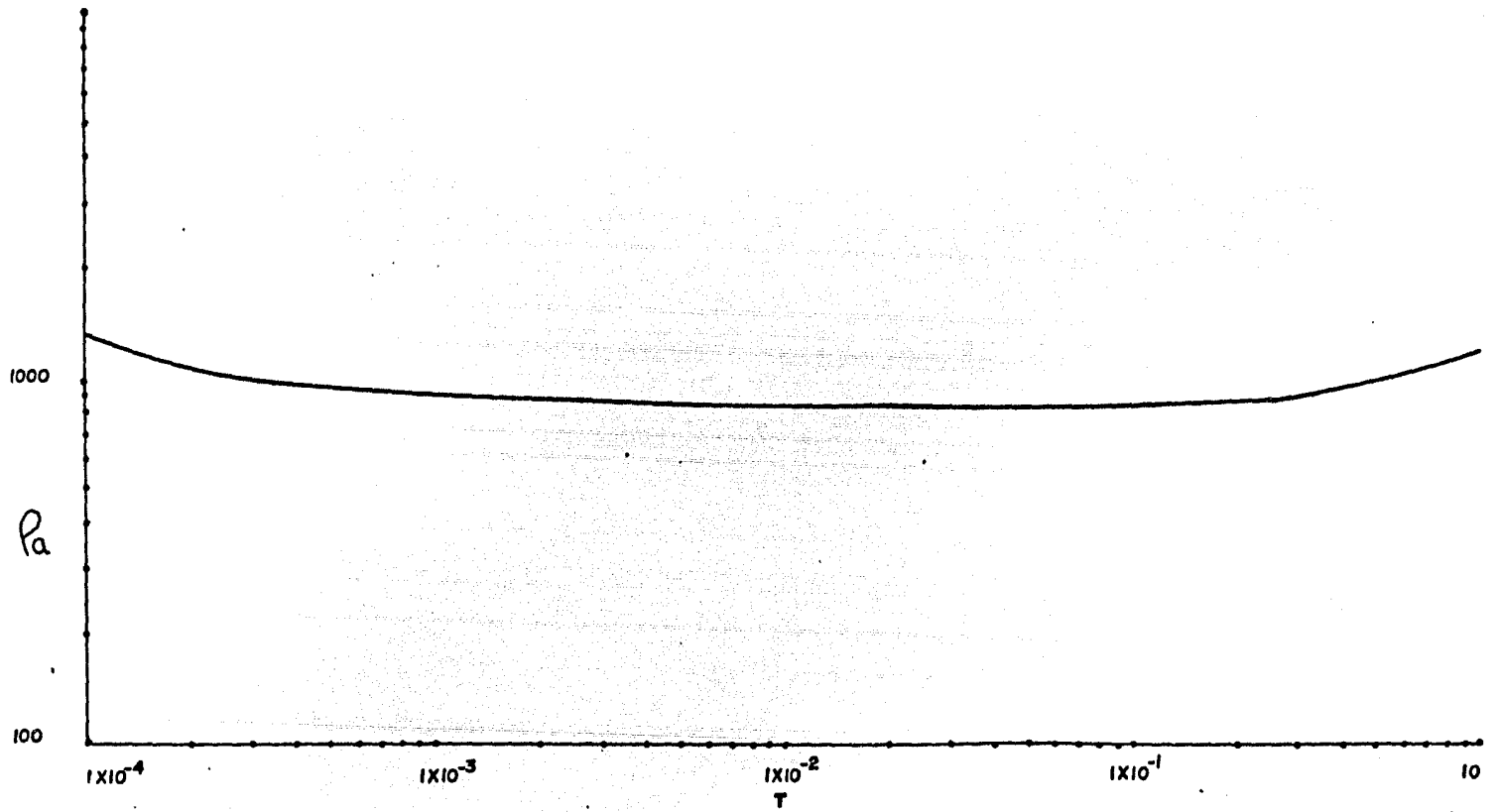
### EJEMPLOS DE TRES CAPAS.

Para estos ejemplos, se aumentó un ciclo más al papel logarítmico de 3 X 3 ciclos en el eje de las abscisas, para incrementar la cantidad de valores del período (1/frecuencia), y así poder observar más claramente las tres capas.

En la figura III.5 se observa un corte del tipo H ( $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ ), en ésta figura se observan los contrastes de éstas capas.

La figura III.6 es del tipo Q ( $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$ ), en esta gráfica se observa también claramente el corte estatigráfico. - Tanto la gráfica III.5 como la III.6, se ven mejor los contrastes de las capas, si aumentáramos los valores del período

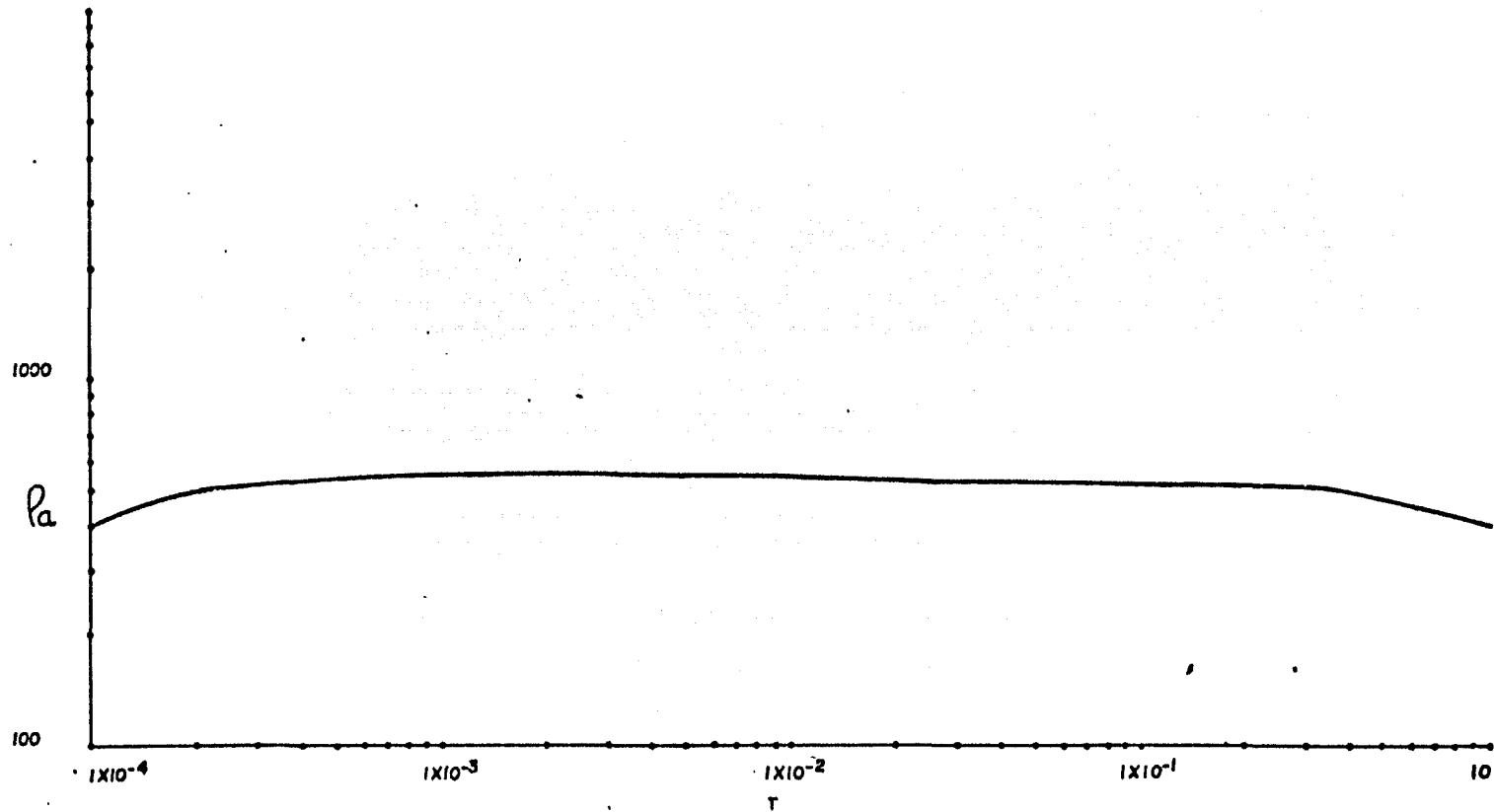
La figura III.7, muestra un corte del tipo H ( $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$ ) en este ejemplo es donde se ve mejor el contraste de las capas, mientras que la figura III.8, no se ve ninguna capa, debido a la inadecuada separación de bobinas y rango de frecuencias.



<u>CAPAS</u>	<u>ESPESOR</u>	<u>RESISTIVIDAD</u>
1	100.00	1000.00 $\Omega$ -m.
2	53.00	100.00 $\Omega$ -m.
3	$\infty$	1000.00 $\Omega$ -m.

R = 300 mts.

Fig. III - 5



<u>CAPA</u>	<u>ESPESOR</u>	<u>RESISTIVIDAD</u>
1	100.00	1000.00
2	500.00	2500.00
3	$\infty$	1000.00

R = 500 mts.

Fig. III-8



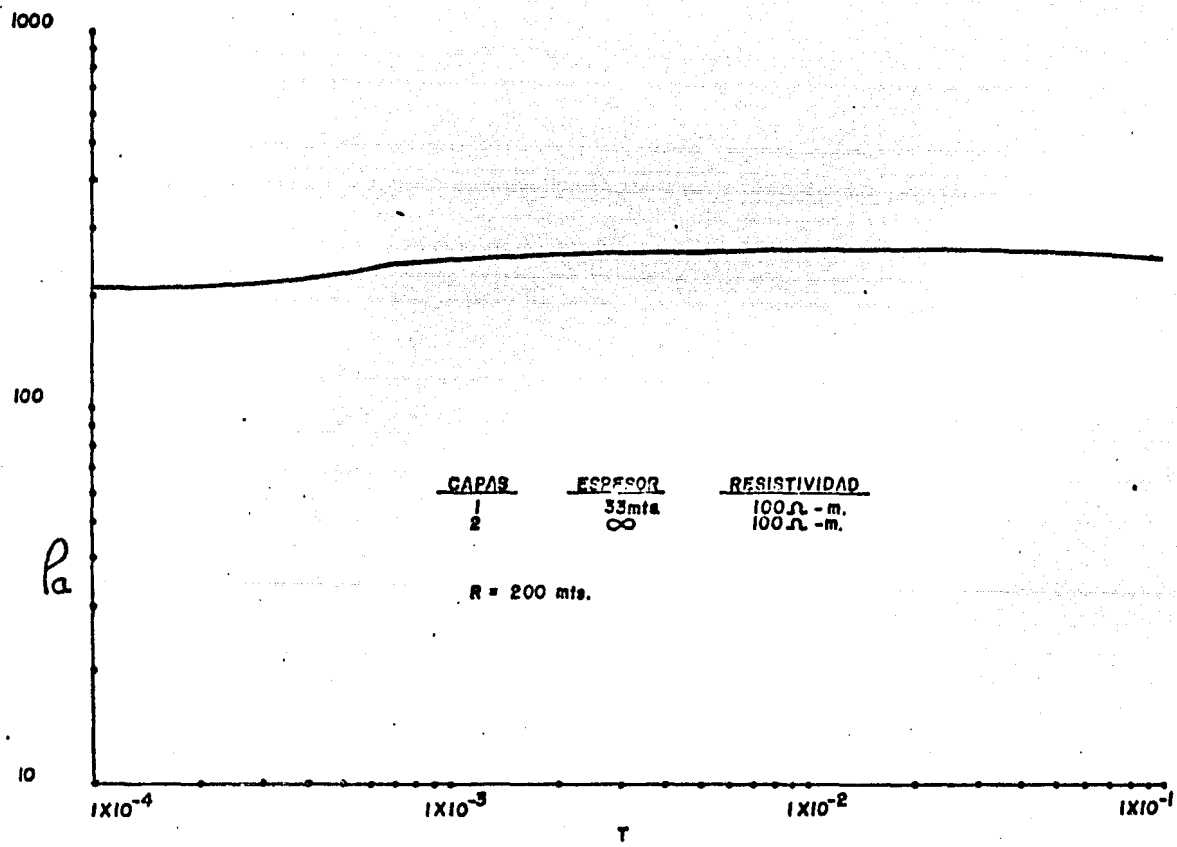
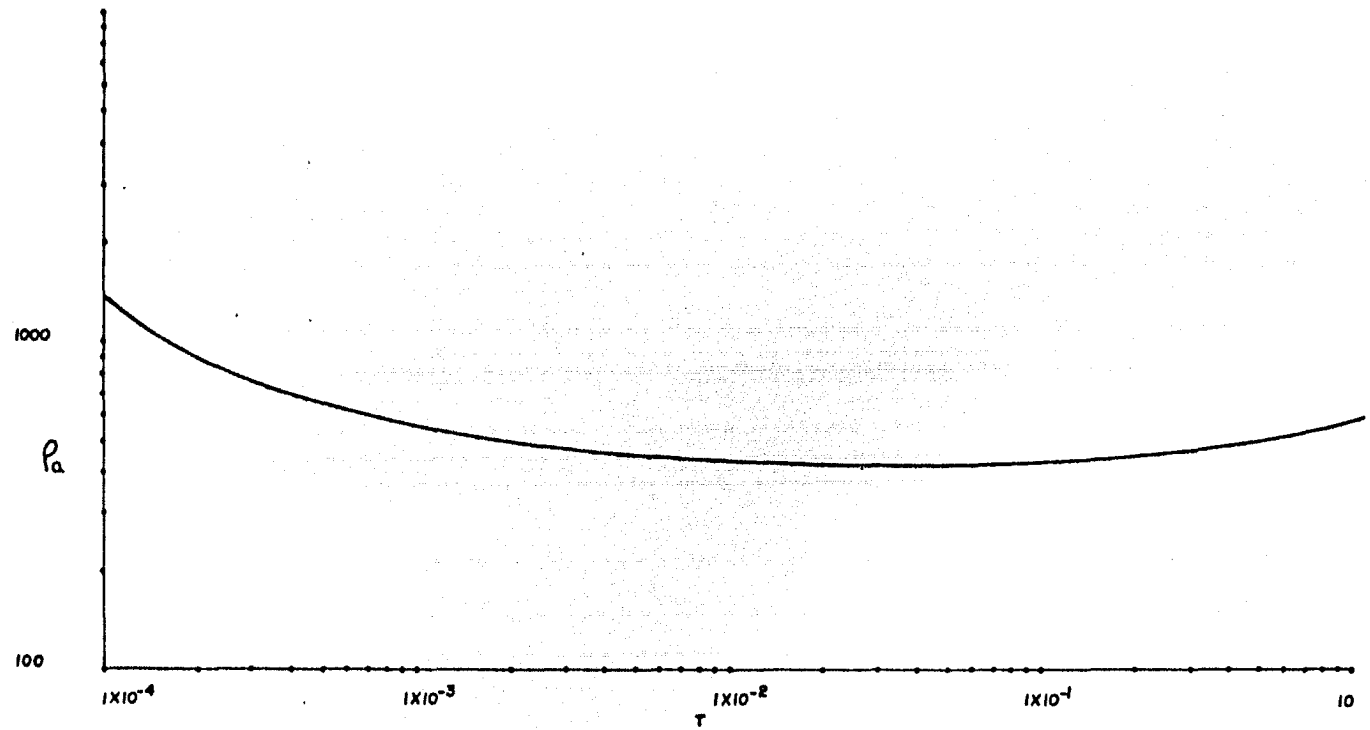


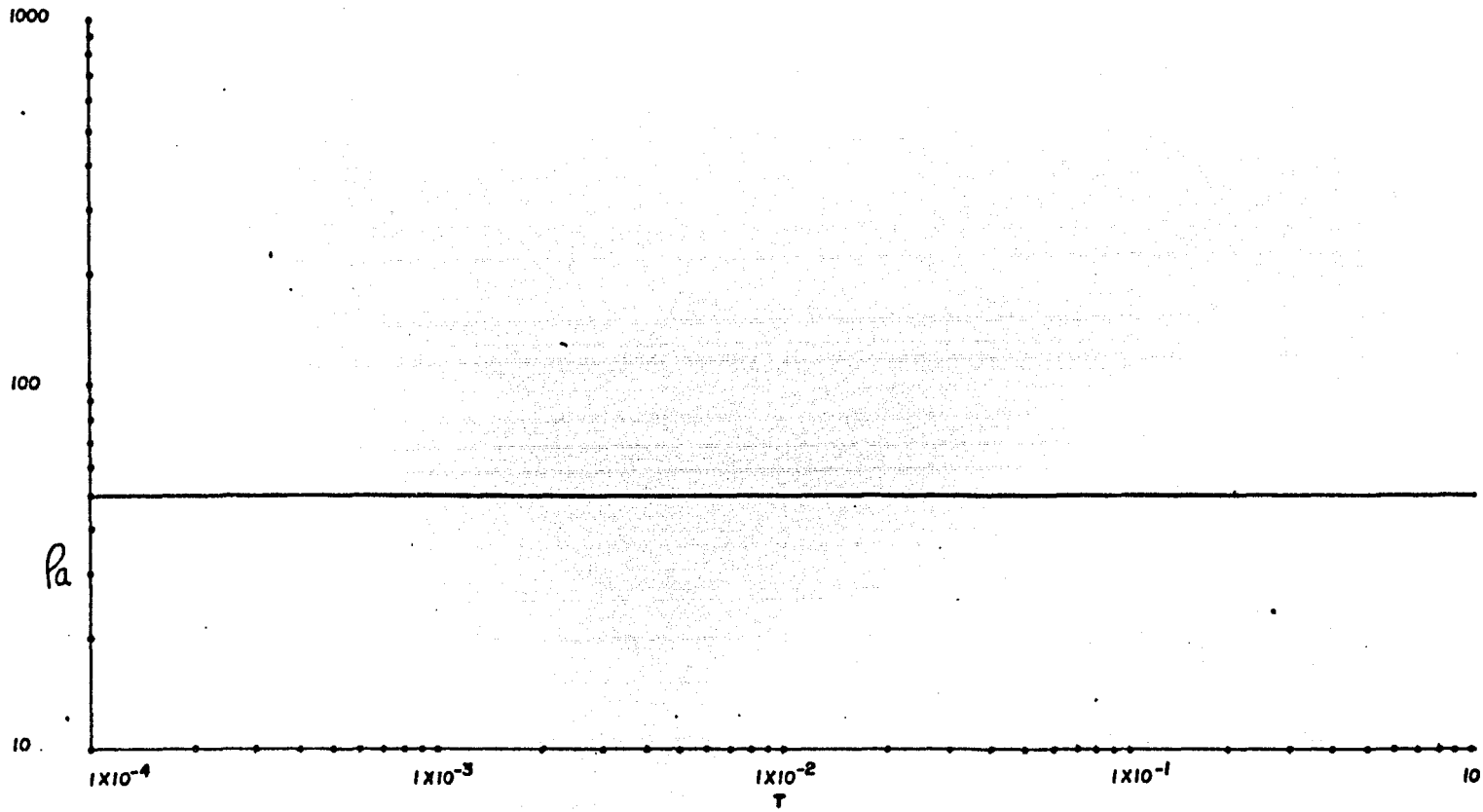
Fig. III-4



<u>CAPA</u>	<u>ESPESOR</u>	<u>RESISTIVIDAD</u>
1	200.00	1000.00
2	50.00	50.00
3	∞	1000.00

R = 400 mta

Fig. III - 7



<u>CAPA</u>	<u>ESPEJOR</u>	<u>RESISTIVIDAD</u>
1	20.00	50.0 Ω-m.
2	10.00	10000.0 Ω-m.
3	∞	5000 Ω-m.

$R = 300$  mts.

Fig. III-8

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

El objetivo de esta tesis es poder expresar las componentes del campo magnético horizontal, en términos de una curva de resistividad aparente y a partir de ésta poder observar el posible número de capas de un corte estatigráfico.

La obtención de la curva de resistividad aparente a partir del número de inducción, es funcional, aunque para algunos casos no se obtienen buenos resultados, ya que para valores grandes de campo (relativamente) el número de inducción no varía mucho, esto hace que los valores de resistividad aparente no sean confiables.

Otro caso en el cual la curva de resistividad aparente no es confiable, es cuando trabajamos con capas delgadas, para estos casos la curva de resistividad aparente no nos muestra buenos contrastes, como se muestra en la Fig. III.8 .

El método de interpretación de las curvas de sondeos electromagnéticos, propuestos por Verma y que describimos en el apartado II.2, tiene muchos problemas, uno de ellos es la elección de los puntos críticos que deben ser precisos, ya que un pequeño error en la colocación de estos puntos, se tendrá una mala interpretación, por esto es que el interpretador de este método debe contar con mucha experiencia.

## B I B L I O G R A F I A

Anderson, Walter L., "Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering", *Geophysics*, Vol. 44, Pag. 1287-1305 (1979).

Grant, F.S. and West, G.F., "Interpretation Theory in Applied - Geophysics", Mc Graw-Hill, Inc. (1965).

Hayt, W.H., "Teoría Electromagnética", Mc Graw-Hill. (1979).

Iakubovskii, Iu.V., Liajov, L.L., "Exploración Eléctrica" - Reverté, S.A., España (1980).

Koefoed, O., Ghosh, D.P., and Polman, G.J., "Computation of Type-Curves of Electromagnetic Depth Sounding With a Horizontal - Transmitting Coil by means of a Digital Liner Filter", - *Geophysical Prospecting*, Vol. 20, Pag. 406-420 (1972).

Orellana, E., "Prospección Geoeléctrica en Corriente Continua" Paraninfo Madrid, España (1972).

Orellana, E., "Prospección Geoeléctrica por Campos Variables", Paraninfo Madrid, España (1974).

Parasnis, D.S., "Geofísica Minera", Paraninfo Madrid, España - (1971).

Patra, H.P. and Mallick, K., "Geosounding Principles, 2" - Elsevier Scientific Publishing Company (1980).

Stratton, J.A., "Electromagnetic Theory", Mc Graw-Hill, Nueva York (1954).

Telford, W.M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E., Keys, D.A., -  
"Applied Geophysics", Cambridge University Press. (1976).

Verma, R.K., "Master Tables for Electromagnetic Depth Sounding  
Interpretation" IFI/Plenum Data Company, (1980).

Wilt, M. and Stark, M., "A Simple Method for Calculating Appa--  
rent Resistivity from Electromagnetic Sounding Data", -  
Geophysics, Vol.47, Pag. 1100-1105 (1982).