

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

---

FACULTAD DE INGENIERIA



"LA CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE  
EN SONDEOS ELECTROMAGNETICOS"

T E S I S  
Que para obtener el Titulo de  
INGENIERO GEOFISICO  
P r e s e n t a

JUAN MELQUIADES PEÑA COELLO

México, D. F.

1984



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**

**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

<b>INTRODUCCION</b>	... 1
<b>I TEORIA DEL SONDEO ELECTROMAGNETICO.</b>	
1.1 Generalidades. . . . .	.... 3
1.2 Ecuaciones de Maxwell. . . . .	.... 7
1.3 Ecuaciones de Laplace. . . . .	... 11
1.4 Potenciales Electromagnéticos y Ecuaciones de Onda. . . . .	... 12
1.5 Vector de Hertz. . . . .	... 16
1.6 Campos Armónicos con el Tiempo. . . . .	... 18
1.7 Campo de un Dipolo Oscilante . . . . .	... 21
1.8 Condiciones de Frontera. . . . .	... 25
1.9 Solución de un Dipolo Magnético Oscilante en un medio Estratificado. . . . .	... 27
1.10 Programa para el Cálculo de los Campos Magnéticos en un medio Estratificado. . . . .	... 35
<b>II EL CONCEPTO DE RESISTIVIDAD APARENTE.</b>	
II.1 Curva de Respuesta, Impedancia Contra Período. . . . .	... 42
II.2 Interpretación de Curvas de Campo por el Método de Verma. . . . .	... 44
II.3 Definición de Resistividad Aparente. . . . .	... 48
II.4 Construcción de las Curvas de Resistividad Aparente, para una Tierra Estratificada. . . . .	... 51
<b>III APLICACIONES.</b>	
III.1 Ejemplos de Dos Capas. . . . .	... 54
III.2 Ejemplos de Tres Capas. . . . .	... 55

**CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.**

... 56

**BIBLIOGRAFIA.**

... 57

## I N T R O D U C C I O N.

Através del tiempo, los métodos de prospección geofísica han ido evolucionando dando como resultado mayores éxitos y - en ocasiones abatiendo costos de operación; estos métodos estudian las diferentes propiedades físicas de las rocas: elasticidad, densidad, susceptibilidad magnética, radioactividad y resistividad, que son aprovechadas por los métodos: sismológico, gravimétrico, magnetométrico, radiométrico y eléctrico respectivamente.

En el método de prospección eléctrica existe una diversidad de técnicas, en relación con los otros métodos geofísicos hasta ahora estudiados; estos utilizan corrientes en forma artificial o natural, hay unos que emplean corriente continua, es decir, constantes en el tiempo, estos son los llamados métodos de corriente directa y otros usan las corrientes variables en el tiempo, bien sinusoidales (alternas), bien discontinuas (impulsos) denominados métodos de corriente alterna.

El empleo de éste último, abre enormes posibilidades en la prospección eléctrica.

a).-La aplicación de la corriente al terreno por medio de -- procedimientos galvánicos, o sea inserciones de electrodos

en el suelo, es sustituido por procedimientos inductivos, utilizando antenas o bobinas que induzcan corrientes variables en el subsuelo.

- b).-Podemos medir el campo eléctrico ( $E$ ) y además el campo magnético ( $H$ ) por medio de bobinas receptoras.
- c).-Podemos efectuar investigaciones comparando varias frecuencias o impulsos, sin tener que mover el arreglo en la medición.
- d).-Las observaciones de la permitividad ( $\epsilon$ ) y de la permeabilidad magnética ( $\mu$ ) hacen que nuestras observaciones sean más ricas.

Como era de esperarse, estas posibilidades que presentan los métodos de corriente alterna traen como contrapartida, una mayor complejidad en la parte instrumental y teórica que los de corriente continua.

En el presente trabajo se expone el método de sondeo electromagnético (SEM) que pertenece a la clase de los métodos de corriente alterna.

## I TEORIA DEL SONDEO ELECTROMAGNETICO.

### 1.1 GENERALIDADES.

Hasta hace poco, los métodos de SEM no habían sido tan usados como los de resistividad de corriente directa, o los -sondeos magnetotelúricos.

En este método de inducción electromagnética, la tierra es excitada, o sea el campo primario es producido por una corriente alterna, a través de un cable lineal, un circuito grande o una pequeña bobina (dipolo). En este trabajo utilizamos las bobinas, ya que son las más apropiadas para llevar a efecto los SEM, por lo tanto se debe disponer de un circuito de emisión, que cree el campo primario y de un circuito de recepción que mida el secundario o total; si la separación del circuito fuente y el circuito receptor es más de cinco veces el diámetro de estos circuitos, ambos pueden ser tratados matemáticamente como un dipolo.

El sistema transmisor-receptor puede ser orientado uno - con respecto al otro, estos arreglos son comúnmente utilizados en la prospección electromagnética y son aplicables en - los sondeos a profundidad; naturalmente existe una variedad infinita de orientaciones mutuas posibles entre ambas bobinas pero no todas son aplicables a la práctica, aquí consideraremos las de uso más común.

- I.- Bobinas Coplanares Horizontales.
- II.- Bobinas Ortogonales.
- III.-Bobinas Coplanares Verticales.
- IV.- Bobinas Coaxiales Verticales.
- V.- Elemento de Cable Lineal.

La separación entre el transmisor y el receptor puede ser modificando la distancia entre estos o desplazandolos conjuntamente por una distancia fija; al primero se le llama sondeo geométrico y al segundo sondeo paramétrico respectivamente. Las mediciones se pueden hacer sobre un amplio rango de frecuencias de 20Hz. a 20KHz..

El sondeo paramétrico comparado con el sondeo geométrico es particularmente conveniente desde un punto de vista operacional, y generalmente asegura una mejor resolución en contrastes grandes y pequeños de conductividad. Esto también reduce los cambios laterales de conductividad normalmente proporcionados por el sondeo geométrico.

Las frecuencias juegan un papel importante en la exploración electromagnética; la profundidad determinada por la frecuencia y la conductividad del cuerpo dan una idea de la penetración de la onda, por lo tanto, se escogen determinadas frecuencias para obtener la penetración deseada de la onda, al -

mismo tiempo se asegura que las corrientes inducidas creadas en el terreno seco no sean suficientemente altas para enmascarar los efectos heterogéneos más profundos; en la práctica, - la distancia entre la fuente y el receptor generalmente es una fracción de la longitud de onda del espacio libre. Esto - significa que en las regiones donde se hacen las mediciones - las relaciones son muy pequeñas y el retraso de fase despreciable, de tal manera, que los efectos de propagación pueden - ser completamente despreciables.

Así, el método de inducción electromagnética está relacionado con el campo en la zona cuasistática o casi-estacionaria.

Generalmente, podemos adoptar dos tipos de mediciones de campo con el método de inducción, como en los métodos de corriente directa, conocido como perfilado y sondeos.

El perfilado electromagnético se usa principalmente para la solución de problemas de geofísica minera y para estudiar los cambios laterales de conductividad.

Por otro lado el SEM se usa para estudiar la variación de la conductividad con la profundidad en investigaciones estratigráficas y estructurales, para detallar yacimientos en rocas resistentes, en exploración de pozos geotérmicos, en exploración de aguas subterráneas en regiones semiáridas y en -

la exploración petrolera.

La experiencia en sondeos de resistividad con corriente directa muestra que el incremento en las distancias de los electrodos de corriente proporcionan información de altas profundidades. En los métodos electromagnéticos el parámetro de respuesta es generalmente  $W\mu\sigma R$  donde  $W$  es la frecuencia,  $\mu$  la permeabilidad magnética,  $\sigma$  la conductividad y  $R$  la separación de las bobinas.

Este parámetro de respuesta, muestra claramente que puede ser incrementada o disminuida ya sea la frecuencia, o la separación de bobinas. Sin embargo, el SEM no puede ser ejecutado variando únicamente la frecuencia, o la separación de las bobinas; por consiguiente, tanto la frecuencia como la separación de bobinas necesitan estar bien combinadas para el éxito de este método.

## 1.2 ECUACIONES DE MAXWELL.

Para poder cuantificar los campos electromagnéticos producidos por cuerpos perturbadores, se necesita comprender los principios de inducción electromagnética. Estos principios básicos son proporcionados por las ecuaciones de Maxwell.

Los vectores necesarios, para determinar los campos electromagnéticos, se presentan en la siguiente tabla; con sus nombres, dimensiones y unidades en el sistema MKS.

Tabla 1.1

SÍMBOLO	NOMBRE	DIMENSIONES	UNIDAD
D	Desplazamiento o inducción eléctrica	$L^{-2} I T$	Coulomb/m <sup>2</sup>
J	Densidad de Corriente	$L^{-2} I$	Ampere/m <sup>2</sup>
E	Campo Eléctrico	$M L T^{-3} I^{-1}$	Volt/m
H	Campo Magnético	$L^{-1} I$	Ampere/m
B	Inducción Magnética	$M T^{-2} I^{-1}$	Weber/m <sup>2</sup> (tesla)
$\rho'$	Densidad de carga Eléctrica	$L^{-3} I T$	Coulomb/m <sup>3</sup>

Las ecuaciones de Maxwell son:

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (\text{Ley de Faraday}) \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} \quad (\text{Ley de Ampere}) \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{Solenoidal de } \vec{B}) \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho' \quad (\text{Ley de Coulomb}) \quad (1.4)$$

A estas cuatro ecuaciones debemos adherir la ecuación de continuidad para entender bien el comportamiento del flujo de corriente, escribimos:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho'}{\partial t} = 0 \quad (1.5)$$

que corresponde a la definición de corriente como la razón de flujo de carga indestructible.

Se puede demostrar que las ec. (1.3) y (1.4) no son independientes de las ec. (1.1) y (1.2). Si tomamos la divergencia de la ecuación (1.1) tenemos:

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{E} \equiv 0 = -\nabla \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{B} \quad (1.6)$$

Significa que la divergencia de  $\vec{B}$  es independiente del tiempo. Pero por otro lado,  $\vec{B}$  está generalmente variando con respecto al tiempo esto es:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.7)$$

Si ahora tomamos la divergencia de la ec. (1.2):

$$\nabla \cdot \nabla \times \vec{H} \equiv 0 = \nabla \cdot \vec{J} + \nabla \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{D} \quad (1.8)$$

y haciendo uso de la ec. de continuidad (1.5) podemos escribir

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{D} - \rho') = 0 \quad (1.9)$$

Dado que  $\vec{D}$  y  $\rho'$  pueden estar variando con respecto al tiempo podemos escribir en general la ec. (1.4):

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho' \quad (1.10)$$

La ec. (1.4) puede generalizarse más, mostrando que en cualquier región de conductividad no despreciable, la densidad de carga buscará su equilibrio en un tiempo muy corto. Esto significa que no hay acumulación de carga en el medio durante el flujo de corriente, por lo que:

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (1.11)$$

y de la ec. (1.8):

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (1.12)$$

A esto debemos añadir la relación:

$$\vec{J} = \gamma \vec{E} \quad (\text{Ley de Ohm}) \quad (1.13)$$

y dos relaciones empíricas:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1.14)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (1.15)$$

válidas para un medio continuo isotrópico. Para el vacío, estas relaciones son:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (1.16)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (1.17)$$

y como se sabe  $\mu$  y  $\epsilon$  en el vacío toman los siguientes valores

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Henry/m.} \quad M L T^{-2} I^{-2}$$

que es la permeabilidad magnética, y

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ Farad/m.} \quad M^{-1} L^{-3} T^4 I^2$$

que es la constante dielectrica.

### 1.3 ECUACION DE LAPLACE.

La ecuación de Laplace puede ser concebida como un caso especial o como una consecuencia directa de las ecuaciones de Maxwell (1.1) y (1.2):

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (1.18)$$

dado para un caso estático o estacionario  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$  se reduce a:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (1.19)$$

La ecuación (1.19) significa que la linea integral de la intensidad del campo eléctrico  $\vec{E}$  alrededor de cualquier trayectoria cerrada es cero y por lo tanto el campo es conservativo una condición necesaria y suficiente para la existencia de un potencial escalar ( $V$ ) cuyo gradiente es  $\vec{E}$ :

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (1.20)$$

de la ec. (1.4) tenemos:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho'}{\epsilon} \quad (1.21)$$

$$^6 \nabla \cdot \nabla V \equiv \nabla^2 V = -\frac{\rho'}{\epsilon} \quad (\text{Ecuación de Poisson}) \quad (1.22)$$

en puntos libres de carga ( $\rho' = 0$ ) obtenemos:

$$\nabla^2 V \quad (\text{Ecuación de Laplace}) \quad (1.23)$$

En coordenadas ortogonales curvilineas tenemos:

$$\begin{aligned} \nabla^2 V &= \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial u_1} \left( \frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial V}{\partial u_1} \right) + \frac{\partial}{\partial u_2} \left( \frac{h_1 h_3}{h_2} \frac{\partial V}{\partial u_2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial u_3} \left( \frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial V}{\partial u_3} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.24)$$

## 1.4 POTENCIALES ELECTROMAGNETICOS Y ECUACIONES DE ONDA.

Las ecuaciones de Maxwell, en un medio homogéneo isotrópico se reducen a la forma:

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (1.25)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \nabla \phi = 0 \quad (1.26)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.27)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (1.28)$$

Es conveniente resolver un problema en teoría electromagnética en términos de las funciones de potencial de las cuales los campos pueden ser derivados por diferenciación. La ec. (1.3) muestra que el vector  $\vec{B}$  es solenoidal y puede por lo mismo ser expresado en términos del rotacional de un vector arbitrario  $\vec{A}$  como:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1.29)$$

sustituyendo (1.29) en (1.1), obtenemos:

$$\nabla \times \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.30)$$

se observa de la ec. (1.30) que el vector  $(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t})$  es irrotacional y por lo tanto puede ser derivado de una función escalar arbitraria  $\phi$  la cual:

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla \phi \quad (1.31)$$

6

$$\vec{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (1.32)$$

Las funciones  $\vec{A}$  y  $\phi$  son conocidas respectivamente como potenciales vectoriales y escalar del campo. Sustituyendo (1.32) en (1.2) tenemos:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} + \mu E \frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla \phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) + \mu \nabla \left( \nabla \phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.33)$$

6

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} + \mu E \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu E \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \mu \nabla \nabla \phi + \mu \nabla \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad (1.34)$$

usando el vector identidad:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla \nabla \cdot \vec{A} - \nabla \cdot \nabla \vec{A} \quad (1.35)$$

y la condición de Lorentz:

$$\nabla \cdot \vec{A} + \mu E \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \nabla \phi = 0 \quad (1.36)$$

obtenemos:

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu E \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \mu \nabla \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad (1.37)$$

sustituyendo  $\vec{E}$  de la ec. (1.32) en la ec. (1.4) tenemos:

$$\nabla \cdot \left( \nabla \phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.38)$$

6

$$\nabla^2 \phi + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad (1.39)$$

Diferenciando la ec. (1.36) con respecto a  $t$  y usando la ec.

(1.39) tenemos:

$$\nabla^2 \phi - \mu E \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \mu \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (1.40)$$

las ecs. (1.37) y (1.40) nos dan:

$$\nabla^2 \vec{A} = \mu \nabla \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \mu E \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \quad (1.41)$$

y

$$\nabla^2 \phi = \mu \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu E \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (1.42)$$

La condición de Lorentz (1.36) es la única condición impuesta en la elección de funciones arbitrarias  $\phi$  y  $\vec{A}$ . Esto significa que dicha condición propone una simetría entre el potencial escalar y el vectorial, lo que da que ambos potenciales satisfagan la misma ecuación de onda.

Se puede demostrar que  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}$  y  $\vec{J}$  obedecen las ecuaciones de onda (1.41) y (1.42) en un medio homogéneo isotrópico. Tomando el rotacional de la ec. (1.2), obtenemos:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \mu \left[ \epsilon \nabla \times \vec{E} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{E} \right] \quad (1.43)$$

$$^6 \nabla \nabla \cdot \vec{B} - \nabla^2 \vec{B} = - \left[ \mu \epsilon \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \right] \quad (1.44)$$

como  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$  de la ecuación (1.3):

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu \epsilon \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (1.45)$$

De manera similar, tomando el rotacional de la ec. (1.1):

$$\nabla \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \vec{B} \quad (1.46)$$

de la ec. (1.44) y dado que  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ , la ecuación anterior puede ser escrita como:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1.47)$$

y dado que  $\vec{J} = \epsilon \vec{E}$ , tenemos:

$$\nabla^2 \vec{J} = \mu \epsilon \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{J}}{\partial t^2} \quad (1.48)$$

Las ecs. (1.45), (1.47) y (1.48) muestran que  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}$  y  $\vec{J}$  satisfacen ecuaciones de onda similares a las que obedecen las funciones  $\vec{A}$  y  $\phi$  vistas en las ecs. (1.41) y (1.42).

La solución de estas ecuaciones de onda sujetas a condiciones de frontera apropiadas, forman el problema fundamental en aplicaciones geofísicas de la teoría electromagnética. La ecuación de onda puede ser resuelta en términos de sus respectivos campos vectoriales, pero a veces, introduciendo un solo vector potencial conduce a una rápida solución.

## 1.5 VECTOR DE HERTZ.

A menudo en teoría electromagnética se encuentran ecuaciones extensas y que, por lo general están compuestas por términos que parecen ser iguales. A simple vista, una de estas extensas ecuaciones revela poco sobre la naturaleza física de la ecuación y aún puede ser que se le menosprecie. La importancia del vector de Hertz, estriba en que sirve para sintetizar estas ecuaciones que son incómodas de manejarlas, ya que es posible definir un campo magnético en términos de una sola función vectorial denominada vector de Hertz, que suele representarse por la letra  $\vec{H}$ . Para éste propósito escribimos:

$$\vec{A} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1.49)$$

La ecuación (1.49) satisface la condición complementaria de Lorentz (ec. 1.36)

si

$$\phi = -\nabla \cdot \vec{H} \quad (1.50)$$

sustituyendo los valores del vector  $\vec{A}$  y apartir de las ecs (1.49) y (1.50) en la ec. (1.32) para el vector  $\vec{E}$  obtenemos:

$$\vec{E} = \nabla \nabla \cdot \vec{H} - \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (1.51)$$

$$\vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{H} + \nabla^2 \vec{H} - \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (1.52)$$

ahora si ponemos:

$$\nabla^2 \vec{H} = \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (1.53)$$

tendremos:

$$\vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{H} \quad (1.54)$$

y por lo tanto:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \nabla \times \left( \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) \quad (1.55)$$

## 1.6 CAMPOS ARMONICOS CON EL TIEMPO.

Con el análisis, por el método de Fourier se puede ver que los campos transitorios y los campos variables con el tiempo, son una superposición de alguna función armónica o de diferentes frecuencias.

Sea la función tiempo armónica o senoidal del tipo:

$$A = A_0 [\cos \omega t + i \sin \omega t] \quad (1.56)$$

donde  $A_0$  es la amplitud,  $\omega$  es la frecuencia angular ( $\omega=2\pi f$ ) y  $\omega t$  es la fase. Si tomamos  $t=0$ , la fase inicial es cero. La ec. (1.56) puede ser escrita:

$$A = A_0 e^{i\omega t} \quad (1.57)$$

Si de la ecuación anterior derivamos con respecto al tiempo - es lo mismo que multiplicar  $A$  por  $i\omega$ . Por lo que las ecs. de Maxwell considerando campos electromagnéticos variables con el tiempo armónicamente y en un medio homogéneo isotrópico serán:

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega \vec{B} \quad (1.58)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + i\omega \vec{D} \quad (1.59)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (1.60)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.61)$$

las relaciones  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ ,  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  y  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  no cambian, teniendo los campos en términos de los potenciales escalar y vectorial

$\phi$  y  $\vec{A}$  de las ecs. (1.29) y (1.32) como:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (1.62)$$

$$y \quad \vec{E} = -\nabla \phi - i\omega \vec{A} \quad (1.63)$$

Las ecs. (1.41) y (1.42) serán:

$$\nabla^2 \vec{A} = i\omega \mu (\nabla + i\omega \epsilon) \vec{A} = k^2 \vec{A} \quad (1.64)$$

$$y \quad \nabla^2 \phi = i\omega \mu (\nabla + i\omega \epsilon) \phi = k^2 \phi \quad (1.65)$$

donde  $k^2 = i\omega \mu (\nabla + i\omega \epsilon)$  es llamada la constante de propagación del medio. Esto cumple con la condición de Lorentz (ec. 1.36) -

esto es:

$$\cancel{\mu \nabla \phi} + \mu \epsilon \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{A} \quad (1.66)$$

o

$$\nabla \cdot \vec{A} = -\frac{k^2}{\omega} \phi \quad (1.67)$$

La solución de las ecuaciones de onda (1.64) y (1.65) dan las intensidades de los campos eléctrico y magnético por medio de las ecuaciones (1.62) y (1.63).

Introduciendo el vector de Hertz para campos variantes armónicos obtenemos de las ecs. (1.49), (1.50) y (1.53):

$$\vec{A} = \frac{k^2}{\omega} \vec{\Pi} \quad (1.68)$$

$$\phi = -\nabla \cdot \vec{\Pi} \quad (1.69)$$

y

$$\nabla^2 \vec{\Pi} = k^2 \vec{\Pi} \quad (1.70)$$

Cuando las expresiones para las intensidades de campo (1.54)

y (1.55) se reducen a la forma.

$$\vec{E} = -k^2 \vec{\Pi} + \nabla \nabla \cdot \vec{\Pi} \quad (1.71)$$

y

$$\vec{B} = \frac{k^2}{i\omega} \nabla \times \vec{H} \quad (1.72)$$

$$\vec{H} = (\vec{v} + i\omega\epsilon) \nabla \times \vec{E} \quad (1.73)$$

Es importante notar que la ecuación de onda en términos del vector de Hertz, generalmente se usa para obtener las componentes de campo electromagnético, mientras se trabaje con flujo de corriente eléctrica, por ejemplo un dipolo eléctrico similarmente, el flujo de corriente magnética, por ejemplo un dipolo magnético, el vector  $\vec{F}$  de Fitzgerald se usa en lugar de  $\vec{H}$ , entonces los campos se obtienen resolviendo la ecuación de onda (obtenidas apartir de las ecuaciones de Maxwell) en la forma:

$$\nabla^2 \vec{F} = k^2 \vec{F} \quad (1.74)$$

cuando las intensidades de campo están dadas por:

$$\vec{E} = -i\omega\mu \nabla \times \vec{F} \quad (1.75)$$

y

$$\vec{H} = -k^2 \vec{F} + \nabla \nabla \cdot \vec{F} \quad (1.76)$$

Una comparación de las ecs. (1.71) y (1.73) con las ecs. (1.75) y (1.76) muestran que al remplazar  $\vec{H}$  por  $\vec{F}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  y  $(\vec{v} + i\omega\epsilon)$ , son remplazados respectivamente por  $\vec{H}$ ,  $\vec{E}$  y  $(-i\omega\mu)$ .

Las ecuaciones obtenidas en este capítulo forman la base de los sondeos en profundidad usando campos electromagnéticos.

## 1.7 CAMPO DE UN DIPOLO OSCILANTE.

Siguiendo a H.P.Patra y K.Mallick, 1980. Consideremos los campos debidos a un dipolo oscilante, en un medio conductor, homogéneo e isotropico de extención infinita. En este caso particular el vector potencial posee una simetría esférica y la ecuación de onda:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Pi_z}{\partial r} \right) = K^2 \Pi_z \quad (1.78)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \Pi_z) = K^2 (r \Pi_z) \quad (1.79)$$

la solución para  $\Pi_z$  esta dada por:

$$r \Pi_z = b e^{kr} + c e^{-kr} \quad (1.80)$$

Como el segundo miembro se incrementa sin límite para una  $r$  - cresiente, podemos poner  $c=0$  y la solución se vuelve:

$$\Pi_z = \frac{b e^{kr}}{r} \quad (1.81)$$

el valor de  $b$  dependerá de la naturaleza de la fuente. Para encontrar ésta tomamos, el caso estacionario; correspondiente cuando  $W = 0$  y:

$$\Pi_z = \frac{b}{r} \quad (1.82)$$

de la ec. (1.71) los valores de las intensidades de campo eléctrico para  $K = 0$  son:

$$E_r = \frac{\partial}{\partial r} (\operatorname{div} \Pi_z) \quad (1.83)$$

$$E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\operatorname{div} \Pi_z) \quad (1.83)$$

$$\text{como: } E_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\operatorname{div} \Pi_z)$$

$$\operatorname{div} \Pi_z = \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_z) = \frac{\partial \Pi_z}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z} = -\frac{b}{r^2} \cos \theta \quad (1.84)$$

sustituyendo la ec. (1.84) en la ec. (1.83) obtenemos:

$$E_r = \frac{\partial}{\partial r} \left( -\frac{b}{r^2} \cos \theta \right) = \frac{2b \cos \theta}{r^3}$$

$$E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( -\frac{b}{r^2} \cos \theta \right) = \frac{b \sin \theta}{r^3} \quad (1.85)$$

$$E_\varphi = 0$$

Supongamos que una corriente estable  $I$  se introduce en el medio A, y la respuesta o medición en el punto B a poca distancia  $dz$  de A (Fig.1.1). El conductor que lleva la corriente es aislado del medio en todo lugar excepto en A y B. Entonces el potencial eléctrico  $V$  en el punto P a una distancia  $r$  donde  $r \gg dz$  es:

$$V = \frac{Idz}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (1.86)$$

tal que las intensidades de campo son:

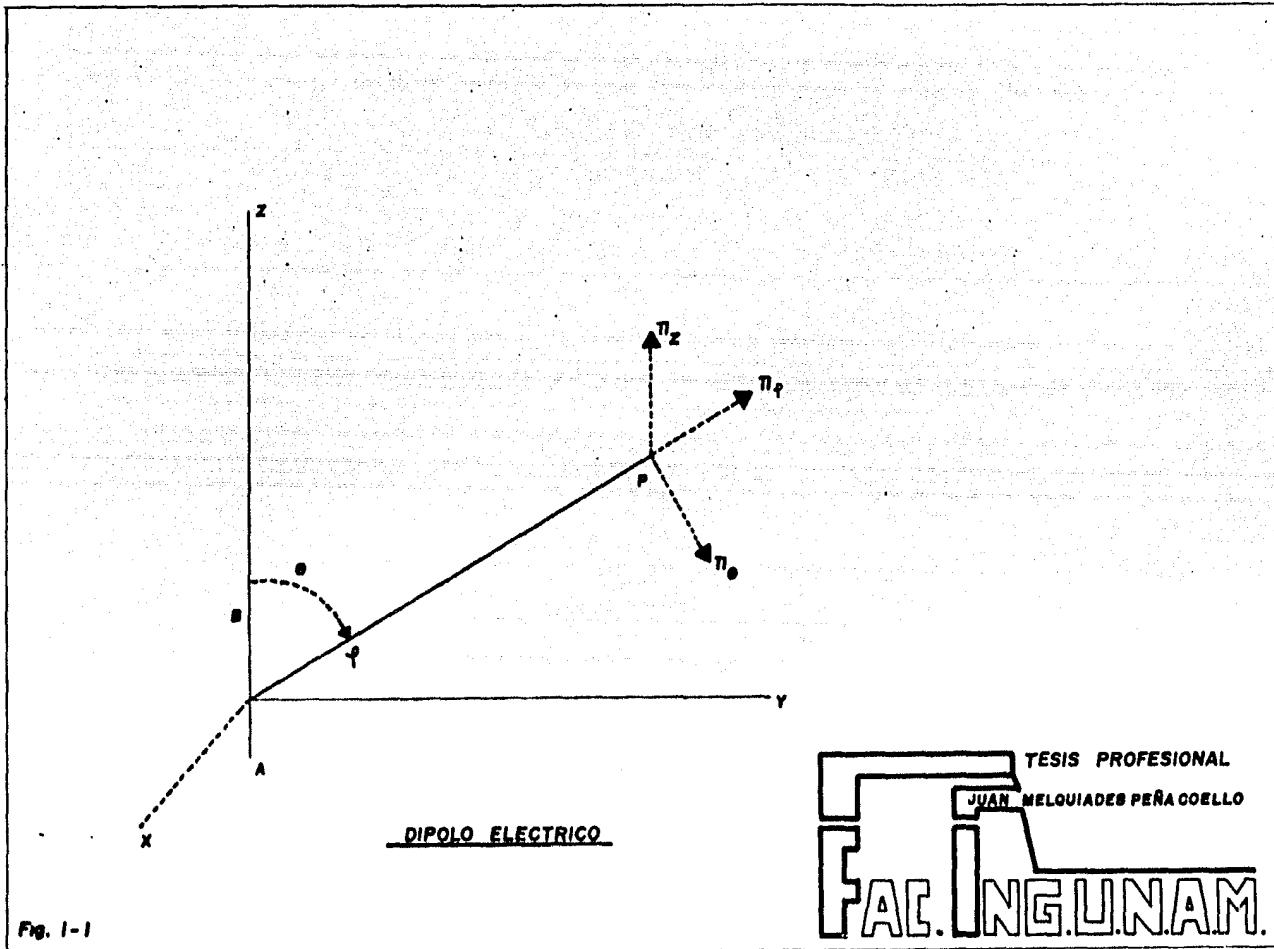
$$E_r = \frac{Idz}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\cos\theta}{r^3} \quad (1.87)$$

$$E_\theta = \frac{Idz}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin\theta}{r^3}$$

$$E_\varphi = 0$$

El arreglo AB considerado aquí es conocido como dipolo eléctrico.

Comparando las ecs. (1.85) y (1.87) podemos decir, que el potencial magnético  $\Pi_z$  se debe a un dipolo eléctrico situado en el origen de coordenadas, en la dirección del eje Z con  $b = (Idz/4\pi\epsilon_0)$ .



TESIS PROFESIONAL  
JUAN MELQUIADES PEÑA COELLO  
**FAC. ING. UNAM.**

De esta forma el vector magnético potencial de un dipolo eléctrico oscilante, señalado a lo largo del eje Z, en un medio homogéneo, infinito y de conductividad  $\sigma$ , está dado por

$$\vec{A}_z \Pi_z = b \frac{\vec{e}_r}{r} \quad (1.88)$$

Consideremos ahora el vector potencial eléctrico  $\vec{F}$  para el caso magnético correspondiente tal que:

$$\vec{A}_z F_z = b \frac{\vec{e}_r}{r} \quad (1.89)$$

con el caso estacionario  $K = 0$

$$F_z = \frac{b}{r} \quad (1.90)$$

y de acuerdo con la ec. (1.76) las intensidades de campo magnético están dadas:

$$B_r = \frac{2b' \cos \theta}{r^3}$$

$$B_\theta = \frac{b' \operatorname{sen} \theta}{r^3} \quad (1.91)$$

$$B_\varphi = 0$$

Para evaluar la constante situemos un pequeño circuito - aislado de radio  $r$  en el origen de coordenadas, llevando una corriente estable de intensidad  $I$ , como se muestra en la Fig. 1.2. Entonces en cualquier punto P a una distancia  $r$  del circuito, donde  $r > a$ , el potencial magnético  $V'$  está dado por:

$$V' = \frac{\mu}{4\pi} \left( \pi a^2 I \right) \frac{\cos \theta}{r^2} \quad (1.92)$$

tal que las intensidades de campo son:

$$B_r = \frac{\mu I S}{4\pi} \frac{2 \cos \theta}{r^3} \quad (1.93)$$

$$B_\theta = \frac{\mu I S}{4\pi} \frac{\operatorname{sen} \theta}{r^3}$$

$$B_\varphi = 0$$

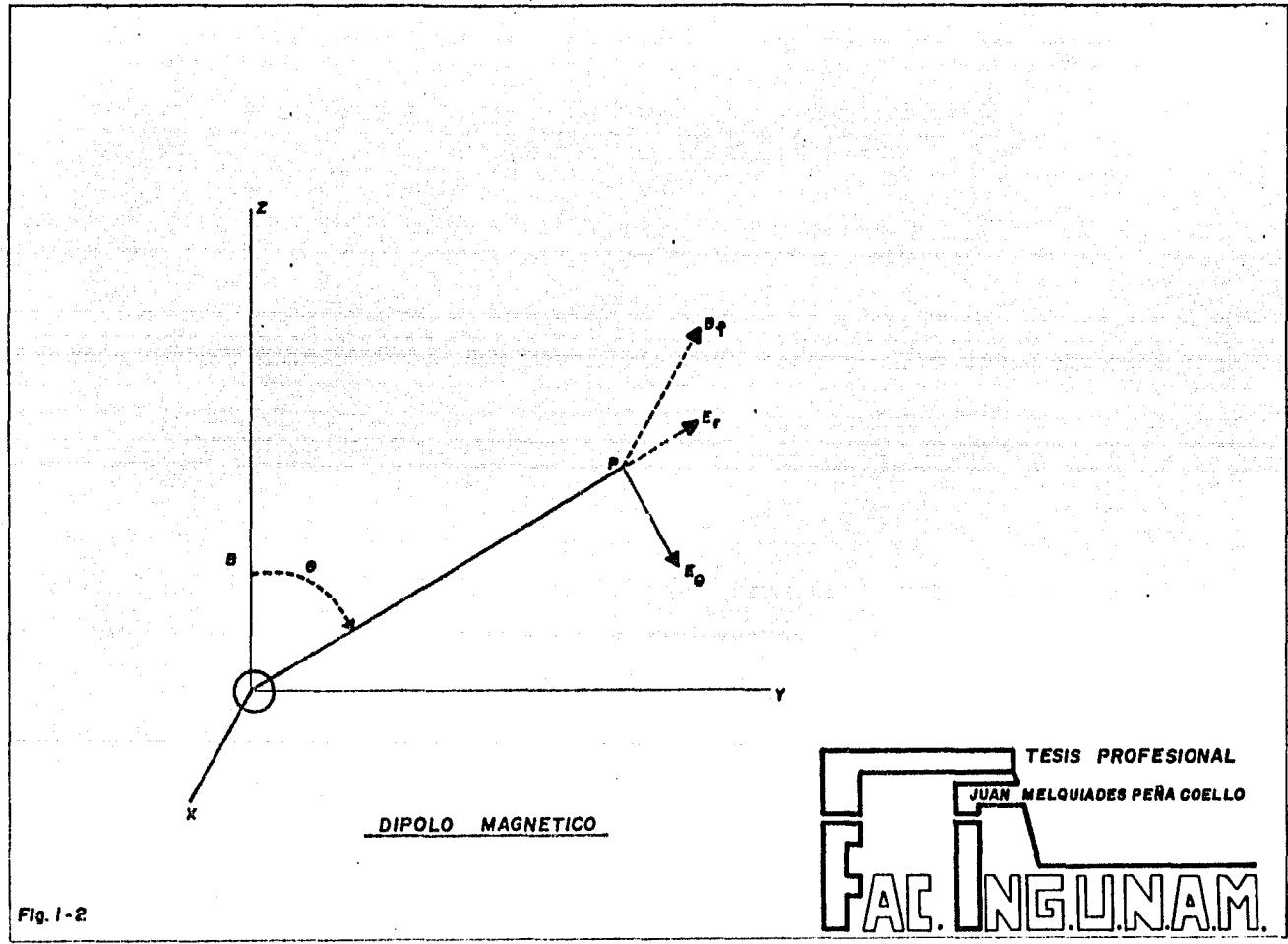


Fig. I-2

Tal arreglo o circuito es conocido como un dipolo magnético, en donde  $S$  representa el área del circuito.

Comparando las ecs. (1.91) y (1.93) podemos decir, que el vector potencial eléctrico es debido a un dipolo magnético, con  $b' = \frac{\mu_0 I S}{4\pi}$ . De esta forma el vector potencial eléctrico de un dipolo magnético oscilante, apuntando en la dirección Z, en un medio homogéneo, infinito y permeabilidad  $\mu$  esta dado por la ec. (1.89).

## 1.8 CONDICIONES DE FRONTERA.

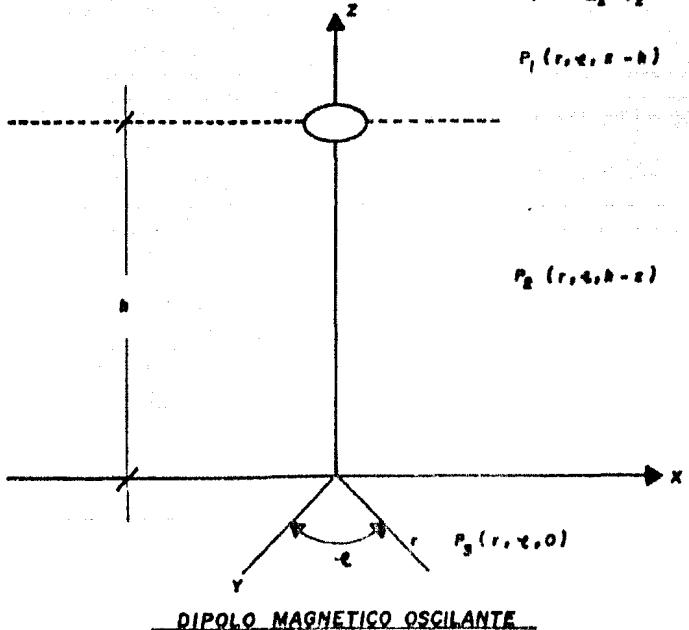
La formulación de las condiciones de frontera en los métodos de corriente directa, se basan en las leyes de conservación de la energía y de la carga. En los métodos electromagnéticos, también recurrimos a las ecuaciones de Maxwell (1.1, - 1.2, 1.3) y la ley de la conservación de la carga (ec. 1.11).

Consideremos una superficie "S" que separa a dos medios diferentes, uno y dos. El medio uno está caracterizado por los parámetros eléctricos  $E_1, \mu_1, \epsilon_1$  y el medio dos por  $E_2, \mu_2, \epsilon_2$ . Estos parámetros son invariantes con la posición, en cualquier lado, excepto en la superficie "S", o todas las propiedades pueden ser discontinuas a través de la frontera, por lo tanto las derivadas en las ecs. (1.1, 1.2, 1.3) y (1.11) pueden no existir sobre "S", si algún medio tiene  $\epsilon = \infty$ ; las leyes integrales correspondientes pueden ser aplicadas específicamente a estas fronteras.

Con estas consideraciones para dos medios tenemos  $\vec{n}$  como un vector unitario normal.

$$\begin{array}{ll} \vec{n} \times (E_2 - E_1) = 0 & \text{puesto "S" si } \epsilon_1 \text{ y } \epsilon_2 \neq \infty \\ \vec{n} \times (H_2 - H_1) = 0 & \text{puesto "S" si } \mu_1 \text{ y } \mu_2 \neq \infty \\ \vec{n} \times (B_2 - B_1) = 0 & \text{puesto "S" si } \mu_1 \text{ y } \mu_2 \neq \infty \end{array}$$

Para demostrar el procedimiento de la formulación de las condiciones de frontera; consideremos como ejemplo un dipolo



$$p = p_x \hat{i} + p_y \hat{j} + p_z \hat{k}$$

$$p_1(r, \theta, z=0)$$

$$p_2(r, \theta, z=z)$$

$$p_3(r, \theta, 0)$$

Fig. 1-3

magnético vertical. El vector potencial correspondiente es  $\vec{F}$  y empezamos apartir de las relaciones siguientes:

$$\vec{E} = -i\omega\mu \nabla \times \vec{F} \quad y \quad (1.94)$$

$$\vec{H} = -k^2 \vec{F} + \nabla^2 \vec{F} = -\frac{i}{i\omega\mu} \nabla \times \vec{E}$$

Si todavía suponemos que el dipolo magnético se encuentra sobre el eje Z, de un sistema coordenado cilindrico, tenemos solamente la componente  $F_z$  y el rotacional de  $\vec{F}$  es igual a  $\frac{\partial F_z}{\partial r}$  en este caso lo cual nos da:

$$E_\varphi = i\omega\mu \frac{\partial F_z}{\partial r} \quad (1.95)$$

Similarmente evaluamos el campo magnético radial ( $H_r$ ) dado como:

$$H_r = -\frac{i}{i\omega\mu} \nabla \times \vec{E} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \quad (1.96)$$

Por lo tanto la conductividad del campo tangencial eléctrico y magnético es equivalente a la continuidad de

$$i\omega\mu \frac{\partial F_z}{\partial r} \quad y \quad \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_z}{\partial r} \right)$$

De una manera similar las condiciones de frontera en términos del vector potencial eléctrico ( $\vec{H}$ ) se puede formular con la ayuda de las ecs. (1.71) y (1.72).

## 1.9 SOLUCION DE UN DIPOLO MAGNETICO OSCILANTE

EN UN MEDIO ESTRATIFICADO.

Sea un dipolo magnético oscilante o una pequeña espira - que conduce una corriente alterna orientada con sus ejes en la dirección  $Z$ , que se encuentra a una altura  $h$  apartir de la superficie del terreno en el sistema coordenado cilíndrico ( $r, \varphi, z$ ); como se muestra en la figura 1.3. Hay tres posibles puntos de observación  $P_1, P_2, P_3$  mostrados con coordenadas apropiadas y las propiedades del aire y del terreno son  $K_0$  y  $K_1$  respectivamente.

El campo primario debido a tal dipolo está dado por la ec. (1.89). Escribiendo  $b = m$

$$F_z = m \frac{\dot{e}^{kr}}{r}$$

con solamente la componente  $F_z$  presente ( $F_r = F_\varphi = 0$ ) y la simetría al rededor de  $\varphi$  (esto es  $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ ), la ecuación vectorial (1.35).

Se reduce a la ecuación escalar de onda:

$$\frac{\partial^2 F_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} = k^2 F_z \quad (1.97)$$

La solución completa dependerá de la solución para el campo que satisfaga la ec. (1.97) y de las condiciones de frontera apropiadas. Como solo  $F_z$  está presente, no necesitaremos el subíndice de hoy en adelante. Separando las variables, escribimos:

$$F = R(r) Z(z)$$

La sustitución de ésta en la ec. (1.97) nos da:

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{rR} \frac{dR}{dr} = - \frac{1}{z} \frac{d^2 z}{dz^2} + k^2 = -\lambda^2$$

por lo tanto

$$\frac{1}{z} \frac{d^2 z}{dz^2} = \lambda^2 + k^2 \quad (1.98)$$

y

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{rR} \frac{dR}{dr} + \lambda^2 = 0$$

$$^6 \frac{d^2 R}{d(\lambda r)^2} + \frac{1}{(\lambda r)} \frac{dR}{d(\lambda r)} + R = 0 \quad (1.99)$$

La solución de la ec. (1.98) es  $\exp(\pm z \sqrt{\lambda^2 + k^2})$  y da la ec. (1.99) es  $J_0(\lambda r)$  y  $Y_0(\lambda r)$ . Sin embargo en  $r=0$ ,  $Y_0(\lambda r)$  es infinitamente negativo propiamente al término logarítmico  $J_0(\lambda r) \log(\lambda r/2)$  en su expansión.

La solución general no diverge es:

$$F = \int_0^\infty [A(\lambda) e^{z \sqrt{\lambda^2 + k^2}} + B(\lambda) e^{-z \sqrt{\lambda^2 + k^2}}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.100)$$

Sin embargo tanto en el aire como en la tierra, el campo puede aproximarse a cero en el infinito. Imponiendo esta restricción el campo en el aire y en la tierra están dados respectivamente por:

$$F_{(aire)} = F_0 = m \frac{e^{-k_0 r}}{R} + \int_0^\infty A(\lambda) e^{-h_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.101)$$

$$F_{(tierra)} = F = \int_0^\infty B(\lambda) e^{-h_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.102)$$

donde el primer término de la ec. (1.51) representa el campo primario y  $h_0 = \sqrt{\lambda^2 + k_0^2}$   $h_1 = \sqrt{\lambda^2 + k_1^2}$

La constante  $A(r)$  y  $B(r)$  son evaluadas apartir de las condiciones de frontera. De acuerdo a las ecs. (1.95) y (1.96) las siguientes condiciones necesitan ser satisfechas sobre la frontera

$$z = 0$$

$$\omega \mu_0 \frac{\partial F_0}{\partial r} = \omega \mu_1 \frac{\partial F_1}{\partial r}$$

y

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_0}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial F_1}{\partial r} \right)$$

Estas relaciones son válidas para todos los valores de  $r$ . Por lo tanto al integrar con respecto a  $r$  tenemos:

$$\mu_0 F_0 = \mu_1 F_1 \quad (1.103)$$

y

$$\frac{\partial F_0}{\partial z} = \frac{\partial F_1}{\partial z} \quad (1.104)$$

Como los campos son cero en  $r = \infty$ , las constantes de integración son igual a cero. Antes de aplicar las condiciones de frontera, es necesario expresar el campo primario en una forma integral. Esto se alcanza con la ayuda de la fórmula de Sommerfeld's

$$\begin{aligned} \frac{e^{kr}}{R} &= \frac{e^{k\sqrt{r^2+z^2}}}{(r^2+z^2)^{1/2}} \\ &= \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda r)}{\sqrt{\lambda^2+k^2}} e^{-z\sqrt{\lambda^2+k^2}} d\lambda \end{aligned}$$

para  $K = 0$  la relación de arriba se reduce a la ecuación para campo estático.

$$\frac{1}{R} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda$$

La distancia de  $P_1$  y  $P_2$  desde el origen se puede escribir en general  $R = \sqrt{r^2 + (z-h)^2}$ , donde usamos  $(z-h)$  para  $P_1$  y  $(h-z)$  para  $P_2$ . Así la ecuación de Sommerfeld's para la fuente primaria con momento magnético  $M$  y a una altura  $h$  por encima del terreno se vuelve:

$$\frac{m e^{kR}}{R} = m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + k^2}} e^{i(z-h)/\sqrt{\lambda^2 + k^2}} J_0(\lambda r) d\lambda$$

El vector potencial en la ec. (1.51) se puede escribir como:

$$F_0 = m \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{h_0} e^{i(z-h)/h_0} J_0(\lambda r) d\lambda + \int_0^{\infty} A(\lambda) e^{i\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.105)$$

Aplicando las condiciones de frontera a las ecuaciones

(1.103) y (1.104) en  $Z = 0$  e igualando los coeficientes de

$\int_0^{\infty} J_0(\lambda r) d\lambda$  tenemos:

$$\mu_0 \left[ m \frac{\lambda}{h_0} e^{i\lambda h_0} + A(\lambda) \right] = \mu_0 B(\lambda) \quad (1.106)$$

$$m \lambda e^{i\lambda h_0} - h_0 A(\lambda) = h_0 B(\lambda) \quad (1.107)$$

Resolviendo  $A(\lambda)$  y  $B(\lambda)$  apartir de (1.106) y (1.107) obtenemos:

$$\begin{aligned} A(\lambda) &= m \frac{\lambda}{h_0} \frac{k n_0 - n_1}{k n_0 + n_1} e^{i\lambda h_0} \\ &= m \frac{\lambda}{h_0} \left[ \frac{2 k n_0}{k n_0 + n_1} - 1 \right] e^{i\lambda h_0} \\ &= m \frac{\lambda}{h_0} \left[ 1 - \frac{2 h_1}{k n_0 + n_1} \right] e^{i\lambda h_0} \end{aligned}$$

$$B(\lambda) = m \frac{2 \lambda}{k n_0 + n_1} e^{i\lambda h_0}$$

donde

$$K = \frac{\mu_1}{\mu_0}$$

La primera expresión alternativa para  $A(z)$ , a sido utilizada en el cálculo de la respuesta impulsiva de un terreno homogéneo y la segunda expresión imagen en la ec. (1.110). Así tenemos las soluciones completas para el vector potencial en ambos medios:

$$F_0 = m \int_0^{\infty} \frac{n}{n_0} e^{n_0/z-h_1} J_0(nr) dr + m \int_0^{\infty} \frac{n}{n_0} \frac{k_{no}-h_1}{k_{no}+n_1} e^{n_0(z+h)} J_0(nr) dr \quad (1.108)$$

$$F_i = m \int_0^{\infty} \frac{2n}{k_{no}+n_1} e^{(n_1 z - n_0 h)} J_0(nr) dr \quad (1.109)$$

$F_0$  y  $F_i$  son usados respectivamente en prospección de superficie y registros de pozos. Apartir de ahora nos concentraremos en  $F_0$ . Al expresar:

$$\frac{k_{no}-h_1}{k_{no}+h_1} = 1 - \frac{2n_1}{k_{no}+n_1}$$

reescribiendo la ec. (1.108) tenemos:

$$F_0 = m \int_0^{\infty} \frac{n}{n_0} e^{n_0/z-h_1} J_0(nr) dr + m \int_0^{\infty} \frac{n}{n_0} e^{n_0(z+h)} J_0(nr) dr$$

$$- m \int_0^{\infty} \frac{2n_1}{n_0(k_{no}+n_1)} e^{n_0(z+h)} J_0(nr) dr$$

Aplicando la ecuación de Sommerfeld's, podemos reescribir la ecuación de arriba como:

$$F_0 = m \frac{e^{k_0 R}}{R} + m \frac{-k_0 R}{R_i} - \quad (\text{términos contenidos en integrales infinitas}) \quad (1.110)$$

El segundo término de la ec. (1.110) es el término imagen.  $R_i$  es la distancia hasta la imagen. Como el momento dipolar  $m$  es el mismo, la frontera actua como un perfecto reflector.

Si el dipolo es bajado hasta la superficie del terreno, esto es la ec. (1.110) se reduce a:

$$F_0 = 2m \int_{0}^{\infty} \frac{n}{\lambda^{ho}} e^{-\lambda^{ho}z} J_0(\lambda r) d\lambda + m \int_{0}^{\infty} \frac{2n_i}{\lambda^{ho+n_i}} e^{-\lambda^{ho}z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.111)$$

En muchas situaciones de campo, la permeabilidad magnética --

del espacio libre no es muy diferente de la del terreno. Nosotros tomamos  $K = 1$ , bajo esta suposición la ec. (1.61) se reduce todavía a:

$$F_0 = 2m \int_{0}^{\infty} \frac{n}{\lambda^{ho+n_i}} e^{-\lambda^{ho}z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.112)$$

para los campos  $K_0 \approx K_i \approx 0$  y  $h_0 = n_i = \lambda$

$$F_0 = m \int_{0}^{\infty} e^{-\lambda^{ho}z} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{m}{R} \quad (1.113)$$

como debe ser.

En seguida extenderemos el análisis anterior, a un terreno que consiste de  $n$  capas. Para  $n = 1$  se reduce a un medio homogéneo. Los pasos para la solución son los mismos de las ecs. (1.98) y (1.99). Sin entrar en detalles reescribimos la

ec. (1.100) como:

$$F(i) = \int_{0}^{\infty} \left( A_i e^{-z\sqrt{\lambda^2 + k_i^2}} + B_i e^{z\sqrt{\lambda^2 + k_i^2}} \right) J_0(\lambda r) d\lambda \quad (1.114)$$

( $i = 1, 2, \dots, n-1$ )

Con las condiciones de frontera ecs. (1.103) y (1.104)

en  $Z = h_i$  adecuadamente cambiando a:

$$\underline{M_i} F^{(i)} = \underline{M_i} F^{(i+1)}$$
$$\frac{\partial F^{(i)}}{\partial z} = \frac{\partial F^{(i+1)}}{\partial z} \quad (1.115)$$

El vector potencial electromagnético  $F$ , que en las condiciones antes mencionadas se genera en un punto en o arriba de la superficie de la tierra, está dado por la expresión:

$$F = c \left[ \frac{1}{r} + \int_0^{\infty} R(\tau, h_i, \tilde{\sigma}_i, f) e^{\tau z} J_0(\tau r) d\tau \right] \quad (1.116)$$

donde  $h_i$ ,  $\tilde{\sigma}_i$  son los espesores y las conductividades de las capas,  $f$  es la frecuencia y  $r$ ,  $z$  son las coordenadas del punto en el cual el vector potencial es considerado en un sistema - coordenado cilíndrico, con su origen en el dipolo transmisor - y su eje  $Z$  dirigido verticalmente hacia arriba.

$R(\tau)$  es una función kernel que depende de los parámetros de las capas y de la frecuencia. Devido a la simetría del problema, las componentes del vector potencial en el plano horizontal son cero.

La función kernel  $R(\tau)$  se puede obtener apartir de los parámetros de las capas y la frecuencia por medio de una relación de recurrencia, esto puede ser escrito (Koefoed, 1972)

$$R(\tau) = R_{0,n}(\tau) \quad (1.117)$$

El primer subíndice indica que el punto de observación - está arriba de la superficie del terreno; el segundo subíndice  $n$ , es igual al número de capas del medio. La relación de

recurrencia es:

$$R_{i-1,n} = \frac{U(i-1), i + R_{i,n} e^{-zh_i u_i}}{1 + U(i-1), i R_{i,n} e^{-zh_i u_i}} \quad (1.118)$$

$$R_{n,n=0}$$

$$U_i = \sqrt{R^2 + Y_i^2}$$

$$Y_i = j 2\pi f_0 \Delta t_i f$$

$$U_{i,k} = (U_i - U_k) (U_i + U_k)$$

La constante para un medio homogéneo se reduce a:

$$R_{0,1} = U_{0,1} = \frac{U_0 - U_1}{U_0 + U_1}$$

Para ilustrar, por ejemplo para un medio de 2 capas:

$$R_{0,2} = \frac{U_{0,1} + R_{1,2} e^{-zh_1 u_1}}{1 + U_{0,1} R_{1,2} e^{-zh_1 u_1}}$$

Así  $R_{0,2}$  tiene el siguiente valor:

$$R_{0,2} = \frac{\frac{U_0 - U_1}{U_0 + U_1} + \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} e^{-zh_1 u_1}}{1 + \frac{U_0 - U_1}{U_0 + U_1} \frac{U_1 - U_2}{U_1 + U_2} e^{-zh_1 u_1}}$$

$$R_{0,2} = \left( \frac{U_0 - 1}{U_1} \right) \left( \frac{U_1 + 1}{U_2} \right) e^{zh_1 u_1} + \left( \frac{U_0 + 1}{U_1} \right) \left( \frac{U_1 - 1}{U_2} \right)$$
$$\left( \frac{U_0 + 1}{U_1} \right) \left( \frac{U_1 + 1}{U_2} \right) e^{zh_1 u_1} + \left( \frac{U_0 - 1}{U_1} \right) \left( \frac{U_1 - 1}{U_2} \right)$$

La ec. (1.118) es utilizada en el apartado siguiente en

el cálculo del programa para la obtención de las componentes del campo electromagnético mediante la técnica de filtrado digital lineal.

## I.10 PROGRAMA PARA EL CÁLCULO DE LOS CAMPOS MAGNETICOS EN UN MEDIO ESTRATIFICADO

Un problema que ha traído el avance de los métodos geofísicos de exploración, es la dificultad con el manejo de grandes cantidades de datos.

En el presente trabajo, se vió la necesidad de automatizar el método de sondeos electromagnéticos, ya que para llegar a conclusiones rápidas y precisas, se tuvo que hechar mano de las ventajas que ofrece la computación, ya que de no haber contado con esto, habría sido muy difícil y tardado el estudio.

Siguiendo la teoría de Ghosh (1971), Koefoed (1972); Verma (1973); Anderson (1975); Johansen (1975) y otros, han desarrollado la teoría del filtro lineal digital.

Siguiendo a Anderson (1973, 1975), definimos la transformada de Hankel de la función kernel  $K(\lambda)$  de orden n como:

$$K(b) = \int_0^{\infty} k(\lambda) J_n(b\lambda) d\lambda, \quad b > 0 \quad (I.120)$$

donde  $J_n$  es la función Bessel de primer grado y orden n. Muchos autores incluyen el parámetro de integración  $\lambda$  en la función kernel como  $\lambda K(\lambda)$ , mientras que otros definen como  $\lambda J_n(b\lambda)$ . La definición en la ec. (I.120), sin embargo, es consistente en la literatura geofísica. El argumento de la transformación  $b > 0$  es real, pero  $K(\lambda)$  y por lo tanto

pueden ser funciones complejas de una variable real.

Para diseñar filtros digitales para la transformada de Hankel, hacemos un cambio de variable logarítmica:

$$x = \ln(b) , \quad y = (1/\pi)$$

en la ec. (1.120) y multiplicando ambos miembros por  $e^x$  (para obtener simetría en ambas direcciones de la abcisa).

$$e^x k(e^x) = \int_0^\infty k(\bar{e}^y) [e^{x-y} \ln(e^{x-y})] dy \quad (1.121)$$

La ec. (1.121) tiene la forma integral de convolución lineal, donde  $k(\bar{e}^y)$  es la función de entrada,  $e^x k(e^x)$  es la función de salida, y el término entre parentesis rectangulares, es la función respuesta del filtro. La respuesta del filtro se puede determinar usando pares de funciones entrada-salida conocidas. La elección de estos pares de funciones es crítica en el diseño de buenos filtros. Anderson (1975) encontró experimentalmente que la precisión del filtro es alcanzada usando filtros diseñados apartir de integrales de convolución conocidas, que tienen pares de funciones entrada y salida que decaen rápidamente. Más aún las longitudes reducidas del filtro son posibles cuando se convoluciona funciones Kernel arbitrarias, con respuestas de filtros que decaen rápidamente. Por esta razón, las siguientes dos transformadas de Hankel, fueron seleccionadas como forma de diseño:

$$\int_0^{\infty} \pi^2 \exp(-a\pi^2) J_0(b\pi) d\pi \\ = [\exp(-b^2/4)] / (2a) \quad (1.122)$$

$$y \quad \int_0^{\infty} \pi^2 \exp(-a\pi^2) J_1(b\pi) d\pi \\ = b [\exp(-b^2/4a)] (2a)^2 \quad (1.123)$$

donde  $a > 0, b > 0$

Los pasos siguientes en el diseño de filtros, son:

- 1.- Digitizar cada función entrada-salida desde pequeños y -- grandes valores de abcisa usando un intervalo de muestreo

$\Delta y$ . Note que las ecs. (1.122) y (1.123) primero son transformadas como en la ec. (121). Un intervalo de muestreo  $\Delta y = \ln(10)/11.513 = 0.20$  fué seleccionado, el cual se puede demostrar que produce errores de interpolación - menores que  $10^{-6}$  para cada función de entrada-salida a través del rango completo de abcisa.

- 2.- Hacer la transformada de Fourier discreta de las dos funciones muestreadas y dividir la salida transformada entre la transformada de la entrada (lo cual produce el espectro de la función respuesta del filtro). La división entre ceros complejos se evita usando un muestreo inicial - en el paso (1).

- 3.- El espectro del filtro para la respuesta de la función de muestreo se determina multiplicando el espectro del filtro del paso (2), con el espectro de la función sinc mues

muestra  $\text{sinc}(y) = \frac{\sin(\pi y/\Delta y)}{(\pi y/\Delta y)}$ .

4.- Obtener la transformada inversa de Fourier discreta del resultado del paso (3), para obtener la respuesta impulso del filtro (también llamada respuesta sinc, respuesta del filtro o simplemente los pesos del filtro).

5.- Koefoed (1972) demostró que los ceros de la respuesta oscilatoria del filtro están espaciados aproximadamente igual al intervalo de muestreo. Por lo tanto, un desfasamiento de toda la función respuesta del filtro muestreada con respecto a un cruce de cero reducirá la magnitud de las colas del filtro. Este procedimiento fué usado para el filtro transformada de Hankel de orden cero. La respuesta del filtro de orden uno, entonces, se interpoló a los valores de abcisa obtenidos en los filtros de orden cero. De esta forma ambos filtros tienen abcisas idénticas mientras que mantienen respuestas que tienden rápidamente a cero en ambas direcciones de la abcisa.

La aplicación de los pesos del filtro para cualquier orden transformados a funciones kernel arbitrarias en la ec. (1.120), está dado por la suma de convolución para cualquier

$$b > 0 \quad (x = \ln b)$$

$$k(b) = \left\{ \sum_{i=N}^{N_2} w_i k[\exp(Ai-x)] \right\} / b \quad (1.124)$$

donde  $W_i$  son los pesos del filtro y  $A_{i-x}$  son los valores de abcisa defasados para  $i = N_1, \dots, N_2$  y  $N_1 \geq 1$ ,  $N_2 \leq 283$

Los valores para  $N_1$  y  $N_2$  son determinados automáticamente por la subrutina Zhanks basados en la función kernel y un factor de tolerancia para la truncación.

La transformación para expresar cualquier transformada de Hankel ec. (I.120) en la forma de convolución (ec. I.121) se ejecuta internamente usando la ec. (I.124) en zhanks y puede ser ignorado por el usuario.

El criterio de diseño fué encontrar filtros de igual abcisa para usar con funciones kernel buenas y argumentos de transformadas moderados, los cuales proporcionan exactitud del filtro comparables a la precisión simple de los métodos de integración numérica (menor que 0.005% de error). Las funciones kernel usadas en la ec. (I.124) deben ser funciones complejas continuas limitadas de una variable real definida para todos los valores mayores que cero. Para un sistema de computación de punto flotante en el rango de exponentes, el argumento de la transformada  $b > 0$  debe ser elegido para evitar sobreflujos excesivos en el exponente (mayor que el 75%), al evaluar la función kernel en la ec. (I.124) en todo el rango de abcisa  $-27 \leq A_i \leq 31$ ,  $i = 1, 2, \dots, 283$ .

El argumento de la transformada  $b$  usado en Zhanks debe ser fi-

jado para cada grupo de transformada de Hankel.

Los programas usados en este estudio fueron hechos en -- lenguaje FORTRAN y se implementaron en el sistema VAX DIGITAL 11/780 en el centro de cálculo de la Facultad de Ingeniería.

Las subrutinas que conforman el programa para el cálculo de los campos magnéticos en un medio estratificado, son seis: Main, Campo, Complex, Leedatos, Escribe y Hankel. Esta última subrutina fué tomada del artículo (Walter L. Anderson, "Computer program", Geophysics, Vol.44, pag. 1298-1306), además se creó un archivo de datos con formato libre en la forma siguiente:

primer renglón: No. de capas, No. de frecuencias, Separación emisor-receptor, altura de la bobina de la su perficie.

segundo renglón: conductividades.

tercer renglón: espesores.

cuarto renglón: frecuencias.

A continuación se muestra un listado de las seis subrutas y de un archivo de datos.

```

1 PROGRAM MAIN
2 DIFFUSION CUNDUC(10),GRUDUR(10),FREC(50),ABSMZS(50),ABSRAD(50)
3 COMPUTA AMAGAS(50),ANAGAS(50)
4 CALL DEPUTADU (CUNDUC,GRUDUR,KHU,FREC,ZETA,NCAPAS,NFREC)
5 CALL MAGFILED (CUNDUC,GRUDUR,KHU,NCAPAS,ZETA,FREC,NFREC,ABSMZS,
6
7 1 CALL WRITE (CUNDUC,GRUDUR,NCAPAS,NFREC,ANAGAS,AMAGAS,ABSMZS,
8 STOP
9      ABSMDS,KHU,FREC)
10
11 END
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63

```

```

1 SHOROUTELE MAGNETICO (CONDUCT,GRUSUR,ENDU,NCAPAS1,ZETA1,FREC,
2 I NREC,AMAGAS,AMO,ADU,AMAGAS,AMAGAS)
3 C----- AMAGAS(1): MODULO DE AMAGAS
4 C----- AMAGAS(1): MODULO DE PAGOS
5 C----- AMAGAS(1): CAMPO MAGNETICO VERTICAL SUBDIVIDIJO, I=1, NREC
6 C----- AMAGAS(1): CAMPO MAGNETICO VERTICAL SUBDIVIDIJO, I=1, NREC
7 C----- ESTRUCTURA (PIZAS=1,0950835216-001)
8 COMMON /KERNEL/ DELTA1(0:11),LAYER(11),NCAPAS,ZETA
9 DIMENSION CONDUCT(NCAPAS1),GRUSUR(NCAPAS1),FREC(NREC)
10 DIMENSION AMAGAS(NREC),AMO,ADU(FREC),AMAGAS(FREC)
11 COMPLEX DELTA2,AMA,ZETA(FREC),AMAGAS(FREC),ZHANKS
12 DATA TOL/0.0/
13 EXTERNAL KERNEL
14
15 C----- FIJA CONSTANTE DE PROPAGACION**2, SUBSTITUY GRUSUR EN LAYER
16 NCAPAS=NCAPAS1
17 ZETA=ZETA1
18 DELTA2(1)=0.0
19 DO I=1,NCAPAS1
20   LAYER(I)=GRUSUR(I)
21 ENDU
22
23 C----- EMPIEZA EL CALCULO DEL CAMPO MAGNETICO
24 DO I=1,NREC
25   DO K=1,NCAPAS1
26     DELTA2(K)=COMPLEX(0.0,PI2MH*CONDUCT(K)*FREC(I))
27     ENDU
28     AMAGAS(1)=ZHANKS(0,RHO,TKERNEL,IOL,RF,1)
29     AMAGAS(1)=ZHANKS(1,RHO,TKERNEL,IOL,RF,1)
30   ENDU
31
32 C----- ENCUENTRA MODULO DE CADA COMPONENTE Y NORMALIZA CONTRA CAMPO
33 C----- PRIMARIO VERTICAL
34 C----- DO I=1,NREC
35   ABSM2S(1)=CABS1-(RHO**3)*AMAGAS(1)
36   ABOMS(1)=CABS1(RHO**3)+AMAGAS(1)
37 ENDU
38 RETURN
39 ENDU
40
41
42
43
44 C----- COMPLEJA FUNCION KERNEL(G)
45 C----- ENCUENTRA EL KERNEL(G) PARA UNA TIERRA DE N-CAPAS
46 C----- USANDO LA FORMULA DE FRECUENCIA DADO PUNK U,NUERUE,EDU,ADU,
47 C----- (GEOPHYSICAL PROSPECTING VOL.20, PAGS. 406-420)
48 C----- CUANDO LA FUENTE ES UN DIPOLU MAGNETICO VERTICAL
49 C----- DATOS PUNK COMUN
50 C----- DELTA2(1)=(CONSTANTE DE PROPAGACION)**2
51 C----- LAYER(1)=GRUSUR DE LAS CAPAS
52 C----- ZETA: ZTH
53 C----- Z COORDENADA DEL PUNTO DE OBSERVACION
54 C----- H COORDENADA DE LA FUENTE
55 COMMON/KERNEL/DELTA2(0:11),LAYER(11),NCAPAS,ZETA
56 COMPLEX DELTA2,KC12,V1,V2
57 IKERNEL=(0,0,0,0)
58 V2=CSQRT((G+G+DELTA2(NCAPAS)))
59 DO I=NCAPAS-1,0,-1
60   V1=CSQRT((G+G+DELTA2(I)))
61   EXP0=CEXP(-2.0*LAYER(I+1)*V2)
62
63

```

```

1      RC12=(V1-V2)/(V1+V2)
2      TKERNEL=((RC12+1 KERNEL*EXP0)/(1+RC12*TKERNEL*EXP0))
3      V2=V1
4
5  ENDDO
6  TKERNEL=TKERNEL*EXP(-ABS(ZETA))*G+G
7  RETURN
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18

```

SUBROUTINE BEROATOS (CUNDUC,GRUSUM,RHU,FREC,ZETA,NCAPAS,NFREC)  
 C-----CUNDUC: ARREGLO DE CONDUCTIVIDADES DE LAS CAPAS (1,NCAPAS=10)  
 C-----GRUSUM: ARREGLO DE GRUSOS DE LAS CAPAS (1,NCAPAS=10)  
 C-----RHU: ARREGLO DE SEPARACION ENTRE TRANSMISOR-RECEPTOR (1,RHU=50)  
 C-----ZETA: DIFERENCIA DE ALTAURA ENTRE TRANSMISOR-RECEPTOR (2+1)  
 C-----FREC: FRECUENCIA DE TRABAJO EN HERTZ

```

DIMENSION CNDUOC(10), GLUSUR(10), FREC(50)
READ(S,*)(CAPAS,NREC,KMU,ZETA)
READ(S,*)(CNDUOC(I),I=1,NRECAS)
READ(S,*)(GLUSUR(I),I=1,NCAPAS)
READ(S,*)(FREC(I),I=1,NREC)
RETURN
END

```

```

1 SUBROUTINE WRITE( CONDUC, GRUSUR, NCAPAS, NFREC, AMAGZS,
2           AMAGXS, ABSMZS, ABSMXS, ANSAS, RHU, FREC)
3 DIMENSION ABSMZS(NFREC), ABSMXS(NFREC), ANSAS(NFREC)
4 DIMENSION CONDUC(NCAPAS), GRUSUR(NCAPAS)
5 COMPLEX AMAGZS(NFREC), AMAGXS(NFREC)
6 C-----ESCRIBE RUMBO
7      WRITE(6,5900)
8      IF (NCAPAS .GT. 1) THEN
9          WRITE(6,5910)(1,GRUSUR(I),CONDUC(I),I=1,NCAPAS-1)
10         ENDIF
11      WRITE(6,5920)(NCAPAS,CONDUC(NCAPAS))
12      C-----ESCRIBE RESULTADOS
13      WRITE(6,6000)
14      WRITE(6,6001)
15      WRITE(6,6002)(FREC(I),AMAGZS(I),AMAGXS(I),ABSMXS(I),
16      1 I=1,NFREC)
17      WRITE(6,6003)RHU
18      RETURN
19      C-----FORMATOS
20      5900 FORMAT(//,1,'CAPA ',4X,'ESPESOR ',4X,'CONDUTIVIDAD',//)
21      5910 FORMAT(8X,12,4X,F8.2,D8.10,5/)
22      5920 FORMAT(8X,12,5X,'INF1W1I01',5X,F10.5)
23      6000 FORMAT(//,3X,'FRECUECIA',4X,9X,'CAMPO MAGNETICO VERTICAL',
24      1 9X,6X,'CAMPO MAGNETICO HORIZONTAL')
25      6001 FORMAT(' ',2X,'DE TRABAJO ',4X,2X,'PARTE REAL',3X,'PARTE
26      1 IMAG',3X,2X,'VALOR ABSL',3X,2X,'PARTE REAL',3X,'PARTE
27      1 IMAG',3X,2X,'VALOR ABSL',//)
28      6002 FORMAT(1X,G14.0,1X,G14.0,1X,G14.0,1X,PG14.0,1X,G14.0,1X,
29      1 G14.0,1X,PG14.0)
30      6003 FORMAT(//,3X,'DIST. TRANS-RECEP= ',F10.2,1X,'METROS')
31      END
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63

```

2 COMPLEX FUNCTION ZHANKS (B,N,FUN,POD,NE,NEW)

3 C=====

4 C COMPLEX HANKEL TRANSFORMS OF ORDER 0 OR 1 FOR RELATED (SAVED) KERNELS

5 C AND FIXED TRANSFORM ARGUMENT B>0.

6 C++ W.L. ANDERSON, U.S. GEOPHYSICAL SURVEY, HERNDON, VIRGINIA.

7 C-----

8 C SUBPROGRAM ZHANKS EVALUATE THE INTEGRAL FROM 0 TO INFINITY OF

9 C 'FUN(G)\*D(G\*B)\*DG', DEFINED AS THE COMPLEX HANKEL TRANSFORM OF

10 C ORDER N (=0 OR 1) AND TRANSFORM ARGUMENT B>0. THE METHOD IS BY

11 C ADAPTIVE DIGITAL FILTERING OF THE COMPLEX KERNEL FUNCTION FUN,

12 C USING DIRECT AND/OR PREVIOUSLY KERNELS FUNCTION VALUES.

13 C-PARAMETERS (ALL INPUT,EXCEPT NF)

14 C-----

15 C N = ORDER (0 OR 1) OF THE HANKEL TRANSFORM TO BE EVALUATED.

16 C B = REAL TRANSFORM ARGUMENT (B>0.0 OF THE HANKEL TRANSFORM)

17 C IF NEW=0, B IS ASSUMED EQUAL TO THE LAST B USED WHEN NEW=

18 C (SEE PARAMETER 'NEW' AND SUBPROGRAM 'USAGE' BELOW).

19 C FUN(G)=EXTERNAL DECLARED COMPLEX FUNCTION NAME (USER SUPPLIED)

20 C OF A REAL ARGUMENT G>0. THIS REFERENCE MUST BE SUPPLIED

21 C EVEN WHEN NEW=0, SINCE THE ADAPTIVE CONVOLUTION MAY NEED

22 C SOME DIRECT FUNCTION CALLS (E.G.,IF TOL REDUCED) IF PARAMETERS

23 C OTHER THAN G ARE REQUIRED IN FUN. USE COMMON IN THE CALLING

24 C PROGRAM AND IN SUBPROGRAM FUN. BOTH REAL AND IMAGINARY PARTS

25 C OF THE COMPLEX FUNCTION FUN(G) MUST BE CONTINUOUS BOUNDED

26 C FUNCTIONS FOR ALL G>0. FOR A REAL FUNCTION F1(G),

27 C FUN=CKPLX(F1(G),0,0) MAY BE USED.

28 C-----

29 C TWO INDEPENDENT REAL FUNCTIONS F1(G),F2(G) MAY BE INTEGRATED IN

30 C PARALLEL BY WRITING FUN=CKPLX(F1(G),F2(G)).

31 C-----

32 C TOL = REQUESTED REAL TRUNCATION TOLERANCE ACCEPTED AT THE FILTER TAILS

33 C FOR ADAPTIVE FILTERING. A TRUNCATION CRITERION IS DEFINED DURING

34 C CONVOLUTION IN A FIXED ABSCISSA RANGE AS THE MAX. ABSOLUTE

35 C CONVOLVED PRODUCT TIMES TOL. TYPICALLY, 10<=TOL<=0.00001 WOULD BE

36 C ABOUT 0.01 PER CENT ACCURACY FOR WELL BEHAVED KERNELS AND MODERATE

37 C VALUES OF B. FOR VERY LARGE OR SMALL B, A VERY SMALL TOL SHOULD

38 C BE USED. IN GENERAL, DECREASING THE TOLERANCE WOULD PRODUCE HIGHER

39 C ACCURACY IN THE CONVOLUTION SINCE MORE FILTER WEIGHTS ARE USED

40 C (UNLESS EXPONENT UNDERFLOWS OCCUR IN THE KERNEL EVALUATION---

41 C SEE NOTE (1) BELOW).

42 C-----

43 C FOR MAXIMUM ACCURACY POSSIBLE, TOL=0.0 MAY BE USED.

44 C-----

45 C NF = TOTAL NUMBER OF DIRECT FUN CALLS MADE DURING CONVOLUTION FOR ANY

46 C VALUE OF NEW. (NF IS AN OUTPUT PARAMETER).

47 C-----

48 C NE IS THE RANGE 21<=NE<=283 WHEN NEW=1.

49 C-----

50 C-----

51 C-----

52 C-----

53 C-----

54 C-----

55 C-----

56 C-----

57 C-----

58 C-----

59 C-----

60 C-----

61 C-----

62 C-----

63 C-----

64 C-----

65 C-----

66 C-----

67 C-----

68 C-----

69 C-----

70 C-----

71 C-----

72 C-----

73 C-----

74 C-----

75 C-----

76 C-----

77 C-----

78 C-----

79 C-----

80 C-----

81 C-----

82 C-----

83 C-----

84 C-----

85 C-----

86 C-----

87 C-----

88 C-----

89 C-----

90 C-----

91 C-----

92 C-----

93 C-----

94 C-----

95 C-----

96 C-----

97 C-----

98 C-----

99 C-----

100 C-----

101 C-----

102 C-----

103 C-----

104 C-----

105 C-----

106 C-----

107 C-----

108 C-----

109 C-----

110 C-----

111 C-----

112 C-----

113 C-----

114 C-----

115 C-----

116 C-----

117 C-----

118 C-----

119 C-----

120 C-----

121 C-----

122 C-----

123 C-----

124 C-----

125 C-----

126 C-----

127 C-----

128 C-----

129 C-----

130 C-----

131 C-----

132 C-----

133 C-----

134 C-----

135 C-----

136 C-----

137 C-----

138 C-----

139 C-----

140 C-----

141 C-----

142 C-----

143 C-----

144 C-----

145 C-----

146 C-----

147 C-----

148 C-----

149 C-----

150 C-----

151 C-----

152 C-----

153 C-----

154 C-----

155 C-----

156 C-----

157 C-----

158 C-----

159 C-----

160 C-----

161 C-----

162 C-----

163 C-----

164 C-----

165 C-----

166 C-----

167 C-----

168 C-----

169 C-----

170 C-----

171 C-----

172 C-----

173 C-----

174 C-----

175 C-----

176 C-----

177 C-----

178 C-----

179 C-----

180 C-----

181 C-----

182 C-----

183 C-----

184 C-----

185 C-----

186 C-----

187 C-----

188 C-----

189 C-----

190 C-----

191 C-----

192 C-----

193 C-----

194 C-----

195 C-----

196 C-----

197 C-----

198 C-----

199 C-----

200 C-----

201 C-----

202 C-----

203 C-----

204 C-----

205 C-----

206 C-----

207 C-----

208 C-----

209 C-----

210 C-----

211 C-----

212 C-----

213 C-----

214 C-----

215 C-----

216 C-----

217 C-----

218 C-----

219 C-----

220 C-----

221 C-----

222 C-----

223 C-----

224 C-----

225 C-----

226 C-----

227 C-----

228 C-----

229 C-----

230 C-----

231 C-----

232 C-----

233 C-----

234 C-----

235 C-----

236 C-----

237 C-----

238 C-----

239 C-----

240 C-----

241 C-----

242 C-----

243 C-----

244 C-----

245 C-----

246 C-----

247 C-----

248 C-----

249 C-----

250 C-----

251 C-----

252 C-----

253 C-----

254 C-----

255 C-----

256 C-----

257 C-----

258 C-----

259 C-----

260 C-----

261 C-----

262 C-----

263 C-----

264 C-----

265 C-----

266 C-----

267 C-----

268 C-----

269 C-----

270 C-----

271 C-----

272 C-----

273 C-----

274 C-----

275 C-----

276 C-----

277 C-----

278 C-----

279 C-----

280 C-----

281 C-----

282 C-----

283 C-----

284 C-----

285 C-----

286 C-----

287 C-----

288 C-----

289 C-----

290 C-----

291 C-----

292 C-----

293 C-----

294 C-----

295 C-----

296 C-----

297 C-----

298 C-----

299 C-----

300 C-----

301 C-----

302 C-----

303 C-----

304 C-----

305 C-----

306 C-----

307 C-----

308 C-----

309 C-----

310 C-----

311 C-----

312 C-----

313 C-----

314 C-----

315 C-----

316 C-----

317 C-----

318 C-----

319 C-----

320 C-----

321 C-----

322 C-----

323 C-----

324 C-----

325 C-----

326 C-----

327 C-----

328 C-----

329 C-----

330 C-----

331 C-----

332 C-----

333 C-----

334 C-----

335 C-----

336 C-----

337 C-----

338 C-----

339 C-----

340 C-----

341 C-----

342 C-----

343 C-----

344 C-----

345 C-----

346 C-----

347 C-----

348 C-----

349 C-----

350 C-----

351 C-----

352 C-----

353 C-----

354 C-----

355 C-----

356 C-----

357 C-----

358 C-----

359 C-----

360 C-----

361 C-----

362 C-----

363 C-----

364 C-----

365 C-----

366 C-----

367 C-----

368 C-----

369 C-----

370 C-----

371 C-----

372 C-----

373 C-----

374 C-----

375 C-----

376 C-----

377 C-----

378 C-----

379 C-----

380 C-----

381 C-----

382 C-----

383 C-----

384 C-----

385 C-----

386 C-----

387 C-----

388 C-----

389 C-----

390 C-----

391 C-----

392 C-----

393 C-----

394 C-----

395 C-----

396 C-----

397 C-----

398 C-----

399 C-----

400 C-----

401 C-----

402 C-----

403 C-----

404 C-----

405 C-----

406 C-----

407 C-----

408 C-----

409 C-----

410 C-----

411 C-----

412 C-----

413 C-----

414 C-----

415 C-----

416 C-----

417 C-----

418 C-----

419 C-----

420 C-----

421 C-----

422 C-----

423 C-----

424 C-----

425 C-----

426 C-----

427 C-----

428 C-----

429 C-----

430 C-----

431 C-----

432 C-----

433 C-----

434 C-----

435 C-----

436 C-----

437 C-----

438 C-----

439 C-----

440 C-----

441 C-----

442 C-----

443 C-----

444 C-----

445 C-----

446 C-----

447 C-----

448 C-----

449 C-----

450 C-----

451 C-----

452 C-----

453 C-----

454 C-----

455 C-----

456 C-----

457 C-----

458 C-----

459 C-----

460 C-----

461 C-----

462 C-----

463 C-----

464 C-----

465 C-----

466 C-----

467 C-----

468 C-----

469 C-----

470 C-----

471 C-----

472 C-----

473 C-----

474 C-----

475 C-----

476 C-----

477 C-----

478 C-----

479 C-----

480 C-----

481 C-----

482 C-----

483 C-----

484 C-----

485 C-----

486 C-----

487 C-----

488 C-----

489 C-----

490 C-----

491 C-----

492 C-----

493 C-----

494 C-----

495 C-----

496 C-----

497 C-----

498 C-----

499 C-----

500 C-----

501 C-----

502 C-----

503 C-----

504 C-----

505 C-----

506 C-----

507 C-----

508 C-----

509 C-----

510 C-----

511 C-----

512 C-----

513 C-----

514 C-----

515 C-----

516 C-----

517 C-----

518 C-----

519 C-----

520 C-----

521 C-----

522 C-----

523 C-----

524 C-----

525 C-----

526 C-----

527 C-----

528 C-----

529 C-----

530 C-----

531 C-----

532 C-----

533 C-----

534 C-----

535 C-----

536 C-----

537 C-----

538 C-----

539 C-----

540 C-----

541 C-----

542 C-----

543 C-----

544 C-----

545 C-----

546 C-----

547 C-----

548 C-----

549 C-----

550 C-----

551 C-----

552 C-----

553 C-----

554 C-----

555 C-----

556 C-----

557 C-----

558 C-----

559 C-----

560 C-----

561 C-----

562 C-----

563 C-----

564 C-----

565 C-----

566 C-----

567 C-----

568 C-----

569 C-----

570 C-----

571 C-----

572 C-----

573 C-----

574 C-----

575 C-----

576 C-----

577 C-----

578 C-----

579 C-----

580 C-----

581 C-----

582 C-----

583 C-----

584 C-----

585 C-----

586 C-----

587 C-----

588 C-----

589 C-----

590 C-----

591 C-----

592 C-----

593 C-----

594 C-----

595 C-----

596 C-----

597 C-----

598 C-----

599 C-----

600 C-----

601 C-----

602 C-----

603 C-----

604 C-----

605 C-----

606 C-----

607 C-----

608 C-----

609 C-----

610 C-----

611 C-----

612 C-----

613 C-----

614 C-----

615 C-----

616 C-----

617 C-----

618 C-----

619 C-----

620 C-----

621 C-----

622 C-----

623 C-----

624 C-----

625 C-----

626 C-----

627 C-----

628 C-----

629 C-----

630 C-----

631 C-----

632 C-----

633 C-----

634 C-----

635 C-----

636 C-----

637 C-----

638 C-----

639 C-----

640 C-----

641 C-----

642 C-----

643 C-----

644 C-----

645 C-----

646 C-----

647 C-----

648 C-----

649 C-----

650 C-----

651 C-----

652 C-----

653 C-----

654 C-----

655 C-----

656 C-----

657 C-----

658 C-----

659 C-----

660 C-----

661 C-----

662 C-----

663 C-----

664 C-----

665 C-----

666 C-----

667 C-----

668 C-----

669 C-----

670 C-----

671 C-----

672 C-----

673 C-----

674 C-----

675 C-----

676 C-----

677 C-----

678 C-----

679 C-----

680 C-----

681 C-----

682 C-----

683 C-----

684 C-----

685 C-----

686 C-----

687 C-----

688 C-----

689 C-----

690 C-----

691 C-----

692 C-----

693 C-----

694 C-----

695 C-----

696 C-----

697 C-----

698 C-----

699 C-----

700 C-----

701 C-----

702 C-----

703 C-----

704 C-----

705 C-----

706 C-----

707 C-----

708 C-----

709 C-----

710 C-----

711 C-----

712 C-----

713 C-----

714 C-----

715 C-----

716 C-----

717 C-----

718 C-----

719 C-----

720 C-----

721 C-----

722 C-----

723 C-----

724 C-----

725 C-----

726 C-----

727 C-----

728 C-----

729 C-----

730 C-----

731 C-----

732 C-----

733 C-----

734 C-----

735 C-----

736 C-----

737 C-----

738 C-----

739 C-----

740 C-----

741 C-----

742 C-----

743 C-----

744 C-----

745 C-----

746 C-----

747 C-----

748 C-----

749 C-----

750 C-----

751 C-----

752 C-----

753 C-----

754 C-----

755 C-----

756 C-----

757 C-----

758 C-----

759 C-----

760 C-----

761 C-----

762 C-----

763 C-----

764 C-----

765 C-----

766 C-----

767 C-----

768 C-----

769 C-----

770 C-----

771 C-----

772 C-----

773 C-----

774 C-----

775 C-----

776 C-----

777 C-----

778 C-----

779 C-----

780 C-----

781 C-----

782 C-----

783 C-----

784 C-----

785 C-----

786 C-----

787 C-----

788 C-----

789 C-----

790 C-----

791 C-----

792 C-----

793 C-----

794 C-----

795 C-----

796 C-----

797 C-----

798 C-----

799 C-----

800 C-----

801 C-----

802 C-----

803 C-----

804 C-----

805 C-----

806 C-----

807 C-----

808 C-----

809 C-----

810 C-----

811 C-----

812 C-----

813 C-----

814 C-----

815 C-----

816 C-----

817 C-----

818 C-----

819 C-----

820 C-----

821 C-----

822 C-----

823 C-----

824 C-----

825 C-----

826 C-----

827 C-----

828 C-----

829 C-----

830 C-----

831 C-----

832 C-----

833 C-----

834 C-----

835 C-----

836 C-----

837 C-----

838 C-----

839 C-----

840 C-----

841 C-----

842 C-----

843 C-----

844 C-----

845 C-----

846 C-----

847 C-----

848 C-----

849 C-----

850 C-----

851 C-----

852 C-----

853 C-----

854 C-----

855 C-----

856 C-----

857 C-----

858 C-----

859 C-----

860 C-----

861 C-----

862 C-----

863 C-----

864 C-----

865 C-----

866 C-----

867 C-----

868 C-----

869 C-----

870 C-----

871 C-----

872 C-----

873 C-----

874 C-----

875 C-----

876 C-----

877 C-----

878 C-----

879 C-----

880 C-----

881 C-----

882 C-----

883 C-----

884 C-----

885 C-----

886 C-----

887 C-----

888 C-----

889 C-----

890 C-----

891 C-----

892 C-----

893 C-----

894 C-----

895 C-----

896 C-----

897 C-----

898 C-----

899 C-----

900 C-----

901 C-----

902 C-----

903 C-----

904 C-----

905 C-----

906 C-----

907 C-----

908 C-----

909 C-----

910 C-----

911 C-----

912 C-----

913 C-----

914 C-----

915 C-----

916 C-----

917 C-----

918 C-----

919 C-----

920 C-----

921 C-----

922 C-----

923 C-----

924 C-----

925 C-----

926 C-----

927 C-----

928 C-----

929 C-----

930 C-----

931 C-----

932 C-----

933 C-----

934 C-----

935 C-----

936 C-----

937 C-----

938 C-----

939 C-----

940 C-----

941 C-----

942 C-----

943 C-----

944 C-----

945 C-----

946 C-----

947 C-----

948 C-----

949 C-----

950 C-----

951 C-----

952 C-----

953 C-----

954 C-----

955 C-----

956 C-----

957 C-----

958 C-----

959 C-----

960 C-----

961 C-----

962 C-----

963 C-----

964 C-----

965 C-----

966 C-----

967 C-----

968 C-----

969 C-----

970 C-----

971 C-----

972 C-----

973 C-----

974 C-----

975 C-----

976 C-----

977 C-----

978 C-----

979 C-----

980 C-----

981 C-----

982 C-----

983 C-----

984 C-----

985 C-----

986 C-----

987 C-----

988 C-----

989 C-----

990 C-----

991 C-----

992 C-----

993 C-----

994 C-----

995 C-----

996 C-----

997 C-----

998 C-----

999 C-----

1000 C-----

```

C.....SUBPROGRAM USAGE .... 'ZHANKS' IS CALLED AS FOLLOWS:
C.....  

C..... COMPLEX Z1,Z2,ZHANKS,FSAVE  

C..... COMMON/SAVE/FSAVE(263),CSAVE(263),NSAVE  

C..... EXTERNAL ZF1,ZF2  

C.....  

C..... Z1=ZHANKS(N1,B,ZF1,TOL,NF1,1)  

C..... DO I=1,NSAVE  

C-----MODIFY FSAVE IN COMMON/SAVE/ TO OBTAIN RELATED ZF2 FROM ZF1.  

C-----E.G. FSAVE(I)=GSAVE(I)+FSAVE(I)--FOR RATION: ZF2(G)=G+ZF1(G)  

C..... 1  

C..... CONTINUE  

C..... Z2=ZHANKS(N2,B,ZF2,TOL,NF2,0)  

C.....  

C..... END  

C..... COMPLEX FUNCTION ZF1(G)  

C..... USER SUPPLIED CODE FOR DIRECT EVALUATION OF ZF2(G),G>0  

C..... END  

C=====NOTES:  

C..... (1). EXP-UNDERFLOW MAY OCCUR IN EXECUTING THIS SUBPROGRAM;  

C..... THIS IS OK. PROVIDED THE MACHINE SYSTEM CONDITIONALLY SETS  

C..... EXP-UNDERFLOW TO 0.0  

C..... (2). THIS SUBPROGRAM IS AN ANSI FORTRAN 4 VERSION, EXCEPT  

C..... DATA STATEMENTS MAY NEED TO BE CHANGED FOR SOME COMPILERS.  

C..... (3). THE FILTER ABSISSA CORRESPONDING TO EACH FILTER WEIGHT  

C..... IS GENERATED IN DOUBLE PRECISION (TO REDUCED ROUND-OFF),  

C..... BUT IS USED IN SINGLE PRECISION IN FUNCTION FUN.  

C..... (4). NO CHECKS ARE MADE ON CALLING PARAMETERS (TO SAVE TIME),  

C..... HENCE UNPREDICTABLE RESULTS COULD OCCUR IF ZHANKS IS  

C..... CALLED INCORRECTLY (OR IF 'FUN' OR COMMON IS IN ERROR).
C=====

C..... COMPLEX FUN,C,CMAX,FSAVE  

C..... COMMON/SAVE/FSAVE(263),CSAVE(263),NSAVE  

C..... DOUBLE PRECISION E,ER,I1,I1  

C..... DIMENSION I(2),IMAX(2)  

C..... DIMENSION W10(263),WAU(76),WC0(76),WDO(55),  

C..... * W11(263),W11(76),WC1(76),WD1(55)  

C..... * EQUIVALENCE (WT0(1),WC0(1)),(W10(1)),(WDO(1)),(W11(153),WC0(1)),  

C..... * (W10(229),WDO(1)),(W11(1),WC1(1)),(W11(77),WD1(1)),  

C..... * (W11(153),WC1(1)),(WT1(229),WD1(1))  

C..... * EQUIVALENCE (C,T(1)),(CMAX,IMAX(1))  

C..... * E=DEXP(200),ER=1.0D0  

C..... DATA E/1.221402/5010169834D0/,ER/0.81873075307/981859D0/  

C-----TRANSFORM FILTER WEIGHT ARRAYS (SHIFTED TO 31 ABSISSAS):  

C..... DATA WAO/  

C..... * 2.1969101E-11, 4.1201161E-09,-6.1322980E-09, 7.2474291E-09,  

C..... * -7.9821627E-09, 6.5776983E-09,-9.1157294E-09, 9.60152590E-09,  

C..... * -1.207546E-08, 1.0796633E-08,-1.1393033E-08, 1.2049473E-08,  

C..... * -1.2787789E-08, 1.3446400E-08,-1.4174300E-08, 1.5005571E-08,  

C..... * -1.5807160E-08, 1.6747136E-08,-1.7625961E-08, 1.8643427E-08,  

C..... * -1.9680584E-08, 2.0809789E-08,-2.1903555E-08, 2.3305306E-08,  

C..... * -2.4407377E-08, 2.0603367E-08,-2.7186773E-08, 2.9094334E-08,  

C..... * -3.0200604E-08, 3.2534013E-08,-3.3612072E-08, 3.6409349E-08,  

C..... * -3.7425022E-08, 4.0787921E-08,-4.1543242E-08, 4.5756642E-08,  

C..... * -4.0035233E-08, 5.1425075E-08,-5.0938986E-08, 5.7934897E-08,  

C..... * -5.6086570E-08, 6.5475248E-08,-6.1539913E-08, 7.4301996E-08,  

C..... * -6.117043E-08, 6.4676371E-08,-6.2585120E-08, 9.73665308E-08,  

C..... * -7.755361E-08, 1.1279873E-07,-8.1416723E-08, 1.3206914E-07,  

C..... * -8.321721E-08, 1.5603185E-07,-8.1482581E-08, 1.0806059E-07,  

C..... * -7.3963141E-08, 2.3109873E-07,-5.7243707E-08, 2.8867452E-07,

```

```

1 * -2.9163525E-08, 3.08081/3E-01, 2.0494971E-08, 1.193201/E-01,
2 * 1.140/365E-07, 6.3720026E-07, 2.52941901E-07, 8.0053/348/E-07,
3 * 4.6831433E-07, 1.1910340E-06, 8.0099716E-07, 1.0690015E-06,
4 * 1.3091334E-06, 2.3701475E-06, 2.0003829E-06, 3.4612976E-06,
5 DATA W00/
6
7 * 3.24507/4E-06, 1.9244902E-06, 5.0005196E-06, 7.0176354E-06,
8 * 7.6367633E-06, 1.0522038E-05, 1.1540021E-05, 1.54680035E-05,
9 * 1.7510398E-05, 2.2830380E-05, 2.4360000E-05, 3.3664387E-05,
10 * 3.9010390E-05, 5.0230379E-05, 5.9347373E-05, 7.4612122E-05,
11 * 8.8951409E-05, 1.1094809E-04, 1.3308020E-04, 1.6511335E-04,
12 * 1.9695671E-04, 2.4567195E-04, 2.9728181E-04, 3.6629710E-04,
13 * 4.4402013E-04, 5.4569361E-04, 6.6290832E-04, 8.1315348E-04,
14 * 9.8971624E-04, 1.2132772E-03, 1.4772052E-03, 1.8092212E-03,
15 * 2.2045122E-03, 2.6980811E-03, 3.2095354E-03, 4.0230764E-03,
16 * 4.9080203E-03, 6.0010999E-03, 7.3216878E-03, 9.9489222E-03,
17 * 1.0919448E-02, 1.3340098E-02, 1.6276398E-02, 1.9613311E-02,
18 * 2.4233627E-02, 2.9559599E-02, 3.5990006E-02, 4.37741529E-02,
19 * 5.3150319E-02, 6.4343172E-02, 7.1500720E-02, 9.2414949E-02,
20 * 1.09805051E-01, 1.2791555E-01, 1.4525830E-01, 1.5820005E-01,
21 * 1.05058756E-01, 1.4190605E-01, 8.9701222E-02, -1.0230218E-02,
22 * -1.5083434E-01, -2.9050573E-01, -2.9105431E-01, -3.7913294E-02,
23 * 4.6213717E-01, 2.2014113E-01, -9.3426356E-01, 1.9331133E-01,
24 * 5.3H39527E-02, -1.1906945E-01, 9.9317051E-02, -6.6152028E-02,
25 * 4.0703241E-02, -2.4355810E-02, 1.4470533E-02, -8.6198007E-03/
26 DATA W00/
27 * 9.1597053E-03, -3.1074802E-03, 1.008223427E-03, -1.1456545E-03,
28 * 7.00004347E-04, -2.4904226E-04, 2.3554444E-04, -1.6215439E-04,
29 * 9.9891279E-05, -6.1569031E-05, 3.7996921E-05, -2.3452250E-05,
30 * 1.4479572E-05, -8.9417327E-06, 5.5227515E-06, -3.4114252E-06,
31 * 2.1074101E-06, -1.3019229E-06, 1.04336301/E-06, -4.9030361E-07,
32 * 3.0702417E-07, -1.8969219E-07, 1.1720069E-07, -7.2412490E-08,
33 * 4.47042023E-08, -2.70430304E-08, 1.170/94053E-08, -1.0552034E-08,
34 * 6.52003111E-09, -4.0264597E-09, 2.44890232E-09, -1.5378095E-09,
35 * 9.5019040E-10, -3.8/800000E-10, 3.82/393/4E-10, -2.2412348E-10,
36 * 1.3847792E-10, -8.5560071E-11, 5.2865474E-11, -3.2664392E-11,
37 * 2.01822948E-11, -1.2470979/E-11, 7.705/76E-12, -4.711713E-12,
38 * 2.9415274E-12, -1.8170061E-12, 1.1221034E-12, -6.927106/E-13,
39 * 4.2139744E-13, -2.6344348E-13, 1.0197103E-13, -9.9144493E-14,
40 * 6.04477998E-14, -3.69730397E-14, 2.2819/964E-14, -1.4315547E-14,
41 * 9.1574735E-15, -5.950/240E-15, 3.9209969E-15, -2.5911739E-15,
42 * 1.6400939E-15, -8.8246590E-16, 3.0195409E-16, -2.222634E-17,
43 * 8.0942556E-17, -3.71212303E-17, 1.9299542E-16, -3.3388160E-16,
44 * 4.6174110E-16, -5.8627358E-16, 1.2227767E-16, -6.7972941E-16,
45 * 1.02111931-15, -1.0940039E-15, 1.0789555E-15, -9.108914E-16/
46 DATA W00/
47 * 7.4110927E-16, -4.1/00094E-16, 6.5977184L-17, 1.03390409E-16,
48 * 1.7838410E-16, 4.89/5421E-17, 1.9398153E-16, -5.0046989E-16,
49 * 8.3260985L-16, -1.1540440E-15, 1.4401527L-15, -1.0033/000E-15,
50 * 1.7777129E-15, -1.322187E-15, 1.5242/247E-15, -1.1771155E-15,
51 * 6.914791V0L-16, -1.2066950E-16, -4.8382957E-16, 1.04062892E-15,
52 * 1.5220450U-15, 1.9545149E-15, -2.410/448E-15, 2.9241438E-15,
53 * 3.51764/5E-15, 4.2270123E-15, -5.097/851E-15, 6.1428450E-15,
54 * 7.3949962E-15, H.65597601E-15, -1.0515959E-14, 1.2264584E-14,
55 * 1.3949870L-14, 1.5332490E-14, -1.6140678E-14, 1.0088121E-14,
56 * -1.4962523L-14, 1.2794804E-14, -9.4280701E-15, 6.8625809E-15,
57 * 4.0056107L-15, 1.596979/E-15, -1.2/232901E-18, -4.0433218E-15,
58 * 6.5679655L-16, 3.3011666E-15, -7.3545910E-15, 1.2394651E-14,
59 * -1.7947697L-14, 2.37174303E-14, -5.0279166E-14, 3.9252831E-14,
60 * 5.5510504E-14, 9.050531E-14, -1.7064873L-13/
61 C-END OF FILE# WEIGHTS
62 C
63

```

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4

C--J1--Institute of TELEMETRY WEIGHT ARRAYS (SHIFTED TO 30 ASCII CHARACTERS)

-4.21297158E-14, 5.3661031E-15, -1.1183902E-15, 6.9478500E-15,  
 -1.0761891E-14, 1.2302265E-14, -1.3371129E-14, 1.32284118E-14,  
 -1.1714302E-14, 6.1133150E-15, -3.7720525E-15, -1.43203081E-15,  
 6.1219103E-15, -9.11420E-15, 9.1040444E-15, -3.6199488E-15,  
 8.6009015E-15, -6.9479486E-15, 1.115393H-14, -1.4914821E-14,  
 1.9314024E-14, -2.1172390E-14, 2.5050547E-14, -2.4212155E-14,  
 2.5057108E-14, -2.2485539E-14, 1.4022152E-14, -1.5148804E-14,  
 1.1422404E-14, -7.7323956E-15, 4.0021400E-15, -2.1075032E-15,  
 3.2177192E-17, 1.5636756E-15, -3.3083634E-15, 4.6132219E-15,  
 -5.6209538E-15, 6.1928401E-15, -6.8595926E-15, 9.8985794E-15,  
 6.5355535E-15, 5.0125103E-15, -4.1453391E-15, 2.0355862E-15,  
 9.5104311E-16, 1.4000447E-16, 5.5105191E-16, 6.24699240E-16,  
 5.0032100H-16, 4.3152205E-16, 2.1052293E-15, -9.5051913E-16,  
 6.4004437E-15, -2.1926117E-15, 1.1651003E-14, 5.8415433E-16,  
 1.80446604E-14, 1.01755745E-14, 3.01594122E-14, 3.3506138E-14,  
 5.8109351E-14, 6.1475200E-14, 1.2530000E-13, 1.8519112E-13,  
 2.7641706E-13, 4.13308023E-13, 6.1550204E-13, 9.1921606E-13,  
 1.3090402E-12, 2.0493127E-12, 3.0894447E-12, 4.4550100E-12,  
 6.7872050E-12, 1.1126237E-11, 1.5101976E-11, 2.2536053E-11,  
 DATA #E12/  
 3.3617308E-11, 5.0153839E-11, 7.4818173E-11, 1.1161804E-10,  
 1.6651222E-10, 2.48409423E-10, 3.7050119E-10, 5.5284333E-10,  
 8.2474406E-10, 1.2303750E-09, 1.63550304E-09, 2.7382502E-09,  
 4.0849807E-09, 6.9340898E-09, 9.0913020E-09, 1.3562051E-08,  
 2.0233050E-08, 3.0164244E-08, 4.5029471E-08, 6.7176304E-08,  
 1.0021488E-07, 1.4950311E-07, 2.20303208E-07, 3.3212089E-07,  
 4.9636623E-07, 7.40496840E-07, 1.10468035E-06, 6.6480103E-06,  
 2.4585014E-06, 3.0771103E-06, 5.4711455E-06, 8.1620422E-06,  
 1.2176782E-05, 1.1660119E-05, 2.70992231E-05, 4.0426804E-05,  
 6.0303294E-05, 6.9711508E-05, 1.342021195E-04, 2.0021123E-04,  
 2.9860417E-04, 4.4545291E-04, 8.6423150E-04, 9.9073215E-04,  
 1.410/050H-03, 2.2016800E-03, 3.2168147E-03, 1.663J292E-03,  
 7.2596811E-03, 1.0768355E-02, 1.5973323E-02, 2.3612041E-02,  
 3.4655327E-02, 5.00808141E-02, 1.2827152E-02, 1.0337889E-01,  
 1.4207357E-01, 1.8821315E-01, 2.29690115E-01, 2.5088500E-01,  
 -2.0334026E-01, 0.0005451E-01, -2.02/3083E-01, -3.5712330E-01,  
 -1.62805296E-01, 4.71014634E-01, 7.2941233E-03, -3.0614594E-01,  
 -2.4781735E-01, -1.1149165E-01, 2.5985386E-02, 1.08502/9E-02,  
 -2.2830217E-02, 2.4044647E-02, -2.2895284E-02, 2.0197032E-02,  
 DATA #C1/  
 -1.7488660E-02, 1.5057670E-02, -1.2953923E-02, 1.1153254E-02,  
 9.6138450E-03, 2.2520904E-03, -7.16202110E-03, 1.8829110E-03,  
 -5.34820255E-03, 4.0232050E-03, -3.4947052E-03, 3.49560118E-03,  
 -2.9883010E-03, 4.5480081E-03, -2.2345428E-03, 1.9323040E-03,  
 1.6709583E-03, 1.44949053E-03, -1.2495400E-03, 1.0805048E-03,  
 -9.3441130E-04, 0.08036099E-04, -6.9875/304E-04, -6.4245624E-04,  
 5.2253535E-04, 5.1866525E-04, -3.9075515E-04, 3.3790861E-04,  
 -2.9220916E-04, 4.52680919E-04, -2.1615156E-04, 1.8896332E-04,  
 -1.63340753E-04, 4.13103496E-04, -1.2219119E-04, 1.0567099E-04,  
 -4.1379482E-05, 7.9021432E-05, -6.8334412E-05, 5.9092120E-05,  
 -5.1100905E-05, 4.4169914E-05, -5.8213568E-05, 3.3045496E-05,  
 -2.8856350E-05, 2.11711031E-05, -2.1369380E-05, 1.8479514E-05,  
 -1.5980307E-05, 1.3119097E-05, -1.1950174E-05, 1.0334008E-05,  
 -8.9364100E-06, 7.1278306E-06, -6.68270031E-06, 5./1892515E-06,  
 -4.9973715E-06, 4.32151670E-06, -3.73706616E-06, 3.23165/5E-06,  
 -2.1946015E-06, 4.4100539E-06, -2.069024U/E-06, 1.8017019E-06,  
 -1.5627811E-06, 1.3514274E-06, -1.1686576E-06, 1.01061059E-06,  
 -6.13929452E-07, 7.5513750E-07, -6.53530028E-07, 5.6519328E-07,  
 -4.8871388E-07, 4.2221921E-07, -3.6546333E-07, 3.1603/322E-07

```

1 DATA =D1/
2 * -2.73245794E-07, 2.30333470E-07, -2.0437231E-07, 1.7673258E-07,
3 * -1.5283191E-07, 1.321614E-07, -1.1428192E-07, 9.8831380E-08,
4 * -8.5465227E-08, 7.3906347E-08, -6.3911437E-08, 5.5261923E-08,
5 * -4.7193370E-08, 4.1529102E-08, -3.5740189E-08, 3.0906126E-08,
6 * -3.4620499E-08, 2.9121606E-08, -1.4990424E-08, 1.7203119E-08,
7 * -1.4945974E-08, 1.2924650L-08, -1.1176094E-08, 9.6651347E-09,
8 * -8.3580023E-09, 7.2276494E-09, -6.250103E-09, 5.4048022E-09,
9 * -4.6739154E-09, 4.0418061E-09, -3.4951847E-09, 3.0224895E-09,
10 * -2.6137226E-09, 2.2602362E-09, -1.9545594E-09, 1.6902214E-09,
11 * -1.4016324E-09, 1.2639571E-09, -1.0493164E-09, 9.4519327E-10,
12 * -8.1730202E-10, 6.0681930E-10, -6.1122713L-10, 5.2056322E-10,
13 * -4.5707937E-10, 3.9526267E-10, -3.4180569E-10, 2.9557785E-10,
14 * -2.5601762E-10, 2.2103233E-10, -1.9113891E-10, 1.6528994E-10,
15 * -1.4294012E-10, 1.2361991E-10, -8.2740936E-11/
16 C--END OF J1 FILTER WEIGHTS
C
17      NONE=0
18      IF (NEW .EQ. 0) GO TO 100
19      ISAVE=0
20
21 C----INITIALIZE KERNEL ABSCISSA GENERATION FOR GIVEN B
22 YI=0.7358652601479/9446000/DBLE(B)
23 ZHANKS=(0.0,0.0)
24 CMAX=(0.0,0.0)
25 NE=0
26 Y=X1
27 C----BEGIN RIGHT-SIDE CONVOLUTION AT WEIGHT 131 (EITHER NEW=1 OR 0)
28 ASSIGN 110 TO M
29 I=131
30 X=Y*E
31 GO TO 200
32 TMAX(1)=AMAX1(ABS(T(1)),TMAX(1))
33 TMAX(2)=AMAX1(ABS(T(2)),TMAX(2))
34 I=I+1
35 Y=Y*E
36 IF(I .LE. 149) GO TO 200
37 IF(TMAX(1) .LT. 0.0 .AND. TMAX(2) .LT. 0.0)NONE=1
38 C----ESTABLISH TRUNCATION CRITERION (CMAX=CMLA(I=TMAX(1),TMAX(2)))
39 CMAX=TOB*CMAX
40 ASSIGN 120 TO M
41 GO TO 200
42 C----CHECK FOR FILTER TRUNCATION AT RIGHT END
43 IF (ABS(T(1)) .LE. TMAX(1) .AND. ABS(T(2)) .LE. TMAX(2)) GO TO 130
44 I=I+1
45 Y=Y*E
46 IF(I .LE. 283) GO TO 200
47 130 C----CONTINUE WITH LEFT-SIDE CONVOLUTION AT WEIGHT 130
48 ASSIGN 140 TO M
49 I=130
50 GO TO 200
51 C----CHECK FOR FILTER TRUNCATION AT LEFT END
52 IF(ABS(T(1)) .LE. TMAX(1) .AND. ABS(T(2)) .LE. TMAX(2) .AND.
53     NONE=.E.0) GO TO 190
54 I=I-1
55 Y=Y*E
56 IF(I .GT. 0) GO TO 200
57 C----RETURN WITH ISAVE=1 PRESET FOR POSSIBLE NEW=0 USE.
58 ISAVE=1
59 C----NORMALIZE BY B TO ACCOUNT FOR INTEGRATION RANGE CHANGE
60 ZHANKS=ZHANKS/B
61
62
63

```

```

1      RETURN
2      C-----SAVE/RETRIEVE ROUTINE (CALL 'FUN' ONLY WHEN NECESSARY)
3      200      G=SAVE(G)
4      IF ((NER)300,210,300
5      210      IF ((ISAVE .LE. NSAVE) GO TO 300
6      C-----EVALUATE
7      220      IF (G .EQ. ISAVE(1)) GO TO 240
8      ISAVE=ISAVE+1
9      IF (ISAVE .LE. NSAVE) GO TO 220
10     ISAVE=ISAVE+1
11     C-----G NOT IN COMMON/SAVE/-----EVALUATE 'FUN'
12     230      GO TO 300
13     C-----G FOUND IN COMMON/SAVE/-----USE FSAVE AS GIVEN
14     240      C=FSAVE(ISAVE)
15     ISAVE=ISAVE+1
16     C-----SWITCH ON ORDER N
17     250      IF (N) 270,260,270
18     260      C=C+m10(1)
19     GU TO 280
20     C=C+m11(1)
21     270      ZHANKS=ZHANKS + C
22     GU TO 140
23     C-----DIRECT FUN EVALUATION (AND ADD TO END OF COMMON/SAVE/)
24     300      NSAVE=NSAVE+1
25     C=FUN(G)
26     NF=NF+1
27     FSAVE(NSAVE)=C
28     GSAVE(NSAVE)=G
29     GO TO 250
30
31
32
33
34
35     SUBROUTINE SAVER(I,J)
36     C=====GENERAL UTILITY TO MODIFY COMMON/SAVE/ AS FOLLOWS
37     C-----CALL SAVER (I,J) WILL REPLACE FSAVE() ARRAY WITH
38     C-----FSAVE(KJ)=GSAVE(KJ)+I*FSAVE(KJ)+J
39     C-----FOR K=1,NSAVE
40
41     C---INPUT PARAMETERS (I,J) MAY BE NEGATIVE,ZERO OR POSITIVE
42     C-----INTGERS.
43     C---SUBROUTINE SAVER MAY BE USED IN CONJUNCTION WITH SUBPROGRAM ZHANKS
44     C-----TO MODIFY SAVED KERNELS WHEN USING NEWFO OPTION (SEE ZHANKS)
45
46     COMPLEX FSAVE
47     COMMON /SAVE/FSAVE(283),GSAVE(283),NSAVE
48     DO 1 K=1,NSAVE
49     FSAVE(K)=CMPLX(GSAVE(K)**I,0.0)*(FSAVE(K)**J)
50   1 CONTINUE
51     RETURN
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83

```

3,31,300,0.0  
0.001 0.01 0.001  
100. 55.0 9999999.0  
1. 10. 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80. 90. 100. 200. 250. 300.  
350. 400. 450. 500. 550. 600. 650. 700. 750. 800. 850. 900.  
950. 1000. 2000. 4000. 4500. 5000. 5500. 7000. 8000. 9000.

Un programa que no marca error (que corra), no quiere decir que esté correcto. Para confirmar que nuestro programa está bien, tuvimos que checarlo con una tabla publicada (Michael Wilt and Mitchel Stark "A simple method for calculating apparent resistivity from electromagnetic sounding data" Geophysics, Vol. 47, Pag. 1100-1105). Esta tabla presenta una relación del número de inducción  $B$  (tratado más adelante), con los valores del campo magnético vertical (Hz) y horizontal (-Hr). Por lo tanto dejamos constantes la separación de bobinas a 100m. y la resistividad a 100 $\Omega\text{-m}$ . Como la frecuencia está en función del número de inducción, despejamos la frecuencia y obtuvimos para cada valor de inducción, un valor de frecuencia. Estos valores obtenidos juntos con la separación de bobinas y la resistividad los metimos al programa y vimos que nuestros resultados, son idénticos a los del artículo, con una pequeña discrepancia debido al filtro utilizado.

CAPA ESPESOR CONDUCTIVIDAD

| FRECUENCIA<br>DE TRABAJO | CAMPO MAGNETICO VERTICAL |               |              | CAMPO MAGNETICO HORIZONTAL |               |              |
|--------------------------|--------------------------|---------------|--------------|----------------------------|---------------|--------------|
|                          | PART. REAL               | PART. IMAG    | VALOR ABS.   | PART. REAL                 | PART. IMAG    | VALOR ABS.   |
| 25.4302                  | -0.405416E-09            | -0.446816E-08 | 1.00050      | -0.705597E-10              | -0.498059E-08 | 0.498109E-02 |
| 50.4542                  | -0.131552E-08            | -0.645737E-08 | 1.00135      | -0.250869E-09              | -0.991967E-08 | 0.992284E-01 |
| 75.49862                 | -0.234152E-08            | -0.122502E-07 | 1.00242      | -0.517987E-09              | -0.148258E-07 | 0.148349E-01 |
| 101.521                  | -0.351243E-08            | -0.157816E-07 | 1.00364      | -0.861196E-09              | -0.196933E-07 | 0.197121E-01 |
| 151.921                  | -0.616383E-08            | -0.222747E-07 | 1.00641      | -0.176287E-08              | -0.293045E-07 | 0.293575E-01 |
| 253.258                  | -0.123372E-07            | -0.335471E-07 | 1.01289      | -0.421164E-08              | -0.491222E-07 | 0.491114E-01 |
| 506.574                  | -0.303834E-07            | -0.545120E-07 | 1.03102      | -0.137399E-07              | -0.972778E-07 | 0.971909E-01 |
| 1013.35                  | -0.692269E-07            | -0.105647E-07 | 1.07200      | -0.420111E-07              | -0.172850E-06 | 0.171882     |
| 1519.83                  | -0.140684E-06            | -0.817071E-07 | 1.11170      | -0.781889E-07              | -0.241998E-06 | 0.254316     |
| 2533.02                  | -0.173949E-06            | -0.191029E-07 | 1.17802      | -0.103451E-06              | -0.353005E-06 | 0.359010     |
| 5065.45                  | -0.271182E-06            | -0.661099E-07 | 1.27959      | -0.397545E-06              | -0.512949E-06 | 0.469668     |
| 7597.50                  | -0.299578E-06            | -0.225110E-06 | 1.31693      | -0.656219E-06              | -0.562219E-06 | 0.834048     |
| 10132.1                  | -0.267674E-06            | -0.374358E-06 | 1.32179      | -0.791616E-06              | -0.468335E-06 | 0.968345     |
| 15198.3                  | -0.116791E-06            | -0.605312E-06 | 1.27019      | -0.105789E-05              | -0.415716E-06 | 1.13664      |
| 25330.6                  | -0.271157E-06            | -0.905834E-06 | 1.00654      | -0.124950E-05              | -0.119600E-07 | 1.25100      |
| 50661.9                  | -0.576063E-06            | -0.402572E-06 | 0.654297     | -0.101331E-05              | -0.490291E-06 | 1.10885      |
| 75992.6                  | -0.103274E-05            | -0.368041E-06 | 0.3949420    | -0.119971E-06              | -0.527195E-06 | 0.885931     |
| 101322.                  | -0.194061L-05            | -0.222171E-06 | 0.246100     | -0.538931E-06              | -0.475244E-06 | 0.720053     |
| 151987.                  | -0.160755E-05            | -0.140208E-05 | 0.140412     | -0.601689E-06              | -0.318171E-06 | 0.543359     |
| 253313.                  | -0.999130E-05            | -0.900204E-07 | 0.900230E-01 | -0.312286E-05              | -0.287371E-06 | 0.223610     |
| 506624.                  | -0.100132E-05            | -0.453381E-07 | 0.454022E-01 | -0.215046E-06              | -0.207508E-06 | 0.298840     |
| 759933.                  | -0.100272E-05            | -0.304948E-07 | 0.306198E-01 | -0.174391E-06              | -0.170468E-06 | 0.2493868    |
| 0.101324E+07             | 0.100253E-05             | -0.220447E-07 | 0.221897E-01 | -0.150246E-06              | -0.147822E-06 | 0.210157     |
| 0.151986E+07             | 0.100268E-05             | -0.154460E-07 | 0.156792E-01 | -0.124308E-06              | -0.122492E-06 | 0.1713100    |
| 0.253309E+07             | 0.100256E-05             | -0.893536E-08 | 0.900749E-02 | -0.926232E-07              | -0.950932E-07 | 0.134747     |

PIST. TRANS-RECEP'S 100.00 DLR/RUS

## II.1 CURVA DE RESPUESTA IMPEDANCIA CONTRA PERÍODO.

En muchos métodos de prospección se utilizan bobinas pequeñas, tanto emisoras como receptoras. Para el estudio adecuado de los arreglos transmisor-receptor, es necesario conocer el coeficiente de inducción mutua del conjunto de las dos bobinas, su variación en función de la distancia que las separa y del ángulo que forman. Esto es interesante, porque el efecto del terreno sobre los campos observados puede describirse y ser medido como resultado de un cambio en el valor de dicho coeficiente respecto del vacío.

Una forma de definir el concepto de impedancia mutua es:

$$Z = \frac{V e^{i\omega t}}{I e^{i\omega t}} = \frac{V}{I} \quad (II.1)$$

donde "V" es la caída de voltage en el receptor, "I" es la corriente de transmisión.

La relación de acoplamiento de la espira horizontal transmisora de área  $A_1$ , y la espira horizontal receptora de área  $A_2$ , sobre la superficie del terreno es:

$$Z = \frac{A_1 A_2}{4\pi\sigma r^s} \left[ 9 - \bar{e}^{-k_1 r} (9 + 9k_1 r + 4k_1^2 r^2 + k_1^3 r^3) \right] \quad (II.2)$$

según Wait (1951), las espiras transmisoras-receptoras, en presencia de un terreno, son normalizadas por el acoplamiento de las espiras en el espacio libre. Esta relación se llama radio de acoplamiento mutuo o impedancia mutua.

La relación de acoplamiento del espacio libre, para espíras horizontales coplanares es

$$\frac{Z_0}{I} = \frac{V}{I} = i\omega \mu_0 \frac{N_1 N_2 A_1 A_2}{4\pi R^3} \quad (11.3)$$

donde  $i$  y  $\omega$  son el número de vueltas de las espiras transmisoras y receptoras respectivamente.

Para las espiras ortogonales, el campo magnético primario es cero. Generalmente el acoplamiento de las espiras de este arreglo se hace utilizando de las espiras coplanares.

Por último el caso de espiras coaxiales, el campo magnético es:

$$H = \frac{m}{2\pi R^3} = \frac{N_1 A_1 I}{2\pi R^3} \quad (11.4)$$

y el acoplamiento en el espacio libre es:

$$\frac{Z_0}{I} = \frac{V}{I} = -i\omega \mu_0 \frac{N_1 N_2 A_1 A_2}{2\pi R^3} \quad (11.5)$$

Consideremos tres ejemplos: para un medio homogéneo, de dos capas y tres capas, con el objeto de ver el comportamiento de la curva de impedancia ( $Z/Z_0$ ) contra periodo ( $T$ ). A continuación se ilustra un listado de estos tres ejemplos obtenidos con el programa. Estos valores se grafican en papel logarítmico de  $3 \times 3$  ciclos; Figs. 11.1, 11.2 y 11.3

Se observa claramente, que estas gráficas de impedancia contra periodo, no reflejan el número de capas del medio. En el siguiente punto, se hablará de una forma de interpretar este método.

CAPA ESPESOR CONDUCTIVIDAD  
1 INFINITO 0.00100

| FRECUENCIA<br>DE TRABAJO | CAMPO MAGNETICO VERTICAL |               |            |               | CAMPO MAGNETICO HORIZONTAL |              |  |  |
|--------------------------|--------------------------|---------------|------------|---------------|----------------------------|--------------|--|--|
|                          | PARTE REAL               | IMAG          | VALOR ABSL | PARTE REAL    | IMAG                       | VALOR ABSL   |  |  |
| 1.000.000                | -0.129824E-12            | -0.644475E-11 | 1.000000   | -0.492261E-14 | -0.657896E-11              | 0.177632E-03 |  |  |
| 10.000.000               | -0.394555E-11            | -0.616194E-10 | 1.000111   | -0.394845E-12 | -0.657072E-10              | 0.177413E-02 |  |  |
| 20.000.000               | -0.109427E-10            | -0.119877E-09 | 1.000300   | -0.140025E-11 | -0.131232E-09              | 0.354347E-02 |  |  |
| 30.000.000               | -0.107254E-10            | -0.175720E-09 | 1.000540   | -0.298171E-11 | -0.196576E-09              | 0.530816E-02 |  |  |
| 40.000.000               | -0.297942E-10            | -0.229854E-09 | 1.000862   | -0.503279E-11 | -0.261740E-09              | 0.706828E-02 |  |  |
| 50.000.000               | -0.410795E-10            | -0.262442E-09 | 1.001144   | -0.750901E-11 | -0.326725E-09              | 0.882390E-02 |  |  |
| 60.000.000               | -0.533340E-10            | -0.333656E-09 | 1.001480   | -0.104153E-10 | -0.391531E-09              | 0.105751E-01 |  |  |
| 70.000.000               | -0.664944E-10            | -0.383621E-09 | 1.001855   | -0.137369E-10 | -0.456161E-09              | 0.123219E-01 |  |  |
| 80.000.000               | -0.804119E-10            | -0.432437E-09 | 1.002244   | -0.174819E-10 | -0.520614E-09              | 0.140645E-01 |  |  |
| 90.000.000               | -0.950232E-10            | -0.480181E-09 | 1.002655   | -0.215860E-10 | -0.584891E-09              | 0.158028E-01 |  |  |
| 100.000.000              | -0.111020E-09            | -0.526972E-09 | 1.003048   | -0.260598E-10 | -0.648994E-09              | 0.175370E-01 |  |  |
| 200.000.000              | -0.288319E-09            | -0.948503E-09 | 1.008111   | -0.877608E-10 | -0.128057E-08              | 0.346566E-01 |  |  |
| 250.000.000              | -0.390009E-09            | -0.113359E-08 | 1.010999   | -0.129176E-09 | -0.159006E-08              | 0.430730E-01 |  |  |
| 300.000.000              | -0.497811E-09            | -0.130454E-08 | 1.014055   | -0.176573E-09 | -0.189545E-08              | 0.513986E-01 |  |  |
| 350.000.000              | -0.610354E-09            | -0.146285E-08 | 1.017255   | -0.229563E-09 | -0.219680E-08              | 0.596367E-01 |  |  |
| 400.000.000              | -0.726815E-09            | -0.160968E-08 | 1.020555   | -0.267137E-09 | -0.249421E-08              | 0.677903E-01 |  |  |
| 450.000.000              | -0.846404E-09            | -0.174600E-08 | 1.023944   | -0.300774E-09 | -0.278772E-08              | 0.758616E-01 |  |  |
| 500.000.000              | -0.960738E-09            | -0.187249E-08 | 1.027400   | -0.341812E-09 | -0.307740E-08              | 0.838532E-01 |  |  |
| 550.000.000              | -0.101931E-08            | -0.199012E-08 | 1.030922   | -0.348924E-09 | -0.330331E-08              | 0.917673E-01 |  |  |
| 600.000.000              | -0.121943E-08            | -0.209919E-08 | 1.034477   | -0.356540E-09 | -0.364550E-08              | 0.996054E-01 |  |  |
| 650.000.000              | -0.134635E-08            | -0.224029E-08 | 1.038077   | -0.364485E-09 | -0.392404E-08              | 0.107370     |  |  |
| 700.000.000              | -0.147502E-08            | -0.229389E-08 | 1.041688   | -0.372766E-09 | -0.419897E-08              | 0.115063     |  |  |
| 750.000.000              | -0.160524E-08            | -0.238038E-08 | 1.045322   | -0.381421E-09 | -0.447035E-08              | 0.122685     |  |  |
| 800.000.000              | -0.173544E-08            | -0.246015E-08 | 1.048966   | -0.390367E-09 | -0.473822E-08              | 0.130238     |  |  |
| 850.000.000              | -0.181062E-08            | -0.253351E-08 | 1.052611   | -0.396310E-09 | -0.500264E-08              | 0.137724     |  |  |
| 900.000.000              | -0.199748E-08            | -0.260077E-08 | 1.056277   | -0.409184E-08 | -0.526365E-08              | 0.145144     |  |  |
| 950.000.000              | -0.212807E-08            | -0.266221E-08 | 1.059491   | -0.419001E-08 | -0.552130E-08              | 0.152498     |  |  |
| 1000.000.000             | -0.225094E-08            | -0.271809E-08 | 1.063555   | -0.429093E-08 | -0.577563E-08              | 0.159790     |  |  |
| 2000.000.000             | -0.477430E-08            | -0.294530E-08 | 1.151700   | -0.372101E-08 | -0.102259E-07              | 0.293802     |  |  |
| 3000.000.000             | -0.690908E-08            | -0.207494E-08 | 1.167388   | -0.660958E-08 | -0.136391E-07              | 0.409219     |  |  |
| 4000.000.000             | -0.854096E-08            | -0.597647E-08 | 1.201071   | -0.908343E-08 | -0.162153E-07              | 0.509940     |  |  |
| 5000.000.000             | -0.974405E-08            | -0.122366E-08 | 1.263522   | -0.127922E-07 | -0.181059E-07              | 0.598563     |  |  |
| 6000.000.000             | -0.105437E-07            | -0.322918E-08 | 1.287044   | -0.158478E-07 | -0.194299E-07              | 0.676982     |  |  |
| 7000.000.000             | -0.109871E-07            | -0.531570E-08 | 1.304595   | -0.187966E-07 | -0.202833E-07              | 0.746649     |  |  |
| 8000.000.000             | -0.111232E-07            | -0.741461E-08 | 1.315655   | -0.216046E-07 | -0.207448E-07              | 0.808695     |  |  |
| 9000.000.000             | -0.110923E-07            | -0.947903E-08 | 1.321811   | -0.242531E-07 | -0.208795E-07              | 0.864070     |  |  |
| 10000.000.000            | -0.106332E-07            | -0.114773E-07 | 1.323340   | -0.267310E-07 | -0.207422E-07              | 0.913535     |  |  |

DIST. TRANS-BEET P= 100.00 METROS

| CAPA | ESPEZOR  | CONDUTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 100.00   | 0.00100      |
| 2    | INFINITO | 0.01000      |

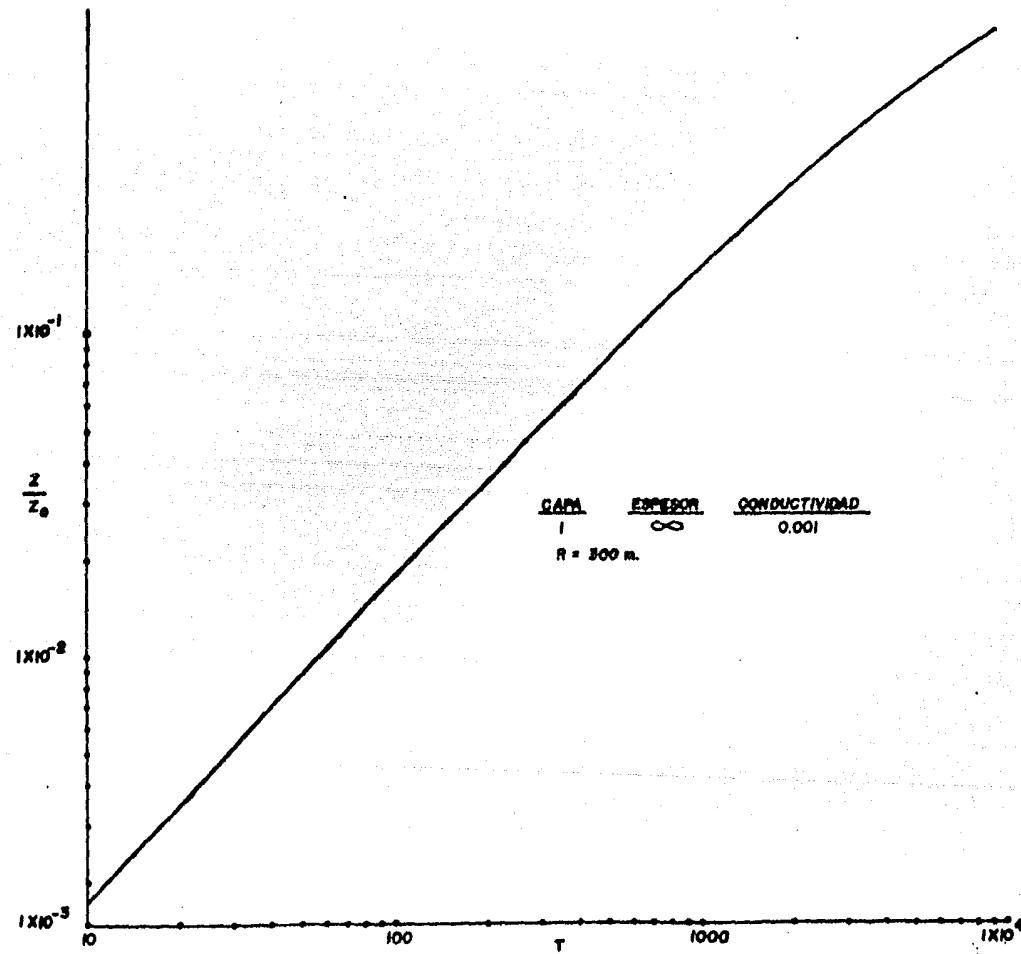
| FRECUENCIA<br>DE IRRAKIAU | CAMPO MAGNETICO VERTICAL |               |            |                | CAMPO MAGNETICO HORIZONTAL |              |  |  |
|---------------------------|--------------------------|---------------|------------|----------------|----------------------------|--------------|--|--|
|                           | PARTE REAL               | PARTE IMAG    | VALOR ABS. | PARTE REAL     | PARTE IMAG                 | VALOR ABS.   |  |  |
| 1.000.000                 | -0.355702e-11            | -0.517041e-10 | 1.00010    | -0.205717e-12  | -0.328626e-10              | 0.887324e-03 |  |  |
| 10.000.000                | -0.874804e-10            | -0.438205e-09 | 1.00243    | -0.162490e-10  | -0.321843e-09              | 0.870082e-02 |  |  |
| 20.000.000                | -0.416366e-09            | -0.790727e-09 | 1.00067    | -0.515414e-10  | -0.630525e-09              | 0.170810e-01 |  |  |
| 30.000.000                | -0.360203e-09            | -0.109380e-08 | 1.01016    | -0.993433e-10  | -0.927848e-09              | 0.251950e-01 |  |  |
| 40.000.000                | -0.511638e-09            | -0.136180e-08 | 1.01448    | -0.156579e-09  | -0.12121497e-08            | 0.330755e-01 |  |  |
| 50.000.000                | -0.667161e-09            | -0.160145e-08 | 1.01893    | -0.2242353e-09 | -0.149272e-08              | 0.407457e-01 |  |  |
| 60.000.000                | -0.724571e-09            | -0.181863e-08 | 1.02344    | -0.2923545e-09 | -0.176194e-08              | 0.482238e-01 |  |  |
| 70.000.000                | -0.782556e-09            | -0.201570e-08 | 1.02797    | -0.360595e-09  | -0.202316e-08              | 0.555246e-01 |  |  |
| 80.000.000                | -0.114026e-08            | -0.219570e-08 | 1.03249    | -0.449110e-09  | -0.227564e-08              | 0.626604e-01 |  |  |
| 90.000.000                | -0.129707e-08            | -0.233606e-08 | 1.03698    | -0.533652e-09  | -0.252348e-08              | 0.696415e-01 |  |  |
| 100.000.000               | -0.145241e-08            | -0.251237e-08 | 1.04143    | -0.621700e-09  | -0.276341e-08              | 0.764177e-01 |  |  |
| 200.000.000               | -0.289421e-08            | -0.352096e-08 | 1.08233    | -0.161087e-08  | -0.498595e-08              | 0.138237     |  |  |
| 250.000.000               | -0.352431e-08            | -0.377940e-08 | 1.10000    | -0.214368e-08  | -0.574293e-08              | 0.165509     |  |  |
| 300.000.000               | -0.411043e-08            | -0.397975e-08 | 1.11615    | -0.261232e-08  | -0.654026e-08              | 0.190881     |  |  |
| 350.000.000               | -0.463394e-08            | -0.400063e-08 | 1.13000    | -0.322611e-08  | -0.726498e-08              | 0.214610     |  |  |
| 400.000.000               | -0.512421e-08            | -0.414171e-08 | 1.14385    | -0.373321e-08  | -0.792596e-08              | 0.236892     |  |  |
| 450.000.000               | -0.560670e-08            | -0.416143e-08 | 1.15578    | -0.429144e-08  | -0.853207e-08              | 0.257912     |  |  |
| 500.000.000               | -0.597371e-08            | -0.414230e-08 | 1.16661    | -0.480133e-08  | -0.909410e-08              | 0.277777     |  |  |
| 550.000.000               | -0.634233e-08            | -0.400079e-08 | 1.17645    | -0.532851e-08  | -0.960616e-08              | 0.296613     |  |  |
| 600.000.000               | -0.668194e-08            | -0.403003e-08 | 1.18542    | -0.582972e-08  | -0.100848e-07              | 0.314510     |  |  |
| 650.000.000               | -0.699437e-08            | -0.394025e-08 | 1.19359    | -0.631196e-08  | -0.105288e-07              | 0.331555     |  |  |
| 700.000.000               | -0.727941e-08            | -0.384875e-08 | 1.20104    | -0.679192e-08  | -0.109425e-07              | 0.347817     |  |  |
| 750.000.000               | -0.754193e-08            | -0.374020e-08 | 1.20705    | -0.726344e-08  | -0.113287e-07              | 0.363359     |  |  |
| 800.000.000               | -0.778258e-08            | -0.362707e-08 | 1.21408    | -0.771914e-08  | -0.116891e-07              | 0.378234     |  |  |
| 850.000.000               | -0.800401e-08            | -0.350919e-08 | 1.21917    | -0.816231e-08  | -0.120268e-07              | 0.392487     |  |  |
| 900.000.000               | -0.820705e-08            | -0.335619e-08 | 1.22499    | -0.859414e-08  | -0.123410e-07              | 0.406175     |  |  |
| 950.000.000               | -0.849420e-08            | -0.323320e-08 | 1.22976    | -0.914666e-08  | -0.126046e-07              | 0.419327     |  |  |
| 1000.000.000              | -0.856564e-08            | -0.304945e-08 | 1.23413    | -0.942436e-08  | -0.129291e-07              | 0.431983     |  |  |
| 2000.000.000              | -0.101036e-07            | -0.240814e-09 | 1.27262    | -0.157609e-07  | -0.164204e-07              | 0.614903     |  |  |
| 3000.000.000              | -0.101126e-07            | -0.227208e-08 | 1.27440    | -0.194880e-07  | -0.180641e-07              | 0.725626     |  |  |
| 4000.000.000              | -0.906428e-08            | -0.143955e-08 | 1.27075    | -0.226801e-07  | -0.190100e-07              | 0.802751     |  |  |
| 5000.000.000              | -0.911106e-08            | -0.636466e-08 | 1.25787    | -0.251691e-07  | -0.195679e-07              | 0.860701     |  |  |
| 6000.000.000              | -0.841160e-08            | -0.259037e-08 | 1.24911    | -0.270162e-07  | -0.198417e-07              | 0.906432     |  |  |
| 7000.000.000              | -0.103046e-08            | -0.100453e-07 | 1.24071    | -0.287149e-07  | -0.199046e-07              | 0.943355     |  |  |
| 8000.000.000              | -0.117256e-08            | -0.117510e-07 | 1.23328    | -0.311549e-07  | -0.191723e-07              | 0.973689     |  |  |
| 9000.000.000              | -0.637519e-08            | -0.133789e-07 | 1.22653    | -0.341552e-07  | -0.194773e-07              | 0.998925     |  |  |
| 10000.000.000             | -0.564223e-08            | -0.149244e-07 | 1.22026    | -0.363309e-07  | -0.194421e-07              | 1.02000      |  |  |

PAST. TRANS-HEC.P= 300.00 METROS

| CAPA | ESPESOR  | CONDUTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 100.00   | 0.00100      |
| 2    | 55.00    | 0.01000      |
| 3    | INFINITO | 0.00100      |

| FRECUENCIA<br>DE TRABAJO | CAMPO MAGNETICO VERTICAL |               |          |               | CAMPO MAGNETICO HORIZONTAL |               |       |            |
|--------------------------|--------------------------|---------------|----------|---------------|----------------------------|---------------|-------|------------|
|                          | PARTE REAL               | PART. IMAG.   | IMAG.    | VALOR ABSL    | PARTE REAL                 | PART. IMAG.   | IMAG. | VALOR ABSL |
| 1.000.000                | -0.319765E-12            | -0.144935E-10 | 1.00001  | -0.419520E-13 | -0.162827E-10              | 0.439634E-03  |       |            |
| 10.000.000               | -0.142930E-10            | -0.136734E-09 | 1.000394 | -0.352221E-10 | -0.162335E-09              | 0.438409E-02  |       |            |
| 40.000.000               | -0.410852E-10            | -0.207008E-09 | 1.00119  | -0.128049E-10 | -0.322278E-09              | 0.873536E-02  |       |            |
| 30.000.000               | -0.801628E-10            | -0.309310E-09 | 1.00224  | -0.208872E-10 | -0.482652E-09              | 0.1305118E-01 |       |            |
| 40.000.000               | -0.124892E-09            | -0.504926E-09 | 1.00346  | -0.451121E-10 | -0.640403E-09              | 0.173337E-01  |       |            |
| 50.000.000               | -0.174231E-09            | -0.614781E-09 | 1.00484  | -0.670127E-10 | -0.796512E-09              | 0.215618E-01  |       |            |
| 60.000.000               | -0.221719E-09            | -0.719612E-09 | 1.00634  | -0.922610E-10 | -0.950984E-09              | 0.257971E-01  |       |            |
| 70.000.000               | -0.284658E-09            | -0.819845E-09 | 1.00793  | -0.120570E-09 | -0.110383E-08              | 0.299807E-01  |       |            |
| 80.000.000               | -0.344472E-09            | -0.915299E-09 | 1.00960  | -0.151724E-09 | -0.125507E-08              | 0.341335E-01  |       |            |
| 90.000.000               | -0.406718E-09            | -0.100016E-08 | 1.01135  | -0.185452E-09 | -0.140472E-08              | 0.382564E-01  |       |            |
| 100.000.000              | -0.709942E-09            | -0.110018E-08 | 1.01315  | -0.224139E-09 | -0.155280E-08              | 0.443503E-01  |       |            |
| 200.000.000              | -0.117904E-08            | -0.111441E-08 | 1.03300  | -0.655588E-09 | -0.295272E-08              | 0.884434E-01  |       |            |
| 250.000.000              | -0.151516E-08            | -0.208497E-08 | 1.04342  | -0.904949E-09 | -0.361933E-08              | 0.100713      |       |            |
| 300.000.000              | -0.192575E-08            | -0.230966E-08 | 1.05384  | -0.127741E-08 | -0.422061E-08              | 0.119062      |       |            |
| 350.000.000              | -0.229589E-08            | -0.249560E-08 | 1.06412  | -0.160414E-08 | -0.481091E-08              | 0.136925      |       |            |
| 400.000.000              | -0.265494E-08            | -0.264802E-08 | 1.07419  | -0.194562E-08 | -0.531471E-08              | 0.154333      |       |            |
| 450.000.000              | -0.301451E-08            | -0.271712E-08 | 1.08398  | -0.229458E-08 | -0.591369E-08              | 0.171307      |       |            |
| 500.000.000              | -0.335967E-08            | -0.286707E-08 | 1.09346  | -0.266050E-08 | -0.642939E-08              | 0.187869      |       |            |
| 550.000.000              | -0.379423E-08            | -0.299344E-08 | 1.10261  | -0.302925E-08 | -0.692316E-08              | 0.204036      |       |            |
| 600.000.000              | -0.401763E-08            | -0.309766E-08 | 1.11143  | -0.340295E-08 | -0.739627E-08              | 0.219822      |       |            |
| 650.000.000              | -0.432904E-08            | -0.330441E-08 | 1.11940  | -0.378036E-08 | -0.784987E-08              | 0.235244      |       |            |
| 700.000.000              | -0.463028E-08            | -0.305946E-08 | 1.12804  | -0.416009E-08 | -0.828250E-08              | 0.250311      |       |            |
| 750.000.000              | -0.491938E-08            | -0.306633E-08 | 1.13583  | -0.454113E-08 | -0.870264E-08              | 0.265037      |       |            |
| 800.000.000              | -0.519706E-08            | -0.305295E-08 | 1.14330  | -0.492251E-08 | -0.910369E-08              | 0.279431      |       |            |
| 850.000.000              | -0.546380E-08            | -0.303368E-08 | 1.15044  | -0.530368E-08 | -0.948899E-08              | 0.293506      |       |            |
| 900.000.000              | -0.571923E-08            | -0.300370E-08 | 1.15726  | -0.568388E-08 | -0.985931E-08              | 0.307270      |       |            |
| 950.000.000              | -0.599381E-08            | -0.296403E-08 | 1.16378  | -0.606241E-08 | -0.102154E-07              | 0.320729      |       |            |
| 1000.000.000             | -0.619813E-08            | -0.291556E-08 | 1.17000  | -0.643904E-08 | -0.105579E-07              | 0.333896      |       |            |
| 2000.000.000             | -0.912810E-08            | -0.948299E-09 | 1.24672  | -0.132062E-07 | -0.153196E-07              | 0.546103      |       |            |
| 3000.000.000             | -0.997976E-08            | -0.156123E-08 | 1.27015  | -0.183202E-07 | -0.177297E-07              | 0.588353      |       |            |
| 4000.000.000             | -0.986303E-08            | -0.397130E-08 | 1.27130  | -0.221100E-07 | -0.190034E-07              | 0.767169      |       |            |
| 5000.000.000             | -0.935642E-08            | -0.618442E-08 | 1.26301  | -0.249740E-07 | -0.196583E-07              | 0.858137      |       |            |
| 6000.000.000             | -0.865045E-08            | -0.821560E-08 | 1.25335  | -0.272208E-07 | -0.193348E-07              | 0.910693      |       |            |
| 7000.000.000             | -0.714145E-08            | -0.100954E-07 | 1.24279  | -0.290123E-07 | -0.195524E-07              | 0.950696      |       |            |
| 8000.000.000             | -0.706616E-08            | -0.118487E-07 | 1.23302  | -0.305172E-07 | -0.197757E-07              | 0.981842      |       |            |
| 9000.000.000             | -0.679543E-08            | -0.134919E-07 | 1.22433  | -0.318107E-07 | -0.194435E-07              | 1.00662       |       |            |
| 10000.000.000            | -0.5494127E-08           | -0.150505E-07 | 1.21664  | -0.329483E-07 | -0.189820E-07              | 1.02668       |       |            |

DIST. TRANS=RECT<sup>E</sup>= 300.00 METROS



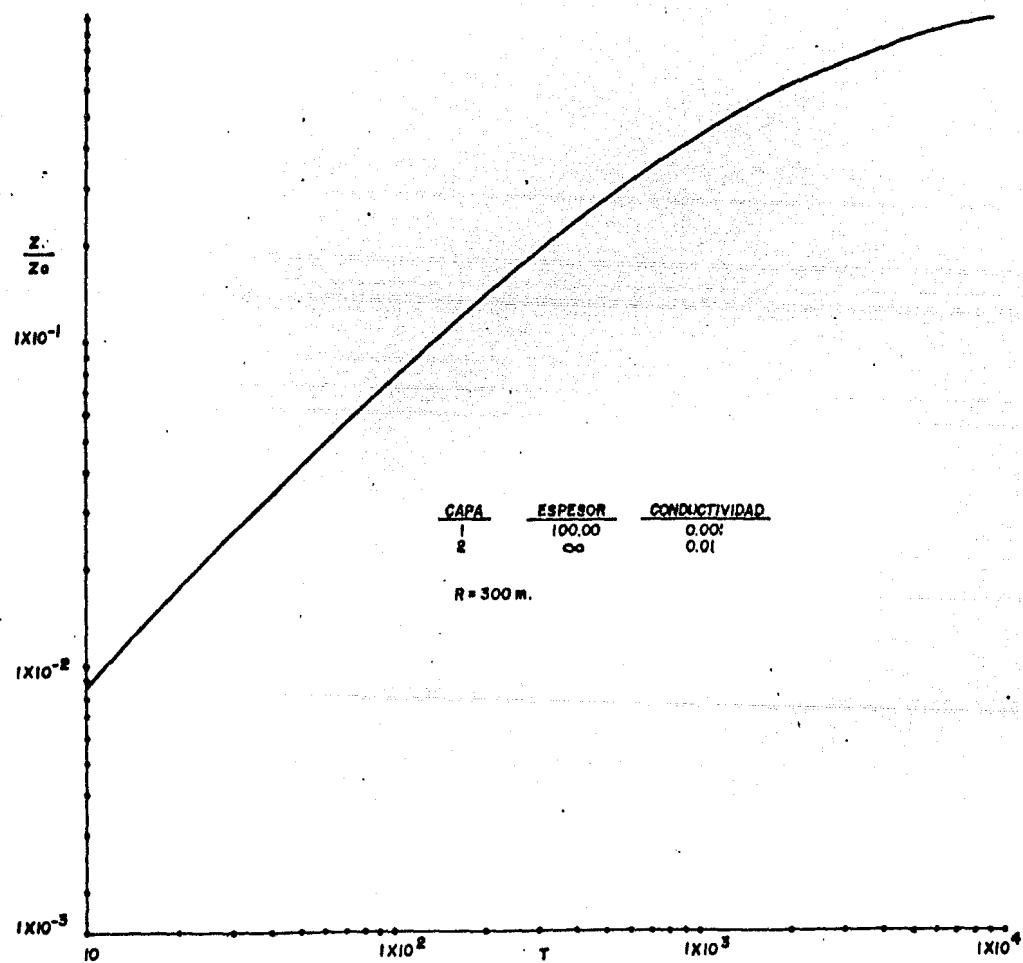
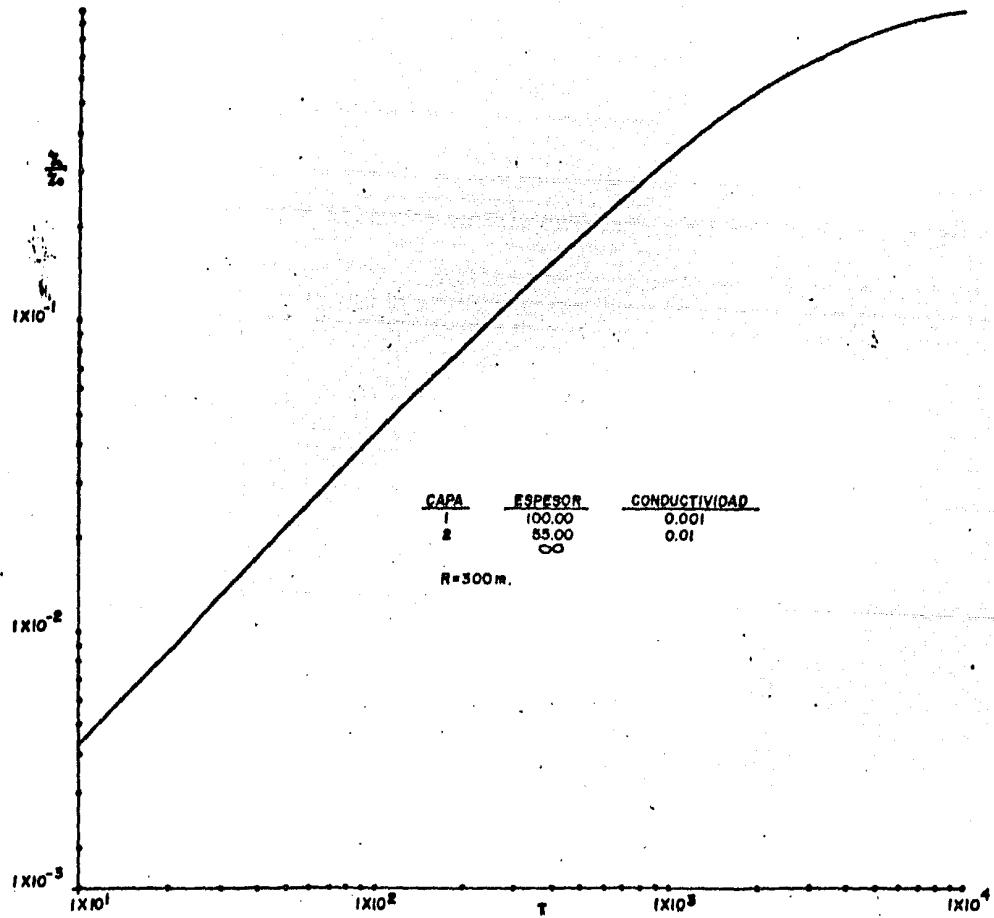


Fig. II-2



## II.2 INTERPRETACION DE CURVAS DE CAMPO POR EL METODO DE VERMA.

Una técnica de interpretación para curvas de sondeos electromagnéticos ha sido desarrollado por Rajni K. Verma, en su obra Master Tables for Electromagnetic depth Sounding Interpretation. Esta técnica de aparejamiento de curvas se usa para interpretar curvas de sondeo  $|z/z_0|$ , donde las mediciones de campo son graficadas con  $z/z_0$  como la ordenada y el periodo T (1/frecuencia) como abcisa, usando coordenadas semi logarítmicas.

Es importante señalar que las figuras mencionadas en este apartado no son las de este trabajo, sino de la obra de Verma, antes mencionada.

La notación utilizada en la obra de Verma es:

$R$  = Separación entre el emisor y el receptor.

$T$  = Período (1/frecuencia).

$T_{C1}$  = Punto donde la curva de campo empieza a desviarse de la curva de referencia del medio homogéneo: primer punto crítico.

$T_{C2}$  = Punto en donde la curva de campo empieza a desviarse de la curva de dos capas con mejor acoplamiento: segundo punto crítico.

$\rho$  = Resistividad.

- $\rho_1$  = Resistividad de la primera capa.  
 $\rho_2$  = Resistividad de la segunda capa.  
 $\rho_3$  = Resistividad de la tercera capa.  
 $d_1$  = Grosor de la primera capa.  
 $d_2$  = Grosor de la segunda capa.  
f.c. Curva de campo.  
h.e. Curva de referencia del medio homogéneo.

El procedimiento de interpretación consiste de los siguientes pasos:

1).- Ajuste el inicio de la curva de campo, a una curva de referencia de un medio homogéneo. Devido a que los siguientes pasos de la interpretación están basados en el primer paso, este debe realizarse con sumo cuidado, este paso proporciona:

a).-  $\rho_1$  : para los puntos correspondientes.

$$(\rho T/R^2)_{h.e.} = (\rho T/R^2)_{f.c.}$$

así:

$$\rho_1 = (\rho T/R^2)_{h.e.} / (\rho T/R^2)_{f.c.}$$

b).- abcisa y ordenada para  $T_c$ .

c).-  $\rho_2 > \rho_1$  o  $\rho_2 < \rho_1$ : si la respuesta de la curva de referencia del medio homogéneo justo inmediatamente de  $T_c$ , es mayor que la respuesta de la curva de campo, entonces  $\rho_2 < \rho_1$ , y cuando es mas baja entonces  $\rho_2 > \rho_1$ .

2).- Determinación del  $d_1$  :

a).- Para Espiras Perpendiculares.

Con la gráfica de la figura 1.1, usando la ordenada  $T_{C1}$  ;

o con la gráfica de la figura 1.2, usando la abcisa de  $T_{C1}$ .

b).- Para Espiras Horizontales Cooplanares.

Con la gráfica de la figura 1.3, usando la ordenada de

$T_{C1}$  o con la gráfica de la figura 1.4, usando la abcisa de  $T_{C1}$  .

3).- Usando:  $P_2 > P_1$  o  $P_2 < P_1$  (obtenido en el paso 1); o  $d_1$  (obtenido en el paso 2) la curva de 2 capas con mejor acoplamiento se selecciona de la colección de curvas maestras, esto nos proporciona:

a).-  $P_2$  : aproximadamente  $P_2/P_1$  de la curva de 2 capas con mejor acoplamiento es  $P_2/P_1$  de la curva de campo.

b).- Abcisa y ordenada de  $T_{C2}$  .

c).-  $P_3 > P_2$  o  $P_3 < P_2$  : si la respuesta de la curva de 2 capas con mejor acoplamiento justo inmediatamente de  $T_{C2}$  es mayor que la respuesta de la curva de campo, entonces  $P_3 > P_2$ , y si es más baja entonces  $P_3 < P_2$ .

4).- Determinación de  $d_2$  :

a).- Para Espiras Perpendiculares.

$P_1 > P_2 > P_3$  : con la gráfica de la figura 1.1, usando la ordenada de  $T_{C2}$  .

$P_1 > P_2 \wedge P_3$ : con la gráfica de la figura 1.5 usando la ordenada de  $T_{C2}$ .

$P_1 < P_2 > P_3$ : con la gráfica de la figura 1.6 usando la ordenada de  $T_{C2}$ ; o con la gráfica de la figura 1.7, usando:

$$\left[ (\text{ordenada de } T_{C2} \cdot 10)^2 + (\text{abcisa de } T_{C2} \cdot 10^5)^2 \right]^{1/2}$$

b).- Para Espiras Horizontales Cooplanares.

$P_1 > P_2 \wedge P_3$ : con la gráfica de la figura 1.8 usando la ordenada de  $T_{C2}$ .

$P_1 > P_2 < P_3$ : con la gráfica de la figura 1.8 usando la ordenada de  $T_{C2}$ .

$P_1 < P_2 > P_3$ : con la gráfica de la figura 1.9, usando:

$$\left[ (\text{ordenada de } T_{C2} \cdot 10)^2 + (\text{abcisa de } T_{C2} \cdot 10^5)^2 \right]^{1/2}$$

5).- Usando:

a).-  $d_1$  (obtenido en el paso 2)

b).-  $P_2/P_1$  (obtenido en el paso 3)

c).-  $P_3 > P_2$  o  $P_3 < P_2$  (obtenido en el paso 3)

d).-  $d_2$  (obtenido en el paso 4)

La curva de 3 capas, con mejor acoplamiento se selecciona de la elección de curvas maestras; esto proporciona una aproximación de  $P_3$ : aproximadamente  $P_3/P_2$  de la curva de 3 capas, con mejor acoplamiento es  $P_3/P_2$  de la curva de campo.

### 11.3 DEFINICION DE RESISTIVIDAD APARENTE.

Los inconvenientes de los dos apartados anteriores son: el primero, realmente no es resolutivo, ya que las gráficas - de impedancias contra periodo no muestran las posibles capas existentes, y el segundo apartado, de interpretación de curvas de impedancia contra periodo (T), propuesto por Verma, - tiene el incommodo de que se debe disponer de una gran - cantidad de curvas maestras, además este método es muy engo--rroso en su utilización.

También se presentan problemas en los valores obtenidos en el campo, ya que para estimaciones significativas de espesores y resistividades son imposibles de hacer, aun para interpretadores experimentados.

Esto conduce a muchas dificultades:

- 1.- La calidad de los datos obtenidos en el campo son muy difíciles de evaluarlos.
- 2.- Un geofísico de campo no puede alterar la exploración en base a los datos de campo.
- 3.- Como la existencia de una capa se basa en la comparación con una curva maestra. En el punto donde empiezan a diverger se dice que hay otra capa, al ser este método tan sensible puede conducir a errores fuertes.

4.- La curva es virtualmente insignificante para toda aquella persona que no tenga la experiencia adecuada, ya que ésta no refleja el posible número de capas del modelo.

Estos problemas nos llevan a la necesidad de hacer un tipo de transformación de resistividad aparente, para los datos electromagnéticos obtenidos, similar a los usados con resistividad de corriente directa.

Las ecuaciones que describen los campos electromagnéticos causados por una fuente dipolar oscilante sobre un semiespacio son muy complicadas. Aunque estas no se pueden resolver analíticamente podemos usar campos teóricos sobre un semiespacio y obtener resistividades aparentes para datos de sondeos por inducción con espiras horizontales. Se ha demostrado que las ecuaciones de campo pueden ser escritas como función de un "Número de Inducción", adimensional.

$$BB = \sqrt{\frac{\mu \omega}{2\rho}} R \quad (11.6)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular,  $\mu$  es la permeabilidad magnética,  $R$  la separación transmisor-receptor y  $\rho$  es la resistividad del semiespacio.

Elevando al cuadrado la ec. (11.6), tenemos:

$$(BB)^2 = \frac{\mu \omega}{2\rho} R^2 \quad (11.7)$$

como:

$$\omega = 2\pi f$$

y

$$\bar{\sigma} = 1/\rho$$

$$(BB)^2 = \mu\pi f \bar{\sigma} R^2 \quad (11.8)$$

como  $\mu\pi$  son constantes tenemos:

$$\frac{(BB)^2}{\mu\pi} = \bar{\sigma} f R^2 \quad (11.9)$$

volviendo a definir un nuevo número de inducción:

$$B^2 = \frac{(BB)^2}{\mu\pi} \quad (11.10)$$

sustituyendo la ec. (11.10) en (11.9) obtenemos:

$$B^2 = \bar{\sigma} f R^2 \quad (11.11)$$

despejando la conductividad  $\bar{\sigma}$  de la ec. (11.11) :

$$\bar{\sigma} = \frac{B^2}{f R^2} \quad (11.12)$$

por lo tanto el valor de la resistividad aparente es:

$$\rho_a = \frac{f R^2}{B^2} \quad (11.13)$$

## 11.4 CONSTRUCCION DE LAS CURVAS DE RESISTIVIDAD APARENTE, PARA UNA TIERRA ESTRATIFICADA.

Antes que nada, mencionaremos algunas de las pruebas preliminares que se hicieron antes de llegar a la curva que utilizamos para la obtención de la resistividad aparente.

Se graficó la resistividad aparente contra el valor de campo magnético radial ( $H_r$ ), donde obtuvimos líneas paralelas de diferente frecuencia. Este método funciona, pero tiene el gran inconveniente de que se necesitaría una gran cantidad de estas líneas de frecuencia para que fuera funcional. También se graficó el valor de campo magnético radial ( $H_r$ ), contra  $\sqrt{R^2}$ , donde obtuvimos resultados parecidos a los anteriores. Otra prueba que hicimos fué graficar los valores de campo  $H_r$  contra  $\sqrt{f}$ , donde obtuvimos líneas paralelas de diferentes valores de separación de bobinas  $R$ , este método es funcional como los anteriores, pero presenta el mismo inconveniente, que lo hace impráctico.

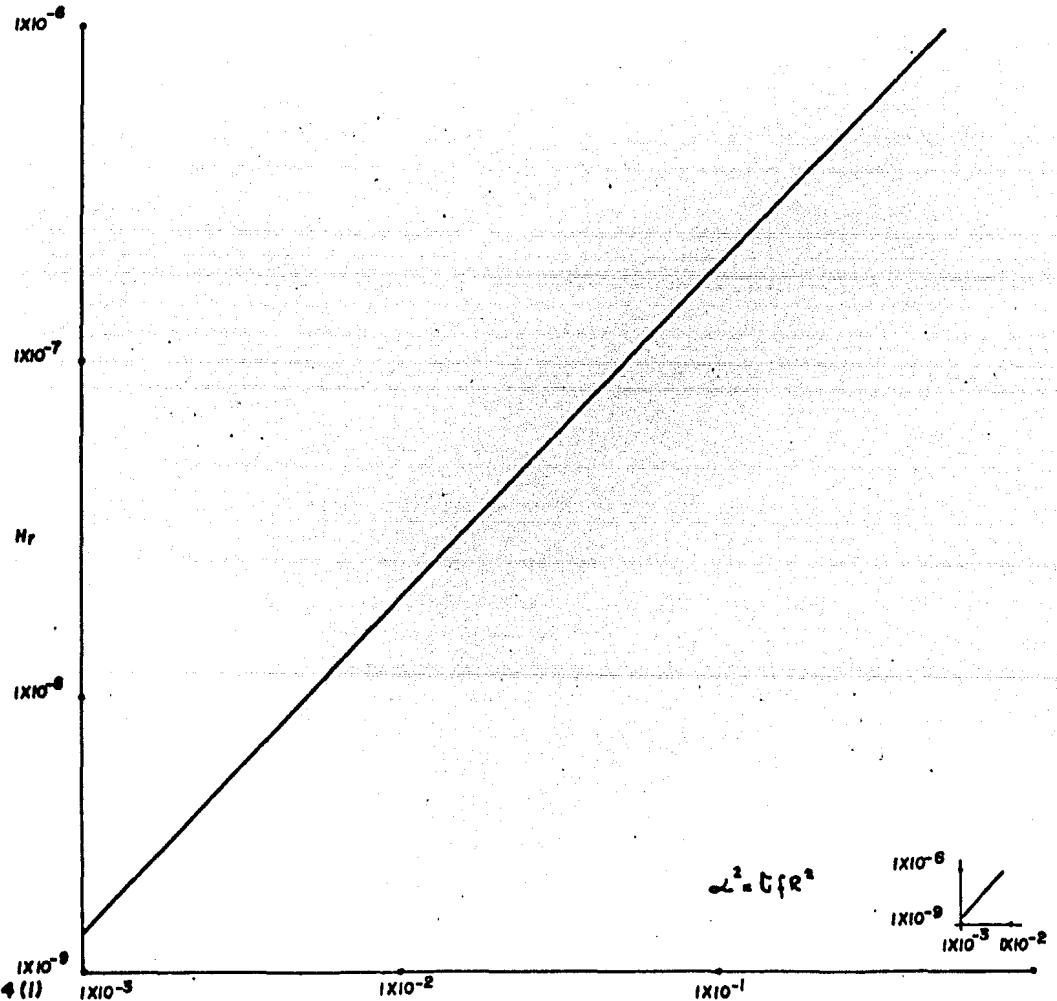
El procedimiento para la obtención de la curva de resistividad aparente para un medio estratificado fué el siguiente:

Corrimos el programa con varios ejemplos de medios homogéneos, variando la frecuencia de 0.1Hz. a 10000Hz., las conductividades de  $1 \times 10^{-3}$  a 10 mho/m. y la separación de bobinas

nas 5m. a 300m.. Con estos datos obtuvimos, una gran cantidad de valores de campo ( $H_r$ ), el paso siguiente fué calcular el parámetro de respuesta  $\kappa^2 = \gamma f R^2$  (ec. II.11), para cada valor de campo, estos pares de valores fueron vaciados en una gráfica; poniendo en la ordenada los valores de campo y en las abscisas el parámetro de respuesta.

A la hora de graficar estos valores, observamos algo muy interesante: todos estos valores están contenidos en una sola curva, esto hace que éste método sea definitivamente más ventajoso que los anteriores.

A continuación se ilustra ésta curva (Fig. II.4).



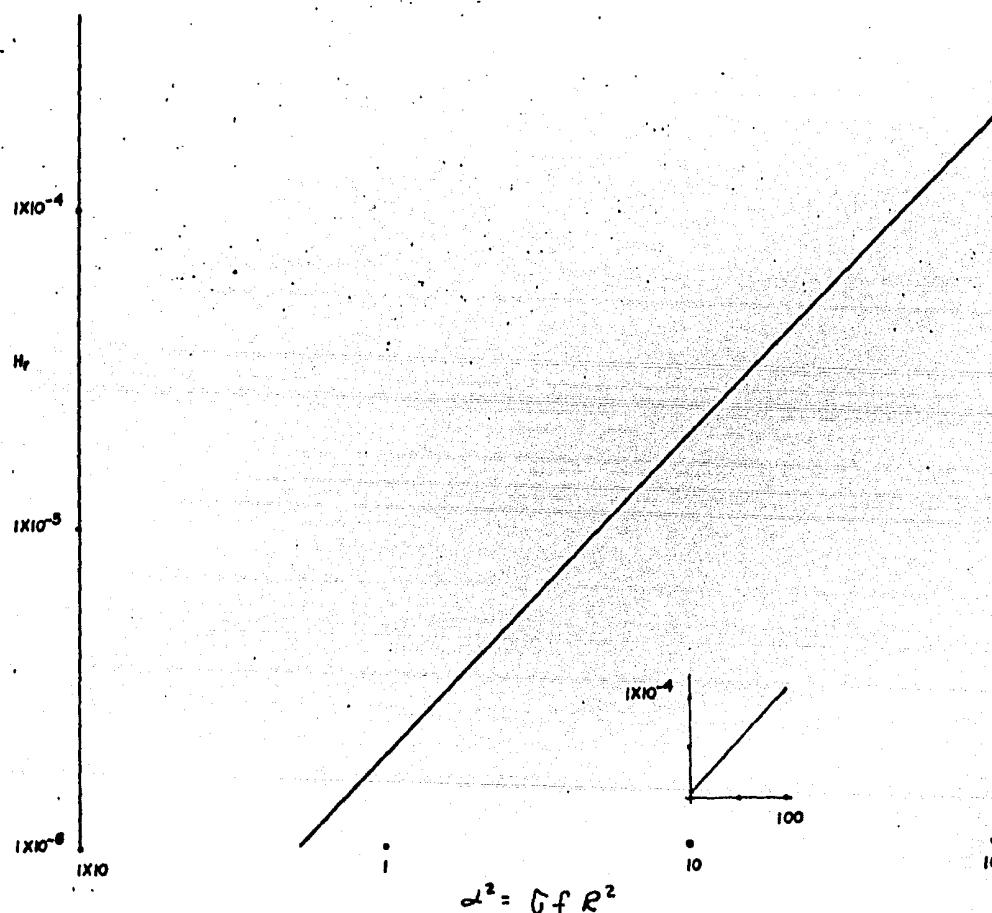


Fig. II-4 (2)

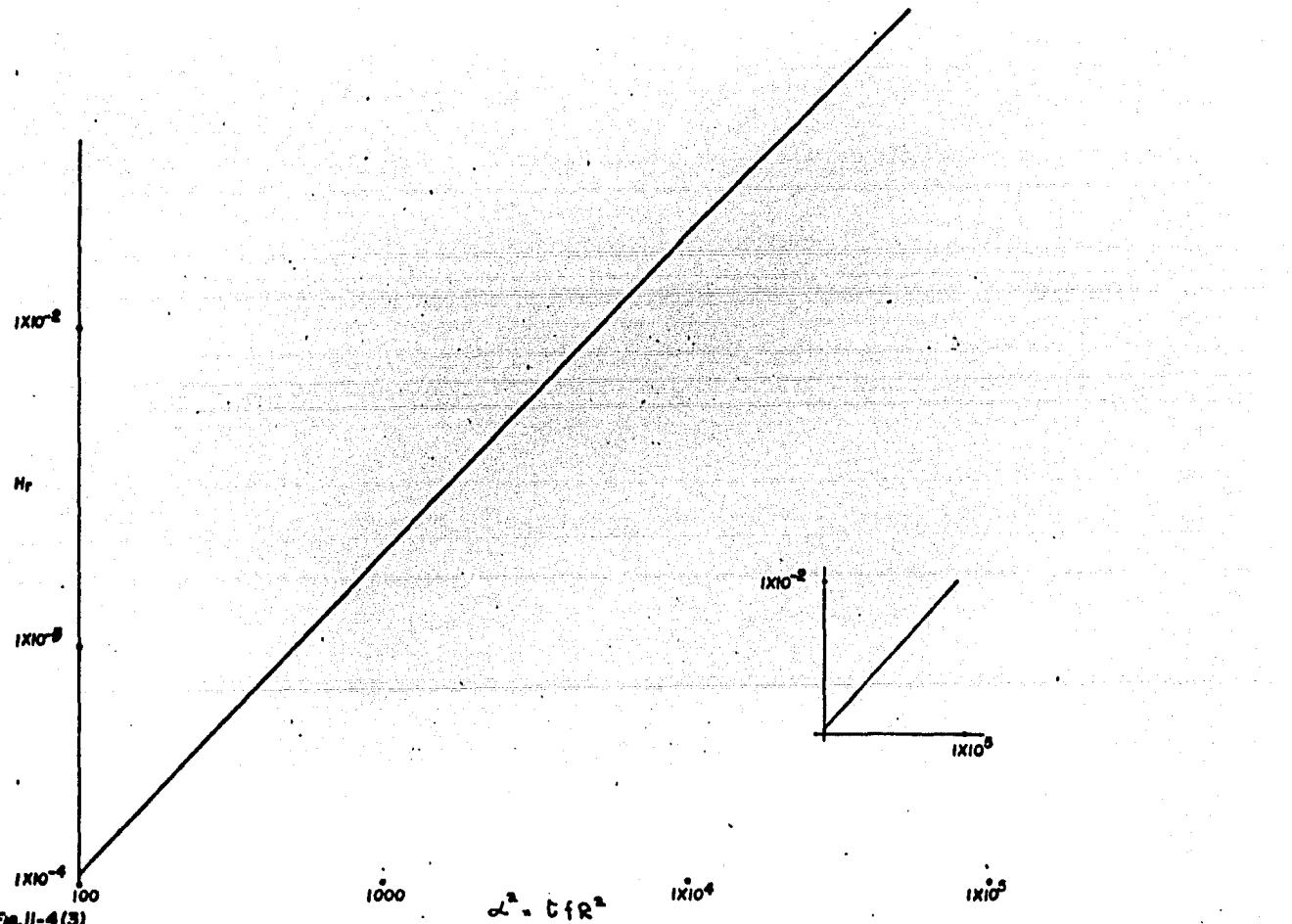
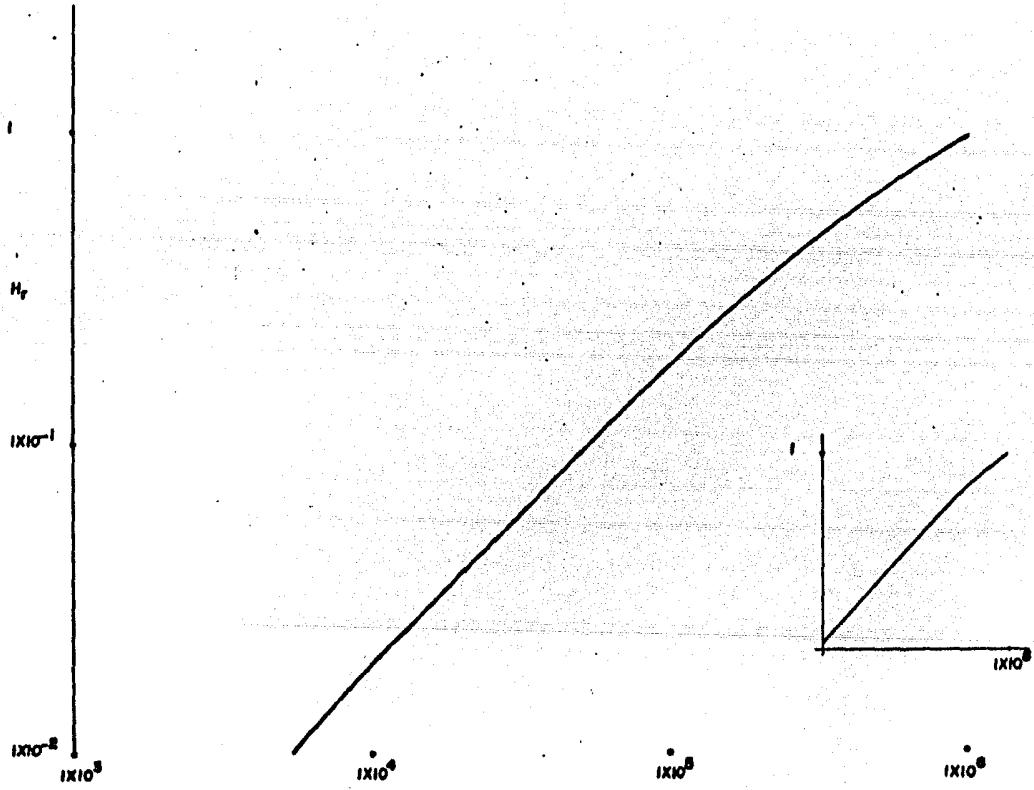
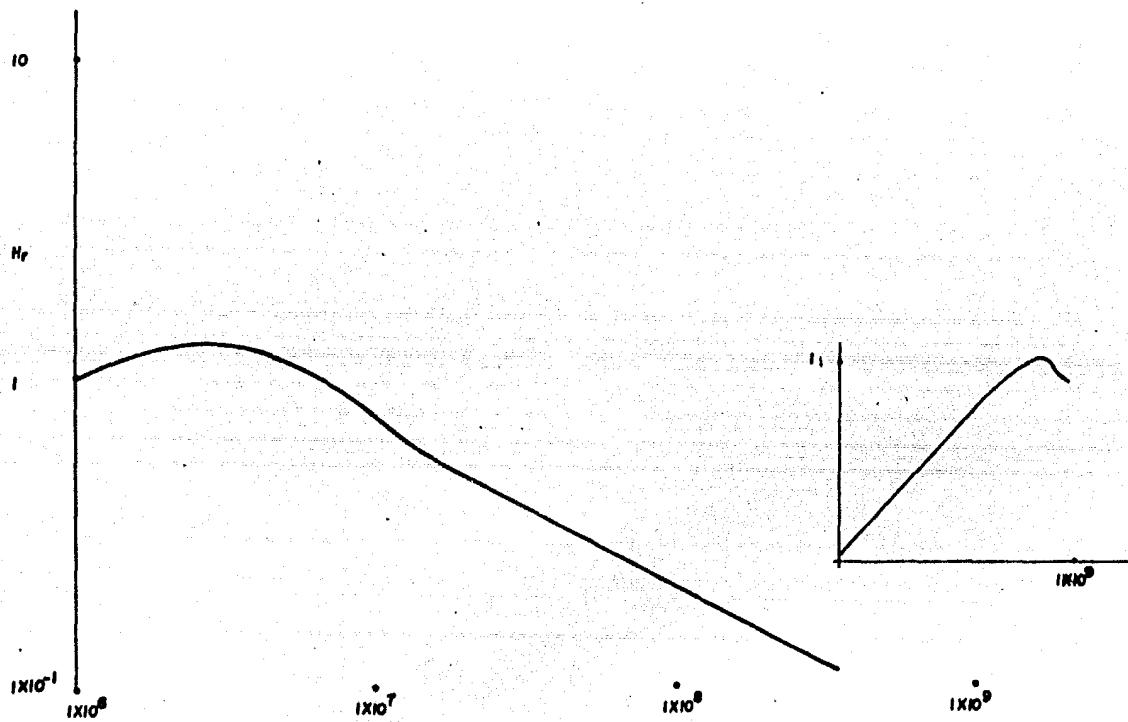


Fig.II-4(3)



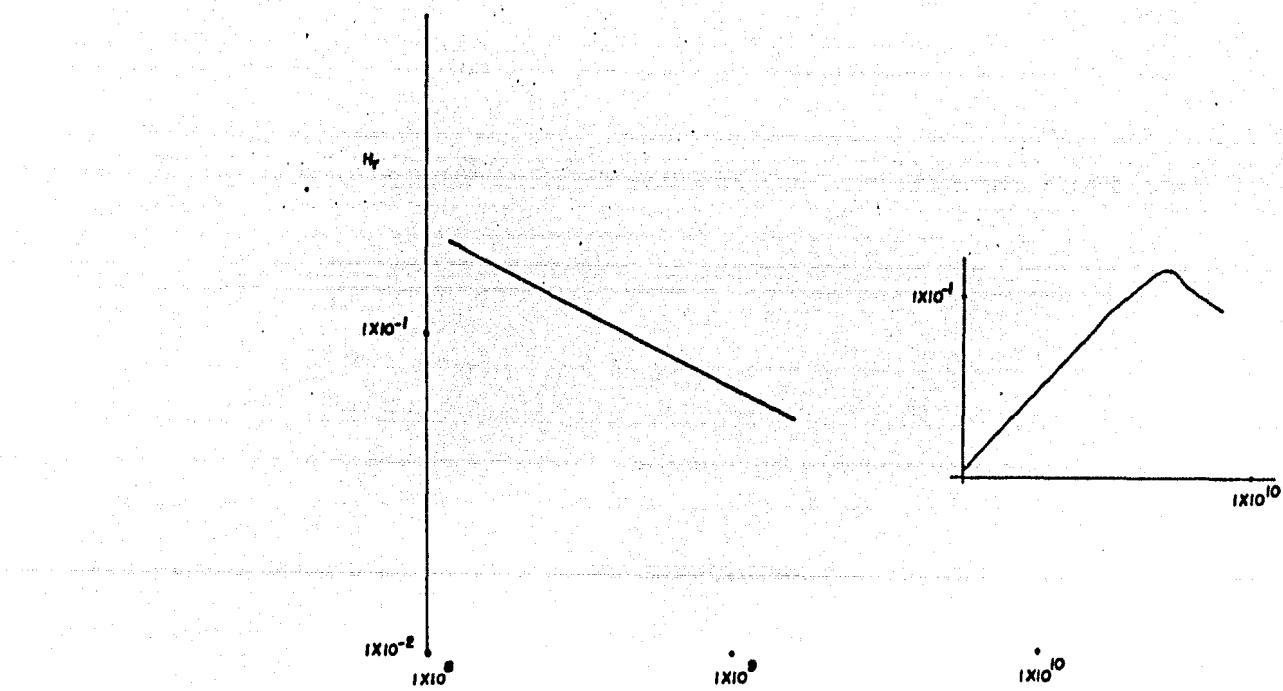
$$\Delta^2 = C_f R^2$$

Fig. II-4 (4)



$$\Delta^2 = C f R^2$$

Fig. II-4 (5)



$$\alpha^2 = C f R^2$$

Fig. II-4 (6)

En la curva anterior (Fig. II.4) existe un problema, para cada valor de campo ( $H_r$ ), en un tramo de la curva existen dos valores del parámetro de respuesta, esto hace que el interpretador analice cual de los dos valores es el más adecuado.

Utilizando la Fig. II.4 podemos calcular la curva de resistividad aparente, graficando en la abcisa el periodo ( $T$ ) y en la ordenada la resistividad aparente ( $\rho_a$ ), en papel logarítmico de  $3 \times 3$  ciclos.

Para mayor exactitud y comodidad en la obtención de los valores de resistividad aparente, la Fig. II.4 lo programamos, utilizando una aproximación lineal.

A continuación mostramos un listado de éste programa, así como los resultados de un ejemplo.

DIMENSION RHGAP(100), PHGAP1(100), RHGAP2(100)  
DIMENSION AHPC(300), ALPHAC(300), FREC(300), AHRP(300)  
DIMENSION AHAT(362), ALFAT(362)  
DIMENSION D(10), RD(10)

DATA (AHAT(I), I=1, 362)/  
1 0. 197392E-08, 0. 394784E-09, 0. 592174E-09, 0. 709548E-08,  
2 0. 505961E-08, 0. 115435E-07, 0. 138174E-07, 0. 157914E-07,  
3 0. 177653E-07, 0. 197392E-07, 0. 236871E-07, 0. 276349E-07,  
4 0. 315027E-07, 0. 355076E-07, 0. 394784E-07, 0. 473741E-07,  
5 0. 490480E-07, 0. 552590E-07, 0. 592176E-07, 0. 631655E-07,  
6 0. 710612E-07, 0. 789569E-07, 0. 947442E-07, 0. 985961E-07,  
7 0. 110540E-06, 0. 110435E-06, 0. 126031E-06, 0. 138174E-06,  
8 0. 142129E-06, 0. 146044E-06, 0. 157914E-06, 0. 177653E-06,  
9 0. 189494E-05, 0. 197392E-06, 0. 221079E-06, 0. 236870E-06,  
\* 0. 246740E-06, 0. 252662E-06, 0. 276349E-06, 0. 284245E-06,  
1 0. 296000E-05, 0. 304917E-06, 0. 344130E-06, 0. 350306E-06,  
2 0. 394784E-06, 0. 444133E-06, 0. 473741E-06, 0. 493480E-06,  
3 0. 552698E-06, 0. 592176E-06, 0. 631655E-06, 0. 690872E-06,  
4 0. 710611E-06, 0. 789569E-06, 0. 888264E-06, 0. 947481E-06,  
5 0. 903960E-06, 0. 110339E-05, 0. 118430E-05, 0. 126331E-05,  
6 0. 138174E-05, 0. 142129E-05, 0. 149044E-05, 0. 157913E-05,  
7 0. 177653E-05, 0. 199494E-05, 0. 197392E-05, 0. 221079E-05,  
8 0. 236870E-05, 0. 246740E-05, 0. 252661E-05, 0. 276349E-05,  
9 0. 284244E-05, 0. 296000E-05, 0. 315027E-05, 0. 345435E-05,  
\* 0. 355305E-05, 0. 394784E-05, 0. 444131E-05, 0. 473739E-05,  
1 0. 493475E-05, 0. 552696E-05, 0. 592174E-05, 0. 631652E-05,  
2 0. 690872E-05, 0. 710610E-05, 0. 789564E-05, 0. 888258E-05,  
3 0. 947475E-05, 0. 986953E-05, 0. 110539E-04, 0. 118434E-04,  
4 0. 126330E-04, 0. 138173E-04, 0. 142121E-04, 0. 157912E-04,  
5 0. 177653E-04, 0. 189494E-04, 0. 197392E-04, 0. 221079E-04,  
6 0. 236866E-04, 0. 246739E-04, 0. 252657E-04, 0. 276343E-04,  
7 0. 284233E-04, 0. 296031E-04, 0. 315020E-04, 0. 345427E-04,  
8 0. 355298E-04, 0. 394772E-04, 0. 444117E-04, 0. 473724E-04,  
9 0. 493461E-04, 0. 552674E-04, 0. 592149E-04, 0. 631633E-04,  
\* 0. 690838E-04, 0. 710572E-04, 0. 789520E-04, 0. 888202E-04,  
1 0. 947412E-04, 0. 986934E-04, 0. 110530E-03, 0. 118424E-03,  
2 0. 126318E-03, 0. 138160E-03, 0. 142108E-03, 0. 149027E-03,  
3 0. 157894E-03, 0. 177629E-03, 0. 189468E-03, 0. 197362E-03,  
4 0. 221041E-03, 0. 236827E-03, 0. 246690E-03, 0. 252612E-03,  
5 0. 276239E-03, 0. 284181E-03, 0. 296020E-03, 0. 315749E-03,  
6 0. 345343E-03, 0. 355207E-03, 0. 394660E-03, 0. 442978E-03,  
7 0. 473566E-03, 0. 493290E-03, 0. 552460E-03, 0. 591903E-03,  
8 0. 631344E-03, 0. 690500E-03, 0. 710210E-03, 0. 789062E-03,  
9 0. 807651E-03, 0. 946764E-03, 0. 986204E-03, 0. 110445E-02,  
\* 0. 110336E-02, 0. 126207E-02, 0. 138096E-02, 0. 141964E-02,  
1 0. 147674E-02, 0. 157721E-02, 0. 177409E-02, 0. 189219E-02,  
2 0. 197091E-02, 0. 220702E-02, 0. 236409E-02, 0. 246271E-02,  
3 0. 252170E-02, 0. 275762E-02, 0. 286264E-02, 0. 295415E-02,  
4 0. 315062E-02, 0. 344521E-02, 0. 354339E-02, 0. 393594E-02,  
5 0. 442405E-02, 0. 472035E-02, 0. 491430E-02, 0. 510385E-02,  
6 0. 566044E-02, 0. 589520E-02, 0. 628641E-02, 0. 687277E-02,  
7 0. 784894E-02, 0. 882149E-02, 0. 977713E-02, 0. 109634E-01,  
8 0. 117395E-01, 0. 125154E-01, 0. 136773E-01, 0. 140642E-01,  
9 0. 156075E-01, 0. 175365E-01, 0. 186902E-01, 0. 194584E-01,  
\* 0. 217574E-01, 0. 232871E-01, 0. 248129E-01, 0. 270959E-01,  
1 0. 276553E-01, 0. 289428E-01, 0. 309854E-01, 0. 346558E-01,  
2 0. 369092E-01, 0. 384078E-01, 0. 408680E-01, 0. 448467E-01,  
3 0. 532357E-01, 0. 552431E-01, 0. 568971E-01, 0. 605456E-01,  
4 0. 659008E-01, 0. 677192E-01, 0. 749672E-01, 0. 830512E-01,  
5 0. 891476E-01, 0. 926401E-01, 1. 030330E-01, 1. 099401E-01,  
6 1. 167611E-01, 1. 262708E-01, 1. 302331E-01, 1. 434920E-01,

7 1. 5077E+01, 1. 4941E+01, 1. 7376E+01, 1. 9455E+01,  
 8 2. 6685E+01, 1. 2. 1. 9. 3. 36. 3. 0. 1. 2. 4. 2711E+01,  
 9 2. 6575E+01, 1. 3. 9. 7. 9. 1. 3. 1015. 0E+01, 3. 2. 6484E+01,  
 \* 3. 7252E+01, 1. 4. 2. 1. 0. 2. 0. 1. 4. 3. 0. 4. 4. 4. 2. 7. 0. 1. 0. 1.  
 1 4. 6679E+01, 1. 4. 9. 9. 3. 7. 0. 1. 5. 0. 9. 9. 3. 0. 1. 5. 5. 6. 6. 9. 4. 0. 1.  
 2 5. 9855E+01, 1. 6. 2. 8. 7. 4. 4. 0. 1. 6. 4. 3. 2. 7. 5. 1. 0. 1. 6. 9. 0. 1. 6. 5. 0. 1.  
 3 7. 243130E+01, 1. 7. 5. 3. 0. 8. 6. 0. 1. 7. 9. 5. 4. 9. 3. 0. 1. 8. 0. 8. 6. 7. 6. 0. 1.  
 4 8. 582020E+01, 1. 9. 1. 8. 0. 0. 3. 0. 1. 9. 4. 3. 6. 2. 8. 0. 1. 9. 6. 2. 3. 2. 5. 0. 1.  
 5 1. 0. 1. 3. 4. 0. 0. 0. 1. 0. 1. 0. 4. 3. 4. 1. 0. 1. 0. 1. 0. 6. 0. 6. 7. 0. 0. 0. 0. 0.  
 6 1. 1. 1. 6. 9. 3. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 3. 1. 9. 4. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 1. 6. 2. 4. 6. 0. 1. 0. 0.  
 7 1. 1. 9. 0. 5. 1. 0. 1. 0. 0. 1. 2. 0. 7. 3. 5. 0. 1. 0. 0. 1. 2. 1. 6. 8. 3. 0. 1. 0. 0. 0.  
 8 1. 2. 3. 8. 5. 1. 0. 1. 0. 0. 1. 2. 4. 6. 1. 5. 0. 1. 0. 0. 1. 2. 5. 0. 1. 4. 0. 1. 0. 0. 0.  
 9 1. 2. 5. 3. 0. 0. 0. 1. 0. 0. 1. 2. 5. 3. 0. 4. 0. 1. 0. 0. 1. 2. 4. 5. 1. 9. 0. 1. 0. 0. 0.  
 \* 1. 2. 2. 5. 8. 0. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 1. 9. 9. 0. 7. 0. 1. 0. 0. 1. 1. 1. 8. 2. 8. 5. 0. 1. 0. 0.  
 1 1. 1. 1. 1. 4. 8. 8. 0. 0. 1. 0. 0. 1. 0. 7. 8. 2. 5. 0. 1. 0. 0. 0. 1. 0. 5. 9. 7. 5. 0. 1. 0. 0.  
 2 1. 9. 8. 6. 7. 0. 5. 0. 1. 0. 1. 9. 3. 4. 8. 0. 1. 0. 1. 9. 1. 8. 1. 0. 6. 0. 1. 0. 1. 8. 6. 3. 7. 9. 5. 0. 1.  
 3 1. 8. 5. 5. 2. 4. 0. 1. 0. 1. 7. 8. 6. 1. 5. 1. 0. 1. 0. 1. 7. 4. 9. 6. 9. 0. 0. 1. 0. 1. 7. 2. 7. 4. 1. 6. 0. 1.  
 4 1. 6. 8. 7. 4. 4. 3. 0. 1. 0. 1. 6. 6. 9. 5. 1. 3. 0. 1. 0. 1. 6. 3. 7. 5. 2. 4. 0. 1. 0. 1. 6. 1. 9. 0. 2. 7. 0. 1.  
 5 1. 6. 0. 9. 8. 2. 0. 1. 0. 1. 5. 7. 5. 3. 4. 6. 0. 1. 0. 1. 5. 6. 5. 4. 8. 0. 1. 0. 1. 5. 3. 2. 1. 6. 9. 0. 1.  
 6 1. 5. 2. 8. 6. 6. 6. 0. 1. 0. 1. 5. 0. 7. 3. 1. 7. 0. 1. 0. 1. 5. 0. 0. 0. 5. 9. 0. 1. 0. 1. 4. 8. 4. 5. 0. 1.  
 7 1. 4. 7. 4. 8. 0. 0. 0. 1. 0. 1. 4. 4. 8. 8. 3. 5. 0. 1. 0. 1. 4. 3. 5. 2. 9. 7. 0. 1. 0. 1. 4. 2. 2. 0. 7. 1. 0. 1.  
 8 1. 4. 1. 1. 5. 5. 2. 0. 1. 0. 1. 4. 0. 4. 1. 0. 3. 0. 1. 0. 1. 3. 5. 8. 5. 9. 2. 0. 1. 0. 1. 3. 7. 8. 2. 3. 6. 0. 1.  
 9 1. 3. 5. 6. 3. 2. 4. 0. 1. 0. 1. 3. 3. 7. 8. 4. 2. 0. 1. 0. 1. 3. 2. 1. 9. 4. 9. 0. 1. 0. 1. 3. 0. 0. 9. 5. 0. 1.  
 \* 1. 2. 9. 6. 6. 9. 1. 0. 1. 0. 1. 2. 9. 0. 8. 1. 1. 0. 0. 1. 2. 8. 5. 3. 8. 1. 0. 1. 0. 1. 2. 7. 3. 6. 9. 5. 0. 1.  
 1 1. 2. 6. 6. 4. 0. 4. 0. 1. 0. 1. 2. 6. 1. 7. 4. 8. 0. 1. 0. 1. 2. 4. 5. 0. 3. 5. 0. 1. 0. 1. 2. 3. 6. 7. 5. 4. 0. 1.  
 2 1. 2. 2. 7. 5. 2. 3. 0. 1. 0. 1. 2. 1. 7. 7. 1. 7. 0. 1. 0. 1. 2. 0. 1. 6. 7. 0. 0. 1. 0. 1. 1. 9. 4. 7. 7. 4. 0. 1.  
 3 1. 1. 9. 0. 3. 8. 7. 0. 1. 0. 1. 1. 8. 8. 7. 2. 9. 0. 1. 0. 1. 1. 7. 7. 9. 3. 0. 0. 1. 0. 1. 1. 7. 3. 2. 7. 4. 0. 1.  
 4 1. 1. 6. 8. 8. 7. 6. 0. 1. 0. 1. 1. 6. 0. 9. 8. 8. 0. 1. 0. 1. 1. 5. 9. 1. 7. 1. 0. 1. 0. 1. 1. 5. 0. 9. 0. 7. 0. 1.  
 5 1. 1. 4. 7. 9. 0. 5. 0. 1. 0. 1. 1. 4. 2. 0. 2. 8. 0. 1. 0. 1. 1. 3. 7. 2. 0. 4. 0. 1. 0. 1. 1. 3. 2. 0. 5. 6. 0. 1.  
 6 1. 1. 2. 9. 0. 6. 3. 0. 1. 0. 1. 1. 2. 2. 0. 1. 9. 0. 1. 0. 1. 1. 1. 9. 1. 6. 3. 0. 1. 0. 1. 1. 1. 2. 9. 1. 1. 0. 1.  
 7 1. 1. 0. 9. 9. 6. 1. 0. 1. 0. 1. 1. 0. 7. 0. 4. 0. 0. 1. 0. 1. 9. 1. 6. 4. 2. 0. 1. 0. 1. 0. 1. 8. 1. 2. 4. 9. 1. 1. 0. 1.  
 8 1. 8. 4. 9. 2. 3. 1. 5. 0. 1. 0. 1. 8. 2. 0. 5. 8. 8. 8. 0. 1. 0. 1. 7. 9. 5. 8. 5. 6. 7. 0. 1. 0. 1. 7. 5. 7. 0. 4. 6. 5. 0. 1.  
 9 1. 7. 3. 9. 2. 4. 0. 3. 6. 1. 0. 1. 7. 1. 9. 9. 2. 8. 1. 0. 1. 2. 6. 8. 4. 9. 3. 7. 8. 1. 0. 1. 2. 6. 5. 3. 3. 6. 5. 8. 1. 0. 1.  
 \* 1. 6. 2. 1. 0. 0. 0. 9. 1. 0. 1. 6. 0. 1. 5. 1. 7. 9. 1. 1. 0. 1. 5. 8. 2. 9. 3. 2. 2. 1. 0. 1. 5. 6. 4. 9. 1. 1. 0. 1.  
 1 1. 5. 4. 7. 5. 0. 7. 0. 1. 0. 1. 5. 3. 2. 3. 5. 7. 0. 1. 0. 1. 5. 3. 2. 3. 5. 7. 0. 1. 0. 1. 5. 3. 2. 3. 5. 7. 0. 1.  
 DATA (ALFAT(I), I=1, 362) /  
 1 1. 0. 0E+03, 2. 0. 0E+03, 3. 0. 0E+03, 4. 0. 0E+03, 5. 0. 0E+03,  
 2 6. 0. 0E+03, 7. 0. 0E+03, 8. 0. 0E+03, 9. 0. 0E+03, 1. 0. 0E+02,  
 3 1. 2. 0E+02, 1. 4. 0E+02, 1. 6. 0E+02, 1. 8. 0E+02, 2. 0. 0E+02,  
 4 2. 4. 0E+02, 2. 5. 0E+02, 2. 8. 0E+02, 3. 0. 0E+02, 3. 2. 0E+02,  
 5 3. 6. 0E+02, 4. 0. 0E+02, 4. 8. 0E+02, 5. 0. 0E+02, 5. 6. 0E+02,  
 6 6. 0. 0E+02, 6. 4. 0E+02, 7. 0. 0E+02, 7. 2. 0E+02, 7. 5. 0E+02,  
 7 8. 0. 0E+02, 9. 0. 0E+02, 9. 6. 0E+02, 1. 0. 0E+01, 1. 1. 2E+01,  
 8 1. 2. 0E+01, 1. 2. 5E+01, 1. 2. 8E+01, 1. 4. 0E+01, 1. 4. 4E+01,  
 9 1. 5. 0E+01, 1. 6. 0E+01, 1. 7. 5E+01, 1. 8. 0E+01, 2. 0. 0E+01,  
 \* 2. 2. 5E+01, 2. 4. 0E+01, 2. 5. 0E+01, 2. 8. 0E+01, 3. 0. 0E+01,  
 1 3. 2. 0E+01, 3. 5. 0E+01, 3. 6. 0E+01, 4. 0. 0E+01, 4. 5. 0E+01,  
 2 4. 8. 0E+01, 5. 0. 0E+01, 5. 6. 0E+01, 6. 0. 0E+01, 6. 4. 0E+01,  
 3 7. 0. 0E+01, 7. 2. 0E+01, 7. 5. 0E+01, 8. 0. 0E+01, 9. 0. 0E+01,  
 4 9. 6. 0E+01, 1. 0. 0E+00, 1. 1. 2E+00, 1. 2. 0E+00, 1. 2. 5E+00,  
 5 1. 2. 8E+00, 1. 4. 0E+00, 1. 4. 4E+00, 1. 5. 0E+00, 1. 6. 0E+00,  
 6 1. 7. 5E+00, 1. 8. 0E+00, 2. 0. 0E+00, 2. 2. 5E+00, 2. 4. 0E+00,  
 7 2. 5. 0E+00, 2. 6. 0E+00, 3. 0. 0E+00, 3. 2. 0E+00, 3. 5. 0E+00,  
 8 3. 6. 0E+00, 4. 0. 0E+00, 4. 5. 0E+00, 4. 8. 0E+00, 5. 0. 0E+00,  
 9 5. 6. 0E+00, 6. 0. 0E+00, 6. 4. 0E+00, 7. 0. 0E+00, 7. 2. 0E+00,  
 \* 8. 0. 0E+00, 9. 0. 0E+00, 9. 6. 0E+00, 1. 0. 0E+01, 1. 1. 2E+01,  
 1 1. 2. 0E+01, 1. 2. 5E+01, 1. 2. 8E+01, 1. 4. 0E+01, 1. 4. 4E+01,  
 2 1. 5. 0E+01, 1. 6. 0E+01, 1. 7. 5E+01, 1. 8. 0E+01, 2. 0. 0E+01,  
 3 2. 2. 5E+01, 2. 4. 0E+01, 2. 5. 0E+01, 2. 8. 0E+01, 3. 0. 0E+01,  
 4 3. 2. 0E+01, 3. 5. 0E+01, 3. 6. 0E+01, 4. 0. 0E+01, 4. 5. 0E+01,  
 5 4. 8. 0E+01, 5. 0. 0E+01, 5. 6. 0E+01, 6. 0. 0E+01, 6. 4. 0E+01,

|   |          |          |          |          |          |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|
| 6 | 7.00E+01 | 7.70E+01 | 7.90E+01 | 9.00E+01 | 9.70E+01 |
| 7 | 9.60E+01 | 1.03E+02 | 1.12E+02 | 1.18E+02 | 1.24E+02 |
| 8 | 1.28E+02 | 1.39E+02 | 1.44E+02 | 1.51E+02 | 1.57E+02 |
| 9 | 1.75E+02 | 1.93E+02 | 2.00E+02 | 2.25E+02 | 2.40E+02 |
| * | 2.50E+02 | 3.00E+02 | 3.00E+02 | 3.50E+02 | 3.50E+02 |
| 1 | 3.60E+02 | 4.00E+02 | 4.00E+02 | 4.50E+02 | 5.00E+02 |
| 2 | 5.60E+02 | 6.00E+02 | 6.40E+02 | 7.00E+02 | 7.20E+02 |
| 3 | 7.50E+02 | 8.00E+02 | 9.00E+02 | 9.00E+02 | 1.05E+03 |
| 4 | 1.12E+03 | 1.25E+03 | 1.35E+03 | 1.35E+03 | 1.40E+03 |
| 5 | 1.44E+03 | 1.50E+03 | 1.60E+03 | 1.75E+03 | 1.85E+03 |
| 6 | 2.00E+03 | 2.15E+03 | 2.40E+03 | 2.50E+03 | 2.50E+03 |
| 7 | 2.80E+03 | 3.00E+03 | 3.20E+03 | 3.50E+03 | 4.00E+03 |
| 8 | 4.50E+03 | 5.15E+03 | 5.60E+03 | 6.00E+03 | 6.40E+03 |
| 9 | 7.00E+03 | 7.20E+03 | 7.50E+03 | 9.00E+03 | 9.00E+03 |
| * | 1.00E+04 | 1.12E+04 | 1.20E+04 | 1.20E+04 | 1.40E+04 |
| 1 | 1.64E+04 | 1.75E+04 | 1.80E+04 | 1.90E+04 | 1.90E+04 |
| 2 | 2.00E+04 | 2.24E+04 | 2.40E+04 | 2.50E+04 | 2.50E+04 |
| 3 | 3.00E+04 | 3.20E+04 | 3.50E+04 | 3.60E+04 | 4.00E+04 |
| 4 | 4.50E+04 | 4.80E+04 | 5.00E+04 | 5.50E+04 | 6.00E+04 |
| 5 | 6.40E+04 | 7.00E+04 | 7.20E+04 | 8.00E+04 | 9.00E+04 |
| 6 | 9.50E+04 | 1.00E+05 | 1.12E+05 | 1.20E+05 | 1.25E+05 |
| 7 | 1.40E+05 | 1.44E+05 | 1.70E+05 | 1.80E+05 | 1.90E+05 |
| 8 | 2.00E+05 | 2.40E+05 | 2.60E+05 | 2.80E+05 | 3.00E+05 |
| 9 | 3.20E+05 | 3.50E+05 | 3.60E+05 | 4.00E+05 | 4.50E+05 |
| * | 4.80E+05 | 5.00E+05 | 5.60E+05 | 6.00E+05 | 6.40E+05 |
| 1 | 7.00E+05 | 7.20E+05 | 8.00E+05 | 9.00E+05 | 9.00E+05 |
| 2 | 1.00E+06 | 1.12E+06 | 1.20E+06 | 1.20E+06 | 1.20E+06 |
| 3 | 1.44E+06 | 1.50E+06 | 1.50E+06 | 1.75E+06 | 1.80E+06 |
| 4 | 1.92E+06 | 2.00E+06 | 2.24E+06 | 2.25E+06 | 2.40E+06 |
| 5 | 2.50E+06 | 2.60E+06 | 2.60E+06 | 3.00E+06 | 3.20E+06 |
| 6 | 3.50E+06 | 3.60E+06 | 4.00E+06 | 4.00E+06 | 4.80E+06 |
| 7 | 5.00E+06 | 5.40E+06 | 5.60E+06 | 6.00E+06 | 6.40E+06 |
| 8 | 7.00E+06 | 7.20E+06 | 7.50E+06 | 8.00E+06 | 9.00E+06 |
| 9 | 9.40E+06 | 1.00E+07 | 1.00E+07 | 1.12E+07 | 1.20E+07 |
| * | 1.25E+07 | 1.28E+07 | 1.40E+07 | 1.44E+07 | 1.50E+07 |
| 1 | 1.62E+07 | 1.75E+07 | 1.80E+07 | 1.92E+07 | 2.00E+07 |
| 2 | 2.25E+07 | 2.40E+07 | 2.54E+07 | 2.70E+07 | 2.80E+07 |
| 3 | 3.00E+07 | 3.20E+07 | 3.60E+07 | 4.00E+07 | 4.40E+07 |
| 4 | 4.80E+07 | 5.20E+07 | 5.40E+07 | 6.00E+07 | 6.00E+07 |
| 5 | 6.40E+07 | 7.20E+07 | 7.60E+07 | 8.00E+07 | 8.80E+07 |
| 6 | 9.60E+07 | 1.12E+08 | 1.20E+08 | 1.26E+08 | 1.25E+08 |
| 7 | 1.44E+08 | 1.52E+08 | 1.60E+08 | 1.74E+08 | 1.80E+08 |
| 8 | 2.00E+08 | 2.00E+08 | 2.24E+08 | 2.40E+08 | 2.60E+08 |
| 9 | 2.72E+08 | 3.04E+08 | 3.20E+08 | 3.60E+08 | 3.80E+08 |
| * | 4.00E+08 | 4.40E+08 | 5.65E+08 | 6.00E+08 | 6.75E+08 |
| 1 | 7.20E+08 | 8.10E+08 | 8.55E+08 | 9.00E+08 | 9.90E+08 |
| 2 | 1.06E+09 | 1.17E+09 | 1.26E+09 | 1.35E+09 | 1.44E+09 |
| 3 | 1.52E+09 | 1.65E+09 | 1.75E+09 | 1.85E+09 | 1.95E+09 |

```

LEA NÚMERO TOTAL DE PUNTOS (NPUNTOS), DISTANCIA ENTRELA-RECETOR
FRECUENCIA DE CAMPO Y LOS VALORES MAGNETICOS DE CAMPO
READ(5,*)(NM,LR,NPUNTOS)
READ(5,*)(LMR(I),I=1,NPUNTOS)
READ(5,*)(LFREQ(I),I=1,NPUNTOS)
WRITE(6,300)

```

```

299 FORMAT(//7), 'CAPA', 4X, 'ESPESOR', 4X, 'RESISTEN(DAT)', //)
      K1=3
      READ(5,4)(DAT),R0(I),I=1,K1)
      WRITE(6,999)(I,DV(I),R0(I),I=1,K1)
355  FORMAT(//8V,I2,2X,F7.2,4F7.2,1X)

```

WRITE(6,10) C  
 506 FORMAT(10X,'RECIBIDOR-FRECUENCIA',5X,F0.2,/,//)  
 WRITE(6,100)

566 FORMAT(10X,'FRECUENCIA',5X,'RESIST. APARENTE',//)  
 C  
 C EMPIEZA EL PROGRAMA.  
 DD 10 I=1,NPUNTOS  
 C COMPARA AHRC(I) CON AHRT(N).  
 IF(AHRC(I),GT,AHRT(N)) GO TO 100  
 C CALCULA LA PENDIENTE.  
 PEND=(ALOG10(AHRT(N))-ALOG10(AHRT(1)))/  
 1(ALOG10(ALFAT(N))-ALOG10(ALFAT(1)))  
 C CALCULA EL PARAMETRO DE RESPUESTA (ALFAC(I)).  
 ALFAC(I)=ALOG10(ALFAT(N))+(ALOG10(AHRC(I)))  
 I=ALOG10(AHRT(N))/PEND  
 ALFAC(I)=10.\*\*ALFAC(I)  
 CONDUC=ALFAC(I)/(FREQ(I)\*R\*\*2)

C  
 C CALCULA LA RESISTIVIDAD APARENTE (RHOAP(I))  
 RHOAP(I)=1/CONDUC  
 C ESCRIBE LA RESISTIVIDAD APARENTE.  
 WRITE(6,1000) FREQ(I),RHOAP(I)  
 1000 FORMAT(10X,G10.4,10X,G10.4)  
 GO TO 10

C  
 C CALCULA RHOAP PARTE IZQUIERDA DE LA CURVA.  
 100 K=1  
 200 K=K+1  
 Z=K-1  
 AHRP(Z)=AHRT(N+Z)  
 IF(AHRC(I),LT,AHRT(N+K)) GO TO 200  
 PEND=(ALOG10(AHRT(N+K))-ALOG10(AHRP(Z)))/  
 1(ALOG10(ALFAT(N+K))-ALOG10(ALFAT(N+Z)))  
 ALFAC(I)=ALOG10(ALFAT(N+K))+(ALOG10(AHRC(I)))  
 I=ALOG10(AHRT(N+K))/PEND  
 ALFAC(I)=10.\*\*ALFAC(I)  
 CONDUC=ALFAC(I)/(FREQ(I)\*R\*\*2)  
 RHOAP1(I)=1/CONDUC

C  
 C CALCULA RHOAP2 PARTE DERECHA DE LA CURVA.  
 K=1  
 300 K=K+1  
 Z=K-1  
 AHRP(Z)=AHRT(M+Z)  
 IF(AHRC(I),LT,AHRT(M+K)) GO TO 300  
 PEND=(ALOG10(AHRP(Z))-ALOG10(AHRT(M+K)))/  
 1(ALOG10(ALFAT(M+Z))-ALOG10(ALFAT(M+K)))  
 ALFAC(I)=ALOG10(ALFAT(M+K))+(ALOG10(AHRC(I)))  
 I=ALOG10(AHRT(M+K))/PEND  
 ALFAC(I)=10.\*\*ALFAC(I)  
 CONDUC=ALFAC(I)/(FREQ(I)\*R\*\*2)  
 RHOAP2(I)=1/CONDUC

C  
 C ESCRIBIR RHOAP1 Y RHOAP2  
 WRITE(6,1000) FREQ(I),RHOAP1(I),RHOAP2(I)  
 2000 FORMAT(10X,G10.4,10X,G10.4,10X,G10.4)  
 10 CONTINUE  
 CALL EXIT  
 END

## CAPA EFECTOS DE RESISTIVIDAD

1 200.00 1000.00

2 10.00 50.00

3 0.00 1000.00

## SEPARACION EMISOR-RECEPTOR 200.00

## FRECUENCIA RESIST. APARENTE

|            |       |            |
|------------|-------|------------|
| 1.000      | 841.0 |            |
| 10.00      | 839.0 |            |
| 20.00      | 840.3 |            |
| 30.00      | 841.7 |            |
| 40.00      | 843.2 |            |
| 50.00      | 844.7 |            |
| 60.00      | 846.2 |            |
| 70.00      | 847.6 |            |
| 80.00      | 849.0 |            |
| 90.00      | 850.9 |            |
| 100.0      | 852.2 |            |
| 200.0      | 845.3 |            |
| 250.0      | 871.0 |            |
| 300.0      | 873.4 |            |
| 350.0      | 871.4 |            |
| 400.0      | 836.2 |            |
| 450.0      | 875.0 |            |
| 500.0      | 875.5 |            |
| 550.0      | 879.4 |            |
| 600.0      | 865.5 |            |
| 650.0      | 870.2 | 0.1453E-01 |
| 700.0      | 876.4 | 0.2082E-01 |
| 750.0      | 878.0 | 0.2577E-01 |
| 800.0      | 871.5 | 0.3034E-01 |
| 850.0      | 872.2 | 0.3593E-01 |
| 900.0      | 874.2 | 0.4203E-01 |
| 950.0      | 875.5 | 0.4974E-01 |
| 1000.      | 876.8 | 0.5830E-01 |
| 2000.      | 875.8 | 0.4082     |
| 3000.      | 849.0 | 1.074      |
| 4000.      | 870.4 | 2.463      |
| 5000.      | 849.7 | 4.746      |
| 6000.      | 872.0 | 7.1537     |
| 7000.      | 873.4 | 11.15      |
| 8000.      | 874.0 | 15.65      |
| 9000.      | 877.1 | 20.05      |
| 0.1000E100 | 1002. | 24.45      |

### III.1

### EJEMPLOS DE DOS CAPAS.

Para ver claramente el contraste de las capas de resistividad aparente, se necesita una buena elección del rango de frecuencias y una separación de bobinas ( $R$ ) adecuadas, con respecto a los espesores de las capas.

Para el ejemplo de dos capas ilustraremos cuatro casos: En la figura III.1 se muestra una curva de dos capas, con una  $R=20m.$ , siendo el espesor de la capa muy chico (3m.), sin embargo se logra ver claramente el contraste de dos capas.

En la figura III.2 se muestra una curva de la misma clase que la anterior, siendo la primera capa más resistiva que la segunda. En ésta curva se ve más claro el contraste de las capas debido a un mayor espesor de la primera capa (7.50m.) y con una separación de bobinas ( $R = 50m$ ) más adecuada.

Las figuras III.3 y III.4 muestran un tipo de curvas diferentes a las dos anteriores, ya que en estas, la primera capa es menos resistiva que la segunda, lo que dà una curva de diferente tendencia.

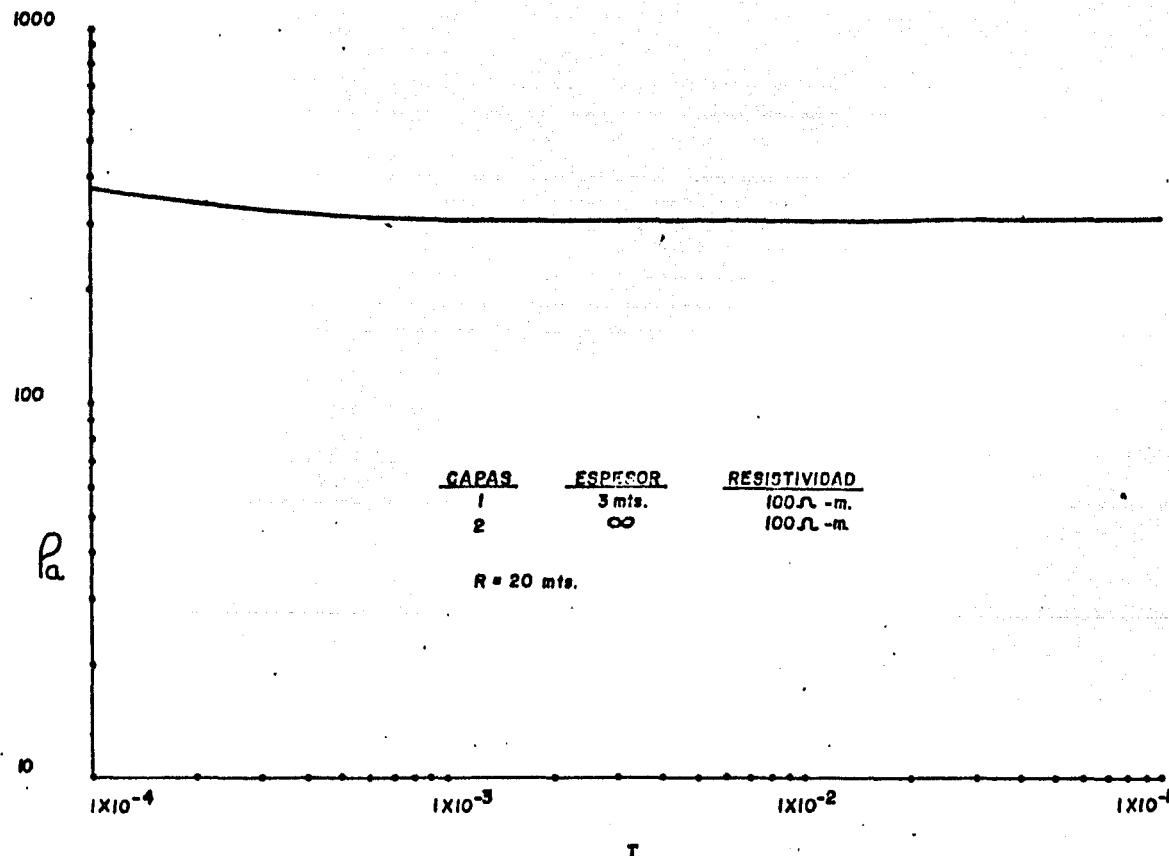


Fig. III - I

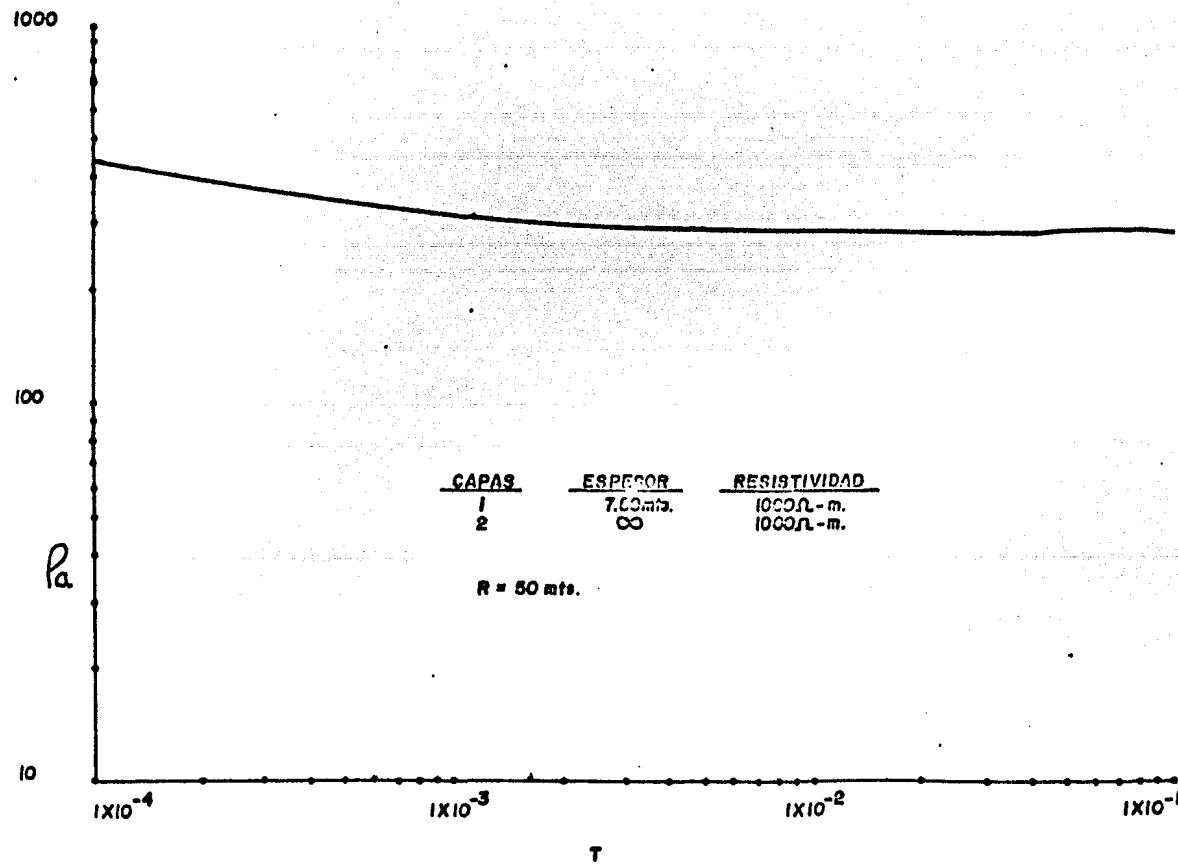


Fig. III-2

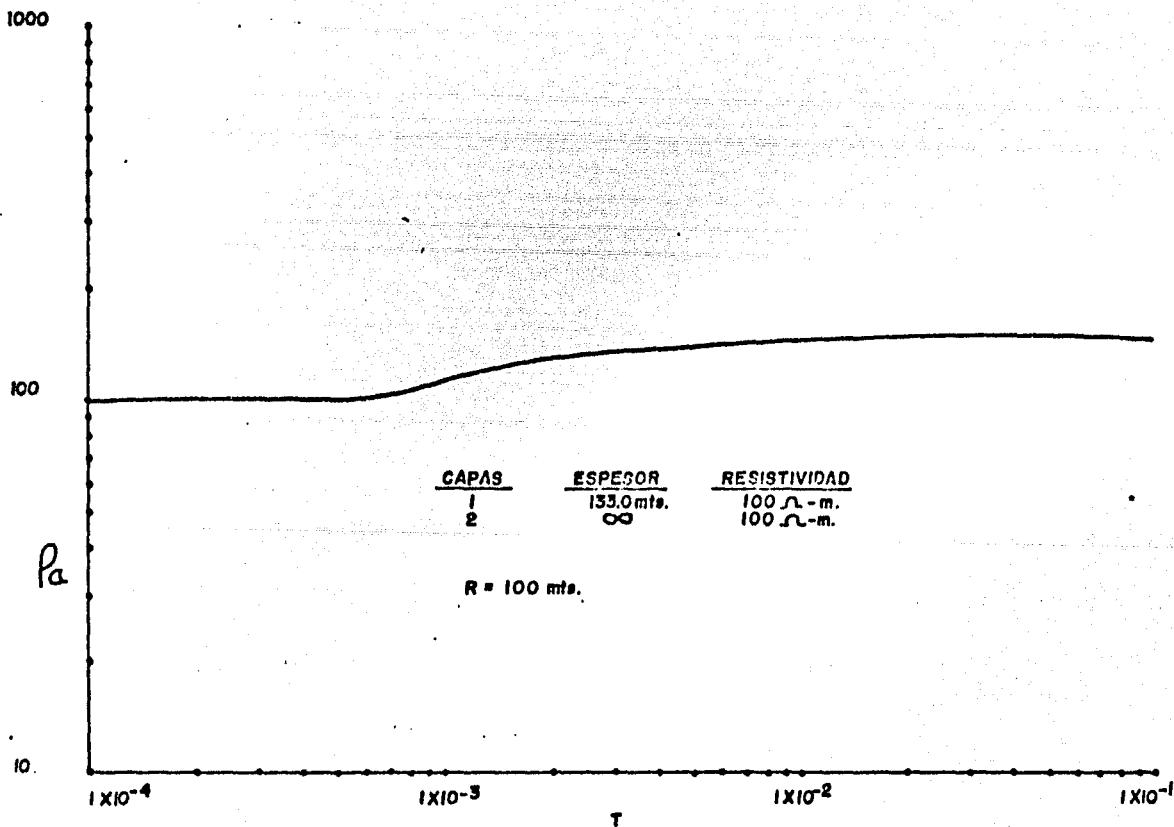


Fig. III-3

### III.2

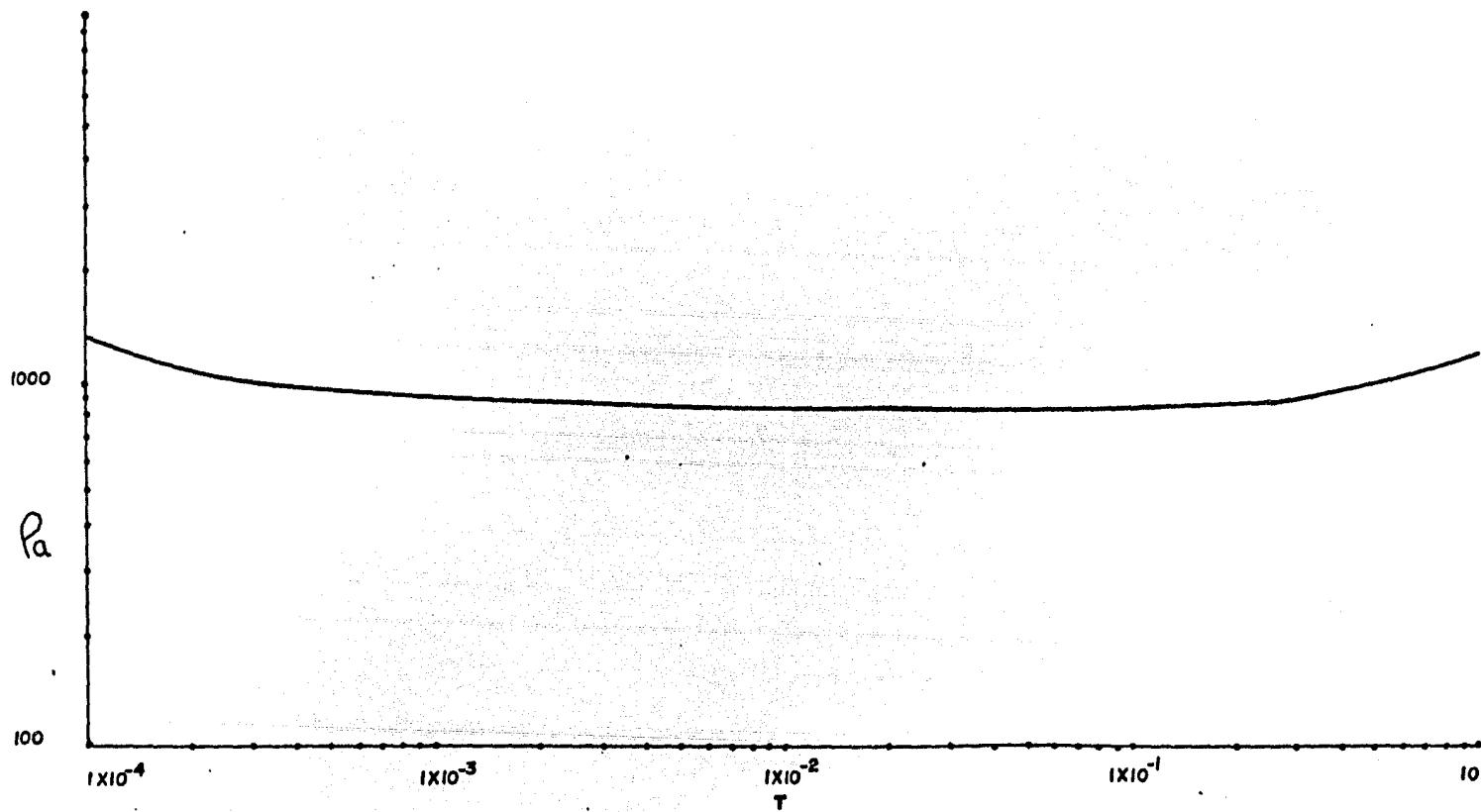
### EJEMPLOS DE TRES CAPAS.

Para estos ejemplos, se aumentó un ciclo más al papel lo garfímico de  $3 \times 3$  ciclos en el eje de las abcisas, para incrementar la cantidad de valores del periodo (1/frecuencia), y así poder observar más claramente las tres capas.

En la figura III.5 se observa un corte del tipo H ( $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$ ), en ésta figura se observan los contrastes de es tas capas.

La figura III.6 es del tipo Q ( $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$ ), en esta gráfica se observa también claramente el corte estatigráfico. - Tanto la gráfica III.5 como la III.6, se verán mejor los contrastes de las capas, si aumentáramos los valores del periodo

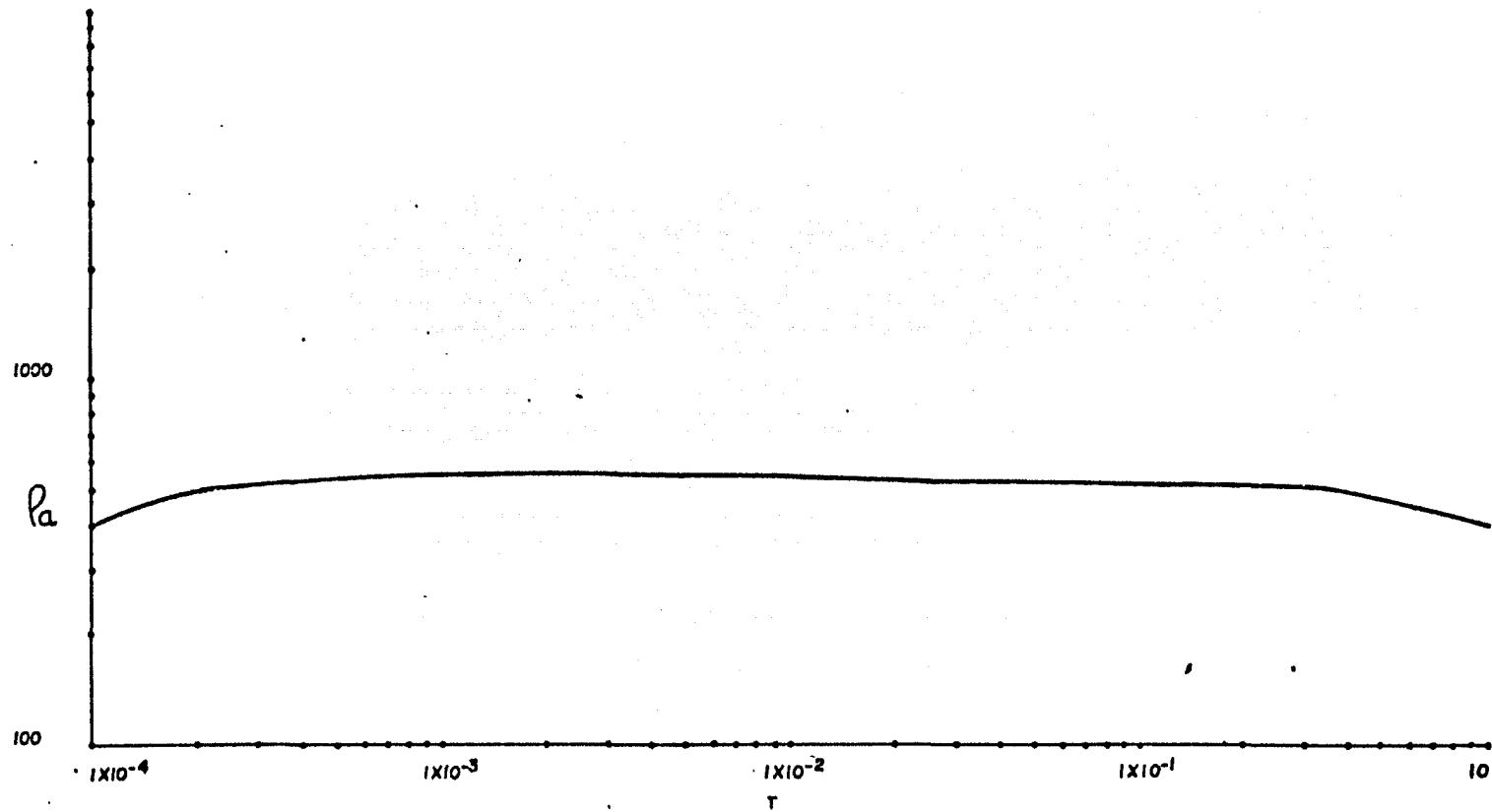
La figura III.7, muestra un corte del tipo H ( $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$ ) en este ejemplo es donde se ve mejor el contraste de las capas, mientras que la figura III.8, no se ve ninguna capa, debido a la inadecuada separación de bobinas y rango de frecuen cias.



| CAPAS | ESPESOR  | RESISTIVIDAD               |
|-------|----------|----------------------------|
| 1     | 100.00   | 1000.00 $\Omega \cdot m$ . |
| 2     | 55.00    | 100.00 $\Omega \cdot m$ .  |
| 3     | $\infty$ | 1000.00 $\Omega \cdot m$ . |

R = 300 mts.

Fig. III - 5



| CAPA | ESPEJOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 100.00   | 1000.00      |
| 2    | 500.00   | 2500.00      |
| 3    | $\infty$ | 1000.00      |

R = 500 mts.

Fig. III-6

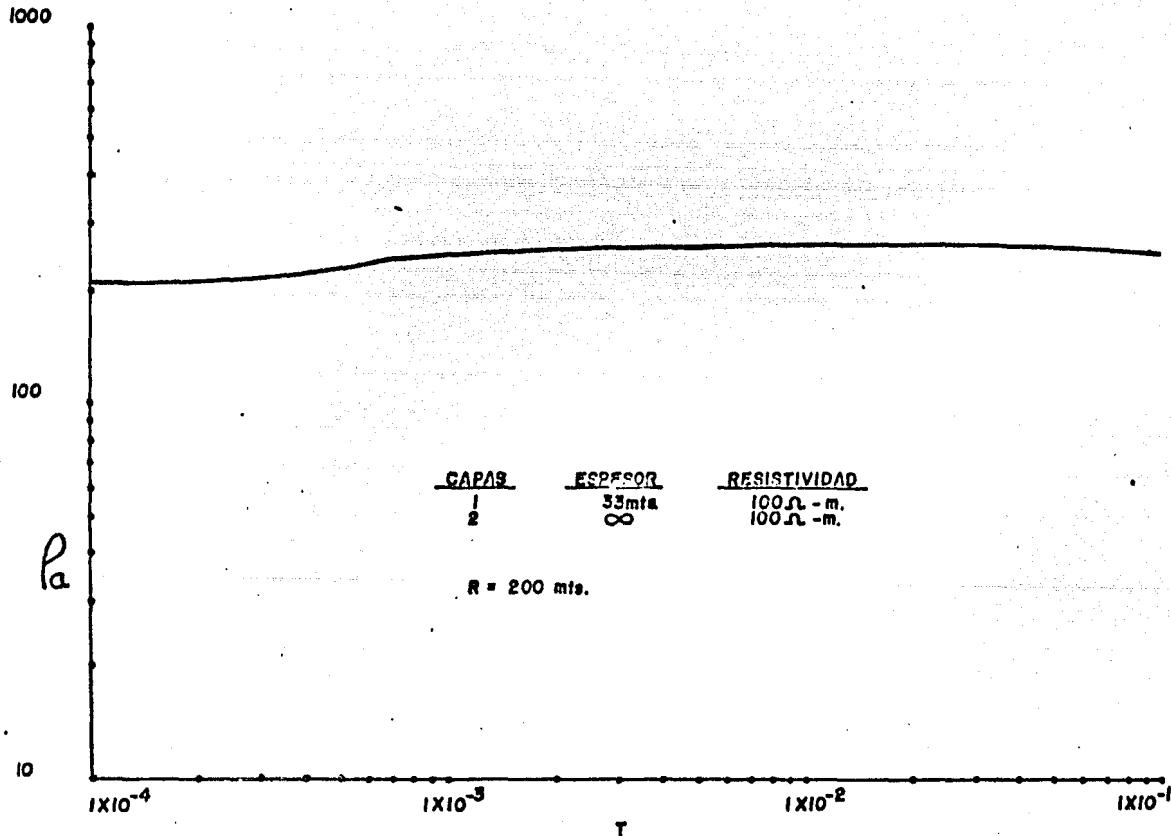
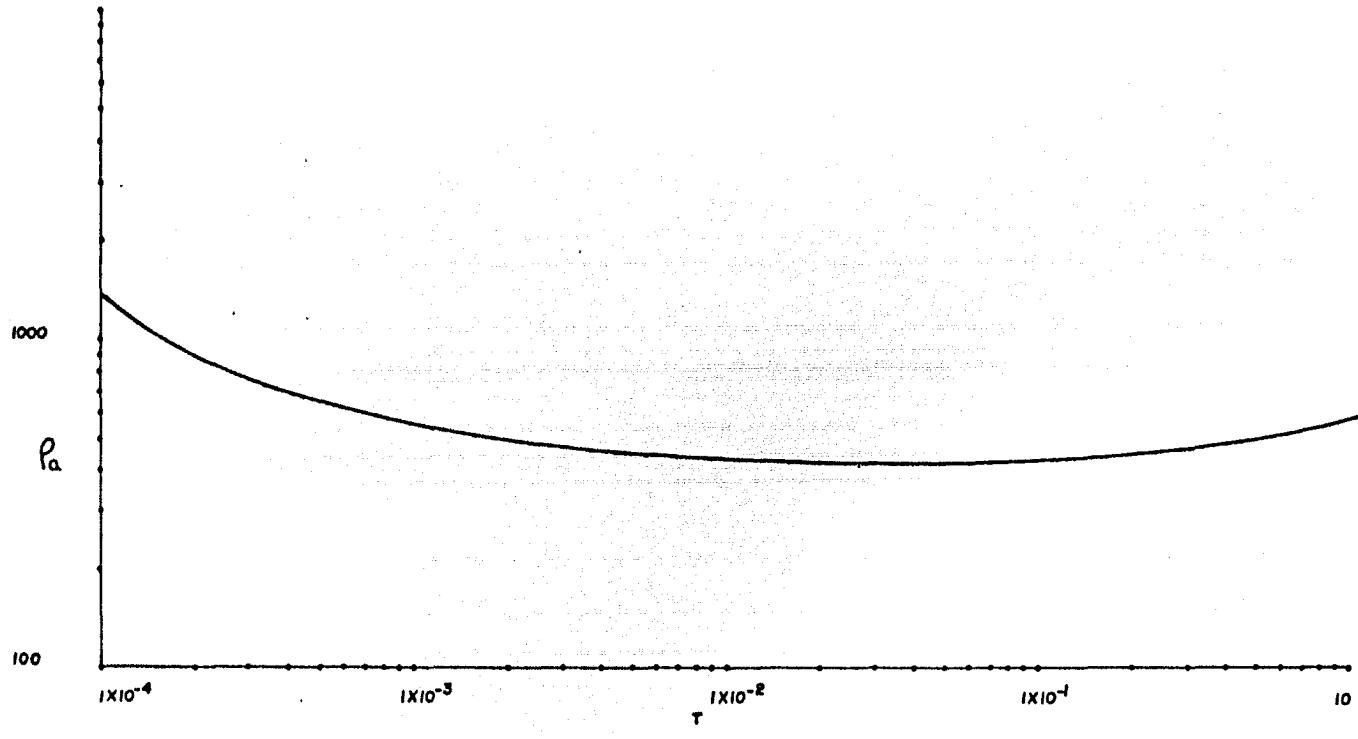


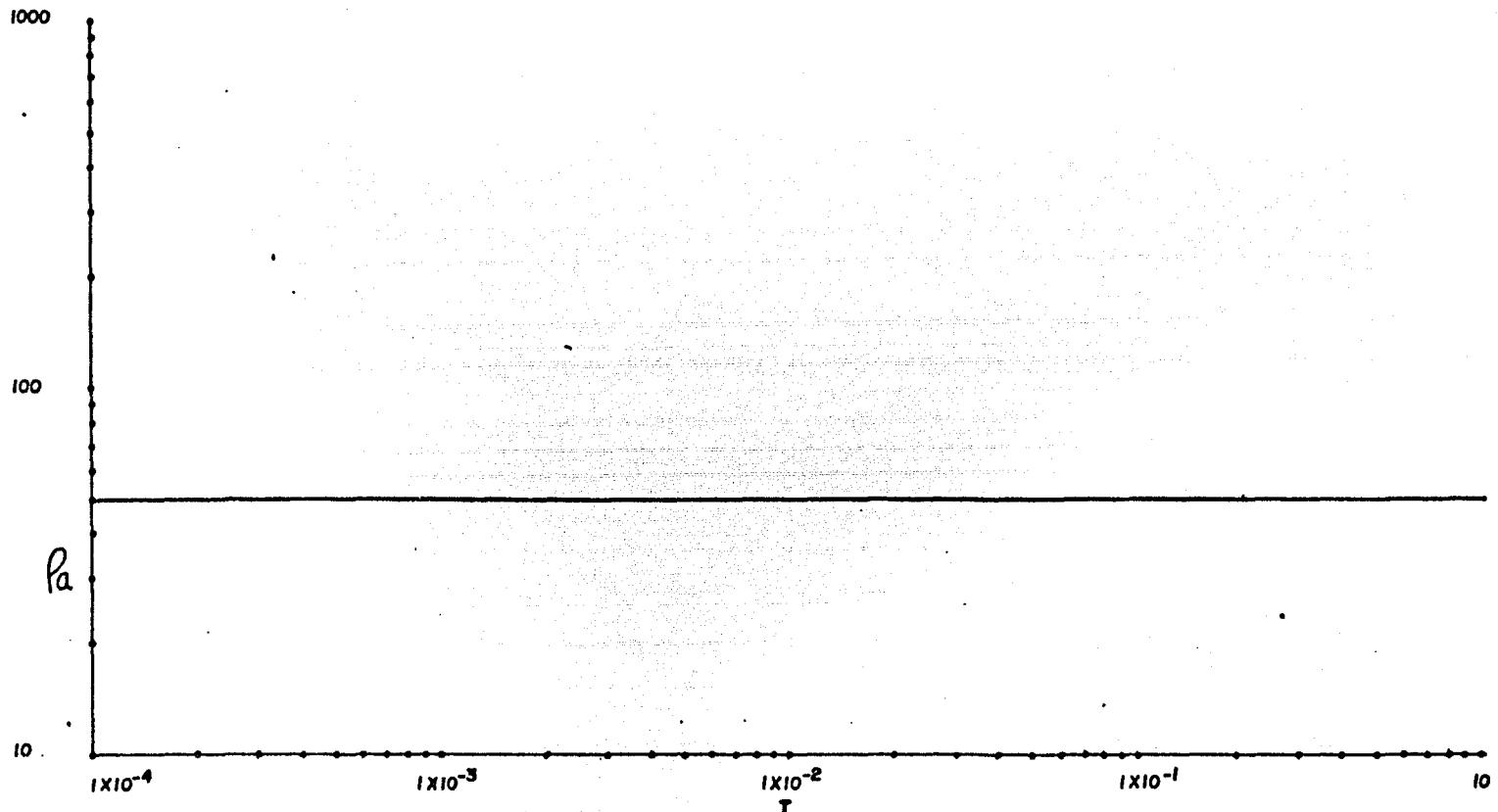
Fig. III-4



| <u>CAPA</u> | <u>ESPESOR</u> | <u>RESISTIVIDAD</u> |
|-------------|----------------|---------------------|
| 1           | 200.00         | 1000.00             |
| 2           | 50.00          | 50.00               |
| 3           | $\infty$       | 1000.00             |

$R = 400$  mts.

Fig. III - 7



| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD            |
|------|----------|-------------------------|
| 1    | 20.00    | $50.0 \Omega \cdot m$   |
| 2    | 10.00    | $1000.0 \Omega \cdot m$ |
| 3    | $\infty$ | $50.0 \Omega \cdot m$   |

$R = 300$  mts.

Fig. III-6

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

El objetivo de esta tesis es poder expresar las componentes del campo magnético horizontal, en términos de una curva de resistividad aparente y apartir de ésta poder observar el posible número de capas de un corte estatigráfico.

La obtención de la curva de resistividad aparente apartir del número de inducción, es funcional, aunque para algunos casos no se obtienen buenos resultados, ya que para valores grandes de campo (relativamente) el número de inducción no varía mucho, esto hace que los valores de resistividad aparente no sean confiables.

Otro caso en el cual la curva de resistividad aparente no es confiable, es cuando trabajamos con capas delgadas, para estos casos la curva de resistividad aparente no nos muestra buenos contrastes, como se muestra en la Fig. III.8 .

El método de interpretación de las curvas de sondeos electromagnéticos, propuestos por verma y que describimos en el apartado II.2, tiene muchos problemas, uno de ellos es la elección de los puntos críticos que devén ser precisos, ya que un pequeño error en la colocación de estos puntos, se tendrá una mala interpretación, por esto es que el intérprete de este método deve contar con mucha experiencia.

## B I B L I O G R A F I A

Anderson, Walter L., "Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering", Geophysics, Vol. 44, Pag. 1287-1305 (1979).

Grant,F.S. and West,G.F., "Interpretation Theory in Applied - Geophysics", Mc Graw-Hill.Inc. (1965).

Hayt,W.H., "Teoría Electromagnética", Mc Graw-Hill. (1979).

Iakubovskii,Iu.V., Liajov,L.L., "Exploración Eléctrica" Reverté,S.A., España (1980).

Koefoed,O., Ghosh,D.P., and Polman,G.J., "Computation of Type-Curves of Electromagnetic Depth Sounding With a Horizontal - Transmitting Coil by means of a Digital Liner Filter", Geophysical Prospecting, Vol.20, Pag. 406-420 (1972).

Orellana,E., "Prospección Geoeléctrica en Corriente Continua" Paraninfo Madrid, España (1972).

Orellana,E., "Prospección Geoeléctrica por Campos Variables", Paraninfo Madrid, España (1974).

Parasnis,D.S., "Geofísica Minera", Paraninfo Madrid, España - (1971).

Patra,H.P. and Mallick,K., "Geosounding Principles,2" Elsevier Scientific Publishing Company (1980).

Stratton,J.A., "Electromagnetic Teory", Mc Graw-Hill, Nueva York (1954).

Telford,W.M., Geldart,L.P., Sheriff,R.E., Keys,D.A.,  
"Applied Geophysics", Cambridge University Press. (1976).

Verma,R.K., "Master Tables for Electromagnetic Depth Sounding Interpretation" IFI/Plenum Data Company, (1980).

Wilt,M. and Stark,M., "A Simple Method for Calculating Apparent Resistivity from Electromagnetic Sounding Data", - Geophysics, Vol.47, Pag. 1100-1105 (1982).