



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**Facultad de Ingeniería**

**DESCOMPOSICION L. V. APLICADA AL METODO  
DE NEWTON - RAPHSON PARA RESOLVER  
FLUJOS DE POTENCIA APROVECHANDO  
DISPERSIDAD**

**T E S I S**

**PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO MECANICO  
ELECTRICISTA**

**P R E S E N T A :  
MARICELA DELMAR FLORES**



**México, D. F.**

**1985**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# INDICE

	PAGINA
INTRODUCCION . . . . .	1
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA . . . . .	1
2. ECUACIONES DE FLUJO DE POTENCIA . . . . .	2
3. METODOS ITERATIVOS PARA OBTENER SOLUCIONES NO LINEALES . . . . .	5
4. SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE POTENCIA POR EL METODO DE NEWTON-RAPHSON . . . . .	13
5. METODO DE FACTORIZACION TRIANGULAR LOW-UPPER . . . . .	20
6. USO Y GUIA DEL PROGRAMA . . . . .	24
CONCLUSIONES . . . . .	25
EJEMPLO . . . . .	27
APENDICE . . . . .	33
BIBLIOGRAFIA . . . . .	B1

## INTRODUCCION

Un sistema eléctrico de potencia esta compuesto básicamente por plantas generadoras, líneas y cargas y al planear su operación, control, mejoras y expansión es necesario efectuar estudios de flujos de potencia, estudios de estabilidad y reparto económico de carga.

Los estudios de flujos de potencia consisten en determinar las tensiones, potencias activa y reactiva o factor de potencia en diferentes partes de la red bajo condiciones existentes de régimen permanente.

También nos permiten un control, ya que son de gran utilidad si se quiere determinar la mejor forma de operar el sistema actual, cuando por necesidad o falla dejamos fuera de operación alguna planta generadora o línea de transmisión y en general se puede considerar cualquier cambio que modifique las *características de operación en régimen permanente del sistema*. Tales como tensiones en las barras, flujos de activos y reactivos, carga del equipo, pérdidas y eficiencia.

Los análisis de flujos de potencia son esenciales al planear el desarrollo futuro del sistema, pues su operación será satisfactoria, si se conocen los efectos que causará una futura interconexión, instalación de líneas o aumento de carga conectadas al sistema.

Las características de operación en régimen permanente pueden ser obtenidas si se determinan corrientes y voltajes a través del sistema.

Un sistema eléctrico como todo circuito eléctrico debe cumplir con las leyes de Kirchoff de voltajes y de corrientes y también debe cumplir con la relación existente entre las características topológicas y energética de la red, con sus parámetros.

Para el análisis de flujos de potencia es necesario desarrollar las ecuaciones nodales del sistema y como estas ecuaciones son Algebraicas no lineales, es necesario obtener la solución por medio de métodos iterativos como son Gauss-Seidel, Newton-Raphson, etc.

Con estos métodos se desarrollan en programas de computadoras digitales, ya que para obtener la solución de las ecuaciones de flujos de un sistema de potencia es fundamental aprovechar la esparsidad de las matrices que se procesan, pues de otra manera los requerimientos de memoria y cálculo alcanzarían fácilmente niveles prohibitivos.

El método que se propone en esta tesis es el Newton-Raphson ya que converge con menos números de iteraciones.

(La solución no es única pues depende del punto de arranque)

## CAPITULO I

## Planteamiento del problema

El funcionamiento de un sistema eléctrico en régimen permanente equilibrado queda definido una vez que se conocen los voltajes, en modulo y argumento en todas las barras o nodos del sistema y las impedancias; lo que permite calcular despues, los flujos de potencia activa y reactiva en todas las ramas de la red, las pérdidas reales y reactivas y la potencia real y reactiva producida en cada generador.

La clasificación de los nodos se hace de acuerdo con las cantidades que se conocen al iniciar el estudio, de la siguiente forma:

- 1) El nodo compensador o de referencia ( $v, \delta$ ): dado que en este nodo no podemos especificar potencias, ya que estas potencias son linealmente dependientes (los incrementos en la potencia del nodo de referencia dependen de los incrementos de las potencias de generación de los demás nodos del sistema), y solo queda especificar su voltaje y su ángulo, y sera necesario extraer las ecuaciones de potencia del sistema. Lo mismo sucede cuando se especifica en otro nodo un voltaje o un ángulo. En este caso es necesario extraer la ecuación que tenga mayor sensibilidad respecto a dicha variable.
- 2) Nodos de carga ( $P, Q$ ): son los nodos donde predomina más la carga y es fácil especificar la potencia real y reactiva debido a que esta constituida fundamentalmente por motores que representan una carga constante.

- 3) Nodos de generación (P,V): donde resulta fácil especificar el voltaje ya que este se controla por algún dispositivo (generador) y con esto la potencia generada.

Lo anterior nos da entender, que la especificación de las variables en los nodos, se efectúa tradicionalmente en función de la facilidad de controlar dicha variable en el nodo, y por tanto, la especificación de una potencia real, obliga a la introducción de su ecuación de potencia real y la de una reactiva su ecuación de potencia reactiva; la especificación del ángulo de un nodo obliga a la extracción de la ecuación de la potencia real del mismo nodo y su voltaje la de una reactiva.

## CAPITULO II

### Ecuaciones de flujo de potencia

Uno de los métodos que es más frecuentemente usado para resolver el problema de flujos de potencia se basa en obtener las ecuaciones nodales de la red (otro sería el método de corrección diferencial)

donde:

$$V_m = Z_{km} I_k \dots (1)$$

$I_k$  = Fasor de la corriente del nodo k.

$V_m$  = Fasor del voltaje del nodo m que conecta a través de la línea con el nodo k.

$$\underline{I}_k = \underline{Z}_{km}^{-1} \underline{V}_m = Y_{km} V_m \dots (2)$$

$$\underline{I}_k = \sum_{m \in k} Y_{km} V_m \dots (3)$$

$Y_{km}$  = Fasor de la admitancia de la línea  $m, k$ , ( $Y$  bus)

La  $I_k$  representan los generadores y las cargas las cuáles pueden expresarse en función de la potencia real y reactiva en por unidad, incluidas o demandadas en cada punto de unión correspondiente y del voltaje de este punto de unión.

$$\underline{S}_{neto} = (P_k + j Q_k) = V_k I_k^* \dots (4)$$

$$\underline{S}_{neto} = (P_k + j Q_k) = V_k \left( \sum_{m \in k} Y_{km}^* V_m^* \right) \dots (5)$$

$$(P_k + j Q_k) - V_k \sum_{m \in k} Y_{km}^* V_m^* = 0 \dots (6)$$

En forma exponencial

$$\underline{S}_{neto} = (P_k + j Q_k) = V_k e^{j\theta_k} \sum Y_{km} e^{-j\gamma_{km}} V_m e^{-j\theta_m} \dots (7)$$

y dado que

$$P_k = R_e [s] \quad Q_k = I_m [s]$$

$$P_k = P_{Gk} - P_{Dk} \quad Q_k = Q_{Gk} - Q_{Dk}$$

$$P_{Gk} - P_{Dk} - V_k \sum_{m \in k} V_m Y_{km} \cos(\delta_k - \delta_m - \delta_{km}) = 0 \dots (8)$$

$$Q_{Gk} - Q_{Dk} - V_k \sum_{m \in k} V_m Y_{km} \sin(\delta_k - \delta_m - \delta_{km}) = 0 \dots (9)$$



donde:

$P_{Gk}$  = Potencia activa generada en el nodo k [W]

$P_{Dk}$  = Potencia activa demandada en el nodo k [W]

$Q_{Gk}$  = Potencia reactiva generada en el nodo k [VAR]

$Q_{Dk}$  = Potencia reactiva demandada en el nodo k [VAR]

$V_k$  = Magnitud del voltaje en el nodo k [V]

$V_m$  = Magnitud del voltaje del nodo m que  
conecta a través de la línea con el nodo k [V]

$Y_{km}$  = Magnitud de la admitancia de la línea k, m

$\delta_k$  = Angulo del voltaje del nodo k

$\delta_m$  = Angulo del voltaje del nodo m

$\delta_{km}$  = Angulo de la admitancia de la línea k, m.

Por lo tanto para obtener la solución de los problemas de flujos eléctricos es necesario:

- 1.- Suponer un valor inicial para los voltajes en todos los nodos de la red (  $1.0 L^0$  es una buena aproximación)
- 2.- Resolver la ecuación (1) para cada nodo de la red y encontrar un nuevo juego de valores para los voltajes nodales.
- 3.- Comparar los voltajes recién obtenidos con los anteriores si la diferencia en todos los nodos, es menor que una tolerancia especificada terminar, y si no continúe al paso 4.
- 4.- Regresar al paso (2) usando los nuevos valores de voltaje en la solución de la ecuación (1).

como vemos la ecuación (1) es algebraica no lineal y es necesario obtener el segundo paso por medio de métodos iterativos, nosotros

utilizaremos el método de Newton-Raphson para obtener el Jacobiano del sistema de ecuaciones y para tener la solución usaremos el método factorización triangular (LOW-UPPER)

### CAPITULO III

#### Métodos Iterativos para obtener soluciones de ecuaciones no lineales

Existen varios métodos iterativos entre ellos se encuentran:

- 1) Método de aproximaciones sucesivas
- 2) Newton-Raphson
- 3) Newton de segundo orden
- 4) Von Mises
- 5) Gauss-Jordan

#### METODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS

sea

$$F(x) = 0 \quad \dots (10)$$

una ecuación algebraica o trascendente cualquiera y  $x = a$  una raíz de ella. Sumando  $x$  a ambos miembros de la ecuación y haciendo:

$$f(x) = x + F(x)$$

se obtiene

$$f(x) = x \quad \dots (11)$$

El método de aproximaciones sucesivas consiste en sustituir  $X_0$ , que es un valor aproximado de la raíz  $a$ , en el primer miembro

de la ec (11) con lo que se obtiene:

$$f(X_0) = X_1 \quad \dots(12)$$

donde  $X_1$  será el nuevo valor aproximado de la raíz  $a$ . Sustituyendo  $X_1$  en el primer miembro de la ecuación (11) se obtendrá la siguiente aproximación de la raíz.

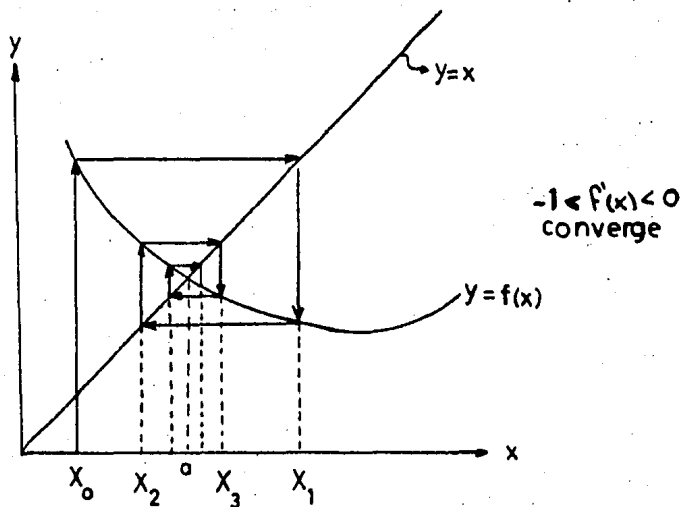
$$f(X_1) = X_2 \quad \dots(13)$$

procediendo reiteradamente de esta manera, la  $n$ -ésima aproximación o iteración, es:

$$f(X_{n-1}) = X_n \quad \dots(14)$$

si a medida de que  $n$  crece,  $X_n$  tiende a " $a$ " se dice que el método converge

$$\therefore |f'(x)| \leq m < 1 \quad \dots(15)$$



Resumiendo geométicamente, el método consiste en ir, a partir de un valor inicial  $X_0$ , verticalmente a la curva  $y = f(x)$ , de esta horizontalmente a la recta  $y=x$ , verticalmente a la curva y así, sucesivamente.

#### METODO DE NEWTON-RAPHSON

Este método es el método modificado de aproximaciones sucesivas expuestas en la sección anterior en donde se establece que la iteración  $n+1$  esta definida por la expresión:

$$X_{n+1} = f(X_n) \quad \dots(16)$$

Al sumar y restar  $X_n$  simultáneamente en el segundo miembro.

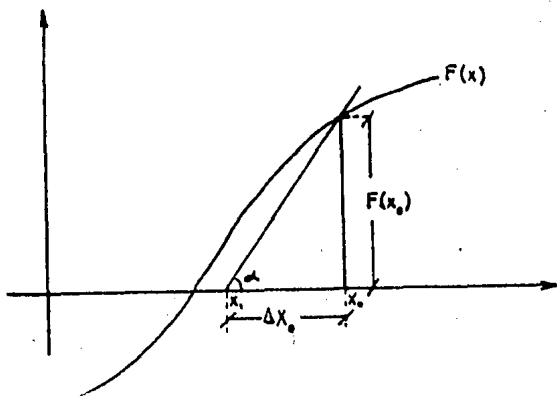
$$X_{n+1} = X_n + f(X_n) - X_n \quad \dots(17)$$

y si representamos

$$\Delta X_n = f(X_n) - X_n \quad \dots(18)$$

se obtiene que

$$X_{n+1} = X_n + \Delta X_n \quad \dots(19)$$



$\tan \alpha = m = F'(X_0)$       donde:       $m =$  pendiente

$F'(X_0) =$  derivada

$$\tan \alpha = \frac{F(X_0)}{\Delta X_0} = F'(X_0)$$

$$\Delta X_0 = - \frac{F(X_0)}{F'(X_0)} \quad \doteq \quad \Delta X_n = - \frac{F(X_n)}{F'(X_n)}$$

sustituyendo en la ecuación (17)

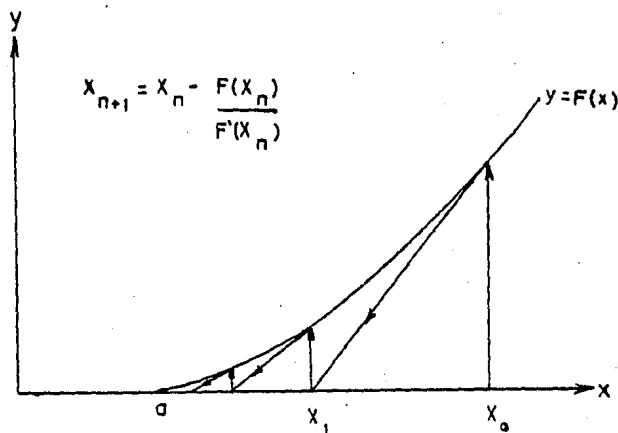
$$X_{n+1} = X_n + \Delta X_n$$

$$X_{n+1} = X_n + \left[ - \frac{F(X_n)}{F'(X_n)} \right] = X_n - \frac{F(X_n)}{F'(X_n)} \quad \dots (20)$$

La fórmula de Newton-Raphson o métodos de las tangentes

$$X_{n+1} = X_n - \frac{F(X_n)}{F'(X_n)} \quad \dots (21)$$

La siguiente figura muestra geoméricamente el comportamiento del método:



El método consiste en trazar una vertical por la primera aproximación ( $X_0$ ) hasta cortar la curva  $y = F(x)$ : por el punto de corte trazar una tangente a la propia curva hasta intersectar el eje  $x$ , en este punto se tendrá una nueva aproximación, y habrá que repetir el proceso tantas veces como sea necesario. Aplicando la ecuación de recurrencia para obtener la convergencia en el método Newton-Raphson.

$$X_{n+1} = g(X_n) \quad \dots (22)$$

donde:

$$g(X_n) = x - \frac{F(x)}{F'(x)} \quad \dots (23)$$

se sabe que el método converge siempre que:

$$|g'(x)| < 1 \quad \dots (24)$$

derivando  $g(x)$  se tiene:

$$g'(x) = \frac{1 - [F'(x)]^2 - F(x) F''(x)}{[F'(x)]^2} = \frac{F(x) F''(x)}{[F'(x)]^2} \quad \dots (25)$$

y el método convergirá siempre que:

$$|g'(x)| = \left| \frac{F(x) F''(x)}{[F'(x)]^2} \right| < 1 \quad \dots (26)$$

por lo anterior puede afirmarse que si  $X_0$  es la primera aproximación a la raíz de  $F(x) = 0$  debe cumplirse:

El método funciona si

- a)  $X_0$  debe estar suficientemente cercano a la raíz de  $F(x) = 0$
- b)  $F''(x)$  no debe ser excesivamente grande
- c)  $F'(x)$  no debe estar próxima a cero o sea no hay raíces cercanas unas de otras.
- d) El método no es aplicable si el ángulo de la función es de  $90^\circ$  o de  $0^\circ$

La ecuación  $X_{n+1} = X_n - \frac{F(X_n)}{F'(X_n)}$  puede hacerse de otra manera mucho más simple y con una pérdida del significado del método, aceptando que la función  $F(x)$  tiene derivadas en todos los órdenes en el intervalo que contiene a  $X_0, X_1, X_2, \dots, X_n, a$ , se puede desarrollar la función en serie de potencias por medio de la fórmula de Taylor, para obtener el valor de  $F(X_{n+1})$  en términos del valor de la función  $F(x)$  y sus derivadas en  $X_n$  se tiene.

$$F(X_{n+1}) = F(X_n) + \frac{(X_{n+1} - X_n)}{1!} F'(X_n) + \frac{(X_{n+1} - X_n)^2}{2!} F''(X_n) + \dots \quad (27)$$

Admitiendo que  $X_{n+1}$  es un valor aproximado de la raíz  $a$ , se puede escribir que  $F(X_{n+1}) \approx 0$  ó sea

$$F(X_n) + \frac{(X_{n+1} - X_n)}{1!} F'(X_n) + \frac{(X_{n+1} - X_n)^2}{2!} F''(X_n) + \dots \approx 0 \quad \dots (28)$$

$$F(X_n) + \frac{X_{n+1} - X_n}{1!} F'(X_1) \approx 0 \quad \dots (29)$$

$$\therefore X_{n+1} \doteq X_n - \frac{F(X_n)}{F'(X_n)} \quad \text{Que es la fórmula de recurren-}$$

cia conocida.

si se consideran ahora los tres primeros términos de la serie y se representan con  $\Delta X_n$  la diferencia  $X_{n+1} - X_n$  entonces

$$F(X_n) + \frac{\Delta X_n}{1!} F'(X_n) + \frac{(\Delta X_n)^2}{2!} F''(X_n) \doteq 0 \quad \dots (30)$$

$$\therefore F(X_n) + \Delta X_n [F'(X_n) + \frac{\Delta X_n}{2!} F''(X_n)] \doteq 0 \quad \dots (31)$$

sustituyendo la  $\Delta X_n$  que aparece dentro del parentesis por

$$-\frac{F(X_n)}{F'(X_n)} \quad \text{y despejando } \Delta X_n$$

$$\frac{1}{\Delta X} = -\frac{F'(X_n)}{F(X_n)} + \frac{1}{2} \frac{F''(X_n)}{F'(X_n)} \quad \dots (32)$$

la expresión anterior define el método iterativo de Newton de segundo orden.

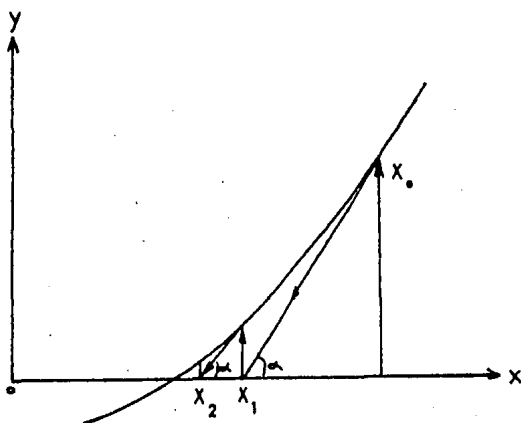
Otro aspecto del método estudiado es el que da lugar al de Von Mises: En el método Newton-Raphson definido por

$$X_{n+1} - X_n = \frac{F(X_n)}{F'(X_n)}$$

El denominador  $F'(X_n)$  hace que geoméricamente se pase a la aproximación a la siguiente por la tangente de la curva  $y = F(x)$  trazada en el punto correspondiente a la aproximación presente.



Esto puede producir problemas cuando se este en puntos alejados de raices y cerca de puntos donde el valor de  $F'(x)$  esté cercano a cero, es decir, puntos con tangentes cercanas a la horizontal para resolver este problema, Von Mises sugirió utilizar el método de Newton-Raphson sustituyendo el denominador,  $F'(X_n)$ , por  $F'(X_0)$  es decir que, geoméricamente, obtener las siguientes aproximaciones por medio de paralelas siempre a la primera tangente.



El método de Von Mises para resolver la ecuación  $F(X) = 0$  queda definido por la fórmula.

$$X_{n+1} = X_n - \frac{F(X_n)}{F'(X_0)}$$

es obvio que este método converge menos rapidamente que el de Newton-Raphson pero resuelve el problema antes mencionado.

CAPITULO IV  
SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE POTENCIA POR  
EL METODO DE NEWTON-RAPHSON

El problema de flujos de potencia, consiste en resolver dos ecuaciones simultáneas, para cada barra, de manera que el sistema tiene  $n$  barras, el número de ecuaciones es  $2(n-1)$  ya que debe quitarse el nodo compensador donde se conoce en forma completa, el voltaje.

Por lo tanto partiendo de las ecuaciones (8) y (9).

$$P_{Gk} - P_{Dk} = V_k \sum_{m \in k} V_m Y_{km} \cos(\delta_k - \delta_m - \delta_{km}) \quad \dots(8)$$

$$Q_{Gk} - Q_{Dk} = V_k \sum_{m \in k} V_m Y_{km} \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_m - \delta_{km}) \quad \dots(9)$$

para ver la aplicación del método de Newton-Raphson cambiamos la notación de las ecuaciones (8), (9) a

$$y_n = f(X_n)$$

sabemos del capítulo anterior que la expresión que define el método de Newton-Raphson es

$$f(X_n) = 0$$

$$F(X_n) + \frac{X_{n+1} - X_n}{1} F'(X_n) = 0$$

entonces

$$y_n = F(X_n) + F'(X_n) \Delta X_n$$

$$y_n - F(X_n) = F'(X_n) \Delta X_n$$

cambiando a notación matricial:

$$\begin{bmatrix} Y_1 - f_1(X_1, X_2 \dots X_n) \\ Y_2 - f_2(X_1, X_2 \dots X_n) \\ \vdots \\ Y_n - f_n(X_1, X_2 \dots X_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial X_1} & \frac{\partial f_1}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial X_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial X_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial X_n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial X_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial X_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_n \end{bmatrix}$$

La matriz de las derivadas parciales se le llama matriz Jacobiana.

Usando la notación abreviada

$$[y - F_n] = [J] [\Delta X_n]$$

y para nuestro caso (ec. (8),(9)) la notación matricial quedaría

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \hline \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & | & J \\ \hline N & | & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \hline \Delta |V| \end{bmatrix}$$

donde la estructura de esta matriz es:

$$\text{si } V_i > 0 \quad \gamma_i, \quad \gamma - \frac{\pi}{2} < \delta_i - \delta_j + \theta_{ij} < \frac{\pi}{2}$$

se cumple que la matriz Jacobiana es diagonal dominante con elementos  $a_{ii} > 0$  no simetría a cuanto valores pero si en estructura.

Obtención de las ecuaciones de la matriz Jacobiana

La potencia neta inyectada al nodo k es:

$$S_k = P_k + j Q_k = V_k I_k^* = \bar{V}_k \cdot \sum_{m \in k} Y_{km}^* V_m^*$$

donde la  $\sum_{m \in k}$  significa que es la sumatoria que se lleva a cabo

sobre los elementos de Y bus pertenecientes al renglón k y que sean diferentes de cero.

Expresados los números complejos en forma polar

$$\hat{S}_k = V_k e^{j\delta_k} \cdot \sum_{m \in k} Y_{km} e^{-j\gamma_{km}} \cdot V_m e^{-j\delta_m}$$

$$\hat{S}_k = V_k e^{j\delta_k} (Y_{kk} e^{-j\gamma_{kk}} V_k e^{-j\delta_k} + \sum_{\substack{m \in k \\ m \neq k}} Y_{km} e^{-j\gamma_{km}} V_m e^{-j\delta_m})$$

esta no es una función analítica del voltaje, ya que no existen derivadas complejas, por lo que debe derivarse por partes.

Derivando  $\hat{S}_k$  con respecto a  $\delta_k$

$$\frac{\partial S_k}{\partial \delta_k} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} + j \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = \frac{\partial}{\partial \delta_k} (V_k e^{j\delta_k}) (Y_{kk} e^{-j\gamma_{kk}} V_k e^{-j\delta_k} + \sum_{\substack{m \in k \\ m \neq k}} Y_{km} e^{-j\gamma_{km}} V_m e^{-j\delta_m})$$

usando la regla del producto.

$$\frac{\partial S_k}{\partial \delta_k} = (V_k e^{j\delta_k}) (-j V_k e^{-j\delta_k} Y_{kk} e^{-j\gamma_{kk}}) + (\sum_{m \in k} Y_{km} e^{-j\delta_{km}} V_m e^{-j\delta_m}) (j V_k e^{j\delta_k}).$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} + \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} &= -j V_k^2 Y_{kk} e^{-j\gamma_{kk}} + j (P_k + j Q_k) \\
&= -j V_k^2 (G_{kk} - j B_{kk}) + j (P_k + j Q_k) \\
&= -j V_k^2 G_{kk} - V_k^2 B_{kk} + j P_k - Q_k \\
&= -V_k^2 B_{kk} - Q_k + j (P_k - V_k^2 G_{kk})
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -V_k^2 B_{kk} - Q_k$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = P_k - V_k^2 G_{kk}$$

ahora derivando  $\hat{S}_k$  con respecto a  $\delta_m$

$$\hat{S}_k = V_k e^{j\delta_k} \sum_{mek} Y_{km} e^{-j\gamma_{km}} V_m e^{-j\delta_m}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \hat{S}_k}{\partial \delta_m} &= \frac{\partial}{\partial \delta_m} (V_k e^{j\delta_k}) (Y_{km} e^{-j\gamma_{km}} V_m e^{-j\delta_m}) \\
&= V_k e^{j\delta_k} (-j V_m e^{-j\delta_m}) (G_{km} - j B_{km})
\end{aligned}$$

como

$$V_k = e_k + j f_k = V_k e^{j\delta_k}$$

$$\frac{\partial \hat{S}_k}{\partial \delta_m} = -j (e_k + j f_k) (a_m - j b_m) =$$

$$= -j [e_k a_m + f_k b_m] + j [f_k a_m - e_k b_m]$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_m} = a_m f_k - b_m e_k : \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_m} = -a_m e_k - b_m f_k$$

Hallando ahora las derivadas de  $S_k$  con respecto a la magnitud del voltaje.

$$\frac{\partial \hat{S}_k}{\partial V_k} = \frac{\partial}{\partial V_k} [(V_k e^{j\delta k}) (Y_{kk} e^{-j\gamma k k} V_k e^{-j\delta k} + \sum_{m \neq k} Y_{km} e^{-j\delta k m} V_m e^{-j\delta m})]$$

$$= (V_k e^{j\delta k}) (Y_{kk} e^{-j\gamma k k} e^{-j\delta k}) + (\sum_{m \neq k} Y_{km} e^{-j\delta k m} V_m e^{-j\delta m}) (e^{j\delta k})$$

$$= V_k (G_{kk} - j B_{kk}) + e^{j\delta k} \sum_{m \neq k} \hat{Y}_{km}^* V_m^*$$

multiplicando por  $\frac{V_k}{V_k}$

$$\frac{\partial \hat{S}_k}{\partial V_k} V_k = V_k^2 (G_{kk} - j B_{kk}) + (P_k + j Q_k)$$

$$= V_k^2 G_{kk} + P_k + j(-V_k^2 B_{kk} + Q_k)$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_k} V_k = P_k + V_k^2 G_{kk}$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} V_k = Q_k - V_k^2 B_{kk}$$

para eliminar  $V_k$  en el lado izquierdo de ambas ecuaciones debe usarse

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_k} V_k \left( \frac{\Delta V_k}{V_k} \right) = \Delta P_k \quad \text{y lo mismo en } \Delta Q_k$$

ahora derivando  $S_k$  con respecto a  $V_m$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{S}_k}{\partial V_m} &= \frac{\partial}{\partial V_m} \left( V_k e^{j\delta_k} \sum_{m \in k} Y_{km} e^{-j\gamma_{km}} V_m e^{-j\delta_m} \right) \\ &= V_k e^{j\delta_k} (Y_{km} e^{-j\gamma_{km}}) (e^{-j\delta_m}) \end{aligned}$$

multiplicando por  $\frac{V_m}{V_m}$

$$= (e_k + j f_k) (G_{km} - j B_{km}) (e_m - j b_m)$$

$$= (e_k + j f_k) (a - j b)$$

$$= (e_k a_m + f_k b_m + i (f_k a_m - e_k b_m))$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial V_m} V_m = a_m e_k + b_m f_k$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_m} V_m = a_m f_k - b_m e_k$$

entonces las expresiones para el Jacobiano son:

$$a_m - j b_m = Y_{km}^* V_{km} = (G_{km} - j B_{km}) (e_m - j f_m)$$

$$H_{km} = \frac{\partial P_{\text{calc } k}}{\partial \delta_m}$$

$$N_{km} = V_m \frac{\partial P_{\text{calc } k}}{\partial V_m}$$

$$J_{km} = \frac{\partial Q_{\text{calc } k}}{\partial \delta_m}$$

$$L_{km} = V_m \frac{\partial Q_{\text{calc } k}}{\partial V_m}$$

para  $m \neq k$

$$H_{km} = L_{km} = a_m f_k - b_m e_k$$

$$N_{km} = -J_{km} = a_m e_k + b_m e_k$$

si

$$P_{\text{calc}} = e_k \Sigma a_m + f_k \Sigma b_m$$

$$Q_{\text{calc}} = f_k \Sigma a_m + e_k \Sigma b_m$$

para  $m=k$

$$H_{kk} = -Q_{\text{calc } k} - B_{kk} V_k^2 \quad L_{kk} = Q_{\text{calc } k} - B_{kk} V_k^2$$

$$N_{kk} = P_{\text{calc } k} - G_{kk} V_k^2 \quad J_{kk} = P_{\text{calc } k} - G_{kk} V_k^2$$

donde

$$\Delta P_k = P_{\text{neta } k} - P_{\text{calc } k}$$

$$\Delta Q_k = Q_{\text{neta } k} - Q_{\text{calc } k}$$

para la  $Q_{\text{neta}}$ ,  $P_{\text{neta}}$

$$P_{\text{neta}} = (a e_m + b f_m) S_{\text{base}} \quad [W]$$

$$Q_{\text{neta}} = (a f_m - b e_m) S_{\text{base}} \quad [\text{VAR}]$$

donde



$V_m = e_m + f_m$  que son los voltajes de los nodos de

$V_n = e_n + f_m$  la línea a tratar

$$a = \frac{(e_m - e_n) R + (f_m - f_n) X}{R^2 + X^2} - Yf_m$$

$$b = \frac{(f_m - f_n) R + (e_m - e_n) X}{R^2 + X^2} + Ye_m$$

$$I_{mn} = a + b_i$$

## CAPITULO V

### Método de factorización triangular Low-Upper

Para resolver el problema de flujos de potencia, nosotros obtenemos un sistema de ecuaciones simultáneas no lineales de la forma  $Ax=b$  donde  $A$  es una matriz cuadrada, esparsa y estructuralmente simétrica.

Utilizando la factorización triangular la solución del sistema será:  $A=LU$  entonces  $LUx=b$  si llamamos  $Ux=y$  y sustituimos  $Ly=b$ .

Existen grandes ventajas al utilizar el método  $LU$ , como es el obtener el Jacobiano completo, lo cuál significa que se puede transponer, invertir y usar repetidamente en varias iteraciones. Otra alternativa sería utilizar el método de eliminación Gaussiana, con este método para obtener  $A^{-1}$  se necesitan  $n^3$  operaciones (donde  $n$  es el número de nodos) y con respecto a la factorización  $LU$  se requieren  $(n^3-n)/2$  operaciones.

La factorización triangular es más eficiente que la inversión de matrices ya que presenta importantes ventajas computacionales

como son mayor velocidad, menores requerimientos de memoria y reduce el error de redondeo.

El método LU consiste de dos partes

- 1) Un esquema de ordenamiento de las operaciones que tiendan a conservar la esparsidad del sistema original.
- 2) Un esquema de reordenamiento de operaciones de descomposición triangular tal, que la repetición de soluciones directas basadas de la matriz pueden ser obtenidas sin repetir la triangularización.

Como se mencionó anteriormente la matriz A es una matriz de coeficientes esparsidos o sea que la mayoría de los elementos de la matriz son ceros, en la factorización triangular se aprovecha la esparsidad para reducir el tiempo de computación ya que omite completamente las operaciones triviales y conserva la estructura de la matriz original.

$$A = \begin{bmatrix} X & X & & & \\ & X & X & X & \\ & & X & X & X \\ & & & X & X & X \\ & & & & X & X \end{bmatrix}$$

y podemos mostrar que

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} X & X & X & X & X \\ & X & X & X & X \\ & & X & X & X \\ & & & X & X \\ & & & & X & X \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} X & & & & & \\ X & X & & & & \\ & X & X & & & \\ & & X & X & & \\ & & & X & X & \\ & & & & X & X \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 1 & X & & & & \\ & 1 & X & & & \\ & & 1 & X & & \\ & & & 1 & X & \\ & & & & 1 & X \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Un punto importante del método, es que dada la matriz A esparsida mantenga su esparsidad lo más posible.

Al utilizar la triangularización es importante impedir o reducir la destrucción de ceros, esto lo logramos haciendo una conveniente permutación de renglones y columnas de la matriz A.

Es necesario determinar con exactitud en que lugar será destruido el cero, para que este sea almacenado en la computadora, ya que posteriormente con el proceso de la triangularización se creará en un nuevo elemento.

Para determinar este número y lugar de ceros destruidos se introduce el concepto de la matriz Q donde:

$$Q = L + (U-1) \quad \text{y} \quad A = LU$$

y siempre que  $a_{ij} = 0$  pero  $q_{ij} \neq 0$  entonces se dice que el cero fue destruido.

En las figuras que siguen se muestra el proceso de determinar el número de ceros destruidos; donde el espacio en blanco ó 0 indican un elemento cero, una X indica un elemento no cero, (X) indican un elemento no cero creado en el proceso de la factorización (cero destruido).

Como observamos en el ejemplo tres son destruidos totalmente los ceros, sin embargo, en el segundo ejemplo ningún cero fue destruido por lo que se deberá reordenar o permutar los renglones y las columnas de tal forma que la estructura de la matriz se asemeje al segundo ejemplo.

$$A_1 = \begin{bmatrix} X & X & 0 & X & 0 \\ X & X & 0 & 0 & X \\ 0 & 0 & X & X & 0 \\ X & 0 & X & X & X \\ 0 & X & 0 & X & X \end{bmatrix} \quad Q_1 = \begin{bmatrix} X & X & 0 & X & 0 \\ X & X & 0 & \textcircled{X} & X \\ 0 & 0 & X & X & 0 \\ X & \textcircled{X} & X & X & X \\ X & X & 0 & X & X \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} X & & & & X \\ & X & & & X \\ & & X & & X \\ & & & X & X \\ X & X & X & X & X \end{bmatrix} \quad Q_2 = \begin{bmatrix} X & & & & X \\ & X & & & X \\ & & X & & X \\ & & & X & X \\ X & X & X & X & X \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} X & X & X & X & X \\ X & X & & & \\ X & X & & & \\ X & & X & & \\ X & & & X & \end{bmatrix} \quad Q_3 = \begin{bmatrix} X & X & X & X & X \\ X & X & \textcircled{X} & \textcircled{X} & \textcircled{X} \\ X & \textcircled{X} & X & \textcircled{X} & \textcircled{X} \\ X & \textcircled{X} & \textcircled{X} & X & \textcircled{X} \\ X & \textcircled{X} & \textcircled{X} & \textcircled{X} & X \end{bmatrix}$$

## CAPITULO VI

## Uso y guía del programa

El programa fue implementado en la computadora PDP dual 11/77RSTS/E pero ahora se encuentra almacenado en la computadora VAX del CECAFI como un programa de biblioteca; el programa se basa en una esparsidad típica de 3.5% y puede manejar sistemas eléctricos con 40 nodos y 50 líneas con generadores, pero esta dimensionalidad puede ser cambiada al aumentar las necesidades del usuario. Esto se logra gracias a las técnicas de esparsidad, ordenamiento óptico y factorización triangular.

El programa está integrado por las siguientes subrutinas.

- RENE 2. En este programa se lleva a cabo la determinación del ordenamiento óptimo de acuerdo al segundo esquema de ordenamiento.
- REORD: Esta subrutina ordena los nodos emisor y receptor de manera creciente dependiendo del número conectados a cada nodo.
- RENOP: Hace un recuento de líneas a nodos interconectados, elimina el nodo compensador después los de una sola línea y así sucesivamente.
- RENUM: Clasifica a los nodos dependiendo si se pueden reenumerar o no.
- INSER 2: En esta subrutina se agregan los elementos creados por el reordenamiento.
- LEE: Lectura de datos y chequeo de errores de entrada.

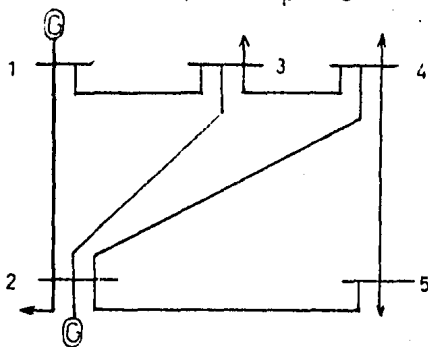
- YBUS: Subrutina para la formación armando y empaquetamiento de la matriz y bus y ajuste de impedancia, por taps de transformadores fuera de tap nominal.
- SCRIBE: Impresión de valores de los datos, reenumeración y matriz y bus.
- ARMA: Armado del Jacobiano con sus apuntadores y su cálculo de acuerdo al método Newton-Raphson.
- LUFAC~~T~~-SOLU: Triangularización del Jacobiano de flujos y su descomposición en una matriz triangular inferior y superior. En base a técnicas de esparsidad  
 $Ax = b$              $Lux = b$   
 La matriz de entrada puede ser la matriz aumentada.
- ACTUAL: Cálculo de los errores P y Q y deja preparada la información a las funciones que requieren el Jacobiano actualizado.
- VIGILA: Vigila los nodos de generación en los cuales la potencia reactiva haya aumentado entonces estos se convierten en nodos de carga.
- FLULIN: Donde se da el formato y resultados totales.

#### CONCLUSIONES

Las pérdidas en transmisión son aproximadamente el 4% de la energía, un sistema de potencia que tenga varios generadores y suministre energía a un gran número de consumidores en un territorio amplio utiliza múltiples líneas de transmisión para alcanzar la carga y por tanto utilizamos programas de flujos de potencia

para determinar, dependiendo de las condiciones de carga la potencia activa y reactiva que debe ser inyectada a la red para tener la operación más eficiente: la presente tesis consistió en desarrollar un programa de computadora que resuelve el problema de flujos por el método de Newton-Raphson y la triangularización low-upper donde se aprovecha la esparsidad de las matrices y un ordenamiento óptimo que reduce el tiempo de computadora.

## ejemplo



con el circuito anterior, calcular los flujos de potencia, donde la transmisión de impedancias de línea y las admitancias de carga en por unidad con una base de 100,000 KVA son dadas en la Tabla I. En la Tabla II se asume de cada nodo. La generación, la carga y el voltaje en por unidad.

TABLA I

NODO P-Q	IMPEDANCIAS $Z_{pq}$	LINEA DE CARGA $Y_{pq}/2$
1-2	$0.02 + i 0.06$	$0.0 + j 0.030$
1-3	$0.03 + i 0.24$	$0.0 + j 0.025$
2-3	$0.06 + i 0.18$	$0.0 + j 0.020$
2-4	$0.06 + i 0.18$	$0.0 + j 0.020$
2-5	$0.04 + i 0.12$	$0.0 + j 0.015$
3-4	$0.01 + i 0.03$	$0.0 + j 0.010$
4-5	$0.08 + i 0.24$	$0.0 + j 0.025$



TABLA II

NODO P	VOLTAJE NODAL ASUMIDO	GENERACION		CARGA	
		MEGAWATTS	MEGAVARS	MEGAWATTS	MEGAVARS
1	1.06 + j 0.0	0	0	0	0
2	1.0 + j 0.0	40	30	20	10
3	1.0 + j 0.0	0	0	45	15
4	1.0 + j 0.0	0	0	40	5
5	1.0 + j 0.0	0	0	60	10



BASE DE DATOS DE VALORES (15.0)

NÚMERO DE PÓLOS 5  
 NÚMERO DE LINEAS 7  
 TIPO CONECTOR 1 NORTH  
 NÚMERO MÁXIMO DE ITERACIONES 20  
 TOLERANCIA EN DESAJUSTE DE POT. REAL 0.00100 (P.U.)  
 TOLERANCIA EN DESAJUSTE DE POT. REACT. 0.00100 (P.U.)  
 POTENCIA BASE 100.00 MVA

DATOS DE LINEAS (P.U.)

LINEA	DE	A	DE	IMPEDANCIA SERIE	Y/2
1	NORTH		SOUTH	0.02000	0.06000
2	NORTH		LOAD	0.00000	0.24000
3	NORTH		LOAD	0.00000	0.15000
4	SOUTH		LOAD	0.02000	0.12000
5	SOUTH		LOAD	0.00000	0.12000
6	LOAD		LOAD	0.01000	0.00000
7	LOAD		LOAD	0.00000	0.00000

DATA FOR PRINTING

DATE: 10/10/77  
 TIME: 10:10  
 PAGE: 1  
 OF: 1

1 000 1 1 000 1 000  
 1 000 1 1 000 1 000

1 000 1 1 000 1 000

1954-55 EXPENDITURE FOR THE OFFICE OF THE COMMISSIONER (1954-55)

1	12,831	1	12,831
2	5,000	2	10,000
3	3,000	3	9,000
4	3,000	4	12,000
5	3,000	5	15,000
6	3,000	6	18,000
7	3,000	7	21,000
8	3,000	8	24,000
9	3,000	9	27,000
10	3,000	10	30,000
11	3,000	11	33,000
12	3,000	12	36,000
13	3,000	13	39,000
14	3,000	14	42,000
15	3,000	15	45,000
16	3,000	16	48,000
17	3,000	17	51,000
18	3,000	18	54,000
19	3,000	19	57,000
20	3,000	20	60,000
21	3,000	21	63,000
22	3,000	22	66,000
23	3,000	23	69,000
24	3,000	24	72,000
25	3,000	25	75,000
26	3,000	26	78,000
27	3,000	27	81,000
28	3,000	28	84,000
29	3,000	29	87,000
30	3,000	30	90,000
31	3,000	31	93,000
32	3,000	32	96,000
33	3,000	33	99,000
34	3,000	34	102,000
35	3,000	35	105,000
36	3,000	36	108,000
37	3,000	37	111,000
38	3,000	38	114,000
39	3,000	39	117,000
40	3,000	40	120,000
41	3,000	41	123,000
42	3,000	42	126,000
43	3,000	43	129,000
44	3,000	44	132,000
45	3,000	45	135,000
46	3,000	46	138,000
47	3,000	47	141,000
48	3,000	48	144,000
49	3,000	49	147,000
50	3,000	50	150,000
51	3,000	51	153,000
52	3,000	52	156,000
53	3,000	53	159,000
54	3,000	54	162,000
55	3,000	55	165,000
56	3,000	56	168,000
57	3,000	57	171,000
58	3,000	58	174,000
59	3,000	59	177,000
60	3,000	60	180,000
61	3,000	61	183,000
62	3,000	62	186,000
63	3,000	63	189,000
64	3,000	64	192,000
65	3,000	65	195,000
66	3,000	66	198,000
67	3,000	67	201,000
68	3,000	68	204,000
69	3,000	69	207,000
70	3,000	70	210,000
71	3,000	71	213,000
72	3,000	72	216,000
73	3,000	73	219,000
74	3,000	74	222,000
75	3,000	75	225,000
76	3,000	76	228,000
77	3,000	77	231,000
78	3,000	78	234,000
79	3,000	79	237,000
80	3,000	80	240,000
81	3,000	81	243,000
82	3,000	82	246,000
83	3,000	83	249,000
84	3,000	84	252,000
85	3,000	85	255,000
86	3,000	86	258,000
87	3,000	87	261,000
88	3,000	88	264,000
89	3,000	89	267,000
90	3,000	90	270,000
91	3,000	91	273,000
92	3,000	92	276,000
93	3,000	93	279,000
94	3,000	94	282,000
95	3,000	95	285,000
96	3,000	96	288,000
97	3,000	97	291,000
98	3,000	98	294,000
99	3,000	99	297,000
100	3,000	100	300,000

1 12,831  
 2 5,000  
 3 3,000  
 4 3,000  
 5 3,000  
 6 3,000  
 7 3,000  
 8 3,000  
 9 3,000  
 10 3,000  
 11 3,000  
 12 3,000  
 13 3,000  
 14 3,000  
 15 3,000  
 16 3,000  
 17 3,000  
 18 3,000  
 19 3,000  
 20 3,000  
 21 3,000  
 22 3,000  
 23 3,000  
 24 3,000  
 25 3,000  
 26 3,000  
 27 3,000  
 28 3,000  
 29 3,000  
 30 3,000  
 31 3,000  
 32 3,000  
 33 3,000  
 34 3,000  
 35 3,000  
 36 3,000  
 37 3,000  
 38 3,000  
 39 3,000  
 40 3,000  
 41 3,000  
 42 3,000  
 43 3,000  
 44 3,000  
 45 3,000  
 46 3,000  
 47 3,000  
 48 3,000  
 49 3,000  
 50 3,000  
 51 3,000  
 52 3,000  
 53 3,000  
 54 3,000  
 55 3,000  
 56 3,000  
 57 3,000  
 58 3,000  
 59 3,000  
 60 3,000  
 61 3,000  
 62 3,000  
 63 3,000  
 64 3,000  
 65 3,000  
 66 3,000  
 67 3,000  
 68 3,000  
 69 3,000  
 70 3,000  
 71 3,000  
 72 3,000  
 73 3,000  
 74 3,000  
 75 3,000  
 76 3,000  
 77 3,000  
 78 3,000  
 79 3,000  
 80 3,000  
 81 3,000  
 82 3,000  
 83 3,000  
 84 3,000  
 85 3,000  
 86 3,000  
 87 3,000  
 88 3,000  
 89 3,000  
 90 3,000  
 91 3,000  
 92 3,000  
 93 3,000  
 94 3,000  
 95 3,000  
 96 3,000  
 97 3,000  
 98 3,000  
 99 3,000  
 100 3,000

1 12,831  
 2 5,000  
 3 3,000  
 4 3,000  
 5 3,000  
 6 3,000  
 7 3,000  
 8 3,000  
 9 3,000  
 10 3,000  
 11 3,000  
 12 3,000  
 13 3,000  
 14 3,000  
 15 3,000  
 16 3,000  
 17 3,000  
 18 3,000  
 19 3,000  
 20 3,000  
 21 3,000  
 22 3,000  
 23 3,000  
 24 3,000  
 25 3,000  
 26 3,000  
 27 3,000  
 28 3,000  
 29 3,000  
 30 3,000  
 31 3,000  
 32 3,000  
 33 3,000  
 34 3,000  
 35 3,000  
 36 3,000  
 37 3,000  
 38 3,000  
 39 3,000  
 40 3,000  
 41 3,000  
 42 3,000  
 43 3,000  
 44 3,000  
 45 3,000  
 46 3,000  
 47 3,000  
 48 3,000  
 49 3,000  
 50 3,000  
 51 3,000  
 52 3,000  
 53 3,000  
 54 3,000  
 55 3,000  
 56 3,000  
 57 3,000  
 58 3,000  
 59 3,000  
 60 3,000  
 61 3,000  
 62 3,000  
 63 3,000  
 64 3,000  
 65 3,000  
 66 3,000  
 67 3,000  
 68 3,000  
 69 3,000  
 70 3,000  
 71 3,000  
 72 3,000  
 73 3,000  
 74 3,000  
 75 3,000  
 76 3,000  
 77 3,000  
 78 3,000  
 79 3,000  
 80 3,000  
 81 3,000  
 82 3,000  
 83 3,000  
 84 3,000  
 85 3,000  
 86 3,000  
 87 3,000  
 88 3,000  
 89 3,000  
 90 3,000  
 91 3,000  
 92 3,000  
 93 3,000  
 94 3,000  
 95 3,000  
 96 3,000  
 97 3,000  
 98 3,000  
 99 3,000  
 100 3,000





## A P E N D I C E













```

SUBROUTINE REROUT
COMMON/GEAL/NO,NI,NCORP
COMMON/COMFC/NOOFF(41),IOR(101),IUC(150)
COMMON/COMEG/ORDER(40),NODE(40),ITA(20),LOAD,IR,RETFOT
COMMON/LSER/LINK(150),IRI,IC,DED

```

```

C
C
C
10
C
20
30
C
C
C
40
50
C
C
C
55
60
70
C
C
80
90
C
100

```

```

INTEGER REWTOI
SLIGHTLY EQUIVA DE ORDERASIENTO
DO 10 I=1,ND
  NODE(I)=1
  ORDER(I)=1
  LOAD=1
  KLOAD=1
  ELIMINA EL NODO COMPENSADOR SI SE DEBEA
  IF(UCORP.EQ.0)GO TO 20
  IORCOMP
  KLOAD=2
  GO TO 55
  ELIMINA LOS NODOS CON UNA SOLA LINEA CONECTADA
  DO 30 I=KLOAD,NO
    IR=ORDER(I)
    IF(LUMOFF(IR).EQ.1)CALL REWOC
    IF(REFTOT.EQ.1)RETURN
  KLOAD=1
  EN ESTE PUNTO YA NO EXISTEN NODOS CON UNA SOLA LINEA, Y
  SI APARECERAN DURANTE LA REGENERACION, LOS ELIMINARIA
  INMEDIATAMENTE
  MIN=100
  DO 50 I=LOAD,NO
    J=ORDER(I)
    IF(SUMOFF(J).GE.MIN)GO TO 50
    MIN=SUMOFF(J)
    IR=J
  CONTINUE
  EN ESTE PUNTO SE DISPONE A ELIMINAR A 'IR' BUSCA LOS NODOS
  QUE ESTEN CONECTADOS A 'IR' Y QUE TODAVIA NO SE HAYAN
  ELIMINADO, ALMACENARLOS EN ITA(), USA LA ESTRUCTURA DE
  LISTAS A TRAVES DE LINK().
  ICT=IR(LINK)
  IOR=0
  IC=ITABS(IUC(ICT))
  IF(ORDER(IC).LT.LOAD)GO TO 70
  NUMCORP=1
  ITA(NUM)=IC
  IC=LINK(ICT)
  IF(ICI.NE.0)GO TO 60
  IF(NUM.EQ.1)GO TO 100
  INSERIA LOS ELEMENTOS QUE SE GENEREN ENTRE LOS
  NODOS EN ITA()
  DO 90 J=1,NUM-1
    IRTE=ITA(J)
    DO 90 J=1,NUM
      IC=ITA(J)
      ICT=IR(LINK)
      IF(ICI.EQ.ITABS(IUC(ICT)))GO TO 90
      ICT=LINK(ICT)
      IF(ICI.NE.0)GO TO 80
      CALL INSER2
  CONTINUE
  YA INSERTADOS LOS NUEVOS ELEMENTOS REGENERAR A 'IR'
  CALL REWOC
  IF(REFTOT.EQ.1)RETURN

```









```

C04G00/GPAL/NO,NO,MS1,NT,NT,DEBA,OCOMP,01101,ICAMB,DED
COMMON/0117(10),0(30),101(30),01130,0110(30),0110(30)
COMMON/CONV/SAR1,F,PI00,0101,11000,50ACT
COMMON/CONV/DE(50),AN(50),J0K(31),T0C(200),IAP(200),G10E(200)
COMMON/2/ABR/RE(5),A(50),1000,IAE(15),ABR(5),E1R(50)
COMMON/100/G(150),0(150)
COMMON/1000/NODE(30),TURBE(30),011P0(30)
COMMON/REA/UREA(15),SH0R(15)
COMMON/VAL1/VR(30),V1(30),KCOB(30),V00G(30)
COMMON/04/0H1(3),0H0C(30),T11(2,10)
COMMON/06/FORUS(100),010(50),DS(50),DPACK(300),
1 DPACK(100),ACOB(300),NODE,PI
11TEGEK UNK0A1,UCOB
REAL DPACK
READ*8 UN04,11P
2 FORMAT(10X,'A QUE VALOR SE ACTIVAN LOS LIMITESZ (P.0.77(EB,3))')
5 FORMAT(16.3)
ICAMB=1
CALL DEE
TYPE 2
ACCEPT 5,RELI0
CALL TBUS
CALL SC10E
ITER=1
IF(DIRREA,NO,0)GO TO 20
10 TYPE 10
20 FORMAT(10X,'REACTIVOS DESACTIVADOS')
CALL ARMA
IF(ICAMB,NO,0)GO TO 25
IF(KCOB(1),EQ,0)GO TO 100
25 IF(DIRREA,EQ,0)GO TO 40
A=0.0
DO 30 I=1,NO0DE
30 IF(ABS(DS(1)).GT.A)A=ABS(DS(1))
40 CALL DIFACT
CALL D01V
CALL ACTUAL
ICAMB=0
IF(DIRREA,EQ,0)GO TO 50
IF(A,GT,RELI)GO TO 50
CALL VIGIA
50 ITER=ITER+1
IF(ITER,LE,MAXIT)GO TO 20
TYPE 60,PAK1
60 FORMAT(10X,'CONVERGENCIA NO OBTENIDA EN 14,2X,'11ERAC.')
```



```

SUBROUTINE DEL
COMMON/GRAL/ND,ND,NLSIRIM,NIF,NREA,NCOMP,NL101
COMMON/PUTI/PI(30),GI(30),PD(30),NDI(30),GMIN(30),GMAX(30)
COMMON/COMI/MAKIT,PIUL,GTUL,BIMREA,SBASE
COMMON/COLE/ZE(60),Z(60),Y(60),IUC(200),TAP(200),ANG(200)
COMMON/VALOR/X(60),Y(60),Y(60),TAP(15),ANG(5),NCIR(60)
COMMON/IBO/G(150),H(150)
COMMON/NOO/NODE(30),IORDER(30),NTIPU(30)
COMMON/REAZ/REAZ(15),SROU(15)
COMMON/VOLT/VR(30),V(30),NCIR(30),VMAG(30),ETA(30)
COMMON/NOI/ONI(3),NNOI(30),I1I(2,10)
REAL*8 NNOI,I1I
DATA KAG/57.295/4/
TYPE 10
10  FORMAT(5X,'DAME NUMBRE DEL ARCHIVO DE CONEX.REMOR.')
```

1 OPEN(UNIT=1,FILE='SIE01.DAT',STATUS='OLD',  
REC=2,RECORD TYPE='VARIABLE')

C ----- LLAMA A LOS DATOS -----

```

11  IREC=1
    READ(1,11)ND,NL101
    FORMAT(2I1)
    DO 20 I=1,ND+1
20  READ(1,11)IUC(I),IUC(I)
    IF((NB+2).GT.NL101)GO TO 35
    DO 30 I=NB+2,NL101
30  READ(1,11)IUC(I)
    DO 40 I=1,NB
40  READ(1,11)NODE(I),IORDER(I)
    CALL CLOSE(1)
    TYPE 50
50  FORMAT(5X,'DAME NUMBRE DE ARCHIVO DE VALORES')
```

1 OPEN(UNIT=1,FILE='SIE01.DAT',STATUS='OLD',  
REC=2,RECORD TYPE='VARIABLE')

C ----- LLAMA A LOS DATOS -----

```

60  READ(5,60)ND,NL,NCOMP,BIMREA
    FORMAT(4I2)
    NCOMP=NODE(NCOMP)
    DO 70 I=1,NL
70  READ(2,60)K
    NK(I)=NODE(K)
80  FORMAT(2I2)
    READ(5,60)NIF,NIF,NREA
    NLSI=NL-NIF-NIF
    READ(2,90)MAKIT,PIUL,GTUL,SBASE
90  FORMAT(12,2F7.5,F7.2)
    DO 100 I=1,NH
100 READ(5,110)X(I),Y(I),NCIR(I)
110  FORMAT(3F8.5,1I)
    IF(NIF.EQ.0)GO TO 140
    DO 120 I=1,NIF
120 READ(5,130)TAP(I)
130  FORMAT(F8.5)
140  IF(GTF.EQ.0)GO TO 170
    DO 150 I=1,NIF
150  READ(5,160)TAP(14+I),ANG(I)
160  ANG(I)=ANG(I)/ANG
170  FORMAT(F8.5,F2.2)
    IF(BREA.EV.0)GO TO 200
    DO 180 I=1,BREA
```



-----  
 SUBROUTINA PARA EL ARREGLO Y EMPAQUETAMIENTO DE LA MATRIZ  
 YBUS

-----  
 SUBROUTINE YBUS

COMMON/CPAL/JD,RL,NGST,NFR,NFF,AREA,NCOMP,NCIOT,ICANN,LEL  
 COMMON/COV/VA,XT,P10L,OTUL,IMREA,SBASE  
 COMMON/CUSEC/DE(60),NR(60),LUC(31),IUC(200),IAP(200),LINE(200)  
 COMMON/VALR/R(60),X(60),Y(60),TAP(15),ANG(5),NCIR(60)  
 COMMON/ADN/ADN(30),LORDER(30),ATIPO(30)  
 COMMON/ABD/A(150),B(150)  
 COMMON/REA/REA(15),SDUNT(15)  
 DATA PAG/57.2957#

-----  
 FINE CEROS INICIALMENTE

DO 20 I=1,150  
 G(I)=0.0  
 H(I)=0.0  
 20 LINE(I)=0  
 DO 30 J=151,200  
 30 LINE(I)=0  
 LLO=NB+1

-----  
 CONSTITUYE EL ARREGLO IAP()

DO 60 I=1,NI,TOT  
 IF(LUC(I).LT.0)GO TO 50  
 TAP(I)=LED  
 LED=LEDT+1  
 GO TO 60  
 50 IUC(I)=-IUC(I)  
 IAP(I)=0

CONTINUE

-----  
 INCORPORA TODOS LOS VALORES A YBUS INICIALMENTE,  
 DESPUES HACE LAS CORRECCIONES DEVIDAS A TRANSFORMADORES.

DO 180 I=1,NL  
 L=NE(I)  
 A=NR(I)  
 IF(NCIR(I).EQ.0)GO TO 150  
 DEN=NR(I)\*\*2+X(I)\*\*2  
 Y1=-R(I)/DEN  
 Y2=A(I)/DEN  
 A=Y(I)  
 IF(NCIR(I).EQ.0)GO TO 150  
 C=FLUAT(NCIR(I))  
 Y1=Y1+C  
 Y2=Y2+C  
 A=A+C

150 DO 175 J=1,2  
 K=LOR(L)  
 160 IF(IUC(K).EQ.0)GO TO 170  
 K=K+1  
 GO TO 160  
 170 LINE(K)=I  
 IF(NCIR(K).EQ.0)GO TO 172  
 G(IAP(K))=Y1  
 G(L)=G(L)-Y1  
 H(IAP(K))=Y2





## SUBROUTINE SCRIBE

COMMON/GRAB/GB, NB, NLT, NLT2, NTF, NREA, NCOMP, NIPOT  
 COMMON/FOI/F(30), Q(30), PD(30), QD(30), QMIN(30), QMAX(30)  
 COMMON/CONV/NAKT, PIUL, GIUL, GIMFA, SBASE

COMMON/CONV/NAKT(60), PIUL(60), GIUL(60), GIMFA(200),  
 SBASE(200), LINE(200)

```

1  TAP(200), LINE(200)
COMMON/VALOR/K(60), A(60), T(60), TAP(15), ANG(5), NCIR(60)
COMMON/IND/G(150), R(150)
COMMON/ORD/ORDR(30), IORDER(30), NIPO(30)
COMMON/REA/REACT(15), NMOD(15)
COMMON/VAL/PUR(30), V(130), KCOB(30)
COMMON/ORD/ORDR(30), NMOD(30), P(12,10)
REAL*8 NMOD, IIT
DATA KAL/57.29578/
DIMENSION NMOD(12), NMOD2(12)
TYPE 10
FORMAT(/5A, 'DESEAS IMPRESION DE VALORES (1,0)')
ACCEPT 20,1
FORMAT(11)
IF(1.EQ.0)GO TO 240
TYPE 27
DO 25 J=1,2
TYPE 28,111(1,J),J=1,10
FORMAT(///)
FORMAT(5X,10A/)
TYPE 30,ON,NLST,IORDER(NCOMP),NMOD(NCOMP)
FORMAT(/10X, 'NUMERO DE MODOS',15, //10X
30 1 'NUMERO DE LINEAS',14, //10X, 'MODO COMPENSADOR',13,3A,A7/)
TYPE 40,NAKT,PIUL,GIUL,GIMFA,SBASE,ORD(13)
FORMAT(10X, 'NUMERO MAXIMO DE ITERACIONES',14, //10X,
40 1 'TOLERANCIA EN DESAJUSTE DE POT.REACT',5A,F7.5, '(P.0)', //10X,
2 'TOLERANCIA EN DESAJUSTE DE POT.REACT',3X,F7.5, '(P.0)', //10X,
3 'TOLERANCIA BASE',3X,F7.7,2X,A3/)
IF(GIMFA.EQ.0)GO TO 46
TYPE 44
FORMAT(/10X, 'REACTIVOS DESACTIVADOS')
44 1
46 TYPE 50
FORMAT(///,T20, 'D A T O S D E L I N E A S (P.0)',
50 1 //14, 'MOD',110, 'MODU',116, 'A',119, 'MODU',130, 'IMPEDANCIA SERIA',
2 T54,1, /2, T62, 'NCIA')
DO 60 I=1, NMOD
J=NE(I)
K=NR(I)
60 TYPE 70,1, NMOD(I), NMOD(K), R(1), A(1), T(1), NCIR(1)
70 1
FORMAT(14,13,2(2X,A/),2A,2(3X,F8.5),150,F8.5,10A,11)
IF(GIMFA.EQ.0)GO TO 110
TYPE 80
FORMAT(4/, T20, 'DATOS DE TRANSFORMADORES DE MAGNITUD', //,
80 1 T4, 'MODU',110, 'A',113, 'MODU',124, 'IMPEDANCIA (P)',151,
2 'TAP',158, 'NCIR'/14, 'ALTA',113, 'BAJA'/)
DO 90 I=1, NTR
J=1+NLST
K=NR(J)
L=NR(J)
90 TYPE 100, NMOD(I), NMOD(L), R(J), X(J), TAP(1), NCIR(J)
100 1
FORMAT(12(2X,A/),2A,2(3X,F8.5),T48,F8.5,160,11)
110 IF(NTF.EQ.0)GO TO 150
TYPE 120
FORMAT(4/, T20, 'DATOS DE TRANSFORMADORES DEFASADOS', //,
120 1 T4, 'MODU',110, 'A',113, 'MODU',124, 'IMPEDANCIA (P)',151,
2 'TAP',162, 'ANG(GRADOS)',178, 'NCIR'/14, 'ALTA',113, 'BAJA'/)

```



```

J=0.5+0.1n
DO 130 I=1,NIF
  J=0.1
  N=INT(J)
  I=INT(J)
130  TYPE 140,IRON(I),IRON(I),R(I),A(I),IAP(I+0.1N),AGG(I)*RAG,
    UC(I),J)
140  FORMAT(2I2A,A7),2A,2(3A,F8.5),F4H,F8.5,F64,F5.2,F60,1F)
150  IF(CRCA,F0.0)GO TO 190
    TYPE 160,OH(2)
160  FORMAT(1(7),T20,'D A I O S D E R E A C I O N E S',//,
    T15,'.000',130,447)
    DO 170 J=1,NRCA
      J=NRCA(I)
      F=URRER(I)
170  TYPE 180,IRON(I),N,SHOR(I)+BASE
180  FORMAT(1I4,A7,2A,13,2B,F7.2)
190  TYPE 200,OH(1),OH(2),OH(1),OH(2),OH(1),OH(2)
200  FORMAT(1(7),T20,'D A T O S D E H O U O S',//,
    T4,'.000',T9,'.000000',T17,'.110',T26,'C A R G A',T44,
    T48,'.000',T55,'.000000',T62,'.000',T70,'.000',T78,
    T86,'.000',T95,'.000',T103,'.000',T111,'.000',T119,
    T127,'.000',T135,'.000',T143,'.000',T151,'.000',T159,
    T167,'.000',T175,'.000',T183,'.000',T191,'.000',T199,
    T207,'.000',T215,'.000',T223,'.000',T231,'.000',T239,
    T247,'.000',T255,'.000',T263,'.000',T271,'.000',T279,
    T287,'.000',T295,'.000',T303,'.000',T311,'.000',T319,
    T327,'.000',T335,'.000',T343,'.000',T351,'.000',T359,
    T367,'.000',T375,'.000',T383,'.000',T391,'.000',T399,
    T407,'.000',T415,'.000',T423,'.000',T431,'.000',T439,
    T447,'.000',T455,'.000',T463,'.000',T471,'.000',T479,
    T487,'.000',T495,'.000',T503,'.000',T511,'.000',T519,
    T527,'.000',T535,'.000',T543,'.000',T551,'.000',T559,
    T567,'.000',T575,'.000',T583,'.000',T591,'.000',T599,
    T607,'.000',T615,'.000',T623,'.000',T631,'.000',T639,
    T647,'.000',T655,'.000',T663,'.000',T671,'.000',T679,
    T687,'.000',T695,'.000',T703,'.000',T711,'.000',T719,
    T727,'.000',T735,'.000',T743,'.000',T751,'.000',T759,
    T767,'.000',T775,'.000',T783,'.000',T791,'.000',T799,
    T807,'.000',T815,'.000',T823,'.000',T831,'.000',T839,
    T847,'.000',T855,'.000',T863,'.000',T871,'.000',T879,
    T887,'.000',T895,'.000',T903,'.000',T911,'.000',T919,
    T927,'.000',T935,'.000',T943,'.000',T951,'.000',T959,
    T967,'.000',T975,'.000',T983,'.000',T991,'.000',T999,
    A=BASE
    DO 220 I=1,NH
      J=NRCA(I)
      IF(K1*PU(J),EQ.1)GO TO 210
      TYPE 230,1,IRON(J),H1*PU(J),PU(J)*A,OD(J)*A,VR(J),
      (H(J)+P(J))*A,OMH(J)*A,OMAX(J)*A
      GO TO 220
210  TYPE 240,1,IRON(J),H1*PU(J),PU(J)*A,OD(J)*A,VR(J)
220  CONTINUE
230  FORMAT(1I4,13,2X,A7,2X,11,2X,2(2A,F7.2),143,F5.3,15B,
    F7.2,F7.3,F7.2,F04,F7.2)
240  TYPE 250
250  FORMAT(75A,'DESEAS IMPRESION DE TUBOS ( APUNTO. (1,0)')
    ACCEPT 20,1
    IF(1.EQ.0)GO TO 300
    TYPE 260
260  FORMAT(3(7),5X,'LA MATRIZ TUBOS COMPACTADA CON NUEVA NUMER.ES:'
    //,2X,'.000',T11,'.000',T19,'.110',T26,'.000',T34,'.000',T42,
    T50,'.000',T58,'.000',T66,'.000',T74,'.000',T82,'.000',T90,
    T98,'.000',T106,'.000',T114,'.000',T122,'.000',T130,
    T138,'.000',T146,'.000',T154,'.000',T162,'.000',T170,
    T178,'.000',T186,'.000',T194,'.000',T202,'.000',T210,
    T218,'.000',T226,'.000',T234,'.000',T242,'.000',T250,
    T258,'.000',T266,'.000',T274,'.000',T282,'.000',T290,
    T298,'.000',T306,'.000',T314,'.000',T322,'.000',T330,
    T338,'.000',T346,'.000',T354,'.000',T362,'.000',T370,
    T378,'.000',T386,'.000',T394,'.000',T402,'.000',T410,
    T418,'.000',T426,'.000',T434,'.000',T442,'.000',T450,
    T458,'.000',T466,'.000',T474,'.000',T482,'.000',T490,
    T498,'.000',T506,'.000',T514,'.000',T522,'.000',T530,
    T538,'.000',T546,'.000',T554,'.000',T562,'.000',T570,
    T578,'.000',T586,'.000',T594,'.000',T602,'.000',T610,
    T618,'.000',T626,'.000',T634,'.000',T642,'.000',T650,
    T658,'.000',T666,'.000',T674,'.000',T682,'.000',T690,
    T698,'.000',T706,'.000',T714,'.000',T722,'.000',T730,
    T738,'.000',T746,'.000',T754,'.000',T762,'.000',T770,
    T778,'.000',T786,'.000',T794,'.000',T802,'.000',T810,
    T818,'.000',T826,'.000',T834,'.000',T842,'.000',T850,
    T858,'.000',T866,'.000',T874,'.000',T882,'.000',T890,
    T898,'.000',T906,'.000',T914,'.000',T922,'.000',T930,
    T938,'.000',T946,'.000',T954,'.000',T962,'.000',T970,
    T978,'.000',T986,'.000',T994,'.000',T999,
    DO 270 I=1,NH+1
270  TYPE 280,1,UC(I),IUC(I),IAP(I),LINE(I),1,G(I),D(I)
280  FORMAT(2A,3(13,5X),13,7X,13,5X,2(F11.5,3X))
    J=Z*NL+NH
    L=NL*IT
    N=J
    IF(L.GT.0)J=L
    IF((NH+2).GT.0)GO TO 305
    DO 290 I=NH+2,J
290  TYPE 300,IUC(I),IAP(I),LINE(I),1,G(I),D(I)
300  FORMAT(10X,2(13,5X),13,7X,13,5X,2(F11.5,3X))
305  IF(N.GE.0)GO TO 330
    DO 310 I=0+1,N
310  TYPE 320,IUC(I),IAP(I),LINE(I),1
320  FORMAT(10X,2(13,5X),13,7X,13)
    GO TO 360
330  IF(N.EQ.0)GO TO 360
    DO 340 I=0+1,N
340  TYPE 350,I,G(I),D(I)
350  FORMAT(36X,13,5X,2(F11.5,3X))

```

```

300 TYPE 370
370 FORMAT(7SA,'DESEAS IMPRESION DE VIEJA Y NUEVA MONED.(1,0)')
ACCEPT(20,1
IF(1,0,0)GO TO 410
WRITE(
DO 380 1=1,60
  100F=100F+1
  400F(100F)=100F(1)
  500F(2,100F)=1
  IF(100F,01,12)GO TO 380
  TYPE 390,500F2
  TYPE 400,500F
  100F=0
380 CONTINUE
TYPE 390,(500F2(1),1=1,100F)
TYPE 400,(500F(1),1=1,100F)
390 FORMAT(7SA,'MON. VIEJO',12(3X,12))
400 FORMAT(7SA,'MON. NUEVO',12(3X,12))
410 RETURN
END
C *****

```

```

SUBROUTINE AKKA
COMMON/GRAL/ND,NE,NBS1,VL,VE,VEA,VEOD,SGTOT
COMMON/CDI/ I(30),O(30),PB(30),ODI(30),GNT(30),GNAK(30)
COMMON/CDI/FAA1,F10H,PT0H,G1F,REA,OBAN1
COMMON/CDI/ZE(160),BK(60),TDE(31),TUCT(20),TACT(20),

```

```

1  TDE(20)
COMMON/FAOR/R(60),A(60),F(60),IAP(15),KOGS1,OGIC(60)
COMMON/IBU/G(150),B(150)
COMMON/IDH/D(30),IDKDR(30),KTPD(30)
COMMON/FEA/DOEA(15),SOGN1(15)
COMMON/FOI/IVK(10),V(10),KCOG(30)
COMMON/DOE/DOAS1(60),IDAG(60),DS(60),LPAK(300),
2  HACK(30),KCOG(300),HSHD,GEIG-10
DATA URK=1,UCU(60)=0,SUBV=0
INTEGER URK=1,UCU
REAL*8 HSHD,T11
REAL LPAK
ORIGS1(1)=1
ICU=2
ICOUN=1
IFAK=1
IF (DB.EQ.2)GO TO 35
DO 30 K=2,ND-1
  IDIAG=0
  JEMP=IDR(K)
  JF=1+IDR(K+1)-1
  DO 10 J=JL(J),JFIN
    N=IDC(J)
    IF (G,LE,K)GO TO 10
    IDIAG=IDIAG+2
    IF (N1P(N),EQ.2)IDIAG=IDIAG-1
10  CONTINUE
    I(ODIAG,EO,0)GO TO 30
    KCOL(K)=IFAK
    IFAK=IFAK+1
    ICUN=ICOUN+IDIAG
    IF (N1P(K),EQ.2)GO TO 20
    IFAK=IFAK+1
    ICUN=ICUN+1
    URK=1+ICUN
    ICUN=ICUN+IDIAG
    ICD=ICU+1
    URK=1+ICUN
    ICUN=ICUN+1
30  CONTINUE
35  KCOL(ND)=IFAK
    NDOE=IFAK+1
    LENGTH=ICUN
    IF (N1P(ND),EQ.2)GO TO 40
    LENGTH=LENGTH-1
    NDOE=NDOE-1
    KCOL(1)=0
40  NDOE=5+LE NDOERO DE EC'S SIMULAFAS Del JACOBIAO
    DOKS1(CDUE)=LENGTH+1
    DO 200 K=2,ND
      IEMP=IDR(K)
      IF I=1+IDR(K+1)-1
50  IF (IAP(I,EO),LE,0)GO TO 60
      IEMP=IEMP+1
      GO TO 50
60  IF (JAP(I,EO),NE,0)GO TO 70

```























## BIBLIOGRAFIA

1. W.F. Tinney y J.W. Walker. Direct solutions of sparse network equations by optimally ordered triangular factorization PROC. IEEE, Vol. 55 pp 1801-1809, Nov. 1967.
2. R. Divi y H.K. Kesavan. Descomposition in optimal loas flow IEEE PES WINTER POWER MEETING. New York, Enero 1976.
3. C.H. Jolissaint, N.V. Arvanitidis y D.G. Luenberger. Descomposition of real and reactive power flows a method suited for on line applications. IEEE WINTER POWER MEETING. New York. Enero 1971.
4. O.I. Elgerd Electric energy systems theory: An introduction McGraw-Hill, 1971.
5. W.F. Tinney, W.L. Powell, J.W. Walker. Programming of sparsity directed ordering schemes. PROC. OF PSCC. V. Cambridge, Ene-Sep. 1975.
6. N. Sato y W.F. Tinney. Techniques for exploiting the sparsity of the network admittance matrix. IEEE TRANS. ON PAS. Vol. 82, Dic. 1963.
7. W.F. Tinney y C.E. Hart. Power flow solution by Newton's methods IEEE TRANS. ON PAS. Vol. 86. Nov. 1967.
8. B. Stott y O. Alsac. Fast Decoupled load flow. IEEE TRANS. ON PAS. Vol. 93. Mayo 1974.

9. W.F. Tinney. Notes on-network solution by optimally ordered triangular factorization. IEEE TRANS. ON PAS. Vol. 25, SEP. 1966.
10. R.D. Berry. An optimal ordering of electronic circuit equations for a sparse matrix solution. IEEE TRANS. ON C.T. Ene. 1971.
11. Leon O. Chua y Pen Lin. Computer -Aided analysis of electronic circuits, algorithms and computational techniques. Prentice Hall, 1975.