

201  
41



**Universidad Nacional Autónoma de México**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**DISPERSION DE TRAZADORES  
EN MEDIOS POROSOS FRACTURADOS**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE**

**F I S I C O**

**P R E S E N T A**

**FERNANDO CANDELARIO PEREZ CARDENAS**

**MEXICO, D. F.**

**1986**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## C O N T E N I D O

1. INTRODUCCION	1
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
3. FORMULACION DEL MODELO MATEMATICO	8
4. LA DISPERSION EN UN MEDIO CONTINUO	18
4.1 Caso Lineal. Inyección Continua	19
4.2 Caso Lineal. Inyección en Bache	25
5. LA DISPERSION EN UN MEDIO FRACTURADO	29
5.1 Caso Lineal. Inyección Continua	30
5.2 Caso Lineal. Inyección en Bache	39
6. RESULTADOS EXPERIMENTALES	47
6.1 Descripción de la Muestra	48
6.2 Sistema de Desplazamiento de Fluidos	52
6.3 Conversión de Resistencia a Concentración	54
6.4 Resultados Experimentales	57
6.5 Comparación entre Teoría y Experimento	60
7. DISCUSION Y CONCLUSIONES	63
NOMENCLATURA	66
REFERENCIAS	68
APENDICE A: TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO DE INYECCION CONTINUA EN UN MEDIO CONTINUO	71

APENDICE B: TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO DE INYECCION EN BACHE EN UN MEDIO CONTINUO	74
APENDICE C: TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO DE INYECCION CONTINUA EN UN MEDIO FRACTURADO	77
APENDICE D: TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO DE INYECCION EN BACHE EN UN MEDIO FRACTURADO	80

## CAPITULO 1

## INTRODUCCION

En su forma más simple, un yacimiento petrolífero se puede considerar como un sistema constituido por dos partes: la roca porosa almacenante y los fluidos que la impregnan. Desde el punto de vista de la explotación de yacimientos, tan importante es conocer las características de la roca, como las propiedades de los fluidos.

En algunos casos, los yacimientos petrolíferos son sistemas continuos, donde sus propiedades petrofísicas tienen variaciones suaves; pero hay otros casos donde la roca está fracturada, formando sistemas discontinuos de bloques distribuidos al azar. Estos últimos son conocidos en la literatura especializada como yacimientos "naturalmente fracturados" o "de fracturas naturales".

Muchos de los yacimientos más productivos del mundo son del tipo naturalmente fracturados, que producen de rocas carbonatadas<sup>1</sup>. Sin embargo, la industria petrolera aún no dispone de las suficientes herramientas teóricas, ni operativas, para caracterizar adecuadamente este tipo de yacimientos.

En el Sureste de México, en el área de Chiapas-

Tabasco y en la Sonda de Campeche, existen yacimientos con fracturas naturales. Son los más importantes de México. De ahí proviene la mayor parte de la producción petrolera del país.

Una característica de los yacimientos naturalmente fracturados es que presentan la propiedad llamada "doble porosidad". Por un lado, tienen una porosidad primaria, que es la asociada a los bloques de la roca y, por el otro, tienen una porosidad secundaria, que es la asociada a las fracturas. Los estudios<sup>2-10</sup> que se han hecho sobre el comportamiento de los yacimientos naturalmente fracturados indican que el desplazamiento de los fluidos se hace esencialmente a través de las fracturas, en tanto que los bloques de la roca actúan como elementos de almacenamiento.

Para poder explotar un yacimiento petrolífero en forma eficiente, es necesario tener una idea clara y precisa de las propiedades físicas de la roca porosa que almacena los hidrocarburos. Una manera de caracterizar esta roca consiste en inyectar trazadores químicos o radiactivos en pozos llamados de inyección. Después de algún tiempo, los trazadores son muestreados en pozos vecinos de producción. El comportamiento de la concentración del trazador, en el espacio y en el tiempo, da una indicación sobre las propiedades estructurales de los yacimientos. Pero la teoría para interpretar correctamente los resultados no ha sido bien desarrollada.

En este trabajo, se hace un estudio sobre la dispersión que experimenta un trazador que se desplaza

dentro de un sistema de doble porosidad. Este tema no ha sido tratado a fondo en la literatura relacionada con la explotación de yacimientos fracturados, por lo que se espera que las aportaciones aquí contenidas vengán a llenar un hueco que ha existido, por mucho tiempo, en el área de la física de yacimientos.

Se debe hacer notar que este trabajo de investigación fue desarrollado en el Instituto Mexicano del Petróleo, cuando el autor era becario en la División de Estudios Especiales de la Subdirección de Tecnología de Explotación.

## C A P I T U L O 2

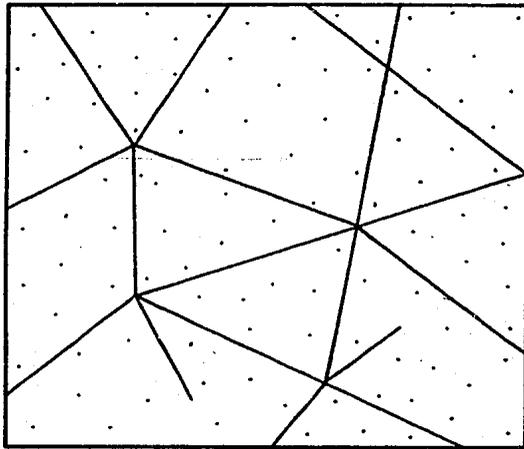
## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un yacimiento fracturado se puede considerar como un cuerpo de roca porosa que es atravesado en todas direcciones por una red de fracturas, como se muestra esquemáticamente en la figura 2.1. Si en un punto del yacimiento se inyecta un trazador, éste se desplaza por un mecanismo de convección-difusión, llamado dispersión, donde las fracturas actúan como canales de flujo.

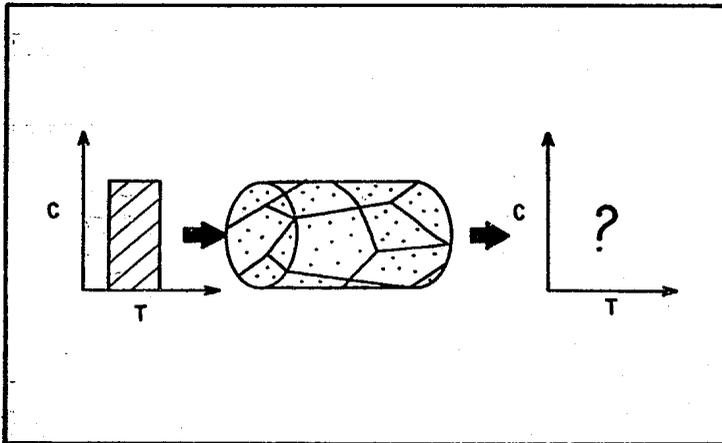
Una manera de hacer comprobaciones experimentales de resultados teóricos, consiste en extraer muestras de roca de los yacimientos y luego someterlas a pruebas de laboratorio. Este es el enfoque que se da al problema tratado en este trabajo, el cual se ilustra gráficamente en la figura 2.2. Se supone que se tiene una muestra porosa fracturada, saturada con un fluido (por ejemplo agua). En un tiempo dado, se inyecta, en uno de sus extremos, un trazador miscible de una cierta concentración  $C$ . La inyección se puede hacer en forma de un pulso escalón o en forma de un pulso rectangular. Se desea saber cuál es la forma del pulso de concentración a la salida de la muestra.

Se intuye, de antemano, que la distorsión que

experimenta el pulso depende de la complejidad geométrica del espacio poroso de la muestra. Pero la relación exacta que existe entre los parámetros geométricos y el comportamiento de la concentración sólo se puede determinar mediante una investigación básica, donde se combinen la teoría y el experimento.



**FIG.2.1- DIAGRAMA ESQUEMATICO DE UN SISTEMA DE BLOQUES Y FRACTURAS.**



**FIG.2.2-PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .**

## C A P I T U L O 3

## FORMULACION DEL MODELO MATEMATICO

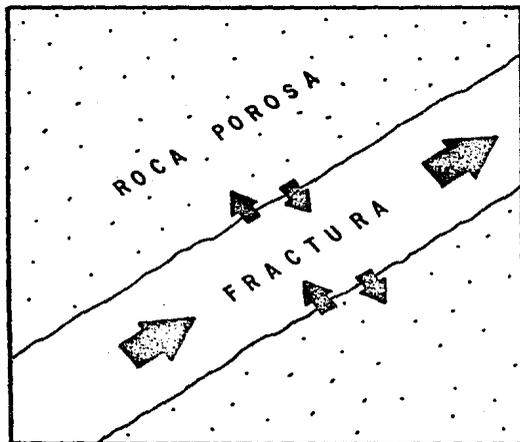
Para poder formular el modelo matemático que se aplica al sistema considerado, es necesario comprender los fenómenos físicos que ocurren en su interior.

Algunos estudios<sup>2-10</sup> hechos en relación con el comportamiento de yacimientos fracturados, han indicado que el desplazamiento de fluidos tiene lugar esencialmente a través de las fracturas. En consecuencia, aquí se postula que las fracturas actúan como canales de flujo de alta conductividad, donde tiene lugar un proceso de convección-difusión, en tanto que los bloques de la roca son elementos de almacenamiento de fluidos que intercambian materia con las fracturas por un proceso de difusión, como se indica en la figura 3.1.

El desplazamiento por convección es debido a la existencia de gradientes de presión y su densidad de corriente,  $\vec{J}_c$ , está dada por<sup>11</sup>

$$\vec{J}_c = \phi c \vec{v} \quad (3.1)$$

donde  $\phi$  es la porosidad total del sistema (fracturas



**FIG. 3.1 - MECANISMO DE DESPLAZAMIENTO  
DE FLUIDOS EN UN MEDIO DE DOBLE  
POROSIDAD .**

+ poros de roca),  $c$  es la concentración del trazador y  $\vec{v}$  la velocidad intersticial media, que está relacionada con la velocidad Darcy,  $\vec{v}_D$ , de uso común en ingeniería de yacimientos, por la expresión  $\vec{v} = \vec{v}_D / \phi$ .

Existen varias definiciones para la concentración. En este trabajo se tomará como la masa del trazador por unidad de volumen.

Por otra parte, el desplazamiento por difusión es debido a la existencia de gradientes de concentración, y está regido por una ley tipo Fick de la forma<sup>11</sup>

$$\vec{J}_d = - \phi D \nabla c \quad (3.2)$$

donde  $\vec{J}_d$  es la densidad de corriente de difusión y  $D$  es el coeficiente de difusión.

Superponiendo los efectos de convección y difusión, se tiene para la densidad de corriente total

$$\vec{J} = \phi (c\vec{v} - D \nabla c) \quad (3.3)$$

Al fenómeno que resulta de superponer ambos efectos se le da el nombre de dispersión.

Considérese, ahora, una región  $R$  de un medio poroso, limitada por una superficie  $S$  (figura 3.2). Es obvio que el flujo de masa por unidad de tiempo, a través de la superficie  $S$ , está dado por

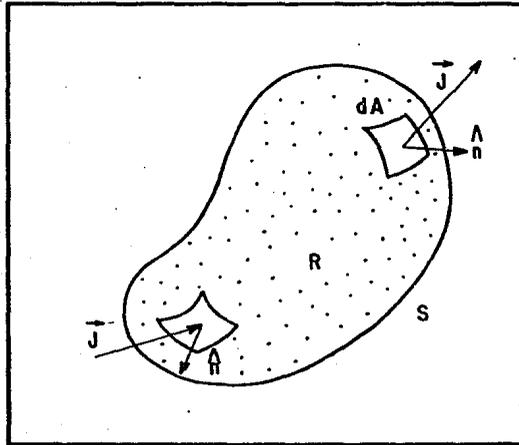


FIG. 3.2.-PORCION DE UN MEDIO POROSO.

$$\iint_S (\rho(c\vec{v} - D\nabla c) \cdot \hat{n}) dA$$

donde  $dA$  es un elemento de área y  $\hat{n}$  su normal unitaria.

Aplicando el teorema de la divergencia, se tiene

$$\iint_S (\rho(c\vec{v} - D\nabla c) \cdot \hat{n}) dA = \iiint_R \nabla \cdot (\rho(c\vec{v} - D\nabla c)) dV \quad (3.4)$$

En ausencia de fuentes y sumideros, el principio de la conservación de la masa se puede expresar como

$$\iint_S (\rho(c\vec{v} - D\nabla c) \cdot \hat{n}) dA = - \frac{d}{dt} \left( \iiint_R \phi_2 c dV + \iiint_R \phi_1 c^* dV \right) \quad (3.5)$$

donde  $\phi_1$  es la porosidad primaria (porosidad de la roca),  $\phi_2$  es la porosidad secundaria (porosidad de las fracturas) y  $c^*$  es la concentración del trazador en los bloques de roca.

Si  $R$  no varía con el tiempo

$$\frac{d}{dt} \left( \iiint_R \phi_2 c dV + \iiint_R \phi_1 c^* dV \right) = \iiint_R \left( \phi_2 \frac{\partial c}{\partial t} + \phi_1 \frac{\partial c^*}{\partial t} \right) dV \quad (3.6)$$

Sustituyendo la ecuación (3.6) en la ecuación (3.5), se tiene

$$\iint_S \rho (\mathbf{c}\vec{v} - D\nabla c) \cdot \hat{n} \, dA = - \iiint_R (\rho_2 \frac{\partial c}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial c^*}{\partial t}) \, dV \quad (3.7)$$

Y la igualación de los segundos miembros de las ecuaciones (3.4) y (3.7) conduce a

$$\iiint_R [\rho \nabla \cdot (\mathbf{c}\vec{v} - D\nabla c) + \rho_2 \frac{\partial c}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial c^*}{\partial t}] \, dV = 0 \quad (3.8)$$

Si  $\nabla \cdot (\mathbf{c}\vec{v} - D\nabla c)$ ,  $\partial c / \partial t$  y  $\partial c^* / \partial t$  son continuas, el integrando de la ecuación (3.8) no puede ser positivo, ni negativo, en ningún punto. Por lo tanto,

$$\rho \nabla \cdot (\mathbf{c}\vec{v} - D\nabla c) + \rho_2 \frac{\partial c}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial c^*}{\partial t} = 0 \quad (3.9)$$

que se puede escribir como

$$\nabla c \cdot \vec{v} + c \nabla \cdot \vec{v} - \nabla \cdot D\nabla c + \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial c^*}{\partial t} = 0 \quad (3.10)$$

Para un fluido incompresible  $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ . En consecuencia,

$$\nabla c \cdot \vec{v} - \nabla \cdot D \nabla c + \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial c^*}{\partial t} = 0 \quad (3.11)$$

Si D es constante

$$D \nabla^2 c - \nabla c \cdot \vec{v} = \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial c^*}{\partial t} \quad (3.12)$$

Y, en una dimensión,

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - u \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\rho_2}{\rho} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\rho_1}{\rho} \frac{\partial c^*}{\partial t} \quad (3.13)$$

donde u es la componente de la velocidad en la dirección del eje X.

Finalmente, representando la fracción de fracturas,  $\rho_2/\rho$ , por F, se tiene

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - u \frac{\partial c}{\partial x} = F \frac{\partial c}{\partial t} + (1 - F) \frac{\partial c^*}{\partial t} \quad (3.14)$$

La ecuación (3.14) tiene la misma forma matemática que la ecuación que se aplica a medios porosos continuos que contienen poros ciegos (sin salida)<sup>12-14</sup>. Esta equivalencia matemática se debe a que, tanto los bloques de las rocas fracturadas, como los poros ciegos de las rocas homogéneas, son zonas de estancamiento.

Como se dijo anteriormente, en el caso de medios fracturados existe un intercambio de materia entre los bloques y las fracturas (figura 3.1). Por similitud con medios que contienen poros ciegos, en este trabajo se hará la suposición de que la interacción entre bloques y fracturas es de la forma

$$(1 - F) \frac{\partial c^*}{\partial t} = K(c - c^*) \quad (3.15)$$

donde K es el coeficiente de transferencia<sup>12-14</sup>.

Las ecuaciones (3.14) y (3.15) forman el modelo matemático que se propone para describir el mecanismo de desplazamiento de un trazador en un medio fracturado.

En problemas como el que se trata en este trabajo, es común utilizar variables adimensionales en vez de las variables reales. Esto le da más generalidad a los resultados obtenidos. Con este fin, se dan las siguientes definiciones:

$$X = \frac{x}{L} \quad (\text{distancia adimensional}) \quad (3.16a)$$

$$T = \frac{ut}{L} \quad (\text{tiempo adimensional}) \quad (3.16b)$$

$$A = \frac{D}{uL} \quad (\text{coeficiente de difusión adimensional}) \quad (3.16c)$$

$$C = \frac{c}{c_0} \quad (\text{concentración adimensional en fracturas}) \quad (3.16d)$$

$$C^* = \frac{C}{C_0} \quad (\text{concentración adimensional en los bloques}) \quad (3.16e)$$

$$B = \frac{LK}{u} \quad (\text{coeficiente de transferencia adimensional}) \quad (3.16f)$$

Aquí es conveniente hacer algunas consideraciones relativas al significado de estas variables adimensionales. En la ecuación (3.16a),  $L$  es una distancia de referencia que, cuando se trata de una prueba de laboratorio, es la longitud de la muestra, de modo que las distancias adimensionales,  $X$ , se miden en términos de esa longitud. Si se supone una muestra de longitud  $L$ , entonces el tiempo adimensional  $T$  (ecuación 3.16b) representa el número de volúmenes de poro inyectados. Por otra parte, la  $c_0$  que aparece en las ecuaciones (3.16d) y (3.16e) es la concentración inicial del trazador, lo que quiere decir que las concentraciones adimensionales se expresan como una fracción de la concentración original. Finalmente,  $A$  y  $B$  de las ecuaciones (3.16c) y (3.16f) son proporcionales a  $D$  y  $K$ , respectivamente, y son constantes cuando la velocidad de desplazamiento es constante. Esta es la situación que se tiene en la mayoría de las pruebas de laboratorio.

Haciendo uso de las relaciones (3.16a)-(3.16f), las ecuaciones (3.14) y (3.15) se transforman en

$$A \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} - \frac{\partial C}{\partial X} = F \frac{\partial C}{\partial T} + (1 - F) \frac{\partial C^*}{\partial T} \quad (3.17)$$

y

$$(1 - F) \frac{\partial c^*}{\partial T} = B(C - C^*) \quad (3.18)$$

Las ecuaciones (3.17) y (3.18) forman un sistema que hay que resolver simultáneamente, mediante el uso de condiciones iniciales y de frontera que dependen de cada caso particular.

## C A P I T U L O 4

## LA DISPERSION EN UN MEDIO CONTINUO

En este capítulo se considera el caso de la dispersión en un medio continuo, sin fracturas y sin zonas de estancamiento, donde el desplazamiento de fluidos se realiza a través de todo el espacio poroso. Un ejemplo de medio con estas características es el caso de un empacamiento de granos de arena.

El estudio de medios continuos no cae dentro de los objetivos principales de este trabajo; sin embargo, se ha creído conveniente hacer una breve descripción de su comportamiento para poder establecer las diferencias entre medios fracturados y no fracturados.

El caso de medios continuos ha sido tratado ampliamente en la literatura, tanto desde el punto de vista hidrodinámico, como desde el punto de vista del flujo de calor. Dos tratados importantes que cubren una gran variedad de situaciones son los libros de Crank<sup>15</sup> y de Carslaw and Jaeger<sup>16</sup>. Aquí se considerarán dos casos solamente: (1) un sistema lineal semi-infinito al que se inyecta un trazador en forma de un pulso escalón (inyección continua) y (2) un sistema lineal semi-infinito al que se inyecta un pulso rectangular (inyección en bache).

#### 4.1 Caso Lineal. Inyección Continua.

En este caso, como en todos los demás casos presentados en este trabajo, se supone que el medio poroso está originalmente saturado con un fluido, por ejemplo agua. Se supone, además, que en el instante  $t = 0$  se empieza a inyectar un trazador miscible de concentración  $c$ , en forma continua. Se desea saber el comportamiento de la concentración a una distancia  $x$  de la cara de entrada.

Cuando todo el espacio poroso es capaz de conducir fluidos, el parámetro  $F$  de la ecuación (3.17) tiene un valor unitario y la ecuación toma la forma simplificada

$$A \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (4.1)$$

Las condiciones iniciales y de frontera de interés son

$$c(x, 0) = 0 \quad , \quad x > 0 \quad (4.2a)$$

$$c(\infty, t) = 0 \quad , \quad t \geq 0 \quad (4.2b)$$

$$c(0, t) = 1 \quad , \quad t \geq 0 \quad (4.2c)$$

Una manera de resolver el sistema formado por las ecuaciones (4.1) y (4.2a)-(4.2c) es por el método de la transformación de Laplace. En efecto, la transformada de (4.1) es

$$A \frac{d^2 \bar{C}}{dX^2} - \frac{d\bar{C}}{dX} = s\bar{C} - C(X, 0) \quad (4.3)$$

Y por la condición (4.2a)

$$A \frac{d^2 \bar{C}}{dX^2} - \frac{d\bar{C}}{dX} = s\bar{C} \quad (4.4)$$

La solución de (4.4) es

$$\begin{aligned} \bar{C} = & K_1 \exp \left[ \frac{X}{2A} + X \left( \frac{1}{4A^2} + \frac{s}{A} \right)^{1/2} \right] \\ & + K_2 \exp \left[ \frac{X}{2A} - X \left( \frac{1}{4A^2} + \frac{s}{A} \right)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

Ahora bien, la transformada de la condición (4.2b) es

$$\bar{C}(\infty, s) = 0$$

Esto implica que  $K_1$  de la ecuación (4.5) es igual a cero; es decir,

$$\bar{C} = K_2 \exp \left[ \frac{X}{2A} - X \left( \frac{1}{4A^2} + \frac{s}{A} \right)^{1/2} \right] \quad (4.6)$$

Además, la transformada de la condición (4.2c) es

$$\bar{C}(0, s) = \frac{1}{s}$$

lo que implica que

$$k_2 = \frac{1}{s}$$

En consecuencia,

$$\bar{C}(X, s) = \frac{1}{s} \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{1 + 4As}) \right] \quad (4.7)$$

Como se indica en la referencia 17, la transformada inversa de  $\bar{C}(X, s)$  se puede obtener en forma directa mediante la relación

$$C(X, T) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{a-ib}^{a+ib} e^{sT} \bar{C}(X, s) ds \quad (4.8)$$

donde  $s$  es la cantidad compleja  $a+iz$ . La expresión en el segundo miembro de la ecuación (4.8) es conocida como la integral de inversión compleja.

Se puede demostrar<sup>17</sup> que si  $\bar{C}(X, s)$  se expresa en la forma

$$\bar{C}(X, s) = p + iq \quad (4.9)$$

donde  $p$  es la parte real y  $q$  la parte imaginaria, entonces la ecuación (4.8) se puede escribir como

$$C(X,T) = \frac{e^{aT}}{\pi} \int_0^{\infty} (p \cos zT - q \operatorname{sen} zT) dz \quad (4.10)$$

En el presente caso, cualquier  $a$  mayor que cero es admisible. Haciendo  $a=1$ , se tiene

$$C(X,T) = \frac{e^T}{\pi} \int_0^{\infty} (p \cos zT - q \operatorname{sen} zT) dz \quad (4.11)$$

Como se puede ver en el Apéndice A, mediante la determinación de  $p$  y  $q$ , la ecuación (4.11) se puede escribir como

$$C = \frac{e^T}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]}{1+z^2} \left[ \cos(zT-w) + z \operatorname{sen}(zT-w) \right] dz \quad (4.12)$$

donde

$$w = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

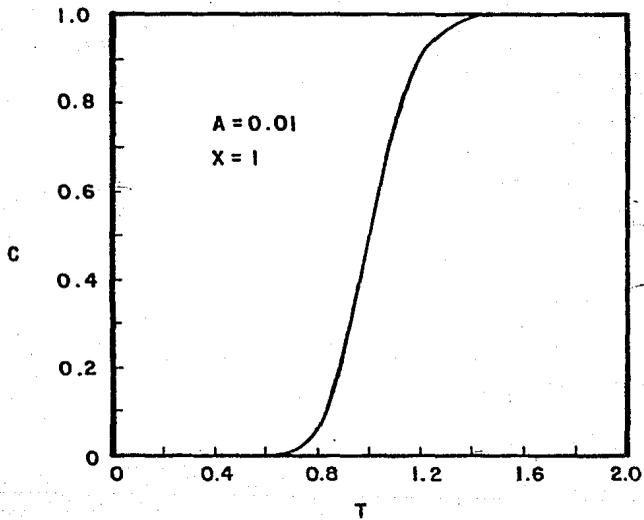
$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A$$

$$V = 4Az$$

Este es el resultado buscado. Una gráfica de concentración adimensional,  $C$ , contra tiempo adimensional,  $T$ , para  $A = 0.01$  y  $X = 1$ , se presenta en la figura 4.1. Físicamente, la curva representa los valores de concentración que se obtendrían si se hicieran mediciones a una distancia  $x = L$  de la cara de inyección del trazador. La curva tiene una forma simple y es casi simétrica con respecto al punto  $(1, 0.5)$ .



**FIG. 4.1 - COMPORTAMIENTO DE LA CONCENTRACION PARA EL CASO DE INYECCION CONTINUA EN UN MEDIO CONTINUO ( $A=0.01, X=1$ ).**

#### 4.2 Caso Lineal. Inyección en Bache.

Cuando la inyección se hace en forma de un pulso rectangular ("bache"), las condiciones iniciales y de frontera de interés son

$$C(X,0) = 0 \quad , \quad X > 0 \quad (4.13a)$$

$$C(\infty, T) = 0 \quad , \quad T \geq 0 \quad (4.13b)$$

$$C(0, T) = H(T) - H(T - T_0) \quad , \quad T \geq 0 \quad (4.13c)$$

donde  $T_0$  es la duración del pulso y  $H(T - T_0)$  es la función escalón de Heaviside que se define como

$$H(T - T_0) = \begin{cases} 0 & , \quad T < T_0 \\ 1 & , \quad T \geq T_0 \end{cases}$$

Las dos primeras condiciones son iguales al caso anterior y, como ya se vio, cuando éstas se aplican a la ecuación (4.1), se llega a la ecuación (4.6).

Por otra parte, la transformada de Laplace de (4.13c) es

$$\bar{C}(0, s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-T_0 s}) \quad (4.14)$$

y, haciendo uso de la ecuación (4.6), se obtiene para  $k_2$

$$k_2 = \frac{1}{s}(1 - e^{-T_0 s})$$

O sea que

$$\bar{C} = \frac{1}{s}(1 - e^{-T_0 s}) \exp \left[ \frac{X}{2A} - X \left( \frac{1}{4A^2} + \frac{s}{A} \right)^{1/2} \right] \quad (4.15)$$

Como se puede ver en el Apéndice B, la transformada inversa de la ecuación (4.15) es

$$\begin{aligned} C = & \frac{e^{-T_0 s}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]}{1 + z^2} \left[ \cos(zT - w) + z \operatorname{sen}(zT - w) \right] dz \\ & - H(T - T_0) \frac{e^{-T_0 s}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]}{1 + z^2} \left[ \cos(z(T - T_0) - w) \right. \\ & \left. + z \operatorname{sen}(z(T - T_0) - w) \right] dz \end{aligned} \quad (4.16)$$

donde, nuevamente,

$$w = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

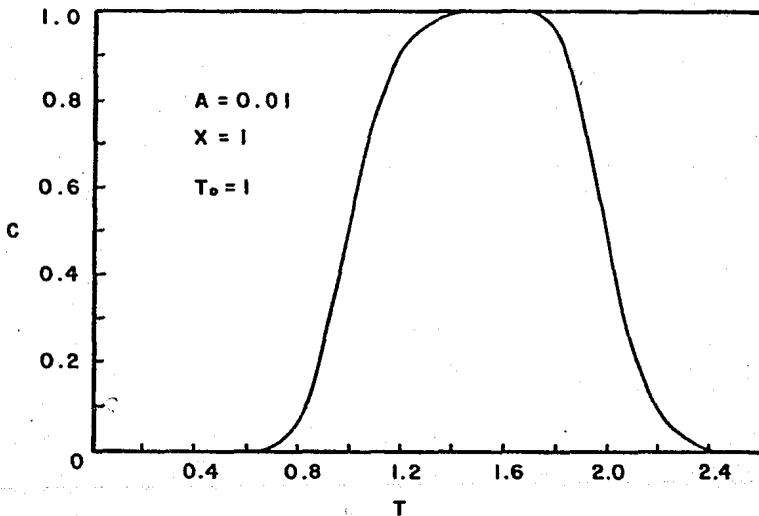
$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A$$

$$V = 4Az$$

En la figura 4.2 se presenta una gráfica de la concentración,  $C$ , contra tiempo adimensional,  $T$ , para  $A = 0.01$ ,  $X = 1$  y  $T_0 = 1$ . Un valor unitario de  $X$  quiere decir que las observaciones se hacen a la distancia de referencia  $L$  y, en este caso,  $T$  representa el volumen de fluido inyectado, medido en términos del volumen poroso contenido entre los planos  $x = 0$  y  $x = L$ .

Como se puede apreciar en la gráfica, el área bajo la curva es unitaria. Esto es debido a que  $T_0 = 1$ . Además, la curva tiene un ligero efecto de cola para valores grandes de  $T$ .



**FIG.4.2.- COMPORTAMIENTO DE LA CONCENTRACION PARA EL CASO DE INYECCION EN BACHE EN UN MEDIO CONTINUO .(  $A=0.01$ ,  $X=1$ ,  $T_0=1$  ) .**

## CAPITULO 5

## LA DISPERSION EN UN MEDIO FRACTURADO

En este capítulo se considera el caso de la dispersión en medios fracturados. Desde el punto de vista del flujo de fluidos, existen diferencias notables de comportamiento entre los medios continuos y los fracturados. Por un lado, en el caso de un medio continuo homogéneo todo el espacio poroso participa en la conducción de los fluidos, lo que da lugar a un avance frontal. Por su parte, en el caso de un medio fracturado se presenta un efecto de canalización, debido a que el desplazamiento se lleva a cabo esencialmente a través de las fracturas.

El material que se incluye en este capítulo consiste en la solución de la ecuación de convección-difusión (ecuación 3.17) para los dos casos de interés práctico presentados en el capítulo anterior, es decir: (1) inyección continua en un medio semi-infinito y (2) inyección en bache en un medio también semi-infinito. Asimismo, se presentan curvas de concentración contra tiempo para diferentes valores de los parámetros que intervienen en la ecuación de convección-difusión.

### 5.1 Caso Lineal. Inyección Continua.

El punto de partida es el sistema formado por las ecuaciones (3.17) y (3.18) las que, por comodidad, se reproducen a continuación

$$A \frac{\partial^2 C}{\partial X^2} - \frac{\partial C}{\partial X} = F \frac{\partial C}{\partial T} + (1 - F) \frac{\partial C^*}{\partial T} \quad (5.1)$$

$$(1 - F) \frac{\partial C}{\partial T} = B(C - C^*) \quad (5.2)$$

Como condiciones iniciales y de frontera, se pueden tomar las siguientes:

$$C(X, 0) = 0, \quad X > 0 \quad (5.3a)$$

$$C^*(X, 0) = 0, \quad X > 0 \quad (5.3b)$$

$$C(\infty, T) = 0, \quad T \geq 0 \quad (5.3c)$$

$$C(0, T) = 1, \quad T \geq 0 \quad (5.3d)$$

Tomando las transformadas de Laplace de las ecuaciones (5.1) y (5.2), y haciendo uso de las condiciones (5.3a) y (5.3b), se tiene

$$A \frac{d^2 \bar{C}}{dX^2} - \frac{d\bar{C}}{dX} = sF\bar{C} + s(1 - F)\bar{C}^* \quad (5.4)$$

y

$$s(1 - F)\bar{C}^* = B\bar{C} - B\bar{C}^* \quad (5.5)$$

Despejando  $\bar{C}^*$  de la ecuación (5.5) y sustituyendo en la ecuación (5.4), se llega a

$$A \frac{d^2\bar{C}}{dX^2} - \frac{d\bar{C}}{dX} - n\bar{C} = 0 \quad (5.6)$$

donde

$$n = s(F + \frac{B}{s + B/(1 - F)}) \quad (5.7)$$

La solución de la ecuación (5.6) es

$$\bar{C} = G_1 \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 + \sqrt{1 + 4An}) \right] + G_2 \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{1 + 4An}) \right] \quad (5.8)$$

La transformada de la condición (5.3c) es

$$\bar{C}(\infty, s) = 0$$

lo que quiere decir que  $G_1 = 0$ . Por lo tanto,

$$\bar{C} = G_2 \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{1 + 4An}) \right] \quad (5.9)$$

Por otra parte, la transformada de la condición (5.3d) es

$$\bar{C}(0, s) = \frac{1}{s}$$

o sea que

$$G_2 = \frac{1}{s}$$

En consecuencia, la ecuación (5.8) toma la forma

$$\bar{C} = \frac{1}{s} \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{1 + 4An}) \right] \quad (5.10)$$

que, de acuerdo con la relación (5.7), se puede escribir como

$$\bar{C} = \frac{1}{s} \exp \left[ \frac{X}{2A} \left( 1 - \sqrt{1 + 4As \left( F + \frac{B}{s + B/(1 - F)} \right)} \right) \right] \quad (5.11)$$

Para encontrar la transformada inversa de la ecuación (5.11), se puede hacer uso del método de la integral de inversión compleja, explicado con todo detalle

en el capítulo anterior. Esta inversión compleja se lleva a cabo en el Apéndice C, donde se llega a una expresión similar a la ecuación (4.12), pero más compleja, de la forma

$$C = \frac{e^T}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left[\frac{X}{2A}(1-\sqrt{\rho}) \cos\frac{\theta}{2}\right]}{1+z^2} \left[ \cos(zT-w) + z \sin(zT-w) \right] dz \quad (5.12)$$

donde

$$w = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \sin\frac{\theta}{2}$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A \left[ F + \frac{Bb + B(1+z^2)}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$

$$V = 4Az \left[ F + \frac{Bb}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$

$$b = \frac{B}{1-F}$$

Como se vio en el capítulo 4, en el caso de un medio continuo, la forma de la curva de concentración contra tiempo depende de un solo parámetro, o sea A. En cambio, en el caso de un medio fracturado, la forma de la curva depende de los tres parámetros A, B y F.

En la figura 5.1 se hace una comparación entre

un medio continuo (curva continua) y un medio fracturado (curva punteada). La curva continua es la misma que aparece como figura 4.1 del capítulo anterior, y fue obtenida para  $A = 0.01$  y  $X = 1$ . Por su parte, la curva punteada (medio fracturado) se obtuvo para  $A = 0.01$ ,  $B = 1.0$ ,  $F = 0.10$  y  $X = 1$ . Como se puede ver, la curva punteada se inicia mucho antes que la continua. Esto se debe al efecto de canalización que se presenta en los medios fracturados. El corrimiento hacia la derecha que tiene la curva continua indica que, en este caso, el trazador tiene un avance frontal y se desplaza más lentamente que en un medio fracturado. El alto grado de asimetría que tiene la curva punteada es una consecuencia de la transferencia de masa que hay entre las fracturas y los bloques de roca.

Para visualizar los efectos que los parámetros  $A$ ,  $B$  y  $F$  tienen sobre las formas de las curvas de los medios fracturados, se presentan las figuras 5.2 a 5.4. La figura 5.2 muestra que mientras más grande es el coeficiente de difusión,  $A$ , mayor es la concentración para un tiempo dado  $T$ . La figura 5.3 indica que mientras mayor es el coeficiente de transferencia,  $B$ , las variaciones de la concentración son más suaves. Por último, la figura 5.4 muestra que mientras menor es la fracción volumétrica de fracturas,  $F$ , más temprano se manifiesta la presencia del trazador a una distancia  $X$ .

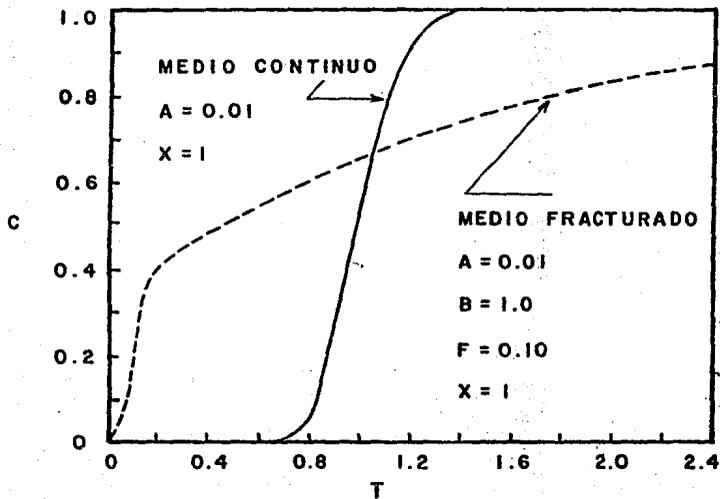


FIG. 5.1.- COMPARACION ENTRE EL COMPORTAMIENTO DE LA CONCENTRACION PARA UN MEDIO CONTINUO ( $A=0.01$ ,  $X=1$ ) Y PARA UN MEDIO FRACTURADO ( $A=0.01$ ,  $B=1.0$ ,  $F=0.10$ ,  $X=1$ ).

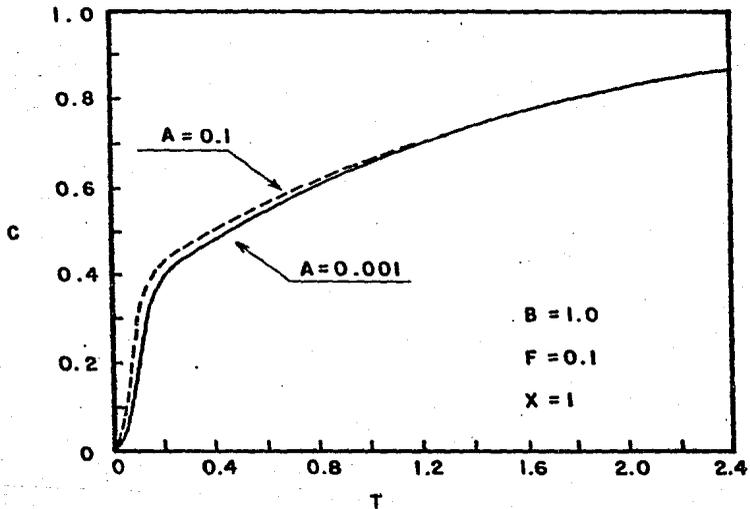


FIG.5.2.-COMPARACION ENTRE DOS CURVAS CON DIFERENTE  
 COEFICIENTE DE DIFUSION .

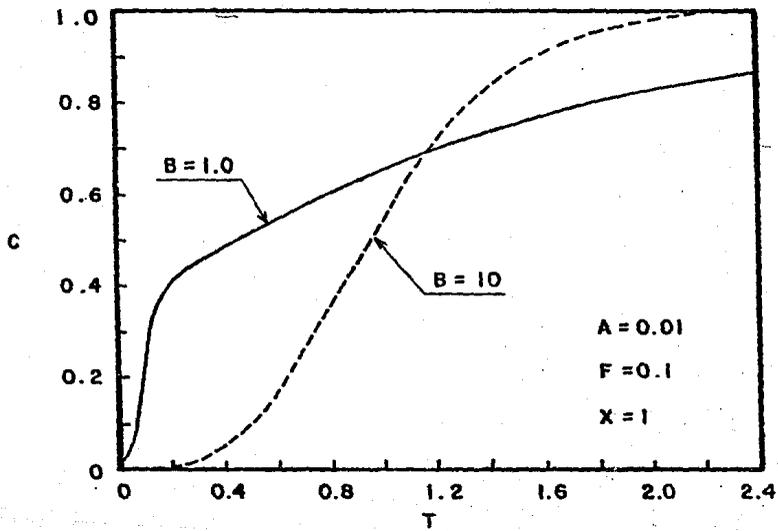


FIG.5.3.- COMPARACION ENTRE DOS CURVAS CON DIFERENTE COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA .

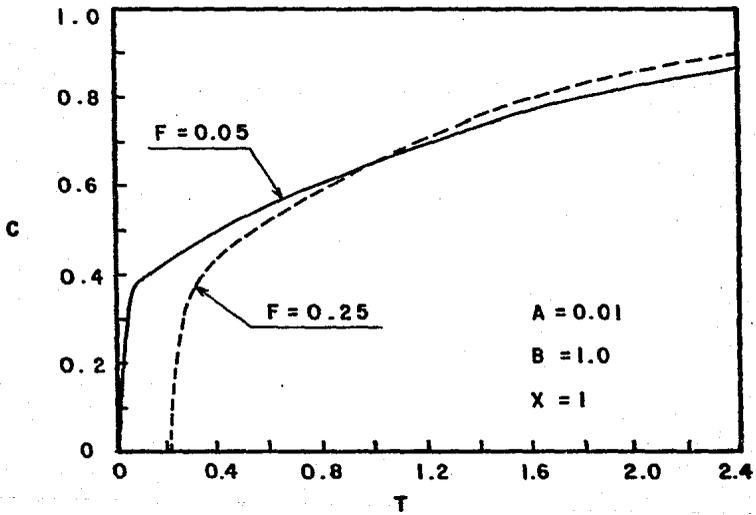


FIG.5.4.-COMPARACION ENTRE DOS CURVAS CON DIFERENTE FRACCION VOLUMETRICA DE FRACTURAS .

## 5.2 Caso Lineal. Inyección en Bache.

Para el estudio del comportamiento de la concentración en el caso de la inyección de un pulso rectangular, se sigue un razonamiento similar al utilizado en la sección 4.2, relativo a la inyección de un bache en un medio continuo, con la diferencia de que en el caso fracturado se debe partir de las ecuaciones (5.1) y (5.2), con las siguientes condiciones iniciales y de frontera:

$$C(X,0) = 0 \quad , \quad X > 0 \quad (5.13a)$$

$$C^*(X,0) = 0 \quad , \quad X > 0 \quad (5.13b)$$

$$C(\infty, T) = 0 \quad , \quad T \geq 0 \quad (5.13c)$$

$$C(0, T) = H(T) - H(T - T_0) \quad , \quad T \geq 0 \quad (5.13d)$$

donde, nuevamente,  $T_0$  es la duración del bache y  $H(T - T_0)$  es la función escalón de Heaviside.

Las condiciones (5.13a)-(5.13c) son idénticas a las condiciones (5.3a)-(5.3c) del caso anterior, así que siguiendo el mismo desarrollo se llega a la ecuación (5.9) que se reproduce a continuación:

$$\bar{C} = G_2 \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{1 + 4An}) \right] \quad (5.14)$$

donde

$$n = s(F + \frac{B}{s + B/(1 - F)}) \quad (5.15)$$

Ahora bien, la transformada de la condición (5.13d) es

$$\bar{C}(0, s) = \frac{1}{s}(1 - e^{-T_0 s}) \quad (5.16)$$

Con lo que se encuentra que

$$G_2 = \frac{1}{s}(1 - e^{-T_0 s})$$

y la ecuación (5.14) toma la forma

$$\bar{C} = \frac{1}{s}(1 - e^{-T_0 s}) \exp \left[ \frac{X}{2A} \left( 1 - \sqrt{1 + 4As \left( F + \frac{B}{s + B/(1 - F)} \right)} \right) \right] \quad (5.17)$$

En el Apéndice D se muestra que la transformada inversa de la ecuación (5.17) es

$$\begin{aligned}
 C = & \frac{E_0 P_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left[\frac{X}{2A}(1-\sqrt{\rho}) \cos\frac{\theta}{2}\right]}{1+z^2} \left[ \cos(zT-w) + z \operatorname{sen}(zT-w) \right] dz \\
 & - H(T-T_0) e^{\frac{(T-T_0)}{\tau}} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left[\frac{X}{2A}(1-\sqrt{\rho}) \cos\frac{\theta}{2}\right]}{1+z^2} \left[ \cos(z(T-T_0)-w) \right. \\
 & \left. + z \operatorname{sen}(z(T-T_0)-w) \right] dz \quad (5.18)
 \end{aligned}$$

donde

$$w = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen}\frac{\theta}{2}$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A \left[ F + \frac{Bb + B(1+z^2)}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$

$$V = 4Az \left[ F + \frac{Bb}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$

$$b = \frac{B}{1-F}$$

En la figura 5.5 se ha graficado la concentración contra el tiempo para un bache de duración  $T_0 = 1$ , cuando se desplaza dentro de un medio fracturado (curva punteada) y se compara con la curva correspondiente a un medio continuo (curva continua). Se observa que la curva punteada está desplazada hacia la izquierda, lo

que es consecuencia del efecto de canalización que tiene lugar en los medios fracturados. Además, es más asimétrica que la curva continua, debido a la interacción que hay entre fracturas y bloques, y tiene un marcado efecto de cola.

En las figuras 5.6 - 5.8 se presentan algunas curvas para diferentes valores de los parámetros A, B y F, y para un bache de duración unitaria. En la figura 5.6 se indica cómo cambia la forma de las curvas al variar A. Se puede notar que las curvas son similares, aún cuando los valores de A difieran en un factor de 100. Esto quiere decir que en un medio fracturado el desplazamiento de los fluidos es poco sensible a cambios en el coeficiente de difusión, para una F pequeña, que es el caso que aquí se estudia.

La figura 5.7 muestra dos curvas con diferente coeficiente de transferencia entre bloques y fracturas. Como se pueda ver, cuando la B es pequeña (poca interacción entre bloques y fracturas) la forma de la curva es similar a la forma del pulso de concentración inyectado. En cambio, cuando la B es grande, la curva es más suave y distorsionada.

En la figura 5.8 se presentan dos curvas con diferente fracción volumétrica de fracturas. En este caso, la curva con mayor F es más suave. Esto es debido a que, cuando el volumen de fracturas se incrementa, la difusión dentro de ellas es mayor.

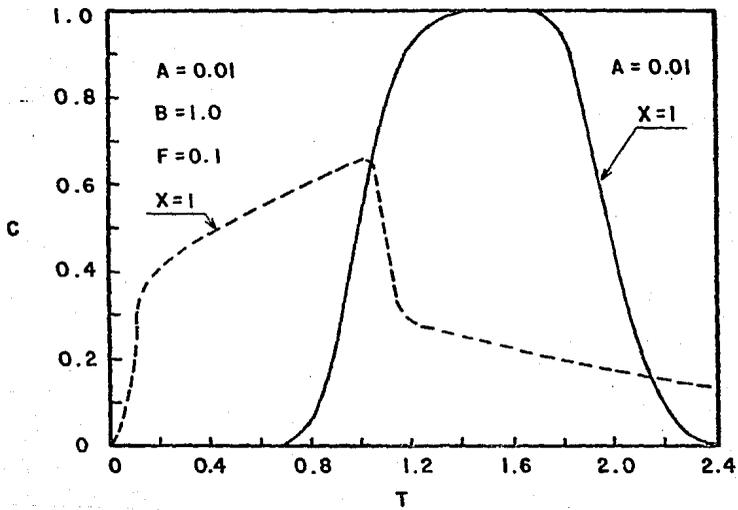


FIG.5.5.-COMPARACION ENTRE EL COMPORTAMIENTO  
 DE UN BACHE EN UN MEDIO CONTINUO -  
 (CURVA CONTINUA) Y UN MEDIO FRACTURADO  
 (CURVA PUNTEADA).

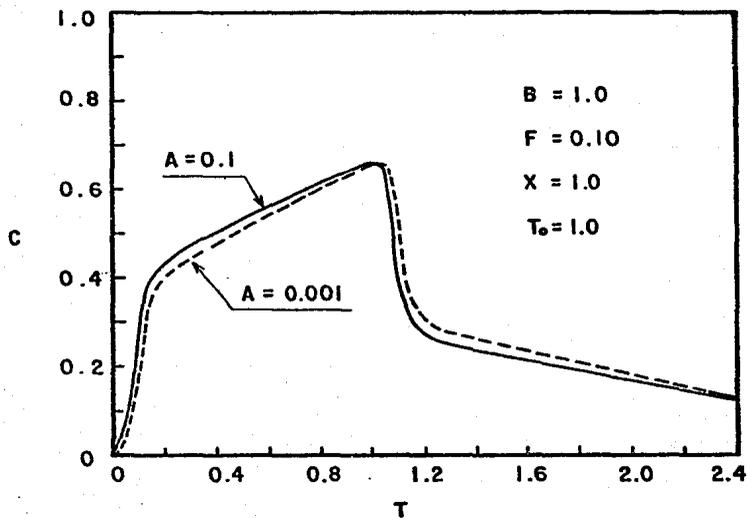


FIG. 5.6.-COMPARACION ENTRE DOS CURVAS CON DIFERENTE A, PARA UN MEDIO FRACTURADO .

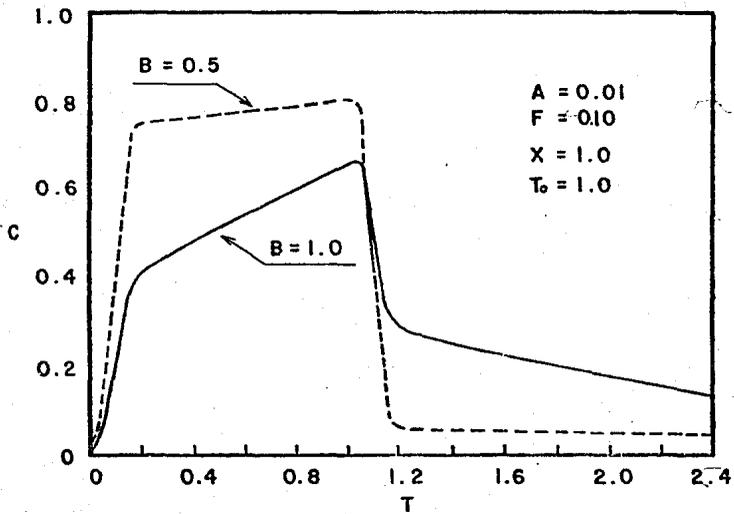


FIG.5.7.-COMPARACION ENTRE DOS CURVAS CON -  
 DIFERENTE B, PARA UN MEDIO FRACTURADO.

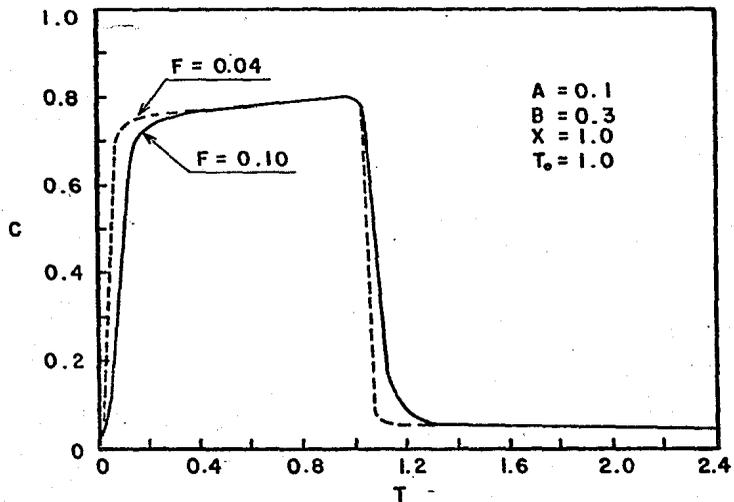


FIG.5.8.- COMPARACION ENTRE DOS CURVAS CON DIFERENTE F, PARA UN MEDIO FRACTURADO.

## C A P I T U L O 6

## RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para que la teoría de un fenómeno físico sea válida, se debe apoyar en resultados experimentales. El trabajo de laboratorio es crucial para decidir si una teoría es correcta o equivocada. En este capítulo se presentan algunos resultados de laboratorio que indican que las ideas desarrolladas en este trabajo describen en forma correcta los mecanismos de desplazamiento de un trazador en un medio poroso fracturado. La exposición incluye, en primer lugar, una descripción del medio fracturado utilizado; luego se presenta el sistema de desplazamiento de fluidos; después se da una tabla de valores experimentales y, finalmente, se hace una comparación entre teoría y experimento.

## 6.1 Descripción de la Muestra.

El estudio del flujo de fluidos en medios porosos fracturados es un problema difícil de tratar a nivel de laboratorio, debido a la dificultad de tener un control preciso sobre las propiedades geométricas de las muestras. Para atacar este tipo de problemas, generalmente se emplean sistemas sencillos que de alguna manera sean equivalentes a los sistemas naturales. Para el desarrollo del presente trabajo se hizo uso de un sistema que, además de sencillo, permite reproducir en una forma realista los mecanismos de desplazamiento de fluidos en medios fracturados.

El corazón del sistema es una muestra de roca porosa homogénea de forma cilíndrica, encapsulada en un recipiente de plástico, como se muestra en la figura 6.1. La muestra R es ajustada a presión dentro del cilindro de plástico C. Debido a las pequeñas irregularidades exteriores de la roca porosa, se forma un delgado espacio anular F entre la muestra y el cilindro. La cápsula tiene un orificio de entrada A y un orificio de salida B. Cuando se hacen circular fluidos, éstos se desplazan con mucha mayor facilidad a través del espacio anular que a través de la roca, de modo que el espacio anular actúa como si se tratara de una fractura de un medio poroso fracturado. Entre el cilindro y las partes inferior y superior de la muestra se forman dos delgadas cámaras, donde se alojan los electrodos E-E' y S-S' que permiten hacer mediciones eléctricas de los fluidos. A partir de estas mediciones,

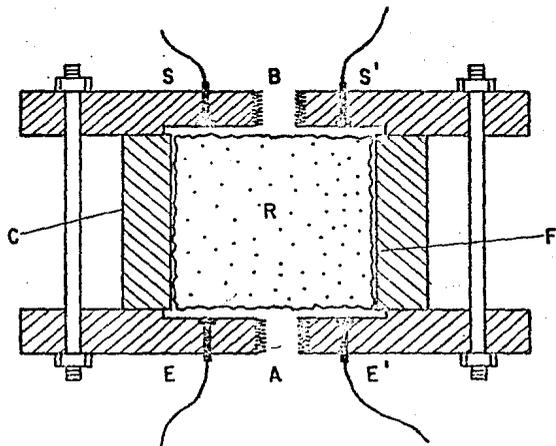


FIG. 6.1.- SISTEMA PORTAMUESTRAS

es posible determinar la concentración de las soluciones salinas que entran y salen del sistema.

En los experimentos que se llevaron a cabo para probar la validez de la teoría, se usó una muestra de arenisca Berea, de forma cilíndrica, con las siguientes características:

Clave:	FD-3
Diámetro =	3.81 cm
Altura =	3.12 cm
Volumen de poro =	8.0 cm <sup>3</sup>
Volumen total =	35.57 cm <sup>3</sup>

Al insertar la muestra de roca dentro del cilindro de plástico, se formó un espacio anular, que será llamado "la fractura", con los siguientes valores:

Volumen de la fractura =	0.4 cm <sup>3</sup>
Espesor de la fractura =	0.011 cm

Al sumar el volumen de poro de la roca al volumen de la fractura, se tiene

Volumen de poro total =	8.4 cm <sup>3</sup>
-------------------------	---------------------

Con estas cantidades se encuentra que

Porosidad primaria =	0.225
Porosidad secundaria =	0.011
Porosidad total =	0.236
Fracción volumétrica de fracturas =	0.047

Para determinar la permeabilidad de la muestra

fracturada, se hizo circular agua bidestilada, usando una diferencia de presión entre la entrada y la salida de 2.5 cm H<sub>2</sub>O. Con este gradiente de presión, se obtuvo un gasto de  $2.85 \times 10^{-2}$  cm<sup>3</sup>/seg, lo que da una

$$\text{Permeabilidad} = 3.23 \text{ darcy}$$

## 6.2 Sistema de Desplazamiento de Fluidos.

Para hacer circular los fluidos a través de la muestra, se usó un sistema de desplazamiento que permite establecer un gradiente de presión constante. Un diagrama de este sistema se presenta en la figura 6.2. Mediante el uso de la válvula de dos vías V se puede hacer circular ya sea agua del recipiente A, o salmuera del recipiente S. La presión constante es proporcionada por las botellas de Mariotte A y S. La diferencia de presión entre la entrada y la salida de la muestra se mide por la diferencia de niveles entre los tubos M y N. Dos electrodos colocados en la parte superior de la muestra, y conectados a un resistímetro R, permiten medir resistencia eléctrica, a partir de la cual se determina la concentración de los fluidos que salen de la muestra. Además de los elementos indicados, el sistema cuenta con una serie de conductos y válvulas que facilitan la manipulación de los fluidos.

Antes de iniciar una corrida, la muestra se satura con agua bidestilada, con la ayuda de una bomba de vacío. Después, el agua se hace circular hasta que la resistencia de salida se estabiliza. En ese momento se acciona la válvula de dos vías para dar paso a la salmuera (trazador), y se inician las mediciones de resistencia entre los electrodos de salida. Después de inyectar la cantidad deseada de trazador, se vuelve a accionar la válvula de dos vías para permitir nuevamente el paso del agua bidestilada, la cual empuja al bache de trazador a través de la muestra.

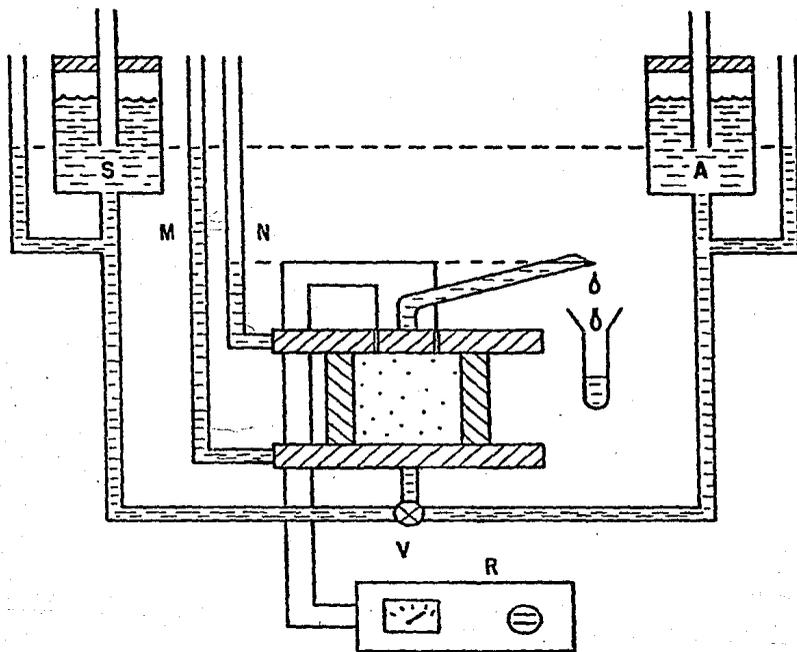


FIG. 6.2-SISTEMA DE DESPLAZAMIENTO DE FLUIDOS.

### 6.3 Conversión de Resistencia a Concentración.

Como resultado de las operaciones realizadas con el sistema de desplazamiento de fluidos, se obtiene una tabla de valores de los volúmenes de líquido inyectado y de las correspondientes resistencias entre los electrodos de salida. El paso siguiente consiste en transformar las resistencias medidas a valores de concentración.

Experimentos realizados con soluciones de NaCl en agua han demostrado<sup>18</sup> que cuando la concentración es menor a 12 gramos/litro, existe una relación lineal entre la concentración y la conductividad eléctrica. Por lo tanto, se puede escribir

$$c = \frac{K}{\rho} \quad (6.1)$$

donde K es una constante de proporcionalidad y  $\rho$  la resistividad. Además, cuando se tiene una celda de medición cuya geometría no cambia con el tiempo, la resistencia entre los electrodos es proporcional a la resistividad de la solución. En consecuencia,

$$c = \frac{K'}{R} \quad (6.2)$$

donde R es la resistencia eléctrica y K' la nueva constante de proporcionalidad. El valor de esta constante se puede determinar tomando valores límite.

En un experimento como el descrito en la sección anterior, normalmente se tiene una concentración mínima, que es la correspondiente al agua usada en la prueba, y una concentración máxima que es la de la salmuera usada como trazador. Cuando la concentración es mínima, la resistencia entre los electrodos es máxima y viceversa. Por lo tanto, la  $K'$  de la ecuación (6.2) está dada por

$$K' = c_{\min} R_{\max} \quad (6.3)$$

o bien

$$K' = c_{\max} R_{\min} \quad (6.4)$$

De modo que la ecuación (6.2) se puede expresar como

$$c = \frac{c_{\min} R_{\max}}{R} \quad (6.5)$$

o bien

$$c = \frac{c_{\max} R_{\min}}{R} \quad (6.6)$$

Tanto en el laboratorio como en el campo lo que más interesa no es la concentración absoluta, sino la

concentración relativa  $C$  definida como

$$C = \frac{c - c_{\min}}{c_{\max} - c_{\min}} \quad (6.7)$$

Esta es una variable adimensional que varía linealmente entre la concentración mínima y la concentración máxima.

Sustituyendo las ecuaciones (6.5) y (6.6) en la ecuación (6.7) se llega a

$$C = \frac{R_{\min}(R_{\max} - R)}{R(R_{\max} - R_{\min})} \quad (6.8)$$

que expresa la concentración relativa en términos de la resistencia  $R$  medida entre los electrodos.

#### 6.4 Resultados Experimentales.

Con objeto de hacer comparaciones entre teoría y experimento, se llevaron a cabo algunas corridas con la muestra que se describe en la Sección 6.1. En una de las corridas típicas, las condiciones fueron las siguientes:

Fecha de la prueba:	10 Sept. 1985
Muestra:	FD-3
Trazador:	NaCl
Temperatura ambiente =	25°C
Concentración del trazador =	5 gr/litro
Presión =	1 cm H <sub>2</sub> O
Volumen de poro =	8.4 cm <sup>3</sup>
Volumen de bache =	8.4 cm <sup>3</sup>
R <sub>min</sub> =	2,080 ohm
R <sub>max</sub> =	32,500 ohm

Al empezar a inyectar el bache, se iniciaron las mediciones de resistencia a la salida de la muestra. Estas mediciones se hicieron a intervalos de 0.2 cm<sup>3</sup> de fluido inyectado. En esta forma se obtuvo una tabla de valores donde aparecían los volúmenes inyectados, en cm<sup>3</sup>, y las correspondientes resistencias, en ohms. Luego, los volúmenes inyectados se transformaron a tiempo adimensional dividiendo esos volúmenes entre el volumen de poro de la muestra, o sea 8.4 cm<sup>3</sup>. Asimismo, las resistencias medidas se transformaron a concentración relativa utilizando la ecuación (6.8). Como resultado, se obtuvieron los valores que aparecen en la Tabla 6.1.

TABLA 6.1.- VALORES DE CONCENTRACION  
RELATIVA (C) Y TIEMPO ADIMENSIONAL (T)  
PARA LA MUESTRA FD-3

<u>T</u>	<u>C</u>	<u>T</u>	<u>C</u>
0	0	0.571	0.709
0.024	0.009	0.595	0.720
0.048	0.046	0.619	0.725
0.071	0.141	0.643	0.725
0.095	0.209	0.667	0.731
0.119	0.345	0.690	0.743
0.143	0.458	0.714	0.743
0.167	0.507	0.738	0.749
0.190	0.523	0.762	0.749
0.214	0.535	0.786	0.755
0.238	0.539	0.810	0.755
0.262	0.556	0.833	0.761
0.286	0.563	0.857	0.767
0.310	0.578	0.881	0.767
0.333	0.597	0.905	0.773
0.357	0.609	0.928	0.773
0.381	0.626	0.952	0.780
0.405	0.644	0.976	0.780
0.428	0.663	1.000	0.780
0.452	0.667	1.024	0.731
0.476	0.672	1.048	0.677
0.500	0.687	1.071	0.601
0.524	0.693	1.095	0.476
0.548	0.703	1.119	0.398

T	C	T	C
1.143	0.317	1.833	0.081
1.167	0.275	1.857	0.080
1.190	0.245	1.881	0.078
1.214	0.214	1.905	0.077
1.238	0.195	1.928	0.075
1.262	0.182	1.952	0.074
1.286	0.171	1.976	0.072
1.310	0.161	2.000	0.071
1.333	0.153	2.024	0.069
1.357	0.144	2.048	0.068
1.381	0.139	2.071	0.067
1.405	0.133	2.095	0.066
1.428	0.129	2.119	0.065
1.452	0.124	2.143	0.064
1.476	0.120	2.167	0.063
1.500	0.116	2.190	0.062
1.524	0.113	2.214	0.061
1.548	0.109	2.238	0.060
1.571	0.106	2.262	0.059
1.595	0.103	2.286	0.058
1.619	0.100	2.310	0.057
1.643	0.098	2.333	0.057
1.667	0.096	2.357	0.056
1.690	0.094	2.381	0.055
1.714	0.091	2.405	0.055
1.738	0.089	2.428	0.054
1.762	0.087	2.452	0.053
1.786	0.085	2.476	0.053
1.810	0.083	2.500	0.052

### 6.5 Comparación entre Teoría y Experimento.

Algunos de los valores de la tabla 6.1 aparecen como puntos experimentales en la figura 6.3. Para mayor claridad, no se incluyeron todos los valores de la tabla. Para hacer una comparación-entre resultados teóricos y experimentales, se hizo un ajuste de una curva teórica, mediante el uso de la ecuación (5.18). La curva resultante se indica con línea continua en la misma figura.

De acuerdo con la ecuación (5.18), la concentración está dada en términos del coeficiente de difusión adimensional A, del coeficiente de transferencia adimensional B y de la fracción volumétrica de fracturas F. Según se vio en la sección 6.1, la F tiene el valor de 0.047, de modo que el ajuste se hizo por ensaye y error asignando una serie de valores a los parámetros A y B. El mejor ajuste se logró para  $A = 4$  y  $B = 6$ . Como se puede ver en la figura 6.3, el acuerdo entre teoría y experimento es excelente en la mayor parte del intervalo de interés práctico, y sólo existen diferencias de consideración en la parte donde se inicia el efecto de cola.

Ahora bien, ¿cómo se pueden aprovechar los valores adimensionales de A y B para calcular los coeficientes de difusión y transferencia reales? De las ecuaciones (3.16c) y (3.16f) se ve que estos coeficientes están dados, respectivamente, por

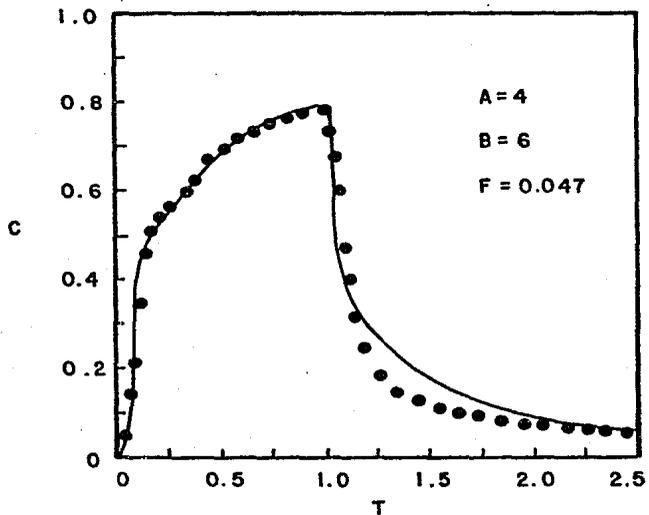


FIG.6.3.-COMPARACION ENTRE VALORES TEORICOS (CURVA CONTINUA) Y RESULTADOS EXPERIMENTALES (PUNTOS).

$$D = AuL$$

y

$$K = \frac{Bu}{L}$$

En el presente caso,  $L$  es la longitud de la muestra, o sean 3.12 cm, por lo que sólo queda por determinar la velocidad intersticial  $u$ . Esta velocidad está dada en términos de la velocidad Darcy  $v_D$  por la relación

$$u = \frac{v_D}{\phi}$$

Por mediciones directas, se encontró que  $v_D = 1.00 \times 10^{-3}$  cm/seg. Por lo tanto,

$$u = \frac{1.00 \times 10^{-3}}{0.236} = 4.24 \times 10^{-3} \text{ cm/seg}$$

En consecuencia,

$$D = 4 \times 4.24 \times 10^{-3} \times 3.12 = 0.0529 \text{ cm}^2/\text{seg}$$

y

$$K = \frac{6 \times 4.24 \times 10^{-3}}{3.12} = 0.00815 \text{ seg}^{-1}$$

## C A P I T U L O 7

## DISCUSION Y CONCLUSIONES

Una de las áreas de mayor importancia de la física de yacimientos es la caracterización de formaciones fracturadas, ya que este tipo de sistemas geológicos están entre los más productivos del mundo. De ahí que cualquier contribución que tienda a mejorar las tecnologías actuales tengan un interés especial para la industria petrolera.

El presente trabajo representa un esfuerzo por encontrar nuevos caminos para cuantificar algunas de las características más importantes de los yacimientos que tienen fracturas naturales. La teoría desarrollada indica que si se hace circular un trazador miscible a través de las fracturas saturadas con un fluido, entonces es posible determinar los siguientes parámetros: 1) el coeficiente de difusión, 2) el coeficiente de transferencia entre bloques y fracturas y 3) la fracción volumétrica de fracturas. La importancia de estos parámetros se puede comprender si se tiene en cuenta que el coeficiente de difusión está relacionado con el grado de canalización del medio fracturado; por su parte, el coeficiente de transferencia indica el grado de conectividad que hay entre matriz de roca y frac-

turas; y, finalmente, la fracción volumétrica de fracturas da una idea del grado de fracturamiento de la roca.

Para probar la validez de la teoría, se hizo un ajuste de una curva teórica a los puntos experimentales obtenidos en una prueba de desplazamiento de un trazador de NaCl, a través de una muestra fracturada saturada con agua. En su mayor parte, el acuerdo entre teoría y experimento fue excelente. Sin embargo, se obtuvieron algunas discrepancias de consideración en la parte final del experimento.

Estas discrepancias pueden tener varias causas. Por un lado, se considera que la teoría necesita algunos refinamientos. Por ejemplo, en su forma actual, la teoría supone que la concentración en los bloques se puede representar por una concentración media. Quizá una representación más realista sería expresar esa concentración por un cierto gradiente de concentración.

Posiblemente otra fuente importante de desacuerdo sea la imposibilidad de reproducir en el laboratorio las condiciones exactas en que se basa la teoría. Así, por ejemplo, la teoría supone que, al inyectar un bache de trazador a la muestra, la concentración a la entrada es constante e igual a la del bache. Estrictamente, esta condición es imposible de realizar experimentalmente, ya que, debido a la difusión, existe un contraflujo que va de la muestra hacia el depósito del trazador, lo que ocasiona una disminución de la concentración a la entrada de la muestra.

En vista de las experiencias obtenidas, se concluye que la teoría puede y debe perfeccionarse. Sin

embargo, debido al buen acuerdo entre valores teóricos y resultados experimentales, se considera que la teoría, en su forma actual, puede tener aplicaciones prácticas, tanto a nivel de laboratorio como de campo.

## N O M E N C L A T U R A

- $A$  = coeficiente de difusión adimensional  
 $B$  = coeficiente de transferencia adimensional  
 $c$  = concentración en las fracturas  
 $c^*$  = concentración en los bloques  
 $c_o$  = concentración inicial del trazador  
 $C$  = concentración adimensional en las fracturas  
 $C^*$  = concentración adimensional en los bloques  
 $\bar{C}$  = transformada de la concentración adimensional en las fracturas  
 $\bar{C}^*$  = transformada de la concentración adimensional en los bloques  
 $D$  = coeficiente de difusión  
 $F$  = fracción volumétrica de fracturas  
 $J$  = densidad de corriente total  
 $J_c$  = densidad de corriente de convección  
 $J_d$  = densidad de corriente de difusión  
 $K$  = coeficiente de transferencia entre bloques y fracturas  
 $L$  = longitud de una muestra  
 $R$  = resistencia eléctrica  
 $s$  = parámetro usado en la transformación de Laplace  
 $t$  = tiempo  
 $T$  = tiempo adimensional

- $T_0$  = duración adimensional de un bache  
 $u$  = componente de la velocidad en la dirección  
del eje X  
 $\vec{v}$  = velocidad intersticial media  
 $v_D$  = velocidad Darcy  
 $x$  = distancia  
 $X$  = distancia adimensional  
 $\phi$  = porosidad total  
 $\phi_1$  = porosidad primaria  
 $\phi_2$  = porosidad secundaria  
 $\rho$  = resistividad eléctrica

## R E F E R E N C I A S

- 1.- Aguilera, R.: "Naturally Fractured Reservoirs", The Petroleum Publishing Co., Tulsa, Okla. (1980).
- 2.- Barenblatt, G.I. and Zheltov, Yu. P.: "Fundamental Equations of Filtration of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks", Soviet Physics Doklady (1960) Vol. 5, pp. 522-525.
- 3.- Warren, J. E. and Root, P. J.: "The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs", Soc. Pet. Eng. J. (Sept. 1963) pp. 245-255.
- 4.- Warren, J. E. and Root, P. J.: "Discussion on Unsteady-State Behavior of Naturally Fractured Reservoirs", Soc. Pet. Eng. J. (Marzo 1965) pp. 64-65.
- 5.- de Swaan, A.: "Analytic Solutions for Determining Naturally Fractured Reservoirs Properties by Well Testing", Soc. Pet. Eng. J. (Junio 1976) pp.117-122.
- 6.- Crawford, G. E., Hagedorn, A. R. and Pierce, A. E.: "Analysis of Pressure Buildup Tests in Naturally Fractured Reservoirs", J. Pet. Tech. (Nov. 1976) pp. 1295-1300.
- 7.- Streltsova, T. D.: "Hydrodynamics of Groundwater Flow in Fractured Formations", Water Resources, Res. 12 (3) 1976, pp. 405-414.

- 8.- Najurieta, H. L.: "A theory for Pressure Transient Analysis in Naturally Fractured Reservoirs", J. Pet. Tech. (Julio 1980) pp. 1241-1250.
- 9.- Cinco-Ley, H. and Samaniego, F.: "Pressure Transient Analysis for Naturally Fractured Reservoirs", Trabajo SPE 11026 presentado en la 57th Annual Fall Technical Conference and Exhibition de la SPE de la AIME, New Orleans, La., Sept. 26-29, 1982.
- 10.- Van Golf-Racht, T. D.: "Fundamentals of Fractured Reservoir Engineering", Elsevier Scientific Publishing Company, New York (1982).
- 11.- Ogata, A.: "Theory of Dispersion in a Granular Medium", Geological Survey Professional Paper 411-I, U. S. Department of the Interior (1970).
- 12.- Coats, K. H. and Smith, B. D.: "Dead-End Pore Volume and Dispersion in Porous Media", Soc. Pet. Eng. J. (Marzo 1964) pp. 73-84.
- 13.- Brigham, W. E.: "Mixing Equations in Short Laboratory Cores", Soc. Pet. Eng. J. (Feb. 1974) pp. 91-99.
- 14.- Baker, L. E.: "Effects of Dispersion and Dead-End Pore Volume in Miscible Flooding", Soc. Pet. Eng. J. (Junio 1977) pp. 219-227.
- 15.- Crank, J.: "The Mathematics of Diffusion", Clarendon Press, Oxford (1975).
- 16.- Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C.: "Conduction of Heat in Solids", Clarendon Press, Oxford (1959).

- 17.- Churchill, R. V.: "Modern Operational Mathematics in Engineering", McGraw-Hill Book Company, Inc., New York (1944).
- 18.- Glasstone, S.: "Tratado de Química-Física", Aguilar, S.A. de Ediciones, Madrid (1953).

## A P E N D I C E    A

TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO  
DE INYECCION CONTINUA EN UN MEDIO  
CONTINUO

Haciendo  $a = 1$  en la expresión  $s = a + iz$ , la ecuación (4.7) toma la forma

$$\bar{C}(X, s) = \frac{1}{1+iz} \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{1+4A(1+iz)}) \right] \quad (A.1)$$

Separando la parte real de la parte imaginaria del radicando, esta ecuación se puede escribir como

$$\bar{C}(X, s) = \frac{1}{1+iz} \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{U+iV}) \right] \quad (A.2)$$

donde

$$U = 1 + 4A$$

$$V = 4Az$$

Mediante un diagrama de Argand en el plano complejo, se ve que

$$\theta = \arctan (v/U)$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + v^2}$$

Además,

$$\begin{aligned} \sqrt{U + iV} &= \sqrt{\rho e^{i\theta}} = \sqrt{\rho} e^{i\frac{\theta}{2}} \\ &= \sqrt{\rho} \left( \cos \frac{\theta}{2} + i \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned}$$

En consecuencia, la ecuación (A.2) toma la forma

$$\bar{C} = \frac{1}{1+iz} \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2} - i\sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}) \right] \quad (\text{A.3})$$

Efectuando operaciones algebraicas y haciendo la sustitución

$$w = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

se llega a

$$\bar{C} = \frac{\exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right] \left[ (\cos w - z \operatorname{sen} w) - i(\operatorname{sen} w + z \cos w) \right]}{1 + z^2} \quad (\text{A.4})$$

de donde fácilmente se puede separar la parte real (p) de la parte imaginaria (q).

Sustituyendo (A.4) en (4.11), se llega a

$$C(X,T) = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left[\frac{X}{2A}(1-\sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2})\right]}{1+z^2} \left[ \cos(zT-w) + z \operatorname{sen}(zT-w) \right] dy$$

(A.5)

donde

$$w = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A$$

$$V = 4Az$$

## A P E N D I C E B

TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO  
DE INYECCION EN BACHE EN UN MEDIO  
CONTINUO

La ecuacion (4.15) se puede escribir como

$$\bar{C}(X, s) = \frac{1}{s} \exp\left[\frac{X}{2A}(1 - \sqrt{1+4As})\right] - \frac{e^{-T_0 s}}{s} \exp\left[\frac{X}{2A}(1 - \sqrt{1+4As})\right] \quad (\text{B.1})$$

Si se define

$$\bar{F}(X, s) = \frac{1}{s} \exp\left[\frac{X}{2A}(1 - \sqrt{1+4As})\right]$$

entonces

$$\bar{C}(X, s) = \bar{F}(X, s) - e^{-T_0 s} \bar{F}(X, s) \quad (\text{B.2})$$

Como la transformación de Laplace es una operación lineal, se tiene que

$$L^{-1}[\bar{C}(X,s)] = L^{-1}[\bar{F}(X,s)] - L^{-1}[e^{-T_0 s} \bar{F}(X,s)] \quad (B.3)$$

donde el símbolo  $L^{-1}$  representa el operador inverso.

Por otra parte,

$$L^{-1}[e^{-T_0 s} \bar{F}(X,s)] = H(T - T_0) f(X, T - T_0) \quad (B.4)$$

donde  $H(T - T_0)$  es la función escalón de Heaviside.

Y sustituyendo (B.4) en (B.3), se tiene

$$C(X,T) = f(X,T) - H(T - T_0) f(X, T - T_0) \quad (B.5)$$

Pero  $f(X,T)$  es la expresión a que se llegó al final del Apéndice A (ver ecuación A.5). En consecuencia, para la inyección de un bache de duración  $T_0$ , se tiene

$$C(X,T) = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left[\frac{X}{2A}(1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2})\right]}{1 + z^2} [\cos(zT - w) + z \operatorname{sen}(zT - w)] dz \\ - H(T - T_0) \frac{e^{-T - T_0}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left[\frac{X}{2A}(1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2})\right]}{1 + z^2} \\ [\cos(z(T - T_0) - w) + z \operatorname{sen}(z(T - T_0) - w)] dz \quad (B.6)$$

donde

$$w = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A$$

$$V = 4Az$$

## A P E N D I C E C

TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO  
DE INYECCION CONTINUA EN UN MEDIO  
FRACTURADO

Haciendo  $s = 1 + iz$  y  $B/(1 - F) = b$  en la ecuación (5.11), se tiene

$$\bar{u} = \frac{1}{1+iz} \exp \left[ \frac{X}{2A} \left( 1 - \sqrt{1 + 4A(1+iz) \left( F + \frac{B}{(1+iz)+b} \right)} \right) \right] \quad (C.1)$$

Separando la parte real de la parte imaginaria del radicando, la ecuación (C.1) se puede escribir como

$$\bar{u} = \frac{1}{1+iz} \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{U+iV}) \right] \quad (C.2)$$

donde

$$U = 1 + 4A \left[ F + \frac{Bb + B(1 + z^2)}{(1 + b)^2 + z^2} \right]$$

$$V = 4Az \left[ F + \frac{Bb}{(1 + b)^2 + z^2} \right]$$

Mediante el uso de un diagrama de Argand en el plano complejo, y siguiendo un razonamiento similar al del Apéndice A, se ve que

$$\sqrt{U + iV} = \sqrt{\rho} \left( \cos \frac{\theta}{2} + i \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right)$$

donde

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

De modo que la ecuación (C.2) toma la forma

$$\bar{C} = \frac{1}{1+iz} \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2} - i \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}) \right] \quad (C.3)$$

Al separar la parte real de la imaginaria, queda

$$\begin{aligned} \bar{C} = & \frac{\exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]}{1 + z^2} (\cos w - z \operatorname{sen} w) \\ & - \frac{i \exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]}{1 + z^2} (\operatorname{sen} w + z \cos w) \end{aligned} \quad (C.4)$$

donde

$$w = \frac{X}{2A} \sqrt{\rho} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

La transformación inversa se puede obtener mediante el uso de la ecuación (4.11), donde  $p$  es la parte real y  $q$  la parte imaginaria, con lo que se llega a

$$C = \frac{e^{-T}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp \left[ \frac{X}{2A} (1 - \sqrt{\rho} \cos \frac{\theta}{2}) \right]}{1 + z^2} [\cos(zT - w) + z \operatorname{sen}(zT - w)] dz \quad (C.5)$$

donde

$$w = \frac{X\sqrt{\rho}}{2A} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A F + \frac{Bb + B(1 + z^2)}{(1 + b)^2 + z^2}$$

$$V = 4Az F + \frac{Bb}{(1 + b)^2 + z^2}$$

$$b = \frac{B}{1 - F}$$

## A P E N D I C E D

TRANSFORMADA INVERSA PARA EL CASO  
DE INYECCION EN BACHE EN UN MEDIO  
FRACTURADO

La ecuación (5.17) se puede escribir como

$$\begin{aligned} \bar{u}(X, s) = & \frac{1}{s} \exp \left[ \frac{X}{2A} \left( 1 - \sqrt{1 + 4As \left( F + \frac{B}{s + B/(1-F)} \right)} \right) \right] \\ & - \frac{e^{-T_0 s}}{s} \exp \left[ \frac{X}{2A} \left( 1 - \sqrt{1 + 4As \left( F + \frac{B}{s + B/(1-F)} \right)} \right) \right] \end{aligned} \quad (D.1)$$

Haciendo

$$\bar{g}(X, s) = \frac{1}{s} \exp \left[ \frac{X}{2A} \left( 1 - \sqrt{1 + 4As \left( F + \frac{B}{s + B/(1-F)} \right)} \right) \right] \quad (D.2)$$

la ecuación (D.1) toma la forma

$$\bar{u}(X, s) = \bar{g}(X, s) - e^{-T_0 s} \bar{g}(X, s) \quad (D.3)$$

Puesto que la transformación de Laplace es una operación lineal

$$L^{-1}[\bar{C}(X,s)] = L^{-1}[\bar{g}(X,s)] - L^{-1}[e^{-T} \circ^s \bar{g}(X,s)] \quad (D.4)$$

donde  $L^{-1}$  es el operador inverso.

Además, de las propiedades de la transformación de Laplace, se sabe que

$$L^{-1}[e^{-T} \circ^s \bar{g}(X,s)] = H(T-T_0)g(X,T-T_0) \quad (D.5)$$

donde  $H(T-T_0)$  es la función escalón de Heaviside.

Sustituyendo (D.5) en (D.4), se tiene

$$C(X,T) = g(X,T) - H(T-T_0)g(X,T-T_0) \quad (D.6)$$

Pero  $g(X,T)$  es la expresión a que se llegó al final del Apéndice C (ver ecuación C.5). Por lo tanto, en el caso de la inyección de un bache de duración  $T_0$ , en un medio fracturado, se tiene

$$\begin{aligned}
 c = & \frac{e^T}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left[\frac{x}{2A}(1-\sqrt{\rho})\cos\frac{\theta}{2}\right]}{1+z^2} \left[\cos(zT-w)+z \operatorname{sen}(zT-w)\right] dz \\
 & - H(T-T_0) \frac{e^{T-T_0}}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp\left[\frac{x}{2A}(1-\sqrt{\rho})\cos\frac{\theta}{2}\right]}{1+z^2} \cdot \\
 & \left[\cos(z(T-T_0)-w)+z \operatorname{sen}(z(T-T_0)-w)\right] dz \quad (D.7)
 \end{aligned}$$

donde

$$w = \frac{x\sqrt{\rho}}{2A} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}$$

$$\rho = \sqrt{U^2 + V^2}$$

$$\theta = \arctan \frac{V}{U}$$

$$U = 1 + 4A \left[ F + \frac{Bb + B(1+z^2)}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$

$$V = 4Az \left[ F + \frac{Bb}{(1+b)^2 + z^2} \right]$$

$$b = \frac{B}{1-F}$$