



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

## Diseño de una Práctica de Laboratorio para Cálculo de Factores de Fricción en Tubos Circulares

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO QUIMICO  
PRESENTA  
**Francisco Loza Morales**  
MEXICO, D. F. 1978



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CLAS TESIS 1978  
ABO M. C. 245 258  
FOMA \_\_\_\_\_  
PROC \_\_\_\_\_  
i \_\_\_\_\_



JURADO

PRESIDENTE	PROF.	CARLOS DOORMAN MONTERO
VOCAL	PROF.	CUTBERTO RAMIREZ CASTILLO
SECRETARIO	PROF.	ANTONIO VALIENTE BARDERAS
1ER. SUPLENTE	PROFRA.	GRACIELA MARTINEZ ORTIZ
2DO. SUPLENTE	PROFRA.	LUCILA MENDEZ CHAVEZ

SITIO DONDE SE DESARROLLO EL TEMA  
FACULTAD DE QUIMICA

SUSTENTANTE: FRANCISCO LOZA MORALES.

ASESOR DEL TEMA: M. en C. ANTONIO VALIENTE BARDERAS

A MI ESPOSA "ROSSY", POR SU COMPRESION Y  
AMOR QUE SIEMPRE ME ALIENTAN EN LA VIDA.

A MI HIJA "VANY", QUE ES MI FUTURO Y  
MAYOR TESORC EN LA VIDA.

A MIS PADRES, GUILLERMO Y ROSA POR HABER  
LOGRADO SU OBJETIVO, DARME UNA PROFESION.

A MIS HERMANOS: GUILLERMO, GUADALUPE,  
ROSA MA., MA.DEL CARMEN, Y JOSE LUIS.

A MIS AMIGOS.

A LA UNIVERSIDAD.

AL I.Q. ANTONIO VALIENTE B. EN RECONOCIMIENTO  
A SU HUMANISMO, CAPACIDAD DE ENSEÑANZA Y DEDI  
CACION A ESTE TRABAJO.

## I N D I C E

- CAPITULO I                    INTRODUCCION.
- CAPITULO II                    FLUJO DE FLUIDOS
- 1.- GENERALIDADES.
  - 2.- TEOREMA DE BERNOULLI.
  - 3.- EL BALANCE DE ENERGIA Y LA FRICCION DEL -  
FLUIDO.
  - 4.- LA FRICCION TOTAL DEL FLUIDO.
  - 5.- LA VISCOSIDAD EN FLUIDOS NEWTONIANOS.
  - 6.- FLUJO LAMINAR EN EL ESTADO ESTABLE.
  - 7.- ECUACION DE HOUGEN Y POUSEVILLE.
  - 8.- EXPERIMENTO Y OBSERVACIONES DE REYNOLDS.
  - 9.- NUMERO DE REYNOLDS.
  - 10.- FLUJO TURBULENTO EN EL ESTADO ESTABLE.
  10. 1.- LA VELOCIDAD DE UN FLUIDO EN EL FLUJO  
TURBULENTO.
  10. 2.- LA INTENSIDAD DE LA TURBULENCIA.
  - 11.- EL EFECTO DE PRANDTL.
- CAPITULO III                    EL FACTOR DE FRICCION "f"
- 1.- GENERALIDADES.
  - 2.- ANALISIS POR GRADIENTE MECANISMOS.
  - 3.- ANALISIS DIMENSIONAL.
  - 4.- METODO BUCKINGHAM O " "
  - 5.- EL EFECTO DE LA RUGOSIDAD EN LA TRANSFE\_\_  
RENCIA DE MOMENTUN.
- CAPITULO IV                    EXPERIMENTACION
- 1.- GENERALIDADES.
  - 2.- DESCRIPCION DEL EQUIPO E INSTRUMENTACION.
  2. 1.- TANQUE DE ALIMENTACION.
  2. 2.- CONJUNTO DE SISTEMAS MOTOR - BOMBA.
  2. 3.- MEDIDOR DE ORIFICIO.
  2. 4.- VENTURIMETRO.
  2. 5.- RED DE TUBOS DE DIFERENTES DIAMETROS.

- 3.- ECUACION GENERAL DE LOS MEDIDORES DE FLUJO
- 4.- CALIBRACION DE LOS MEDIDORES DE FLUJO.
4. 1.- DATOS EXPERIMENTALES DE LA CALIBRACION.
- 5.- DISEÑO DEL EXPERIMENTO PARA LA PRACTICA -  
PROPUESTA.
5. 1.- PRESENTACION DE RESULTADOS.
5. 2.- DATOS EXPERIMENTALES.
5. 3.- AJUSTES DE LAS CURVAS EXPERIMENTALES POR  
EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS.
5. 4.- COMPARACIONES DE DATOS EXPERIMENTALES Y  
EMPIRICOS.

CAPITULO V	PRACTICA PROPUESTA " CALCULO DE FACTORES DE FRICCION EN TUBOS CIRCULARES "
CAPITULO VI	CONCLUSIONES
CAPITULO VII	EPILOGO
	BIBLIOGRAFIA

## CAPITULO I

### I N T R O D U C C I O N .

Es plenamente claro para todos el progreso que el hombre ha tenido a lo largo de su existencia, progreso que indudablemente presenta una tendencia única: "el mejoramiento humano"; aún tomando en cuenta las desviaciones en el sentir y pensar de algunas generaciones presentes y pasadas, ese concensus de progreso es notorio y con la misma tendencia.

Por tal motivo, el estudiante debe de tratar de elevar ese espíritu de concensus de progreso, para que en un momento dado, cuando éste egrese aplique la ciencia siempre que le permita resolver sus problemas, pero, teniendo en cuenta su experiencia y criterio. De esta situación surge el objetivo de esta Tesis, que es el desarrollo de experimentos en base a la teoría, donde el estudiante puede obtener un cierto criterio y una experiencia más. Pero, no pretendo conseguir o dar una solución a esta situación por medio de éste trabajo, sólo se trata de motivar la inquietud para ese concensus de progreso en el estudiante de Ingeniería Química.

Por lo tanto en el trabajo, se expone la influencia y necesidad que existe en comprobar la teoría con la experimentación, la cual se puede llevar a cabo en algunos casos dentro de los mismos estudios; por este motivo, es por el cual, se Diseña una Práctica que fuera lo mas funcional dentro de las posibilidades del Laboratorio de Ingeniería Química, que es, en donde el estudiante puede llevar a efecto algunas observaciones y de estas obtener un cierto criterio, siempre y cuando aplique correctamente la teoría.

De aquí, que el tema tratado lleve el título de: "DISEÑO DE UNA PRACTICA DE LABORATORIO PARA EL CALCULO DE FACTORES DE FRICCIÓN EN TUBOS CIRCULARES". En donde, el título esta en función de casos, que corresponden a la división en capítulos. El desarrollo de todos los capítulos se presentan lo mas sistemáticamente posible, en ellos se da la teoría necesaria para entender el método o métodos propuestos, lo cuál representará una gran ayuda para quienes traten con la Mecánica de Fluidos.

En este trabajo, se expone como característica principal, la influencia que tiene la "fricción" en el transporte de fluidos newtonianos no comprensibles, como lo es, el caso del agua que fluye a través de ductos circulares en el "estado permanente" (llamado también estado estable o continuo), por lo que, en el capítulo II se expone de la forma más convenientemente ordenada generalidades sobre el fenómeno de transporte de fluidos, el teorema expuesto por Bernoulli, la ecuación de continuidad, la fricción en los fluidos, el flujo laminar, la derivación de la ecuación de Hougén y Pouseville, el experimento y las observaciones de Reynolds, el flujo turbulento y el efecto de Prandtl. Todo lo anterior es básico para entender la derivación de la ecuación y el cálculo del "factor de fricción  $f$ ", ya sea esto, por medio del análisis dimensional o por medio del análisis de gradiente-mecanismos; en donde todo esto, está de acuerdo a la influencia que ejerce el factor de fricción " $f$ " sobre la pérdida de energía mecánica en los casos de transporte de momento, tanto en flujo laminar como en el turbulento, esta es la parte que comprende el capítulo III.

De acuerdo y en base a la teoría mencionada en los capítulos anteriores, se explica la parte experimental que es la correspondiente al capítulo IV. En este capítulo se da a conocer el experimento llevado a cabo, el tipo de instrumentación y el equipo que se empleó, la calibración de los medidores de flujo, y además, se harán unos comentarios al experimento por ser la parte fundamental de la Tesis ya que como se ha mencionado anteriormente, es aquí donde el estudiante puede comprobar la teoría dada en los capítulos anteriores.

En el capítulo V, se redacta la práctica propuesta para el "Laboratorio de Ingeniería Química" la cual se trató como se dijo anteriormente, que sea lo más fundamental tanto en la práctica como en lo teórico para mayor facilidad y entendimiento del alumno. De una manera muy breve y sencilla se dan las conclusiones en el capítulo VI en donde como su nombre lo indica, se explica el hecho y efectos del tipo de problemas e incongruencias en el transcurso del trabajo.

Por último en la parte final se da un epílogo que corresponde al capítulo VII, después de esto se da a conocer la Bibliografía empleada en la elaboración de esta tesis.

## CAPITULO II

### FLUJO DE FLUIDOS

#### 1.- GENERALIDADES.

Debido a la gran importancia que tiene el fenómeno de transporte de fluidos en el desarrollo del hombre, éste ha transformado en una forma muy amplia las observaciones hechas por medio de la experimentación, de acuerdo a esto podemos decir, haciendo un ~~breve~~ comentario -- que, el transporte de fluidos en tiempos muy remotos se hacia por medio de canales, y rios, pero el hombre ante la imperiosa necesidad de a bastecerse del líquido vital que es el agua, construyó acueductos y canales pero, todavía se encontraba con problema de llevar a ciertos lugares éste líquido, por ejemplo; cuando estos se encontraban situados a ciertas alturas. El hombre con el transcurso del tiempo ha venido desarollando una técnica cada vez más avanzada, para derrumbar esos obstaculos que se han interpuesto en su camino, y ahora en nuestro tiempo, los fluidos se pueden transportar al lugar o parte que se quiera, dado que se cuenta con una gran variedad de bombas y ductos lo que ha dejado de ser un problema irresoluble el transporte de fluidos.

En nuestro caso, sólo nos ocuparemos del fenómeno de transporte de fluidos a través de ductos (tuberías circulares) pero, se puede hacer extensivo hacia otros casos como lo son: el flujo de los rios, canales, etc., que son de mucha importancia en las diferentes ramas de Ingeniería. Dentro de éste fenómeno de transporte de fluidos hay implicitos otra série de fenómenos, tales como: la conservación de la mésa, de la energía, diferencias en el flujo de una corriente (flujo laminar y turbulento), y la transformación de la energía mecánica en calor, a la cual se le ha llamado "FRICCIÓN" . Por lo tanto, en éste capítulo-- se dan las bases teoricas y las observaciones experimentales para el entendimiento de los fenómenos mencionados.

#### 2.- TEOREMA DE BERNOULLI.

El teorema de Bernoulli se puede definir como un balance de energía, que se utiliza para la resolución de sistemas de-

fluidos en movimiento aunque se puede simplificar para sistemas estáticos.

Los cambios dentro de un proceso físico cerrado, pueden ser medidos en términos de las propiedades de la entrada y salida de las corrientes y los cambios de energía en la forma de calor y trabajo entre el sistema y sus alrededores. Por lo tanto el aprovechamiento de éste sistema, tiende a dar la idea de un sistema en Termodinámica y la aplicación de la Primera Ley de ésta, llamada Principio de la Conservación de la Energía, en donde dice: que "la energía es indestructible y la cantidad total de energía que entra en un sistema debe ser exáctamente igual a la que sale más cualquier aumento dentro del sistema" o sea:

$$\text{ENTRA} = \text{SALE} + \text{LA ACUMULACION} \quad \text{-----}(1)$$

La expresión matemática o numérica de éste principio se denomina: "Balance de Energía Total", que en conjunto con un balance de materia es de capital importancia en problemas de operación y diseño de procesos.

En un balance energético, las energías recibidas son iguales a las desprendidas más el aumento de energía dentro del sistema por unidad de tiempo en un proceso de Operación Continúa o para un ciclo de operación de un proceso discontinuo.

De aquí, que en un proceso continuo en el estado estable:

$$\text{A C U M U L A C I O N} = 0 \quad \text{-----}(2)$$

Tomaremos como ejemplo, un fluido que circula a través de un aparato o tubería, en donde, el fluido que esta en movimiento lleva su propia energía y además, hay un intercambio con sus alrededores.

I.- La energía transportada por el fluido comprende:

a.- La energía interna " E " que incluye a todas las energías peculiares de los fluidos, sin considerar su posición o movimiento relativo.

b.- La energía llevada por el fluido debido a su estado de movimiento o posición, que se clasifica en:

I.- Energía Cinética o de Movimiento " $\frac{\bar{V}^2}{2g_c}$ ", en donde:

$\bar{V}$  = velocidad promedio del fluido, en m/seg.

$g_c$  = constante de conversión de la segunda Ley de Newton = 9.81 Kg-m/Kg-sec<sup>2</sup>.

II.-Energía Potencial o de Posición " $Z \frac{g}{g_c}$ ", donde:

$Z$  = altura de referencia del sistema, en m.

$g$  = aceleración de la gravedad =  $9.81 \text{ m/seg}^2$ .

III.-La energía de Presion "PV", que lleva el material - debido a su introducción o salida de un flujo bajo presion, donde:

$P$  = presion del fluido, en  $\text{Kg/m}^2$ .

$V$  = volumen del fluido, en  $\text{m}^3$ .

2.- La energía transmitida o intercambiada entre el fluido y -- sus alrededores, es de dos tipos:

a.- El calor " $Q'$ " dado al material fluyente entre los puntos de entrada y salida del sistema.

b.- El trabajo " $W'_f$ " efectuado por el fluido sobre sus alrededores durante su desplazamiento entre los puntos de entrada y salida.

Considerando la figura 1, que puede ser, como ya se ha dicho anteriormente, un sistema complejo de tubería o un tipo es pecífico de equipo. De donde:

$\bar{v}$  = velocidad promedio del fluido, en  $\text{m/seg}$ .

$S$  = sección transversal del área de flujo, en  $\text{m}^2$

$w$  = velocidad másica, en  $\text{Kg/hr}$  ó  $\text{seg}$ .

$E$  = energía interna del sistema,  $\text{Kcal/Kg}$ .

$P$  = presion del sistema, en  $\text{Kg/m}^2$ .

$V$  = volumen del fluido, en  $\text{m}^3$ .

$Z$  = altura de referencia del sistema, en  $\text{m}$ .

$W'_f$  = trabajo hecho por la masa del fluido, en  $\text{Kg-m/Kg}$ .

$Q'$  = calor dado al sistema, en  $\text{Kcal/Kg}$ .

$G$  = Volumen específico del fluido, en  $\text{m}^3/\text{Kg}$ .

Para el "estado estable" :

$$\text{ENTRA} = \text{SALE} \quad \text{-----} (2)$$

$$\therefore w_1 = w_2 = \bar{v}_1 S_1 = \bar{v}_2 S_2 = G_1 S_1 = G_2 S_2 \quad \text{-----} (3)$$

en conclusion, el balance de energía total de la figura 1 basado sobre las ecuaciones (2) y (3) sería :

$$w_1 E_1 + \frac{w_1 \bar{v}_1^2}{2g_c} + w_1 Z_1 \frac{g}{g_c} + w_1 P_1 V_1 + w_1 Q' = w_2 E_2 + \frac{w_2 \bar{v}_2^2}{2g_c} + w_2 Z_2 \frac{g}{g_c} + w_2 P_2 V_2 + w_2 W'_f \quad \text{----} (4)$$

ésta expresión, se aplica a cualquier sistema en el "estado estable" reacomodandola, tenemos :

$$(E_1 - E_2) + \frac{1}{2g_c} (\bar{v}_1^2 - \bar{v}_2^2) + \frac{g}{g_c} (Z_1 - Z_2) + P_1 V_1 - P_2 V_2 = Q' - W'_f \quad \text{-----} (5)$$

si  $\Delta$  = al incremento al pasar del punto de entrada (punto 1), al punto de salida (punto 2). Por definición:

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_1 - E_2 \\ \Delta(PV) &= P_1 V_1 - P_2 V_2 \end{aligned} \quad (5)$$

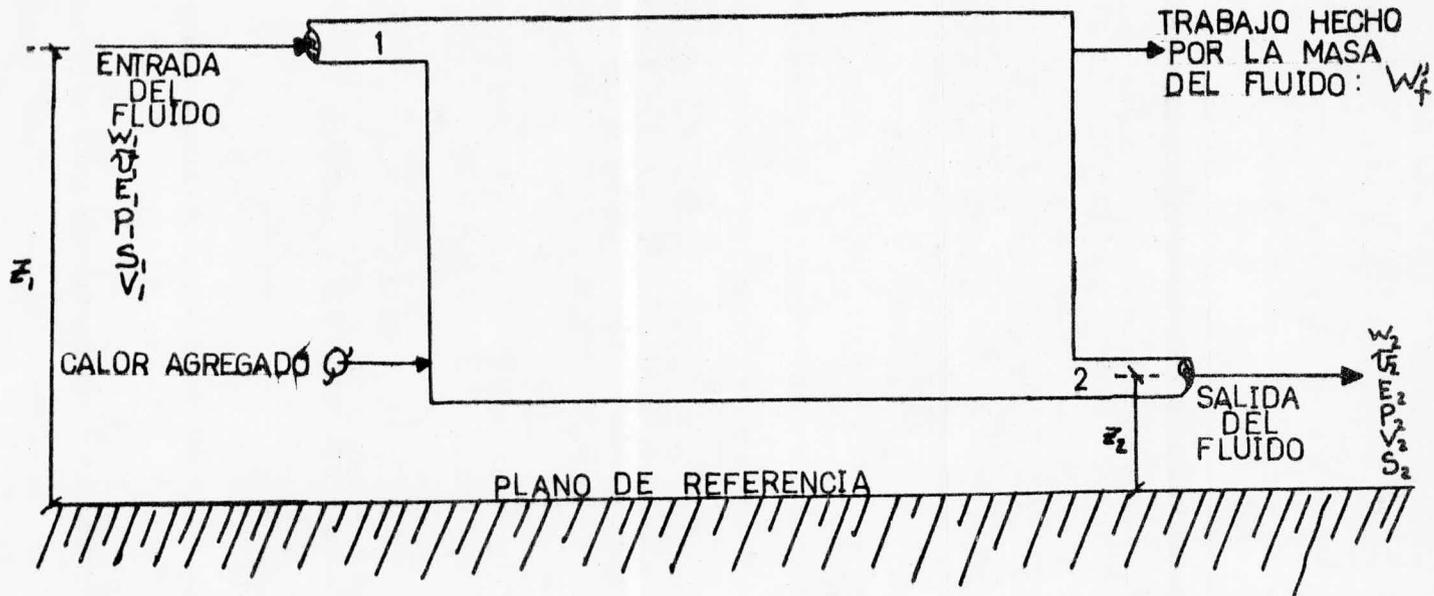


FIGURA 1-SISTEMA DE TUBERIA O UN TIPO ESPECIFICO DE EQUIPO.

Ahora bien, la Entalpía es igual a :

$$\Delta H = \Delta E + \Delta(PV)$$

sustituyendo este resultado en la ecuación (5), resulta

$$\Delta H + \Delta \left( \frac{V^2}{2gc} \right) + \Delta Z \left( \frac{g}{gc} \right) = Q' - W_f' \quad \text{-----(6)}$$

Considerese un "flujo perfecto", el cual se define como un fluido, donde no esta sujeto a esfuerzos cortantes durante su movimiento y fluye bajo condiciones isotérmicas, entonces el Balance de Energía Total se simplifica a uno de Energía Mecánica:

$$P_1 V_1 + \frac{g}{gc} Z_1 + \frac{V_1^2}{2gc} = P_2 V_2 + \frac{g}{gc} Z_2 + \frac{V_2^2}{2gc} = CTE \quad \text{-----(7)}$$

a esta ecuación se le conoce como "ECUACION DE BERNOULLI"

### 3.- EL BALANCE DE ENERGIA Y LA FRICCION DEL FLUIDO.

En todas las ecuaciones desarrolladas anteriormente, se ha considerado solamente las energias que entran y salen del sistema - Ahora bien, si analizamos el flujo del fluido, encontramos que hay una cierta pérdida de energía mecánica que aparece en el fluido como calor, a la cual se le ha llamado "fricción".

$$Q = Q' + \Sigma F \quad \text{-----(8)}$$

$$W_f' = W - \Sigma F \quad \text{-----(9)}$$

donde:  $Q$  = calor absorbido por el fluido.

$Q'$  = calor transferido al ambiente.

$W_f'$  = trabajo transferido al medio.

$W$  = trabajo total hecho por el fluido.

$\Sigma F$  = fricción total del fluido.

Ahora si sustituimos la ecuación (8) en la ecuación (3):

$$\Delta E + \Delta \left( \frac{V^2}{2gc} \right) + \frac{g}{gc} \Delta Z + \Delta(PV) = Q - \Sigma F - W_f' \quad \text{-----(10)}$$

pero por la Primera Ley de la Termodinámica:

$$\Delta E = Q - W = Q - \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

y sustituyendola en la ecuación (10), tenemos lo siguiente:

$$\Delta \left( \frac{V^2}{2gc} \right) + \frac{g}{gc} \Delta Z + \Delta(PV) - \int_{V_1}^{V_2} P dV + \Sigma F = - W_f' \quad \text{-----(11)}$$

pero como:  $\Delta(PV) = \int_{V_1}^{V_2} P dV + \int_{P_1}^{P_2} V dP$

sustituyendola en la ecuación (11), nos queda:

$$\Delta \left( \frac{V^2}{2gc} \right) + \frac{g}{gc} \Delta Z + \int_{P_1}^{P_2} V dP + \Sigma F = - W_f' \quad \text{-----(12)}$$

si:  $\rho = \text{constante} \Rightarrow \frac{1}{\rho} = G = \text{constante} =$

sustituyendolo en la ecuación (12), encontramos:

$$\Delta \left( \frac{\bar{v}^2}{2g_c} \right) + \frac{g}{g_c} \Delta Z + \frac{\Delta P}{\rho} + \Sigma F = W'_f \quad \text{-----(13)}$$

a esta ecuación se le llama: "ECUACION GENERAL DEL BALANCE DE MATERIA Y ENERGIA".

#### 4.- LA FRICCIÓN TOTAL EN EL FLUIDO. ( $\Sigma F$ )

El término ( $\Sigma F$ ) representa la "fricción total" que se produce, y por consiguiente, toda la transformación de energía mecánica en calor que tiene lugar en un fluido, por ejemplo, de la figura anterior al pasar de la posición 1, a la posición 2.

Las pérdidas de energía mecánica en calor por la fricción en el fluido, está en armonía con la idea básica de una fuerza de resistencia, puesto que el producto de la fuerza por la distancia recorrida es una energía; y si el fluido se mueve contra una fuerza de resistencia, siempre aparecerá el término ( $\Sigma F$ ). Por lo tanto, la fricción se produce en la capas límites, debido a que el trabajo realizado por las fuerzas de cizalla para mantener los gradientes de velocidad, tanto en el flujo laminar como en el turbulento, se convierten finalmente en calor por la acción viscosa. Por lo tanto, la fricción total puede agruparse en dos partes fundamentales :

- 1.- La fricción debida a la Superficie ( $H_s$ ): está, se presenta cuando una corriente de fluido entra en contacto con una pared sólida paralela a la dirección del flujo entonces, se forma en las inmediaciones de la pared una capa estacionaria de fluido, el grosor dependerá lógicamente de la rugosidad de la pared. Entre esta capa y las adyacentes a ella existe un gradiente de velocidad, y por tanto, un esfuerzo cortante (o de cizalla). Esta fuerza, al actuar a lo largo de la pared sólida, efectua un trabajo que se disipa en forma de calor (fig. 2).
- 2.- La fricción debida a la forma ( $H_f$ ): se presenta cuando en el seno de una corriente de fluido, se introduce un sólido - ver la (figura 3), en la parte posterior del mismo ( zona C de la fig. 3 ), se forman turbulencias o remolinos que se mantienen en movimiento a expensas de la energía cinética de la corriente circulante en la zona B. Esta transferencia se lleva a cabo por medio de transporte de momentum (esfuerzo cortante), de la zona B a la zona C, y por este mismo mecanismo se disipa la energía cinética de los remolinos en -

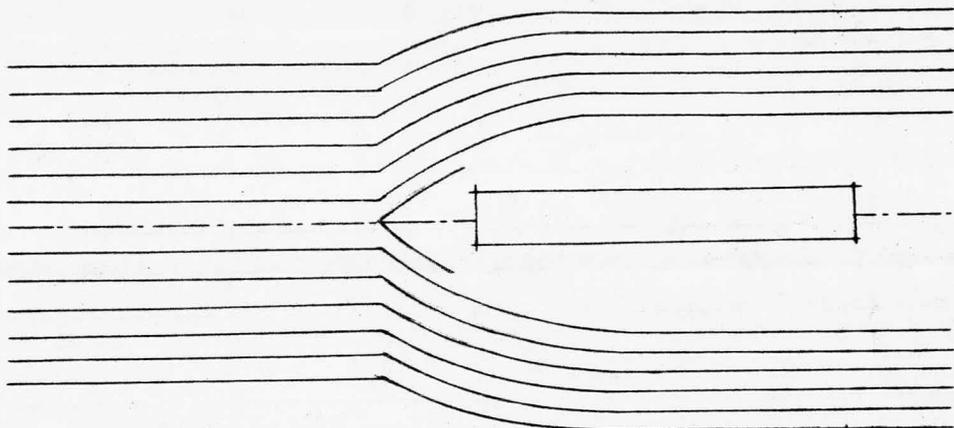


FIGURA 2- FRICCION DEBIDA A LA SUPERFICIE  $H_s$

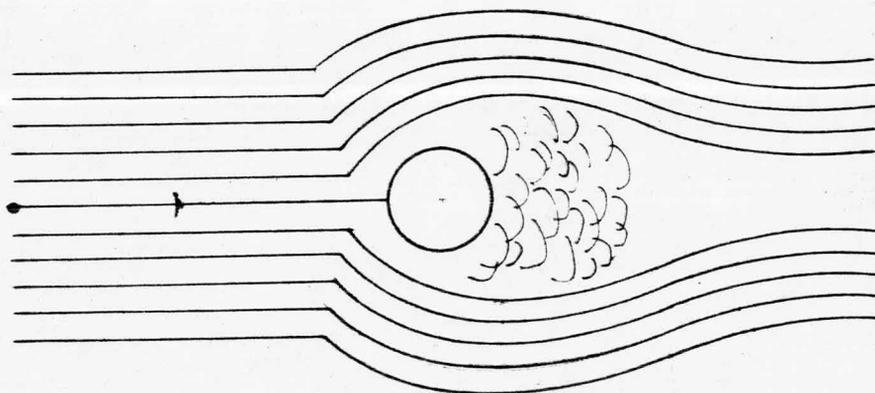


FIGURA 3- FRICCION DEBIDA A LA FORMA  $H_f$

forma de calor. Esta pérdida de energía corresponde a la forma y posición del sólido sumergido.

Por lo tanto, se concluye que fricción total, es igual a:

$$\Sigma F = H_s + H_f \quad \text{-----} \quad (14)$$

Debe notarse que sobre el sólido considerado en la figura-- 3, actúan tanto la fricción de forma ( $H_f$ ) como la fricción de superficie ( $H_s$ ), pero generalmente ésta se despre<sup>ci</sup>a por ser pequeña en comparación con aquella.

5.- LA VISCOSIDAD DE FLUIDOS NEWTONIANOS.

Un fluido se distingue por su viscosidad, que es una propiedad típica y que, en cierto modo corresponde a la resistencia al corte (tensión cortante); por ejemplo, la principal diferencia de desplazamiento del agua y de las melazas depende de que éstas poseen una viscosidad mucho mayor queaquella.

Supongamos dos capas o láminas paralelas en el fluido, - como se representan en la fig. 4:

En donde, cada una de las cuales tiene una área ( $A$ ) y están separadas por una distancia ( $\Delta y$ ). Una de las capas se mueve a una velocidad ( $v$ ) constante, mientras que la otra se mueve a una velocidad relativa ( $v + \Delta v$ ) constante con respecto a la primera; para mantener esta velocidad relativa se necesitará una fuerza constantemente aplicada a la placa o lámina con velocidad ( $v + \Delta v$ ).

En general para cierto número de láminas, y cuando la velocidad sea función de la distancia ( $y$ ), tal como se indica en la fig. 5.

En donde se tendrá, para cualquier punto:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad \text{-----} \quad (15)$$

donde ( $\mu$ ) es un coeficiente característico al que se le ha-  
(10)

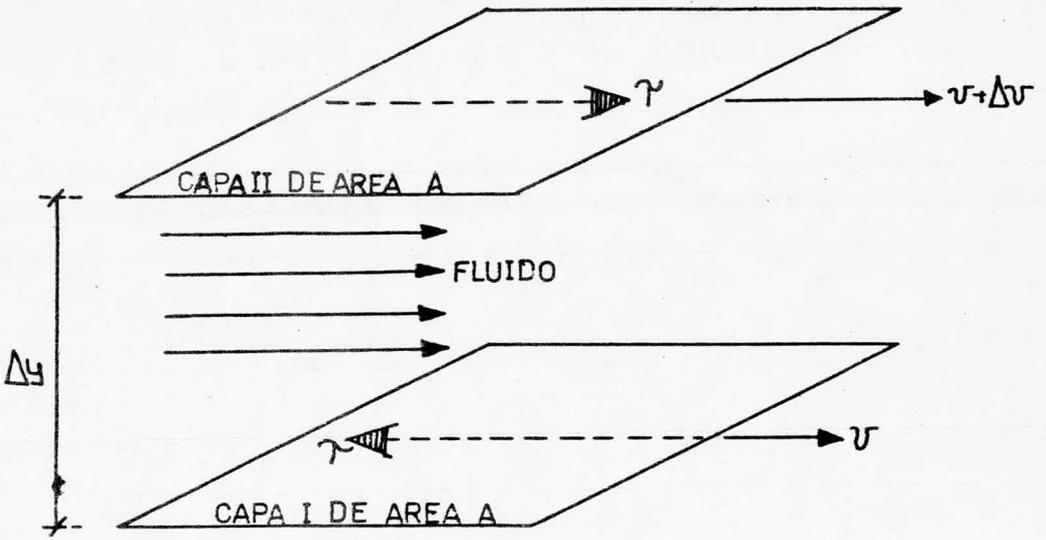


FIGURA 4-CAPAS PARALELAS DE FLUIDO.

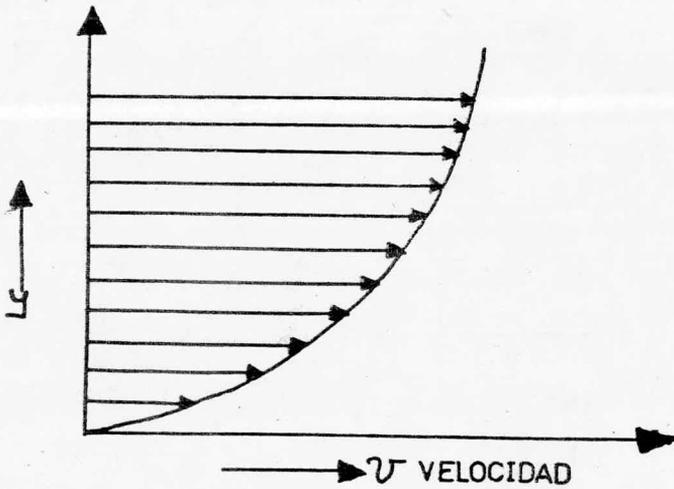


FIGURA 5-VELOCIDAD DEL FLUIDO  $v$  CONTRA LA DISTANCIA  $y$

llamado "VISCOSIDAD", y además, para fluidos newtonianos --- el esfuerzo o tensión cortante ( $\tau$ ) es igual a la fuerza -- tangencial ( $F$ ) sobre la unidad de área ( $A$ ) de un plano pa -- ra mantener la velocidad constante; y aplicando la defini -- ción de derivada, obtenemos.

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dy} \quad \text{-----}(16)$$

despejando ( $\mu$ )

$$\mu = \frac{F}{A} \frac{dy}{dv} \quad \text{-----}(17)$$

y por la segunda Ley de Newton, que nos dice:

$$F = ma = \frac{d(mv)}{d\theta} \quad \text{-----}(18)$$

Sustituyendola en la ecuación (17), obtenemos:

$$\mu = \frac{F}{A} \frac{dy}{dv} = \frac{d(mv)}{A d\theta} \frac{dy}{dv} \quad \text{-----}(19)$$

Entonces, la viscosidad ( $\mu$ ) es igual a la relación entre el -- variación de cantidad de movimiento por unidad de superficie -- y por el gradiente de velocidad. Sus unidades estan dadas por -- la ecuación (15), y son: (dinas-seg/cm<sup>2</sup>). Un sistema alterna -- tivo en el C.G.S. es el POISE, que es igual a: 1 poise = 1 gr -- ./cm-seg. pero, ordinariamente, resulta demasiado grande para -- muchas aplicaciones y por est@ suele expresarse en la siguien -- te unidad: centipoise = 1/100 poise.

Si la viscosidad del fluido se divide por su densidad( $\rho$ ), -- obtenemos la "Viscosidad cinématica":  $\nu$  cuyas unidades en -- el sistema C.G.S. son: el Stoke que es igual 1 stoke = 1cm<sup>2</sup>/ -- seg.

#### 6.- FLUJO LAMINAR EN EL ESTADO ESTABLE.

El transporte molécular de cantidad de movimiento se ha --

llamado de varias formas: flujo laminar, flujo viscoso o lineal.

Este se presenta, cuando los fluidos se mueven a velocidades bajas, en donde no hay mezclas laterales y las capas contiguas se deslizan una sobre otras, como si fueran las cartas de una baraja, y además, no existen corrientes transversales, ni torbellinos que dan lugar a una mezcla lateral, entonces, de acuerdo con este análisis, es condición necesaria para el " estado estable ": QUE EL GRADIENTE DE CONCENTRACION SEA CONSTANTE, ya que el estado estable, significa que no hay acumulación de la propiedad con el tiempo.

Como la velocidad es un vector, en un punto tiene componentes una para cada coordenada espacial. En muchos casos, todos los vectores paralelos o casi paralelos, dentro del caso del flujo laminar, por lo tanto, sólo se necesita una componente de velocidad, que se puede tomar como escalar.

Entonces si el gradiente de velocidad entre dos planos, de la figura 6 se supone constantes, y cada lámina de fluido tiene un Momentum diferente; las moléculas individuales, al moverse transportan con ellas su momentum de flujo " Y ", en la dirección de las " X ", De aquí el transporte de cantidad de movimiento o momentum, será de una zona de mayor concentración de flujo de momentum a otra zona de menor concentración y este, se distribuye inmediatamente en toda la región pobre, quien a su vez, sufre una reacción equivalente a la fuerza -- ( la distribución de la cantidad de movimiento requiere de una aceleración de las moléculas, resultando así una fuerza ).

De acuerdo con la figura 6, y en vista de lo dicho anteriormente, las fuerzas son iguales:

$$F_{y_1} = - F_{y_2} \quad \text{en el plano A.} \quad \text{-----}(20)$$

$$F_{y_3} = - F_{y_4} \quad \text{en el plano B.} \quad \text{-----}(21)$$

haciendo un balance de fuerzas de la figura 6, sobre la lámina 2, tenemos:

$$\Sigma F_{\text{EXTERNAS}} = F_{y_1} - F_{y_4} = 0 \quad \text{-----}(22)$$

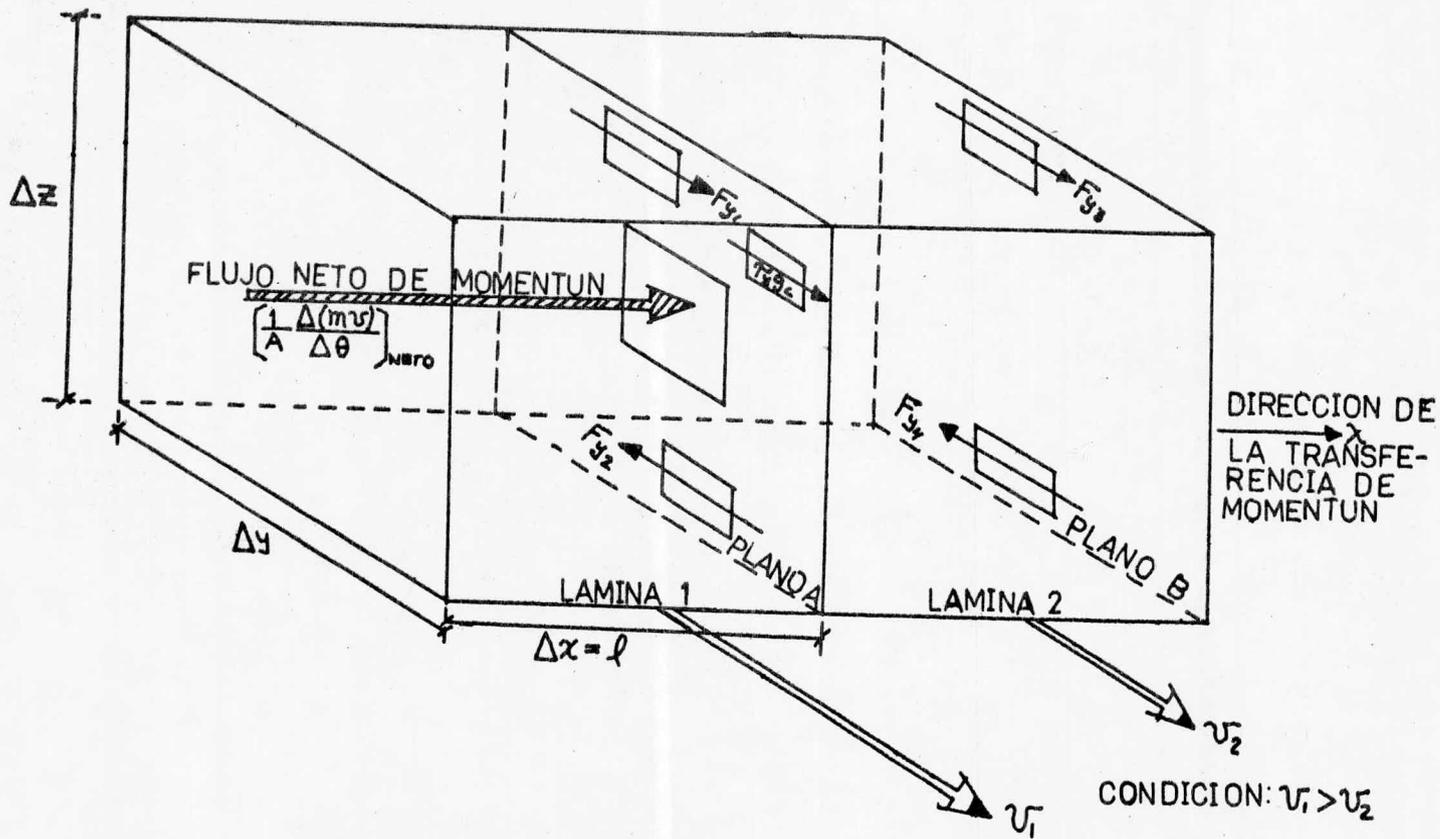


FIGURA 6-3 BALANCE DE FUERZAS

Como un fluido real siempre se opone al esfuerzo cortante, cada que haya una variación del esfuerzo con el tiempo - tiene que existir una fuerza de cizalla. Por lo tanto defini<sup>re</sup> mos a la fuerza de esfuerzo cortante, como la fuerza que actua dos superficies ( plano A ), y que tiende a deformar al fluido, y que es igual a la velocidad de cambio de momentun- en la superficie, o sea:

$$F_y g_c = \frac{d(m\bar{v})}{d\theta} \text{-----(23)}$$

y además a la Tensión cortante ( fuerza de cizalla ), que se designa ( $\tau_y$ ), y que se define como: "la fuerza de esfuerzo-cortante ( $F_y$ ) por unidad de área ( A ) cortante, o sea:

$$\tau_y = \frac{F_y}{A} = \frac{F_y}{(\Delta y)(\Delta z)} \text{-----(24)}$$

-que es la tensión compartida por el plano situado entre las láminas.

Combinando las ecuaciones (23) y (24), obtenemos:

$$F_y = \tau_y A g_c = \frac{d(m\bar{v})}{d\theta} \implies \tau_y g_c = \frac{1}{A} \frac{d(m\bar{v})}{d\theta} \text{-----(25)}$$

de aqui, que la ecuación sea:

$$\left[ \frac{1}{A} \frac{\Delta(m\bar{v})}{\Delta\theta} \right]_{\text{NETO}} = -\frac{1}{6} l \bar{e} \frac{d(\rho\bar{v})}{dx}$$

por lo tanto la tensión cortante ( $\tau_y g_c$ ) en la dirección - - - (+Y) puede substituirse por el flujo de momentun en la dirección (+ X ), y se transforma en:

$$\tau_y g_c = \underset{(15)}{-\frac{1}{6} l \bar{e} \frac{d(\rho\bar{v})}{dx}} \text{-----(26)}$$

en donde:

a),- Para el gas modelo, se tiene la difusividad de momentum

( $\mathcal{D}$ ), que se define:

$$\mathcal{D} = \frac{1}{6} l \bar{c}$$

b),- Para gases reales, así como para los líquidos; difusividad de momentum se encuentra definida por:

$$\tau_y g_c = - \nu \frac{d(\rho \bar{v})}{dx} \quad \text{-----}(27)$$

pero:  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  y además si  $\rho = \text{CONSTANTE} \Rightarrow \mu = \nu \rho$   
sustituyendo este en la ecuación (27), nos queda:

$$\tau_y g_c = - \mu \frac{d\bar{v}}{dx} \quad \text{-----}(28)$$

Entonces de acuerdo con esto, hay varios tipos de aplicaciones de transporte molecular de momentum para el estado estable, y son:

6.1.- TRANSFERENCIA SIMPLE.- En este caso, la propiedad transferible entra a través de una frontera al sistema, pasando por medio del transporte molecular y sale de esta pasando a otra frontera. Su ecuación representativa es:

$$\int_{v_1}^{v_2} u dv = - (\tau_y A g_c) \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A} \quad \text{-----}(29)$$

6.2.- TRANSFERENCIA CON GENERACION INTERNA.- Esta se presenta cuando una cierta cantidad de propiedad transferible, se genera dentro del volumen considerado; por ejemplo: un fluido que fluye dentro de un tubo, en este caso el momentum se genera en cualquier punto dentro del fluido en movimiento, siendo transferido a la pared del tubo, la ecuación representativa en este caso es:

$$d(\tau_y A g_c) = \mathcal{G}_r dV \quad \text{-----}(30)$$

en donde,  $\mathcal{G}_r = \text{generación de momentum} = - \frac{dP}{dy} g_c \quad \text{-----}(31)$

### 7.- ECUACION DE HOUGEN Y POUSEVILLE.

Es una de las aplicaciones más importantes de momentum con generación interna de flujo laminar en el estado estable, como lo es en el caso de "flujo de fluidos a través de tuberías circulares". Consideramos la figura 7, en donde se tie-

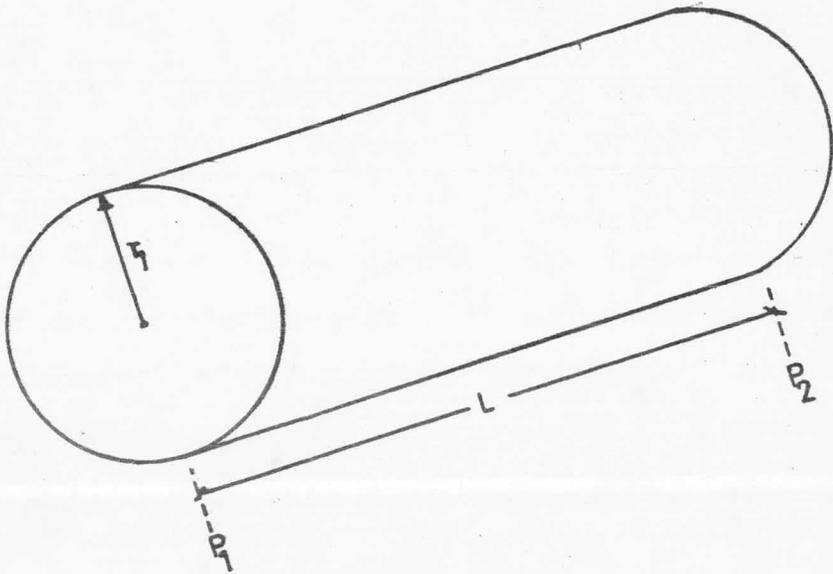


FIGURA 7.- TUBO CIRCULAR DE RADIO  $Y$ .

ne un tramo de tubo circular de radio ( $r$ ) y longitud ( $L$ ), el cual contiene un fluido newtoniano, incomprensible, de viscosidad constante y además, unos medidores de presión en los extremos del tramo del tubo considerado; en los cuales se mide la diferencia de presión a lo largo de ( $L$ ).

Entonces tenemos que:

$$d(\tau_y A g_c) = d(-\mu A \frac{d\bar{v}}{dx}) = \gamma_r V \quad \text{-----}(32)$$

y además:  $V = SL = (\pi r^2) L$

$$dV = 2(\pi r) dr L$$

$$A = 2\pi r L$$

$$\Delta P = P_2 - P_1$$

Pra un fluido incomprensible:

$$\frac{\gamma}{r} = -g_c \frac{\Delta P}{\Delta y}$$

Sustituyendo este en la ecuación (32), nos queda.

$$-\mu (2\pi r L) \frac{d\bar{v}}{dr} = \left( \frac{-\Delta P g_c}{\Delta y} \right) 2\pi L r dr \quad \text{-----}(33)$$

integrando la ecuación (32), tenemos:

$$-2\pi L r \mu \frac{d\bar{v}}{dr} = -\frac{\Delta P g_c}{\Delta y} \pi L r + C_1 \quad \text{-----}(34)$$

Condiciones a la frontera, en el centro del tubo:

$$\bar{v} = \text{velocidad máxima.}$$

de donde, si:  $r=0 \implies \frac{d\bar{v}}{dr} = 0$

y por la ecuación (34):  $C_1 = 0$

Arreglando de acuerdo con este la ecuación (34)-  
obtenemos:

$$\mu \frac{d\bar{v}}{dr} = \frac{\Delta P g_c r}{2 \Delta y} \quad \text{-----}(35)$$

esta ecuación nos muestra que el gradiente varia linealmente con el radio.

Sustituyendo la ecuación de transporte de momento.

$$(\tau_y g_c = -\mu \frac{d\bar{v}}{dx})$$

en la ecuación (35):

$$\tau_y g_c = - \frac{\Delta P g_c}{2 \Delta y} r_i \quad \text{-----} (36)$$

Condiciones en la frontera del tubo, o sea, la pared del mis  
mo:  $\implies r = r_i$

de donde;

$$(\tau_y g_c)_i = \frac{-\Delta P g_c}{2 \Delta y} r_i \quad \text{-----} (37)$$

combinado las ecuaciones (36) y (37), se tiene:

$$\frac{(\tau_y g_c)}{(\tau_y g_c)_i} = \frac{r}{r_i} \quad \text{-----} (38)$$

en donde se observa que, el esfuerzo cortante también varia-  
linealmente con el radio, siendo cero, en el centro del tubo.

Integrado nuevamente.  $\mu \frac{dv}{dr} = \frac{\Delta P g_c}{2 \Delta y} r$ , obtenemos:

$$v = \frac{\Delta P g_c}{4 \Delta y \mu} r^2 + C_2 \quad \text{-----} (39)$$

Condiciones a la frontera:  $r = r_i \implies v = 0$

$$\text{de donde: } C_2 = - \left( \frac{\Delta P g_c}{4 \Delta y \mu} \right) r_i^2 \quad \text{-----} (40)$$

Sustituyendo la ecuación (40) en (39) queda:

$$v = - \frac{\Delta P g_c}{4 \Delta y \mu} (r_i^2 - r^2) \quad \text{-----} (41)$$

en donde se observa que es la ecuación de una parábola, de -  
aquí, se obtiene que la distribución de velocidad sea parábó-  
lica.

Pero como es más fácil medir una velocidad promedio ( $\bar{v}$ )  
que una velocidad puntual ( $v$ ); tenemos:

$$\bar{v} S_i = \int_0^{S_i} v dS \quad \text{-----} (42)$$

donde:  $S = \pi r^2$  y  $S_i = \pi r_i^2$

$$dS = 2\pi r dr$$

sustituyendo esto es la ecuación (42):

$$\bar{v} (\pi r_i^2) = \int_0^{r_i} 2\pi v r dr \quad \text{-----} (43)$$

sustituyendo la ecuación (41), o sea "v" en la ecuación(43)

$$\begin{aligned}
 (\bar{v})(\pi r_1^2) &= 2\pi \left( -\frac{\Delta P g_c}{4\Delta y \mu} \right) \int_0^{r_1} (r_1^2 - r^2) r dr \\
 &= 2\pi \left( -\frac{\Delta P g_c}{4\Delta y \mu} \right) \left( \frac{r_1^4}{2} - \frac{r_1^4}{4} \right) \text{-----(44)}
 \end{aligned}$$

despejando ( $\bar{v}$ ) de esta ecuación:

$$\bar{v} = -\frac{\Delta P g_c r_1^2}{8\Delta y \mu} \quad \checkmark$$

pero  $r_1 = \frac{D}{2}$  sustituyendolo en la ecuación anterior:

$$\bar{v} = -\frac{\Delta P g_c D^2}{32 \Delta y \mu} \text{-----(45)}$$

que es la ecuación llamada de HUGEN Y POUSEVILLE para flujo laminar en tubos circulares en el estado estable.

#### 8.- EXPERIMENTO Y OBSERVACIONES DE REYNOLDS.

Es el experimento clásico para demostrar la diferencia entre flujo laminar y turbulento, y que fué dado a conocer -- por Sir. Osborne Reynolds en 1883. El experimento realizado por Reynolds es el siguiente.

Considerese un tubo de vidrio por donde circula agua - a una cierta velocidad promedio; en el centro del tubo se - sumerge una aguja para introducir un colorante soluble en - agua, en donde; ( $\bar{v}_c$ ) colorante= ( $\bar{v}_a$ ) agua en el punto de - introducción.

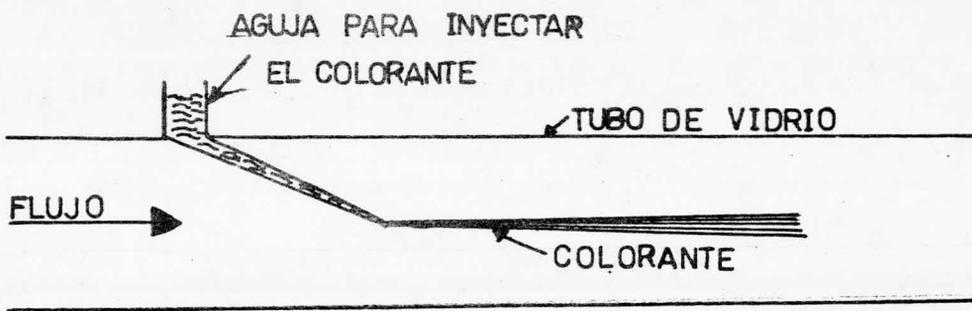
En la figura 8a. se demuestra, que a velocidades bajas - el agua y el filamento del colorante retiene su identidad - en la corriente de agua, ensanchandose un poco corriente a - bajo, debido a la difusión molecular del colorante.

En el caso, de la figura 8b, se tiene una velocidad -- un poco mayor que en el caso anterior, y el filamento del - colorante se expande en porciones finitas, las cuales a me - dida que avanzan corriente abajo se separán aún más y el -- colorante empieza a dispersarse homoganeamente.

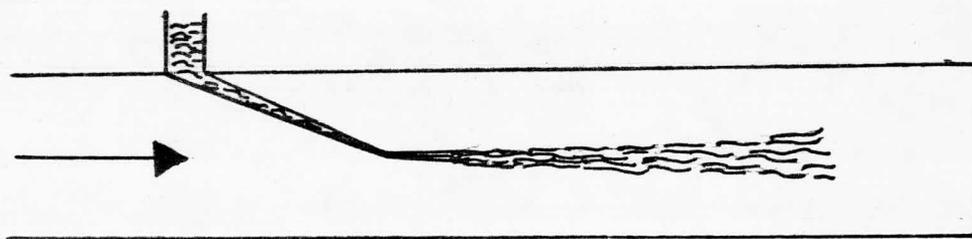
En la figura 8c, hay una velocidad más alta y se obser - va que el colorante se hace homoganeo en la corriente, debi - do a la actividad de los remolinos que se mueven al azar.

- Conclusiones:

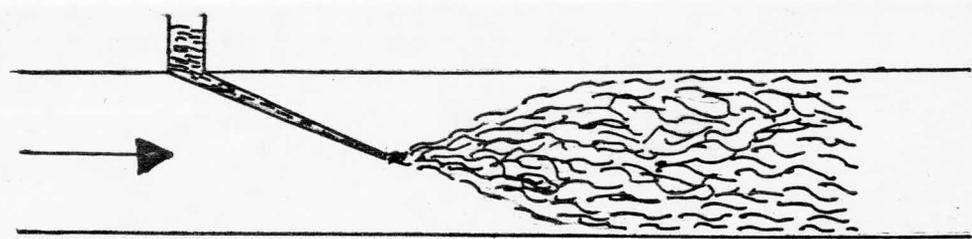
- 1).- A una cierta velocidad promedio, se forman remolinos - que se mueven al azar.
- 2).- Los remolinos son mayores y abundantes en el centro del



a



b



c

FIGURA 8.- EXPERIMENTO REALIZADO POR REYNOLDS.

tubo.

- 3).- Un aumento en la velocidad promedio, amplía el núcleo turbulento hasta llenar el tubo de torbellinos.
- 4).- Como se nota, hay un límite superior y uno inferior y uno inferior de flujo separados por una zona de transición
- 5).- Por lo tanto, la difusividad de momentun en los remolinos es función tanto de la posición, como en la velocidad en el flujo turbulento ( en el caso del flujo laminar es indispensable de la posición o de velocidad).

#### 9.- NUMERO DE REYNOLDS.

Este número fué propuesto por Reynolds como un criterio de sus observaciones, para delinear la naturaleza del flujo en ductos, Muchas formas de adicionales de esta han sido -- propuestas y usadas para sistemas en ductos no circulares; -- por ejemplo: Estructuras sujetas a fuerzas, así como edificios, barcos aeroplanos que son correlacionados usando en número de Reynolds, en conjunto con otros grupos dimensionales.

De aquí que el número de Reynolds se defina como un arreglo adimensional de variables que nos indican el tipo de flujo, ya sea: laminar, transicional o turbulento, que tiene un fluido en el momento dado.

Su expresión mas general es la siguiente:

$$N_{Re} = \frac{D \bar{v} \rho}{\mu} \text{-----(46)}$$

donde:  $D$  = diametro, en (cm. o m.)  
 $\bar{v}$  = velocidad promedio, en (cm/seg. o m/seg.)  
 $\rho$  = densidad del fluido, en (gr./cm<sup>3</sup>.)  
 $\mu$  = viscosidad del fluido, en (dina-seg./cm<sup>2</sup>. o newton-seg/m<sup>2</sup>.)

de acuerdo con esto:

- si:  $N_{Re} < 2,100$ ; el flujo es laminar..  
si:  $N_{Re} > 4,000$ ; el flujo es turbulento.  
si:  $2,100 < N_{Re} < 4,000$ ; el flujo es de transición.

Otras expresiones del Número de Reynolds, son:

$$N_{Re} = \frac{D \bar{v} \rho}{\mu} = \frac{DG}{\mu} = \frac{DW}{S\mu} = \frac{D\bar{v}}{V}$$

en donde:  $G$  = volumen específico del fluido, en (gr./cm<sup>2</sup>.-seg. ó Kg/m<sup>2</sup>-seg.)

$W$  = velocidad másica, en (gr/seg/ó Kg/seg.)

$S$  = sección transversal del área del ducto,  
en ( $\text{cm}^2$ . ó  $\text{m}^2$ ).

$\nu$  = viscosidad cinemática, en ( $\text{cm}^2/\text{seg.}$  ó  $\text{m}^2/\text{seg.}$ ):

Las variables que intervienen en estas expresiones deben estar dadas en unidades tales, que el Número de Reynolds permanezca adimensional.

#### 10.- FLUJO TURBULENTO EN EL ESTADO ESTABLE.

Por la gran importancia que tiene el flujo turbulento en las diferentes ramas de la Ingeniería, éste se ha estudiado intensamente en los últimos años y se dispone actualmente de abundante bibliografía.

El flujo turbulento como se indicó en un principio, aparece a grandes velocidades en donde se forman remolinos o torbellinos, que son grupos de moléculas o conjunto de ellas en un movimiento desordenado. Como el flujo turbulento consiste en un conjunto de torbellinos de diferentes tamaños que existen en la corriente del fluido, un torbellino cualquiera posee una cierta cantidad de energía mecánica, procedente de la energía potencial del fluido por lo tanto, desde el punto de vista energético, la turbulencia es un proceso de transferencia, en los cuales los torbellinos grandes que se han formado a partir del flujo global, transportan la energía de rotación a lo largo de una serie continua de torbellinos más pequeños, y finalmente, esta energía mecánica se convierte en calor cuando los torbellinos más pequeños se destruyen por la acción viscosa del fluido.

Este tipo de mecanismo de flujo turbulento es más complejo que el laminar, y por lo tanto, "no se puede presentar en una sola ecuación", si no que, hay que combinar la teoría con la observación experimental, para obtener un concepto adecuado acerca de lo que es la turbulencia, la cual se puede originar de las siguientes formas :

- 1.- Puede ser por contacto del flujo con límites sólidos, y se le llama a esta forma "turbulencia de pared".
  - 2.- Por contacto entre dos capas de fluido que se mueven a velocidades diferentes y se le llama "turbulencia libre".
- 10.1.- LA VELOCIDAD DEL FLUIDO EN EL FLUJO TURBULENTO.

En esta discusión de flujo turbulento, se considera sola-

mente el flujo en estado estable con respecto a un flujo medio. En el flujo turbulento la velocidad de un punto (velocidad puntual) varía caóticamente con respecto al tiempo en magnitud y dirección; para definir el flujo turbulento estrictamente hablando en el estado estable, es necesario definir una velocidad media - en dirección de las "x" por :

$$\bar{u}_x = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta u_x d\theta \quad \text{-----(47)}$$

donde:  $\bar{u}_x$  = velocidad promedio.

$\theta$  = tiempo.

$u_x$  = velocidad instantánea (que está en función del tiempo).

partiendo de esta ecuación, la frecuencia de la velocidad de fluctuaciones es grande y por lo tanto  $\theta$  necesita pocos segundos. Definiciones similares pueden ser escritas para las otras componentes de la velocidad, de la presión. Si todas estas cantidades medias son constantes en intervalos sucesivos de tiempo, entonces se dice que el flujo turbulento está en "estado estable" o estrictamente hablando, que el estado estable lo está con respecto a el flujo medio.

Las variables instantáneas son convenientemente expresadas como, la suma de un valor medio y un valor fluctuante, o sea

$$\begin{aligned} u_x &= \bar{u}_x + u'_x \\ u_y &= \bar{u}_y + u'_y \\ u_z &= \bar{u}_z + u'_z \\ p &= \bar{p} + p' \end{aligned}$$

donde  $u_x, u_y, u_z$  = componentes de la velocidad fluctuante.

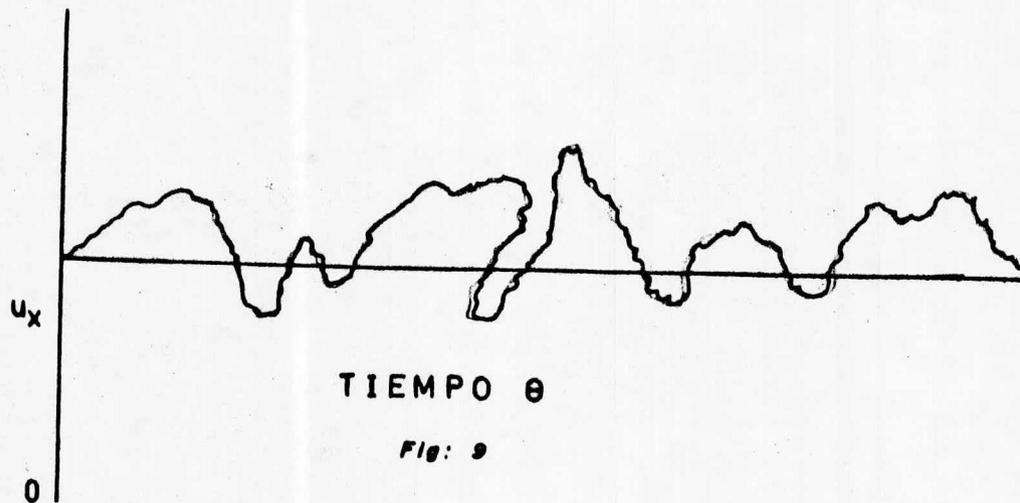
$p'$  = presión fluctuante.

Por estas definiciones es evidente que  $\bar{u}'_x = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta u'_x d\theta = 0$  y similarmente encontramos que:  $\bar{u}'_y, u'_z$  y  $\bar{p}' = 0$  en resumen, para un flujo paralelo tenemos,  $\bar{u}_y = 0$  y  $\bar{u}_z = 0$  pero en nuestro caso  $u_x = \bar{u}_x + u'_x, u_y = \bar{u}_y + u'_y, u_z = \bar{u}_z + u'_z$  y una gráfica típica de  $u_x$  contra  $\theta$  se demuestra en la fig. 9.

## 10.2.- INTENSIDAD DE LA TURBULENCIA.

El flujo turbulento descrito en términos de "intensidad" la cual es una medida relativa de la velocidad fluctuante a la velocidad media. La cantidad  $\bar{u}'_x = 0$  por ser igual al número de ocurrencia de valores negativos y positivos, de los valores de  $u'_x$ . En todo caso, el número de veces de la magnitud de la componente de la velocidad fluctuante, es usando la cantidad  $\sqrt{\overline{u'^2}}$  llamada raíz cuadrada de la velocidad fluctuante. Para un flujo pa-

**Grafica Tipica de  $U_x$  Contra  $\theta$**



*Fig: 9*

rálelo la intensidad o nivel de turbulencia, es definido cuantitativamente por la expresion

$$I = \frac{\sqrt{1/3 (\bar{u}'^2 + \bar{u}'^2 + \bar{u}'^2)}}{\bar{u}_x} \text{-----}(48)$$

En el caso especial de turbulencia isotópica, se simplifica a :

$$I = \frac{\sqrt{\bar{u}'^2}}{\bar{u}_x} \text{-----}(49)$$

### 11.- EFECTO DE PRANDTL.

Se produce cuando un fluido viaja en un sentido a una velocidad dada y si encuentra un sólido paralelo al flujo, la velocidad cambiará y se distribuirá. La figura 10 hará mas comprensible lo antes mencionado. Notese que la línea horizontal central representa al sólido sumergido.

Capa limitante de Prandtl.

$\chi$  = distancia al bordo.

$v_\infty$  = velocidad de la corriente no distorsionada.

$z_\chi$  = espesor de la capa limitada a la distancia " $\chi$ "

$v$  = velocidad local.

$abc, a'b'c', a''b''c''$  = curvas de velocidad contra distancia de la pared en los puntos.

$OL$  = limite externo de la capa limitante.

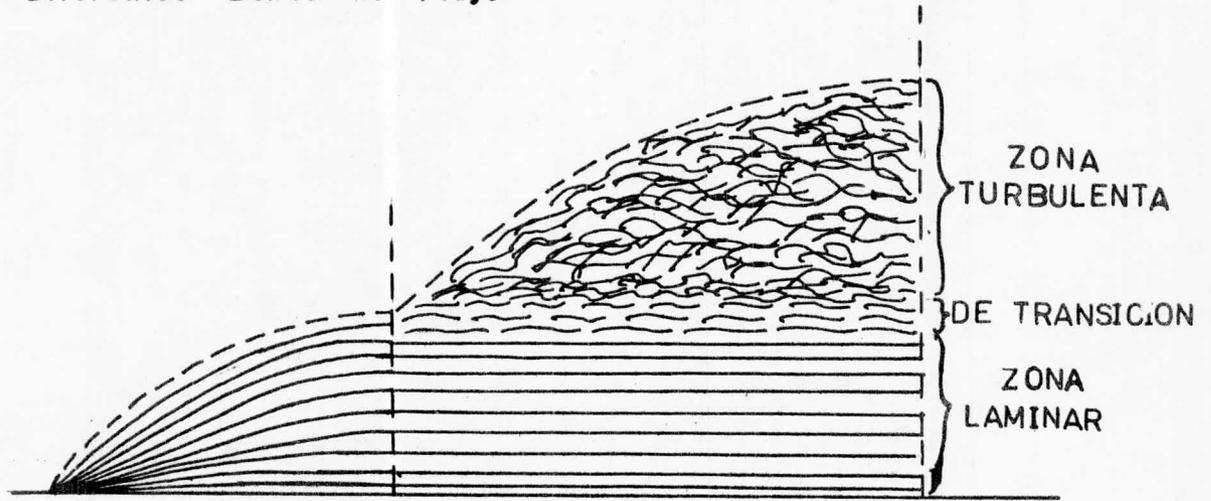
Consideraciones:

- 1.- Se considera un flujo laminar.
- 2.- Las partículas pegadas al sólido tienen una velocidad de cero.
- 3.- La variación de velocidad va desde cero a  $\bar{v}$  ; ( $0 \rightarrow \bar{v}$ )
- 4.- Esta variación nos produce un transporte, el cual es normal a la dirección de la velocidad.

Esto es en realidad lo que sucede en una tubería produciéndose los distintos flujos, en las diferentes zonas; la figura 11 nos demuestra el flujo laminar y turbulento en la capa limitante.



**Diferentes Zonas de Flujo**



**Fig: 11**

### CAPITULO III

#### EL FACTOR DE FRICCIÓN " f " .

##### 1.- GENERALIDADES.

En este capítulo, se estudia con detalle un parámetro muy usado en el fenómeno de transporte de fluidos, especialmente en el flujo turbulento, llamado "FACTOR DE FRICCIÓN" que se designa por " f " y es adimensional.

Como se ha indicado, el factor de fricción nos da el conocimiento de las pérdidas por frotamiento " $H_f$ ", que no pueden determinarse exactamente más que por experimentación. En la literatura de la rama de Ingeniería, se encuentran reportadas varias formas o expresiones del factor de fricción, pero, ninguna difiere del concepto global que es : "la relación del esfuerzo cortante en la pared del ducto ( $\tau_y$ ) y el producto de la carga de velocidad ( $\bar{v}^2/2g_c$ ) por la densidad del fluido ( $\rho$ )", o sea:

$$f = \frac{2\tau_y g_c}{\rho \bar{v}^2} = \frac{(-\Delta P) g_c D}{2\bar{v}^2 L \rho} \quad \text{-----}(1)$$

el factor definido por esta ecuación es el "factor de fricción de Fanning". Otro factor muy empleado es el factor de fricción de Darcy, donde

$$f' = 4f \quad \text{-----}(2)$$

Entonces de acuerdo a lo anterior se puede deducir que, el factor de fricción es proporcional al cociente de la pérdida de cantidad de movimiento de fluido y a la pérdida de cantidad de movimiento debido a la turbulencia. De aquí, que el factor de fricción por ser experimental se obtendrá por diferentes formas a saber :

- 1.- Por análisis de Gradiente - Mecanismos.
- 2.- Por análisis Dimensional.
- 3.- Por datos empíricos de las observaciones experimentales.
- 2.- ANALISIS POR GRADIENTE - MECANISMOS.

Una forma simple de expresar también el factor de fricción " f " es por medio del análisis gradiente-mecanismos. En este caso, se deben predecir él o los mecanismos que actúan en el sistema.

Los mecanismos más típicos son: la transferencia de momento por interacción molecular, la transferencia de calor debida a la actividad de los remolinos, etc. Las propiedades generales

por éste análisis, son:

a.- Si "n" mecanismos están operando, se requiere de una ecuación de serie exponencial con (n - 1) razones adimensionales para definir el sistema.

b.- Para cada término de una serie exponencial deben evaluarse una constante y (n - 2) exponentes.

Una ecuación representativa de estas propiedades sería -

$$\left(\frac{A}{B}\right) = K \left(\frac{C}{B}\right)^c \left(\frac{D}{B}\right)^d \dots \left(\frac{N}{B}\right)^n + \dots + K' \left(\frac{C}{B}\right)^{c'} \left(\frac{D}{B}\right)^{d'} + \dots + \left(\frac{N}{B}\right)^{n'} + \dots \quad (3)$$

donde: A, B, C, D, ..., N = mecanismos que se pueden predecir mediante examinación cualitativa, experiencia o intuición.

K, K' = constantes adimensionales.

c, d, ..., c', d', ..., n', ... = exponentes constantes adimensionales.

Los mecanismos que dependen de la turbulencia por lo general no pueden describirse exactamente, pero se pueden arreglar un grupo de variables que resulten en un número igual o proporcional, aunque no igual al efecto del mecanismo. Por lo tanto, desarrollaremos correlaciones de gradiente-mecanismo para el factor de fricción en el flujo laminar en ductos circulares.

Partiendo de la relación entre la velocidad puntual y la promedio:

$$v = 2\bar{v} \left(1 - \frac{r^2}{Y_i^2}\right) \quad \text{-----} (4)$$

donde: v = velocidad de punto (puntual).

$\bar{v}$  = velocidad promedio.

Y = radio en cualquier posición.

$Y_i$  = radio en la frontera.

diferenciando la ecuación (4);

$$\frac{dv}{dY} = - \frac{4\bar{v}r}{Y_i^2} \quad \text{-----} (5)$$

sustituyendo esto en la ecuación gradiente-tensión para flujo laminar:

$$\tau_y g_c = -\mu \frac{dv}{dY}$$

$$\therefore \tau_y g_c = \frac{4\mu\bar{v}r}{Y_i^2} \quad \text{-----} (6)$$

Condiciones en la frontera del ducto:

$$(\tau_y g_c) = (\tau_y g_c)_i$$

$$Y = Y_i$$

sustituyendo en (6);

$$(\tau_y g_c)_i = \frac{4\bar{v}\mu}{Y_i}$$

pero  $Y_i = \frac{D}{2}$ ; donde D = diámetro del ducto.

$$(\tau_y g_c)_1 = \frac{8\tau \mu}{D} \quad \text{-----}(7)$$

Esta última ecuación nos establece una correlación para dos mecanismos de momentum:

- I.- La transferencia total a la pared.
- II.- La transferencia de transporte molecular.

Estos mecanismos son iguales en el flujo laminar, debido a que ningún otro mecanismo es operante en el sistema descrito.-- De una forma indirecta, el esfuerzo en la pared ( $\tau_y$ ) se basa en la caída de presión; correlacionando estas por medio de un balance de fuerzas, que es independiente del mecanismo.

$$(\tau_y A)_1 = (-\Delta P) S_1 \quad \text{-----}(8)$$

donde: La rapidez de transferencia de momentum en la pared es igual a la rapidez de transferencia de momentum del fluido.

Para un cilindro tenemos:

$$S_1 = \pi D^2/4 ; A_1 = \pi DL$$

donde: L = longitud

A = área.

D = diámetro.

S = sección transversal de área.

si sustituimos esto en (8) y a su vez en (7), tenemos:

$$(\tau_y g_c)_1 = \frac{(-\Delta P) g_c D}{4L} = \frac{8\mu \bar{v}}{D}$$

$$\text{ó } (\tau_y g_c)_1 = \frac{(-\Delta P) g_c D}{L} = \frac{32\mu \bar{v}}{D} \quad \text{-----}(9)$$

pero teniendo en cuenta que la energía cinética ( $\bar{v}^2/2g_c$ ) por unidad de volumen de un elemento diferencial ( $dV$ ) es:

$$E.C. = d \left( \frac{\rho \bar{v}^2}{2g_c} \right) \quad \text{-----}(10)$$

integrando (10) para todas las posiciones y a una velocidad promedio en el ducto, obtenemos la energía cinética por unidad de volumen:

$$\frac{E.C.}{V} = \frac{\rho \bar{v}^2}{2g_c} \quad \text{-----}(11)$$

donde V = volumen total.

$\rho$  = densidad del fluido.

$\bar{v}$  = velocidad promedio del fluido.

$g_c$  = constante adimensional.

Pero, puesto que la actividad de los remolinos es errática, se puede suponer una energía cinética media ( $\overline{E.C.}$ ) de todos los remolinos dirigidos en el sentido ( $y$ ) en todo el sistema,-- además se puede suponer proporcional a la energía cinética del fluido representada por ( $\rho \bar{v}^2/2g_c$ ) o por uno de sus múltiplos,--- como ( $\rho \bar{v}^2/2$ ), estas son descripciones matemáticas suficientes co-

mo para incluirse en el análisis gradiente-mecánismo.

Entonces el término  $(\rho \bar{v}^2/2)$  puede dividirse a la ecuación (9), dado que tiene las mismas dimensiones:

$$f = \left[ \frac{g(\tau_y g_c)_1}{\rho \bar{v}^2} \right] = \frac{2(-\Delta P)g_c D}{\rho \bar{v}^2 L} = \frac{64\mu}{\rho \bar{v} D} \text{-----} (12)$$

en donde cada término es una relación adimensional de dos mecanismos.

$$\frac{g(\tau_y g_c)_1}{\rho \bar{v}^2} = \frac{2(-\Delta P)g_c D}{\rho \bar{v}^2 L} = \frac{\text{Transferencia total de momentum}}{\text{Transferencia de momentum por el mecanismo turbulento}} \text{-----} (13)$$

$$64 \left[ \frac{\mu}{\rho \bar{v} D} \right] = \frac{\text{Transf. de momentum por transporte molecular.}}{\text{Transf. de momentum por transporte turbulento.}} \text{-----} (14)$$

y el recíproco de esta razón se define como el Número de Reynolds

$$\text{Número de Reynolds} = N_{Re} = \frac{D \bar{v} \rho}{\mu} \text{-----} (15)$$

sustituyendo en (12) :

$$f = \frac{64}{N_{Re}} = \frac{g(\tau_y g_c)_1}{\rho \bar{v}^2} = \frac{2(-\Delta P)g_c D}{\bar{v}^2 \rho L} \text{-----} (16)$$

La que es válida solamente para flujo laminar, y que es equivalente a la ecuación de Hogen - Pouseville para flujo laminar en tubos lisos:

$$(-\Delta P) = \frac{32 \mu L \bar{v} \rho}{g_c D^2}$$

Pero, puesto que "f" y "N<sub>Re</sub>" representan cada uno relaciones dimensionales de los mecanismos, la ecuación (16) puede escribirse en forma más general para el flujo turbulento como:

$$f = K (N_{Re})^a \text{-----} (17)$$

Si no hay turbulencia  $(\rho \bar{v}^2)$  se cancela en la ecuación (12), sin embargo, si la turbulencia está presente, el mecanismo finito de la turbulencia puede hacer que cambie el exponente (a) y la constante (K) de la ecuación (17). La validez de las suposiciones aquí usadas para el planteamiento de las correlaciones -- gradiente-mecanismos se pueden probar experimentalmente con datos de regímenes de flujo laminar y turbulento.

### 3.- ANALISIS DIMENSIONAL.

El análisis dimensional puede proporcionar una gran ayuda al indicar el medio de establecer una relación empírica entre las variables. Por este mecanismo, se deben suponer las varia---

bles apropiadas o predecirse antes de completar el análisis, además se basa sobre variables medibles, tales como: longitud, velocidad, etc. Este es un método en el cual las variables conocidas se disponen según un cierto número de combinaciones o grupos sin dimensiones físicas y la ecuación fundamental puede expresarse en términos de estos grupos, como una función de las variables. Así, la ecuación resultante será más sencilla, ya que el número de grupos adimensionales es menor que el número de variables, -- generalmente en una diferencia igual al número de dimensiones -- usadas.

Los principios fundamentales del análisis dimensional -- son tres:

- I.- Todas y cada una de las dimensiones físicas pueden expresarse como producto de potencias de un número muy pequeño de magnitudes fundamentales.
- II.- Las ecuaciones físicas deben ser homogéneas, es decir, --- debe ser una y la misma ecuación de dimensiones de todos -- los términos aditivos. Todos los términos que figuren como sumados deben tener las mismas dimensiones cuando se expresan en función de las unidades fundamentales elegidas.
- III.- Cualquier relación general entre magnitudes físicas pueden expresarse de un modo generalizado, independientemente del sistema particular de unidades elegidos, interviniendo solo los productos no dimensionales de todas las variables físicas, además de las constantes necesarias de conversión este principio se deduce de los anteriores y es conocido por "TEOREMA DE BUCKINGHAM ) TEOREMA  $\Pi$ ", que constituye -- la llave del análisis dimensional.

### 3.1.- EL METODO BUCKINGHAM O $\Pi$ .

El punto inicial para aplicar el método de Buckingham -- requiere la lista de variables significantes para un problema dado. Entonces, esto es necesario para determinar el número de parámetros dimensionales dentro de los cuales las variables pueden ser combinadas. Este número puede ser determinado usando el teorema  $\Pi$  de Buckingham, el cual establece: El número de grupos adimensionales usados para describir una situación, incluye " " variables, donde:

$$i = n - r$$

$i$  = al número de grupos adimensionales independientes.

$n$  = número de variables incluidas.

r = hilera o fila de la matriz adimensional de las variable.

La matriz adimensional esta simplemente formada por la -  
 tabulación de los exponentes de las dimensiones fundamentales;--  
 $M, L$  y  $\theta$  las cuales aparecen en cada una de las variables in-  
 cluidas. De acuerdo a lo anterior se concluye que el análisis di-  
 mensional se utiliza para obtener los parámetros significantes,-  
 tomando como ejemplo nuestro caso, que es, el flujo de un fluido  
 incompresible, en un tubo horizontal, circular y de sección cons-  
 tante; las variables significantes y sus expresiones dimensiona-  
 les son las siguientes;

<u>VARIABLES</u>	<u>SIMBOLO</u>	<u>DIMENSIONES</u>
Caída de presión	$\Delta P$	$M/L\theta^2$
Velocidad del fluido	$\bar{v}$	$L/\theta$
Díametro del tubo	$D$	$L$
Longitud del tubo	$L$	$L$
Rugosidad de la pared del tubo	$\epsilon$	$L$
Viscosidad del fluido	$\mu$	$M/L\theta$
Densidad del fluido	$\rho$	$M/L^3$

Cada una de las variables son ya familiares excepto ( $\epsilon$ )  
 la rugosidad del tubo, que representa las condiciones de la super-  
 ficie del tubo, como lo es la característica de la altura de las  
 proyecciones(salientes) de la pared del tubo, por lo tanto toma -  
 las dimensiones de longitud.

De acuerdo con el Teorema  $\Pi$  de Buckingham se hace la ta-  
 bulación para formar la matriz:

	$\Delta P$	$\bar{v}$	$D$	$L$	$\epsilon$	$\mu$	$\rho$
$M:$	1	0	0	0	0	1	1
$L:$	-1	1	1	1	1	-1	-3
$\theta:$	-2	-1	0	0	0	-1	0

en donde la matriz queda:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -3 \\ -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

entonces de acuerdo a la ecuación  $i=n-r$

$n = 7$  (número de variables incluidas)

$r = 3$  (hileras de la matriz adimensional)

$$i = n - r = 7 - 3$$

$i = 4$  (numero de grupos adimensionales forma-  
 dos por estas variables).

si el centro de los grupos consiste de las variables siguientes-  
 $\bar{v}$ ,  $D$  y  $\rho$ ; los grupos formados seran:

$$\pi_1 = (\bar{v})^a (D)^b (\rho)^c \Delta P$$

$$\pi_2 = (\bar{v})^d (D)^e (\rho)^f L$$

$$\pi_3 = (\bar{v})^g (D)^h (\rho)^i E$$

$$\pi_4 = (\bar{v})^j (D)^k (\rho)^l \mu$$

para calcular los exponentes, se considera cada grupo independiente de los otros, o sea;

$$\pi_1 = (\bar{v})^a (D)^b (\rho)^c \Delta P$$

y dimensionalmente:  $M^0 L^0 \theta^0 = 1 = (L/\theta)^a (L)^b (M/L^3)^c \frac{M}{L\theta^2}$

para:  $M: 0 = c + 1$  -----(1)

$L: 0 = a + b - 3c - 1$  -----(2)

$\theta: 0 = -a - 2$  -----(3)

de (3):  $a = -2$

de (1):  $c = -1$

sustituyendo en (2):  $b = 0$

ahora si sustituimos estos valores en los parámetros adimensionales:

$$\pi_1 = (\bar{v})^{-2} (D)^0 (\rho)^{-1} \Delta P = \frac{\Delta P}{\bar{v}^2 \rho}$$

para:  $\pi_2 = \left(\frac{L}{\theta}\right)^d (L)^e \left(\frac{M}{L^3}\right)^f L$

$M: 0 = f$  -----(1)

$L: 0 = d + e - 3f + 1$  -----(2)

$\theta: 0 = -d$  -----(3)

de (1) sustituyendo en (2):  $0 = 0 + e - 0 + 1 \Rightarrow e = -1$

$$\pi_2 = (\bar{v})^0 (D)^{-1} (\rho)^0 L = \frac{L}{D}$$

para:  $\pi_3 = \left(\frac{L}{\theta}\right)^g (L)^h \left(\frac{M}{L^3}\right)^i E$

$M: 0 = i$  -----(1)

$L: 0 = g + h - 3i + 1$  -----(2)

$\theta: 0 = -g$  -----(3)

$$\pi_3 = (\bar{v})^0 (D)^{-1} (\rho)^0 E = \frac{E}{D}$$

y para:  $\pi_4 = (M^0 L^0 \theta^0) = 1 = \left(\frac{L}{\theta}\right)^j (L)^k \left(\frac{M}{L^3}\right)^l \frac{M}{L\theta}$

donde:  $M: 0 = l + 1$   
 $L: 0 = j + k - 3l - 1$   
 $\theta: 0 = -j - 1$

resolviendo estas ecuaciones del mismo modo que las anteriores se llega a:

$$\pi_4 = \frac{\mu}{\bar{v} D \rho} = \frac{1}{N_{Re}}$$

En el grupo  $\pi_1$ , si la caída de presión es igual a la fricción puede reemplazarse por  $H_f$ , y la expresión resultante del análisis dimensional puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\frac{H_f}{\bar{v}^2} = \frac{\Delta P}{\rho \bar{v}^2} = \phi_1 \left( \frac{L}{D}, \frac{\epsilon}{D}, N_{Re} \right)$$

pero como  $\frac{H_f}{\bar{v}^2}$  es directamente proporcional a la fricción (según datos experimentales);

$$\frac{H_f}{\bar{v}^2} = \frac{L}{D} \phi_2 \left( \frac{\epsilon}{D}, N_{Re} \right)$$

la función  $\phi_2$  la cual varía de acuerdo a la rugosidad relativa  $\frac{\epsilon}{D}$  y el  $N_{Re}$  se sustituye por "f", entonces:

$$H_f = 2f \frac{L}{D} \bar{v}^2$$

El factor 2 insertado en el lado derecho de la ecuación anterior, es la relación que define al factor de fricción de Fanning. Otro factor comúnmente usado es el factor de fricción de Darcy, definido por:

$$H_f = f' \frac{L}{D} \frac{\bar{v}^2}{2}$$

donde:

$$f' = 4f$$

Entonces por lo tanto, a través de nuestro análisis dimensional anterior, sobre el flujo de fluidos en tubos se observa -- que "f" es un coeficiente adimensional, el cual depende de:  $\bar{v}, D, \rho, \mu$  y  $D$ .

Usando el mismo método para encontrar la función del factor de fricción, que es adimensional, se tiene:

VARIABLE	SÍMBOLO	DIMENSIONES
Velocidad promedio	$\bar{v}$	$L/\theta$
Díametro del tubo	$D$	$L$
Densidad del fluido	$\rho$	$M/L^3$
Viscosidad del fluido	$\mu$	$M/L\theta$
Rugosidad del fluido	$\epsilon$	$L$

Tabulando, obtenemos:

	$\bar{v}$	$D$	$\rho$	$\mu$	$\epsilon$
M:	0	0	1	1	0
L:	1	1	-3	-1	1
$\theta$ :	-1	0	0	-1	0

de donde:  $i = n - r = 5 - 3$

$$i = 2$$

de donde se obtienen dos grupos  $\pi$ :  $\pi_1$  y  $\pi_2$

si escogemos como el centro de estos dos grupos a:  $\bar{v}$ ,  $D$  y  $\rho$  ;--

que son propiedades del tubo y el fluido, obtenemos:

$$\pi_1 = (\bar{v})^a (\rho)^b (D)^c \epsilon$$

$$\pi_2 = (\bar{v})^d (\rho)^e (D)^f \mu$$

tomando

$$\pi_1: M^0 L^0 \theta^0 = 1 = \left(\frac{L}{\theta}\right)^a \left(\frac{M}{L^3}\right)^b (L)^c L$$

para:

$$M: 0 = b$$

$$L: 0 = a - 3b + c + 1$$

$$\theta: 0 = -a$$

$$\therefore c = -1$$

sustituyendo estos valores

$$\pi_1 = (\bar{v})^0 (\rho)^0 (D)^{-1} \epsilon = \epsilon/D$$

ahora resolviendo

$$\pi_2: M^0 L^0 \theta^0 = 1 = (L/\theta)^d (M/L^3)^e (L)^f M/L\theta$$

para:

$$M: 0 = e + 1 \Rightarrow e = -1$$

$$L: 0 = d - 3e + f - 1$$

$$\theta: 0 = -d - 1 \Rightarrow d = -1$$

sustituyendo estos valores en:

$$\pi_2 = (\bar{v})^{-1} (\rho)^{-1} (D)^{-1} \mu = \frac{\mu}{\bar{v} \rho D} = \frac{1}{N_{Re}}$$

de donde:

$$f = \epsilon/D \phi(N_{Re})$$

pero como  $\epsilon/D$  es una constante, nos queda:

$$f = \epsilon/D \phi(N_{Re})$$

Otras expresiones importantes que dan la relación del factor de fricción como una función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa  $\epsilon/D$  para flujo turbulento en tubos lisos y rugosos, son dadas a conocer por Von Karman, Nikuradase, Colebrook, y Blasius; basadas sobre experimentaciones, son las siguientes:

1.- Para flujo laminar ( $N_{Re} < 2100$ ):

$$f = \frac{16}{N_{Re}}$$

2.- Para flujo turbulento en tubos lisos ( $N_{Re} > 2100$ )

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 4.0 \log_{10} \{ N_{Re} f^{1/2} \} - 0.40$$

3.- Para flujo turbulento en tubos rugosos:

$$D/\epsilon / \{ N_{Re} f^{1/2} \} > 0.01$$

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 4.0 \log_{10} \frac{D}{\epsilon} + 2.28$$

4.- Para el flujo de transición:

$$\frac{1}{f^{1/2}} = 4.0 \log_{10} \frac{D}{\epsilon} + 2.28 - 4.0 \log_{10} \left( 4.67 \frac{D/\epsilon}{N_{Re} f^{1/2}} + 1 \right)$$

5.- Para flujo turbulento, en el rango del  $N_{Re}$  entre 5,000 y -----  
200,000 :

$$f = \frac{0.184}{N_{Re}^{0.2}}$$

6.- Para flujo turbulento, que es más exacta y válida en un rango  
más amplio, para  $N_{Re}$  entre 3,000 y 3,000.000 es:

$$f = 0.00560 + \frac{0.5}{N_{Re}^{0.32}}$$

7.- Otras ecuaciones empíricas frecuentemente usadas en la literatura  
química para el flujo turbulento son:

$$f = 0.079 (N_{Re})^{-1/4}$$

$$f = 0.046 (N_{Re})^{-1/5}$$

Además se pueden postular otras ecuaciones a partir del análisis gradiente-mecanismos. Todas las ecuaciones anteriores son el resultado de análisis de datos experimentales, -- por lo que son empíricas; sin embargo su modo de presentación tiene al menos cierta base teórica.

#### 4.- EL EFECTO DE LA RUGOSIDAD EN LA TRANSFERENCIA DE MOMENTUM.

Se sabe desde hace mucho tiempo que, para el flujo turbulento y para un determinado Número de Reynolds, una tubería rugosa, da un factor de fricción mayor que en una tubería lisa; por consiguiente, si se pulimenta una tubería rugosa, el factor de fricción disminuye y llega un momento en que si se sigue pulimentandola, no se reduce más el factor de fricción para un determinado número de Reynolds, entonces se dice que el tubo es hidráulicamente liso. Por lo tanto para hablar en forma cuantitativa del efecto de la rugosidad sobre la caída de presión, tenemos que definir primero el parámetro con el cual se describe la rugosidad.

Entonces, la rugosidad se caracteriza por la altura efectiva de las protuberancias y se designa por  $\epsilon$ , y el parámetro usado es la rugosidad relativa  $\epsilon/D$  donde  $D$  = diámetro. Aunque la cantidad  $\epsilon$  es usada para una cierta rugosidad dada, hay otros procedimientos más exactos que requieren una descripción del espaciado y orientaciones de las salientes o proyecciones en los tubos.

El parámetro de la rugosidad relativa  $\epsilon/D$  afecta el flujo de varias formas:

a).- En el flujo laminar a través de tubos comerciales, en el cual  $\epsilon/D$  es generalmente menor que 0.10, el efecto de la rugosidad de la pared es despreciable, ya que el fluido llena los espacios entre las protuberancias y en-

el interior las láminas se deslizan suavemente sobre un diámetro efectivo ( $D - 2\epsilon$ ).

b).-En el flujo turbulento la rugosidad de la pared no tiene efecto si es más pequeña en altura que el espesor de la sublámina del flujo laminar, en este caso se dice que el tubo es hidráulicamente liso. Sin embargo, si las irregularidades entran dentro de la tubería en la corriente del fluido éstas incrementando el flujo de resistencia. Más allá de un cierto valor de  $\epsilon$ , el efecto de la rugosidad es tan grande que las fuerzas de inercia por el fluido -- del fluido alrededor de las proyecciones o salientes, exceden en valor completamente a las fuerzas viscosas. En estas circunstancias se dice que el tubo es completamente rugoso. El espesor de la línea viscosa es una función del Número de Reynolds, de modo que el mismo tubo puede ser hidráulicamente liso a una velocidad de flujo y completamente rugoso alguna otra.

La figura 12 representa diversos tipos de rugosidad, la altura de una unidad de rugosidad presenta por " $\epsilon$ ". Entonces de acuerdo con el análisis dimensional y -- por el análisis gradiente-mecanismos, " $f$ " (factor de fricción) es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa  $\epsilon/D$ , siendo  $D$  el diámetro de tubería. Para un determinado tipo de rugosidad, como por ejemplo, la -- que representa en la figura 12 (a y b) es de esperarse -- que se ha de encontrar una curva diferente de " $f$ " contra el número de Reynolds, para cada valor de la rugosidad --  $\epsilon/D$ , por otra parte, para otros tipos de rugosidad, tales como los de la figura 12 (c y d) ha de existir una familia de curvas diferentes del factor de fricción contra el número de Reynolds para cada tipo de rugosidad. Las experiencias realizadas con tuberías de rugosidad creada artificialmente confirman este hecho. Se ha observado también que, las tuberías comerciales nuevas y limpias, presentan el mismo tipo de rugosidad que cada material de construcción tiene un parámetro característico de rugosidad.

## Diferentes Tipos de Rugosidad en Tuberías

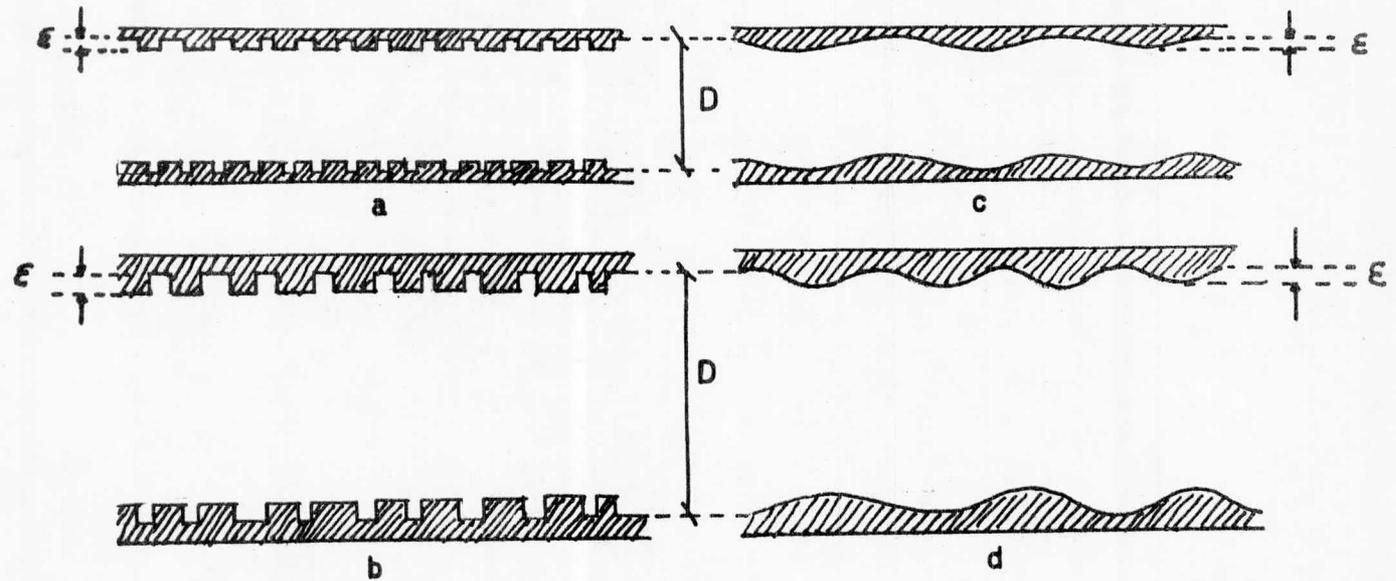


Fig: 12

Una simple grafica basada sobre las ecuaciones 1,2,3, --- y 4 fué presentada por Moody\* figura 13; donde grafica el factor de fricción "**f**" contra el número de Reynolds "**N<sub>Re</sub>**" para un rango de valores de **E/D**.

Cuando se usa el factor de fricción de la figura 13 es -- necesario conocer **E/D**. para un tubo dado de cierto tamaño y material. Después de un tiempo en que en servicio el tubo, la rugosidad puede cambiar considerablemente, por lo tanto se ha ce dificultoso determinar **E/D**. Moody presenta también una grá fica, reproducida en la figura 14, por la cual el valor de -- **E/D**. puede ser determinado para un cierto tamaño de tubo, con struido de un material particular.

Con la combinación de estas dos graficas (figura 13 y fi- gura 14), puede calcularse la fricción de pérdida de presión- (**-ΔP**) para la longitud **L** de tubo con un diámetro **D**, por - medio de la relación siguiente, la cuál fué obtenida ante -- riormente:

$$H_f = 2f \frac{L}{D} \bar{v}^2$$

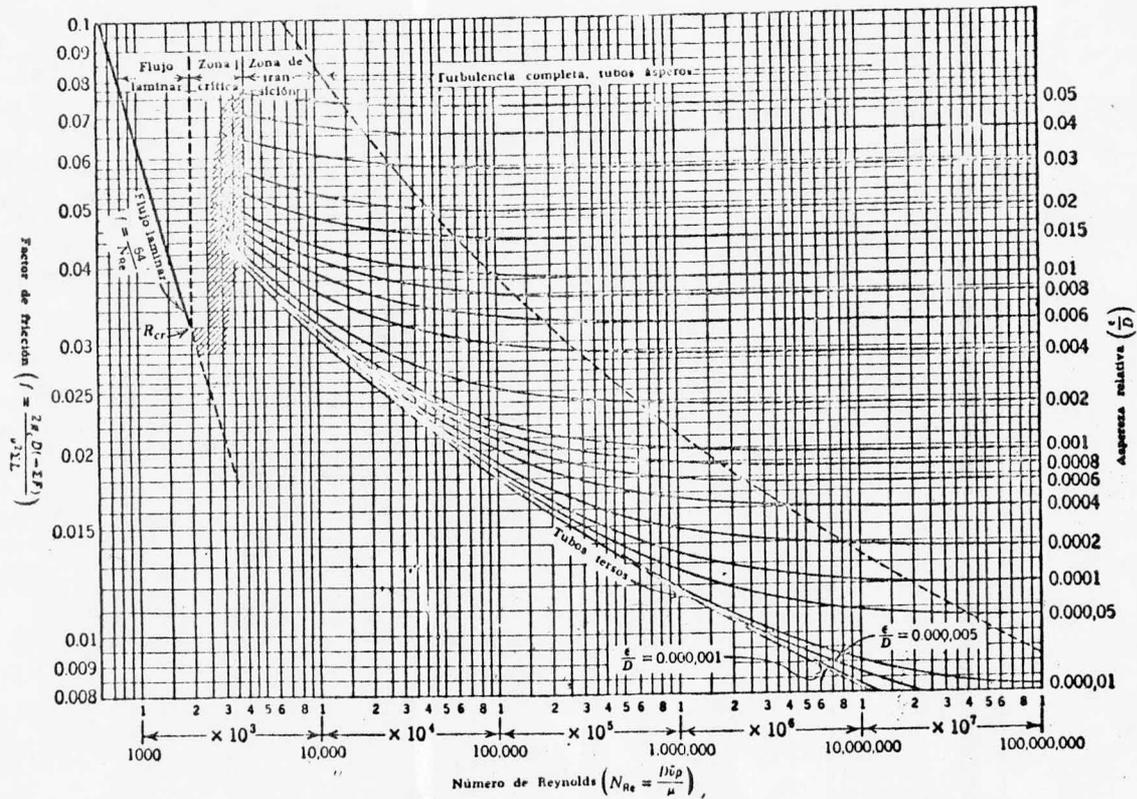


FIG. 13 EL FACTOR DE FRICCIÓN "f" COMO UNA FUNCIÓN DEL NÚMERO DE REYNOLDS CON RUGOSIDADES RELATIVAS COMO PARAMETROS

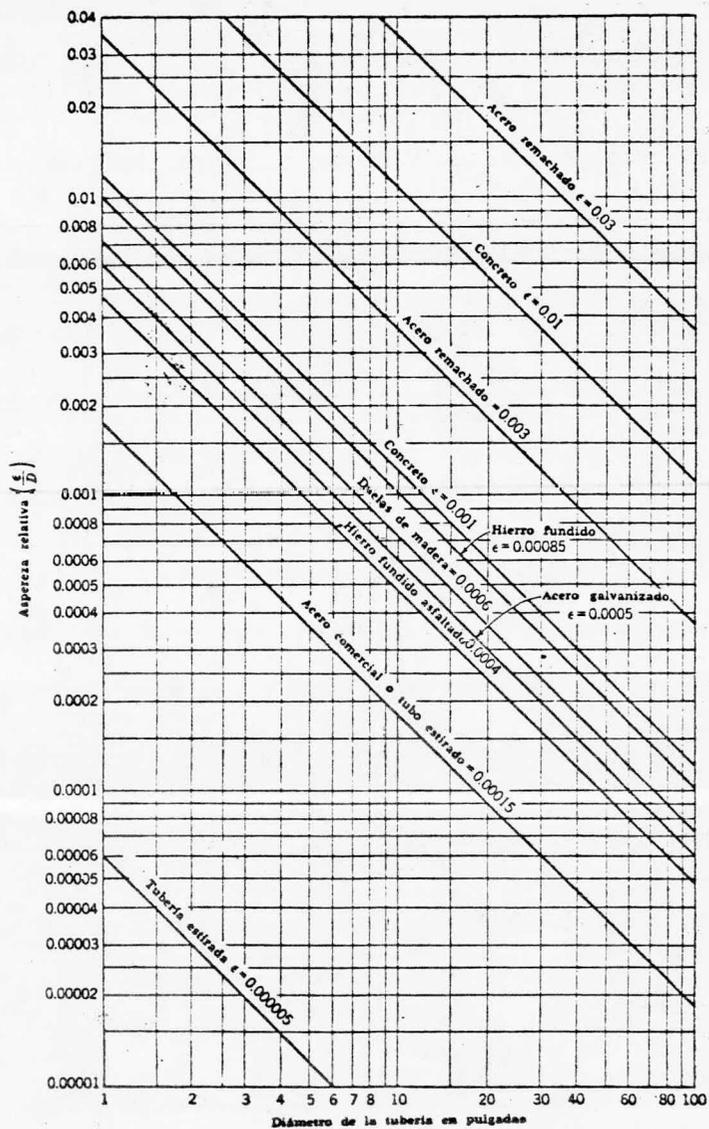


FIG.14 ASPEREZA (RUGOSIDAD) RELATIVA COMO UNA FUNCION DEL DIAMETRO PARA TUBERIA DE DIFERENTES MATERIALES

## CAPITULO IV

### " EXPERIMENTACION "

#### 1.- GENERALIDADES.

Esta es la parte fundamental en la realización de éste--- trabajo, ya que aquí aplicaremos nuestro análisis teórico de los capítulos anteriores. Por lo tanto, dado que es un hecho importante el darse cuenta de la aplicación y ayuda que nos puede ocasionar el comprobar ciertos fenómenos reproducibles por medio de la experimentación, como lo es en nuestro caso - el de comprobar la pérdida de energía mecánica en un fluido , - que fluye a través de tubos rectos de sección circular uniforme por medio de un factor llamado "factor de fricción" y representado por "f"

#### 2.- DESCRIPCION DEL EQUIPO E INSTRUMENTACION.

El equipo empleado se muestra en el plano adjunto(fig.1)- el cual esta formado por:

- I.- Un tanque de alimentación.
- II.-Un conjunto de sistemas motor - bomba.
- III.-Un medidor de orificio.
- IV.-Un venturímetro.
- V.- Una red de tubos de diferentes diámetros.
- VI.-Un tanque de descarga.
- VII.-Una compresora.

2.1.- TANQUE DE ALIMENTACION; este tiene una capacidad de 2,000 - litros, dotado de varios dispositivos y conexiones, los cuales son una línea proveniente de la red general del servicio de agua que alimenta el tanque, una conexión para variar las condiciones de presión dentro del tanque por medio de la compresora, esta línea, es con la cual se puede simular la profundidad o elevación del -- tanque.

Para medir la presión dentro del tanque existe un manómetro en la parte superior, además tiene un indicador de nivel debidamente graduado, y por la parte inferior cuenta con una línea -- que conecta a un cabezal general de alimentación a la succión de las diferentes bombas, y otra para trabajar con la compresora, -- que sirve también de by-pass a las bombas, además, cuenta con una línea de descarga o de purga para cuando se desee vaciar el tan--

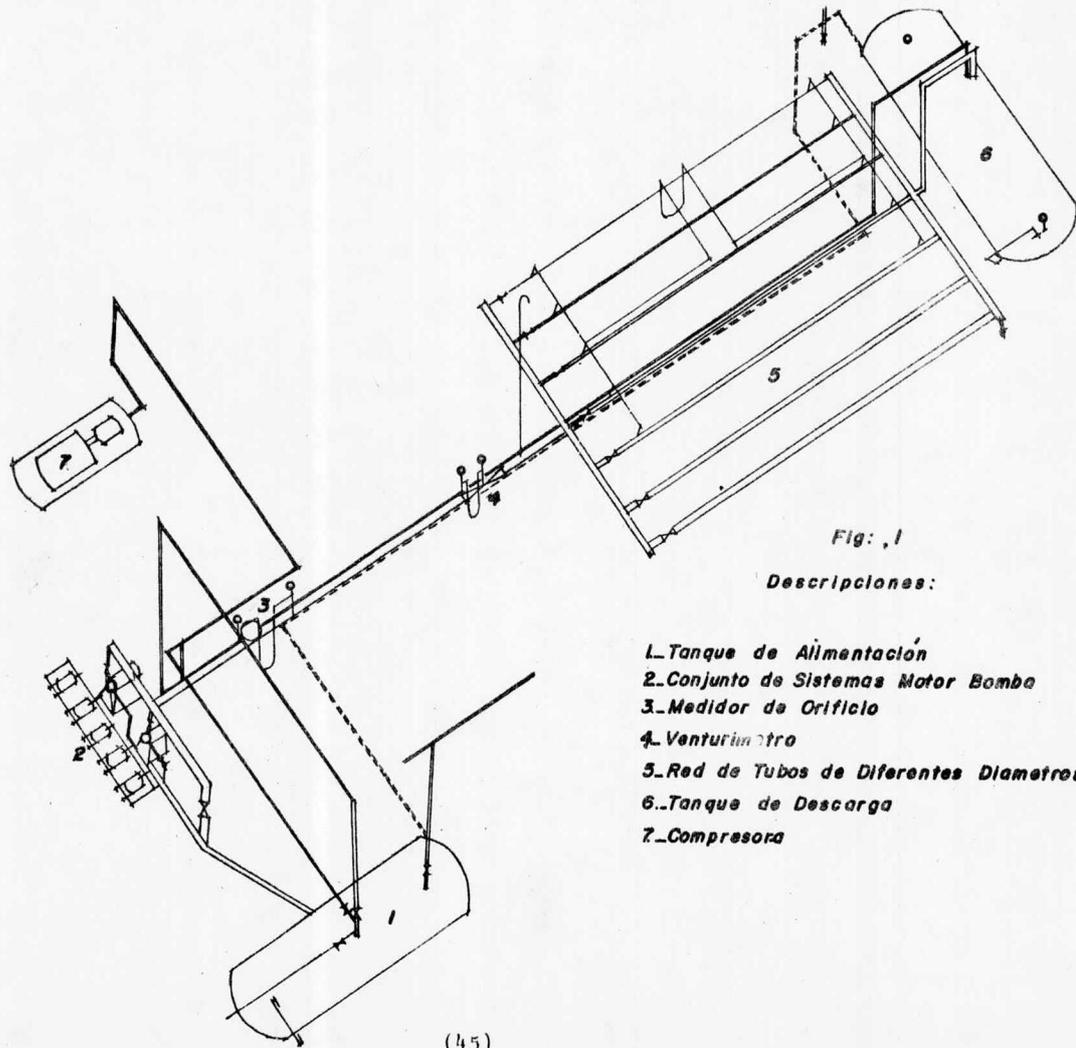


Fig. 1

Descripciones:

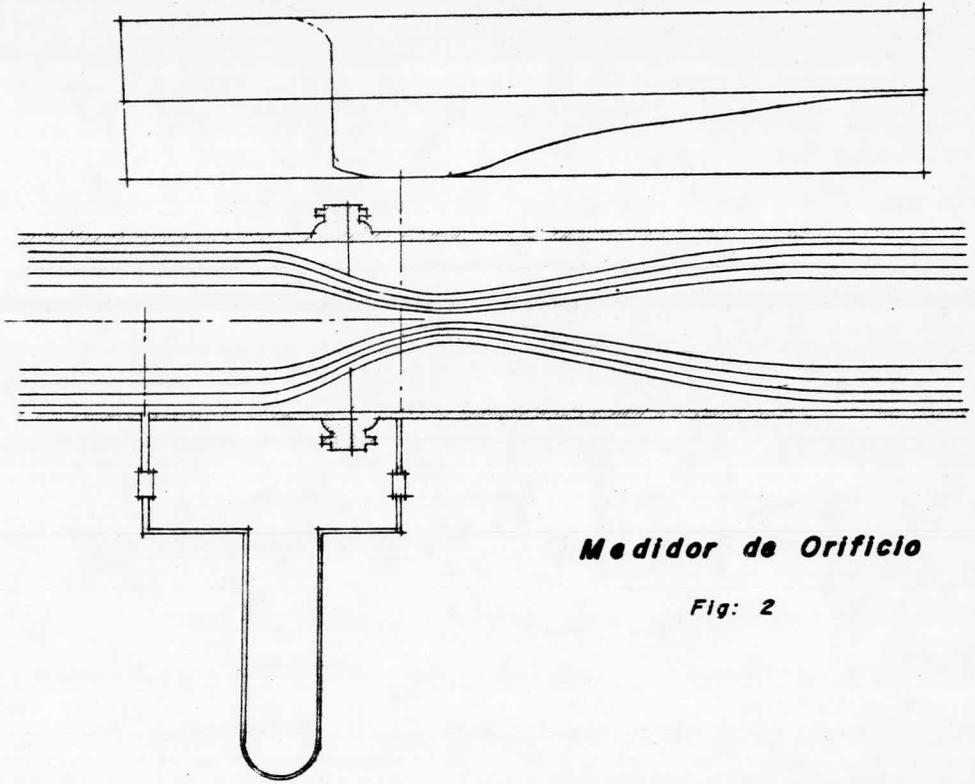
- 1.-Tanque de Alimentación
- 2.-Conjunto de Sistemas Motor Bomba
- 3.-Medidor de Orificio
- 4.-Venturímetro
- 5.-Red de Tubos de Diferentes Diametros
- 6.-Tanque de Descarga
- 7.-Compresora

que, y por último, tiene una línea proveniente del tanque de descarga con el fin de recircular el fluido.

2.2.- CONJUNTO DE SISTEMAS MOTOR - BOMBA.- Sobre una plataforma móvil, se encuentran montados cinco motores de diferentes capacidades, a saber: 3 HP, 2 HP, 1 HP, 5 HP y 1 1/2 HP, los cuales se pueden acoplar fácilmente a cualquiera de las dos bombas (ya sea la de 5 3/8 ó la de 3 7/8 pulgadas del diámetro del impulsor).-- En las bombas se puede controlar la presión de descarga o de succión, para lo cual, cuenta con sus respectivas válvulas y manómetros, además dentro de este sistema la línea que se emplea para que funcione con la compresora le sirve de by-pass a las bombas (esta es una medida de seguridad), Este sistema de conjuntos motor bomba es con el fin de disponer en un momento dado con el acoplamiento más adecuado de motor-bomba a los requerimientos del sistema.

2.3.- MEDIDOR DE ORIFICIO.- Un medidor de orificio, es un aparato sumamente sencillo y normalmente consiste en una placa plana con un orificio perforado en el centro. La placa perforada se conecta perpendicularmente a la dirección del flujo y el fluido pasa a través del orificio (fig.2). El medidor de orificio es un medidor de flujo, al cual se le pueden cambiar placas de diferentes diámetros. Todas estas placas se encuentran sobre un disco de acero inoxidable, donde se tienen una serie de orificios, que siguen las siguientes relaciones: 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9 y 1/10; siendo el diámetro del tubo de 2.067 pulgadas = 5.25 cm. (fig. 3). En un medidor de Orificio, debido a la naturaleza de las líneas de flujo aparentemente se presenta una separación de la capa fronteriza en el lado corriente abajo de la placa perforada, por consiguiente, la pérdida de fricción de la forma es considerable, y de hecho, la placa perforada es un medidor que lleva un valor máximo a la resistencia debida a la configuración geométrica.

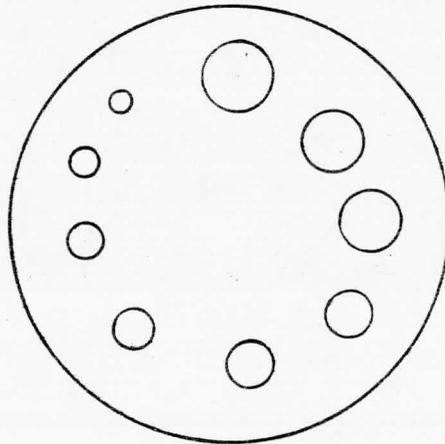
Por consiguiente, la posición de las tomas de presión es arbitraria y el coeficiente de descarga del aparato depende de la posición de dichas tomas. En la tabla siguiente se dan tres métodos de situación de las tomas de presión. Las tomas que se presentan en la figura 2 son de vena contracta.



**Medidor de Orificio**

**Fig: 2**

**Placa con Diferentes Diametros de Orificios**



**Fig: 3**

<u>TIPO DE TOMA</u>	<u>DISTANCIA DE LA TOMA ANTERIOR DEL ORIFICIO</u>	<u>DISTANCIA DE LA TOMA POSTERIOR AL ORIFICIO.</u>
1) A la brida	1" pulgada	1" pulgada
2) De vena con <u>tracta.</u>	Un diámetro de tubería(interior)	De 0 a 8 diámetros de tubería dependiendo de la RELACION DE DIAMETROS.
3) A la tubería	2 1/2 diámetros nominales de tubería.	De 8 diámetros nominales de tubería.

Además los factores que intervienen para seleccionar un -  
medidor de este tipo son:

- 1.- Máxima pérdida de presión permanente.
- 2.- El más comunente usado.
- 3.- Más fácil de instalar.
- 4.- Fácilmente reproducible.
- 5.- Requiere inspección periódica.
- 6.- El de más bajo costo.

Dado que las perdidas por frotamiento estan relacionadas con el número de Reynolds se dice, que los valores del coeficiente de descarga del orificio, como se vera más adelante, puede expresarse en función del número de Reynolds y de una relación de diámetros ( del orificio y del tubo). para cuando se quiera diseñar una nueva placa de orificio o para mayor información , consultar el código del A.S.M.E. (American Society of Mechanical Engineers) en medidores de Flujo, su teoria y aplicaciones; Nueva York, 1959.

Para instalar la placa de orificio que se encuentra en el laboratorio de Ingeniería Química, se deben tomar en cuenta las -

siguientes precauciones:

- a).- La placa debe ser instalada en la dirección debida, es decir con la parte biselada del orificio hacia el lado de baja presión; en el caso de que se instalará con el bisel del orificio hacia el lado de alta presión causaría lecturas erróneas.
- b).- La placa, debe centrarse en las bridas de tal modo, que el orificio quede concéntrico a la tubería; los empaques usados a cada lado de la placa deben cortarse de tal forma que no haya posibilidades de que se obstruya el paso del fluido en el orificio.
- c).- Es muy importante que antes y después del orificio exista suficiente longitud de tubería recta con el fin de que el tipo de flujo sea normal y no este distorsionado por válvulas, accesorios u otros aparatos.

2.-4. VENTURIMETRO.- Un medidor venturi apropiadamente diseñado -- (figura 4), es áquel en el cuál la fricción es llevada a un mínimo. La forma aerodinámica del medidor elimina prácticamente la separación de la capa fronteriza en tal forma que, la resistencia por la configuración geométrica del medidor es despreciable.

El venturi representado en la figura 4 consta, de una sección de entrada ( A ), formada por un pequeño cilindro y un tronco de cono, una garganta (B) y una sección de salida (C) consiste de un largo tronco de cono.

En la sección situada aguas arriba, en la unión de las partes cilíndricas y cónicas, existe una cámara anular (D), que comunica con la parte interior del tubo, mediante unos pequeños orificios (E). La cámara anular y los pequeños orificios, forman un anillo piezométrico, cuya misión es promediar las presiones individuales transmitidas a través de los distintos orificios. La presión medida se transmite a través de la toma (F), situadas aguas arriba. En el estrechamiento o garganta, se forma otro anillo piezométrico mediante una cámara anular (G) y un recubrimiento (H) El recubrimiento está taladrado perfectamente y pulimentado hasta un diámetro de 1.9 centímetros en el estrechamiento se transmite a través de la toma de presión (I). Entre las tomas (F) e (I) se conectan un manómetro diferencial y uno de carátula.

## Venturimetro

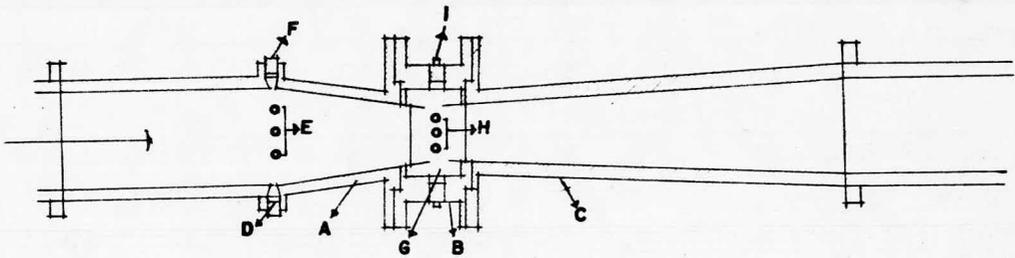


FIG: 4

- A=Sección de Entrada
- B=Sección de la Garganta
- C=Sección de Salida
- D,G=Cámaras Piezométricas
- E=Orificios de las Cámaras Piezométricas
- F=Toma de Presión Aguas Arriba
- H=Recubrimiento
- I=Toma de Presión Aguas Abajo

En el tubo de venturi la velocidad aumenta en el cono --- anterior y la presión disminuye, utilizandose la caída de presión como se verá más adelante, para medir la velocidad de flujo a través del aparato. Aunque los venturímetros pueden aplicarse para medición de gas, se utilizan como mayor frecuencia para mediciones de líquidos, especialmente agua.

2.5. RED DE TUBOS DE DIFERENTES DIAMETROS.- De la línea proveniente del venturi encontramos antes de que se conecte a la red de tubos, una purga para el sistema; después llega a un cabezal, donde se tiene una serie de tubos de diferentes diámetros nominales, a saber: 2", 1 1/2", 1", 3/4", 1/2", 3/8", y 1/4", de pulgadas ( figura 5.). En estos se puede regular el flujo, ya que cada uno --- cuenta en su sección de entrada con su respectiva válvula; además tienen conectadas unas tomas de presión (parte inicial y final de cada tubo), para medir la pérdida de presión a través de lo largo del tubo. Además ellos vuelven a conectarse a una sola línea para dirigirse al tanque receptor.

El fin de esta red de tubos, es el de obtener diferentes velocidades del gasto en masa del fluido.

2.-6. TANQUE DE DESCARGA.- El tanque de descarga es la misma capacidad que el de alimentación y está dotado de los mismos instrumentos, accesorios y conexiones. Exepto que en la parte inferior tiene una conexión para vaciar el tanque ya sea, que se recircule al tanque de alimentación, se tire el fluido en el drenaje.

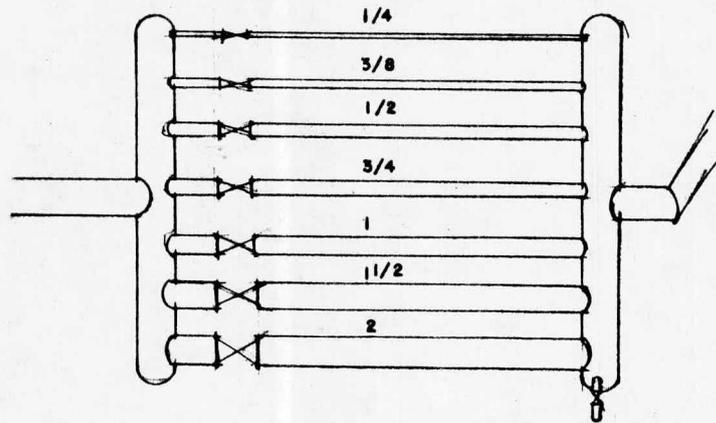
COMPRESORA.- El sistema cuenta con esta compresora que da servicio al laboratorio, con el fin de que las líneas que se conectan a los tanques, es de similar:

- a).- Accidentes en las tuberías.
  - b).- Tuberías de gran longitud.
  - c).- Elevación de los tanques de alimentación y descarga.
  - d).- Profundidad de los tanques de alimentación y descarga.
- 3.- ECUACION GENERAL DE LOS MEDIDORES DE FLUJO.

Consideramos un sistema de flujo que contenga un medidor de flujo al cuál se le aplicará un balance de energía.

Este medidor deberá ser del tipo en el cuál la lectura depende de la diferencia de presiones, como el que se representa en la figura 6.

Los puntos 1 y 2 representan las localizaciones entre los cuales se hacen en balance de energía, los dos puntos están -



**Red de Tubos de Diferentes Diametros**

**Fig 5**

separados por una distancia despreciable comparada con la longitud total del sistema.

Por lo tanto, si escribimos la ecuación de Bernoulli para fluidos <sup>no</sup> compresibles entre los puntos 1 y 2:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{g}{g_c} Z_1 + \frac{\bar{v}_1^2}{2g_c} + W_f' = \frac{P_2}{\rho} + \frac{g}{g_c} Z_2 + \frac{\bar{v}_2^2}{2g_c} + Q' - \Sigma F \quad \text{-----(1)}$$

y suponiendo para este que  $\Delta Z$ ,  $W_f'$  y  $Q'$  valen cero, y para un flujo de densidad  $\rho$  practicamente constante, tenemos.

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2}{2g_c} + \Sigma F = 0 \quad \text{-----(2)}$$

rearrreglando la ecuación 2, para obtener:

$$\bar{v}_2^2 - \bar{v}_1^2 = -2g_c \left[ \left( \frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) + \Sigma F \right] \quad \text{-----(3)}$$

por la ecuación de continuidad:

$$\bar{v}_2 = \frac{\bar{v}_1 S_1}{S_2} \quad \text{-----(4)}$$

Sustituyendo la ecuación 4 en la ecuación 3, ésta se convierte en:

$$\bar{v}_1^2 \left( \frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right) = 2g_c \left[ \left( \frac{P_2 - P_1}{\rho} \right) + \Sigma F \right]$$

$$\bar{v}_1 = \sqrt{\frac{2g_c \left( \frac{\Delta P}{\rho} \right) - (\Sigma F)}{\left( S_1^2/S_2^2 - 1 \right)}} \quad \text{-----(5)}$$

La ecuación 5 se denomina " ECUACION GENERAL DE LOS MEDIDORES DE FLUJO" y esta, puede escribirse en términos de  $\bar{v}_2$  o en términos de velocidad de flujo de masa, con el uso apropiado de la ecuación de continuidad.

El término entre paréntesis cuadrangular dentro de la raíz cuadrada, representa una disminución de presión atribuible a los cambios en energía cinética entre los puntos 1 y 2. Por lo tanto la diferencia de presión entre estos dos puntos se produce por:

- I.- El cambio de energía cinética originado por un cambio de velocidad que a su vez es causado por un cambio en el área de flujo.
- II.- A la pérdida permanente de presión debida a la fricción de forma y de superficie ( las dos se incluyen en  $\Sigma F$  ).

Por lo tanto el manometro indica solamente la diferencia total de presión entre estos dos puntos y no marca ninguna diferencia entre los dos efectos.

La aplicación de la ecuación 5 al medidor de Orificio y al Venturímetro, permite al cálculo de la velocidad másica del fluido, lo único que se requiere son algunas modificaciones, para que resulte más útil. Dado que,  $(\Delta P)$  representa la diferencia total de presión entre los puntos 1 y 2, y el término incluye la fricción del fluido entre los mismos dos puntos. De aquí que la diferencia entre estos términos representa el cambio de energía cinética entre estos dos puntos, o sea:

$$-\frac{\Delta P}{\rho} - \Sigma F = C_1^2 \left(-\frac{\Delta P}{\rho}\right) \quad \text{-----}(6)$$

donde  $C_1^2$  = factor de proporcionalidad, que es siempre menor que uno.

Combinando las ecuaciones 5 y 6, se obtiene:

$$\bar{v}_1 = C_1 \sqrt{\frac{2g_c (-\Delta P/\rho)}{(S_1^2/S_2^2 - 1)}} \quad \text{-----}(7)$$

Ahora en el caso del medidor de Venturi  $C_1 = C_v =$  coeficiente de descarga del venturi; o sea:

$$\bar{v}_1 = C_v \sqrt{\frac{2g_c (-\Delta P/\rho)}{(S_1^2/S_2^2 - 1)}} \quad \text{-----}(8)$$

que es la ECUACION DEL VENTURIMETRO.

DONDE:  $S_1$  = sección transversal del área del tubo, en  $m^2$ .

$S_2$  = sección transversal del área de la estrangulación, en  $m^2$ .

Aplicando lo mismo en el caso del medidor de orificio -- donde, es muy difícil conocer con exactitud el área de la sección transversal de la vena contracta  $S_2$ ; sin embargo por geometría

$$S_2 = C_2 S_0 \quad \text{-----}(9)$$

donde:  $C_2$  = constante geométrica.  
 $S_0$  = sección transversal del área de orificio, en  $m^2$ .

Si combinamos 9 con la ecuación 7, obtenemos:

$$\bar{v}_1 = C_1 \sqrt{\frac{2g_c (-\Delta P/\rho)}{(S_1^2/C_2^2 S_0^2 - 1)}} \quad \text{-----}(10)$$

si definimos un coeficiente de descarga del orificio tal que.

$$\bar{v}_0 = C_0 \sqrt{\frac{2g_c (-\Delta P/\rho)}{(S_1^2/S_0^2 - 1)}} = C_1 \sqrt{\frac{2g_c (-\Delta P/\rho)}{(S_1^2/C_2^2 S_0^2 - 1)}} \quad \text{-----(11)}$$

que es la " ECUACION DEL ORIFICIO".

Se debe tener en cuenta que en el medidor de orificio y el Venturimetro las ecuaciones correspondientes son, una funcion compleja de la caida y de la geometria y que además la velocidad promedio del fluido que esta operado.

#### 4.- CALIBRACION DE MEDIDORES DE FLUJO.

Un aparato medidor de flujo de fluidos, es un dispositivo que sirve para determinar la cantidad de fluido que circula en la unidad de tiempo expresado en m<sup>3</sup>/min., en Kg/seg. en m/seg, - etc.

Además, cualquiera que sea su tipo de construcción, un medidor de flujo suele calibrarse desviando la totalidad de la corriente del fluido en peso o en volumen, durante un intervalo conocido en tiempo. Si se trata de un líquido como en nuestro caso, puede llevarse a un deposito sobre una báscula  $\bar{0}$ , calibrado con indicaciones de volúmenes en funcion de alturas de nivel. En realidad los medidores de flujo se calibran siempre de este modo y aún, los contadores tipo, utilizando para verificación de otros aparatos tiene que constatarse por este método.

Por lo que, la calibración de un medidor de flujo, ya sea, el venturi o el orificio, consiste fundamentalmente en determinar su coeficiente de descarga para el fluido en el que se desea emplear partiendo de su ecuación correspondiente.

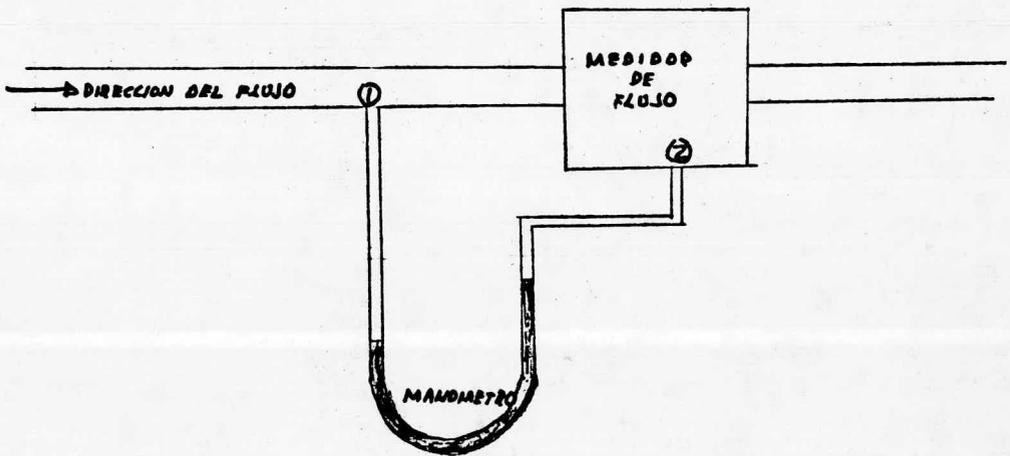
$$\text{ORIFICIO} = \bar{v}_r = C_0 \sqrt{\frac{2g_c (-\Delta P/\rho)}{(S_r^2/S_0^2 - 1)}}$$

$$\text{VENTURI} = \bar{v}_r = C_v \sqrt{\frac{2g_c (-\Delta P/\rho)}{(S_r^2/S_v^2 - 1)}}$$

y despejando el coeficiente de descarga de estas ecuaciones ----

$$\text{ORIFICIO: } C_0 = \bar{v}_r / \sqrt{\frac{2g_c (-\Delta P/\rho)}{(S_r^2/S_0^2 - 1)}}$$

$$\text{VENTURI: } C_v = \bar{v}_r / \sqrt{\frac{2g_c (-\Delta P/\rho)}{(S_r^2/S_v^2 - 1)}} \quad (56)$$



**FIGURA 6.- SISTEMA PARA EL BALANCE DE ENERGIA  
EN UN MEDIDOR DE FLUJO.**

Anteriormente se mencionó la dependencia del coeficiente de descarga con el número de Reynolds, de la relación de los diámetros del orificio y en tubo, y además de la localización de las tomas de presión, en caso del orificio. Dado que, la fricción y la viscosidad del fluido provocan efectos en la coeficiente de descarga los cuales son medidos por el número de Reynolds. Para flujos por orificio con valores del número de Reynolds superiores a 30,000 el coeficiente de descarga es igual a  $C_d = 0.61$  para cualquier relación entre los diámetros del orificio y del tubo, siempre y cuando las conexiones de las tomas de presión encuentren en la vena contracta, en este caso se puede utilizar la gráfica de la figura 7; después del punto donde localiza la vena contracta existe una gran inestabilidad, la que desaparece hasta aproximadamente 8 diámetros corriente abajo, por lo tanto, no deben colocarse tomas en este intervalo.

Para el caso de tubos de venturi bien diseñados, el coeficiente de descarga del venturi es del orden aproximadamente de  $C_v = 0.98$  para tuberías de 2 a 8 pulgadas de diámetro nominales mayores (ver la gráfica de la figura 8).

El procedimiento que se siguió para la calibración de estos, fué lo siguiente.

1.- Para facilitar la medida de las velocidades o gastos de flujo, se calibró previamente el medidor de nivel del tanque de alimentación en litros, desviando el flujo del líquido hacia un depósito ~~tanque~~ y colocado sobre una báscula y en donde se tomo en cuenta que la densidad del agua era de  $1,000 \text{ Kg./m}^3$ , por lo tanto;  $1 \text{ kg. de agua} = 1 \text{ litro de agua}$ .

2.- Conociendo la velocidad de flujo, y a cada uno de estas, le corresponde una cierta caída de presión; esta operación se repitió hasta obtener una cierta cantidad de datos de acuerdo a las posibilidades de la instalación existente en el laboratorio.

Entonces para calibrar estos aparatos, la operación consiste en medir la caída de presión del aparato por medio del manómetro de carátula o por el manómetro diferencial de mercurio - el fluido pasa a través de éste a diferentes velocidades de flujo conocidas.

#### 4.1. DATOS EXPERIMENTALES DE LA CALIBRACION.

En base de estos datos experimentales se hicieron dos tipos de gráficas una del coeficiente de descarga contra el número de Reynolds en el aparato ( figura 9 A y B), y otra de caída de presión contra la velocidad en el aparato (figura 10: A y B ).

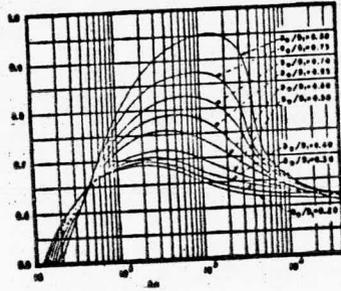
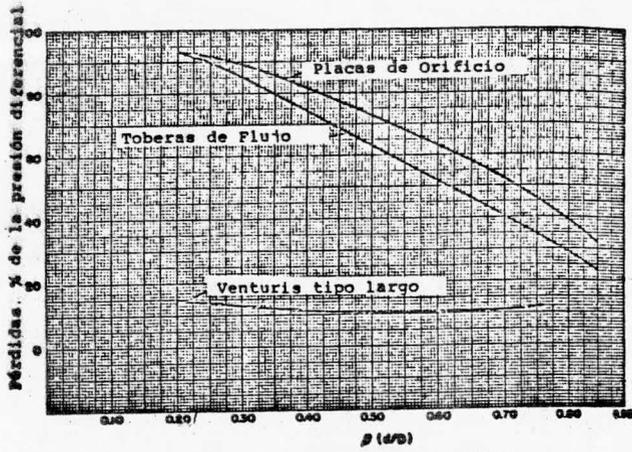


FIGURA 7



PERDIDAS PERMANENTES DE PRESION

FIGURA 8

Para obtener estos datos experimentales, se procedió de la siguiente manera:

- a.- Se selecciona el sistema motor-bomba mas adecuado o por medio de la compresora para operar y asi obtener una cierta cantidad de flujo, el cual se conocia tomando la cantidad de litros que pasaban en un tiempo determinado. Por ejemplo: 100 lt. en 80 seg., o sea: 100 lt. /80 seg.= 1.25 lt/seg. Gasto =  $Q = 1.25$  lt/seg., y ademas:  
 Diámetro Interno de la tubería =  $DI = 2.067$ "pulg.= 5.25 cm.

entonces :  $\frac{Q}{S} = \bar{v} = \frac{Q}{\pi/4 (0.0525)^2}$   
 $= \frac{1.25 \text{ lt/seg} \times 1 \text{ m}^3/10^3 \text{ lt}}{\pi/4 (5.25)^2 \times 1 \text{ m}^2/10^4 \text{ cm}^2}$   
 $= 0.5774 \text{ m/seg.}$

- b.- Como a cada velocidad de flujo le corresponde una cierta caída de presión. Con estos datos experimentales se puede ya calcular todo lo necesario para representar los resultados de la siguiente forma:

El Número de Reynolds es igual a:

$$N_{Re} = \frac{D \rho \bar{v}}{\mu}$$

La temperatura del agua se tomo constante, siendo esta de 20°C y luego de tablas se obtiene que la densidad del agua =  $\rho = 998.23 \text{ Kg/m}^3$  y la viscosidad =  $\mu = 1.005 \times 10^{-3} \text{ Kg/m} \times \text{seg.}$ ; entonces el número de Reynolds para la tubería es:

$$N_{Re \text{ tubería}} = \frac{D_r \bar{v}_r \rho}{\mu}$$

para el Orificio:

$$N_{Re \text{ orificio}} = \frac{D_o \bar{v}_o \rho}{\mu}$$

para el Venturi:

$$N_{Re \text{ venturi}} = \frac{D_v \bar{v}_v \rho}{\mu}$$

Tomando en cuenta el ejemplo expuesto, tenemos lo siguiente;

$D_r$  = Diámetro interno de la tubería = 0.0525 m (diámetro nominal = 2" pulg.)

$D_o$  = Diámetro del orificio = 0.02659 m (1.0469" pulg.)

$D_v$  = Diámetro interno del venturi = 0.019 m.

Acomodando estos datos en su ecuación correspondiente tenemos:

$$N_{Re} \text{ tubería} = \frac{0.0525 \text{ m} \times 998.23 \text{ Kg/m}^3 \times 0.4666 \text{ m/seg}}{1.005 \times 10^3 \text{ Kg/m} \times \text{seg}} \quad .5774$$
$$= 30,109$$

Ahora para sacar la velocidad en el orificio  $\bar{v}_o$  en el venturi  $\bar{v}_v$  se aplica la ecuación de continuidad:

$$\bar{v}_r S_r = \bar{v}_o S_o = \bar{v}_v S_v$$

y por lo tanto:

$$\bar{v}_o = \bar{v}_r S_r / S_o$$
$$\bar{v}_v = \bar{v}_r S_r / S_v$$

siguiendo nuestro ejemplo:

$$\bar{v}_o = \frac{\bar{v}_r S_r}{S_o} = \frac{0.4666 \times \pi/4 (0.0525)^2}{\pi/4 (0.02659)^2} = \frac{0.4666 \times 21.6476 \times 10^{-4}}{5.552 \times 10^{-4}}$$
$$= 1.8192 \text{ m/seg.}$$

$$N_{Re} \text{ orificio} = \frac{0.02659 \times 1.8192 \times 998.23}{1.005 \times 10^{-3}}$$
$$= 59,456$$

siguiendo el mismo procedimiento para el caso del venturi:

$$\bar{v}_v = \frac{\bar{v}_r S_r}{S_o} = \frac{0.4666 \times \pi/4 (0.0525)^2}{\pi/4 (0.019)^2}$$
$$= \frac{0.5774 \times 21.6476 \times 10^{-4}}{2.8353 \times 10^{-4}}$$
$$= 3.5624$$

$$N_{Re} \text{ venturi} = \frac{0.019 \times 998.23 \times 3.5624}{1.005 \times 10^{-3}}$$
$$= 67,231$$

T A B L A 1

<u>LECTURA</u>	$\dot{Q}$ (H/seg)	$\bar{V}_T$ (m/seg)	$NR_{OT}$	$\Delta P_{cmHg}$	$\Delta P/\rho \left(\frac{K \cdot m}{kg}\right)$	$\bar{V}_0$ (m/seg)	$NR_{e0}$	$C_0$
1.-	1.0101	0.4666	24,331	1.6	0.2166	1.8192	48,047	0.8529
2.-	1.0309	0.4762	24,832	1.7	0.2345	1.8566	49,034	0.8366
3.-	1.0869	0.5021	26,182	2.1	0.2858	1.9576	51,709	0.7990
4.-	1.1363	0.5249	27,371	2.5	0.3402	2.0485	54,103	0.7656
5.-	1.1905	0.5499	28,675	2.8	0.3905	2.1440	56,625	0.7486
6.-	1.2500	0.5774	30,109	3.2	0.4440	2.2512	59,456	0.7372
7.-	1.3254	0.6163	31,929	3.6	0.4946	2.4030	63,480	0.7455
8.-	1.4024	0.6478	33,780	4.1	0.5557	2.5258	66,724	0.7393
9.-	1.5216	0.7029	36,653	4.9	0.6666	2.7404	72,395	0.7324
10.-	1.6909	0.7811	40,731	6.0	0.8172	3.0454	80,451	0.7351
11.-	1.8874	0.8719	45,466	7.5	1.0263	3.3993	89,802	0.7322
12.-	2.0025	0.9251	48,240	8.5	1.1564	3.6066	95278	0.7319
13.-	2.1678	1.0014	52,219	10.0	1.3557	3.9042	103,139	0.7317
14.-	2.3410	1.0814	56,390	11.6	1.5809	4.2162	111,382	0.7317
15.-	2.6316	1.2157	63,394	14.7	1.9986	4.7400	125,188	0.7316
16.-	2.7027	1.2485	65,104	15.5	2.1073	4.8678	128,583	0.7317

DATOS GENERALES.

$$D_0 = 0.02659 \text{ m}$$

$$D_T = 0.05250 \text{ m}$$

$$\bar{V}_0 = (3.8989) \bar{V}_T$$

$$NR_{e0} = (26,411) \bar{V}_0$$

$$; S_0 = 5.552 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$; S_T = 26.647 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

(62)

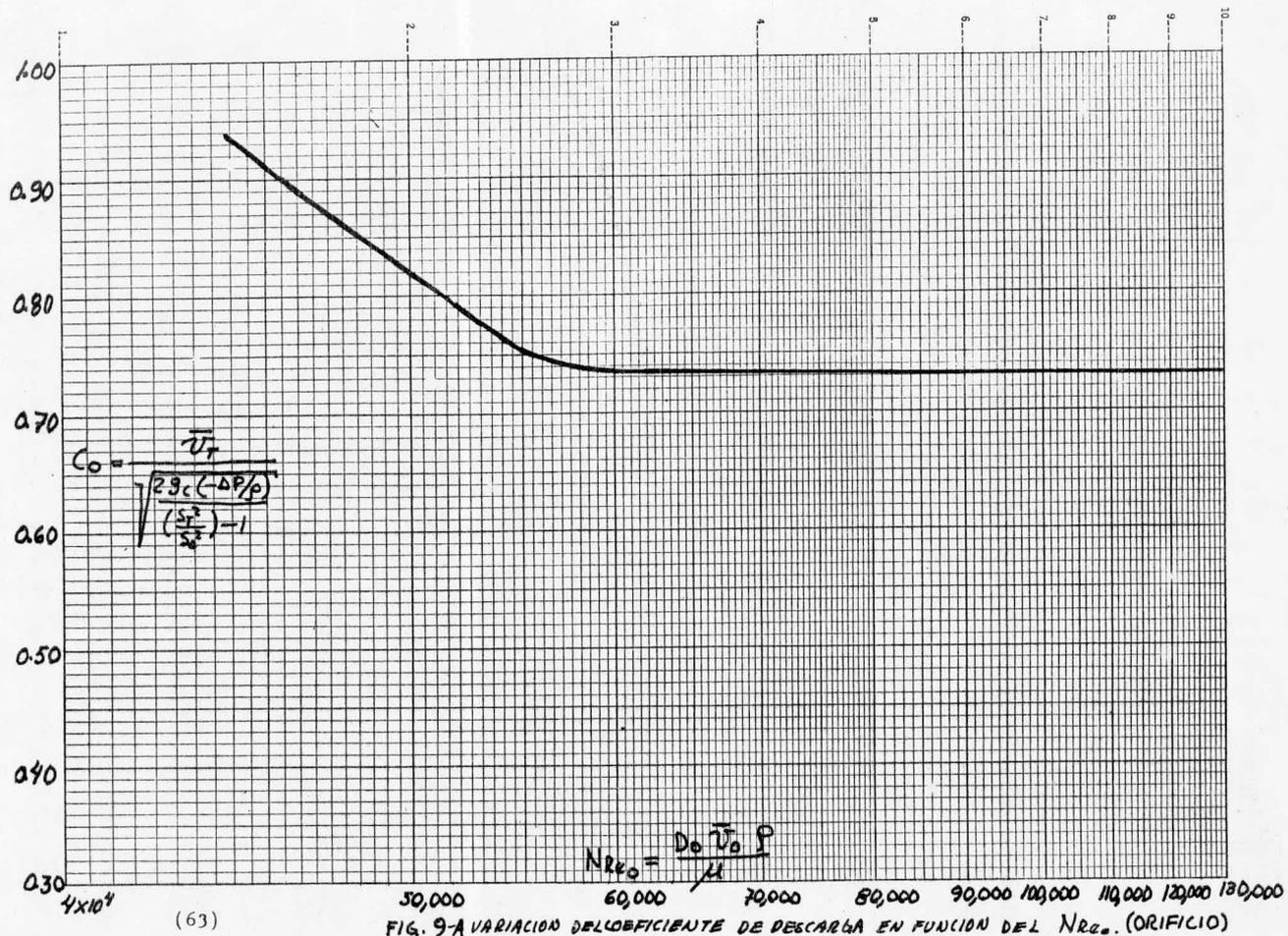
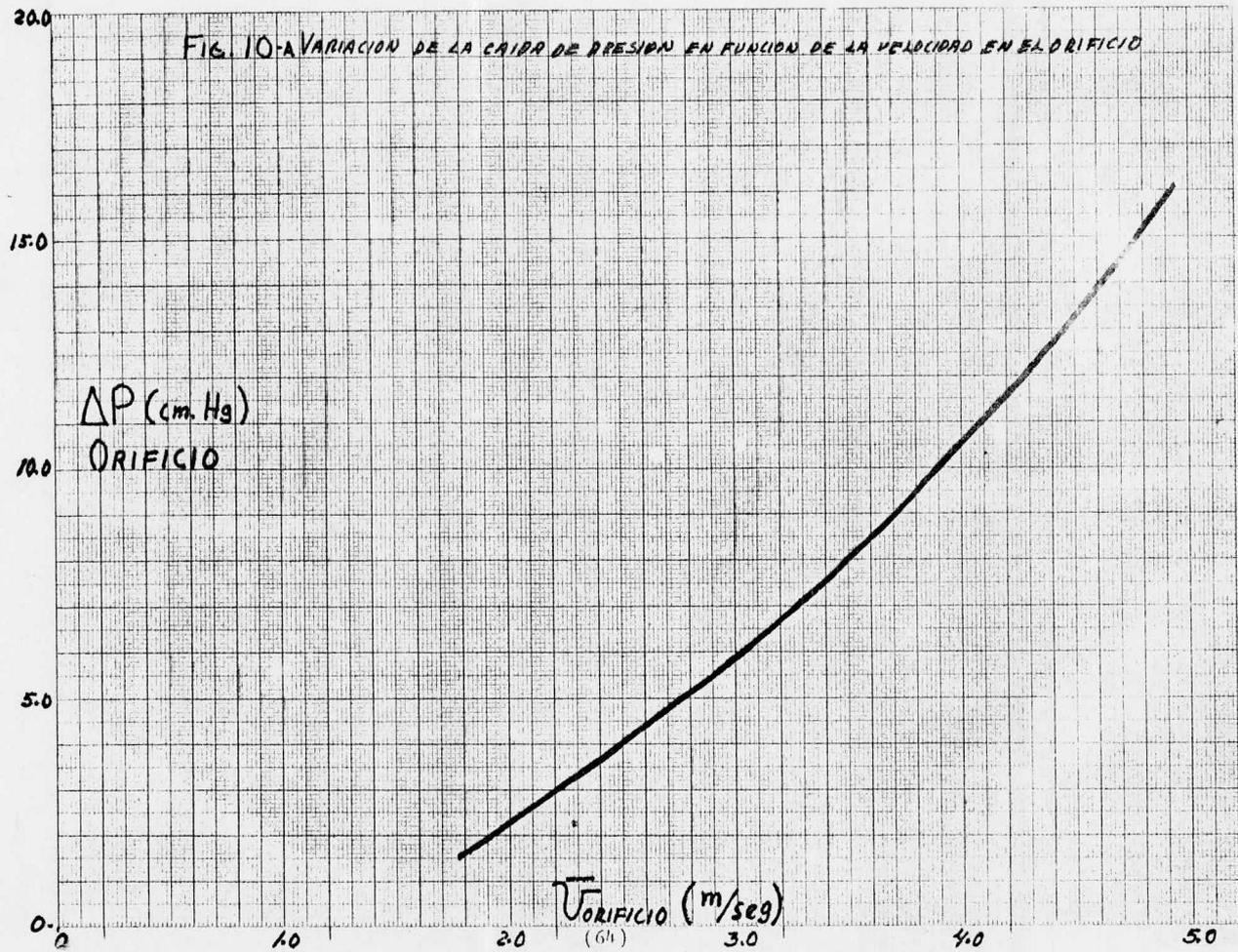


FIG. 9-A VARIACION DEL COEFICIENTE DE DESCARGA EN FUNCION DEL  $N_{Re}$ . (ORIFICIO)

FIG. 10-VARIACION DE LA CAIDA DE PRESION EN FUNCION DE LA VELOCIDAD EN EL ORIFICIO



T A B L A 2

<u>LECTURA</u>	$Q$ (l <sup>3</sup> /seg)	$\bar{V}_T$ (m/seg)	<u>NR<sub>OT</sub></u>	$\Delta P_{cm H_2O}$	$(\frac{-\Delta P}{\rho})(\frac{R_g \cdot m}{R_g})$	$\bar{V}_V$ (m/seg)	<u>NR<sub>OV</sub></u>	<u>C<sub>V</sub></u>
1.-	1.0101	0.4666	24,331	5.1	0.6998	3.5624	67,231	0.9532
2.-	1.0869	0.5021	26,182	5.9	0.8034	3.8334	72,346	0.9573
3.-	1.2195	0.5633	29.374	7.4	1.0098	4.3007	81,164	0.9579
4.-	1.3531	0.6151	32,596	9.1	1.2405	4.7718	90,055	0.9591
5.-	1.6410	0.7581	39,532	13.4	1.8219	5.7869	109,212	0.9598
6.-	1.7504	0.8086	42,165	15.1	2.0548	6.1727	116,493	0.9640
7.-	1.8539	0.8558	44,658	16.7	2.2822	6.5375	123,377	0.9688
8.-	2.0422	0.9434	49,194	20.3	2.7697	7.2016	135,911	0.9687
9.-	2.1368	0.9871	51,473	22.2	3.0286	7.5352	142,207	0.9693
10.-	2.2547	1.0416	54,315	24.7	3.3633	7.9510	150.054	0.9706
11.-	2,3778	1.0985	57,282	27.4	3.7364	8.3853	158.250	0.9712
12.-	2.4662	1.1393	59.410	29.4	4.0090	8.6968	164,128	0.9724
13.-	2.6320	1.2159	63,404	33.5	4.5606	9.2817	175,166	0.9730
14.-	2.7031	1.2487	65.115	35.5	4.8407	9.5321	179,893	0.9699

DATOS GENERALES.

$$D_T = 0.0525 \text{ m} ; S_T = 21.647 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$D_V = 0.0190 \text{ m} ; S_V = 2.8353 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\bar{V}_V = (7.6348) \bar{V}_T$$

$$NR_{OV} = (18,872) \bar{V}_V$$

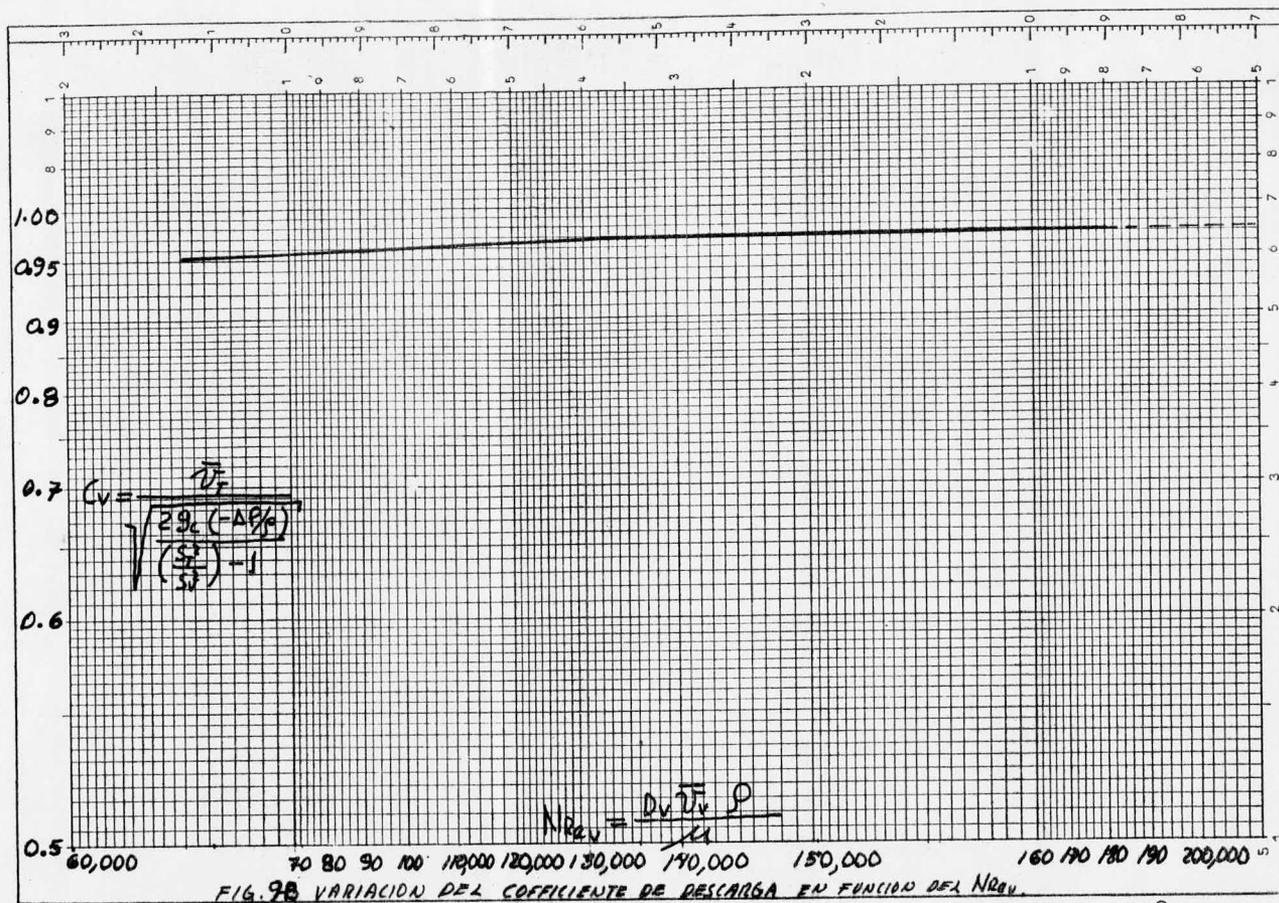
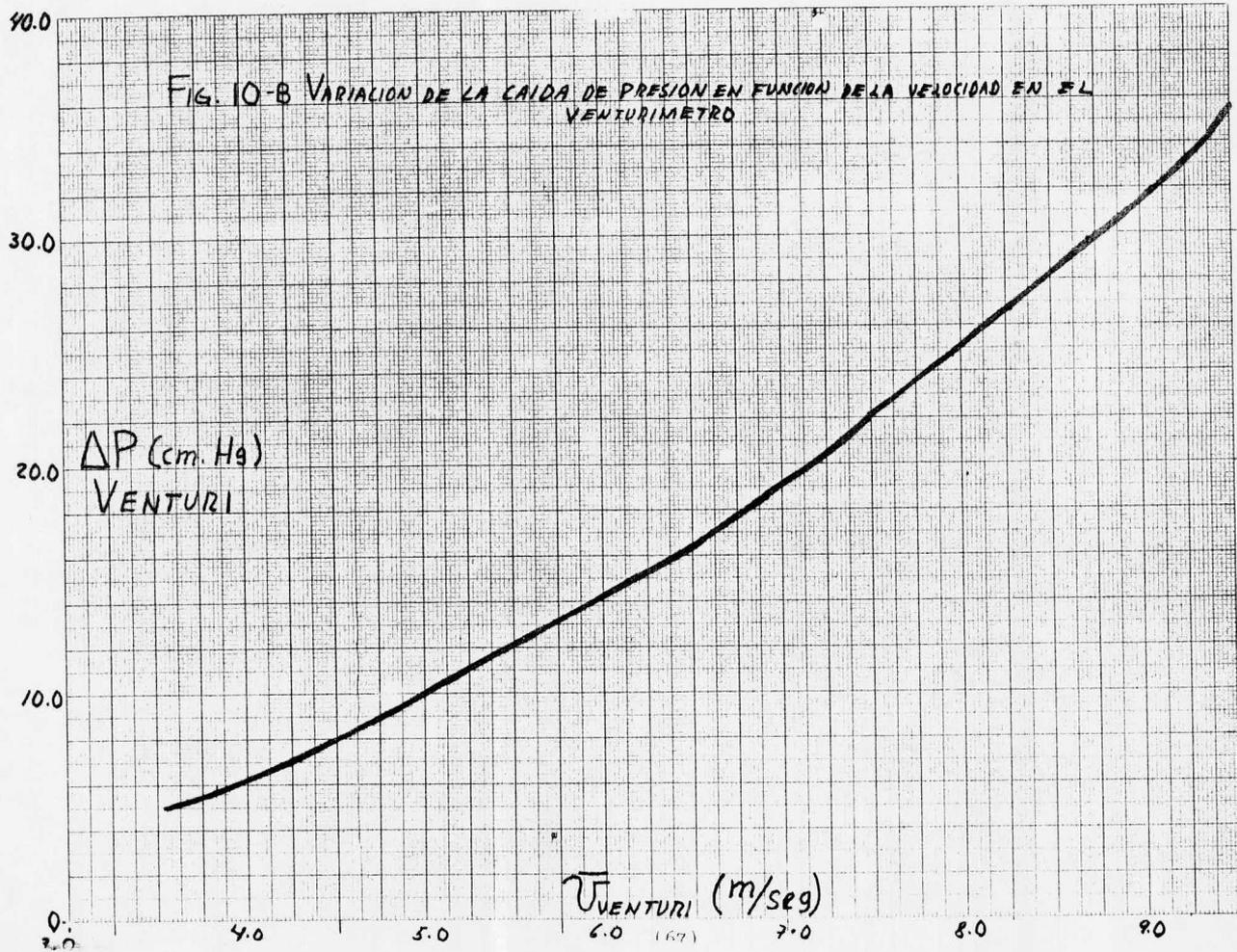


FIG. 98 VARIACION DEL COEFICIENTE DE DESCARGA EN FUNCION DEL  $N_{ReV}$  PARA EL VENTURI



2.- El cálculo del coeficiente de descarga se hace partiendo de las siguientes ecuaciones.

$$\text{ORIFICIO: } C_o = \frac{\bar{v}_T}{\sqrt{\frac{2g_c(-\Delta P/P)}{(S_T^2/S_o^2)-1}}}$$

$$\text{VENTURI: } C_v = \frac{\bar{v}_v}{\left[\frac{2g_c(-\Delta P/P)}{(S_T^2/S_o^2)-1}\right]^{1/2}}$$

Siguiendo el ejemplo, como a cada velocidad le corresponde una --- caída de presión:

$$\bar{v}_T = 0.4666; \text{ le corresponde: Orificio } \Delta P_o = 1,6 \text{ cm. de=}$$

$$\text{Venturi } \Delta P_v = 5.1 \text{ cm. Hg. =}$$

$$\Delta P_o = 16 \text{ mm. de Hg.}$$

$$\Delta P_v = 51 \text{ mm. de Hg.}$$

donde Hg. = Símbolo de mercurio.

Pero como estos resultados los necesitaremos en  $\text{Kg/m}^2$ , lo multiplicaremos por un factor de conversión (el factor de conversión 13.6 sacado del "Crane" apéndice B, entonces:

$$\text{Orificio: } \Delta P_o = 16 \times 13.6 = 217.6 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Venturi: } \Delta P_v = 51 \times 13.6 = 693.6 \text{ kg/m}^2$$

Ahora, sustituyendo los datos correspondientes a cada ecuación.

$$\text{ORIFICIO: } C_o = 0.4666 \left/ \left( \frac{2(9.81)(217.6/998.23)}{(21.6476/5.5520) - 1} \right)^{1/2} \right. = 0.8529$$

$$\text{VENTURI: } C_v = 0.4666 \left/ \left( \frac{2(9.81)(693.6/998.23)}{(21.6476/2.8353) - 1} \right)^{1/2} \right. = 0.9532$$

3.- Se repiten todos los cálculos anteriores, para todos los datos experimentales obtenidos durante la operación del equipo de donde, se obtienen las siguientes tablas de presentación de datos, La tabla 1 es para el orificio y la tabla 2 para el venturi.

### 5.- DISEÑO DEL EXPERIMENTO PARA LA PRACTICA PROPUESTA.

En apego a la instalación existente en el laboratorio de -- Ingeniería Química, se practicó la siguiente estrategia:

1o.- Se instalaron unas tomas de presión en la red de tubos rectos al principio y al final de estos, espaciados por una longitud.

"L" (ver figura 9).

20.- Se operó a diferentes regimenes de gasto de agua, por el tubo del diámetro escogido, hasta los límites que lo permita = la instalación; esto es, el gasto o velocidad del agua se midió - el orificio, o venturi, o por el indicador de nivel del tanque, - de alimentación.

30.- Se obtuvo para cada tubo de diferente diámetro, de acuerdo - a la velocidad la lectura correspondiente de caída de la presión.

40.- Se repitió esta operación hasta obtener una población de datos, que en el mejor de los casos fué de 19 y en el peor de 14 aproximadamente.

50.- Como consecuencia del análisis de los resultados, se determinó necesario debido a cierta dispersión de algunos puntos - repetir varias veces las mediciones dudosas, estableciendo una optimización en base a la frecuencia con que se repetían ciertos valores para obtener una medición más exacta y se llegó a la conclusión de ampliar los datos. Sin embargo esto último no se realizó - debido a las limitaciones de la instalación del laboratorio de Ingeniería Química.

#### 5.-1. PRESENTACION DE RESULTADOS.

En base a los resultados obtenidos, se graficaron dos tipos de curvas para cada tubo de diferente diámetro, una fué del - " número de Reynolds contra el factor de fricción" y otra de la - caída de presión ( $-\Delta P/\rho$ ) contra la velocidad, correspondientes - a cada tubo de diferente diámetro.

Para obtener los resultados, se procedió a calcular los - de la siguiente manera:

1.- Se selecciona el diámetro del tubo deseado, junto con el sistema motor-bomba, es decir, la cantidad adecuada de flujo del agua deseada; por ejemplo:

Diámetro nominal =  $D_N = 1/4"$  (pulgadas).

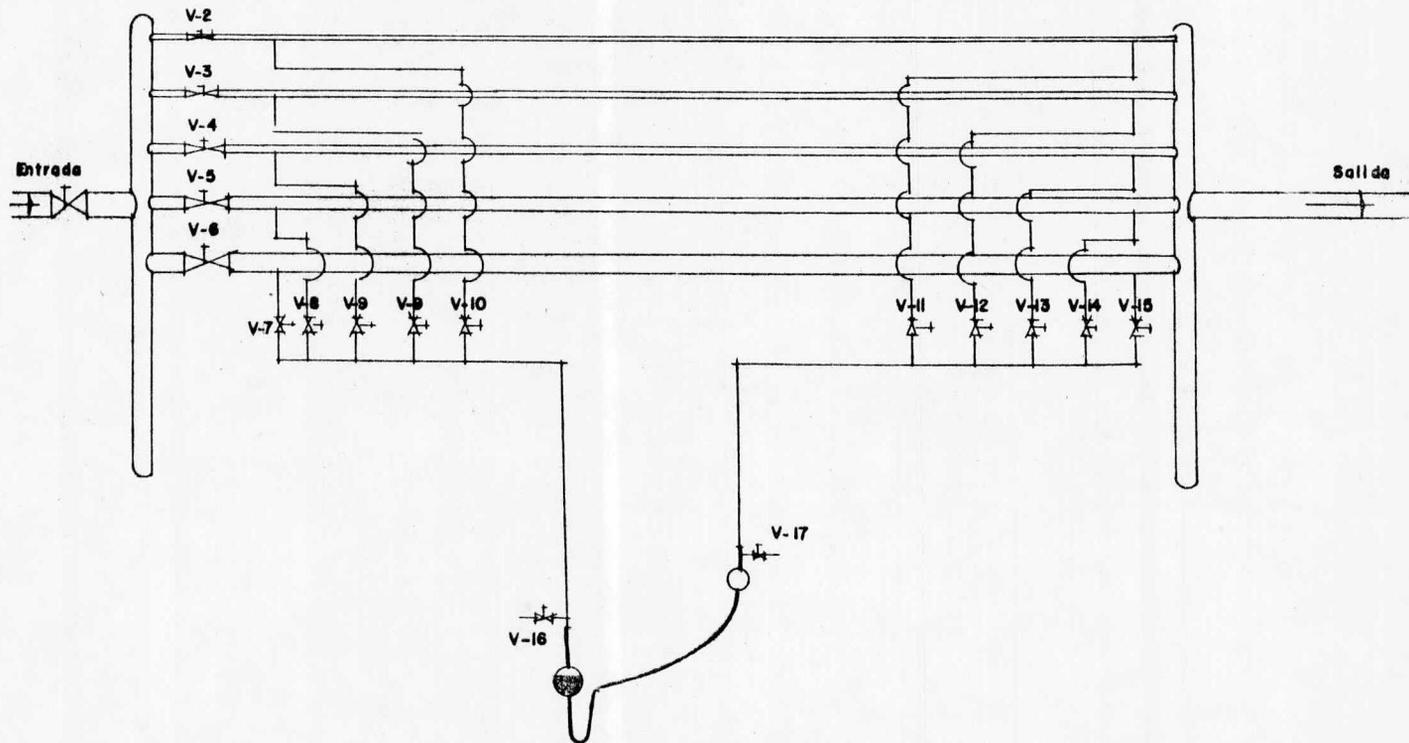
Diámetro interno =  $D_{1/4} = 0.00925$  m.

Gasto =  $Q = 0.1111$  lt/seg.

Velocidad =  $\bar{V}_{1/4} = 1.6558$  m/seg.

2.- Con estos datos se calcula el número Reynolds ( $Re_c$ ); -- siguiendo el ejemplo anterior:

Número de Reynolds =  $\frac{D_{1/4} \bar{V}_{1/4} \rho}{\mu}$



Tomas de Presion

Fig. 9

La temperatura del agua = 20°C; de aquí, se va uno a tablas y se obtienen los siguientes datos:

$$\text{densidad} = \rho = 998.23 \text{ Kg/m}^3$$

$$\text{viscosidad} = \mu = 1.005 \times 10^{-3} \text{ Kg/m x seg.}$$

entonces, se sustituyen estos valores en la ecuación del número de Reynolds:

$$N_{Re} = \frac{0.00925 \text{ m} \times 998.23 \text{ Kg/m}^3 \times 1.6558 \text{ m/seg.}}{1.005 \times 10^{-3} \text{ Kg/m x seg.}}$$

$$N_{Re} = 15,212$$

3.- El cálculo de "f" (factor de fricción) se hizo del gasto o velocidad de flujo, caída de presión, condiciones de longitud y diámetro del tubo seleccionado, o sea, partiendo de la siguiente ecuación:

$$f = \frac{29c D (-\Delta P/\rho)}{\bar{v}^2 L}$$

donde:  $g_c$  = factor de conversión (9.81 m/Kg x seg<sup>2</sup>)

$D$  = diámetro interno del tubo (en metros).

$\Delta P$  = caída de presión, en Kg/m<sup>2</sup>

$\rho$  = densidad del agua, en Kg/m<sup>3</sup>

$\bar{v}$  = velocidad promedio del agua, en m/seg.

$L$  = longitud del tubo, en m.

Siguiendo el caso del ejemplo anterior, tenemos:

diámetro interno =  $D_{1/4} = 0.00925 \text{ m.}$

longitud de la tubería = 6 m.

densidad del agua (20°C) = 998.23 Kg/m<sup>3</sup>.

caída de presión ( $-\Delta P/\rho$ ) = 1.2289 Kg x m/Kg.

gasto =  $Q = 0.1111 \text{ lt/seg.}$

velocidad promedio =  $\bar{v}_{1/4} = \frac{\text{gasto}}{\text{sección transversal del tubo}} =$

$$\bar{v}_{1/4} = \frac{0.1111 \text{ lt/seg} \times 1 \text{ m}^3/10^3 \text{ lt.}}{\pi/4 (0.00925 \text{ m})^2} = 1.6558 \text{ m/seg}$$

$$f = \frac{2(9.81) (0.00925)(1.2289)}{(1.6558)^2(6)} =$$

$$f = 0.013558$$

4.- Se repitió esta serie de cálculos para todos los datos experimentales obtenidos a través de la operación, para todos los tubos de diferentes diámetros y la temperatura promedio del agua durante el transcurso de la experimentación fué de  $1 \pm 20^\circ\text{C}$ ; de donde se tomo a la temperatura de 20°C para facilidad de obtener todos

los datos en una forma mas constante. Por lo tanto la densidad  $\rho$  y la viscosidad  $\mu$  del agua, se les tomaron a través de toda la -- experiencia como constantes:

Densidad del agua a  $20^{\circ}\text{C}$  =  $\rho = 998.23 \text{ Kg/m}^3$   
Viscosidad del agua a  $20^{\circ}\text{C}$  =  $\mu = 1.005 \times 10^{-3} \text{ Kg/m x seg.}$

Los cálculos de los resultados obtenidos, se recopilaron\_ en las siguientes tablas, con sus datos correspondientes para cada tubo de diferente diametro.

5. 2.- DATOS EXPERIMENTALES

DATOS EXPERIMENTALES DEL FACTOR DE FRICCIÓN  $D_{om} = 1/4''$

LECTURA Q ( lt/seg.)	$\Delta P$ (cm. Hg.)	$-\Delta P/\rho$ ( $\bar{v}^2 \times m/seg$ )	$\bar{v}_{1/4}$ (m/seg)	$NRe$	$f$	
1.-	0.1111	9.0	1,2289	1.6558	15.212	0.013558
2.-	0.1219	9.5	1.2940	1.8168	16.691	0.011858
3.-	0.1470	11.0	1.5025	2,1909	20.128	0.009468
4.-	0.1562	13.0	1.7809	2,3279	21.387	0.009940
5.-	0.1626	14.2	1.9337	2,4234	22.264	0.009259
6.-	0.1680	12.6	1,7217	2,5038	23,003	0.008307
7.-	0.1770	14.0	1.9119	2,6368	24,234	0.008310
8.-	0.1887	16.6	2,2627	2,8124	25,838	0.008653
9.-	0.2000	17.8	2,4237	2,9808	27,385	0.008251
10.-	0.2222	21.5	2,9330	3,3117	30,425	0.008089
11.-	0.2325	23.3	3,1707	3,4652	31,835	0.007987
12.-	0.2533	32.1	4,3726	3,7752	34,683	0.009280
13.-	0.2538	28.4	3,8692	3,7825	38,750	0.008563
14.-	0.3303	50.4	6,8588	3,7825	38,750	0.008563
15.-	0.3520	56.9	7,7526	5,2462	48,197	0.008526
16.-	0.3890	68.3	9,2999	5,7972	53,259	0.008371
17.-	0.4277	82.4	11,2189	6,3749	58,5666	0.008354
18.-	0.4672	97.9	13,3362	6,9630	63,969	0.008327

$$D_{NOM} = 1/4'' \Rightarrow D_{1/4} = D_{INTERNO} = 0.00925 \text{ m.}$$

$$S_{1/4} = 6.71 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \quad ; \quad E/D_{1/4} = 0.007$$

$$L = 6.0 \text{ m}$$

$$NRe = (9,187) \bar{v}_{1/4}$$

$$f = (3.0247 \times 10^{-2}) \frac{-\Delta P/\rho}{\bar{v}_{1/4}^2}$$

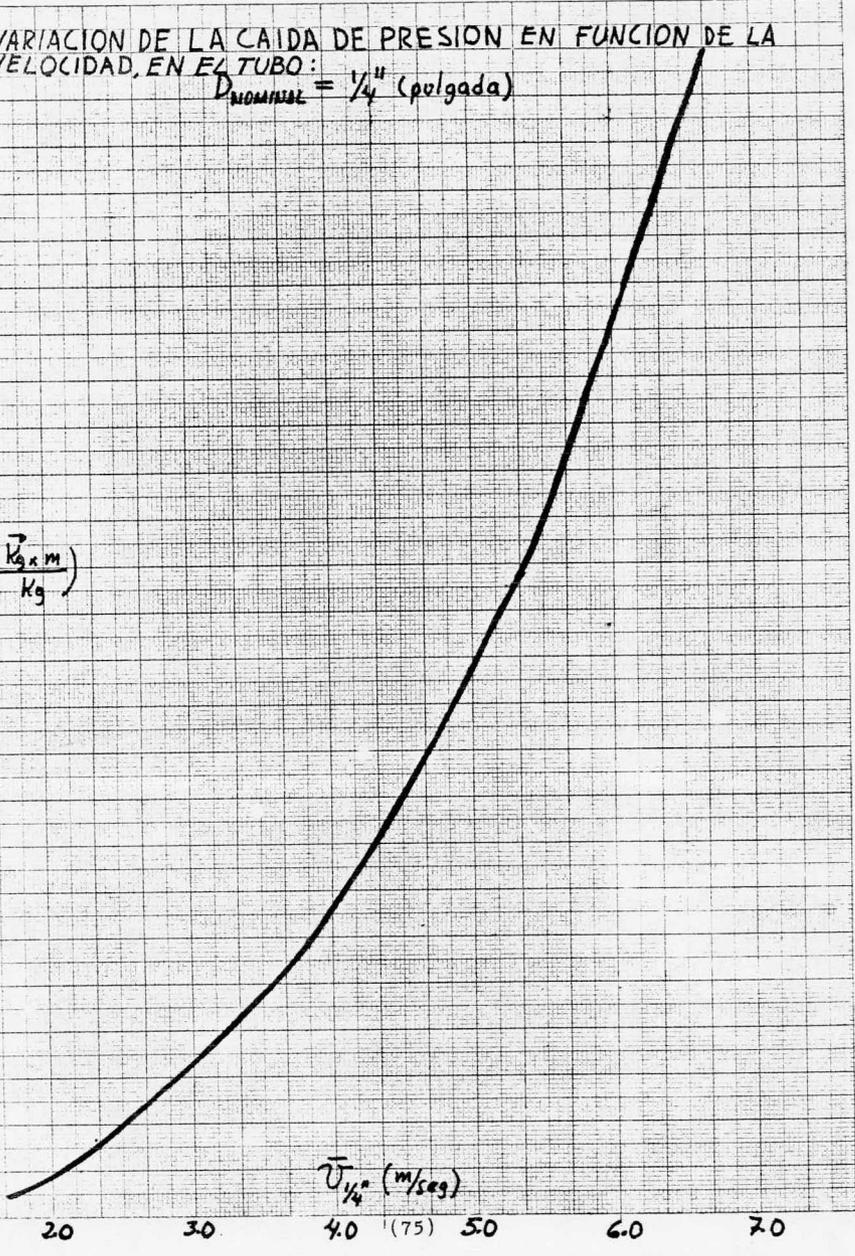
14.0  
13.0  
12.0  
11.0  
10.0  
9.0  
8.0  
7.0  
6.0  
5.0  
4.0  
3.0  
2.0  
1.0

VARIACION DE LA CAIDA DE PRESION EN FUNCION DE LA VELOCIDAD, EN EL TUBO:  
 $D_{NOMINAL} = 1/4''$  (pulgada)

$$8.0 \left( \frac{\Delta P}{\rho} \right) \left( \frac{kg \cdot m}{kg} \right)$$

$$\bar{V}_{1/4} \text{ (m/seg)}$$

1.0 2.0 3.0 4.0 (75) 5.0 6.0 7.0



DATOS EXPERIMENTALES DE FACTOR DE FRICCIÓN  $D_{om} = 3/8''$

LECTURA Q (lt/seg.)	$\Delta P$ (cmHg.)	$-\Delta P/\rho \left( \frac{Kg \times m}{seg^2} \right)$	$\bar{v}_{3/8}$ (m/seg)	$N_{Re}$	$f$	
1.-	0.1714	8.4	1.1461	1.3939	17.333	0.02415
2.-	0.2222	11.3	1.5378	1.8066	22.465	0.01929
3.-	0.2503	13.1	1.7884	2.0350	25.306	0.1768
4.-	0.2818	14.0	1.9052	2.2903	28.480	0.01487
5.-	0.3077	14.4	1.9605	2.5017	31.109	0.01282
6.-	0.3278	14.6	1.9934	2.6651	33.141	0.01149
7.-	0.3509	14.7	2.6818	2,8529	35.476	0.01349
8.-	0.4000	21.9	2.2811	3.2521	40.440	0.01154
9.-	0.4166	22.6	3.0769	3.3871	42,119	0.01098
10.-	0.4348	24.3	3.3060	3.5352	43.960	0.01083
11.-	0.4545	26.5	3.6056	3.6953	45.951	0.01081
12.-	0.4856	27.9	3.8000	3.9482	49.096	0.00998
13.-	0.5189	28.9	3.9349	4.2191	52.465	0.00905
14.-	0.5688	36.2	4.9358	4.6242	57.502	0.00945
15.-	0.6062	39.2	5.3457	4.9285	61.286	0.00901

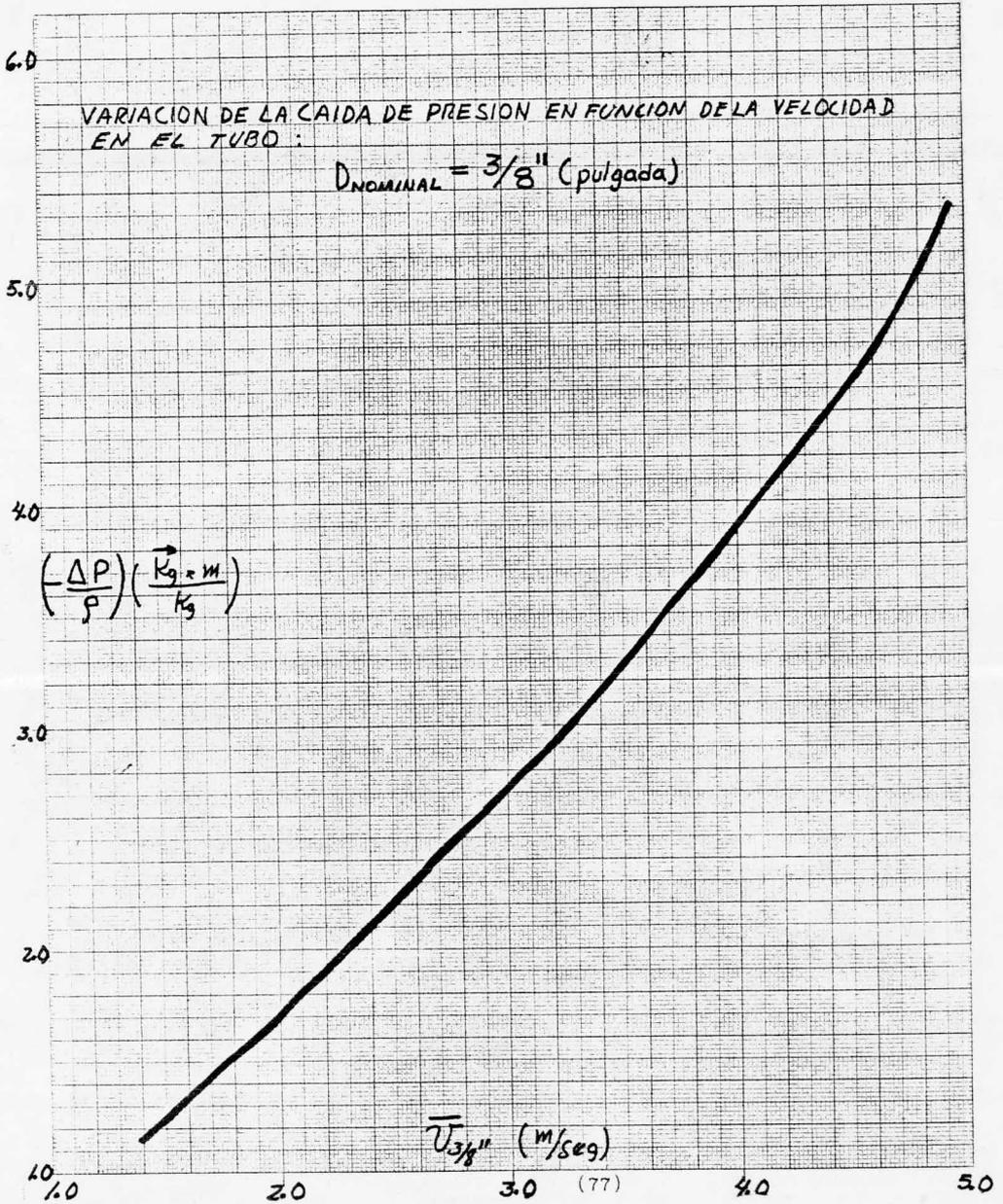
$$D_{Nom} = 3/8'' \Rightarrow D_{3/8} = D_{INTERNO} = 0.01252 \text{ m.}$$

$$S_{3/8} = 1.23 \times 10^{-4} \text{ m}^2 ; \quad \epsilon/D_{3/8} = 0.0046$$

$$L = 6.0 \text{ m}$$

$$N_{Re} = (12,435) \bar{v}_{3/8}$$

$$f = (4.094 \times 10^{-2}) \frac{-\Delta P/\rho}{\bar{v}_{3/8}}$$



DATOS EXPERIMENTALES DE FACTOR DE FRICCIÓN  $D_{om} = 1/2''$

LECTURA	$Q$ (lt/seg)	$\Delta P$ (cm Hg)	$-\frac{\Delta P}{\rho} \left( \frac{L \times m}{D} \right)$	$\bar{v}_{1/2}$ (m/seg)	$NRe$	$f$
1.-	0.2222	5.8	0.7938	1.1337	17.792	0.03191
2.-	0.2381	6.2	0.8492	1.2148	19.064	0.02973
3.-	0.2564	7.4	1.0078	1.3081	20.528	0.03043
4.-	0.2666	7.8	1.0667	1.3602	21.346	0.02979
5.-	0.3077	10.1	1.3814	1.5699	24.637	0.02896
6.-	0.3333	10.8	1.4669	1.7005	26.687	0.02621
7.-	0.3636	12.4	1.6918	1.8551	29.113	0.02540
8.-	0.3921	13.6	1.8476	2.0006	31.395	0.02467
9.-	0.4166	15.3	2.0855	2.1255	33.356	0.02385
10.-	0.4444	16.6	2.2677	2.2674	35.582	0.02279
11.-	0.4878	18.8	2.5586	2.4884	39.058	0.02134
12.-	0.5128	20.7	2.8155	2.6164	41.059	0.02125
13.-	0.5620	23.5	3.1959	2.8676	44.995	0.02008
14.-	0.5924	25.8	3.5138	3.0227	47.436	0.01987
15.-	0.6368	29.6	4.0354	3.2491	50.998	0.01873
16.-	0.6542	29.8	4.0608	3.3380	52.383	0.01873
17.-	0.7088	35.5	4.8404	3.6166	56.755	0.01912
18.-	0.7657	40.3	5.4851	3.9065	61.305	0.01857

$$D_{nom} = 1/2'' \Rightarrow D_{1/2} = D_{INTERNO} = 0.0158 \text{ m.}$$

$$S_{1/2} = 1.96 \times 10^{-4} \text{ m}^2 ; \quad E/D_{1/2} = 0.0035$$

$$L = 6.0 \text{ m}$$

$$NRe = (15,693) \bar{v}_{1/2}$$

$$f = (5.1666 \times 10^{-2}) \frac{-\Delta P / \rho}{\bar{v}_{1/2}^2}$$

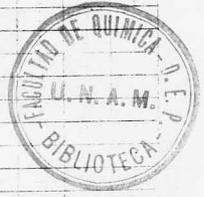
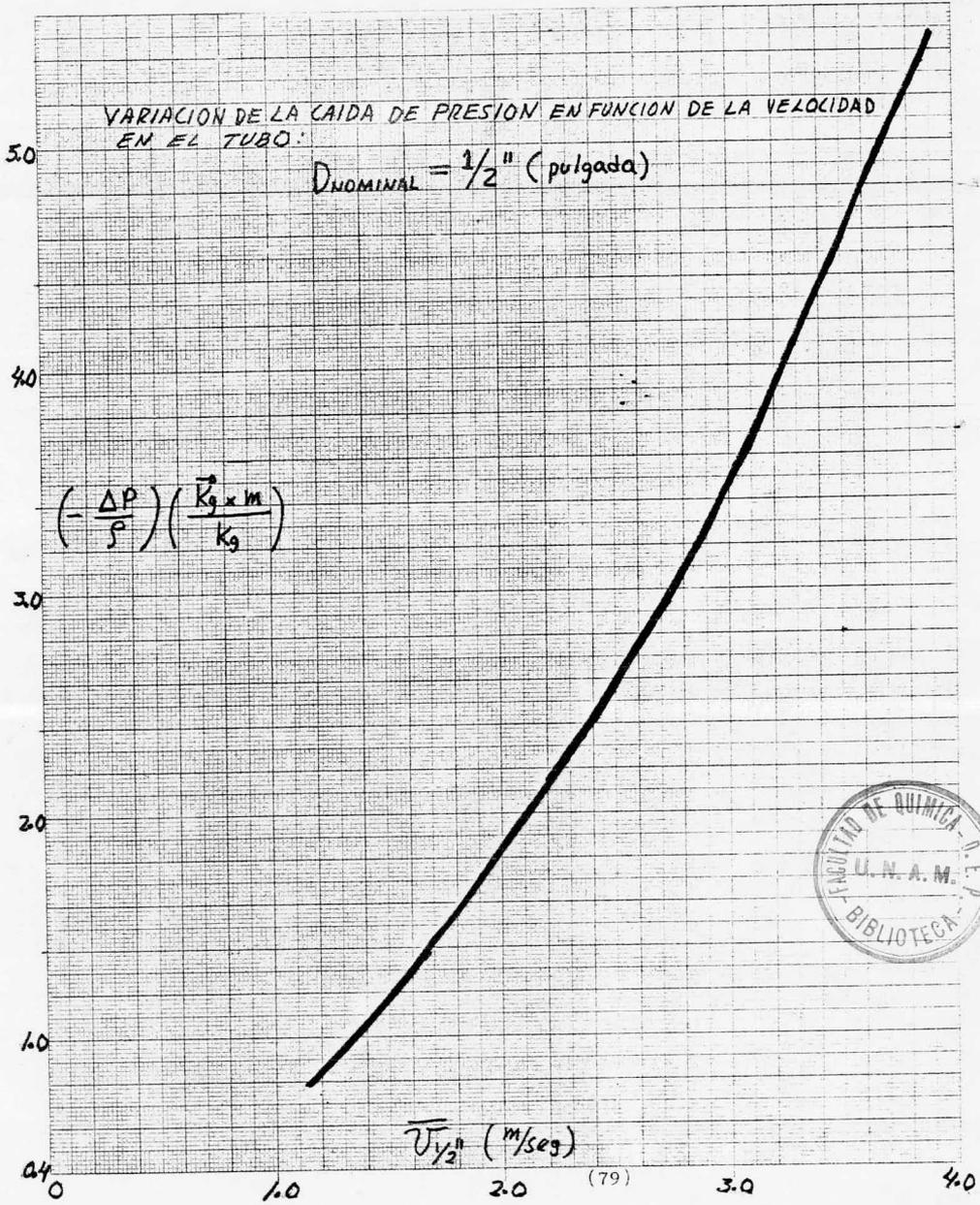
(78)

VARIACION DE LA CAIDA DE PRESION EN FUNCION DE LA VELOCIDAD EN EL TUBO:

$D_{\text{NOMINAL}} = \frac{1}{2}''$  (pulgada)

$$\left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \left(\frac{\text{Kg} \cdot \text{m}}{\text{kg}}\right)$$

$$\bar{V}_{1/2}'' \text{ (m/seg)}$$



DATOS EXPERIMENTALES DE FACTOR DE FRICCIÓN  $D_{om} = 3/4''$

<u>LECTURA</u>	<u>Q (lt/seg)</u>	<u><math>\Delta P_{cm Hg}</math></u>	<u><math>-\frac{\Delta P}{\rho} \left( \frac{kg \times m}{kg} \right)</math></u>	<u><math>\bar{V}_{3/4''}</math> (m/seg)</u>	<u>Re</u>	<u>f</u>
1.-	0.3168	3.2	0.4442	0.9211	19,157	0.03583
2.-	0.4021	4.8	0.6561	1.1688	24,310	0.03287
3.-	0.4217	4.8	0.6559	1.2258	25,495	0.02987
4.-	0.4464	5.6	0.7623	1.2977	26,990	0.03098
5.-	0.4760	6.1	0.8296	1.3837	28,778	0.02965
6.-	0.5126	7.3	0.9928	1.4900	30,990	0.03060
7.-	0.5461	8.0	1.0881	1.5877	33,021	0.02954
8.-	0.5777	9.1	1.2457	1.6794	34,929	0.03002
9.-	0.6132	10.5	1.4282	1.7826	37,075	0.03076
10.-	0.6490	11.7	1.5915	1.8867	39,239	0.03059
11.-	0.6754	12.2	1.6593	1.9633	40,834	0.02946
12.-	0.7459	14.8	2.0131	2.1682	45,095	0.02930
13.-	0.7996	16.5	2.2441	2.3246	48,347	0.02842
14.-	0.8399	18.0	2.4478	2.4416	50,781	0.02810
15.-	0.8543	20.0	2.7206	2.4835	51,652	0.03018
16.-	0.8768	19.6	2.6666	2.5489	53,012	0.02809
17.-	0.9121	21.9	2.9780	2.6515	55,147	0.02899
18.-	0.9681	24.9	3.3884	2.8143	58,532	0.02928
19.-	1.0229	26.6	3.6240	2.9736	61,845	0.02805

DATOS GENERALES.

$$D_{NOMINAL} = 3/4'' \text{ (pulgada)} ; D_{INTERNO} = D_{3/4''} = 0.02093m$$

$$S_{3/4''} = 3.44 \times 10^{-4} m^2 ; \epsilon/D = 0.0023$$

$$L = 6m$$

$$Re_0 = (20,798) \bar{V}_{3/4''}$$

$$f = (6.844 \times 10^{-2}) \left( \frac{-\Delta P/\rho}{\bar{V}_{3/4''}^2} \right) \quad (80)$$

VARIACION DE LA CAIDA DE PRESION EN FUNCION DE LA VELOCIDAD  
EN EL TUBO:

$D_{NOMINAL} = \frac{3}{4}''$  (pulgada)

$$\left(-\frac{\Delta P}{P}\right) \left(\frac{K_g \times m}{kg}\right)$$

$$\bar{V}_{3/4}'' \text{ (m/seg)}$$

0                      1.0                      2.0                      3.0                      4.0

0.0  
1.0  
2.0  
3.0  
4.0  
5.0



DATOS EXPERIMENTALES DE FACTOR DE FRICCION  $D_{om} = 1''$ .

<u>LECTURA</u>	<u>Q (l/sq)</u>	<u><math>\Delta P_{cmHg}</math></u>	<u><math>\frac{-\Delta P \left( \frac{Kg \cdot m}{Kg} \right)}{\rho}</math></u>	<u><math>\bar{V}_{j''} (m/sq)</math></u>	<u><math>NR_0</math></u>	<u>f</u>
1.-	0.39089	1.6	0.2160	0.7014	18,560	0.03825
2.-	0.48892	2.4	0.3250	0.8773	23,215	0.03679
3.-	0.55139	2.9	0.3990	0.9894	26,358	0.03551
4.-	0.62501	3.7	0.5037	1.1215	29,675	0.03489
5.-	0.70989	4.2	0.5686	1.2738	33,705	0.03053
6.-	0.80546	5.7	0.7750	1.4453	38,244	0.03232
7.-	0.83327	6.2	0.8441	1.4952	39,564	0.03289
8.-	0.90907	7.1	0.9739	1.6312	43,162	0.03188
9.-	0.99996	8.4	1.1396	1.7943	47,478	0.03083
10.-	1.06132	9.1	1.2448	1.9044	50,390	0.02990
11.-	1.12641	10.7	1.4660	2.0212	53,482	0.03126
12.-	1.17651	11.0	1.5087	2.1111	55,861	0.02949
13.-	1.25147	13.5	1.8379	2.2456	59,419	0.03175
14.-	1.33328	14.3	1.9429	2.3924	63,304	0.02957

DATOS GENERALES.

$$D_{NOMINAL} = 1'' \text{ (pulgada)} ; D_{INTERNO} = D_{j''} = 0.02664 \text{ m}$$

$$S_{j''} = 5.573 \times 10^{-4} \text{ m}^2 ; \epsilon/D_{j''} = 0.00175$$

$$L = 6.0 \text{ m}$$

$$NR_0 = (26,460) \bar{V}_{j''}$$

$$f = (8.7113 \times 10^{-2}) \left( \frac{-\Delta P/\rho}{\bar{V}_{j''}^2} \right)$$

2.5

VARIACION DE LA CAIDA DE PRESION EN FUNCION DE LA VELOCIDAD  
EN EL TUBO:

$$D_{\text{NOMINAL}} = 1'' \text{ (pulgada)}$$

2.0

$$\left(-\frac{\Delta P}{\rho}\right) \left(\frac{f}{K_{q,m}}\right)$$

1.0

0.5

0

$$\bar{U}_{1''} \text{ (m/seg)}$$

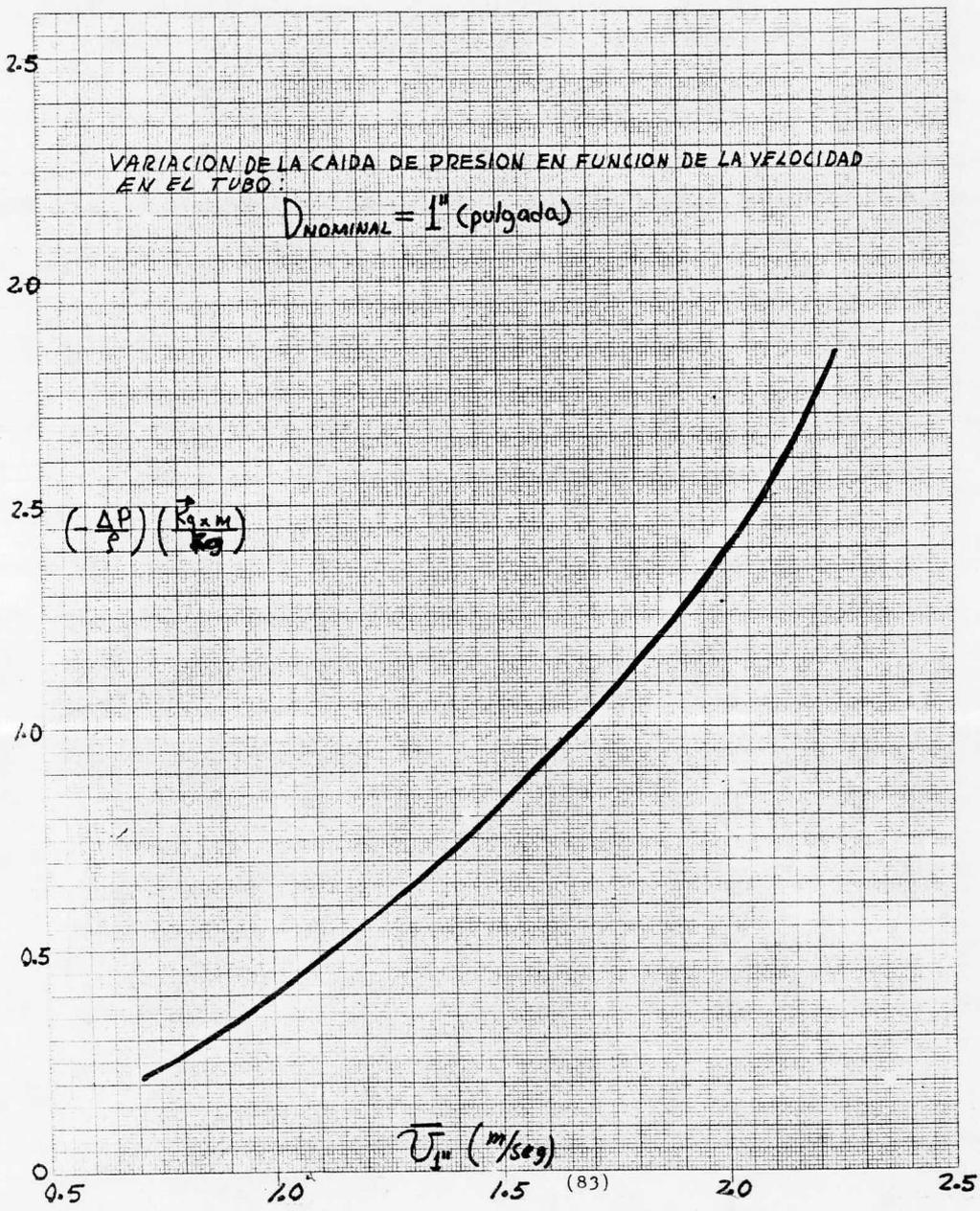
0.5

1.0

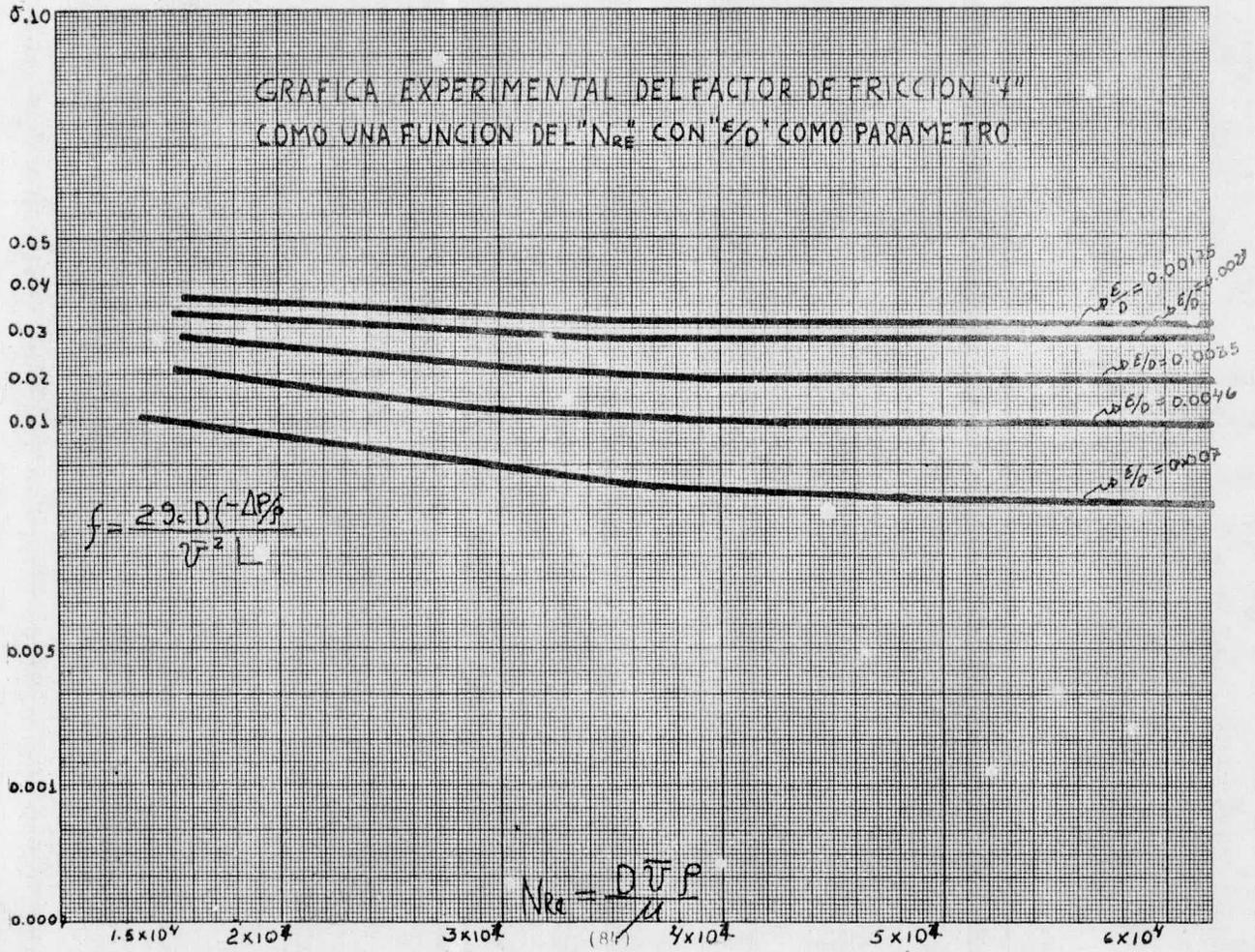
1.5 (83)

2.0

2.5



GRAFICA EXPERIMENTAL DEL FACTOR DE FRICCION "f"  
 COMO UNA FUNCION DEL "N<sub>RE</sub>" CON "ε/D" COMO PARAMETRO



5. 3.- AJUSTES DE LAS CURVAS EXPERIMENTALES POR EL  
METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS.

AJUSTE DE LA CURVA EXPERIMENTAL POR EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS .

$$D_{nom} = 1/4'' \text{ (pulg.)}$$

<u>LECTURA.</u>	<u>N<sub>re</sub></u>	<u>f</u>	<u>(N<sub>re</sub>)(f)</u>	<u>(N<sub>re</sub>)<sup>2</sup></u>	<u>f'</u>
1	15,212	0.013558	206.24	2.3140x10 <sup>8</sup>	0.01035
2	16,691	0.011858	197.92	2.7858x10 <sup>8</sup>	0.01024
3	20,128	0.009468	190.57	4.0513x10 <sup>8</sup>	0.01001
4	21,387	0.009940	212.58	4.5740x10 <sup>8</sup>	0.00992
5	22,264	0.009259	206.14	4.9568x10 <sup>8</sup>	0.00986
6	23,003	0.008307	191.08	5.2913x10 <sup>8</sup>	0.00981
7	24,234	0.008310	201.38	5.8728x10 <sup>8</sup>	0.00972
8	25,838	0.008653	223.57	6.6760x10 <sup>8</sup>	0.00961
9	27,385	0.008251	225.95	7.4993x10 <sup>8</sup>	0.00951
10	30,425	0.008089	246.10	9.2568x10 <sup>8</sup>	0.00930
11	31,835	0.007987	254.26	10.1346x10 <sup>8</sup>	0.00920
12	34,683	0.009280	321.85	12.0291x10 <sup>8</sup>	0.00900
13	38,750	0.008563	331.81	15.0156x10 <sup>8</sup>	0.00872
14	45,228	0.008563	387.28	20.4557x10 <sup>8</sup>	0.00827
15	48,197	0.008526	410.92	23.2295x10 <sup>8</sup>	0.00807
16	53,259	0.008371	445.83	28.3652x10 <sup>8</sup>	0.00772
17	58,566	0.008354	489.26	34.2997x10 <sup>8</sup>	0.00735
<u>18</u>	<u>63,969</u>	<u>0.008327</u>	<u>532.66</u>	<u>40.9203x10<sup>8</sup></u>	<u>0.00698</u>
18	601,054	0.1636	5,275.49	237.7278x10 <sup>8</sup>	

$$0.1636 = 18a + 601,054 b$$

$$5,275.49 = 601,054 a + 237.7278x10^8 b$$

$$a = 0.01139$$

$$b = 0.69x10^{-7}$$

$$f' = 0.01139 - 0.69x10^{-7} N_{re}$$

AJUSTE DE LA CURVA EXPERIMENTAL POR EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS.

$$D_{\text{nom}} = 3/8'' \text{ (pulg.)}$$

LECTURA.	$N_{re}$	$f$	$(N_{re})(f)$	$(N_{re})^2$	$f'$
1	17,333	0.02415	418.59	$3.0043 \times 10^8$	0.01976
2	22,465	0.01929	433.35	$5.0467 \times 10^8$	0.01817
3	25,306	0.01768	447.41	$6.4039 \times 10^8$	0.01729
4	28,480	0.01487	423.49	$8.1110 \times 10^8$	0.01631
5	31,109	0.01282	398.81	$9.6776 \times 10^8$	0.01549
6	33,141	0.01149	380.79	$10.9832 \times 10^8$	0.01486
7	35,476	0.01349	479.57	$12.5854 \times 10^8$	0.01414
8	40,440	0.01154	466.67	$16.3539 \times 10^8$	0.01260
9	42,119	0.01098	462.46	$17.0074 \times 10^8$	0.01208
10	43,980	0.01083	476.30	$19.3424 \times 10^8$	0.01150
11	45,951	0.01081	496.73	$21.1149 \times 10^8$	0.01089
12	49,096	0.00998	489.98	$24.1041 \times 10^8$	0.00992
13	52,465	0.00905	474.80	$27.5257 \times 10^8$	0.00887
14	57,502	0.00945	543.39	$33.0647 \times 10^8$	0.00731
<u>15</u>	<u>61,286</u>	<u>0.00901</u>	<u>552.18</u>	<u><math>37.5597 \times 10^8</math></u>	<u>0.00614</u>
15	586,149	0.19544	6,943.52	$251.8849 \times 10^8$	

$$0.19544 = 15a + 586,149b$$

$$6,943.52 = 586,149a + 251.8849 \times 10^8 b$$

$$a = 0.02513$$

$$b = 0.31 \times 10^{-6}$$

$$f' = 0.02513 - 0.31 \times 10^{-6} N_{re}$$

AJUSTE DE LA CURVA EXPERIMENTAL POR EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS

$$D_{nom} = 1/2" \text{ ( pulg.)}$$

LECTURA.	$N_{re}$	$f$	$(N_{re})(f)$	$(N_{re})^2$	$f'$
1	17,792	0.03191	567.74	$3.1655 \times 10^8$	0.02999
2	19,064	0.02973	566.77	$3.6343 \times 10^8$	0.02957
3	20,528	0.03043	624.66	$4.2139 \times 10^8$	0.02910
4	21,346	0.02979	635.89	$4.5565 \times 10^8$	0.02888
5	24,637	0.02896	713.48	$6.0698 \times 10^8$	0.02783
6	26,687	0.02621	699.46	$7.1219 \times 10^8$	0.02718
7	29,113	0.02540	739.47	$8.4756 \times 10^8$	0.02640
8	31,395	0.02467	774.61	$9.8564 \times 10^8$	0.02567
9	33,356	0.02385	795.54	$11,1262 \times 10^8$	0.02504
10	35,582	0.02279	810.91	$12.6607 \times 10^8$	0.02433
11	39,058	0.02134	833.49	$15.2552 \times 10^8$	0.02322
12	41,059	0.02125	872.50	$16,8584 \times 10^8$	0.02258
13	44,995	0.02008	903.49	$20,2455 \times 10^8$	0.02132
14	47,436	0.01987	942.55	$22.5017 \times 10^8$	0.02054
15	50,998	0.01975	1007.21	$26,0079 \times 10^8$	0.01940
16	52.383	0.01873	981.13	$27,4397 \times 10^8$	0.01935
17	56,755	0.01912	1085.15	$32.2112 \times 10^8$	0.01755
18	<u>61,305</u>	<u>0.01857</u>	<u>1138.43</u>	<u><math>37.5830 \times 10^8</math></u>	<u>0.01610</u>
18	653,489	0.43245	14,692.48	$268.9834 \times 10^8$	

$$0.43245 = 18a + 653,489b$$

$$14,692.48 = 653,489a + 268.9834 \times 10^8 b$$

$$a = 0.03571$$

$$b = -0.322 \times 10^{-6}$$

$$f' = 0.03571 - 0.322 \times 10^{-6} N_{re}$$

AJUSTE DE LA CURVA EXPERIMENTAL POR EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS.

$$D_{\text{nom}} = 3/4" \text{ (pulg.)}$$

<u>LECTURA.</u>	<u>N<sub>re</sub></u>	<u>f</u>	<u>(N<sub>re</sub>)(f)</u>	<u>(N<sub>re</sub>)<sup>2</sup></u>	<u>f'</u>
1	19,157	0.03583	686.39	3.6699x10 <sup>8</sup>	0.03229
2	24,310	0.03287	799.06	5.9097x10 <sup>8</sup>	0.03173
3	25,495	0.02987	761.53	6.4999x10 <sup>8</sup>	0.03161
4	26,990	0.03098	836.15	7.2845x10 <sup>8</sup>	0.03145
5	28,778	0.02965	853.26	8.2817x10 <sup>8</sup>	0.03126
6	30,990	0.03060	948.29	9.6037x10 <sup>8</sup>	0.03102
7	33,021	0.02954	975.44	10.9038x10 <sup>8</sup>	0.03080
8	34,929	0.03002	1048.56	12.2003x10 <sup>8</sup>	0.03060
9	37,075	0.03076	1140.42	13.7455x10 <sup>8</sup>	0.03037
10	39,239	0.03059	1200.32	15.3969x10 <sup>8</sup>	0.03014
11	40,834	0.02946	1202.96	16.6741x10 <sup>8</sup>	0.02997
12	45,095	0.02930	1321.28	20.3355x10 <sup>8</sup>	0.02951
13	48,347	0.02842	1374.02	23.3743x10 <sup>8</sup>	0.02916
14	50,781	0.02810	1426.94	25.7870x10 <sup>8</sup>	0.02890
15	51,652	0.03018	1558.85	26.6792x10 <sup>8</sup>	0.02881
16	53,012	0.02809	1489.10	28.1027x10 <sup>8</sup>	0.02866
17	55,147	0.02899	1598.71	30.4119x10 <sup>8</sup>	0.02843
18	58,532	0.02928	1713.81	34.2599x10 <sup>8</sup>	0.02807
19	61,845	0.02805	1734.75	38.2480x10 <sup>8</sup>	0.02772
19	765,229	0.57058	22,669.84	337.3685x10 <sup>8</sup>	

AJUSTE DE LA CURVA EXPERIMENTAL POR EL METODO DE LOS MINIMOS CUADRADOS.

$$D_{\text{nom}} = 1'' \text{ (pulg.)}$$

<u>LECTURA.</u>	<u>N<sub>re</sub></u>	<u>f</u>	<u>(N<sub>re</sub>) (f)</u>	<u>(N<sub>re</sub>)<sup>2</sup></u>	<u>f'</u>
1	18,560	0.03825	709.92	3.4447x10 <sup>8</sup>	0.03650
2	23,215	0.03679	854.07	5.3893x10 <sup>8</sup>	0.03574
3	26,358	0.03551	935.97	6.9474x10 <sup>8</sup>	0.03520
4	29,675	0.03489	1035.36	8.8060x10 <sup>8</sup>	0.03462
5	33,705	0.03053	1029.01	11,3602x10 <sup>8</sup>	0.03392
6	38,244	0.03232	1236.04	14.6260x10 <sup>8</sup>	0.03314
7	39,564	0.03289	1301.25	15,6530x10 <sup>8</sup>	0.03291
8	43,162	0.03188	1376.00	18.6295x10 <sup>8</sup>	0.03229
9	47,478	0.03083	1463.74	22.5416x10 <sup>8</sup>	0.03154
10	50,390	0.02990	1506.66	25.3915x10 <sup>8</sup>	0.03104
11	53,482	0.03126	1671.84	28.6032x10 <sup>8</sup>	0.03050
12	55,861	0.02949	1647.34	31.2045x10 <sup>8</sup>	0.03009
13	59,419	0.03175	1886.55	35.6061x10 <sup>8</sup>	0.02948
14	63,304	0.02957	1871.89	40.0739x10 <sup>8</sup>	0.02880
—	—	—	—	—	—
14	582,417	0.04586	18,525.64	267.9769x10 <sup>8</sup>	

$$0.45586 = 14a + 582,417b$$

$$18,525.64 = 582,417a + 267.9769x10^8 b$$

$$a = 0.03975$$

$$b = 0.0173x10^{-6}$$

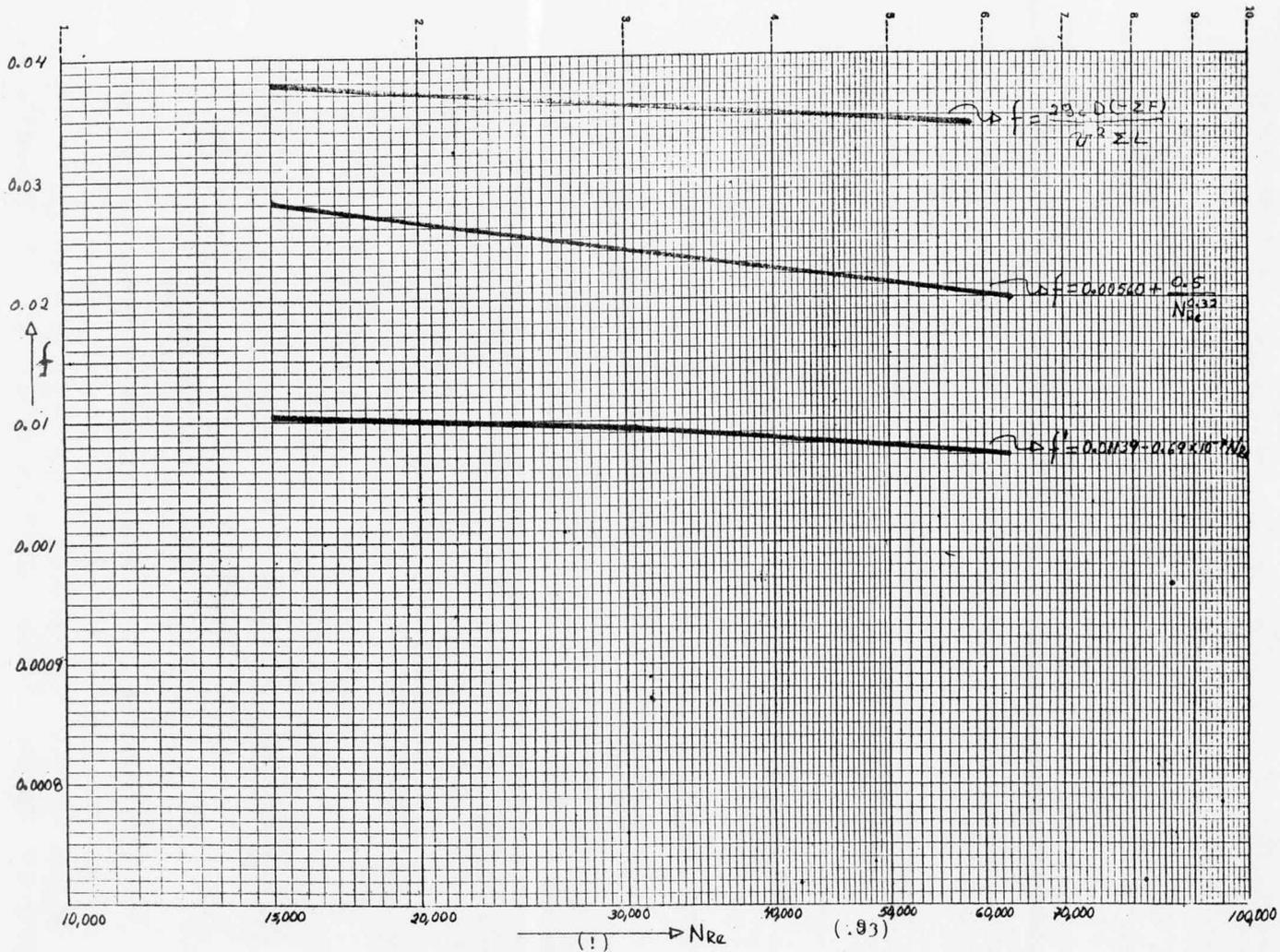
$$f' = 0.03975 - 0.173x10^{-6} N_{re}$$

(190)

5. 4.- COMPARACIONES DE DATOS EXPERIMENTALES Y  
EMPIRICOS.

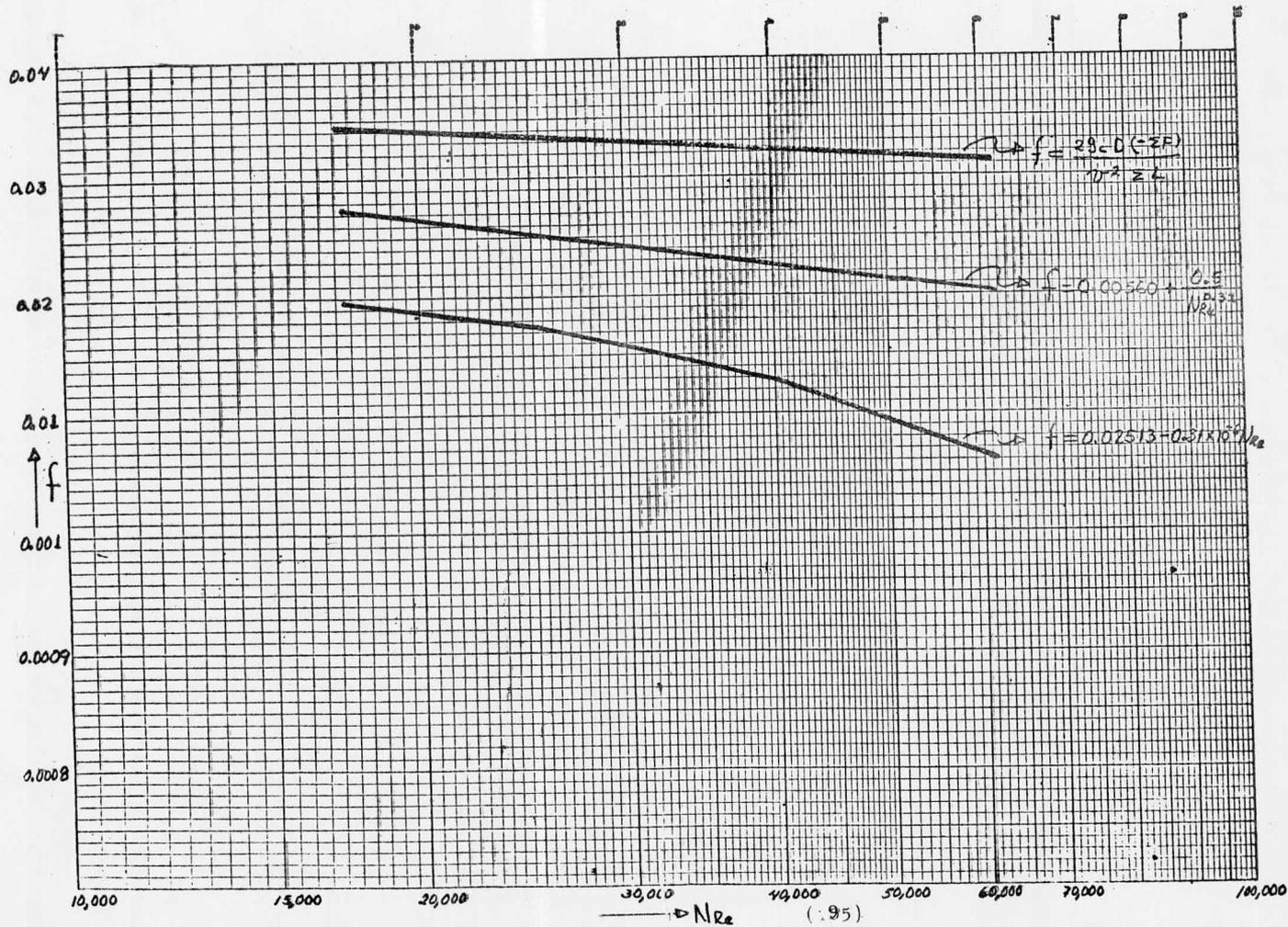
COMPARACION DE DATOS  $D_{nom} = 1/4"$  (Dulg.)

LECTURA.	$N_{Re} = \frac{D \bar{V} \rho}{\mu}$	$f = \frac{29.0 D (-\Delta P)}{\rho^2 L}$	$f' = \frac{0.01139 - 0.69 \times 10^{-5} N_{Re}}{N_{Re}}$	$f = \frac{0.00560 + \frac{0.5}{N_{Re}^{0.32}}}{N_{Re}}$	$f' = \frac{29.0 D (-\Sigma F)}{\rho^2 \Sigma L}$
1	15212	0.013558	0.01035	0.02854	0.0380
2	16691	0.018858	0.01024	0.02787	0.0378
3	20128	0.009468	0.01001	0.02657	0.0370
4	21387	0.009940	0.00992	0.02617	0.0369
5	22264	0.009259	0.00986	0.02591	0.0367
6	23003	0.008307	0.00981	0.02570	0.0366
7	24234	0.008310	0.00972	0.02536	0.0365
8	25838	0.008653	0.00961	0.02496	0.0365
9	27385	0.008251	0.00951	0.02460	-----
10	30425	0.008039	0.00930	0.02397	0.0360
11	31835	0.007987	0.00920	0.02371	-----
12	34683	0.009280	0.00900	0.02322	0.0358
13	38750	0.008563	0.00872	0.02261	0.0356
14	45228	0.008563	0.00827	0.02178	0.0351
15	48197	0.008526	0.00807	0.02146	0.0350
16	53259	0.008371	0.00772	0.02096	-----
17	58566	0.008354	0.00735	0.02050	0.0348
18	63969	0.008327	0.00698	0.02008	0.0344



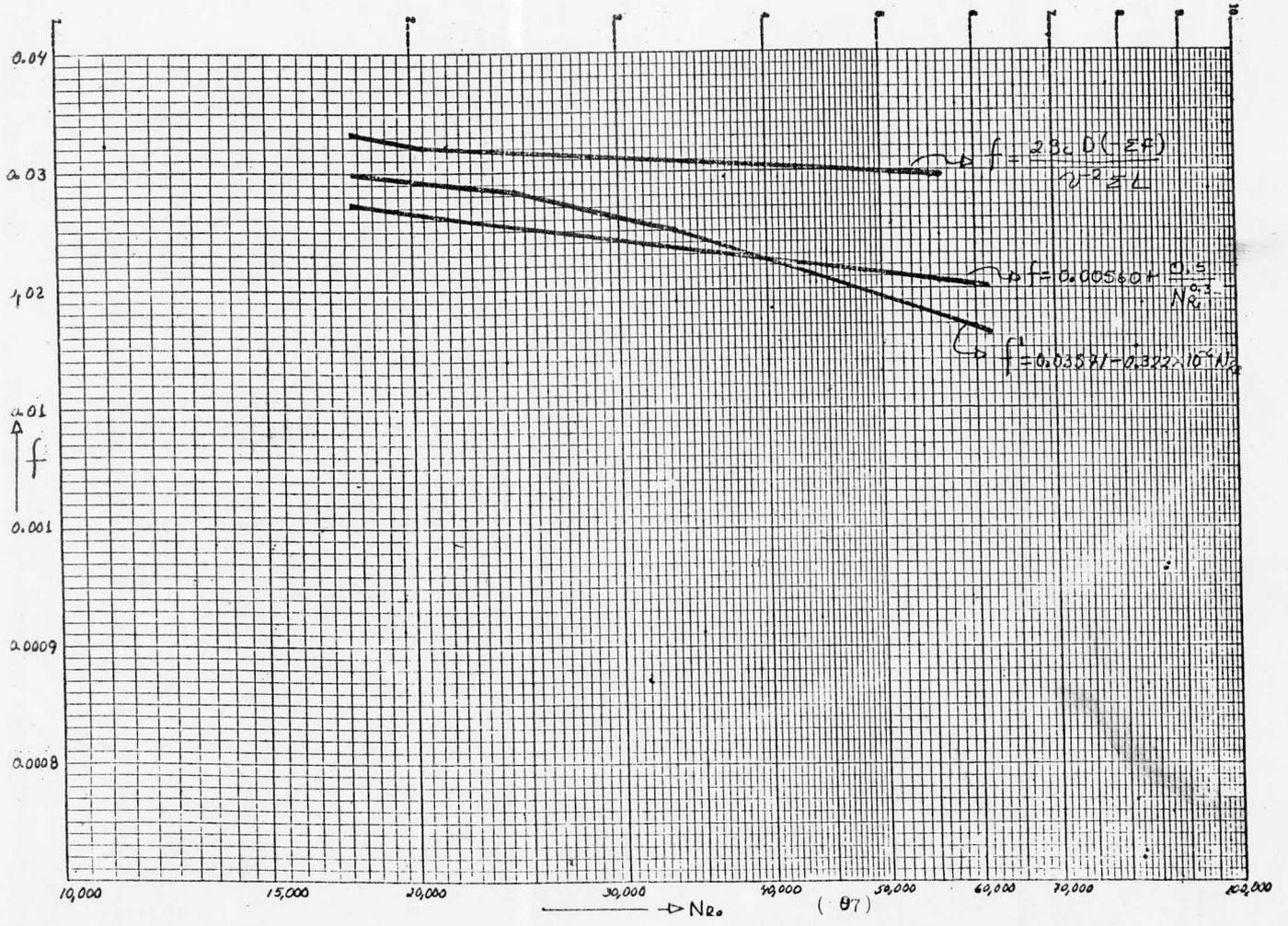
COMPARACION DE DATOS  $D_{nom} = 3/8''$  (pulg.)

LECTURA	$NRe = \frac{D\bar{v}\rho}{\mu}$	$f = \frac{29cD(-\Delta P/\rho)}{v^2 L}$	$f' = 0.02513 - 0.31 \times 10^{-6} NRe$	$f = 0.00560 + \frac{0.5}{NRe^{0.22}}$	$f = \frac{29cD(-\Sigma F)}{v^2 \Sigma L}$
1	17,333	0.02415	0.01976	0.02760	0.0342
2	22,465	0.01929	0.01817	0.02585	-----
3	25,306	0.01768	0.01729	0.02509	0.0337
4	28,480	0.01487	0.01631	0.02437	-----
5	31,109	0.01282	0.01549	0.02384	0.0328
6	33,141	0.01149	0.01486	0.02348	-----
7	35,476	0.01349	0.01414	0.02309	0.0325
8	40,440	0.01154	0.01260	0.02237	0.0320
9	42,119	0.01098	0.01208	0.02216	-----
10	43,980	0.01083	0.01150	0.02193	-----
11	45,951	0.01081	0.01089	0.02170	0.0319
12	49,096	0.00998	0.00992	0.02137	-----
13	52,465	0.00905	0.00887	0.02103	0.0317
14	57,502	0.00945	0.00731	0.02059	-----
15	61,286	0.00901	0.00614	0.02028	0.0314



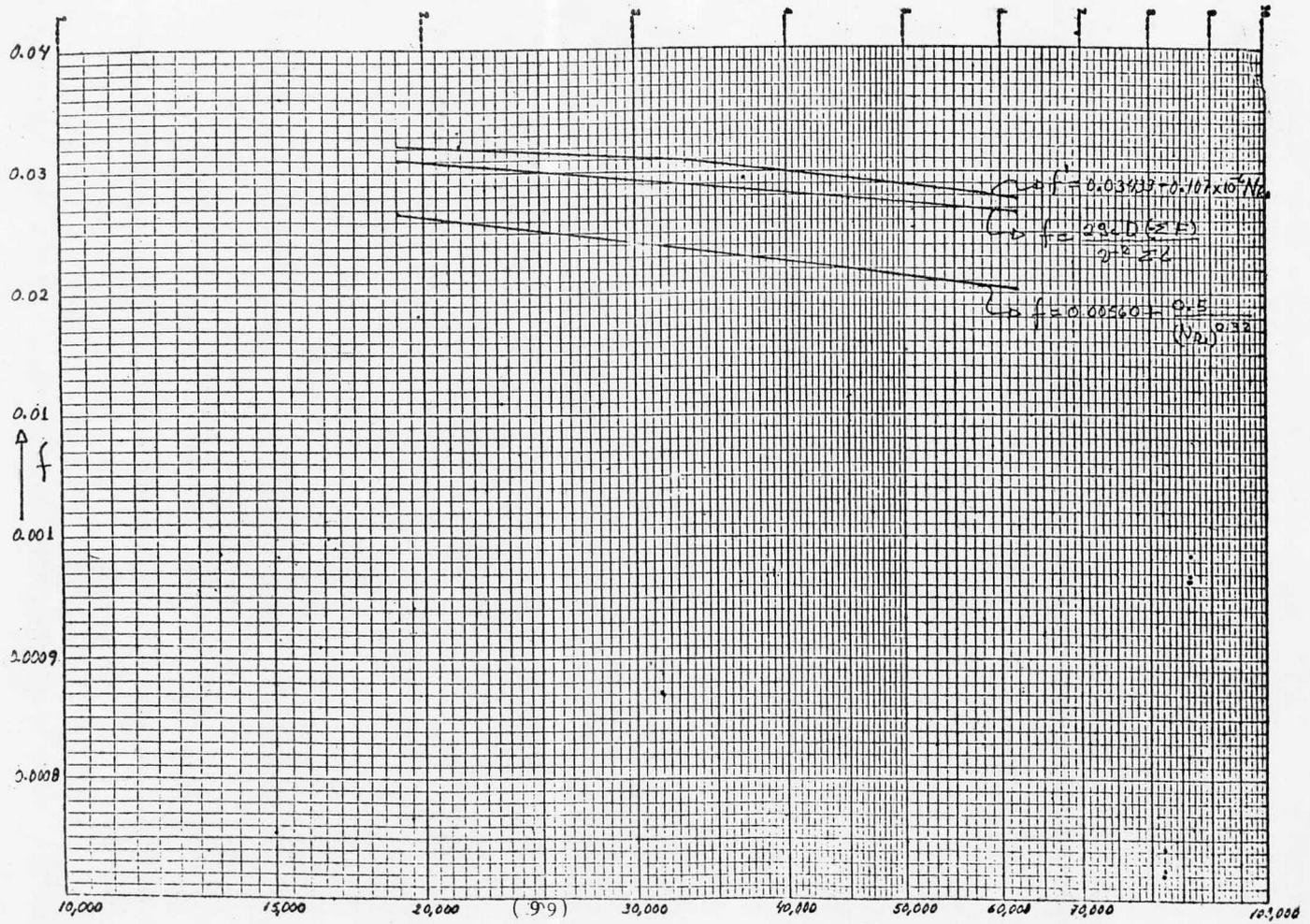
COMPARACION DE DATOS  $D_{nom} = 1/2'' (\text{pulg})$

LECTURA	$Re = \frac{D \bar{v} \rho}{\mu}$	$f = \frac{29c D (-\Delta P/P)}{v^2 L}$	$f' = 0.03571 - 0.322 \times 10^{-6} Re$	$f = 0.00560 + \frac{0.5}{(Re)^{0.32}}$	$f = \frac{29c D (-\Sigma F)}{T^2 EL}$
1	17,792	0.03191	0.02999	0.02742	0.033
2	19,064	0.02973	0.02957	0.02694	-----
3	20,528	0.03043	0.02910	0.02644	0.0320
4	21,346	0.02979	0.02888	0.02618	-----
5	24,637	0.02896	0.02783	0.02526	0.0318
6	26,687	0.02621	0.02718	0.02476	-----
7	29113	0.02540	0.02640	0.02424	-----
8	31,395	0.02467	0.02567	0.02379	0.0310
9	33,356	0.02385	0.02504	0.02344	-----
10	35,582	0.02279	0.02433	0.02308	0.0309
11	39,058	0.02134	0.02332	0.02256	-----
12	41,059	0.02125	0.02258	0.02229	0.0305
13	44,995	0.02008	0.02132	0.02181	-----
14	47,436	0.01987	0.02054	0.02154	-----
15	50,998	0.01975	0.01940	0.02117	0.0298
16	52,383	0.01873	0.01935	0.02104	-----
17	56,755	0.01912	0.01755	0.02065	0.0295
18	61,305	0.01857	0.01610	0.02028	0.0293



COMPARACION DE DATOS  $D_{nom} = 3/4''$  (pulg.)

LECTURA	$Re = \frac{D \bar{v} \rho}{\mu}$	$f = \frac{29c D (-\Delta P/p)}{v^2 L}$	$f' = 0.03433 - 0.107 \times 10^{-6} Re$	$f = 0.00560 + \frac{0.5}{(Re)^{0.32}}$	$f = \frac{29c D (-\Delta F)}{v^2 L}$
1	19,157	0.03583	0.03229	0.02691	0.0310
2	24,310	0.03287	0.03173	0.02534	-----
3	25,495	0.02987	0.03161	0.02504	0.0305
4	26,990	0.03098	0.03145	0.02469	-----
5	28,778	0.02965	0.03126	0.02430	-----
6	30,990	0.03060	0.03102	0.02387	0.0290
7	33,021	0.02954	0.03080	0.02350	-----
8	34,929	0.03002	0.03060	0.02318	0.0288
9	37075	0.03076	0.03037	0.02285	-----
10	39,239	0.03059	0.03014	0.02254	-----
11	40,834	0.02946	0.02997	0.02232	0.0280
12	45,095	0.02930	0.02951	0.02180	0.0279
13	48,347	0.02842	0.02916	0.02144	-----
14	50,781	0.02810	0.02890	0.02080	0.0275
15	51652	0.03018	0.02881	0.02111	-----
16	53,012	0.02809	0.02866	0.02058	-----
17	55,147	0.02899	0.02843	0.02079	0.0270
18	58,532	0.02928	0.02807	0.02050	-----
19	61,845	0.02805	0.02772	0.02024	0.0268



0.04

0.03

0.02

0.01

0.001

0.0009

0.0008

f

10,000

15,000

20,000

(99)

30,000

40,000

50,000

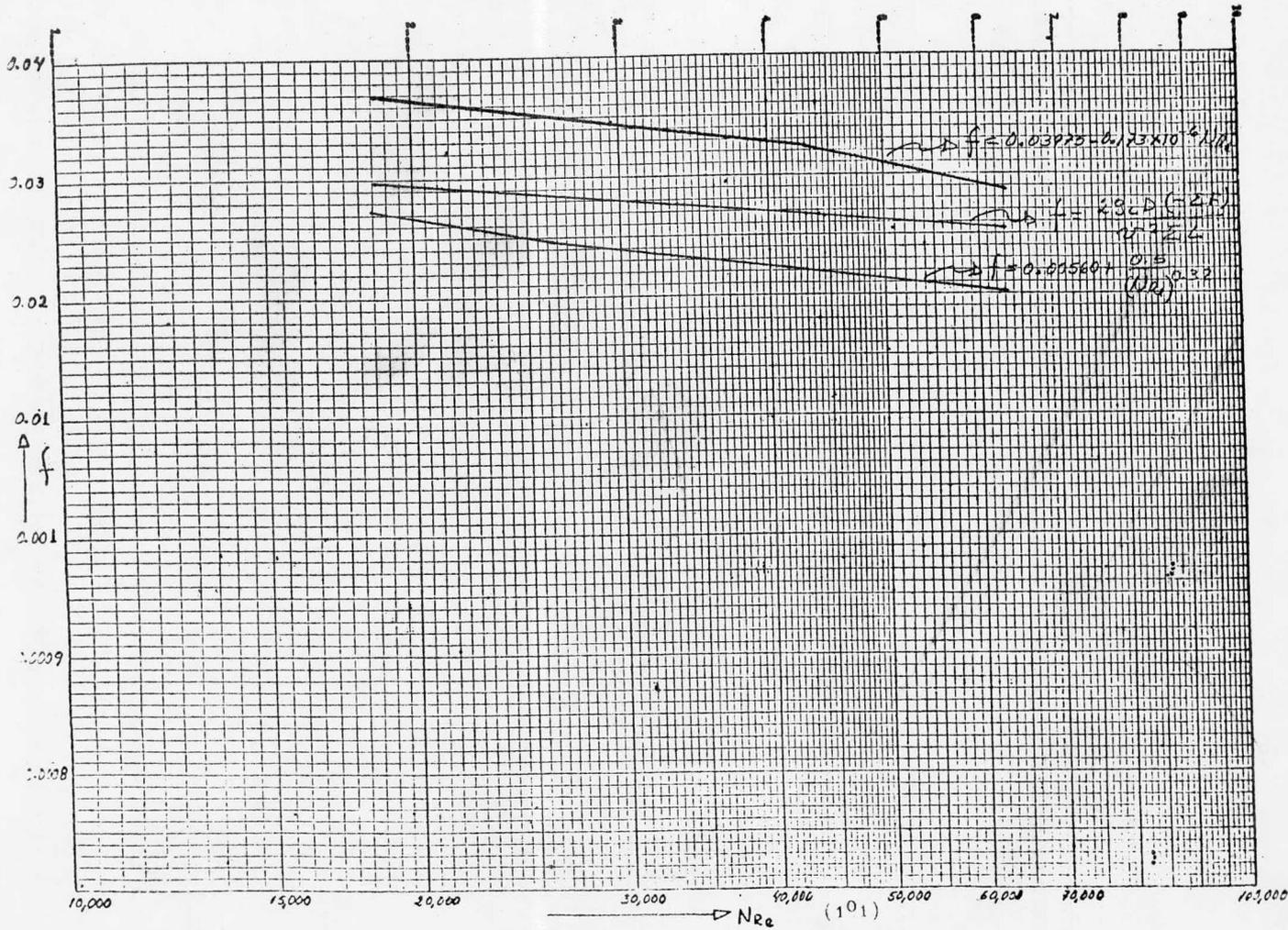
60,000

70,000

100,000

COMPARACION DE DATOS  $D_{nom} = 1''$  (pul.)

LECTURA	$N_{Re} = \frac{D \bar{v} \rho}{\mu}$	$f = \frac{29c D (-\Delta P/\rho)}{\bar{v}^2 L}$	$f' = 0.03975 - 0.173 \times 10^{-6} N_{Re}$	$f = 0.00560 + \frac{0.5}{(N_{Re})^{0.32}}$	$f = \frac{29c D (\Sigma F)}{\bar{v}^2 L}$
1	18,560	0.03825	0.03650	0.02712	0.0298
2	23,215	0.03679	0.03574	0.02564	-----
3	26,358	0.03551	0.03520	0.02484	0.0290
4	29,675	0.03489	0.03462	0.02412	-----
5	33,705	0.03053	0.03392	0.02338	0.0278
6	38,244	0.03232	0.03314	0.02268	-----
7	39,564	0.03289	0.03291	0.02249	0.0272
8	43,162	0.03188	0.03229	0.02203	0.0268
9	47,478	0.03083	0.03154	0.02154	-----
10	50,390	0.02990	0.03104	0.02123	0.0262
11	53,482	0.03126	0.03050	0.02094	-----
12	55,861	0.02949	0.03009	0.02073	0.0258
13	59,419	0.03175	0.02948	0.02043	-----
14	63,304	0.02957	0.02880	0.02013	0.0255



### 5.3.- C O M E N T A R I O S

Partiendo del análisis de los resultados experimentales, se puede decir que, en el caso de la calibración de los medidores de flujo (Orificio y Venturi) fueron satisfactorios. Observando - la figura 9-A, donde se grafica el número de Reynolds en el Orifi- cio contra el coeficiente de descarga para valores del número de Reynolds en el Orificio superiores a 60,000 (en la tubería 30,000) el coeficiente de descarga es aproximadamente igual a 0.735; y a valores mas bajos que este, el coeficiente de descarga varia como se muestra en la gráfica expuesta. Además se muestra una gráfica \_ de la velocidad promedio en el Orificio contra la caída de pre- sión que provoca.

Siguiendo el mismo camino para el caso del Venturímetro \_ encontramos que su coeficiente de descarga es aproximadamente i- gual a 0.97, en la gráfica del número de Reynolds en el Venturi - contra el coeficiente de descarga se puede notar que para números de Reynolds en el Venturi mayores a 130,000 (en la tubería de --- 45,000) y para valores menores a este comienza a variar, así mis- mo se presenta también una gráfica de la velocidad promedio en el venturi contra la caída de presión que se registra al pasar por el aparato.

Ahora analizando los resultados experimentales en el cál- culo del "factor de fricción", los cuales se ajustaron por el méto- do de los mínimos cuadrados para corregir la curva obtenida, con- siderando el número de Reynolds de 15,000 a 60,000, para obtener\_ el "factor de fricción corregido f' ", comparandolos contra los - obtenidos en la ecuación empírica siguiente:

$$f = 0.00560 + \frac{0.5}{(N_{Re})^{0.32}}$$

y los reportados en la gráfica de la figura 13 donde:

$$f = 2 g_c D (-\sum F) / v^2 \sum L$$

Donde podemos notar en las gráficas siguientes, ciertas - desviaciones debido a que la rugosidad  $\epsilon$  se tomó de tablas (fig.- 14) y no se midió real, ya que el equipo utilizado había dejado de funcionar por varios años, y por lo tanto, este y la instrumenta- ción se tuvo que limpiar circulando una solución de ácido múriati- co a través de la tubería ya que esta presentaba una alta oxida- ción y por lo tanto muchas protuberancias en su interior. Por e- jemplo, en la gráfica de la tubería de  $D_{nom} = 1/4"$  (pulg.), donde -

se representan los valores del  $N_{Re}$  vs.  $f$  ; los valores del factor de fricción  $f'$  son mas pequeños que los reportados en gráficas teóricas y de los obtenidos de la ecuación empírica, pero a medida que va aumentando el diametro nominal interior de la tubería los valores del factor de fricción  $f'$  se van acercando hasta llegar a ser mas grandes que los teóricos, por lo cual, podemos deducir que la tubería de los diámetros mas pequeños quedaron en su interior mas limpios y con superficies mas lisas que en la tubería de diámetros mas grandes, por lo cual la rugosidad  $\epsilon$  tiene en este caso valores diferentes que los teóricos reportados en los libros y manuales de la Ingeniería.

C A P I T U L O V

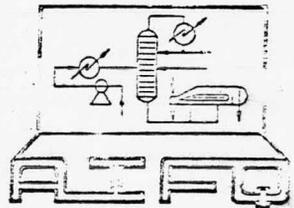
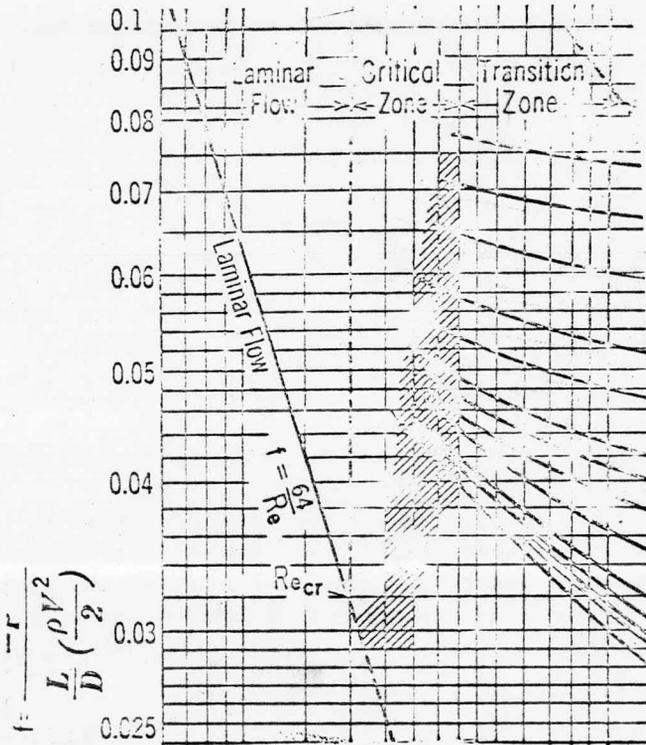
PRACTICA PROPUESTA:

CALCULO DE FACTORES DE FRICCION EN

TUBOS CIRCULARES.

# LABORATORIO DE INGENIERIA QUIMICA

## FACTOR DE FRICCION.



FACULTAD DE QUIMICA  
DIVISION DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
Area de Ingenieria



UNIVERSIDAD NACIONAL  
MEXICO

## FACTOR DE FRICCIÓN

En la ecuación de Bernoulli se incluye un término para representar las pérdidas de fricción. Las pérdidas pueden ser de varias clases y uno de los problemas en ingeniería es el cálculo de estas.

Las pérdidas por fricción que tiene un fluido al moverse en el interior de una tubería son un caso especial de una ley general de la resistencia entre un sólido y un fluido.

Supongamos que un fluido en movimiento pasa sobre la superficie de un sólido.



Numerosos estudios hechos sobre las pérdidas por fricción que ocurren en fluido turbulento han indicado que son proporcionales a la energía cinética por unidad de volumen del fluido  $\rho v^2/2$  gcoy al área  $A_w$  de la superficie en contacto con el fluido.

En este caso la fuerza de resistencia puede ponerse como

$$F = f \frac{\rho v^2}{2gc} A_w \quad (1)$$

En donde el término  $f$  es un factor de proporcionalidad.

Rearreglando la ecuación (1).

$$\frac{F}{A_w} = f \rho \frac{v^2}{2gc} \quad (2)$$

En donde se observa que la fuerza que se opone al fluido-  
 $\frac{F}{A_w}$  Corresponde al esfuerzo cortante en la pared  $\tau_w$  por lo que

$$\tau_w = f \rho \frac{v^2}{2gc} \quad (3)$$

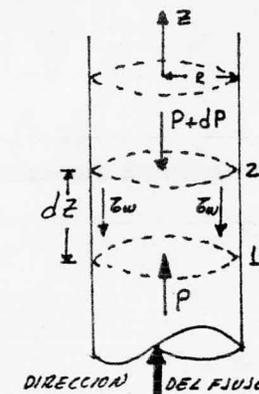
Ahora bien supongamos que un fluido se mueve dentro de una tubería en dirección vertical y hacia arriba.

Un Bernoulli entre el punto 1 y 2 nos daría.

$$\frac{dP}{\rho} + \frac{g}{g_c} dz = \frac{dP_f}{\rho} \quad (4)$$

En donde  $P_f$  = a pérdidas de presión debidas a la fricción.

En régimen permanente la suma de fuerza en tubería debe ser cero. (5)



$$0 = \Sigma F = \underbrace{\pi R^2 P}_{\text{FUERZAS DE PRESION}} - \underbrace{\pi R^2 (P+dP)}_{\text{FUERZAS DE PRESION}} - \underbrace{\pi R^2 dz \rho \frac{g}{g_c}}_{\text{PESO DEL FLUIDO}} - \underbrace{2\pi R z_w dz}_{\text{ESFUERZOS CORTANTES}}$$

Simplificando y dividiendo por,  $\rho \pi R^2$

$$-\frac{dP}{\rho} - \frac{g}{g_c} dz - \frac{2 z_w dz}{\rho R} = 0 \quad (6)$$

Susutituyendo 4 en (6).

$$z_w = \frac{R}{2} - \frac{dP_f}{dz} \quad (7)$$

En donde  $z_w$  es el esfuerzo cortante en la pared. La ecuación 7 -- relación el esfuerzo en la pared al radio del tubo y a las pérdidas por fricción.

Combinado (3) con (7).

$$f \rho \frac{v^2}{2g_c} = \frac{R}{2} \left( -\frac{dP_f}{dz} \right) \quad (8)$$

reemplazando R por D/2 y resolviendo por f.

$$f = \frac{g_c D}{2 \rho v^2} \left( -\frac{dP_f}{dz} \right) \quad (9)$$

o también para una longitud L.

$$f = \frac{g_c D (-\Delta P)}{2 \rho v^2 L} \quad (10)$$

La ecuación 10 define al factor Fanning para flujos en tubos. Otra forma de definir el factor de fricción es por medio del llamado D' Arcy.

$$f_D = 4f \quad (11)$$

$$f_D = \frac{29c D (-\Delta P)}{\rho v^2 L} \quad (12)$$

En general el factor de fricción representa la relación de:

momento total transferido  
momento transferido por mecanismo turbulento.

Se puede demostrar por medio del análisis dimensional --- que el factor de fricción de los números dimensionales que son el No. de Reynolds y la rugosidad relativa.

$$f = \phi(N_{Re}), (\epsilon/D) \quad (13)$$

En general los datos obtenidos experimentalmente para flujo turbulento y laminar en tubos lisos y rugosos están dados por: flujo laminar ( tubo liso o rugoso ).

$$f = \frac{16}{N_{Re}} \quad N_{Re} < 2,000 \quad (14)$$

Flujo turbulento ( tubo liso ).

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 4.0 \log_{10} (N_{Re} \sqrt{f'}) - 0.4 \quad N_{Re} > 3,000 \quad (15)$$

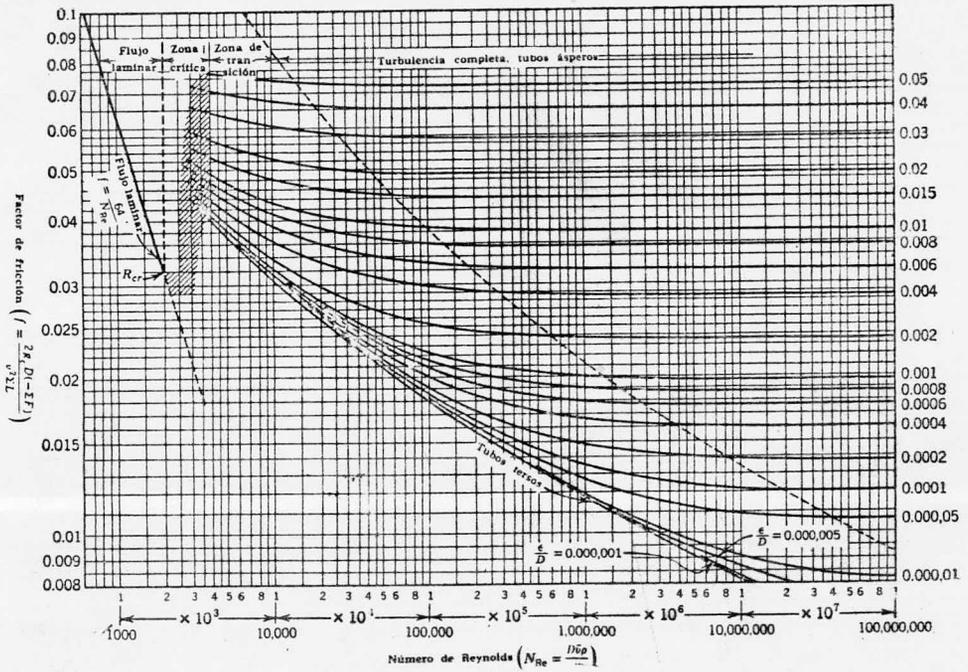
Flujo totalmente turbulento ( tubo rugoso ).

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 4.0 \log_{10} \frac{D}{\epsilon} + 2.28 \quad (16)$$

Y para flujo transicional.  $D/\epsilon / N_{Re} \sqrt{f'} > 0.005$

$$\frac{1}{\sqrt{f'}} = 4.0 \log_{10} \frac{D}{\epsilon} + 2.28 - 4.0 \log_{10} \left( 1 + 4.67 \frac{D/\epsilon}{N_{Re} \sqrt{f'}} \right) \quad (17)$$

Las ecuaciones anteriores se presentan en la siguiente figura en forma de grafica.



### Descripción del aparato. Para obtener factor de fricción.

1.- Este aparato consta de un tanque de alimentación con una capacidad de 2000 litros, dotado de varios dispositivos y conexiones, a saber; un indicador de nivel, una línea que conecta a la red general de servicio de agua y que alimenta al -- tanque, una conexión para variar las condiciones de presión-dentro del tanque por medio de una compresora o de una bomba de vacío, lo cual permite simular la profundidad o elevación que se le supone al tanque.

Para medir la presión dentro del tanque existe un manómetro en la parte superior y en la parte inferior cuenta con una - línea que conecta un cabezal general de alimentación a la succión de las diferentes bombas; también tiene otra línea que conecta - al tanque de descarga, con el fin de reciclar el líquido y proceso y por último tiene una línea de descarga o purga para cuando se desee vaciar el tanque. Esta última está provista de un rotámetro que permite medir el gasto.

2.- Un conjunto de sistemas botor-bomba de diferentes tamaños -- o capacidades con el fin de disponer un momento dado del sistema motor-bomba más adecuado.

3.- Un sistema de medidores de flujo, formado por un medidor de orificio el cual se le puede cambiar placas de diferentes diámetros para seleccionar entre ellas la más adecuada. Y un medidor de Venturi.

4.- Un tanque de descarga de igual capacidad que el anterior y - dotado de los mismos instrumentos indicadores que el de alimentación. En la parte inferior tiene una conexión para vaciar el tanque recirculando el líquido al tanque de alimentación y otra conexión al drenaje.

5.- Una serie de tubería de diferentes diámetros para seleccionar entre ellas la más adecuada.

6.- Montados sobre las tuberías se encuentran colocadas unas tomas de presión que conectan con un manómetro diferencial.

### Técnica de operación .

1.- Se llena el tanque con agua hasta unas dos tercias partes de su volumen.

2.-Se selecciona un motor-bomba y se conecta al motor con la bomba por medio de un maneral.

3.-Se alinea la tubería de manera que toda el agua que pasa se -

vayá al drenaje.

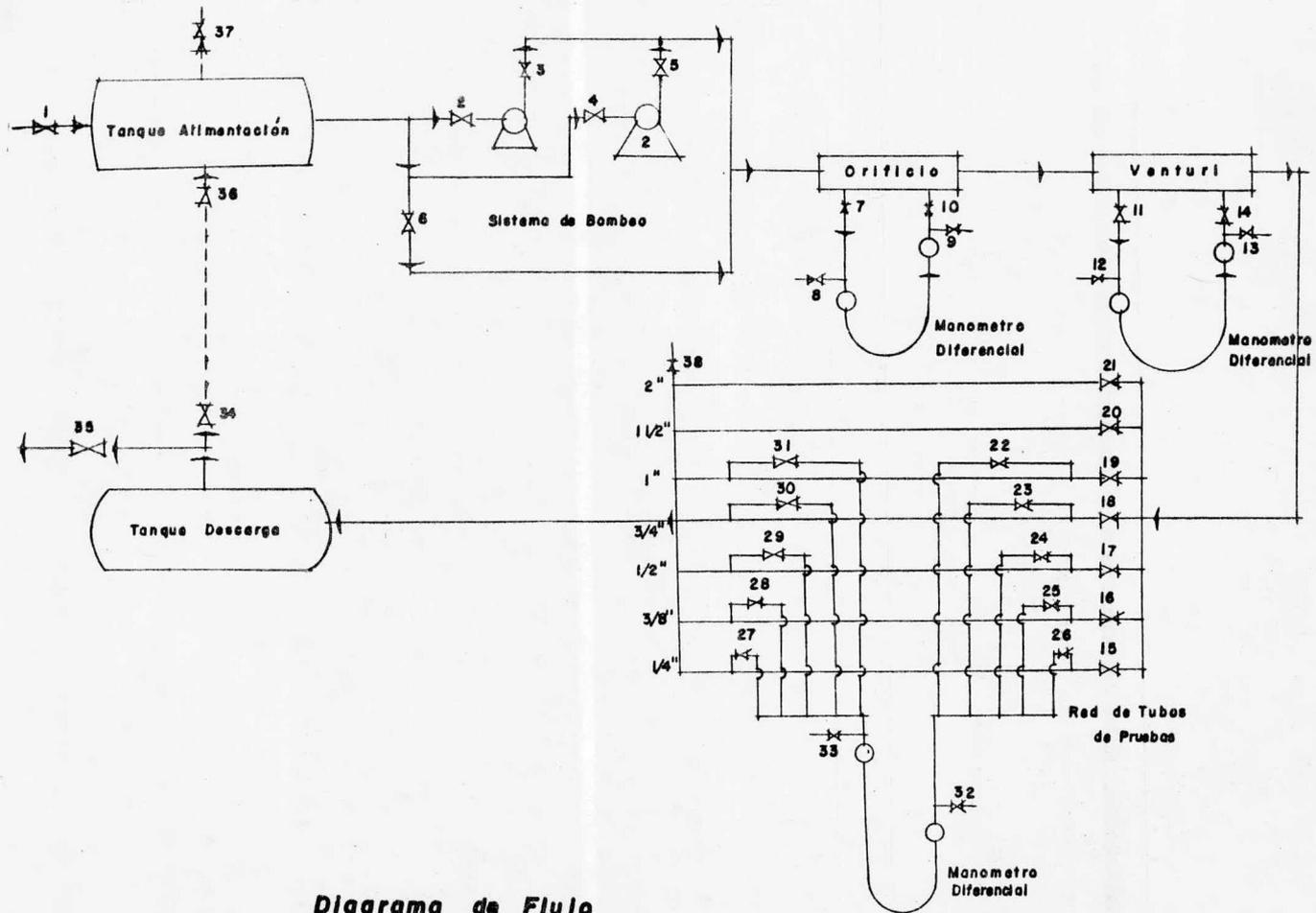
- 4.- Se selecciona una tubería en la que se van a medir las caídas de presión.
- 5.- Se echa a andar la bomba y se espera hasta que se regularice el flujo.
- 6.- Se abren con mucho cuidado las válvulas que conectan las tomas de presión con el manómetro diferencial, evitando que el mercurio que lo llena pueda botarse.
- 7.- Se mide la cantidad de agua bombeada en un cierto tiempo, para ello se usa el medidor de nivel del tanque de alimentación
- 8.- Mientras se efectúa la medición anterior, se toman las lecturas de los manómetros, para obtener las caídas de presión.
- 9.- Se mide la diferencia a la que están colocadas las tomas de presión.
- 10.- Una vez lo anterior, se apaga la bomba, se cierran las válvulas de tomas de presión y repite la operación comenzando el punto 4.

#### Cálculos.

- 1.- Obtener el factor de fricción para cada una de las cerradas.
- 2.- Comparar el factor de fricción experimental contra alguna de las ecuaciones.
- 3.- Grafique el factor de fricción contra  $Re$  y uno de los puntos que corresponden a un mismo
- 4.- Compare esta gráfica contra la teórica. Explique el porque de la concordancia o las desviaciones.

#### BIBLIOGRAFIA.

- Knudsen & Katz. Fluid Dynamics and Heat Transfer- Mc. Graw. Hill 1960.
- Foust - Wenzel- Principales of Unit Operations - Wiley 1960.



**Diagrama de Flujo**  
**Fig. 1**

## CAPITULO VI

### CONCLUSIONES.

El objetivo fundamental de este trabajo, como se mencionó anteriormente, fué el de proponer una Práctica para el Laboratorio de Ingeniería Química, a la se le dió un énfasis especial para el aprovechamiento máximo de las instalaciones existentes en el mismo, y de esta manera poder así, aplicar en una forma mas amplia parte de los conocimientos adquiridos y expuestos en el aula. Pero, nuestro interes sobre estos puntos no solamente se debe al hecho de que, como es de esperarse, de aplicar unos conocimientos, si no de comprobar estos para obtener así una cierta experiencia, que a la vez, sea cualitativa y cuantitativa. Además, fué tambien con el afán de contribuir con el I.Q. Antonio Valiente B., Coordinador del Laboratorio de Ingeniería Química a la solución de un problema central por el cual estaba pasando nuestro Laboratorio y que es, el de ampliar la versatilidad del aspecto práctico por medio de las experiencias en el Laboratorio, y así, obtener una visión mas amplia del grado de aplicación de los conocimientos del área de Ingeniería Química conjuntamente con otras materias.

En efecto, todos estos puntos de vista fueron adecuadamente tomados en cuenta al realizar la experimentación de este trabajo, gracias a la orientación muy bien acertada de I.Q. Antonio Valiente B., para un buen encauzamiento del mismo. Pero, un problema que fué fundamental en la realización de la experimentación se debio al hecho de que, como se tenia un bajo presupuesto el experimento no se pudo desarrollar tal y como se habia planeado en un principio. Esta variante económica, vino en cierta forma y muy particularmente a perjudicar el desarrollo del experimento y por lo tanto, el nivel de aplicación bajo mucho. A esto se debe que en nuestro caso no se hicieran experiencias en flujo laminar y en una escala mas amplia para el flujo turbulento. Para hacer estas experiencias sobre la instalación existente, aparte de las que se le adaptaron, se le tenian que hacer otras tanto de conexiones como de instrumentación y equipo, y por lo tanto, su costo era elevado para el presupuesto con que se contaba.

A continuación, mencionare uno que otro de los muchos problemas que se presentaron para ver esta influencia económica. Por

ejemplo, en el caso de obtener bajas velocidades hay dos posibilidades prácticas a saber, la primera es metiendo una línea de vacío al tanque de descarga, y la otra es, adaptar un sistema motor bomba de una capacidad mucho mas pequeña que las existentes; en el caso contrario, para obtener altas velocidades se tiene que adaptar un sistema motor-bomba de una capacidad mayor, y a su vez, estos dos casos estan influenciados por el tipo de instrumentación a emplear, por ejemplo: para tomar las caídas de presión totales se debe tener uno o dos manómetros que cubran el rango de flujo laminar y turbulento.

Por lo antes expuesto, para el flujo laminar para obtener datos sobre este régimen, se le tenían que adaptar sobre las mismas conexiones, otras mismas, y ademas otro tipo de manómetro mas sensible, el cual registrara las bajas caídas de presión, y a su vez se le tenían que adaptar uno de los dos sistemas expuestos y para un rango mas amplio del régimen turbulento, es el mismo caso, pero a la inversa, se necesita un sistema de bombeo de mayor capacidad, para tener un rango mas amplio de velocidad las cuales producen altas caídas de presión, y esto ocasiona ampliar las escalas manométricas, por lo tanto, estas adaptaciones son posibles de hacerse, pero en nuestro caso no se pudieron costear.

Como se nota en lo dicho anteriormente, esta variante económica, vino a influir de una manera demasiado importante para el desenvolvimiento de la experimentación, y por lo tanto, a perjudicar a esta. Por lo antes mencionado, la desventaja encontrada en cuanto a funcionalidad es la imposibilidad de operar en rangos muy amplios del Número de Reynolds, que van del flujo laminar al turbulento, debido a la simplicidad y al rango de experimentación de la instrumentación, la cual reducio en este caso los datos experimentales para una mejor funcionalidad. Pero por otra parte, la particularidad de operar con uno u otro sistema de acoplamiento, presenta una versatilidad, que aunado al sistema de la tubería é instrumentación y a su simplicidad de manejo, conduce a la posibilidad de diversas aplicaciones.

De aquí, es de esperarse que la experimentación que se lleva en la práctica propuesta, la cual opera simultaneamente con un medidor de orificio, un venturímetro, un sistema de bombeo, le den al estudiante aparte de aplicar la teoría, un cierto criterio en la instrumentación y manejo de fluidos.

Entonces en base al trabajo experimental realizado y a la información obtenida por los datos experimentales se presenta la

siguiente sugerencia para realizar una segunda fase en la experimentación y además, suponiendo que se cuente con el respaldo económico necesario.

Para realizar esta segunda fase, se propone lo siguiente:

1.- Un aparato que consiste (figura 1):

- a.- Diferentes secciones de prueba equipadas con anillos piezométricos.
- b.- Dos manómetros diferenciales, de 160 cm.
  - I.- Uno de aire-agua.
  - II.- Otro de agua-mercurio.
- c.- Una fuente de agua limpia y un receptor
- d.- Un termómetro.
- e.- Equipo y tubería auxiliar.

2.- Fluido a manejar: agua

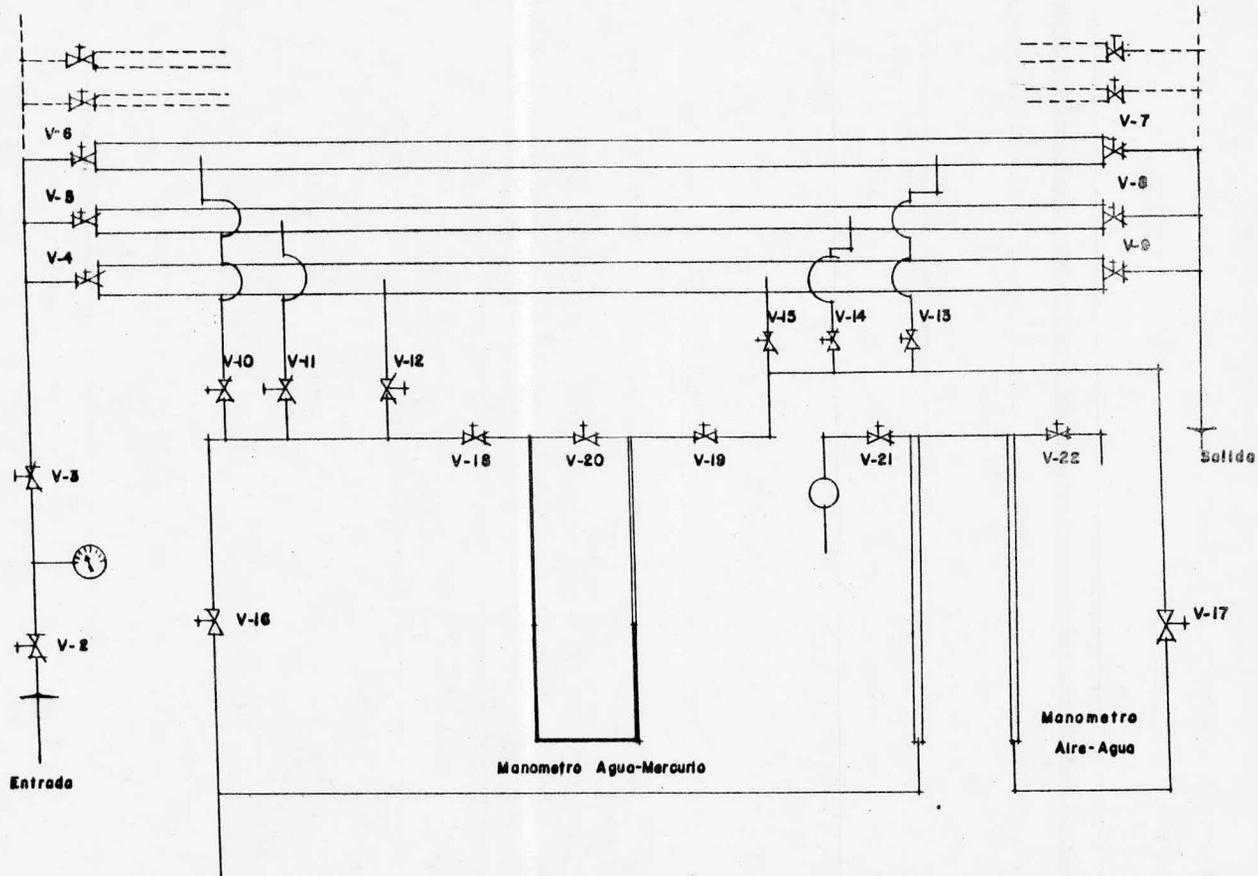
- a.- Se selecciona el agua por ser un líquido fácil de manejar y obtener, económico y poco corrosivo.
- b.- Puede usarse también un gas, para observar el comportamiento de fluidos comprensibles fluyendo por un sistema.
- c.- Gastos y régimen:
  - I.- Amplio rango de variación de gasto y que se pueda controlar perfectamente, lo que implica usar medidores e instrumentación para la presión, con rango suficiente para cubrir el rango de gastos.
  - II.- Se sugiere trabajar a régimen permanente o estable - aunque podrían hacerse pruebas a régimen no permanente.

3.- Instrumentación:

- a.- Empleo de instrumentos: medidores más precisos, manómetro, termómetro, operadores neumáticos, eléctricos, etc. todo ello para el flujo.
- b.- Longitud mínima de tubería recta requerida sin accidentes, tomas de presión, tipo de instalación; todo esto debe ser de un material adecuado para el fluido que se va a emplear.

4.- Pruebas comparativas (opcional):

- a.- Se sugiere adaptar varias instalaciones iguales teniendo las mismas características en cada una de ellas, para comparar el comportamiento de un modelo con el de aparatos convencionales.



**Diagrama de Flujo Propuesto para  
una Segunda Fase Experimental**

**Fig. 1**

## CAPITULO VII

### E P I L O G O

En las conclusiones describimos algunos problemas que se encontraron y dimos a conocer algunas soluciones para nuestro caso, pero en ningún momento trato de desalentar a las personas -- que nos sigan, si no, por el contrario, quiero hacer patente que todo consiste en afrontar los problemas y nunca darse por vencido para que cada día, haya mas y mas personas que contribuyan -- con ideas nuevas y con experimentos que por descabellados que parezcan, las lleven siempre a cabo y las realizen, tenga esto a--plicación o no, ya que siempre existiran personas que nos tien--dan las manos y darnos una ayuda desinteresada en los problemas que parecen no tener solución, todo consiste en no darse por ven--cido en buscar a estas personas y seguir adelante hasta alcanzar la meta fijada, y esta podra ser alcanzada si de verdad se desea y se pone todo el empeño en lograrlo, al final de esto, "la ma--yor recompensa después de una buena acción es la satisfacción de haberla realizado".

Es al termino de este trabajo y después de penas y ale--grias, de decepciones y estímulos, es cuando se siente la necesi--dad de reflexionar, por eso, si alguna vez sientes el deseo de -experimentar, de probar algo nuevo, de inventar y no llevas a cabo este deseo porque temas al fracaso, recuerda que hay un "laboratorio en tu escuela" y que allí existen miles de manos dispues--tas ayudarnos, y que existen horas intensas de esperanza y satis--facción, que en algún momento dado por encima de todas las cosas harás algo grande por la humanidad, siendo grande tú y tu profe--sión, y si lo logras habremos triunfado.

## B I B L I O G R A F I A .

- 1.- Foust.- "Principles of Unit Operations"; 2a. edición, 1960  
Editorial Wiley - Toppan.
- 2.- Hougen and Wattson.- "Principios de los Procesos Quimicos"  
Vol.I ; 1964, Editorial Reverte.,S/A.
- 3.- Bennet and Myers.- "Momentun, Heat and Mass Transfer"; 1962  
Editorial Mc. Graw-Hill Book Company, Inc.
- 4.- Bird, R.B. .-"Transport Phenomenal"; 1960, Editorial Jhon -  
Wiley and Sons, Inc., New York.
- 5.- Welty.- "Fundamentals of Momentun, Heat and Mass Transfer"  
1969, Editorial Wiley International.
- 6.- Brown.- "Unit Operation"; 1967, John Wiley and Sons.
- 7.- Mc. Cabe and Smith.- "Unit Operations of Chemical Enginee-  
ring"; 1967, Mc. Graw-Hill Book Company, Inc.
- 8.- Perry.- "Chemical Engineering Handbook"; 4a.,edición, Mc.--  
Graw-Hill Book Company, Inc.
- 9.- Crane.- "Flow of Fluids"; Technical Paper 410, Crane Co.
- 10.-Marks.- "Mechanicals Engineers Handbook"; 4a. edición Mc. -  
Graw-Hill Book Company, Inc.
- 11.-Crosby.- "Experiments in Transport Phenomena"; John Wiley  
and Sons, New York.
- 12.-Reddick and Miller.- "Advanced Mathematics for Engineers";  
2a. edición, John Wiley and Sons, New York.
- 13.-Vargas Aguilar,R.J..- "Operaciones Unitarias, Conceptos y  
Ecuaciones.; 1969 (Tesis).
- 14.-Dorantes Aguilar, G.L.- "Estudios de Métodos y Medidas -  
Necesarias para que la Ingeniería Química Funcione -  
en Forma mas Adecuada". 1970,(Tesis).