UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE CIENCIAS QUIMICAS

MONOGRAFIA SOBRE EXTRACCION SOLIDO - LIQUIDO

269

QUE PRESENTA EL ALUMNO
GERARDO RAFAEL LOPEZ CORRES

PARA OBTENER EL TIUULO DE

INGENIERO QUIMICO

1976

Universidad Nacional Autónoma de México
UNAM
Biblioteca Central
Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Tesis
FECHA 1976
267

Jurado asignado originalmente, según el tema.

Presidente. Prof. Rudi P. Stivalet Corral .

Vocal. Prof. Fernando Maldonado Mendoza.

Secretario. Prof. Antonio Frías Mendoza.

Primer Suplente. Prof. Roberto Andrade Cruz.

Segundo Suplente. Prof. Guillermo Alcayde Lacorte.

Sitio donde se desarrolló el tema: Facultad de Química.

Nombre completo y firma del sustentante: Gerardo Rafael López Corres.

_____
Firma.

Nombre completo y firma del asesor del tema: Prof. Antonio Frías Mendoza.

_____
Firma.

Con agradecimiento al
Ing. Antonio Frías Mendoza
mi maestro y amigo.

INDICE.

		Pag.
Introducción		i
CAPITULO 1	Equipo utilizado	
	Descripción del equipo de extracción	1
	Sedimentadores	6
	Métodos para calcular el área	
	Coe y Clevenger	13
	Kynch	16
	Talmage y Fitch	22
	Cálculo de la altura de la zona de compresión	26
	Dimensionamiento final	31
	Nomenclatura	34
CAPITULO 2	Calculo gráfico de las etapas	
	Generalidades sobre extracción	36
	Diagramas para representar al sistema	
	Diagramas triangulares	38
	Diagramas de Ponchon Savarit	39
	Extracción Sólido-Líquido en una etapa	40
	Extracción Sólido-Líquido en etapas Multiples de flujo cruzado	42
	Extracción Sólido-Líquido en multietapas a Contracorriente	47
	Método de Armstrong	54
	Método de George	58
	Método de Scheibel	60
	Nomenclatura	68

Pag.

CAPITULO 3 Cálculo numérico de las etapas

Extracción intermitente y con etapas multiples de flujo cruzado - 71

Método de Baker - - - - - - - - - - - - - - - - - - - 72

Método de Mc Cabe - - - - - - - - - - - - - - - - - 77

Generalidades sobre ecuaciones de diferencias finitas 80

Desarrollo de la ecuación para extracción a contracorriente basada en ecuaciones de diferencias finitas - - 81

Método de Chen - - - - - - - - - - - - - - - - - - - 83

Suposición de Chen acerca de que el reciproco del Líquido retenido es una fn lineal de la concentración 87

Determinación del número óptimo de etapas (Costos) 91

Nomenclatura - - - - - - - - - - - - - - - - - - - 95

CONCLUSIONES - 97

APENDICE I - Generalidades sobre ecuaciones de diferencias finitas 98

APENDICE 2 - Solución de la ecuación de Riccatti - - - - - - - - 101

BIBLIOGRAFIA - 103

INTRODUCCION.

El objetivo de este trabajo es de dar una base para la especificación y dimensionamiento del equipo que se requiere en una operación de extracción sólido-líquido.

Para efectuar esta operación habrá generalmente necesidad de un pretratamiento del sólido ya sea por molienda trituración etc., y despúes se procede a agregar un solvente para disolver el material deseado o soluto que se encuentra en la mezcla sólida y por último se tendrá una separación mecánica. Los dos pasos finales constituyen una etapa en una operación de extracción a contracorriente.

El equipo que se usa depende de la forma física de los sólidos y de las dificultades y costo para tratarlos por lo tanto será muy variado.

En el primer capítulo se da una descripción de los equipos que se utilizan más y también la forma de especificar uno de ellos, continuando en el segundo capítulo con la manera gráfica de representación del sistema así como los métodos para calcular el número de etapas necesarias para efectuar una extracción en las diferentes formas de operación incluyendo los casos cuando la solución retenida es constante o variable y la condición de equilibrio o no equilibrio.

Por último en el tercer capítulo se tratan los métodos numéricos para determinar las etapas cuando es posible en un sistema suponer que se alcanza el equilibrio y ¡que la solución retenida es constante así como un método de calculo que supone que el inverso de la solución retenida es una función de la concentración . Basados en la ecuación que se obtiene se vera un poco sobre los costos de operación.

Uno de los problemas en la recopilación de los métodos fué el de la no

menclatura la cual en los casos donde fué posible se trató de hacer uniforme pero como dentro de los métodos algunos no siguen el mismo tratamiento se les dejo con su nomenclatura original. En todos los casos la nomenclatura aparece al final de cada capítulo especificando el método a la que pertenece.

CAPITULO 1

Por extracción sólido líquido se entiende la obtención de un material soluble que existe en una fase sólida insoluble por medio de un solvente líquido formando así una solución. Al efectuar una extracción puede suceder que el soluto sea fácilmente separable del sólido insoluble y se disuelva rápidamente bajo el contacto con el solvente o puede estar dentro de células o rodeado de material insoluble y disolverse únicamente después de una difusión a traves del material insoluble.

De aquí que la velocidad de disolución puede ser controlada por el coeficiente de transferencia de masa entre solvente y soluto o puede depender de la velocidad de difusión a traves de las paredes de las celulas.

Para mejorar las velocidades de difusión se recurre a subdividir el sólido en partículas tan pequeñas como sea posible por medio de la molienda resultando así que las partes solubles estén más accesibles al solvente.

Estos dos casos que se presentan conducen al tipo de equipo que utilizamos de tal manera que el equipo de extracción puede dividirse como:

1.- Unidades que tratan masas de sólidos permeables generalmente por percolación del solvente a traves de lechos fijos de sólidos sin agitación y

2.- Unidades que tratan sólidos impermeables o materiales que se desintegran durante la extracción , en este segundo tipo los sólidos son agitados con el líquido y después son separados de él.

Ambos métodos pueden ser intermitentes, semicontinuas y contínuas

I).- Entre los equipos para extracción por percolación podemos mencionar los siguientes tipos:

Tanques abiertos, extractor Bolman y extractor Kennedy.

Los sólidos de tamaño intermedio para su extracción son tratados por métodos

de percolación en tanques abiertos. La construcción de estos tanques varía mucho dependiendo de la naturaleza de sólido y líquido que van a tratarse y el tamaño de la operación , estos tanques son relativamente baratos.

Los tanques pequeños son hechos frecuentemente de madera previendo que este material no es atacado químicamente por el líquido usado para extracción. Las partículas sólidas sobre las cuales se efectúa la extracción están colocadas sobre un fondo - falso.

Los tanques deben llenarse con sólidos que tengan un tamaño de partícula -- que sea uniforme y práctico de tal forma que el porcentaje de vacios sea grande y la caída de presión requerida para el flujo del líquido de extracción sea pequeña.

Despúes de que el tanque se llena con sólido una carga suficiente de solvente para sumergir completamente el sólido se bombea dentro del tanque y la masa entera se le deja que absorba el líquido por un período de tiempo.

El líquido entonces se drena del sólido sacandolo a través del fondo falso - del tanque. Esta operación entera representa una etapa simple. La repetición de este -- proceso disolverá eventualmente todo el soluto.

Entonces el único soluto retenido es aquél que está disuelto en la solución que moja el sólido drenado. Este puede ser lavado llenando el tanque con solvente fresco y repitiendo la operación tantas veces como sea necesario.

La extracción de soluto en los tanques de percolación por los métodos a Flujo cruzado tendrán inevitablemente como resultado soluciones débiles de soluto.

La solución resultará más concentrada si se usa un esquema a contracorriente de tal manera que la solución que resulta de la extracción es puesta en contacto con el sólido más concentrado y el solvente menos concentrado se añade al sólido en el que mu

cho del soluto ya ha sido extraído.

El sistema Shanks opera en esta forma y este arreglo es tal que evita el movimiento físico de los sólidos de tanque a tanque. Cuando la caída de presión para el flujo del líquido es tan alta que no resulta conveniente el flujo por gravedad deben -- usarse recipientes cerrados y el líquido se bombea a través del lecho de sólidos . Los - tanques cerrados son también necesarios para prevenir las pérdidas por evaporación cuando el solvente es muy volatil o cuando son deseadas temperaturas arriba del punto de -- ebullición del solvente. Los diseños varían considerablemente dependiendo de la aplicación.

Los sólidos finamente divididos, tan finos como para ser tratados por percolación en tanques de percolación relativamente hondos deben ser filtrados y extraídos en un filtro prensa bombeando el solvente a traves de la mezcla.

Muchos equipos ingeniosos se han usado para mover los sólidos y líquido continuamente en un solo aparato tratando de obtener una operación a contracorriente de - estos el extractor Kennedy en un arreglo moderno es indicado esquemáticamente en la - Fig. 1.1. Es un equipo de contacto por etapas usado para aceites de semilla y otras - operaciones de extracción . Los sólidos son tratados para la extracción en una serie de charolas y son empujados de una charola a la siguiente en la cascada por paletas mien-- tras que el solvente fluye a contracorriente. Existen perforaciones en las paletas que - permiten el drenado de sólidos entre etapas y los sólidos son removidos como se muestra.

El extractor Bollman consta de una serie de canjilones Fig. 1.2 cada canjilón tiene perforaciones en el fondo y está unido a un tranportador de cadena que se - mueve bajando sobre la derecha y subiendo sobre la izquierda en la Fig.

Cuando descienden los sólidos son tratados para la extracción en flujo para

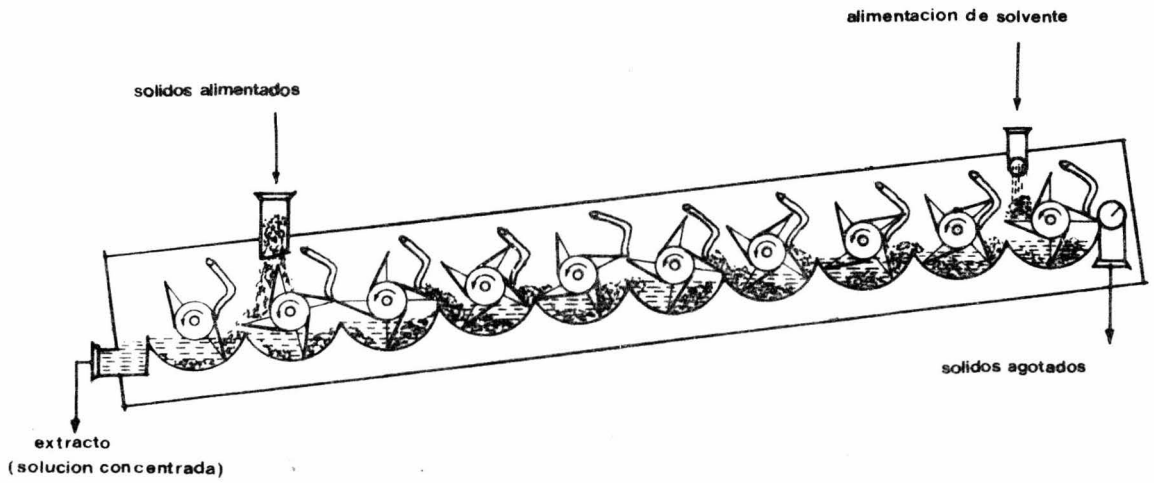


FIG. 1.1 Extractor Kennedy.

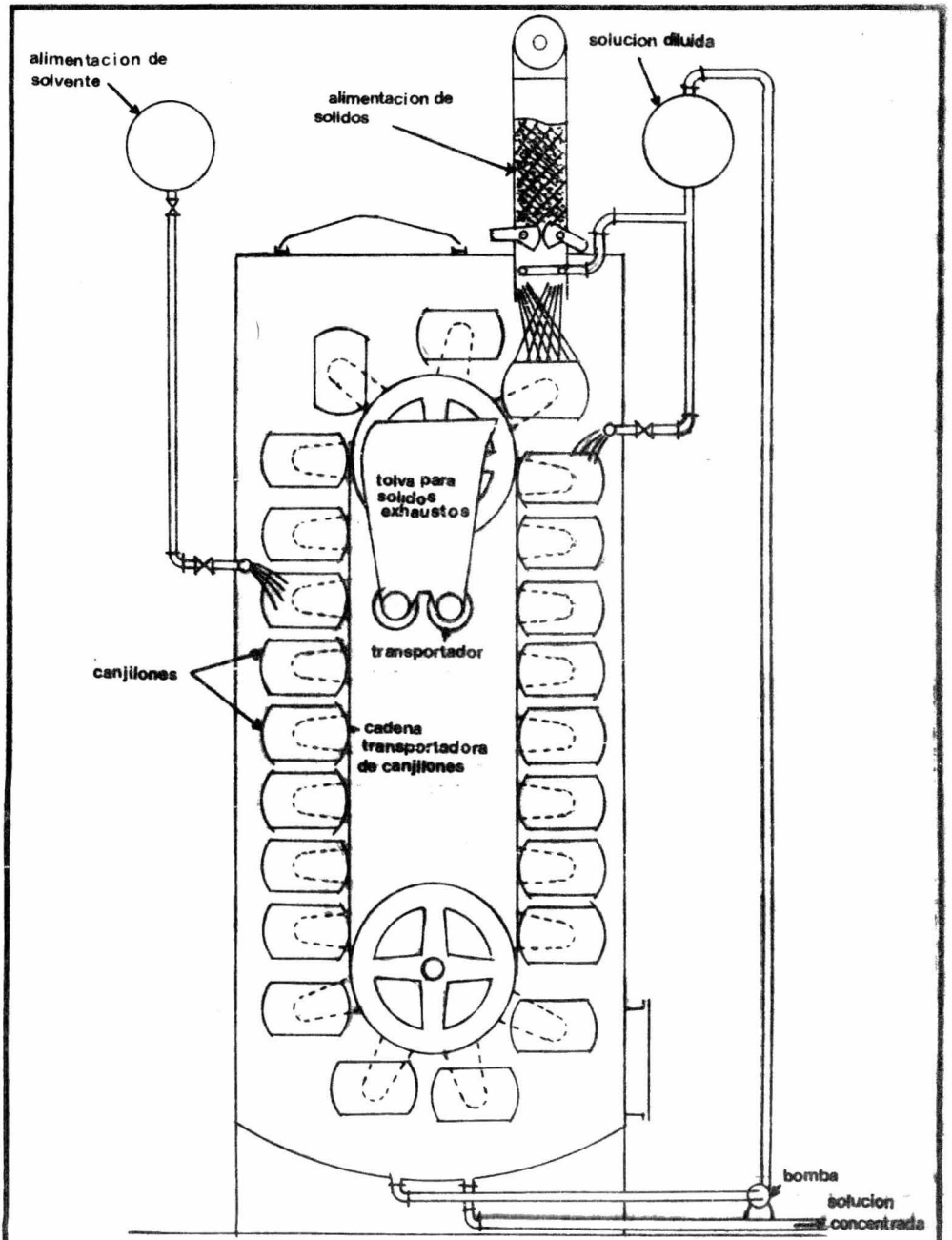


FIG. 1.2 Extractor Bollman

lelo por una solución diluída; solvente-aceite bombeada desde el fondo del tanque y es preada sobre los canjilones en la parte de arriba. El líquido percola a través del sólido de canjilón a canjilón, se colecciona en el fondo como la solución concentrada del aceite y es sacada.

Por la parte ascendente los sólidos son tratados para la extracción a contracorriente por medio del espreado de solvente fresco y esto suministra solución diluida. Un tiempo de drenaje corto se da antes que los canjilones se vacien en la parte de arriba. Hay muchas variantes de este equipo.

2).- La canalización del solvente en la percolación o en la extracción en filtros prensa de lechos fijos, con el resultado consecuente de una extracción lenta e incompleta, puede evitarse por agitación del líquido y sólido en tanques de extracción. Entre el equipo para llevar a cabo la extracción de sólidos por dispersión y separación incluiremos tanques agitados simples, tanques pachuca y tanques agitados del tipo Dorr junto con los sedimentadores. En algunos casos, son utilizados tanques cilíndricos cerrados colocados verticalmente, estos tienen paletas o agitadores sobre flechas verticales así como también fondos falsos para el drenado de la solución utilizada en la extracción, al final de la operación.

En otros casos los tanques son horizontales con el agitador colocado sobre una flecha horizontal o pueden también estar sobre rodillos y el sólido y líquido son mezclados por rotación. Ver Fig. I.3. Para operación intermitente son usados una variedad de tanques agitados.

El más simple es el tanque Pachuca el cual se emplea bastante en la industria metalurgica.

Estos tanques pueden hacerse de madera, metal o concreto. La agitación

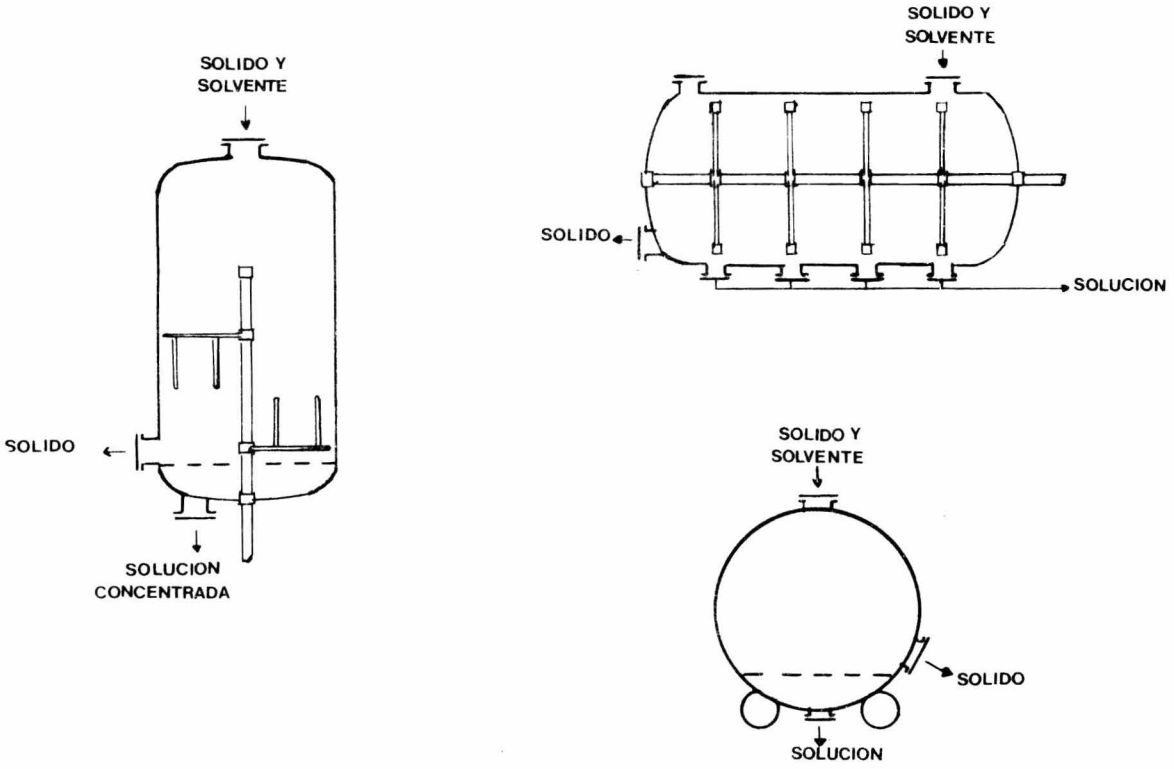


Fig. 1.3 Tanques agitados para extracción intermitente

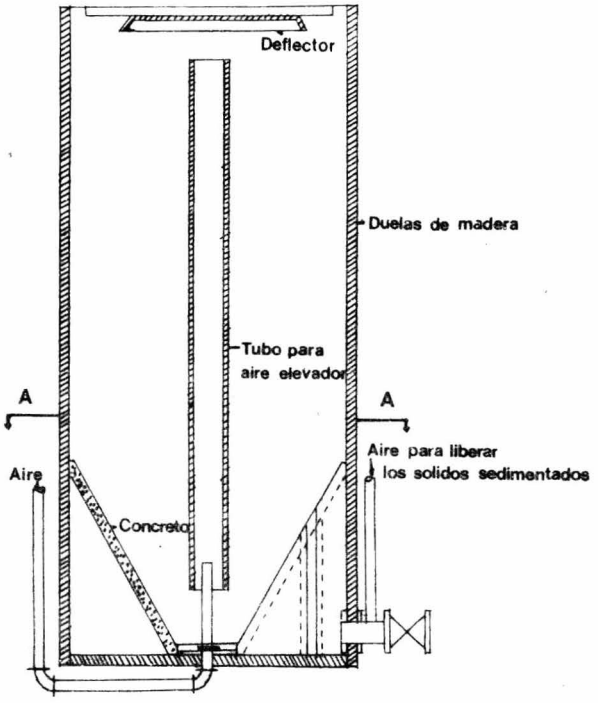
se efectúa con aire. Las burbujas de aire se elevan a través de un tubo central vertical que se extiende desde el fondo del tanque hasta casi la superficie del líquido. El aire se suministra en la parte inferior del tubo y empuja la suspensión líquido-sólido hacía arriba a través del tubo con una velocidad considerable. El aire se libera en la superficie del líquido y la suspensión agitada empieza su camino hacía abajo por la parte exterior del tanque y después vuelve a reentrar al fondo del tubo central. Ver Fig. I.4

Si los sólidos están finamente divididos y sedimentan como un lodo compresible la cantidad de solución retenida en los sólidos sedimentados será considerable. La agitación y sedimentación con algunas cargas de solvente pueden ser necesarias para recobrar las últimas trazas de soluto y esto puede hacerse a contracorriente.

Los tanques agitados simples y el tanque pachuca son operados en forma intermitente, por costumbre, suministrando una etapa en la operación de extracción, así que pueden usarse solos, aunque tambien son usados en baterias para extracción a contracorriente.

Para operaciones contínuas el equipo de contacto por etapas puede conectarse en unidades múltiples produciendo efecto de multietapas mientras que el equipo de contacto contínuo puede suministrar el equivalente de muchas etapas en un sólo equipo.

Los sólidos finamente divididos los cuales pueden ser suspendidos fácilmente por agitación pueden ser tratados contínuamente para extracción en cualquiera de los muchos tipos de tanques agitados. Estos deben ser arreglados para flujo contínuo del líquido y sólido dentro y fuera del tanque y deben ser cuidadosamente diseñados de manera que no ocurra acumulación de sólido. Debido al mezclado completo que se obtiene en estos equipos actuando como etapas simples el sólido y el líquido tenderán a



SECCION A-A

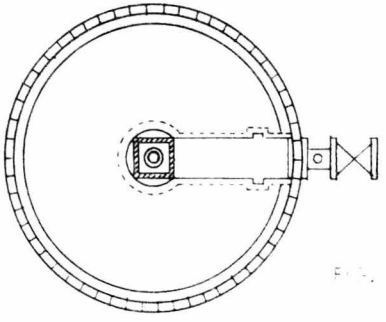


Fig. 1.4 Tanque Pachuca

alcanzar el equilibrio.

Dentro de los tanques con agitadores mecánicos el de turbina es el más usado.

El agitador Dorr utiliza los principios de agitación del sólido por medio de aire y de barrido mecánico de sólidos y es usado extensamente en las industrias de minería y química para extracción y lavado de sólidos finamente divididos. Ver Fig. I.5

Para la separación de sólido y líquido el efluente de los agitadores puede mandarse a un filtro sobre el cual el sólido puede ser lavado para disolver los sólidos que se quieren recuperar o a una serie de sedimentadores para lavado a contracorriente.

Los sedimentadores son equipo mecánico diseñado especialmente para incrementar la relación de sólido a líquido en una suspensión diluída de partículas de tamaño pequeño por medio de sedimentación o decantación de manera que produce una solución y un lodo sedimentado como dos productos separados. Un sedimentador de compartimiento simple diseñado por la Compañía Dorr está mostrado en la Fig. I.6. Estos sedimentadores son usados para obtener una extracción contínua a contracorriente si se conectan en serie y cuando el contacto es inadecuado un tanque agitado se coloca en la bateria entre cada par de sedimentadores.

Debido a la gran variedad de equipo utilizado para la extracción solido-líquido, al hablar sobre el diseño nos vamos a concretar a discutir los sedimentadores.

Por sedimentación se entenderá la separación por medio de gravedad de los sólidos que se encuentran suspendidos en una solución.

Hay una diferencia marcada entre el comportamiento en la sedimentación de sólidos granulares y muchos químicos o precipitados ya que con particulas de cerca de 1 μ de diámetro o menor las fuerzas de superficie predominan y surge una tender--

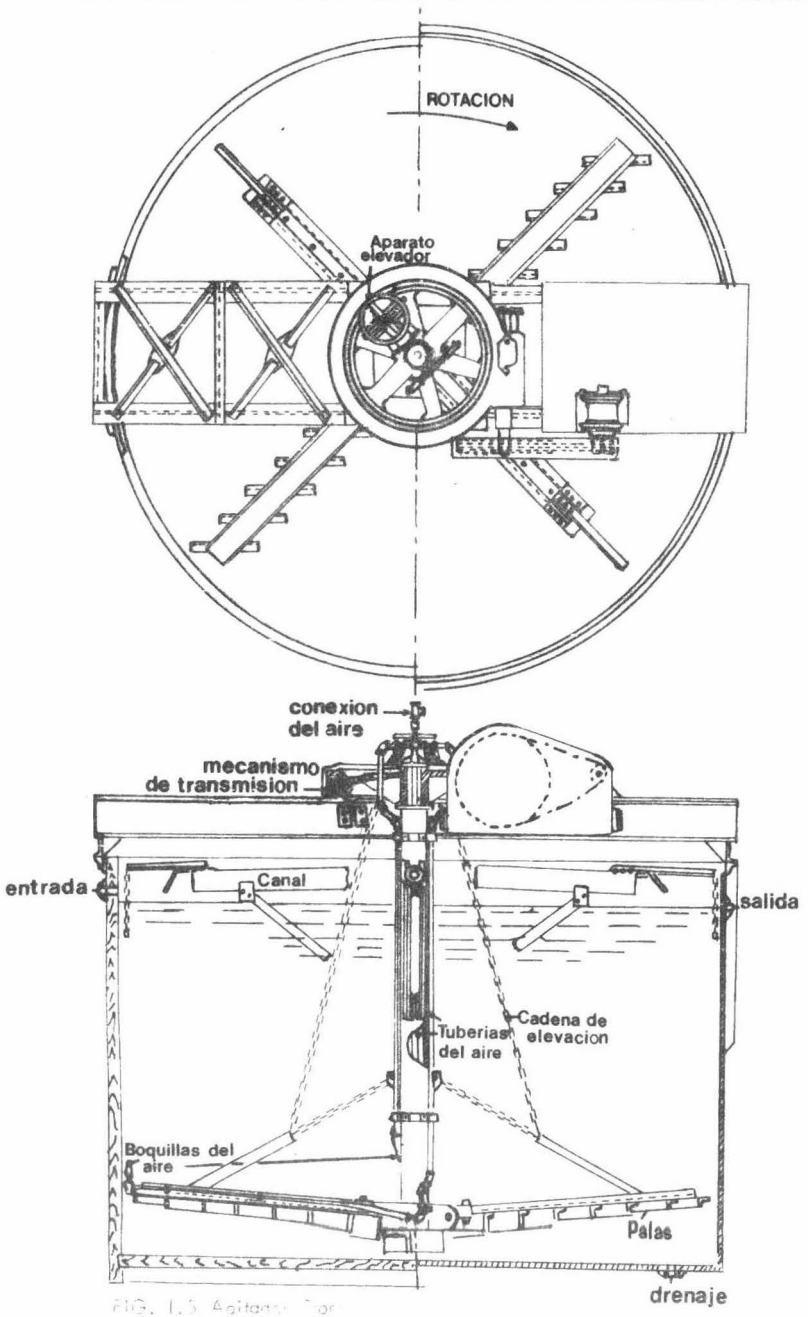
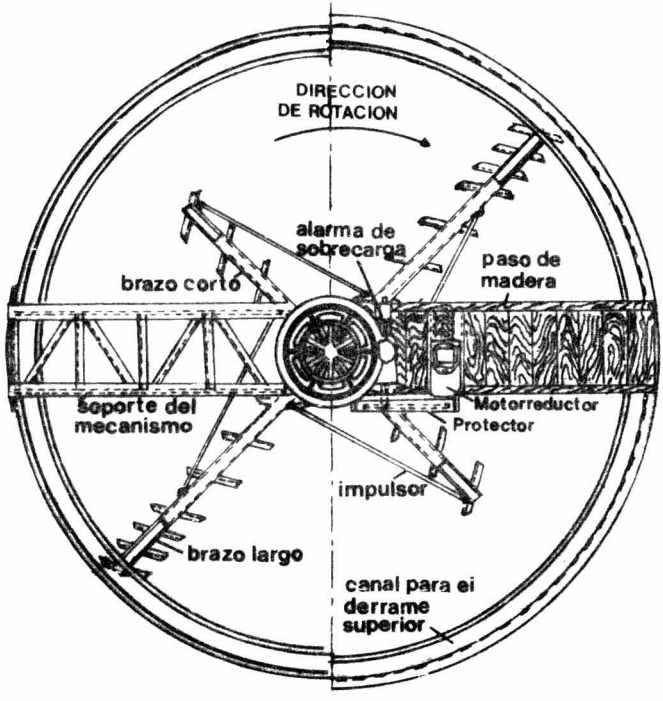


FIG. I.5 Agitador Tipo



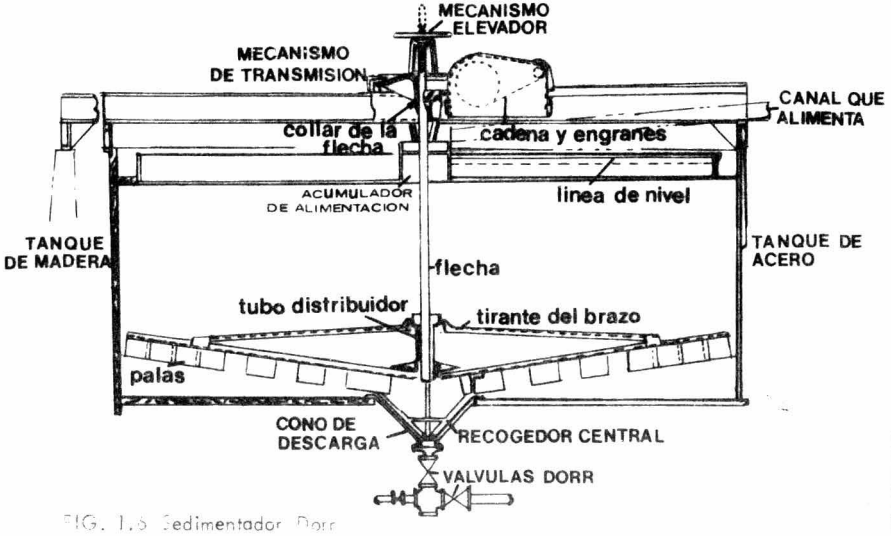


FIG. 1.5 Sedimentador Dorr

cia a flocular o aglomerarse .

Hay dos aspectos de la floculación: El tamaño final del agregado y la velocidad a la cual se constituye El efecto de la floculación es formar particulas más grandes las cuales por consiguiente sedimentan más rápido. La floculación puede ser mecánica o química.

La mecánica se lleva a cabo por circulación de las partículas dando el tiempo necesario para que la floculación se lleve a cabo y la química puede ocasionarse por cambios en el PH o agregando iones o reactivos orgánicos.

Con respecto a la concentración las suspensiones concentradas muestran características diferentes de aquellas diluídas y la diferencia es más evidente para suspensiones que floculan que para aquellas que no lo hacen.

Para visualizar lo anterior se va a considerar una cilindro que contiene una suspensión diluida de partículas de diferente tamaño y que tiene concentración inicial uniforme. La posición de una particula que estaba en la superficie en un tiempo = 0 es localizada a diferentes intervalos de tiempo como se muestra en la Fig.I.7 en la curva que es designada como "Sedimentación no obstruida".

La particula sedimentará a su velocidad individual de asentamiento, y hasta que se alcanza el punto B la particula empieza a descelerar .

En algún lugar entre B y C la particula llega a ser parte del sedimento depositado. De C a D la posición de la particula depende de lo compacto del sedimento.

Si la concentración de la suspensión se incrementa se alcanza una concentración en donde las partículas más rápidas forman una zona y sedimentan colectivamente y a una velocidad reducida.

A un mayor incremento de conc. esta zona se forma en períodos más cortos hasta que se alcanza un punto donde el asentamiento inicial es colectivo y no se observa movimiento de particulas individuales Para concentraciones tan grandes o más que ésta se forma una interfase distinta entre las partículas que se estan asentando y el líquido que se va a clarificar. La posición de la interfase varia con el tiempo de una manera similar a la que describe la Fig. I.7 denotada como "Sedimentación obstruida" . Deberá notarse que esta curva es solo una modificación de la anterior.

El mecanismo de la sedimentación puede describirse mejor por observación de lo que ocurre durante una prueba de sedimentación intermitente asi vemos que todos los procesos producen cuatro zonas de cada una con sus características particulares.

La Fig. I.8 es un esquema que muestra las posiciones relativas de las diferentes zonas que son formadas a diferentes intervalos de tiempo en una suspensión densa y floculada . Al principio se tiene una concentración uniforme de particulas en toda la suspensión que se designa como B. Tan pronto como el proceso empieza todas las particulas empiezan a sedimentar y se supone que alcanzan rápidamente las velocidades terminales obtenidas bajo las condiciones de "sedimentación obstruida" y se forma una zona A de líquido clarificado con la consiguiente formación de la interfase solido-líquido.

En la zona B la concentración permanece aproximadamente uniforme como al principio y la magnitud de la velocidad a la que la suspensión sedimenta es una función de la concentración.

$$v = f(C)$$

donde v es velocidad de asentamiento bajo las condiciones de "sedimentación obs-

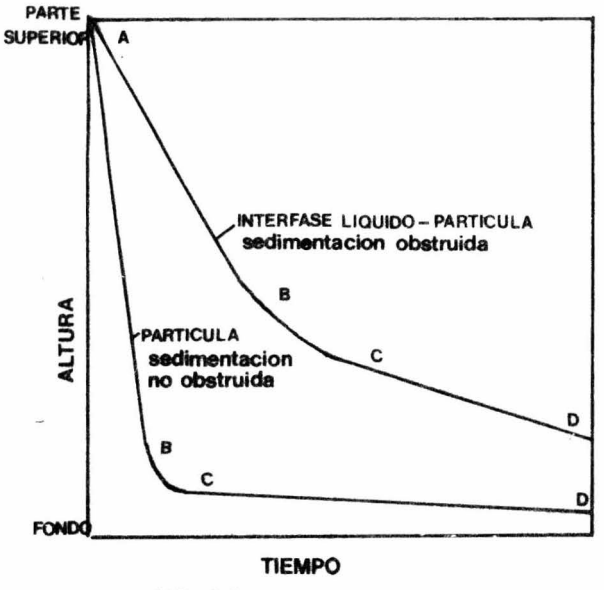


FIG. 1.7

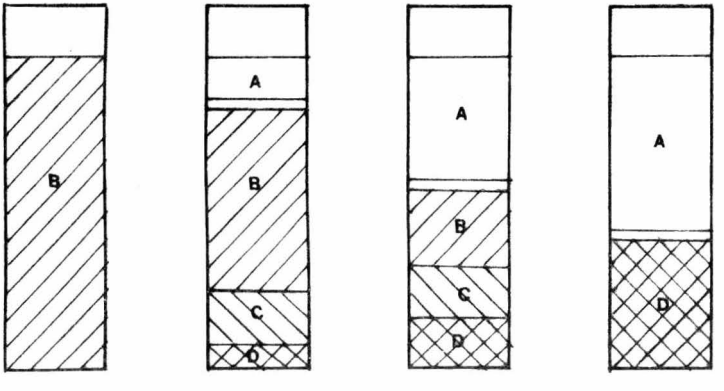


FIG. 1.8 Sedimentación intermitente

truida"

c = Concentración inicial de partículas en la suspensión.

Junto con la formación de la zona A otras dos zonas C y D se forman.; La zona C es una región de concentración no uniforme y distribución de tamaño de - partícula variable que constituye una zona de trans i ción en la que la velocidad de sedimentación decrece debido al incremento en la concentración de sólidos. Se - encuentra arriba del material sedimentado y se forman canales a traves de los cuales se escapa el fluido.

Cuando la suspensión llega a estar concentrada en un punto donde los sólidos son soportados mecanicamente por los sólidos de abajo estos constituyen la zona de compresión D que incluye al principio las partículas más pesadas y las más veloces Las alturas de cada zona varian al continuar la sedimentación de tal forma que A y - D crecen a expensas de B.

Eventualmente se alcanza un punto donde B y C desaparecen y todos los sólidos se encuentran en D. El proceso de sedimentación desde este punto consiste de la compresion lenta de los sólidos forzando al líquido contenido por estos a desplazarse hacía el líquido clarificado.

El proceso de sedimentación puede definirse aproximadamente por la velocidad de sedimentación y el volumen de sedimentación.

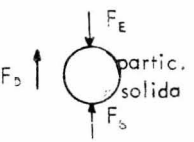
La aproximación matemática a los principios de sedimentación es más -- compleja de lo que podría parecer a primera vista hasta para el sistema simple de materiales no floculables. Generalmente se acepta la resistencia al flujo de una esfera en un líquido como el punto de partida para cualquier teoría. Las correlaciones de - las características del flujo y la geometria de los cuerpos en una corriente utiliza grupos adimensionales que son analogos en concepto al factor de fricción, ya que se de-

fine un coeficiente de resistencia $C_D = \frac{2 F_D g_c}{v_{rs}^2 \rho S}$ (1.1) donde F_D es la fza total ejercida sobre el sólido, v_{rs} es la velocidad de la corriente relativa a la particula y S es el área del sólido proyectada normal al flujo. Este coeficiente es representado grafi- camente como una función del número de Reynolds $N_{Re} = \frac{L_D v \rho}{\mu}$ donde L_D es la longitud característica de la geometria .

A números de Reynolds altos el coeficiente es independiente de aquél.

Como los sólidos que se manejan en los procesos químicos son a menudo irregulares en tamaño y forma se han establecido correlaciones en las que junto con el parametro de tamaño o diámetro de partícula, un parametro de forma se necesita, - este será la esfericidad (Φ_s) Ver Fig. 1.9

Si se considera una partícula moviéndose a traves de un fluido en una - dimensión. Las fuerzas que actuan sobre el cuerpo que cae son la fuerza externa (F_G) una fuerza de flotación (F_B) y una fuerza de oposición o resistencia (F_D) debida a la fricción en la dirección de la velocidad, entonces haciendo un análisis de las fuerzas: La velocidad terminal o sea aquélla velocidad -- constante que se alcanza cuando las fuerzas de aceleración y resistencia de una particula que cae, son iguales puede expresarse como una función de C_D así $v_t = \frac{\sqrt{4(\rho_s - \rho) g D_p}}{3 C_D \rho}$



esta ecuación se usa para calcular la velocidad terminal en flujo laminar, de transición y turbulento si C_D se evalúa de la Fig 1.9. Una expresión para la velocidad terminal independiente de C_D , puede desarrollarse para particular en flujo laminar haciendo uso de la Ley de Stokes $F_D g_c = 3\pi D_p \mu v$

El efecto de la gravedad esta dado por la expresión $(\rho_s - \rho) g \frac{\pi D_p^3}{6}$ donde $(\rho_s - \rho)$ es la diferencia en densidad entre la esfera y el fluido que la - rodea.

Cuando estas fuerzas se balancean se obtiene la velocidad terminal como

$$v_t = \frac{(\rho_s - \rho) g D_p^2}{18 \mu} \qquad (1.2)$$

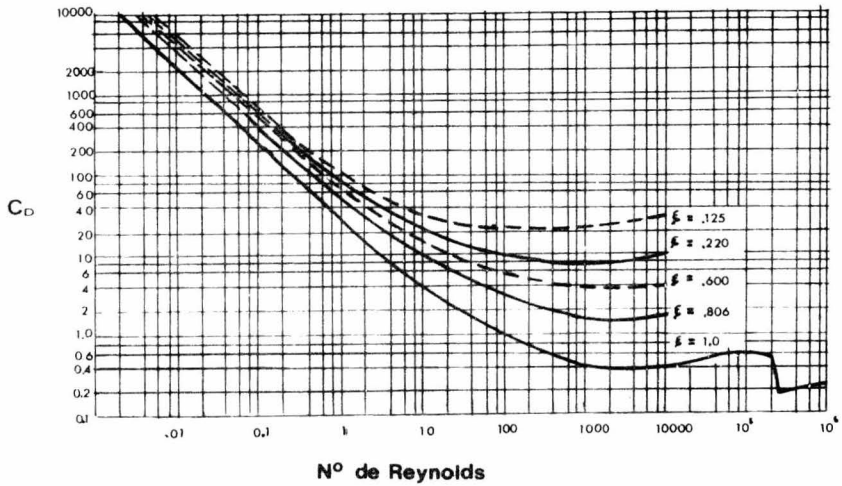

C_D
10000
2000
1000
600
400
200
100
60
40
20
10
6
4
2
1.0
0.6
0.4
0.2
0.1
.01
0.1
1
10
100
1000
10000
10^5
10^6
ξ = .125
ξ = .220
ξ = .600
ξ = .806
ξ = 1.0
N° de Reynolds

FIG. 1.9

Si se considera la sedimentación de partículas macroscopicas a dilución infinita cada particula se comportara como una esfera y seguira las condiciones que se deducen para el coeficiente de resistencia de una esfera sólida. Sin embargo a medida que la concentración de las esferas aumenta hay una interacción entre ellas y la resistencia se altera, la velocidad es considerablemente menor que la calculada por la ecuación(1.2), así se propone un factor de corrección (R) que incorpora los efectos de la viscosidad y la densidad para un sedimento , dando una ecuación más conveniente basada en la ecuación 1.2

$$v_H = \frac{(\rho_s - \rho)\, g\, D_p^2\, R}{18\, \mu} \qquad (1.3)$$

donde v_H es la velocidad terminal en "sedimentación obstruida"

En la etapa de sedimentación que consiste en una compresión lenta de los sólidos (zona D) las velocidades de sedimentación son muy lentas y se considera como un caso extremo de "sedimentación obstruida"y la ecuación 1.3 puede usarse para estimar las velocidades de sedimentación pero estas pueden estar en considerable error debido a que a pesar de tomar en cuenta la densidad y viscosidad efectiva del fluido no toma en cuenta la aglomeración de las partículas.

Los métodos empiricos de dimensionamiento son necesarios debido a la cantidad de factores que tienen influencia en la sedimentación tales como densidades de líquido y particula, viscosidad, el tamaño de partícula, la forma, la concentración y la magnitud de la floculación.

Estos métodos empiricos se basan en experimentos, de los cuales el más satisfactorio es la observación de la velocidad de sedimentación de la dilución mezclada uniformemente en un cilindro de vidrio graduado, como el diseño de los sedimen

tadores requieren una especificación del area transversal y la altura, los métodos consisten en determinar estas cantidades.

El método que se emplee para estimar el área, depende del tipo de la pulpa que en general refiriendose a los tratados en metalurgia sera concentrada y en ella se observa un asentamiento colectivo, con una línea definida de asentamiento, la velocidad decrece con el incremento de la concentración de los sólidos. Para este tipo de pulpas el área requerida esta basada en dos factores: La capacidad de clarificación y la capacidad de sedimentación. Ambos factores pueden estimarse en pruebas de sedimentación intermitente.

La capacidad de clarificación puede estimarse de la velocidad inicial a la cual la interfase sólido-líquido se asienta. El área de un tanque de flujo contínuo debe ser bastante grande de manera que la velocidad a la que se saca el líquido clarificado (calculado sobre la base del líquido del derrame superior) es menor que la velocidad de asentamiento.

La capacidad de sedimentación se calcula con relaciónes desarrolladas de un análisis racional del comportamiento de una suspensión que sufre sedimentación -- intermitente.

La claridad del derrame superior normalmente no es un problema y el diseño es controlado por las condiciones necesarias para obtener los sólidos sedimentados en el derrame inferior a la consistencia esperada. Esta consistencia es controlada por la capacidad de sedimentación del recipiente .

Inicialmente la concentración es la misma a traves de toda la suspensión y los sólidos sedimentan a velocidad uniforme. Antes de que los sólidos se depositen en el fondo del recipiente de sedimentación deben pasar a traves de todas las concentra-

ciones desde la inicial hasta aquella que presentan los sólidos depositados. Cada concentración/dilución (los de líquido por libra de sólido) puede considerarse que tiene una capacidad de tratamiento de sólidos.

Esto es definido como la capacidad de un material de una dilución dada para alcanzar una condición tal que la velocidad de la masa de sólidos que dejan la región que corresponde a esa dilución es igual o más grande que la velocidad de la masa de sólidos que entran a la región.

Si la capacidad de tratamiento de sólidos a cualquier concentración intermedia es menor que la de la concentración más baja situada arriba los sólidos no pueden pasar a traves de esa región de concentración tan rápidamente como aquellos que sedimentan dentro de ella y como resultado una zona de concentración intermedia comenzara a crecer en la columna y actua como una barrera. Si el área para tratar a los sólidos es insuficiente esta barrera se forma y todos los sólidos en exceso de la cantidad que puede asentarse a traves de esta zona se desplazan hacía el derrame superior. Por lo tanto un sedimentador debe tener por lo menos el área suficiente para permitir a los sólidos asentarse a traves de cualquier concentración primordialmente en aquella de menor capacidad de tratamiento de sólidos.

Con respecto a los métodos se hará mención al de Coe y Clevenger[8] el de Kinch[9] y el de Talmage y Fitch[13] (#)

De acuerdo con Coe y Clevenger el área requerida de un sedimentador esta determinada por las condiciones encontradas en lo que ellos designan como "zonas de sedimentación libre". Estas son definidas como zonas en las cuales los floculos estan cayendo a traves del líquido sin presionar sobre las capas de abajo. En este régimen de "sedimentación libre" la cantidad de sólidos que pueden sedimentar a traves

(#) Los números marcados se encuentran en la Bibliografía

de una sección transversal unitaria sería igual al producto de la velocidad de sedimentación y la concentración de los sólidos.

En una operación de estado uniforme, como la encontrada en la sedimentación contínua * los sólidos tendrán dos componentes de velocidad.

Primero, hay una velocidad v de los sólidos con respecto a la pulpa; Segundo, hay un componente hacía abajo v' de la pulpa porque el derrame inferior se esta sacando de el fondo del sedimentador. La velocidad total hacía abajo de los sólidos es entonces $(v + v')$ y el flujo total de sólidos es $G = C(v + v')$ (1.4)

donde C es la concentración de sólidos en la región.

La velocidad del derrame inferior es Av' así que la velocidad de los sólidos en el derrame inferior es $C_u Av'$ y el flujo de sólidos a traves del sedimentador tambien debe ser $G = Q/A = C_u Av' / A = C_u v'$ (1.5)

donde :

Q es el flujo de solidos hacía el derrame inferior

A.- Area unitaria

Cu. Concentración en el derrame inferior. Si se elimina v' de las ecuaciones 1.4 y 1.5 se obtiene:

$$G = Q/A = \frac{v}{1/C - 1/C_u} \qquad (1.6)$$

que es la ecuación obtenida por Coe y Clevenger.

Para usar la ecuación de Coe y Clevenger se necesita algún modelo o -

* En un sedimentador contínuo en operación normal se observan dos zonas la zona superior es de particulas con "sedimentación libre" y abajo de esta zona se encuentra la zona de compresión que corresponde a la zona D en un sedimentador intermitente . Las zonas B y C del proceso intermitente no se observan en el sedimentador contínuo cuando trabaja normalmente, sin embargo si dos sólidos no sedimentan en el area dada una zona de concentración constante o crítica empezará a formarse.

teoría que relacione los datos de laboratorio a lo que sucede en los sedimentadores.

En este modelo se considera que en la sedimentación libre todas las partículas con una localización dada sedimentan a la misma velocidad y Coe y Clevenger postulan que esta velocidad de sedimentación v será únicamente una función de la concentración de los sólidos C.

En las pruebas de sedimentación intermitente Coe y Clevenger descubrieron que podría haber una o dos discontinuidades en la velocidad de asentamiento Fig. 1.7 * Las dos descontinuidades dividen la curva de asentamiento en una sección de velocidad constante una sección primera de desaceleración o transición y una sección segunda de desaceleración. Si existe sólo una descontinuidad la zona de transición se considera ausente.

La sección de velocidad constante corresponde a la sedimentación de la pulpa a la concentración inicial de la prueba. El procedimiento de Coe y Clevenger consiste en hacer pruebas intermitentes en una serie de concentraciones iniciales determinando el comportamiento de "sedimentación libre" a partir de las secciones de velocidad constante de las curvas de sedimentación intermitente.

Se prueban las capacidades de tratamiento de flujo para las zonas de cada concentración entre aquella de la alimentación hasta la de compresión usando los datos de sedimentación libre y la ecuación 1.6

La capacidad total de tratamiento de solidos del sedimentador debe corresponder a la concentración más limitante debido a que constituye un punto de blo-

* El término "sedimentación obstruida" se refiere a la concentración y no se contrapone con el término "sedimentación libre" del método de Coe y Clevenger que se refiere a una zona de sedimentación.

queo. Si una zona crítica se forma en el sedimentador tendría esta concentración.

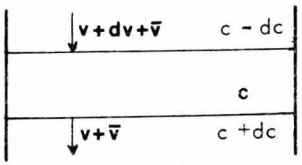
El método de Kynch suministra un análisis cuantitativo satisfactorio para determinar la capacidad de tratamiento de sólidos en su condición crítica. A diferencia del método de Coe y Clevenger que necesita medidas separadas de la velocidad inicial de asentamiento Kinch muestra una forma de determinar la condición crítica a partir del primer período de desaceleración de una simple curva obtenida por la prueba intermitente de sedimentación sobre una muestra de la alimentación al sedimentador.

El método de Kinch parte del mismo postulado que Coe y Clevenger de que la velocidad de sedimentación v de una partícula es función únicamente de la concentración de sólidos local o matemáticamente $v = \phi(C)$. La función no esta definida y puede cambiar de cualquier manera como la concentración cambia.

Los sólidos deben pasar a traves de todas las concentraciones desde la inicial hasta aquella de los sólidos depositados. Como se dijo anteriormente en cualquier concentración intermedia si la capacidad de tratamiento de solidos de una región es menor que aquella de más baja concentración situada arriba una zona de esa concentración intermedia se empezara a formar debido a que los sólidos no pueden pasar tan rápido como sedimentan dentro de ella, Kinch demostró que la velocidad de propagación hacía arriba de esta zona de concentración es constante.

Considerar una capa delgada de concentración C la cual fue formada en el fondo de la suspensión en el tiempo $t=0$ y la cual se esta elevando a traves de la columna a la velocidad $\bar{v}$. Los sólidos que sedimentan dentro de esta capa provienen de una capa que tiene una concentración $c - dc$ y una velocidad con respecto a la columna de $v + dv$ pero con respecto a la capa de $v + dv - \bar{v}$
Los sólidos sedimentan hacía afuera de la capa a la velocidad v con respecto al re

cipiente o $v + \bar{v}$ con respecto a la capa por si misma



Como la capa de concentración c permanece constante, la cantidad de sólidos que sedimentan dentro de la capa deben igualar a aquéllos que sedimentan - fuera de la capa

$$(c - dc)\, At\, (v + dv + \bar{v}) = c\, A\, t\, (v + \bar{v}) \qquad (1.7)$$

donde :

A = area transversal perpendicular a la dirección de movimiento de sólidos.

t = Tiempo

Simplificando la ecuación 1.7 y resolviendo para $\bar{v}$

$$\bar{v} = c\,\frac{dv}{dc} - v - dv$$

y quitando la infitesimal dv se tiene

$$\bar{v} = c\,\frac{dv}{dc} - v \qquad (1.8)$$

De acuerdo a la ecuación $v = \phi(c)$ la velocidad de asentamiento bajo condiciones de sedimentación obstruida es una función de la concentración. La ecuación 1.8 por sustitución dará:

$$\bar{v} = c\,\phi'(c) - \phi(c) \qquad (1.9)$$

La concentración de la capa bajo consideración permanece constante y como $\phi(c)$ y $\phi'(c)$ tienen valores fijos $\bar{v}$ también debe permanecer constante.

El hecho de que la velocidad $\bar{v}$ a la que una capa de concentración c sube a traves de la suspensión, permanezca constante se puede usar para determi-

1080

nar la concentración de sólidos de la capa en el límite superior de una suspensión sedimentandose en una prueba intermitente.

Si una columna de altura Z_0 es llenada con una suspensión que tiene una concentración inicial uniforme C_0 el peso total de los sólidos en la suspensión es igual a $C_0 Z_0 A$ donde A es el área transversal del cilindro en el cual se realiza la prueba.

Conforme la suspensión sedimenta, las capas de concentración se propagan hacía arriba desde el fondo. Al transcurrir del tiempo cualquier capa de concentración alcanzará la interfase sólido-líquido y todos los sólidos habrán pasado a traves de aquella.

Si la concentración de la capa es C_L y el tiempo para alcanzar la interfase es t_L la cantidad de sólidos que han pasado a través de la capa es $C_L A\, t_L (v_L + \bar{v}_L)$

Esta cantidad será igual al peso total de sólidos en la columna.

$$C_0 Z_0 A = C_L A\, t_L (v_L - \bar{v}_L) \qquad (1.10)$$

Si Z_L representa la altura de la interfase en el tiempo t_L y como ha sido encontrado que la velocidad de elevación de cualquier capa es constante en acuerdo con la ecuación 1.9 entonces

$$\bar{v}_L = \frac{Z_L}{t_L}$$

Sustituyendo esta expresión dentro de la ecuación 1.10 y rearreglando dará:

$$C = \frac{C_0 Z_0}{Z_L + v_L t_L}$$

Los datos de laboratorio pueden usarse para hacer una gráfica de la altura de la interfase como una función del tiempo como en la fig. 1.10 . La pendiente en cualquier punto a lo largo de la curva es igual a la velocidad a la cual se asienta la

TODO

interfase de ese punto particular.

De esta gráfica el valor de v_L es la pendiente de la curva en t_L y Z_L

Matemáticamente se tiene que la pendiente de esta línea es

$\frac{Z_1 - Z_L}{t_L} = v_L$ donde Z_1 es la intersección con el eje Z ó

$$Z_1 = Z + t_L v_L$$

sustituyendo Z_1 en la ecuación I.11 se obtiene:

$$C_L Z_1 = C_0 Z_0 \qquad 1.12$$

De aquí se sigue que Z_1 es la altura que ocuparía la pulpa si todos los sólidos estuvieran a la misma concentración como la de la capa en la interfase C_L

Un conjunto de datos mostrando a la velocidad de sedimentación v_L como función de la concentración C_L se pueden obtener de una prueba de sedimentación escogiendo algunas t's arbitrarias y determinando la pendiente de la tangente (v_L) y su intersección (Z_1).

Este valor de la intersección se usa en la ecuación I.12 para obtener la concentración correspondiente.

Para especificar el área de un sedimentador se debe determinar la capa de concentración que requiere el área máxima para pasar la unidad de peso de solidos. Esto puede hacerse calculando el área requerida para una serie de concentraciones usando los datos de v como ϕ (c) desarrollados en los anteriores párrafos y sustituyendo en la formula de Coe y Clevenger.

La capa de concentración que da el valor más grande de área unitaria es usado como base de diseño.

Ejemplo A :

Una prueba de sedimentación intermitente se efectuo con una dilución de piedra caliza. La interfase entre el líquido clarificado y los sólidos suspendidos fué observada como una función del tiempo y los resultados son tabulados abajo. La prueba fué hecha usando 236 gr. de piedra caliza por Lt de suspensión. Si una suspensión equivalente se alimenta a la velocidad de 50 toneladas de sólidos secos/hr para producir un sedimento de 550 gm de piedra caliza por lt , especificar el área requerida para el sedimentador.

Datos de la Prueba

Tiempo hr	Altura de la interfase
0	36.0
0.25	32.4
0.50	28.6
1.00	21.0
1.75	14.7
3.0	12.3
4.75	11.55
12.0	9.8
20.0	8.8

Solución. Primero tenemos que obtener datos de vel. como una función de la concentración . Entonces se empieza por graficar la altura de la interfase (Z) como una función del tiempo (t) Fig. 1.10 a

A partir de la concentración inicial de la dilución se tiene que

$$C_o Z_o = 236 \times 36 = 8500 \text{ gm cm / lt}$$

y de la ecuación 1.12

$$C = \frac{8500}{Z_i} \text{ gm/lt}$$

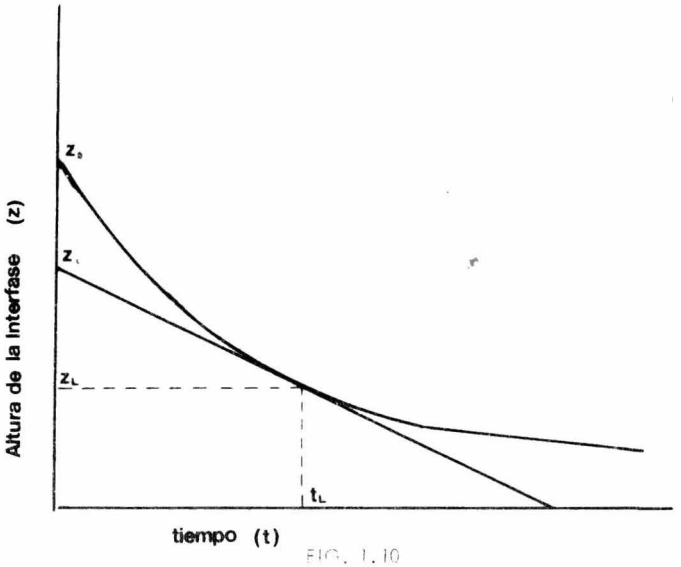


FIG. 1.10

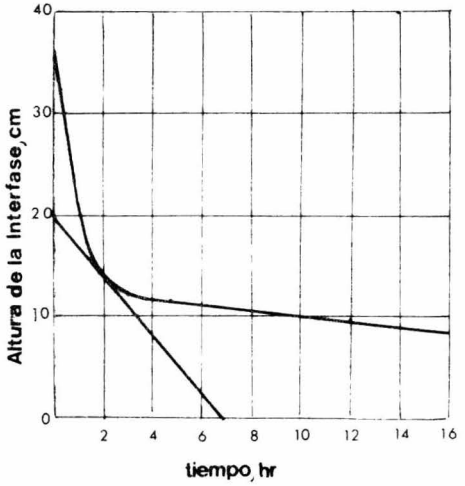


FIG. 1.11

La tangente de la curva en $t_L = 2$ hrs tiene un valor en la intersección de $Z_L = 20$ cm . La velocidad de sedimentación en este tiempo es igual a la pendiente de la curva $\frac{dZ}{dt} = v_L = 2.78$ cm/hr y $C_L = 425$ gm/lt

Otros puntos se obtienen de la misma forma, y se tabulan en la tabla siguiente, con estos se obtiene la Fig. I.II

t, hr	Z_L, cm	v, cm/hr	c, gm/lt
0.5	36	15.65	236
1.0	36	15.65	236
1.5	23.8	5.00	358
2.0	20	2.78	425
3.0	16.2	1.27	525
4.0	14.2	0.646	600
8.0	11.9	0.158	7.14

Una vez obtenida la relación entre v como una función de la concentración procedemos a aplicar la ecuación de Coe y Clevenger

$$G = Q/A = \frac{v}{1/C - 1/C_u}$$

usando la v y la c obtenidos de la grafica (Fig. I.II) así obtenemos la siguiente tabla:

v	C	1/C	$1/C - 1/C_u$	Q/A
10	265	.00377	.00195	5140
8	285	.00351	.00169	4740
6	325	.00307	.00125	4800
3	415	.00241	.00059	5090
2	465	.00215	.00033	6060
1	550	.00182	0	

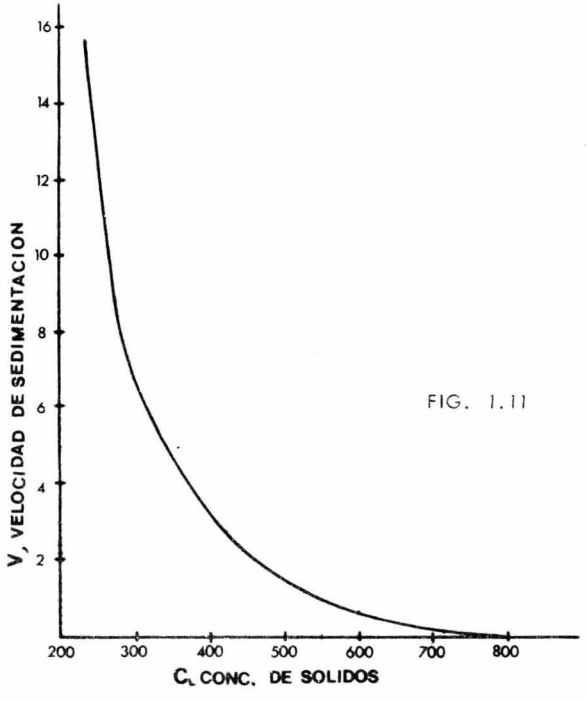


FIG. 1.11

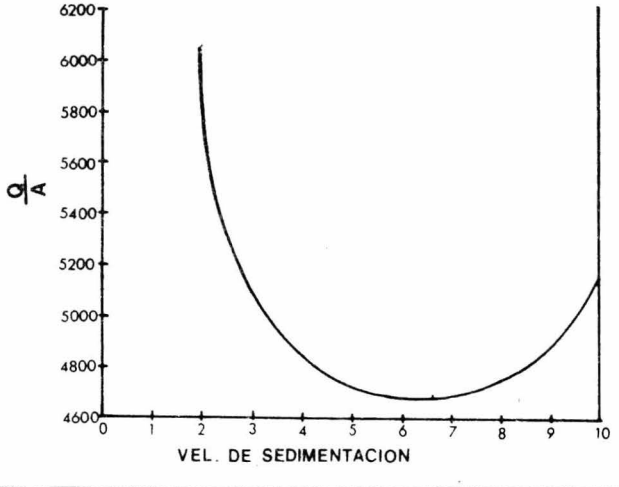


FIG. 1.12

siendo C_u = 550 gm de piedra caliza / lt

Para determinar el valor mínimo de $\frac{Q}{A}$ los datos de esta tabla son graficados en la Fig. I.12.

Esta gráfica nos dará el valor mínimo como :

$$\left[\frac{Q}{A}\right]_{min} = 4730 \ \frac{cm/hr}{lt/gm}$$

que corresponde a una velocidad de 6.9 cm/hr y de la Fig. I.11 c_L = 310 gm/ Lt.

Como no salen solidos por el derrame superior

Q= 50 Ton/hr = 100,000 $\frac{Lb\ sólido}{hr}$ como 4730 $\frac{cm/hr}{lt/gm}$ = 9.68 $\frac{ft/hr}{ft^3/lb}$

entonces $A = \frac{100,000}{9.68} = 10,320\ ft^2$

Debe ser apuntado que el método de Kynch fué desarrollado sobre la base de considerar partículas que tienen el mismo tamaño y forma, sin embargo este método es el mejor cuando se consideran pulpas floculadas ya que el tamaño y forma de los aglomerados se aproximan a la uniformidad.

Una modificación del método de Kynch fué hecha por Tulmage y Fitch. Se deriva del analisis que Kynch hace de la primera sección de desaceleración de una prueba intermitente y selecciona el flujo de la zona crítica directamente por medios gráficos.

En una operación contínua existe una condición relativamente estatíca de la interfase solído-líquido y el movimiento relativo entre los sólidos y el líquido es causado por el flujo hacía arriba del líquido. En el tiempo t_L los sólidos en la capa que existen en la superficie de la pulpa sedimentan a la velocidad lineal $\frac{Z_1 - Z_L}{t_L}$ entonces si los sólidos de esta capa se suponen como base el líquido está pasando los sólidos a la velocidad de $q = \frac{A\,(Z_1 - Z_L)}{t_L}$

No todo el líquido se movera hacía la interfase. Algo acompañara a los s-

sólidos hacía el derrame inferior o sedimento. El volumen del líquido que pasa a traves de la interfase es igual a la cantidad que sería desalojada para llevar a los sólidos desde la concentración de la capa en la interfase (C_L) hasta aquella del derrame inferior (C_U). El volúmen de líquido correspondiente a los sólidos presentes en la prueba intermitente sería igual a $A\,(Z_t - Z_u)$ ya que Z_t es la altura que ocuparía la pulpa si los sólidos presentes en la prueba intermitente estuvieran a la concentración de la capa y Z_u es la altura que la pulpa ocuparía si todos los sólidos presentes en la prueba intermitente estuvieran a la concentración del derrame inferior del sedimentador.

El tiempo que se requiere para que un volúmen de líquido (agua) fluya a traves de una capa de concentración C_L sería

$$t = \frac{\text{Cantidad de agua para eliminar}}{\text{Velocidad de eliminación de agua}} = \frac{A\,(Z_t - Z_u)}{\frac{A\,(Z_t - Z_L)}{t_L}}$$

rearreglando términos

$$\frac{t}{Z_t - Z_u} = \frac{t_L}{Z_t - Z_L}$$

de la Fig. 1.13 por la ley de triangulos se ve que $t = t_L$

La cantidad total de sólidos en una prueba intermitente es $C_o Z_o A$ y llevara un tiempo t_u para que esta cantidad de sólidos que se asientan pasen una capa de concentración C_L en un sedimentador contínuo. Por lo tanto la cantidad de sólidos que podrían pasar a traves de la concentración de la capa por unidad de tiempo es $\frac{C_o Z_o A}{t_u}$ la cual se puede igualar con la velocidad de entrada de sólidos para dar:

$$q\,C_o = \frac{C_o Z_o A}{t_u} \qquad y \qquad A = \frac{q\,t_u}{Z_o} \qquad 1.13$$

Comunmente la capacidad de sedimentación se expresa en términos de area unitaria.

Area unitaria de una capa se define como el área que se requiere para permitir a una tonelada de sólidos asentarse a través de la capa de concentración en un día.

$$\text{Area Unitaria} = \frac{t_u}{C_o Z_o} \quad ft^2/\text{toneladas sólidas/dia} \qquad 1.14$$

conviene llevar a cabo la construcción gráfica en las unidades convencionales usando un factor para convertir el área unitaria en sus unidades específicas.

La concentración crítica que controla la capacidad de tratamiento de sólidos de un sistema es aquella concentración que requiere la mayor area transversal.

Esta concentración normalmente se presenta en la zona de transición en el punto donde la compresión comienza. Varios métodos han sido empleados para determinar este punto crítico sobre la curva de sedimentación.

El punto de compresión puede estimarse bisectando el ángulo formado por las tangentes de la zona de sedimentación obstruida y la zona de compresión. Esta bisectriz corta la curva de sedimentación cerca del punto de compresión.

El método es como sigue

1.- Se determina Z_i y Z_u de los siguientes balances, el punto Z_i corresponde a la concentración arbitrariamente seleccionada C_L, $C_o Z_o = C_i Z_i = C_u Z_u$

2.- Se dibuja una línea de "sedimento" paralela al eje del tiempo en $Z = Z_u$ en la Fig. 1.13

3.- Se dibuja una tangente a la curva de sedimentación a traves del punto Z_i

4.- Leer t_u en la intersección de la tangente y la línea de derrame

inferior .

5. - Calcular el área unitaria de la ecuación I.14

Cuando la línea de derrame inferior intersecta la curva se sedimentación arriba del punto de compresión el tiempo t_u se tomara como aquel del punto de intersección ya que cualquier otra tangente intersectará la línea de derrame inferior a un tiempo menor que t_u .

Ejemplo (B) :

De un analisis de sedimentación realizado con una dilución que tenía una concentración de 3000 mg/L.Los datos se graficaron en la Fig. I.13 a

El sedimento pasa en un sedimentador de flujo contínuo a la velocidad de 1 ft^3 / seg . Si la concentración del derrame inferior que se desea es de 12,000 mg/Lt cual es el área mínima que debe tener el sedimentador

Solución:

Se calcula la altura de la interfase a la concentración del derrame inferior como:

$$C_u = 12000 \text{ mg/lt}$$

$$Z_u = \frac{C_o \, Z_o}{C_u} = \frac{3000}{12\,000} \times 40 = 10 \text{ cm.}$$

se construye una línea horizontal a la altura, correspondiente en la gráfica.

Ahora se estima el punto de compresión como se dijo anteriormente y

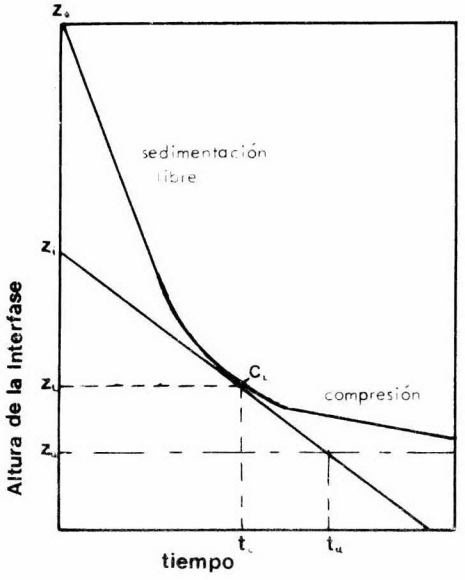
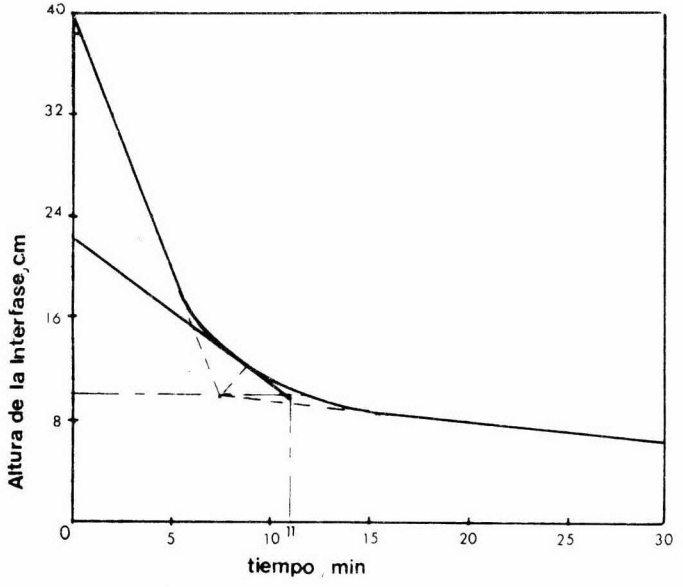

z_o
sedimentación
libre
z_i
z_c
z_u
C_c
compresión
Altura de la Interfase
t_c
t_u
tiempo

FIG. 1.13


40
32
24
16
8
0
5
10
11
15
20
25
30
Altura de la Interfase, cm
tiempo, min

se dibuja la tangente a este punto. Esta línea intersecta la línea horizontal que representa la concentración del derrame inferior en t = 11 min.

El área será igual a

$$A = \frac{q\,t}{Z_o} = \frac{1 \times 11 \times 60}{40 / 30.48} = 504\ ft^2$$

El procedimiento convencional de diseño considera a las zonas de "sedimentación libre y compresion de manera independiente y recalcan en identificar el punto de compresión en el comienzo del segundo período de desaceleración.

En la determinación del área el modelo de Coe y Clevenger supone que la concentración limitante de flujo no está situada en la zona de compresión esto se debe a que observaron que la velocidad de asentamiento en el régimen de compresión no sólo era función de la concentración sino también de la altura de la pulpa. Por lo tanto si se aumenta la altura de la pulpa lo suficiente las velocidades serán incrementadas a un valor que hace que los flujos correspondientes no sean limitantes y la única cuestión en diseño sería cuanta altura se necesita en la zona de compresión.

La altura de la zona de compresión se determina dividiendo el volúmen de la zona de compresión por el area de sedimentación.

Para calcular el volumen de la zona de compresión se hara de acuerdo a la conclusión de Comings[4] que observó que el tiempo de retención dentro de la zona de compresión es más importante que la altura de la zona. Este tiempo de retención será la diferencia entre el tiempo necesario para alcanzar la concentración del derrame inferior deseada y el tiempo crítico o sea aquél necesario para que todos los sólidos estén en compresión.

Se va a ver ahora como efectuar el cálculo a partir de la determinación del tiempo crítico.

La forma de la curva de compresión sugiere que la velocidad de sedimentación como una función del tiempo este dada por

$$-\frac{dz}{dt} = K\,(Z - Z_\infty)$$

donde Z.-altura de la zona de compresión en el tiempo t.

Z_∞.-altura final de la zona de compresión en un tiempo infinito

K.-constante particular para una suspensión determinada.

Integrando esta ecuación entre los límites de Z en el punto de compresión y tiempo t resulta

$$-\int_{Z_c}^{Z_t} \frac{dZ}{Z - Z_\infty} = K \int_{t_c}^{t} dt$$

$$\ln \frac{Z_t - Z_\infty}{Z_c - Z_\infty} = -K\,(t - t_c) \qquad (1.15)$$

donde Z_c es la altura de la zona de compresión a la concentración crítica en la cual el tiempo t se toma como cero. O sea esta altura indica la concentración de sólidos que existiría al principio de la compresión si los sólidos estuvieran distribuidos homogeneamente sobre toda la altura.

La forma grafica de la ecuación 1.15 se indica en la Fig. 1.14 ésta grafica se efectúa por prueba y error ya que Z_∞ se desconoce. Entonces se supone un valor de Z_∞ y con este se grafica. Si la línea que resulta no es recta se debe de suponer otro valor de Z_∞ hasta que se obtenga una línea recta cuya pendiente final será igual a K.

Roberts sugiere una forma de estimar el tiempo crítico.

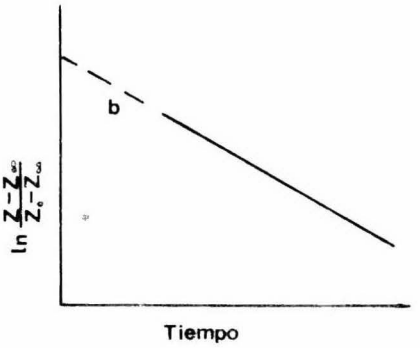
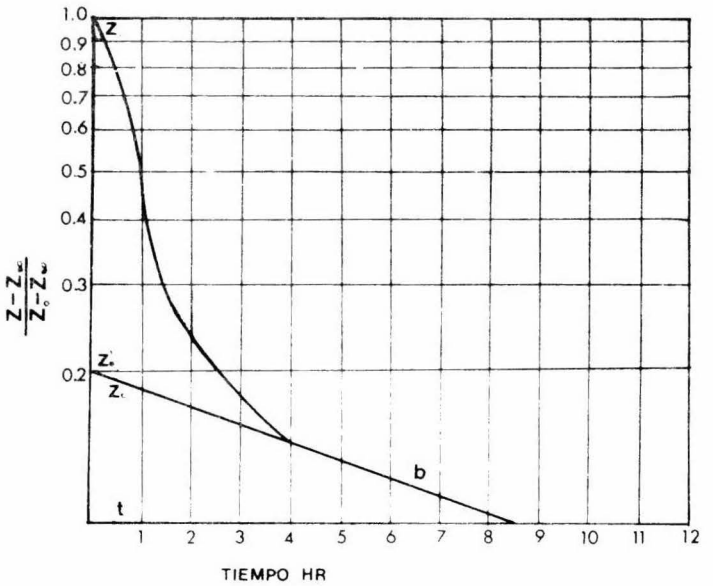

b
$\ln \frac{Z-Z_\infty}{Z_o-Z_\infty}$
Tiempo

FIG. 1.14


1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
Z
Z_o
Z_∞
b
t
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
$\frac{Z-Z_\infty}{Z_o-Z_\infty}$
TIEMPO HR

En la Fig. 1.15 que representa la curva completa de sedimentación la línea de compresión se extiende hasta $t = 0$ de acuerdo con la ecuación 1.15 como está mostrado y el tiempo crítico se obtiene por un promedio aritmético entre Z_o y Z'_o

Si la zona de compresión se considera como una entidad puede pensarse que se mueve en un sedimentador a la velocidad promedio de V / At_r donde V es el volumen de la zona de compresión t_r es el tiempo de retención y A es el área transversal. Esta velocidad tiene dos componentes, la velocidad de sedimentación promedio y la velocidad a la cual el sedimento concentrado se saca del sedimentador.

El volumen requerido por la zona de compresión será igual a la suma del volumen ocupado por los sólidos y el volúmen ocupado por los líquidos asociados o los sólidos.

$$V = \frac{Q}{s}(t - t_c) + \frac{Q}{f_L}\int_{t_c}^{t} \frac{w_L}{w_s}\,dt \qquad (1.16)$$

El término w_L/w_s puede evaluarse como una función del tiempo y el término integral graficamente.

Después de que el volumen de compresión ha sido calculado su altura puede evaluarse dividiendo el volúmen por el área calculada con los métodos anteriormente mencionados.

Si se desea obtener la altura del recipiente de sedimentación se tiene que efectuar la suma de cuatro zonas : La zona de "sedimentación libre" o zona de solución clarificada la zona de alimentación la zona de transición y la zona de compresión.

Para el tipo de pulpa que se ha estado tratando se debe de dar una altura de 1 a 6 ft para la zona de solución clarificada, con las alturas más bajas empleadas con materiales de sedimentación rápida tales como los concentrados metalúrgicos. Generalmente una altura de aproximadamente 2 ft se debe dar a la zona de alimentación y una toletancia de 2 ft en la zona de transición.

Ejemplo (C): estimar la altura de un sedimentador que se necesita para realizar la operación del ejemplo (A) Los datos de la prueba darán un valor de $Z_\infty = 7,7$ cm . La gravedad específica de la piedra caliza es de 2.09

Solución:

De la información del ejemplo se puede hacer la siguiente tabla:

tiempo hr	$Z - Z_\infty$	$\frac{Z - Z_\infty}{Z_o - Z_\infty}$	w_s / w_L gm solido/lt agua	w_L / w_s lt/gm solido
0	28.3	1.0	236	0.00444
0.25	24.7	0.871	236	0.00444
0.50	20.9	0.739	236	0.00444
1.00	13.3	0.470	236	0.00444
1.75	7.0	0.247	392	0.00255
3.0	4.6	0.162	525	0.00191
4.75	3.85	0.136	6.14	0.00155
12.0	2.1	0.0743	850	0.00118
20.0	1.1	0.0389		
∞	0	0.0		

El tiempo crítico se evalúa de la Fig. (1.15 a) determinando el tiempo en el valor $(Z_o + Z_\infty) / 2$

Este tiempo será 0.80 hr del ejemplo (A) La concentración final especificada es 550 gm/Lt y el tiempo que se requiere para producir esta concentración es

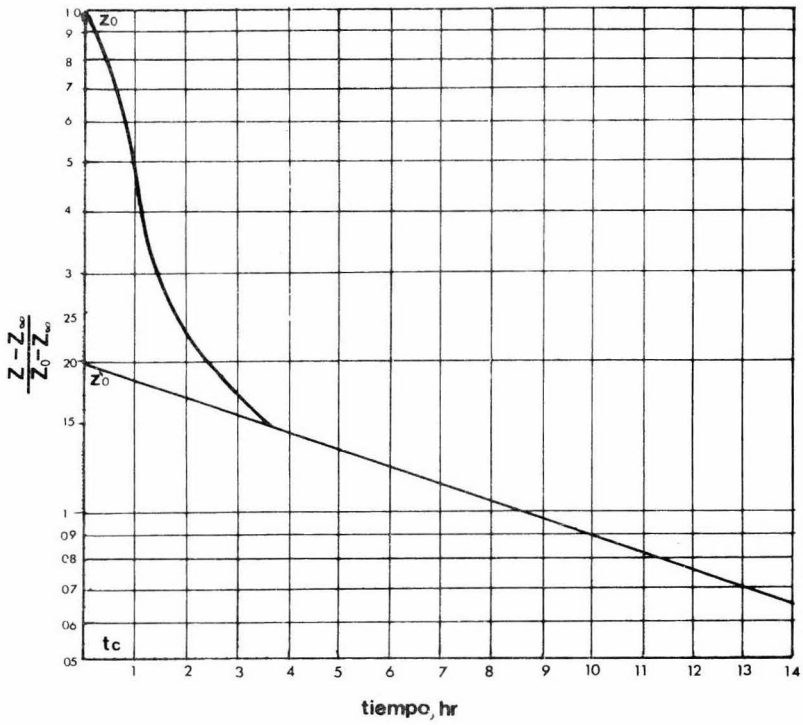

$\frac{Z-Z_\infty}{Z_0-Z_\infty}$
Z0
Z0
tc
1.0
9
8
7
6
5
4
3
25
20
15
1
09
08
07
06
05
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
tiempo, hr

FIG. 1.15a

aproximadamente 3.4 hr. Entonces el tiempo de retención en la zona de compresión es 3.4 - 0.8 = 2.6 hr.

La ecuación 1.16 se usa para evaluar el volumen de la zona de compresión

$$V = \frac{Q}{\rho_s}(t - t_c) + \frac{Q}{\rho_L}\int_{t_c}^{t} \frac{w_L}{w_s}\, dt$$

De la tabla, la integral de la ecuación se evalúa gráficamente y se encuentra que es 6.89 hr.

$Q = 100{,}000$ Lb/hr

$\rho_s = 2.09 \times 62.3 = 130$ Lb/ ft^3

$t_r = (t - t_c) = 2.6$ hr

Entonces

$$V = \frac{100000}{130} \times 2.6 + \frac{100{,}000}{62.3} \times 6.89$$

$V = 2000 + 11{,}000 = 13{,}000$ ft^3

El área que se obtuvo en el ejemplo para el sedimentador fué 10,320 ft^2 y la altura de la zona de compresión es

13,000/10,320 $\cong$ 1.3 Ft

Para tener la altura del sedimentador se suma

Zona de clarificación	2.0 ft
Zona de alimentación	2.0 ft
Zona de transición	2.0 ft
Zona de compresión	1.3 ft
Altura total:	7.3 ft

Como area y altura de la zona de compresión se obtienen de datos de laboratorio se necesitan considerar ciertos factores de seguridad en el escalamiento.

Para el área calculada un factor cubre las variaciones en las características de la alimentación entre estas están la temperatura, la concentración de sólidos los cambios de P_H y el tamaño de particula. Este factor de seguridad varía desde 1.10 a 1.25 y depende del grado de fluctuación de estas variables y su efecto en la sedimentación. Un segundo factor toma en cuenta el volumen no efectivo en el recipiente de sedimentación debido a turbulencia en la alimentación. Este factor depende del tamaño del sedimentador y va desde 1.10 para unidades de aproximadamente 100 ft en diametro hasta mayor que 1.50 para unidades menores que 15 ft en diámetro. El producto de estos dos factores se aplica para calcular el área de diseño.

El volumen de la zona de compresión calculado se debe multiplicar por un factor de seguridad de 1.75 y el volumen resultante se divide por el área ya escalada obtenida por los métodos anteriores para dar la altura de diseño.

Se hace esto para asegurar la concentración máxima en el sedimento y permitir una cantidad para almacen de alimentación.

Se ha observado para muchos casos en base a pruebas de laboratorio y experiencias que esta altura no debe de exceder a 3 ft y si llegara a suceder entonces el área se debe de incrementar lo suficiente como para hacer la altura igual a 3 ft.

Para el sedimentador el diseño de los brazos de palas es importante ya que el tipo de brazo puede influenciar la concentración de sólidos en el derrame inferior. Y aún de más importancia será la torca ejercida sobre los brazos de palas que debe ser suficiente ya que no sólo las palas deben pasar a traves de sedimentos muy viscosos sino también barrer los sólidos hacía el punto de descarga. Una torca más grande puede obtenerse a un costo extra del mecanismo relativamente pequeño. Las predicciones de los requerimientos de torca son empíricos y aquí la experiencia del

fabricante es vital.

Las palas son diseñadas normalmente sobre su capacidad de llevar carga y no aparece ninguna información disponible sobre la velocidad optima y el ángulo para sedimentación efectiva en esta zona. Se ha sugerido que una agitación ligera -- ayuda a alcanzar densidades más altas en el derrame inferior.

Ciertos tipos de palas se usan para determinadas pulpas y han sido efectivos. Muchos sedimentadores están equipados con equipos de elevación automáticos y con alarmas de sobrecarga de las palas.

Para el acumulador de la alimentación se usan métodos empíricos de diseño con objeto de determinar el diámetro y la altura y muchos han sugerido que debe usarse acumuladores profundos para mejorar la claridad del derrame superior. Los canales del derrame superior, idealmente se deben de extender al rededor de la periferia total del sedimentador pero en muchos casos solo se usa un cuarto de la circunferencia y algunas veces un canal recto a traves de la superficie de la dilución o simplemente se coloca un tubo.

En un sedimentador grande es díficil mantener el nivel del derrame superior por lo que pequeñas cantidades de sólidos pueden nulificar los posibles beneficios de un canal periferico completo.

Mucho puede hacerse sobre los métodos de tratamiento de pulpas de muy alto contenido de sólidos ya que la densidad del derrame inferior es frecuente que sea controlado por la densidad máxima que puede bombearse más que la densidad máxima a la cual la pulpa puede sedimentar. Las mejoras en este punto tendrán un efecto importante en las operaciones de decantación a contracorriente. El derrame inferior normalmente se bombea de los sedimentadores por bombas de diafragma aunque las centrifugas se usan a veces.

Cuando los sedimentadores se usan para obtener una extracción sólido-líquido continúa a contracorriente principalmente dos variables controlan la recuperación de soluto. La relación del volumen del derrame superior al volumen retenido en el derrame inferior y el número de etapas En la practica la primera se afecta por las condiciones de sedimentación (características de los sólidos temperatura, floculación etc) las cuales pueden cambiar la concentración de los sólidos en el derrame inferior y alterar la relación.

El número de etapas una vez determinado se afectara solo por reducción de eficiencia en el mezclado entre etapas o por la pérdida de una unidad por razones mecanicas.

La pérdida de eficiencia resultara si el tiempo de contacto es inadecuado o si los sólidos floculados retardan la difusión del soluto.

Los métodos utilizados para determinar el número de etapas se van a tratar en los dos capítulos siguientes. Estos métodos pueden aplicarse a todos los tipos de equipo utilizado en la extracción sólido-líquido.

NOMENCLATURA.

A - Area transversal perpendicular a la dirección de asentamiento ft^2

C, c- Concentración Lb/ft^3; Co, concentración inicial; Cu concentración en peso del derrame inferior; C_L concentración en el límite de la capa.

C_D - Coeficiente de resistencia adimensional.

Dp - Diámetro de particula, ft

F - Fuerza Lb; F_D, fuerza de oposición ; F_B, fuerza de flotación

F_E - Fuerza externa.

g - Aceleración de la gravedad ft/seg^2

gc - Factor de conversión 32.17 ft Lb masa/Lb fuerza seg^2

G - Flujo de sólidos por unidad de área Lb/hr/ft^2

K - Constante

L_D - Longitud caractetística de la geometria del cuerpo ft

N_{Re}- No. de Reynolds adimensional .

ρ - Densidad $\frac{Lb}{ft}$; ρ, densidad del fluido ρ_s densidad de la partícula ρ_s densidad del sólido.

Q - Flujo de sólidos Lb/hr , Lb/Seg

q - Velocidad de volumen ft^3/seg , ft^3/hr

S - El área del sólido proyectada normal al flujo ft^2

t - Tiempo seg, hr, tu tiempo requerido para alcanzar la concentración Cu; Tc tiempo crítico, tr tiempo de retención; t_L tiempo para alcanzar la C_L

v - Velocidad lineal de una particula ft/seg ft/hr; $\bar{v}$ velocidad de elevación de la capa de concentración c v_s velocidad de sedimentación terminal; v' velocidad a la que sale el derrame inferior; v_m velocidad en "sedimentación obstruida", v_r velocidad de la corriente relativa a la particula.

Z - Altura a traves de la cual las particulas sedimentan Ft , Zi, altura de la interfase; Zo altura inicial Zu altura de los sólidos cuando se encuentran a la - concentración Cu; Z_∞ altura final del sedimento; Zc, altura en la zona de compresión o crítica Z_L altura de la capa de concentración C_L

V - Volumen de la zona de compresión, ft^3

μ - Viscosidad, centipoises

ϕ - Operador.

CAPITULO 2

La extracción sólido-líquido sería un problema simple si el líquido pudiera ser completamente separado del sólido, o sea si los efectos de adsorción es tuvieran ausentes. En este caso dando un tiempo de contacto adecuado y poniendo suficiente solvente - para disolver el soluto nos daría una recuperación completa en una sola etapa, esto sería una etapa ideal de 100 % de eficiencia. En la práctica las eficiencias son mucho menores debido a: 1).- La imposibilidad de obtener una fase sólida seca y libre de solución -- (y de aquí el soluto asociado) por medios simples. 2).- El tiempo de contacto puede ser - inadecuado.

La cantidad exacta de solución retenida por los sólidos está determinada por el método de separación usado más que las propiedades de sólido y solución solas. Este líquido residual es designado como equilibrio en el drenado.*

Como el material soluble en la solución adherida puede ser removido por -- extracción repetida con solvente existen dos arreglos que son comunes: Flujo cruzado y contracorriente.

La extracción es llevada más eficientemente pasando el sólido y el solvente a contracorriente.

Para cálculos de diseño o análisis de operaciones nosotros podemos aplicar - los siguientes principios. El balance de material, el equilibrio alcanzado entre fases y la velocidad de transferencia de masa entre fases. Un acercamiento es a través del con

*Esta expresión no tiene que ver con el equilibrio termodinámico sino que depende de que método se emplee en la separación. Estos datos de equilibrio de drenado se obtienen experimentalmente simulando las condiciones de operación. Hay algunos métodos que tratan de hacer el cálculo de solución retenida pero en último caso se referiran a cantidades medidas experimentalmente. Por lo que en este trabajo no trataremos con tales -- métodos.

cepto de etapa teórica la cual envuelve los dos primeros principios y el tercero se usa para transformar el número de etapas teóricas en dimensiones físicas para el equipo. - Para una etapa teórica la solución retenida por el sólido y que sale con él tiene la -- misma concentración que el líquido sacado de la etapa o sea que el equilibrio se al-- canza. Algunas de los métodos se basan en esta suposición. Esta suposición de equilibrio en muchos casos no es verdad. Por ejemplo si el sólido tiende a adsorber el soluto o retarda la difusión del soluto dentro del líquido. Los cálculos de diseño para esta - situación se efectúan suponiendo condiciones de equilibrio y corrigiendo para el número de etapas actuales usando el concepto de eficiencia total. En este caso el número de etapas requeridas debe ser determinada en el laboratorio simulando las condiciones a gran escala.

Los cálculos pueden hacerse numéricamente pero en muchos casos es más fácil hacerlos gráficamente.

Como un sistema de extracción puede considerarse que consiste de tres componentes: Soluto, solvente y sólidos inertes, las composiciones de las corrientes deben representarse gráficamente sobre algunos tipos de diagrama que tomen en cuenta la interrelación entre las tres variables.

Dos de los tipos más comunmente usados son:

1. - Diagrama Triangulares

2. - Diagramas que pueden ser considerados como una modificación del método de Ponchon-Savarit usado en cálculos de destilación.

Ambos diagramas usan los mismos principios y procedimientos diferenciandose principalmente en los detalles de obtención de soluciones a los problemas de extracción .

DIAGRAMAS TRIANGULARES.

Cada punto en un diagrama triangular representa la composición de los tres componentes de una mezcla. La concentración de soluto está mostrada sobre la abscisa y la del solvente sobre la ordenada mientras que la fracción masa de los sólidos insolubles está indicada por la hipotenusa.

En ambos diagramas de la Fig. 2.1 lás líneas GF, GL y GM representan la retención de la solución por los sólidos insolubles (que corresponde al derrame inferior) * como una Fn de la concentración de soluto para tres condiciones diferentes mostradas en los diagramas. Esta línea se determina experimentalmente de los datos del sistema escogido.

En la Fig. (2.1 a)la línea de derrame inferior constante GM es paralela a -- EF la hipotenusa del triangulo mientras GF pasa a traves del vértice derecho que representa 100 % de soluto.

Estas líneas separan la región de mezclas de líquido con sólido (de los cua-- les no se puede separar ningún líquido) y la región de dos fases.

Esta región de dos fases se separa en una fase sólida que incluye el líquido retenido en equilibrio y una fase líquida que puede estar libre de sólidos (La linea EF - en los dos diagramas representa las composiciones del derrame superior o puede tener - una fracción específica de sólidos suspendidos (línea E'F').

Si todo el soluto está en solución y si la solución que se adhiere a los sólidos tiene la misma composición de la corriente del derrame superior las líneas AC y BD representan las líneas de equilibrio ideales. En la Fig(2.1a) estas líneas pasan a - través del origen (representando 100 % de inertes).

Para condiciones de no equilibrio o para condiciones de equilibrio con ad-

* Se traduce como'derrame inferior' la palabra 'underflow'(usada en ingles) y consiste de solidos + soluc. retenida(sedimento); la palabra 'overflow' que se refiere a la soluc. concentrada, se traduce como derrame superior.

sorción selectiva las líneas de unión para las condiciones de equilibrio estarían desplazadas como AC' y BD' . El punto C' está a la derecha de C si la concentración de soluto en la solución del derrame superior es menor que aquélla en la solución del derrame inferior que se adhiere a los sólidos. Las concentraciones desiguales en las dos soluciones indican que hubo un tiempo insuficiente de contacto para alcanzar el equilibrio y /o adsorción preferente de uno de los componentes sobre los sólidos inertes. Líneas - de unión tales como AC' pueden considerarse como prácticas si los datos sobre las composiciones del derrame inferior y superior son obtenidas en muestras que simulen las condiciones de la operación.

DIAGRAMAS DE PONCHON-SAVARIT MODIFICADOS.

La modificación consiste en : 1).- Considerar a cada corriente como una - mezcla de solido y solución y 2).- Usar el radio de solido a solución en lugar de la entalpia específica.

En la Fig. 2.1 b que es la representación de este diagrama la abscisa es la concentración de soluto expresada como fracción peso en una base libre de solidos insolubles.

Aquí X es la fracción peso de soluto en la solución y Y es la fracción peso del soluto en el sólido o sedimento.

El valor de Y debe incluír todo el soluto asociado con la mezcla o sea aquél disuelto en la solución adherida así como el no disuelto o adsorbido.

La ordenada es la relación de sólidos insolubles a solución binaria ya sea que el sólido esté mojado con solución o nó y se representa por N.

En estos diagramas de N vs. XY la línea superior corresponde a la línea de líquido saturado sobre la carta . Entalpia Vs concentración y la construcción para un

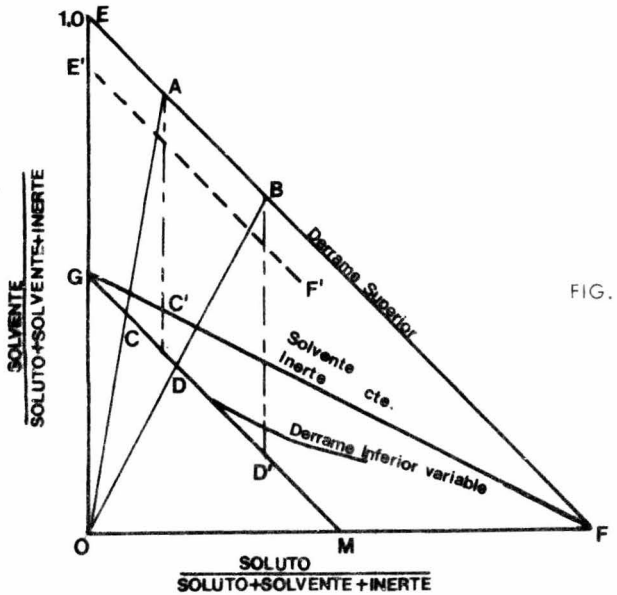


FIG. 2.1a

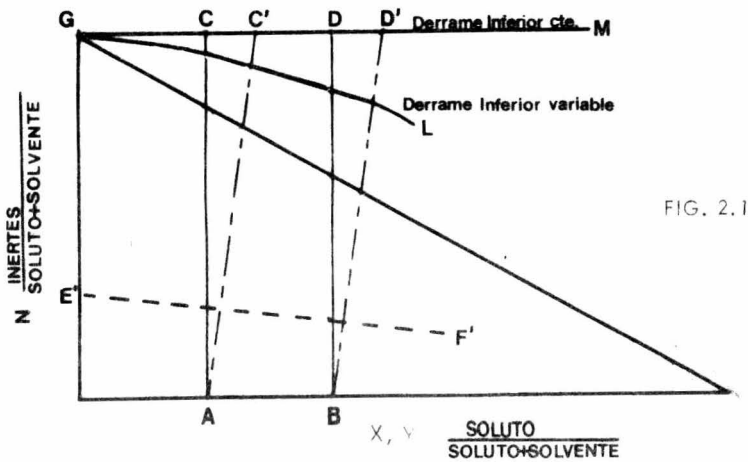


FIG. 2.1b

proceso de mezclado adiabatico continúa sin cambio (En un proceso de mezclado adiabático los puntos en el diagrama entalpia Vs. concentración que representan la corriente producto y las dos corrientes de alimentación están situadas sobre la misma línea recta.)

En la Fig. 2.1 b la línea GM es paralela a la abscisa y representa las condiciones de derrame inferior constante. En estos diagramas si la solución que se saca y la solución asociada con el sólido tienen la misma composición las líneas de unión para condiciones de equilibrio serán verticales (líneas AC y BD). Si los datos de equilibrio para este caso se graficaran en un diagrama x-y resultaría una curva idéntica con la -- línea a 45° y el coeficiente de distribución es igual a la unidad.

Para condiciones de no equilibrio las líneas de unión no son verticales -- (lineas AC' y BD').

En los casos en que el soluto es completamente soluble en el solvente, se puede tener valores sobre el rango entero de 0 a 1.0 de no ser así, es decir, que el soluto tiene una solubilidad limitada Xs en el solvente, no se puede obtener ninguna solución más concentrada que Xs. Este caso puede representarse como en la Fig. 2.2

LA EXTRACCION SOLIDO - LIQUIDO EN UNA ETAPA SIMPLE.

Gráficamente una etapa puede mostrarse sobre un diagrama triangular como la mezcla de un sólido (Sa Lb) que tiene una composición indicada por el punto a con un líquido (Lb Lb) cuya composición está indicada por el punto b. La mezcla resultante M., tiene una composición que está dada por el punto m. Para que ocurra la separación m debe caer en la región de dos fases . Esta mezcla se separa en una co-- rriente de sólido (S_1 l b) que tiene la composición mostrada por el punto c y una co-- rriente líquida (L_1 Lb) que tiene la composición marcada por el punto d, estas d, serán

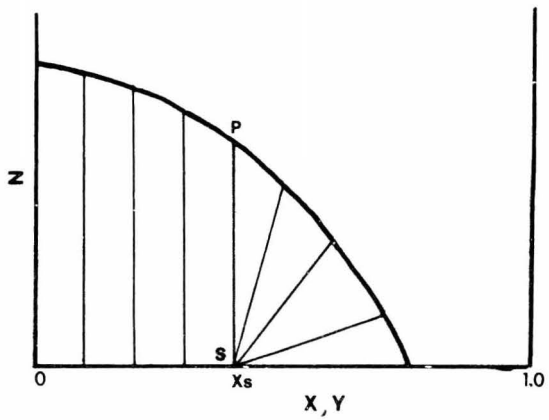


FIG. 2.2

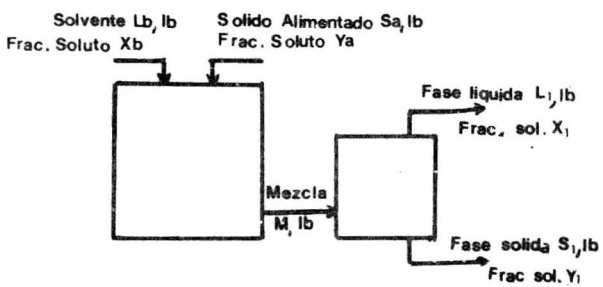


FIG. 2.3

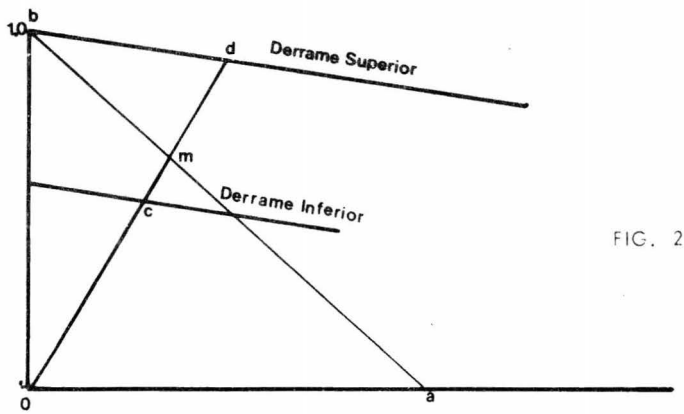


FIG. 2.4

las composiciones en el equilibrio dadas por la linea de unión.

Para encontrar la posición del punto m se recurre a un balance de material Fig. 2.3

Bal de Mat Tot $Sa + Lb = S_1 + L_1 = M$

Bal de Mat de Comp: $Saya + Lb\ Xb = S_1\ y_1 + L_1\ X_1 = MX_m$

resolviendo y rearreglando estas ecuaciones podemos demostrar que los puntos a,b y m así como también c, d y m en la representación gráfica (Fig. 2.4) deben estar sobre una línea recta. La longitud de los segmentos de la línea que conecta estos puntos debe ser proporcional a las cantidades de las corrientes.

$$\frac{a\ m}{Lb} = \frac{bm}{Sa} = \frac{ab}{M}$$

$$\frac{cm}{L} = \frac{dm}{S} = \frac{cd}{M}$$

La extracción de una etapa puede ser representada también sobre el diagrama de Ponchon savarit del tipo mostrado en la Fig. 2.1 b. Una diferencia es que en el diagrama de Ponchon las longitudes relativas de las líneas son proporcionales a la cantidad de líquido en cada una de las fases y no a las cantidades de corriente total que representan las longitudes en los diagramas triangulares.

Considerar que en la Fig. 2.5 el círculo representa la operación entera incluyendo mezclado y separación de fases insolubles.

Para muchos propósitos B (que corresponde a Lb de sólido inerte) es insoluble en el solvente y ¡se obtiene una solución separada de los sólidos, por lo tanto la B que corresponde a los sólidos que resultan de la extracción será considerada la misma que aquélla de los sólidos que se están alimentando.

Por definición de N

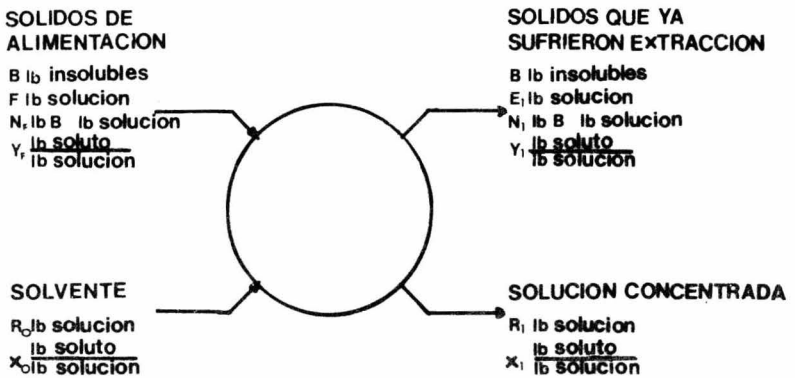

SOLIDOS DE ALIMENTACION
B lb insolubles
F lb solucion
N_F lb B lb solucion
Y_F lb soluto / lb solucion
SOLIDOS QUE YA SUFRIERON EXTRACCION
B lb insolubles
E_1 lb solucion
N_1 lb B lb solucion
Y_1 lb soluto / lb solucion
SOLVENTE
R_0 lb solucion
x_0 lb soluto / lb solucion
SOLUCION CONCENTRADA
R_1 lb solucion
x_1 lb soluto / lb solucion

FIG. 2.5

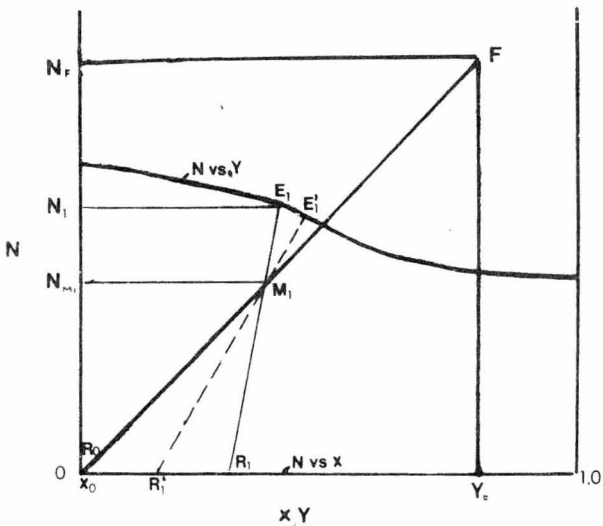

N_F
F
N vs Y
E_1
E_1'
N_1
N
N_{M_1}
M_1
R_0
0
x_0
R_1'
R_1
N vs x
Y_F
1.0
x, Y

FIG. 2.6

$$B = N_F\ F = E_1\ N_1 \quad (2.1)$$

un balance de soluto

$$F\ Y_F + Ro\ Xo = E_1 Y_1 + R_1\ X_1$$

un balance de solvente

$$F\ (1 - Y_F) + Ro\ (1 - X_o) = F_1\ (1 - Y_1) + R_1\ (1 - X_1)$$

y un balance de solución (soluto+solvente)

$$F + Ro = E_1 + R_1 = M_1 \quad (2.2)$$

El mezclado de los sólidos que son tratados para extracción y del solvente produce una mezcla M L b, tal que:

$$N_{M_1} = \frac{B}{F+Ro} = \frac{B}{M_1} \quad (2.3)$$

$$Y_{M_1} = \frac{Y_F\ F + Ro\ Xo}{F + Ro} \quad (2.4)$$

Estas relaciones pueden mostrarse sobre el sistema coordenado de la Fig 2.6

El punto F representa el sólido alimentado R el solvente utilizado en la - extracción y M representa la mezcla total que debe caer sobre la línea recta que une a Ro y F.

Los puntos E_1 y R_1 que representan las corrientes que resultan de la extracción se localizan en los extremos de la línea de unión que pasa a traves de M y sus composiciones pueden leerse en el diagrama . La ecuación (2.1) permite el cálculo del peso de E_1 y la ecuación (2.2) el peso de R_1 . En una etapa real las c orrientes resultantes podrían estar representadas por E_1' y R_1' debido a que hubo un tiempo de contacto insuficiente y entonces podemos recurrir a la eficiencia de etapa $(Y_F - Y_1')/ Y_F - Y_1$)

EXTRACCION SOLIDO - LIQUIDO POR ETAPAS MULTIPLES DE FLUJO CRUZADO.

El cálculo de la extracción sólido líquido por flujo cruzado * es mostrado rápidamente sobre cada diagrama. Todas las etapas despúes de la primera son dibujadas para indicar la adición de solvente a la fase sólida de la etapa precedente. La Fig. 2.7 -- muestra una operación de este tipo sobre un diagrama Triangular.

Como en la operación de una etapa descrita previamente el punto b representa la alimentación de solvente mientras que el punto a representa los sólidos alimentados. El punto m_1 , es localizado por el mismo método descrito para la operación en una etapa. La línea de unión que pasa a través de m_1 localiza la composición del derrame superior o solución d_1 y la composición del derrame inferior o sedimento c_1 de la primera etapa. Entonces se dibuja una línea desde c_1 hasta b, debido que el sedimento o derrame inferior de la primera etapa se trata con solvente no concentrado. El punto m_2 se localiza con las cantidades de los derrames superior e inferior que fueron alimentadas como se hizo anteriormente. La línea a través de m_2 localiza d_2 y c_2 las composiciones finales de la segunda etapa. Este proceso se repite hasta que el número de etapas requerido o - concentración terminal que se desea es alcanzado. Ver Fig. 2.7

Ejemplo 1. Suponer que se desea recuperar sal de una mezcla que contiene - impurezas que son insolubles. El contenido de sal en la mezcla es de 20% en peso. Este porcentaje se va a reducir al 1.0% . El solvente que se usa es agua a 80°F. Cada libra de materia insoluble que sale de una etapa retiene 1.5 Lb de solución bajo las condiciones de operación (ver diagrama) . Calcular cuantas etapas son necesarias si en cada etapa utilizamos 267 Lb de agua.

Solución: La alimentación contiene 80 Lb de insolubles y 20 Lb de Na C l. (Base 100 Lb de mezcla)

*Por flujo cruzado entenderemos la adición de solvente no concentrado a cada una de las etapas sucesivas por donde va el sólido que se quiere tratar para la extracción.

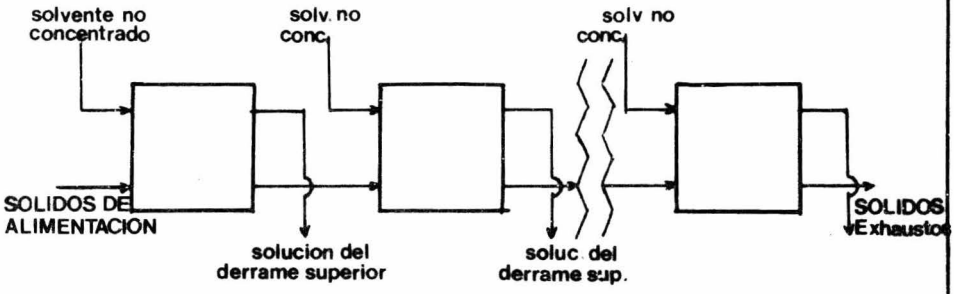

solvente no concentrado
solv. no conc.
solv no conc.
SOLIDOS DE ALIMENTACION
solucion del derrame superior
soluc del derrame sup.
SOLIDOS Exhaustos

FIG. 2.7

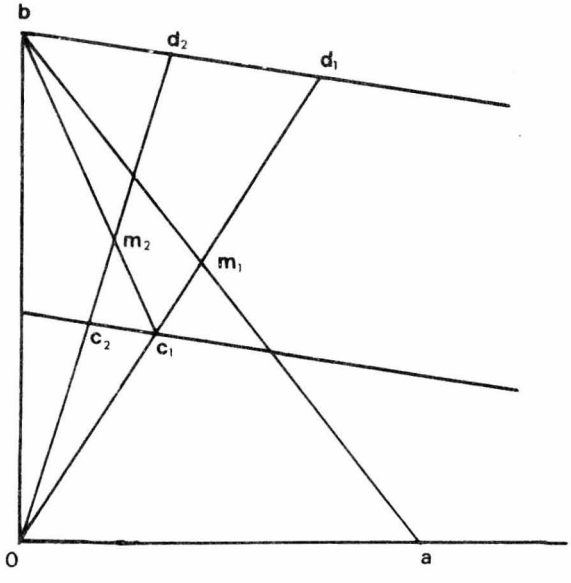
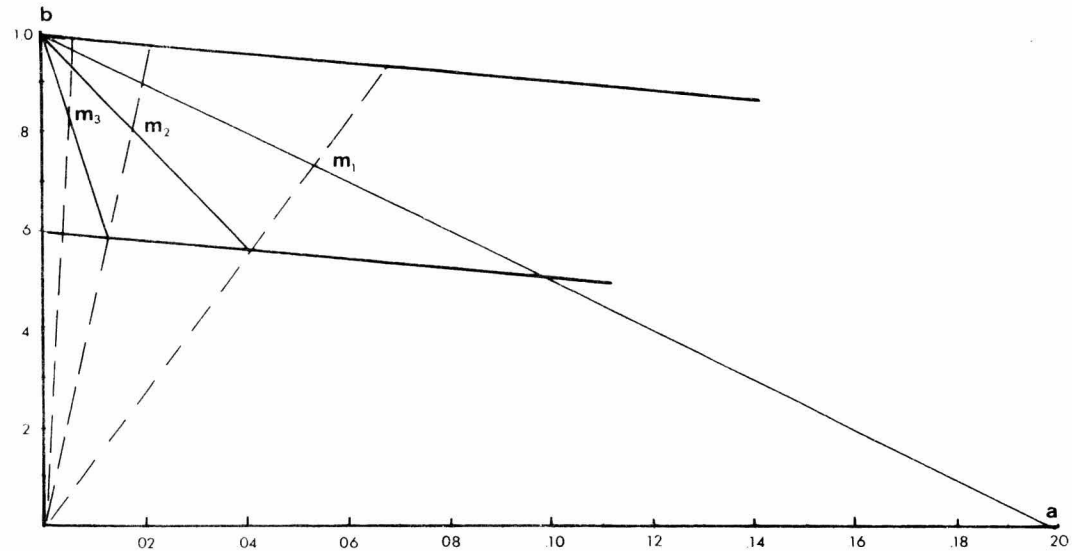

b
d_2
d_1
m_2
m_1
c_2
c_1
0
a

FIG. 27a



Las 80 Lb de insolubles permanecen constantes hasta el final de la operación y corresponden al 99 % por lo tanto tendremos

$$\frac{80}{.99} = 80.8 \text{ Lbs totales}$$

.8 serán de sal que no se extrajo: como los sólidos retienen 80 X 1.5 =120 Lb de solución y las coordenadas del diagrama están en fracción masa tendremos una concentración en el sedimento de $\frac{.8}{120+80} = .004$ que es la concentración final que queremos alcanzar.

El diagrama 2.7 a , representa esta operación.

La línea ab une los puntos correspondientes al sólido y solvente que se alimentaron.

Para localizar el punto M_1 recurrimos a la ecuación que nos relaciona la longitud de las líneas con la cantidad total en cada corriente así:

$$\frac{ab}{M} = \frac{bm}{Sa} \qquad \frac{ab}{367} = \frac{bm}{100} \qquad ab = 3.67\ Bm$$

En nuestro caso ab = 22 cm bm = 5.9 cm y localizamos el punto M_1 y seguimos el procedimiento que se describió anteriormente hasta alcanzar la concentración terminal de .004

El número de etapas es 3.

Un proceso análogo puede usarse para datos graficados sobre el diagrama modificado de Ponchon Savarit, con los sólidos que han sufrido extracción en una etapa -- siendo los sólidos de alimentación a la siguiente Fig. 2.8

Si la mezcla original tiene como coordenadas M_1 y N_{M_1} entonces E_1 y R_1 representan las condiciones en el equilibrio. Por un balance de material si el peso de - $E_1 = \frac{B}{N}$ tenemos: $M_2 = E_1 + Ro = E_2 + R_2$

si conocemos la cantidad de solvente podemos localizar M_2 por las ecuaciones 2.3 y -- 2.4 que nos dan sus coordenadas, tenemos así por medio de la linea de unión sus composiciones en el equilibrio y continuamos el procedimiento hasta que el número de etapas

o concentración final deseada se alcance.

Ejemplo 2: El hidróxido de sodio puede hacerse por medio del tratamiento de solución de $Ca(OH)_2$ con solución de carbonato de sodio. El sedimento resultante consiste de particulas de carbonato de calcio suspendidas en una solución de hidroxido de sodio Na OH al 10 %, 0.125 Lb suspendidas de solido /lb de solución. Esto se sedimenta la solución de hidroxido de sodio es sacada y reemplazada por un peso igual de agua y la mezcla se agita. Despúes de la repetición de este procedimiento (un total de 2 lavados con agua) que fracción del NaOH original en el sedimento permanece sin recuperar? Las características del sedimento determinadas bajo las condiciones que representan a las que se siguen en el proceso muestran adsorción de soluto en el sólido.

X = Fracción peso de NaOH en la solución	N = Lb $CaCO_3$/Lb de soln en el sedimento	Y = Fracción peso de NaOH en la soln retenida en el sedimento. *
0.0900	0.495	0.0917
0.0700	0.525	0.0762
0.0473	0.568	0.0608
0.0330	0.600	0.0452
0.0208	0.620	0.0295
0.01187	0.650	0.0204
0.00710	0.659	0.01435
0.00450	0.666	0.01015

*Nótese en el diagrama que las lineas de equilibrio están desplazadas según los datos experimentales y esto nos dará el número de etapas reales.

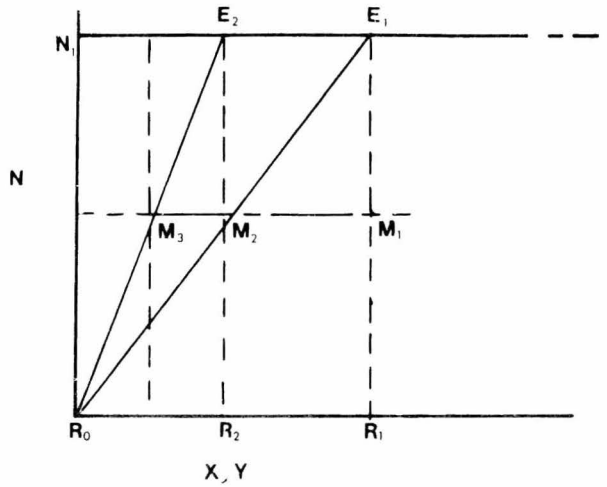
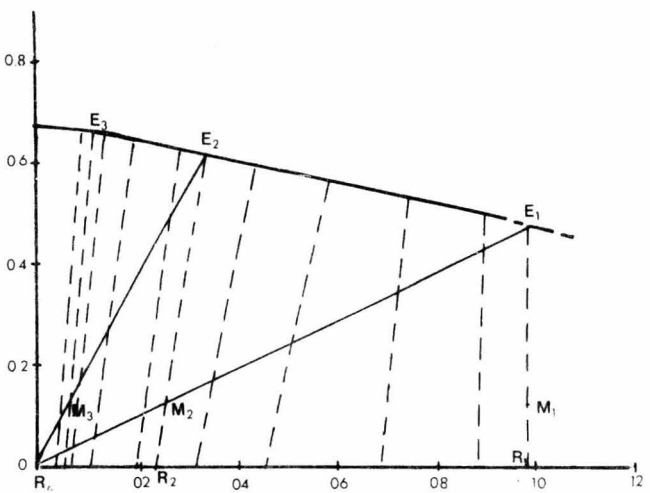

E2
E1
N1
N
M3
M2
M1
R0
R2
R1
X, Y

FIG. 4.6


0.8
0.6
0.4
0.2
0
E3
E2
E1
M3
M2
M1
02
04
06
08
10
12

Solución. Los datos de equilibrio están graficados en la Fig. 2.8 a.

Base 1Lb de solución en la mezcla original que contiene 0.1 Lb de Na OH y 0.9 Lb de H_2O B = 0.125 Lb Ca CO_3

La mezcla original corresponde al punto M_1 con N_{M_1} = 0.125 Lb Ca CO_3 /Lb de solución Y_{M_1} = 0.10 Lb de NaOH/Lb de solución. La línea de unión se grafica a traves de M_1 . En el punto E_1 que representa el sedimento tenemos que N_1 = 0.47 Y_1 =0.100 de la ecuación $E_1 = \frac{B}{N_1} = \frac{0.125}{0.47} = 0.266$ Lb de solución en el sedimento.

1 - 0.266 = .734 Lb de solución que se sacaron.

Etapa 2 Ro = 0.734 Lb de agua Xo = 0LbNaOH/Lb solución.

Un balance nos dá : $M_2 = E_1 + Ro = 0.266 + 0.734 = 1$ Lb de líquido.

de la ecuación 2.3

$$N_{M_2} = \frac{B}{E_1+Ro} = \frac{B}{M_2} = \frac{0.125}{1.0} = 0.125$$

M_2 es localizado sobre la línea RoE_1 en este valor de N y la linea de unión a traves de M_2 se dibuja. En E_2 N_2 = 0.62 Y_2 = 0.035

$$E_2 = \frac{B}{N_2} = \frac{0.125}{0.62} = 0.202 \text{ Lb}$$

1 - 202 = 0.789 Lb de solución sacada

Etapa 3 Ro = 0.798 Lb de agua añadida Xo = 0

$M_3 = E_2 + Ro = 0.202 + 0.798 = 1.0$

$$N_{M_3} = \frac{B}{M_3} = \frac{0.125}{1} = 0.125$$

La línea de unión es localizada a traves de M_3 como en el caso de la etapa 2 y en E_3 , N_3 = 0.662; Y_3 = 0.012

$E_3 = B/N_3 = 0.125/0.662 = 0.189$ Lb de solución en el sedimento final

E_3 Y_3 = 0.189 (0.012) = 0.0027 Lb de NaOH en el sedimento, o - - -

(0.00227/0.1) 100 = 2.27 % del original.

EXTRACCION SOLIDO LIQUIDO POR MULTIETAPAS A CONTRACORRIENTE.

→ Balances totales y punto M . El balance para una planta de extracción muestra 4 corrientes. La construcción de mezclado adiabatico que solo se aplica a 3 corrientes debe modificarse. Esto puede hacerse para propósitos de cálculo reemplazando el proceso total por dos procesos ficticios en serie. Ver Fig. 29

Así, usando la nomenclatura de los diagramas de Ponchon Savarit tenemos:

$$F + R_{N\,p+1} = M = E_{Np} + R_1$$

o para diagramas triangulares $Sa + Lb = M = L_1 + S_1$

si los cinco puntos son graficados una línea recta a traves de los puntos R_1 y E_{Np} (ó L_1 y S_1) intersectan una linea recta entre los puntos R_{Np+1} y F (ó Lb y Sa) en el punto M (cuyas -- coordenadas en el diagrama de Ponchon Savarit son

D.P.S $$N_M = \frac{B}{F + R_{Np+1}}$$

$$Y_M = \frac{F\,Y_F + R_{Np+1}\;X_{Np+1}}{F + R_{Np+1}}$$

La línea de operación y el punto Δ

Los balances totales pueden tratarse suponiendo un mezclador ficticio en cada final de la cascada.

Para diagramas de Ponchon Savarit .(Ver Fig. 2.10)

De la figura $\Delta = E_{Np} - R_{Np+1}$

$\Delta = F - R_1$

Como la corriente Δ es una cantidad matemática sus coordenadas pueden ser negativas.

Un balance sobre las primeras n etapas y el mezclador de la etapa I dá

$$\Delta = E_n - R_{n+1}$$

la línea de operación representada por esta ecuación pasa a través de Δ, E_n y R_{n+1}

Todas las líneas de operación individuales pasan a traves del punto Δ . La

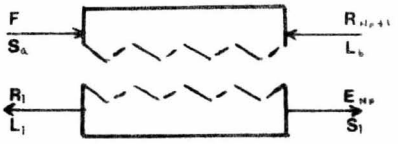


FIG. 2.9 Mezclador adiabatico

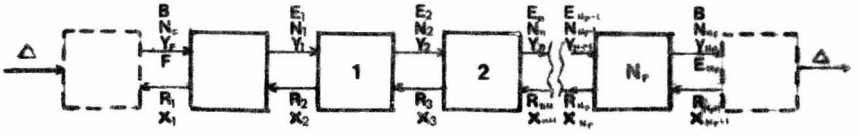


FIG. 2.10

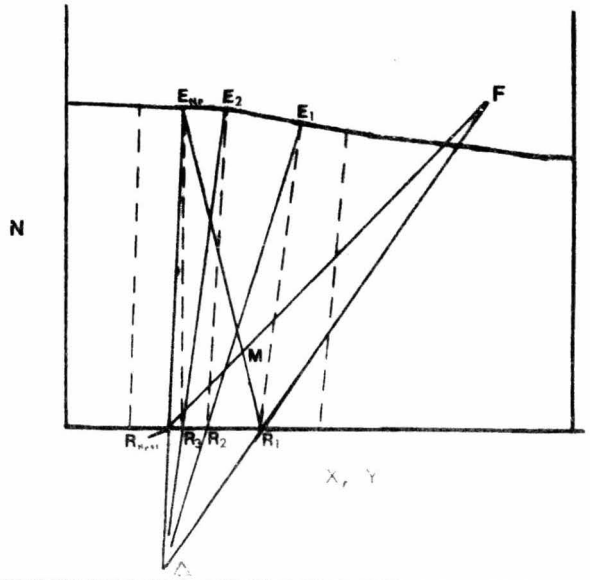


FIG. 2.12

cantidad ficticia Δ es el flujo neto de todo material a traves de la cascada considerada como una sola corriente o sea es la diferencia de un flujo E - R y este Δ es el mismo para todas las etapas. La localización del punto Δ en el método de cálculo gráfico está determinado por el balance de material total por lo tanto la localización no es función de sí o no el equilibrio es alcanzado en cada etapa. La única diferencia en el balance de material para las dos condiciones (equilibrio o no equilibrio) está en la relación entre las composiciones del derrame superior e inferior.

En la Fig . 2.12 el punto Δ puede representarse por la intersección de - líneas $F R_1$ y $E_{np} - R_{np+1}$.

Como las corrientes que salen en equilibrio de cada etapa son juntadas por la línea de unión, E_1 es encontrado en el final de la linea a través de R_1

Una línea desde E_1 a Δ suministra R_2 etc.

Las construcciones de las etapas pueden hacerse sobre las coordenadas - - X Vs. Y.

Ejemplo 3. Se desea extraer aceite de un alimento por medio de benceno usando un extractor a contracorriente contínuo. La unidad trata 2000 Lb de alimento (basados en el sólido exhausto) por hora. El alimento sin tratar contiene 800 Lb de -- aceite y 50 Lb de benceno. La mezcla de solvente contiene 20 Lb de aceite y 1310 Lb de benceno. Los sólidos exhaustos contienen 120 Lb de aceite sin extraer.

Los experimentos llevados a cabo bajo condiciones idénticas a las de la - bateria proyectada muestran que la solución retenida depende de la concentración de la solución como muestra la tabla.

Concentración Lb aceite /Lb de solución.	Solución retenida Lb/Lb de solido.
0.0	0.500
0.1	0.505
0.2	0.515
0.3	0.530
0.4	0.550
0.5	0.571
0.6	0.595
0.7	0.620

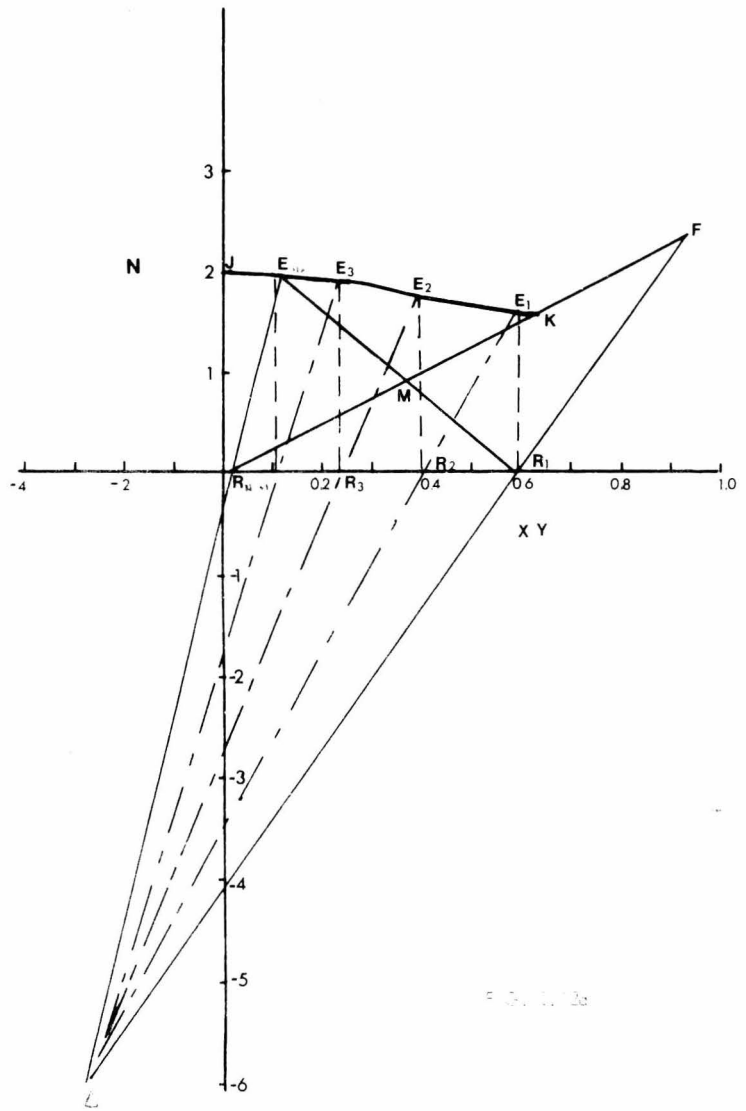
Encontrar a) la concentración de la solución concentrada o extracto b) la concentración de la solución retenida por los sólidos que sufrieron la extracción c) la masa de la solución que sale con el sólido d) la masa del extracto e) el número de etapas que se requieren.

Los datos de la tabla suministran las coordenadas de la línea N Vs. Y que nos representa todos los sedimentos o derrames inferiores. Los valores de Y están dados en la primera columna de la tabla y los valores correspondientes de N son los recíprocos de los números de la segunda columna. La línea NY para el derrame inferior está graficada como J K en la Figura 2.12a de las condiciones del problema; las coordenadas de los puntos F y R_{Np+1} serán:

$$\text{Punto F } Y = X = \frac{800}{850} = 0.941 \qquad N = \frac{2000}{850} = 2.35$$

$$\text{Punto } R_{Np+1} \; Y = X = \frac{20}{1330} = 0.015 \qquad N = 0$$

Estos puntos se grafican y la línea $F R_{Np+1}$ se dibuja. El punto M está situa


N
J
E
E3
E2
E1
K
F
M
R2
R1
R3
X Y
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-4
-2
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0

do sobre esta línea a una distancia $\frac{850}{1330\ 850} = 0.39$ veces la distancia entre los puntos F y R_{Np+1} medido desde R_{Np+1}. El radio de Na Y para el punto E_{Np} es el radio del sólido al soluto en esta corriente o 2000/120 = 16.67

El punto E_{Np} está situado sobre la línea JK. Una línea recta a traves del origen con una pendiente de 16.67 intersecta la línea JK en el punto E_{Np} y otra línea recta a través de los puntos E_{Np} y M intersecta el eje X en el punto R_1. La coordenada X del punto E_{Np} es 0.12 y aquélla del punto R_1 es 0.592.

La entrada total de solución es 1330 + 850 = 2180 Lb y este iguala a la solución que sale en las corrientes R_1 y E_{Np}. Este flujo está dividido entre las dos corrientes en proporción a los segmentos de la línea R_1 M E_{Np}. La coordenada X del punto M es 0.372 y por el principio de centro de gravedad

$$E_{Np} = \frac{0.592 - 0.372}{0.592 - 0.120}\ 2,180 = 1020 \text{ Lb}$$

$$R_1 = 2180 - 1020 = 1,160 \text{ Lb}$$

Las respuestas de a) a d) son :

a) 0.592 b) 0.12 c) 1,020 Lb d) 1,160 Lb

Para determinar el número de etapas ideales el punto Δ es establecido como la intersección entre las líneas rectas a traves de los puntos F y R_1 y E_{Np} y R_{Np+1}

La construcción de Ponchon Savarit esta mostrada en la figura y de esta el número de etapas ideales encontrada es ligeramente menor que cuatro. La respuesta a la parte e) es entonces, cuatro etapas.

Diagramas triangulares.

El cálculo del número de etapas es hecho de la misma manera como en los métodos gráficos de extracción líquido - líquido.

Las concentraciones terminales son establecidas a y b, a la entrada y e la

composición de la corriente de sólido (Sn Lb) y g la concentración de la corriente de líquido (L_1 Lb) a la salida. Ver Fig. 2.11

Una línea a través de los puntos g y a intersecta la línea a través de e y b en el punto Δ . El conteo de las etapas es hecho por la manera convencional siguiendo las líneas del punto Δ ($\Delta = L_2 - S_1 = L_3 - S_2$ o si el mezclador se toma del otro lado $\Delta = S_2 - L_1 = S_3 - L_2$) y las líneas de unión para el equilibrio hasta que la concentración terminal deseada se alcanza . Fig. 2.13

Ejemplo 4. Un proceso a contracorriente se utiliza para tratar por extracción 420 toneladas de una veta por día con 200 toneladas de agua la cual contiene 1% de soluto en peso. La veta contiene 16.8% de soluto y 16.5% de agua y lo demás de inertes.

El derrame superior o solución descargada de el proceso contiene 33% en peso de soluto; el 88% del soluto contenido en los sólidos alimentados se va a recuperar. - Los datos muestran que no se puede considerar constante al derrame inferior.

DATOS EXPERIMENTALES					DATOS CALCULADOS Fracción peso en el sedimento.	
Lb solución / Lb inertes	Lb soluto / Lb solución	Soluto	Lb/Lb inertes Solvente	Sedimentos	Soluto	Solvente
0.473	0	0	0.473	1.473	0	0.321
0.515	0.147	0.076	0.439	1.515	0.050	0.290
0.575	0.301	0.173	0.402	1.575	0.110	0.255
0.631	0.401	0.253	0.378	1.631	0.155	0.232
0.686	0.479	0.329	0.357	1.686	0.195	0.212
0.812	0.580	0.471	0.341	1.812	0.260	0.188

Calcular el número de etapas ideales requeridas.

Solución. Las composiciones del derrame inferior son calculadas usando los datos experimentales como se ve en la tabla. Los datos de las dos últimas columnas son

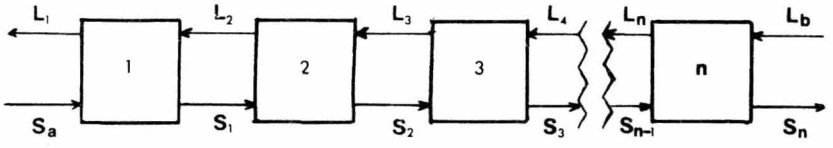
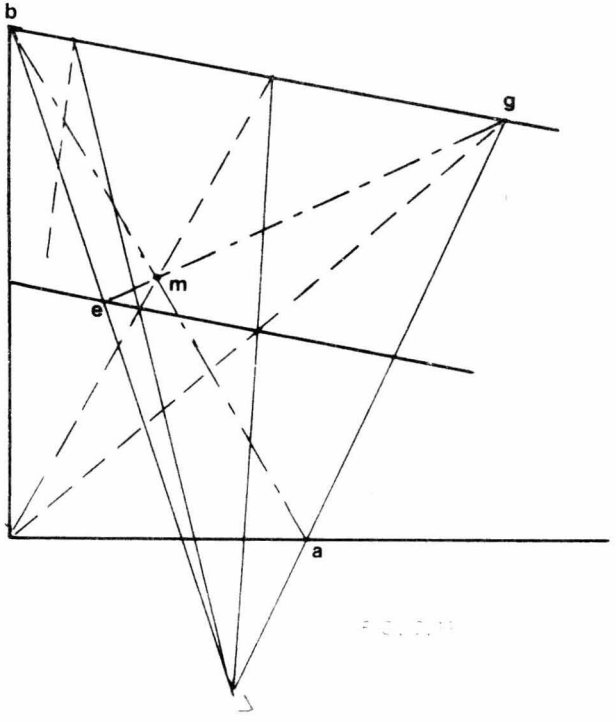


FIG. 2.11



graficadas como la línea KL en la Fig. 2.13 a

La composición del sedimento o derrame inferior que se descarga está determinado como sigue :

Base 100 Lb de sedimento alimentado

Soluto en la alimentación = 16.8 L b

Solvente en la alimentación = 16.5

Inertes en la alimentación = 66.7

100.0 Lb.

El sedimento que se descarga contiene:

(0.12) (16.8) = 2.016 Lb de soluto, 66.7 Lb inerte ó $\frac{2.016}{66.7}$ = 0.0302 Lb soluto/Lb inerte.

Por interpolación en la columna 4 de la tabla

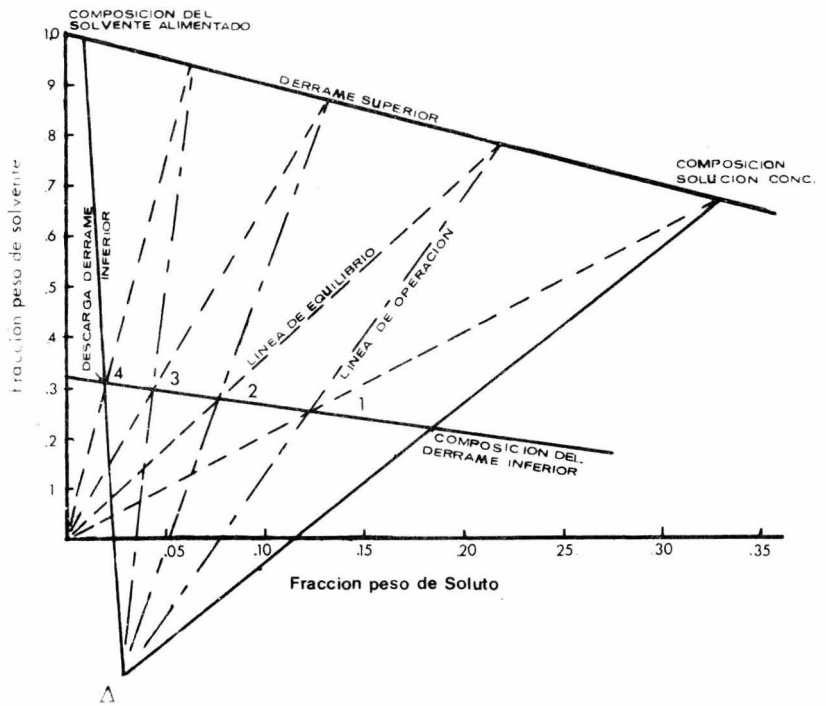
$$\frac{\text{Lb solvente}}{\text{Lb inertes}} = 0.473 - \frac{(0.0302)\ (0.034)}{0.076} = 0.459$$

por consiguiente la composición del sedimento descargado será:

	Lb	Fracción peso
Soluto	2.02	0.02
Solvente (.459) (66.7)	30.62	0.31
Inertes	66.70	0.67
	99.34	1.00

Las composiciones terminales son conectadas para establecer el punto Δ . La construcción de etapas sobre el diagrama se efectúa en la forma convencional y esto dara cuatro etapas ideales.

Hasta ahora se han visto los diagramas para representar a los sistemas de tres componentes y como determinar el número de etapas, pero falta considerar el último - punto sobre que tan cerca representan los diagramas al número de etapas reales.


COMPOSICION DEL
SOLVENTE ALIMENTADO
DERRAME SUPERIOR
COMPOSICION
SOLUCION CONC.
DESCARGA DERRAME
INFERIOR
LINEA DE EQUILIBRIO
LINEA DE OPERACION
COMPOSICION DEL
DERRAME INFERIOR
Fraccion peso de solvente
Fraccion peso de Soluto
1.0
.9
.8
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
.05
.10
.15
.20
.25
.30
.35
1
2
3
4
Δ

Si se alcanzan las condiciones de equilibrio y estas representan las condiciones prácticas de operación el cálculo es simple y las líneas de equilibrio pueden ser trazadas de la manera usual y el número de etapas será igual al real.

Si se tiene la condición adicional de que la solución retenida en el derrame inferior o sedimento sea constante , entonces los métodos de cálculo convenientes son la solución analítica presentada por Baker,[15] Mc Cabe[4] o Chen que se veran en el próximo capítulo.

En caso de que el sólido ejerza acción de adsorción sobre el soluto o el tiempo de contacto sea inadecuado se supone que se alcanzan las condiciones de equilibrio y se corrige para el número de etapas reales usando el concepto de eficiencia total.

La eficiencia de etapa total está definida como la relación del número de etapas en equilibrio que se necesitan para una separación dada al número de etapas reales utilizadas en la operación (este número de etapas reales debe ser determinado en el laboratorio simulando las condiciones a gran escala). Aunque la eficiencia total es simple para usar en los cálculos no nos proporciona las variaciones en eficiencia las cuales pueden ocurrir de etapa a etapa, (para las etapas individuales se usan las eficiencias de Murphree).

Entonces la eficiencia de etapa se define para describir la falta de equilibrio,dentro de las condiciones de no equilibrio existen métodos que se basan en datos experimentales y son en tratamiento un poco diferentes que aquellos tratados por el --- acercamiento usual a traves de la etapa teórica y eficiencia de etapa de tales métodos se pueden mencional el de Armstrong y Kammer Meyer[14] y el de George.[16]

En los diagramas que se mencionaron anteriormente se podría tener el mismo resultado de estos métodos con solo situar las lineas de equilibrio entre las condiciones experimentales *

Entre otros tipos de tratamiento se puede mencionar el de Scheibel.

El método gráfico de Armstrong utilizado para determinar el número de unidades requeridas en un sistema de extracción sólido-líquido a contracorriente toma en cuenta el efecto de adsorción del soluto en el sólido y el mezclado incompleto de la solución retenida por el sólido con la solución del derrame superior la unica limitación es que la solución no llegue a estar saturada con el soluto. El método se aplica fácilmente pero requiere la determinación de datos experimentales. Se requiere de los siguientes datos: El peso de la solución y del soluto que son retenidos por los sólidos inertes como una función de la concentración de la solución que se va a sacar (derrame superior) ambas de estas relaciones pueden obtenerse por una serie de experimentos simples. Las condiciones de laboratorio deben escogerse cuidadosamente de manera que el sedimento sólido sea idéntico en cantidad y composición al que se obtiene en la planta.

Si el sistema de extracción entero es considerado como una unidad, las siguientes cantidades deben conocerse o poderse determinar (*)

Sf, Wf, Xf, Sd, Wd, Xd, wd, sd, xm, wf, y sf. Fig. 2.14.

* Véase ejemplo 2.
(*) Véase nomenclatura del método de Armstrong.

las relaciones entre estas cantidades son:

$$Sf = Wf\ Xf$$

$$Sd = Wd\ Xd$$

De datos experimentales

$$wd = f_1\ (Xm) \qquad (2.5)$$

$$Sd = f_2\ (Xm) \qquad (2.6)$$

Balance de material para las soluciones

$$Wf + wf = Wd + wd \qquad (2.7)$$

Balance de material de soluto

$$Sf + sf = Sd + sd \qquad (2.8)$$

Son once variables, y seis restricciones (ecuaciones) por lo tanto el número de variables que tenemos que especificar son (11 - 5) = 6

Las condiciones llenadas en la suposición de variables para evitar que las ecuaciones se hagan incompatibles son las siguientes:

En cualquiera de las corrientes que entran o salen del sistema, excepto el sedimento a la salida no se pueden fijar más de dos cantidades.

Segundo, no se puede fijar más de una de las tres cantidades que forman parte de las ecuaciones 2.5 y 2.6

Tercero, no se pueden fijar más de tres cantidades en las ecuaciones 2.7 ó 2.8

En general una solución completa de las 6 ecuaciones no se necesita sino únicamente las siguientes cantidades son necesarias para la aplicación del método . Xd, Xf (Wd - wf) el cual es igual a (Wf - wd)) y (Sd - sf) el cual es igual a (Sf - sd)

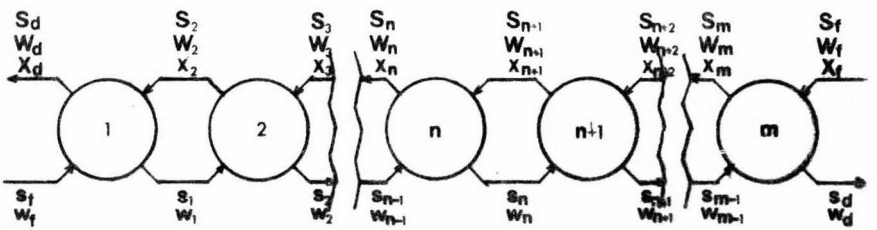


FIG. 2.14

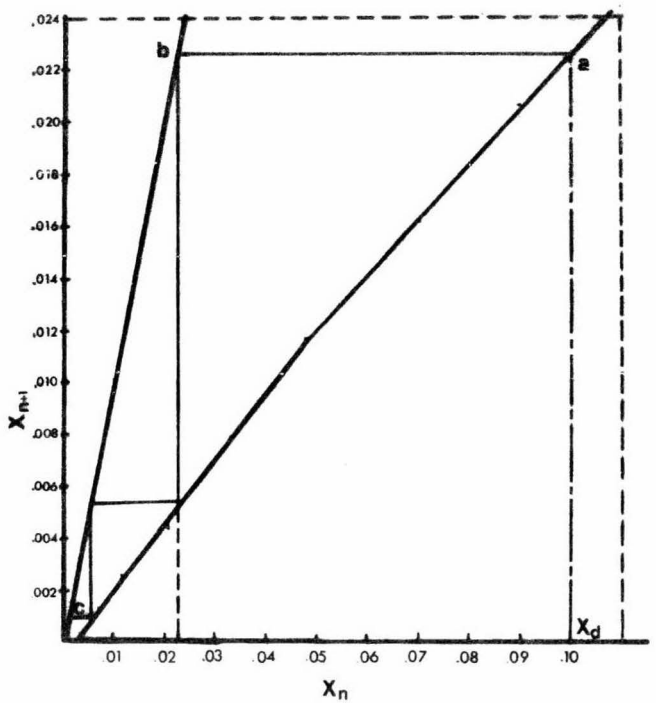


FIG. 2.15

Un balance de material para soluciones tomado sobre las primeras n unidades es :

$$W_{nt1} = W_d - w_f + w_n$$

Un balance de materia para el soluto en la misma unidad es

$$S_{nt1} = S_d - s_f + s_n$$

Por lo tanto

$$X_{nt1} = \frac{S_{nt1}}{W_{nt1}} = \frac{(S_d - s_f) + s_n}{(W_d - w_f) + w_n} \qquad (2.9)$$

Las cantidades $(S_d - s_f)$ y $(W_d - w_f)$ son constantes para el sistema y están determinadas por las condiciones finales, sn y wn son funciones de Xn (determinadas por experimento). Por lo tanto de la ecuación (2.9) el valor de X_{nt1} puede ser determinado y la ecuación reaplicada a la unidad (nt1)

El procedimiento para la determinación gráfica del número de unidades es como sigue: Para varios valores de Xn los valores correspondientes a X_{n+1} son calculados de la ecuación 2.9. Una gráfica de X_{n+1} como ordenada contra Xn como obscisa se muestra en la Fig. 2.15 la cual incluye la linea $X_n = X_{n+1}$

El número de unidades se obtiene trazando una recta desde el punto Xd sobre el eje Xn verticalmente hasta la curva Xn Vs. X_{n+1} luego horizontalmente desde el punto de intersección hasta la linea diagonal. Desde esta intersección otra línea vertical se dibuja hasta la curva y los pasos subsecuentes se completan hasta que el valor de X_{n+1} corresponda a Xf. El número de líneas verticales es igual al número de unidades requeridas.

Ejemplo 5 :

El hidróxido del ejemplo 2 es lavado del carbonato de calcio en un sistema de decantación contínuo a contracorriente.

El sedimento que entra al sistema contiene 1.50 Lbs de solución por Lb de carbonato de calcio. La cantidad de hidróxido de sodio en el sedimento es equivalente a la cantidad de carbonato de calcio. La solución del derrame superior del primer sedimentador es de 10% enpeso de hidróxido de sodio.

El sedimento al último no contiene más del 1.5 % del hidróxido de sodio que entro al sistema. El agua es añadida en el último sedimentador.

Encontrar el número de unidades requeridas basando el cálculo en la suposición que en la práctica dará cantidades y composiciones correspondiendo con la siguiente tabla de datos*

Xn	wn	Sn	Xnt	Soluto Solucion
.0900	2.02	0.185	.0206	
.0707	1.90	.145	.0161	
.0473	1.76	.107	.0117	
.0330	1.67	.0755	.00789	
.0208	1.61	.0476	.00446	
.01187	1.54	.0314	.00245	
.00710	1.52	.0218	.00124	
.00450	1.50	.0153	.00042	

Solución con los datos dados

Wf = 1.50

sf = (2 x 40) /100 = .800

Sd = .800 x .015 = .0120

*Estos datos son los mismos que aquellos utilizados en el ejemplo 2, sin embargo se consideran otras cantidades así $N = \frac{1}{wn}$ y $Y = \frac{sn}{wn}$

$Xd = .100$

$Sf = 0.0$

De ecuación (2.8)

$Sd = 0.0 + 0.800 - 0.012 = 0.788$

$Wd = 0.788/.1 = 7.88$

La ecuación (2.9) queda

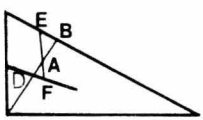
$$Xnt_1 = \frac{0.788 - 0.800 + Sn}{7.88 - 1.50 + Wn}$$

$$Xnt_1 = \frac{-0.0120 + Sn}{6.38 + Wn} \qquad (2.10)$$

Las primeras tres columnas de la tabla dan los datos determinados experimentalmente. La cuarta da los valores calculados de la ecuación (2.10) Ver Fig. 2.15

En la Fig. 2.15 Xnt_1 está graficada contra Xn . Se empieza el cálculo en el punto $Xn = Xd = 0.0$ dibujando una línea vertical hasta la curva en el punto de intersección a se dibuja una línea horizontal hasta la línea diagonal y se intersecta en b, de el punto b una línea vertical se dibuja hasta la curva y el proceso se repite. La línea vertical del punto c intersecta el eje Xn antes de alcanzar la curva de tal manera que la siguiente línea horizontal estaría abajo de $Xnt_1 = Xf = 0.0$ El número de unidades es cuatro.

En el método de George los datos experimentales son necesarios ya que la magnitud de la adsorción o difusión del soluto dependen del sistema particular. La condición de no equilibrio se puede representar en un diagrama triangular



Si la separación es bajo condiciones de equilibrio se puede dibujar una línea a través del punto A y el origen y entonces los puntos D y B representan las condiciones del derrame superior e inferior para esta separación.

Si las condiciones de no equilibrio tuvieran que representarse sobre este dia

grama, el sedimento tendría más soluto que el punto D y una composición a la derecha digamos el punto F. La concentración del derrame superior estaría determinada por la intersección de la hipotenusa con la línea dibujada a traves de los puntos A y F.

El método puede resumirse como sigue:

Se preparan mezclas sólido-líquido que contengan cantidades variadas de soluto y se extraen en un periodo de tiempo a una temperatura específica, usando una relación solvente alimentación.

La mezcla se separa en derrame superior e inferior por cualquier medio que se considere mejor ya sea filtración, centrifugación, sedimentación.

Los derrames para cada mezcla se analizan y se determina la relación entre sus concentraciones de soluto así como la línea que representa el equilibrio en el drenado.

Usando estos datos el problema de extracción es resuelto gráficamente para determinar el número de etapas requeridas en una extracción a contracorriente.

Ejemplo 6. Para determinar el número de etapas requeridas y el solvente requerido por este método supongamos que tenemos una mezcla a la que se le va a remover un soluto A de la alimentación Sa . La alimentación será 30% de solvente, 14% de soluto y 56% de inerte.

El producto inerte Sn contiene 99.5% de inerte sobre una base seca y el derrame superior final L contiene 6% A. Las condiciones de no equilibrio se seguirán y la Fig. 2.16 representa la relación entre las concentraciones de soluto en los derrames .

La línea de equilibrio en el drenado es aquella mostrada en la Fig.2.17. En la extracción se usará solvente puro (Lb).

La solución de este problema se muestra en la Fig. 2.17. La alimentación, el producto en el derrame inferior, el producto en el derrame superior y el solvente están indicados por los puntos Sa, Sn, L_1 y Lb respectivamente. El solvente requerido puede determinarse rápidamente conectando Sn y L_1 y Lb y Sa. La intersección de estas líneas es

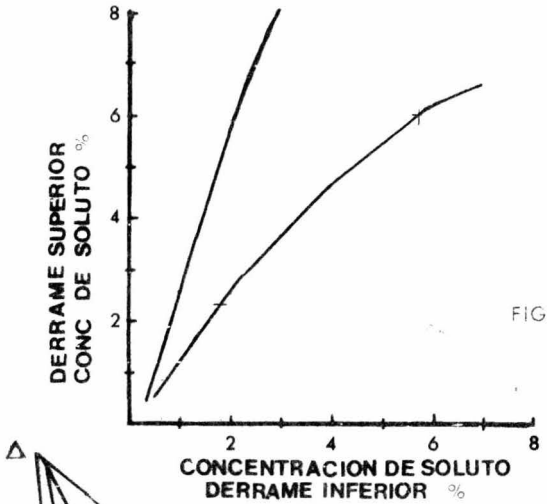


FIG. 2.16

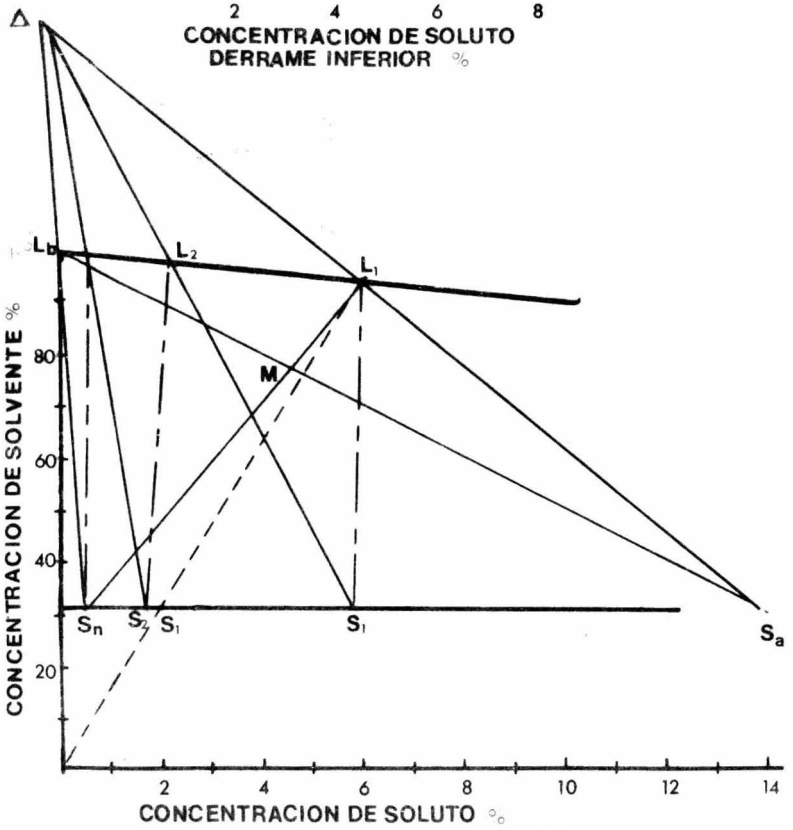


FIG 2.17

llamada comunmente el punto M. La relación de solvente a alimentación esta dada por la relación de las longitudes de las líneas en este caso 2.15 Ver Fig. 2.17

El número de etapas requeridas se determina ahora de una manera similar a la utilizada para condiciones de equilibrio.

La concentración de soluto en el derrame inferior es determinada de la Fig. 2.16 a una concentración de soluto en el derrame superior de 6%. Esta línea es mostrada como L_1 S_1. Obviamente esta línea no pasa a traves del vertice del triángulo. La línea hacía el vértice representa el caso cuando se siguen las condiciones de equilibrio y la concentración del derrame inferior en este caso sería S_1^*. Para determinar L_2 el -- punto Δ y S_1 se conectan, la intersección de esta línea con la hipotenusa es la composición de L_2. El derrame S_2 es localizado usando la Fig. 2.16 de la misma manera como S_1. La construcción continúa hasta que la composición Sn se alcanza en la línea del derrame inferior (o de equilibrio en el drenado). En este caso la extracción necesita -- tres etapas.

Nosotros podemos determinar ahora las eficiencias de cada etapa individual Esta eficiencia por etapas es análoga a la eficiencia de platos de Murphree usada en destilación.

En este caso la ecuación de eficiencia sería:

$$e = \frac{Xn - Xn+1}{Xn - X'n+1}$$

donde $X'n+1$ es la concentración de $Xn+1$ si las condiciones de equilibrio se siguen.

El concepto de eficiencia de etapa puede usarse para determinar las condiciones óptimas de tiempo y temperatura de operación.

Según S heibel[20] es posible simplificar el cálculo de las operaciones sólido-líquido considerando la analogía a la extracción líquido-líquido. Las derivaciones son hechas en la nomenclatura de la extracción líquido-líquido*.

* Ver nomenclatura al final del capítulo.

En esta analogía el líquido que se adhiere al sólido es considerado la fase pesada y el líquido que corresponde a la solución concentrada es considerado la fase ligera. Cuando el sólido no exhibe fuerzas de adsorción para el solvente y además el sólido y líquido están tan íntimamente mezclados que se realizan las condiciones de equilibrio, el líquido que se adhiere al sólido tendrá la misma composición como la solución del derrame superior y el coeficiente de distribución será la unidad entre las dos fases hipoteticas.

Por otro lado si el sólido tiende a adsorber el soluto o a retardar su difusión a la solución de tal forma que no existe equilibrio entre las dos fases el coeficiente de distribución es menor que la unidad. Deberá notarse que la concentración en la fase pesada es calculada considerando todo el soluto dentro del sólido disuelto en la solución retenida. Para el caso de extracción múltiple en forma intermitente - el cálculo se hace en forma numérica y se verá despúes. En el proceso a contracorriente se considera que independientemente de las características de equilibrio o no equilibrio se pueden encontrar dos casos: que el derrame inferior sea constante o que sea variable.

Si el derrame inferior que depende de las características de sedimentación del sistema es constante, el problema se puede tratar más facilmente de forma numérica para el equilibrio como veremos en el próximo capítulo.

Para la operación de extracción sólido-líquido a contracorriente Fig. -- 2.18 cualquier tipo de unidades consistentes pueden usarse para H que es la cantidad de líquido adhiriendose al sólido y para L que es la cantidad o parte de solvente, - X y Y son fracciones y cuando H es tomada como el peso de solución que es el mé-

todo usual, debe de incluir todo el material capaz de ser extraido aunque parte esté adsorbido o atrapado en el sólido. En estas unidades X y Y se expresan en fracciones peso.

En los casos donde la concentración de soluto varía mucho su efecto sobre las propiedades de la solución puede ser grande, como para producir una variación apreciable en el valor de H.

En este caso se requieren datos experimentales para evaluar la cantidad de líquido retenido en el sólido para concentraciones diferentes de soluto y se obtiene dejando a la suspensión asentarse en un tiempo equivalente al tiempo de residencia en cada etapa de la unidad completa.

Un balance de soluto al rededor de la etapa n de la Fig. 2.18 dá

$$L_{n+1}\ Y_{n+1} = H_n X_n - H_N X_N + L_{N+1} Y_{N+1}$$

Un balance total dá:

$$L_{n+1} = H_n - H_N + L_{N+1}$$

dividiendo da:

$$Y_{n+1} = \frac{H_n X_n - (H_N X_N - L_{N+1} Y_{N+1})}{H_n - (H_N - L_{N+1})} \qquad (2.11)$$

La ecuación indica que en una gráfica de Hx (la cantidad de soluto que se retiene en el sólido) contra H Y_{n+1} es la pendiente de la línea entre (Hn Hn Xn) y un segundo punto de ordenada $H_N X_N - L_{N+1} Y_{N+1}$ y de abscisa $H_N - L_{N+1}$. Este segundo punto es fijado por las condiciones del problema. El otro está situado sobre la curva de equilibrio y se determina experimentalmente. Sobre esta figura la concentración de soluto en la solución Xn es la pendiente entre cualquier punto sobre la cur

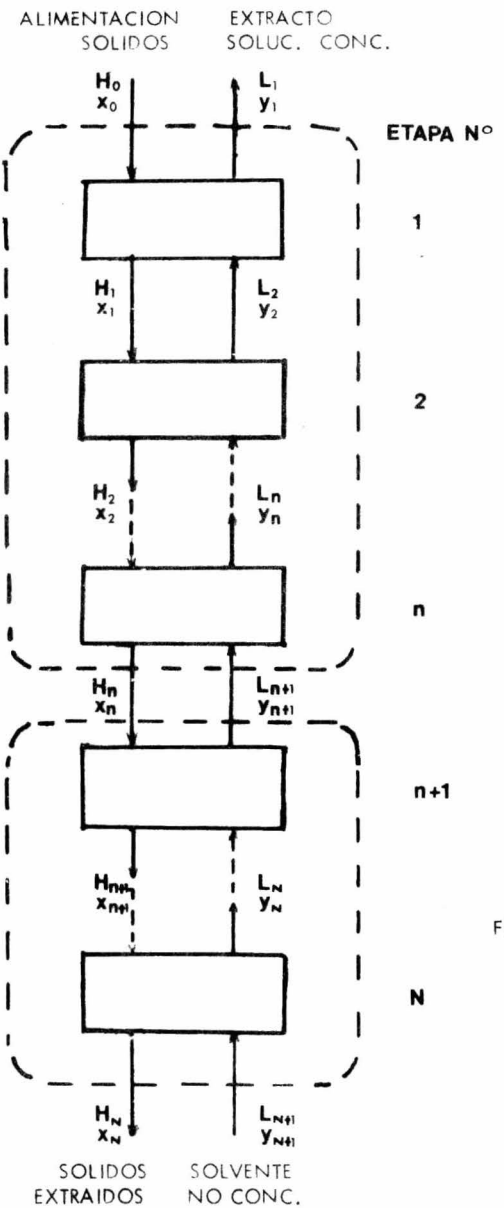

ALIMENTACION SOLIDOS
EXTRACTO SOLUC. CONC.
H_0 x_0
L_1 y_1
ETAPA N°
1
H_1 x_1
L_2 y_2
2
H_2 x_2
L_n y_n
n
H_n x_n
L_{n+1} y_{n+1}
n+1
H_{n+1} x_{n+1}
L_N y_N
N
H_N x_N
L_{N+1} y_{N+1}
SOLIDOS EXTRAIDOS
SOLVENTE NO CONC.

FIG. 2.18

va de equilibrio y el origen . Como en una etapa en equilibrio $Y_{n+1} = X_{n+1}$ una segunda línea construída a través del origen con la misma pendiente como la línea anterior localiza el punto(H_{n+1} , H_{n+1} X_{n+1}) y la construcción puede repetirse para la siguiente etapa.

Ejemplo 7 . Este método es ilustrado en la Fig. 2.19 aplicado al problema del ejemplo 3.

La curva de equilibrio basada en 2000 Lb de alimento se grafica de los datos dados y la localización del punto F se calcula acordandonos de las relaciones anteriores.

De las especificaciones del problema $H_N X_N = 120$, $L_{N+1} Y_{N+1} = 20$

$L_{N+1} = 1330$ y de la curva de equilibrio a $H_N X_N = 120$, H_N puede determinarse como 1,010. El punto F esta localizado en la ordenada ($H_N X_N - L_{N+1} Y_{N+1}$) y en la abscisa ($H_N - L_{N+1}$) entonces esta en (-320,100). El balance de soluto y balance total muestran que la concentración de aceite en la solución concentrada debe ser: $700/1,170 = .598 = Y_1$ para llenar las especificaciones del problema. Entonces la línea OA se construye con una pendiente de $0.598 = X_1$ hasta intersectar la curva de equilibrio en el punto A el cual representa las condiciones de equilibrio en la primera etapa.

La línea A F cuya pendiente nos proporciona Y_{n+1} se dibuja y la línea OB es construída paralela a AF para obtener X_{n+1} . La línea BF se dibuja y la operación se repite hasta que la cantidad $H_N X_N$ sobre la línea de equilibrio es rebasada. En este caso el punto D sobre la curva de equilibrio está ligeramente abajo del valor de 120 y esto indica que se necesita un poco menos de cuatro etapas.

Cuando se desea determinar la cantidad de solvente que se va a utilizar - (dada una recuperación específica y número de etapas)o la recuperación obtenida --

(dada la cantidad de solvente y el número de etapas) el problema requiere un procedimiento de prueba y error. El número de intentos puede minimizarse estimando un valor promedio de H, de la curva de equilibrio y un valor promedio de L que sea consistente con el valor de H de tal manera que se cumpla el balance total de la unidad. El uso de estos valores promedio en las cartas desarrolladas por Underwood (ver en el capítulo siguiente) dá una solución la cual se puede usar como el primer intento en el método gráfico (Fig. 2.19)

Para la extracción en no equilibrio, cuando el equilibrio está controlado por la difusión a traves del sólido se define una función eficiencia de etapa. La eficiencia de las etapas depende de muchos factores tales como el tiempo de contacto y grado de dispersión de las fases, geometría de la etapa, la velocidad de transferencia de masa, -- las propiedades físicas y las velocidades de flujo de los fluídos. Una gran parte de investigación ha sido dirigida hacía la predicción de eficiencias de etapas por medio de relaciones teóricas y empiricas.

Cuando el soluto esta en forma líquida se ha demostrado que la fracción que se obtiene de un soluto a cualquier tiempo en un proceso donde controla la difusión es independiente de la concentración.

Esto no se sigue para el caso de extracción en un sólido en el cual existe una interfase líquido-sólido dentro del sólido poroso durante el curso de la extracción. Este fenómeno cambia el patron de concentración y en este caso la cantidad que se extrae no puede expresarse como una fracción de la cantidad total presente.

Se ha derivado una ecuación para la difusión en un sólido considerando tubos capilares cuando la difusión controla la velocidad del proceso y la difusividad es

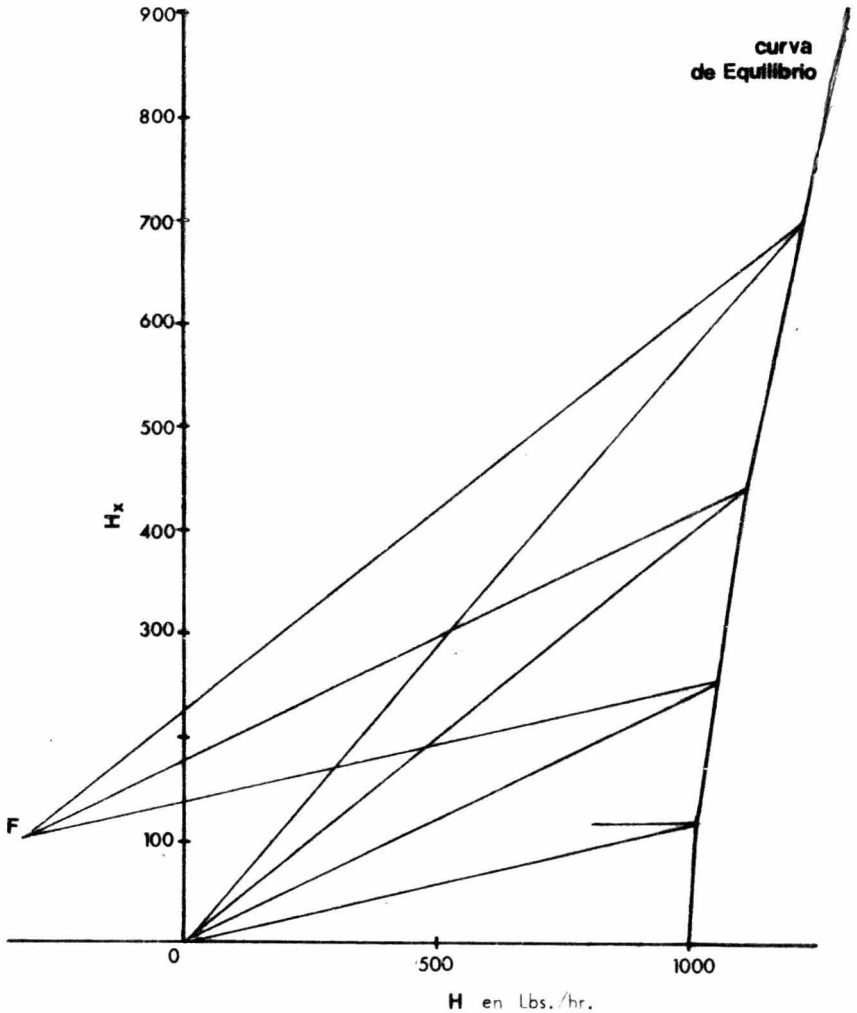
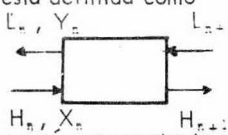

curva
de Equilibrio
900
800
700
600
500
400
300
100
H_x
F
0
500
1000
H en Lbs./hr.

FIG. 2.19

constante. También derivaron una ecuación análoga para una esfera porosa cuando el sólido poroso es completamente inerte y la estructura porosa es homogenea de tal manera que el factor de poros es constante.

Bajo ciertas condiciones esta extracción no se desvía mucho de una eficiencia constante para un tiempo de contacto, dado pero esta constancia es solo casual. Bajo tales condiciones uno observa que la eficiencia de etapa del equipo de extracción -- sólido-líquido tendría que considerarse como un valor promedio que dependa de la concentración así como de las propiedades físicas del sólido.

Cuando todo el sólido ha sido disuelto, de tal forma que el proceso es exclusivamente de difusion a traves del líquido es posible demostrar que la eficiencia de etapa está definida como



$$e = \frac{X_n - X_{n+1}}{X_n - X'_{n+1}} \qquad (2.12)$$

y será una constante en todas la etapas si el tiempo de contacto en todas ellas es el mismo. En esta ecuación Xn es la concentración de la fase pesada que entra a la etapa, Xn+1 es la concentración con que sale y X'_{n+1} sería la concentración si el equilibrio se alcanzara.

Esta definición es idéntica a la eficiencia de Murphree, aquí nos vamos a referir a eficiencias de punto entonces no exceden al 100 %.

La aplicación de la definición a cálculos de extracción es ligeramente más -- compleja que con etapas al equilibrio.

La técnica gráfica más simple es aquella que utiliza un nuevo punto focal y también una curva de equilibrio ajustada.

La ecuación (2.12) puede resolverse para Xn+1 como sigue

$$X_{n+1} = (1 - e)\, X_n + e\, X'_{n+1}$$

Como X'n+1 es la concentración en el equilibrio y es igual a Y_{n+1} que está dada por ecuación (2.11) la sustitución y rearreglo da:

$$X_{n+1} = \frac{H_n X_n e - e(H_N X_N - L_{N+1} Y_{N+1})}{H_n - (H_N - L_{N+1})} + (1 - e) X_n$$

$$X_{n+1} = \frac{\left[H_n - (1 - e)(H_N - L_{N+1}) \right] X_n - e(H_N X_N - L_{N+1} Y_{N+1})}{H_n - (1 - e)(H_N - L_{N+1}) - e(H_N - L_{N+1})} \qquad (2.13)$$

La inspección de la ecuación y la comparación con la ecuación (2.11) indica que Xn+1 es la pendiente entre un punto focal localizado sobre la línea OF en la Fig. 2.20 y un punto sobre una curva de equilibrio ajustada.

El nuevo punto focal esta localizado a una distancia fraccional e desde el origen y la curva de equilibrio ajustada se localiza dibujando una línea desde el origen a cualquier punto sobre la curva de equilibrio y graficando el punto sobre esta línea a la distancia PQ desde la abscisa de la curva de equilibrio tal que:

$$PQ = MG = (1 - e)(Hn - Ln+1)$$

Debera notarse que en el caso usual Ln+1 es más grande que Hn, de tal manera que el punto Q está localizado sobre la extensión de la línea OP como se muestra. Los cálculos gráficos se llevan a cabo con el punto focal F' y la curva de equilibrio ajustada como describimos previamente hasta que el valor de la ordenada de $H_N X_N$ sobre la curva de equilibrio ajustado sea rebasado. (Fig. 2.20)

Cuando el valor de H es constante la curva de equilibrio ajustada es también una linea recta vertical pero algo más apartada del origen. En este caso es posible derivar una relación diferente que contenga la curva original de equilibrio y otro punto focal que se localice rápidamente. Cuando H y L son constantes la ecuación 2.13 puede rearreglarse.

$$X_{n+1} = \frac{H X_n - (H - L - eH + eL) X_n - e(H X_N - L Y_{N+1})}{H - (H - L - eH + eL) - e(H - L)}$$

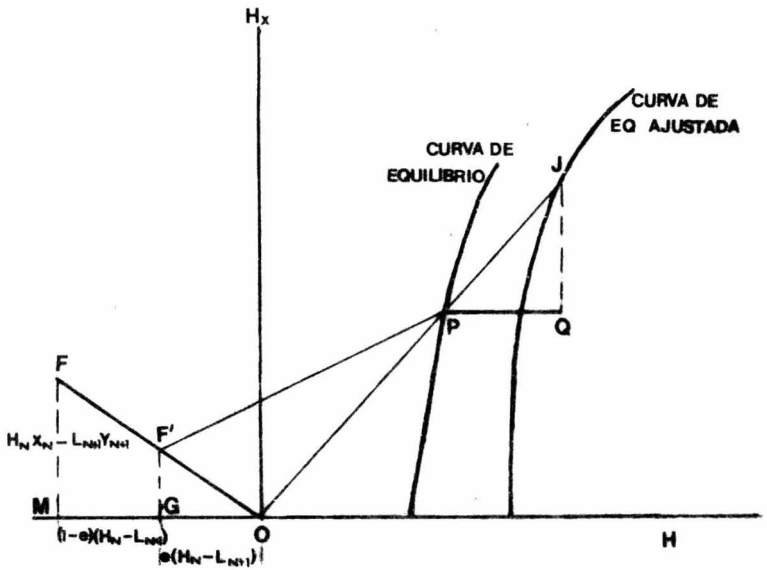


FIG. 2.20

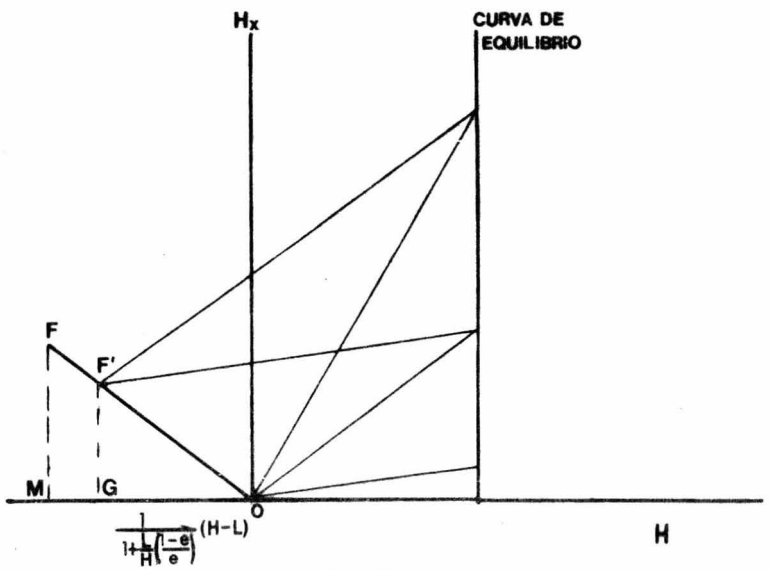


FIG. 2.21

reduciendo y dividiendo numerador y denominador por (e) queda

$$\frac{\frac{L X_n}{e} - H X_n - L X_n - (H X_N - L Y_{N+1})}{L/e + H - L - (H - L)}$$

factorizando L y H queda

$$\frac{H X_n \left[1 + \frac{L}{H} \left\{ \frac{1 - e}{e} \right\} \right] - (H X_N - L Y_{N+1})}{H \left[1 + (L/H)\left(\frac{1 - e}{e}\right) \right] - (H - L)}$$

dividiendo numerador y denominador por $\left[1 + \frac{L}{H} \left\{ \frac{1 - e}{e} \right\} \right]$ queda:

$$X_{n+1} = \frac{H X_n - \frac{1}{1 + L/H \left(\frac{1 - e}{e}\right)} (H X_N - L Y_{N+1})}{H - \frac{1}{1 + L/H\left[\left(1 - e\right)/e\right]} (H - L)}$$

la cual indica que el nuevo punto focal que puede usarse con la curva de equilibrio original está sobre la línea OF a la distancia fraccional,

$$X_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{L}{H}\left[\frac{1 - e}{e}\right]}$$

desde el origen como se muestra en la Fig. 2.21 . Como en el caso de extracción al equilibrio la determinación de cualquier otra variable que no sea el número de etapas de una eficiencia dada debe hacerse por prueba y error.

Para evaluar la eficiencia de etapa total de los datos experimentales, el número de etapas teóricas requeridas para dar la recuperación medida de soluto debe dividirse entre el número total de etapas reales.

Esta eficiencia no es necesariamente la misma que la eficiencia de etapas individual pero debe usarse como un primer intento en el método gráfico descrito anteriormente. Si los cálculos de etapas con esta eficiencia fraccional indican más etapas que las reales una eficiencia de etapa proporcionalmente más alta debera intentarse y si los cálculos indican menos etapas una eficiencia proporcionalmente más baja deberá usarse como el segundo intento. En general con dos intentos será suficiente para aproximarse al número de etapas reales.

NOMENCLATURA.

DIAGRAMAS TRIANGULARES.

L	Peso de la fase líquida Lb.
Lb	Peso de la fase líquida a la entrada.
M	Peso de la mezcla Lb.
S	Peso de la fase sólida Lb.
Sa	Peso de la mezcla inicial.
X	Fracción masa de cualquier componente en la fase líquida Lb de com/Lb de mezcla.
Y	Fracción masa de cualquier componente en la fase sólida Lb comp/Lb de mezcla.
Δ	Punto de intersección
	Suscritos
1,2,3,...n	Etapa específica.
A	Soluto bajo consideración.
S	Sólidos
am,ab.etc.	Longitud de linea entre los puntos indicados en la gráfica.

DIAGRAMAS DE PONCHON SAVARIT

X	Concentración de soluto en la solución; fracción peso e una base libre de sólidos insolubles.
Y	Concentración de soluto en el sedimento en una base libre de sólidos insolubles.
B	Sólido insoluble en Lb (operación intermitente) o Lb/hr o Lb/hr ft^2 en operación contínua.

F Soluto y solvente (solución) en los sólidos que van a ser tratados para la extracción Lb (en operación intermitente) o Lb/hr o Lb/hr ft^2 (en operacion continua)

N Relación del peso del sólido insoluble al peso de soluto y solvente $\left[\frac{\text{inertes}}{\text{solución}}\right]$

E Soluto y solvente asociados con los sólidos que han sufrido la extracción (solución retenida) Lb (en operación intermitente) o Lb/hr o Lb/hr ft^2 (en operación continua).

R Solvente y soluto en la solución obtenida de la extracción Lb (en operación intermitente) o Lb/hr o Lb/hr ft^2 (en operación continua).

Subscritos.

F Alimentación, sólidos que van a tratarse para extracción.

S Saturado.

1,2,etc. Etapa 1, etapa 2 etc.

Y' Valor de Y en el equilibrio.

METODO DE AMSTRONG

S,s Libras de soluto en el derrame superior e inferior respectivamente por Lb de sólido inerte en el derrame inferior.

W,w Libras de solución en el derrame superior e inferior respectivamente, por libra de sólido en el sedimento.

X Concentración del derrame superior libras de soluto por Lb de solución

Suscritos.

d Corrientes que salen del sistema

f Corrientes alimentadas al sistema

m Ultima unidad en el sistema (la menos concentrada)

n Número de unidad contando desde el final más concentrado.

1,2,etc	número de unidad de la cual la corriente sale

METODO DE SCHEIBEL

$\mathcal{E}$	Factor de extracción LD/H
L	Velocidad de flujo de solución concentrada (derrame superior)
Y	Concentración de soluto en la solución concentrada
H	Velocidad de flujo de la solución adherida al sólido (derrame inferior)
X	Concentración de soluto en la solución que se adhiere al sólido suponiendo que el soluto atrapado o adsorbido esté disuelto tambien.
e	Eficiencia de etapas expresada como fracción
N	Etapas totales
n	número de cualquier etapa.
D	Coeficiente de distribución

Los suscritos se refieren a las cantidades de flujo que salen de la etapa particular.

CAPITULO 3o.

CAPITULO 3

El diseño de equipo de etapas en equilibrio, como ya se ha dicho depende de una línea de operación y una línea de equilibrio. En muchos casos las formas funcionales de estas líneas pueden ser tan complejas que el método de resolución será por cálculos repetitivos de etapa a etapa, como los presentados dentro de métodos gráficos. Sin embargo, debido a que generalmente es más rápido hacer los cálculos numéricamente, se han desarrollado soluciones analíticas para ciertos casos. Estas soluciones son de gran utilidad -- pues pueden ser programadas en una computadora y después resueltas para diferentes valores de los parametros.

Se vió en el método de Scheibel que la extracción sólido-líquido podía considerarse como análoga a la extracción líquido-liquido, por lo tanto en el caso de dos líquidos inmiscibles (en el caso de extracción sólido-líquido el líquido que se adhiere al sólido se considera la fase pesada y el líquido que constituye la solución concentrada se considera la fase ligera) las concentraciones en el equilibrio de un tercer componente en cada una de las fases puede relacionarse por la llamada "ley de distribución" de acuerdo a la cual las concentraciones en las dos fases son proporcionales.

Para el caso de contacto simple (extracción intermitente) en equilibrio, el balance de material del soluto para la primera etapa será: $H_0 X_0 = H_1 X_1 + L_1 Y_1$ (Fig. 2.18) como se usa solvente no concentrado $Y_2 = 0$

El equilibrio puede representarse por $Y_1 = D X_1$ Así

$$H_0 X_0 = H_1 X_1 + L_1 D X_1 \; ; \; X_1 = \frac{H_0 X_0}{H_1 + D L_1}$$

Para la etapa 2

$$X_2 = \frac{H_1 X_1}{H_2 + D L_2} = \frac{H_1 (H_0 X_0 / (H_1 + D L_1))}{H_2 + D L_2}$$

como la cantidad adhiriendose al sólido H se considera constante y L es la cantidad o parte de solvente (tambien constante).

$$X_2 = \frac{H^2 X_0}{(H + DL)^2} \qquad \text{en general} \qquad \frac{X_N}{X_0} = \frac{1}{(1 + LD/H)^N}$$

da la fracción de soluto que permanece en el sólido despúes de N extracciones con L partes de solvente (extracción sólido líquido con etapas multiples de flujo cruzado)

Como el equilibrio generalmente puede alcanzarse en este tipo de operación con mezclado y tiempo de contacto suficiente el coeficiente D se toma como la unidad.

La ecuación puede resolverse con una carta desarrollada por Underwood para este método de operación. Fig. 3.1. La solución de esta ecuación está en términos de $Z_n \left[= \frac{X}{X_0} \right]$ Vs el factor de extracción $\frac{LD}{H}$

Para el cálculo de la extracción sólido-líquido a contracorriente hay métodos analíticos como el de Baker y McCabe y otros que toman en cuenta las ecuaciones de diferencias como el de Treybal, Scheibel, Sherwood y Chen.

En el método de Baker las ecuaciones para extracción a contracorriente están basadas en las siguientes suposiciones.

1.- Que en cualquier celda de extracción en la cual el sólido y el solvente son puestos en contacto, todo el soluto estará en la solución y la composición de esta es la misma en todo el sistema. Esto es equivalente a establecer que el equilibrio se alcanza entre la solución dentro de los poros del sólido y la solución que lo rodea. Esto supone que no hay adsorción de soluto por el sólido.

2.- Cuando se completa una extracción, los sólidos mojados y la solución se sacan por separado de la celda de extracción.

Acordándonos de la primera suposición tenemos que la relación entre el soluto presente en la solución que se saca de la celda y aquél retenido en la solución dentro del sólido será igual a la relación entre el solvente que se saca en la solución y --

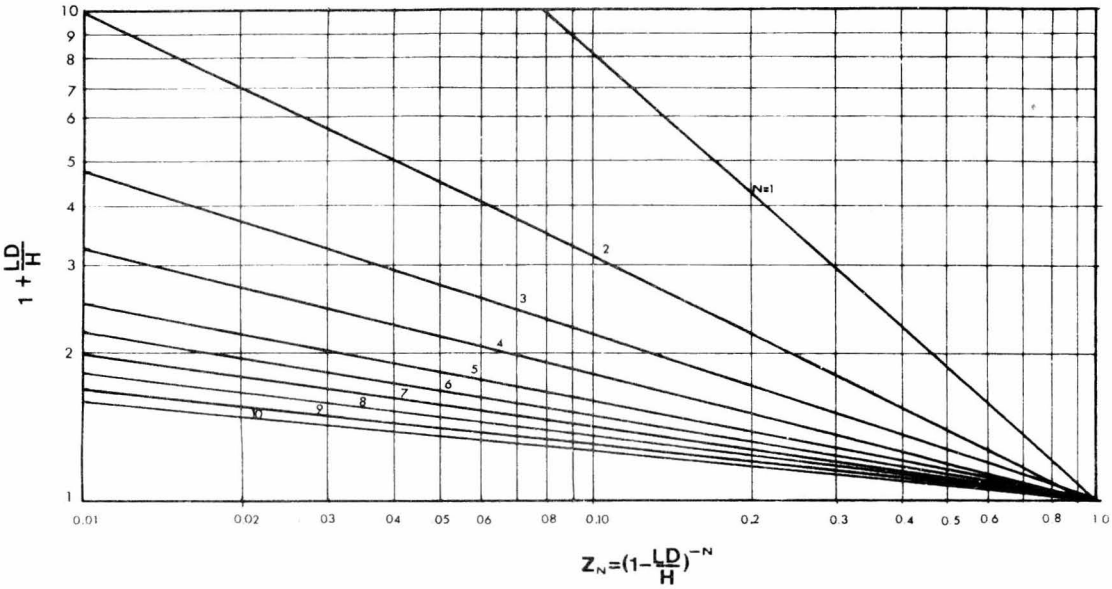

10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
$1+\frac{LD}{H}$
N=1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.08
0.10
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.8
1.0
$Z_N=(1-\frac{LD}{H})^{-N}$

FIG. 3.1

aquél retenido en el solido. Se supone que no hay sólidos en la solución que se saca de las celdas . Esta relación se designa por la letra a. (Fig. 3.2).

En la figura 3.2 está representada diagramáticamente una bateria de extracción contínua a contracorriente.

Los sólidos de alimentación se introducen dentro de la celda n como derrame inferior y la solución concentrado r se saca de esta celda como derrame superior.

Los sólidos exhaustos salen de la celda 1 como derrame inferior y el solvente e entra a la celda 1 como derrame superior.

Sea X el peso de soluto en la solución que sale con los sólidos exhaustos de la celda 1 (corriente f) sea c el peso de soluto en el solvente no concentrado que entra al sistema en la celda 1 (corriente e) también sean a_1, a_2, a_3, a_4, an , Las relaciones de solvente drenado a solvente retenido en las celdas respectivas.

Entonces el peso de soluto a la salida del derrame superior de la etapa será $g = a_1 X$ (3.1)

Por un balance de material en la unidad se obtiene:

$$h = a_1 X + X - C = X (1 + a_1) - C \qquad (3.2)$$

Por la misma razón usada para escribir la ecuación 3.1 se tiene que

$$k = a_2 (X (1+a_1) - C) = X (a_2 + a_2 \; a_1) - c a_2$$

Por un balance de material sobre ambas unidades 1 y 2

$$L = X (a_2 + a_2 \; a_1) - c a_2 + X - C = X (1 + a_2 + a_2 \; a_1) - c (1 + a_2)$$

En general para la etapa n tendremos

$$r = X (a_n + a_n \ldots a_4 + a_n \ldots a_4 \; a_3 + a_n \ldots a_4 \; a_3 \; a_2 + a_n \ldots a_4 \; a_3 \; a_2 \; a_1)$$

$$- C (a_n + a_n \ldots a_4 + a_n \ldots a_4 \; a_3 + a_n \ldots a_4 \; a_3 \; a_2)$$

$$S = X (1 + a_n + a_n \ldots a_4 + a_n \ldots a_4 \; a_3 + a_n \ldots a_4 \; a_3 \; a_2 + a_n \ldots a_4 \; a_3 \; a_2 \; a_1)$$

$$- C (1 + a_n + a_n \ldots a_4 + a_n \ldots a_4 \; a_3 + a_n \ldots a_4 \; a_3 \; a_2) \qquad (3.3)$$

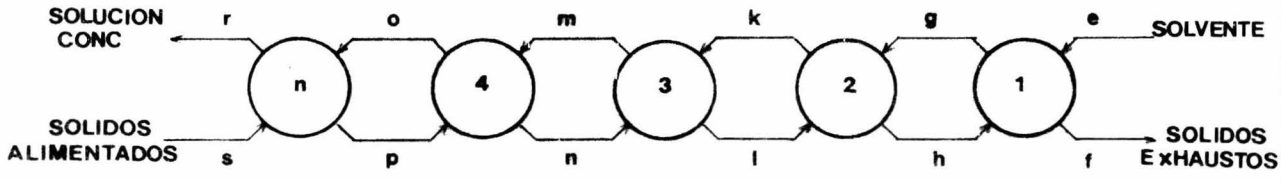

SOLUCION CONC
r
o
m
k
g
e
SOLVENTE
n
4
3
2
1
SOLIDOS ALIMENTADOS
s
p
n
l
h
f
SOLIDOS ExHAUSTOS

FIG. 3.2

Como S es el peso de soluto que entra al sistema en los solidos de alimentación, la fracción de soluto que no se recupera sera:

$$F = X'S = 1/\left[(1 + a_n + a_n \ldots a_4 + a_n \ldots a_4 a_3 + a_n \ldots a_4 a_3 a_2 + a_n \ldots a_4 a_3 a_2 a_1) - \frac{C}{X} (1 + a_n + a_n \ldots a_4 + a_n \ldots a_4 a_3 + a_n \ldots a_4 a_3 a_2) \right] \quad (3.4)$$

En muchos problemas de extracción la relación de solvente (a) para todas las unidades excepto aquella que contiene la solución más concentrada puede suponerse que es la misma para propósitos prácticos. Así: $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a$ pero no es igual a a_n porque los sólidos alimentados generalmente contienen una cantidad diferente de solvente (más baja) que los sólidos sacados de cualquier etapa y la ecuación (3.4) queda:

$$F = 1/\left[(1 + a_n + a_n a + a_n a^2 + a_n a^3 + \ldots\ldots\ldots + a_n a^{n-1}) - \frac{C}{X} (1 + a_n + a_n a + a_n a^2 + a_n a^3 + \ldots\ldots + a_n a^{n-2}) \right] \quad (3.5)$$

Además si el solvente a la entrada no contiene soluto c = o y la ecuación 3.5 será:

$$F = 1/(1 + a_n + a_n a + a_n a^2 + \ldots\ldots\ldots a_n a^{n-1}) \quad (3.6)$$

n es el número de etapas.

La ecuación (3.4) puede usarse para resolver problemas por métodos de prueba y error cuando el radio del solvente drenado a solvente retenido es una función de la concentración.

Tal método es muy tedioso.

Si las condiciones son tales que la ecuación (3.5) se puede aplicar entonces se obtiene una solución rápida del problema.

Este método es particularmente útil para calcular concentraciones terminales si el número de etapas ideales se conoce, aunque puede usarse también para calcular el número de etapas ideales si las cantidades termina les están establecidas.

Ejemplo 8 : Se desea quitar la cera a 2 toneladas de papel encerado por día usando extracción con kerosено en un aparato a contracorriente que consiste de celdas . Se supone que el equilibrio se alcanza en cada celda antes de que se saquen los derrames superior e inferior.

El papel encerado contiene 25 % de cera y 75 % de pulpa de papel en peso. La pulpa de papel se pasa a traves de un secador para evaporar el kerosено.

La pulpa, que retiene la cera no extraida después de la evaporación, no debe contener arriba del 0.2 % de cera. El kerosено usado para la extracción contiene -- .05 % de cera en peso. Por experimentos se ve que la pulpa retiene 2 Lb de kerosено por libra de pulpa cuando se pasa de una celda a otra. La solución concentrada va a contener 5 % en peso de cera.

Calcular el número de celdas que se deben usar

Solución:

Base: 100 Lb de pulpa libre de cera.A la entrada

$$\text{Cera en la pulpa} = 100 \times \frac{0.25}{0.75} = 33.3 \text{ Lb}$$

$$\text{Cera en el solvente} = W \times .0005 = .0005 = .0005\ W$$

$$\text{Total:} \quad = 33 \times .0005\ W$$

A la salida

$$\text{Cera en la solución concentrada} = (W-2\times100)\ .05 = 0.05\ W - 10 \text{ Lb}$$

$$\text{Cera en la pulpa} = 100 \times .002 = 0.2 \text{ Lb}$$

$$\text{Total:} = 0.05\ W - 98 \text{ Lb}$$

Entonces tenemos para el balance de cera

$$33.3 + .0005\ W = .05\ W - 9.8$$

$$W = (33.3 + 9.8) \ / (.05 - .0005) = 871 \text{ Lb}$$

Aplicando la ecuación (3.5)

$$a_n = \frac{871 - 2 \times 100}{2 \times 100} = 3.355$$

$$a = \frac{871}{2 \times 100} = 4.355$$

$$C = 871 \times .0005 = 0.4355$$

$$X = 0.002 \times 100 = .200$$

$$\frac{C}{X} = \frac{0.4355}{0.200} = 2.178$$

Por las condiciones del problema

$$F = (0.002 \times 100) / 33.3 = 1 / 166.7$$

Por lo tanto el denominador de la ecuación 3.5 debe ser igual o más grande que 166.7. Algunos términos de este denominador se calculan a partir de las cantidades establecidas arriba.

Términos individuales	Total (terminos progesivos)	$\frac{C}{X}$ X Total
$1 = 1$	1.	---------
$a_n = 3.36$	4.36	
$a_n a = 14.6$	18.97	41.3
$a_n a = 63.6$	82.60	179.9
$a_n a = 277.1$	359.70	

Para 3 celdas $1/F = 82.6 - 41.3 = 41.3 < 166.7$

y para 4 celdas $1/F = 359.7 - 179.9 = 179.87 > 166.7$

Por consiguiente 3 celdas no seran suficientes y cuatro son un poco más de lo adecuado. Entonces se usaran 4 celdas y por lo tanto se obtiene una extracción ligeramente mejor que la requerida.

Una modificación del método de Baker aplicada al caso cuando se tiene

la solución retenida (y por lo tanto el derrame inferior) variable fue desarrolla por Gros berg, pero resulta complicada para casos prácticos.

El método de Mc Cabe efectúa el análisis basado en las líneas de operación y de equilibrio y con las mismas suposiciones generales del método de Baker llega a un método de cálculo más directo usando concentraciones de solución conocidas.

Entonces se supone como en el método de Baker que se alcanza el equilibrio.

La línea de operación se obtiene por medio de los balances en la zona superior punteada en la figura 2.18 *'

$$L_{n+1}\ Y_{n+1} + H_0\ X_0 = L_1\ Y_1 + H_n\ X_n$$

$$Y_{n+1} = \frac{1}{1 + (L_1 - H_0) / H_n}\ X_n + \frac{L_1\ Y_1 - H_0\ X_0}{H_n - L_1 - H_0}$$

Este balance es la relación entre Xn la concentración de la fase H que sale de una etapa y Yn+1 la concentración de la fase L que entra en la etapa . Cuando existe la condición de solución retenida constante Hn es constante y la línea de operación es una recta (O sea la masa de solución retenida por el sólido es independiente de la - concentración).

De acuerdo al método del factor de absorción para calcular el número de - etapas ideales, cuando las líneas de operación y de equilibrio son rectas sobre un rango de concentración Xo a X_{N+1} el número de etapas ideales puede calcularse por fórmula y la construcción gráfica es innecesaria. En general si la etapa n es ideal

$$Y_n = m\ X_n + B \qquad *$$

sustituyendo Xn en la ecuación del balance y para H/L constante

$$Y_{n+1} = \frac{H\ (Y_n - B)}{D\ L} + Y_1 - \frac{H\ X_0}{L}$$

*'Vamos a emplear la nomenclatura de Scheibel.

* m es la pendiente de una recta y en este caso equivale al coeficiente de distribución D.

si definimos un factor de absorción $A = \frac{H}{D\,L}$

$$Y_{n+1} = A\,(Y_n - B) + Y_1 - A\,D\,X_o = A\,Y_n - A\,(D\,X_o + B) + Y_1$$

la cantidad $D\,X_o + B$ es la concentración de la fase ligera que está en equilibrio con la fase H en la entrada, la concentración de la cual es Xo. El símbolo Y' se usa para representar la concentración de la fase L que esta en equilibrio con una fase H específica

$$Y_{n+1} = A\,Y_n - A\,Y'_1 + Y_1$$

Esta ecuación puede usarse para calcular paso por paso el valor de Yn para cada etapa empezando con la 1 así

$$Y_2 = A\,Y_1 - A\,Y'_1 + Y_1 = Y_1\,(A + 1) - A\,Y'_1$$

$$Y_3 = A\,Y_2 - A\,Y'_1 + Y_1 = A\,(Y_1\,(A + 1) - A\,Y'_1) - A\,Y'_1 + Y_1$$
$$= Y_1\,(1 + A + A^2) - Y'_1\,(A + A^2)$$

así obtenemos para la cascada entera $n = N$; $Y_{n+1} = Y_{N+1}$

$$Y_{N+1} = Y_1\,(1 + A + A^2 + \ldots\ldots + A^{N+1}) - Y'_1\,(A + A^2 + \ldots\ldots A^{N+1})$$

como para una serie geométrica $a + ar + ar^2 \ldots$ el fermino nesimo es :

$$S_n = \frac{a_1\,(1 - r^n)}{1 - r}$$

tenemos que

$$Y_{N+1} = Y_1\,\frac{(1 - A^{N+1})}{(1 - A)} - \frac{Y'_1\,A\,(1 - A^N)}{(1 - A)} \qquad (3.6)$$

la ecuación puede ser puesta en una forma más simple si consideramos que

$$Y_{N+1} = A\,Y_N - A\,Y'_1 + Y_1 \quad \text{pero:} \quad Y_N = Y'_{N+1}$$

$$Y_1 = Y_{N+1} - A\,(Y'_{N+1} - Y_1)$$

de la ecuación (3.6) sustituyendo y rearreglando:

$$A^{N+1}(Y_1 - Y'_1) = A\,(Y_{N+1} - Y'_1) - A\,(Y'_{N+1} - Y'_1)$$

dividiendo entre A y sacando logaritmos

$$N \log A = \frac{Y_{N+1} - Y'_{N+1}}{Y_1 - Y'_1}$$

$$N = \frac{\log \dfrac{Y_{N+1} - Y'_{N+1}}{Y_1 - Y'_1}}{\log \dfrac{Y_{N+1} - Y_1}{Y'_{N+1} - Y'_1}}$$

la ecuación puede ser usada directamente para derrame inferior constante o sea para el radio de solución a inertes constante (esta ecuación se puede aplicar también cuando el radio solvente a inertes es constante tomando en cuenta las unidades de concentra-- ción respectivas) el uso es simple debido a que $Y'_1 = X_0$ y $Y'_{N+1} = X_N$

Ejemplo 9 : 100 toneladas de un sedimento que alimentan a un sistema a contra corriente contiene; 20 toneladas de soluto, 2 toneladas de agua y 78 toneladas de materia inerte. Se desea efectuar la extracción con agua la cual debe tener una concentración de 15 % de soluto en la salida del derrame superior. La recuperación de soluto es del 95 % . El derrame inferior en cada etapa lleva 0.5 Lb de solución por libra de inerte. Calcular el número de etapas ideales que se deben utilizar.

BASE 100 toneladas de sedimento.

SOLUCION. Como en un principio el derrame inferior no se puede considerar constante se va a separar la primera etapa de las demás y asi podemos aplicar la ecuación (3.7) para las (n-1) etapas.

Para la primera etapa tenemos que el soluto en la descarga del derrame superior es (0.95) (20) = 19 toneladas.

La concentración de la descarga del derrame superior es 0.15

El peso del derrame superior en la descarga es 19/.15 = 126.67 Toneladas

El peso de la solución adherida a los solidos en el derrame inferior cuando deja la etapa es (0.5) (78) = 39 toneladas.

La concentración del derrame superior que sale de la primera etapa es igual a la de la solución adherida a los solidos que salen de la etapa. Entonces el peso de soluto en el derrame inferior será (.15) (39) = 5.85 toneladas.

Un balance de soluto en esta etapa dará el soluto que entra con el derrame

QUIMICA

superior.

19 + 5.85 - 20 = 4.85 toneladas.

Para obtener el numero de etapas por medio de la ecuacion 3.7 se considera que las concentraciones de entrada son aquellas que se obtienen a la salida de esta etapa.

Las concentraciones son como siguen :

X_o = Soluto en el derrame inferior = .15

Y_1 = Soluto en el derrame superior = $\frac{4.85}{143.67}$ = 0.0338

X_N = Soluto en el derrame inferior a la salida = $\frac{1}{39}$ = .0256

Y_{N+1} = Soluto alimentado con el solvente = 0

de la ecuación 3.7

$$N = \frac{\log \frac{0 - .025}{.0338 - .15}}{\log \frac{0 - .0338}{.025 - .15}} = \frac{-.667}{-.567} = 1.16$$

El número de etapas ideales total sera 1.16 + 1 = 2.16

Las soluciones analiticas más recientes son desarrolladas usando ecuaciones de diferencias las Icuales se ha naplicado también a otras operaciones de contacto por etapas .

En estas operaciones la concentración de la corriente de proceso X no es una función contínua sino que tiene valores únicamente en puntos discretos que corresponden a un número integral de etapas n entonces:

X = f (n) donde n = 1, 2, 3, etc.

Para la solución de problemas de concentración en operaciones de contacto por etapas se puede recurrir al cálculo de diferencias finitas *(t)

El cálculo de diferencias finitas usa intervalos discretos en lugar de usar infinitesimales con variación contínua.

La primera diferencia de f (n) se denota por $\Delta f(n) = f(n+h) - f(n)$ donde h = 1 o sea se incrementa una etapa. La m-esima diferencia hacía adelante está definida por la relación

$$\Delta^m f(n) = \sum_{r=0}^{r=m} \frac{(-1)^r \, m!}{r!\,(m-r)!} f(n+m-r)$$

Una ecuación de diferencias es una relación entre las diferencias y la variable independiente.

$$\phi(\Delta^m f(n), \Delta^{m-1} f(n), \ldots\ldots \Delta f(n), f(n), n) = 0 \qquad *$$

Suponiendo que se cumple la ley de distribución Y = DX para extracción a contracorriente los cálculos pueden hacerse con una fórmula simple (se esta suponiendo la extracción sólido-líquido como extracción líquido-liquido de acuerdo a Scheibel, Sherwood y Treybal). En este caso las líneas de operación y equilibrio son rectas y la solución de las ecuaciones de diferencias que expresan los balances de material y equilibrio pueden expresarse por la formula de Kremser para absorción de gas. Así, siguiendo la nomenclatura de Scheibel si se hace el balance de material de soluto desde la etapa n+1 hasta la N de la figura 2.18 se tiene:

$$H(X_n - X_N) = L(Y_{n+1} - Y_{N+1}) \qquad (3.8)$$

*(t) Si se estuvieran considerando operaciones con gradientes de concentración contínuas en lugar de contacto por etapas se usaria cálculo integral y diferencial de funciones contínuas para resolver los valores de concentración.

* Ver apéndice (I) para más información sobre diferencias finitas y sobre soluciones de ecuaciones de diferencias finitas.

si la pendiente de la linea de equilibrio es $m = D = Y_{n+1} / X_{n+1}$ y el factor de absorción es $A = \frac{H}{DL}$ entonces por sustitución y rearreglo la ecuación (3.8) será:

$$X_{n+1} - A X_n = \frac{Y_{N+1}}{D} - A X_N$$

esta es una ecuación de diferencias finitas de primer orden entonces se intenta una solución $Xn = C\beta^n$ (ver apéndice 1) $C\beta^{n+1} - A C \beta^n = 0$ con $Q(n) = 0$ para obtener la solución Xn homogenea; dividiendo entre $C\beta^n$ tenemos $\beta - A = 0$; $\beta = A$, la solución homogenea es por tanto $X_n^H = C_1 A^n$ ahora se intenta una solución particular $X_n^P = C_2$ debido a que el lado derecho de la ecuacion es una constante sustituyendo la solución dentro de la ecuación de diferencias finitas nos da:

$$C_2 - A C_2 = \frac{Y_{N+1}}{D} - A X_N$$

de la cual

$$X_n^P = C_2 = \frac{\frac{Y_{N+1}}{D} - A X_N}{1 - A}$$

la solución completa sera la suma de la solución homogenea y la solución particular

$$Xn = C_1 A^n + \frac{\frac{Y_{N+1}}{D} - A X_N}{1 - A}$$

Para determinar C_1 se establece $n = 0$

$$C_1 = Xo - \frac{\frac{Y_{N+1}}{D} - A X_N}{1 - A}$$

y por consiguiente se obtiene

$$X_n = \left(X_o - \frac{Y_{N+1} / D - A X_N}{1 - A} \right) A^n + \frac{Y_{N+1} / D - A X_N}{1 - A}$$

este resultado es útil para obtener la concentración Xn en cualquier etapa en la cascada conociendo las concentraciones terminales. Poniendo $n = N$ y rearreglando se obtiene

$$X_N = A^N X_o - A^{N+1} X_o - (Y_{N+1} / D) A^N + A^{N+1} X_N + \frac{Y_{N+1}}{D}$$

Dividiendo entre A

$$\frac{X_N}{A^{N+1}} = \frac{X_o}{A} - X_o - \frac{Y_{N+1} / D}{A} + X_N + \frac{Y_{N+1} / D}{A^{N+1}} \qquad (3.9)$$

Si se suma $\frac{Y_{N+1}}{D}$ a ambos miembros en la ecuación (3.9) y se rearregla resulta, factorizando: $\left(X_N - \frac{Y_{N+1}}{D}\right)\left(\frac{1}{A^{N+1}} - 1\right) = \left(\frac{1}{A} - 1\right)\left(X_0 - \frac{Y_{N+1}}{D}\right)$

$$\frac{X_N - \frac{Y_{N+1}}{D}}{X_0 - \frac{Y_{N+1}}{D}} = \frac{\frac{1}{A} - 1}{\left[\left(\frac{1}{A}\right)^{N+1} - 1\right]}$$

Esta ultima ecuación corresponde a la que da Scheibel:

$\frac{X_N - Y_{N+1}/D}{X_0 - Y_{N+1}/D} = \frac{\mathcal{E} - 1}{\mathcal{E}^{N+1} - 1}$ (3.10) Donde $\mathcal{E}$ es el factor de extracción y es igual a $1/A$; cuando el solvente está libre de soluto $\frac{X_N}{X_0} = \frac{\mathcal{E} - 1}{\mathcal{E}^{N+1} - 1}$

El miembro izquierdo de la ecuación es la fracción de soluto que permanece en el sólido después de N etapas con un factor de extracción de $\mathcal{E}$. esta forma particular ha sido representada gráficamente por Underwood para la determinación de una de las variables cuando las otras dos estan determinados. Fig. 3.3

Cuando el solvente no está libre de soluto Y_{n+1} es generalmente despreciable con respecto a Xo y la fracción no extraída ès igual al valor de X_N / X_0 leída de carta mas $\frac{Y_{N+1}}{D}$ como D es la unidad para una etapa de extracción sólido-liquido en equilibrio.

Si en la ecuación 3.9 en lugar de sumar Y_{N+1} / D se hubiera sumado $\frac{X_0}{A^{N+1}}$ nos daría $\frac{X_0 - X}{X_0 - Y_{N+1}/D} = \frac{(1/A)^{N+1} - 1/A}{(1/A)^{N+1} - 1}$ cuando $A \neq 1$, y cuando $A = 1$ $\frac{X_0 - X_N}{X_0 - \frac{Y_{N+1}}{D}} = \frac{N}{N+1}$ que representa la fracción removida después de N etapas obtenida por Sherwood.

Usando ecuaciones de diferencias Chen efectúa un análisis de la extracción sólido-líquido y presenta una ecuación simplificada para derrame inferior (solución retenida) constante y una expresión analítica para cuando la solución retenida es variable.

Considerar la cascada en la Fig. 3.4

Este sistema de extracción a contracorriente tiene N etapas consistiendo cada una de un tanque agitado y un sedimentador.

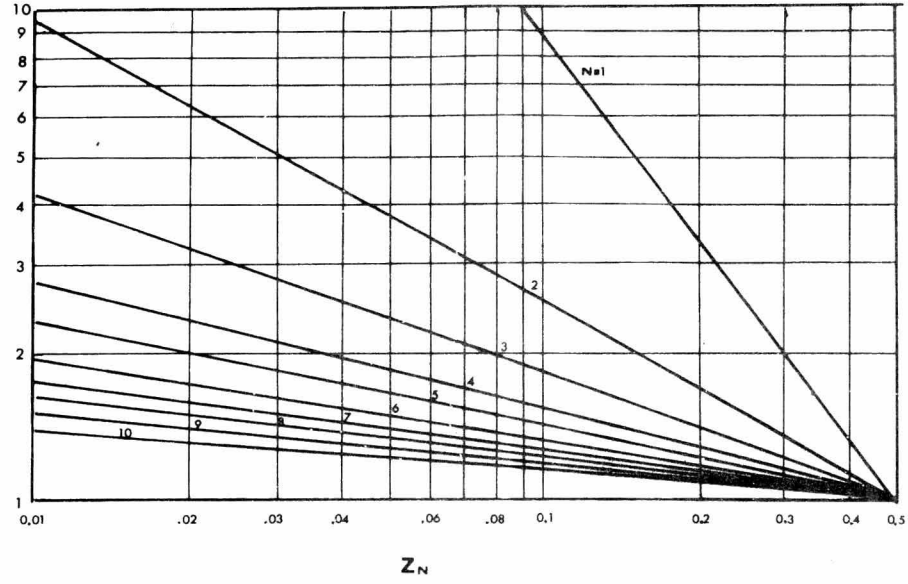


FIG. 3.3

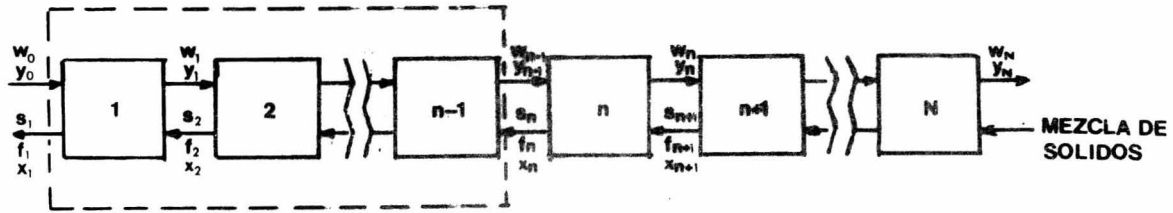

W_0
y_0
s_1
f_1
x_1
1
W_1
y_1
s_2
f_2
x_2
2
n–1
W_{n-1}
y_{n-1}
s_n
f_n
x_n
n
W_n
y_n
s_{n+1}
f_{n+1}
x_{n+1}
n+1
N
W_N
y_N
MEZCLA DE SOLIDOS

FIG. 3.4

En la operación del estado uniforme el derrame inferior de la etapa (n+1) y el superior de la etapa (n - 1) son cargados a la etapa n. El derrame inferior de la etapa (n+1) consiste de S_{n+1} lb/hr de inerte que llevan f_{n+1} Lb de solución por libra de sólido inerte con una composición X_{n+1} (Lb soluto/Lb de solución). El derrame superior W_{n-1} lb/hr que sale de la etapa (n - 1) tiene una composición Y_{n-1} $(\frac{\text{Lbsoluto}}{\text{Lb solución}})$.

Terminado el tiempo de contacto el derrame superior Wn se manda a la etapa (n + 1) y el sedimento Sn a la etapa (n - 1).*

Un balance total de solución al rededor de la zona punteada da:

$$W_o + S_n f_n = W_{n-1} + S_1 f_1$$

y un balance de soluto

$$W_o Y_o + S_n f_n X_n = W_{n-1} Y_{n-1} + S_1 f_1 X_1$$

eliminando W_{n-1} dá

$$Y_{n-1} = \frac{S_n f_n X_n}{W_o - S_1 f_1 + S_n f_n} + \frac{W_o Y_o - S_1 f_1 X_1}{W_o - S_1 f_1 + S_n f_n} \qquad (3.11)$$

Esta ecuación es la expresión general para la linea de operación sin hacer suposiciones. Suponiendo ahora que el sólido inerte en el derrame inferior es insoluble en la solución y que su flujo de etapa a etapa es constante los suscritos de la S pueden quitarse y la ecuación (3.11) puede dividirse entre Sfn y rearreglarse para dar:

$$\left[\frac{W_o}{S f_n} + 1 - \frac{f_1}{f_n}\right] Y_{n-1} = X_n + \frac{W_o Y_o - S f_1 X_1}{S f_n} \qquad (3.12)$$

que es la expresión para la línea de operación.

Para el caso en que la relación de solución a inertes en el sedimento puede

*Ver nomenclatura del método de Chen al final del capítulo.

suponer constante entonces $f_1 = f_n$ y la ecuación (3.12) será

$$r\,Y_{n-1} = X_n + r\,Y_o - X_1 \qquad (3.13)$$ donde

$r = \frac{W_o}{S\,f}$. Esta ecuación representa la linea de operación . Si además se supone que la concentración del líquido en el derrame superior es la misma que aquella de la solución retenida entonces $Y_n = X_n$. (3.14). Las ecuaciones (3.13) y (3.14) pueden resolverse graficamente. La combinación de estas 2 ecuaciones dá:

$X_n - r\,X_{n-1} + r\,Y_o - X_1 = 0$ (3.15) que es una ecuación de diferencias lineal.

Se intenta una solución $X_n = C\,\beta^n$

$C\beta^n - r\,C\,\beta^{n-1} = 0$; $\beta - r = 0$ $\therefore$ $\beta = r$

La solución homogenea será $X_n^H = C\,r^n$; la solución particular se supone $X_n^P = A\,(X_1 - r\,Y_o)$

sustituyendo

$$A\,(X_1 - r\,Y_o) - r\,(A\,X_1 - A\,r\,Y_o) = X_1 - r\,Y_o$$

$$A = \frac{1}{1-r}$$

La solución particular es: $X_n^P = \frac{X_1 - r\,Y_o}{1-r}$

La solución será la suma de la solución homogenea y la solución particular así:

$$X_n = C\,r^n + \frac{X_1 - r\,Y_o}{1-r}$$

La constante C puede determinarse de la condición a la frontera. En $n = 0$ $X_n = X_o = Y_o$ entonces:

$$C = X_o - \frac{X_1 - r\,Y_o}{1-r} = \frac{X_o - X_1}{1-r}$$

cuando $n = N$

$$X_N = \frac{X_o - X_1}{1-r}\,r^N + \frac{X_1 - r\,X_o}{1-r}$$

$$X_N = \frac{X_1\,r^N - X_o\,r^N - X_1 + r\,X_o + X_o - X_o}{r-1}$$

Factorizando y rearreglando se obtiene:

$$\frac{r^N - 1}{r - 1} = \frac{X_N - X_0}{X_1 - X_0} \qquad (3.16)$$ ó

$$N = \frac{\log \left[1 + \left(\frac{X_N - X_0}{X_1 - X_0} \right) (r - 1) \right]}{\log r} \qquad (3.17)$$

que dá el número de etapas

Ejemplo 10 : Si consideramos el mismo problema dado para el método de Mc -- Cabe (Ejemplo 9)

Solución: Los valores usados son $X_0 = Y_0 = 0$; $Y_N = X_N = 0.15$

$X_1 = 0.0256$, $W_0 = 143.67$, $S = 78$, $f = 0.5$

entonces $r = W_0 / S f = 3.68$

y de la ecuación (3.16)

$$\frac{3.68^N - 1}{3.68 - 1} = \frac{0.15}{0.0256} \qquad N = 2.16$$

el cual es el mismo valor que aquél obtenido por el método de Mc Cabe.;

Si la relación de solvente a inertes es constante las ecuaciones (3.16) y --- (3.17) son aplicables teniendo cuidado de que la composición X ó Y esté en Lb soluto/Lb de solvente, el líquido retenido en el sedimento f en Lb solvente/Lb de inerte y el flujo del derrame superior w en Lb solvente /hr.

Ejemplo 11: La resolución del problema dado en el método de Baker (Ejemplo 8)

Los valores calculados para el mismo ejemplo son:

$Y_N = X_N = .05$; $Y_0 = X_0 = .0005$; $X_1 = .001$; $W_0 = 871$

$S = 100$ y $f = 2$

entonces $r = \frac{W_0}{S f} = 4.35$

y de la ecuación (3.16) $\frac{4.35^N - 1}{4.35 - 1} = \frac{.05 - .0005}{.001 - .0005}$

$N = 3.96$

El método de Baker, establece que se requieren de 3 a 4 etapas.

Cuando los datos muestran que la retención de líquido en el sedimento no es constante deben usarse los métodos gráficos sin embargo cuando es válido suponer que el recíproco del líquido retenido es una función lineal de la concentración en el sedimento, se puede desarrollar una expresión analítica. Si los datos muestran una curvatura ligera pueden tratarse como varias lineas rectas de tal forma que la expresión analítica pueda usarse para determinar el número aproximado de etapas teóricas.

La exactitud de este método depende de la aproximación de los datos de prueba a una linea recta.

La suposición matemática es:

$$1 / f_n = A + B X_n \qquad (3.18)$$

donde A y B son constantes de correlación. Combinando las ecuaciones(3.12), (3.14) y (3.18) y simplificando tenemos:

$$\left[\frac{W_o}{S} (A + B X_n) + 1 - f_1 (A + B X_n) \right] X_{n-1} = X_n + \left\{ \frac{W_o Y_o - S f_1 X_1}{S} \right\} (A + B X_n) \therefore$$

$$X_n X_{n-1} \left(\frac{W_o B}{S} - f_1 B \right) + X_n \left(f_1 X_1 B - \frac{W_o Y_o B}{S} - 1 \right) + X_{n-1} \left(\frac{W_o A}{S} + 1 - f_1 A \right) -$$

$$\frac{W_o Y_o A}{S} + f_1 X_1 A = 0$$

Dividiendo entre $\left(\frac{W_o B}{S} - f_1 B \right)$ queda

$$X_n X_{n-1} + a X_n + b X_{n-1} + c = 0 \qquad (3.19)$$

donde a será $\dfrac{f_1 X_1 B - \frac{W_o Y_o B}{S} - 1}{\frac{W_o B}{S} - f_1 B}$ pero como $r = \dfrac{W_o}{S f_1}$ (3.20)

dividiendo entre f, tenemos

$$a = \frac{X_1 B - r_1 Y_0 B - (A + B X_1)}{r_1 B - B} = - \frac{A + B Y_0 r_1}{B (r_1 - 1)} \qquad (3.21)$$

b será $\frac{r_1 A + B X_1}{B (r_1 - 1)}$ (3.22)

c será $\frac{A (X_1 - r_1 Y_0)}{B (r_1 - 1)}$ (3.23)

Es interesante notar que para derrame inferior (o sedimento) constante $\beta = 0$ y la ecuación (3.19) se reduce a la ecuación (3.15). La ecuación (3.19) es una ecuación de diferencias de Riccatti.

Hay muchos métodos para resolver es ta ecuación (Ver Apéndice 2) La solución es:

$$\left(\frac{X_N + b + \beta_2}{X_N + b + \beta_1}\right) = \left(\frac{X_0 + b + \beta_2}{X_0 + b + \beta_1}\right) \left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)^N \qquad (3.24)$$

para raíces reales y diferentes ($\beta_1 \neq \beta_2$) donde β_1 y β_2 son raices de

$$\beta = \frac{a - b}{2} \pm \frac{\sqrt{(a - b)^2 - 4c}}{2} \qquad (3.25)$$

Si $\beta_1 = \beta_2$ la solución es: $N = \frac{\beta (X_0 - X_N)}{(X_N + b + \beta)(X_0 + b + \beta)}$

Si las raices son complejas conjugados la solución será $N = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta}$

donde $\theta = \text{arc tan } \frac{2p}{a - b}$

$\theta_2 = \text{arc tan } \frac{p}{X_N + \frac{1}{2}(a + b)}$

$\theta_1 = \text{arc tan } \frac{p}{X_0 + \frac{1}{2}(a + b)}$

$ip = \sqrt{\frac{1}{4}(a + b)^2 - c}$

Ejemplo 12 : Se va a encontrar a) el número de etapas requeridas y b) la concentración en cada etapa para el problema dado en el ejemplo 3.

Solución

a) Número de etapas teóricas

Datos $S = 2000$, $W_o = 1310 + 20 = 1330$, $Y_o = \frac{20}{1330} = .015 = X_o$

Suponer $X_1 = .118$ de los datos de prueba da que 0.5068 Lbs de solución son retenidas por lb de inertes. El peso de la solución retenida es:
2000 (.5068) = 1,014 y la concentración es 120/1014 = .118 que checa con el valor supuesto. La composición de la solución del derrame superior de la etapa N puede calcularse haciendo un balance de soluto y de solvente.

Balance de soluto $800 + 20 - 120 = 700$ Lb de aceite

Balance de solvente $50 + 1310 - (1,014 - 120) = 466$ Lb de benceno

$$Y_N = \frac{700}{700 + 466} = .60 = X_N$$

Las constantes empiricas A y B son determinadas de los datos de prueba. Seleccionando los dos puntos $f_1 = 0.5$ (La f es igual a la N usada en los diagramas de Ponchon-Savarit) en $X = 0$ y $f = 0.595$ en $X = .6$ y luego sustituyendo estos valores en la ecuación (3.18) da $A = 2$ y $B = -0.533$ de la ecuación (3.18) $1/f_1 = 2 - 0.533 \times 0.118 = 1.937$ $f_1 = 0.517$.

De la ecuación (3.20)

$$r = \frac{1330}{0.517 \times 2000} = 1.287$$

De la ecuación (3.21)

$$a = \frac{2 - (0.533 \times 0.015 \times 1.287)}{- 0.533 (1.287 - 1)} = 13$$

De la ecuación (3.22)

$$b = \frac{(2 \times 1.287) - (0.533 \times 0.118)}{-0.533\,(1.287 - 1)} = -16.4$$

De la ecuación (3.23)

$$c = \frac{2\,(0.118 - 1.287 \times 0.015)}{-0.533\,(1.287 - 1)} = -1.29$$

De la ecuación (3.25)

$$\beta = \frac{13 + 16.4 \pm \sqrt{3.4^2 + 5.16}}{2} = 16.75 \text{ y } 12.65$$

De la ecuación (3.24)

$$\frac{0.6 - 16.4 + 16.75}{0.6 - 16.4 + 12.65} = \left(\frac{0.015 - 16.4 + 16.75}{0.015 - 16.4 + 12.65}\right)\left(\frac{16.75}{12.65}\right)^N$$

$$N = 4.00$$

El resultado es casi idéntico que los métodos gráficos. La exactitud del método depende de la aproximación de la ecuación (3.18) para representar los datos de prueba.

b) Concentración en cada etapa.

Sustituyendo los valores correspondientes obtenidos en la primera parte del problema dentro de la ecuación (3.24) dá:

$$\frac{X_N + 0.35}{X_N - 3.75} = \frac{0\,365}{3.735}\,(1.325)^N = -.098\,(1.325)^N$$

de la cual las concentraciones en cada etapa pueden calcularse.

Las ecuaciones (3.16) y (3.24) que sirven para la determinación de etapas teóricas en un sistema de extracción solido-liquido a contracorriente cuando el derrame inferior es constante y cuando es variable respectivamente, pueden ser útiles, como propone Chen, para la determinación del número optimo de etapas y el flujo de sol-

vente cuando se incorporan los costos del equipo, del material y de los productos.

Cuando se tiene un a extracción con derrame inferior constante la ganancia anual en el sistema es la diferencia entre el valor en el mercado del soluto recuperado Cs y el costo total del equipo Ce, materia prima Cm y solvente Cw si se supone que el residuo del sedimento no tiene valor en el mercado.

En este caso

$P_A = Cs - (Ce + Cm + Cw)$ (3.25) donde P_A es la ganancia anual.

El valor del soluto que se recupera es el producto del costo unitario del soluto C_1 \$/Lb y la cantidad de soluto recuperada por año $Cs = C_1 h\ Sf\ (X_N - X_1)$ (3.27) donde h es la operación anual hr/año.

El costo del equipo es la suma de los costos fijos y del costo de operación del equipo.

Sea F la relación del costo total para instalación y accesorios al costo de compra del equipo y sea K_F los costos fijos incluyendo mantenimiento de preciación, seguro etc., expresado como una fracción del costo inicial para el equipo completamente instalado. De aquí, los costos fijos C_F son:

$$C_F = C_2 N (1 + F) K_F \qquad (3.28)$$

donde C_2 es el costo por etapas de el equipo.

El costo de operación del equipo Co es el producto del costo de operación por hora de una etapa t, el número de etapas N y las horas de operación por año h.

$$Co = th N \qquad (3.29)$$

Las sumas de las ecuaciones (3.28) y (3.29) es el costo anual del equipo

$$Ce = C_2 (1 + F) K_F' N + thN \qquad (3.30)$$

El costo del material es el producto de el costo unitario C_3 de la mezcla

sólida $/Lb inerte; el flujo de inerte S Lb/hr y las horas de operación por año, h:

$$Cm = C_3 \, Sh \qquad (3.31)$$

El costo del solvente Cw es el producto del costo unitario C_4 $/Lb; el flujo del solvente wo, Lb/hr y las horas de operación por año h.

$$Cw = C_4 \, wo \, h \qquad (3.32)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.27), (3.30), (3.31) y (3.32) dentro de la ecuación (3.26) nos dá:

$$Pa = C_1 h \, S \, F \, (X_N - X_1) - C_2 (1+F) \, K_F \, N - thN -$$

$$C_3 S h - C_4 wo \, h \qquad (3.33)$$

Como en el equilibrio Xn = Yn la ecuación (3.16) puede rearreglarse como

$$X_1 = \frac{(r-1)}{(r^N-1)} \, (X_N - Y_0) + Y_0 \qquad (3.34)$$

Sustituyendo X_1 de la ecuación 3.34 dentro de la ecuación (3.33) (recordando que wo= r s f y definiendo $K'_F = \frac{K_F}{h}$) y simplificando se obtiene la ganancia por hora Ph como $Ph = C_1 S \, f \, (X_N - \frac{r-1}{r^N-1} \, (X_N - Y_0) - Y_0) - C_2 K'_F \, N \, (1+F) -$

$$t N - C_3 S - C_4 r S f \qquad (3.35)$$

La ecuación (3.35) es la función que puede ser optimizada, en la cual r y N sin las variables. Por diferenciación parcial de la ecuación con respecto a r y N -- obtenemos:

$$\frac{\delta Ph}{\delta N} = C_1 S f \left[\frac{r-1}{(r^N-1)^2} \, r^N \ln r \, (X_N - Y_0) \right] - C_2 K'_F \, (1+F) - t \qquad (3.36)$$

$$\frac{\delta Ph}{\delta r} = C_1 S f \, (X_N - Y_0) \left[\frac{(r-1) \, N \, r^{N-1}}{(r^N-1)^2} - \frac{1}{r^N-1} \right] - C_4 S f \qquad (3.37)$$

Después de igualar a cero las ecuaciones (3.36) y (3.37) pueden resolverse simultáneamente para r y N por el método de prueba y error.

Sin embargo el método de prueba y error es tedioso. Debido a esto un método más fácil se propone en el siguiente ejemplo:

Ejemplo 13: Se desea recuperar un componente A de su veta por extracción sólido-líquido. La veta que entra a la cascada consta de 2 toneladas de componentes no metálicos más el componente A. La solución concentrada consiste del 5% en peso de A. Se usa solvente no concentrado. Después de cada etapa una tonelada del inerte retendrá dos toneladas de solución. Los costos son A, $1.50/Lb; solvente, 4¢ /Lb; mezcla usada como materia prima, 0.5 ¢/Lb; y $50,000 por etapa del equipo $K_F = 0.00003$, $F = 1.50$, $h = 8,400$ y $t = 0.25$

Determinar el número óptimo de etapas teóricas y el flujo aptimo del solvente.

Calcular la ganancia anual.

Solución: Una combinación de cálculo diferencial y método gráfico, se usa: Primero sustituyendo los valores del problema dentro de las ecuaciones (3.35) y (3.36) y simplificando se obtiene $Ph = 600 \left(1 - \frac{r - 1}{r^N - 1} \right) - 4N - 20 - 320\, r$ (1)

$$\frac{\delta Ph}{\delta N} = 600 \left[\frac{r - 1}{(r^N - 1)^2} \right] r^N \ln r - 4 = 0 \qquad (2)$$

Para cada valor de r hay un valor máximo de N que satisface la ecuación (2). Puede hacerse una gráfica de estos valores máximos de N Vs. los valores correspondientes de r. El valor máximo de esta curva da las N y r requeridas. Sustituyendo estos máximos dentro de la ecuación (I) N produce la ganancia por hora y multiplicandolo por $h = 8,400$ da la ganancia anual. Los valores óptimos son:

Etapas Teóricas N _____ 12

r _____ 0.9444

Velocidad de flujo solv. wo _____ 7,555.2 Lb/hr

Ganancia por hora Ph _ _ _ _ _ _ _ _ _ $ 163

Ganancia anual _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ $ 1,370,000

Para el caso cuando el derrame inferior es variable la r no está relacionada directamente a N sino por medio de a, b, c, β y luego la ecuación 3.24 . Por esta razón es muy difícil obtener una solución analítica para los valores optimos de r y N. Chen propone una solución gráfica pero esta resulta muy poco práctica, debido a la cantidad de datos que se requiere calcular.

N O M E N C L A T U R A .

METODO DE BAKER.

a	Soluto (ó solvente) presente en la solución sacada /soluto (ó solvente) presente en la solución retenida.
X	Peso de soluto en la solución retenida por los sólidos exhaustos (corriente f)
C	Peso de soluto en el solvente no concentrado (corriente e)
g,k,m,o,r	Peso de soluto en el derrame superior.
h, l ,n,p,s	Peso de soluto en el derrame inferior.

METODO DE CHEN.

a,b,c	Coeficientes constantes en ecuación (3.24)
A ,B	Constantes empíricas en $1/f_n = A + B X n$
f	Líquido retenido en el sedimento Lb solución /Lb de sólido inerte, ó Lb de solvente /Lb de sólido inerte.
i	$(-1)^{1/2}$
N	Etapa final, en donde entra la mezcla de sólidos.
n	Cualquier etapa en la cascada.
P	$\sqrt{c - \left[\frac{a+b}{2}\right]^2}$
S	Flujo de sólido inerte (Lb/hr)
W	Flujo de solvente o del derrame superior de cada etapa (Lb solución/hr ó Lb solvente/hr.
X	Composición del líquido retenido en el sedimento (Lb soluto/Lb solución ó Lb soluto /Lb solvente)
Y	Composición del líquido del derrame superior ($\frac{\text{Lb soluto}}{\text{Lb solución}}$ ó Lb soluto/Lb - solvente)
r	Relación $W_o / S f$
B	Raíces del discriminante ecuación 3.24

θ	Angulo en la solución de raíces complejas.
C_s, C_e C_m, C_w	Costo anual de soluto, equipo, materias primas y solvente, respectivamente
C_1, C_2 C_3, C_4	Costo unitario de soluto, \$/Lb; equipo, \$/etapa; mezcla sólida \$/Lb y solvente, \$/Lb respectivamente.
C'_s, C'_e C'_m, C'_w	Costo por hora de soluto, equipo, materias primas y solvente, respectivamente.
F	Relación de costo total a costo de compra del equipo usado en la ecuación 3.28
h	Horas de operación por año.
K_F	Fracción de costo inicial usada en la ecuación 3.28
K'_F	Radio K_F/h

CONCLUSIONES.

En este trabajo se describieron los métodos para dimensionar un equipo de extracción sólido-líquido tal como son los sedimentadores.

El no extender el cálculo a los demás tipos de equipo se debe a que se tendría que analizar todos los elementos de separación mecánica. Ofreciendo este campo todavía muchos temas para analizar. Por ejemplo en el caso de los sedimentadores se necesita conocer más acerca del funcionamiento y el diseño de los brazos de palas o diseñar un tanque sin este elemento de forma que no produzca acumulación del sedimento o también mejorar los sistemas de entrada de alimentación o conocer acerca de los patrones de flujo por mencionar unos pocos temas.

Se trató de forma exhaustiva los métodos de cálculo para el número de etapas y las variables relacionadas debido a que en este aspecto se logra una generalización de la operación de extracción sólido-líquido.

Esto ofrece también temas de investigación por ejemplo cuando la difusión controla el proceso de extracción se puede intentar encontrar la relación entre esta y la eficiencia del equipo.

Se efectuó la separación de los métodos, con el objetivo de hacer más fácil tratar problemas particulares, por ejemplo ; si se desea hacer uso de una computadora se recurre a los métodos numericos.

La aplicación de un método dependerá de como las suposiciones hechas en él se acercan a un problema real.

CONCLUSIONES.

En este trabajo se describieron los métodos para dimensionar un equipo de extracción sólido-líquido tal como son los sedimentadores.

El no extender el cálculo a los demás tipos de equipo se debe a que se tendría que analizar todos los elementos de separación mecánica. Ofreciendo este campo todavía muchos temas para analizar. Por ejemplo en el caso de los sedimentadores se necesita conocer más acerca del funcionamiento y el diseño de los brazos de palas o diseñar un tanque sin este elemento de forma que no produzca acumulación del sedimento o también mejorar los sistemas de entrada de alimentación o conocer acerca de los patrones de flujo por mencionar unos pocos temas.

Se trató de forma exhaustiva los métodos de cálculo para el número de etapas y las variables relacionadas debido a que en este aspecto se logra una generalización de la operación de extracción sólido-líquido.

Esto ofrece también temas de investigación por ejemplo cuando la difusión controla el proceso de extracción se puede intentar encontrar la relación entre esta y la eficiencia del equipo.

Se efectuó la separación de los métodos, con el objetivo de hacer más fácil tratar problemas particulares, por ejemplo ; si se desea hacer uso de una computadora se recurre a los métodos numericos.

La aplicación de un método dependerá de como las suposiciones hechas en él se acercan a un problema real.

APENDICE I

Ciertas situaciones requieren que la variable independiente de una ecuación no varie contínuamente debido a que tiene significación únicamente para valores discretos. Establezcamos que $X = f(n)$ este definida para valores discretos y equidistantes de n. Entonces para un valor dado de n que será denotado por n_k el valor correspondiente de X será $X_k = f(n_k)$

Y la primera diferencia de $f(n)$ está dada por $\Delta f(n) = f(n+h) - f(n)$ donde $h = n_k - n_{k-1}$ longitud del intervalo.

La diferencia m-esima esta definida por la relación

$$\Delta^m f(n) = \sum_{r=0}^{r=m} \frac{(-1)^r m!}{r!(m-r)!} f(n+m-r)$$

Algunas propiedades del operador Δ

1.- Si C es cualquier constante $\Delta C = 0$

2.- Si $f(n)$ es una función de periodo h $\Delta f(n) = 0$

3.- $\Delta\left[f(n) + g(n)\right] = \Delta f(n) + \Delta g(n)$

4.- $\Delta^m \left[\Delta^L f(n)\right] = \Delta^{m+L} f(n)$

5.- $\Delta f(n)\, g(n) = f(n)\, \Delta g(n) + g(n+h)\, \Delta f(n)$

6.- $\Delta\left[\frac{f(n)}{g(n)}\right] = \frac{g(n)\,\Delta f(n) - f(n)\,\Delta g(n)}{g(n)\, g(n+h)}$

Una ecuación de diferencias es una relación entre las diferencias y la variable independiente.

$\Phi(\Delta^m f(n), \Delta^{m-1} f(n), \ldots\ldots, \Delta f(n), f(n), n) = 0$, donde Φ es una función dada. Se supone que el tamaño del intervalo entre puntos sucesivos (h) es igual a 1. La notación común es $X_n = f(n)$

Sobre las ecuaciones de diferencias.

El orden de una ecuación de diferencia es la diferencia entre los argumentos más grande y más chico.

Una ecuación de diferencias lineal no contiene productos u otras funciones no lineales de la variable dependiente y sus diferencias.

Una solución de una ecuación de diferencias es una relación entre las variables la cual satisface la ecuación. Si la ecuación de diferencia es de orden m la solución general contiene m constantes arbitrarias.

Una ecuación de diferencias lineal tiene la forma:

$$P_m X_{n+m} + P_{m-1} X_{n+m-1} + \ldots\ldots + P_1 X_{n+1} + P_0 X_n = Q_n$$

con $P_m \neq 0$, $P_0 \neq 0$ y P_j, $j = 0, 1, 2 \ldots\ldots m$; siendo funciones de n

1.- Cuando los coeficientes son constantes y $Q(n) = 0$ (Homogenea).

Se intenta una solución de la forma $X = C\beta^n$ y si se substituye resulta un polinomio de grado m para β, si las soluciones del polinomio son $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \ldots\ldots \beta_m$ entonces la solución esta dentro de 4 casos.

1).- Si todas las Bj's son reales y diferentes la solución es: $X_n = \sum_{j=1}^{m} C_j B_j^n$ donde $C_1, C_2 \ldots\ldots, C_m$ son constantes arbitrarias.

2).- Si las raíces son reales y repetidas digamos que β_j se repite L veces entonces la solución parcial para las Bj's correspondientes es:

$$\beta_j^n (C_1 + C_2 n + \ldots\ldots + C_L n^{L-1})$$

3).- Si las raices son complejas conjugadas digamos $a + ib = p e^{i\theta}$ y $a - ib = p e^{-i\theta}$ la solución parcial correspondiente a este par es

$$p^n (C_1 \cos \theta_n + C_2 \sin \theta_n)$$

4).- Si las raíces son complejas conjugadas multiples es decir

$a + ib = p e^{i\theta}$ y $a - ib = p e^{-i\theta}$ están repetidas L veces entonces la solución parcial correspondiente a estas es

$$p^n \left[(C_1 + C_2 n + \ldots\ldots + C_L X^{L-1}) \cos \theta_n + (d_1 + d_2 n + \ldots\ldots + d_L X^{L-1}) \sin \theta_n \right]$$

2.- Coeficientes constantes y $Q(n) \neq 0$ (No homogeneas)

Coeficientes constantes y $Q(n) \neq 0$ (No homogeneas). En este caso la solución general se encuentra obteniendo primero la solución homogenea X_n^H y sumándole cualquier solución particular con $Q(n) \neq 0$ digamos X_n^P. Para obtener la solución particular existen algunos procedimientos los cuales se asemejan bastante a los usados para encontrar la solución particular en una ecuación diferencial lineal. En muchos casos el método de coeficientes indeterminados es adecuado.

APENDICE 2

Solución de la ecuación de Riccatti.

$$X_{n+1} X_n + a X_{n+1} + b X_n + c = 0 \qquad (1)$$

Esta expresión es una ecuación de diferencias no lineal la cual puede reducirse a una ecuación lineal por transformación de variables. La reducción se efectúa por una translación del eje X por una cantidad constante X_1 entonces

$$X = u + X_1$$

sustituyendo en (I)

$$(u_{n+1} + X_1)(u_n + X_1) + a(u_{n+1} + X_1) + b(u_n + X_1) + c = 0$$

$$u_{n+1} u_n + (a + X_1) u_{n+1} + (b + X_1) u_n + \left[X_1^2 + (a+b) X_1 + c \right] = 0 \qquad (2)$$

Ahora se establece el valor numérico de X_1 tal que

$$\left[X_1^2 + (a+b) X_1 + c \right] = 0$$

$$X_1 = \frac{-(a+b) \pm \sqrt{(a+b)^2 - 4c}}{2}$$

la ecuación (2) se reduce a la forma

$$u_{n+1} u_n + (a + X_1) u_{n+1} + (b + X_1) u_n = 0$$

se divide por $u_{n+1} u_n$ y establecemos $v_n = \frac{1}{u_n} = \frac{1}{X_n - X_1}$

entonces resulta $(b + X_1) v_{n+1} + (a + X_1) v_n + 1 = 0$

Esta ecuación es una ecuación de diferencias con coeficientes constantes y se resuelve de la siguiente manera:

$$v_{n+1} + \left(\frac{a + X_1}{b + X_1} \right) v_n + \frac{1}{b + X_1} = 0$$

se debe encontrar primero la solución de la ecuación como si fuera homogenea o sea intentamos una solución $v_n = C_1 \beta^n$

$$C_1 \beta^{n+1} + \left[\frac{a - X_1}{-b + X_1} \right] C \beta^n = 0$$

dividiendo entre $C\,\beta^n$

$$\beta + \left[\frac{a + X_t}{b + X_t}\right] = 0 \qquad \therefore \qquad \beta = -\frac{a - X_t}{b + X_t}$$

$$v_n^H = C_1\left[-\frac{a + X_t}{b + X_t}\right]^n$$

Intentamos una solución particular (por coeficientes inde terminados)

$$v_n^p = \frac{D}{b + X_t} \quad ; \quad \frac{D}{b + X_t} + \frac{a + X_t}{b + X_t}\left[\frac{D}{b + X_t}\right] = -\frac{1}{b + X_t}$$

$$D = -\frac{b + X_t}{b + X_t + a + X_t} \qquad \therefore \qquad v_n^p = -\frac{1}{b + X_t + a + X_t}$$

La solución será la suma de la particular y la homogenea

$$v_n = v_n^p + v_n^H = C_1\left[-\frac{a + X_t}{b + X_t}\right]^n - \frac{1}{b + X_t + a + X_t}$$

pero $v_n = \frac{1}{u_n}$ entonces $u_n = \dfrac{1}{C_1\left[-\frac{a + X_t}{b + X_t}\right]^n - \frac{1}{b + X_t + a + X_t}}$ también $X_n = u_n + X_t$;

entonces $$X_n = X_t + \frac{1}{C_1\left[-\frac{a + X_t}{b + X_t}\right]^n - \frac{1}{b + X_t + a + X_t}}$$

o sea

$$\frac{1}{X_n - X_t} = C_1\left[-\frac{a + X_t}{b + X_t}\right]^n - \frac{1}{b + X_t + a + X_t}$$

La constante C, puede ser determinada de la condición o la frontera, cuando $n = 0 \quad X_n = X_0 \quad \therefore \quad \frac{1}{X_0 - X_t} + \frac{1}{b + X_t + a + X_t} = C_1$

sustituyendo la constante y simplificando tenemos para la etapa N

$$\left[-\frac{a + X_t}{b - X_t}\right]^N = \left[\frac{X_0 - X_t}{X_N - X_t}\right]\left[\frac{a + b + X_t + X_N}{a + b + X_t + X_0}\right]$$

siendo $$X_t = \frac{-(a + b) \pm \sqrt{(a + b)^2 - 4c}}{2}$$

se establece $(a + X_t) = \beta_2$ y $-(b + X_t) = \beta_1$ y se obtiene

$$\left[\frac{\beta_2}{\beta_1}\right]^N = \left[\frac{X_0 - X_t}{X_N - X_t}\right]\left[\frac{\beta_2 + b + X_N}{a + b + X_t + X_0}\right]$$

$$= \frac{(X_0 + (\beta_1 + b))(\beta_2 + b + X_N)}{(X_N + (\beta_1 + b))(\beta_2 + b + X_0)}$$

$$\left[\frac{\beta_2}{\beta_1}\right]^N\left[\frac{X_0 + \beta_2 + b}{X_0 + \beta_1 + b}\right] = \frac{X_N + b + \beta_2}{X_N + b + \beta_1}$$

esta ecuación es válida cuando β_2 y β_1 son diferentes.

BIBLIOGRAFIA.

1.- Treybal R. E. "Mass Transfer Operations" 2a. edición Mc Graw Hill Book Co New York (1968)

2.- Foust, A. S., L. A. Wenzel, C. W Clump L. Maus y L B. Andersen: "Principles of unit operations" John Wiley & Sons, inc. New York (1960)

3.- Perry J. H. "Chemical Engineers' Handbook" 4 th, edición Mc Graw-Hill book Company, New York (1963)

4.- Mc Cabe W.L y Smith J.N. "Unit Operations of chemical engineering 2a. edición Mc Graw H. LL. New York (1967).

5.- H. S. Mickley , T, K. Sherwood y C. E. Reed "Applied Mathematics in Chemical Engineering" Mc Graw Hill Book Co. New York (1957)

6.- Linvil G. Rich "Unit Operations of Sanitary Enginee r ing John Wiley & Sons Inc. New York (1961)

7.- Sherwood & Pigford "Absorption and Extraction" Mc Graw Hill Book Co, New -- York (1952)

8.- Coe y Clevenger G. H., Trans. Am. Inst. Mining Met.Engrs 55, 356 (1916)

9.- Kynch G. J. Trans.Faraday Soc. 48, 166 (1952)

10.- Roberts E. J. Trans.Am. Inst. Mining Met. Engrs.33, 34- 83 (1937)

11.- Comings Ind & Eng. Chem. Vol. 32, No. 5, 1940, p 663-667

12.- Bryant Fitch, Chem.Eng. Aug 23, 1971 p. 83-88

13.- W. D. Talmage and E. B Fitch Ind & Eng.Chem. Vol. 47, No. 1 1955 p. 38-41

14.- Amstrong R. T. y K, Kammermeyer Ind. Eng. Chem, Vol. 34, No. 10, 1228 (1942); TransAIChe 32 p 62-72 (1936)

15.- Baker EM. Chemical & Metallurgial Eng. Vol. 42, No. 12, 669-71 (1935)

16.- George W. J. Chem Eng. Feb. 9, 1959 p. 111-114

17.- Coates J. y Pressburg B. S. Chem. Eng. Enero 22, 1962 p. 125-130

18.- Underwood A. J. V Ind. Chemist. 10, 128 (1934)

19.- Kremser A. Natl. Petrol News 22, 42 (May 21, 1930)

20.- Scheibel E. G. Chem. Eng. Procress Vol. 49, No. 7 p. 354-358 (1953)

21.- Grosberg, Ind & Eng. Chem. Vol 42, No. 1 (1950) p 154-161

22.- Chen N. H. Chem & Proc. Eng. 44, 302 (1963)

23.- Chen N. H. Chem. Eng. May 11, 1964 p. 159-160

24.- Chen N. H. Chem. Eng. Nov. 23, 1964 p. 125-128

25.- Chen N. H Chem. Eng. Agosto 24, 1970 p. 71-74

26.- Martin J. J. A I ChEJournal Vol. 9, No. 5 p. 646-653 (1963)

27.- Knudsen J. G. Chem. Eng. Abril 1956 p. 188- 192.