

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS QUIMICAS

ENSAYO SOBRE UN MODELO DE PROCESO DE CONOCIMIENTO APLICABLE
AL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS PARA LA FACULTAD
DE CIENCIAS QUIMICAS

57

HERIBERTO JUAN BOSCO GARCIA CANTU ESCOBAR

INGENIERIA QUIMICA

1976



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

LAB Tein
AGE 1976 174
FECHA 1976
PROC H1
N.º



QUIMICA

JURADO

PRESIDENTE	Prof.	Héctor BOLIVAR TERRAZAS
VOCAL	Prof.	Jorge LUDLOW LANDERO
SECRETARIO	Prof.	Erick MAISNER SEIDEL
1er. Suplente	Prof.	Juan M. FRITZ CORONA
2do. Suplente	Prof.	Jesús GRACIA PADRIQUE

LUGAR DE DESARROLLO DEL TEMA

Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Naucalpan (UNAM), 1971
Universidad Autónoma Benito Juárez de Oaxaca, Oaxaca Oax., 1972-1974
Escuela Nacional de Estudios Profesionales, Plantel Cuautitlán
(UNAM) 1975-1976

El sustentante

Heriberto Juan Bosco GARCIA
CANTU ESCOBAR

El Asesor :


Mtro. en S. Jorge LUDLOW LANDERO

INDICE

Página

INTRODUCCION

..... I

PARTE I

EXTRACTO DE UN MODELO DE PROCESO DE CONOCIMIENTO

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Análisis general del concepto de educación y del
proceso cognoscitivo implícito en la enseñanza -
actual de las matemáticas 1

Crítica del proceso de enseñanza y de su concepto
de educación, de su modelo y de sus criterios de
evaluación 2

Resumen 4

GENESIS Y DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO

Préambulo 6

Identificación de un conocimiento concreto 7

DESCRIPCION GENERAL DEL DESARROLLO DE LA ACTIVI/ DAD COGNOSCITIVA

Desarrollo de la estrategia predominantemente cons-
tructiva 8

Concepto general del proceso de abstracción 10

Hacia la etapa de estrategia predominantemente a-
nalítica 15

La particularización y la generalización 17

El desarrollo de la estrategia analítica 21

El desarrollo dialéctico de los elementos de re-
lación cualitativa y cuantitativa 22

La manipulación gráfica como factor coadyuvante
en el desarrollo cognoscitivo 23

Desarrollo de la estrategia predominantemente a-
nalítica 26

Hacia la construcción de la estrategia cognosci-
tiva materialista dialéctica 32

MODELO DE PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMA - TICAS

Concepto de aprendizaje matemático. (objetivos
y niveles identificables de conocimiento en el
proceso de aprendizaje matemático) 35

Resultante del acto de aprendizaje matemático y
sus posibilidades de aplicación y ampliación 36

DINAMICA DE UN CICLO Y DE VARIOS CICLOS DE APREN-
DIZAJE 37

LA EVOCACION, LA COMUNICACION Y EL PROCESO COLECTI-
VO DE PENSAMIENTO 45

CONDICIONES QUE IMPULSAN O ESTANCAN LA ACTIVIDAD
COGNOSCITIVA 48

CONCLUSIONES SOBRE EL MODELO DE PROCESO DE APRENDIZAJE APLICADO EN 1972	 98
MODELO DE PROCESO DE APRENDIZAJE: 1973-1974	
Bibliografía de estudio (Estudio de algunos trabajos de Z. Dienes sobre el aprendizaje de las matemáticas, descripción, asimilación de puntos fundamentales, dudas y crítica de su modelo)	 99
Diseño del contenido del curso para 1973	
Descripción del contenido e implementaciones :	
1- Conjuntos (Resultados y conclusiones)	 104
2- Sistemas matemáticos (Estructura de grupo y estructuras contrastantes). (Im- plementaciones y presentación general de las prácticas, formas I, II, III). Ob- servaciones y conclusiones	 107
3- Aplicación de los conceptos sobre pro- piedades de los sistemas matemáticos al análisis de los números enteros y al manejo de sistemas de ecuaciones	 122
Descripción de experimentos adicionales y conclu- siones (Comparación entre niños y adolescentes en el aprendizaje por juegos simbólicos)	 131
Conclusiones generales sobre el modelo desarrollado en 1973	 135
ESTUDIO TEMATICO ADICIONAL DE 1973, REVISADO EN 1975 (Conceptos sobre la educación de Paulo Freire)	 137
DESARROLLO DEL MODELO DE PROCESO DE CONOCIMIENTO DE 1974 Y REVISION DE 1975	
Introducción y descripción general	
Estudios del modelo de aprendizaje de Zoltan P. Die- nes en sus publicaciones:	
"Building up Mathematics" (Descripción y obser- vaciones)	 142
"On abstraction and Generalization" y "An expe- rimental Study of Mathematics Learning" (Observacio- nes sobre: la abstracción, generalización, motivación en el aprendizaje, condiciones que llevan de una eta- pa de aprendizaje a otra, el juego libre)	 146
Conclusiones	 168
Reflexiones sobre lo experimentado, sobre el modelo desarrollado y sobre el modelo analizado de Zoltan Dienes	
(¿De dónde parte el aprendizaje, de lo estructurado o del Caos? ¿Qué motiva el aprendizaje? Primer in- tento de un Modelo de proceso de conocimiento, in- diferenciado del aprendizaje)	 172

Respuesta a las preguntas ¿De donde parte el aprendizaje, de lo estructurado o del caos?	 180
¿Qué motiva el aprendizaje?	 181
Conclusión	 181

"Thinking in Structures" (Descripción de un trabajo experimental sobre el proceso de pensamiento)	 184
Resultados y conclusiones importantes para el modelo desarrollado	 189
"The effects of Structural Relations on transfer" (Descripción del experimento)	 197
Conclusiones importantes para el modelo desarrollado	 200
Observaciones sobre la monografía	 206

ESTUDIO DE OTRAS FUENTES BIBLIOGRAFICAS

Sobre teorías del Conocimiento

Jean Piaget (Descripción somera sobre la génesis y desarrollo del conocimiento)	 209
Observaciones	 213

Observaciones sobre la concepción del desarrollo del conocimiento, bajo las tesis del materialismo dialéctico

Preámbulo	 217
-----------	-----------

Origen y desarrollo del conocimiento, bajo el aspecto histórico social	 218
--	-----------

¿Qué es lo que lleva a desarrollar el conocimiento?	 218
---	-----------

Elementos de criterio sobre la "motivación" del conocimiento (y por lo tanto del aprendizaje)	 220
---	-----------

Análisis del Proceso Interno del conocimiento (Sobre la dinámica del proceso)	 223
---	-----------

Sobre la concreción, la abstracción y la generalización	 225
---	-----------

Observaciones sobre la negación de Lenin de la función simbólica en el proceso de pensamiento (Identificación del proceso interno del pensamiento como un proceso de transformación de imágenes : función simbólica)	 227
--	-----------

Observaciones sobre la concepción de Marx, del proceso de abstracción y su relación con la amplitud de acciones concretas	 231
---	-----------

Sobre la condición de extensión en el proceso de conocimiento	 234
---	-----------

Aportaciones del Materialismo Dialéctico al desarrollo del modelo	 238
---	-----------

Limitaciones de la Teoría Marxista con respecto al modelo desarrollado	 239
--	-----------

INTRODUCCION.

Este trabajo es producto de una inquietud por tratar de entender algunos problemas académicos fundamentales que se me presentaron durante mis estudios en la carrera de Ingeniería Química.

Los problemas fundamentales que tuve y que llegué a identificar - fueron los siguientes:

- El desconocimiento en toda su amplitud de los tipos de procesos físicos sobre los que se supone se construyeron los principios teóricos que se enuncian en las clases.
- El desconocimiento de los modelos (sus elementos y las transformaciones modulares de éstos) que simplificaban de alguna manera los procesos reales que nos mostraban. (Los problemas de aplicación de los principios enunciados en clase, me aportaban algunos datos sobre dichos modelos, pero el número y el tipo de estos datos, eran sólo estrictamente los necesarios para utilizar fórmulas ya dadas en forma matemática, para resolver los problemas tipo).
- El desconocimiento de la procedencia y la relación de muchas expresiones matemáticas con los principios físicos que representaban. (Perdía de vista todo el significado físico al transformar matemáticamente la expresión o expresiones - que representaron algún principio o modelo de proceso real).

La necesidad de resolver los problemas antes planteados me hizo - asistir a otras facultades, y de esta manera me percaté de que el problema no radicaba en el tipo de carrera, sino que era un problema de educación generalizado en toda la enseñanza superior y - cuyas consecuencias se podrían medir por la capacidad productiva de los egresados de las diferentes Universidades del país.

De la misma manera, me atreví a decir que el papel actual de la Universidad, en el terreno académico, ha consistido básicamente en proporcionar una guía bibliográfica y temática para el estudiante y que dicha guía resulte inoperante por los motivos antes expuestos.

PLANTEAMIENTO GENERAL DE LA TESIS.

Intuitivamente pensé que debería haber una forma de aprender, semejante a la manera en que los científicos desarrollan los conocimientos (descubren y formulan principios), sólo que en condiciones más eficientes y que requerían de mucho menos tiempo. Sin forma de comprobarlo hasta el momento, tenía la certeza de que los científicos no descubrían por la simple actividad lógica, ni de que eran capaces de adquirir una habilidad operativa (predictiva) sobre los fenómenos, por el simple razonamiento lógico y por comprobación física de sus deducciones, sino de que la construcción del contenido de los principios teóricos provenía además (y tal vez fundamentalmente) de otras actividades diferentes del razonamiento puro, de que una vez habiendo construido un principio teórico funcional para predecir un fenómeno real, el científico buscaba darle una consistencia formal relacionándolo con otras teorías y que para comunicarlo lo enunciaba y desarrollaba de manera formal y lógica.

En mi opinión, el problema de los sistemas educativos actuales para lograr un conocimiento efectivo por parte de los estudiantes, radicaba en suponer que bastaba con la sola información de esta última parte de la actividad del científico; el enunciado y el desarrollo lógico; y que se afianzaría con su comprobación (de ser posible) en el laboratorio y por su aplicación en la resolución de problemas para los cuales este principio resultara totalmente efectivo.

Supuse que el proceso cognoscitivo podría estudiarse no exclusivamente bajo el punto de vista de la psicología (que en aquel entonces asociaba con la instrucción programada y cuyos nefastos resultados experimenté en actividades docentes de 1968 a 1970), sino bajo el punto de vista de la actividad y el método científico -- (que intuía como una guía de principios y de actividades que llevarán más eficientemente hacia la concepción de modelos de procesos reales, con mayor capacidad predictiva); de esta manera, consideré mis estudios en esta carrera como experiencias útiles para dedicarme a la investigación del proceso de aprendizaje en el campo de la ciencia.

III

El desarrollo de esta tesis corresponde a un inicio en el estudio de la relación del aprendizaje con la actividad científica, que - por ahora, sólo son planteamientos intuitivos (más que hipotéticos por carecer de bases para ello) y fundamentalmente me dedico a la exposición del desarrollo de un modelo de proceso de conocimiento que particularizo en el aprendizaje de las matemáticas, aplicable en el área de Ciencias Químicas. En el desarrollo de este modelo de conocimiento, no he podido incluir una actividad simultánea de estudio de la relación del contenido matemático, utilizado para la aplicación de este modelo, con el contenido de las ramas experimentales que se cursan en el área de Ciencias Químicas. Considero que este modelo para el aprendizaje de las matemáticas no difiere básicamente de uno aplicable al estudio de las ciencias experimentales, que permita al sujeto aprender a través de actividades que lo lleven a plantear hipótesis, formular modelos teóricos para solucionar situaciones problemáticas y desarrollar su capacidad estratégica (o metodológica) de conocimiento.

CONTENIDO.

PARTE I. EXTRACTO DEL MODELO DE PROCESO DE CONOCIMIENTO.

De hecho, este extracto es un intento por integrar las conclusiones resultantes del desarrollo del modelo, durante estos cinco años. Sin embargo, he preferido plantearlo al principio, para facilitar y guiar la lectura del desarrollo del modelo y de su aplicación. También, con este fin, puede leerse directamente la parte - relativa a la dinámica de un ciclo de aprendizaje (que viene ejemplificado) a las condiciones bajo las cuales se realiza la actividad cognoscitiva, ó el esquema del modelo.

Como se dijo, este extracto del modelo es una síntesis de las conclusiones resultantes de lo experimentado y estudiado y a su vez, está constituido por partes que progresivamente sintetizan dichas conclusiones y resaltan los aspectos fundamentales del proceso -- cognoscitivo, en los diferentes enfoques planteados.

Esta parte está constituida por:

- a) Una justificación del tema.

- b) Una crítica somera del concepto de educación y del modelo de conocimiento que supongo están implicados en la enseñanza actual y de la forma en que se evalúan los conocimientos que se adquieren bajo esta técnica educativa.
- c) Una descripción general de la génesis y desarrollo del proceso de conocimiento y de las partes fundamentales del desarrollo de éste.
- d) Un intento por definir el proceso de aprendizaje de las matemáticas y la forma de identificarlo.
- e) Una descripción de la dinámica de un ciclo y de ciclos de aprendizaje (ejemplificando).
- f) Una exposición de las condiciones que impulsan o estancan la actividad cognoscitiva.
- g) Un esquema del modelo de proceso de conocimiento.
- h) Una comparación y ubicación general del proceso de aprendizaje y de la actividad científica en el proceso cognoscitivo.

PARTE II. DESARROLLO DEL MODELO

En esta parte se trata de describir la forma en que se ha ido -- construyendo el modelo.

Esta sección no se puede considerar como una exposición de las bases (en un sentido estrictamente científico) en que se fundamenta el modelo, sino de bases reveladoras de su confiabilidad.

El capítulo referido al desarrollo del modelo consta de:

- a) Un informe de la manera en que este modelo se fué concibiendo a partir de experiencias docentes de 1971 a 1973.
- b) Un estudio y crítica de experimentos sobre teorías de aprendizaje de las matemáticas; fundamentalmente de Zoltan P. Dienes.
- c) Una revisión bibliográfica de algunas teorías de conocimiento y de algunos estudios sobre desarrollo de la actividad y el método científico, para realizar un trabajo -- posterior sobre su relación con el proceso de aprendizaje.

PARTE III. TENTATIVA DE APLICACION DEL MODELO.

En esta sección se describe el diseño y la aplicación del modelo al aprendizaje del álgebra lineal, a nivel universitario, en los 2 semestres de 1975 y una parte del primer semestre de 1976, incluyendo el análisis de los resultados de dicha aplicación.

NOTA: Por las limitaciones del tiempo para su diseño y por el poco conocimiento que tengo de su contenido, el análisis que realicé fué, predominantemente, de tipo cualitativo.

PARTE IV. CONCLUSIONES GENERALES.

PORTE I. EXTRACTO DE UN MODELO DE PROCESO DE CONOCIMIENTO.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Es importante construir un nuevo modelo de proceso de aprendizaje de las matemáticas porque los actuales obligan a conducirlo entre otros, hacia los siguientes resultados:

- 1) Después de un breve lapso de tiempo de haber estudiado un determinado contenido de matemáticas, la mayoría de los sujetos del proceso de enseñanza pierden la habilidad para resolver los problemas que estudiaron y resolvieron antes.
- 2) La mayoría de los sujetos del proceso de enseñanza son incapaces de aplicar un modelo estudiado a problemas diferentes de los usados como ejemplos. (Pasa continuamente que, aunque los problemas difieran poco de los estudiados, resulta practicamente imposible que el sujeto los resuelva).

ANALISIS GENERAL DEL CONCEPTO DE EDUCACION Y DEL PROCESO COGNOSCITIVO IMPLICITO EN LA ENSEÑANZA ACTUAL DE LAS MATEMATICAS.

Me parece que el proceso de la enseñanza de las matemáticas implica el siguiente concepto de educación.

Es un proceso por el cual el sujeto adquiere conocimientos y habilidades al recibir la exposición de una actividad o de un texto educativo.

Un texto educativo se compone de:

- a) Eventos de un proceso dado, real (natural o social) o imaginario.
- b) Modelos y principios que tienen un cierto valor predictivo sobre los eventos de un proceso dado.
- c) Técnicas de interacción y desarrollo de un proceso dado.

El proceso de enseñanza implica el siguiente modelo cognoscitivo.

Asume que la simple exposición de un texto educativo será asimilado eficientemente por el sujeto de enseñanza, si éste:

- a) Memoriza la lista de los eventos recibidos.
- b) Comprende la exposición lógica de una teoría, de un modelo

o de un principio y es capaz de repetir la misma exposi---
ción lógica receptada.

c) Practica mecanicamente la técnica recibida.

Método de enseñanza.

Se asume que la enseñanza mejora:

- a) Fraccionado el texto educacional en partes cortas de conocimiento.
- b) Dando ejemplos a los cuales se aplica perfectamente una -- técnica o teoría o modelo.

Evaluación del proceso de enseñanza.

Se supone que un sujeto conoce un contenido si es capaz de repe--
tir lo que le ha sido expuesto anteriormente. (Por esta razón, el
nombre de "proceso de condicionamiento estímulo-respuesta" encaja
perfectamente en este proceso de enseñanza).

Objetivo de este proceso de enseñanza.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, el objetivo de es--
ta técnica educacional es que:

El sujeto se condicione (a través de mecanismos estímulo-res-
puesta) para realizar una actividad previamente establecida e i--
nalterable o para servir como instrumento de información de cono-
cimientos.

CRITICA DEL PROCESO DE ENSEÑANZA Y DE SU CONCEPTO DE EDUCACION, DE SU MODELO COGNOSCITIVO Y DE SUS CRITERIOS DE EVALUACION.

En el concepto de educación que surge de nuestra enseñanza actual:

- a) Se ignora que el conocimiento no surge de la percepción sino --
de la actividad práctica de resolución de situaciones problema-
ticas de interés para los sujetos.

Se confunde la razón con el pensamiento, pues erróneamente su-
ponen que la sola actividad lógica (analítica) puede llevar a
la formulación de una teoría, modelo o técnica; ignoran que la
función de la lógica sólo consiste en relacionar principios ya
establecidos.

- b) Se confunden las abstracciones con los símbolos convencionales

de tal manera que se cree que el sujeto operará sobre abstracciones, condicionándolo en la manipulación de signos y en la memorización de recetas y principios. Erroreamente se supone que la sola presentación de los símbolos, con su descripción (a veces asociada a un ejemplo), es suficiente para que el sujeto los asimile como abstracciones. Se quieren tratar los símbolos abstractos como entes concretos, ignorando que la abstracción no es una asociación de eventos observados, sino que es una resultante de codificación de experiencias intencionales del sujeto.

No se considera que la formación de conceptos o modelos requiere necesariamente que el conjunto de elementos a los que se aplican dichos modelos o conceptos, debe haber sido abstraído previamente por el sujeto. (Por esta razón si los conceptos o modelos no son operativos para los sujetos, estos sólo se limitarán a memorizarlos como eventos aislados).

- c) Cada sistema de eventos o conceptos se concibe como un todo integrado o independiente de otros y de la realidad misma. Bajo esta visión es como se transmiten "conocimientos" a los sujetos, para quienes resulta difícil integrar todos estos mundos ideales. Y conocer más su realidad y hacerlos operativos para la satisfacción de sus necesidades.
- d) Se confunde el acto cognoscitivo con la imposición de procedimientos de acción ajenos a ellos (ajenos a su estrategia de conocimientos adquirida en base a sus experiencias) para llegar a resultados cuya utilidad son incapaces de correlacionar con sus necesidades. Se confunde la conducción y el condicionamiento (proceso dirigido de repetición de eventos, asociados a situaciones únicas) con el acto cognoscitivo, (que es un trabajo hipotético del sujeto, consistente en supuestos y verificaciones sobre un sistema de procesos problemáticos semejantes, en el que busca encontrar un procedimiento común, para manipularlos intencionadamente hacia resultados predeterminados y bien identificados).
- e) Se ignora que la memorización de un proceso complejo no se da a través de una simple acumulación de cadenas de estímulo-respuesta.

ta-resultado, sino debido a que el cerebro humano tiene la capacidad para codificar (clasificar) experiencias (no percepciones solas).

- f) Se ignora que la comunicación de un concepto, de un modelo, de una inferencia lógica o de una técnica, a un sujeto que lo desconozco, sólo lo comprenderá, si este sujeto ya ha construido las clases u otras clases isomórficas (+) implicadas en dicho modelo, concepto, inferencia lógica o técnica.

(+) (Isomofirmos: Pag. 12)

- g) Se refuerza el estancamiento de la capacidad cognoscitiva de los sujetos, se refuerza (+) su enajenación, al obligarlos a "estudiar" temas que, por su nivel y su estado fraccionario, son totalmente ajenos a sus necesidades.

(+) Nota.- Se dice que se refuerza la enajenación no sólo porque en el proceso mismo de enseñanza, los sujetos son obligados a seguir procedimientos ajenos a ellos, sino porque su causa fundamental es la existencia de la división del trabajo y de la propiedad privada que la refuerza.

- h) Se abstiene de detenerse a observar siquiera (como sus criterios de evaluación lo demuestran) el tiempo de retención de lo transmitido y cuando las respuestas por parte del sujeto son positivas, no se cuestionan sobre las causas de las respuestas obtenidas (si corresponden a la repetición de un mecanismo condicionado, o a una manipulación de los elementos de las situaciones, en donde el sujeto define intencionadamente el procedimiento a seguir para llegar al resultado predeterminado).

RESUMEN.

El proceso de la enseñanza actual proyecta un desconocimiento total de lo que es el proceso de pensamiento y de cuál es su móvil.

Dicho proceso se puede describir como un proceso de reforzamiento de la enajenación del sujeto, en el que: es obligado a seguir caminos de acción para llegar a resultados a los que el sujeto nunca imaginó llegar, ni surgieron de una necesidad de ellos por obtenerlos. La enseñanza actual es un proceso que se le impone y que

no le pertenece. Así, los sujetos se mueven en una contradicción insuperable, si responden bien en sus exámenes o si adquieren ni gajas de conocimiento (algo operativas para satisfacer alguna necesidad aunque no la ubiquen) se mantienen en la ilusión de haber se realizado y haber correspondido a las exigencias externas, y - si resulta reprobado o deficiente por no haber respondido de acuerdo al procedimiento dictaminado, los sujetos se repriman -- por no haber satisfecho lo que ese exterior (nebuloso que a veces confronta con el maestro, a veces con la sociedad, a veces con un futuro incierto) le exige.

El sistema educativo es pues, a la vez un enemigo para los sujetos de la enseñanza actual y un medio ilusoriamente necesario para objetivarse y un medio realmente necesario para asegurarse un futuro, con un cierto nivel de supervivencia en el sistema económico que genera esta concepción y práctica "educativa".

GENESIS Y DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO.

Preámbulo.

Primero se marcará el desarrollo de la actividad cognoscitiva de los sujetos no considerando en un principio, los factores de enajenación.

Fundamentalmente se le dará importancia al estudio del desarrollo del conocimiento, con vistas a aplicarlo al proceso de aprendizaje, sobre todo a nivel universitario.

No me concentro en el desarrollo del proceso de pensamiento en -- sus primeras fases, ya que Piaget tiene trabajos muy desarrollados al respecto.

El extracto de éste modelo de proceso de conocimiento, es resultante de experiencias en el intento de dar lugar a un proceso de aprendizaje de las matemáticas. Durante este trabajo se fueron asimilando y aplicando muchos aspectos del modelo desarrollado por Zoltan Dienes (intentando adaptarlo para adolescentes) y se fueron transformando por el análisis de los resultados de la aplicación de estos y por contrastar estas experiencias con lecturas hechas sobre algunos trabajos de Piaget y fundamentalmente sobre escritos marxistas, (Marx, Engels, Lenin, Mao), que no solo reforzaron puntos fundamentales del modelo, sino que permitieron aclarar contradicciones surgidas de él y amplificarlo, también se revisaron otros escritos que reforzaban concordando en algún aspecto del modelo o contrastando con él (con principios poco funcionales o equivocados), para describir el proceso de conocimiento y el de aprendizaje en particular. También se dió lectura a otros escritos tomados como secundarios cuya referencia aparece oportunamente en la descripción del desarrollo del modelo o en la referencia bibliográfica general.

La sustentación comprobatoria y ejemplificante del modelo, por su amplitud y complejidad sobrepasan el carácter de este ensayo ?

Como ya se dijo, las otras dos partes del modelo tienen como fin servir de fuente informativa de la manera en que se llegó a concebir el modelo y sus principios fundamentales hasta este momento.

Genésis y desarrollo del conocimiento.

Considero válidas las tesis marxistas del conocimiento. El proceso del conocimiento se origina en la exigencia que tiene el hombre de transformar la naturaleza para satisfacer sus necesidades.

El conocimiento del hombre progresa porque se mueve en una contradicción; depende de la naturaleza para extraer de ella sus satisfactores y está opuesto a ella, pues los sucesos concretos de la naturaleza cambian de forma dialécticamente. En esa lucha el hombre busca prever los sucesos, planearlos dirigirlos para su beneficio.

El conocimiento del hombre (así como la sociedad) progresan dialécticamente.

De la misma manera, los conocimientos de todos los sujetos (a nivel individual) se generan y desarrollan en su actividad de práctica transformadora de la realidad objetiva.

Identificación de un conocimiento concreto.

En todas sus actividades, el sujeto (+) trata de producir eventos (++) mas intencionados, es decir, mas acordes a sus necesidades.

Cuando el sujeto es capaz de anticipar el resultado de la producción de un evento, o de la conducción de un proceso (+++) se dice que lo conoce con la eficiencia con que anticipó dicho cambio.

Nota. (+) sujeto.- es un individuo o un grupo social en comunicación e intereses y actividad común.

(++) evento.- es un objeto real o imaginario en un estado o situación.

(+++) proceso.- es una sucesión de transformaciones y/o eventos.

transformación.- alteración o cambio. Al hablar en matemáticas, de una transformación específica se hará en forma explícita, por ejemplo: suma, resta, etc.

DESCRIPCION GENERAL DEL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD COGNOSCITIVA.

Desde sus primeros enfrentamientos con el exterior los individuos se van creando la necesidad de explicarse todo ese exterior para ubicarse en ello y conducir sus diferentes procesos por cauces -- que lo lleven a satisfacer sus intereses.

Al nacer un individuo tiene ante si un mundo (+) del que depende para sobrevivir y al cual se opone, pues sus diferentes eventos -- se presentan en forma cambiante y por ello la forma en que extrae beneficios de ello, siempre resulta insuficiente con relación a -- la satisfacción de sus necesidades y sus actividades mismas que -- dan reguladas por el exterior. Esta contradicción (dependencia-o -- posición) genera la necesidad del sujeto de entender la naturale -- za para poder interaccionar con ella en forma más eficiente y así dejar de funcionar bajo su arbitrio.

Nota.- (+)mundo.- (incluyo aquí naturaleza y sociedad).

Al presentársele el exterior al sujeto, a través de sus activida -- des (nunca de la sola percepción), como un mundo de objetos y de cambios de estado de los objetos (eventos), se desarrolla simulta -- neamente un proceso de reflexión (activo-perceptiva) en el cere -- bro, de tal manera que va construyendo un sistema de eventos y o -- peraciones imaginarios. (+)

Nota.- (+) (nos referiremos a los eventos y transformaciones de -- la realidad objetiva cuando éstos se den en el exterior del suje -- to y llamaremos imaginarios a los eventos y transformaciones que se dan en el interior de él, porque surgen como reflejo de los ex -- ternos y porque a partir de éstos (eventos y operaciones imagin -- rias) el sistema nervioso construye materialmente, otros eventos y otras transformaciones que pueden reflejar, aunque indirectamen -- te el comportamiento del exterior.

El progreso de la actividad cognoscitiva, se da precisamente por el ejercicio de estos dos aspectos de su actividad: sobre el mun -- do imaginario (manipulación imaginaria) y sobre el mundo exterior (manipulación física) que aplica alternativamente. La forma de a -- plicar alternativamente estos dos aspectos de la actividad cognos -- citiva (su estrategia cognoscitiva), progresa dialécticamente.

Aunque la segunda actividad condiciona siempre el avance de la primera, el sujeto intenta no depender tanto de la manipulación física (que en un principio es dominante), sino desarrollar la imaginaria, para dirigir la manipulación física con mas eficiencia y poder conocer en forma mas profunda la naturaleza de los procesos de la realidad objetiva.

Esta contradicción de la manipulación física y la manipulación imaginaria se acerca mas a su coordinación, conforme los sujetos vayan construyendo eventos y operaciones imaginarias que tengan un valor predictivo y planificador satisfactorio para sus intereses y vayan desarrollando la capacidad operativa mental (que se genera también en la misma actividad física) sobre los eventos imaginarios.

Denominaremos "estrategia predominantemente constructiva, cuando la actividad del sujeto es predominante en la manipulación física (+) para desarrollar sus conocimientos y cuando la manipulación imaginaria es predominante y dirige la manipulación física -- denominemosla "estrategia predominantemente analítica".

(+) Según Dienes esta etapa predominantemente constructiva se da hasta los doce años, edad en la que coincide Piaget en que el sujeto realiza sus primeras operaciones lógicas. El desarrollo del conocimiento depende no sólo de una maduración del sistema nervioso, sino también, como se planteará mas adelante, depende de la variedad y del nivel de eficiencia con que el sujeto realiza sus actividades de satisfacción de sus necesidades; por ello, la edad es creo yo, una medida indicativa para países con modos semejantes de producción, desarrollo de fuerza productiva y organización y forma predominante de división particular del trabajo.

La etapa eminentemente constructiva se diferenciará de la eminentemente analítica, como se verá mas tarde, en cuanto al tipo de estrategia cognoscitiva que se aplica en cada uno: un proceso -- (sucesión y combinación de transformaciones) se puede estudiar intentando reconocer los tipos de transformaciones que intervienen en ello y sus relaciones mediante comparaciones con otros modelos ya establecidos (abstracción analítica) o reconocer su comporta--

miento característico mediante comparaciones globales a nivel de tipos de transformaciones con otros modelos (abstracción constructiva).

Desarrollo de la Estrategia del conocimiento predominantemente --
Constructiva.

La actividad exploratoria del sujeto comienza por ser totalmente aleatoria, inintencional y totalmente inquisitiva (Incapaz de proveer o recordar).

La repetición de actos semejantes sobre mismos objetos y su acumulación retentiva, va forzando al sujeto a formar esquemas activo-perceptivos, de tal manera que cuando se encuentra ante objetos -semejantes, su percepción le asigna los esquemas activo-perceptivos que puede aplicar.

La construcción de los esquemas activo-perceptivos lleva al sujeto a la formación de la función organizadora básica de la actividad cognoscitiva: la reunión y la disección; el sujeto aplica sus esquemas activo-perceptivos para reconocer dentro del conjunto de objetos que percibe a aquellos con los que ha interactuado.

Mediante su actividad, el sujeto va reconociendo más el mundo de los objetos sobre los que le interesa actuar, la variabilidad y -la amplitud (+) de éstos, lo mueve a aplicar sus esquemas activo-perceptivos y a organizarlos por relaciones de semejanza y diferencía (con respecto a tipos de transformaciones) que reconozca en -ellos; en un principio este criterio de agrupación no es preciso y está condicionado por el espacio físico.

(+) (El sistema nervioso tiene un límite de acumulación de expe--riencias y por ello va desarrollando un sistema (sensomotriz) que las filtra y organiza con respecto a la semejanza de actividad notora y perceptual con que las haya realizado).

El desarrollo de la capacidad representacional del sujeto (que se da desde los 2 años, según Piaget) le permite ir haciendo opere--ciones de organización mental, que lo llevan a independizarse más del espacio físico; la capacidad para representar constituye la -base para que el sujeto pueda desarrollar la manipulación mental,

es decir, el pensamiento.

Con la actividad representacional (de traducción mental del desarrollo de un proceso físico) el sujeto construye:

- a) Sus primeros eventos imaginarios que son meras imágenes de los objetos asociados con otros objetos y con las transformaciones que les ha aplicado.
- b) Mediante su actividad de intentar coordinar el recuerdo y la anticipación del desarrollo y resultado de un proceso, construye tentativamente operaciones imaginarias al ir asignándoles un opuesto; en un principio estas imágenes están igualmente cargadas de asociaciones de objetos y situaciones.
- c) En la construcción de transformaciones imaginarias, el sujeto también llega a considerar los eventos físicos como estados de referencia, para poder definirlos (dichas transformaciones) y va construyendo relaciones de semejanza y diferencia más específicas y designándoles nombres a los aspectos de los estados de referencia que asocia con sus transformaciones (propiedades).
- d) La comparación de eventos bajo el punto de vista de sus propiedades va llevando hacia la construcción de tipos de relaciones de semejanza y diferencia cada vez más específicos.

Estos elementos imaginarios se reafirman con la evocación de un signo lingüístico (generalmente de transmisión oral).

Al haber construido eventos, transformaciones y designado propiedades que distinguen a los eventos, el sujeto se vuelve más selectivo en la satisfacción de necesidades, va generando la capacidad para combinar transformaciones, primero en forma sucesiva y después simultáneamente, para lograr un resultado más específico -- (que puede definir en términos de combinación de propiedades de los eventos bajo uno o varios tipos de transformación).

De esta manera el sujeto se libera más de la manipulación física al volverse menos aleatoria, su ejercicio de planificación va haciendo que considere los eventos de la realidad como elementos --

transformables para su satisfacción y en estados de referencia de sus representaciones para corroborar hipótesis sobre ellas.

Esto no quiere decir que el sujeto pueda hacer la operación inversa (partir del análisis) para estudiar un proceso nuevo, mientras sus imágenes sigan asociadas a aspectos perceptuales. Podrá concebir el proceso como compuesto de varias transformaciones y tipos de eventos, mediante la traducción de partes (ya conocidas a elementos imaginarios, pero estas partes no las puede relacionar por que están asociadas a aspectos (circunstanciales) que no es capaz de eliminar, por ello, sus disecciones e integraciones siguen -- siendo aisladas y mecánicas sin establecer relaciones entre ellas.

Así al inicio de esta etapa, el sujeto opera mentalmente para predecir el resultado de transformaciones conocidas pero no para estudiar otras nuevas, sigue dependiendo fundamentalmente de la manipulación concreta, con carácter inquisitivo.

De esta manera, la contradicción manipulación física, manipulación mental, se manifiesta sobre todo al inicio de esta fase como una contradicción entre la necesidad de usar aspectos perceptuales -- para predecir sobre eventos conocidos y la dificultad que estos -- aspectos presentan para reconocer otros eventos que tengan las -- mismas propiedades. Así, cada evento imaginario genera una agrupación de eventos, transformaciones y propiedades, no una clase de elementos comunes que puedan definirse en términos de una propiedad que los ubique entre otros y los diferencie de ellos. (No se puede formar una clase sin relacionarla con su complemento. Comprendido y asimilado de los trabajos de Piaget).

Esta incapacidad para eliminar rasgos irrelevantes a una colección de objetos (contradicción abstracto-concreto) se va superando básicamente con el desarrollo de la operación mental de la transferencia isomórfica; el proceso de abstracción es un proceso de --- transferencia isomórfica (+).

(+) (Estrictamente hablando, dos clases de eventos G y R por ejemplo, son isomórficas bajo uno o varios tipos de transformación si cualquier elemento G se puede hacer corresponder con uno de R y -- viceversa, de tal manera, que bajo cualquier tipo de transforma--

ción: Si "p" y "n" de G corresponden única y respectivamente a "s" y "q" de R entonces "p.n" es equivalente a "s.q" y viceversa.

El uso que se le dará aquí a este término no tiene que corresponder exactamente a esta definición en todos los casos; la transformación de eventos, que el sujeto define, no tiene que ser binaria; sobre todo en un principio, las transformaciones que el sujeto define están compuestas de transformaciones que no considera mas -- que en forma global).

El desarrollo de la capacidad de abstracción esta condicionado -- por la variedad de transformaciones que el sujeto pueda realizar. Si los procesos con que más frecuentemente se encuentra son muy -- semejantes, el sujeto no logra abstraer la esencia de éstos, de -- sus rasgos asociados que no son determinantes en el desarrollo de los procesos. (+)

(+) (El ejercicio de la traducción isomórfica parte desde la actividad del sujeto de imitar la manipulación de procesos físicos -- que no están a su alcance, mediante la manipulación de eventos -- que con su imaginación pone en correspondencia con los primeros, hacia la habilidad para poner en correspondencia un proceso a manipular con un proceso ya experimentado para predecir o planear -- la forma de conducirlo hacia resultados intencionados).

Las traducciones isomórficas en esta etapa constructiva se dan a nivel de comparación del efecto global de la transformación de -- diferentes eventos.

Esta actividad de transferencia isomórfica que lleve implicada una actividad de eliminación de irrelevancias, por relaciones de -- semejanza y diferencia, va haciendo que la mente vaya transformando, materialmente, las representaciones imaginarias, asociadas a aspectos perceptuales, en representaciones más convencionales o -- simbólicas que se van afianzando por su evocación y comunicación -- oral, mímica y gráfica; por ello, el proceso de abstracción es un proceso de simbolización.

El ejercicio de la traducción isomórfica implica un proceso en el que el sujeto va diferenciando rasgos específicos de rasgos comunes, de tal manera que sus colecciones (que el sujeto no puede en

un principio relacionar por no distinguir en ellas sus rasgos comunes y sus diferencias específicas) se van transformando en clases bien delimitadas, en el sentido de que el sujeto puede reconocer el complemento de cada clase y la clase que la incluye con su complemento. (+)

(+) (Piaget comprueba experimentalmente que la capacidad para clasificar aunque sea directamente sobre objetos concretos- implica que el sujeto desarrolle su capacidad para diferencias y asimilar en la forma de una operación de inclusión reversible).

La operación de clasificación la hace en un principio directamente sobre eventos que se le presentan, es decir, su actividad organizadora y planificadora depende en un principio de las circunstancias concretas e inmediatas que se le presenten y se va habilitando para clasificar eventos imaginarios directamente (conforme reafirma la funcionalidad de las propiedades, que abstrae, con relación a la manipulación de los eventos exteriores con la eficiencia por él intencionada).

El desarrollo de esta capacidad para clasificar (reconocer isomorfismos) está condicionado pues, por la variedad de actividades -- prácticas que realiza el sujeto (cuyos eventos y tipos de transformaciones tengan rasgos irrelevantes muy diferentes pero que se pueden conducir en base a mismas concepciones) y el grado de intencionalidad de éstas y de la comunicación del sujeto para comparar sus experiencias (si no hay experiencias previas no hay comparación ni aprendizaje) (+) con las de los otros.

Estas son las tres condiciones fundamentales que determinan el -- grado de abstracción y el desarrollo de dicha capacidad.

(+) (No sólo son principios fundamentales extraídos del materialismo dialéctico en el estudio científico de la historia, sino que -- está comprobado también a nivel experimental, que el aprendizaje parte de la acción y que la percepción, aunque es necesaria, no -- es suficiente y está condicionada a la acción).

Concepto General del Proceso de abstracción.

El proceso de abstracción, es pues un proceso dialéctico, que parte de la diferenciación y asimilación (acumulativa) de transformaciones de eventos (isomórficos y no semejantes) para sintetizarlos en uno solo (modificación cualitativa de las representaciones de los eventos).

Hacia la estrategia cognoscitiva predominantemente analítica (+)

(+) (Dienes y Piaget coinciden en plantear que la actividad predominantemente analítica se empieza a desarrollar entre los 11 y los 12 años, ambos hablan de las primeras clasificaciones desde los 7 y 8 años. Piaget comprueba como se desarrollan actividades previas semejantes aún antes de los 2 años. Como más adelante se verá, la determinación de la edad está condicionada al desarrollo y régimen de producción, Piaget y Dienes basan sus trabajos en sociedades capitalistas con alto nivel de desarrollo).

La capacidad del sujeto para formar clases, lo posibilita para establecer relaciones entre propiedades, (que caracterizan a las clases) y no entre objetos concretos; esto lleva hacia una estrategia cualitativamente diferente, pues en vez de planear o anticipar acciones sobre objetos ya experimentados, el sujeto puede planear acciones sobre objetos no manipulados con anterioridad, pero que por inferencia puede predecirse si es posible un comportamiento determinado de los objetos (se relaciona el objeto concreto con su clase y se le asigna la propiedad de la clase y se busca una relación de inclusión con la clase de eventos que desee producir, para ver si es posible).

De esta manera la manipulación física toma más su doble carácter, producir, intencionalmente, eventos para satisfacción de intereses y comprobar hipótesis a nivel experimental (donde los eventos y las transformaciones concretas sirven como estados de referencia). Antes de llegar a clasificar se pueden fraccionar eventos o transformaciones pero se es incapaz de estudiar o encontrar las relaciones que estos guardan entre sí.

En este aspecto la estrategia cognoscitiva empieza a cambiar de la visión de transformación y efecto global de un evento al de disección e integración de aspectos relacionados en un proceso.

El desarrollo de la estrategia analítica implica la construcción de dos tipos de relaciones interdependientes, de tal manera que - el progreso en la concepción de un tipo depende del otro: son las relaciones de tipo cualitativo y las relaciones de tipo cuantitativo (Las intuiciones (mezcladas) de "mas grande" "mas alto" "mas pesado", se desarrollan y son dependientes del desarrollo de la intuición de diferencia de acumulación). Para poder diferenciar y - ordenar 6 canicas con 7 se necesita establecer una comparación -- cuantitativa y para poder establecer esta comparación cuantitativa se necesita establecer una comparación cualitativa. Estas dos fases se desarrollan contradictoriamente (una depende de la otra y la imprecisión de una se debe a la imprecisión de la otra). El progreso de lo intuitivo, lo impreciso y de la indiferenciación - de ambos aspectos. (+)

(+) (En esta descripción se plantea como si del desarrollo de las relaciones cualitativas se originara lo cuantitativo, lo que sucede es que faltan datos para siquiera intuir mas precisamente la - forma en que interaccionan y por ello arbitrariamente hago una separación metodológica para tratar su desarrollo).

Como se dijo, el desarrollo de la estrategia analítica recibe un fuerte impulso (cualitativo), cuando se capacita para formar clases, pues con ellas se empiezan a establecer las primeras relaciones (de tipo abstracto) entre las clases de eventos físicos, estableciéndose diferencias y semejanzas; de esta manera se empiezan a aplicar (agregando) eficientemente, diferentes tipos de transformación, con los que se reconocen mas propiedades comunes y específicas de los eventos y su pertenencia a diferentes clases, es decir, se realizan operaciones mas definidas entre las mismas clases (unión, intersección, diferencia y dicotomización ó fraccionamiento de una clase en dos excluyentes), que en un principio organizan objetos concretos pero con una correspondencia mental progresiva.

Estas operaciones entre clases permiten que el sujeto sea más selectivo en la transformación de eventos. Los eventos físicos se van convirtiendo mas en estados de referencia para comprobar hipótesis hechas sobre la transformación de eventos representativos,

la actividad exploratoria del individuo no depende tan frecuentemente de las circunstancias físicas para suoner resultados de ellas sino de su planteamiento a nivel abstracto y de resultantes imprevistos y no observables para el objetivo intencionado.

Cuando se conoce un tipo (nuevo) de transformación, se aplica sobre diferentes eventos y se reconoce un tipo de propiedad común en ellos y se tiende a hacer extensiva dicha propiedad a las clases a las que pertenecen dichos eventos (+); el problema es que el individuo no tiene medios para relacionar estos eventos experimentados con los demás de sus respectivas clases, para ver si la propiedad reconocida es realmente común o es nada más específica de esos cuantos, por ello en un principio sus abstracciones requieren de que el sujeto realice pruebas en las que revista las transformaciones en cuestión, para ver si tal propiedad es común a una clase o es específica de una parte de ella.

(+) (De hecho esto es uno de los errores en que cae la mayoría de la gente en sus experiencias cotidianas por falta de acceso a la experimentación).

La Particularización y la generalización.

La amplitud con que se abstrae una clase cuando se construye un tipo (nuevo) de transformación, depende de la diversidad (en irrelevancias (+)) de los diferentes eventos (y de las formas de transformación) a los que se aplica, pues así la propiedad que se identifica está menos asociada y puede ser común a una clase más amplia. Y además si los eventos probados pertenecen a diferentes clases, esta propiedad se extiende a cada una de ellas con más seguridad (pues el sujeto ve difícil que haya tocado la casualidad de haber probado con eventos que pertenecieran a diferentes clases y que tuvieran una propiedad común entre ellos pero diferenciada de los de su clase). Este tipo de situación va haciendo que el individuo tome la relación de diferencia específica y de semejanza, como estrategia más intencionada para abreviar su manipulación física para abstraer.

(+) (Dichas irrelevancias pueden darse al grado de que los eventos

pertenezcan a clases excluyentes con respecto a otro tipo de transformación).

Cuando el sujeto construye una clase muy amplia y no está seguro en la manipulación de sus eventos imaginarios, ni en la certeza - de su propiedad común, tenderá a fraccionar, dicha clase en sub--clases, para afianzar su significado, tendiendo a diferenciar los elementos entre sí, buscando relaciones de semejanza y diferencia específicas (+) (en base a propiedades que tienen con respecto a otros tipos de transformación o a variedades sobre esa nueva --- transformación construida, particularización) e integrándolas nue--vamente, mediante la identificación de intersecciones e inclusio--nes (acción inversa de la particularización-generalización), esto último sólo se da en un principio operando concretamente con even--tos físicos que sean ejemplos específicos de las clases en cues---tión (++)).

(+) (Piaget define ese reconocimiento dentro de un proceso de com--prensión de la propiedad y de la extensión de esta a los demás --miembros, para lo cual, el sujeto necesite desarrollar la capaci--dad para diferenciar lo común de lo específico y para coordinar --dichas acciones de diferenciación y asimilación).

(++) (Existen dos formas de incluir clases, cuando el sujeto ha --abstraído una clase grande y la fracciona teniendo en mente la --contención de estas partes en la primera, habiendo así un flujo --entre amplitud y restricción, pero habiendo partido de lo primero y el procedimiento inverso (llamemoslos respectivamente, inclu---sión en el sentido de particularización e inclusión en el sentido de la generalización).

Si el individuo prueba ese tipo de transformaciones sobre un frente estrecho, es decir, con eventos con pocos rasgos irrelevantes diferentes, lo llevará a construir una clase (asociada aun a muchos rasgos irrelevantes) con poco valor predictivo por su estrechez y por ello, su actividad de reconocimiento de inclusión (en el sentido de la generalización) es casi mas bien una mera identificación de pertenencia de los eventos a su clase (formada ya bajo otro tipo de transformación). Y su particularización tiende a reducirse a una mera concreción y diferenciación, no a nivel de propiedades, sino de rasgos circunstanciales imaginarios. Es más, cuando el sujeto ha formado una clase tan estrecha después de haberlo extendido lo mas posible, cuando efectue una transformación semejante, con otros eventos, es difícil que los llegue a relacionar y abstraer en su clase formada, pues cada tipo de transformación queda ya mucho muy asociada a aspectos circunstanciales, (+).

La generalización está motivada por la necesidad del sujeto de -- extender sus modelos al mayor número de situaciones posibles, sin necesidad de probar su certeza sobre cada uno de las clases que las agrupan.

(+) (Nuevamente, se puede entender que el tiempo de desarrollo -- que necesita el sujeto para generalizar y particularizar depende de la variedad de transformación (actividades) que el sujeto tenga y de la precisión con que necesite efectuar su transformación, pues la amplitud de las clases que se forman (dependiente a su vez de la precisión de estas es la condición fundamental bajo la cual se motivan las operaciones inversas de inclusión).

El individuo se encuentra ante una nueva forma de la contradicción, integración y disección: la generalización y la particularización, para poder particularizar se necesita generalizar, pues -- para poder definir una clase necesita relacionarse esta con la -- clase que la incluye y de la misma manera, para poder generalizar se necesita particularizar para reconocer propiedad común de la subclase y la clase y la diferencia específica de ésta.

La particularización (+) se realiza mas espontaneamente que la generalización (que va desarrollandose por medio de la primera), --

pues una vez que el sujeto ha reconocido una propiedad común a un conjunto de eventos necesita conocer diferencias específicas entre ellos, para actuar con mas exactitud sobre éstos y vuelve a seleccionar y a formar nuevas inclusiones aunque no muy precisas, mientras no domine la operación inversa; en cambio para generalizar una clase a otra, el sujeto ya debe haber reconocido y aplicado con frecuencia tal relación de inclusión. La repetición de la identificación de las mismas inclusiones de clases de elementos, - bajo diferentes tipos de transformación, va facilitando el reconocimiento de si se da la inclusión de una clase recientemente abstraída (bajo un tipo de transformación) en las clases, que en otros casos la hayan incluido (generalización) (++)

(+) (Que en un principio no es muy definida por no poder reconocer fácilmente la inclusión en el sentido de la generalización, - pues se pierde la subclase de la clase. Lo mismo sucede cuando el sujeto empieza a clasificar sobre eventos no mentales sino físicos en los que se da el mismo problema de la inclusión: incapacidad para diferenciar lo específico de lo común. Piaget habla de esta regresión en la manipulación de clases imaginarias en su libro Génesis de la Estructura Lógica Elemental, Pag.131)

(++) (Esta capacidad para incluir primero en el sentido de la generalización se va desarrollando muy lentamente, por la naturaleza tan cambiante de las clases que forma el sujeto en sus primeros intentos por organizar lo real, esta misma inestabilidad contribuye a impedir que el sujeto pase a una fase predominantemente analítica).

De esta manera los va moviendo hacia un proceso reversible, de -- particularización y generalización que permite hacer más específicas las formas de transformación y al mismo tiempo, tenerlas mas integradas para reflejar en forma más amplia y profunda, la realidad objetiva.

El progreso en la capacidad para particularizar y generalizar lleva a aplicarla en el estudio de procesos concretos y va ocurriéndose producir tipos de eventos mas particulares (en lo que se identifica la clase intersectada a la que pertenecen) y para los -

cuales combine tipos de transformación, primero en forma sucesiva y poco a poco coordinándose hacia la aplicación simultánea; en su búsqueda de coordinación de las transformaciones a aplicar, va buscando establecer relaciones de orden (espacial y temporal) y magnitud entre ellas, en base a sus propiedades.

El desarrollo de la estrategia analítica.

De la misma manera, esta actitud constructiva de combinación de transformaciones, genera su aplicación en forma inversa, en el estudio de los procesos, de tal manera, que se va tomando como objetivo, no solamente la identificación de transformaciones y aspectos en común con otras transformaciones de otros eventos, sino -- que se va centrando el interés por explorar el interior de cada proceso de transformación en particular y relacionar los diferentes tipos de transformación que entran en combinación; la estrategia para conocer el desarrollo interno de un tipo de transformación, es pues, suponer la existencia de diferentes tipos de transformación en combinación, de tal manera que para conocer la relación que estos tienen entre sí, se realiza el proceso inverso de combinar acciones que se sumen a un proceso en cuestión.

- a) Que es el de combinar acciones opuestas a ciertas transformaciones para anularlas (las que están a su alcance instrumental para experimentar) y dejar actuando una sola para ver que efecto produce y
- b) Buscar relacionar cada una de éstas, dejando actuar varias simultáneamente para compararlas con el resultado de cada una en forma individual y determinar la forma en que interactúan.

Este procedimiento va permitiendo no sólo que se relacionen las contradicciones internas, sino éstas con las externas (vistas primero como acciones del sujeto hacia el proceso)

Así se desarrolla una estrategia que busca determinar bajo qué condiciones (externas) cada transformación (en sus aspectos contradictorios que la generan) (+), que interviene en el proceso, toma el carácter principal y cuáles son sus relaciones con las secundarias y de éstas entre sí (++).

(+) (En el principio de la fase analítica, sólo en forma muy esporádica se llegan a reconocer en las transformaciones (movimientos) sus dos aspectos contradictorios y aún con menos frecuencia se llega a concebirlos en esta forma, sólo se capta un aspecto principal y cuando el otro es dominante se habla de la ausencia del primero).

(++) (Todo esto no implica que el sujeto esté conociendo y dirigiendo la estrategia cognoscitiva, que está aplicando, esto también se va dando mas intencionadamente en forma paulatina y dialéctica, a través del análisis retroactivo y progresivo de sus acciones, partiendo de lo espontáneo, con las capacidades que cuenta y bajo las condiciones externas en que se encuentra).

El desarrollo dialéctico de los elementos de relación cualitativa y cuantitativa.

El tipo de proceso (su percentualidad) y la eficiencia específica con que se le quiera manipular son las condiciones que mueven hacia la construcción de tipos de relación de diferente carácter; las relaciones que se llegan a construir por la comparación de propiedades de clases de eventos físicos (igual, diferente, mayor, menor, más, menos, parejo, disparejo, antes, después, solo, acompañado, etc.), son relaciones de carácter cualitativo, las cuales por sí solas son insuficientes para poder hacer comparaciones precisas entre eventos concretos y eventos particulares, por ello, el sujeto necesita llegar a desarrollar el carácter contrario de la relación cualitativa, de cuya coordinación resultará una conceptualización progresivamente superior: la relación de tipo cuantitativo.

En el principio de esta fase, el sujeto combina sus transformaciones (que de hecho son simples movimientos de objetos discretos, o sea, separables en el espacio) en forma aditiva y discreta y establece comparaciones entre esos eventos resultantes; existen momentos en que por la naturaleza de su interés a satisfacer, el sujeto necesita comparar esos eventos resultantes en cuanto a magnitud y es el carácter discontinuo de los objetos y de los movimientos que constituyen el evento, el que permite que se empiece a -

establecer comparaciones a nivel de correspondencia entre sus partes discretas. (la operación de correspondencia entre objetos discretos es aquí una de las primeras formas que el sujeto empieza a desarrollar su estrategia analítica, de disección y relación entre sus partes, aunque sea de eventos separados, los concibe unitariamente en su momento de comparación).

La operación físico- mental (de representación y coordinación de las acciones físicas) de establecer diferencias y semejanzas cuantitativas por correspondencia, va llevando al sujeto a construir sus eventos (conjuntos de diferentes tamaños) y operaciones (suma y resta) imaginarios, correspondientes a esas experiencias físicas.

La otra consecuencia de la construcción de los números es, que con ellos se va habilitando para comparar eventos unitarios aparentemente continuos en el espacio y/o en el tiempo con ayuda de clases de eventos físicos discretos (sistema o modelo físico de comparación con alguna propiedad común con tales eventos u objetos - aparentemente continuos), que pone en correspondencia con el sistema numérico (+).

(+) (La manipulación gráfica como factor coadyudante en el desarrollo cognoscitivo.)

La aplicación de éstas operaciones (suma y resta) y la complejidad numérica que van teniendo los mismos procesos, lleva al individuo a proyectar su proceso mental (representaciones y operacional) en forma gráfica (no implicando por ello la afirmación de que ésta sea la única motivación ni mucho menos la primera, en el sentido histórico o de desarrollo de una generación), como medio indirecto en el proceso del conocimiento. De ésta manera, la acción gráfica tiende a servir como instrumento representativo de los procesos físicos (eventos y operaciones expresados en términos de sus modelos cuantitativos y cualitativos), en cuya necesidad de simplificación (por funcionalidad operativa) y por la condición de la facilidad que presenta la manipulación gráfica, no solo se acelera la capacidad para explorar y cuantificar los procesos, sino que aumenta la frecuencia e instrumentalización más eficien-

temente del proceso de transferencia isomórfica; es decir, la manipulación gráfica es un instrumento en la comparación de experiencias directas e indirectas (legadas por su mismo valioso carácter comunicativo que trasciende las circunstancias del tiempo y el espacio) que coadyuda (entre otras cosas) en el proceso de abstracción y análisis de la actividad cognoscitiva; es el instrumento que coadyuda a superar (++) la circunstancialidad (espacio-temporal) de la naturaleza y sociedad para conocerla (disfrutarla) - mejor y transformarla con mayor intencionalidad).

(++) (Entiéndase tal superación de la actividad cognoscitiva, a través de la dirección de la actividad física por la actividad mental, como un desarrollo más en la lucha por la coordinación de ambos aspectos contradictorios que no pueden ser anulables, pues son la base del desarrollo del conocimiento mismo y de la capacidad transformadora de la sociedad y la naturaleza que la sostiene y se le opone).

La dificultad que se va presentando al sujeto para medir ciertos procesos, en los que es difícil compararlos por medio de la cuantificación de las clases de eventos físicos discretos (en el espacio o en el tiempo) es lo que lleva a acelerar Esa actividad - intermedia de manipulación mental.

El ejercicio de aplicación de algún sistema numérico en el análisis de situaciones problemáticas y la construcción y reconstrucción de nuevas clases, hace que el sujeto vaya aplicando ciertas propiedades de la combinación y operación de estos sistemas imaginarios, aunque a nivel de relaciones entre eventos concretos (la transitividad, las implicaciones de cantidad: mayor que, de cualidad: incluido en o pertenencia y en la equivalencia - de cantidad y cualidad) (+).

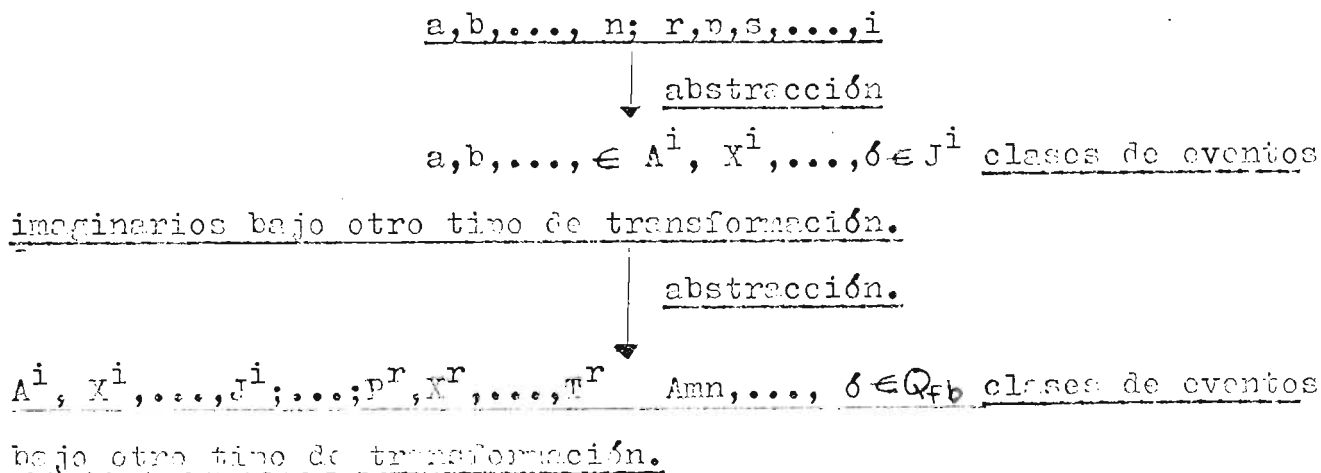
(+) (Es más difícil reconocer otras propiedades como las de asimetría y reflexividad; por ello no se distinguen en un principio -- las relaciones de implicación de las relaciones de equivalencia. La transitividad y la unicidad parten de aplicarse sobre cuestiones concretas y muy difícilmente a nivel de clases o de operación con ellas.

El ejercicio de fraccionamiento e integración de procesos concretos, en los que se traduce cada parte a una clase de eventos y cada una de éstas clases de eventos a una clase común para establecer comparaciones cualitativas y cuantitativas tiene como resultado no sólo la concención más efectiva de los procesos estudiados, sino que lleva a:

- el afianzamiento en la manipulación de clases de eventos, - operaciones y relaciones.
- la construcción de nuevos tipos de operaciones y elementos.
- la aplicación de la estrategia de conocimiento desarrollada en el estudio de los eventos físicos, al estudio de los eventos imaginarios que se reclasifican al establecer más diferencias entre ellos con respecto a uno o varios tipos de transformación.

La necesidad de una manipulación física más eficiente lleva hacia la búsqueda de una manipulación simbólica más eficiente; de ésta manera los eventos y operaciones imaginarias (que representan clases de eventos y transformaciones físicas) y las relaciones y las propiedades que definen la forma de manipularlos, van convirtiéndose no solo en elementos de organización de los procesos físicos (en modelos o sistemas descriptivos), sino también en elementos a ser clasificables y sistematizables.

Clases de eventos físicos bajo uno o varios tipos de transformación.



Los eventos imaginarios concretos (a,b,...,n;...) van convirtiéndose en estados y subestados de referencia para comprobar las propiedades y relaciones que existen entre las clases que los reúnen bajo un nuevo tipo de transformación. De ésta manera las clasificaciones se convierten en eventos bajo otro tipo de transformación y así sucesivamente.

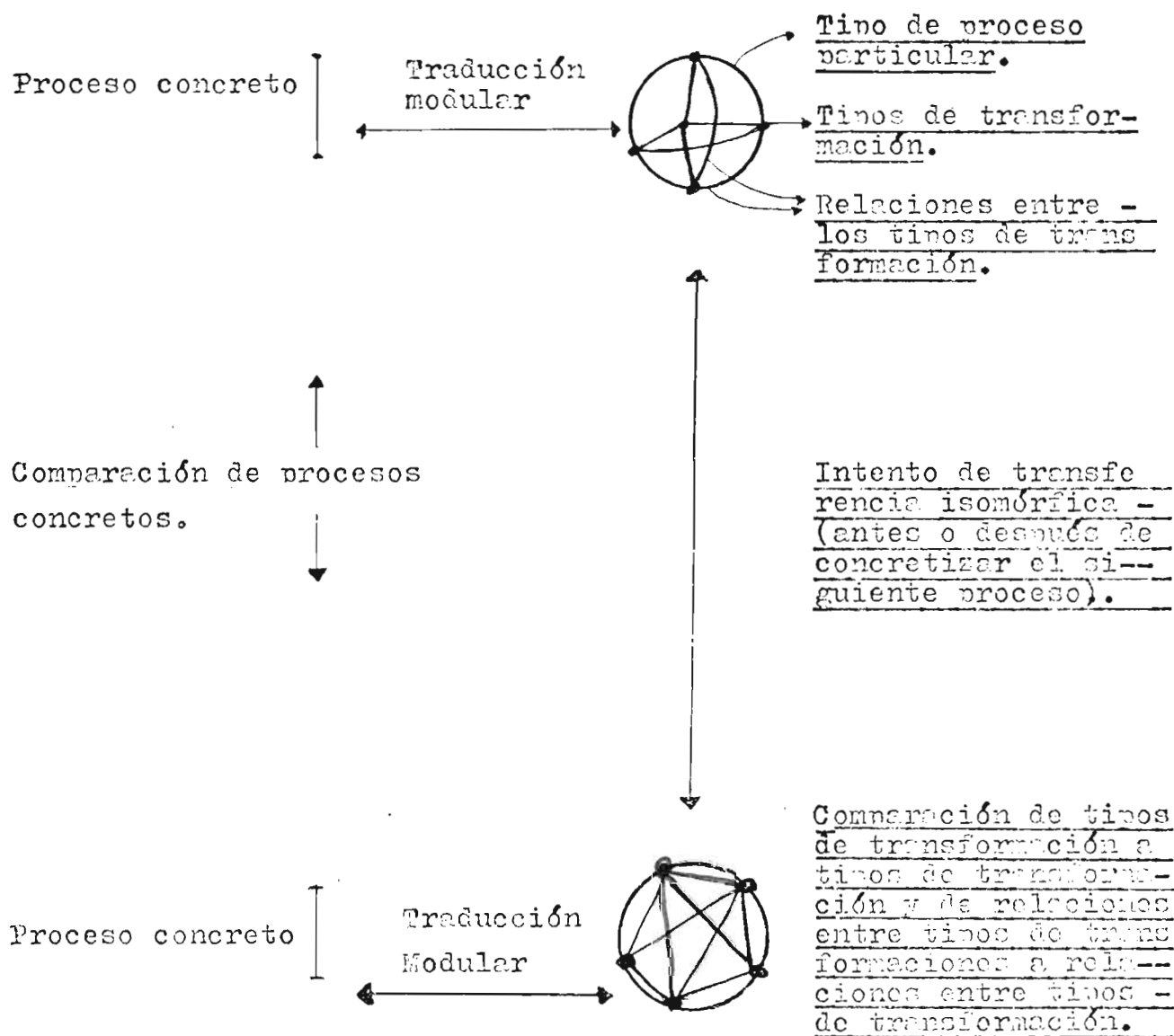
Así como se construyen (abstraen) tipos de eventos y operaciones imaginarias por la manipulación de eventos físicos; la frecuencia de manipulación de eventos imaginarios su semejanza y diferencia lleva a la construcción de eventos y operaciones imaginarias sobre éstas premisas y así se van formando abstracciones de nivel superior (por ejemplo de la suma y la resta puede llegar a continuarse la multiplicación y la división, de su combinación puede construirse la operación con elementos de un sistema de ecuaciones, o la operación con ecuaciones vectoriales o matriciales; de la manipulación de esas operaciones puede surgir la conceptualización de la estructura matemática, etc.).

Desarrollo de la estrategia predominantemente Analítica.

Cuando las necesidades de transformación más eficiente lo requieren, la descripción de un proceso físico se hace traduciendo todos los aspectos que intervienen en él a diferentes clases de eventos y a su vez estas clases se traducen a una clase de eventos (relacionables) cuya transformación se expresa en términos de cambios cuantitativos de sus aspectos identificados, (en intensidad o extensión) y/o en términos de cambios cualitativos. Esta clase de eventos juntamente con los tipos de transformación que se pueden efectuar con ellos y sus propiedades, constituyen un modelo o sistema. Para tener un efecto predictivo con el modelo de dicho proceso, se establecen relaciones cualitativas y cuantitativas de los diferentes aspectos que intervienen en el proceso, con el cambio cualitativo y/o cuantitativo de las propiedades del evento al finalizar el proceso. (Establecimiento de principios o de relaciones estructurales entre los elementos de un sistema o modelo de proceso)-

Como estrategia cognoscitiva (cuando se empieza a tratar de formar modelos o sistemas y definirlos por principios estructurales), se aplica un procedimiento inverso al que se siguió al ir inventando procesos más complejos (mediante la combinación aditiva de transformaciones sobre un evento): Se intenta anular cada una de las transformaciones que intervienen en el proceso dejando en cada caso una sola actuando, para ver el resultado que ésta sola -- produce sobre el evento, después se busca relacionar cada una de éstas dejando de actuar varias simultáneamente, para compararlas con el resultado de cada una, actuando en forma individual, y así se intenta determinar las relaciones cualitativas y cuantitativas se los aspectos que intervienen en el proceso en cuestión, de ésta manera se llega a determinar bajo que condiciones, cada transformación toma el carácter principal y las demás el carácter secundario.

Cuando el sujeto llega a determinar modelos particulares funcionales (para el nivel requerido) y a establecer principios estructurales entre ellos; intentará hacer transferencia isomórficas a otros procesos particulares tendiendo partir de la comparación de procesos particulares ya estudiados, a la comparación de un proceso con otro proceso particular antes de estudiarlo (anticipación).



Este tipo de transferencia isomórfica (a nivel de estructura se motiva más cuando el sujeto tiene que suponer aspectos que intervienen en el proceso por no haber forma perceptual de detectarlos, de tal manera que busca analogías con procesos perceptuales. Esta condición intensifica más la manipulación simbólica en sustitución de la exploración concreta, aleatoria).

La eficiencia con que se lleguen a establecer las relaciones entre los tipos de transformación y el tiempo que toma para lograrlo depende no sólo de la variedad de modelos que el sujeto haya formado, sino del tipo de instrumentos a los que tenga acceso para controlar (anular cuando lo desee) los diferentes tipos de transformación que intervienen en un proceso. A su vez ésta condición depende del grado de desarrollo de las fuerzas productivas del medio donde se desenvuelve el sujeto y del tipo de organización social que determina el grado y tipo de accesibilidad de éste a los instrumentos de transformación de los procesos (+).

(+) (Los que carecen de instrumentos útiles de exploración dependen más del tiempo y del azar para ir comparando los eventos en los que sea visible el grado de intensidad con que participan los diferentes aspectos de su transformación, como en el caso del campesinado marginado que ha dependido de las enseñanzas del tiempo para optimizar su producción de supervivencia.

Si las condiciones de modo de producción y medio social al que pertenece el sujeto, no eran tan visiblemente determinantes, en la fase constructiva inicial, ahora sí lo son; el tipo de estrategia cognoscitiva y la profundidad de los conocimientos (al nivel de identificarlos como procesos constituidos por eventos internos en interacción y con el exterior, y seleccionarlos cualitativo y cuantitativamente) depende visiblemente de estas condiciones, la prueba está en que la mayor parte de la población (fundamentalmente las que son anódice material de los procesos productivos) aplica apenas la inferencia lógica (y con operaciones equivocadas) con fines de previsión o de ubicación en su "realidad"; a éste nivel la mayoría de la población se queda estancada a pesar de que los procesos productivos actuales requieren, por el grado de eficiencia con que se conducen, ser estudiados en términos de

modelos estructurales (sistema de elementos relacionados cualitativa y cuantitativamente). La razón de éste estancamiento es que si los sujetos aprenden por el trabajo y por hacerlo más eficiente, hay que especificar que éste tiene que estar ligado a la satisfacción de sus intereses, para así poder participar en la transformación intencionada y no mecanizada de la realidad.

En los países donde la contradicción de intereses se acentúa por la división del trabajo, la gran mayoría no tiene acceso real a la anticipación, planeación y exploración de los procesos productivos, sino que son apéndices de éstos, y si acaso pueden hacerles variaciones circunstanciales, no pueden considerar su actividad productiva como un medio de satisfacción de sus necesidades de objetivación como seres transformadores.

Los campesinos realizan su actividad productiva en una forma más intencionada (aunque su actividad no los motiva pues sufren el -- despojo indirecto de sus productos), pero el nivel de eficiencia con el que pueden realizar su actividad productiva no requiere de una estrategia cognoscitiva más allá de incipientes operaciones -- lógicas.

El ejercicio de la formación de modelos estableciendo isomorfismos entre procesos particulares, a nivel estructural, es lo que -- lleva a progresar en el desarrollo de modelos cada vez más firmes para anticipar y conducir más eficientemente los procesos. En éstas condiciones se va capacitando más para establecer isomorfismos no sólo a nivel de todo un sistema, sino de:

- a) un modelo a una parte de un modelo (transferencia isomórfica de encaje, en el sentido de la generalización)



y viceversa (Transferencia isomórfica de encaje

en el sentido de la particularización.



y de un mode-

lo a partes de otros modelos y viceversa (transferencia isomórfica de encaje múltiple).

- b) Transferencia de una parte (o partes) de un modelo a partes (o partes) de otro (o de otros) (Transferencia isomórfica de solapamiento simple y múltiple).
- c) Transferencia de unión de modelos y/o partes de modelos a otro intuitivo (+)

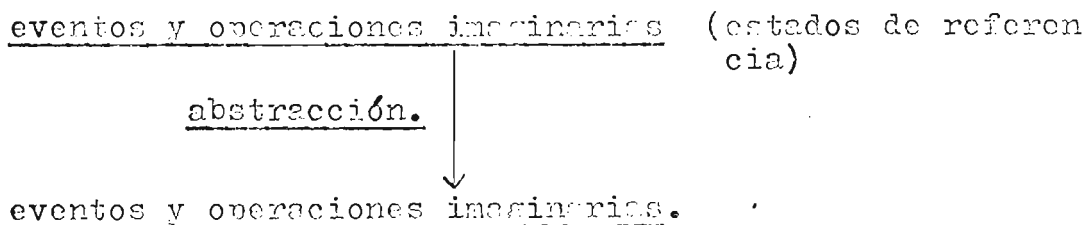
(+) (Estas tres formas de transferencia se dan de hecho desde el principio del desarrollo de la actividad cognoscitiva, primero en forma de asociaciones, después a nivel de comparaciones globales y después de estructuras.

La frecuencia de la manipulación simbólica de los eventos, operaciones, relaciones y propiedades imaginarias construídas sobre la manipulación física, va permitiendo:

- 1) El análisis (interpretación) de procesos físicos a nivel estructural, aunque nunca hayan sido experimentados físicamente y se desconozcan los eventos físicos que los componen.

(La posibilidad de manipulación no sólo simbólica, sino física de dichos procesos desconocidos depende de la posibilidad de traducción en sus aspectos concretos a otros procesos concretos ya experimentados por el sujeto y obviamente de la misma accesibilidad física de éstos.

- 2) La construcción de otras operaciones, eventos, propiedades y tipos de relaciones imaginarias, abstraídas directamente de la manipulación simbólica de eventos y operaciones imaginarios que sirven como estados y subestados de referencia (como elementos de comprobación).



Esta organización y estructuración de los eventos imaginarios se da desde sus primeras abstracciones de la realidad, pero dicho proceso se realiza básicamente en la actividad de manipulación física misma.

(Estas construcciones pueden corresponder a procesos físicos o no; la estructuración de eventos imaginarios les da un carácter más -- estático, pues las operaciones no se ponen en correspondencia con procesos reales, sino con procesos convencionalmente definidos; la definición de las operaciones imaginarias están motivadas por la necesidad de operar simbólicamente en forma más eficiente, los -- cambios en la concepción de la realidad implican cambios en la -- forma de representarlos y de manipularlos, por lo tanto aún la actividad (matemática pura) de organización y estructuración de los eventos cambia dialécticamente. La relativa lentitud con que el -- sujeto necesite cambiar la estructura de dichos modelos abstractos por el cambio en la manera de transformar los procesos reales externos (fase de estabilidad, de progreso cuantitativo) puede -- hacer suponer más firmemente, que la actividad con los entes abstractos es independiente de los procesos reales externos; la existencia misma de la división del trabajo en la sociedad hace que -- el sujeto reafirme esta suposición.

La actividad matemática es una actividad de estructuración y organización de los eventos y operaciones imaginarios, que sirven como instrumentos de conocimiento y de manipulación imaginaria de -- los procesos reales. La actividad de concreción matemática es la que lleva eventualmente a la abstracción de nuevos entes y a la -- reestructuración de los ya contruídos. Cuando la actividad matemática se realiza fundamentalmente a partir de los solos eventos imaginarios (como sucede en la actualidad), tiene un mínimo efecto de guía de transformación y de conocimiento de la realidad misma por parte del sujeto que la realiza.

Hacia la construcción de la estrategia cognoscitiva materialista dialéctica.

Condiciones.-

Supongo que la estrategia cognoscitiva tenderá hacia una visión -- dialéctica conforme se superen las contradicciones generadas por la división del trabajo:

- a) La separación del trabajo manual del intelectual, cuyo ---

constante reflujo llevaría hacia una actividad cognoscitiva de formulación de modelos menos estáticos.

- La inintencionalidad y la esclavitud en los procesos productivos por parte de los obreros, que impide la participación colectiva y dinámica en el desarrollo del conocimiento.
- El carácter parcial (estrecho) y aislado de la participación (involuntaria) de los obreros en los procesos productivos, en oposición a la gran variedad de existencia de éstos y a su complejidad.
- La incomunicación y competencia que generan la producción - bajo el regimen capitalista y el capitalismo de estado.

Una mayor movilidad de los obreros en los diferentes procesos productivos (aspecto condicionado también por el desarrollo de las - fuerzas productivas) y con la eliminación progresiva de las contradicciones anteriores (condicionadas por la existencia de la -- propiedad privada) contribuiría a abstraer modelos no asociados a situaciones circunstanciales que darían lugar a un flujo mas efectivo (dialéctico) entre la manipulación física concreta y la actividad mental.

Base.

Todo lo anterior representa condiciones para que sea posible el - desarrollo de una estrategia cognoscitiva dialéctica en cuanto al modo de organizar la acción cognoscitiva misma, pero la base de - este desarrollo está en el reconocimiento progresivo de los procesos mismos como movimientos constituidos de aspectos dialécticos; la necesidad de transformar con mayor eficiencia es importante pero sigue siendo una condición externa.

¿Génesis y desarrollo de la estrategia materialista dialéctica?

¿Cuáles son los aspectos internos de la actividad cognoscitiva -- que se van desarrollando para concebir los procesos no sólo como constituidos por aspectos interrelacionados, sino por aspectos -- contradictorios, de cuya relación cualitativa y cuantitativa pueda anticiparse la resultante de un proceso?

Desde un principio, la actividad cognoscitiva se desarrolla por -- el ejercicio de organización (abstracción) y de relación (análisis) de eventos mediante la comparación por semejanzas y diferencias (cuyas formas cambian dialecticamente), es decir, por la ~~la~~ identificación de aspectos opuestos, pero estáticos, no contradictorios. ¿Qué es lo que se opone a ver los procesos de la realidad objetiva como constituidos por aspectos contradictorios, o sea, en oposición dinámica, en oposiciones que cambian de forma o resaltan otras cualitativa y cuantitativamente, cómo se relaciona fundamentalmente esta oposición con el desarrollo de las fuerzas productivas y el modo de producción? ¿en qué forma cambiarán y obstruyen actualmente las concepciones de los procesos (estáticas o en movimiento continuo relativo, pero no dialéctico) a la visión dialéctica?

MODELO DE PROCESO DE APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS.

Concepto de aprendizaje matemático.

Se le puede considerar como un proceso dialéctico de organización de clases de eventos (reales o imaginarios), bajo ciertos tipos - de transformación, y de estructuración de éstos, por el estableci- miento de relaciones y de propiedades. En otras palabras, es un - proceso dialéctico de construcción, análisis y concreción de cate- gorías y estructuras, a partir ya sea de elementos primitivos o - de otras estructuras.

Objetivos del aprendizaje de las Matematica.

- a) Construir modelos imaginarios que dirijan la forma de mani- pular modelos que representen procesos físicos (de la rea- lidad objetiva).
- b) Desarrollar la estrategia cognoscitiva (método científico) del sujeto para estudiar y estructurar cualquier modelo de proceso imaginario o físico.

Niveles identificables de conocimiento, en el proceso de aprendi- zaje matemático.

Aquí consideramos como niveles de conocimiento sobre la o las --- transformaciones de un conjunto de tipos de eventos:

- I- a) El reconocimiento de rasgos comunes y específicos bajo uno o varios tipos de operación de los eventos en cues- tión (identificación del universo del discurso y de la relación de diferentes subclases que lo componen).
 - b) La habilidad para reconocer si un evento, no experimen- tado con anterioridad, pertenece o no a un universo de discurso y si pertenece o no a alguna de las subclases formadas.
- II- El reconocimiento de las relaciones que hay entre las cla- sificaciones abstraídas para predecir el resultado de la - transformación de determinados eventos del universo de dis- curso.

Todo conocimiento, independientemente del nivel logrado, incluye estos dos aspectos identificables. Llámesele al conocimiento -- (capacidad predictiva), que se tenga sobre un conjunto de eventos bajo uno o varios tipos de transformación, "modelo" o "sistema es estructurado".

Resultante del acto de aprendizaje matemático y sus posibilidades de aplicación y ampliación.

Además de aplicarse directamente en la transformación de los eventos concretos (sobre los que fué construido el modelo):

I-El modelo mismo junto con otros, puede servir como guía de organización en la estructuración de otro conjunto de tipos de eventos transformables.

Un modelo o conjunto de éstos se hacen aplicables en la construcción de otro (u otros):

- a) Cuando se transfiere todo el modelo para predecir sobre todo el otro conjunto de tipos de eventos (Transferencia isomórfica).
- b) Cuando el modelo completo puede predecir sobre una o algunas partes del otro conjunto (Transferencia de envonamiento simple y múltiple en el sentido de la generalización) y lo inverso, cuando parte o partes del modelo pueden predecir sobre todo el otro conjunto de tipos de eventos a estructurarlo (transferencia de envonamiento simple y múltiple en el sentido de la particularización).
- c) Cuando una parte o partes del modelo pueden predecir sobre una parte o partes del otro conjunto (transferencia de empalme).
- d) Cuando la unión del todo o partes del modelo puede predecir sobre todo el otro conjunto de eventos no estructurado -- (transferencia de unión).

(Estas transferencias como ya se dijo no son estrictamente isomórficas y parten de ser una actividad de simple comparación en búsqueda de semejanzas y diferencias entre clases de eventos.

II-El modelo junto con otros modelos ya construídos, están -- en condiciones de ser usados como eventos sujetos a organización e integración en un modelo nuevo y de nivel superior.

III-El conjunto de eventos del modelo puede ser generalizado o particularizado, reconociéndolo respectivamente, como una parte específica de otro conjunto que lo contiene, y a la inversa, reconociendo conjuntos de eventos con diferencias específicas, en relación al modelo general de éste conjunto.

IV-Las clases de elementos pueden ser alteradas para formar -- un modelo más predictivo.

V-Un modelo construído por la clasificación de otros modelos (ya formados a su vez) bajo uno o varios tipos de transformación, puede concretarse en la manipulación más efectiva de los modelos sobre los que fué construído o sobre modelos más primitivos de éstos y así sucesivamente, hasta ser aplicado en la manipulación más efectiva de eventos físicos.

(Resumiendo: el aprendizaje matemático es un proceso dialéctico de construcción de categoría y estructuras a partir ya sea de elementos primitivos o de otras estructuras).

DINAMICA DE UN CICLO Y DE VARIOS CICLOS DE APRENDIZAJE.

La actividad hipotética para formular un modelo predictivo sobre un conjunto de tipos de eventos corresponde a un ciclo de aprendizaje.

El movimiento fundamental de ésta actividad hipotética, está dado por un continuo flujo entre la actividad manipuladora sobre casos concretos del conjunto de tipos de eventos y la actividad de construcción, análisis y manipulación de eventos y transformaciones imaginarias que se van extrayendo de dicho conjunto.

(A cualquier nivel, la acción concreta depende de una concepción abstracta y viceversa, siendo la acción concreta la que genera y condiciona la concepción abstracta).

En todo ciclo de aprendizaje, el movimiento entre la acción concreta (que condiciona la segunda) y la abstracta se hace posible y coordinable por el desarrollo de dos aspectos:

- El aspecto hipotético constructivo (organización de los eventos en clases por propiedades comunes y específicas bajo el o los tipos de transformación).
- El aspecto hipotético analítico (Establecimiento de relaciones entre las diferentes clases abstraídas).

A cualquier nivel, ninguno de estos aspectos puede prescindir del otro, para abstraer una clase de eventos comunes con diferencia a otros, se necesita relacionar dichos eventos y para relacionarlos se necesita eliminar rasgos irrelevantes de ellos (abstraer sus características fundamentales). En la interacción de estos dos aspectos se desarrolla un modelo resultante. No obstante, se pueden considerar estos aspectos en dos fases predominantes:

- cuando se hacen intentos por clasificar los eventos, predomina el aspecto constructivo y
- cuando las clases ya son más estables predomina el aspecto analítico.

(Como se ha mencionado, el desarrollo de la capacidad cognoscitiva tiende a realizar dichos ciclos mediante fases predominantemente analíticas).

La interacción de éstas dos fases está condicionada por la necesidad de tener una mayor capacidad predictiva sobre un conjunto determinado de tipos de eventos y por la acumulación de experiencias semejantes en lo principal y diferentes en lo irrelevante. Estas mismas causas son las que hacen que un ciclo suceda a otro.

La forma en que se concatenan los ciclos de aprendizaje está dada por la conversión de las clases de elementos bajo varios tipos de transformación en elementos a clasificar, bajo otros tipos de transformación, más abstractos que guían con más precisión los anteriores.

((Ejemplo: la situación problemática de encontrar el número mínimo y el tipo de vectores necesarios para generar un espacio o --

subespacio de dimensión determinada donde el número de maneras -- para generar cada vector del espacio o subespacio sea infinito o uno, y el análisis de casos concretos sobre el tipo de subespacio que pueden generar conjuntos dados de vectores, puede llevar a la realización de los siguientes ciclos cognoscitivos:

1^{er} ciclo.

Elementos a clasificar: conjuntos de vectores

transformación: generación de un espacio o subespacio concreto.

1^{er} ciclo (paralelo)

Elementos a clasificar: sistemas de vectores de referencia.

Transformación: cambio de sistemas de vectores de referencia.

2^o ciclo.

Elementos a clasificar: espacios y subespacios vectoriales.

transformación: transformación de estos espacios y subespacios.

3^{er} ciclo.

Elementos a clasificar: transformación de espacios y subespacios.

Transformación: inversiones de transformaciones)).

De ésta manera, los elementos del conjunto sirven como estados de referencia en su clasificación para agruparlos relacionarlos.

((Ejemplo:

1^{er} ciclo.

Estados de referencia: situaciones concretas (suponer y corroborar número concreto de tipos de substancias tomando como mínimo, puede producir cualquier tipo de substancia de un conjunto dado y con un número concreto de tipos de características.

2º ciclo.

Estados de referencia: conjunto de vectores concretos de espacios y subespacios determinados.

subestados de referencia: situaciones concretas.))

El movimiento fundamental de esa fase constructiva de un ciclo de aprendizaje está dado por la búsqueda de caracteres principales - y la eliminación de los aspectos irrelevantes que permitan predecir el efecto resultante de la transformación de eventos de un conjunto.

La estrategia cognoscitiva varía, pero consiste invariablemente, de una búsqueda de relaciones de semejanza y diferencia. La actividad cognoscitiva puede partir de una manipulación directa de -- los elementos de la situación problemática o de la manipulación -- indirecta de éstos elementos, mediante su traducción a un modelo (resultante de la unión de varios modelos ya construídos por el -- sujeto). A su vez si la manipulación se hace mediante la traduc-- ción de los elementos a un modelo, dicha manipulación puede dirigirse por una estrategia aleatoria, hacia la construcción tentativa de clasificaciones o por una actividad más analítica en la que se busca estructurarla, de acuerdo a modelos ya formados.

(Ejemplo.- Dado un conjunto concreto de subespacios vectoriales:

- el sujeto puede buscar al azar vectores que sean el mínimo número necesario para generar cualquier vector de un conjunto determinado y relacionar dichos vectores para establecer un modelo hipotético general, como definir el concepto de -- subespacio de una dimensión determinada y el concepto de independencia lineal aplicable al análisis de conjuntos vectoriales).
- o proceder, por medio de la aplicación de otros o partes de otros modelos (como la aplicación del concepto de cambio de sistema de vectores de referencia y de vectores coordinados y suponer que todo sistema de vectores se puede transformar en un sistema de vectores coordinados y que por lo tanto, -- todos los conjuntos de vectores se pueden analizar por me--

dio de conjuntos de vectores en su forma canónica correspondiente) y definir el concepto de subespacios de una dimensión determinada y el concepto de independencia lineal).

La primera forma se puede llamar abstracción por transferencia isomórfica de elementos, y la segunda abstracción por transferencia isomórfica estructural.

(Ya se ha dicho que el primer tipo de estrategia es mucho más sencillo que el primero y que el proceso de una forma hacia la otra, depende del número de modelos diferentes que el sujeto llegue a formar).

El movimiento de la fase predominantemente analítica, está dado por la búsqueda de relaciones internas entre las clases, para reconocer inclusiones en el sentido de particularización (análisis retroactivo) y generalización (análisis progresivo) con el fin de formar un modelo con un nivel (mayor) predictivo.

Como se ha visto, para poder reconocer una inclusión (en cualquier sentido), es necesario identificar las relaciones generales entre los elementos y diferenciarlas de las particulares al mismo tiempo.

(Ejemplo.- Para reconocer que tres es el número mínimo y el tipo de vectores necesarios para generar en forma única cada vector del espacio de dimensión 3 y que ninguno de éstos debe ser un múltiplo del otro o una suma de múltiplos de los otros, se puede particularizar para el caso del espacio de dimensión dos, restringiendo el número a dos y diferenciando su característica de que uno de los vectores no debe ser múltiplo del otro).

Ambos aspectos, la generalidad y la particularidad interactúan con suposiciones tentativas (suposiciones de inclusiones tentativas), hasta llegar a diferenciarse y a establecerse ésta diferencia, por un camino básicamente constructivo o por uno analítico.

((Ejemplo.- El reconocimiento de la inclusión (en el sentido de la generalización) de las condiciones bajo las cuales se puede generar un subespacio de dimensión dos como un caso particular de las condiciones bajo las cuales se puede generar un subespacio de dimensión 3, parte de suposiciones, tentativas que:

- a) con una estrategia predominantemente constructiva, se llega por ejemplo a establecer como condición para generar un subespacio de dimensión 2 que se necesitan dos vectores no colineales y para un subespacio de dimensión 3, establecer que se necesitan 3 vectores con ángulos diferentes cada uno, -- (tal vez después de la suposición tentativa, equivocada, de que se necesitan 3 vectores no colineales); análisis sucesivos concretos sobre conjuntos definidos en R^n ($n > 3$) y la construcción de otros conjuntos, llevan hacia una diferenciación de los tipos particulares de dependencia lineal y a su concepción general.
- b) Con una estrategia predominantemente analítica, se establecen diferencias de los tipos de relaciones de los vectores, entre las diferentes dimensiones de subespacios; una forma podría darse al plantearse como estrategia el formar en cada conjunto que se estudie, un subconjunto con el número máximo de vectores no generables entre sí. (Una estrategia analítica supone la aplicación de conceptos ya formados o en formación, como en este caso, el concepto de generación de vectores)).

Como se ha mencionado, también el reconocimiento de inclusiones en el sentido de la particularización es más fácil que en el de la generalización y esto depende de la frecuencia con que se hayan reconocido inclusiones para facilitar la extensión y de la frecuencia con que el sujeto haya podido realizar extensiones en general.

(Ejemplo.- Si nunca se ha trabajado con R^4 , aunque el sujeto requiera generalizar, le será más fácil, por ejemplo, particularizar lo identificado para el caso de R^3 hacia situaciones en R^2 y más difícilmente extenderse a R^4).

Existen diferentes tipos de extensiones y restricciones que se pueden efectuar sobre un modelo construido:

- a) Se pueden reconocer inclusiones directamente sobre otras clases de eventos a los que es aplicable el modelo o sobre clases del modelo mismo.

((Ejemplo.— Al establecer que con 2 vectores no colineales de un conjunto de vectores definidos en R^3 y generado por 2 de los 3 - vectores, coordinados se genera cualquier vector del conjunto, se puede generalizar esta misma conclusión para subespacios de dimen- sión 2 no generados por 2 vectores coordinados y también se puede generalizar esta conclusión para hablar de la generación de subes- pacios de dimensión dos, de vectores definidos en R^n ($n \geq 2$)).

(Es importante distinguir el proceso de abstracción de la inclu-- sión; es cierto que el primer proceso se mueve por una búsqueda por diferenciar y coordinar lo común de lo específico; pero entre los eventos o modelos que se están experimentando; mientras que - en la inclusión se mueve por una búsqueda por diferenciar y coor- dinar lo común de lo específico entre clases ya construídas de e- ventos, utilizadas en el momento de abstracción).

- b) el reconocimiento de una inclusión por transferencia de -- encaje o de empalme (simple o múltiple) de un modelo a o-- tro.

((Ejemplo.— Al identificar el tipo de matriz que transforma un es- pacio vectorial en R^2 , sin cambiar los ángulos entre ellos pero - sí su ángulo con relación al sistema ortogonal de vectores de re- ferencia, se puede transferir a las rotaciones de vectores defini- dos en R^3 para que estos cambien su ángulo de inclinación con res- pecto a 2 de los 3 vectores del sistema ortogonal de referencia y generalizarlo para rotar los vectores de tal manera que su ángulo de inclinación cambie con respecto a los 3 vectores del sistema - ortogonal y que el ángulo entre ellos no se altere)).

(La posibilidad del reconocimiento de éste tipo de inclusiones de- pende del grado de análisis retroactivo que se requiere y de la - capacidad correspondiente del sujeto para hacerlo).

La abstracción de un modelo amplio se puede realizar:

- a) mediante la identificación de isomorfismos entre clases - de eventos o modelos, después de haber reconocido inclu-- siones sobre cada uno de ellos ó
- b) mediante la identificación de isomorfismos entre una amplia clase de eventos sobre los que no se hallan reconocido in-

clusiones con anterioridad.

((Ejemplo.-

- a) Se pueden identificar por separado, las condiciones bajo las cuales un sistema de ecuaciones de $m \times n$, una ecuación vectorial de n vectores definidos en R^m , una ecuación matricial de $m \times n$, tienen un conjunto solución determinado, partiendo de valores de m y n (fijos para después particularizarlos y generalizarlos) y realizar transferencias isomórficas entre ellos para construir una estructura que conjunte estas tres formas (Identificar que el proceso común en todas ellas es el establecimiento de relaciones lineales entre conjuntos vectoriales; subespacios). δ
- b) Se pueden identificar simultáneamente, los elementos que permitan predecir sobre estas tres formas, a partir del trabajo conjunto sobre ellas. (tal vez tomando como objetivo fundamental el análisis dimensional de conjuntos fundamentales).

(En la práctica se comprobó, en forma marcada, que los estudiantes de primer ingreso a nivel universitario, no pudieron construir el concepto de subespacio a partes del primer procedimiento, sino del segundo. Comparar resultados de los dos semestres de 1975 con los del primero de 1976).

(Tal vez este concepto se vuelva mas operativo y abstracto si se construye incluyendo funciones vectoriales y variaciones diferenciales de funciones vectoriales y todavía mas si se construyen sobre el estudio de procesos físicos reales, continuos y discontinuos).

La primera forma de abstracción (por transferencia isomórfica entre generalizaciones estrechas) puede ser mucho más difícil si requiere que el sujeto esté capacitado para hacer comparaciones a nivel de estructuras y la segunda forma puede hacerse mas difícil si el sujeto no conoce los elementos y tipos de operaciones de todos los sistemas a trabajar simultáneamente.

Por ello, la determinación de la amplitud de sistemas a estudiar simultáneamente, esta condicionado por una contradicción que de--

pende de la naturaleza de los sistemas a estudiar y de la capacidad del individuo para abstraer, estas condiciones se necesitan - coordinar. (Esta es otra forma de plantear la relación entre los aspectos de amplitud y profundidad que se plantean mas adelante, en las condiciones que aceleran o estancan el proceso cognoscitivo).

Independientemente del tipo de estrategia predominante en ambas fases, las conclusiones que se lleguen a establecer no son operativas hasta probarse y aplicarse en manipulaciones concretas. La manipulación concreta es la que hace que el conocimiento abstraído se convierta en instrumento de acción y organización de otros eventos semejantes y la que sirve como estado de referencia para comprobar la eficiencia de los modelos y como instrumento de organización para la manipulación de eventos a niveles inferiores; -- sin éste aspecto de la actividad cognoscitiva, los eventos imaginarios que se van construyendo se convierten en un simple juego vacío (sin concreción no hay abstracción) inaplicable y arbitrario (para el sujeto); pues este aspecto es el que hace que convierta dicho conocimiento en una forma de acción inherente a él. De esta manera la actividad de manipulación concreta a cualquier nivel, la realiza el sujeto operando de acuerdo al grado de eficiencia que se requiere, pero no sólo con visión sino con habilidad operativa para conducir con facilidad los eventos concretos hacia resultados esperados.

La acción concreta es la que problematiza por la acumulación de experiencias y por el planteamiento de necesidades de transformación más eficiente para construir y reclasificar eventos imaginarios y hace progresar la estrategia cognoscitiva.

Este flujo entre lo concreto y lo abstracto hace que la dinámica de un ciclo y la sucesión de ciclos de aprendizaje sea dialéctica.

LA EVOCACION, LA COMUNICACION Y EL PROCESO COLECTIVO DE PENSAMIENTO.

Como se ha planteado, el proceso de abstracción es un proceso de simplificación de imágenes del sistema cerebral, cuya realización y afianzamiento implica necesariamente (no suficientemente) su e-

vocación; en otras palabras, el proceso de abstracción (simbolización) se realiza y confirma por una doble forma de objetivación: la concreción (que condiciona todo lo abstracto en cuanto a su verificación) y la evocación simbólica (que condiciona la abstracción de las imágenes mismas en su simplificación).

El proceso de abstracción (simbolización) es observable externamente debido a su evocación mediante signos (orales, gráficos, mímicos, etc.).

La condición de la evocación para que se pueda dar una abstracción es la que puede convertir los procesos de pensamiento individuales en procesos cognoscitivos colectivos, que pueden impulsar y acelerar el proceso de construcción de modelos más eficientes (comparados con el proceso individual) y de desarrollo de la estrategia cognoscitiva.

La base del pensamiento colectivo está dada por la coordinación entre la acción individual y la acción de conjunto.

Este movimiento está condicionado por:

- a) La forma en que los sujetos participan (división del trabajo) y disfrutan (clase social) de la actividad productiva de la sociedad en que se encuentran, que genera diferentes tipos de contradicción de intereses (hasta llegar al antagonismo) y
- b) Las diferencias de niveles de conocimiento y desarrollo estratégico cognoscitivo.

Tanto el proceso cognoscitivo a nivel individual como el proceso cognoscitivo a nivel colectivo depende del grado de intencionalidad (correspondencia con sus intereses) con que cada individuo realice sus acciones: no puede haber conocimiento individual ni conocimiento colectivo si no existe una acción hipotética (en sus aspectos abstracto y concreto) por parte de cada uno de los individuos.

Un conocimiento colectivo no es operativo (no son formas de acción inherentes a la colectividad) si cada uno de los individuos que lo componen no lo ha hecho operativo y para que cada uno de los indi

viduos lo haga operativo, se necesita que cada uno de ellos lo -- construya en la manipulación física concreta.

La comunicación es la condición (necesaria) que acelera el proceso de conocimiento individual y que permite la realización del colectivo; cada individuo puede hacer suyas (asimilar) las experiencias y conclusiones de los demás, si éstas están a un mismo nivel de comparación de las realizadas por el individuo mismo y si se está en posibilidades de efectuar dicha comparación no sólo a nivel de manipulación imaginaria sino a nivel de manipulación concreta.

La comunicación de experiencias no sólo acelera el proceso de abstracción (por el establecimiento de relaciones de semejanza y diferencia) de eventos, transformaciones y modelos imaginario, sino que acelera el proceso de desarrollo de la estrategia cognoscitiva; este ejercicio implica un ejercicio de comparación que va haciendo que el sujeto busque hacerlo a nivel de estructuras para depender menos de la manipulación concreta e implica un ejercicio de traducción (interpretación: es decir, análisis) de los eventos o modelos imaginarios que recibe de los transmisores.

La posibilidad de la comunicación y por lo tanto de la asimilación (bajo las condiciones mencionadas) permite que la actividad cognoscitiva se pueda realizar por manipulaciones concretas y abstractas sobre un conjunto de eventos, mediante el diseño de un plan (de común acuerdo) de fraccionamiento e integración de éste (conjunto de evento) y de coordinación de las acciones de los individuos para lograr un conocimiento colectivo.

CONDICIONES QUE IMPULSAN O ESTANCAN LA ACTIVIDAD COGNOSCITIVA.

CONDICION DE OBJETIVACION.

El progreso del conocimiento no está condicionado por la simple acción sino por la acción intencionada.

El conocimiento se desarrolla por un movimiento entre dos aspectos:

- La actividad física concreta sobre eventos o procesos reales, por la que se producen resultantes INTENCIONADAS y se comprueban conclusiones o predicciones de la actividad mental sobre el curso de dichos procesos.
- La actividad mental (neurológica) que organiza y dirige la manipulación física INTENCIONADA y la acción mental misma -- mediante la construcción (abstracción) sucesiva de eventos y operaciones imaginarios (que inicialmente reflejan directamente la acción sobre eventos imaginario concretos y la manipulación de los procesos físicos) y mediante la comparación de éstos.

Ambos aspectos de la actividad cognoscitiva, interactúan y son -- ineliminables.

La actividad cognoscitiva parte de una manipulación física predominante, (en la que se producen eventos en forma aleatoria e incorporada) que da origen a la actividad mental, que a su vez, dialécticamente, va tendiendo a coordinar y dirigir la actividad física, aunque permanece condicionada por ella.

La condición principal para que la interacción de estos dos aspectos lleve hacia un conocimiento verdadero es la INTENCIONALIDAD -- con que se realicen la manipulación física y la acción mental. La acción física intencionada lleva a la acción imaginaria (mental) con el fin de organizar y dirigir mas eficientemente la acción y los procesos físicos.

La ACCION INTENCIONADA (física o imaginaria) implica supuestos y verificaciones, por eso, la actividad cognoscitiva es una actividad hipotética.

Lo que mueve a la acción intencionada es la necesidad de transformar con más eficiencia los eventos y procesos de la realidad para satisfacer intereses individuales y colectivos (de los individuos en comunicación). La capacidad para transformar intencionadamente con más eficiencia los eventos y procesos reales (que cambian dialécticamente la naturaleza y la sociedad) llevan a conocer más -- profunda y ampliamente lo transformado, es decir, lleva a objetivar la naturaleza (porque se le conoce y se le domina progresivamente) y a objetivar la sociedad (con respecto a su pasado, su presente y su futuro, a nivel de individuos y de la colectividad).

La división de la acción física de la acción mental en la actividad principal del ser humano, la división del trabajo productivo manual del trabajo intelectual, que se ha mantenido y cambiado -- dialécticamente por los diferentes tipos de propiedad privada, -- lleva a la inhibición de la acción intencionada.

Bajo el modo de producción capitalista (y de capitalismo de estado), los que reciben órdenes de ejecución física inhiben su interés por transformar con mayor eficiencia los procesos físicos productivos, obstaculizándoseles la interacción de su actividad física con su actividad mental; bajo estas condiciones, las acciones físicas ya no corresponden a una dirección completa por parte de la actividad mental sobre los procesos físicos en los que intervienen, sino superficialmente, y con respecto al proceso productivo total funcionan como apéndice mecánico de éste, por lo que su actividad hipotética queda reducida y obstaculizada por sus empleadores directos e indirectos. Los productos resultantes de su acción parcial en el proceso le son ajenos, así como su acción misma, que se le opone para objetivarse y para objetivar su realidad.

Los que realizan actividades con predominio mental (imaginarios): intelectuales, profesionistas, estudiantes, etc., ya sean por órdenes directas o indirectas, específicas o implicadas por el medio en que las efectúan, construyen y organizan eventos y operaciones imaginarios a partir de su acción directa o indirecta en la producción de eventos físicos (que pueden corresponder o no a actividades laborales propiamente dichas) y fundamentalmente sobre even-

tos y operaciones imaginarios ya contruídos y relacionados. Hay sujetos que pueden hasta llegar a dirigir su actividad casi únicamente al puro campo imaginario, (matemáticas, lógica, filosofía idealista, etc.) hacia la organización y relación de elementos imaginarios más concretos, mediante la abstracción de otros elementos y operaciones que integran y estructuran en sistemas tentativamente cerrados y estáticos; en estas condiciones están en posibilidades de abstraer otros modelos que construyen sucesivamente sobre los anteriores (cuando se ha creado un campo imaginario muy rico). Estas construcciones imaginarias cambian dialécticamente (no tanto a nivel de individuo) por su contacto e interacción indirecta con la construcción de modelos más profundos de procesos reales.

La poca actividad práctica que desarrollan en la realidad los que se dedican a actividades de manipulación (mecánica o semi-intencionada) imaginaria, impide que estos modelos que construyen queden ligados a la realidad de tal manera que puedan servir de guía (sensomotriz) en la totalidad de las acciones cotidianas. (Esto - hasta ha llevado a creer que son dos mundos aparte y que el mundo de las imágenes condiciona y gobierna el desarrollo del mundo físico, pues éste último lo consideran como un reflejo del primero).

Dependiendo de la forma en que se participe en la construcción de un modelo imaginario, se es incapaz para aplicarlo no sólo en la acción física concreta, sino en la manipulación misma de los eventos imaginarios; si el modelo no es construído por una actividad hipotética del sujeto mismo, (sobre todo cuando se realiza por un proceso predominantemente analítico); es decir, por una actividad intencionada de éste, consistente de supuestos y verificaciones sobre eventos imaginarios, tal modelo no se convierte en una guía de acción para el sujeto, ni siquiera para aplicarlo sobre los eventos que fue construído.

La imposición de un modelo y de su aplicación en eventos imaginarios, hace que lo lleve a repetir mecánicamente, reteniendo en forma asociativa los eventos concretos, sobre los que se efectúa

la acción repetitiva y los resultados de estas acciones (con las formas percentuales con las que se lo transmitieron e impusieron).

En estas condiciones, cuando los mismos tipos de eventos imaginarios cambian un poco de presentación el sujeto se ve imposibilitado para manipularlos. En la medida que el sujeto deja de manipular tales eventos ajenos a él, los olvida.

En las instituciones educativas actuales, sucede lo planteado en estos últimos párrafos, sólo aquéllos que han desarrollado en otros medios su capacidad para abstraer y analizar (comparar) pueden transformar un poco esa masa de eventos imaginarios indiferenciados (eventos, operaciones, modelos, inferencias, etc.) y mediante la actividad hipotética realizada por su cuenta, llegan a asimilarlos y a hacerlos aplicables como guías de manipulación de sus eventos imaginarios.

((Mis experiencias concretas en el intento de favorecer un proceso de aprendizaje (muy parcial obviamente y sobre todo, sin romper con esas condiciones que lo obstruyen, el carácter enajenante de la división del trabajo manual e intelectual) en el que los estudiantes tengan más presente la totalidad de las situaciones problemáticas, muestra que en la medida en que se ven interesados por resolverlas y cuentan con condiciones de experimentación y verificación (actividad hipotética) su aprendizaje resulta no sólo más acelerado e integral, sino operativo y eficiente)).

Esta incapacidad por poder coordinar las acciones físicas con las acciones mentales impulsa la producción de ilusiones y ensañaciones, en la medida en que se es inepto para transformar intencionalmente aquellos eventos a los que continuamente se enfrenta y que le afectan su existencia (aquellos eventos que implican su explotación, hambre, inestabilidad, inseguridad sobre su supervivencia, etc.).

Bajo estas condiciones, el trabajador es presa del engaño del aparato opresor que lo hace sentir como suyos muchos intereses "comunes" con su clase explotadora ("enemigos externos", progreso nacional, independencia, derecho a la propiedad privada, etc.). La actividad cognoscitiva no sólo se ve enajenada en los medios de -

trabajo sino fuera de ella, donde continúa el mismo sentimiento de insatisfacción por toda acción productiva y donde el mismo trabajador repite sobre otros, el mecanismo represivo que sufre de sus - enemigos, con fines de "defensa" y de "autovalorización".

CONDICION DINAMICA

Preámbulo

El sujeto tiene en sí la necesidad de ser operativo sobre el mayor número de situaciones que se le presentan y con la mayor eficiencia para conducir las hacia resultantes satisfactorias.

Las dificultades que se le presentan en la manipulación física y en la manipulación mental para producir resultantes más eficientes lleva hacia la búsqueda de la precisión (análisis) hacia una relación (cualitativa y cuantitativa) más precisa entre los eventos y las partes de los eventos a manipular. El aumento, en número, de éstos eventos y tipos de transformación (físicos o imaginarios), lleva hacia su RECONSTRUCCION (ampliación) en clases de elementos y operaciones (integrados y diferenciados) representativos, más amplios y abstractos.

Condición dinámica externa.

El progreso del conocimiento y de la actividad cognoscitiva para producir más eficientemente un mayor número de resultantes (físicos e imaginarios), depende de dos aspectos ineliminables e interdependientes que llevan al desarrollo de dos aspectos de la estrategia cognoscitiva (que a su vez son ineliminables e interdependientes dialécticamente):

- La amplitud de tipos de transformaciones intencionadas (físicas y mentales) que el sujeto (o los sujetos en comunicación) necesita realizar.
- La precisión o especificidad con que necesitan estar relacionados los tipos de procesos y los aspectos internos que los mueven. (Ver ejemplo del estudio de sistemas matemáticos en el que se puede comparar lo desarrollado por sujetos de diferentes estratos sociales, con el trabajo desarrollado por un maestro de danza, Pag. 116)

Estos dos aspectos son interdependientes (dialécticamente), porque para que se pueda abstraer un modelo más eficiente, es decir, que se puedan relacionar más específicamente (cuantitativa y cualitativamente) los tipos (clases) de procesos y los aspectos internos de éstos, se necesita que estén menos asociados a situaciones irrelevantes, y para ello se requiere realizar una amplia variedad de tipos de transformaciones (semejantes en aspectos relevantes y diferentes en los irrelevantes, y diferentes en aspectos relevantes y semejantes o diferentes en aspectos irrelevantes) que permitan distinguir más aquellos aspectos determinantes en el desarrollo de los procesos; por otro lado, para que dicho modelo --- tenga valor predictivo sobre una amplia variedad de tipos de transformación, se necesita contar con elementos abstractos que permitan hacer comparaciones y establecer relaciones (de semejanza y diferencia) precisas (cualitativa y cuantitativamente).

Condición dinámica interna.

Estos dos aspectos externos son los que dinamizan los aspectos correspondientes del desarrollo de la estrategia cognoscitiva:

- La actividad de construcción (abstracción), proceso en el que se busca abstraer elementos por rasgos comunes y diferencias específicas con respecto a un conjunto de tipos de transformaciones y representar dichas clases mediante elementos y operaciones representativas (nominal y simbólicamente).
- La actividad de análisis, proceso de relación entre eventos concretos (físicos e imaginarios), entre partes o entre clases de éstos. Bajo un conjunto de tipos de transformación. Aplicando otros elementos (físicos e imaginarios) ya contruidos por el sujeto útiles para hacer comparaciones (cuantitativas y cualitativas), estos eventos se diferencian e integran estructural y operativamente (relaciones de clases y denominaciones bajo otros tipos de transformación).

Estos dos aspectos interactúan dialécticamente, la abstracción de un modelo sobre un conjunto de eventos implica el análisis de éstos para identificar sus rasgos comunes y específicos, y los

e irrelevantes y el análisis implica la construcción (abstracción) de clases y modelos que sirvan como elementos de comparación para efectuar el análisis.

En toda primera interacción sobre un conjunto de eventos existe una fase predominantemente constructiva (independientemente de la estrategia de conocimiento desarrollada, hasta el momento por el sujeto, sea constructiva o analítica) en la que se intenta abstraer un modelo predictivo sobre ellos. Conforme el modelo en construcción se va haciendo más estable, el análisis no solo se va dando en la actividad de relación de los eventos y clasificar, sino también en la actividad de relación de los elementos y transformaciones abstraídos (análisis estructural). De esto resulta obvio que el análisis estructural nunca puede preceder a la construcción de su estructura (+). El tiempo y la frecuencia con que se realiza dicho análisis depende de la estrategia desarrollada por el sujeto, así, dicho análisis puede ser nulo o llegar a realizarse en cada formulación de modelo tentativo.

(+) (Esto corresponde al principio dinámico modificado y simplificado, que antes se había establecido, diciendo simplemente que "en todo ciclo de aprendizaje, la construcción siempre precede al análisis").

((Es ridículo por ejemplo, preguntarle a un sujeto que está construyendo el concepto de subespacio, bajo qué condiciones una colección de vectores no incluye al vector cero. En los sistemas actuales de enseñanza (donde no existe siquiera el concepto de construcción o el de análisis, ni se concibe el desarrollo del conocimiento como resultante de la codificación de experiencias intencionalizadas), donde los conceptos se transmiten por definición y no se distinguen teoremas, de algoritmos ni de sus aplicaciones, suponen, por ejemplo, que es importante mostrar deducciones y análisis hechos por otros, sobre estructuras matemáticas y espacios vectoriales mezclado con el uso de determinantes, aunque los estudiantes a nivel de ingreso en la universidad, sean incapaces de resolver un sistema de ecuaciones de tres por tres, a quienes bajo los mismos principios "educativos" se los han tratado de "meter", tres años en secundaria y tres en preparatoria; hay quienes justifican

tales temas "porque les van a servir para aplicarlos "después" en el manejo de sistemas de ecuaciones" y porque "entrenan la mente")).

Lo anterior, puede plantearse también de la siguiente manera:

- Toda fase constructiva se impide cuando el análisis que requiere su construcción implica la aplicación de otras abstracciones mal construídas o poco identificadas (especialmente cuando estas se realizaron sobre un frente muy estrecho). La construcción implica la acción sobre un campo amplio (que directamente puede ser estrecho cuando ya se han efectuado construcciones sobre una amplia variedad de tipos de transformación), pues es de la variedad (instrumental de referencia) de donde el sujeto parte para efectuar el análisis que lleva hacia la construcción.

((Durante los dos semestres de 1975 y principios de 1976 se hizo el intento de construir el significado de los sistemas lineales (sistemas de ecuaciones lineales, ecuaciones vectoriales y ecuaciones matriciales) y el significado de su transformación y de analizar sus aspectos internos y externos que permitieran predecir el conjunto solución de cualquier sistema lineal concreto. La variedad de tipos de implementaciones físicas fué muy poca, pero su variación en cuanto a tipos de operaciones se logró aumentar considerablemente al identificar el carácter dialéctico de estas dos fases.

Esto permitió reconocer mas el carácter de instrumentos de análisis en los eventos, y clases de eventos y modelos (físicos e imaginarios) ya formados, en la construcción de nuevos conceptos, -- pues sirven como elementos de comparación (relación) para hacer los primeros intentos de clasificación. Esto llevó a ver en los eventos agrupados en esas colecciones tentativas, su papel de estados y subestados de referencia, donde cada tipo de variación de éstos constituye un diferente tipo de transformación.

En el primer semestre de 1975, los sujetos llegaron (por sí mismos) a abstraer un modelo predictivo en términos de número de líneas independientes, número de variables y dependencia parcial o total.

Les fué difícil particularizar dicho modelo y transferirlo a la construcción de los números complejos (bajo la forma de rotaciones).

En el segundo semestre de 1975, mediante una actividad hipotética mas amplia, los sujetos abstraieron un modelo, con el cual no sólo podían indicar el conjunto de solución, sino cuántas componentes de un vector se podían generar de infinitud de maneras y a que se debía una inconsistencia; todo ésto lo expresaron en términos de espacios y subespacios vectoriales aunque más bien estuvieron asociados al número de vectores independientes de un conjunto --- transformado a la forma canónica.

Las operaciones de transformación de subespacios vectoriales y de construcción de los números complejos se les facilitó más por --- construir su significado como cambios de sistemas de vectores de referencia y como rotaciones.

A principios de 1976, había logrado romper el estrecho principio de que la construcción precede al análisis y con el concepto de variabilidad "perceptual", para relacionar los conceptos de amplitud y de profundidad con las estrategias constructiva y analítica y de estados y subestados de referencia; en 10 días el 90% de los estudiantes determinó el número mínimo y la característica de los vectores necesarios para generar cada vector de un subespacio de dimensión "S", de vectores definidos en R^n , de infinitud y de una sola manera (conjunto-solución) (ver tercera parte, aplicación --- del modelo semestre de 1976)).

Condición Dinámica Dialéctica de la Estrategia Cognoscitiva.

La identificación de un tipo de transformación implica la construcción o suposición de la existencia de otro tipo de transformación inversa; la identificación de la transformación inversa no sólo permite hacer comprobaciones más eficientes, sino que se adquiere con ella la capacidad para predecir con mas seguridad la resultante de una transformación (de la acción retroactiva se origina y desarrolla la acción anticipadora).

((Cuando un sujeto no solo ha generado un conjunto de vectores con

un cierto número de ellos, sino también analizado cuál es el número mínimo y qué tipo de vectores son necesarios para generar un conjunto dado, desarrolla un concepto mas completo de dimensión -- de subespacio que si solo contruye conjuntos de vectores a partir de un número determinado de ellos)).

Cuando un tipo de transformación está compuesta por uno o varios tipos de transformación, varía cada uno de ellos, reduciendo los demas a términos constantes o eliminándolos (por acciones inversas en ambos casos); tal vez el desarrollo de la estrategia dialéctica no solo consta de la coordinación de las estrategias constructiva y analítica sino que parte fundamentalmente del reconocimiento de que la identificación y aplicación de operaciones opuestas lleva a un mas rápido conocimiento sobre la transformación de un conjunto de eventos.

Es muy probable también que el aprendizaje se acelere y se motive por el planteamiento inicial de situaciones que requieran la construcción simultánea de los tipos de transformación o elementos -- conceptuales inversos que componen el tipo de transformación total y que esta presentación inicial lleve hacia la variación de -- cada componente y a la eliminación o a la reducción a términos -- constantes de las componentes restantes. (+)

(+) (Este principio corresponde a una ampliación y modificación -- del antiguo principio de variabilidad conceptual, asimilado del modelo de Zoltan Dienes).

((Tal vez se puede ejemplificar este principio al aplicarlo en el aprendizaje de algebra lineal al pedir que se encuentre el número mínimo de tipos de vectores definidos en R^n y la relación que deben tener estos vectores entre sí para generar (de una o de infinitud de maneras) un subespacio de dimensión S)).

Al inicio del desarrollo de la actividad cognoscitiva, el aspecto constructivo (estrategia constructiva) predomina sobre el analítico (estrategia analítica), es decir hay una tendencia hacia la -- construcción de clases de eventos (bajo un tipo de transformación) con poco valor predictivo por ser muy imprecisa la relación entre los elementos y las clases formadas y por tener muchos rasgos i--

rrelevantes asociados (lo que dificulta la actividad analítica); la abstracción de elementos se puede hacer por una actividad de - transferencia isomórfica, por comparaciones simples de semejanza y diferencia sin utilizar muchos elementos ya construidos para operar (+), sino intentando traducir cada proceso concreto de - un conjunto en términos de otro para ver si tienen un comporta-- miento semejante en aspectos globales.

(+) (Según Piaget, la fase exploratoria, como él le llama comienza entre los 11 y los 12 años, dicha edad no puede generalizarse) (pues no depende solo de factores biológicos).

La aplicación de elementos ya construidos para hacer comparacio-- nes, tiende a ser física o con equivalentes imaginarios, en térmi-- nos de sistemas de unidades simples (con los que se efectúan mediciones), aún desde antes de los once años de edad. Pero todo esto depende de esa amplitud de tipos de transformaciones y precisión con que se necesiten realizar y de la frecuencia con que se dé el flujo entre acciones intencionales abstractas y concretas (condi-- ción de objetivación)).

Cuando se abstraen procesos isomórficos se hace intentando prime-- ro encontrar semejanzas en términos de estructuras (globalmente) simétricas y después se tiende a buscar semejanzas en términos a-- simétricos.

Durante esta fase es necesario recurrir constantemente a la mani-- pulación concreta (de preferencia física), para comprobar y/o construir modelos predictivos; su actividad de relación de clases, - después de haber construido alguna de ellas bajo un nuevo tipo de transformación, es un reconocimiento de inclusiones inicialmente en el sentido de la particularización. Existe la tendencia a denominar y simbolizar las clases de eventos que se abstraen en térmi-- nos del tipo de transformaciones asociado a ellos (+).

(+) ((La mayoría de los alumnos de los cursos de 1975, ejemplifi-- caban las propiedades de la multiplicación matricial premultipli-- cando ecuaciones matriciales de la forma $A \cdot X = B$)).

Parece que la mayoría de la gente en México se queda estancado en una fase casi predominantemente constructiva (con poca capacidad para hacer inferencias compuestas), y no depende tanto de la edad sino de las condiciones de amplitud y precisión de los procesos productivos, y de la forma de participación de los sujetos en dichos procesos. (Creo que es útil comparar la actividad analítica realizada por el niño de 8 años de un país capitalista desarrollado que está como ejemplo en la página 164, con los problemas que no pudieron resolver los maestros de matemáticas a nivel preparatoria en el Estado de Oaxaca, quienes enseñaban geometría en base a exposiciones de demostración de teoremas y de maestros de ingeniería química a nivel tecnológico (P37-C)).

(Parece que esta es una razón importante del por qué se rechazan los estudios de tipo matemático o cualquiera que implique razonamientos lógicos compuestos).

La condición que acelera la superación de la fase predominantemente constructiva por la analítica, está dada precisamente por los aspectos de amplitud y profundidad ((y por lo experimentado a principios de 1976, me parece que el aspecto de precisión es el que condiciona y lleva a aplicar el aspecto de amplitud, en otras palabras, el planteamiento de situaciones problemáticas (expresadas en términos contruídos o en construcción de clases) es la que dinamiza el proceso de aprendizaje, comparar la conclusión hecha al respecto en 1975, con las prácticas 1,2,3,4 de 1976)).

La necesidad del sujeto por realizar actividades productivas (intencionadas aunque parcialmente) con una eficiencia mayor, tal que requiera la construcción de modelos que establezcan relaciones entre los diferentes aspectos que intervienen en esos procesos productivos, podrá impulsar su estrategia analítica, si es que ha realizado y está en posibilidades de realizar intencionadamente una variedad de tipos de transformaciones tan amplia que lo vaya permitiendo la construcción de elementos imaginarios adecuados para hacer las comparaciones al nivel requerido.

En el desarrollo de la fase predominantemente analítica, el sujeto empieza a aplicar con mas frecuencia elementos ya contruídos

para establecer relaciones entre los aspectos que intervienen en los procesos concretos y a compararlos a nivel estructural para abstraer de ellos un modelo predictivo y operativo.

Durante esta fase (dirigida a ser predominantemente analítica), el sujeto empieza a recurrir menos a la manipulación concreta, una vez construido un modelo con cierto grado de efectividad hace inferencias postulativas, por manipulación abstracta de elementos representativos del sistema (estructurado) o por inferencia directa, con la manipulación de las denominaciones (categorías, principios) de los elementos que lo constituyen.

((Al estudiar la capacidad analítica de los estudiantes de preparatoria en México mediante el aprendizaje de la teoría de grupos, no se encontró ningún caso que mostrara lo planteado en este párrafo anterior)).

Los grupos con los que se experimentó a nivel universitario, en 1975, llegaron por sí mismos, a simplificar las condiciones que determinaban el conjunto solución de un sistema lineal pero por la vía concreta; se les llegó a pedir la demostración de las propiedades de un espacio vectorial y a los pocos que les interesó retener esas propiedades las comprobaron con ejemplos concretos, no aplicando las propiedades de los números reales.

La construcción de modelos cada vez mas amplios y profundos va permitiendo que el sujeto haga análisis de procesos concretos (desconocidos) mediante la transferencia simple o múltiple de varios modelos para la construcción de éste; de la misma manera tiene a proceder al comparar modelos abstractos para estructurarlos en otros mas simplificados.

((En el primer semestre se les pidió comparar una tabla de rotaciones en R^2 con una tabla de multiplicación de los generadores de los números imaginarios y una tabla de movimiento y muy pocos establecieron la comparación estructural, seguramente porque el planteamiento no estaba dado mas que como una simple proposición de abstracción y no motivada para hacer análisis. En 1975, en el primer semestre, los alumnos hicieron una transferencia (dirigida) muy forzada, de lo concluido sobre sistemas de ecuaciones a las

ecuaciones matriciales; en el segundo semestre, varios estudiantes resolvían las ecuaciones vectoriales en términos de sistemas de ecuaciones sin haberles hecho ningún planteamiento de este tipo)).

Supongo que el progreso del conocimiento bajo la condición dinámica (amplitud y profundidad) y la condición de objetivación (manipulación concreta y manipulación abstracta) lleva hacia una transformación de las estrategias analítica y constructiva, hacia una síntesis de ellas, tanto en la coordinación de ambas, como en la visión misma de los procesos (físicos o imaginarios), como constituidos de elementos con aspectos contradictorios que dan lugar a su movimiento.

La clase obrera a la que se le está negada fundamentalmente la actividad mental, no solo no tienen acceso a los instrumentos de experimentación (para realizar actividades hipotéticas) (con los -- que el artesano y el campesino si cuenta aunque en forma mínima) sino que, como las demás clases trabajadoras (pero muy especialmente ella) la variedad de tipos de transformaciones productivas (no intencionadas) que realizan son muy restringidas e irrelevantes (¿consistirá esa variedad en el color, el tamaño y la forma?), lo que lleva en muchos casos a la ausencia casi total de actividad mental durante su jornada productiva, se les reduce al carácter de meros autómatas.

En los países subcapitalistas, como México, la mayoría de los profesionistas después de recibir un título de resistencia en los -- procesos alineantes de memorización y mecanización de textos fragmentados, asisten a los medios de trabajo para realizar actividades restringidas de mínima actividad mental, mas bien de actividad gráfica y mecanizante, pues los procesos que se supone dirigen, se siguen mediante la aplicación de claves diseñadas por las empresas de países hegemónicos.

De la misma manera, se tiende a proletarizar a los trabajadores intelectuales, que con el fin (inmediatista) de tener mayor control sobre sus actividades y sacar mejores rendimientos en producción de técnicas (MECANIZABLES), se les restringe a realizar activida-

des especializadas, con efecto regresivo para la ciencia misma y la capacidad cognoscitiva y práctica de estos individuos. ((André Gorz menciona que los especialistas de un país bajo un sistema capitalista, no podrán tener una ubicación funcional definida en un sistema socialista, por su ineptitud)).

CONDICION DE COMUNICACION.

El proceso interno de abstracción (actividad cerebral) de un conjunto de elementos comunes y diferenciables (bajo uno o varios tipos de transformación) es un proceso de simplificación de imágenes en una sola (que los representa), el cual está condicionado por la evocación para su realización.

La evocación es el medio por el cual un símbolo abstracto llega a objetivarse a reconocerse.

El desarrollo del conocimiento pues, no solo está condicionado -- por necesidad de la existencia de acciones concretas intencional-- das, ni por los aspectos (interdependientes) que lo dinamizan (amplia variedad de tipos de transformación y necesidad de transformación mas eficiente), sino también por la necesidad de la existencia de la comunicación.

El proceso de conocimiento es un proceso individual y colectivo, se da por la interacción dialéctica de estos dos aspectos:

- Para que el proceso de conocimiento pueda darse a nivel individual se necesita que se desarrolle el proceso de conocimiento colectivo para llegar a objetivar lo que se abstrae y
- para que el proceso de conocimiento colectivo pueda realizarse se necesita que el proceso se desarrolle a nivel individual.

La comunicación es el instrumento que hace que el proceso de conocimiento se realice en sus dos aspectos necesarios (individual y colectivo). Mediante la comunicación se hace posible que el individuo asimile (haga suyas) las experiencias de los demás.

Para que un sujeto asimile las experiencias transmitidas por otros, se necesita que el sujeto:

- a) haya tenido experiencias concretas y haya construido conocimientos sobre procesos conducibles en forma semejante y del mismo nivel de eficiencia de los que le exponen. En otras palabras, el sujeto debe haber desarrollado conocimientos del mismo nivel para utilizarlos como referencia, para analizar (interpretar) los que le transmiten.
- b) Concreto operativamente dichos conocimientos analizados. La asimilación de un conocimiento transmitido por otros, - no implica sólo el que se le analice, sino que necesita -- aplicarse concretamente (en forma intencional por parte del receptor y no conducida por el exterior), para que dicha - transmisión de imágenes se adopte mediante una acción aplicativa que haga de dichas imágenes un reflejo de procedi-- miento, inherente al sujeto; de esta manera, el conjunto - de imágenes receptadas, analizadas y codificadas en estruc-- turas, ya construidas se convierte en un conocimiento ope-- rativo para el sujeto.

La eficiencia con que se desarrolle el proceso de conocimiento de pende de las condiciones que permiten o limitan el desarrollo del aspecto individual y del aspecto colectivo del proceso mismo y la coordinación de éstos.

El proceso del conocimiento depende de la coordinación entre accio-- nes físicas y mentales planificadas y ejecutadas predominantemen-- te a nivel individual y acciones físicas y mentales planificadas y ejecutadas predominantemente a nivel colectivo.

((Bajo las condiciones de producción actuales, el proceso conoscitivo tiende a darse por una pobre comparación entre las expe--- riencias planificadas a nivel individual, en una mínima coordina-- ción con experiencias planificadas por un grupo minoritario para imponerles a otros a realizarlas en forma enajenada)).

La evocación gráfica ha jugado un papel muy importante en la mani pulación imaginaria, aunque dicha evocación solo tendrá un efecto de reconocimiento cuando éste llegue a un receptor-transmisor humno (comunicación). ((Un ejemplo, verdaderamente pobre, es la expe riencia tenida en el curso de 1976, en donde las experiencias actu---

vieron planteadas de tal manera que pudiera haber una actividad hipotética mas intencionada por parte de los alumnos (en una actividad imaginaria, desde luego, separada de sus intereses fundamentales), juntos fueron construyendo el concepto de independencia lineal: partiendo de la idea de colinealidad, de la diferencia de ángulos y de componentes hacia el de generabilidad de unos a partir de otros, denominando dicho concepto mediante términos cada vez más precisos (diferentes, no colineales, no coplanares, no generables etc.). Cada designación implicó el planteamiento de la suposición de rasgos relevantes del concepto que por oposición conceptual y de comprobación concreta se fué modificando hasta -- llegar a un término significativo para todos: no generable").

La comunicación es una condición necesaria, para el desarrollo -- del conocimiento. A través de ésta, no solo es posible que el sujeto objete su actividad imaginaria, sino que puede asimilar con esto las experiencias que le transmiten los miembros de la comunidad cercanos a él (directa o indirectamente).

El desarrollo cognoscitivo (con el que se actúa estratégica y espontáneamente en toda actividad práctica-intelectual) no es resultado de la sola actividad individual, sino de un flujo entre la actividad cognoscitiva individual y la actividad colectiva.

En la actualidad, las contradicciones entre el trabajo manual y el trabajo intelectual (contradicción entre lo que se piensa y lo que se hace), entre la clase burguesa y la proletaria, entre los individuos de la burguesía y los trabajadores inconcientes de su situación (incapaces de distinguir entre amigos y enemigos irreconciliables), la comunicación se logra predominantemente en forma indirecta (en forma escrita) y se restringe progresivamente conforme los intereses capitalistas. Estos intereses capitalistas se están concentrando progresivamente, también en el control del trabajo intelectual (sintomatizado en la especialización y la cada vez mas acentuada competencia entre los elementos fieles a este sistema productivo); el progreso de esta tendencia más acentuada del régimen capitalista en la actividad intelectual va acentuando las condiciones que tienden a aumentar la pobreza de visión (reducción de la variedad de tipos de transformación del sujeto), la irintencionalidad de las acciones productivas, la desubicación en

la actividad productiva, la incomunicación y la competencia entre los trabajadores intelectuales (que persisten en su fidelidad al régimen). ((Supongo que la enajenación de éstos tiende a ser mayor que la de los trabajadores, quienes pueden sufrir una menor contradicción entre su actividad real e imaginaria)).

La forma tan pobre e indirecta (fundamentalmente gráfica) en que se realiza la comunicación mas bien la transmisión, por haber solo un muy reducido número de "intelectuales" que se dedican a la actividad científica y por la forma tan fragmentada en que laboran, lleva realmente a mantener el concepto, en los países Capitalistas y de capitalismo de estado (que se autodesignan marxistas) de que el desarrollo de los conocimientos científicos son logros de individuos, llegando a suponer que esto se debe a condiciones especiales de desarrollo; estudios, gran variedad de tipos de actividades y "fundamentalmente" debido a condiciones "neurológicas" (sic); sin ahondar en el reconocimiento de que este desarrollo se debe a que esos pocos individuos han estado no solo en condiciones de acceso a los medios y a un tiempo para experimentar, sino por el acceso a la comunicación con individuos (coincidentes y contradictorios) que realizan actividades de niveles semejantes de transformación, con los que se interpretan y comparan modelos desarrollados directa e indirectamente y que la regresión en el desarrollo de los conocimientos se deben al acentuamiento de las formas de división del trabajo y del control de la comunicación científica.

Considerando la condición de la comunicación, supongo, que el conocimiento progresa mas eficientemente cuando el flujo entre el progreso cognoscitivo individual y el proceso colectivo, se da no solo a nivel de comparación de experiencias individuales, sino con la participación y planificación simultánea de experiencias colectivas.

En la sociedad capitalista, los instrumentos de transmisión tienen la función de dar a los receptores la ilusión de participar en -- una gran variedad de acciones, con ello se intenta eliminar los -- problemas ocasionados por la división del trabajo y las contradicciones de clase.

En su intento por tapar y suplir el problema de la restricción de las actividades del sujeto, el sistema capitalista (y de capitalismo de estado) lleva a ignorar:

- 1) Que una abstracción no es un sistema de símbolos sino que es resultante de la realización de un proceso de codificación de experiencias intencionadas (individual y colectivo) de codificación de experiencias.
- 2) Que para que un sujeto (individual o colectivo) asimile la estructura de un modelo dado, para que la pueda analizar efectivamente (comparar con estructuras ya experimentadas intencionalmente), se necesita que haya formado una estructura isomórfica o un conjunto de estructuras isomórficas a las partes o al todo de tal modelo transmitido.

((En el sistema actual de enseñanza se considera "oportuno" exponer primero la teoría (sobre un conjunto de eventos nuevos) para después aplicarla en aplicaciones "prácticas", así por ejemplo, - se define el concepto de espacio vectorial, mezclado con teoremas sobre dependencia e independencia y determinantes (al mismo nivel todo) y suponen que esta teoría, "además de entrenar (sic) la mente en el raciocinio", permite resolver problemas de aplicación, - como determinar si un conjunto de vectores es o no linealmente dependiente)).

SINOPSIS DEL MODELO DE PROCESO COGNOSCITIVO.

Base y Condiciones Internas y Externas del Proceso de Conocimiento.

Base de la Actividad Cognoscitiva.

transformación de eventos de la realidad objetiva (+) $\xrightarrow{\text{abstracción}}$ transformación de eventos imaginarios. $\xrightarrow{\text{abstracción}}$ transformación de eventos imaginarios.



(+)(Aspecto principal de la actividad cognoscitiva y condicionante de la construcción y de la transformación de eventos imaginarios)

Base del movimiento de concreción-abstracción.

Interacción de los aspectos:

- Construcción (abstracción) de eventos y tipos de transformación imaginarios (de los procesos físicos)
- Análisis (relación) cualitativo y cuantitativo de los aspectos que constituyen un tipo de transformación de eventos y de clases de eventos bajo un tipo de transformación abstractos.

(Estos 2 aspectos, a su vez son dialécticamente interdependientes e interactuantes; la construcción de eventos imaginarios (abstracción), que representan los aspectos relevantes de uno o varios tipos de transformación, requiere del análisis (comparación cualitativa y cuantitativa) para establecer semejanzas y diferencias, y el análisis (relación) de los aspectos que intervienen en un proceso o clases de procesos, requiere de la construcción de clases de eventos bajo uno o varios tipos de transformación que sirvan como instrumento de comparación de los objetos de análisis).

Condición(es) de la Actividad Cognoscitiva.

1) El carácter de la actividad transformadora puede ser:

Intencionado - Origina y desarrolla la acción cognoscitiva.

Impuesto y conducido del exterior- Anula la acción cognoscitiva. (aspectos antagónicos)

2) La dinámica de la actividad transformadora depende de:

- La amplitud de tipos de transformación que se realicen.

- La precisión necesaria para conducir un tipo de proceso hacia resultantes intencionadas.

(aspectos dialecticamente interdependientes e interactuantes: la amplitud de variedad de tipos de transformación requiere de y lleva a la profundización, y la posibilidad de transformación mas eficiente (por la profundización) requiere y lleva a la ampliación de tipos de transformación realizables).

El grado de abstracción (universalidad) (grado de eliminación de rasgos asociados a aspectos circunstanciales) y la precisión (relación e identificación de todos los aspectos relevantes para -- transformar un proceso al nivel de eficiencia intencionado) del conocimiento, sobre una clase de procesos, está condicionado por la amplitud de tipos de transformación (+), en cuya variedad existen procesos semejantes en aspectos relevantes (para conducir -- los procesos con la eficiencia requerida) y contrastantes o semejantes en los irrelevantes; y procesos diferentes en aspectos relevantes y semejantes o diferentes en los irrelevantes.

(+) (Sobre todo cuando se han construido pocos conocimientos y -- por lo tanto, existe una tendencia al reconocimiento de inclusiones predominantemente en el sentido de la particularización y mínimamente de la generalización).

La eficiencia con que se relacionen (cualitativa y cuantitativamente) los aspectos que intervienen en un tipo de proceso y por lo tanto, la amplitud (grado de abstracción) de este conocimiento esta condicionada por la precisión con que se requiera trans-

formar dicho tipo de proceso.

(Parece que el aspecto de precisión es el que lleva a la consideración de la variedad de tipos de transformación, dando lugar respectivamente a la necesidad de análisis y a su vez de construcción de eventos imaginarios (más abstractos) que permitan realizar este -- análisis).

3) La Comunicación de la Acción transformadora se desenvuelve por los aspectos:

- Actividad transformadora planificada y ejecutada a nivel individual.
- Actividad transformadora planificada y ejecutada a nivel colectivo.

(Aspectos dialécticamente interdependientes e interactuantes; la acción cognoscitiva y transformadora individual depende de y permite la acción cognoscitiva y transformadora colectiva y viceversa).

(La actividad transformadora colectiva es la que determina la individual y depende de la coordinación intencional de estas dos actividades para que se dé lugar a un tipo de actividad cognoscitiva individual y colectiva).

CONDICION EXTERNA DE LAS CONDICIONES DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.

(En una localidad determinada)

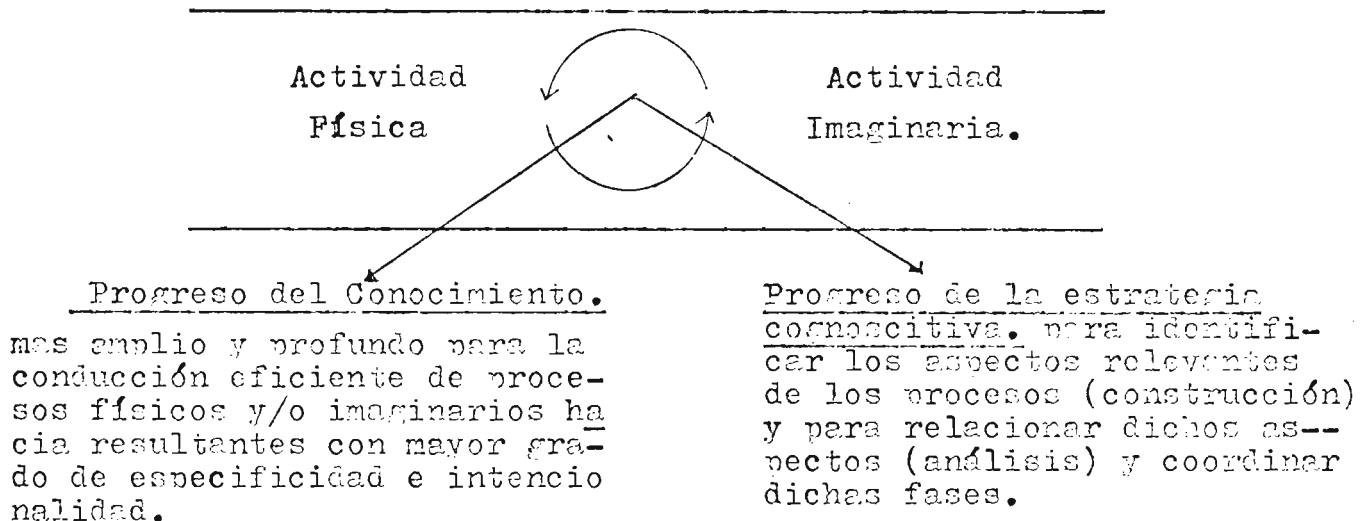
La actividad cognoscitiva está condicionada por la forma y grado de desarrollo de la actividad social de producción, es decir por los siguientes aspectos, que interactúan dialécticamente:

- Desarrollo general de las fuerzas productivas. (instrumentos de transformación medibles en cuanto a precisión y volumen productivo).
- Modo de producción predominante. (Condición principal)

De la relación cualitativa y cuantitativa de estos dos aspectos, se deriva: la Forma Específica de División del trabajo, es decir el grado y el tipo de participación de los trabajadores en los procesos productivos. Esta condición de la actividad productiva es

la que determina directamente las posibilidades de progreso de los conocimientos y de la actividad cognoscitiva.

RESULTANTES DIALECTICAS DE LA ACTIVIDAD COGNOSCITIVA.



Estas dos resultantes son dialécticamente interdependientes e interactuantes, la ampliación y profundización de los conocimientos sobre los aspectos relevantes de los procesos y sobre las relaciones entre aspectos, implica desarrollar una estrategia cognoscitiva que lleve hacia una construcción y análisis al nivel requerido, y que coordine mas eficientemente los aspectos constructivo y analítico del aprendizaje; a su vez, el progreso de la estrategia cognoscitiva depende de la construcción y la relación de eventos físicos e imaginarios que permitan identificar y relacionar en forma mas precisa los aspectos que intervienen en un proceso en estudio. Parece que la interdependencia y la interacción de estas dos resultantes, esta condicionada por la actividad dirigida al progreso del conocimiento (fundamentalmente de los procesos físicos), la que mueve y genera el progreso de la estrategia cognoscitiva.

FASES PREDOMINANTES DEL PROGRESO DEL CONOCIMIENTO Y DE LA ESTRATEGIA CONNOSCITIVA.

Los aspectos constructivo y analítico que son la base del movimiento (de transformación) entre la actividad física y la actividad imaginaria, se desarrollan a su vez estableciendo semejanzas y diferencias simultáneamente.

Fase Predominantemente constructiva.

Los conocimientos iniciales sobre cualquier aspecto de la realidad son estrechos y superficiales y se caracterizan por:

- Estar formulados por semejanzas comunes (establecimiento de isomorfismos) y diferencias específicas a nivel global entre eventos, clases de eventos y partes de ellos, por esta razón, los conocimientos desarrollados inicialmente son poco eficientes.
- Estar asociados a muchos aspectos circunstanciales de la transformación de los eventos cuestionados (Por ello, su aplicabilidad es muy limitada).

Correspondientemente, la estrategia connoscitiva comienza por:

- Una dependencia predominante de la manipulación concreta (no viéndose de la espectación y la inintencionalidad hacia la suposición y comprobación) en la que el sujeto busca construir clases de eventos, bajo diferentes tipos de transformación, recurriendo a la transferencia (inicialmente física) - global de un tipo de transformación a otro.
- Lo estrecho y superficial de los conocimientos y lleva al sujeto a reconocer inclusiones en el sentido de la particularización predominantemente (por ello requiere de un gran número de acciones para poder abstraer un conocimiento relativamente general).

El desarrollo de conocimientos cada vez mas amplios y precisos (y por lo tanto, estables) permite aplicarlos como instrumentos de relación en el estudio de nuevos procesos o en su profundización.

Fase predominantemente analítica.

El desarrollo de los conocimientos y por lo tanto de la estrategia cognoscitiva, consiste de su ampliación y profundización caracterizada porque:

- las semejanzas y diferencias se reconocen a nivel de estructuras de relaciones entre los aspectos que constituyen un proceso. Así existe una capacidad mayor para relacionar los aspectos internos que constituyen un proceso y para coordinar mas productivamente los aspectos anítico y constructivo de la actividad cognoscitiva.
- lo abstracto (lo disociado de aspectos irrelevantes) de los conocimientos desarrollados permite recurrir con menor frecuencia a la manipulación concreta, de un proceso físico en estudio.

Una vez habiendo indentificado isomorfismos de partes de éste a modelos ya desarrollados.

- los diferentes tipos de transferencia se pueden dar en forma no solo simple, sino múltiple, dada la naturaleza abstracta (y manipulable) de los eventos imaginarios y de la capacidad desarrollada para operar sobre ellos.

Fase predominantemente dialéctica.

Se distingue por el reconocimiento del carácter dinámico de todo proceso constituido por la combinación de elementos con aspectos contradictorios, de cuya sustitución o eliminación se realizan las transformaciones, que dan lugar a cambios cuantitativos o cualitativos.

De esta manera el sujeto no solo tiende a clasificar los eventos bajo un tipo de transformación en un solo sentido, sino en el inverso también, y a su vez a considerar en cada elemento, dos aspectos contradictorios que constituyen un tipo de transformación, y a definir su relación mediante la variación (sustitución) de cada aspecto. La identificación de contradicciones internas (base) y externas (condiciones) a todo proceso, permite aislarlo con mas eficiencia para su estudio y relacionarlo mas específicamente con los demás tipos de procesos que interaccionan con él.

El proceso de la estrategia cognoscitiva se desarrolla también -- por la capacidad para coordinar los aspectos constructivo y analítico, en base al reconocimiento del carácter dialéctico e ineliminable de estos, de tal manera que no se busca prevalecer sobre -- uno de ellos durante la actividad cognoscitiva.

El desarrollo de estas fases esta condicionado, en última instancia, por el modo de producción predominante de la localidad; en la actualidad, en México, bajo el régimen de capitalismo condicionado por hegemonías extranjeras, la mayoría de la gente procede, en lo cotidiano, con estrategias correspondientes a una fase precariamente analítica, algunos individuos aplican estrategias ("método científico") mas desarrolladas a aspectos aislados (enajenantes y fundamentalmente de su actividad laboral), para producir eventos que no estan implicados con la resolución de sus verdaderos intereses fundamentales.

SOBRE EL APRENDIZAJE.

El aprendizaje se desarrolla optimizando las condiciones bajo las cuales progresa el conocimiento, resaltando y coordinando cada aspecto que lo impulsa y esta dirigido hacia el conocimiento de contenidos cognoscitivos ya desarrollados por los científicos.

Puede fijarse como objetivo del aprendizaje, el que por este proceso, los sujetos lleguen a desarrollar los conocimientos y la estrategia cognoscitiva al nivel de eficiencia suficiente para conducir intencionadamente los procesos productivos y de transformar la realidad con la máxima precisión y amplitud hasta entonces lograda por la localidad y para llevar los conocimientos colectivos (científicos) mas allá de lo alcanzado hasta entonces.

La ventaja del aprendizaje sobre la actividad científica y el método científico, es que no se requiere pasar por las mismas fases ni el mismo camino seguido históricamente en el desarrollo de la ciencia y el método; aprovechando el desarrollo de las fuerzas -- productivas, de los conocimientos científicos alcanzados (en el caso de una sociedad socialista, impugnadora de la división enajenante del trabajo) y aprovechando las condiciones de producción y

organización específicas de una localidad, se pueden plantear situaciones problemáticas a los sujetos del aprendizaje, tales que, sobre ellas se puedan identificar y relacionar los aspectos relevantes, que se aproximen (dependiendo de la amplitud y precisión de conocimientos y estrategia cognoscitiva hasta entonces desarrollada por los sujetos del aprendizaje) a conducir los procesos con la máxima eficiencia hasta entonces lograda por los científicos y que de estas experiencias se vaya progresando en la dirección, no de cada fase predominante (acontecida a nivel histórico), sino de la estrategia cognoscitiva mas eficiente hasta entonces alcanzada.

El aprendizaje y la actividad científica son semejantes en el sentido de que ambos son formas específicas de la actividad cognoscitiva y ambos dependen de las mismas condiciones que hacen regresar o progresar el proceso cognoscitivo, pero no por esta razón son iguales (ni tiene que forzarse a ello), cualitativa ni cuantitativamente.

(Ejemplo burdo: No es necesario seguir el mismo camino tomado ---- (históricamente) en el desarrollo del conocimiento sobre:

Sistemas de ecuaciones, por un lado, ecuaciones matriciales por otro, espacios vectoriales y números complejos, sino que, aprovechando los conocimientos hasta ahora desarrollados, se pueden interrelacionar todos estos en uno solo, mediante el planteamiento de situaciones problemáticas cuya solución implique el desarrollo del conocimiento (simultáneo) sobre todas estas cuestiones; y no es necesario seguir el mismo camino tomado por algún teórico para demostrar, por ejemplo, que si un conjunto de vectores genera un subespacio W , todo conjunto de $r+1$ vectores contenido en W es linealmente dependiente, sino que aplicando su estrategia por ellos desarrollada hasta el momento (y muy probablemente con mayor visión, por contar con eventos mas ricos y profundos), pueden llegar a confirmar la certeza y funcionalidad de tal enunciado y aplicarlo a la producción de eventos (diferentes) que motiven el estudio de este contenido.

Sobre el diseño del contenido de aprendizaje.

El diseño del contenido de aprendizaje se puede basar en los tipos de transformación predominantes de la localidad, apoyándose en -- los conocimientos alcanzados y aplicados hasta el momento por dicha localidad (cosa imposible en la sociedad bajo régimen capitalista o de capitalismo de Estado, que mantiene la división enajenante de trabajo).

Nota Aclaratoria Importante Sobre El Desarrollo del Modelo.

((Es necesario recalcar, que en el desarrollo de este modelo sobre el proceso del conocimiento, se partió de la práctica sobre el -- proceso de aprendizaje de las matemáticas, no ligado a ninguna actividad productiva, con un contenido impuesto (no objetivado), en el que se intentó (mediante el planteamiento de situaciones problemáticas sobre eventos imaginarios y por la imposición de una disciplina pseudo intencional y objetivada (que siempre llegó a convertirse en una disciplina enajenante e impositiva) crear condiciones semejantes a las que permiten el desarrollo de un conocimiento y estrategia cognoscitiva verdaderos, aplicables a la satisfacción no ilusoria, sino objetiva de las necesidades de los sujetos.

Las conclusiones resultantes de este tratamiento, se fueron modificando y complementando, al contrastarse con los diferentes trabajos sobre teoría del conocimiento estudiados. Por esta razón -- no dudo del valor indicativo que tienen los puntos concluyentes, como tampoco de la sustancial, ampliación, modificación y profundización que sobre éstos se puede desarrollar, bajo las condiciones que el régimen socialista ofrece.

PARTE II

DESARROLLO DEL MODELO DE PROCESO DE CONOCIMIENTO Y APRENDIZAJE 1971-1974.

El desarrollo del modelo de proceso de aprendizaje se basó en el análisis y evaluación de experiencias sistematizadas y no sistematizadas en la actividad educativa (En 1971 en el Colegio de Ciencias y Humanidades de Naucalpan, de 1972-1974 en la Preparatoria de la Universidad Autónoma de Oaxaca y en 1975 en el departamento de Matemáticas de la Escuela Nacional de Estudios Profesionales, del plantel Cuautitlán, UNAM.) y la revisión de algunos estudios sobre el desarrollo de la actividad y el método científico.

Los análisis cuantitativos se basaron en estudios ya realizados por el Dr. Zoltan P. Dienes, investigador en psico-matemáticas.

Las condiciones objetivas bajo las cuales desarrollé dicho modelo no me permitieron llegar a hacer análisis cuantitativos serios.

Al enfrentarme a un campo nuevo de trabajo (poco investigado) tuve que plantearme varias hipótesis que surgían del análisis del proceso de aprendizaje mismo; el objetivo fundamental fue desarrollar un modelo general de todo el proceso y no un aspecto especial de éste.

CONDICIONES DE DESARROLLO DEL MODELO.

Las condiciones principales que obstaculizaron el desarrollo de éste modelo fueron:

Externas:

- a) Incapacidad de los alumnos, a nivel preparatoria, para ubicarse en el medio escolar (o incapacidad de las Instituciones Educativas para ubicar la función social del adolescente).
- b) Poca congruencia de los programas educativos con relación al medio, en donde es proyectable su función inmediata y desconexión de estos programas con la realidad misma. (Su

único objetivo es evaluar al estudiante sobre el cumplimiento del programa, sin interesarles si los conocimientos resultaron efectivos o no).

- c) Precarias condiciones económicas de los estudiantes, especialmente en Oaxaca.
- d) La concepción que se tiene en las instituciones educativas de que la función del Maestro es servir como trasmisor de conocimientos, y el caso omiso que hacen de la necesaria participación de éstos en la investigación del proceso educativo.

Internas:

- Deficiencias en cuanto al manejo del contenido matemático.
- Excesivo celo por la racionalización (llámesele inconsistencia entre la acción real y la imaginaria, con una marcada tendencia a que la segunda se imponga sobre la primera, típica resultante de una educación burguesa), descuidando de esta manera, el principio intuitivo del aprendizaje de los estudiantes. (Dicho exceso me enfrentó frecuentemente, a la inconsistencia entre la intelectualización y la praxis).
- Para identificar el ritmo de asimilación del alumno, se le exigió demasiado, esperando conclusiones y generalizaciones antes de tiempo.

Estas condiciones negativas me permitieron identificar, con más claridad, elementos determinantes en el proceso de aprendizaje.

MODELO DE APRENDIZAJE 1971-1972.

Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Naucalpan.

Antecedentes:

Por las experiencias tenidas como estudiante universitario, me pareció que la enseñanza actual de las matemáticas tenía dos objetivos, que el estudiante:

a) Se informara:

- De los elementos y operaciones que constituyan un siste-
ma o una parte de un sistema matemático,
- De las propiedades fundamentales de ése sistema tratado.

b) Aprendieran ciertos mecanismos de resolución de situacio--
nes problemáticas, típicas y de la inferencia de ciertos
teoremas fundamentales del sistema.

Consideré que el método fundamental aplicado hacía la consecución de estos objetivos era básicamente:

- Información
- Ejemplificación y
- Ejercitación para llegar a una asimilación de lo informado.

En mi opinión, los resultados de ésta técnica educativa, eran, en la generalidad de los casos:

- El fácil olvido de la mayor parte de los conocimientos -
supuestamente adquiridos.
- La gran dificultad de los estudiantes para mecanizar y -
asimilar el contenido informado.

Supuse que éstos resultados se debían fundamentalmente al concep-
to que se tiene de lo que es el proceso de aprendizaje, bajo ésta
técnica educativa:

- Recibir información sobre lo que otros han descubierto o hecho
y sobre el mecanismo "adecuado", que ellos han ideado,
para resolver cierto tipo de situaciones problemáticas.

- Ejercitar en la aplicación de la teoría a la solución de -- problemas típicos a los que es aplicable.

Supuse que éste era el modelo que se ha venido aplicando en la enseñanza e implicaba dos errores fundamentales:

- el creer que era necesario partir de una información sobre los elementos, operaciones y propiedades de los sistemas a conocer.
- el creer que los conocimientos se asimilan por:
 - a) "comprender una exposición lógica receptada y
 - b) repetir el mismo desarrollo lógico de la exposición

PRIMER MODELO



Por la forma en que desarrollé los apuntes para el curso de mate-
máticas de primero, en el C.C.H. de Naucalpan, observo que ya in-
tuía que los elementos, operaciones y propiedades de un sistema --
en estudio debían ser construídos por los mismos alumnos en base
a sus propias experiencias; Por la forma en que laboreé y ancli-
zando las críticas que hacía del desarrollo del curso, creo haber
intuído el siguiente modelo de lo que es el sistema de aprendiza-
je:

La realización de un conjunto de actividades problematizadas, en
caminadas a adquirir la capacidad para operar, con criterio, los
elementos de los sistemas, los que estuvieran implementados en --
las situaciones problemáticas a resolver.

Las actividades debían estar dirigidas por el planteamiento de --
problemas, de tal manera que los estudiantes llegarían por sí mis-
mos a:

- 1) Manipular operativamente los elementos y operaciones que --
constituyen los problemas
- 2) Establecer conclusiones teóricas y
- 3) Establecer métodos de resolución de los problemas plantea-
dos.

Análisis y crítica de la aplicación del modelo, contenido y método.

El contenido sobre el que experimenté el modelo fué: Conjuntos, - lógica matemática, y álgebra de los número reales. (Este contenido estaba incluido en el programa oficial).

Conjuntos.

Este tema se desarrolló en forma fraccionada:

- Construir o ilustrar la procedencia de la noción de conjuntos, su ubicación en el proceso de pensamiento y en la actividad humana.
- Formar conjuntos y definirlos por elementos y por proposiciones abiertas,
- Introducir paso a paso, las nociones de subconjunción, unión, intersección, complemento y hacer análisis de la forma (lógica) de definir las propiedades de éstas operaciones.

Lógica Matemática.

Se consideró como un sistema matemático donde los elementos eran las proposiciones (letras) y las operaciones eran los conectivos de conjunción, condición y equivalencia. Se utilizó la notación polaca.

(Consideré que la notación polaca, por ser una presentación diferente de la usual, ayudaría a identificar la noción de cerradura). El tema se fraccionó de la siguiente manera:

- Formar proposiciones compuestas de un tamaño determinado.
- Transformar expresiones proposicionales habiendo identificado y formulado (en forma fraccionada) las propiedades de cada conectivo lógico.

Álgebra de los números reales.

- Definir diferentes sistemas numéricos y construir los algoritmos de suma, resta y multiplicación en un sistema diferente del decimal.
- Construir y transformar las expresiones algebraicas en base a las propiedades de los números y de la igualdad.

Consideración global de los temas.

Me pareció que el aprendizaje de estos temas era factible, por estar concatenados lógicamente: La construcción de las operaciones con los conjuntos, llevaba a la construcción de las propiedades de los conectivos proposicionales; y el método "Lógico" seguido en la transformación de expresiones proposicionales se aplicaba en la misma forma que la transformación de las expresiones algebraicas.

Resultados.

Al final del curso ya se les había olvidado a la mayoría, el significado de las operaciones con conjuntos y la transformación de expresiones proposicionales y algebraicas, se convirtió en algo mecánico y enajenante, todo lo querían contestar de memoria.

No pensé que la causa de estos resultados se encontrara en el contenido, sino en el método y el modelo intuitivo, pues "todos los sistemas estaban" "lógicamente" "concatenados". (Razón que después resultaba absurda, pues la hilación lógica de un contenido no tiene por que llevar a un aprendizaje, pues trata de un proceso no lógico sino dialéctico).

Conclusiones sobre el modelo.

a) A pesar de que sabía que era necesario construir el significado de las operaciones y de los elementos de un sistema matemático para poder operarlos eficientemente, identificando sus propiedades, no encontré la forma de hacer dichas construcciones de significados.

Supuse que era adecuada, la construcción de conjuntos, si se orientaba por actividades encaminadas a ubicarlos en el proceso de pensamiento y en la actividad humana de organizar. Busqué actividades que reunieran ambas condiciones y no las encontré; me ví obligado a seguir un camino de semi-actividades e ilustraciones programadas y dirigidas.

(Se intentó hacer la construcción del significado de los elementos de la lógica matemática, mediante un juego sobre la formación de proposiciones compuestas, en la forma molaca, mediante un juego -

llamado W'FFING PROOF (De Layman E. Allen); una letra consonante mayúscula representaba una "Bu^ufa" (proposición), una letra mayúscula seguida de 2 "bufas" formaba una sola "bu^ufa" (proposición). El objetivo del juego era formar de varias maneras, una sola "bu^ufa" a partir de un cierto número de bufas simples y de un cierto número de conectivos. Este juego generó actividad y discusión -- (mu^ucha, en los turnos en que abundaba la clase media alta: 10-13 hs. y poca entre elementos de las clases más proletalizadas: 7-10 hs., quienes se mostraban renuentes a querer formar bufas -- compuestas, hasta no comprender su significado de utilidad en la realidad).

Estos resultados me llevaron a visualizar que la construcción de un sistema matemático, no se puede efectuar introduciendo por partes, a los elementos y las operaciones concatenadas pero separadas; la construcción de los elementos solo era posible y tenía -- sentido cuando se introducía bajo el contexto de sus transformaciones. (Esta fué una de las razones que me impedían encontrar -- actividades que llevaran a una verdadera construcción de significados, introduciendo elementos y operaciones integral y simultáneamente).

Supuse que esta actividad estaba ejercitando a los estudiantes -- para identificar la binaridad de las operaciones, y para aplicarlo en la transformación de expresiones algebraicas; la verdad es que nunca se hizo necesaria la aplicación de este concepto en el tema de algebra de los números. ((p y q en la forma polaca es Ypq, YpYYstv es (pY ((sYt) Yv) en la forma tradicional)).

b) No identifiqué que los ejercicios de formación de proposiciones compuestas constituyan de hecho, un sistema matemático diferente del que se necesitaba construir para la transformación de expresiones proposicionales basadas en las propiedades de los conectivos lógicos, pues en el primer sistema no había diferencia alguna entre la naturaleza de los conectivos; podría decirse que éste primer sistema constituía un modelo abstracto de los sistemas formados por elementos transformables por operaciones unitarias y binarias (transformación unitaria: $1P$, -- donde N es el operador; transformación binaria: Yos , Y opo--

binario). No identifiqué que lo que fué aplicable del primer sistema en la aplicación del segundo se debió a un proceso de transferencia de la estructura del primero a parte de la estructura del segundo (transferencia de envonamiento)

(Al transformar la expresión $YrYpq$ en $EY rYpq YYrpq$ (o sea: $r_y - (p_y q)$ en $ry(pyq) = (ryp)yq$) se aplica el concepto de binaridad construido en el primer sistema).

c) Identifiqué que los problemas planteados durante el curso se podían clasificar en dos tipos: de construcción y de análisis, (que para entonces, denominé abstractos y concretos, aunque los clasifiqué como concretos versaban también sobre elementos abstractos). Los problemas de construcción siempre se presentaban en la introducción de un tema, entre más opciones de resolución presentaran éstos se generaba más actividad libre y mas interés por parte de los alumnos; no me di cuenta plenamente de que también estos problemas tenían la característica de constituirse por elementos plenamente conocidos por ellos (como el problema de las jarras de Polya)

En muchos casos yo mismo coartaba la actividad libre de los sujetos en estos problemas, al platearme ellos, soluciones que yo creía que no los iba a llevar a las "conclusiones esperadas", les marcaba un camino de resolución.

Los problemas de tipo analítico fueron los mas abundantes durante el curso; mediante estos problemas de tipo analítico, se trataba de que los alumnos identificaran las propiedades de los elementos y operaciones de un sistema matemático dado y que transformaran expresiones de este, justificando cada paso de su transformación; este tipo de problemas fué el que llevó a una actividad mecanicista y enajenante para los alumnos, exigí que los estudiantes hicieran la transformación de expresiones con todo rigor y propiedad. Por las experiencias tenidas en el planteamiento de problemas analíticos, llegué a la conclusión de que los alumnos no estaban capacitados ni les servía a éste nivel de educación, el tratar los temas de matemáticas con ningún rigor lógico. (Si hubiera utilizado el sistema de calificar en vez de solo corregir errores en los exámenes, durante el curso, los alumnos se hubieran rebelado).

Una causa importante del fracaso en el planteamiento de este tipo de problemas se debía a la introducción simultánea de símbolos o términos convencionales cuyo significado desconocían plenamente. (Fue un error, como por ejemplo, pedirles simultáneamente definir la subconjunción impropia mediante los símbolos $\exists, \forall, \Rightarrow, \Leftrightarrow$). Me di cuenta de que la identificación de las propiedades de los sistemas, no se había logrado por provenir de simple ilustraciones, esto ya lo había reconocido, desde la crítica que hice al sistema de enseñanza actual, desde principios de 1971, la justificación que tenía a esta reincidencia errónea, fue que no había en contrado problemas adecuados para llevar en forma palpable a la abstracción de las propiedades de los sistemas matemáticos.

MODELO DE APRENDIZAJE 1972-1973

(Preparatoria de la Universidad Autónoma Benito Juárez de Oaxaca)

Reconsideraciones sobre el modelo aplicado en 1971.

Supuse que para lograr un aprendizaje más efectivo, las actividades deberían estar motivadas por la presentación de situaciones problemáticas en las siguientes condiciones:

- a) Estas tendrían que estar planteadas primero en términos de eventos concretos y después en términos abstractos.
Cada uno de los tipos de problemas deberían estar concatenados de tal manera que la solución de los problemas debería basarse en las experiencias de resolución de los problemas anteriores.
- b) En las situaciones problemáticas deberían estar implicados simultáneamente los elementos y operaciones que constituirían el modelo abstracto.

Diseño General de Aplicación del Modelo de proceso de aprendizaje. (Método).

El proceso de aprendizaje que supuestamente se daría bajo estas condiciones fue:

- a) Ante una situación problemática se daría la:
- Representación del problema en elementos conocidos.

- Manipulación de los elementos representativos del problema
- Solución del problema.

b) La solución de varios problemas semejantes llevaría a:

- La comparación de los problemas semejantes e identificación de los elementos y transformaciones comunes.
- Representación en forma única, común a todos los problemas semejantes que posteriormente se les presentaran.

Revisión Bibliográfica para redefinir el modelo.

(En base al libro de Emma Castelnuovo, definí la etapa de problemas concretos como la etapa constructiva, ella identifica ahí la actividad intuitiva como una actividad constructiva).

De éste libro recogí algunas ideas aisladas de lo que para Komenski (1627-1657) y Pestalozzi significa un proceso de aprendizaje:

"Una cosa que esté clara no significa ser definible, sino que se puede describir" (Interpreto: Una fase constructiva no implica -- una fase análitica que defina un modelo con todo rigor lógico).

"Las descripciones deben preceder a la definiciones". "Haciendo, se da precisión a la intuición de cada objeto y lo lleva a uno -- al conocimiento claro de todo aquello que entrará en el círculo -- de sus experiencias". (Pestalozzi) (Actividad constructiva)).

"La instrucción debe ser por ciclos, en donde los temas se amplían como una espiral" (Komenski).

De Piaget (En génesis de las estructuras lógicas elementales)...

"El esquema perceptivo constituye una de las fuentes de la clase (clasificación), pero no en tanto descansa en percepciones primarias, al contrario, lo es tanto que agrega a éstas últimas un sistema de comparaciones activas, debido al carácter sesomotoriz de -- las transposiciones ((De movimientos de exploración)) y generalizaciones ((extensión de elementos de clase))". (los paréntesis -- son míos y los tomo de otros párrafos de Piaget).

Esto último lo interpreté como algo que reforzaba lo que había -- descubierto: "La construcción de los elementos de un modelo no -- puede estar desligada de la identificación de sus transformaciones, sino que por ellas mismas se reconocen y clasifican los elementos.

Busqué algo que permitiera desarrollar mas este modelo de lo que ha de ser el proceso natural de aprendizaje, lei (cjee (?)) algunos libros de pedagogía:

- Los que versaban sobre temas de "modernización de enseñanza" los rechazaba de inmediato (como: enseñar por instrucción - programada, ya experimentada en 1970 con nefastos resultados por mecanizantes y anticonceptualizadores, técnicas audiovisuales, etc.).
- Los que discutían sobre los límites entre psicología, sociología y pedagogía, que de ninguna manera hacían descripciones sobre el proceso de aprendizaje; si acaso me dejó interesado un libro de sociología de la educación, al mencionar la correlación que existía entre el medio sociocultural, el pensamiento (ideológico (?)) del momento histórico y la educación; después traté de relacionar estos aspectos con el proceso educativo.

Fuente bibliográfica.

(Sociología de la educación de Argüelles, Editorial Aguilar)

- Gardner en su libro "Pruebas experimentales para la escuela primaria" muestra como la actividad no dirigida lleva a un aprendizaje mas rico y creativo.
- (Pruebas experimentales para la escuela primaria, SXXI).

CONTENIDO DEL CURSO DE 1972-: lógica y conjuntos y algebra de los números reales.

Descripción del Contenido:

CONJUNTOS Y LOGICA. RESULTADOS.

Se tenían como Objetivos:

- a) que el alumno pudiera efectuar operaciones con cuatro conjuntos básicos con un número finito y determinado de elementos, para formar otros conjuntos con un número determinado de elementos.
- (no hallé otra motivación para formar conjuntos y operar con ellos, que este objetivo planteado).

- b) que el alumno aplicara las propiedades de los conectivos lógicos contruidos en la definición de los conjuntos y operaciones para que encontrara los elementos de un conjunto desconocido.

(Ejemplo: Habiendo definido los conjuntos universal y otro conjunto (H) y los conjuntos T-H, H-T y HUT por medio de sus elementos y por medio de una característica, definir T, TnH por sus elementos y por sus características).

Resultados Generales.

Como había supuesto, la construcción de los elementos (conjuntos) simultáneamente con sus operaciones:

- a) generó una actividad libre en todos los alumnos.
b) El tiempo de construcción de los conjuntos duró una semana (un mes menos que en el curso anterior).

(En el primer día se construyeron las 4 operaciones, definiéndolas (sin rigor: las proposiciones abiertas eran figuras representativas) por medio de características ligadas por símbolos de operación y por medio de los nombres de sus elementos (letras o numerales)).

Al siguiente día se propuso una natación (definición de las operaciones) que podían usar en vez de la anterior (mas convencional)

Los días restantes, se pusieron problemas más difíciles - (haciendo que solo se pudiera obtener un conjunto de un número determinado de elementos a través de conjuntos universales perceptuales con conjuntos de tamaño mas irregulares).

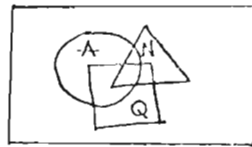
- c) Se acabó la actividad libre al querer llevarlos a la notación convencional: X/X y al querer sustituir los símbolos de las operaciones por los conectivos lógicos, algo ininteligible que acabó su interés por el tema, rechazaron este tema fundamentalmente al querer llevarlos a analizar las propiedades de las operaciones.

Es importante mencionar la dificultad (insuperable (?)), - que tuvieron para aceptar (mecánicamente) la definición de la operación de unión mediante la disyunción de las características que definen cada conjunto. Parece que ellos en-

tendieron que la definición de una operación debía ser una descripción de cómo se agrupan sus elementos, por eso, al definir la unión decían: "es el conjunto de objetos que -- tienen tal característica "Y" tal característica (Como si estuvieran manualmente recogiendo los objetos), en vez de decir "tal característica "o" tal característica" (como -- una proposición lógica compuesta para cuantificar un con-- junto universal).

- d) Al principio se cometió el error de proponer clasificar -- cuadros de acuerdo a unas características arbitrarias. (los cuadros podían tener triángulos, puntos, cruces o diagonales): se resolvió el problema al proponer clasificar -- objetos con características menos arbitrarias (Ejemplo: ca ras que podían ser pelonas, sonrientes, barbudas o dento-- nas).

Se generó la misma actividad libre al proponer formar figu ras de puntos sobre regiones básicas (Ejemplo:



- e) Lo inesperado (?), a la semana y media del curso, los aluⁿ nos fastidiados, ya no querían saber nada más sobre conjun tos, no le veían ninguna utilidad. Rechazaron los primeros problemas sobre inferencia lógica, ellos ya querían "empe zar con matemáticas, pues los demás grupos ya iban en ope raciones con polinomios".
- f) El tema de conjuntos y lógica quedó desligado del tema de álgebra de los reales.

Comparación de los resultados globales con los resultados de un -- curso de lógica y conjuntos, para maestros de Oaxaca.

Es interesante hacer notar que ni siquiera los maestros de matemá ticas (a nivel preparatoria y profesional del Tecnológico de Oaxa ca, que asistieron a un curso sobre lógica matemática quisieron -- resolver problemas de inferencia lógica, aun sin exigir ninguna -- simbología formal y a pesar de que varios de ellos todavía enseña ban matemáticas a estudiantes de ingeniería mecánica y química.

(Ejemplo: dados. |-----

$a > b$

$d \succ a$ ($\succ$: mayor inmediato)

$c \succ d$

Deducir los nombres de cada segmento. (Respuesta: b, c, d, a)

Sí entendían el concepto de inmediato mayor, pues lo aplicaron sa
 tisfactoriamente en un problema de inferencia excesivamente senc*u*
 llo.

a	
-----	$a \succ c$
b	
-----	$b > a$
c	

El problema de arriba implicaba aplicar el concepto de transist*u*
 vidad y hacer planteamientos y deducciones aplicando los conecti
 vos lógicos, la negación y a la mejor los cuantificadores existen
 cial y universal.

DESCRIPCION DEL CONTENIDO:

Algebra de los reales.

Fijé como objetivo que el alumno pudiera identificar situaciones
 que se podrían representar y resolver por sistema de ecuaciones
 lineales. Las demás partes del curso las daría en forma de receta
 rio en las dos últimas semanas del curso (polinomios).

Por las experiencias del curso anterior tuve presente que los es-
 tudiantes no podrían hacer transformaciones de expresiones alge--
 braicas, basándose en la definición e ilustración de sus propieda
 des, sino que debería haber un proceso de construcción de las mis
 mas. Busqué libros que pudieran llevar a la construcción de tales
 propiedades. Con excepción del libro de algebra de Perelman, los
 demás (libros de texto usuales) contienen problemas, que en la --
 generalidad de los casos, implican plantear el problema haciendo
 una simple traducción de proposiciones orales en los que se hacen

comparaciones de expresiones numéricas (Pedro tiene el doble de dinero que Roberto y ambas cantidades, dan un total de 100); escogí el Algebra de Dolciani volumen I, porque por lo menos éste hacía una clasificación de los problemas de acuerdo al tipo de elementos y transformaciones que se trataban de identificar (Los elementos son primero los números naturales, después enteros y finalmente racionales; con los naturales se construye la propiedad transitiva y con los enteros se aplica la ley de cancelación).

Utilicé éste libro al principio del curso y sus resultados fueron nefastos: aburrimiento, incompreensión y mecanización del planteamiento y resolución de los problemas. Decidí volver empezar desde el principio. Aproveché esta experiencia al darme cuenta de que estos problemas aplicados correspondían a una fase analítica, y que la principal dificultad de los estudiantes para plantear los problemas era su desconocimiento del significado de cantidad variable, que las ecuaciones con los términos variables de un mismo lado correspondían a la algoritmización para el cálculo de una cantidad y que era necesario construir estos significados previamente. (Para poder plantear un sistema de ecuaciones como

$$2.n + 4.s = 18$$

$3.n + 2.s = 19$ consideré que debía construirse por el planteamiento de problemas en donde n y s fueran conocidos y los totales se desconocieran).

Diseño matemático de los problemas.

El manejo de sistemas de dos ecuaciones lo fraccioné de tal manera que los elementos en las ecuaciones fueran cronologicamente; naturales, enteros y fraccionarios.

I.- Manejo de ecuaciones sobre enteros.

En esta fase se insistiría en la construcción de las propiedades transitiva, de sustitución y de cancelación para transformar las ecuaciones.

Los problemas que se debían presentar llevarían, cronologicamente, a los siguientes planteamientos para su resolución:

1) $ax - b = y$

$(a-1).x = y$, (variables: x , y),

(Ejemplo de implementación: A una tierra comunal se le dieron

3 cargas de fertilizante, utilizaron 14 unidades para la siembra de maíz y el resto para la siembra de trigo que requiere de 2 cargas.

¿a cuántas unidades de fertilizante equivale una carga?

¿cuántas unidades de fertilizante se usan en la siembra del -- trigo?)

(Este problema llevaría a la aplicación de la propiedad transi-
tiva y de cancelación de la igualdad).

$$\begin{aligned} 2) \quad nx+cy+p &= g+r & (n \geq 3)(d \neq 1,4,5) \\ dx+cy+p+r &= g & (\text{variables: } x,y) \end{aligned}$$

(Ejemplo de implementación: En el mercado de Ocotlan, una mujer - hace trueque de 26 rajas de leña por una carga de pan, 2 de nopales, 1 de semilla de maíz (equivalente a 8 rajas) y otra de tunas (equivalente a 8 rajas). La mujer que se quedó con las 26 rajas de leña, hace trueque de esas 26 rajas más una carga de pan por un -- bulto de pan (equivalente a 4 cargas), 2 cargas de nopales y una de frijol (equivalente a 3 rajas).

¿A cuántas rajass equivale una carga de pan?

¿A cuántas rajass equivale una carga de nopal?)

(Este problema se resolvería sumando o restando "x" de la primera ecuación a lo inverso, a la segunda, para aplicar la propiedad tran-
sitiva).

$$\begin{aligned} 3) \quad c &= ay+bx & (a > 0, b > 1, d > 1, \text{ esta última condición la estable-} \\ x &= dy+e & \text{ci para restringir la sustitución a "X" unicamen-} \\ & & \text{te y llevarlos a la aplicación de la propiedad --} \\ & & \text{distributiva)} \end{aligned}$$

(Ejemplo de implementación: En una comuna, se producen en promedio, 8 unidades de maíz por cada hectarea que se siembre, De la cosecha total se quita una cantidad para volver a sembrar y el resto es -- para el consumo.

La cantidad que se usa para la siembra, se obtiene quitando dos u-
nidades a cada hectárea.

i) ¿Cuántas hectáreas se necesitan sembrar para obtener 24 unidades para el consumo?

ii) Si la otra comuna les regala 6 unidades de maíz para la siembra ¿cuántas hectáreas se necesitan sembrar para ob-

tener 24 unidades para el consumo?

(Este problema se resolvería aplicando la sustitución de la igualdad).

$$4) \begin{aligned} ax+by+cz &= d & (a>n; c, p \neq 0) \\ nx+ry+pz &= f \end{aligned}$$

(Ejemplo de implementación: Por 2 cargas, 3 bultos y un saco de maíz un acaparador paga con 11 bonos para su tienda y por 2 cargas, 2 bultos y un saco paga 10 bonos al acaparador.

¿Qué se necesita para adquirir 21 bonos?

¿Qué se necesita para adquirir 31 bonos?

¿Qué se necesita para adquirir 1 bono?

¿A cuánto equivale un bulto de maíz?

Si el acaparador, decide pagar el saco con 2 bonos ¿cuántos paga por una carga?

(Este tipo de problemas llevaría a la aplicación de la propiedad de cancelación para sumar y restar múltiplos de las ecuaciones).

Cada tipo de problema constaba de una fase constructiva.

Implementación de los problemas.

En todos estos problemas traté de evitar hacer implementaciones diofantinas, fuera de sentido común.

Me di cuenta de que estos problemas se podían implementar relacionando las variables: masa, espacio, frecuencia, movimiento y valor de cambio. (Equivalencia entre las variables mencionadas).

Dado que la mayoría de los estudiantes era de origen campesino, traté de implementar los problemas relacionados con ese sector.

Pensé que los problemas podían implementarse cuantificando las relaciones entre los elementos de algunos procesos de producción y supervivencia del campesinado oaxaqueño. Para ello intenté hacer varios estudios sobre dichos procesos, con el objeto de diseñar modelos simplificados de éstos. De lograrse esto, los problemas serían presentados en términos de meros datos numéricos y de un objetivo determinado, ellos plantearían las equivalencias necesarias entre los datos y llegarían a expresar el modelo en términos de sistemas de ecuaciones lineales.

No pude diseñar ningún modelo sobre el que se pudiera variar el tipo de objetivo, para que sobre un mismo modelo se hicieran varios planteamientos problemáticos. La dificultad consistió fundamentalmente, en que en estos paupérrimos lugares, existen pocas posibilidades de efectuar variaciones en cuanto a la cantidad de cultivos de cada especie y en cuanto al modo de hacer producir la tierra; los medios con los que cuentan la mayoría de los campesinos, los mantiene restringidos hacia una sola forma de producción y de supervivencia ya optimizada al máximo y las modificaciones que se pueden hacer al respecto, no requieren siquiera del diseño de modelos matemáticos simples para su realización, pues todas estas modificaciones dependen de factores muy circunstanciales, de temporal, fundamentalmente.

Observaciones sobre la implementación de los problemas (aspecto socio-económico del aprendizaje)

Me di cuenta de esta manera, que los modelos teóricos que sirven como guías de transformación, están intimamente ligados a las condiciones de producción de una localidad, que la capacidad de transformación en el medio rural Oaxaqueño corresponde a modelos muy empíricos, pues existen en él demasiados factores circunstanciales incontrolables (bajo las condiciones socioeconómicas en que se encuentran) que impiden intentar producir mas efectivamente. La mayoría de estos factores circunstanciales están condicionados por el modo de producción (de explotación); por ello, su solución no esta primero en el planteamiento de modelos teóricos cuantitativos sino cualitativos.

Por estas razones, me vi obligado a diseñar problemas ideales que no pude integrar en un solo modelo.

Los problemas se implementaron en términos de aspectos rurales, que no tuvieron ningún efecto de ambientación de los estudiantes, pues las restricciones (expresables en términos de ecuaciones lineales) correspondían a modelos tan irreales que era difícil que los alumnos se pudieran explicar el por qué de tales restricciones.

Estas implementaciones originaron dificultades en el proceso de aprendizaje:

- Al no comprender el origen de las restricciones, se impidió que la imaginación de los estudiantes estableciera una correspondencia entre la transformación de los sistemas de ecuaciones y lo que podía representar o justificar dicha transformación en el aspecto físico planteado.
- No podía el alumno tener una posibilidad de manipulación libre para plantearse otros objetivos y otros problemas derivados del primero, cosa necesaria para afianzar la correspondencia entre situaciones físicas y su representación cuantitativa.

Resultados.

- a) La mayoría de los alumnos planteaba una sola ecuación directamente, es decir, aplicaba la transitividad o la sustitución mentalmente; esta aplicación fue tan intuitiva que muchos tuvieron dificultad para aplicar dichas propiedades al plantearles los problemas directamente en forma simbólica.

(Analizando ahora, veo que esto se debió a que el planteamiento de problemas representables por un sistema de dos ecuaciones con 2 variables no lleva al sujeto a tener la necesidad de una simbolización de este tipo, pues la simbolización se origina, cuando el número de datos y relaciones es tan complejo que no se puede manipular mentalmente).

El planteamiento de problemas representables por un sistema de 3 ecuaciones seguramente hubiera tenido otros resultados.

(Esto me llevó a concordar con el principio de complejidad del modelo de Zoltan Dienes y a establecer el principio de amplitud, en este modelo que planteo).

- b) Tuvieron problemas para utilizar el paréntesis al aplicar la propiedad de la sustitución: $(y=ax+c, b=dx+cy)$ y explicarse el significado del producto de los escalares. (Como ya se mencionó, esto se puede explicar ahora, porque los alumnos no tenían mucha posibilidad de establecer correspondencia entre la transformación del sistema de ecuaciones e imágenes relacionadas con la implementación del problema, que llevaran a la rea-

lización de tal transformación).

- c) Uno de los principales obstáculos que consideré que impedían la transformación de las ecuaciones no fué la construcción del -- significado de la propiedad de cancelación, sino mas bien la -- de la binaridad de las operaciones y que era necesario, posteriormente, llevar a identificar las propiedades asociativa y -- conmutativa desde el planteamiento de ecuaciones sobre los naturales (Por ejemplo: muchas veces les quedaban ecuaciones en la forma $a - x - b = c$, donde a, b, c , eran constantes y por desconocer dichas propiedades despejaban x expresando $x = c + b - a$)

Este problema no lo identifiqué también con el hecho de que dichas transformaciones incorrectas, se debían también a no haber podido establecer la correspondencia entre las ecuaciones planteadas y la situación física que representaban.

La dificultad inmediata que tenía para llevarlos a resolver ecuaciones me orilló a plantearles recetas de resolución.

Les ilustré el problema en términos de operadores, así:

$a - x - b = c$ se podía ver como $0 + a - x - b = 0 + c$, la operación que efectuaba cada término se veía del lado izquierdo del término.

Necesité llevar a aplicar, recetariamente, la propiedad de simetría para resolver ecuaciones como:

$-ax + b = zx + c$ y $zx + c = -ax + b$, proponiéndoles analizar el término a despejar que tuviera mayor coeficiente, si era negativo cambiarlo del otro lado.

- d) A pesar de haber aplicado la propiedad de cancelación para resolver sistemas de ecuaciones por suma y resta, nunca la aplicaron, ni la relacionaron con el despeje de una ecuación, sino que aplicaban recetas aprendidas en secundaria: "lo que esta -- sumando pasa del otro lado restando".

Ellos se encontraron con ecuaciones como $x + b = +b + c$ y aplicaban la cancelación, pero nunca se les ocurrió aplicar esta propiedad para despejar una ecuación como $x + b = c$; esto me llevó a concluir que para aprender a transformar ecuaciones había que construir no solo el concepto de la propiedad de cancelación, sino también, los conceptos de elemento neutro e inverso y que la -- propiedad de cancelación se debía construir uniendo 2 tipos de

transformación: la eliminación de elementos $ax+b=b+c$ (Unico tipo de transformación que se hizo) y la incorporación de elementos $a.x+d-"d"=c-"d"$. que no relacionaron con la suma y resta de ecuaciones.

- e) Al último, la reacción de los alumnos ante los problemas fué de fastidio, y preguntaban excepticamente sobre la utilidad de éstos.

II Manejo de las ecuaciones sobre los enteros y los racionales.

Se tuvo como objetivo que los alumnos concibieran la resta como una suma y la división como una multiplicación, en donde estaría implicada la construcción de los conceptos inverso y neutro. Para el primer caso, las ecuaciones se implementaron sobre problemas de incrementos.

(Ejemplo de implementación: Por las condiciones en que se encuentra una parcela, se cree que aproximadamente, dentro de cierto -- margen, por cada higuierilla más que se siembre disminuirá en 3 el número de milpas que se logren y que por cada mata de frijol más que se siembre, aumentará en dos el número de milpas de maíz que se logre.

Por el tamaño de la parcela, solamente se puede aumentar un total de 10 matas de frijol y de higuierilla combinado.

Se quiere aumentar el rendimiento de maíz, aunque también es importante producir higuierilla para aceite y además frijol.

Si el incremento total de milpas de maíz que se lograran fuera de 32 unidades. ¿Cuál tendría que ser el incremento de matas de higuierilla y de frijol para lograrlo?)

Resultados.

Sin darme cuenta, este tipo de problemas incluyó varios objetivos: el producto de escalares, la suma algebraica y la aplicación de la propiedad distributiva.

No identificaron por sí mismos las propiedades del elemento neutro y elemento inverso, pues siguieron resolviendo mecánicamente los sistemas de ecuaciones.

Parece que estos problemas si sirvieron para construir el signifi

cado operativo de los escalares, pues al sustituir la solución en contrada en el sistema de ecuaciones, se explicaban físicamente - el significado de la multiplicación de los escalares.

(Para $-2x+3y=40$, $x+y=10$ $x=2y=12$, al sustituir $-2.(-2)+3(12)=40$, $-2.(-2)$ tenía que ser cuatro pues "al quitar higuierillas aumentaba el número de milpas logradas").

No se pudieron explicar el significado de la aplicación de la propiedad distributiva y cuando yo lo trataba de ilustrar no aten---dían, era algo muy analítico (Ejemplo explicar el significado de la multiplicación de $-2.(10-y)+3y=40$) y no encontré implementaciones adecuadas para ellos.

Para el caso de los sistemas de ecuaciones sobre los racionales, había varias formas de construir estos números:

- Llevando a hacer el planteamiento $p-b.x=0$ (en éste caso se - preguntaría cuantas veces habría que restar "b" a "p" para - que diera 0), desheché esta forma pues su resolución la efectuarían mecánicamente dividiendo y además, aquí no identificarían fácilmente las fracciones.
- Llevando a hacer planteamientos, cuyas ecuaciones fueran proporciones y cuya solución implicara el producto de raciona--les. $\frac{r}{t} = \frac{a}{b} \quad / \quad \frac{t}{f} = \frac{c}{d}$

(Ejemplo de implementación: En un municipio, se utiliza 2 unidades de agua para riego por cada tres unidades totales que llegan al estanque; si al estanque llegan 3 unidades cada hora ¿cuántas unidades se destinan para el riego cada hora?)

Esta segunda forma parece que sí ayudó en la construcción del significado de inverso y se aplicó en el despeje de ecuaciones del tipo:

$$g = \frac{x+a}{n} ; \quad \frac{xb+}{n} \frac{x+a}{n} = g$$

En el segundo tipo de ecuaciones, tuvo que ilustrarse la aplicación de la ley de cancelación, pues querían recurrir erroneamente a la forma mecánica "lo que esta dividiendo pasa del otro lado -- multiplicando".

CONCLUSIONES SOBRE EL MODELO DE PROCESO DE APRENDIZAJE APLICADO.

Las experiencias en este año sirvieron para identificar que el - proceso de aprendizaje de un contenido matemático se verificaba - si este se implementaba en un modelo de proceso real, cuyos elemen- tos fueran fácilmente manipulables. Intuía no muy claramente:

- a) Que debía haber una correspondencia entre las transformacio- nes matemáticas que representaran el modelo y la manipula- ción de los elementos del proceso mismo, para que de esta manera comprobaran la efectividad de las transformaciones que se les ocurriera a los estudiantes hacer con los ele- mentos matemáticos y que la manipulación misma de los ele- mentos del modelo del proceso les sugiriera hacer transfor- maciones matemáticas correspondientes.
- b) Que el modelo de proceso real que implementara el conteni- do matemático, fuera tal que se pudiera plantear toda una variedad de tipos de transformaciones que correspondieran a diferentes tipos de transformación de elementos matemáti- cos.

(En cuanto al concepto de abstracción, estas experiencias me ser- virían posteriormente, para comprobar que una abstracción no es - una simple clasificación de elementos con características comunes).

MODELO DE PROCESO DE APRENDIZAJE 1973-1974.

Bibliografía de Estudio.

- A) Estudié el libro "The Power of Mathematics" de Zoltan P. Dienes. (Posteriormente, sobre los trabajos de este autor pude definir más explícitamente este modelo de proceso de aprendizaje que - se plantea en la tesis y guíarme fundamentalmente sobre ellos). Concordé con su definición de aprender matemáticas:

- "Organizar eventos en clases o categorías, de tal manera que, cualquier evento se reconoce inmediatamente si per- tenece o no a una clase o categoría".
- "Reconocer la relación entre cada una de las clases o ca- tegorías construídas".

Descripción de los puntos fundamentales del libro.

En este libro, se considera el proceso de aprendizaje como un enfrentamiento ante una masa de eventos desconectados y se apoya inicialmente en la teoría Gestalista, para explicar que los humanos tienen una tendencia inherente para sortear las cosas en patrones regulares.

Concibe el conocimiento no como una aglomeración de hechos sino como una coordinación de estos en un cuadro coherente.

Menciona que el aprendizaje toma lugar:

- a) A partir de una actividad aparentemente aleatoria, a través de la cual se va adquiriendo un conocimiento implícito (Intuitivo) de qué es lo que se puede hacer y qué es lo que no, paulatinamente se van construyendo clases y sub-clases de posibles estructuras sin necesidad de estar muy consiente de la relación entre éstas (se construyen cosas sin analizarlas), a esta actividad la denomina actividad constructiva, que es esencialmente resultante de un juego manipulativo con material accesible.

La actividad manipulativa va modificándose en una actividad -- mas intencionada, al irsele ocurriendo al individuo mas clasificaciones posibles, que conciente o intuitivamente confirma o rechaza hasta que emerge una estructura funcional.

- b) Una vez que el sujeto llega a establecer conclusiones, es decir una estructura de regularidades, está listo para "jugar con" -- en vez de "jugar hacia". En esta etapa, describe que el sujeto puede tomar varios caminos:

- El de la práctica o de anclamiento, en el que el individuo se familiariza tanto con lo que manipula, que deje de pensar en ello.
- El del análisis retroactivo, en el que el sujeto examina las reglas que ha establecido para ver como funciona (actividad más consiente que la de la práctica).
- El del análisis progresivo en el que el sujeto siente la necesidad de alterar las reglas o extenderlas (generalizarlas) una vez concluido el análisis retroactivo.

Describe como el aprendizaje se sucede en ciclos en donde las clases construidas en un ciclo anterior se convierten en eventos de un nuevo ciclo de aprendizaje, elementos cuya estructura interna de cada uno es conocida pero no la relación entre ellos.

Establece que la construcción debe preceder al análisis.

Describe como, en la etapa constructiva, el proceso de clasificación de los elementos corresponder a un proceso de abstracción o sea, de identificación de la característica común a un conjunto de eventos; plantea que la abstracción es resultante de ver situaciones bajo un gran número de ángulos que llevan a reconocer el rasgo común a esas situaciones. Establece el principio de variabilidad perceptual como un factor que acelera este proceso de abstracción; en dicho principio se afirma que las estructuras abstractas se reconocen mas rapidamente si estas estan incorporadas por un número de situaciones con diferentes aspectos irrelevan---tes.

Con relación a las implementaciones, menciona que el material de manipulación puede consistir en objetos físicos manipulables directamente o a traves de su representación (Manipulación imaginaria). Establece tambien el principio de contraste, en el que la presentación de situaciones contrastantes aseguran que el individuo reconozca el tipo de situaciones que no poseen la estructura abstraida.

Con relación a la formación de conceptos, establece el principio de variabilidad matemática: Un concepto matemático, se construye por variables matemáticas, y es por la máxima variación de estas variables, que se asegura que lo que es esencialmente invariante se vea durante la variación.

Asimilación del modelo de Z.Dienes al modelo desarrollado.

El estudio de este libro aclaró mas el planteamiento de Komonski (De que "el aprendizaje se da por ciclos y que se abre como una -espiral") al formular como se suceden dichos ciclos.

Afianzó la intuición del modelo desarrollado, de que la construcción precede al análisis, y se adoptaron los términos de construcción y análisis junto con su significado.

Se adoptaron los principios dinámico, de variabilidad perceptual, de variabilidad matemática y de contraste.

Dudas planteadas sobre el modelo formulado por Zoltan P. Dienes en su libro "The Power of Mathematics."

¿Qué es lo que motiva la actividad aleatoria sobre un material dado?

¿Con respecto a qué busca el sujeto clasificar los eventos de una situación?

¿Con respecto a qué relaciona las clases de eventos?

¿Qué quiere decir con estructura de regularidades?

¿Qué motiva a formular un modelo despues de operar sobre situaciones semejantes con diferencias en sus aspectos irrelevantes?

¿Qué condiciones permiten el traslado natural de una actividad -- constructiva a una actividad analítica?

Crítica.

- i) Habla de que el aprendizaje se da en una actividad aleatoria, hacia una actividad estructurada por reglas, pero no menciona (a pesar de que es posible observarlo en sus re--portes sobre aprendizaje de algunos temas) que esto solo es posible cuando existe un material que ofrezca no solo los -- elementos de manipulación, sino toda una variedad de posi--bles transformaciones a efectuar con ellos.
 - ii) Y tampoco menciona, que la construcción del significado de las operaciones y elementos representantes de un modelo -- deben construirse simultáneamente y que su fraccionamiento obstruye el aprendizaje integral y efectivo de éste.
 - iii) A pesar de que en sus ejemplo se ve que aplica el plantea--miento de situaciones problemáticas para llegar al aprendizaje, no niega el papel de la información (enseñanza) ni -- establece relación alguna entre enseñanza y aprendizaje.
- Habla de la posibilidad de que el sujeto realice un análi-sis de su estructura construida para alterar sus propieda-des o reglas, pero no dice bajo que condiciones se origina esto.

B) La geometría a través de las transformaciones.

(Grupos y Coordenadas) Z.P.Dienes, E.W.Golding. Editorial Teidé.

Este libro contiene una serie de fichas (prácticas) para experimentar acerca de los grupos:

- a) de 2 elementos y de 3 elementos.
- b) de 4 elementos, (de Klein)
- c) cíclicos de 4, 6, 8 elementos.
- d) simétricos de 6 y 8 elementos.
- e) grupos de 2×2 , 2×4 ,

Estos grupos están implementados por cuatro tipos de situaciones:

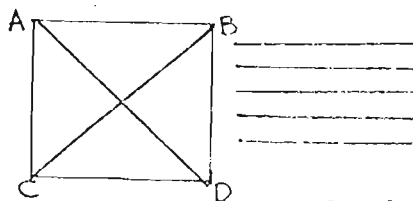
- Movimientos.
- Formas y colores.
- Números y
- Juegos con palabras.

Cada uno de estos tipos de implementación se usan en la construcción de los grupos, anteriormente mencionados.

En las fichas (Prácticas) sobre movimientos, se toma como material el uso de figuras simétricas, para moverlas sobre puntos de simetría o para mover objetos sobre líneas de simetría de las figuras.

Los elementos del grupo contruidos sobre este tipo de material -- eran reglas de movimiento y su operación fue la combinación de -- sus reglas.

(Ejemplo del libro:



Supongamos que habéis trazado el cuadrado de modo que los lados -- AB y CD se confundan con las líneas del suelo; los lados AD y BC serán entonces perpendiculares a la líneas del suelo.

Para hacer este ejercicio necesitaremos un chico y una chica, por ejemplo Juan y Mónica. Juan y Mónica se pondrán cada uno en vértice del cuadrado. Los podremos ordenar hacer cuatro movimientos. Serán:

- Andar hasta el vértice más próximo, perpendicularmente a -- las líneas del suelo.

- Andar hasta el vértice opuesto, siguiendo la diagonal.
- Andar hasta el vértice más próximo paralelamente a las líneas del suelo.
- Quedarse en el mismo punto.

Llamemos a estos movimientos "perpendicular", "diagonal", "paralelo" e "inmóvil". Suponemos que Juan está en A. Realiza los movimientos siguientes en este orden: "Paralelo" y después "diagonal". ¿Dónde llegará? al punto D. ¿Cómo podría haber pasado de A a D en una sola vez? Mónica ejecutará dicho movimiento único, que será el movimiento "perpendicular". Así, vemos que "paralelo" seguido de "diagonal" es equivalente a "perpendicular".

Encontrad ahora otras relaciones entre los distintos movimientos. Por ejemplo, ¿a qué será equivalente: "diagonal", seguido de "diagonal", o "paralelo" seguido de "perpendicular", o "perpendicular" - seguido de "diagonal"? ¿Le resultará posible a Mónica siempre realizar en un solo movimiento lo que Juan ha realizado en dos movimientos sucesivos?

En este juego, hay cuatro estados: una persona puede encontrarse en uno de los cuatro puntos A, B, C o D. Hay igualmente cuatro movimientos.

Estos cuatro movimientos pueden, combinarse dos a dos, de dieciséis maneras diferentes. Para eso dieciséis pares intentad hallar el movimiento único equivalente. Reunid en cuadro los resultados obtenidos).

En las fichas sobre formas y colores se toman como material de manipulación: figuras coloreables y clasificables también por tamaño y forma.

Los elementos de estos juegos consisten de reglas de cambio de color, forma o tamaño y su operación es la combinación de estas reglas.

Las fichas sobre números son juegos de traducción de los números en el sistema decimal a un sistema modular.

Las fichas sobre palabras son implementación mas de las fichas sobre números.

(Este libro se propone como una guía de aprendizaje para niños que saben efectuar divisiones sencillas).

CRITICA.

No encontré en estas fichas la descripción esperada de modelos o de materiales de aprendizaje sobre los que el sujeto pudiera tener inicialmente una actividad libre, que el mismo Dienes menciona -- como requisito para que se realice el aprendizaje de algo.

Aunque no lo mencione en su modelo, la base de las fichas era la proposición de actividades semiproblemáticas.

En México un niño de 8 años no leería esta ficha. No encontré fichas con las que se aplicara el principio de contraste (contrastejos).

DISEÑO DEL CONTENIDO DEL CURSO PARA 1973.

Decidí aplicar parte del contenido matemático expuesto en estos dos libros, para el aprendizaje de álgebra en bachillerato.

Objetivo en el diseño del contenido del curso.

Con relación a la dinámica del aprendizaje, como hasta este momento solo tenía claro que la construcción precedía al análisis, supuse que era posible aprender la estructura de campo del sistema de los números reales, a partir de la concepción de grupo en su forma más abstracta. De esta manera, la identificación de las -- propiedades de los números reales, llevaría fácilmente a la manipulación de los sistemas de ecuaciones.

El contenido del curso se diseñó con los siguientes temas:

- Conjuntos (Sin lógica matemática)
- Teoría de grupos y estructura de sistemas matemáticos. Estudio de la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la adición de los reales.
- Sistema de ecuaciones lineales y de ecuaciones cuadráticas.

El objetivo fijado para el aprendizaje de conjunto fue que el alumno tuviera capacidad operativa sobre ellos, para utilizarlos posteriormente en el estudio de sistemas matemáticos.

El solo estudio de la teoría de grupos resultaría un material incompleto para la manipulación consciente de los sistemas de ecuaciones, pues los principales problemas en el manejo de estos módulos

ca en la incomprensión de las propiedades de la resta y la división, por eso, era necesario meter el aprendizaje de sistemas matemáticos con algunas propiedades opuestas a las de los grupos (La no asociatividad y no conmutatividad) y estos contrastes afianzarían su conceptualización.

Los tipos de grupos estudiados fueron: cíclicos de 2,3 y 4 (Klein y cíclico) elementos de 6 (simétrico y cíclico), 5,7,8,9... (cíclicos) elementos.

Al final se haría una generalización de la estructura de grupos para conjuntos infinitos.

El material de aprendizaje de la propiedad distributiva permitía pasar del establecimiento de identidades al establecimiento de ecuaciones.

DESCRIPCION DEL CONTENIDO E IMPLEMENTACIONES.

1) Conjuntos.

Busqué situaciones concretas reales de tal manera que su problematización llevara naturalmente al sujeto hacía actividades de clasificación.

Encontré muchas situaciones en las que se podían implementar los conjuntos, pero no encontré condiciones reales que motivaran la formulación ni mucho menos la simbolización de las operaciones entre ellos.

Las "motivaciones" se dieron por el planteamiento de restricciones:

- en el número de elementos de un conjunto deseado.
- en la organización de elementos para realizar una actividad física o imaginaria con ellos.

(Ejemplo de implementación: En un campo experimental se sembraron semillas de maíz enano, maíz morado y maíz de grano grande. Supón gase que las características de cada tipo de maíz puro son:

E: resistente al viento y a la sequía, alimento mucho pero resulta caro, si no está muy abonada la tierra, se tarda en crecer.

G: De raíz poco profunda, resistente a la sequía, sirve para forraje,

E: Aguanta la salinidad, muy alimenticio pero caro si no es muy buena la tierra, se usa para ganado;

a) ¿Qué tipos de semillas de maíz pueden resultar al hibridarse?

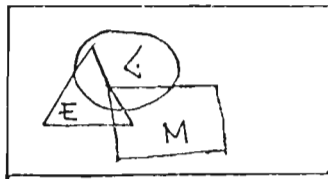
b) Se tiene una lista de pedidos de maíz con las siguientes características, en cada caso indica que tipo o tipos de maíz se pueden surtir:

1) Que sea alimenticio

2) Que sea resistente a la sequía, para sembrarse en tierras de capa cultivable de poco espesor.

3) Que aguanten el viento y la salinidad.

c) Raya diferentes regiones e indica sus características.



Resultados.

Si aplicaron los conectivos lógicos, es decir, efectuaron las operaciones entre los conjuntos, pero no identificaron que lo que tenían en común todas las situaciones problemáticas presentados eran problemas de operación entre conjuntos.

Tuvieron poco interés en efectuar simbolizaciones, "este tipo de razonamientos los hace uno todos los días", me decían, "no necesitamos simbolizarlos". (Rechazaron la notación : $\{x | x \dots\}$)

Conclusiones tomadas.

La abstracción de un modelo de la realidad solo se realiza ante la necesidad de transformar con más eficiencia esa realidad.

La clasificación (abstracción se da por la identificación de los elementos comunes con respecto a un tipo de operación.

2) Grupos y sistemas matemáticos.

Las implementaciones fueron:

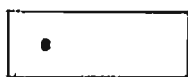
- a) Cambio de características de objetos (los elementos de estos juegos eran reglas de cambio y su operación la combinación de estas reglas).
- b) Movimientos (Sobre figuras simétricas)
- c) Traducción de sistemas numéricos a un sistema numérico modular.

Para ese tiempo, yo ya estaba consiente de que éste tipo de implementaciones no iban a tener mucha motivación.

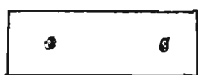
A falta de otro material, lo que se quiso probar, con estas implementaciones y este contenido, fué saber si era posible construir el significado de las propiedades de los sistemas matemáticos en forma abstracta, para después particularizarlos y comprender yo mismo, el proceso y el significado de abstracción, a partir de estas experiencias.

Se hicieron implementaciones de sistemas matemáticos cuyas estructuras fueran:

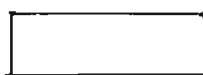
- a) no asociativo y conmutativo, para lo que se usaron fichas de apareamiento (Ejemplo: dados los siguientes tipos de fichas con puntos.



U



D



O

En este juego se trata de que al sobreponer 2 de ellas, se haga de tal manera que quede un rectángulo con el mayor número de puntos no apareados al superponerse.

- i) Completa la tabla

. U D O

U

D

O

- ii) ¿De qué manera se deben sobreponer las fichas:

U,U, D para que:

- 1) resulte un rectángulo tipo O.
- 2) resulte un rectángulo tipo D).

- b) No conmutativos y no asociativos, por la diferencia entre conjuntos.
(Ejemplo $A = \{a, d\}$; $B = \{a, f\}$; $\emptyset$ bajo la operación -- de diferencia).
- c) No cerrado o sin inverso o sin elemento neutro:
por diferencia entre conjuntos u omitiendo alguno de los elementos del juego que si cumpliera las reglas.
(Los libros de Dienes no plantean problemas de este tipo).

Método Cronológico.

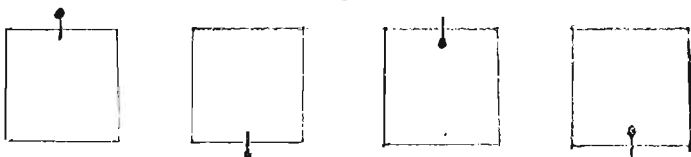
Primero se empezó con grupos (partiendo con aquellos, de dos elementos) y después, se continuó con sistemas matemáticos, para terminar con grupos infinitos.

Al estudiar cada grupo se empezó con implementaciones de cambio -- de características y después con movimientos y números modulares. Supuse que la fase constructiva comprendería desde la actividad de manipulación de los elementos de un juego (implemento de un -- sistema matemático) para producir elementos deseados hasta la --- identificación de tipos de propiedades de los sistemas matemáti-- cos tratados. La fase analítica consistiría únicamente del análi-- sis de sistemas desconocidos para determinar sus propiedades.

Presentación general de las prácticas.

Cada una de las implementaciones de los grupos y sistemas matemáticos constaba de estados de referencia.

(Ejemplo: El grupo de Klein implementado por dos tipos de movimientos, constaba de los siguientes cuatro estados



(Toda implementación se podía enfocar como un juego de cambios y de combinación de cambios especificados por reglas de acción so-- bre el material de implementación.

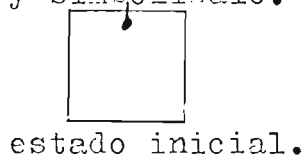
La presentación de las prácticas se cambió tres veces.

La primera forma (aplicada en las tres primeras prácticas) estuvo constituida por las siguientes partes:

- 1) definición de una regla de cambio para pasar de un estado a otro y que la simbolizaran, habiendo definido los estados posibles del juego planteado y de dibujar dos de estos estados posibles.

(Ejemplo: Los posibles estados en los que se puede encontrar el volante de una máquina son:

- i) define un movimiento para pasar el estado inicial al final y simbolízalo.



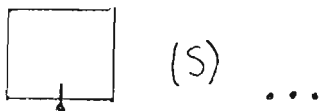
De esta manera se definían todos los movimientos posibles.

((En los casos en que veía que sería difícil definir el cambio, se daba un estado que definía el cambio y se pedía dibujar el estado final:

Para dar medio giro a la balanca se aprieta el botón (T), dibuja el estado en que queda el volante al apretarlo:



Para dar media vuelta al volante y medio giro a la balanca se aprieta el botón S, dibuja el estado en que queda el volante)).



- 2) Se dibujaban 3 estados y se pedía:

- i) que indicaran los movimientos que era necesario combinar para pasar el estado inicial al final.
- ii) que indicaran el movimiento que haría pasar directamente del estado inicial al final.

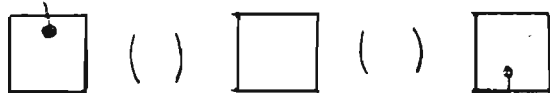
- 3) Se dibujaban el estado inicial y el final, dejando espacio para uno intermedio y se pedía:

- i) que combinaran dos movimientos y dibujaran el estado del medio.
- ii) que indicaran cuál era el movimiento que pasaría directo--

mente del estado inicial al final.

- iii) que de un lado de la igualdad pusieran los símbolos de los 2 movimientos combinados y del otro, el movimiento equivalente.

(Ejemplo:



- i) combina 2 movimientos y dibuja el del medio.
- ii) indica que movimiento permite pasar directamente del estado inicial al final.
- iii) de un lado de la igualdad escribe los símbolos de los movimientos combinados y del otro el movimiento equivalente a esa combinación: (.) =)

4) Completar la tabla de combinaciones.

(Ejemplo: Dentro de cada cuadro indica el movimiento equivalente a la combinación de los 2 que corresponden al cuadro.

. NMSF
N
M
S
P

Observaciones y conclusiones sobre las prácticas planteadas en esta primera forma.

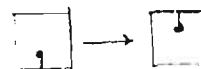
- a) Fue un error dilucidar los estados para que ellos definieran los movimientos, pues generaba discusión innecesaria para definirlos.

- b) Con excepción del inciso 3, se restringió la actividad libre de los alumnos y como consecuencia:

- Muchos confundieron los estados con los movimientos. El movimiento:



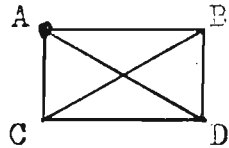
lo definían como un movimiento diferente de



(Para ellos, la definición de un movimiento dependía mucho de los estados usados).

- c) Me di cuenta de que el problema estaba en haberme saltado la construcción de una abstracción, se estaba trabajando con clases de movimientos sin haber tenido actividades de clasificación de movimientos.

Ejemplo:

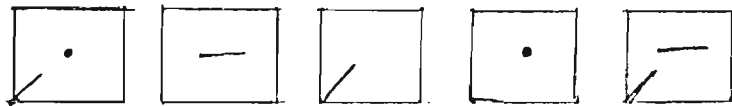


los 24 movimientos posibles del punto sobre las diferentes líneas del rectángulo podrían clasificarse en 4 clases de movimiento).

Un conjunto de actividades de clasificación de movimientos sobre situaciones semejantes (aplicando la variabilidad percentual) llevaría a concluir que las transformaciones pueden ser clasificables de tal manera, que sean independientes de sus estados de referencia. Esta conclusión sería además operativa, pues tendrían la actitud y estarían capacitados para hacer tales clasificaciones en situaciones semejantes.

En un segundo ciclo las clases de elementos serían los elementos a clasificar bajo la operación de combinación. (Clases de movimientos por ejemplo).

- d) Intuí, no explícitamente, que el proceso de abstracción consistía no en la clasificación de objetos con rasgos perceptualmente comunes; así, la clasificación del conjunto de cuadros:



en cuadros con diagonal, en cuadros con punto, etc., no constituían abstracciones; la abstracción se realizaba clasificando objetos de acuerdo a transformaciones, donde los objetos a clasificar podían (?) (son?) ser las transformaciones mismas. ((Ejemplo: Identificación de las operaciones de unión intersección etc.))

- e) Identifiqué que en el proceso de abstracción, la manipulación de los elementos a clasificar se daba tomando inicialmente a -- a estados o subestados de referencia que sirvieran como instrumentos de verificación. ((Ejemplo: Al trabajar en la combinación de los elementos; no mover el punto, mover el lado largo, mover el lado corto, mover por la diagonal y al querer saber -- que resulta de la combinación de L.C se puede servir del sub-- estado de referencia.

y de los estados de referencia: mover por el lado AB, mover por el lado BD y mover por la diagonal AD.))

f) Vi la necesidad de describir la condición dinámica más ampliamente, en vez de solo enunciar que la construcción precede al análisis; era necesario establecer que la abstracción de las propiedades de un conjunto de elementos, bajo un tipo de transformación requería haber construido o abstraído también un significado para dichos elementos, y así sucesivamente hasta llegar a elementos primitivos físicos codificados por actividades seonsomotrices.

g) Dienes hablaba en su libro "The Power of Mathematics" de la necesidad de una actividad de práctica sobre elementos presentados en forma desconectada, para ambientarse y menciona que dicha actividad hasta puede parecer una en la que se pierde el tiempo. Entendí esta actividad de práctica, como una etapa previa en la que se construyen estados y subestados de referencia. Esta actividad de práctica debía de ser libre (en el sentido de que el sujeto no tuviera restricciones, o un camino rígido para resolver una situación problemática), para que el individuo clasificara los objetos, de acuerdo a abstracciones ya construídas previamente (después adoptaría el término de Dienes: transferencia), y las usara como estados y subestados de referencia, para efectuar otras clasificaciones.

h) Fué un error empezar las prácticas con grupos de dos elementos, estos no presentaban ninguna dificultad y su sistematización les parecía innecesaria y aburrida.

(Posteriormente, esta experiencia me llevaría a cuestionarme sobre cuáles son las condiciones que motivan a sistematizar la transformación de situaciones problemáticas; ya intuía que una condición fundamental sería la relación de las situaciones problemáticas, planteadas en aprendizaje con las que cotidianamente se enfrentara el sujeto; si el sujeto estuviera en un ambiente de trabajo de operación de máquinas, por ejemplo tal vez le hubiera resultado interesante el problema de sistematización -

de los movimientos del volante; también intuía como condición del aprendizaje que debería haber una relación directa entre la amplitud de elementos y transformaciones de la situación -- problemática con el grado de motivación del sujeto para sistematizar la situación.

- i) También me dí cuenta, de que no había sido conveniente empezar con implementaciones de cambios de características, en vez de partir con juegos de movimientos, cuya transformación era más perceptual y de esta manera, la imaginación ayudaría mas a acelerar la conceptualización de la estructura de grupo.
- j) Me dió la impresión de que la proposición de simbolizar desde un principio fué un factor de estancamiento de la actividad -- de los sujetos (varios contestaron las prácticas hasta donde -- empezaba a perderse la simbolización).
- k) El subinciso 3-ii) resultaba innecesario, demasiado conductista, estoy seguro que los alumnos hubieran podido contestar directamente el subinciso iii).
- l) A pesar de los errores cometidos me sostuve, en pensar que sí era más efectivo ambientar a los alumnos con la implementación dada, es decir, introduciéndolos directamente al material de -- estudio, con actividades (a diferencia de la parte ilustrativa, que aplica Dienes en las prácticas de su libro sobre transformaciones para ambientar al sujeto); y de esta manera resultaría una ambientación activa y libre que haría más segura la -- actividad de resolución de situaciones problemáticas posteriores.

Segunda forma de presentación de las prácticas.

(Aplicada a dos prácticas)

Esta forma difirió fundamentalmente de la primera en el primer inciso, en el que ahora, se definían los estados del juego y sus reglas de cambio, para que escogieran uno de esos estados y aplicaran cada una de las reglas de movimiento. Así, se afianzaría la idea de que los estados no eran importantes mas que como estados -- de referencia, y tomarían como objetivo de conocer efecto de la

aplicación de las diferentes reglas y de combinarlas. El planteamiento de este primer inciso, estaba en condición de que el sujeto tuviera libertad para seleccionar sus estados y subestados de referencia y sin dirección alguna para hacerse los planteamientos que necesitara para proseguir en la resolución de las siguientes situaciones problemáticas.

Se eliminó la segunda pregunta, por suponer que los estudiantes ya entendían el objetivo final de la práctica, que tenían mas o menos claro que se trataba de efectuar combinaciones con las reglas de cambio.

Seis prácticas después, se añadió una quinta pregunta para ver si los alumnos eran capaces de hacer generalizaciones sobre los tipos de situaciones a las que se podía aplicar el concepto de grupo y/o generalizar sobre el número de elementos y condiciones bajo las cuales pueden constituir un grupo.

(Ejemplo: los estados del juego son:

Las reglas de movimiento son:



- no mover - - - - - (O)
- mover una vez en el sentido del reloj - - - - - (U)
- mover una vez en el sentido contrario del reloj - - - (D)

- 1) Escoger un estado y sobre ello efectuar cada una de las reglas de movimiento.
- 2) i) Escoger un estado y aplicarle dos reglas de movimiento sucesivamente.
ii) De un lado de la igualdad escribe las dos reglas combinadas y del otro lado la regla que lleva directamente del estado inicial al final (.)=
- 3) Completa la siguiente tabla.

. OUD
O
U
D

- 4) Inventa un juego diferente de los estudiados, de tal manera que de la combinación de dos reglas resulte una regla de juego.
- 5) Utiliza un juego de los estudiados y aumentale el número de e-

lementos, de tal manera que se siga cumpliendo el hecho de que la combinación de 2 de ellos siempre resulte un elemento del juego.

Observaciones y conclusiones sobre las prácticas presentadas en la segunda forma.

a) Solo 12 de 60 estudiantes inventaron juegos que formaban un grupo.

Cuando se integraron estas prácticas, ya había trabajado el grupo cíclico de tres elementos y el grupo de Klein.

La mayoría inventó juegos de movimientos que no cumplían con la propiedad del elemento neutro y a veces con la del elemento inverso en forma incompleta.

En muchos casos, sus reglas no eran clases de movimientos, sino simplemente movimientos (levantar, bajar, no hacer nada; llenar, vaciar; etc.).

Generalización de tipos de implementaciones.

Cuatro estudiantes hicieron una extensión sobre implementaciones del grupo de dos elementos y éstos fueron variaciones mínimas sobre la implementación de dar media vuelta y vuelta completa, lo aplicaron:

- 1) A un cajetilla de cerillos para ponerle etiqueta.
- 2) A un libro.

(Estos dos, los quisieron meter en el contexto de una fábrica; el primero, con una máquina "automática" y el segundo, con una máquina acomodadora de libros para empaquetar).

- 3) Sobre la implementación de accionar un interruptor de luz una persona lo aplicó sobre una batidora a la que se encontraba un botón.

(Estas 3 personas eran de la ciudad de Oaxaca)

El cuarto era un estudiante de Teotitlán del Valle, Oax.

(noble de señalero):

"Un agricultor tiene acostumbrado a sus bueyes a que dando les un berrío dan media vuelta a la derecha y se siguen --

hasta el final de la parcela" No hizo ninguna tabla ni -- combinó movimientos.

Solo una persona hizo una extensión sobre el tipo de implementaciones de 3 elementos, una estudiante de la ciudad:

"Una muñeca puede subir sus brazos desde abajo a los ojos, si se oprime el botón una vez, y los cruza al oprimir el -- botón dos veces y cuando estan cruzados, los baja al oprimir el botón una vez más."

Dibujó los tres estados y completo una tabla.

Generalización sobre el número de elementos que componen un grupo.

Siete personas generalizaron el grupo cíclico de tres elementos de 4 y a 5 elementos. (Una de ellas fue la de la muñeca). Utilizaron la implementación del de tres elementos.

(Dos personas hicieron una pequeña variación en la implementación: sobre el triángulo y seccionando el círculo)

Sus reglas fueron definidas en la misma forma que las del de tres elementos.

Generalización sobre los elementos y el tipo de implementación.

La siguiente generalización fué presentada por un maestro de danza: "En este juego, una persona se puede mover sobre tres puntos señalados en un tablero". Las reglas de movimiento son:

- No moverse.
- Dar media vuelta sin cambiar de lugar.
- Hacer un cambio de lugar en el sentido de las manecillas -- del reloj.
- Hacer un cambio de lugar con media vuelta.
- Hacer dos cambios de lugar.
- Hacer dos cambios de lugar con media vuelta.

Hizo una tabla completa de un juego.

Esta generalización fué única en su tipo, corresponde a la unión de dos grupos: uno de orden dos y otro de orden tres. No se había presentado ninguna práctica en la que se unieran dos grupos.

b) Las prácticas en esta forma, generaron actividad y discusión, se tardaban mucho en combinar los elementos de un juego, se les propuso usar objetos para hacerlo más rápido, pero se resistían preferían dibujar los estados y así tener presente cada uno de ellos.

Intérpreto el hecho de que, en los juegos que no cumplían con todas las propiedades de grupo, existía una tendencia a ponerle un movimiento neutro y algunos inversos como una conceptualización de la estructura de grupo de ciertos sistemas finitos. La poca tendencia para efectuar combinaciones libremente y por la relación entre la posición social y el tipo de implementaciones que hicieron los alumnos me llevó a intuir que existía una fuerte relación entre el grado de sistematización del medio que rodea al sujeto y su interés y capacidad para formar sistemas con estructuras de grupo.

Fundamentalmente, analizando el caso del maestro de danza me llevó a concluir que existe una relación entre el tipo de situaciones que un sujeto puede sistematizar mediante modelos y el tipo de actividad que realiza. (La teoría es una guía para la práctica, el intento de construcción de una teoría que no esté dirigida a servir como guía para las actividades que realiza el sujeto no motiva, se dificulta y se torna enajenante).

Tercera y cuarta forma de presentación de las prácticas. Observaciones y conclusiones.

Esta se aplicó para la identificación de las diferentes propiedades de grupo y de sus propiedades contrarias. Se mezclaron sobre todo al final, actividades de tipo constructivo y de tipo analítico.

Las prácticas consistían de tres partes:

- 1) Construcción de las tablas de varios sistemas finitos.
- 2) Identificación de algún tipo de propiedad.
- 3) Análisis de las tablas de los sistemas construidos, bajo el punto de vista de algunas o todas las propiedades de grupo.

El método usado para identificar la propiedad del elemento neutro

fué contrastar sistemas con estructuras de grupos con sistemas con estructuras de no grupos, de diferente orden.

De los juegos que se les daban para construir sus tablas de combinación de elementos, unos juegos carecían de este elemento o tenían un elemento inverso al de la propiedad del neutro (Por ejemplo con los conjuntos A,B,C, donde $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = C$, hacer su tabla bajo la operación de unión: $C \cup A = C \cup B = C$ y compararla con otro juego con elemento neutro).

Para que identificaran esta propiedad, se les pedía que compararan juegos distintos para determinar sus semejanzas y diferencias.

Observaciones.

La mayoría estableció comparaciones entre las implementaciones de los juegos pero no entre sus estructuras. Esto no lo interpreté como una prueba de que no habían construido o al menos intuido el concepto de elemento neutro, pues muchos si lo habían utilizado en la invención de juegos.

Al no conocer otra forma de llevarlos a construir este concepto se los definí.

(Posteriormente, cuando en otras prácticas se les llegó a pedir que formaran subgrupos, se dieron cuenta realmente del significado de este concepto).

Para identificar la propiedad de cerradura se usó el mismo método que el usado para el elemento neutro (por contraste) y se tuvo el mismo resultado negativo. Parece que no encontraban puntos de referencia para hacer el análisis; el planteamiento problemático estuvo muy abajo del objetivo: "Compara los juegos y determina sus semejanzas y diferencias". (Esto correspondió a mi idea de que la sola petición de comparar lleva a la abstracción y no era cierto, esto no motivaba la abstracción.)

Para evitar los fracasos anteriores, el método para llevar a identificar las propiedades del elemento inverso, la asociatividad, la conmutatividad, se plantearon problemas de tipo analítico sobre cada tipo de juego y después, se propuso comparar estructuras contrastantes a través de ecuaciones (Primeros intento intuitivos

de motivar la abstracción por análisis).

(En la página 107 se encuentra un ejemplo de una práctica implementada con un juego de fichas apareables, para contrastar su propiedad⁹ asociativa con otro juego con la propiedad asociativa, esta práctica tuvo también los siguientes incisos:

3) Completar las ecuaciones:

$$(U.U). (D.U) =$$

$$U. (U.D).U =$$

4) Escoge tres elementos cualesquiera y asócialos de dos maneras diferentes y encuentra su resultado en cada caso.

5) Corrige el error de las siguientes ecuaciones:

$$U.(U.D). U = U$$

$$U.U.D.D = D$$

6) Compara las ecuaciones del ejercicio 4 de este juego con las ecuaciones del ejercicio 4 de los otros juegos e identifica si son juegos semejantes o no y explica el por qué.

7) Información sobre el nombre de la propiedad trabajada.

Esta implementación (descrita en la página) se trató de hacer mas compleja, suponiendo que la falta de complejidad era lo que estaba impidiendo la conceptualización de la propiedad no asociativa; se extendió dicho sistema al mismo juego pero con 4 y 5 elementos.

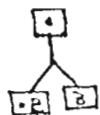
No me di cuenta que el problema radicaba en que esta propiedad no se identificaba por ser nueva y estar demasiado asociada al juego como para descubrirla.

Yo esperaba que esta propiedad la compararan (mentalmente) con -- sus experiencias en la resta de números y conjuntos y que de ahí abstrajeran la propiedad.

Con respecto a la resta de números, me di cuenta que la sucesión de restas no se acostumbra representar su asociación mediante -- paréntesis, sino que esta ya está convencionalmente asociada y el sujeto lo desconoce (cuando al sujeto se le presenta la expresión $a-b-c$ lee $(a-b)-c$ y no se le ocurre que podría asociarse como $a-(b-c)$ y tampoco que esto tendría diferente valor.) Tuvieron una

gran tendencia a confundir la no asociatividad del juego, con la conmutatividad. En algo ayudó la implementación en operaciones con conjuntos, pero como esto se realizó mediante dibujos, no le veían mucha semejanza con el juego pues este era también no conmutativo. Según parece hubiera sido necesario tener otra implementación de un sistema conmutativo no asociativo y en esta forma menos asociada (más abstracta) contrastar con sistemas no asociativos y no conmutativos.

Solo encontré una implementación adecuada para estudiar sistemas asociativos no conmutativos y fué una variación mas perceptual -- que la del grupo de rotaciones y simetría de un triángulo equilátero.



Sus reglas fueron:	Intercambiar cuadros con letra:	I
	Intercambiar cuadros con punto:	P
	Intercambiar cuadros disjuntos:	D
	Rotar en el sentido de las manecillas:	$R^{\rightarrow}$
	Rotar en el sentido contrario de las manecillas:	$R^{\leftarrow}$
	No cambiar nada:	N.

Este mismo tipo de presentación de la práctica para la identificación de la asociatividad se aplicó para estudiar la conmutatividad y el elemento inverso, con sus respectivas modificaciones.

(Ejemplo: 4) Escoje dos elementos que al combinarlos con U resulte el elemento U. etc.).

Estas prácticas se modificaron en una cuarta forma, dado un conjunto de juegos con sus tablas de combinación:

- 1) Indicar que juegos se pueden expresar como una parte de otro.
- 2) Formar subjuegos que tengan todas las propiedades del juego en el que estan incluidos.

Estas prácticas se implementaron con grupos de 2 elementos, de Klein, de 2×3 y cíclicos de 6 elementos.

Resultados y conclusiones de la tercera y cuarta forma.

a) Llegaron a identificar en casos concretos si se cumplía o no --
 , con una cierta propiedad, pero no tenían criterio lógico para
 determinar si una estructura cumplía o no con una propiedad --
 dada (hacían generalización sobre todos elementos; si por ejem
 plo en un juego, uno de sus elementos tenía inverso, indicaban
 que todo el juego cumplía con la propiedad del elemento inver-
 so).

b) Fundamentalmente, su interés estuvo unicamente centrado en la
 construcción de tablas.

Las demás partes de las prácticas las contestaban a medias.
 Para solucionar este problema, cometí el error de repetir una
 misma pregunta en varias prácticas esperando que llegaran a --
 contestarlas y el resultado fué un hastío mayor sobre ellas, --
 simplemente no les interesaba identificar las propiedades de --
 los elementos.

Transformé el enunciado de que la capacidad para operar sobre
 un conjunto de elementos no implicaba poder describirlos ex--
 plicitamente, añadiéndole que "para que el sujeto pueda descri
 bir explícitamente sus elementos es necesario que las situacio
 nes problemáticas sobre las que operan, impliquen la necesidad
 de esta descripción. En este caso, ellos no veían ninguna ra--
 zón de peso para tener que identificar todas las propiedades --
 de los elementos. ((Esta fué la primera intuición de que el --
 análisis motiva la abstracción)).

((Durante este análisis no reconocí todavía que había ignorado
 la diferencia de nivel de abstracción de los conceptos de: sis
 tema matemático, propiedades aisladas y estructura de un siste
 ma dado)).

c) En este tipo de prácticas, los que intentaron formar subgrupos
 a partir de uno dado, se dieron cuenta de la existencia del é
 lemento neutro y del elemento inverso, aunque estos no pudie--
 ron formar subgrupos, salvo el caso de los grupos de Klein. ---
 (Los mismos pocos que antes habían logrado hacer generalizacio
 nes sobre grupos).

Me expliqué estas 3 observaciones, viendo que se estaba tratan

do de llevar a una actividad en la que los elementos de ésta -- ya no eran reglas de movimiento, ni su operación la combina--- ción de reglas (sino que eran ya estados de referencia), que -- los elementos eran ahora las estructuras de los sistemas mate--- máticos y su operación la formación de otras estructuras y sub--- estructuras y que este intento se hizo cuando todavía ni siguie--- ra podían cerrar el ciclo de aprendizaje anterior (Operativi--- dad sobre los elementos de un juego).

Los que intentaron formar subgrupos e identificaron las propieda--- des del elemento neutro y del elemento inverso, no lo hicieron -- por una actividad constructiva sino analítica (Segun Dienes, por análisis reflexivos y análisis progresivos) en la que realizaban una disección de los sistemas matemáticos para formar otros nue--- vos (análisis progresivo (?)).

Bajo esta consideración, la actividad analítica llevaba hacia la construcción de nuevos elementos y nuevas operaciones (formación de sistemas y subsistemas matemáticos con ciertas característi--- cas).

Entonces, el principio de que la construcción precede al análisis debería ser enunciado en una forma mas amplia y explícita.

3) Aplicación de los conceptos de propiedades de un sistema mate--- mático al análisis de los números enteros.

El objetivo del estudio de los sistemas matemáticos, fué el poder aplicar los conceptos de sus propiedades a la manipulación de los términos de una ecuación (como $-2.x + b = -d$), para lo cual tendrían que dominar el concepto de unicidad (si $a=b, c=d$, entonces $-a \oplus c = b \oplus d$), el concepto de elemento inverso y la equivalencia en tre resta y suma de escalares.

Durante el estudio de las propiedades de grupo se intentó cons--- truir el concepto de unicidad para aplicarlo juntamente con el --- concepto del elemento inverso para despejar ecuaciones, pero esto nunca fué posible pues no veían la necesidad de despejar formal--- mente (Si se ponía una ecuación del tipo $X.B = C$, veían directamen--- te en su tabla quién debía ser X; si se les daba una ecuación del

tipo $X.B = X.X.C$, asociaban mentalmente: $X.B = X.(X.C)$, eliminaban mentalmente las X sobrantes y llegaban a una ecuación del tipo $B = X.C$ cuya solución era directa, sin necesidad de despejar; no encontré ningún sistema matemático que no fuera asociativo y que tuviera algunos inversos, si utilizaba la resta - que es no asociativa y no conmutativa - lo resolverían mecánicamente sin aplicar el despeje. Hasta entonces me di cuenta que cuando los alumnos tenían una dificultad para resolver una ecuación sobre los reales, esta se debía también a la existencia de 2 tipos de operación y - que por ello no era posible llegar a esta meta por la sola construcción del concepto de estructura de un sistema matemático con un solo tipo de operación.

Entonces decidí dejar para después la construcción del concepto de unicidad y avocarme primero a llevarlos a establecer la equivalencia entre la suma y la resta de escalares.

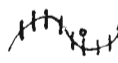
Descripción de las prácticas.

Se hizo una práctica en la que había que completar dos tablas, -- una de operación de resta y otra de operación de suma, sus elementos eran números enteros, constituyendo dos sistemas infinitos.

+ 0 1 2 3 . . . -1 -2 -3	- 0 1 2 3 . . . -1 -2 -3
0	0
1	1
2	2
3	3
.	.
.	.
.	.
-1	-1
-2	-2
-3	-3

Después de completar las tablas, se pedía que establecieran equivalencias entre ecuaciones de los dos sistemas ($-1+(-2)=$; $-2 - (-3) =$).

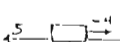
Muchos no contestaron la tabla completa de restas y lo curioso es que sí contestaban las preguntas de equivalencias, solo que no escribían ahí la expresión equivalente bajo la suma, sino el resultado numérico (a pesar de haberles insistido en que esto no era lo que se les pedía). Ante su insistencia por escribir únicamente el valor numérico de las expresiones, los interrogué para saber cómo le hacían para resolverlas y su contestación invariante fué: "menos y menos da más maestro". con certeza, diría que si en vez de pedirles completar las tablas les hubiera pedido primero evaluar expresiones, hubieran puesto paréntesis a los elementos de la tabla de resta y la hubieran completado.

Ante este fracaso, decidí repetir la misma práctica pero con implementaciones. (El estado de referencia fué una línea abierta segmentada  1 "quería decir mover el punto una unidad hacia la izquierda y "-1" mover el punto una unidad hacia la derecha, el signo "+" representaba una operación de combinación de las reglas de movimiento, "-" representaba la operación de invertir la segunda regla de movimiento que se combinaba.

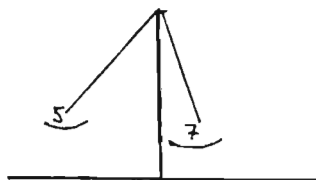
Se les pidió nuevamente establecer equivalencias entre expresiones del primer sistema y el segundo y se les plantearon problemas para identificar la no asociatividad y no conmutatividad de la resta).

Tuvo resultados mejores, de menos la mayoría completó las tablas. Para que el concepto de resta no quedara asociado a esta implementación se les plantearon otras implementaciones con los mismos objetivos. Se implementaron la resta y la suma en modelos de situaciones físicas: problemas sobre movimiento resultante de un objeto al aplicarle fuerzas colineales opuestas, y problemas sobre equilibrio de balanzas.

Estas prácticas tuvieron la característica de que sus problemas ofrecían dos alternativas de resolución: aplicar la suma o la resta.

(Ejemplos: Dado  ¿qué se puede hacer para que el objeto no se traslade?

Dado :



¿qué se puede hacer para que la balanza se equilibre?)

Para introducirlos en la simbolización de estas situaciones, probé la aplicación de la actividad interpretativa.

(Dibuja el estado de la balanza con sus elementos, si se tiene $((9) + (-7))$: (donde (9) es el platillo izquierdo y (-7) el derecho).

Dibuja el estado inicial e indica lo que se hizo en ello para llegar al estado $(6) + (-9 - (-3))$.

Se tuvo que interpretarles que el signo más que estaba entre los platillos servía para analizar directamente el estado resultante en la balanza .

Después de esta interpretación, sí resolvieron los problemas de simbolización de situaciones; llegaron a hacer resoluciones en las que primero manipulaban simbólicamente y después comprobaban mediante dibujos.

Estas prácticas crearon algo de interés y discusión, algunas personas (cuatro) llegaron a operar con iniciativa propia sobre las situaciones planteadas. (Para balancear : $(4) + (-2 + (-5))$ uno escribió: $(2 + 4) + (-2 - (-1) + (-5))$).

Ante estas iniciativas se me ocurrió llevarlos al análisis de la propiedad distributiva .(Balancear : $(2 + 3) + (-2 + (-5) - (-4 + (-1)))$, donde la resta significa quitar elementos del platillo.

La mayoría dejó a un lado las proposiciones de análisis; se les dió una práctica en la que se les pedía analizar la no asociatividad de la resta y la propiedad distributiva de la resta sobre la

suma. Esta práctica tuvo un efecto negativo, creo confusión y acabó con el interés que se había generado, sólo unas cuantas personas (los mas avanzados) pudieron concluir las. (Posteriormente, -- leería en el libro "An experimental study of mathematics learning", que cuando se introduce un nuevo tipo de situación, antes de haber operado plenamente sobre las otras, produce un efecto regresivo en la actividad del sujeto.

La reacción fué tal que me ví obligado a ilustrar dichas propiedades, a enunciarlas formalmente y a proponer hacer ejercicios repetitivos sobre la aplicación de estas propiedades e identidades de la suma y resta algebraica. En el exámen final muchos confundieron estas dos propiedades.

Estudio de la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma.

Este estudio estuvo implementado en tres tipos de situaciones: colecciones de objetos, cuadrados y tiras unitarias y una balanza con ganchos pegados en cada unidad de distancia de sus 2 brazos. (Material propuesto por Dienes en su libro "The power of Mathematics").

Las actividades propuestas estaban encaminadas a simbolizar expresiones factoriales en forma de binomios.

(Ejemplo:

- 1) Forma un conjunto de objetos agrupados de tal manera que haya tantas colecciones como objetos en cada colección, agrega o--- tras cuatro colecciones con el mismo número de objetos y cuatro objetos sueltos; agrúpalos nuevamente, de tal manera que -- otra vez haya tantas colecciones como objetos en cada coloc--- ción. ¿cuántos objetos más hay en cada colección? Si escoges -- otro número inicial de objetos y repites el mismo proceso ¿cuán--- tos objetos más hay en cada colección?
- 2) Toma un cuadrado de cualquier tamaño, 6 tiras del mismo largo que el cuadrado y 8 cuadros unitarios y forma un rectángulo -- con todos estos objetos. ¿cuántas unidades aumentó el cuadrado de ancho y de largo?
Prueba si aumenta lo mismo de ancho y de largo si escoges un -- cuadrado de otro tamaño.

- 3) De un lado de la balanza, coloca tantas pesas como el número del gancho (distancia al centro) te lo indique, otras 3 pesas en el gancho dos y 9 en el gancho uno, del otro lado coloca -- las pesas necesarias en un solo gancho (que no sea el primero), de tal manera que se equilibre la balanza ¿a cuántas unidades más de distancia se encuentra con respecto al primer gancho -- del otro lado? ¿cuántas pesas más se usaron con respecto al -- primer gancho del otro lado?)

Los problemas de áreas los resolvieron manualmente, los problemas implementados en colecciones y balanceo lo resolvieron simbólicamente y comprobando con evaluaciones concretas.

Supuse que la identidad de estos productos binomiales podían sacarla por problemas de interpretación y resolución simbólica ---- (¿cuántas unidades hay que sumar en cada paréntesis para que:
 $((x \quad) \cdot (x \quad) = x^2 + 6x + 8 \quad)$

Observaciones y conclusiones.

- a) La interpretación simbólica (del último párrafo) no la hicieron en términos de ninguna de las implementaciones dadas. Las explicaciones a este resultado fueron:

- su resolución implicaba una actividad analítica y no constructiva.
- debería haber habido un paso intermedio de simbolización --- (mas tarde leería en "An experimental study of mathematic learning" de Dienes, que el proceso de abstracción se lograba mediante traducciones isomórficas-pedagógicamente hablando entre las diferentes implementaciones trabajadas. (expresar la resolución de un problema de la balanza en términos de áreas o colecciones. Al analizar esto, coincide re que la simbolización era un proceso simultáneo al proceso de abstracción y que la interpretación simbólica era -- una actividad ligada a la actividad analítica. (Primer reconocimiento del proceso de simbolización como el proceso de abstracción y del proceso de interpretación como el proceso de análisis).

b) La simbolización de la identidad de la propiedad distributiva, se hubiera facilitado mas si se hubieran dado problemas intermedios de factorización (para $x^2 + 7x + 12$ plantear problemas de factorización en $X(X+3) + 4(x+3)$).

c) También el paso de la actividad sobre un tipo de implementación a otro debería haberse realizado hasta que ellos mismos se hubieran planteado situaciones problemáticas y encontrado su solución.

(Dienes propone en su libro "An experimental study of Mathematics Learning": que el paso apurado de una implementación a otra produce no la construcción de una abstracción, sino la extracción de una comunidad pictórica; en la que se consideran como relevantes ciertos aspectos perceptuales comunes a los tipos de implementación y que tambien lo contrario, la actividad prolongada sobre un tipo de implementación (haciendo generalizaciones y particularizaciones sobre ella) lleva a una asociación fuerte entre la estructura implementada y los rasgos irrelevantes de la implementación que impiden la abstracción de la estructura. No indica explícitamente bajo que condiciones se debe pasar de una implementación a otra.

Tal vez se podría explicar que la condición que lleva al estancamiento sobre un tipo de implementación, es la proposición de actividades netamente analíticas sin haber trabajado constructivamente sobre otras. ((Por ejemplo: proponer la actividad de encontrar el número de objetos que hay que añadir a un conjunto de colecciones para que los objetos se puedan agrupar en tantas colecciones como objetos en cada colección, cuando todavía no han trabajado sobre areas o sobre la balanza)) y tal vez la condición que puede llevar a la extracción de una comunidad pictórica es el pasar de una implementación a otra, cuando el sujeto todavía no es capaz de plantearse situaciones problemáticas sobre este tipo de implementación y resolverlas.

d) Ya no hubo tiempo para actividades de particularización ni de generalización sobre el sistema simbólico abstraído.

(factorizar $x^2 + 7x$, factorizar $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$)

- e) Solo llegaron a factorizar y efectuar productos binomiales simbólicamente.
- f) Los alumnos se quejaban de no verle a este tema ninguna aplicabilidad práctica.

El objetivo de este tema así como el de los anteriores, había sido generar capacidad operativa para resolver sistemas de ecuaciones; estas identidades se podrían haber inducido primero -- con el trabajo sobre ecuaciones para que de ahí surgiera, como una necesidad, la comprensión de la propiedad distributiva. -- Este problema de motivación me llevó a suponer que la mayoría de las situaciones problemáticas representables matematicamente son representables por sistemas de ecuaciones; que las ecuaciones estaban entonces, mas cerca de la actividad de transformación de situaciones reales que las identidades cuyos elementos no correspondían a modelos físicos sino a modelos de sistemas matemáticos.

Aunque en el curso anterior, no eran capaces de manipular los sistemas de ecuaciones por desconocer las propiedades de los números, al menos estaban un poco más motivados.

Generalicé la suposición diciendo que el grado de motivación para aprender un contenido depende directamente de la relación que éste contenido tenga con el tipo de elementos que el sujeto esté acostumbrado a manipular

Observaciones y conclusiones sobre la resolución de sistemas de ecuaciones.

Por lo desarrollado anteriormente, lo único que quedaba por construir era el principio de unicidad para poder manipular las ecuaciones.

Para construir el principio de unicidad se utilizaron las mismas implementaciones que las usadas para construir la propiedad distributiva y situaciones problemáticas semejantes a las usadas en el curso pasado.

Ejemplos de implementación:

- 1) Coloca un cierto número de pesas en el gancho número uno - de ambos lados de la balanza. La balanza también queda balanceada si de un lado se quitan dos pesas del gancho uno y se colocan 5 en un gancho determinado y del otro lado se ponen 10 pesas en el gancho uno y 3 pesas en ese mismo número de gancho determinado.

¿cuál debe ser ese número de gancho donde se deben colocar esas 5 pesas de un lado y 3 del otro para que se equilibre la balanza?

¿Qué se debe hacer del otro lado si se quitan esas 3 pesas del gancho determinado?

- 2) Si a un conjunto de ocho objetos se le quitan dos colecciones de un cierto número de objetos cada una se obtiene la misma cantidad que si a un conjunto de 3 colecciones de -- esas se le quitan 7 objetos ¿Cuántos objetos deben tener -- cada una de estas colecciones?

¿Qué se debe hacer al otro conjunto, si al primero se le -- añaden dos colecciones para que sigan teniendo la misma -- cantidad de objetos?

Esta vez, los sistemas de ecuaciones no se restringieron a ser de 2×2 . Para llevar a la simbolización de la transformación de ecuaciones, se volvió a cometer el error de pedir la interpretación de ecuaciones en términos de la balanza y de colecciones en vez de pedir primero expresar un problema de balanza, en términos de colecciones.

No obstante, el tiempo que se tomó para que llegaran a representar las implementaciones mediante ecuaciones fué mucho menor que en la simbolización de la identidad de un caso específico de la propiedad distributiva.

El objeto del estudio de las propiedades de grupo había sido motivado por la dificultad que tenían los estudiantes para resolver una ecuación como: $b - cx = a - x$, pues tenían la tendencia a transformarle en: $cx = a - x - b$; ahora, al pedir el despeje de una ecuación como ésta, ya no cometían el mismo error, les quedaría $b - a = cx - x$, $b - a = cx$, pero dudaban si en esta última forma "c" -

debería pasar restando, pues qx esta sumando, es decir no identificaban la relación entre q y x . Se les preguntó como le habían hecho para llegar a la ecuación $b-a=qx$ y no contestaban en términos de la propiedad de unicidad, ("Es que es lo mismo $b-a=qx$ que $b=qx+a$ "). Según parece, el problema para manipular las ecuaciones no dependía (dudo que hayan aplicado intencionalmente dicho concepto), sino de implementaciones tales, que permitieran su manipulación y que favoreciera su simbolización e hiciera posible establecer, una correspondencia entre la transformación de las ecuaciones y su significado en esas diferentes implementaciones.

Mi conclusión fué que se cometió un error al querer construir las propiedades de los números, a partir de implementaciones tan alejadas de aquellas a las que realmente se pueden aplicar mediante ecuaciones definidas sobre los números reales. (Al volver a revisar ésto, me dí cuenta que, si bien es cierto que el tipo de implementaciones es muy importante, la razón por la que no pudieron aplicar lo trabajado con juegos de sistemas matemáticos, fué por que de hecho nunca llegaron a abstraer dichas propiedades y por lo tanto, no las podían hacer operativas. Continué creyendo que esto no fué posible no solo por el tipo de implementaciones sino porque el nivel de abstracción que implica la noción de estructura está muy por encima de ser construido directamente por el estudio de la manipulación física de eventos, esto solo es posible hasta una fase en la que predomine más la manipulación simbólica, sin que sea muy problemática, para ellos, la traducción de situaciones concretas).

(+) (No tuve forma de identificar el grado de aplicabilidad tenido en este intento de llevar a identificar las propiedades de sistemas matemáticos abstractos, para aplicar dichas experiencias en la manipulación de los sistemas de ecuaciones).

(Descripción de experimentaciones adicionales y conclusiones).

(Durante estos tres años, me había estado preocupando por llevar a los sujetos a desarrollar la capacidad para resolver sistemas de ecuaciones, intuía que solo era posible construir el principio de la unicidad y la transitividad de la igualdad, por medio de la

traducción constante de la manipulación física a la manipulación simbólica, de esto resultaría la habilidad del sujeto para abstraer y aplicar dichos principios directamente en forma simbólica, por esta razón me había dedicado a intentar inventar implementaciones que permitieran esta doble manipulación y nunca me había preocupado por estudiar directamente la habilidad desarrollada por el sujeto antes del curso y comprobar si era realmente necesaria esa doble manipulación, por ello, en 1974 hice una serie de ejercicios simbólicos para comparar su avance antes y después de éstos.

Antes de los ejercicios se les pusieron problemas semejantes al siguiente:

- 1) evaluar la variable de la ecuación $a+12+13 = 13+12+7$ y explicar como le hicieron para encontrarlo.

Un 70% de los alumnos contestó que sumaba las cantidades de ambos lados y "lo que faltaba era el valor de a" ($a+25 = 32$) - los alumnos restantes si cancelaron.

Al final del curso se les preguntó en un examen:

- 1) Decir si las siguientes ecuaciones son equivalentes y explicar por qué:

$$a+4 = 2 \quad \longleftrightarrow \quad a+4-3 = 2+3$$

$$a+4 = 2 \quad \longleftrightarrow \quad a+7-b = 2-b$$

65% de los alumnos contestó equivocadamente.

En el mismo examen se les pusieron problemas sobre transitividad (que se supone ya la habían estado aplicando como método de resolución de sistemas de 2 ecuaciones con 2 variables):

- 2) Dadas las siguientes ecuaciones, formar otras cuatro diferentes y tratar de encontrar los valores de a y b.

$$p = 2.a + b; \quad w = a + b + 7; \quad p = 9.2, \quad w = 9.2$$

La mayoría usó como ecuaciones

$w = p$, $w = 2a + b$, $p = a + b + 7$ y solo un 10% estableció la igualdad $2a + b = a + b + 7$ y resolvió mecánicamente el problema para encontrar el valor de a y un 9% llegó a determinar el valor de b.

Esto no puede constituir una prueba, pero para mí tuvo un gran va-

lor indicativo, pues la capacidad que apliqué para buscar implemen-
taciones y diseñar el curso, fué la misma o mejor (por ser poste-
rior) cuando solo diseñé este curso para desarrollarlo por pura ma-
nipulación simbólica y en el primer tipo de curso no me habían
dado resultados tan bajos como en el puramente simbólico.

Durante el curso, estuvo de visita el investigador Layman E. Allen,
de la Universidad de Michigan, autor de unos juegos didácticos so-
bre lógica matemática, conjuntos y algebra de los número reales,
(mismos que se intentaron aplicar en el Colegio de Ciencias y Hu-
manidades de Naucalpan), aplicamos un juego introductorio de lógi-
ca con unos grupos de 3er. grado de primaria y de 1er. año de pre-
paratoria.

La estructura de los juegos es la siguiente:

Los elementos y operaciones estan grabados sobre unos dados con -
los cuales se pueden formar expresiones y otros dados con los cua-
les se fija la meta (en conjuntos, la meta es formar un conjunto
con un cierto número de elementos, en lógica una proposición re--
sultante y en algebra un valor determinado.).

El juego consiste, en que una vez lanzados los dados (de elementos
y operaciones), cada jugador en particular piensa en una expresión
que se pueda formar con los recursos dados y que sea equivalente -
al valor fijado como meta; para esto, en el turno de cada jugador,
éste prohíbe, obliga o permite el uso de un dado (elemento u ope-
ración) en la formación de la expresión que dé el valor fijado co-
mo meta. El ganador es aquel que declare y compruebe que la prohi-
bición u obligación del uso de un dado impide la formación de la
expresión o que la expresión se puede formar con un dado más de -
los recursos; éste gana 2 puntos y los que lo apoyen mostrando --
sus expresiones (válidas) ganan uno.

Lo notorio es que los estudiantes de primaria cantaban más rápido
y tenían mas originalidad sobre el juego que los de preparatoria -
(quienes después de la experiencia de un juego, que se transforma-
ba en un ambiente tenso, no volvían a interesarse por jugar otro).

Con respecto al juego introductorio de lógica (descrito en el de-
sarrollo del modelo de 1971) los niños eran mas rápidos para for-

mar proposiciones compuestas de más de 10 simples y para determinar cuál era el número de conectivos necesarios para formar una proposición compuesta de un cierto número de proposiciones simples. A los niños se les presentaron las proposiciones como "bufas" (representadas por consonantes minúsculas) y los conectivos como letras mayúsculas; a diferencia de los niños, los estudiantes de preparatoria rechazaron esta presentación del juego desde el principio, se les tradujeron los términos (bufa: oración, conectivo; preposición y, o, si... entonces, equivale a) y también, a diferencia de los niños, querían mayor explicación de por qué los conectivos se escribían precediendo a las proposiciones- forma polaca. (Los estudiantes del C.C.H. habían aceptado mas fácilmente el juego, aún los de mas bajos recursos económicos.).

Los juegos de conjuntos y ecuaciones implicaban el conocimiento de las operaciones y la aplicación de sus propiedades (asociativa fundamentalmente) a nivel intuitivo, formulando combinaciones de operaciones y observando su resultado (actividad aleatoria de prueba y error).

Con niños solo se aplicó un juego de conjuntos en los que se nombraban cartas propicias para efectuar toda una variedad de operaciones para formar conjuntos de un tamaño previamente determinado. Se les pidió formar cuatro conjuntos utilizando el mayor número posible de operaciones (Layman E.Allen lo dirigió solo, no estuve presente).

Se aplicó el mismo juego con los alumnos de preparatoria, sus conjuntos resultaron cortos, de 12, 4 llegaron a formar uno o dos conjuntos con cuatro operadores, los demás llegaron hasta tres) y preguntaban frecuentemente para confirmar el significado.

También, en presencia de Layman E.Allen, 5 preparatorianos, que acostumbraban a asistir al taller de matemáticas, jugaron un juego con todas sus reglas. Llegaron a terminarlo y se mostraron muy cansados (el desarrollo fué tenso), sus conjuntos eran muy comunes (de una o dos operaciones) y no volvieron a jugar nuevamente.

Ignoro como jugarían este juego los de primaria y solo comparé los resultados del juego introductorio de lógica:

Supongo que los niños pudieron crear mas y más fácilmente que los preparatorianos porque:

- No necesitaron analizar el significado de los elementos del juego.
- Estaban más ambientados e interesados en actividades de juego.

La actividad de los niños era eminentemente constructiva; la de los preparatorianos mas analítica, al querer relacionar los elementos del juego con elementos de su actividad cotidiana (al decirles que las bufas eran ecuaciones y que las oraciones "p", "r" formaban una sola oración al escribir "p y r", no se motivaron de todos modos). Tal vez por esta misma última razón, los alumnos de preparatoria tuvieron poca operatividad sobre el juego de conjuntos.

Aplicué el juego de ecuaciones con otro grupo de preparatorianos (las ecuaciones versaron sobre enteros bajo la operación de suma y resta). La única base que tuve para comparar este juego con el de conjuntos, fué que en este último jugaron 3 partidas seguidas y en el otro una sola. A estas cinco personas se les puso un problema, formar una expresión con, 1,0,1,1,+,-,-, para que resulte 3. Solo una persona formó la expresión solución - - - - -
($1 - (0 - (1 + 1)) = 3$), este tipo de problemas se presentan comunmente en un juego; para poder ocurrírseles expresiones como la anterior, requerían del análisis y de haber construido las propiedades de los números y así, operar con mas soltura sobre ellos.

CONCLUSIONES GENERALES SOBRE EL MODELO DESARROLLADO EN 1973.

- a) La abstracción de un modelo general, es aplicable para la construcción de otros modelos particulares si es construido con el mismo tipo de implementaciones en las que los modelos particulares son aplicables, pues lo que motiva a un sujeto a tratar de abstraer un modelo, es la necesidad para transformar con mas eficiencia su realidad. (Las implementaciones que se usaron para la construcción de sistemas matemáticos no correspon-

dían al tipo de implementaciones a las que suele aplicarse el sistema de los números reales, sino que son un caso particular de aplicación de la que los estudiantes se encontraban muy distanciados.

- b) La abstracción de un modelo se realiza clasificando eventos -- (de conjuntos de situaciones semejantes) comunes respecto a un tipo de operación.
- c) El proceso de abstracción es un proceso de transformación progresivo, de clases de elementos, en elementos a clasificar bajo un nuevo tipo de transformación. De esta manera el proceso de clasificación de clases de elementos se sirve de los elementos y subelementos, como estados de referencia.
- d) La abstracción de un modelo, sólo es posible si es resultante de un proceso de clasificaciones desde una base de procesos -- de transformación de eventos de la realidad. (Mas tarde, se aclararía más esto, al conocer que existen procesos de transferencia de modelos, es decir, que puede darse la construcción de un modelo en la que el sujeto no forzosamente haya tenido que partir desde una base de procesos de transformación de eventos de la realidad, sino por la transferencia de modelos construidos desde sus bases a este otro modelo, por existir relaciones isomórficas entre sus partes (no en el sentido estrictamente matemático)).

(Este concepto es resultante de hacer una extrapolación sobre las experiencias de intentar construir el significado de las propiedades de los números reales a partir de la construcción del significado de las propiedades de un sistema matemático en general.

Si los alumnos hubieran construido el concepto de sistemas matemáticos, (bajo dos tipos de operación) y los significados de sus propiedades con implementaciones cercanas a ellos, quien sabe si hubieran podido aplicar mas este modelo en la manipulción de sistemas de ecuaciones, es muy improbable que el concepto de sistema matemático y mas aún, el de estructura de un sigtema, puedan salir de la reducida experimentación con sistemas de ecuaciones definidas en los reales y ésto es lo único imple

mentable (y muy difícil) en la realidad de los sujetos preparatorianos de Oaxaca.

- e) La construcción de un modelo operativo, no es factible si su nivel de abstracción (su clase de elementos y operaciones) es varios ciclos superior al nivel de las abstracciones ya construidas por el sujeto; más difícil aún, si la base (proceso real) sobre la que se intenta construir no corresponde a las actividades ni al medio del sujeto, pues a ese nivel, no se contaría con suficientes elementos para clasificar.
- f) La construcción de un modelo general para particularizarlo en otro sólo es posible si ambos se encuentran al mismo nivel de abstracción (es decir que el tipo de elementos de los modelos y sus propiedades no cambien, solo su número). (Me quedó la duda de si realmente, la aplicación del modelo sobre sistemas matemáticos al sistema de los reales, era una particularización, pues dudaba que estuvieran al mismo nivel de abstracción, a la mejor era de hecho una concreción al aplicar un sistema mas abstracto sobre uno mas concreto; los números serían un caso concreto de los elementos del sistema y la operación + un caso concreto de la operación de combinación de elementos). (lo que sí resultó ser una generalización es el paso de sistemas finitos a infinitos).

ESTUDIO TEMÁTICO ADICIONAL DE 1973, REVISADO EN 1975.

Conceptos sobre educación de Paulo Freire.

Durante este año estudié el libro "Educación e conscientização" de Paulo Freire.

El estudio de este libro me interesó en un principio, por su crítica del sistema de enseñanza como instrumento de la clase dominante para perpetuarse, controlando la acción y el pensamiento. (Para entonces consideré oportuno intentar estudiar aunque someramente, la relación entre sociedad y enseñanza).

Su proposición de transformar la educación enajenadora en la educación problematizadora, coincidía con lo que yo planteaba y obser-

vaba dentro del aprendizaje de las matemáticas:

Al plantear situaciones problemáticas a los estudiantes, éstos recurrían a sus propias experiencias para resolverlas y desarrollaban dos cosas: estrategia cognoscitiva y conocimiento, mientras - que los libros y métodos de enseñanza expositivos no sólo impedían el desarrollo de esa capacidad estratégica de los alumnos, sino - que tampoco lograban llevar a ningún conocimiento, pues el nivel al que los alumnos podían formular sus conceptos, era muy inferior al del usado en los libros. Es decir, también coincidía con Freire en que el aprendizaje debía partir desde la situación misma de los estudiantes.

En la práctica social tratamos de aplicar su método:

- a) Investigación Temática ("¿Qué es lo que piensa el pueblo - de su realidad?").
- b) Codificación temática (Apoyado en la tesis Mao que hay que recoger lo que el pueblo les da en forma desarticulada, para devolvérselas en forma organizada).
- c) La acción pedagógica mediante la problematización (devolución de los temas codificadores mediante, palabras, proyecciones de su realidad presentadas en forma cuestionadora).

¿POR QUE FRACASO EL METODO?

Freire proponía liberar mediante la palabra. Lo que según él había que cambiar era la estructura cultural que enajenaba y nos dejó caer en una enajenación más. (más adelante se menciona en qué consistió tal fracaso).

Tiempo después encontré la diferencia entre el concepto de enajenación de Marx y de Freire; para Freire:

"El hombre conoce junto con los demás hombres, mediatizados (?) por el mundo:

"El hombre, como un ser de relaciones, desafiado por la naturaleza, la transforma con su trabajo" ((cierto))

...."el resultado de esta transformación, que se genera de él, así como su propia actividad transformadora, constituye su mundo. El mundo de la cultura que se prolonga hacia el mundo

de la historia"

(Extensión o Comunicación Cap. V).

Lo especial de Freire, es que aunque habla de diferencia de clase, nunca habla de la forma en que el hombre realiza esa actividad -- transformadora ni de cómo se distribuyen y controlan esos resultados de la transformación de la naturaleza.

Además ¿Como es posible concebir al hombre como un transformador de una realidad que está separada de él, como Freire lo plantea?. (tan separado está el mundo de lo real que una forma de enajenación es precisamente la conversión del hombre en mercancía, perdiendo todas sus características específicas humanas, "el dinero hace al hombre odioso, simpático": (de Marx- Engels Werke, Berlin, 1950 vol 3, pág. 162 y S.S., tomado de LA TEORIA MARXISTA DE LA EDUCACION DE E. Suchodolski).

Su mundo, en otras palabras, ya es ideal y éste es el mundo que hay que problematizar en una auténtica situación "gnoseológica": "Lo que importa, sin embargo, fundamentalmente, a la educación, como una auténtica situación gnoseológica, es la problematización del mundo de las obras, de los productos, de las ideas, de las -- convicciones, de las aspiraciones, de los mitos, del arte, de la ciencia, en fin el mundo de la cultura y de la historia, que resultando de las relaciones hombre mundo, las condiciona y las -- transforma a través, del conocimiento de los hombres mismos, sus sujetos" (La educación como una situación gnoseológica, VI capítulo).

"No es posible, pues, entender las relaciones de los hombres con la naturaleza, sin estudiar los condicionamientos históricos-culturales a que están sometidas sus formas de actuar"

Lo que propone para que el hombre se libre de su enajenación -- ("Freiriana") es transformar ese mundo (de la cultura, claro), -- reife de los males del hombre:

"Frente a este universo de tomas (+) que dialécticamente se contradicen, los hombres toman sus posiciones, también contradictorias, realizando tareas en favor del mantenimiento de las estructuras,

((recuérdese: de la cultura)) otros en favor del cambio"

(+) ("Una unidad epocal, que enlazadas con las demás forma el ---
"continuo" histórico, se caracteriza por el conjunto de ideas, concepciones, esperanzas, dudas, valores, desafíos, en interacción dialéctica con sus contrarios, en búsqueda de su plenitud. La representación concreta de muchas ideas, de estos valores, de estas concepciones y esperanzas, así como los obstáculos al ser más de los hombres, constituyen los temas de la época").

Conclusión: la proposición liberadora de Freire es luchar contra las representaciones concretas de las ideas, concepciones, etc., que mantienen enajenado al hombre y así transformarán su realidad. Ahora sí entendí por qué para él la educación (?) debe comenzar por la superación de la contradicción educador-educando y su solución: la "dialogicidad", esencia de la educación como práctica de la libertad.

Ya habían conocido certeramente, él y sus seguidores (en sus charlas realizadas con un grupo de señoras Latinoamericanas, en una Conferencia en mayo de 67, en Santiago, bajo el patrocinio de la O.E.A. y del Gobierno de Chile y de la Universidad de Chile), -- (reunión de la que resultó "La concepción "Bancaria" de la educación) que: "no puede haber una teoría pedagógica, que implique fines y medios de la acción educativa, que esté exenta de un concepto de hombre y de mundo". Y en efecto, nosotros asimilamos bien (caímos en), la concepción del mundo de Freire, el mundo de las ideas. Trabajamos por la unidad de las rancherías mediante el diálogo y la acción problematizadora de las ideas, la unidad, la identificación de los problemas entre los campesinos, la problematización sobre las causas de pleitos entre noblados, (aparentemente por el fraccionamiento de la tierra) y la conducción de esas problematizaciones hacia la concretización de colectivizar ó cooperativizar las tierras (mini-estado socialista, nunca logrado, claro: ideas obscuras, aventurera, activista, de apoyo y colaboración en la actividad ilusionista (enajenadora) de los señores capitalistas hábiles, sobre las zonas campesinas y zonas urbanas, despojadas de todo, en donde cualquier contradicción real contra

el estado, facilmente se aplaque, por falta de organizaci3n de los oprimidos no en torno a ideas, sino en torno a objetivos reales - (+) de la lucha transformadora].

Engels en su cr3tica a Hegel, al igual que Marx, ya hab3a criticado esta filosof3a idealista, inspiradora de Freire: "Todo lo real es racional, y todo lo racional es real" (++):

"¿No era esto, palpablemente, la canonizaci3n de todo lo existente, la bendici3n fil3s3fica dada al despotismo, al Estado polic3tico, - a la justicia del gabinete, a la censura? As3 lo cre3a, en efecto, Guillermo III; as3 lo cre3an sus subditos".

(+) (Parafraseada de "Principios de la filosof3a del derecho" en Ludwig Feuerbach y el fin de la filosof3a cl3sica alemana").

(++) ((Marx muestra que el origen de la enajenaci3n es la divisi3n del trabajo generadora de la propiedad privada (base de la explotaci3n), de la divisi3n de la sociedad en clases y del Estado que salvaguarda los intereses de la clase en el poder. Marx aclara en cu3 consiste esa enajenaci3n, la define y distingue dentro de la actividad real, material del hombre. Tambi3n plantea una soluci3n, la propiedad privada se relaciona dial3cticamente con la enajenaci3n. La abolici3n de la propiedad privada es la condici3n que permitir3 la liberaci3n del hombre enajenado. Se plantear3 mas detalladamente en el - an3lisis de la teor3a Marxista del conocimiento)).

Esta es la gran diferencia entre la enajenaci3n vista desde un 3ngulo idealista de una persona que se escuda haciendo referencia - de escritos Marxistas para plantear soluciones "hegelianas" y la enajenaci3n vista desde el punto de vista del materialismo dia---l3ctico.

Bibliograf3a: Educac3o e Conscientizac3o. Impreso por CIDOC.
Pedagog3a del Oprimido, Siglo XXI
La educaci3n como pr3ctica de la Libertad.
Siglo XXI.

DESARROLLO DEL MODELO DE PROCESO DE CONOCIMIENTO DE 1974 Y
REVISION DE 1975.

Introducción y descripción general.

Durante el año de 1974, decidí reelegir a segundo término mis esfuerzos de desarrollo del modelo mediante la actividad práctica - y concentrarme en el estudio de obras que estuvieran relacionadas con este tema; me concentré en hacer comparaciones con el modelo hasta entonces formado, en derivar planteamientos que desarrollaran mas el modelo y en buscar fuentes comprobatorias de los planteamientos emergentes.

Mi interés estaba centrado en corroborar, aclarar, ampliar y definir principios relacionados con:

- la motivación y la dinámica del aprendizaje.
- la relación de los procesos de pensamiento (proceso cognoscitivo) con el proceso de aprendizaje.
- la relación entre el nivel de abstracción del sujeto, el modo de producción y el desarrollo de las fuerzas productivas y la actividad científica del medio; particularmente, - me interesaba esbozar la relación entre el primer elemento y los dos segundos para llegar a identificar condiciones -- que impulsan u obstruyen el proceso de aprendizaje.

ESTUDIOS SOBRE EL MODELO DE APRENDIZAJE DE ZOLTAN DIENES.

"Building up mathematics" (Hutchinson educational)

(Primera publicación: 1960).

Este libro fué editado antes que el libro "The Power of Mathematics" estudiado a principios de 1973.

Descripción.

El contenido de este trabajo es:

- a) Un examen sobre la situación actual de la enseñanza, bajo los puntos de vista: 1) matemático, 2) educacional y 3) psicológico y un análisis de la motivación que puede tener el aprendizaje de las matemáticas.
 - b) La presentación de una teoría del aprendizaje de las matemáticas ilustrado y examinado en su aplicación en el aprendizaje de conceptos aritméticos, algebraicos y de algebra-lineal, funciones y relaciones y geometría.
- 1) En su exámen bajo el aspecto matemático, se plantea que la enseñanza actual, centra sus esfuerzos en la capacitación para aplicar técnicas ya elaboradas, en vez de la comprensión de las ideas que encierran esas técnicas.

Considera un error suponer:

- i) que el conocimiento se logra intensificando esfuerzos en la enseñanza de técnicas que lleven a la solución de problemas específicos (sin entender plenamente la forma en que trabajan dichas técnicas)
- ii) que el maestro suponga que el alumno entiende algo si responde respuestas estándar a preguntas estándar.

Al considerar el aspecto educacional de la enseñanza actual, describe la técnica educativa como un sistema de clase-lección en la que el maestro actual, como fuente de información a partir de la cual, transmite a los alumnos el conocimiento del "como" de las matemáticas por un proceso llamado enseñanza. Dice que esta transmisión no parece trabajar correctamente y plantea que los errores se encuentran en:

- la fuente de información
- el curso de la transmisión y
- el extremo de recepción.

2) Crítica las soluciones que se han buscado a la insuficiencia de la enseñanza:

- Elaboración de material didáctico, el cual es necesario -- pero no suficiente.
- La separación de los alumnos en grupos con coeficientes -- homogéneos de inteligencia, para llevar la enseñanza a un mismo ritmo, la cual fracasa pues existen muchas diferencias individuales en la formación de conceptos (Ejemplificación: On the learning of mathematics, analizado mas adelante)
- Asegurar la enseñanza por un sistema de premio-castigo --- aunque sea en forma compulsiva.

Específicamente, y al hablar de la corriente conductista, concuerdo con él, cuando señala en su libro: "An experimental study of mathematics learning", que la tendencia actual, a través de los libros programados y máquinas de enseñanza es el mejoramiento de la mecanización, pensando que la falta yace en la eficiencia de la mecanización y no en la falta de oportunidad para pensar independientemente.

3) En el aspecto psicológico, menciona que apenas se está empujando a entender la mecánica del pensamiento abstracto.

Al analizar los motivos por los que la enseñanza de la matemática se justifica, plantea su poca demanda en la vida cotidiana; con respecto a las necesidades de desarrollo científico no es suficiente la enseñanza de reglas de dedo, pues el técnico se puede encontrar ante situaciones en las que sus fórmulas no sean aplicadas.

En base a su crítica anterior, en la que solo relata lo que sucede actualmente (la actividad cognoscitiva enajenada y su justificación) y sin analizar las causas, rechaza tales motivos como válidos para justificar el aprendizaje de las matemáticas y plantea

como objetivo fundamental del aprendizaje el contribuir en la construcción de la persona y entrenar a ésta a enfrentarse a problemas que de alguna manera sean semejantes a situaciones matemáticas abstractas.

Observaciones sobre la primera parte del libro "Building un Mathematics".

Su descripción de la enseñanza como técnica educativa complementaba y afianzaba mis análisis al respecto.

En mi opinión, contribuir a la integración de la personalidad no es un objetivo sino una consecuencia; me sostuve en plantear como objetivo del aprendizaje de la matemática, el contribuir en el desarrollo de la habilidad innata del sujeto para construir modelos que lo guíen mas eficientemente en la transformación de la realidad, finalidad que en cierta forma está implícita en la segunda parte de su objetivo.

La segunda parte de su libro es una exposición del modelo y una comprobación de su eficiencia, que en otros libros plantea en forma mas completa; fué útil su estudio por ser básico para la comprensión de sus trabajos posteriores.

Artículo: "On the learning of mathematics", marzo 1963 (Arithmetic teacher).

Descripción.

- 1) Muestra como el sujeto puede resolver un problema por diferentes caminos: (Por ejemplo, con relación a las operaciones de suma y resta, muestra cómo, comparando dos torres compuestas por bloques, se pueden tomar dos caminos, disminuyendo el tamaño de la mayor o aumentando el tamaño de la menor y contando las unidades usadas. Cada forma de proceder lleva a plantear --

mientos diferentes $A - X = B$, $A = B + X$, que hasta una fase analítica solo es posible relacionarlos).

2) Este artículo muestra como existen diferencia individuales para aprender y de aquí se puede inferir que el tratar de llevar a todos los sujetos por un mismo camino de aprendizaje es asegurar su fracaso.

Me pareció que si analizabamos el problema de las torres, mencionado arriba, podríamos observar que no es posible que la fase analítica precediera a la constructiva, los niños podían resolver el problema de las torres, pero me parecía que hubiera sido una tarea imposible si les hubiera pedido que relacionaran (analizaran) los diferentes caminos usados por los sujetos para resolver el problema. (Concención antigua de la dinámica: construcción-análisis).

Artículo: On abstraction and generalization (Harvard educational Review Vol. 31 - 32, Verano 1961)

Libro: An Experimental study of Mathematics Learning, Hutchinson Educational (1a. Edición 1963)

Preámbulo.

Resumí simultaneamente estos dos trabajos, porque, en cuanto al contenido teórico no difieren mucho, salvo en las conclusiones del libro: ambos se complementan. El libro se desarrolla sobre bases experimentales con grupos pequeños, en los que se analizan sus reacciones; el artículo expone principios y ejemplifica.

Descripción y Observaciones.

Sobre la abstracción.

Define la abstracción como el proceso de describir lo que es común a un conjunto de situaciones, en la que establece una relación de elementos o clases de elementos. ((No concordé con esta definición el sujeto puede agrupar un conjunto de eventos por tener una característica irrelevante común y dicha agrupación no es ninguna abstracción, simplemente una clasificación)).

((No habla de las condiciones que motivan el proceso de abstracción; sus definiciones son ambiguas al respecto, a veces dan la idea de simple observación a veces de acción; sus ejemplos experimentales van mas allá de sus definiciones, pues muestran estar motivados por unas situaciones problemáticas y los isomorfismos no se plantean por comparación de eventos aislados sino en base a un tipo de transformación que se realiza sobre ellos))).

Establece que la formación de isomorfismos es el proceso por el cual se llega a abstraer. ((Coincidí con su definición de abstracción no obstante su primera definición me llevo a incurrir en muchos errores dejando ambiguo por un tiempo su segunda definición)).

Especifica además, que es importante distinguir dos tipos de formación de isomorfismos: formar isomorfismos entre estructuras en proceso de desarrollo (abstracción) y formar isomorfismos entre estructuras (análisis) ((Esto dió entender que no podía describirse tan simplemente el principio dinámico que había establecido de que la construcción precede al análisis, pues el establecimiento de isomorfismos a nivel de estructuras implica un análisis y al mismo tiempo permite eliminar irrelevancias que llevan hacia una abstracción)).

Al relacionar la abstracción con la simbolización, menciona que -

la espontaneidad para simbolizar puede ir de la mano con la habilidad para abstraer. ((No analiza por qué ni qué relación hay entre ambos procesos de pensamiento ¿que tal si es el mismo?)).

Distingue la asociación de la abstracción, diciendo que la abstracción no es posible que se dé a partir de un solo tipo de experiencia, es necesario tener por lo menos dos tipos.

Con relación a la forma en que tienden las personas a concebir -- los sucesos, plantea que existen dos tipos de individuos:

- Los que tienen una tendencia muy marcada a ver nuevas situaciones como ejemplos de clases de situaciones. (tendencia a la abstracción)-
- Los que tienen una tendencia a ver las situaciones como clases, los cuales necesitarán enfrentarse a una mayor varie--dad de situaciones para poderlas identificar como pertene--cientes a una clase con características comunes.

En base a la diferencia anterior, explica por qué muy pocas gen--tes entienden realmente las matemáticas, pues sólo éstas (los de -- la primera clase mencionado) pueden abstraer a partir de formas de enseñanza tan asociativas.

Plantea como formas de identificación del grado de abstracción -- diciendo que:

- Un concepto esté en proporción directa a la cantidad de experiencias de las cuales ha sido abstrído.

((Posteriormente dejaría una ambigüedad al decir que los adultos son capaces de abstraer con un número menor de experiencias sin explicar explícitamente por qué; esta paradoja se resuelve si se concibe que en el proceso de abstracción-- se aplican diferentes modelos ya construidos (proceso de -- transferencia) por el sujeto, para eliminar los rasgos irrelevantes. Y que muchas veces la abstracción de una clase es

más bien de hecho una reconstrucción de esta, identificando la pertenencia de eventos (nuevos o viejos), bajo un nuevo tipo de transformación o tal vez la pertenencia de estos -- eventos a la unión, intersección o diferencia de diferentes clases, bajo una combinación de transformaciones)).

- Cuando más situaciones, aparentemente diferentes, quedan -- descritas simultaneamente.

Relación de la generalización con la abstracción.

Al relacionar los procesos de abstracción y generalización, establece que el proceso de generalización es semejante al de abstracción, sólo que en vez de jugar con elementos, se juega con clases de elementos y que también se realiza a través de experiencias y que la generalización es un proceso mucho más complejo que el de abstracción. ((A la mejor este depende también del grado de abstracción que se requiera (que puede implicar un establecimiento -- de isomorfismos a niveles de estructuras), no obstante, invariablemente para poder generalizar se necesita de un cierto análisis de lo construido para precedir si es factible extender conclusiones a una clase mas amplia)).

Menciona que cuando una generalización se pierde del contenido -- que extiende, entonces se convierte en un juego vacío e inútil. Por contenido entiende una estructura previa, cuyo contenido, es también otra estructura previa y el contenido final de ella es una experiencia real tan lejana que se puede ignorar. ((¿Cómo se puede perder una generalización? si es en cuanto a una propiedad -- que no se sabe hasta que grado se aplica a todos esos elementos a los que se extiende, creo que sí es así, pero con esto hay que enfatizar que se está aceptando implícitamente, que una abstracción se realiza de acuerdo a uno o varios tipos de transformación.

Interpreto esta afirmación de Dienes, como el planteamiento de la

necesidad de que en el aprendizaje debe haber un flujo constante entre lo abstracto y lo concreto ¿pero hasta que nivel de concreción? ¿como se puede medir dicho nivel? ¿Por qué es necesario? ¿para qué?))).

Al comparar la capacidad del adulto para generalizar con la del niño, muestra que la generalización para los niños se dificulta -- más porque ello implica una relación entre clases (dice que es ca si imposible que establezcan este tipo de relaciones antes de los 12 años), y que los adultos tienen dificultad, aunque menor, para hacerlo porque tienen sistemas de creencia tan firmemente establecidos, que no quieren cambiarlos. ((Difiero de él en este aspecto ¿qué una generalización implica forzosamente una modificación de la concepción de las propiedades que define una clase, cambia esa generalidad de la propiedad?))).

"Parece que los niños no encuentran dificultad para generalizar -- sobre un frente estrecho (sobre una sola situación) dentro del -- marco de la actividad, aunque difícilmente aceptan su simboliza-- ción si el frente es muy estrecho". (¿Por qué? Esto no es fácil -- de contestar si no se intenta formular un modelo del desarrollo -- y génesis de los conocimientos que incluyan dichos procesos (sim-- lización, generalización etc.) como factores o estudios del pro-- ceso en general)).

Plantea que es posible atacar un concepto de diferentes maneras:

- Hacer generalizaciones sobre frentes estrechos aparentemente desconectados y la posibilidad de establecer conexiones entre estas generalizaciones separadas.
- Abstraer sobre un frente más amplio y generalizar".

((Todo esto comprueba mi planteamiento sobre la dependencia de la abstracción del número de modelos ya formados y de la ubicación -- de éstos en la actividad y el ambiente del sujeto. Esto se expone más detalladamente en las conclusiones generales)).

"La generalización puede ser explícita o no. Si la generalización no es explícita, no está simbolizada y tomará significado sólo en forma particular; la generalización explícita se puede simbolizar en forma general. En ambos casos la simbolización no es totalmente operativa a menos que pueda ser reconocida en la forma simbólica (Interpretación)". ((¿Qué es ser operativo? ¿Qué relación existe entre simbolización y generalización? Dienes habla de estos -- procesos más bien como eventos resultantes pero no describe su -- desarrollo, por eso está difícil relacionarlos)).

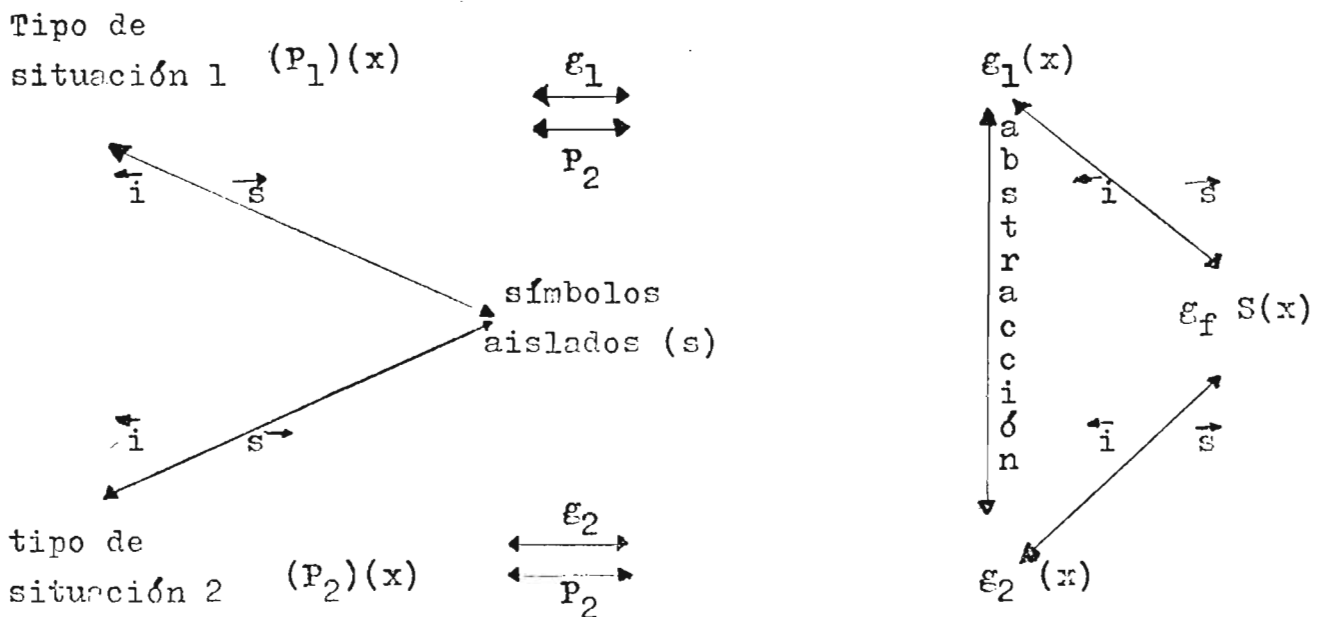
"Para que una generalización sea efectiva debe realizarse el proceso inverso: La particularización". ((¿Por qué?))

Menciona que la simbolización puede representar o no una abstracción, depende de lo que represente.

Según Dienes, para que se realice la generalización se necesita -- variar mucho un mismo tipo de situación para determinar la clase -- más grande a la que es aplicable una situación, mientras que para que se realice la abstracción es necesario variar el tipo de situación para captar esa invariancia común. ((¿Se trata de variaciones percentuales o notoras? No menciona con respecto a qué es necesario variar un mismo tipo de situación?)).

Plantea que la generalización se dificulta cuando una clase de situaciones se ha cerrado. Para evitar esta situación propone variar más desde un principio el tipo de situaciones, así la abstracción es más amplia y disminuye la necesidad de relación entre clases y me parece que para ello, considera importante tener presente la siguiente conclusión: el cambio de una situación a otra, sin haber trabajado suficiente ((no especifica forma de identificar tal suficiencia)), puede llevar a una asociación de "comunalidad victoriosa" en vez de a una abstracción. ((Al no definir dicha "suficiencia, existe el peligro de caer en una conceptualización estrecha que imide también la abstracción)).

Plantea el siguiente diagrama ejemplificando el proceso de abstracción y generalización (en el que no se identifica el análisis lógico); una fracción sería:



(Interpretación: i; simbolización: s; generalización: g; particularización: p).

((mi interpretación es la siguiente:

Se tienen 2 tipos de situaciones $P_1(x)$ y $P_2(x)$ las cuáles, al trabajar sobre ellas se pueden simbolizar o generalizar; de esta manera hay dos formas de abstraer estos dos tipos de situaciones:

- generalizando cada tipo de situación y abstrayéndolas.
- sobre la simbolización de ambas situaciones, realizar la abstracción y después generalizar)).

Menciona que se produce gran excitación cuando la abstracción y la generalización se dan simultáneamente.

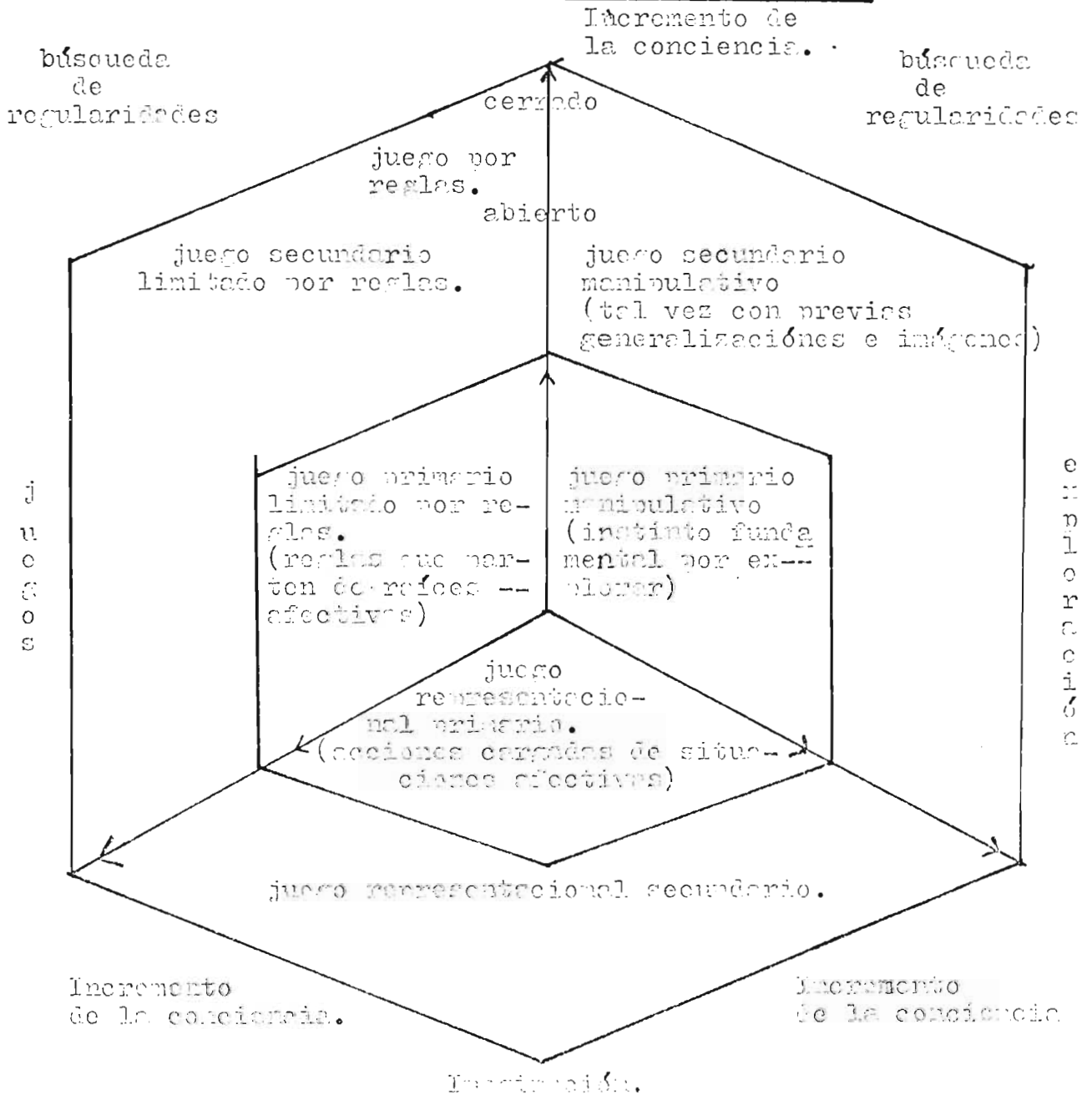
"Cuando la generalización se ha hecho, se da la visión analítica opuesta al pensamiento puramente constructivo o inductivo, no descrita en este diagrama".

Este marco cognoscitivo, lo considera como una célula, que forma parte de un proceso orgánico de aprendizaje, en el que hay células

con diferentes estructuras, siendo adaptada cada estructura al --
tipo particular de aprendizaje en el que se aplique.

Apertura
Análisis o Generalización

Cerradura
Construcción de Clases (abstracción)



((No se debe perder de vista que estas etapas en actividad laboral -
lúdica, exploración y actividad representacional))

Sobre la motivación en el aprendizaje y las condiciones que llevan de una etapa de aprendizaje a otra.

Dienes plantea el conocimiento como originado a partir de una actividad (+). Considera el juego como una actividad no dirigida, - aparentemente sin propósito alguno, en la que hay libertad para - experimentar y que durante él el sujeto se energetiza (?), pues - por ser no dirigido, libera las fuentes primarias de energía ---- (estas fuentes se estancan según Dienes, por las capas de cultura, en las que se encierran y de donde se deriva el problema de la motivación). "Nunca se duda como poner a jugar a un niño, pero es - todo un trabajo ponerlo a trabajar sobre cosas estructuradas. La energía primaria se suele estancar y se necesitan encontrar otras formas para inducir acción en las direcciones requeridas por nuestros patrones culturales";... "si estas reservas (de energía primaria) se pudieran utilizar en el proceso cognoscitivo se darían grandes saltos en el campo de la educación".

(+) ((Menciona que según Piaget (en su libro "La concepción del - niño, del número") existen tres etapas de desarrollo en el -- niño:

-Antes de los siete años, el juego es predominante como un -- proceso cognoscitivo; el niño no está conciente de que está aprendiendo.

-Entre los siete y los doce años se da la llamada "Etapa ope- racional concreta", donde está conciente de la situación de aprendizaje y aprende de sus propias experiencias concretas.

-Después de los doce años, es capaz de fijar sus experiencias concretas, ponerlas en clases y pensar en términos de rela-- ciones entre clases (siendo la esencia del pensamiento lógi- co)).

Plantea como problema antropológico el saber hasta que grado es - posible soltar esas reservas de energía sin interferir con los "pa- trones culturales".

((No menciona como se manifiesta esa energía ¿estado de ánimo? -- ¿a que se refiere con patrones culturales y con no interferir con ellos en la actividad primaria de los niños. Si es cierto que se - origina en una actividad lúdica ¿qué es lo que motiva el aprendi-

zaje cuando ya no se realizan juegos? si es debido a una energía ¿Por qué se encausa hacia el aprendizaje?)).

Distingue dos etapas de juego (en los niños (¿solamente?)) primario y secundario.

En el primero identifica una actividad totalmente de juego, que resulta de la gratificación de ciertos impulsos o instintos.

En el secundario, determina una actividad de juego, en la que se nota una cierta cantidad de tiempo de perspectiva en la realización de planes, en la que el sujeto muestra una conciencia mayor de su propia actividad; el resultado se dilata y no es necesariamente motivado por la gratificación de un instinto sino por el logro de una meta definida de la que el sujeto está conciente.

Establece que no existe una división tajante entre las dos etapas de juego. En el principio de la etapa de juego secundario, el tipo de meta está motivado por una gratificación instintiva. ((¿por qué se gratifica? ¿en que consiste objetivamente esa gratificación?))

Clasifica los juegos en tres tipos:

- i) Exploratorio o manipulativo.
- ii) Representativo
- iii) Estructurado por reglas.

i) En el juego exploratorio o manipulativo dice: "La forma más obvia de empezar la experimentación es creando situaciones en las que los niños puedan observar desde el punto de vista naturalista.... en una atmósfera permisiva, en la que se sientan libres para explorar" y define esta etapa como una fase de familiarización.

Al describir este tipo de juego, parece concebir el aprendizaje como un proceso de conocimiento por la acción: "en esta actividad el sujeto no está conciente de las propiedades de los objetos, pero va adquiriendo mas conciencia conforme se va acumulando su experiencia"

ii) "El juego representacional se da cuando los objetos que están manejando los niños están en lugar de otros objetos que representan: la imaginación es una componente que se adhiere en esta actividad; es una actividad manipulativa con imaginación".

"El juego manipulativo, se mueve imperceptiblemente hacia una búsqueda de regularidades ((¿Qué son las regularidades? ¿propiedades? ¿relaciones?)), a los niños les gustan las regularidades y la formulación de una estructura de reglas ((¿reglas sobre operación de eventos?)) es un tipo de cierre que ata todas las terminales de la experiencia pasada" ((¿Es este un factor motivacional?))

iii) Juego estructurado por reglas:

Del descubrimiento de regularidades por la manipulación sobre una amplia variedad de situaciones resulta la construcción de clases que organizan el caos de experiencias aparentemente desconectadas en algo como orden. Una vez habiéndose adquirido la cerradura, aparece el juego estructurado con las reglas establecidas. ((Supongo que se refiere a una actividad de concreción de lo abstraído)).

Dinámica entre los tres tipos de juego.

((Parece que según Dienes, el paso de una fase constructiva a una fase analítica, se da después de haber manipulado concreta y espontáneamente abstracciones, por una simple curiosidad. Describe también, la actividad analítica como constituida de acciones típicas de la fase constructiva como es la manipulación concreta. ((Este planteamiento y su diagrama de la página 154, fueron los únicos -- lugares que encontré de sus trabajos, en el que identifica (intui)tivamente) la construcción como constituida de actividades analíticas, dentro de un mismo ciclo de aprendizaje; deja así, en ambigüedad su principio dinámico: la construcción precede al análisis"))

Al relacionar varios ciclos de aprendizaje, menciona:

"Una vez que se han construido clases, y que se han dominado las reglas que determinan la pertenencia a las clases, pueden surgir preguntas sobre las reglas o la proposición de nuevas reglas; esto es un intento por realizar la cerradura establecida por la formación de clases mediante una actividad analítica. El análisis de la estructura de regularidades lleve frecuentemente al juego manipulativo con las reglas formadas o con otras reglas que, en su caso, conducen a la formación de otras clases" ((Es cierto que una condición por la cual surge el análisis es que el sujeto tenga un --

cierto dominio sobre la estructura de reglas, pero esa no es la condición única, no creo que el hombre busca saber solo por la curiosidad en sí; además, como él menciona mas adelante, los niños tienen poca tendencia hacia el análisis y se quedan en una etapa de asimilación plena de la estructura de un sistema dado, sobre el que operan intuitivamente y a lo más que llega esa tendencia es a hacer generalizaciones; por lo tanto, el dominio sobre los elementos de un sistema no es la condición única que lleva "espontáneamente" (?) hacia el análisis)).

Dienes mismo plantea (en "An experimental Study of Mathematics -- Learning" un caso en el que muestra que del dominio en la aplicación concreta de una abstracción no surge espontáneamente la actividad analítica: "Durante una lección de cuarto año, un número de niños y niñas estuvieron teniendo experiencias concretas ((equivale a las identidades matemáticas:

$$\begin{aligned} x^2 + 4x + 4 &= (x+2)^2 \\ \text{y} \quad x^2 + 6x + 9 &= (x+3)^2 \end{aligned}$$

Describe un grupo de niños y un grupo de niñas trabajando sobre estos ejercicios;

Ambos grupos querían generalizar la experiencia: $x^2 + 8x + ? = ()^2$; $x^2 + 10x + ? = ()^2$ y así sucesivamente. "Con un poquito de perseverancia (escribe Dienes), ambos grupos encontraron lo que le llamaron la "regla"; fundamentalmente, que la mitad del número de las x'es tenía que elevarse al cuadrado. La diferencia entre los niños y las niñas fué sorprendente. Las niñas fueron muy excitas con los niños para decirles que habían descubierto la "regla" y que ahora podían hacerlo con números tan grandes como quisieran ((generalización)), uno de los niños se mostró muy superior acerca de esto y les declaró a las niñas: "Nosotros, hemos encontrado la "regla", desde luego, pero lo que estamos tratando de averiguar es por qué funciona"

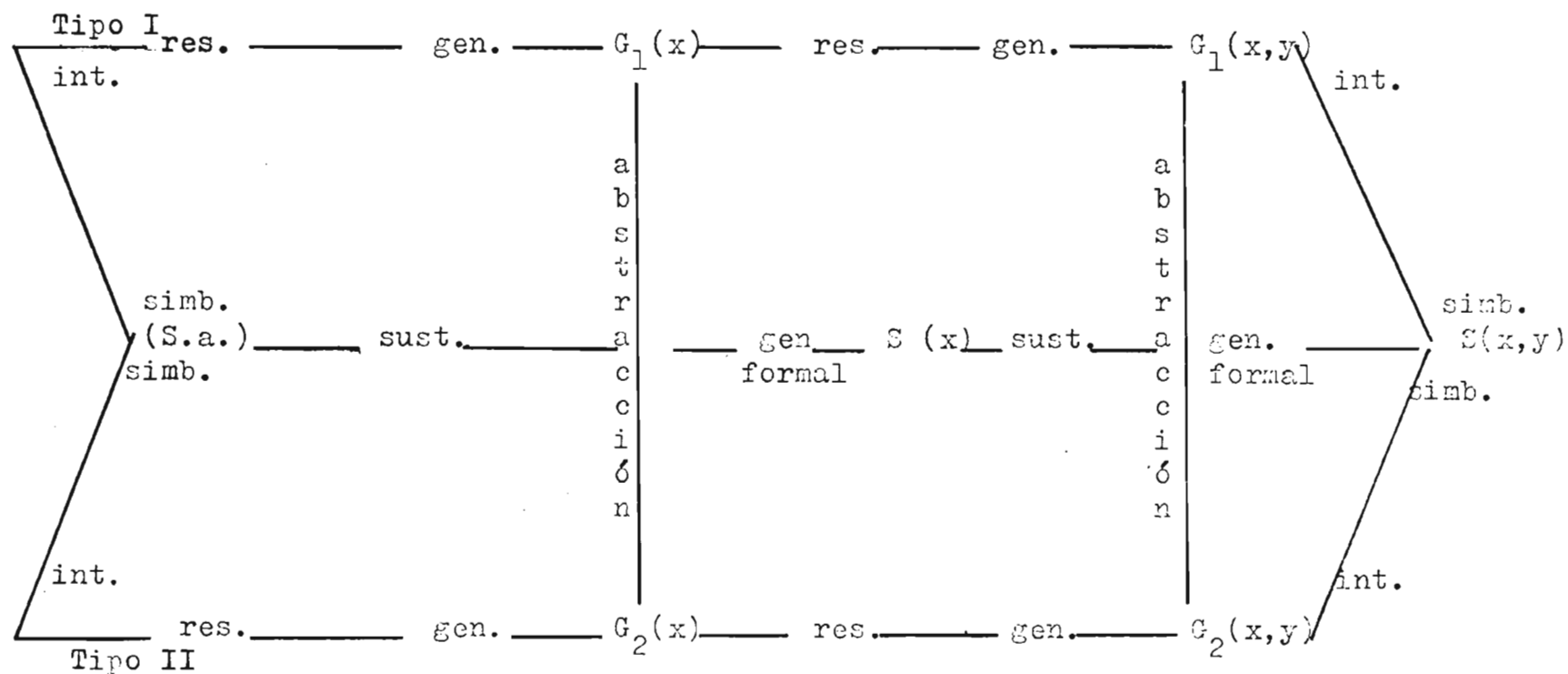
Los niños habían abierto inmediatamente la cerradura mientras que las niñas estaban muy contentas de permanecer en las reglas que descubrieron y jugar de acuerdo a ellas, sin preguntarse qué es lo que hizo que fueran estas reglas y no otras)).

Según este modelo, el trabajo cognoscitivo consiste en tender un puente entre los dos tipos de juego; cada vez que se cruza el puente, el juego se va a un nivel más elevado.

Dienes sugiere que cada vez que surge el juego, se suelta energía y así la reserva nunca se agota y la formación de clases en niveles cada vez mas altos, se da con presteza; "El continuo cambio -entre los diferentes tipos de juego acumula energía para un proceso cognoscitivo mas elevado que surge del juego, así como el uso de la energía eléctrica se hace mas fácil con la corriente alterna, bajo ciertas circunstancias".

((Muy interesante su descripción y conclusiones fenoménicas pero no concuerdo con su modelo en este aspecto de "generación" de e--nergía" está muy fenoménico, global; nuevamente ¿como se manifiesta esa acumulación de energía? Solo asocia la energía con el "éxito": "el éxito trae mas éxito"))).

El modelo del flujo entre la fase constructiva y analítica y su -relación con los diferentes tipos de juego, fué representado por el diagrama de la siguiente página.



notación:

res.= restricción
 gen.= generalización
 simb.= simbolización
 int.= interpretación
 sust.= sustitución
 S.a. = símbolos aislados

Menciona también, que la etapa analítica de los niños muchas veces se da en la pura generalización primitiva o que suelen quedar se en una etapa de práctica sobre el juego estructurado hasta dominarlo, abstraído de tal manera que lo asimilan, pudiendo reconocer cualquier tipo de situación al que es aplicable. ((Creo que es necesario hablar de niveles de análisis y por ello de fases -- predominantemente constructivas o analíticas, sin excluir el análisis aunque sea en ínfimo nivel durante la etapa constructiva)).

Sobre el juego libre. ((Planteamiento metodológico)).

Observa que en el juego manipulativo se pueden sugerir problemas sin insistir, preservando el deseo natural por explorar y al mismo tiempo, introduciendo una cierta cantidad de dirección.

Plantea el problema de si es conveniente interferir o no en el -- proceso natural de la formación de un concepto y como interferir mejor, si es que es conveniente.

Considera que el juego estructurado por reglas es el más adecuado para utilizar la energía del juego para el servicio de una actividad cognoscitiva mas elevada. Ve los juegos manipulativo y representacional como juegos estructurados, ya que las reglas no se pueden extraer del ambiente sin interferir primero en él.

((Operar sobre un juego estructurado por reglas implica aplicar -- un conjunto de abstracciones para guiar una manipulación concreta. Esto solo es posible si el sujeto ya ha construido (abstraído) to las reglas para poder aplicarlas, pero de todos modos, para asimilar dichas reglas, el sujeto tiene que traducirlas a sus propias abstracciones, es decir realiza un análisis. ¿la construcción precede al análisis?))

Considera un problema a investigar el hecho de que el juego genera mas ruido (+) (en los niños) que el juego restringido, aunque genera mas entusiasmo; el juego restringido genera también algo de entusiasmo; especialmente cuando es naturalmente impuesto o autoimpuesto.

(+) ((No defino la palabra ruido, yo la interpreto como aspectos irrelevantes (incluyendo diversión) que una situación presenta o que el sujeto puede adherirle)).

"Si una situación genera mas ruido de lo que puede eliminar el estudiante, la asimilación de abstracciones relevantes se hace imposible. Eliminar el ruido por imposición de restricciones puede -- tambien cortar la reserva de energía" ((?)) ((Este modelo en tér--minos de energía es poco visual y por lo tanto poco aplicable)). El problema entonces, lo plantea esencialmente en encontrar leyes de interacción entre tres variables:

- i) Cantidad de ruido que se genera.
- ii) Cantidad de ruido que el sujeto es capaz de eliminar.
- iii) El grado de motivación del que aprende".

"Estas variables dependen, a su vez, de otras que es posible ma--nejarlas para mejorar el aprendizaje. (por ejemplo la cantidad de ruido generado se puede controlar por el número de implementacio--nes que se provean"; dice que la cantidad de ruido que un sujeto es capaz de eliminar, puede incrementarse por la práctica de se--leccionar información relevante de situaciones ruidosas).

Menciona también, que el adulto tiene más capacidad para eliminar ruido que el niño.

((Interpreto el ruido generado mas bien como un grado de disper--sión del sujeto por falta de ubicación en la situación problemá--tica, de esta manera la variable ruido es menos empírica y se pue--de relacionar con otras que pueden aclarar mas el comportamiento del individuo y el grado de conocimiento, dominio y ubicación -- de las irrelevancias que constituyen el ruido)).

"Así como también es difícil saber cuando introducir una estructu--ra de regularidades, lo mismo sucede para introducir una simbólica; si se hace muy pronto esta introducción, se puede convertir en un proceso de aprender ciertas reglas por las que sus signos se pue--den manipular y se puede convertir en un proceso de estudiar situa--ciones en las que se puede aplicar esa simbología, siendo cada a--plicación aprendida por separado. ((Los símbolos gráficos represen--tan abstracciones, si el sujeto es capaz de interpretarlas es por--que ha construido abstracciones semejantes y por lo tanto tal vez pueda manipular dichos símbolos comprendiendo su significado. Todo esto implica una íntima relación entre la abstracción y la simbología)).

Dienes se plantea la interrogante de si la simbología puede usarse como instrumento para eliminar la "irrelevancia de una situación".

Conclusión modular sobre el juego libre.

En su libro "An Experimental Study of Mathematics Learning" señala como una implicación educacional, después del reporte de su trabajo, que ya no está muy claro para él, si la organización cognoscitiva procede de lo inestructurado a lo estructurado, del juego a la construcción.

((Creo que su duda es consecuencia de tender a explicar la actividad y la motivación del aprendizaje en términos de un modelo energético, (aunque sea como primer intento) poco constatable, actualmente en la realidad objetiva (y por no incluir en su modelo un esbozo de génesis del aprendizaje en general, sino que, hasta el momento, solo formula su modelo en términos de ciclos aislados -- de aprendizaje)).

En esa misma obra hace una ilustración sobre la secuencia de tres ciclos de aprendizaje, en la que los elementos son clasificados -- en un primer ciclo; esas mismas clases se convierten en elementos de un nuevo ciclo y así sucesivamente:

(1er. ciclo, elementos: colecciones de objetos o vectores; "predicado": espacio vectorial.

2o. ciclo, elementos: espacios vectoriales, predicado: su transformación.

3er. ciclo, elementos: transformaciones, predicado: su inversión"

((¿Qué es el predicado? ¿Cuál el marco de comparación para clasificar?))

((Con relación al principio dinámico de que la construcción procede al análisis, voy a plantear un ejemplo completo que cita Dienes para ilustrar como la actividad estructurada por reglas (que interpreto como concreción o aplicación de una abstracción en situaciones concretas: ejemplo que paradójicamente puede contradecir el principio de que la construcción procede al análisis)).

"Habiendo explorado las reglas que funcionan, habiendo jugado el juego por sus reglas (con implementaciones de áreas, colecciones y balanceo con problemas del tipo de los descritos en las páginas), la salida de los niños (+) del cierre de la estructura de reglas del juego, fué, en el siguiente ejemplo un intento serio y determinado hacía el análisis. Esta es la forma en que se abre un juego estructurado ;habilitando al jugador a hacer preguntas sobre el juego!"

(+) (2 hombre y 3 mujeres de 8 años, del tercer grado de una escuela independiente-particular (?) de Cambridge, Mass., participaron en este curso experimental sobre la conceptualización de la propiedad distributiva, en donde estuvieron presentes el Dr. Z.P. Dienes y un observador para cada sujeto).

He aquí el ejemplo:

Cuento de los cohetes marcianos.

((Análisis de la identidad: $x^2 - x - 6 = (x + a).(x - 3)$)

"Unos cohetes van a marte; sobre cada cohete hay tantos motores como el número total de los cohetes de la flota. Durante el vuelo, un cohete choca con un meteorito y se destruye. Además, se hacen a perder otros 6 motores de los cohetes restantes, pero todos estos llegan a Marte. En Marte encuentran otros cohetes vacíos abandonados por otros astronautas, pero sin motores. Ellos quitan algunos motores de sus propios cohetes y los colocan sobre los cohetes marcianos. Ellos se dan cuenta que es posible tener el mismo número de motores sobre cada nave, tanto los terrestres como los marcianos" "¿Cuántos motores menos tenía cada nave ((terrestre)), en su regreso y cuantos cohetes más encontraron en Marte"?

"¿Puedes hacer un problema cómo este?"

"(Al llegar el sujeto encuentra un borrador)".

"Sujeto": "Voy a reportarlos con la asociación de asaltantes"

"(Leyó el problema)". "Escojamos un número para los cohetes" ((Aquí se muestra su familiaridad con el tipo de problemas)). "ughla glagha esa es la palabra marciana para número". "(El sujeto choca su deletreo y tacha la última h. Llega Carol y toma el borrador)" +.

"S" "Yo tendré muchas de estas (gomas) cuando vaya a -
la India.

"Observador" "¿Cuándo va a ser eso?"

"S" "En septiembre (lee el problema en voz alta, cuan-
do usa la palabra ughlaglaga) ¿cuántos motores, --
no dice?" +

"Dienes": "Ese es el problema"

"S": "No le hallo"

"D": "No importa"

"S": "Entonces ughlaglaga. Lo haré con un número. 5 co-
hetes. Entonces hay 5 motores en cada cohete. 6 mo-
tores se hechan a perder. ¿Cuántos motores quedan?.

"D": "No lo puedes saber. Puedes encontrar cuantos se -
pierden" (replanteamiento del objetivo)) "(D se re-
tira. S se apoya en el respaldo de la silla) No le
hallo, me gustaría que se diera el número. Yo creo
que voy a hacer un poco de ladroneria (S camino al
rededor del cuarto y regresa. ("O" le lee el pro-
blema)".

"O": "¿Cuántos motores se perdieron al llegar a Marte?"
"(S podía contestarlo, pero quería una orientación
sobre el número de cohetes marcianos que había ahí)

"S" "Yo creo que voy a hacer unos asaltos" (D regresa)"

"D" "Usemos los limpiadores como motores. Entonces hay
5 limpiadores y 5 naves anaranjadas". (+)

"S" "Llamaremos a esto (la balanza) el meteorito. Es -
un gran meteorito (S recoge una nave y la hace cho-
cár con la balanza. Luego hace chocar otros cohe-
tes, perdiendo varios motores en el camino. Una na-
ve perdió 2 motores, otra 4 motores y 2 no perdie-
ron nada) Esta que no perdió ninguno va a salvar -
a la tripulación (del cohete que se destruyó). -
¿Cuántos perdió? Perdió ughlaglaga + 6. Voy a expe-
rimentar. (Pone motores sobre todos los cohetes --
marcianos). No hay suficientes. Ellos están destrui-
riendo los cohetes marcianos. Salvaron un cohete"
((Esto se puede interpretar como una actividad na-

nipulativa para facilitar el análisis, donde el individuo propone nuevas conclusiones imaginarias. i. e. un cohete marciano está bueno)) ((Nótese que usa uglaglagla en vez de 5, por estar acostumbrado a hablar en términos variables)).

"O": "No, todos se quemaron, pero tu quieres regresar - los cohetes terrestres, también. (S estaba usando solo los 5 cohetes marcianos)"

"S": "Tengo que poner dos motores en cada uno sobre los cohetes marcianos y uno en cada uno de los cohetes terrestres, porque los cohetes marcianos son más - grandes"

((¿Búsqueda de otras conclusiones para llegar a una solución mas fácil, eliminando la segunda parte del problema?)).

"O": "No, todos ellos deben tener el mismo número de motores. Tal vez ese número de naves marcianas no -- sea la correcta (S tomó un camino y después otro)"

"S": "Estos dos le pegan a un meteorito. (S sigue tirando limpiadores al suelo, así que era difícil se---guir la vista del número de cohetes). Tal vez hay solo un cohete marciano. No, voy a empezar desde - cero. No, eso no sirve. (Probó con 2 y 3 después). Ellos capturaron 3, sí, empezaron con cinco".
((Parte de la solución)) (+)

"D": "¿Qué pasa si empezaron con 6? ¿seguirán siendo 3?"
(+)

"S": "No lo sé hasta que lo pruebe. Solo hay 5 naves a-
naranjadas".

"D": "Eso está bien, ya que uno se pierde inmediatamente de cualquier manera".

"S": "No, voy a usar un cohete marciano primero. Se convertirá en marciano después. ¿No soy listo? (El -- lleva los cohetes a Marte, uno por uno)".

"D": "Ahora ¿siguen siendo 3 cohetes?"

"S": "No lo sé"

"D": "¿Crees que hay 4 ahora?"

- "S": "No lo sé (El quita uno y pone 3 motores sobre cada uno de los cohetes)".
- "D": "Hay 3 ¿o no? Así que hay 3 máquinas perdiéndose en ambos casos y 3 motores menos otra vez. ¿seguiría funcionando con 7?"
- "S": "Si"
- "D": "¿Estas seguro?"
- "S": "muy seguro, porque trabaja con un número par y un número impar" ((generalización)). (+)
- Carol: ¿Donde está mi borrador?
- "S" : "Voy a hacer un mapa del tesoro"

c		j
s		x

"X aquí"

- "S" : (A "O", apuntando la marca x sobre el mapa)
- "Ahí es donde está supuestamente"
- (Poco antes de salir, S mostró a "O" donde estaba realmente) "No lo toque" (se fué) .

"En este reporte, no se puede decir que el sujeto haya alcanzado una firma generalización de la factorización de la función cuadrática $x^2 - x - 6$ implementada en el cuento. Las sesiones para este momento se estaban acercando a su fin, los niños en el grupo habían sido estirados hasta casi los límites de su capacidad matemática y es muy seguro, que sin el cuento, no hubiera aprendido nada este sujeto, en la sesión mencionada. El armazón de este cuento tuvo la flexibilidad adecuada: flexible para generar suficiente deleite para jugar y experimentar, aunque lo suficientemente estructurado para dirigir la actividad, a veces casi incontrolada, en conatos matemáticos. Puede ser que el grado al que se estructura un juego, sea una variable importante para manejarla - como ventaja educativa para los estudiantes".

((En este ejemplo parece obvio que sin una fase constructiva este niño de 8 años, no hubiera siquiera intentado resolver este problema. Coincido con Dienes en el sentido de que este problema se acercaba a una actividad analítica, no porque el sujeto quisiera explicarse la relación de un polinomio con su forma factorizada, sino por el análisis que tuvo que hacer del problema para traba--

jarlo (identificando intuitivamente) en forma semejante a los de la colección de eventos ($L \times L + Z$; $\delta : 4L + 1.4$) que ya había --- construido. En los problemas anteriores, el sujeto no hablaba en términos de cantidades variables sino que manipulaba puras situaciones concretas (con cantidades bien especificadas) en diferentes implementaciones y de ahí abstraía la relación $L \times L + 4L + 4 = (L+2)(L+2)$ (Págs. 72 y 77 del libro "An experimental Study of Mathematics Learning"), Ahora no solo intentaba hablar en términos variables, sino que intuía que al operar de cierta forma sobre -- esa cantidad (llamémosle de tipo cuadrático) se podía volver a -- distribuir de una manera uniforme y que podía saber cuántos elementos menos tocaban a cada parte y cuantas partes mas se necesitaban para poder hacer esa distribución.

Lo importante es que muy probablemente, el sujeto hubiera podido abstraer la identidad $L \times L - L - _$ (que se planteó aquí) con -- $(L - 3) (L + 2)$ y esta abstracción no se puede decir que fue lo -- grado en una actividad netamente constructiva (Manipulación concreta) sino que también, en algo tomó parte la acción analítica (flujo de interpretación y simbolización entre la manipulación -- concreta en la manipulación simbólica). Creo que no se puede hablar de fases separadas, sino de la acción de las dos, con predominio de una de ellas, dependiendo del grado, de desarrollo del sujeto. Con relación al principio dinámico que establece Dienes -- creo que es necesario modificarlo y establecer que la construcción de elementos abstractos precede al análisis, sin excluirse el hecho de que durante una fase constructiva (de abstracción) de -- una clase de elementos, exista la actividad analítica, no sobre -- estos elementos, sino sobre aquéllos eventos con los cuales se está realizando el proceso de abstracción.

OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES SOBRE LOS TRABAJOS "AN EXPERIMENTAL STUDY OF MATHEMATICS LEARNING" Y "ON ABSTRACTION AND GENERALIZATION" DE ZOLTAN P. DIENES.

La clasificación de los procesos del pensamiento: abstracción, generalización, análisis, particularización, concreción, interpretación y simbolización; el haber identificado dos fases fundamen-

les en el proceso de aprendizaje; constructiva y analítica; el establecimiento del principio dinámico: la construcción precede al análisis, el identificar la abstracción como una actividad netamente constructiva; la clasificación de los tipos de generalización y su relación con el proceso de abstracción me permitieron hacer mas explícitos mis conceptos sobre el proceso de aprendizaje. Su material de aprendizaje sobre polinomios y grupos, me fué sumamente útil para experimentarlos. ^{Por} Mis deficiencias en el conocimiento de las matemáticas, dudo que me hubieran llevado a diseñar este material, aún después de mucho tiempo y si fuera así, en forma muy burdamente semejante.

Me pareció poco clara su definición del proceso de abstracción y eso me desorientó en la conducción de los ciclos constructivos -- del curso pasado. No basta con decir que en la abstracción se identifican elementos comunes a un conjunto de situaciones, eso es lo mismo que decir que la organización de situaciones conocidas es una abstracción, i.e.; clasificar objetos por su color, tamaño y forma cuando uno ya ha abstraído estos predicados con anterioridad, no se puede decir que se está realizando una abstracción. Relaciona la abstracción con la formación de isomorfismos pero no la incluye en su definición y en sus ejemplos no hace explícito el tipo de isomorfismo por el cual se abstrae el concepto ejemplificado.

En mi opinión, la abstracción invariablemente se genera por la necesidad de transformar con más eficiencia un conjunto de situaciones y la clasificación que hace el sujeto sobre un conjunto de situaciones es siempre con respecto a uno o varios tipos de transformación.

Su intento de describir lo que motiva al individuo a aprender en términos de un modelo energético, imide hacer estudios y comprobaciones experimentales cuantificables, sobre todo, imide relacionar e integrar realístamente los diferentes procesos de conocimiento dentro del proceso de aprendizaje mismo y su dinámico real. La visión de este modelo que incluye la concepción de la motivación y dinámico del proceso de aprendizaje en términos de energías:

- impide explicarse si el aprendizaje parte de lo inestructurado a lo estructurado, "del caos al orden".
- impide definir cuando es conveniente y como interferir y dirigir el aprendizaje del sujeto.
- Lleva a suponer (equivocadamente, como en sus mismas experiencias se puede observar) que el solo dominio sobre los elementos de un tipo de situaciones "genera suficiente energía" como para pasar "espontáneamente" de la fase constructiva a la fase analítica y
- restringe el estudio de la capacidad para abstraer, a variables muy empíricas (generación de ruido), que lo llevan implícitamente a uno, a suponer que la abstracción depende de factores únicamente porcentuales (establece como una condición para la abstracción que las situaciones sean perceptualmente diferentes).
- no lleva a plantear mas que la relación entre contenidos específicos de aprendizaje e ignora su relación con las actividades del sujeto en su medio ambiente.
- Mediante este modelo se establece, que del juego manipulativo sobre diferentes situaciones, se acumula energía suficiente para entrar en una etapa cognoscitiva superior de estructuración de los juegos, eliminando el "ruido" (las irrelevancias (?)) que se encuentra en dichas situaciones, pero no llega a definir en qué consiste esa acumulación de energía.
- La forma en que define la abstracción y éste proceso (aunque lo enuncia como eminentemente constructivo, no totalmente), lleva a suponer que la abstracción (que implica una construcción) no recurre al análisis, e implícitamente se ignora que hay un desarrollo progresivo de la estrategia cognoscitiva, de una fase predominantemente constructiva a una analítica en el proceso mismo de abstracción (como creo que sucede en la actividad científica).

Este enunciado tiende a llevar a la concepción del aprendizaje como un proceso en ciclos mas separados que concatenados. Este principio se puede entender si se habla de niveles de abstracción en términos de estados y subestados de referencia.

cia (eventos concretos) y clases de eventos o elementos a clasificar, de aquí sería mas fácil comprender que los eventos si se pueden relacionar por análisis, aunque tal vez no sea tanto de las clases en construcción.

- Al concebir la dinámica de un ciclo de aprendizaje a otro - como la conversión de las clases de elementos de un ciclo - en elementos a clasificar en un nuevo ciclo, lleva a ignorar que la profundización depende de la amplitud y que por lo tanto, dicha transición de un ciclo a otro se da no por la sola conversión de esas clases de elementos de un ciclo en elementos de otro, sino de otras clases del mismo nivel (ya construídas con anterioridad) y cuya acumulación motiva al sujeto a compararlas y reclasificarlas.
- Esta revisión desvía la posibilidad de ver con claridad:
 - a) que dichas irrelevancias para ser tales, deben corresponder a características ya conceptuadas anteriormente por el sujeto.
 - b) que el material (físico o representativo) de tales juegos no son los elementos del sistema a estructurar, pero sí la base fundamental para construirlas y que hay irrelevancias implícitas en el material que son útiles y que funcionan como estados de referencia necesarios para poder abstraer mediante clasificaciones tentativas.
- Lo restringido de este modelo y su consecuente y ambigua -- definición de abstracción:
 - a) impide plantear la relación entre los diferentes procesos de pensamiento (por ejemplo no se explica por qué - los niños tienen más capacidad para generalizar sobre - un frente estrecho de situaciones).
 - b) impide llevar mas efectivamente hacia una actividad libre que Dienes mismo sostiene como fundamental para el aprendizaje (aunque muestra desconocer como lograrlo).

En términos generales, creo que los errores de Dienes fueron:

- a) Tratar de explicarse mas a fondo el proceso de aprendizaje bajo la luz exclusiva de su modelo ya formado.
- b) Tratar de explicar la motivación y la dinámica del proceso de aprendizaje bajo el solo enfoque de las condiciones internas del individuo (psicología) hacia su exterior.

REFLEXIONES SOBRE LO EXPERIMENTADO Y EL MODELO DESARROLLADO Y EL
MODELO ANALIZADO DE ZOLTAN DIENES.

Para poder incluir o integrar otras variables de un modelo, no es posible hacerlo partiendo del estudio de la aplicación de dicho modelo, sino que es necesario regresar a las fuentes de donde se extrajo. Dicho de otra manera, para poder integrar el factor de la motivación y de la dinámica misma del proceso de aprendizaje en el modelo, no se puede recurrir únicamente al estudio del proceso sobre contenidos específicos previamente diseñados (aplicación del modelo), pues estos corresponden de hecho a un aprendizaje artificial (en el sentido de que el contenido se presenta en condiciones óptimas que lleven a una realización eficiente).

Considero que en el tratamiento de la motivación y la dinámica del proceso de aprendizaje se hace necesario un enfoque de tipo histórico, bajo el cual se puede decir como categoría fundamental que el hombre ha aprendido porque ha buscado transformar más eficientemente su realidad para satisfacer sus necesidades.

Una vez habiendo identificado y comprobado esta categoría y habiendo identificado también, cuales son los factores que obstruyen o desvían esta tendencia transformadora del hombre se podrá incluir en dicho modelo, reestructurarlo y aplicarlo en un proceso artificial.

¿De donde parte el aprendizaje, de lo estructurado o del caos?

¿Qué motiva el aprendizaje?

(Primer Intento de un Modelo de Proceso de Conocimiento.).

Para poder esbozar una solución a este problema y los planteados al analizar la visión del modelo de Zoltan Dienes, considero necesario plantear el siguiente modelo de génesis y desarrollo del aprendizaje (sujeto a comprobación).

Fase I (Actividad instintiva y de registro senso-motriz).

Al concebir el proceso de aprendizaje de los sujetos como el desarrollo de sus conocimientos y habilidades para transformar con mayor eficiencia la realidad (naturaleza y sociedad), y suponer como condición fundamental para su realización, el grado en que los

sujetos estén en posibilidades de actuar libremente en búsqueda de la solución de sus intereses comunes, considero que este proceso se inicia en cada individuo desde su gestación hasta su muerte. En un principio, los sujetos transforman para satisfacer necesidades inmediatas, motivadas instintivamente; en esta etapa inicial, los sujetos van reteniendo imágenes de experiencias senso-motrices que se suceden al azar y que dependen de factores circunstanciales ligados con las actividades de satisfacción de sus necesidades fundamentales.

Fase II (Actividad de codificación asociativa)

Los eventos que más se repiten y que están más ligados con las actividades de satisfacción de sus necesidades, se van asociando naturalmente en la mente, de tal manera que los eventos que corresponden a la satisfacción de un interés, se representan mediante - una imagen común que se llega a reforzar por una designación comunicable (generalmente vocal), que paulatinamente va adquiriendo - la forma de designación convencional del medio social en el que - se desenvuelven. Conforme los sujetos van codificando y designan-do eventos comunes, continúan:

- a) Operando físicamente con aquellos que están a su alcance - de manipulación (actividad exploratoria con tendencia - - innata hacia la transformación intencional de eventos) y
- b) Operando con eventos físicos representativos de otros eventos que no están a su alcance (actividad representacional caracterizada por la imitación, con la finalidad de adap--tarse y explicarse activamente su realidad).

Tanto en la actividad exploratoria, como en la actividad represen-tacional, los sujetos continúan codificando eventos, utilizando - como marco de referencia a los eventos que ya ha codificado (acti-vidad de identificación de pertenencia a clases de eventos ya for-mados y formación de clases de eventos no pertenecientes a los ya formados).

Los eventos menos ocurrentes se retienen aisladamente por un lap-so de tiempo, si no alteraron mucho la estabilidad del sujeto; si son impresionantes se retienen juntamente con los mecanismos re--flegos que aplicó.

Fase III. (Actividad de codificación simplificativa y de transformación de modelos.).

Conforme los sujetos van construyendo y designando clases de eventos mas o menos estables, buscan integrar dichas clases aisladas con el fin de tener un mayor dominio en la transformación de dichos eventos y empiezan a tomar éstas clases como elementos y a tratar de identificar sus transformaciones semejantes para agruparlas; en esa búsqueda, cada sujeto:

- a) va eliminando los aspectos perceptuales que estan asociados a las clases y que no son factores determinantes del tipo de transformación semejante a estas clases de eventos integrales y
- b) va identificando los aspectos invariantes de los eventos transformados y reconociendo la semejanza de estos aspectos en las diferentes clases de eventos.

De esta manera el sujeto llega a agrupar clases de eventos menos asociados a los aspectos perceptuales de los objetos y las clases se convierten en elementos transformables que en forma simplificada y general describen el comportamiento de cualquiera de los eventos de las clases conjuntadas.

Durante esta fase, el sujeto empieza a formularse suposiciones -- cargadas de cuestionamiento expectativo y así los eventos, no solo son objetos de interés para transformarlos sino que sirven también como instrumento de comprobación (estados de referencia) de las suposiciones que el sujeto haga sobre el resultado de la transformación de los elementos que los representan (inicio de manipulación imaginaria). En esta etapa el sujeto ya no está impulsado por el instinto de satisfacer inmediatamente una necesidad cargada de aspectos imprevistos, sino que se da tiempo para poder lograr satisfacer una necesidad mas específica y relacionada, es decir la intencionalidad de sus acciones ya es más definida de antemano.

Esta etapa surge cuando las clases de eventos que se repiten constantemente son diferentes en aspectos perceptuales, que en un principio supone relevantes, pero que su necesidad de actuar con mayor certeza sobre cada una de dichas clases, lo lleva a eliminar

estos aspectos irrelevantes.

El proceso de eliminación de irrelevancias lo hace intentando representar la transformación de los eventos de una clase en términos de la transformación de eventos de otra clase, sobre la cual tenga mayor familiaridad y capacidad operativa y cuyos eventos sean mas accesibles a manipular física y simbólicamente (dependiendo de su nivel y del carácter del proceso en estudio que en el caso de las matemáticas, por ejemplo tiende paulatinamente a ser simbólica, dada su facilidad manipulativa).

El grado de eliminación de los aspectos perceptuales de las diferentes clases de eventos depende del grado de contraste que tengan sus eventos y sus transformaciones respectivas.

La eficiencia y el acceso a los instrumentos que una comunidad tiene, para transformar libremente la naturaleza y la sociedad (los obreros tienen poca capacidad de libre transformación, pues realizan una actividad mecánica y enajenante), es un factor condicionante del grado con que el sujeto puede eliminar los aspectos perceptualmente irrelevantes de las clasificaciones que forma, pues:

- esa eficiencia implica también que la comunidad puede producir eventos mas intencionados y mas seleccionados de tal manera, que la riqueza de tipos de transformaciones es mas abundante y mas diferenciable perceptualmente.
- esa capacidad transformadora es la que genera necesidades mas definidas y por lo tanto, motiva al sujeto a eliminar mas irrelevancias.

El sujeto llega a construir un modelo de un tipo de proceso de la realidad, cuando las clasificaciones y transformaciones que define estan lo suficientemente desligadas de aspectos perceptuales, de tal manera que, es capaz de predecir los resultados de la transformación de sus elementos, con el grado de eficiencia por él requerido.

Durante el desarrollo de la actividad cognoscitiva del sujeto, -- el sujeto mismo va transformando su estrategia cognoscitiva, cuando tiene pocos modelos integrados, su actividad cognoscitiva depende de la manipulación física de eventos concretos; si su manipulación la llega a realizar a nivel de elementos representativos, recurre constantemente a la concreción para comprobar sus planteamientos y tiende a afianzar su modelo mediante la particularización (aumentando el número de restricciones para poder visualizar mas el modelo mediante imágenes asociadas, que formen un sistema familiar para el sujeto). Cuando llega a generalizar, extiende la descripción de su modelo construido sobre ciertas clases de eventos a otras clases, que de antemano ya ha clasificado como semejantes a la utilizadas. (Esta es todavía una estrategia predominantemente constructiva). A este nivel está capacitado también:

- para fraccionar su modelo y mediante la aplicación de otros modelos ya construidos, explicarse el por qué de los resultados de la transformación de los elementos de su modelo -- (actividad analítica) y establecer una jerarquía de principios (transformacionales) sobre los cuales se puedan inferir otros mas.
- para comparar su modelo con otros modelos convencionales y adoptar su terminología y simbología en el caso de estar mejor definidas (análisis e interpretación estructural).
- para concretar su modelo aplicándolo en la transformación de eventos reales.

El aumento del número de modelos sobre fenómenos de un aspecto de la realidad, permiten eliminar mas rapidamente las irrelevancias, sin necesidad de recurrir a la interacción constante sobre eventos ejemplares; los modelos ya construidos permiten identificar la pertenencia de los diferentes aspectos de los procesos e identificar los tipos de transformaciones que se pueden efectuar con ellos y compararlos con las transformaciones de interés y determinar su relevancia. Estas condiciones llevan a modificar la estrategia cognoscitiva del sujeto, de tal manera, que para construir un modelo se interesa mas en explorar con los elementos de un modelo tentativo que hasta puede llegar a ser construido, frec

cionando el tipo de proceso en cuestión en partes que puedan ser descriptibles por otros modelos o parte de ellos ya formados -- (transferencias isomórficas) (esta actividad de transferencia depende fundamentalmente de que el sujeto haya formado modelos -- transferibles al modelo en cuestión); en un principio, las transferencias de modelos que se hagan sobre el modelo en formación se dan a nivel de comparación directa entre elementos bajo tipos de transformación (actividad de transferencia constructiva) y poco a poco, esa transferencia se da a nivel de comparación de propiedades de transformación de los elementos de los modelos (actividad predominantemente analítica).

Esta capacidad estratégica del sujeto le permite interesarse por y poder manipular elementos de modelos ya definidos de antemano, sin necesidad de conocer concretamente los eventos físicamente -- transformables, a los que podría corresponder (si es que existen). (actividad matemática pura). Esta actividad matemática pura está condicionada a la actividad predominante y al medio de desarrollo del sujeto . La forma en que exploraría dicho modelo sería estableciendo comparaciones estructurales del modelo dado o de sus -- partes con otros modelos o partes de ellos ya formados por el sujeto (actividad de interpretación y análisis).

A este nivel el sujeto está capacitado para:

- generalizar su modelo, identificándolo, como una imagen estructural de parte de otro modelo. (generalización matemática o isomórfica).
- para particularizar su modelo (no ya con fines de afianzamiento), con la finalidad de formular otro con un número más restringido de elementos, en el que puede incluir partes de otros modelos (particularización por transferencia de campalme).

En todas estas fases, es común (diferiendo en cuanto a estrategia) la actividad hipotética del sujeto ((diferiendo también en cuanto a grado de intencionalidad que va de la expectación a la predicción explícita). En todos los casos hay:

- Un proceso dialéctico de formulación, identificación de -- ciertos y errores y reformulación hasta que se logre una --

formulación eficiente para satisfacer lo requerido.

- un proceso dialéctico de enriquecimiento cuantitativo de la aplicación y refinamiento de las formulaciones funcionales y una crisis y reformulación cualitativa de las mismas o rechazo y sustitución por otras (proceso que depende fundamentalmente del proceso dialéctico mismo que se da en la naturaleza y en la sociedad).

LA DINAMICA DE LA ACTIVIDAD HIPOTETICA DEL SUJETO. (O DE UN CONJUNTO DE SUJETOS EN COMUNICACION) Y LA POSIBILIDAD PARA PODER POR U-
LAR UN MODELO FUNCIONAL PARA DIRIGIR UN PROCESO (REAL O IMAGINARIO)
HACIA UN FIN Y A UN NIVEL DE EFICIENCIA DADO, DEPENDE DE LAS SI--
GUIENTES CONDICIONES:

- 1) Que el sujeto este interesado en efectuar dicha transformación. (Es necesario tener presente, que en la actualidad, los intereses de los sujetos se contradicen y hasta llegan a ser antagónicos, en donde la mayoría de la población trabajadora realiza actividades desligadas de la producción de satisfactores de su verdadero interés). (Esto se trata en detalle mas adelante).
- 2) Que tenga acceso al manejo de los instrumentos necesarios para explorar el fenómeno (al nivel requerido). (Es necesario tener presente la existencia de la propiedad privada de los medios - de producción y que de entre los que operan los instrumentos - de un proceso productivo, pocos son los que pueden explorar sobre éste y la mayoría son apéndices del mismo proceso productivo).
- 3) Que todas las clases de elementos y tipos de transformación -- que puedan constituir el modelo al nivel requerido, correspon--dan a elementos (que a su vez son clases de otros elementos o eventos) y a transformaciones (que a su vez son tipos de transformación de otras mas concretas) ya abstraídas por el sujeto, lo cual solo es posible, si el sujeto a participado practicamente en la formación de modelos y submodelos particulares de procesos semejantes al que se tiene en cuestión. (Es necesario tener presente:

- a) que son pocos los sujetos o equipos de éstos en comunicación, que han llegado a formular los modelos que se aplican en la mayoría de los procesos productivos, todos los demás sujetos, restringidos, solo se llegan a formular esquemas (modelos pobres) de acción para aplicarlos en su vida cotidiana o en aspectos circunstanciales de su enajenante actividad productiva.
- b) Que en la generalidad de los casos, la primera clase de sujetos son los que realizan una actividad intelectual y que la segunda clase, realiza una actividad predominantemente manual, en la que además de ser apéndices del proceso de producción al servicio de los propietarios de los medios de producción, son apéndices también en el proceso de comprobación práctica de la efectividad de un modelo y/o de la efectividad de la aplicación particular del modelo en un proceso concreto. Es decir, son doblemente utilizados para la satisfacción de necesidades ajenas a ellos: para satisfacer a la burguesía y para cumplir la actividad de praxis indirecta de los intelectuales.
- c) La creciente especialización y división del trabajo (generada por la necesidad de la burguesía de controlar con mayor eficiencia la actividad productiva) llegar a disminuir el número de sujetos que estén en posibilidad de formular modelos de mayor control de los procesos, pues la actividad fraccionada (no por estrategia coordinada de ellos) y la poca variedad de actividad de estos sujetos impide que se conozca la totalidad del proceso y que se pueda compararlo con otros.
- d) Que el sujeto (o los sujetos en comunicación) tenga comunicación con la comunidad que tiene acceso al trabajo intelectual y material (productivo y científico) para comunicar y asimilar los conocimientos de los demás (por un proceso de comparación con los conocimientos desarrollados por él en su práctica).

(Como se analizará más tarde, se verá que el modo de producción determina la concepción y el desarrollo de la activi-

dad científica y del aprendizaje, al relacionar estos dos procesos).

Sobre el aprendizaje.

Un aprendizaje artificial es un proceso en el que se reúnen (buscando su optimización) estas cuatro condiciones mencionadas, de tal manera que, el desarrollo del conocimiento y de la estrategia cognoscitiva (método) del sujeto se da con mayor rapidez y efectividad.

Respuesta a la pregunta ¿de dónde parte el aprendizaje, de lo estructurado o del caos?

En mi opinión, este planteamiento de la génesis y desarrollo del proceso de aprendizaje (resultante del análisis de mis experiencias, de los trabajos de Dienes y de una primera lectura de textos marxistas y de otros relacionados con este tema), resuelve por sí mismo (si es funcional) el problema de si el aprendizaje parte de lo estructurado a lo inestructurado. La respuesta está en el enfoque que es necesario preguntar si se refiere a un caos interno del sujeto (en cuanto a su intencionalidad) a una visión caótica del sujeto hacia el exterior:

Con respecto a la primera pregunta, creo que es cierto que el aprendizaje parte del caos mental, en el sentido del desconocimiento, y no tanto hacia lo estructurado sino a lo intencionado.

Con respecto a la segunda pregunta (la motivación del aprendizaje, depende de la relación entre el tipo de las necesidades reales -- que el sujeto se logre plantear para satisfacer y la funcionalidad de los conocimientos que tenga para aplicarlos en su obtención; el aprendizaje se logra si la diferencia entre el tipo de necesidad y los conocimientos del sujeto son tales que pueden ser útiles para llegar a identificar los aspectos relevantes que permiten realizar la transformación deseada y si el sujeto tiene acceso a la libre manipulación de los eventos de interés para transformar, bajo esta visión, el sujeto parte más que del caos, de una concepción caótica, pues no sabe como producir el proceso deseado y mover la concepción caótica, si el sujeto no tiene las --

condiciones mencionadas para lograr satisfacer su necesidad planteada.

EN CONCLUSION

Para cualquiera de las dos formas de interpretar el problema sobre el caos (la concepción caótica) y el aprendizaje resulta que este sí parte, mas que del caos, (concepción idealista y ambigua) de una concepción caótica, aunque también es cierto que el sujeto de be contar con instrumentos (cognoscitivos) que le permitan organi zarlo, para poder aprender al grado requerido.

Dienes cita como ejemplo de partir de lo estructurado en el apren dizaje, especificando al sujeto las reglas de transformación de - situaciones físicas o representativas; esto es posible cuando el sujeto es capaz de aceptar y asimilar dichas reglas, al traducir- las a otras semejantes ya formuladas por él mismo y que tengan in tima correspondencia con sus actividades cotidianas; si éstos con diciones no se cumplen, el sujeto se encontrará manipulando símb olos sin significado en forma mecánica y enajenante. (como hablan do correctamente una lengua desconocida).

Con respecto a las condiciones que llevan hacia un cambio "espontáneo" de la fase constructiva a la fase analítica, son dos funda mentales:

- el dominio (en el sentido de certeza predictiva general) so bre la transformación de los elementos del modelo.
- la necesidad de aplicar con mas eficiencia el modelo ya sea buscando un mayor dominio de transformación sobre:
 - a) un número restringido de elementos para afianzar el mo dolo o para satisfacer una necesidad de transformación particular.
 - b) un número mas extenso de elementos (generalización primi tiva) o aplicándolo a una parte de otro modelo mas gene ral (generalización isomórfica) o mediante el refinamiento (buscando la simplificación en principios funda mentales de predicción) del modelo o la alteración de algunos o de todos sus principios.

De cualquier forma, este planteamiento presenta limitaciones:

- no se establecen parámetros que permitan diferenciar la transición de una fase a otra. (Dienes y Piaget plantean parámetros en función de la edad, pero éstos como se puede analizar en el planteamiento dado, son muy flexibles, puesto que el desarrollo del proceso cognoscitivo no depende exclusivamente del desarrollo cronológico sino del desarrollo experimental del sujeto y del medio en que se desenvuelve).

Con respecto al problema del ruido de una situación de aprendizaje, planteado en los trabajos de Dienes, creo que debe considerarse en términos de dos puntos fundamentales: íntimamente ligados entre sí:

- a) el ruido que genera el problema que se plantea y que es -- proporcional al número de aspectos irrelevantes del problema que el sujeto no los ha trabajado suficientemente con anterioridad (para conocer los efectos de su transformación y poder eliminarlos al ver que no son factores determinantes en la transformación de los eventos del problema).
- b) el ruido o la tendencia que el sujeto tiene a la actividad aleatoria, por la necesidad que este tiene a ubicarse dentro del medio que lo rodea.

Por cualquiera de las 2 razones anteriores, el sujeto puede modificar un problema presentado en forma representacional cambiando los aspectos irrelevantes o hasta la esencia misma del problema. Y en el caso de estar implementado en un sistema físico, si esto no presenta muchos aspectos irrelevantes para el sujeto, podrá eliminarlos por la misma actividad manipulatoria (actividad no muy conciente si solo se manipula con este sistema único), ó también podrá ocurrírsele utilizar tal sistema físico para la obtención de otros objetivos físicos o aun representacionales (cambio del problema).

Dienes plantea como solución para eliminar el ruido:

- aumentar el número de actividades sobre sistemas estructurados por reglas.
- plantear situaciones problemáticas con diferentes implemen-

taciones, de tal manera que los aspectos irrelevantes de cada situación semejante no se repitan.

La primera solución necesita especificarse mas: si cada una de las reglas de la actividad estructurada ha sido abstraída de antemano por el sujeto en otras situaciones problemáticas, de esta manera - la actividad estructurada no es estructurada, sino que, dependiendo del objetivo (problemático) que se plantee en ella y del tipo de estrategia que el sujeto ha desarrollado, es una actividad manipulativa (constructiva) o analítica de un conjunto de eventos - abstractos (las reglas) y aparentemente desconectados (visión caótica inicial).

La segunda solución concuerda con lo planteado en la génesis y desarrollo del proceso de aprendizaje, entre mas se varíe la implementación de un conjunto de situaciones descriptibles bajo un mismo modelo, se identifican mejor los aspectos irrelevantes (se disminuye el ruido generable) y se centra mas la actividad aleatoria del sujeto (al satisfacer mas la necesidad del sujeto de ubicarse conocer y transformar su medio, disminuye su tendencia a la actividad aparentemente inintencionada).

Dienes intenta relacionar los problemas "ruido", motivación del sujeto y duda de cuál es el punto de partida adecuado para el aprendizaje: caos u orden. Creo que la raíz de estos problemas está dada en las condiciones (ya mencionadas) que limitan o impulsan la dinámica de la actividad hipotética. (Pág.173).

THINKING IN STRUCTURES. (EL PENSAMIENTO EN ESTRUCTURAS).

(Z.P. DIENES, H.A.JEEVES)

(Descripción de un trabajo experimental sobre el proceso de pensamiento).

Al explicar el título de su trabajo, se plantea que una dificultad al estudiar el pensamiento es fraccionándolo, por que una unidad compleja nunca es equivalente a la suma total de sus partes y el estudio del pensamiento sólo resulta de considerarse las formas en que las partes integran la unidad.

Dienes concibe el pensamiento como una reorganización de un material de estímulos ((eventos)).

La finalidad de este trabajo fué describir el pensamiento en términos de estructuras (formas de organizar un material en un todo). (Designa como estructura la forma en que las partes integran el todo ó el conjunto de relaciones o interdependencias entre eventos).

Supone que la forma en que los individuos forman un modelo, es -- juntando modelos rudimentarios para formar unos más complejos (esto no lo prueba en este trabajo).

Objetivos del experimento.

Estudiar como el individuo organiza el caos; en modelos regulares. Se subdividió esta interrogante en las siguientes preguntas:

- 1) ¿Qué estrategias individuales se pueden distinguir?
¿Se pueden subdividir en tipos estas estrategias?
- 2) ¿Bajo qué condiciones ocurre la transferencia entre estructuras? (Reconocimiento de un isomorfismo entre 2 estructuras, una conocida previamente y la otra no)
- 3) ¿Con qué tipos de propiedades se debe dotar una estructura A y no una estructura B, de tal manera, que dada la evidencia B, se espere A?
- 4) ¿Son las respuestas a las preguntas anteriores, diferentes por edad y sexo?

Para estudiar el proceso de pensamiento, se establecieron como --
caos experimentales, estructuras de dos dimensiones (de 2 varia--
bles para determinar un evento) de tal manera que los sujetos:

- pudieran formularse un modelo con valor predictivo.
- hubiera una selección razonable de estrategias para organi--
zar el caos.

Para esto, implementaciones de grupos matemáticos de 2 y 4 elemen--
tos (cíclico y de Klein), se tomaron como material de experimenta--
ción.

Descripción del aparato y del experimento y de las preguntas so-- bre los juegos formuladas a los sujetos.

El aparato consistió de una pieza de cartón con una ventana, don--
de se pueden colocar un número de diferentes cartas, (elementos --
del grupo en cuestión) una por una. Al sujeto se le surtían las --
mismas cartas que podían aparecer sobre la ventana, para que colo--
cara una de ellas sobre un tablero horizontal.

El evento consistía en la aparición de una carta sobre la ventana.
(Esta era la variable dependiente).

Las variables independientes eran:

- 1) La carta en la ventana previo a la carta que se colocara --
sobre el tablero.
- 2) La carta jugada por el sujeto sobre el tablero.

La carta que aparecía en la ventana dependía entonces de dos fac--
tores:

- 1) La carta que estaba previamente en la ventana.
- 2) La carta que jugaba el sujeto.

Cada sujeto jugó dos juegos: uno de dos elementos y otro de 4 (cí--
clico ó de Klein) (el orden se varió para estudiar sus efectos).
Antes de empezar, se les describía el juego planteándoles como ob--
jetivo el llegar a predecir el evento resultante (carta que debo--
ría aparecer en la ventana) (después de 6 intentos preliminares).
El juego se empezó siempre con el elemento neutro.

Durante el juego se anotó cada carta que se colocaba en la venta--
na, la carta jugada por el sujeto, la carta predicha por el suje--
to y la carta resultante que se debía colocar en la ventana.

El sujeto jugaba con las cartas hasta que hiciera un cierto número de aciertos consecutivos. Después de ésto, el sujeto era examinado sobre todas las posibles combinaciones de cartas en la ventana y en el tablero; si el sujeto cometía un error se le volvía a dejar jugar libremente, y así sucesivamente hasta predecir el mayor número posible.

Preguntas después del juego de 2 elementos.

- 1) Explica en palabras cómo trabaja el juego, no enumerando - cada caso. ¿Descubriste algunos principios?
- 2) ¿Cómo encontraste las reglas?
- 3) Ecuaciones: (Ejemplo: supón que el amarillo está en la ventana y que quieres que resulte otra vez el amarillo en la ventana ¿Cuál necesitas jugar en el tablero?).
- 4) ¿Te recuerdan las reglas algo parecido?

De 4 elementos: 1), 2) y 3) del mismo tipo que el juego de 2 elementos.

- 5) Preguntas de "reemplazo" (Ejemplo: Supón que el amarillo - esta en la ventana, luego se juega el anaranjado y después el azul. ¿Se puede obtener el mismo resultado en la ventana, jugando una sola carta? si es así ¿Cuál?
(Misma pregunta con azul y azul; verde y verde).
- 6) ¿Serán estas cartas de reemplazo las mismas, independientemente de la ventana inicial, o no?
- 7) ¿Serán las reglas para obtener las cartas de reemplazo las mismas o diferentes de la regla seguida en el mecanismo -- que muestra el siguiente cuadro después de jugar una carta?
- 8) ¿Te recuerda algo conocido este juego o cualquiera de sus reglas?

Descripción de la población estudiantil en la que se hizo el estudio experimental.

Consistió de niños de 11 años y de adultos estudiantes de primero de psicología.

Los adultos se dividieron en aquellos que seleccionaron las cartas (sujetos de examen por selección) y aquellos a los cuales se les impuso una estrategia jugada por medio del experimentador (sujetos de examen por recepción).

En ambas edades se hizo también una clasificación por sexo.

Los sujetos divididos por sexos y edades y por selección y recepción (en el caso de los adultos), también se subdividieron por el orden en que jugaron con las implementaciones de grupo, dando lugar a 4 tipos:

- "2- 4k" que jugaron con una implementación de grupo de 2 -- elementos primero y después con una de Klein.
- "2- 4c" primero con grupos de 2 elementos y después con uno de 4 cíclico y
- los inversos a los anteriores.

Estrategia y Evaluaciones.

Para contestar la pregunta sobre estrategias individuales, se analizó la respuesta a la primera pregunta formulada después de que el sujeto terminaba de jugar: "Explica en palabras cómo funciona el juego, sin sólo enumerar todos los casos. ¿Descubriste algunos principios?

Las respuestas pudieron partirse en tipos fácilmente distinguibles:

1) Tipo Operacional.

Estos sujetos consideraron la carta jugada como operadores sobre la carta en la ventana, teniendo la capacidad de alterarla.

2) Tipo Modelo.

Estos sujetos consideraron el juego como dividido en cierto número de subsecciones. Consideraron que la carta en la -- ventana y la carta del tablero eran del mismo nivel. La -- tabla completa de combinaciones era para ellos como un modelo grande compuesto de ciertos modelos más pequeños.

3) Tipo Memoria.

Estos sujetos afirmaron que ellos simplemente habían memorizado todas las combinaciones diferentes.

Particularmente con el grupo de 4 elementos, hubo un gran número de sujetos que no pertenecían a estos tipos puros de estrategia. A continuación se da una categorización mayor con una asignación de puntuación para cada tipo:

Operacional = 5;
Operacional-modelo = 4;
Modelo = 3;
Operacional-memoria = 3;
Modelo-memoria = 2;
Memoria = 1; Fracaso 0 (que no terminaban el juego).

En la parte del experimento donde se usaron estas estrategias de recepción (donde se impusieron estrategias), las estrategias fueron:

- a) Operador (largas corridas de la misma carta)
- b) Modelo (largas corridas de la misma sección (sub-modelo))
- c) Aleatoria (sucesión aleatoria de combinaciones)
- d) Una mezcla de Operador y aleatoria.

(48 instancias de operados y 48 instancias aleatorias).

(En cada caso se les pasaron 48 instancias)

(Instancia: carta de la ventana, carta del tablero, carta evento). Se aseguró que cada instancia ocurriera 3 veces.

Después de las 48 instancias, se corrían las 16 combinaciones para ver cuáles conocían. Si el sujeto acertaba 13 de las 16 y estaba capacitado para dar respuesta correcta de las 3 restantes se daba por terminado el juego.

En el tipo de estrategia operacional puro, identificaba que un color no alteraba el color de la ventana, y que cualquier otro sí la alteraba.

En el tipo de estrategia de modelo, se consideraba el grupo dividido en 2 tipos de situación: una era cuando la carta jugada y la carta en la ventana eran del mismo color y la otra, cuando la carta jugada y la carta en la ventana eran de diferente color. La evaluación modelo se realizó en la mayoría de los casos por un intento de dividir las 16 combinaciones en regiones, las más clari-

cas fueron:

La región N: donde el elemento neutro ocurría en la ventana o en el tablero.

La región S: Conjunto de combinaciones en que las cartas eran las mismas en el tablero y en la ventana.

La región T: La parte sobrante del conjunto de combinaciones.

La razón para dar mayor puntuación al tipo operador, después al modelo y después al de memoria, corresponde al número de instancias que los sujetos requirieron para terminar un juego.

IDENTIFICACION DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES IMPORTANTES PARA EL MODELO.

Evaluaciones (estrategias)	Operador ó parcial operador.	Modelo puro	Memoria o modelo memoria.
-------------------------------	---------------------------------	----------------	------------------------------

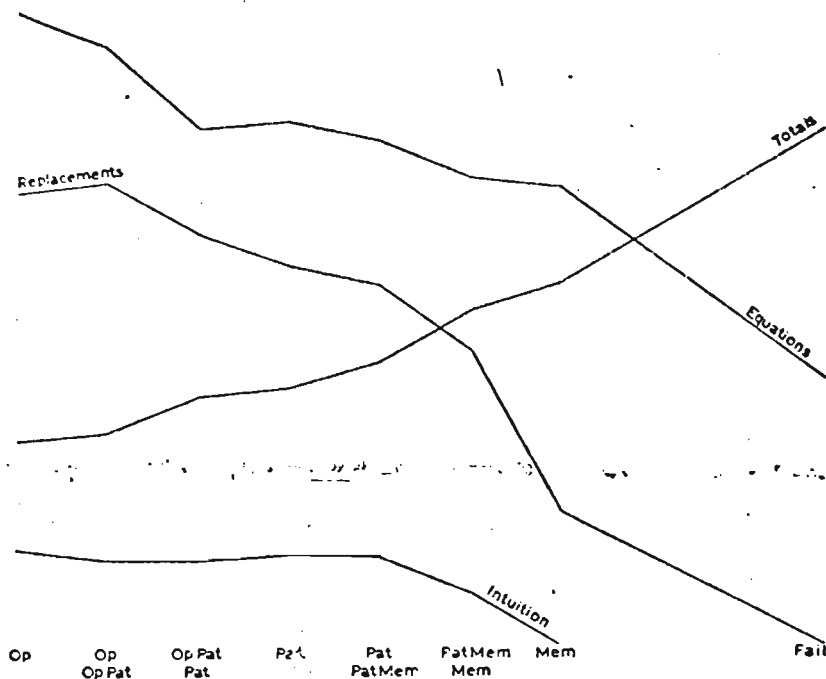
Promedio de instancias.	101	120	151
----------------------------	-----	-----	-----

(Cabe mencionar que la mayoría de los sujetos requirió de cerca de una hora para completar las 2 tareas y responder las preguntas. Hubieron unas pocas excepciones notables, algunos niños terminaron las tareas en 20 minutos con pocos errores, Sin embargo, no se tomó el tiempo como una variable para evaluar los resultados).

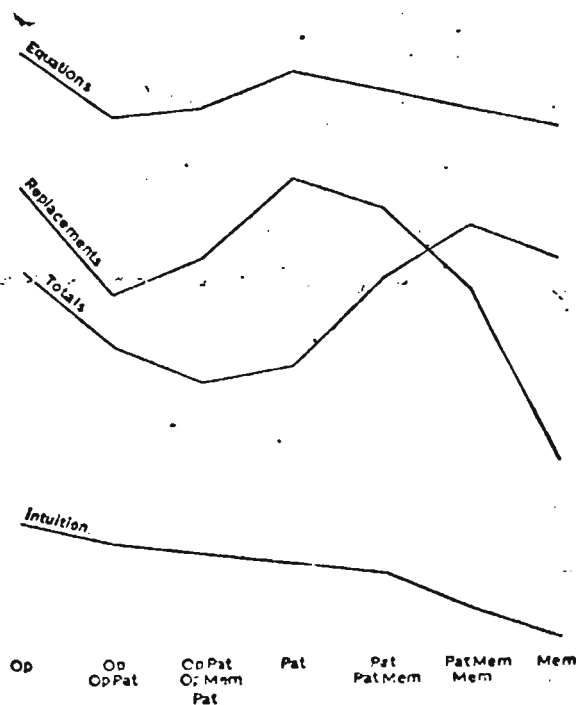
Otra forma de validar, la designación de puntuaciones en el orden: operacional, modelo y memoria es considerando los resultados en:

- número de errores
- ecuaciones (pregunta 3 postexperimental)
- resoluciones (pregunta 4 postexperimental)
- intuición (registrados en las contestaciones de los sujetos).

Sobre el grupo de recención.



Sobre el grupo de selección.



En ambas gráficas es notorio que las gráficas de la ecuación y - del reemplazo tienen las mismas subidas y bajadas. Hay una tenden- cia similar para los errores totales pero no es tan cerrada como para tener significado a un nivel estadístico.

Los grupos se podrían arreglar primero en sujetos puramente ope- racionales, modelo y memoria y observar que: el tipo operador --- tiene los más altos resultados, después el tipo modelo y después el tipo memoria.

Los promedios para grupos no intersectados es el siguiente en el caso del grupo de recepción:

Evaluación	Total de errores	Ecuaciones	Reemplazo	Intuición.
Operator	22	7	5	1
Op-Pattern	25.5	5.5	5.5	0.5
Pattern	23	5.3	4.2	1
Pattern-Memory	35	5.2	4.3	1
Memory	40	5.1	1.5	0
Failure	57	3.0	0	0

($p < .01$ para ecuaciones, $p < .03$ reemplazo, $p < .002$ para -- errores totales).

Si hizo una tabla de relación de las estrategias innuestras (para el grupo de recepción) y las evaluaciones explícitas de los suje- tos.

Estrategias Impuestas.

	Operador	Modelo	Alcatoria	Total
Evaluaciones explícitas.	Operador	3	2	5
	Modelo	2	3	5
	Memoria		1	1
	Fracaso	3	1	4

Se hicieron comparaciones entre la evaluación y los resultados - sobre las tareas, dividiendo a los sujetos en alto y medio (alto: evaluaciones de operador y parcial operador; medio: evaluaciones de modelo y combinaciones de operador y modelo).

	Hombres	Mujeres
Alto	4	11
Medio	11	6

(Diferencias de sexo en la evaluación de la tarea en el grupo de recepción).

$$\chi^2 = 3.26, p < 0.075 \quad (\text{Hipótesis de que no hay diferencia entre sexos}).$$

	Selección	Recepción
Alto	12	4
Medio	3	11

$$\chi^2 = 6.56, p < .05$$

(Resultados de hombres, comparando selección y recepción)

	selección	Recepción
Alto	4	11
Medio	10	6

$$\chi^2 = 2.7, p < .10$$

(Resultados de mujeres)

Se hizo una comparación entre adultos y niños que dieron una evaluación puramente memorística sobre el juego de 4 elementos:

Adultos: 3/29

Niños 14/25

Se realizó un test de proporción y se vió que la diferencia entre estas razones era 3 veces mayor que el error estandard de esta diferencia.

El test de proporción usado sobre el juego de 4 elementos se aplicó también sobre el grupo de 2 elementos:

Adultos: 6/29

Niños: 14/25

Diferencia de proporciones = .35 y la diferencia del error estandar de la diferencia es .128 (casi 3 veces menos que la diferencia de proporciones).

Con esto, se mostró que "más niños dieron una evaluación memorística que los adultos y por lo tanto, más adultos dieron una evaluación explícita del juego que los niños".

Diferencias en sexo en el grupo de recención basadas en resultados de errores.

	Hombres	Mujeres
Alto	5	11
Medio	10	6

χ^2 no significativa ($\chi^2 = 2$)

(A mayor valor numérico, mayor evaluación)

Diferencias en sexo en el grupo de selección basadas en resultados de errores.

	Hombres	Mujeres
Alto	10	4
Medio	5	10

$$\chi^2 = 2.9, p < .085$$

Conclusiones del experimento sobre estrategias.

- a) La estrategia de modelos que sale espontáneamente, es más frecuente que la operacional.
(La imposición de la estrategia de modelos no parece incrementar la probabilidad de una evaluación por modelos, la imposición de una estrategia operacional sí incrementa la probabilidad de una evaluación operacional).
- b) Las mujeres dan una evaluación mayor en la situación de recepción que los hombres. Parece que las mujeres se favorecen al imponerlas una estrategia y lo contrario para los hombres.
- c) Más adultos que niños dan evaluaciones explícitas (del modelo) y también los adultos tienden más frecuentemente a evaluar operacionalmente que los niños.

Con relación a las condiciones de transferencia concluye dos puntos fundamentales:

- a) Es más ventajoso empezar con tareas más complejas y seguir con las más simples en ambas edades.

Juego de 2 elementos	% operacional	% modelo	% memoria
Sujetos con orden de presentación: 2 - 4	35	18	47
4 - 2	42	54	4
Juego de 4 elementos			
Sujetos con orden de presentación: 2 - 4	24	26	50
4 - 2	17	66	17

b) Las estructuras simétricas (conceptualmente, no hablando perceptualmente) parecen producir evaluaciones más explícitas que las menos simétricas.

- La mayoría de los sujetos (en este caso niños) que dieron evaluaciones explícitas del juego de dos elementos lo describieron en términos del juego simétrico:

YY = 0, 00 = Y, Y0 = y OY = 0 que el número de niños que lo evaluaron como un grupo de dos elementos, independientemente del orden en que fueron presentadas las tareas.

Porcentajes de evaluaciones explícitas.

Estructura simétrica con 2 elementos		Grupo 2
2 - 4	59	32
4 - 2	62	38

Tabla de evaluaciones de los sujetos.
(Presentación 4.2)

	Explícita	No explícita
G4	5	7
Klein	10	2

$$\chi^2 = 2.84$$

$$p < .045 \text{ (test de una t)}$$

El grupo de Klein (simétrico) puede ser evaluado más explícitamente que el grupo cíclico de 4 cuando no tienen ninguna experiencia.

Tabla de evaluación de los sujetos.
(presentación 2 - 4)

	Explícita	No explícita
C_4	6	7
Klein	0	6

χ^2 no es significativo
(debido a un efecto de transferencia?)

NOTA IMPORTANTES: (Estas tablas expuestas aquí están descritas en mayor detalle en el libro mencionado, sobre todo en el aspecto estadístico, sólo se pretende dar una rápida visión de los datos que llevaron a establecer las conclusiones descritas).

Sobre el conductismo.

Habiendo considerado que de los sujetos a los que se les presentaron los juegos en el orden: 2 - 4, el 47% dió una evaluación memorística, mientras que sólo el 17% lo hizo en el caso de una presentación 4 - 2; se menciona que se ha tocado con mucha seguridad que se procede de lo simple a lo complejo, i. e. que procedemos en pequeños pasos, aprendiendo una pequeña cosa a la vez. "De hecho, muchas de las corrientes de teoría de aprendizaje, notablemente la propuesta por el Profesor Skinner de Harvard, nos ha incitado a pensar que el aprendizaje se da mejor a partir de un gran número de pequeños cambios. Los resultados del presente trabajo, aunque algo tentativo, parecen apuntar en la dirección opuesta, i. e., hay una preferencia por extrapolar por saltos e interpolar, más que extrapolaciones paso a paso".

Con relación al papel de la hipótesis, menciona que la mera idea de plantear una hipótesis, confirmarla o rechazarla, es un proceso valioso de considerar desde el punto de vista educacional. La práctica y el criterio que se pueden ganar de instancias neg-

tivas (al sostener hipótesis erróneas) y su eventual rechazo, son experiencias necesarias para el pensamiento científico o matemático efectivo.

En este experimento, los sujetos estuvieron en posibilidades de plantear hipótesis eficientes en menos de 100% que rechazaban ó modificaban al regresar a la situación física.

(Esta monografía analizó en detalle las hipótesis principales que los sujetos podían plantearse, identificables mediante una tabla de intersección de hipótesis, de frecuencia de errores, frecuencia de aciertos y la evaluación real; este análisis llevó a sacar conclusiones que afirman el factor de simetría conceptual, el factor de complejidad y las diferencias entre adultos y niños al generalizar y particularizar, que se verá mejor en la siguiente monografía).

Se plantea como interrogantes:

- La construcción de abstracciones a partir de otras.
(se menciona que en este experimento no hubo ninguna actividad de abstracción sino de inducción).
- ¿Qué tan profundo se puede lanzar al sujeto en la complejidad; plantea que una de las variables debe estar dada por el tipo de tarea que se tenga (para aprender)?.

"THE EFFECTS OF STRUCTURAL RELATIONS ON TRANSFER" (Z.P.Dienes,
M. A. Jeeves).

Menciona que los experimentos reportados en esta monografía se de-
sarrollaron a partir de estudios anteriores reportados en Thinking
in Structures: cuatro aspectos particulares de esos experimentos
requerían clasificarse:

- 1) ¿Cuál es la complejidad óptima de la tarea inicial en una
serie, para adquirir la eficacia más alta en el aprendiza-
je de toda la serie?
- 2) ¿Podrán los niños y adultos aprender grupos más grandes si
son implementados adecuadamente y presentados en situacio-
nes de aprendizaje que estén bajo el control del sujeto?
- 3) ¿Se puede confirmar la diferencia entre aprender por aso-
ciación de estímulo-respuesta y aprender estructuralmente,
al aumentar la complejidad de las tareas?
- 4) ¿Tienden las diferentes relaciones entre estructuras, a pre-
sentar distintos grados de dificultad en las diferentes e-
tapas de desarrollo?

Descripción del aparato y el experimento.

El aparato fué el mismo que el descrito en "Thinking in structures"
con registro de todos los movimientos.

La población fue del mismo tipo que en el experimento anterior.

Variables dependientes.

Se usaron dos tipos de medidas, las que midieron el grado de éxito,
ó fracaso del sujeto y la forma en que atacaban el problema.

A la primera categoría se llamó de puntación:

- De la operación A: número total de predicciones erróneas en
el grupo.
- De las ecuaciones, (2 puntos para la correcta, 1 para la me-
dio correcta). (Se hicieron correcciones para eliminar la -
probabilidad de acierto por azar).
- De la operación B, en que el sujeto escogió la carta tanto
para la ventana como para el tablero.

La segunda categoría de medida se llamó índice:

- De posición, para ver en qué punto del juego se comenzó el

último error para una combinación dada.

- De instancia número de veces que se jugó una combinación con predicción incorrecta.
- De frecuencia número de veces que se seleccionaron ciertas combinaciones durante la fase de operación A. Para evaluar el tipo de aprendizaje que se dio.
- De operacionalidad, relación del número de instancias con ciertas combinaciones usadas consecutivamente más de tres veces.
- De variancia matricial, para identificar en qué partes de la matriz de combinaciones se concentró el sujeto..

Tabla de población experimental.

Número de sujetos	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4
10	K4	3	5	7
10	K4	5	3	7
10	K4	3	6	9
10	K4	6	3	9
10	K4	3	6	9A(3 x 3)
10	K4	6	3	9A(3 x 3)

Relaciones estructurales entre los grupos:

Tarea I	Tarea II	Tarea III	Tarea IV
K4	3 _____ Recurción (generalización)	5 _____ Recurción (generalización)	7 _____ Recurción (generalización)
K4	5 _____ Recurción (generalización)	3 _____ Recurción (generalización)	7 _____ Recurción (generalización)
K4	3 _____ Recurción (generalización) mas encaje o envo- namiento (transfe- rencia)(simple)	6 _____ Recurción (generalización) mas empalme. (transferencia) (simple)	9 _____ Recurción (generalización) mas empalme. (transferencia) (simple)
K4	6 _____ Recurción (part)más envo- namiento (simple)	3 _____ Recurción (part)más envo- namiento (simple)	9A _____ Empalme (transferencia) (múltiple)
K4	6 _____ Recurción (part) más envo- namiento (transfe- rencia)(simple in- verso)	3 _____ Recurción (gen.por factor) más envonamien- to. (simple)	9 _____ Recurción (gen.por factor) más envonamien- to. (simple)
K4	6 _____ Recurción (part) más envo- namiento (trans- ferencia)(simple inverso)	3 _____ Recurción (trans- ferencia) envonamiento múl- tiple.	9A _____ Recurción (trans- ferencia) envonamiento múl- tiple.

Observaciones sobre la transferencia de relaciones estructurales en el aprendizaje. Conclusiones importantes para el Modelo.

- 1) Los niños encuentran, consistentemente, más difícil la generalización que la particularización.
Los niños encuentran, consistentemente, más fácil particularizar que generalizar.

Adultos	Niños
Total de errores.	
	Operación A
$(3) + (5) = 64$	$(3) + (5) = 88$
$(5) + (3) = 59$	$(5) + (3) = 60$
	Operación B
$(3) + (5) = 4.7$	$(3) + (5) = 10$
$(5) + (3) = 5.4$	$(5) + (3) = 5$
	Ecuaciones
Total de aciertos.	
$(3) + (5) = 13$	$(3) + (5) = 9$
$(5) + (3) = 14$	$(5) + (3) = 13$

Nota: La información estadística viene más detallada en la monografía.

- 2) Los niños encuentran el tratamiento difícil-fácil (5)3 más fácil de manejar que el (3)5
En el tratamiento (5)3 los niños y los adultos se desarrollan casi igual.
Las mismas conclusiones se obtienen en los correspondientes tratamientos: (3)6 y (6)3

Dienes señala que los adultos son más eficientes en el desarrollo de lo complejo a lo simple por estar acostumbrados a aprender en el sentido inverso; y la explicación que da sobre la dificultad que tienen los niños para generalizar, es que el ejercicio de generalización requiere de que las relaciones internas entre las estructuras se reconozcan conscientemente y en los niños aún no se da esta condición.

	Adultos	Niños
	Número de errores.	Operación A
(3)+(6)+(9)	125	180
(6)+(3)+(9)	178	214
(3)+(6)	80	102
(6)+(3)	104	119
(3)+(6)	92	103
(6)+(3)	106	94

Operación B

$(3)+(6)+(9)$	24	64
$(6)+(3)+(9)$	43	66
$(3)+(6)$	15	22
$(6)+(3)$	22	29
$(3)+(6)$	15	21
$(6)+(3)$	22	22

Ecuaciones

(3)+(6)+(9)	20	13
(6)+(3)+(9)	15	9
(3)+(6)	13	8
(6)+(3)	9	7
(3)+(6)	10	8
(6)+(3)	8	11

3) Los adultos y los niños encuentran el envenamiento y el en
palme más difícil que la generalización.

Total de
errores

Operacion A

	<u>3 - 5</u>	<u>3 - 6</u>	<u>6 - 3</u>	<u>5 - 3</u>
Niños	88	103	106	60
Adultos	64	86	105	59

Operacion A

	<u>5 - 7</u>	<u>6 - 9</u>	<u>3 - 9</u>	<u>3 - 9A</u>
Niños	127	151	123	85
Adultos	106	103	94	89

Operación A

	<u>6 - 9</u>	<u>6 - 9A</u>
Niños	151	155
Adultos	103	120

Resultado de Ecuaciones (Número de aciertos)
(Como porcentajes)

	<u>3 - 5</u>	<u>3 - 6</u>	<u>6 - 3</u>	<u>5 - 3</u>
Niños	46	40	51	74
Adultos	70	55	43	75

	<u>5 - 7</u>	<u>6 - 9</u>	<u>3 - 9</u>	<u>3 - 9A</u>	<u>6 - 9</u>	<u>6 - 9A</u>
Niños	38	33	39	58	33	21
Adultos	58	59	58	59	59	49

- 4) Si el envenamiento múltiple (3)9A, se reemplaza por el envenamiento y la recursión (3)9, el estrecho margen entre adultos y niños se hace más grande.

Para los niños la recursión por un factor es mucho más difícil que el envenamiento múltiple ((3)9 es más difícil que (3)9A), mientras que para los adultos resulta más fácil. (Generalización más fácil que envenamiento)

- 5) Se probó que el modelo asociacionista S-R-O (estímulo, -- respuesta, resultado) no sirve para describir el proceso de aprendizaje sobre todo cuando se trata de situaciones complejas.

Al estudiar el paso de la tarea de (3) elementos a la de -- (5) bajo este modelo (en el que el sujeto simplemente memoriza un conjunto de combinaciones (triadas), hay 9 combinaciones a memorizar y al pasar a la tarea de (5) elementos -- una de estas triadas es la misma que la de (3) elementos, -- tres son diferentes y tienen que reaprenderse y 21 triadas que son nuevas. De esta manera hay 30 triadas que se necesitan aprender.

Al considerar la situación en el orden (5)3, el sujeto tiene que aprender primero 25 triadas, Al pasar al grupo de 3 habrá una triada conocida, tres serán diferentes que tienen que ser reaprendidas y otras 5 que serán nuevas y nuevamente habrá un total de 30 triadas que aprender.

Así bajo el modelo S-R-O no aparece por qué deba haber una diferencia entre los tratamientos (5)3 y (3)5 si se mide el desarrollo por el número de errores cometidos, lo cual no concuerda con los hechos.

Tarea	Precedida por	Nuevas triadas para aprender	Nuevas Triadas + reaprendizaje	Adultos	Niños
				Promedio Op.A	Prom. Op.A
5	4 - 3	21	24	52	60
6	4 - 3	27	29	00.6	74
7	4 - 5 - 3	26	29	53	50
7	4 - 3 - 5	24	30	56	67

Aunque según este modelo, hay un incremento en la dificultad de la tarea (5 a 7); sin embargo los errores en la operación A varían relativamente poco. Yo lo atribuyo más bien a una falta total de correspondencia con el desarrollo de la dificultad.

Se podría esperar según este modelo que la incidencia en errores se debería incrementar como sigue: menos en las combinaciones donde la triada (S -R-O) son idénticas a la tarea anterior ("S"); la siguiente más fácil sería la de nuevas asociaciones ("E") y mucho más difícil el reaprendizaje ("R").

La siguiente tabla muestra que la predicción de incremento en incidencia de errores no se sostiene en forma sustancial.

Por ciento de errores promedio cometidos en la operación B.

	S	N	R	
3 precedido por 4	.12 .31	.13 .27	.18 .22	A adultos N niños
3 - - - - - 5 6 6	.16 .22	--- ---	.00 .09	A N
5 - - - - - 4	.1 .1	.24 .21	.19 .16	A N
7 - - - - - 4 y 3	.09 .22	.19 .21	.18 .41	A N
7 - - - - - 3 y 5	.04 .29	.19 .21	.18 .41	A N
6 - - - - - 4 y 3	.34 .52	.42 .43	.39 .54	A N
6 - - - - - 4	.54 .60	.61 .69	.57 .65	A N
9 - - - - - 6 y 3	.4 .37	.28 .43	.11 .29	A N
9 - - - - - 3 y 6	.00 .67	.12 .50	.10 .52	A N
9A - - - - - 6 y 3	.36 .33	.40 .57	.38 .76	A N
9A - - - - - 3 y 6	.19 .43	.26 .72	.21 .71	A N

Sobra decir que este modelo no podía explicar la forma (estrategia) en que los sujetos aprendieron.

KOBA: La monografía presenta más tablas con detalles estadísticos sobre el modelo asociacionista.

Dienes, en este trabajo que hemos analizado, concluye que no es posible describir la estrategia de aprendizaje en formas "puras", pero dice que el sujeto sí se acerca a seguir una de tipo operacional o de tipo modelo, conforme se incrementa la familiaridad con las estructuras matemáticas.

A continuación citaré un fragmento de la obra de Dienes, antes referida, ya que no parecen importantes los conceptos referentes a la sistematización que realiza el individuo, (contrario al modelo

asociacionista), y al progreso estratégico del individuo frente a la complejidad:

"En los experimentos reportados en este libro, fue esencia, particularmente cuando las tareas se hicieron más complejas, que los sujetos tuvieran una actitud sistemática, de tal manera, que la información acumulada en términos breves ((simplificados)) se pudiera conservar en un mínimo. Esto dejó libre suficiente capacidad cognoscitiva, para formar reglas y manejar los eventos aparentemente desconectados".

En su libro Dienes también nos habla de los experimentos de Posner (Memory and thought in human intellectual performance, 56-2 y 3 - 197-215. Brit.J.Psychol. 1965) quien afirma que: "las limitaciones sobre la cantidad de información que puede acumular, fuerza al --- sujeto a seleccionar información de los estímulos, relevantes a --- hipótesis sobre la cual opera".

Con relación a la actividad de enfonamiento estructural, menciona que Chomsky y Miller afirman que el enfonamiento estructural es --- una propiedad del lenguaje que se presenta constantemente. (Chomsky N. y Miller, Introduction to the formal analysis of Natural --- Languages. Handbook of mathematical Psychology. Wiley N.Y. (1963) Vol. 2 pp. 271-321)

Sobre la enseñanza y la actividad hipotética dice:

"Debe notarse, que en las tareas asignadas, las estructuras no se presentaron a los sujetos en ninguna forma sistemática, porque --- fueron libres para escoger sus propias respuestas y predicciones para cada estímulo. En otras palabras no hubo una transmisión de estructuras predirigidas de las máquinas a los sujetos. Pero cuando en la clase se intenta un aprendizaje estructural, este tipo --- de predigestión es precisamente lo que pasa. El sistema es organizado por el libro o el maestro y esto se supone que se transmite a los alumnos por un proceso llamado enseñanza. Naturalmente, muy pocos niños asimilan este tipo de situación de estímulos. La mayoría sólo aprenden en una forma muy estrecha, los tipos de respondas que se espera que den a grupos particulares de estímulos. Las generalizaciones del enfoque estructural predigerido se venían en --- gran cantidad. Un ejemplo de tal enfoque predigerido es el entren-

zaje de teoremas. Otro sería la resolución de problemas geométricos, donde se les enseña cómo deben atacarlos y cualquier otro problema estará fuera del alcance de los niños, aunque la solución -- tenga la misma estructura general. Hay por supuesto, pocos niños que, a pesar de estos errores pedagógicos, aprenden matemáticas. Esto sucede independientemente del maestro. Los niños más entusiastas de las matemáticas se enseñan a sí mismos, ya sea en su tiempo libre, leyendo o discutiendo con el maestro.

Ahora, los sujetos de nuestros experimentos tuvieron que formar -- sus propias estructuras fuera de las relaciones que se programaron en la máquina. Ellos estaban en la posibilidad de "preguntar a la estructura" tantas preguntas como quisieran, trabajando los diferentes operadores. En esta forma, estaban en posibilidad de -- diseñar una estrategia para construir relaciones en términos de -- las cuales se pudieran hacer predicciones correctas y resolver -- los problemas.

Este tipo de situación matemática aleatoria no se les da a los -- niños en la práctica actual de las clases. Nosotros sugerimos que tales situaciones no sistematizadas se deben introducir, para que los niños aprendan a crear la sistematización fuera del desorden en el que se encuentran. La organización de los datos será propia de ellos y se convertirá en una parte integral de su modelo sobre el mundo que los rodea".

Observaciones sobre la monografía: "Thinking in Structures" y "The effects of structural Relations on transfer" de E.P.Dienes y H.A. Jeeves.

a) La clasificación de los tipos de transferencia en el proceso de pensamiento, son una aportación útil para aplicarlos en el aprendizaje artificial; esta aportación permite hacer efectiva la posibilidad de lograr que el estudiante aprenda a partir de situaciones problemáticas no sistematizadas para que el sujeto formule -- modelos y evoluciones en su método de pensamiento y llegue por sí mismo a formular o asimilar eficientemente y operativamente, los conocimientos científicos desarrollados hasta la actualidad.

b) Estas monografías, si no se pueden tomar como una amplia con-

probación del simplismo e ineffectividad de la concepción del proceso de aprendizaje como una "asimilación" y asociación de estímulos-respuestas (con todas sus variantes y refinamiento desarrolladas por el conductismo), tienen un alto valor indicativo de la verdadera posibilidad de ser una concepción educativa inoperante.

Estas monografías permiten visualizar que el sujeto procede con una cierta estrategia para poder formular un modelo predictivo durante el aprendizaje; que el planteamiento de hipótesis por el sujeto es fundamental durante el proceso y que las estrategias del individuo evolucionan, (al comparar estrategias predominantes entre niños y adultos).

d) No entiendo por qué Dienes continúa concibiendo el pensamiento como una actividad de reorganización de un material de estímulos sin incluir la condición fundamental que lo origina: la situación problemática. Todos sus experimentos los basa precisamente aplicando este principio, pero nunca lo dice al hablar del proceso de pensamiento. Menciona que es necesario que en las clases se necesiten introducir situaciones no sistematizadas (a partir del caos (?) para el aprendizaje) pero no enfatiza que ésta deba ser la actitud fundamental para llevar al conocimiento.

e) Los factores de la motivación y la dinámica del aprendizaje -- son variables esenciales para poder aplicarlas en un proceso artificial, no obstante no plantea ninguna otra solución mas que la -- expuesta anteriormente en términos de su modelo de generación de energía y desarrollo de la personalidad (ya discutido). Cuando hace comparaciones entre adultos y niños, sólo llega a decir que -- sus conclusiones concuerdan con los lineamientos de Piaget (cuando se refiere a la génesis del proceso de aprendizaje) pero -- no hace ninguna extrapolación (proyecto de estudio o intento por incluir en su modelo, el aspecto del desarrollo del proceso de -- pensamiento, algo que permitiría llegar a una concepción del proceso de aprendizaje en forma más integral y con mayor valor predictivo).

La importancia de los trabajos de Dienes radica en que se puede — contrastar con la estrechez de los trabajos de aquellos que no han concebido el aprendizaje como un proceso y que parten de un principio general para tratar de aplicarlo mediante algún método riguroso de pensamiento por ejemplo: "Learning by discovery". "The psychological appeal of deductive Proof" Gertrud Hendrix (Mathematics — teacher: Mayo 1961, Nov. 1961).

Plantea los errores de interpretación del concepto de "aprender — por descubrimiento":

- Muestra cómo los que lo conciben como un método inductivo — caen en el error de confundir la verbalización de un descu-
brimiento con el advenimiento del descubrimiento en sí (de
acuerdo).
- Sobre los que lo conciben cómo un método incidental plantea
que esto es imposible (no observa que esto depende de la am
plitud del material que se da a los estudiantes).