UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA

IMPLANTACION DE UN SISTEMA DE CONTROL DE CALIDAD EN LA PRODUCCION DE SELLOS DE HULE TIPO LABIO-RADIAL

448

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO QUIMICO

P R E S E N T A

PABLO TRONCOSO NUÑEZ

MEXICO, D. F. 1976

JURADO ASIGNADO ORIGINALMENTE SEGUN EL TEMA

PRESIDENTE	I.Q. JESUS VAZQUEZ ROJAS
VOCAL	I.Q. JOSE E. GALINDO FUENTES
SECRETARIO	I.Q. CUTBERTO RAMIREZ CASTILLO
1er. Supletente	I.Q. GERARDO BAZAN NAVARRETE
2o. Suplente	I.Q. FERNANDO ITURBE HERMANN

SITIO DONDE SE DESARROLLO EL TEMA: INGENIERIA EN ELASTOMEROS S.A

NOMBRE DEL SUSTENTANTE PABLO TRONCOSO NUÑEZ

NOMBRE DEL ASESOR DEL TEMA I.Q. JESUS VAZQUEZ ROJAS

A MI E S P O S A C O N T O D O C A R I Ñ O

Quien ha tenido mayor mérito en la realización de este momento tanto tiempo esperado, por haber sido capaz de soportar estoicamente sufrimientos y haberme alentado durante varios -- años.

A M I S H I J O S

P A B L O.

E D U A R D O.

A L M A A L I C I A.

A M I A B U E L I T A

No encuentro palabras para expresar mi agradecimiento por haber ocupado el lugar de mi madre, pues tu influencia-ha sido grande, tu cariño y consejos fueron baluartes para-convertir mi sueño realidad.

A M I T I A.

Por sus palabras de aliento y comprensión.

A LA MEMORIA DE MI ABUELITA JOVITA.

Una pena muy grande siento en mi corazón, por haberte perdido y por no poder darte la satisfacción de ver coronados tus sacrificios, estoy muy agradecido por tu ayuda y consejos.

A L S R. I N G.

G U S T A V O A R I Z A B R A C A M O N T E .

Y a su señora esposa

T E R E S A D A V I L A D E A R I Z A.

Por su trascendental ayuda y estímulo para poder terminar mi carrera.

A M I S M A E S T R O S.

Por sus enseñanzas.

A L S R. I N G.

J E S U S V A Z Q U E Z R O J A S.

Por su contribución y valiosa dirección en este trabajo

A LOS SEÑORES:

ING. SALVADOR GIORDANO CERCLET.

DR. ING.

CARLOS H. CASTRO SEPULVEDA.

ING. RUBEN MORALES ROMAN.

SR. JOSE TORRES PEREZ.

SRA. FLOR ELENA B. DE ARREDONDO.

Por la ayuda proporcionada.

I N D I C E

I N T R O D U C C I O N

El objeto de este trabajo es presentar la teoría que pudiera hacer posible el establecimiento de un sistema de control de calidad en la fabricación de Sellos Tipo Labio-Radial o Retenes, utilizando métodos basados en principios estadísticos, por la seguridad que proporcionan y su fácil aplicación.

El trabajo se desarrolla en cinco capítulos:

Capítulo I.- Generalidades: indica el camino a seguir en la producción del retén, las necesidades de establecer un sistema de control, los motivos por los cuales se debe controlar la calidad en los retenes y la importancia de la implantación de un sistema de control de calidad en la fabricación de estos artefactos.

Capítulo II.- Control de Calidad: se da el concepto de calidad en la actualidad, se define la calidad, y se obtiene la definición de control de calidad, se tratan los métodos mas conocidos.

Capítulo III.- Control de Calidad aplicado a Sellos Tipo Labio-Radial: se describe y se define el retén, se da la descripción del método de producción y se define cada uno de los procesos principales, se da la definición de defecto se enumera y clasifica, se proporcionan los métodos para determinar las propiedades físicas del hule y del retén, y se hace la aplicación estadística a un proceso de mezclado de un elastómero para conocer su variabilidad.

Capítulo IV.- Resultados: se analizan de acuerdo a los límites de confiabilidad estadísticos establecidos y se interpretan conforme a esos mismos límites.

Capítulo V.- Bibliografía.

C A P I T U L O I

GENERALIDADES.-

a).- Desarrollo tecnológico de la producción de sellos tipo labio-radial.

b).- Necesidades de control.

c).- Necesidades de controlar la calidad.

d).- Importancia de la implantación de un sistema de control de calidad en el caso concreto de fabricación de sellos tipo labio-radial.

G E N E R A L I D A D E S

a).- Desarrollo Tecnológico de la producción.

Cuando se ha tomado la decisión de fabricar un retén, se fija-un plan de trabajo, el cual se inicia por obtener las especificaciones, ya sea directamente del interesado, en literatura especializada del artículo, o por experimentación.

Con los resultados obtenidos se diseña el retén, procesos de - fabricación, equipo y maquinaria. Se preparan muestras y se prueban realizando los ajustes necesarios para que el producto cumpla con - las especificaciones del diseño. Mediante la comprobación anterior, se efectúa la fabricación del sello labio radial.

b).- Necesidades de control.

Para asegurar los objetivos y planes de la empresa, es necesario diseñar o establecer sistemas de control en el proceso de fabricación del retén, producto final, materia prima, calidad, etc.

Al diseñar un sistema de control es indispensable tomar en - - cuenta los factores: naturaleza del trabajo que desempeña el retén, el tiempo, y lugar de aplicación; de éstos, se derivan los sistemas de control que se mencionaron anteriormente. El proceso de control-consiste en comparar los resultados obtenidos con los planes deseados, y en hacer las correcciones necesarias. De la información conseguida de estas operaciones se puede manifestar, si el sistema de-control establecido es satisfactorio. Por último, este será analizado desde el punto de vista económico, el cual debe funcionar a un - costo mínimo, de acuerdo al permitido por la empresa.

c).- Necesidad de controlar la calidad.

La gran evolución alcanzada actualmente en maquinaria, exige - cada día una mejor calidad en los retenes, para satisfacer la necesidad de sellar sus sistema de lubricación. Lo cual, es para los Fa bricantes un tema de constante estudio y experimentación sobre materias primas, formulación, procesos y producción, etc. Pero para llevar a feliz término sus propósitos es necesario proveerse de un buen sistema de control de calidad. Porque, la calidad siempre — tiende a salirse del patrón fijado, por ser variable y su uniformidad depende del control que se efectué en los factores que influ - yen en élla, tales como: recibo y almacenamiento de materia prima, proporción de fórmulas y soluciones, proceso de producción, productos finales, etc. De lo anterior, podemos concluir que el control- se ha convertido en una necesidad, que concede importancia primordial a la inspección sistemática y al refinamiento de las variables de los procesos de fabricación para la uniformidad de la calidad.

El grado de uniformidad de la calidad presenta un problema - sobre todo económico, que en la práctica se resuelve mediante un - estudio económico entre la variación de calidad y el grado de uniformidad en la medida de lo posible, lo cual dará los límites permitidos para el sello comercial respecto, al patrón deseado.

d).- <u>Importancia de la implantación de un sistema de control de - calidad en el caso concreto de producción de sellos tipo labio radial o retenes.</u>

Es importante establecer un sistema de control de calidad en la producción de retenes, debido a que estos sellos son piezas de precisión que deben llenar una función, en la mayor parte de los- casos, de suma importancia.

La materia prima empleada en su fabricación se podra controlar a una calidad definida. Se podrá tener dentro de las especificaciones a los procesos y materiales durante la elaboración del - sello, con el fin, de asegurar los requisitos establecidos. Es -- decir, se mejorará la calidad, se incrementará la uniformidad, se reducirá o podrá prevenir la producción de desperdicios y proporcionará una información continua de rendimiento y de los operarios, de incalculable valor para investigación en el piso de máquinas y- en la planeación de la planta.

C A P I T U L O II

CONTROL DE CALIDAD.

a).- Definición.

b).- Sistemas Conocidos.

Control de Calidad.

a).-Definición:

Para definir el control de calidad es necesario en-- tender los conceptos control y calidad, del primero ya fué explicado en el capítulo anterior, ahora hablaremos de Cali dad.

Durante los últimos años se ha pensado que la cali - dad es función solamente de la atractividad de un producto. Se le ha venido asociando con el precio, a tal grado que - si se pregunta sobre dos productos producidos para resolver las mismas necesidades, cuál de esos dos productos es de - mayor calidad la mayoría de la gente contestará que el de- mayor precio. Al tratar de comprender porqué la mayoría de la gente le atribuye al producto de mayor precio, mayor ca lidad, se encuentran dos posibles explicaciones:

1).- La diferencia de precio.

2).- Que la mayor parte de la gente se basa en una - sola propiedad.

Esta no es la manera correcta de interpretar el con cepto de calidad, puesto que la calidad no existe en for- ma aislada sino que es de naturaleza relativa, es decir,- las características de un producto están intimamente rela cionadas con la función que debe realizar.

Sólo se puede hablar de la calidad de un producto, al relacionar ésta con el uso destinado de tal producto. Esto implica que un producto puede ser de una alta calidad para realizar una función A y de una baja calidad -- para desempeñar una función B.

Por calidad se debe entender el grado que un producto satisface los requerimientos propios del uso al - que se destina.

Por lo tanto, para determinar la calidad de un producto es necesario conocer todas sus propiedades y - - además la situación en que éste será usado.

Por supuesto, para que el producto cumpla con la - función destinada es indispensable controlar su calidad. Por consiguiente podemos definir a control de calidad - así:

Se entiende por Control de Calidad el propósito - de asegurar que los materiales en todos los diferentes- procesos de producción del producto cumplan con los requisitos establecidos de calidad.

b) Sistemas Conocidos.

La operación de control de calidad de los productos en la actualidad, dispone de una diversidad de métodos ó sistemas, siendo los más conocidos los siguientes;

Métodos Estadísticos en Control de Calidad:

El método estadístico consiste esencialmente de cálculos, de un conocimiento de las propiedades del Universo, los probables efectos de un muestreo al azar, sobre las propiedades de la muestra y comparando los resultados de estos cálculos con las observaciones hechas.

El control de calidad estadístico no es un muestreo, aunque el muestreo científico es una de sus técnicas. Puede tambien definirse así:

El control de calidad estadístico es un sistema o grupos de métodos para coleccionar y evaluar hechos númericos, para el control económico de materiales, procesos y productos.

Ventajas sobre sistemas Antiguos.

Las ventajas que tienen sobre sistemas antiguos de control de calidad es que mediante principios matemáticos sólidos analiza los hechos, con la cual previene defectos, determina especificaciones lógicas, ajuste de procesos, evaluación de lotes de productos, mantiene satisfactoriamente la calidad requerida e investiga su mejoramiento, ayudando a la empresa de ésta manera, a operar al nivel de calidad que ofrece mayor rango y expansión.

Aplicación.

Entre sus numerosas aplicaciones podemos mencionar tales como: A cualquier volumen de producción, a procesos-controlados, cambios frecuentes de productos, vareaciones-en los procesos incontrolables e inspección de materia prima.

Conceptos Básicos.

Los conceptos principales que forman con la ayuda-de las matemáticas, la base de los métodos Estadísticos -- son:

Universo.

El grupo supuesto de todas observaciones posibles-del tipo que está siendo investigado, es conocido como Universo de Valores.

Muestra.

Cualquier grupo finito de observaciones obtenidas, al azar, de un Universo, es considerado como Muestra del - citado Universo.

Distribución de Frecuencia.

Es la forma de agrupar los resultados semejantes - para el mejor estudio del proceso ó lote del cual fueron - obtenidos. Para tal arreglo tenemos tales como: Tabla de - Frecuencia, Histograma y Curva de Frecuencia.

Promedios.

En el lenguaje técnico de los estadísticos la palabra promedio se aplica a cualquier medida de tendencia cen tral. Pero en la práctica se aplica a la Media Aritmética, siendo ésta, el valor más representativo de una serie de observaciones.

La Media Aritmética de un grupo N número de observaciones es la suma de los números divida por N.

Su expresión en forma Algebraica es:

$$\overline{X} = \frac{X1 + X\ 2 + X\ 3..... + X\ N}{N}$$

donde:

$\overline{X}$ = Media Aritmética.

X1, X2, X3, etc., representan los números específicos en cuestión.

Otras medidas importantes de tendencia central son la Mediana y el Modo. La Mediana es el valor central de una serie de números arreglados en orden de magnitud. El Modo es el valor de la Variable que ocurre más frecuentemente.

Dispersión.

El grado en el cual los datos númericos tienden a esparcirse alrrededor de un valor medio, es llamado variación ó Dispersión de datos. Varias Medidas de Variación ó Dispersión son utilizadas, siendo las más comunes:

Rango.

El rango de una serie de números es la diferencia entre el mayor y el número más pequeño de la serie.

Desviación Normal o Estandar.

Es la raiz cuadrada de la Media de las desviaciones de los números observados con respecto a su media aritmética, elevadas al cuadrado.

Se representa en términos algebraicos así:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + (X_3 - \bar{X})^2 + \ldots + (X_N - \bar{X})^2}{N}}$$

donde:

σ = Desviación Normal.

Variación.

La Variación de una serie de datos es el cuadrado - de la desviación Normal y se representa por σ^2.

Probabilidad.

Si un evento puede suceder de a modos y puede no suceder de b modos y todos estos modos son mutuamente exclusivos- e igualmente probables de suceder, la probabilidad de que el- evento suceda es $\frac{a}{(a+b)}$), es decir, la razón entre el número de modos favorables al evento y el número total de modos.

Expresión algebraica más común de la Probabilidad:

$P + q = 1$

donde:

P = Probabilidad de ocurrencia

q = Probabilidad de no-ocurrencia

1 = Probabilidad

Teoremas importantes de la
Teoria de las probabilidades.

Teorema de adición.

Las probabilidades de ocurrencia de uno u otro de - cualquier número de eventos mutuamente exclusivos, es la suma de las probabilidades de los eventos separados.

Teorema de Multiplicaciones.

Si un evento compuesto esta formado de un número de sub-eventos separados e independientes, y la ocurrencia del evento compuesto es el resultado de que acontezcan cada uno de los sub-eventos, la probabilidad de ocurrencia del evento compuesto es el producto de las probabilidades de que ocurra cada uno de los sub-eventos.

Teorema de las Probabilidades Condicionales.

Las probabilidades de que dos eventos dependientes ocurran, son las probabilidades del primero multiplicados - por las probabilidades de que, si el primero ha ocurrido, el segundo también ocurrirá.

Fórmula para las combinaciones.

Para la solución de muchos problemas en probabilidades es necesario conocer cuantos grupos diferentes de r objetos - pueden ser escogidos de N objetos.

Permutaciones:

El número total de posibles grupos ordenados, es obviamente, el producto de esos números; a esto se le llama el- número de Permutaciones.

La Fórmula general del número de permutaciones de N - artículos tomando r a la vez. es:

$$Pr^{N} = (N)\ (N-1)\ (N-2).....(N-r+1) = \frac{N!}{(N-r)!}$$

Combinaciones:

Los grupos en los que no importa el orden de extracción, son llamados combinaciones.

La fórmula general del número de combinaciones de N artículos tomando r a la vez es:

$$C_r^N = \frac{N!}{r!\,(N-r)!} = \frac{P_r^N}{r!}\,.$$

Distribución Binomial

Los problemas de probabilidades, en los cuales la probabilidad de ocurrencia de un evento puede ser asumida constante, suelen ser resueltos con el uso de una fórmula que depende del teorema Binomial familiar:

$$(a+b)^n = a^n + na^{N-1}b + \frac{n\,(n-1)}{(2)\,(1)}a^{n-2}\,b^2 + \frac{n(n-1)\,(n-2)}{(3)\,(2)\,(1)}a^{n-3}b^3 + \frac{n(n-1)\,(n-2)\,(n-3)}{(4)(3)(2)(1)}a^{n-4}b^4 + \ldots.$$

Del cual se deriva la fórmula general de la probabilidad de exactamente r ocurrencias en n intentos de un evento que tenga una probabilidad constante de ocurrencias p', es:

$$C^N{}_r\, q'^{N-r}\, p'^r = \frac{N!}{r!\,(N-r)\,!}\, q'^{N-r}\, p'^r$$

Desviación Media y Normal del Binomio

Cuando se hacen muchos grupos de n pruebas sobre un evento con una probabilidad constante de ocurrencia p', la esperanza matemática o número esperado promedio de ocurrencias en un periódo grande, es np', donde np' es la media del Binomio. Explicado en términos de un problema de control estadístico de calidad, sí, son tomados al azar, muchas muestras del tamaño n de un producto que tenga una fracción defectuosa

p' el número promedio esperado de defectuosos será np'.

La expresión para la Desviación Normal de la distribución de frecuencias que resulta de un Binomio es:

$$\sqrt{np'q'} = \sqrt{np'(1-p')}$$

Es importante distinguir entre el número promedio de ocurrencias de un evento en n intentos np' y la proporción relativa de ocurrencias ó probabilidad de ocurrencias p'. En control estadístico de calidad, esto es una distinción entre el número promedio de defectuosos en la muestra y la fracción defectuosa promedio. En cualquier muestra, la fracción defectuosa es el número de defectuosos divididos entre el tamaño de la muestra n. La desviación normal de la fracción defectuosa es, por supuesto, la desviación normal del número de defectuosos $\sqrt{npq'}$ dividido por el tamaño de la muestra n. Esto es:

$$\sqrt{} = \sqrt{\frac{np'q'}{n}} = \sqrt{\frac{p'q'}{n}} = \sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}} = \sqrt{\frac{p'(1-p')}{\sqrt{n}}}$$

Que, es una fórmula importante en las gráficas de control para fracción defectuosa.

Distribución de Poisson.

La Distribución de Poisson es una aproximación límite a la Distribución Binomial, ésto es particularmente verdadero cuando N es grande y p' es pequeña. A medida que N se aproxima a infinito y p' se aproxima a cero, de tal manera que Np' permanece constante, los términos individuales de la Distribución-

Binomial se aproximan al valor de los términos correspondientes de la Distribución de Poisson y da la probabilidad de un evento ocurrido exactamente el número especificado de veces.

La expresión para la probabilidad de un evento ocurriendo exactamente r veces, en la fórmula de Poisson es:

$$P\ (r) = \bar{e}^{\,m}\ \frac{m^r}{r!}$$

donde:

m = Np′

N = número total de eventos

p′= Probabilidad de ocurrencia del evento en cuestión.

Distribución Normal

La Distribución Normal ó Gaussiana es una distribución teórica de probabilidad continua. Una de las derivaciones de esta curva, es como un limíte de la Distribución Binomial conforme n aumenta indefinidamente. Pero por ser una curva símetrica, además el Binomio es simétrico en el caso especial en que p′es igual a 1/2. Para un valor dado de n, la curva da una mejor aproximación cuando p′esta más cerca de un medio que cuando p′esta cerca de cero ó uno .

La ecuación de la curva Normal en terminos de la densidad de probabilidad y, cuando multiplicada por N, como una función de la variable (X), es:

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ \bar{e}^{\,\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad e = 2.71828$$

donde: π = 3.1416

μ = Medio

σ = Desviación Normal

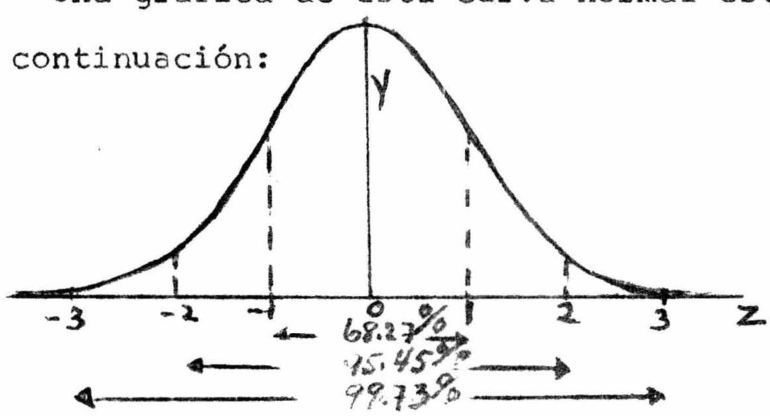
El área total limitada por la curva (según su ecuación) y la X es <u>uno</u>, puesto que el área bajo la curva entre las dos ordenadas X = a y X = b, donde $a < b$, representa la-probabilidad que X se sitúe entre a y b, especificada por - $P(a < X < b)$.

Cuando la variable X está representada en términos de Unidades Normales, $z = (X - \mu)/\sigma$, la ecuación de la curva es sustituidas por la así llamada forma Normal.

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 z^2}$$

En este caso decimos que z está normalmente distribuida con medio <u>cero</u> y variacia <u>uno</u>.

Una gráfica de esta curva normal estandar se muestra a continuación:



En esta gráfica se han indicado las áreas que - - están comprendidas entre $z = \pm 1$, $z = \pm 2$ y $z = \pm 3$. como podemos observar la mayoría del area bajo la curva - esta comprendida dentro de los límites $\mu \pm 3\sigma$, la curva se extiende de menos infinito hasta más infinito. La curva queda completamente definida por μ y σ.

De tal manera que podemos indicar los límites más comunes en relación a la curva:

Limites	Porcentaje total del área para los límites especificados
$\mu \pm 0.6745\,\sigma$	50.00
$\mu \pm \sigma$	68.26
$\mu \pm 2\sigma$	95.46
$\mu \pm 3\sigma$	99.73

Esto significa que, en aquellas distribuciones - que se aproximan cercanamente a la curva normal, aproxima damente las dos terceras partes de las ocurrencias caen - dentro de una desviación estandar hacia ambos lados del - promedio; todas, con excepción del 5%, caen dentro de dos desviaciones estandar, y, practicamente todas caen dentro de tres desviaciones estandar.

En la tabla que sigue, se encuentran las áreas -- bajo la curva limitada por z = o y cualquier valor positi bo de z. De esta tabla el área entre dos ordenadas cual - quiera puedenser encontrados utilizando la simetría de la curva sobre z = o.

Límites de confiabilidad

Los límites mencionados antes, son los límites - más comunmente acotados en la curva Normal. Aunque es una curva teórica, en la práctica sirve como un Patrón, es de

TABLA DEL AREA BAJO LA CURVA NORMAL, $F(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}\, dz$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5339
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Tabla tomada del Volk.

cir, aquellas distribuciones de valores que se acercan - aproximadamente a esta curva son relacionadas con élla. Esta relación nos da el grado de confiabilidad para establecer nuestros límites de confiabilidad. Con éstos, es posible precisar el valor más probable de cualquier estadístico, tal como el medio ó Desviación estandar.

<u>Límites de Confiabilidad para un Valor Medio.</u>

Si la forma de la distribución es conocida, y - si el medio real y la desviación estandar son también conocidas, es posible hacer la exposición de probabilidad sobre el valor del medio de un número de observaciones. Para un Universo Normal con medio μ y desviación σ, la probabilidad que el medio de n observaciones de que se situará dentro del rango $\mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ a $\mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ es de 0.997

Ahora, si el medio real es desconocido y el medio observado de n observaciones es $\bar{X}$, la probabilidad de situar a μ dentro del rango $\bar{X} - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ a $\bar{X} + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$ es también 0.997; esto quiere decir que la probabilidad de que - esta exposición es cierta es 0.997. En otras palabras, en repetidos experimentos de esta forma, si sostenemos que - el valor cierto de μ se situé dentro de los limites - - $\bar{X} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ estaremos en la razón en un 99.7 % de estas - afirmaciones. Estos límites son por lo tanto el 99.7 % de límites de confianza para el valor real medio μ. De -

esta manera podemos asegurar con 99.7% de confiabilidad que μ se sitúa en alguna parte en este rango, siendo $\bar{X}$ el valor más probable. El intervalo entre límites es conocido como Intervalo de Confiabilidad, y el grado de confiabilidad como el coeficiente de confiabilidad (99.7%, en el caso anterior). Para un coeficiente de Confiabilidad más pequeño los límites son estrechos, por ejemplo para 95% de confiabilidad ellos son $\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ y $\bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ y así sucesivamente.

En algunos casos solamente uno de los límites puede ser de interés, digamos el límite superior si todo lo requerido es una seguridad suficiente de que μ no exceda un valor establecido. Por ejemplo, la probabilidad que μ exceda $\bar{X} + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ es 0.001, con un 99.9% de confiabilidad que μ es menor que $\bar{X} + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. En general la probabilidad que exceda $\bar{X} + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ es α, donde z_{α} es el valor dado en la tabla .. Para una probabilidad $P = \alpha$, y podemos establecer con 100 $(1 - \alpha)$% de confiabilidad que μ es menor que $\bar{X} + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Similarmente la probabilidad de que μ es mayor que $\bar{X} - z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ es $(1 - \alpha)$. Donde ambos límites superior e inferior son requeridos, la probabilidad de que μ se sitúe dentro del rango $\bar{X} - z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ a $\bar{X} + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ es $(1 - z_{\alpha})$. Por lo tanto las fórmulas para los límites son:

Límite Inferior de confiabilidad $= LIC = \bar{X} - z_{\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Límite Superior de confiabilidad $= LSC = \bar{X} + z_{\alpha}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Coeficiente de confiabilidad $= 100\ (1 - 2\alpha)\%$

Es importante notar que mientras z_{α} corresponde a una probabilidad α, el Coeficiente de confiabilidad es $(1 - 2\alpha)$. Pero si solamente un límite fuera requerido el coeficiente de confiabilidad asociado sería $(1 - \alpha)$. Cuando ambos límites son considerados nos referimos a ellos como el 100 - $(1 - 2\alpha)$ límites de confiabilidad ó como el $100\ (1 - 2\alpha)\%$ de intervalo de confiabilidad.

Límites de Confiabilidad para un valor medio cuando la desviación estandar es estimada.

Se ha supuesto arriba que la desviación estandar fué conocida; pero generalmente solo una estimación (s), de la desviación estandar es utilizada basada sobre un número limitado (φ) de grados de libertad.

Puesto que (s), así mismo está sujeta a alguna incertidumbre los límites de confiabilidad para μ, serán señalados si σ fuera conocida exactamente. Esta incertidumbre es permitida por el uso, de la cantidad (t) en lugar de (z). Para un número grande de grados de libertad, digamos más de 20, la incertidumbre en (s) es comparativamente pequeña y (t) es practicamente idéntica con (z), pero como más pequeños, (t) llega a ser progresivamente mayor que (z).

Los límites quedarían así:

$$LIC = \bar{X} - t_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$LSC = \bar{X} + t_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Aqui hemos introducido dos nuevos términos, grados de libertad (φ) y la cantidad (t) que se refiere a la distribución (t) de la cual hablaremos más adelante.

Los grados de libertad.-Es el número de mediciones independientes que son utilizados para la estimación de un parámetro estadístico siendo el divisor de la desviación estandar o variancia representando por (N-1).

Diferencia entre dos valores medios:

Un problema que frecuentemente surge es señalar la magnitud de la diferencia entre dos valores medios, por ejemplo la producción de dos procesos alternativos de fabricación. El Método de comparación de los dos es calcular la diferencia entre dos medios observados, $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ y el error estandar de la diferencia. Estos valores son utilizados para calcular los límites de confiabilidad para la diferencia real, $\mu_1 - \mu_2$. Si el límite menor es mayor que cero puede ser asumido que μ_1 es mayor que μ_2, o si el límite superior es menor que cero, por lo tanto μ_2 es mayor que μ_1. Si los límites son demasiados anchos, para dejar suficientes y seguras conclusiones más observaciones deben ser tomadas.

Fijamos los medios $\bar{X}_1$ y $\bar{X}_2$ de los grupos basados en n_1 y n_2 observaciones de los Universos con desviaciones estandar σ_1 y σ_2 respectivamente.

El error estandar de $\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$ es:

$$S.E. (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = (\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2)^{1/2} \text{.....(1)}$$

Cuando σ_1 y σ_2 son iguales esta se reduce:

$$S.E. (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \sigma (1/n + 1/n_2)^{1/2} \text{........(2)}$$

Los límites son por consiguiente:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm z\alpha\, \sigma (1/n_1 + 1/n_2)^{1/2} \text{..........(3)}$$

Si $n_1 = n_2$ esto se reduce a:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm z\alpha\, \sigma \sqrt{(\tfrac{2}{n})} \text{......................(4)}$$

Si σ_1 y σ_2 no son conocidas, las estimaciones s_1 y s_2 son calculadas en el modo usual; si estas no difieren grandemente, y si ello es razonable suponer que- σ_1 y σ_2 son la misma o cercanamente, un valor común es - calculado.

Los limites de confiabilidad son entonces encontrados de las ecuaciones 3 ó 4 anteriores, sustituyendo (s) por (σ) y (t) por (z), (s) es basado en $\emptyset = n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

Una dificultad surge cuando σ_1 y σ_2 no pueden - asumirse iguales. Una solución aproximada es calculada - del error estandar.

$$S.E. (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = (s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^{1/2} \text{.....(5)}$$

donde s_1^2 y s_2^2 son las variaciones observadas de las dos- series de datos. Los límites aproximados de confiabilidad son:

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_\alpha \; S.E. (\bar{X}_1 - \bar{X}_2)$$

Para encontrar a (t) de la tabla que mencionaremos después usaremos la fórmula siguiente para grados de libertad:

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{\varphi_1}\left[\frac{s_1^2/n_1}{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}\right]^2 + \frac{1}{\varphi_2}\left[\frac{s_2^2/n_2}{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}\right]^2 \quad \ldots(6)$$

<u>Pruebas de Significación.</u>

Un procedimiento común en la actualidad en el analisis estadístico es efectuar una Prueba de significación -- como auxiliar en la interpretación de datos experimentales. Esta prueba consiste en demostrar la verdad de una hipóte - sís llamada Hipótisis Nula, que en términos generales supone la condición de que un parámetro no difiere de un valor- particular.

El procedimiento en una prueba de significación estriba en calcular la probabilidad de encontrar una desviación- tan grande que la desviación observada sobre la proposición de que la Hipótesis Nula es cierta. Si esta probabilidad es demasiada pequeña la Hipótesis es desacreditada.

La prueba de Significación está estrechamente relacionada con los límites de confiabilidad, por ejemplo supongamos que un proceso efectuado por un método normal tiene una producción media μ_o y una desviación estandar σ, se ha pensado en una modificación para incrementar la producción, -- para llevarla a cabo, se prepara una serie de n batches por

el método mocificado dando un medio $\overline{X}$, se asume para el caso que σ es igual para ambos procesos. Supóngase que en realidad la modificación no tiene efecto sobre la producción, es decir, que la producción real permanece en μ_0.
El medio observado puede ser mayor que μ_0 quizá por las variaciones en el muestreo, es necesario evitar hacer conclusiones falsas. Si el valor es μ_0 es posible calcular que tan grande es $\overline{X}$, digamos por ejemplo, es improbable (1 oportunidad en 40) de exceder $\mu_0 + 1.96 \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Si no excede de este valor la conclusión es conseguida, de tal modo, que la producción real del método modificado que fué identificado por μ_1, es mayor que μ_0 ; si no es así, hay insuficiente evidencia para concluir que un incremento ha ocurrido, y el método modificado no puede ser adoptado. Sin embargo posteriores pruebas, bien pueden ser realizadas antes que el proceso modificado es finalmente aceptado, o rechazado. La expresión de la Hipótesis Nula es $\mu_1 - \mu_0 = 0$ siendo μ_1, la producción real del proceso modificado; de ésto deducimos que $\overline{X}$ tiene una probabilidad α de exceder $\mu_0 + z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$, el valor de z_α es obtenido de la tabla ....
Pero $\overline{X} > \mu_0 + z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ es equivalente a $\overline{X} - z_\alpha \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} > \mu_0$, lado izquierdo, que es el límite menor de confiabilidad 100 (1 - α)% para μ_1, y por consiguiente la Prueba de Significación es idéntica con la determinada, si, el límite menor de confiabilidad para μ_1 excede a μ_0.

En esta aplicación particular estamos interesados en el lí mite menor de confiabilidad, pero no siempre es el caso. - Pudiera ser el límite Superior de confiabilidad el impor - tante, por lo tanto, asumiendo la misma Hipótesis Nula - - $\mu_1 - \mu_0 = 0$ tomada como verdadera, $\bar{X}$ tiene una probabilidad α de ser menor que $\mu_0 - Z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Esto es equivalente a decir que $\bar{X} + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ es menor que μ_0, en otras palabras, que el límite superior de confiabilidad 100 (1 - α)% para μ_1, es menor que μ_0. Si por ésto, μ_0 situado, fuera de los límites de confiabilidad para μ_1, la probabilidad de que ésto - sucedería si la Hipótesis Nula fuera cierta es menor que -- 2α. Una prueba de significación a un nivel de 2α es una - prueba de que un valor particular de μ_0 esta incluido en -- los límites de confiabilidad de μ_1. Similares consideraciones se aplican en pruebas de significación de otros estadís ticos, y ningún nuevo principio es involucrado.

Los límites de confiabilidad son generalmente más úti les que una prueba significativa, porque ellos dan el rango completo de valores o Hipótesis que pueden ser consideradas consistentes con las observaciones. Más a menudo, estamos - interesados con el rango completo, sin embargo, hay situa - ciones que es suficiente con probar una hipótesis dada, si- es, o no aceptable.

En la aplicación de la Hipótesis Nula se puede caer - en dos tipos de error:

Si se rechaza la Hipótesis Nula cuando se debería - de aceptar, se dice, que el tipo I de error ha sido cometido.

Si, por otra parte, se acepta la Hipótesis cuando - se debería de rechazar, se dice que se ha caido en el tipo II de error. Además, se debe tomar en cuenta que la Hipótesis Nula controla el riesgo de rechazarla cuando ésta es cierta, pero no tiene prevención para controlar el - - riesgo de no rechazo cuando es falsa.

En fin, para cualquier prueba de Hipótesis se debe- indicar como minimizar los errores de decisión. En la práctica un tipo de error puede ser más serio que otro, y portanto, un compromiso sería alcanzado en favor de una limitación del más grave error. Solo la manera de reducir - - ambos tipos de error es incrementando el tamaño de la muestra, que puede, o no ser posible.

Niveles de Significación.

Cuando se aplica una prueba de significación de una hipótesis dada, se calcula la probabilidad P de que un resultado ocurrira, si la Hipótesis Nula es cierta. Si ésta probabilidad es igual o menor que α especificada, el resultado será significante al nivel α . Esta probabilidad es- indicada antes para cualquier muestra obtenida tal, que - los resultados, no influirán en la selección. Es decir, - el nivel apropiado de significación dependerá del problema particular bajo consideración.

Generalmente el valor P = 0.05 dá suficiente seguridad, pero en ciertas circunstancias un alto grado de seguridad como 0.01 puede ser requerido. Aunque otros valores- pueden ser utilizados. Si por ejemplo un nivel de 0.05 ó - 5% nivel de significación hemos seleccionado en la designación de una prueba de la Hipótesis, entonces hay alrrededor de 5 oportunidades en 100 que rechacemos la Hipótesis cuando, ella debería aceptarse, en otras palabras, estamos al - rrededor de 95% de seguridad que hemos hecho la decisión correcta. En tal caso, decimos que la Hipótesis ha sido rechazada a un nivel de 0.05 de significación, el cual indica -- que habremos errado con 0.05 de probabilidad.

Significación de Medios.

Dos tipos de pruebas son involucrados en la significación de medios, siendo éstas, la prueba Normal y la prueba (t). La primera se aplica cuando la desviación estandar- es conocida exactamente, o cuando el tamaño de muestra es - grande $n > 30$. Pero para muestras $n < 30$ llamadas pequeñas -- muestras la aproximación a la distribución Normal no es buena y una modificación se debe hacer. Aquí es donde utilizamos la segunda de estas pruebas, estimando la desviación estandar de los datos. La prueba normal es por lo tanto un -- caso particular de la prueba t y no es necesario ser considerada separadamente.

Distribución t

Para explicar la distribución t nos apoyamos en el ya familiar desvío estandar de la distribución normal. El desvío estandar z lo hemos descrito como una medida de la desviación de una variable de su medio en Unidades de la desviación estandar:

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

La prueba t puede ser definida en modo similar, siendo la diferencia entre los medios de una muestra y el medio real del Universo del cual la Muestra ha sido extraida, dividida por la desviación estandar estimada del medio. De tal manera que podemos escribir a (t) así:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{s\ (\overline{X})} = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s\,(X)}{\sqrt{n}}}$$

La distribución t no es una distribución normal aunque se aproxima a la normal bajo ciertas condiciones. Es una función matemática y depende del número de mediciones implicadas en el cálculo de s $(\overline{X})$. Si n es el número en la muestra y se encuentra en el rango de 2 a infinito, t tiene una distribución diferente para cada valor de n, llegando a ser equivalente a la distribución normal cuando n se convierte en infinito.

La n entra en la fórmula para la prueba t en la forma de grados de libertad utilizados para el cálculo de la desviación estandar.

Fórmula de la curva de la distribución t:

Si consideramos muestras de tamaño n obtenidas de un Universo Normal (o aproximadamente Normal) con medio μ, y si para cada muestra computamos t, usando el promedio de la muestra $\bar{X}$ y la desviación estandar de la muestra, la distribución para t puede ser obtenida, su expresión algebraica es:

$$Y = \frac{Yo}{\left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)^{n/2}} = \frac{Yo}{\left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{(\nu + 1)/2}}$$

donde:

Yo, es una constante dependiente de n de tal modo que - el área total bajo la curva es uno y donde la constante ν = (n - 1) es llamada el número de grados de libertad. Para valores grandes de ν ó n, que ya se mencionó anteriormente es decir n $\geq$ 30 la curva se aproxima a la curva normal estandar, la fórmula queda así:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 \, t^2}$$

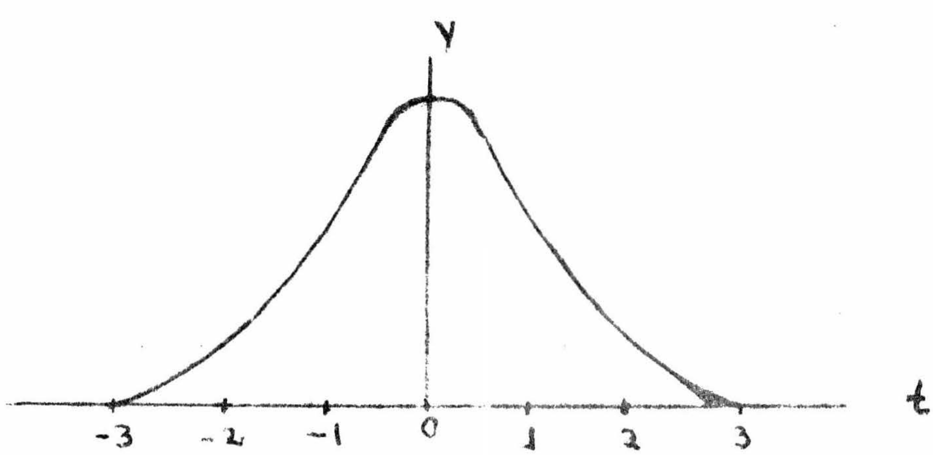


Tabla de la Distribución t para un lado.

ϕ	P 0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	3.080	6.310	12.70	31.80	63.70
2	1.890	2.920	4.390	6.960	9.92
3	1.640	2.350	3.180	4.540	5.84
4	1.530	2.130	2.780	3.750	4.60
5	1.480	2.010	2.570	3.360	4.03
6	1.440	1.940	2.450	3.140	3.710
7	1.420	1.890	2.360	3.000	3.50
8	1.400	1.860	2.310	2.900	3.36
9	1.380	1.830	2.260	2.820	3.25
10	1.370	1.810	2.230	2.760	3.17
11	1.360	1.800	2.200	2.720	3.11
12	1.360	1.780	2.180	2.680	3.05
13	1.350	1.770	2.160	2.650	3.01
14	1.340	1.760	2.140	2.620	2.98
15	1.340	1.750	2.130	2.600	2.95
16	1.340	1.750	2.120	2.580	2.92
17	1.330	1.740	2.110	2.570	2.90
18	1.330	1.730	2.100	2.550	2.88
19	1.330	1.730	2.090	2.540	2.86
20	1.320	1.720	2.090	2.530	2.85
21	1.320	1.720	2.080	2.520	2.83
22	1.320	1.720	2.070	2.510	2.82
23	1.320	1.710	2.070	2.500	2.81
24	1.320	1.710	2.060	2.490	2.80
25	1.320	1.710	2.060	2.480	2.79
26	1.320	1.710	2.060	2.480	2.780
27	1.310	1.700	2.050	2.470	2.77
28	1.310	1.700	2.050	2.470	2.76
29	1.310	1.700	2.050	2.460	2.76
30	1.310	1.700	2.040	2.460	2.75
40	1.300	1.680	2.020	2.420	2.70
60	1.300	1.670	2.000	2.390	2.66
120	1.290	1.660	1.980	2.360	2.62
∞	1.280	1.640	1.960	2.330	2.58

Aplicación a la Hipótesis Nula.

Para la ejecución de la prueba t es necesario fijar la Hipótesis Nula y calcular a t sobre la base que la Hipótesis es cierta. De la cual podemos indicar tres casos:

Estimación del medio Real

1) Hipótesis $\mu_0 = \mu_1$

Este es el primero de las tres Hipótesis que se usarán con la prueba t. Varias mediciones X1, X2, X3...Xn y su $\overline{X}$ es calculado. El medio $\overline{X}$ es estimado del medio verdadero del Universo μ_0. La Hipótesis es fijar que estas mediciones pudieran haber salido de un universo con algún valor medio especificado μ_1. A fin de realizar la prueba es necesario estimar μ_0 y $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Las mejores estimaciones de estas cantidades son $\overline{X}$ y S $(\overline{X})$. Por lo tanto tenemos:

$$t = \frac{|\overline{X} - \mu_0|}{s\ (\overline{X})}$$

Sustituyendo el valor especificado por el medio μ_0 y la s $(\overline{X})$ estimada de la desviación estandar o sea - - $s\ (\overline{X}) = \frac{s\ (X)}{\sqrt{n}}$ siendo $s\ (X) = \sqrt{\frac{\sum (X - \overline{X})^2}{n - 1}}$, tenemos:

$$t = \frac{|\overline{X} - \mu_1|}{\frac{s(X}{\sqrt{n}}} = \frac{|\overline{X} - \mu_1|}{s\ \overline{X}}$$

El área de la curva de la distribución t se encuentra tabulada ver la tabla..Y de acuerdo a los grados de libertad y el nivel de significación se lee el valor de t, el cual se compara con el calculado, si aquel es excedido, entonces la Hipótesis puede rechazarse. concluyendo que el medio $\bar{X}$ no ha venido de Universo con un medio μ y aceptando el riesgo de estar en error.

Ejemplo:

Un Hule procesado se supone que tiene una dureza de 80.2 Los datos en la tabla siguiente son lecturas de once muestras.

Lecturas

79.5 80.2 80.4 80.3 78.8 80.6 80.3 80.5 79.3 79.4 80.1	Queremos probar si estos datos pudieran venir de un Universo con un medio de 80.2. La Hipótesis Nula por consiguiente es -- = 80.2 Fijaremos un nivel de significación de - 0.05, que es, si hay 0.05 de probabilidad de estar en error, rechazaremos la Hipótesis; de otra manera la aceptaremos.

Cálculo de s $(\bar{X})$.

$$n = 11$$

$$\sum X = 879.4$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{874.4}{11} = 79.95$$

$$\sum (X - \bar{X})^2 = 3.5075$$

$$s\ (X) = \sqrt{\frac{3.5075}{11 - 1}} = 0.598$$

$$s\ (\bar{X}) = \frac{s\ (X)}{\sqrt{n}} = \frac{0.598}{3.34} = 0.18$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_1}{s(\bar{X})} = \frac{79.95 - 80.2}{0.18} = 1.4$$

t obtenida de la tabla para un intervalo de - t.975 a t.975, para 11-1=10 grados de libertad es el valor interesado -2.23 a 2.23. Puesto que t calculado = 1.4, no rechazamos la Hipótesis a un nivel de significancia 0.05; es decir aceptamos - la dureza de 80.2 para el Hule aunque el medio de las mues - tras es 79.95

2) Diferencia entre el medio y cero.

Hipótesis $\mu_0 = 0$

Las mediciones son hechas en pares para comparar dos proce - sos, o dos materiales diferentes. El propósito de la prueba- es determinar si hay una diferencia significante entre los - dos artículos bajo prueba en términos de las mediciones invo lucradas, o si la diferencia de medios es significativamente de cero. La Hipótesis Nula por consiguiente es $\mu_0 = 0$

Este es un caso especial de prueba si un medio es significativamente diferente de algún valor especificado. Hay sin embargo, algunos caracteres sobre esta prueba que constituyen mención particular.

En la comparación de los datos apareados, los pares no - han sido medidos de la misma cosa, aunque las mediciones en- un par serán hechas a las mismas condiciones. Es la diferen cia dentro de pares y no la diferencia entre los - - - - -.

pares la que es probada.

La prueba t para esta Hipótesis es similar a la anterior. El medio μ_o es estimado por la diferencia media entre las mediciones de los pares, t es entonces calculada del cociente de la diferencia entre el medio calculado y cero y la desviación estandar estimada de la diferencia media. Si designamos la diferencia entre las mediciones de los pares como (y), (t) es entonces calculada como sigue:

$$t = \frac{|\bar{y} - 0|}{s\ (\bar{y})}$$

El criterio para la prueba es el mismo del ejemplo anterior.

Diferencia entre dos Medios

En la prueba donde μ_1 defiere significativamente de μ_2 cuando ambos μ_1 y μ_2 han sido estimados, hay varias situaciones posibles, y estas han sido discutidas en la sección "Diferencia entre dos valores medios" anterior. Consideraremos solamente asumir que los dos Universos de los cuales las muestras son obtenidas tienen igual variancias. La estimación combinada s de la variancia verdadera σ^2 se basará sobre $\phi = (n_1 + n_2 - 2)$ grados de libertad, n_1 y n_2 siendo los tamaños respectivos de las muestras.

La relación de la diferencia entre los dos medios de las muestras $\bar{X}_2 - \bar{X}_1$ a $s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ (llamando el error estandar de esta diferencia), es $t = \bar{X}_2 - \bar{X}_1 / S\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$.

El valor de t tabulada es obtenida con $\varphi = n_1 + n_2 - 2$ y el nivel de significancia seleccionada, si este valor es excedido por t calculada rechazamos la Hipótesis, y- de lo contrario la aceptamos.

Distribución CHI-Cuadrada

La CHI-Cuadrada como la distribución t generalmente se usa en el pequeño Muestreo. Es una función Matemática.

La definición es:

$$\chi^2 = \frac{n\,s^2}{\sigma^2} = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \ldots\ldots + (Xn - \bar{X})^2}{\sigma^2}$$

Siendo:

X = datos

n = No. de Muestras

s = Desviación estandar estimada

σ = Desviación estandar

$\bar{X}$ = Medio

Si consideramos muestras de tamaño n obtenidas de - un universo normal con Desviación σ, si para cada muestra computamos a χ^2, una distribución de muestreo de χ^2 puede- ser obtenida. Esta distribución se llama distribución CHI- Cuadrada y su fórmula es:

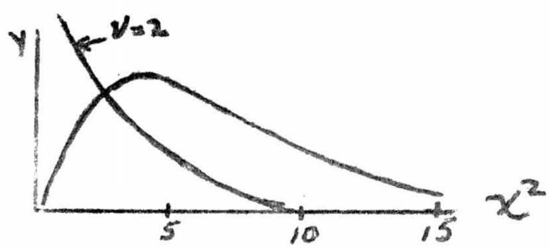
$$Y = Yo\,(\chi^2)^{1/2\,(r-2)}\, e^{-1/2\,\chi^2} = Yo\,\chi^{r-2}\, e^{-1/2\,\chi^2}$$

donde:

ν = n - 1 es el número de grados de libertad Yo es una -

constante que depende de los grados de libertad de tal - forma que el área bajo la curva es <u>uno.</u>

La distribución de Chi-Cuadrada correspondiente a- varios grados de libertad se muestra en la gráfica si -- guiente. El maximo valor de Y ocurre a $\chi^2 = \nu - 2$ para $\nu \geq 2$.



Su area se encuentra tabulada en la tabla...De la - cual podemos definir nivel, límites e intervalos de confia bilidad para χ^2. De este modo podemos estimar dentro de -- los límites especificados de confiabilidad la desviación - σ, del universo en términos de una desviación estimada s- de la muestra.

<u>Grados de Libertad.</u>

Los grados de libertad necesarios para la evaluación de χ^2 son el número de observaciones independientes en la - muestra, utilizados para el cálculo de χ^2, menos el número de parámetros ó estadísticos que deben ser estimados de la muestra.

<u>Aplicación de la Prueba</u> .

Ya hemos tratado anteriormente, las pruebas de mediciones de valores, es decir, variables continuas utilizando para ello la prueba t o prueba Normal, pero nos falta -

con ν grados de libertad
(area [illegible] = p)

ν	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.95}$	$\chi^2_{.90}$	$\chi^2_{.75}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.005}$
1	7.88	6.63	5.02	3.84	2.71	1.32	.455	.102	.0158	.0039	.0010	.0002	.0000
2	10.6	9.21	7.38	5.99	4.61	2.77	1.39	.575	.211	.103	.0506	.0201	.0100
3	12.8	11.3	9.35	7.85	6.25	4.11	2.37	1.25	.584	.352	.216	.115	.072
4	14.9	13.3	11.1	9.49	7.78	5.39	3.36	1.92	1.06	.711	.484	.297	.207
5	16.7	15.1	12.8	11.1	9.24	6.63	4.35	2.67	1.61	1.15	.831	.554	.412
6	18.5	16.8	14.4	12.6	10.6	7.84	5.35	3.45	2.20	1.64	1.24	.872	.676
7	20.3	18.5	16.0	14.1	12.0	9.04	6.35	4.25	2.83	2.17	1.69	1.24	.989
8	22.0	20.1	17.5	15.5	13.4	10.2	7.34	5.07	3.49	2.73	2.18	1.65	1.34
9	23.6	21.7	19.0	16.9	14.7	11.4	8.34	5.90	4.17	3.33	2.70	2.09	1.73
10	25.2	23.2	20.5	18.3	16.0	12.5	9.34	6.74	4.87	3.94	3.25	2.56	2.16
11	26.8	24.7	21.9	19.7	17.3	13.7	10.3	7.58	5.58	4.57	3.82	3.05	2.60
12	28.3	26.2	23.3	21.0	18.5	14.8	11.3	8.44	6.30	5.23	4.40	3.57	3.07
13	29.8	27.7	24.7	22.4	19.8	16.0	12.3	9.30	7.04	5.89	5.01	4.11	3.57
14	31.3	29.1	26.1	23.7	21.1	17.1	13.3	10.2	7.79	6.57	5.63	4.66	4.07
15	32.8	30.6	27.5	25.0	22.3	18.2	14.3	11.0	8.55	7.26	6.26	5.23	4.60
16	34.3	32.0	28.8	26.3	23.5	19.4	15.3	11.9	9.31	7.96	6.91	5.81	5.14
17	35.7	33.4	30.2	27.6	24.8	20.5	15.3	12.8	10.1	8.67	7.56	6.41	5.70
18	37.2	34.8	31.5	28.9	26.0	21.6	17.3	13.7	10.9	9.39	8.23	7.01	6.26
19	38.6	36.2	32.9	30.1	27.2	22.7	18.3	14.6	11.7	10.1	8.91	7.63	6.84
20	40.0	37.6	34.2	31.4	28.4	23.8	19.3	15.5	12.4	10.9	9.59	8.26	7.43
21	41.4	38.9	35.5	31.7	29.6	24.9	20.3	16.3	13.2	11.6	10.3	8.90	8.03
22	42.8	40.3	36.8	33.9	30.8	26.0	21.3	17.2	14.0	12.3	11.0	9.54	8.64
23	44.2	41.6	38.1	35.2	32.0	27.1	22.3	18.1	14.8	13.1	11.7	10.2	9.26
24	45.6	43.0	39.4	36.4	33.2	28.2	23.3	19.0	15.7	13.8	12.4	10.9	9.89
25	46.9	44.3	40.6	37.7	34.4	29.3	24.3	19.9	16.5	14.6	13.1	11.5	10.5
26	48.3	45.6	41.9	38.9	35.6	30.4	25.3	20.8	17.3	15.4	13.8	12.2	11.2
27	49.6	47.0	43.2	40.1	36.7	31.5	26.3	21.7	18.1	16.2	14.6	12.9	11.8
28	51.0	48.3	44.5	41.3	37.9	32.6	27.3	22.7	18.9	16.9	15.3	13.6	12.5
29	52.3	49.6	45.7	42.6	39.1	33.7	28.3	23.6	19.8	17.7	16.0	14.3	13.1
30	53.7	50.9	47.0	43.8	40.3	34.8	29.3	24.5	20.6	18.5	16.8	15.0	13.8
40	66.8	63.7	59.3	55.8	51.8	45.6	39.3	33.7	29.1	26.5	24.4	22.2	20.7
50	79.5	76.2	71.4	67.5	63.2	56.3	49.3	42.9	37.7	34.8	32.4	29.7	28.0
60	92.0	88.4	83.3	79.1	74.4	67.0	59.3	52.3	46.5	43.2	40.5	37.5	35.5
70	104.2	100.4	95.0	90.5	85.5	77.6	69.3	61.7	55.3	51.7	48.8	45.4	43.3
80	116.3	112.3	106.6	101.9	96.6	88.1	79.3	71.1	64.3	60.4	57.2	53.5	51.2
90	128.3	124.1	118.1	113.1	107.6	98.6	89.3	80.6	73.3	69.1	65.6	61.8	59.2
100	140.2	135.8	129.6	124.3	118.5	109.1	99.3	90.1	82.4	77.9	74.2	70.1	67.3

tratar el caso cuando los valores no son conteninuos o - contados, por ejemplo, si tenemos 15 retenes defectuosos o 16 retenes defectuosos. No puede haber 15.42 retenes - defectuosos. En cambio con datos medidos, las limitaciones de los resultados reportados es la exactitud de las- mediciones como fué en el ejemplo de la Dureza obtenida- con un Durómetro. Para el caso mencionado de valores contados o descontinuos utilizaremos la Chi-Cuadrada.

En el curso usual de los eventos la frecuencia esperada no sucede siempre de acuerdo a las leyes de la -- probabilidad. De lo contrario, por lo regular se encuentra alguna desviación de lo esperado. La χ^2 es una medida de esta desviación.

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{Desviación})^2}{\text{Esperanza}}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

donde:

O = frecuencia observada

E = frecuencia esperada

Para hacer uso de la χ^2 en el establecimiento de la significación de las desviaciones, como con la prueba t se requiere fijar los resultados esperados sobre la Hipótesis- Nula. Donde aquellos pueden ser fijados por previa expe - riencia, o a priori, como cuando una distribución se asume, ser Binomial o Normal.

La Hipótesis se fija conforme los resultados observados de alguna distribución esperada.

La Hipótesis es: 0 = E

Se llama Hipótesis Nula porque suponemos que no hay diferencia entre el valor calculado de la muestra y el correspondiente valor del universo. Mientras no es posible establecer la Hipótesis Nula, como cierta, es posible calcular la probabilidad, siendo falsa. Si una base racional existe para fijar los valores esperados, entoces es posible hacer exposiciones de probabilidad acerca de las desviaciones de E. Cuando estas desviaciones son calculadas en la forma de χ^2 y se comparan con los valores obtenidos de la tabla siendo estos excedidos, la Hipótesis Nula se rechaza con la correspondiente probabilidad de estar en error.

Ejemplo: Una Compañía Camionera usa un número grande de retenes surtidos por dos fábricas de estos artefactos, instala 25% de retenes de la fábrica A y 75% de la fábrica B. Después de cierto período de trabajo se desgastaron 460, siendo 74 de A y 386 de B.

Se pregunta. ¿ Hay evidencia de una diferencia entre los retenes de las fábricas?

Hipótesis: No hay diferencia entre los retenes de las fábricas.

Si no hubiera diferencia entre los retenes de las fábricas el número esperado de desgastados estaría en la misma razón del número de instalados:

0.25 x 460 = 115 de A

0.75 x 460 = 345 de B

Para el cálculo de χ^2 usamos la fórmula

$$\chi^2 = \frac{(O - E)^2}{E}$$

$$\chi^2 = \frac{(74 - 115)^2}{115} + \frac{(386 - 345)^2}{345} = 14.7 + 4.9 = 19.6$$

Consultando la tabla de χ^2. Vemos que un grado de libertad como es en este caso, encontramos que hay solamente 0.005 de probabilidad de que χ^2 sea mayor que 7.88, y la χ^2 calculada es 19.6 sobre la base de la Hipótesis de que no hay diferencia entre los retenes, esto quiere decir, que hay menos de 0.005 de probabilidad de que estos datos sean compatibles con la Hipótesis.

Tablas de contingencias.

La prueba χ^2 ha sido aplicada a datos que son comparados con alguna distribución a priori fijada por la experiencia, o alguna calidad estandar, como ya se mencionó anteriormente, de cualquier manera los datos son comparados con algún estandar fijado de una fuente exterior de datos.

La prueba χ^2 puede ser también aplicada a una serie homogenéa de datos sin referencia a cualquier estandar exterior. Puesto que los resultados esperados son solamente contingencias del orden de los datos observados. Los datos son fijados en una tabla de varias categorías o clases en donde las lineas o hileras corresponden a las frecuencias —

observadas de valores y las columnas a los eventos o - individuos por probar, esta distribución de datos en la tabla es probada por homogenidad de contingencia en los totales de las diferentes clasificaciones. A consecuencia de esto, viene el nombre de tablas de contingencias. Pruebas de esta clase pueden descomponerse convenientemente en diferentes tamaños de tablas dependiendo del número involucrado de categorías, a saber:

Tablas 1 x n, 2 x 2, 2 x 3, ... h x k.

Siendo h las hileras y k las columnas.

Un ejemplo de tabla 1 x n sería el siguiente:

Si suponemos que en una muestra particular una serie de - eventos posibles E_1, E_2, E_3, ... E_k se observan que ocurren con una frecuencia observada 0_1, 0_2, 0_3, ... 0_k. Y de acuerdo a las leyes de probabilidad ellas son esperadas que ocurran con frecuencias e_1, e_2, e_3, ... e_k, llamadas frecuencias esperadas. Estas arregladas en una tabla, tenemos:

Eventos	E_1	E_2	E_3	.....	E_k
Frecuencias - Observadas	0_1	0_2	0_3	.....	0_k
Frecuencias Esperadas	e_1	e_2	e_3	.....	e_k

Análisis de Variancia

La Variancia como anteriormente hemos mencionado es una medida de la dispersión con respecto a un valor medio que es el más representativo de una serie de datos obtenidos de un proceso. Esa dispersión es debido al número de fuentes de variación a que están sometidas las observaciones en los procesos ya sean de prueba o manufactura. Las fuentes de variación para ambos casos son:

a) Variación en la calidad del material

b) Variación en la aplicación de la técnica o método.

c) Errores en la apreciación de una propiedad, surgidos del muestreo y prueba del producto terminados.

El problema que se presenta, es separar y estimar esas fuentes de variación, técnica llamada Análisis de Variancia. La estimación de alguna propiedad de un material, para las fuentes de variación aplicamos la propiedad aditiva de las variaciones que dice así: cuando dos ó más fuentes independientes operan, la variacia resultante es la suma de las variancias separadas. La cual se puede expresar en forma algebraicamente:

Si $X = f\,(\pm\, a\, i \quad x\, i\,)$

ó $X = a_1\, x_1 \pm a_2\, x_2 \pm \ldots \pm a_n\, x_n$

de aqui:

$$V(X) = a_1^2\, V\,(x_1) \pm a_2^2\, V\,(x_2) \pm \ldots a^n\, V\,(x_n)$$

En el caso particular en que $\bar{X}$ es igual al medio de un muestreo al azar $x_1, x_2, \ldots x_n$ obtenido de un Universo con una desviación estandar σ entonces:

$$\bar{X} = (x_1 + x_2 + \ldots\ldots\ldots + x_n)/n$$

Puesto que x_1, x_2..... son observaciones de la misma - cantidad x

$$V(x_1) = V(x_2) = \ldots\ldots = V(x)$$

también $a_1 = a_2 = \ldots\ldots = 1/n$

$$\therefore V(X) = V(\bar{x}) = (1/n)^2 V(x_1) + (1/n)^2 V(x_2) + \ldots\ldots\ldots + =$$
$$= V(x)/n$$

De donde podemos obtener el Error Estandar = S.E $(\bar{x})$ = $\sigma/\sqrt{n}$

donde:

x_i = fuente de variación

a_i = coeficiente de conversión

V = Variancia

n = Número de observaciones

σ = Desviación estandar.

Dos clases de errores surgen al hacer la estimación:

1) Errores del muestreo con variancia indicada por σ_1^2

2) Errores de análisis de variancia indicados por σ_o^2

Estas fuentes de error operan independientemente y la - variación total es la suma de las dos. Esto significa que cuando el resultado de un análisis sobre una muestra al azar, es - usado como una estimación de la calidad del volumen del material, esta estimación tendrá un error de variancia de:

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_o^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

Para determinar la variancia exactamente se necesitará - un número infinito de observaciones; en la práctica las -

variancias pueden ser estimadas de un número finito de observaciones, y son estas estimaciones las que se han utilizado en la fórmula (1), para derivar una estimación de variancia combinada. Errores de estimación pueden ser considerables para pequeñas muestras.

Las estimaciones de variancia son denotadas por el símbolo de s^2 con el sufijo apropiado. La estimación de la variancia para el análisis sobre una muestra es entonces:

$$s^2 = s_1^2 + s_o^2 \quad \ldots\ldots\ldots(2)$$

Cuando n análises son realizados sobre la muestra y los resultados son promediados la variancia de esta fuente es reducida a σ_o^2/n_1 y la variancia de la media resultante cuando es usada como una estimación del valor promedio del volumen es $\sigma_1^2 + \sigma_o^2/n$.

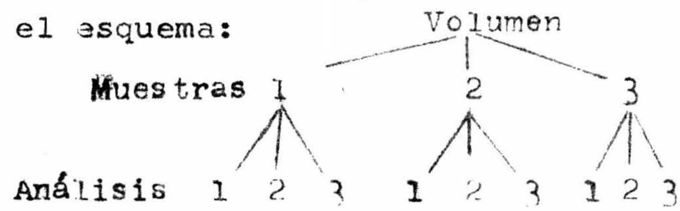
Cuando m muestras son tomadas del volumen y n análisis son efectuados sobre cada muestra la variancia del medio es; $(\sigma_1^2 + \sigma_o^2/n)\, m = \sigma_1^2/m + \sigma_o^2/n\, m$

Se notará que el divisor de σ_1^2 es el número total de muestras, y el divisor de σ_o^2 es el número total de análisis. Para usar estas fórmulas en la práctica tenemos que sustituir los valores estimados por las σ.

Clasificación del análisis.- El procedimiento utilizado para la aplicación del análisis de variancia dependerá del número y naturaleza de las causas independientes de variación que pueden ser identificadas. El primer paso en el análisis es la clasificación de los da tos con respecto a cada fuente de variación.

Hay dos tipos generales de clasificación, los cuales son:

1) Clasificación Jerárquica.-Es aquel, en que un volumen de material es muestreado un número de veces y análisis repetidos son efectuados sobre cada muestra . Se representa por el esquema:



2) Clasificación Transversal.- En este tipo, cada observación puede ser clasificada independientemente con respecto a todas las fuentes de variación. Su esquema representativo es rectangular con r hileras y c columnas donde se colocan los métodos de análisis, etc., y muestras respectivamente:

Metodos de Análisis	Muestras					
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						

Indepen—diente del modo que se puedan clasificar los datos hay dos clases de problemas en los cuales el Análisis de variancia ha sido aplicado, y son distinguidos por la naturale za de las fuentes de variación. En uno, los artículos individuales examinados pueden ser considerados como muestras - al azar de un Universo de tales artículos. Es decir, el análisis de pruebas sobre una muestra pueden ser considerados- como elementos al azar de un Universo de pruebas analíticas cuya variancia es completamente especificada por σ_o^2. De - la misma manera, las muestras del volumen pueden ser consideradas como elementos al azar de un Universo de tales muestras cuya variación es identificada por la variancia σ_1^2. El propósito del experimento es estimar a σ_o^2 y σ_1^2.

En la otra clase de problemas, el interes es la comparación entre los artículos probados de batches de un producto, endonde cada batch es muestreado y analizado varias veces, La fuente de variación puede ser de signadá como "entre batch" que puede ser asumida principalmente debida a cambios en el método de manufactura, y no a los errores de análisis y - - muestreo. Como podemos ver, este caso trata de la comparación de medios y no de la estimación de variancia.

Las dos clases de problemas referidas, son tratados por el- Análisis de variancia, como Estimación de Variancia y comparación de medios respectivamente. Los procedimientos matemáticos son similares para los dos casos, difieren solamente- en la fase final y en la interpretación.

Separación y Estimación de Variancia.

(de acuerdo a la nomenclatura del Davies)

Análisis de variancia de datos Jerárquicos.-La forma más simple de datos Jerárquicos implica solamente una cla -

sificación en la cual varias muestras son tomadas de un volumen que se supone que es variable, y un número de pruebas analíticas son realizadas sobre cada muestra. La aplicación del análisis es con el fín de separar y estimar las variancias debido a las pruebas y al muestreo. Para ello, vamos a dar los principios generales involucrados en la derivación de los métodos de Análisis de Variancia.

Estimación de variancia del error análitico.- Suponer que hubo k muestras y n análisis repetidos fueron efectuados sobre cada muestra que dan un número total de análisis $N = K\, n$. El error analítico es el responsable de la variación en los análisis repetidos sobre cada muestra; se designa su variancia por σ_o^2.

Indicar las observaciones sobre la muestra (i) por $(Xi_1, Xi_2 \ldots\ldots Xin)$ con medio $\overline{Xi}$.

La suma de cuadrados del medio es

$\sum_{J=1}^{n}(Xij - \overline{X}i)^2$; (Cuando se diga suma de cuadrados del medio debemos recordar que en realidad se trata de una suma de diferencias del cuadrado entre las observaciones y su valor medio), que tiene n-1 grados de libertad. La estimación de la variancia del error analítico, basado sobre esta muestra es entonces $\sum_{J=1}^{n}(Xij- Xi)^2/n-1$. Una expresión similar puede ser obtenida para cada muestra, y sobre la suposición razonable que el error analítico no varía de muestra a muestra, por lo tanto, las variancias pueden ser combinadas. De consiguiente, σ_o^2 es estimada por:

Total de las Sumas de Cuadrados Alrededor de la Muestra Media.

Total de grados de libertad.

$$ó \; = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (Xij - \overline{X}i)^2 / k(n-1) \; .... (3)$$

El numerador es referido como la suma de cuadrados dentro de las muestras. Podemos obtener una fórmula práctica:

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} Xi^2j - \sum_{i=1}^{k} \left(\sum_{j=1}^{n} Xij \right)^2 / n \;\text{------} (4)$$

El primer término es la suma de cuadrados de cada una de las nk observaciones y la segunda es la suma total de cuadrados de cada muestra dividida por n.

Estimación de Variancia del error de muestreo.-Conceder que los medios de las muestras son: $\overline{X}1, \overline{X}2 \; .....\overline{X}n$ y el gran medio $\overline{X}$ (promedio de los medios). La Variancia entre los medios de las muestras es:

$$\sum_{i=1}^{k} (\overline{X}i - \overline{X})^2 / (k-1) \; .... (5)$$

Expresando la variancia debido al error de muestreo por ∇_1^2, la variancia del medio de n pruebas sobre cualquier muestra es

$$\nabla_1^2 + \nabla_o^2/n \; . . . . (6)$$

La expresión (5) es por consiguiente una estimación de (6).

Si multiplicamos estas dos expresiones por n obtenemos:

$$n \sum_{i-1}^{k} (\overline{X}i - \overline{X})^2 / (k-1) \rightarrow n\nabla_1^2 + \nabla_o^2 \; ..... (7)$$

La flecha significa "es una estimación"

La expresión $n \sum_{i=1}^{k} (\bar{X}i - \bar{X})^2$ es referida como la suma de cuadrados entre muestra". Una expresión práctica para esta- suma de cuadrados es:

$$\sum_{i=1}^{k} \left(\sum_{j=1}^{n} Xij \right)^2 / n - \left(\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} Xij \right)^2 / nk \ldots\ldots (8)$$

De la expresión (3) estimamos ∇_o^2

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (Xij - \bar{X}i)^2 / k \ (n-1) \longrightarrow \nabla_o^2 \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

La estimación de ∇_1^2 puede ser obtenida resolviendo (7) y (9).

Otra expresión necesaria es la suma total de cuadrados", esta es la suma de cuadrados de todas las nk observaciones alrededor del gran medio, que tiene (nk-1) grados de libertad.

$$\text{Suma total de cuadrados} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (Xij - \bar{X})^2 \ldots\ldots (10)$$

Una expresión adecuada para la practica

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} Xij^2 - \left(\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} Xij \right)^2 / nk \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

En las expresiones 4, 8 y 11 para la suma de cuadrados los - primeros términos son referidos como "Suma en bruto de cua - drados" y los segundos términos "La corrección del medio".

Tabla de Análisis de Variancia.-La suma de cuadrados y grados de libertad "entre muestras" "dentro de muestras" y "total" -

se pueden fijar en una tabla llamada Tabla de Análisis de Variancia.

Fuentes de Variación	Suma de CUADRADOS	Grados de Libertad	MEDIO CUADRADO	Cantidad estimada del medio al cuadrado
Entre Muestras.	$n\sum_{i=1}^{k}(\bar{X}i-\bar{X})^2 = S1$	k-1	S1/(k-1) (=M1)	$\nabla_0^2 + n\nabla_1^2$
Dentro Muestras	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(XiJ-\bar{X}i)^2 = S_0$	k (n-1)	$S_0/k(n-1)(=M_0)$	∇_0^2
Total	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(XiJ-\bar{X})^2$	nk-1		

Las ventajas que nos brinda este arreglo de computación es ver - que a pesar de haber derivado las expresiones de la suma de cuadrados y grados de libertad independientemente son:

1) Los grados de libertad para el "total" es la suma de los otros dos. Cuando las expresiones prácticas 4, 8 y 11 son sustituidas por la-suma de cuadrados respectivos, también se ve que la suma de cuadrados - para el "total" es la suma de las otras dos sumas de cuadrados.

Es este un importante resultado de la expresión de la propiedad - aditiva y es de considerable importancia en el Análisis de Variancia.

2) Además de hacer clara la propiedad aditiva de la suma de cuadrados, permite hacer la comparación útil entre los medios cuadrados.

Estimación de Variancia y sus límites de confiabilidad.- Como se han mencionado antes el propósito principal del Análisis de Variancia-es hacer la estimación de ∇_0^2 y ∇_1^2.

Se ve claramente de la tabla de Análisis de Variancia como - estas estimaciones pueden ser derivadas. Se han indicado por M_1 el medio cuadrado entre muestras, y por M_o el medio cuadra do dentro de muestras. Por lo tanto:

$$M_o \longrightarrow \sigma_o^2$$

$$(M_1 - M_o)/\ n \longrightarrow \sigma_1^2$$

ó en términos de desviación estandar

$$\sqrt{M_o} \longrightarrow \sigma_o$$

$$\sqrt{(M_1 - M_o)/n} \longrightarrow \sigma_1$$

Estas estimaciones son de poco valor a menos que podamos lígarlos a límites de confiabilidad. Los límites para la estimación de σ_o. Pueden ser rapidamente derivados de la tabla H entrando con k (n-1) grados de libertad. La tabla está cons - truida en la forma siguiente; para niveles de probabilidad de 0.10, 0.05, 0.025 y 0.01, para la relación de dos desviacio - nes estandar. Los lados verticales se refieren a los grados - de libertad del denominador expresado por φ_d y los lados horizontales se refieren al numerador indicando por φ_n, y los va lores del interior son los multiplicadores L_1 y L_2 para los- límites de confiabilidad de la razón de dos desviaciones es - tandar. Como el valor obtenido de la tabla es la relación de- desviaciones estandar bastará con elevar al cuadrado este -- valor. Si los multiplicadores para la probabilidad α son ex - presados por $L_1(\alpha)$ y $L_2(\alpha)$, entonces los limites de confia bilidad a 100 (1-2α) % son: $L_1(\alpha)\sqrt{M_o}$, $L_2(\alpha)\sqrt{M_o}$.

Tabla H de Multiplicadores L y L para los límites de Confianza de la Relación de dos Desviaciones Estandar a Nivel de Probabilidad 0.025

ϕ_d \ ϕ_n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.039	.035	.034	.033	.033	..033	.032	.032	.032	.032
	25.5	6.20	4.18	3.50	3.16	2.97	2.84	2.75	2.69	2.63
2	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16	0.16
	26.3	6.24	4.01	3.26	2.90	2.69	2.56	2.46	2.39	2.34
3	0.24	0.25	0.25	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26
	29.5	6.26	3.93	3.16	2.79	2.57	2.43	2.33	2.25	2.20
4	0.29	0.31	0.32	0.32	0.33	0.33	0.33	0.33	0.34	0.34
	30.0	6.26	3.89	3.10	2.72	2.50	2.35	2.25	2.17	2.11
5	0.32	0.34	0.36	0.37	0.37	0.38	0.38	0.38	0.39	0.39
	30.4	6.27	3.86	3.06	2.67	2.45	2.30	2.19	2.12	2.06
6	0.34	0.37	0.39	0.40	0.41	0.41	0.42	0.42	0.43	0.43
	30.6	6.27	3.84	3.03	2.64	2.41	2.26	2.16	2.08	2.02
7	0.35	0.39	0.41	0.43	0.43	0.44	0.45	0.45	0.46	0.46
	30.8	6.27	3.82	3.01	2.62	2.39	2.23	2.13	2.05	1.99
8	0.36	0.41	0.43	0.44	0.46	0.46	0.47	0.47	0.48	0.48
	30.9	6.27	3.81	3.01	2.60	2.37	2.21	2.11	2.03	1.96
9	0.37	0.42	0.44	0.46	0.47	0.48	0.49	0.49	0.50	0.50
	31.0	6.28	3.80	2.98	2.58	2.35	2.20	2.09	2.01	1.94
10	0.38	0.43	0.46	0.47	0.49	0.50	0.50	0.51	0.51	0.52
	31.1	6.28	3.80	2.97	2.57	2.34	2.18	2.07	1.99	1.93
12	0.39	0.44	0.47	0.49	0.51	0.52	0.53	0.53	0.54	0.54
	31.3	6.28	3.79	2.96	2.55	2.32	2.16	2.05	1.97	1.90
15	0.40	0.46	0.49	0.51	0.53	0.54	0.55	0.56	0.57	0.57
	31.4	6.28	3.78	2.94	2.54	2.30	2.14	2.02	1.94	1.88
20	0.41	0.47	0.51	0.53	0.55	0.57	0.58	0.59	0.59	0.60
	31.5	6.28	3.76	2.93	2.52	2.27	2.11	2.00	1.91	1.85
24	0.42	0.48	0.52	0.54	0.56	0.58	0.59	0.60	0.61	0.62
	31.6	6.28	3.76	2.92	2.51	2.26	2.10	1.99	1.90	1.83
30	0.42	0.49	0.53	0.55	0.57	0.59	0.60	0.61	0.62	0.63
	31.6	6.28	3.75	2.91	2.50	2.25	2.09	1.97	1.89	1.82
40	0.43	0.50	0.54	0.57	0.59	0.60	0.62	0.63	0.64	0.65
	31.7	6.28	3.75	2.90	2.49	2.24	2.08	1.96	1.87	1.80
60	043	0.50	0.55	0.58	0.60	0.62	0.63	0.64	0.65	0.66
	31.8	6.28	3.74	2.89	2.47	2.23	2.06	1.95	1.86	1.79
120	0.44	0.51	0.56	0.59	0.61	0.63	0.65	0.66	0.67	0.68
	31.8	6.28	3.73	2.88	2.46	2.21	2.05	1.93	1.84	1.77
	0.45	[illegible]	0.57	0.60	0.62	0.64	0.66	0.68	0.69	0.70
∞	31.9	6.28	3.73	2.87	2.45	2.20	2.04	1.92	1.83	1.75

Continuación de La Tabla H.

Øn / Φd con los grados de libertad.

12	15	20	24	30	40	60	120	∞	Φn / Φd
.032 2.56	.032 2.49	.032 2.42	.032 2.39	.032 2.36	.032 2.33	.031 2.30	.031 2.27	.031 2.24	1
0.16 2.26	0.16 2.18	0.16 2.11	0.16 2.08	0.16 2.05	0.16 2.01	0.16 1.98	0.16 1.95	0.16 1.92	2
0.26 2.12	0.26 2.04	0.27 1.96	0.27 1.93	0.27 1.89	0.27 1.86	0.27 1.83	0.27 1.70	0.27 1.77	3
0.34 2.03	0.34 1.95	0.34 1.87	0.34 1.84	0.34 1.80	0.34 1.77	0.35 1.73	0.35 1.70	0.35 1.67	4
0.39 1.97	0.39 1.89	0.40 1.81	0.40 1.78	0.40 1.74	0.40 1.70	0.40 1.67	0.41 1.64	0.41 1.60	5
0.43 1.93	0.44 1.85	0.44 1.77	0.44 1.73	0.44 1.69	0.45 1.66	0.45 1.62	0.45 1.59	0.45 1.55	6
0.46 1.90	0.47 1.81	0.47 1.73	0.48 1.70	0.48 1.66	0.48 1.62	0.48 1.58	0.49 1.55	0.49 1.51	7
0.49 1.87	0.49 2.79	0.50 1.71	0.50 1.67	0.51 1.63	0.51 1.59	0.51 1.55	0.52 1.52	0.52 1.48	8
0.51 1.85	0.52 1.77	0.52 1.68	0.53 1.64	0.53 1.60	0.53 1.57	0.54 1.53	0.54 1.49	0.55 1.45	9
0.53 1.84	0.53 1.75	0.54 1.67	0.55 1.62	0.55 1.58	0.55 1.55	0.56 1.51	0.56 1.47	0.57 1.43	10
0.55 1.81	0.56 1.72	0.57 1.64	0.58 1.59	0.58 1.55	0.59 1.51	0.59 1.47	0.60 1.43	0.61 1.39	12
0.58 1.71	0.59 1.69	0.60 1.60	0.61 1.56	0.62 1.52	0.62 1.48	0.63 1.44	0.64 1.39	0.65 1.35	15
0.61 1.75	0.62 1.66	0.64 1.57	0.64 1.53	0.65 1.48	0.66 1.44	0.67 1.39	0.68 1.35	0.68 1.31	20
0.63 1.74	0.64 1.64	0.66 1.55	0.67 1.51	0.67 1.46	0.68 1.42	0.69 1.37	0.71 1.33	0.72 1.28	24
0.64 1.72	0.66 1.63	0.67 1.53	0.68 1.49	0.69 1.44	0.71 1.39	0.72 1.35	0.73 1.30	0.75 1.25	30
0.66 1.70	0.68 1.61	0.70 1.51	0.71 1.46	0.72 1.42	0.73 1.37	0.74 1.32	0.76 1.27	0.78 1.22	40
0.68 1.69	0.70 1.59	0.72 1.49	0.73 1.44	0.74 1.39	0.76 1.34	0.77 1.29	0.80 1.24	0.82 1.18	60
0.70 1.67	0.72 1.57	0.74 1.47	0.75 1.42	0.77 1.37	0.79 1.31	0.81 1.26	0.84 1.20	0.87 1.13	120
0.72 1.65	0.74 1.55	0.77 1.44	0.78 1.39	0.80 1.34	0.82 1.28	0.85 1.22	0.89 1.14	1.00 1.00	∞

La estimación de σ_1^2 es derivada de la diferencia entre los dos medios cuadrados, y su límite de confiabilidad - exactos no son faciles de calcular. Sin embargo estos límites pueden ser calculados por la razón de $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_o^2}$, y multiplicados por la estimación de σ_o^2 se obtendran los límites aproximados para σ_1^2, los cuales son suficientes exactos para propósitos prácticos.

El procedimiento para la obtención de los límites de confiabilidad de la relación $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_o^2}$ puede ser explicado asi:

Partiendo de M_1/M_o = razón de los dos medios cuadrados

φ_1 = grados de libertad de M_1 de acuerdo a la tabla de- Variancia, k-1

φ_o = grados de libertad de M_o, de acuerdo a la tabla de - análisis de Variancia, k (n-1)

$L_1(\alpha)$ = multiplicador para el límite de confiabilidad de la razón de dos desviaciones estandar basado en φ_1 y φ_o para la probabilidad α.

$L_2(\alpha)$ = multiplicador correspondiente para el límite superior de confiabilidad.

Entonces los límites de confiabilidad a 100 (1-2α) % (por- ejemplo limite inferior 100 (1-α) % y superior 100 (1-α) %) para σ_1^2 / σ_o^2 son:

$$\frac{1}{n}\left(\frac{M_1 L_1^2}{M_o} - 1\right) \quad y \quad \frac{1}{n}\left(\frac{M_1 L_2^2}{M_o} - 1\right)$$

Como, M_o es estimado de σ_o^2, y por consiguiente los límites de confiabilidad inferior y superior para σ_1 pueden ser aproximados por:

$$\sqrt{(M_1 L_1^2 - M_o)/n} \quad y \quad \sqrt{(M_1 L_2^2 - M_o)/n}$$

La estimación para σ_1, siendo $\sqrt{(M_1 - M_o)/n}$ cuando $M_1 L_1^2 \leq M_o$ el límite inferior se toma como cero.

Comparación de Variancias.-Para comparar dos variancias se utiliza la prueba F, que proporciona un método para determinar si la razón de estas dos variancias es mayor del valor esperado para el suceso sí ellas son estimadas del mismo universo. En forma igual a la prueba t se aplican los casos de la hipótesis Nula. Por ejemplo para el caso $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, las cuales son estimaciones S_1^2 y S_2^2 basados en φ_1 y φ_2 grados de libertad respectivamente. Calculamos $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ y hacemos referencia a la tabla D para valores críticos de F con $\varphi_N = \varphi_1$ y $\varphi_D = \varphi_2$ a los niveles de probabilidad 0.10, 0.05, 0.025 y 0.01 (ver tabla). Esta tabla es para un solo lado de la distribución F, en el caso de una prueba de los dos lados se duplican los valores de probabilidad. Si esta razón es mayor que el valor leido en la tabla podemos rechazar la hipótesis nula.

Prueba de significación en el Análisis de Variancia.- En algunos problemas la posibilidad de una fuente de varia-

Tabla D de la Distribución F de la razón de Variancia

P	ϕ_d \ ϕ_n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
.10	1	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9	60.2
.05		161	199	216	225	230	234	237	239	241	242
.10	2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39
.05		18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4
.10	3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23
.05		10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
.10	4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92
.05		7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
.10	5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30
.05		6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
.10	6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94
.05		5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
.10	7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70
.05		5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
.10	8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54
.05		5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
.10	9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42
.05		5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
.10	10	3.28	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32
.05		4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
.10	12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19
.05		4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
.10	15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06
.05		4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
.10	20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94
.05		4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
.10	24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88
.05		4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
.10	30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82
.05		4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
.10	40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1,93	1.87	1.83	1.79	1.76
.05		4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
.10	60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71
.05		4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99
.10	120	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.28	1.77	1.72	1.68	1.65
.05		3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91
.10		2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60
.05	∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83

Continuación de la Tabla D de la Distribución F.

12	15	20	24	30	40	60	120	∞	gl n/d	P
60.7	61.2	61.7	62.0	62.3	62.5	62.8	63.1	63.3	1	0.10
244	246	248	249	250	251	252	253	254		0.05
9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.48	9.49	2	0.10
19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5		0.05
5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14	5.13	3	0.10
8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53		0.05
3.90	3.87	3.84	3,83	3.82	3.80	3.79	3.78	3.76	4	0.10
5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63		0.05
3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.14	3.12	3.10	5	0.10
4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36		0.05
2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.76	2.74	2.72	6	0.10
4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67		0.05
2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.51	2.49	2.47	7	0.10
3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23		0.05
2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.34	2.32	2.29	8	0.10
3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93		0.05
2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.21	2.18	2.16	9	0.10
3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71		0.05
2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.11	2.08	2.06	10	0.10
2.91	2.84	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.50		0.05
2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.96	1.93	1.90	12	0.10
2.69	2.62	2.54	2.51	247	2.43	2.38	2.34	2.30		0.05
2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.82	1.79	1.76	15	0.10
2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07		0.05
1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.68	1.64	1.61	20	0.10
2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84		0.05
1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.61	1.57	1.53	24	0.10
2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73		0.05
1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.54	1.50	1.46	30	0.10
2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62		0.05
1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.47	1.42	1.38	40	0.10
2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51		0.05
1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.40	1.35	1.29	60	0.10
1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39		0.05
1.60	1.54	1.48	1.45	1.41	1.37	1.32	1.26	1.19	120	0.10
1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25		0.05
1.55	1.49	1.4[illegible]	1.38	1.34	1.30	1.24	1.17	1.00	∞	0.10
1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00		0.05

ción existe y no ha sido considerada. v.g.El propósito de un experimento pudiera ser encontrar si o no la variación en la producción observada de batch a batch pudiera ser controlada para el experimento. Si tenemos - las fuentes de variancia $\sigma_0^2 + 5\sigma_1^2$ y σ_0^2 entre muestras- y dentro de muestras conforme al respecto. Fijando la- hipótesis nula que no hay variación de batch a batch - es decir, $\sigma_1^2 = o$, tenemos pues que la variancia "en - tre muestras" y dentro de muestras" seria σ_0^2 por lo- tanto hay dos estimaciones independientes de σ_0^2. Podemos ahora probar si estas dos estimaciones difieren significativamente. Esto se hace tomando la razón del medio cuadrado estre muestras al medio cuadrado dentro de muestras, que nos dá la prueba F, despues nos referimos a la tabla D. Un valor significante de F rechaza la hipótesis nula y se concluye que la variación de -- batch a batch existe.

Análisis de Variancia de la clasificación transversal.- Para tratar de explicar este tipo de análisis, tomaremos el caso de la clasificación transversal de - dos maneras, por ser el más sencillo, arreglamos los - datos de acuerdo al esquema rectangular con r hileras- y c columnas donde cada celda contine una observación- Xij, y el número total de observaciones es rc = n.

tabla de clasificación de dos modos.

Hileras	Columnas 1	2	3	C	Hileras Totales
1	X11	X12	X13 . . .	X1C	R1
2	X21	X22	X23 . . .	X2C	R2
3	X31	X32	X33 . . .	X3C	R3
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
r	Xr1	Xr2	Xr3	XrC	Rr
Columnas Totales	C1	C2	C3	Cc	S

Cuando analizamos la tabla de datos encontramos tres fuentes de variación. Suponiendo que hay un Universo de columnas y - un Universo de hileras, y un propósito de estimar sus Variancias, las fuentes de variación son:

1) Entre columnas con Variancia expresada por σ_c^2

2) Entre hileras con Variancia indicada por σ_r^2

3) Variación debido al error de prueba por σ_o^2

Aparte del error experimental, la diferencia entre dos columnas cualquiera se espera que sea la misma para todas -- las hileras. Esto implica que la desviación de cualquier resultado simple del gran medio puede ser considerado como uno de los componentes separados correspondientes a la operación de σ_c^2, σ_r^2 y σ_o^2 : $\delta = \delta c + \delta r + \delta o$

Expresiones para la tabla de Análisis de Variancia.- Si tomamos cada muestra de la columna, la probamos el número total de hileras y si por el momento la variación entre hileras la ignoramos, y las pruebas son consideradas independientes, podemos construir el Análisis de Variancia "entre" y "dentro" de las columnas en el modo usual. Si el gran medio es denotado por $\overline{X}$, una muestra (columna) media por Ci y el número de hileras en cada columna por r, entonces la suma de cuadrados entre muestras es $r \sum_{i}^{c} (Ci-\overline{X})^2$ basada sobre c-1 grados de libertad, donde c es el número de muestras (columnas). En forma similar hacemos el mismo razonamiento para obtener la expresión de la suma de cuadrados entre hileras. Si la hilera media es indicada por Rj, esta suma de cuadrados es $C \sum_{j=1}^{r} (Rj-\overline{X})^2$ basada en r-1 grados de libertad, siendo r el número de hileras.

Expresión total.- Es la suma de todos los datos individuales, su expresión es:

$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} Xij^2 - S^2/n$$

donde:

$$S = \sum_{j=1}^{r} Ri = \sum_{j=1}^{c} Ci$$

n = rc = número total de observaciones.

Error de la suma de cuadrados.- Es la diferencia del total menos las expresiones de la suma de cuadrados de las columnas e hileras, se expresa así:

$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} Xij^2 + (S^2/n) - \left(\sum_{i=1}^{r} Ri^2/c \right) - (\sum_{j=1}^{c} C_j^2/r)$$

Suma de cuadrados.- La identidad que expresa la propiedad - aditiva de la suma de cuadrados es de interés porque muestra el error de la suma de las desviaciones de las observaciones de los valores esperados en la suposición que el efecto de - la columna y el efecto de la hilera son aditivos. Un efecto-columna es definido como la diferencia entre la columna me - dia y el gran medio. Las cantidades residuales que resultan-después del efecto de hilera y columna han sido admitivos -- para usarse en la estimación del error experimental de Varian cia σ_o^2. La propiedad aditiva de la suma de cuadrados muestra que:

1) Suma de cuadrados dentro de columnas es = suma de-cuadrados entre hileras + el Error de suma de Cuadrados.

2) Suma de cuadrados dentro de hileras es = suma de - cuadrados entre columnas + Error suma de cuadrados.

Los pasos sucesivos del cálculo en el análisis de Va - riancia son:

1.- Encontrar el término de corrección por el medio, - S^2/n

2.- Suma total de cuadrados = suma de cuadrados de todas las n observaciones individuales menos el término de corrección, $\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} Xij^2 - S^2/n$.

3.- Suma de cuadrados entre hileras.

$$\sum_{i=1}^{r} Ri/c - S^2/n$$

4.-Suma de cuadrados entre columnas

$$\sum_{j=1}^{c} Cj^2/r - S^2/n$$

5.-Error Suma de Cuadrados, se encuentra restando de la expresión 2, la 3 y 4

6.-Los medios cuadrados M_o, Mr y M_c son las sumas de cuadrados divididas por el número apropiado de grados de libertad.

7.-Las expresiones $\sigma_o^2 + \sigma_R^2$, $\sigma_o^2 + r\sigma_c^2$ y σ_o^2 son las cantidades estimadas de los medios cuadrados, siendo σ_o^2, σ_R^2 y σ_c^2 las variancias verdaderas de las tres fuentes de variación.

Tabla de Análisis de Variancia.

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Medio Cuadrado	Cantidad Estimada de los Medios Cuadrados
Entre Hileras	$\sum_{i=1}^{r} Ri^2/c - S^2/n$	r-1	MR	$\sigma_o^2 + c\,\sigma_R^2$
Entre Columnas	$\sum_{j=1}^{c} C_1^2/r - S^2/n$	c-1	Mc	$\sigma_o^2 + r\,\sigma_c^2$
Error	$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} Xij^2 + (S^2/n) - (\sum_{i=1}^{r} Ri^2/c) - (\sum_{j=1}^{c} C_1^2/c)$	(c-1)(r-1)	Mo	σ_o^2
Total	$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} Xij^2 - S^2/n$	n-1		

El procedimiento para la estimación y obtención de las variancias y límites de confiabilidad respectivamente es el mismo, utilizado en la clasificación Jerárquica.

Comparación de medios.-El Análisis de Variancia se emplea, también, en el tipo de problemas que más interesan las comparaciones determinadas entre artículos probados. Por ejemplo, si necesitamos comparar el Scorch o tiempo de quemado de batches de un hule elaborado por tres diferentes procesos y cada batch es muestreado y analizado varias veces. La fuente de variación puede designarse como "entre batches" la cual se puede suponer que proviene principalmente de cambios en el método de manufactura, siendo de una clase diferente debido a los errores de muestreo y análisis. Aun cuando un Universo de batches puede ser postulado, él no es de interes, puesto que solamente requerimos comparar los tres batches especificados uno con otro, es decir, requerimos comparar medios y no estimar variancias.

Este no es un problema de Análisis de Variancia, porque no estamos interesados en variancias, excepto en el error experimental, pero no obstante la misma técnica de análisis para derivar los medios cuadrados puede ser facilmente empleada. El propósito de tal Análisis de Variancia es, en todo caso, proporcionar una estimación de error válido para la comparación entre los medios de las muestras. Esta estimación de error es dada por el medio cuadrado dentro de las muestras.

En la comparación de varios medios en lugar de la prueba F hacemos uso de la prueba t en términos de la variancia combinada dentro de todas las muestras como la estimación de error. Esta misma variancia empleamos para el cálculo de los límites de confiabilidad.

Expresiones algebraicos empleados.- En este tipo de problemas empleamos las mismas expresiones del Análisis para el caso de la estimación de Variancias, con excepción de ∇_1^2, puesto que, no existe por la sencilla razón del poco interés que tenemos en la estimación de Variancia, nos importa solamente las comparaciones específicas de los materiales y esencialmente en seleccionar el más adecuado. Además, tendría poca significación la estimación de variancias de los diferentes materiales en la relación de la investigación. Sin embargo, en este caso, para el Análisis normal de Variancia ∇_1^2, deberá ser remplazada por:

$$\sum_{i}^{k} (Mi - \overline{M})^2 / k-1$$

donde:

Mi = Medio Verdadero de la Muestra i.

$\overline{M}$ = Medio de las Mi's.

Esta expresión es una medida de la variación total entre muestras dadas, y si una prueba total de significación es requerida para esta variación, es proporcionada por la comparación de medios cuadrados.

Variancia combinada.- Puesto que, se trata de comparar dos grupos a un tiempo, de varios grupos, usamos la estimación combinada de Variancia dentro de todos los grupos, como la estimación de error, en otras palabras la estimación de ∇_o^2 o sea:

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (X_{1j} - \overline{X})^2 / k\ (n-1) \nabla_o^2$$

Limites de Confiabilidad.- La expresión de los limites -

de confiabilidad al 100 (1-2 α)% para la comparación de medios es:

$$\bar{X}i - \bar{X}j \pm t_{\alpha\varphi}\ S\ \sqrt{(2/n)}$$

donde:

$\bar{X}i - \bar{X}j$ = Diferencia de medios

t = Valor de la prueba t leido en la tabla al nivel de probabilidad α y φ = k (n-) grados de libertad

siendo k = grupos de medios, $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$ .....$\bar{X}_k$

cada uno basado en n observaciones.

S = Estimaciones de σ_o basado en φ.

S $\sqrt{(2/n)}$ = error estandar de la diferencia entre muestras medios

$t_{\alpha\varphi}\ S\ \sqrt{(2/n)}$ = Limites de confiabilidad para ser añadido a cualquier diferencia de medios observada.

Prueba de comparación de medios.- La comparación de varios medios la hacemos por medio de la diferencia entre ellos, siendo una prolongación del método de comparación de la diferencia - entre dos medios mencionado anteriormente. Los valores resultantes son empleados para calcular los límites de confiabilidad de la diferencia verdadera, $\mu i - \mu j$.

En estas comparaciones empleamos las pruebas de multiple comparaciones y la de J.M. TUKEY, en ambas nuestra seguridad - depende de los limites de confiabilidad al nivel de significancia establecido. La selección entre las dos pruebas para su -- aplicación estará de acuerdo a nuestro interés, es decir, si - deseamos una investigación Analítica de algunos batches con el propósito de descubrir causas de variación en la producción usaremos la prueba de multiples comparaciones, o bien si - nuestra necesidad es simplemente averigurar cuales diferencias entre batches son demasiado grandes para ser explicados como habiendo surgido del error experimental, usamos la prueba TUKEY, el resultado de estas comparaciones nos indica el camino que debemos seguir con respecto al experimento.

Prueba de comparación multiples.-

Si de antemano, podemos especificar que comparaciones - vamos a realizar, entonces los límites de confiabilidad pueden ser aplicados a cada una de las comparaciones como si fueran independientes. Esto significa que hay un riesgo de 2α de una serie de límites de confiabilidad que no contienen la diferencia verdadera, y a la larga solamente en 100 $(1-2\alpha)$% del número total de tales comparaciones hechas. En un experimento en que k grupos son comparados $k(k-1)/2$ pares posibles, de suerte que, la oportunidad de los límites de confiabilidad para una o más de estas diferencias de no contener el valor - verdadero puede ser demasiado alto. Generalmente varios compuestos son comparados con un "compuesto control" en cada - - aplicación de pruebas. La diferencia entre el medio de un grupo y el control es definida como un defecto. Aquellos compuestos que muestren un defecto sobre un cierto valor predeterminado serán retenidos para un examen posterior, pero aquellos con defecto pequeño serán descartados.

Solamente las comparaciones normalmente hechas estan entre tratamiento medio y el control.

Para la importancia técnica un compuesto tendrá un efecto real mayor que una cantidad dada d. Un valor crítico c para - un efecto observado es seleccionado, de tal manera que, si un - efecto menor c es encontrado el compuesto se llega a la conclusión de no ser efectivo. Y si es mayor que c el compuesto se -- concluye efectivo. A estas pruebas se les puede llamar de cribado o separación y hay un riesgo de observar un efecto mayor que c de un compuesto que realmente no tiene efecto. Este es el -- error de primera clase que consigue elevar a falsos positivos. Hay también un riesgo de un falso negativo de observar un efecto menor que c cuando el compuesto tiene un verdadero efecto mayor que d y por lo tanto es de interés potencial. Este corresponde al error de segunda clase. Los limites de Confiabilidad pueden- ser usados para controlar estos riesgos en la siguiente manera. Supóngase que estamos preparados para tomar un riesgo α de un - falso negativo y un riesgo similar de un falso positivo, entonces la distancia entre el 100 (1-2 α)% de Límites de confiabilidad sera igual a d y puesto que, los límites serán simétri - cos alrededor del valor observado, el valor crítico c sería tomado a $\frac{d}{2}$. El número de observaciones en cada uno de los grupos será escogido para dar un intervalo 100 (1-2 α)% de confiabilidad d.

Prueba TUKEY.- En otra clase de experimentos en los cuales, aun cuando requiriendo comparar las muestras medias en --

pares podemos necesitar seleccionar los límites de confiabilidad, tanto, que el riesgo de uno o más de estos límites en cada uno del experimento es 2α siendo la falsedad,- considerando entonces al experimento como una entidad y no como un complejo, y aseguramos que solamente en 100 $(1-2\alpha)$% del experimento cualquier conclusión falsa será alcanzada.

Los límites de confiabilidad deben ser más amplios - que aquellos usados previamente. Límites adecuados han sido derivados por TUKEY y son dados como sigue:

Hay K medios $\overline{X}_i$, $\overline{X}_2$ ..... $\overline{X}_k$ para comparar cada uno- de los medios siendo basados sobre n observaciones. El intervalo de confiabilidad para cualquier diferencia $\overline{X}_i - \overline{X}_j$ es

$$(\overline{X}_i - \overline{X}_j) \pm q\alpha k \varphi\, S/\sqrt{n}$$

donde:

S^2 es la estimación de variancia dentro de grupos a φ grados de libertad y a un nivel de significación α.

k = observaciones

q = Cantidad que se encuentra en las tablas TUKEY y es el límite de probabilidad 100α% del rango de k observaciones de- un Universo normal dividido por la desviación estandar estimada independiente de las observaciones con φ grados de libertad, o bien esta misma cantidad se puede obtener de la tabla 7.19 del VOLK la cual es una modificación de las tablas - - TUKEY, una relación de la diferencia significativa total -- (WSD) entre la desviación estandar media de medios o sea --

$\frac{WSD}{\bar{S}(\bar{X})}$ al nivel de significancia para varios grados de libertad.

siendo $\bar{S}(\bar{X}) = \bar{S}(X)/\sqrt{k}$

donde:

$\bar{S}(X)$ = Desviación estandar combinada.

K = número de muestras.

De la comparación de la diferencia entre cada par de medios de los grupos con el valor calculado para los límites de confiabilidad podemos concluir la aceptación o rechazo.

Métodos Estadísticos de Rutina.-De la gran variedad de métodos estadísticos que se pueden usar en la rutina de control de calidad, generalmente tres métodos estadísticos son frecuentemente empleados, uno ó más de los cuales por lo regular bastarán para convertir las inspecciones o pruebas en una base útil para las decisiones y acciones. Estos son:

1) Distribución de Frecuencias.-Es una agrupación ordenada de resultados semejantes de las pruebas u observaciones de los artículos en una tabla de frecuencia, con el fín de mostrar la frecuencia de ocurrencia de los valores de la variable según las clases ordenadas, y de esta manera poder hacer mejor el estudio del proceso.

El intervalo, a lo largo de la escala de medición de cada clase ordenada, recibe el nombre de celda.

La frecuencia para cualquier celda es el número de observaciones en esta celda.

La frecuencia relativa para cualquier celda es la frecuencia de esa celda divida por el número total de observaciones.

Límites de la celda, al agrupar datos en una distribución de frecuencia, siempre se presenta el problema de cuantas celdas deberán existir y donde se colocarán los límites.

Una regla práctica es llegar a contar con 20 celdas, los límites serán escogidos a la mitad entre dos posibles observaciones, los intervalos de las celdas deberán ser iguales y el punto medio es la mitad de la suma de los límites.

Una tabla de Distribución de Frecuencias sería por ejemplo la siguiente:

Lotes	A	B	C	D	E
ESPECIFICACIONES					
Limite Superior	- - - - -	xx - - -	xx - - -	- - - - -	- - - - -
	-	xxx	xxxxx	xx	x
	xx	xxxx	xx	xxxxxx	xx
	xxx	xxx	x	xxxxx	xxxxxxxxx
	xxxxxx	x	xxxx	xx	xx
	xxxx	xx	xxx	x	-
Limite Inferior	xx - - -	- - - -	x - - -	- - - -	-

La "x" en la tabla representa una prueba individual.

Interpretación.- Como se puede observar, todas las pruebas se encuentran dentro de los límites especificados por lo cual se puede decir que ténemos seguridad. Sin embargo, de esta misma observación podemos encontrar el grado de seguridad para cada lote, según podemos ver:

En el lote A, los valores de las pruebas se encuentran más cerca del límite inferior por lo tanto tienen un grado demasiado bajo de seguridad.

Lote B, los resultados se encuentran cerca del límite superior, además están muy esparcidos, que, pruebas adicionales problamente serán requeridas.

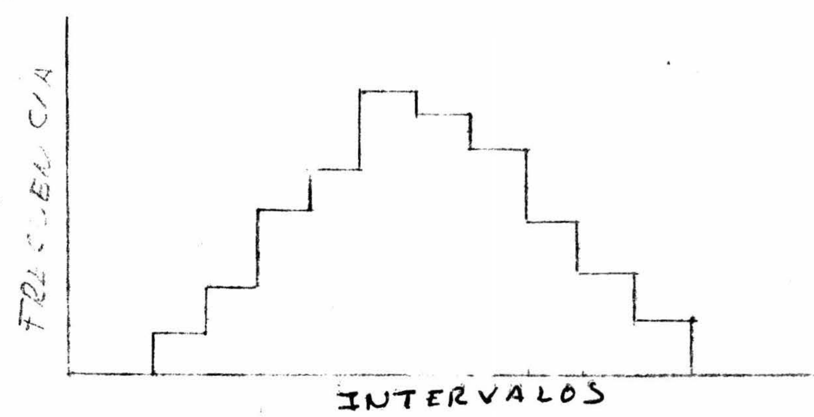
Lote C, parece una mezcla de pruebas de dos diferentes condiciones.

Lote D, encontramos un grado más satisfactorio de seguridad.

Lote E, tenemos una uniformidad de resultados, los cuales acaso podrían ser desplazados hacen el límite de especificación más económicos de acuerdo a los requerimientos.

La distribución de frecuencias de las pruebas de cada uno de los lotes se puede representar por medio de gráficas, ya sea en barras levantadas en un eje de coordenadas en los puntos medios de cada celda y con altura proporcional al número de frecuencia, polígono de frecuencia en el-cual se une pequeños circulos que se trazan en los puntos medios de cada celda con altura proporcional a la frecuencia de cada celda, o histograma de frecuencias la cual -- esta formada por columnas que representan las fronteras - o límites de la celda y sus alturas (y areas) son proporcionales a las frecuencias dentro de las celdas. Esta última es generalmente la mejor forma para representar una-distribución de frecuencias principalmente en el caso de-una variable continua.

La construcción de la gráfica se hace de la siguiente manera: el eje de abscisas es dividio en segmentos correspondientes a los rangos o intervalos de las celdas sobre cada segmento se construye un rectángulo cuya área es proporcional a la frecuencia del grupo.



Al presentar resultados de pruebas, a menudo sucede que se encuentra una serie de distribuciones de frecuencias que requieren demasiado espacio, lo cual indica que-se debe encontrar un modo más conciso de presentación, -- para esto necesitamos las medidas de tendencia Central y-de Dispersión.

Las Distribuciones de frecuencias nos proporcionan una base para accionar, es decir, una distribución de frecuencias relativa a cualquier calidad de un producto - manufacturado, suministra un cuadrado útil de la forma en la cual esa calidad ha variado en el pasado, esas - Acciones se relacionan algunas veces con caracteristícas de calidad y sus límites de tolerancia, otras con- el proceso, o bién con planeación y procedimientos de- inspección.

2.- Gráfica de Control.-Es un instrumento importante en el control estadístico de calidad, que sirve para analizar los resultados de una inspección de - - artículos durante su producción de una planta, donde - un número grande de lecturas individuales son adquiridas.

La Inspección se puede hacer por variables o atributos. Derivándose de éstos las gráficas de promedios- y amplitud, fracción defectuosa y número de defectos -- por unidad, respectivamente.

Desde el punto de vista estadístico, se entiende- por variables, las características de calidad mesurables de un producto. Y, por atributos, los resultados de la - aplicación de nuestros sentidos en la comparación del -- producto con el requerimiento especificado.

El análisis de los resultados de una inspección de artículos por medio de la gráfica, lo hacemos con respecto a su valor central y a sus límites, los cuales forman la estructura de la misma, que están elaborados conforme a nuestras posibilidades o deseos de calidad para el producto, después, de un estudio estadístico y económico.

La información que proporciona la gráfica dependerá de la base usada para la selección de subgrupos o muestras, de tal manera, que muestre probabilidades de suministrar, la oportunidad máxima para que las mediciones en cada grupo - - sean parecidas, y la oportunidad maxima para que los grupos - difieran uno del otro.

La base racional, para subagrupar es el orden de pro - ducción, formando los subgrupos a intervalos, donde los productos son tomados en el mismo tiempo lo mas cercas posible. O bien acumular productos, obtenidos de una secuela de periodos determinados de tiempos. Seleccionando de allí una muestra al azar.

Los grupos formados de esta manera se llaman grupos racionales. Que son grupos dentro de los que hay razón para -- creer que solamente causas constantes de variación han operado, pero que entre ellas, causas asignables pudieran estar - presentes.

Las causas constantes son aquellas que ejercen un pequeño efecto sobre el total de variación, es decir, son inherentes en el sistema de producción y no pueden ser reducidas o eliminadas sin modificar el sistema mismo por lo cual puede ser antieconómico.

Las causas asignables, son las que pueden ser identificadas y generalmente son importantes de descubrir y eliminar por su significado económico.

Con las causas asi definidas, y relacionadas con los - límites de control podemos saber cuando un proceso se encuen tra fuera de control o esta controlado. Es decir, la falta de control está indicada por los puntos que caen fuera de- los límites de control, por tanto, podemos expresar que -- cuando todos los puntos caen dentro de los límites decimos que el proceso esta bajo control; pero no podemos asegurar que no se encuentran causas asignables, por que no hay medios estadísticos que nos den tal seguridad, sin embargo,- para propósitos prácticos, se puede actuar ignorando las - causas asignables que pudieran encontrarse operando.

El tamaño de los subgrupos para la gráfica de inspección por variables, es sugerido ser cuatro el tamaño ideal- del subgrupo, porque este tamaño, dá una distribución de aproximadamente normal. Pueden tomarse subgrupos mayores digamos 10 ó 20, que algunas veces resulta ventajoso cuando - se desea llevar una gráfica de control sensible a pequeñas- variaciones en el proceso para dar límites mas estrechos -- siendo favorable usar la desviación normal en lugar de utilizar la amplitud como medida de dispersión.

La frecuencia para tomar la muestra debe ser determinada considerando el costo de tomar y analizar esas medicio - nes, así como, los beneficios derivados de las acciones basados en la gráfica de control. En el uso inicial para analizar un proceso, puede llegarse a conclusiones rápidas, tomando muestras frecuentes. Posteriormente, después, que las dificultades se han diagnosticado y corregido, puede ser -- aconsejable reducir la frecuencia del muestreo.

Los beneficios pueden ser por ejemplo: la información proporcionada sobre tres asuntos, cada uno de los cuales necesitan conocerse porque son la base de acción.

1) La variabilidad de la característica de calidad.

2) La consistencia del rendimiento.

3) El nivel general de la característica de calidad.

Formulas y Procedimiento de Cálculo para la Gráfica por Variable.

Las fórmulas para la Construcción de la gráfica para inspección por variables, están basadas en la Distribución Normal, por tanto son las siguientes:

1) $\overline{X} = \dfrac{X_1 + X_2 + X_3 \;.\;.\;.\;.\; X_n}{n}$

2) $LSC = \overline{X} + z\sigma$

3) $LIC = \overline{X} - z\sigma$

donde:

$\overline{X}$ = Promedio de Promedios

X = Promedio de cada subgrupo

n = Número de subgrupos

σ = Desviación estandar

z = Unidades estandar

es decir, $z = \dfrac{X - \overline{X}}{\sigma}$

z, se encuentra en la tabla del área bajo la curva Normal, de $-\infty$ a z veces la desviación estandar.

LSC = Límite superior de control

LIC = Límite inferior.

Procedimiento de cálculo. Para la gráfica de $\overline{X}$

1.- Medir las características de calidad en una muestra inicial del material, dicha muestra debe estar arriba de 30 - unidades.

2.-Tabular los valores observados en subgrupos integrados por cuatro unidades cada uno, esta tabulación -- debe ser hecha de acuerdo con el orden en que fueron producidas las unidades.

3.-Calcular el valor promedio de cada uno de los subgrupos.

4.-Calcular el valor $\overline{X}$

5.-Calcular a σ

6.-Calcular a z o leer en la tabla con el % de probabilidad.

7.-Calcular los límites de control aplicando las fórmulas respectivas.

8.-Trazo de las lineas central y de los límites de control poniendo por ordenadas los promedios de los subgrupos y por abcisas el número de los subgrupos.

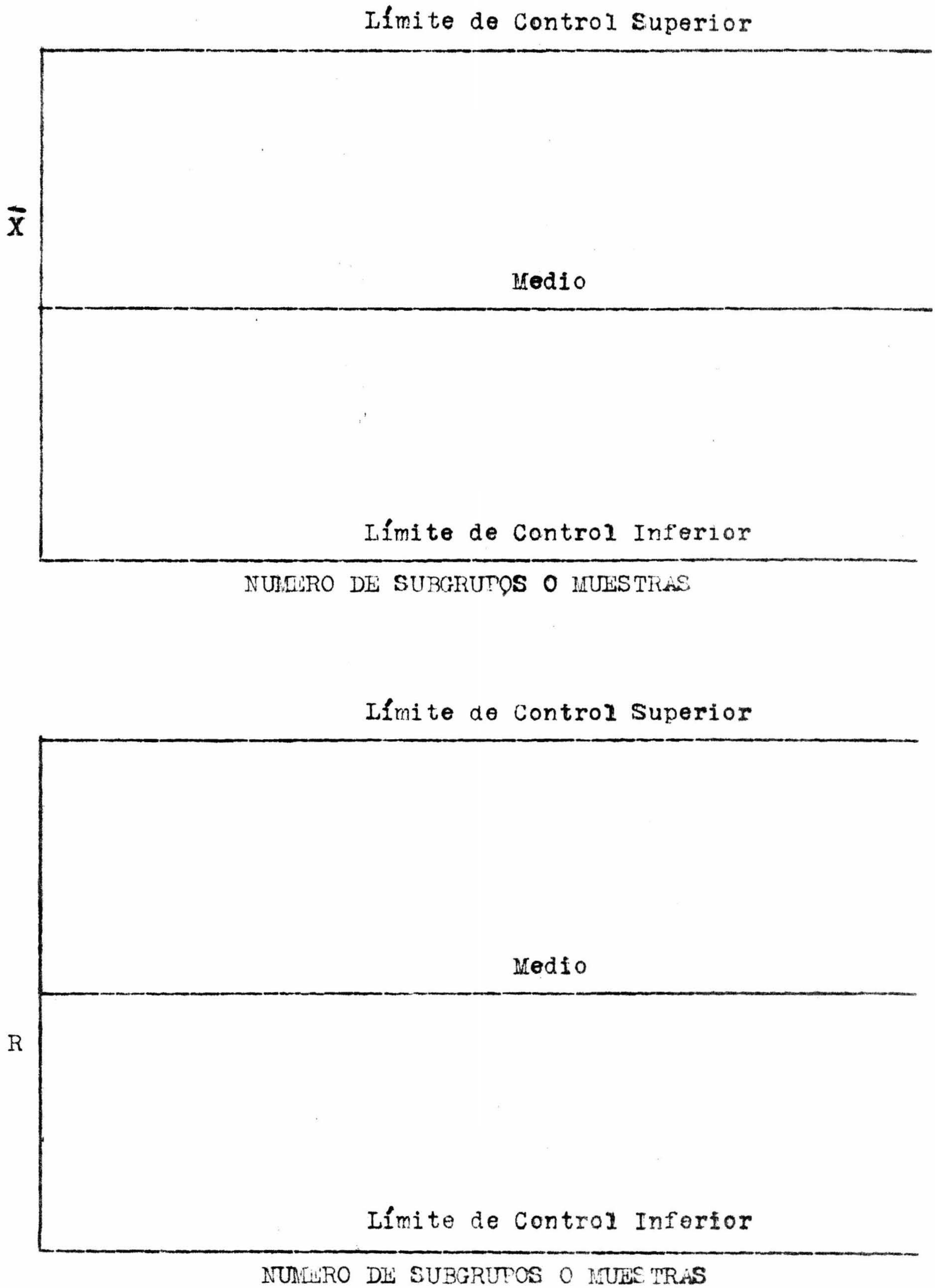
Interpretación de la gráfica o carta de control, cualquier punto que quede fuera de los límites de control indica:

1.-Una calidad diferente a la calidad promedio.

2.-Una causa asignable que puede ser un descuido en la - operación o falta de control, lo cual debe ser investigado para corregirse.

Los cálculos para la gráfica R siguen similar secuela - con la excepción, que parte de su definición que es: Amplitud- es la diferencia entre el valor menor y el mayor. Siendo las -- fórmulas:

1) $\overline{R} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdot \cdot \cdot \cdot + R_n$



GRAFICAS DE CONTROL $\bar{X}$ y R

2) $LSC = D_4 \overline{R}$

$LIC = D_3 \overline{R}$

donde: D_3 y D_4 son factores que se leen en Tabla del Grant.

R = amplitud del subgrupo

$\overline{R}$ = amplitud promedio.

Gráfica de Control para Fracción Defectuosa.

La gráfica de control de calidad para fracción defectuosa, en la práctica, es conocida como gráfica P, viene siendo un sustituto de la gráfica $\overline{X}$ o R; ya que se puede aplicar a características de calidad que pueden ser observadas como atributos, y a características de calidad medibles que son observadas realmente como atributos. Como medio de análisis estadístico, tiene el objetivo de descubrir la presencia de causas asignables de variación, como la gráfica $\overline{X}$; además sirve para juzgar si el nivel de calidad está a un objetivo deseado.

La fracción P, se define como la razón entre artículos defectuosos, encontrados en una inspección o serie de inspecciones y el número total de artículos inspeccionados. Se puede expresar en forma decimal o bien en porcentaje, la selección depende del lugar en donde se va a usar.

Esta gráfica está regida por la ley del Binomio para determinar la probabilidad de fluctuaciones de la fracción defectuosa, y para su aplicación en control Estadístico asumimos, que la fracción defectuosa es la probabilidad de encontrar la cantidad de defectuosos en cada extracción de muestreo de un universo. La fracción del universo depende - - - -

de una serie compleja de causas que influyen en las operaciones de producción e inspección; como una casualidad, la fracción defectuosa en la muestra puede variar considerablemente. Mientras que la fracción defectuosa del universo permanezca sin cambio, puede esperarse que las frecuencias relativa de varias fracciones de muestra sigan la ley Binomial.

En la sensibilidad de la gráfica P, como en la gráfica $\bar{X}$, influye mucho el tamaño del subgrupo, para muestras pequeñas la gráfica es menos sensitiva [illegible] en el nivel de calidad y es menos satisfactorio como indicadora de causas asignables de variación. En cambio, entre mas grande es el subgrupo, mas probable es que la fracción defectuosa de la muestra esté más cerca de la fracción defectuosa del universo.

La selección de los subgrupos para la gráfica de control para fracción defectuosa, es como en la gráfica de control por variables, se deben seleccionar subgrupos racionales, y tomando la base mas natural, el orden en que la producción se desarrolla.

Una base común para el establecimiento de subgrupos es tomar los objetos inspeccionados en un día, siendo una buena base en donde la operación de inspección forme parte integrante del proceso de producción; de manera que el orden de inspección es el mismo que el orden de producción. Esta gráfica de control que muestre el porcentaje defectivo diario puede ser suplementada por gráficas que muestren -

cifras semanales o mensuales: según la necesidade de información.

Los límites de control en esta gráfica estan basados en el Binomio. Que supone una probabilidad constante de ocurrencia de una parte o artículo defectuoso. Con esta constante de probabilidad los defectuosos tenderán a ocurrir al azar, -- siempre que los artículos sucesivos sean independientes -- unos de otros, y mientras no cambie el nivel de calidad, -- practicamente todos los puntos de la gráfica P, caerán dentro de los límites 3σ.

Los límites de control, como en la gráfica $\bar{X}$, deben - colocarse bastante retirados del valor promedio esperado, - de manera que, un punto afuera de ellos indique que el universo a cambiado o que un hecho improbable ha ocurrido. Para ello, en la practica se han establecido los límites 3σ por ser los mejores, todo es cuestión referida a experiencia -- del balance económico entre el costo de buscar causas asignables cuando están ausentes y el costo de no buscarlas --- cuando estan presentes. Por tanto, aunque hemos dicho que - 3σ son los mejores; se presentan casos especiales en los - cuales se desean límites más angostos o más anchos, en los cuales se utilizan múltiples de σ.

Los términos y fórmulas utilizados en esta gráfica -- son:

$$P = \text{fracción defectuosa} = \frac{n\,p}{n}$$

np = número de defectuosos

n = número inspeccionado en el subgrupo

$\bar{p}$ = fracción defectuosa media

$$LSC = \bar{p} + 3\sigma = \bar{p} + 3\,\frac{\sqrt{\bar{p}\,(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}}$$

$$LIC = \bar{p} - \frac{3\sqrt{\bar{p}\,(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}}$$

donde;

LSC = Límite de control superior

LIC = Límite de control inferior.

Los pasos esenciales de la gráfica de control son:

1.- Registro de datos en cada subgrupo sobre la cantidad inspeccionada y el número de defectuosos, y cualquier observación que pudiera ser motivo de que los puntos se encuentren afuera de los límites de control debe ser anotada.

2.- Computar p, para cada subgrupo

3.- Computar la fracción defectuosa promedio

4.- Computar los límites de control de prueba de cada subgrupo, aplicando las fórmulas anteriores.

5.- Graficar cada punto obtenido, límites de control de prueba tan pronto sean calculados y observar si el proceso está bajo control.

Del resultado de este período de prueba podemos encontrar, que la gráfica puede mostrar, desde un excelente estado de control en que todos los puntos caen dentro de los límites hasta una ausencia de control con unos cuantos puntos dentro de los límites. En la mayoría de las veces, la gráfica mostrará una condición intermedia entre los extremos anteriores. Habrá algunos puntos afuera de los límites, los cuales serán eliminados para después volver a computar a la $\bar{p}$ que será una fracción defectuosa promedio revisada, con la cual estamos encontrando una fracción defectuosa estandar p', que será usada en el futuro inmediato, en donde $\bar{p} = p'$ y será sustituida en las fórmulas anteriores de los límites.

Tan pronto como son obtenidos los puntos y límites de acuerdo a la modificación anterior se procede a trazarlos en la gráfica de control.

La interpretación de la gráfica nos conduce a efectuar las acciones sobre los puntos que se encuentran afuera de sus límites de control, o bien, aun cuando se encuentran adentro no muestran homogenidad. En la observación de la gráfica podemos encontrar desviaciones de la fracción estandar. Estas corridas extremas arriba o abajo de la linea central, así como puntos afuera de los límites, pueden ser usados para proporcionar pruebas que suplementan la observación de la gráfica.

Una prueba estadística puede efectuarse a una serie consecutiva de subgrupos combinándolos en un solo subgrupo, la fracción promedio de una serie de subgrupos puede ser probada para ver si la variación es mayor de 3 σ de la fracción defectuosa estandar, donde podemos ver como se encuentra nuestro control de calidad.

Gráfica de control por defectos

No obstante, que las gráficas $\overline{X}$ ó R, y la gráfica P, son ampliamente útiles en cualquier programa de control de calidad. Hay ciertas situaciones de manufactura e inspección que es necesario usar la gráfica de control por defectos, conocida tecnicamente como gráfica c, todo depende del estudio para determinar si su uso es apropiado desde el punto de vista de la teoría estadística y económico. Sí es positivo, entonces es indispensable juzgar si la gráfica c es realmente la mejor técnica para utilizarse en el propósito considerado.

La característica principal para la aplicación de esta gráfica es el número de defectos por unidad, esta puede ser un artículo sencillo, sin embargo, no es necesario que el subgrupo sea un artículo sencillo, es esencialmente que el tamaño del subgrupo sea constante, en el sentido de que diferentes subgrupos tengan considerablemente igual oportunidad para la ocurrencia de defectuosos. Este principio nos conduce a la necesidad de encontrar la diferencia entre defectuoso y defecto. Un artículo defectuoso es aquel que en cierta forma deja de conformarse con una o más especificaciones dadas. En cada caso en que el artículo deja de conformarse con las especificaciones es un defecto. Por tanto, un defectuoso contiene uno o más defectos.

El beneficio del uso de esta gráfica en el control de calidad es el mismo que en las gráficas anteriores; encon -

trar causas asignables, mejorar el Nivel de Calidad. A diferencia de que su aplicación es directamente al conteo de defectos, los cuales, deben ser eliminados siguiendo una inspección 100%. En este caso es un instrumento que reduce el costo de reprocesado relativo a corregir defectos. Cuando cierto número de defectos por unidad son tolerables y se desea mantener su número a un mínimo; la gráfica c puede ser aplicada a muestras períodicas de producción. Aquí el objetivo es el mejoramiento de calidad de salida del producto. También, se ha venido aplicando a estudios cortos especiales de la variación de la calidad de un producto particular o de una operación de manufactura y a procedimientos de muestreo de aceptación basados en defectos por unidad.

Los límites para la gráfica c están basados en la distribución de Poisson. Las condiciones teóricas para la aplicación de esta distribución, exigen el conteo del número de ocurrencias de un suceso que tenga un número infinito de oportunidades de ocurrir y una probabilidad constante de ocurrencia muy pequeña en cada oportunidad. Como se mencionó anteriormente el area de oportunidad en cada conteo de ocurrencia debe permanecer constante. Sin embargo, es necesario hacer notar que el conteo puede referirse a la ocurrencia de varios eventos diferentes. Es posible que en la práctica no se reuna las condiciones anteriores, para la aplicación de esta distribución, pero si la diferencia es pequeña, para propósitos prácticos puede ser aplicada dando buenos resultados.

Las fórmulas para el cálculo de los límites son.

$LSC = \acute{c} + 3\sqrt{\acute{c}}$

$LIC = \acute{c} - 3\sqrt{\acute{c}}$

donde:

$\bar{c}$ = valor promedio estandar

$3\sqrt{\acute{c}} = 3\sigma$

σ = desviación estandar

$\sqrt{\acute{c}} = \sqrt{n\acute{p}}$

$\acute{p}$ = probabilidad

Cuando no se usa un valor estandar para el promedio del número de defectos por unidad, $\acute{c}$, ésta puede estimarse considerándola igual al promedio observado $\bar{c}$. Esto siempre se hace en el cálculo de límites de control de prueba. En este caso - los límites de control son:

$LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$
$LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$

Puesto que, la distribución de Poisson no es simétrica- los límites de control inferior y superior no corresponden a- probabilidad igual de que un punto sobre la gráfica de control caiga afuera de los límites. Aun cuando no haya un cambio en - el universo. Este hecho se ha mencionado alguna vez como razón para el uso de límites de probabilidad en la gráfica c.

Pequeñas desviaciones de la distribución real a partir - de la verdadera distribución de Poisson originarán que la desviación estandar sea ligeramente mayor que $\sqrt{\bar{c}}$. Los límites basados en $3\sqrt{\bar{c}}$ pueden ser un poco menores a los límites 3σ. -

Este hecho por si solo no justifica descartar a $3\sqrt{\bar{c}}$ o $3\sqrt{\bar{c}}$ como base para calcular los límites.

La base económica de cualesquier límites de gráficas de control, es la experiencia de que los procedimientos usados - para su cálculo proporcionan un balance satisfactorio entre - los dos tipos de error, o sea, buscar causas asignables cuando realmente no existen y no buscar éstas cuando realmente se encuentran presentes.

MUESTREO DE ACEPTACION

Es la técnica estadística de control de calidad basada en la teoría de muestreo que trata de la protección que proporciona cualquier procedimiento de muestreo de aceptación.
Para entender la teoría de muestreo de aceptación es necesario conocer primeramente los conceptos y términos que se - - emplean. Los cuales, a continuación se definen:

Característica.- Es la cualidad o cantidad que sirve para diferenciar a una unidad de un producto.

Característica Cualitativa.- Característica que se refiere a la naturaleza de la unidad de producto y que no se puede expresar numéricamente (atributos).

Característica Cuantitativa.- Es la característica suceptible- de ser medida y expresada numéricamente (variable)

Criterio de Aceptación.- Es la decisión para aceptar un lote conforme a un plan de muestreo.

Curva de Operación.- Es la curva que indica para un plan de - muestreo la probabilidad de aceptar un lote de función de su- proporción real de unidades de producto defectuoso.

Defecto.- Es cualquier discrepancia de la unidad de producto con respecto a una especificación.

Defecto Critico.- Es el defecto que puede producir condiciones peligrosas o inseguras para quienes usan o mantienen o - depende del producto. Es también el defecto que puede llegar a impedir el funcionamiento del producto.

Defecto Mayor.- Es aquel que sin ser crítico tiene posibilidades de ocasionar una falla o reducir materialmente la utilidad de la unidad para el fin destinado.

Defecto menor.- Es el defecto que no reduce materialmente la - utilidad de la unidad para el fín a que está destinada o que - produce una ligera desviación de las especificaciones establecidas y que no tiene un defecto decisivo en el uso u operación de la unidad.

Unidad defectuosa.- Es la unidad que tiene uno o más defectos.

Unidad de producto.- Es la cantidad de producto inspeccionado - para determinar su clasificación como defectuoso o no defectuoso. Esta puede ser uno más.

Porcentaje defectuoso.- Es el número de unidades de producto - defectuosas contenidas en el lote, dividido entre el número total de unidades del mismo y el cociente multiplicado por cien.

Defectos por 100 unidades.- Es el cociente del número de defectos de las unidades de producto entre el número de unidades inspeccionadas y multiplicando por cien.

Promedio del proceso.- Es el promedio del porcentaje de defectuosos o de defectos por cien unidades de un grupo de lotes, enviados para inspección original.

Estrato.- Conjunto de unidades que constituyen parte de un lote dentro del cual su homogenidad se considera diferente a la del- lote.

Fracción defectuosa.- Es el número de unidades de producto de - fectuoso contenidas en el lote divididas entre el número total- de unidades del mismo.

Fracción defectuosa tolerable en el lote.- Es el límte de defectos o defectuosos por ciento que se puede tolerar en un lote -- por el convenio entre el consumidor y el productor.

Inspección.- Es la comparación del producto con las especifica_ ciones deseadas.

Inspección Original.- Es la inspección de una cantidad de producto, enviado por primera vez para su aceptación, y diferente de la del producto que se inspecciona por segunda vez.

Inspección 100 %.- Es la inspección total de las unidades del lote.

Inspección por Muestreo.- Es el procedimiento de inspección -- que consiste en verificar una o mas muestras del lote que se recibe para determinar la calidad del mismo.

Inspección por Atributos.- Es el sistema de inspección que consiste en averiguar si la unidad de producto en consideración - cumple o no con lo especificado. En función de ello, las unidades se clasifican simplemente como defectuosas o se cuentan el número de defectos por unidad de producto.

Inspección por Muestreo.- Es el procedimiento de inspección -- que consiste una o más muestras del lote que se recibe para determinar su calidad.

Inspección por variables.- Es la inspección que se efectúa midiendo una característica cuantitativa de la unidad de producto

Lote.- Es la cantidad de unidades de producto fabricado esencialmente bajo las mismas condiciones de operación, que puede - ser manejada como parte de la producción.

Muestra.- Es la parte del lote tomada al azar, de tal manera, - que cuando se extrae todas las unidades de producto de dicho lote, tengan la misma probabilidad de ser extraidas para integrar la muestra.

Muestra reducida.- Parte de la muestra que la representa en - todas sus características.

Muestreo de dos etapas o doble.- De acuerdo con un plan de - muestreo, dividir un lote en varias partes como primera etapa, tomar algunas de estas partes como muestra, después como segunda etapa tomar unidades de producto de cada una de las- partes primeramente elegidas.

Muestreo multiple.- Muestreo de más de dos etapas.

Muestreo sistemático.-Tomar muestras de un lote a intervalos definidos o a cada número determinado de unidades de producto. La primera muestra se elige al azar.

Nivel de Calidad (QL).- Es el valor característico de un lote- o producción que se expresa en defectuoso por ciento.

Nivel de Calidad Aceptable (AQL).-Es aquel nivel de calidad - que, para los fines de un muestreo de inspección, se puede considerar como satisfactorio para la medida del proceso.

Número de Aceptación.- Es el número máximo de defectuosos que- se admiten en una muestra para aceptar un lote conforme a un - plan.

Probabilidad de Aceptación.- Es el número de veces en cien -- que como promedio, habrá de ser aceptado un lote al inspeccionarlo aplicando un plan de muestreo.

Plan de muestreo.- Es aquel que establece el número de unidades de producto de cada lote o producción al inspeccionarse - (tamaño de muestra o serie de tamaño de muestra). Y el criterio para determinar la aceptabilidad del lote o producción -- (número de aceptación y rechazo).

Plan de muestreo sencillo.- Es el plan en que la decisión de- aceptar o rechazar un lote se basa en el análisis de una sola muestra formada por un determinado número de unidades de producto.

Plan de muestreo doble.- Es el plan en el que la decisión de- aceptar o rechazar un lote si en el análisis de una o cuando- más dos muestras cada una formada por un determinado número -

de unidades de producto.

Plan de muestreo multiple.- Es aquel que generalmente se usa - cuando se permiten tres o mas muestras de un tamaño establecido y cuando la decisión de aceptar o rechazar se alcanza después de probar un número establecido de muestra.

Plan de muestre secuencial.- Es el plan que consiste en efectua extracciones elementales sucesivas, pero sin fijar su número a priori, tomándose la decisión de aceptación o rechazo del lote después que los resultados obtenidos lo permiten según una regla fijada a priorí.

Riesgo del Productor.- Es la probabilidad de un lote con una - fracción defectuosa deseable sea rechazado.

Riesgo del Consumidor.- Es la probabilidad de que un lote con - una fracción defectuosa indeseable, sea aceptado.

Probeta.- Pieza fabricada a partir de una muestra y destinada a ser sometida a ensayo.

Sublote.- Parte de un lote

Submuestra.- Parte de una muestra.

Tamaño de la muestra.- Es el número de unidades de producto que se toman del lote de acuerdo a un plan de muestreo

Promedio de calidad de salida.- Es el promedio de la calidad - del producto, que resulta de relacionar la calidad de los lotes aceptados y rechazados luego de realizar en éstos una inspecció 100 % y sustituir las unidades defectuosas por unidades sin defectos.

Límite del promedio de la calidad de salida (AOQL).- Es el máximo valor del promedio de la calidad de salida para un cierto -- plan de muestreo; considerando todas las posibilidades o posi - bles calidades de entrada.

Tabla de números aleatorios.- Es una secuencia de números establecidos al azar.

Algunos símbolos en los planes de muestreo de aceptación:

N = Número de piezas en un lote dado.

n = Número de piezas en la muestra.

M = Número de piezas defectuosas en un lote dado tamaño N.

m = Número de piezas defectuosas en una muestra dada de tamaño n.

c = Número de aceptación, el número máximo permitido de piezas defectuosas en una muestra de tamaño n.

p = Fracción defectuosa. En un lote dado sometido ésta es M/N; en una muestra dada, es m/n.

$\acute{p}$ = Fracción defectuosa verdadera promedio del proceso de un producto sometido a inspección.

$\bar{p}$ = Fracción defectuosa promedio en las muestras observadas.

Pa= Probabilidad de aceptación.

Pc= Riesgo del consumidor, la probabilidad de aceptar producto de una calidad establecida.

1-Pa= Riesgo del productor, la probabilidad de rechazar un producto de una calidad establecida.

$p_{0.95}$, $p_{0.50}$, $p_{0.10}$ etc. = Fracción defectuosa teniendo una probabilidad de aceptación de 0.95, 0.50, 0.10 etc., bajo cualquier criterio dado de aceptación.

Muestreo de Aceptación por Atributos

El procedimiento común en el muestreo de aceptación por atributos consiste en someter a inspección separadamente a cada lote y la decisión de aceptación o rechazo, en la evidencia de una o más muestras. Este procedimiento se efectúa mediante planes de muestreo los cuales se clasifican, en sencillo, dobles y multiples, de acuerdo al número de muestras utilizadas en la determinación de aceptación del lote.

Un plan de muestreo significa reglas por las que un lote será inspeccionado y aceptado. Las cuales son:

a) Tamaño del lote o número de artículos que lo constituyen.
b) Tamaño de la muestra o número de artículos en la misma.
c) Número de aceptación o número máximo de defectuosos que permite la aceptación del lote.
d) Número de rechazo.

La interpretación de estos términos se puede hacer así;

a) Fórmese el lote del tamaño indicado en el plan
b) Tómese una muestra al azar del tamaño especificado.
c) Si la muestra contiene mas defectuosos que el número máximo permitido, rechace el lote, de lo contrario se acepta.

Cualquier plan de muestreo tiene una curva característica de operación, que puede ser definida por cualquiera de las dos maneras siguientes:

1) Tamaño de muestra especificado, número aceptable de defectuosos y número de rechazo.

2) Seleccionando dos puntos (P_1, α) y (P_2, β), donde α es la -- probabilidad de rechazo de un lote, en el cual la fracción defectuosa es P_1, y β es la probabilidad de aceptar un lote, en la fracción defectuosa es $P_2 > P_1$.

La base principal para diseñar o adoptar un plan de muestreo de aceptación es el convenio del riesgo que aceptan correr el consumidor y el -- productor. Del resultado de este acuerdo, se fija el sistema de muestreo y el criterio de aceptación, de los cuales, como se mencionó anterior - mente, se obtienen los datos para la construcción de la curva característica de operación por medio de la cual, se evalúa el plan.

El proceso para encontrar el plan que proporcione la protección debida a los dos interesados es el siguiente:

1) Se toma el valor absoluto del tamaño de la muestra al azar, -- para inspeccionarse, y obtener el número de defectuosos en la muestra y por consiguiente su fracción defectuosa.

2) Determinar el número de aceptación. La determinación de este número, parte de los conceptos aceptar al lote con la cantidad - total de defectuosos, y de no aceptarlo con defectuosos. El --

primero sería lo ideal para el productor y el segundo lo sería para el consumidor; como esto no es posible, porque de una manera u otra saldrían perjudicadas estas partes, es necesario transar entre estos puntos, conforme a las necesidades de los interesados; para éllo, se diseñan varios planes, para probarse mediante su curva de operación. El plan que más se aproxime a llenar los deseos de estas dos partes, será el plan de trabajo. Es decir: este contendrá el número de aceptación.

El plan de muestreo sencillo se representa así:

N = tamaño del lote
n = tamaño de la muestra
c = número de aceptación.

La probabilidad de aceptación de un lote, es la suma de las probabilidades de los diferentes modos, por los cuales, puede ser aceptado: por ejemplo, si se tiene un c = 3, sería la aceptación a 0, 1, 2, y 3 defectos. Las fórmulas empleadas son:

$$M = PN$$

$$P_o = \frac{C_n^{N-M} \quad C_0^M}{C_n^N}$$

$$P_1 = \frac{C_{n-1}^{N-M} \quad C_1^M}{C_n^N}$$

$$P_2 = \frac{C_{n-2}^{N-M} \quad C_2^M}{C_n^N}$$

$$P_3 = \frac{C_{n-3}^{N-M} \quad C_3^M}{C_n^N}$$

$$Pa = P_0 + P_1 + P_2 + P_3$$

Donde:

M = número de piezas defectuosas en el lote.
N = número de piezas en el lote.

$\bar{p}$ = fracción defectuosa promedio del proceso del producto - sometido a inspección.

C = símbolo de combinaciones.

Pa= probabilidad de aceptación.

Numerador = Número de muestras que contienen exactamente tal número de defectuosos

Denominador = Al número o total de muestras de n artículos tomando r a la vez.

El Nivel de Calidad Aceptable (AQL) puede expresarse como porcentaje defectuoso o número de defectos por cien unidades. En la práctica se establece de la forma siguiente; los valores - de AQL inferiores o iguales a 10, se expresan ya sea como porcentaje de defectuoso o número de defectos por cien unidades. Aquellos superiores a 10, deberán expresarse solamente como - defectos por cien unidades.

Los planes de muestreo se establecen de tal manera, que la --- probabilidad de aceptación para un valor de AQL determinado,- depende del tamaño de la muestra, siendo esta probabilidad -- generalmente superior para muestras grandes para un AQL especificado.

MUESTREO DOBLE

El muestreo doble de acuerdo a su definición anterior, implica la probabilidad de posponer la decisión sobre un lote hasta que una segunda muestra haya sido extraida. El lote puede ser aceptado de inmediato si la primera muestra es bastante buena o rechazado si ésta, es bastante mala. Si la primera muestra- no es ni bastante buena ni bastante mala, la decisión se basa en la evidencia de la primera y segunda muestra combinadas.

Los símbolos adicionales usados en el muestreo doble son:

n_1 = Número de piezas en la primera muestra

c = Número de aceptación para la primera muestra

n_2 = Número de piezas en la segunda muestra

n_1+n_2 = Número de piezas en las muestras combinadas.

C_2 = Número de Aceptación para las dos muestras combinadas.

Un plan de muestreo doble puede ser interpretado de la siguiente manera:

1) Inspecciónese la primera muestra del lote.
2) Acéptese el lote sobre la base de la primera muestra, si ésta contiene el número de defectuosos igual o menor que el número aceptado C_1.
3) Rechácese el lote sobre la base de la primera muestra, si la muestra contiene mayor número que C_1.
4) Inspecciónese una segunda muestra si la primera muestra posee un número de defectuosos mayor que C_2.
5) Acéptese el lote sobre la base combinada, si esta contiene un número igual o menor que C_2.
6) Rechase el lote sobre la base de la muestra combinada, si dicha muestra contiene un número mayor de defectos que C_2.

La probabilidad de aceptación en el muestreo doble puede ser computada por medio del teorema de probabilidad condicional. Es decir: Sumando los productos de la multiplicación de las probabilidades de los diferentes modos de la primera muestra por la probabilidad de los diferentes modos de aceptaciones de la segunda muestra. El procedimiento es el siguiente:

1) Se aplican las fórmulas de probabilidades para el plan de muestreo sencillo a la primera muestra.
2) Para efectos de cálculo, se considera la segunda muestra como un plan nuevo de muestreo sencillo para el resto del lote.

Fórmulas de cálculo para la probabilidad de la segunda muestra.

Partiendo de:

n_1 = Número de artículos en la primera muestra

n_2 = Número de artículos en la segunda muestra.

$$N - n_1 = N'$$

$$M' = p\,N'$$

$$P'o = \frac{C_{n_2}^{N' - M'} \; C_{o}^{M'}}{C_{n_2}^{N'}}$$

$$P'_1 = \frac{C^{N'-M'}_{n_2-1} \; C^{M'}_{1}}{C^{N'}_{n_2}}$$

$$P'_2 = \frac{C^{N'-M'}_{n_2-2} \; C^{M'}_{2}}{C^{N'}_{n_2}}$$

$$P'_3 = \frac{C^{N'-M'}_{n_2-3} \; C^{M'}_{3}}{C^{N'}_{n_2}}$$

$$\therefore \quad Pa = Po\,P'o + P_1\,P'_1 + P_2\,P'_2 + P_3\,P'_3 + \ldots\ldots$$

Muestreo Múltiple

El principio de Muestreo Múltiple es juztamente el mismo del Muestreo doble, excepto que más de dos muestras de tamaño establecido son tomadas para obtener la decisión sobre aceptación o rechazo de un lote.

Las reglas para muestreo múltiple son obvia extensión de los dé muestreo doble, por tal motivo, solo mencionaremos aquí, que es importante tomar en cuenta que el número de aceptación o rechazo se refiere al total de las muestras .

En la literatura especializada sobre muestreo, se encuentra para el cálculo de probabilidad, tablas basadas en la Distribución Binomial, y Distribución de Poisson. También se encuentran Tablas de letras - claves para el tamaño de los muestreos tal como las MIL - STD - 150 (Estandar ABC), Tablas Maestras de planes de muestreo de sencillo, - doble o multiples, ya sea para inspección Normal y reducida o cerrada.

Para obtener un plan de muestreo de estas tablas, es necesario conocer los términos siguientes:

1) Nivel de calidad aceptable
2) Nivel de inspección
3) Si es para inspección Normal y reducida o cerrada
4) Si se trata de muestreo sencillo, doble o multíple.
5) Tamaño del lote

Muestreo por Variables.

La diferencia con el muestreo por atributos consiste en que la característica de calidad se puede medir, obteniéndose de esta manera, más información acerca de esa propiedad en discusión, pero a un costo mayor; porque el criterio de aceptación deberá ser aplicado separadamente a cada medición de calidad del producto.

Para la decisión de aceptabilidad o rechazo de un producto sometido a inspección, puede haber diferentes formas que, cuyos valores de medición de la característica de calidad en una muestra, sirven para apoyar a tal decisión. De las cuales, se toman los criterios generales de variabilidad conocida y de variabilidad desconocida para la discusión del asunto:

a) El criterio de la decisión sobre la aceptación o rechazo de un lote, tomando en cuenta la variabilidad conocida, se basa en el promedio de la muestra solamente.

b) El criterio para la decisión, tomando en cuenta la variabilidad desconocida, se basa en el promedio de la muestra en combinación con una medida de la dispersión de esa muestra.

El procedimiento de muestreo por variables se realiza tambien, por medio de planes de muestreo. Los cuales se pueden clasificar de acuerdo a los criterios que se han tomado para la aceptación en este caso, en planes de variabilidad desconocida, y planes de variabilidad conocida.

Tal, como se explicó en el muestreo por atributos, un plan queda -definido por tres términos: tamaño del lote, tamaño de la muestra- y número de aceptación, llevando asociada con él una curva característica de operación; pero en el plan de muestreo por variables, -cabe hacer notar, que en lugar del número de aceptación, se encuentra el factor $\acute{k}$ de aceptación para variabilidad o sigma conocida y- k para variabilidad desconocida, cuyo valor depende del tamaño de-la muestra y de la protección de la calidad deseada.

El cálculo de la curva característica de operación para un plan de muestreo por variables, se basa en la suposición de una distribución normal, tanto para la variabilidad conocida, como desconocida.

Para poder calcular la curva de operación para un plan de aceptación por variables se hace la suposición de que la distribución de frecuencia de la característica de calidad, sigue la forma de la -distribución normal tomando como base los siguientes conceptos:

1) Se trata de una propiedad que se puede medir con una escala continua.

2) La distribución de los promedios de las muestras tiende-rapidamente a la forma normal como el tamaño de la muestra se incrementa.

Procedimiento de cálculo para forma ilustrativa, en $\acute{\sigma}$ conocida.

Se toma una muestra de tamaño n, se mide el valor de la característica de calidad especificada para cada artículo de la muestra,- y los resultados se promedian para obtener a $\bar{X}$.

Puesto que, se conoce la variabilidad o desviación estandar $\acute{\sigma}$, -sencillamente aplicamos la fórmula de la distribución normal para -trazar la operación del plan.

Para encontrar la probabilidad de aceptación en esta curva, se toma las especificaciones como límites inferior y superior, representado por I y S respectivamente, y haciendo uso de la tabla de valores de área bajo la curva normal, tenemos:

El porcentaje defectuoso del producto indica en la tabla el área -para obtener el valor b de $\frac{Xi - \bar{X}}{\acute{\sigma}}$ de donde despejamos a Xi con -

el fín de encontrar la forma de razonamiento $\bar{X}' - b\sigma'$ en donde b, nos dice si el porcentaje defectuoso del producto de una distribución normal, se encuentra arriba o abajo del valor $\bar{X}' - b\sigma'$, comparado, por ejemplo, con el límite general inferior $\bar{X}' - 2\sigma'$. Es decir, si b $>$ 2, cae abajo de este límite.

Si el porcentaje defectuoso del producto cae abajo del límite de especificación inferior I, entonces $\bar{X}'$ deberá ser $I + b\sigma'$, por caer el porcentaje defectuoso abajo del límite especificado, esto último se convierte en una suma dando el promedio del proceso $\bar{X}'$.

Con $\bar{X}'$ se halla la proporción de $\bar{X}$ que caerá fuera del valor mínimo permisible de $\bar{X}$.

Si llamamos X al valor mínimo permisible de aceptación del lote, tenemos: $X = I + k'\sigma'$, la cual, restamos de $\bar{X}$ para obtener la diferencia, que dividida por la desviación estandar $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma'}{\sqrt{n}}$ da el cociente en valor de desviaciones estandar o sea -

$$\frac{\bar{X}' - X}{\sigma_{\bar{x}}} = b' \quad \text{o'} \quad \bar{X}' - X = b'\sigma_{\bar{x}}$$

Con el valor de b' leemos en la tabla, la cual nos muestra si el valor obtenido de una distribución normal se encuentra arriba del valor $\bar{X}' - b\sigma'$, por tanto el valor de la tabla será la probabilidad de aceptación. Cuyo valor se puede indicar en la curva de operación a partir del límite mínimo permisible. con lo anterior, queda comprobado que el criterio de aceptación o rechazo, se basa solamente en el promedio de la muestra, para el caso de variabilidad conocida. - En forma sencilla se puede expresar así:

Cuando $\bar{X}$ excede al límite inferior de la especificación I por $k'\sigma'$ el lote se acepta, de lo contrario se rechaza. Si el límite es un límite superior S, $\bar{X}$ no deberá ser mayor que $S - k'\sigma'$.

Curva de operación de un plan de aceptación con variabilidad desconocida. Cuando no se tiene antecedentes para estimar a σ' del producto muestreado, es necesario usar ciertas mediciones de la dispersión de la muestra para poder hacer la estimación de , las cuales podrían ser S, σ ó R de la muestra, debido a que no se conoce σ', no es posible especificar algún valor mínimo sencillo de-la muestra $\bar{X}$. La especificación debe ser de tal modo que $\bar{X}$ exceda al límite inferior I por un múltiplo establecido por la medida seleccionada para indicar la dispersión de la muestra. Cuando se conoce el valor de σ', existe solamente un valor de $\bar{X}'$ que corresponde a un porcentaje defectuoso particular en el caso de una especificación. En contraste, si σ' puede tener cualquier valor, existe - un número infinito de valores de $\bar{X}'$ correspondientes a un porcentaje defectuoso.

La obtención de una curva de operación para un plan con variabilidad desconocida, se parte de la suposición de una distribución normal - para llegar a conocer a σ' y $\bar{X}'$; de acuerdo al formulario usado en esta distribución, tenemos

$$\pm z = \frac{\bar{X} - \bar{X}'}{\sigma'/\sqrt{n}}$$

despejando a $\bar{X}'$

$$\bar{X}' = \bar{X} \pm \frac{z\,\sigma'}{\sqrt{n}}$$

Para un nivel de probabilidad seleccionado para determinar el valor de z, se puede establecer la expresión de intervalo en donde se -- mueve el promedio del producto:

$$\bar{X} - \frac{z\,\sigma'}{\sqrt{n}} < \bar{X}' < \bar{X} + \frac{z\,\sigma'}{\sqrt{n}}$$

debido a que no se conoce a σ' es necesario usar las distribuciones t y χ^2 (chi cuadrada) para el promedio y variabilidad respectivamente.

En la distribución t utilizamos a s como medida de dispersión, sustituyendo éstos en la expresión para $\bar{X}'$, queda

$$1)\quad \bar{X} - \frac{ts}{\sqrt{n}} < \bar{X}' < \bar{X} + \frac{t\,s}{\sqrt{n}}$$

Para σ'

$$2)\quad \frac{s^2}{\chi^2/n-1} < \sigma'^2 < \frac{s^2}{\chi^2/n-1}$$

donde:

L = subindice, es el nivel de probabilidad.

$\bar{X}$ = medio de la muestra

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{X}'}{s\sqrt{n}} \quad ; \qquad s = \sqrt{\frac{(X - X)^2}{n - 1}}$$

$\bar{X}'$ = promedio del producto

n-1 = grados de libertad

La interpretación de las expresiones 2 y 3 puede hacerse asi: de acuerdo al nivel de probabilidad, $\bar{X}'$se encuentra en el intervalo de confiabilidad del

$$\bar{X} - \frac{ts}{\sqrt{n}} \quad a \quad \bar{X} + \frac{ts}{\sqrt{n}}$$

En cualquier caso el $\bar{X}$ de la muestra es ciertamente la estimación - sencilla mejor de $\bar{X}'$, sin embargo, es deseado un rango de valores, - que incluirán con una probabilidad especificada el verdadero valor - de $\bar{X}'$, con lo cual se tendrá la confiabilidad de que el valor cae -- dentro de este intervalo.

La expresión 3 nos expresa también un intervalo de confiabilidad - para la variabilidad.

Por ser la desviación estandar s de la muestra menor que la desvia ción estandar del lote o población, para convertirla en estimación de ésta, es necesario dividirla por n - 1.

Como en el caso de la variabilidad conocida la decisión de aceptación se puede hacer respecto a un límite inferior, superior o respecto a los dos límites, mediante las especificaciones, quedando - el criterio de aceptación para una σ desconocida conforme un límite inferior

$$\bar{X} \geq I + ks$$

Para un límite superior

$$\bar{X} = S - ks$$

Tomando los dos límites

$$I + ks < \bar{X}' < S - ks$$

Siendo I y S límites de especificaciones, mientras menor sea la estimación de σ' más cerca estará $\bar{X}$ de I.

El factor k o constante de aceptación, como suele llamarse es semejante a t, si comparamos expresiones de intervalos de confiabilidad se puede observar mejor

$$\bar{X} - \frac{ts}{\sqrt{n}} < \bar{X}' < \bar{X} + \frac{ts}{\sqrt{n}}$$

$$I + ks < \bar{X}' < S - ks$$

Sólo que en esta última se introducen los límites de especificación y además la k absorbe a $\sqrt{n}$, si lo vemos para un límite inferior

$$\bar{X}' = \bar{X} - \frac{ts}{\sqrt{n}}, \qquad \bar{X}' = I + ks$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{X}'}{s/\sqrt{n}}, \qquad k = \frac{\bar{X}' - I}{s}$$

La conclusión que se puede obtener es que sus distribuciones son similares.

Con la σ' y $\bar{X}'$ conocidos ya se puede trazar la curva de operación del plan, trazando los límites de especificación para tomar las decisiones, los cuales estarán basadas entre los límites de especificación y centro y dispersión del proceso controlado.

La relación de un proceso controlado la podemos hacer con respecto a los dos límites de especificación superior e inferior o con respecto a cualquiera de los dos, la cual, indicará la situación de la distribución, adentro o afuera de estos límites. Un cambio en la desviación estandar afecta la forma de la curva, un cambio del medio afecta la localización y un cambio en los límites afecta el prcentaje defectuoso.

El máximo porcentaje defectuoso estimado para un lote, si se supone una distribución normal, también puede usarse como criterio de aceptación en los planes con variabilidad conocida y desconocida.

Este porcentaje, fuera de los límites de especificación se puede calcular con σ' y $\bar{X}'$ conocidas o son estimadas de la $\bar{X}$ y s de la muestra. El uso de una muestra de variables para estimar el porcentaje en un lote, es una importante característica de estandar MIL-STD-414

La curva completa de operación de cada uno de los planes de muestreo tiene razonable ponderación en diseño de sistemas AQL. Porcentaje promedio defectuoso de un producto sometido por el proveedor para inspección original.

En forma similar al muestreo por atributos se encuentran en la literatura Volúmenes de Procedimientos de Muestreo y tablas para inspección por variables, tales como Bowker And Goode " Sampling inspection for variable" y MIL-STD-414" Sampling Procedures And-Tables For Inspection By Variables For Percent Defective". Estas obras están basadas en los mismos conceptos utilizados en muestreo por atribútos:

1) Nivel aceptable de calidad (AQL)
2) Aceptación por inspección lote por lote
3) Inspección Normal, cerrada o reducida
4) Influencia del tamaño del lote sobre el tamaño de la muestra.
5) Diferentes niveles de inspección
6) Letra clave para el tamaño de la muestra para identificar el plan.

Los procedimientos de cálculo indicados en estos estandars se pueden aplicar a un límite sencillo o a dos límites de especificación para planes de sigma conocida o desconocida. En el estandar MIL-STD-414, por ejemplo, dispone de dos tipos de formas de cálculo que proporcionan resultados idénticos en cuanto se refiere a la aceptación y rechazo, diferenciándose solamente en el proceso de cálculo. En la forma 2 la decisión de aceptación o rechazo requiere el uso de una tabla auxiliar que proporciona una estimación del porcentaje defectuoso del lote, basado en un "indice de calidad" computado a partir de ciertas estadísticas de la muestra. En la forma 1 disponible solamente para especificaciones de un solo lado, esta tabla auxiliar no es necesaria.

Para usar el MIL-STD-414 es necesario fijar el valor AQL para un límite especificado o para ambos límites aplicables a la característica de calidad que está siendo muestrada. El estandar contiene una tabla de conversión 1-A para el AQL, que debe ser usada - cuando éste caiga entre dos valores de AQL usados en el estandar.

El estandar también contiene una tabla 2-A similar a la tabla K- para determinar el tamaño de la muestra para cualquier tamaño de lote, usada en el muestreo por atributos. En contraste con los - estandar militares por atributos, que tienen tres niveles de inspección, el estandar tiene cinco niveles. Este estandar por va - riables establece que el nivel cuatro, es el más generalmente usado, los niveles más bajos, evidentemente, se proporcionan parcialmente para aquellos casos en que el costo de las pruebas por unidad es relativamente alto.

Formas de cálculo con variabilidad desconocida, método de desviación estandar.

La identidad usada para el cálculo de S

es: $\sum (X-\overline{X})^2 = \sum X^2 - n\,\overline{X}^2$

Forma de cálculo usando el MIL-STD-414 Variabilidad - desconocida método de desviación estandar.

Límite de especificación sencillo -Forma 1

	INFORMACION NECESARIA	FORMULAS
1)	Tamaño de la muestra	n
2)	Suma de mediciones	$\sum X$
3)	Suma de mediciones al cuadrado	$\sum X^2$
4)	Factor de corrección	$\frac{(\sum X)^2}{n}$
5)	Suma de cuadrados corregida	$\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}$
6)	Variancia (V)	$\frac{\sum X^2 - (\sum X)^2/n}{n-1}$
7)	Estimación de la desviación - estandar del lote. (S)	$\sqrt{\frac{\sum X^2 - (\sum X)^2/n}{n-1}}$

8)	Media de la muestra	$\Sigma X/n$
9)	Límite de especificación inferior	I
10)	Cantidad de comparación	$(\bar{X} - I)/s$
11)	Constante de aceptación	k
12)	Criterio de aceptación por comparación	$\frac{(\bar{X} - I)}{s}$ con k

Si $(\bar{X} - I) \geqslant /k$ se acepta el lote, de lo contrario se rechaza.

Forma de cálculo usando el MIL-STD-414- Variabilidad - desconocida MÉTODO de desviación estandar.

Límite de especificación sencillo-Forma 2

	INFORMACION NECESARIA	FORMULAS
1)	Tamaño de la muestra	n
2)	Suma de las mediciones	ΣX
3)	Suma de mediciones al cuadrado	ΣX^2
4)	Factor de corrección	$(\Sigma X)^2/n$
5)	Suma de cuadrados corregida	$\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2/n$
6)	Variancia (V)	$\frac{\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2/n}{n-1}$
7)	Estimación de la desviación estandar (s)	$\sqrt{\frac{\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2/n}{n-1}}$
8)	Media de la muestra	$\Sigma X/n$
9)	Límite de especificación inferior	I
10)	Indice de calidad	$QI = \frac{(\bar{X} - I)}{s}$
11)	Estimación del porcentaje del - lote (PL)	PL
12)	Porcentaje defectuoso máximo (M)	M
13)	Criterio aceptación comparación de	PL con M

Si PL $\leqslant$ M

Se acepta el lote, de lo contrario se rechaza.

La constante de aceptación k se encuentra en las tablas I-B y - 2-B del estandar para el tamaño de muestra y el AQL.

El porcentaje máximo permisible M se puede leer de las tablas - 3-B y 4-B para el tamaño de muestra y el AQL.
El porcentaje estimativo de defectuosos PL y el indice de calidad QI se obtiene de la tabla 5-B para el tamaño de muestra.

Cálculo con Variabilidad conocida para límite específico sencillo, de la misma manera que en el caso de σ' desconocida se recurre al - estandar MIL-STD-414, los pasos a seguir son:

1) Se fija el AQL
2) Clase de inspección
3) Se determina el tamaño de la muestra por la letra clave en el estandar
4) Se aplican las formas 1 y 2 de cálculo desarrollado para desconocidas, sustituyendo el término s por σ' conocida - y k por k'.
5) El criterio de aceptación para la forma 1 es $\frac{\bar{X} - I}{\sigma'} \geq k'$; si $\frac{\bar{X} - I}{\sigma'}$ es mayor o igual a k' el lote se acepta.
   Este procedimiento estipula para $\bar{X}$ de la muestra un valor minimo de $I - k'\sigma'$.
6) En la forma 2, el índice de calidad queda así $Ql = \frac{(\bar{X}-I)\ v}{\sigma'}$
   siendo $v = \sqrt{n/n-1}$
   Con el indice de calidad se determina del estandar el porcentaje defectuoso estimado del lote, si este es igual o menor que el máximo estipulado M obtenido también del estandar con el AQL, el lote se acepta, en otra forma es rechazado.

Cuando el control se hace con respecto al límite superior S, es necesario medir hacia abajo de S en lugar de hacia arriba de I, remplazando $S-\bar{X}$ a $\bar{X} - I$ en el análisis, queda pues, el índice de calidad para este caso:

Para variabilidad desconocida, y método de desviación estandar

$$Qs = \frac{S - \bar{X}}{s}$$

Para variabilidad conocida

$$Q = \frac{(S - \bar{X})\ v}{}$$

En las especificaciones en ambos lados, en el MIL-STD-414, solamente es aplicable el procedimiento de la forma 2 cuando existe un límite de especificación doble. Existen dos condiciones, en una se asigna un AQL para ambos límites combinados, en la otra se asignan AQL diferentes para cada límite de la especificación. En ambas condiciones, las letras claves se obtienen tal como en las especificaciones de un solo lado. Además en ambos tipos, se usan las mismas tablas usadas en la forma 2 para encontrar n y M para un límite sencillo.

Ql y Qs se calculan tal como en los límites sencillos y el porcentaje de defectuosos fuera de cada límite se estima a partir de la tabla del estandar para Ql y Qs. Estos porcentajes se designan Pl y Ps. El porcentaje defectuoso estimado P, para el lote será la suma Pl + Ps.

Cuando se ha designado un AQL para ambos límites combinados, si P es igual o menor al máximo porcentaje defectuoso estipulado M el lote llena el criterio de aceptabilidad; si p es mayor que M o si Ql o Qs ambos son negativos, entonces el lote no llena el criterio de aceptación.

Cuando se asignan diferentes valores de AQL a I y S entonces hay Ml y Ms.

Para la aceptación del lote tenemos:

1) $Ps \leqslant Ms$
2) $Pl \leqslant Ml$
3) $P \leqslant$ al mayor de Ml y Ms.

Método de Inspección total

La inspección es una función tal como lo son la especificación y producción, que consiste en comprobar ciertas características del producto con determinadas especificaciones del mismo. Si se inspecciona cada unidad del producto desechando los defectuosos, tendremos la inspección 100%. Los resultados de la inspección del volumen de producción de cada turno se registran, anotando la clase de defecto con el objeto de hacer las correcciones necesarias.

Costos de Calidad

Los costos de calidad están formados por pérdidas y mantenimiento de la calidad.

Los costos por pérdida de calidad comprenden:

a) Desperdicios y disminución de peso de los materiales.
b) Producto de bajo grado de calidad que deriva los llamados de segunda.
c) Reproceso y operación de reparación.
d) Reclamaciones y servicio a productos.
e) Paro de producción, y manera de producirse debido a la calidad.
f) Otros.

Costos de Mantenimiento de calidad, se refieren a:

1) Prueba de material y control del proveedor.
2) Control del proceso.
3) Inspección del producto y clasificación.
4) Registros y reportes de calidad.
5) Otros.

BALANCE ECONOMICO

El balance económico del control de la conformación de la calidad, la podemos hacer en tres pasos:

I.- COSTOS

a) Implantación del sistema:
   Recursos humanos.
   Recursos técnicos.

b) Operación del sistema:
   Prueba de materiales y control del proveedor.
   Control del proceso.
   Inspección del producto.
   Registros y reportes de calidad.
   Otros.

II.- AHORROS:

Desperdicios.

Disminución del peso de los materiales.

Producto de bajo grado.

Reproceso.

Operación de reparación.

Paros de producción.

Reclamaciones.

Servicio a clientes.

Otros.

III.-EVALUACION.

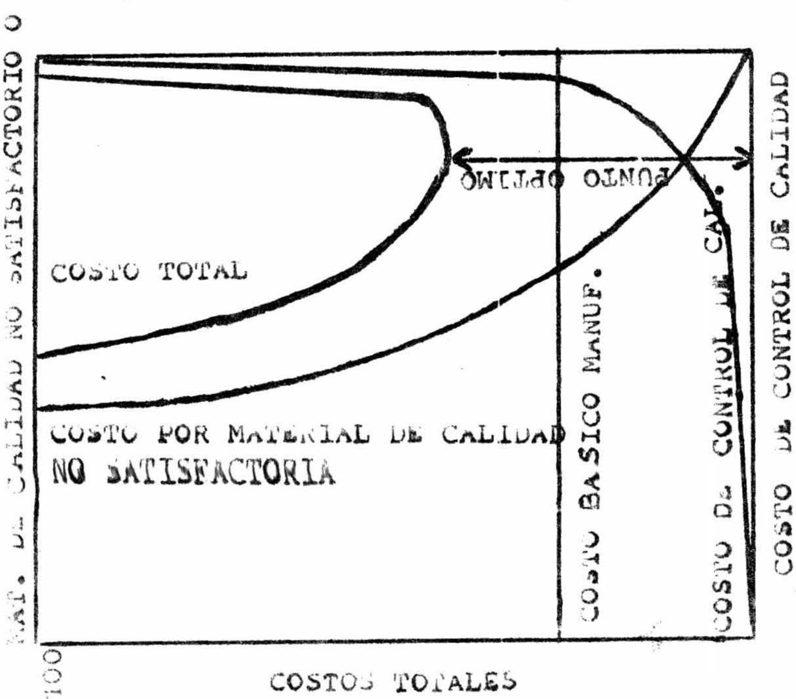
Beneficios = Ahorros - Costos de Operación.

$$\text{Tiempo de Recuperación de la inversión} = \frac{\text{Costos de implantación del sistema}}{\text{Beneficios.}}$$

$$\text{Rentabilidad} = \frac{\text{Beneficios.}}{\text{Costos de implantación del sistema.}}$$

COSTO OPTIMO DE CONTROL DE CALIDAD.

El costo óptimo de control de calidad lo podemos encontrar graficando el costo de control de calidad, costo de material no sarisfactorio y el costo total, como se muestra en la gráfica siguiente:



Costo de control de Calidad = Costo de mantenimiento + Costo de implantación del sistema

Costo de Material defectuoso= Costo de Perdidas.

Costo total = Costo de control de calidad + Costo de perdidas

CAPITULO III

CONTROL DE CALIDAD APLICADO A SELLOS TIPO RADIAL

a).- Definición y funcionamiento

b).- Descripción del método de producción

c).- Defectos comunes

d).- Métodos de prueba

e).- Estudio estadístico de la variabilidad de un proceso de mezclado de un elástomero.

a).- Definición y Funcionamiento.

El retén es una pieza mecánica cilíndrica compuesta - generalmente de un esqueleto o arillo metálico en cuyo borde exterior se encuentra el elemento sellador o labio. Se - instala al rrededor de una flecha para evitar las fugas de- un fluido o la penetración de materia extraña a una zona lubricada.

b).- Descripción del método de producción.

La producción del retén es bastante compleja, pero se- puede dividir en cinco procesos principales:

a) Mezclado

b) Troquelado

c) Fosfatado

d) Moldeo

e) Acabado

Mezclado.- El proceso de mezclado lo podemos dividir - en dos pasos:

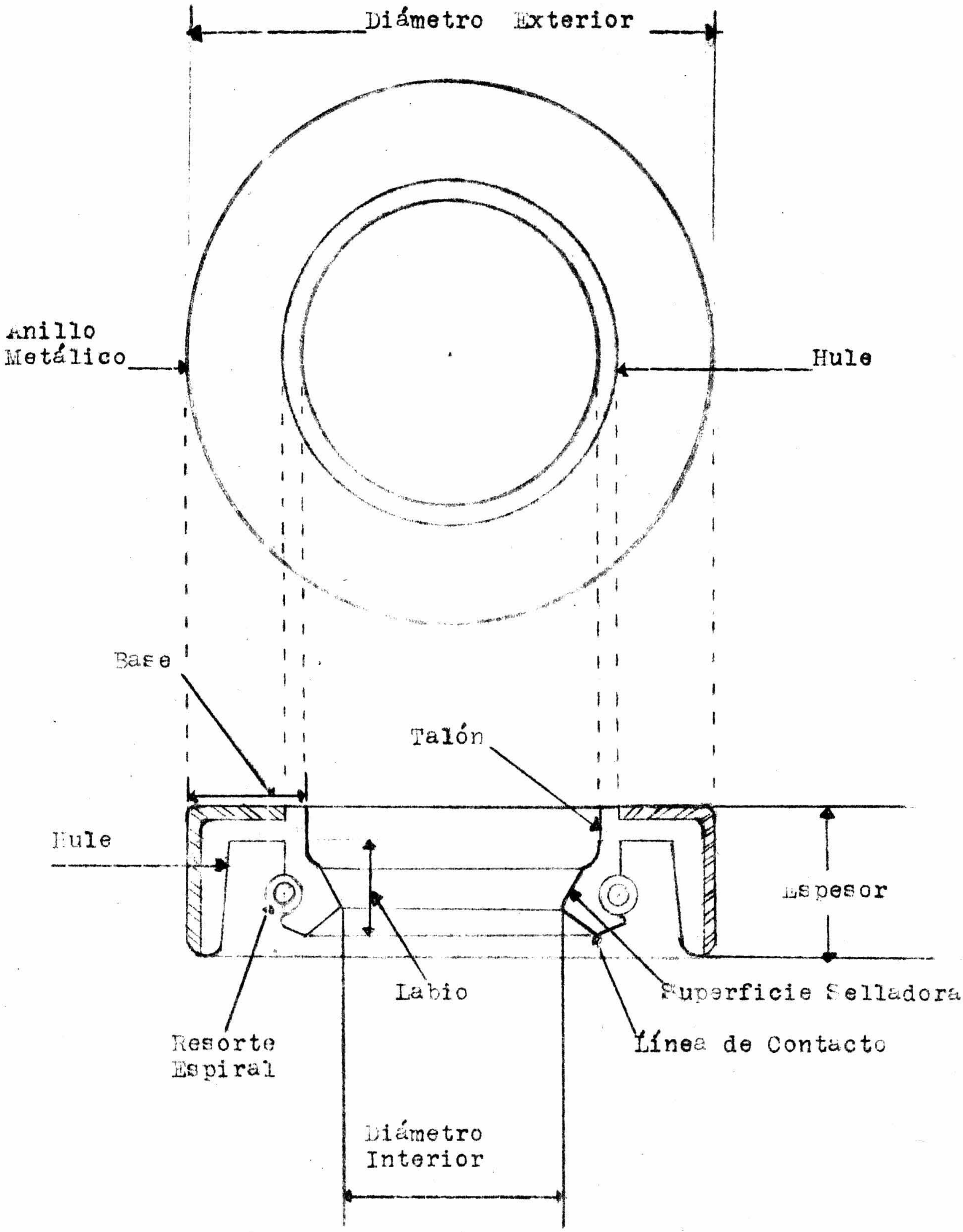
a).- Pesada de materiales

b).- Operación de mezclado

Pesadas de materiales.- Es la operación de pesar todos los materiales que componen la fórmula del compuesto Hule; la cual se lleva a cabo en Básculas o Balazas.

Operación de mezclado.- El mezclado de un compuesto de - ingredientes con Hule es realizado en un molino convencional - de Hule o en "Banbury" o mezclador interno. En cualquier caso, la acción de mezclar es amasar o masticar. Gran cuidado es ejercido para obtener una dispersión completa de los materiales - antes de terminar la mezcla.

Troquelado.- El proceso de troquelado es el conjunto - de operaciones con las cuales sometemos una lámina plana de -



SELLO TIPO LABIO RADIAL

acero a una o más transformaciones con el fin de obtener el anillo o estructura metálica del retén. La realización de estas operaciones se logra mediante dispositivos especiales llamados troqueles y aplicados según sus fines sobre máquinas llamadas Prensas.

Fosfatado del anillo metálico.- Para que haya mejor ligazón entre hule y anillo metálico, a éste se le da un tratamiento químico por medio de fosfatación que se realiza por contacto de la pieza metálica desengrasada, en una solución de fosfato de zinc, hierro o manganeso, en el curso del mismo la superficie se recubre de una capa de fosfato de los metales citados.

Moldeo.- El moldeo se realiza en dos pasos principales:

a).- Operación de moldeo

b).- Vulcanización.

La operación de moldeo del compuesto hule y anillo metálico se efectua en un molde caliente, el cual se encuentra instalado en una prensa de vulcanización.

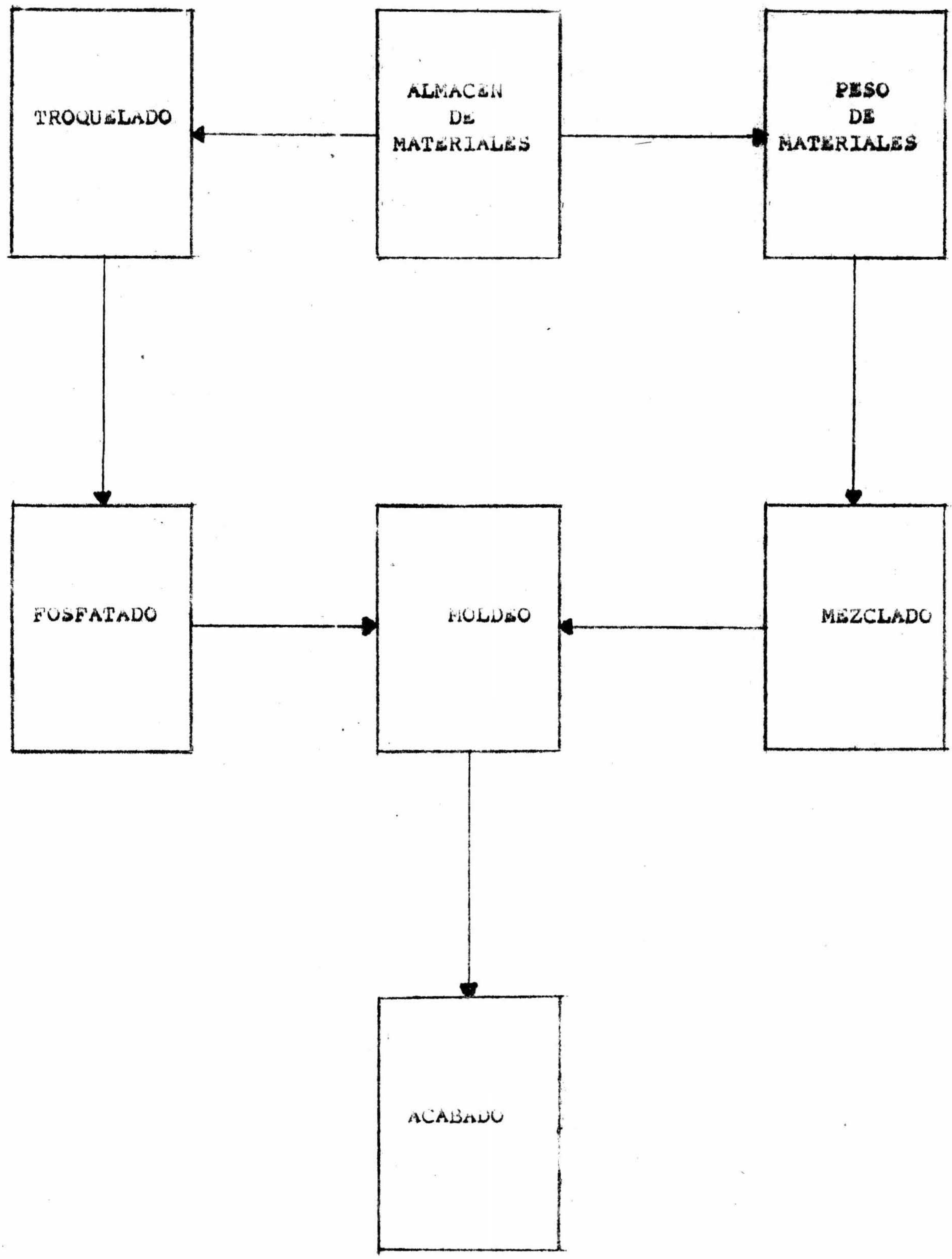
Vulcanización.- Es el proceso químico por medio del cual se transforma el compuesto hule con todos sus incredientes tales como azufre, óxido de zinc, negro de humo, ácido esteárico, aceites, etc.; que en forma de masa blanda, plástica se adapta a la forma del molde, se conviente en materia elástica, impermeable flexible, etc., por medio del calor suministrado a través de vapor proporcionado por una caldera o resistencias eléctricas.

Operación de acabado.- Es el recortado de rebabas que quedan después que el objeto ha sido vulcanizado, puede efectuarse a mano, o empleándose tijeras y cuchillos o bien esmeriles, o carda, etc.

c).- Defectos comunes.

Toda variación resultante de la comparación de un retén con las especificaciones que debe reunir, se llama defecto.

DIAGRAMA DE PROCESOS PRINCIPALES EN PRODUCCION



Los defectos encontrados con frecuencia en la producción de retenes son:

1.- Falta de material
2.- Elemento sellador roto
3.- Falta de adhesión en el hule
4.- Marcas por aire atrapado
5.- Ampollas o burbujas
6.- Falta de adherencia entre hule y sustrato
7.- Identificación o marca defectuosa
8.- Exceso de hule
9.- Hule contaminado
10.- Hule crudo
11.- Hule sobrevulcanizado
12.- Arillo o cazoleta golpeado
13.- Hule poroso
14.- Arillo fuera de medida.

Estos defectos se clasifican en: críticos, mayores y menores.

Defectos críticos.

Son aquellos que hacen que el retén deje de funcionar; - por ejemplo, elemento sellador roto.

Defectos mayores.

Son los que hacen que el retén pueda fallar o tenga una - vida más corta de lo previsto; ejemplo, labio sellante excéntrico.

Defectos menores.

Son de poca importancia tal como identificación sucia o - ilegible y otros defectos de apariencia.

Métodos de prueba.

Para asegurar una buena calidad en la producción del retén, es necesario probar todos los materiales que son indispensables en su elaboración a las especificaciones establecidas:

Primero.- Al recibo de materia prima.

Segundo.- Productos obtenidos en cada uno de los procesos.

Tercero.- Producto terminado.

Para llevar a cabo estas pruebas la planta cuenta con un laboratorio químico.

En el presente trabajo sólo nos ocuparemos de los métodos de pruebas físicas aplicadas al hule y al retén tales como: Viscosidad mooney, Dureza Shore, Módulo de elasticidad, Peso específico, y las Pruebas de servicio simulado y Excentricidad del sello tipo labio radial.

Método de prueba de "viscosidad mooney"

Este método describe el procedimiento para determinar la viscosidad mooney, Tiempo de Scorch, y las características de vulcanización del hule, en el transcurso del proceso de vulcanización por medio del viscosímetro mooney.

Viscosidad mooney.

Es el torque requerido para hacer girar el disco cortante del aparato mooney, el cual es registrado sobre una línea graduada a escala, en unidades de viscosidad - -

mooney, tal, que un torque de 8.30 N.M. (73.5 Lbf.in) sobre la flecha del rotor iguala a 100 sobre la escala; donde se obtiene que un torque de 0.083 N.M. es equivalente a una "Unidad Mooney".

Los valores de viscosidad determinados por este método dependen del tamaño y configuración de la molécula -- del hule y de los constituyentes no-hule que pueden estar- presentes. Puesto que el hule se comporta como un fluido - no-NEWTONIANO, ninguna relación simple existe entre el peso molecular y la viscosidad. Sin embargo, para hules de - peso molecular alto se puede obtener una mejor correlación entre viscosidad y peso molecular, si la velocidad del rotor o la temperatura de la prueba es incrementada.

Tiempo de Scorch. (Tiempo de quemado)

El tiempo de scorch es definido como el tiempo requerido para elevar la viscosidad mínima, cinco unidades - mooney con el rotor.

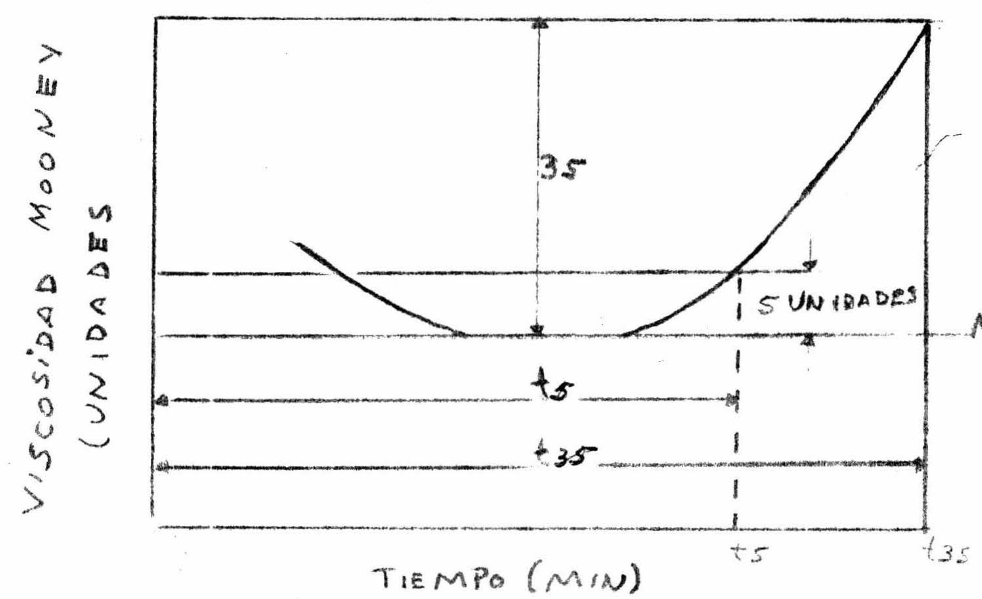
Un tiempo grande de scorch significa un tiempo -- grande utilizado para fluir el stock en el molde antes de que la vulcanización empiece.

Scorch. (Quemado)

El scorch en aplicaciones de moldes, es la vulcanización del hule fluyendo en la cavidad del molde antes- que ésta pueda llenarse. El scorch de un stock es determinado por la descomposición (temperatura) del peróxido agente vulcanizante, el cual, mediante una buena selección puede- disminuir el scorch reduciendo la temperatura en el extremo más bajo del rango de vulcanización y por consiguiente la reducción de la velocidad de descomposición del peróxido.

Características de vulcanización.

Además del scorch, se puede utilizar el Viscosímetro mooney para detectar el inicio, tiempo, índice o velocidad promedio de vulcanización del hule. Estas características se pueden deducir de la curva viscosidad tiempo. Ver Fig. siguiente:



Nomenclatura:

Mv; viscosidad mínima.

t5; tiempo de scorch = Mv + 5 unidades mooney

t35; tiempo de vulcanización = Mv + 35

Atl; índice de vulcanización = t35 - t5 ó

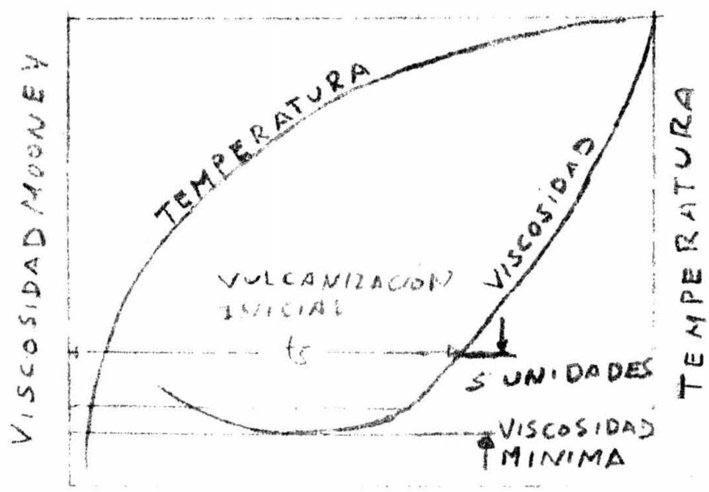
$$Rc = \frac{30}{t35 - t5}$$ en unidades mooney/minuto.

El método es muy sensitivo y capaz de mostrar los efectos de pequeños incrementos de aceleradores - orgánicos, activados y retardados; todo ello es reproducible completamente, sin embargo, es esencial que - un buen control de temperatura sea alcanzado.

El sistema de calentamiento usual es por re-- sistencias eléctricas, calentadores que son difíciles de controlar con la exactitud requerida. Por lo tanto, un método de calentamiento por vapor con un control - seguro, es el sistema preferido.

Además de los parámetros de vulcanización -- discutidos anteriormente, la prueba también proporcionan una lectura de la "viscosidad mínima" a la temperatura empleada. Por ser cercanamente una prueba de- control ideal para trabajos de producción, es extensamente usada para éstos propósitos y especialmente- respecto al tiempo de scorch.

La prueba puede ser corrida a cualquier temperatura deseada. Generalmente por rutina o prueba- de control, una temperatura será seleccionada a la- cual la prueba es realizada en 15 minutos o menos,- a causa de la muestra relativamente grande algún - tiempo atrasado estará involucrado en el calenta -- miento del especimen a la temperatura imprimida. -- Esta debe ser considerada si resulta mayor que una-temperatura, que son comparadas en una curva de corrección aproximada la cual se muestra en la figura 2. Que indica el tiempo efectivo de la temperatura - imprimida V.S. tiempo corrido de la prueba (ver figura).



Esta puede ser solamente una curva aproximada porque:

1).- La difusividad térmica es normalmente diferente para cada stock.

2).- La temperatura - dependencia de la vulcanización para diferentes stock varía, y éste factor está involuncrado en la integración durante el periodo elevado de vulcanización durante el calentamiento. Sin embargo, la curva de corrección es razonable-mente exacta para la mayoría de trabajo.

Aparato.

El viscosímetro consiste de un aparato de disco cortante movido por un motor eléctrico, una flecha vertical, un molde donde se coloca la muestra del hule, un motor que se conecta a la flecha a través de un orificio de la placa inferior del molde y un registrador.

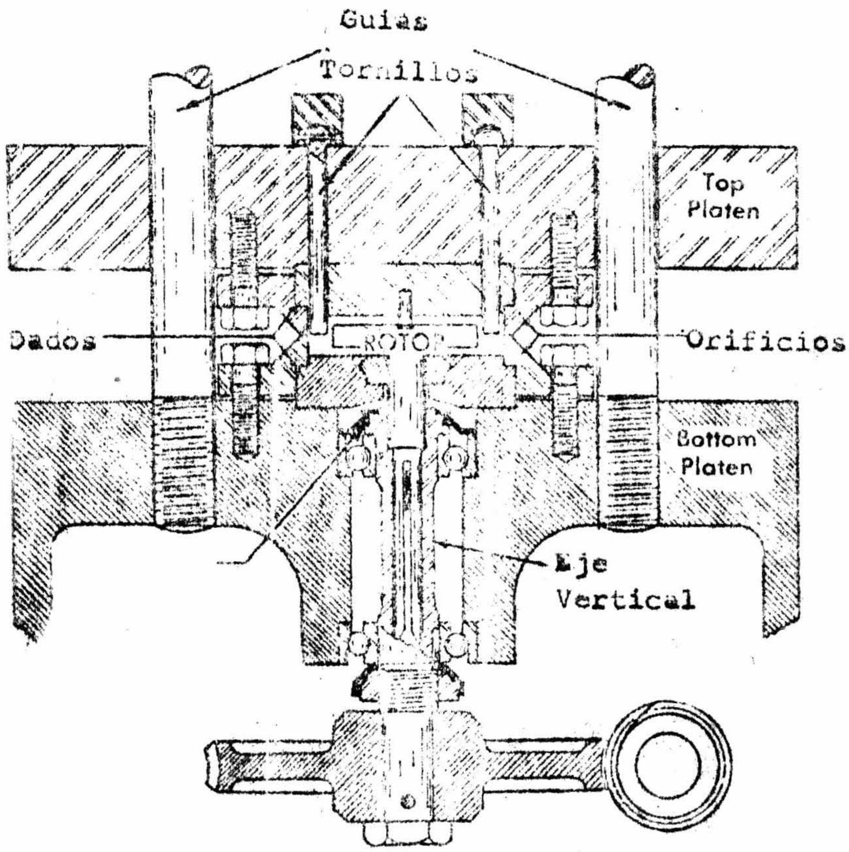
El molde está equipado con un sistema de calentamiento capaz de mantener las cavidades a una temperatura especificada dentro de la tolerancia.

La rotación relativa entre el molde y el rotor será a una velocidad de 2 r.p.m. a menos que esta sea especificada.

Un medio adaptable será proporcionado para indicar el torque, y la lectura tendrá una relación lineal al torque requerido para hacer girar el rotor. El indicador será ajustado a ± 0.5 en el punto cero cuando la máquina está funcionando sin carga. Un registrador o gratificador para la curva viscosidad-tiempo, tambien será necesario.

Preparación del espécimen.

El espécimen se compone de dos piezas cilíndricas cortadas de la muestra a un diámetro mayor que la cabeza del rotor y con un grueso suficiente para llenar completamente la cavidad.



Viscosimetro
de
Disco Cortante

Procedimiento.

Se inserta el vástago del rotor en el centro de una de las partes del espécimen que será la que va abajo del rotor, se coloca el rotor con la parte de la muestra en el viscosímetro, a continuación se pone la segunda -- parte de la prueba sobre la cabeza del rotor y se cierra el molde. Es necesario dejar calentar el espécimen en el viscosímetro por un tiempo especificado y entonces arrancar el motor, y al mismo tiempo el registrador graficará la curva viscosidad-tiempo.

Resultados:

Se lee el valor de la viscosidad, de la curva a - la temperatura y tiempo especificados.

Métodos para determinar el peso específico del Hule.

Los métodos más usuales para la determinación- del peso especifico del hule son:

a) Método del Picnómetro.

b) Método Hidrostático.

c) Método de la solución valorada de cloruro - de Zinc.

Mediante los cuales, aseguramos el peso de la - fórmula del hule y buen manejo de los materiales a la - hora de mezclar, de tal manera, que podemos evitar de - fectos causados por la falta o exceso de los componentes en la mezcla.

Las determinaciones se hacen a la temperatura - entre 24.5 y 25.5°c.

a).- <u>Método del Picnómetro.</u>

1).- <u>Procedimiento.</u>

Se llena el Picnómetro con alcohol y especimen, y después se pesa.

Se determina el peso específico usando el Picnómetro con alcohol en lugar de agua para eliminar las burbujas de aire.

2).- <u>Cálculos.</u>

El cálculo del peso específico es como sigue:

$$\text{Peso específico } (25/4^{o}c) = 0.9971 \text{ X } \frac{W_1}{W_1 - (W_2 - W_3)} \text{ X}$$

X peso específico de alcohol (25/25°c).

donde:

W_1 = peso del especimen.

W_2 = peso del picnómetro lleno con especimen y - alcohol.

W_3 = peso del picnómetro lleno con alcohol.

b).- <u>Método Hidrostático.</u>

1.- <u>Procedimiento.</u>

Este método proporciona la determinación del peso específico a través de la pérdida en peso de un especimen cuando suspendido en agua. Sumergir el especimen en alcohol y después sacarlo antes de suspenderlo en agua para pesarlo ésto ayudará a eliminar las burbujas que causan errores en la determinación. Un alambre muy fino es recomendado como un soporte en el medio agua.

2.-<u>Cálculos</u>.

Calcular en peso específico como sigue:

$$\text{Peso específico } (25/4^{\circ}C) = 0.9971 \times \frac{W_1}{W_1 - (W_2 - W_3)}$$

donde:

W_1 = peso del especimen

W_2 = peso del especimen y el alambre en agua

W_3 = peso del alambre en agua

<u>Método de la solución valorada de cloruro de - zinc.</u>

El método de la solución valorada de cloruro de zinc es quizás, el más usual por la rapidez con que se - hacen las lecturas de la densidad del compuesto.

<u>Equipo</u>.

El equipo consiste de una serie de vasos o picnóme tros y densímetros, un termómetro, la solución de cloru ro de zinc y pinzas.

<u>Preparación de la solución.</u>

Se prepara la solución de cloruro de zinc al peso - específico calculado de la fórmula del compuesto de hule; con agua destilada.

Se pone una serie de vasos cada uno con un peso es- pecífico diferente, medido del peso específico calculado y de acuerdo a la tolerancia ± 0.015 conforme el rango obtenido se toma una serie de valores los cuales se -- anotan en los vasos para identificarlos a continuación se va agregando la solución preparada ZnCI y agua destilada hasta llevar el volumen a 3/4 de la capacidad - del vaso y al peso específico deseado, a la temperatura ambiente.

Procedimiento.

Se corta un pedacito de cada muestra y se introduce en cada uno de la serie de vasos hasta encontrar que el pedacito quede más o menos en el centro del volumen- de la solución, se toma la lectura en el densímetro la- cual es el peso específico de la muestra.

Módulo de Elasticidad

La Elasticidad es la propiedad que tienen los cuerpos de recobrar su forma original despúes de cesar una - fuerza.

El hule, como cualquier otro cuerpo, está formado por- moléculas en las cuales actúan fuerzas, llamadas intermoleculares. Estas fuerzas se oponen a la deformación cuando sobre él actúan fuerzas exteriores.

Si un sistema de fuerzas exteriores es aplicado al - hule sus moléculas o partículas se desplazan y estos desplazamientos mutuos continúan hasta un punto llamado límite de elasticidad. Si en este punto suspendimos las fuerzas el hule todavía es capaz de regresar a su forma original.

La relación lineal entre fuerzas y deformaciones está regida por la Ley de Hooke, la cual se expresa por la siguiente ecuación:

$$\Delta = \frac{PL}{A\,E}$$

Δ = alargamiento total de la muestra de hule.
P = fuerza total de extensión
L = longitud total de la muestra
A = area de la sección trasversal de la muestra
E = constante elástica o módulo de elasticidad.

Si despejamos la constante la constante E de la ecuación tenemos:

$$E = \frac{P\,L}{\Delta\,A}$$

Analizando esta ecuación encontramos que:

$\frac{P}{A}$ = esfuerzo tensor s.

$\frac{L}{\Delta}$ = a la inversa del alargamiento unitario, ϵ.

Sustituyendo estos nuevos términos en la ecuacioón:

$$E = \frac{S}{\epsilon}$$

Esta constante Elástica o Modulo de Young se puede definir como la razón del esfuerzo unitario al alargamiento unitario del hule en tensión.

El módulo tiene las mismas unidades del esfuerzo tensor porque el alargamiento unitario ϵ, es un número abstracto puesto que es el cociente de dos longitudes.

La importancia de la determinación del módulo radica, en que con él podemos conocer el comportamiento del hule de acuerdo a sus especificaciones de formulación y procesamiento.

Determinación del Módulo

Cuando por primera vez se van a mezclar los ingredientes de la fórmula del hule, por lo general, se hace en un molino de- laboratorio, manteniendo la temperatura especificada en los rodillos durante el tiempo de mezclado, ajustando el agua de enfriamiento, haciendo los cortes necesarios en la banda en direcciones alternadas de 20 a 30 segundos entre cada corte.

Los pasos en el ciclo de mezclado pueden ser:

1) Se pasa el hule a través de los rodillos para calentarlo y formación de banda a la abertura de los rodillos especificada.

2) Se cierra un poco el molino y se hacen cortes en la banda

3) Se añade el negro de humo y se trabaja la mezcla, haciendo cortes hasta que el pigmento es incorporado.

4) Se añade el acido esteárico

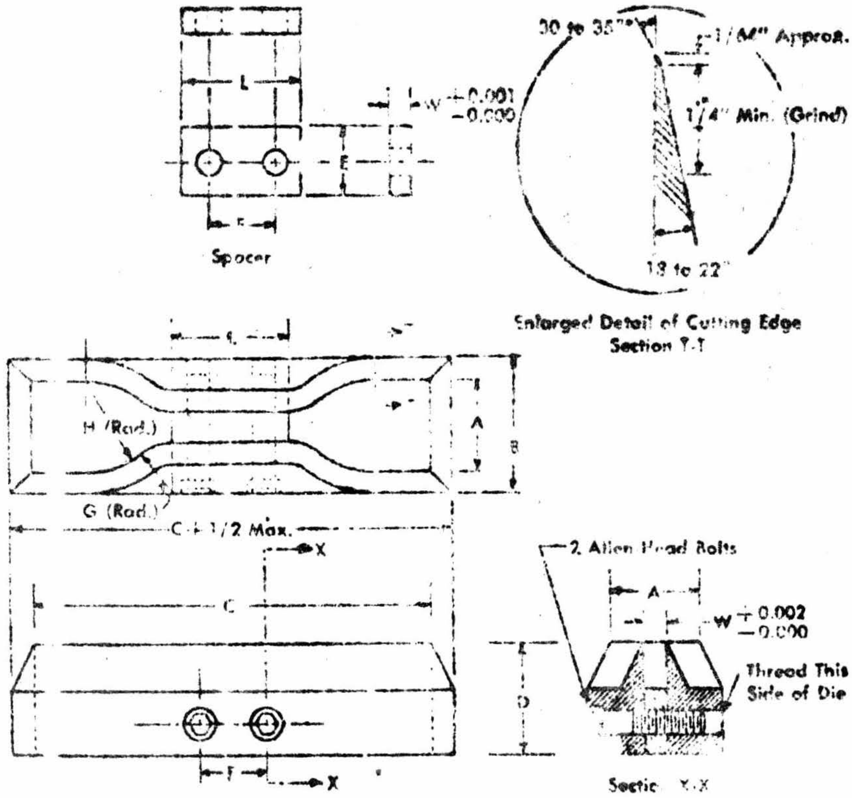
5) Se añaden los otros ingredientes

6) Se hacen cortes de cada lado

7) Se corta el batch, para bajarlo y se cierra un poco el - molino y después se pasa la mezcla, seis veces.

8) Se extrae la banda del molino a un grueso de 0.25 pulgadas y se deja reposar.

b) Vulcanización:
Para vulcanizar la lámina ó banda de hule, se usa un molde de 4 cavidades (ver figura) y una prensa de vulcanización. Esta prensa debe proporcionar la temperatura necesaria para efectuar el vulcanizado del hule bajo prueba en-

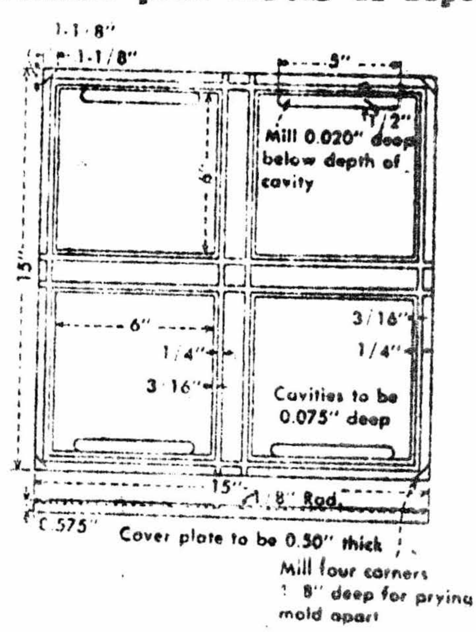


DIMENSIONS OF STANDARD DIES, IN.

Dimension	Tolerance	Die A	Die B	Die C	Die D	Die E	Die F
A......	± 1/16	1	1	1	5/8	5/8	5/8
B......	max.	1 5/8	1 5/8	1 1/2	1 3/8	1 3/8	1 3/8
C......	min.	5 1/2	5 1/2	4 1/2	4	5	5
D......	± 1/4*	1 3/8	1 3/8	1 3/8	1 1/4	1 1/4	1 1/4
D−E......	± 1/64	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
F......	± 1/16	1 1/2	1 1/8	5/8	5/8	1 1/8	1 1/8
G......	± 1/32	9/16	9/16	9/16	9/16	9/16	9/16
H......	± 1/16	1	1	1	5/8	5/8	5/8
L......	± 1/8	2 5/16	2 5/16	1 5/16	1 5/16	2 5/16	2 5/16
W......	see figure	0.500	0.250	0.250	0.125	0.125	0.250

* For dies used in clicking machines, it is preferable that this tolerance be ± 1/2 in.

Dados Estandar para Cortar el Especimen de Prueba.



Diseño del Molde de 4 Cavidades.

el tiempo especificado, además, sobre el molde actuará una - presión mínima de 36 Kg/cm^2 (500 PSI) constante durante el - periodo de vulcanización.

Antes de colocar el hule en el molde, éste debe calentarse a la temperatura de vulcanización, el cual se introduce en la prensa por lo menos 20 minutos, cuya temperatura se puede verificar, poniendo termopares en el molde. Es indispensable -- actuar con rapidez en la colocación del hule y el molde en la prensa para obtener el vulcanizado deseado en el tiempo especificado. Después se remueve el hule, y se enfria en agua, -- por lo general 10 minutos, y a continuación se seca.

c) Preparación del especimen de prueba.

1) Corte del especimen, mediante el dado se da la forma al especimen de acuerdo a las especificaciones (ver figura). Se coloca el vulcanizado sobre una superficie plana de - un material blando tal como el cuero o bien de hule vulcanizado de un grueso suficiente para evitar perjudicar- la parte cortante del dado, al efectuar el corte. Este - se realiza por medio de una prensa mecánica o hidraúlica accionada por pedal o manual.

2) Marcado de las lineas de referencia. Con un marcador especial que no afecte al hule se trazan dos lineas sobre- el especimen, equidistantes del centro y perpendiculares a la longitud axial de la sección reducida del especimen. La separación entre estas líneas es de 1.000 ± 0.003 pulgadas.

3) Determinación del espesor. Se mide el espesor en el centro y en los extremos de la sección reducida del especimen, se suman, y se obtiene el promedio.

4) Determinación del espesor. El ancho se determina sobre - la parte recta del especimen en la misma forma que el espesor.

d) Prueba del especimen. Al hacer la prueba se obtienen directamente la elongación y el esfuerzo. De los cuales me diante cálculos nos proporcionan la elongación por ciento, esfuer zo tensor, y el módulo de elasticidad. Se procede por la prueba de la siguiente manera:

Se coloca el especimen en las grapas de la máquina para prueba de elongación y esfuerzo, tomando las precauciones debidas en la colocación del especimen para obtener una tensión uniforme sobre la sección trasversal. Se hace funcionar la máquina, y se observa continuamente la distancia del centro de una marca de referencia a la otra. Se registran los esfuerzos en kilogramos o libras a las elongaciones fijadas para el material bajo prueba, a la ruptura del especimen.

6) Cálculos.

a) Esfuerzo Tensor. El Esfuerzo Tensor se encuentra dividiendo el esfuerzo en libras entre el área de la sección trasversal del especimen de prueba. Esta área es el producto del ancho y espesor obtenidos del especimen.

b) Elongación final por ciento $= \frac{100\ (A - B)}{B}$

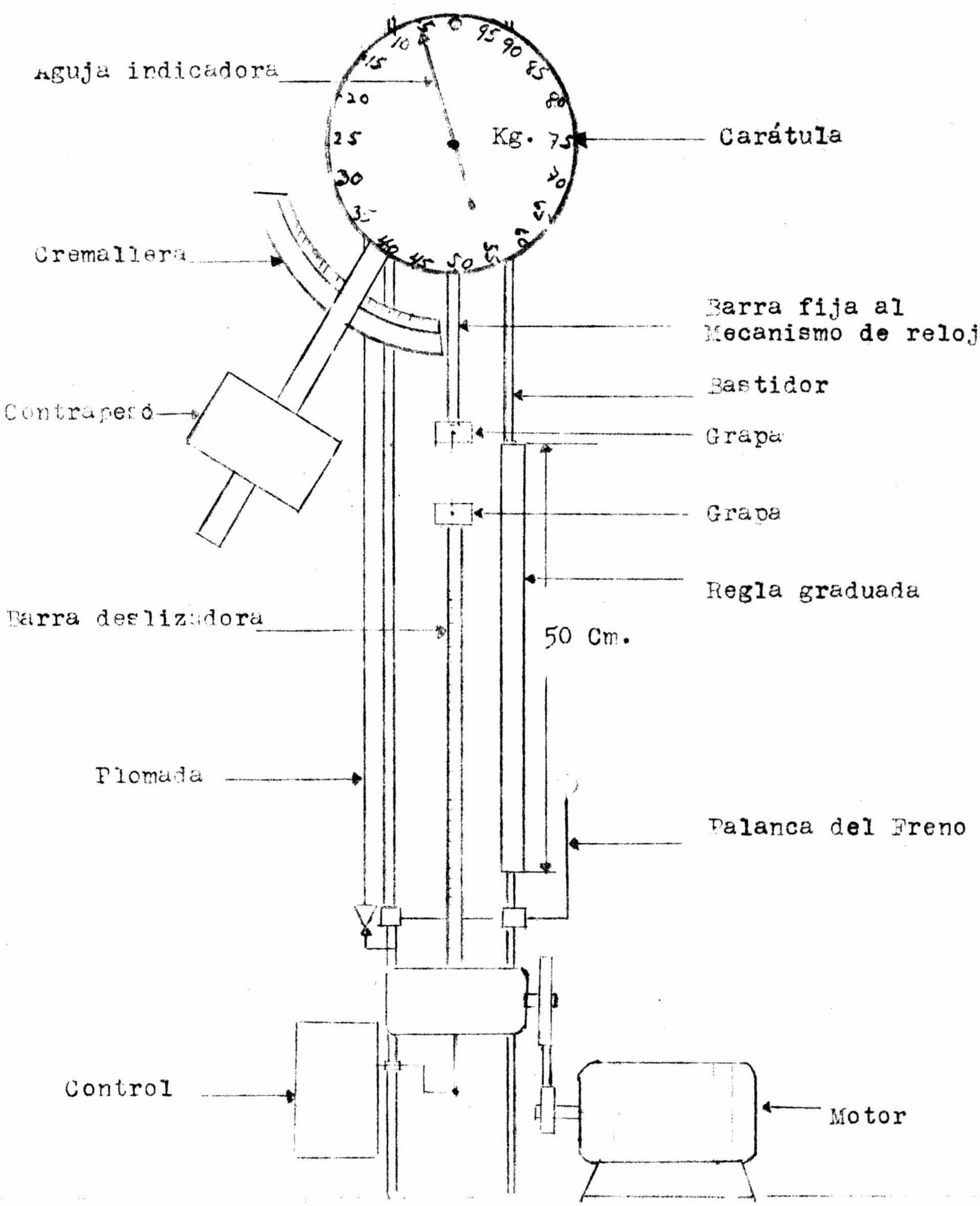
A= A la distancia entre las marcas de referencia a la ruptura, en pulgadas.

B= A la distancia original entre las marcas de referencia, en pulgadas.

c) Módulo. Se divide el esfuerzo en libras a la elongación específica por el área de la sección trasversal en pulgadas cuadradas. Los valores que se reporta son el promedio de la prueba de tres especímenes.

f) Máquina de Prueba.

Para realizar la prueba se hace por medio máquina de prueba o Tester. Equipada con un motor eléctrico para proporcionar el movimiento axial de la grapa, indicador de escala que permanece en el punto de carga máxima después de la ruptura del especimen. La velocidad del movimiento de la grapa por la potencia aplicada es de 20 $\pm$ 1 pulgada por minuto, siendo uniforme todo el tiempo de prueba. También está provista con una regla graduada en 0.1 pulgada para



APARATO DE PRUEBA O DINAMOMETRO

Medir la elongación (ver figura)

PRUEBA DE DUREZA

La dureza de un hule vulcanizado es la resistencia a la penetración de un indentor rígido dentro del hule bajo la acción de una fuerza. Tal indentación involucra deformaciones de tensión, corte y compresión, los cuales, son controlados por el módulo. Por tal motivo, se puede decir que la Dureza es una expresión del módulo elástico.

CONDICIONES DE PRUEBA.

El grueso del especimen tendrá un mínimo de 6 mm y el ancho será suficiente para realizar mediciones, al menos, 12 mm de cualquier extremo. La superficie será plana con suficiente área para permitir que la base del Durómetro al hacer presión toque el especimen para obtener una adecuada lectura de dureza, la cual, no puede ser hecha sobre una superficie circular desigual o rugosa.

La temperatura de prueba debe ser de 23 $\pm$ 2^{o} C o temperatura ambiente. El Durómetro y los especimenes serán acondicionados a esta temperatura, al menos, una hora antes de la prueba.

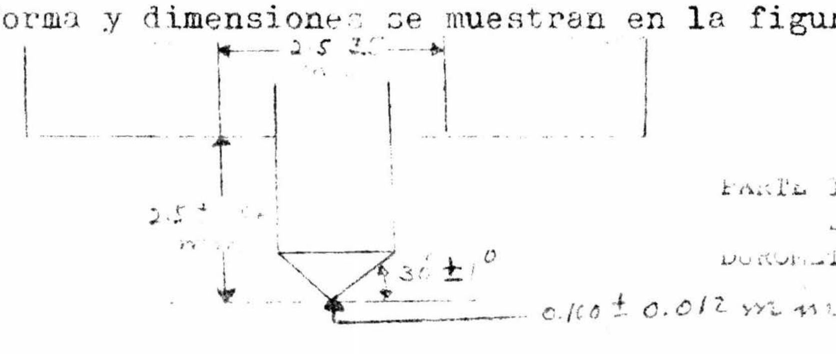
DESCRIPCION DEL APARATO.

El Durómetro está constituido de los siguientes componentes:

a) Una base para presionar, con un orificio centrado a una mínima longitud de 6mm de cualquier extremo de la base, cuyo diámetro está entre 2.5 y 3.2mm

b) El indentor es formado de una varilla de acero con un diámetro entre 1.15 y 1.40mm.

La forma y dimensiones se muestran en la figura siguiente:



PARTE INDENTORA DEL DUROMETRO

c) Un patrón indicador sobre el cual, la cantidad de extensión del indentor puede ser leído en términos de graduación, recorrida desde cero a una extensión completa de 2.40 a 2.54 mm. Este movimiento del endentor se traduce en grados de dureza, que se indica mediante una manecilla sobre la escala de cero a 1000 que - se encuentra dentro de una carátula.

PROCEDIMIENTO

a) Se coloca el especimen sobre una superficie dura horizontal. Sosténgase el Durómetro en posición vertical- con punto indentor al menos 12 mm de cualquier extremo del especimen.

Se aplica la base del Durómetro sobre la superficie - del especimen rapidamente sin golpear conservando la- base paralela a la superficio del especimen, aplicando presión suficiente para obtener firme contacto entre la base y el especimen.

b) Se toma la lectura en la escala, se hacen cinco mediciones de dureza sobre el especimen, separadas por lo menos 6 mm., y se promedian.

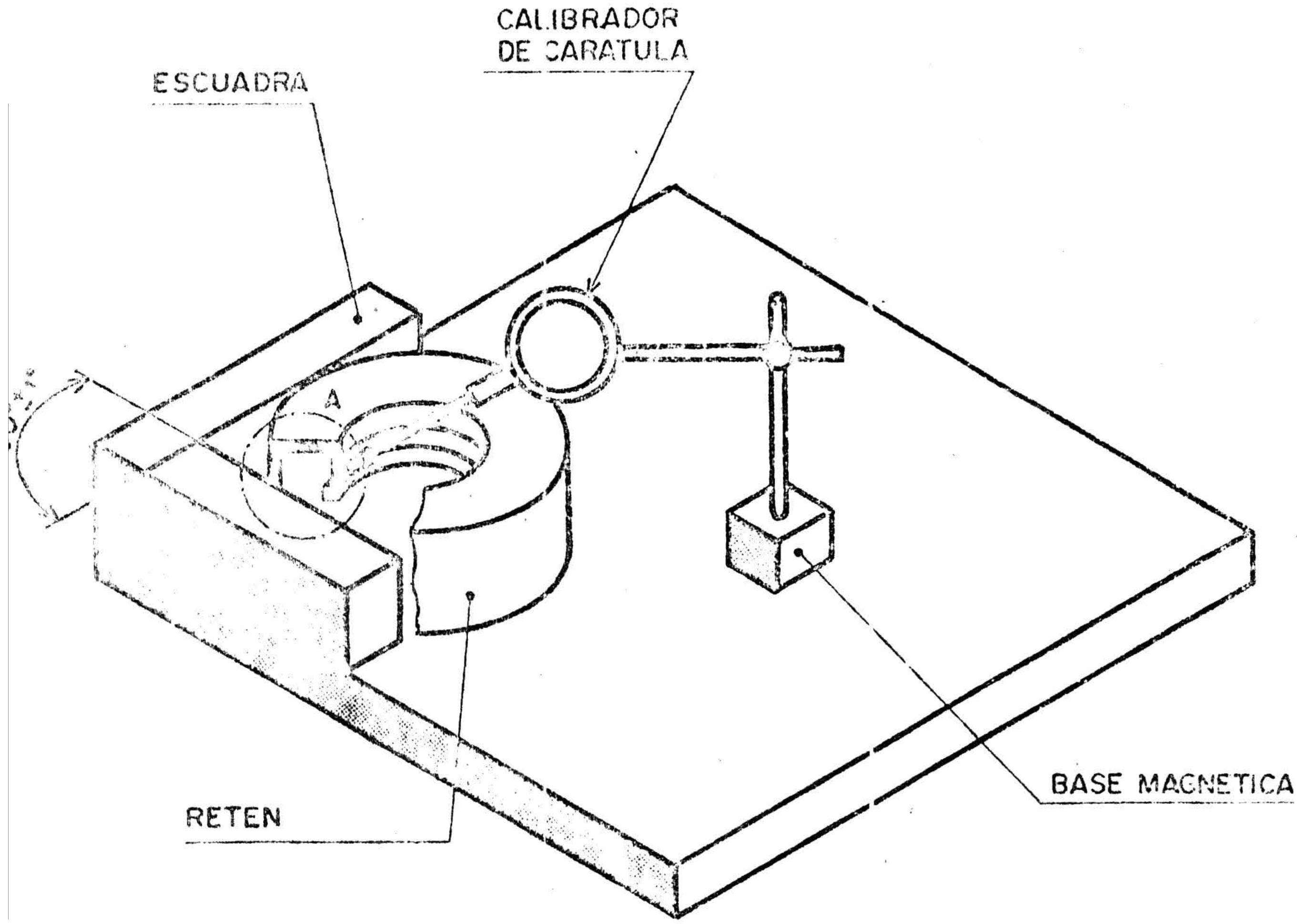
PRUEBA DE EXCENTRICIDAD DEL LABIO DEL RETEN

La excentricidad del elemento sellador es la diferencia - entre la superficie de contacto de éste, y la cubierta exterior o interior del retén, cuando éste gira 360^{o}.

PROCEDIMIENTO DE LA PRUEBA

Para probar la excentricidad del elemento sellador se coloca el retén sobre una flecha del tamaño requerido para el trabajo del sello, se gira el retén manualmente de 1 a 3 vueltas y - se retira de la flecha.

Después de 15 minutos mínimo, se monta en el aparato de -- prueba, de tal manera que la cubierta exterior esté en contacto con los bordes sobresalientes, en ángulo recto; se coloca cuidadosamente la punta del indicador de carátula, como se muestra -



DETALLE A

FORMA DE MEDIR LA EXCENTRICIDAD DE
RETENES TIPO LABIO [illegible]

en la figura; se hace girar el retén a 360 grados lentamente, observando el indicador y anotando las lecturas.

CALCULO

La diferencia entre la lectura mayor y menor del indicador, durante el giro de 360 grados del retén, se considera la excentricidad del retén, que puede expresarse de la siguiente manera:

Excentricidad = Lectura mayor - Lectura menor

APARATO Y EQUIPO.

El aparato para medir la excentricidad del labio del retén consiste de una placa con una planicidad dentro de $\pm$ 0.02mm - rectificada, y una escuadra fija en dos de sus lados de la placa, para evitar movimiento, procurando que los lados de la escuadra formen un ángulo 90 $\pm$ 1 grado y sus caras deben de estar rectificadas. Una base magnética para sostener el indicador de carátula.

<u>METODO DE PRUEBA DE SERVICIO SIMULADO PARA RETENES TIPO LABIO RADIAL.</u>

La prueba de servicio simulado del retén se realiza mediante un aparato construido, de tal manera, que se pueda comprobar la función sellado que debe cumplir este artefacto. Esta prueba consiste en someter el sello a las condiciones especificadas de operación tales como: temperarura, presión del fluido por sellar, velocidad de la flecha de prueba, etc., dando los resultados importantes grado de sellado y tiempo de vida del retén.

DESCRIPCION DEL APARATO.

El aparato consiste de un recipiente para retener el fluido de prueba, llevando construido el alojamiento para el retén que se fija al árbol de prueba que está montado a un árbol motriz soportando exteriormente. El aparato debe cumplir con los requisitos siguientes:

1) El árbol motriz debe ser capaz de mantener la velocidad

de la flecha de prueba dentro de la tolerancia de $\pm$ 5%.

2) El montaje y la flecha motriz deben ser rígidos capaces de mantener la flecha de prueba bajo las máximas condiciones dínamicas.

3) El recipiente debe estar equipado con colectores apropiados para poder determinar las fugas del fluido de prueba y además equipado con un medio adecuado para suministrar calor de tal forma, que el fluido no tenga sobrecalentamientos locales que pudieran descomponerlo.

4) Un termómetro con sensibilidad de $\pm$ 2 grados centígrados.

5) Un tacómetro de gran sensibilidad.

PROCEDIMIENTO.

1) Se lubrica el retén antes del montaje, con el fluido de la prueba.

2) El aparato debe estar completamente libre de materia extraña.

3) Se instala el retén en el alojamiento del recipiente, tomando precaución en la excentricidad del sello y del aparato.

4) La flecha o árbol de prueba será colocada de tal manera que el labio quede perfectamente perpendicular a la flecha.

5) El fluido de prueba será añadido al recipiente hasta alcanzar el nivel especificado.

6) Para el análisis de los resultados es recomendable que las siguientes características físicas del sello sean obtenidas antes y después de la prueba:

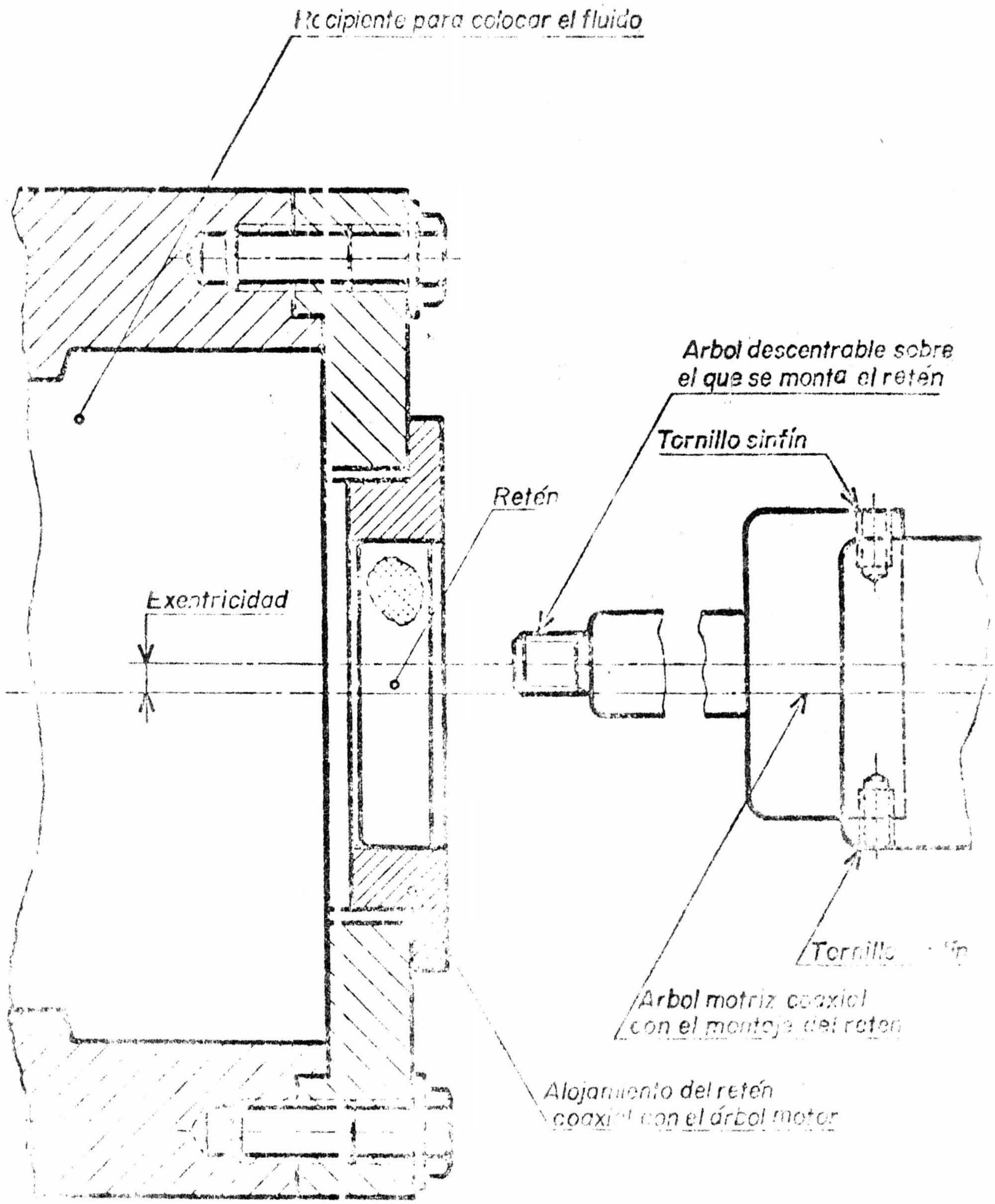
a) Diámetro del labio

b) Presión sobre el labio

c) Diámetro exterior del sello

d) Excentricidad.

7) Se inicia la prueba poniendo a funcionar el equipo y -



DETALLE DE LOS ELEMENTOS
PRINCIPALES DE UN APARATO DE
PRUEBA DE SERVICIO SIMULADO PARA RETENES

conducida de acuerdo a las condiciones fijadas, registrando las observaciones a intervalos regulares

8) La velocidad de rotación del árbol de prueba para el retén de hule es de 2000ft/min.
9) La temperatura del fluido de prueba estará dentro de - 200 ± 5^{o} F.
10) El nivel del fluido de prueba en la línea centro de la flecha y operando a la presión atsmosférica.
11) Al finalizar la prueba se retiran los colectores y se - pesan, se remueve el retén se mide el diámetro del labio, diámetro exterior del sello y la excentricidad.

La terminación de la prueba será en el punto de falla o derrame, en cuanto esto ocurre, se anota el tiempo de prueba y - el peso de los colectores.

UTILIDAD DE ESTAS PRUEBAS FISICAS

La aplicación de estos métodos físicos es útil, porque se-pueden comprobar las especificaciones fijadas al hule y por — consiguiente la función sellado del retén; el análisis de los - resultados obtenidos indicará las correcciones necesarias a los materiales o factores que causan las fallas. Por ejemplo:

Si encontramos una viscosidad alta del hule a la temperatura especificada, se puede tener problema de no llenarse completamente el molde por la falta de fluidez, dando por consiguiente un sello defectuoso, o bien se tiene viscosidad baja el vulcanizado puede tener poca resistencia.

Si la dureza y módulo del vulcanizado es alta o baja, se - puede tener en cualquiera de los dos casos la dificultad en el sellado, por la falta de elasticidad del hule.

El peso específico nos sirve para comprobar el peso del — compuesto hule, un peso alto o bajo significa falla al pesarse los materiales o descuidos en el manejo después de pesarse.

Las pruebas de excentricidad y funcionamiento es la comprobación de las medidas y grado de sellado, tiempo de vida del retén. Las fallas encontradas indicarán la investigación del factor afectante.

La ejecución de estas pruebas nos sirven para experimentar en nuevos elastómetros, comprobación de especificaciones de diseño y verificación durante la producción del sello, por tal motivo, se pueden llamar pruebas de rutina.

Estudio estadístico de la variabilidad del proceso de mezclado.

Se tomó para estudiar el proceso de mezclado del hule V.W., el método de análisis de variancia.

Durante un tiempo, tres turnos seleccionados al azar de cada programa de mezclado del hule, fueron muestreados y las muestras se guardaron para referencia. El deseo fué estimar la variabilidad en el módulo de elasticidad del mezclado de turno y de un -- programa a otro de mezclado. 12 Batches de los programas se toman al azar y dos pruebas fueron efectuadas en las 36 muestras. Por supuesto para asegurar que las pruebas fueran independientes, las 72 determinaciones de módulo se realizaron en un orden al -- azar. Los resultados se indican a continuación:

Batch	Turno 1 OBSERVACIONES	Turno 2 OBSERVACIONES	Turno 3 OBSERVACIONES
1	58.2 - 58.4	60.2 - 60.0	57.1 - 57.3
2	57.5 - 58.6	63.0 - 62.6	57.0 - 57.0
3	60.3 - 59.8	61.0 - 61.0	59.8 - 59.4
4	58.0 - 58.6	62.0 - 62.3	58.6 - 57.7
5	59.2 - 60.0	60.5 - 61.2	59.8 - 59.6
6	57.0 - 57.0	59.2 - 59.3	60.5 - 61.0
7	59.5 - 59.2	60.1 - 60.4	61.3 - 60.8
8	55.3 - 54.8	58.3 - 58.2	59.2 - 59.8
9	57.4 - 58.0	59.4 - 59.3	60.4 - 59.6
10	59.6 - 60.0	57.8 - 59.7	59.2 - 59.0
11	63.0 - 62.7	66.0 - 66.3	58.3 - 59.4
12	61.0 - 60.8	64.0 - 64.2	62.3 - 63.0

Para simplificación aritmética restamos 50 de cada una de - las observaciones obteniéndose la tabla siguiente; para el análisis de datos:

Batch	Turno 1 Oservaciones	Total	Turno 2 Observaciones	Total	Turno 3 Observaciones	Total	Total por Batch
1	8.2 - 8.4	16.6	10.2 - 10.0	20.2	7.1 - 7.3	14.4	51.2
2	7.5 - 8.6	16.10	13.0 - 12.6	25.6	7.0 - 7.0	14.0	55.7
3	10.0 - 9.8	20.1	11.0 - 11.0	22.0	9.8 - 9.4	19.2	61.3
4	8.0 - 8.6	16.6	12.0 - 12.3	24.3	8.6 - 7.7	16.3	57.2
5	9.2 - 10.0	19.2	10.5 - 11.2	21.7	9.8 - 9.6	19.4	60.3
6	7.0 - 7.0	14.0	9.2 - 9.3	18.5	10.5 - 11.0	21.5	54.0
7	9.5 - 9.2	18.7	10.1 - 10.4	20.5	11.3 - 10.8	22.1	61.3
8	5.3 - 4.8	10.1	8.3 - 8.2	16.5	9.3 - 9.8	19.0	45.6
9	7.4 - 8.0	15.4	9.4 - 9.3	18.7	10.4 - 9.6	20.0	54.1
10	9.6 - 10.0	19.6	7.8 - 7.6	15.4	9.2 - 9.0	18.2	53.2
11	13.0 - 12.7	25.7	16.0 - 16.3	32.3	8.3 - 9.4	17.7	75.7
12	11.0 - 10.8	21.8	14.0 - 14.2	28.2	12.3 - 13.0	25.3	75.3

Número total de observaciones = 72   704.9

Las fórmulas que utilizamos para los cálculos para el análisis de variancia son:

Suma de cuadrados entre Batch $= q\,n \sum_{i=1}^{k} (\bar{X}i - \bar{X})^2$ 1

Suma de cuadrados entre turnos dentro de los Batch $= q \sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} (\bar{X}iJ - \bar{X}i)^2$ . . . .

Total entre turnos $= q \sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} (\bar{X}iJ - \bar{X})^2$

Siendo:

k = número Batches

n = Nº turnos

q = número de pruebas

Las fuentes de variación son:

Entre Batches $= \sigma_0^2 + q\,\sigma_1^2 + nq\,\sigma_2^2$

Entre turnos dentro de Batch $\sigma_0^2 + q\,\sigma_1^2$

Total entre turnos.

donde:

σ_0^2 = Variancia entre muestras o error analítico de experimentación

σ_1^2 = Variancia entre turnos

σ_2^2 = Variancia entre Batches

Con esta información es suficiente para estimar a σ_2^2. Para completar el análisis notamos que hay q pruebas en -

cada uno de los n k turnos y la variancia dentro de estas pruebas se estima directamente σ_o^2. La estimación es basada sobre nk (q-1) grados de libertad.

La tabla completa para el análisis de variancia puede quedar así:

Análisis de Variancia de datos Jerárquicos con tres fuentes de variación.

Fuente de Variacion	Suma de Cuadrados	Grados de libertad	Medio Cuadrado	Cantidad estimada por Medio Cuadrado
(1) Entre Batch	$qn\sum_{i=1}^{k}(\bar{X}i-\bar{X})^2$	k-1	$\dfrac{qn\sum_{i=1}^{k}(\bar{X}i-\bar{X})^2}{k-1}$	$\sigma_o^2 + q\sigma_1^2 + nq\,\sigma_2^2$
(2) Entre turnos dentro de Batches	$q\sum_{i=1}^{k}\sum_{J=1}^{n}(\bar{X}iJ-\bar{X}i)^2$	k(n-1)		$\sigma_o^2 + q\sigma_1^2$
(3) Total entre Turnos	$q\sum_{i=1}^{k}\sum_{J=1}^{n}(\bar{X}iJ-\bar{X})^2$	nk-1		
(4) Error analítico	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{J=1}^{n}\sum_{t=1}^{q}(XiJt-XiJ)^2$	nk(q-1)	Error analítico/grados de libertad	σ_o^2
(5) Total	$\sum_{i=1}^{k}\sum_{J=1}^{n}\sum_{t=1}^{q}(XiJt-\bar{X})^2$	nqk-1		

Para propósitos prácticos se tienen las siguientes expresiones y las cuales usaremos:

(1) $$qn \sum_{i=1}^{k} (\bar{X}i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{k} S_i^2/qn - S^2/qnk$$

donde:

Si = a la suma total de qn pruebas en el Batch i.

S = suma total de las qnk pruebas.

$\sum_{i=1}^{k} Si^2/qn$ es frecuentemente referida como la suma bruta de cuadrados entre mezclas y S^2/qnk la corrección por el gran medio.

(2) $$q \sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} (\bar{X}iJ - \bar{X}i)^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} SiJ^2/q - \sum_{i=1}^{k} Si^2/qn$$

donde SiJ = a la suma de las q observaciones para la J turnos en el Batch i

(3) $$q \sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} (\bar{X}iJ - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} SiJ^2/q - S^2/qnk$$

(4) $$\sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} \sum_{t=1}^{q} (XiJt - \bar{X}iJ)^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} \sum_{t=1}^{q} XiJt^2 - \sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} SiJ^2/q$$

donde:

$\sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} \sum_{t=1}^{q} XiJt^2$ es la real suma bruta de cuadrados de los qnk observaciones.

(5) $$\sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} \sum_{t=1}^{q} (XiJt - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{J=1}^{n} \sum_{t=1}^{q} XiJt^2 - S^2/qnk$$

Con estas cinco expresiones se pueden hacer los cálculos de la tabla de variancia pero podemos utilizar la 1, 3 y 5 y derivar la 2 y 4 por substracción.

Como podemos ver la expresión (4) nos da directamente a σ_0^2.

Por medio de comparación de medios cuadrados de 2 y 4 o sea la σ_1^2 es derivada de la diferencia de los medios cuadrados de 2 y 4 y σ_2^2 es derivada de la diferencia de los medios cuadrados (1) y (2).

Aplicando las fórmulas (5), (3) y (1) a los datos de nuestro problema tenemos:

$q = 2$

$n = 3$

$k = 12$

(5) $\text{Total} = 8.2^2 + 8.4^2 + \ldots\ldots\ldots + 12.3^2 + 13^2 = 7{,}239.44$

Suma total por Batch = $51.2 + 55.7 + \ldots\ldots + 75.7 + 75.3 = 704.9$

Número total de observaciones = 72

$$\text{Medio} = \frac{(704.9)^2}{72} = \frac{495000}{72} = 6850$$

Suma total corregida por el medio al cuadrado =

$7{,}239.44 - 6850 = 389.44$

(1) Suma de cuadrados entre los batches $= \dfrac{51.2^2 + 55.7^2 + \ldots\ldots + 75.7^2 + 75.3^2}{} = \dfrac{42376}{6} = 7062$

Suma corregida por el medio $= 7062 - 6850 = 212$

(3) Suma de cuadrados entre todos los batches $= \dfrac{16{,}6^2 + 16.10^2 + \ldots\ldots + 17.7^2 + 25.3^2}{2}$

$= \dfrac{14{,}419.75}{2} = 7{,}209.87$

Suma corregida por el medio $= 7209.87 - 6850 = 359.87$

Análisis de Variancia

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Medio Cuadrado	Cantidad estimada del Medio Cuadrado
Entre Batches	212	11	19.2	$\nabla_o^2 + 2\nabla_1^2 + 6\nabla_2^2$
Entre turnos dentro de Batches	147.87	24	6.12	$\nabla_o^2 + 2\nabla_1^2$
Dentro de turnos	29.57	36	0.83	∇_o^2
Total	389.44	71		

Las estimaciones de σ_0^2, σ_1^2 y σ_2^2 son obtenidas resolviendo las ecuaciones siguientes.

$$\sigma_0^2 + 2\sigma_1^2 + 6\sigma_2^2 \rightarrow 19.2$$

$$\sigma_0^2 + 2\sigma_1^2 \rightarrow 6.12$$

$$\sigma_0^2 \rightarrow 0.83$$

$\therefore$ Las estimaciones son:

$\sigma_2^2 \rightarrow 2.17$; $\sigma_2 \rightarrow 1.46$

$\sigma_1^2 \rightarrow 2.63$; $\sigma_1 \rightarrow 1.63$

$\sigma_0^2 \rightarrow 0.83$; $\sigma_0 \rightarrow 0.91$

de donde tenemos:

Las variabilidades estimadas:

Variancia entre Batches = $\sigma_2 \rightarrow 1.46$

Variancia entre turnos = $\sigma_1 \rightarrow 1.63$

Variancia de error de - Prueba = $\sigma_0 \rightarrow 0.91$.

Capitulo IV - Resultados

a).- Análisis

b).- Interpretación

Resultados:

a).- Análisis.

Observando los resultados encontramos que la variación de turno a turno es mayor.

Si hacemos uso de la hipótesis nula diciendo que la variación aparente entre batches es debido a la variancia entre turnos y el error de prueba, entonces el medio cuadrado 19.2 basado en 11 grados de libertad, debe ser comparado con el medio cuadrado 6.12 basado en 24 grados de libertad. La razón $F = \frac{19.2}{6.12} = 3.1$

Este valor leido en la tabla D (ver parte final) a los mismos grados de libertad es 2.22 a un nivel de significancia de 0.05 y 1.86 a un nivel de 0.10. A tales niveles encontramos suficiente evidencia para rechazar la hipótesis. Por lo tanto se puede concluir que la variación entre Batches no es debido a las variaciones entre turnos y el error de prueba.

Límites de Confiabilidad.

La ∇_0 está basada en 36 grados de libertad y los factores para el 95%, los límites obtenidos de la tabla H (parte final) para un $\alpha = 0.025$ son 0.81 y 1.30 de acuerdo a la fórmula;

$$L1\ (a)\ \sqrt{Mo} = 0.81 \times 0.83 = 0.81 \times 0.91 = 0.74$$
$$L2\ (a)\ \sqrt{Mo} = 1.30 \times 0.83 = 1.30 \times 0.91 = 1.18$$

Para calcular los límites de confiabilidad de $\nabla 1$, hacemos uso de la relación de $\frac{\nabla 1}{\nabla_0}$, para ello, requerimos las siguientes cantidades de la tabla H:

Datos para leer en la tabla:

α = nivel de significancia = 0.025

φ_1 = grados de libertad = 24

φ_0 = grados de libertad = 36

$$\therefore\ L1^2\ (\alpha, \varphi_0, \varphi_1) = L1^2\ (0.025, 24, 36) = 0.70^2$$

$$L_2^2\ (0.025,\ 24,\ 36) = 1.47^2$$

Los límites para σ_1 al 95% son:

$$\sqrt{(M_1 L_1 - Mo)\ q} = \sqrt{\frac{6.12 \times 049 - 083}{2}} = 1.03$$

Límite superior $= \sqrt{\frac{6.12 \times 1.47^2 - 0.83}{2}} = 2.48$

Para encontrar los límites de σ_2 utilizamos la relación $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$, de la tabla H.

$$L_1^2\ (0.025,\ 11,\ 24) = 0.625^2$$

$$L_2^2\ (0.025,\ 11,\ 24) = 1.785^2$$

Límite inferior $= \sqrt{(M_2 L_1 - M_1/N} = \sqrt{\frac{19.2 \times 0.39 - 6.12}{6}} = 0.47$

$N = qxn = 6$

Límite superior $= \sqrt{\frac{19.243.35 - 6.12}{6}} = 3.1$

b) <u>Interpretación</u>

Se puede asegurar que la variabilidad estimada de turno a turno $\sigma_1 = 1.63$, se encuentra con 95% de confiabilidad entre los límites : 1.03 y 2.48

La variabilidad estimada de batch a batch $\sigma_2 = 1.46$, se encuentra con 95% de confiabilidad entre los límites : 0.47 y 3.1.

CAPITULO V.-

B I B L I O G R A F I A

1.- Quality Control IV The Rubber Industry by Simon Collier and Eduard Reynolds.
Palmerton Publshing, Co. Inc.
New York - 1968

2.- Resumen del Primer Congreso Nacional sobre Control de Calidad Secretaría de Industria y Comercio.
México - 1971

3.- Manual de Producción.
L. P. Alford M. E. and John R. Bang M. E.
Editorial Uteha - 1969

4.- Apuntes del Curso para Supervisores Firestone, Centenario, S. A.
México - 1969

5.- The van derbilt Rubber Hand Book Edited by George Wlis Pear--
Publisher by R. T. Vanderbilt Company Inc.
New York - 1968

6.- Artículos Moldeados Industriales Neopreno y Hypalon
D. C. Thompson
E. I Duront Nemouns Co. Inc.
Elastomers Chemical Department.
Delaware E. U. A. - 1955

7.- Organic Chemistry
Louis F. Fieser, and Mary Fieser
Reynhold Publishing Corporation
New York. 1958

8.- Curso de Química Descriptiva Inorgánica y Orgánica

M. Bargalló

Editorial Marín, S.A. 1969

9.- Apuntes del Curso de Plastícos y Silicones

Maestro Julio Terán

U.N.A.M 1967

10.-Synthetic Rubber Facts

Firestone

Akron Ohio 1968

11.-Statistical Methods in Research and Production

Edited by Owen L. Davies 1961

12.-Theory and Problems of Statistics

by Murray R. Spiegel, Ph. D.

Schaums Publishing Company

New York 1961

13.-Control de Calidad Estadístico

por Eugene L. Grant

McGraw-Hill Book Company, Inc.

New York 1964

14.-A S T M Publications, Specifications for Goverment

Sintetic Rubbers 1968

15.-S A E 1970, Handbook Standard Information Recomended

Practices.

16.-Applied Statistics for Engineers

William Volk

McGraw-Hill Company, Inc.

New York 1958

17.- Resistencia de Materiales

por S. Timoshenko

Espada-Calpe, S.A.

Madrid 1957

18.- Guide to the use of ISO 2859

" Sampling Procedures and Tables for Inspection by Attributes"

Draft International ISO/Dis 3319.

19.- Tablas y Procedimientos de Muestreo para la Inspección por Atributos Norma D.G.N - R - 18 1968 S I C.

20.- Método de Prueba de Muestreo y Tablas para Inspección por Variables Norma D.G.N. R - 17. 1970

Secretaría de Industria y Comercio.

21.- Método de Prueba para Medir la Excentricidad del Labio en Retenes Tipo Labio-Radial. Norma D-33, 1973

Secretaría de Industria y Comercio.

22.- Phisical Testing of Rubbers

J.R Scott 1965

N.y Palmerton Publishing Co. Inc.