7
24

# Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES

CUAUTITLAN

## "APLICACION DE CONTROL AVANZADO EN UNA COLUMNA DE DESTILACION POR MEDIO DE UN SISTEMA DE CONTROL DISTRIBUIDO"

# T E S I S

PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P R E S E N T A N :


GARCIA ADABACHE ARMANDO (8137040-3)

SANCHEZ MONTES ISRAEL GERARDO (8119668-9)


Director de Tesis

ING. JORGE BUENDIA GOMEZ



Cuautitlán Izcalli, Méx. 1991

# CONTENIDO

# INTRODUCCION

En los ultimos años, el control de procesos petroquímicos ha adquirido una gran importancia. Para el caso de columnas de destilación, es de especial interés, la aplicación de técnicas de control debido principalmente a los siguientes puntos:

1.- Se requiere mantener la calidad de los productos dentro de cierto rango de especificaciones. Al tratar de conseguir cierta pureza en los productos de la columna, no se considera normalmente el consumo de energía, siendo éste factor importante, ya que un 40% de la energía consumida por una planta se emplea en la destilación [1].

2.- Las columnas son procesos sensibles a condiciones de operación tales como: variaciones en la temperatura o en la presión, impurezas en la mezcla, etc.. Por otro lado las capacidades molares hacen que las columnas sean procesos con tiempo de respuesta grandes, de una a tres horas generalmente [2].

El objetivo principal en el control de una columna de destilación es mantener la composiciones liquídas del flujo destilado (en el condensador) y de flujo residuo (en calderín) en sus valores nominales de operación.

En la práctica, el control de una columna de destilación se hace por medio de lazos locales de regulación. En realidad hay una gran variedad de combinaciones entre las variables de temperatura, presión, potencia de calentamiento, reflujo, flujo destilado y flujo residuo (variables de las cuales dependen las composiciones líquidas de salida), con las que se puede controlar las composiciones líquidas en el condensador y en el calderín. Sin embargo, el esquema más eficiente es el que utiliza la potencia de calentamiento (Qb), y el reflujo (Lo). [2, 3, 1]

Una técnica de control muy extendida consiste en mantener constantes la razón entre el reflujo y el flujo de alimentación (Lo/Lf), y la razón entre la potencia de calentamiento y el flujo de alimentación (Qb/Lf), por medio de controles retroalimentados. Al mantener constantes estas relaciones se regula el factor de separación, con lo cual se pueden mantener constantes las composiciones líquidas del destilado y del residuo. [1, 3]

Por otro lado el control convencional presenta varias desventajas, entre las cuales se puede mencionar:

- La calidad del control depende del operador.

- La influencia de la potencia de calentamiento (Qb) sobre lacomposición líquida del condensador y del reflujo (Lo) sobre la composición líquida del calderín no son tomados en cuenta, en muchos casos.

- El consumo de energía es poco eficiente.

- No existen criterios definidos para la eliminación de perturbaciones.

En contraste, el enfoque del control moderno se fundamenta en el hecho de mantener constantes las composiciones líquidas en el condensador y el calderín de la columna, aunque el flujo y la composición de la alimentación de la colúmna varien, aún si esta última composición no se conoce.

Para lograr ésto, se han desarrollado, en los últimos años, distintos métodos como el arreglo de ganancias relativo [4, 5], que utiliza un modelo linealizado de la columna de destilación binaria junto con la aproximación geométrica de Wonhan [6] para diseñar una ley de control lineal por retroalimentación del estado que rechaza las perturbaciones.

Por otro lado, se han logrado mejoras importantes del esquema de control para rechazo a perturbaciones (PRP) con la extensión no lineal de Gauthier [7], la cuál está basada en la aproximación geométrica no lineal de Isidori [8].

Por otro lado, el problema de observabilidad en sistemas dinámicos es uno de los más importantes en la teoría del control. Se puede decir de manera general que el problema consiste en identificar la cantidad precisa de información acerca del estado del sistema y que está contenida en la salida medida de esté. Esto es, si se quiere saber si el mapeo de salida $\underline{h}$: X--->Y es uno a uno, donde X e Y son los espacios del estado y de la salida del sistema respectivamente. En forma más precisa, dado el sistema:

$$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, \underline{u}), \qquad \underline{x}(0) = \underline{x}o$$

$$\underline{y}(t) = h(\underline{x}),$$

si existe una entrada tal que, se quiere saber si el estado xo puede o no puede ser determinado en forma única a partir de la salida, y(t), medida sobre cualquier intervalo $0 < t < t1$. Si es así, se dice que xo es un estado observable.

Se puede decir que los problemas más importantes relacionados con la observabilidad de sistemas dinámicos son los siguientes:

a) Encontrar un procedimiento matemático que pueda ser empleado para determinar aquellos estados que son observables.

b) Caracterización matemática de la estructura del conjunto de estados observables.

c) Hayar la conexión, si existe, entre conceptos de alcanzabilidad y observabilidad de procesos no lineales.

d) Influencias de las restricciones del proceso observado sobre la estructura de los estados observables.

Ya que se requiere de la retroalimentación total del estado para sistemas de control con retroalimentación estática de éste, como generalmente no se cuenta con todo el vector de estado disponible, se requiere entonces de la estimación de este vector o parte de él. Es por eso que es importante el poder observarlo o reconstruirlo.

En el caso lineal, la observabilidad y reconstructibilidad del estado puede ser encontrada fácilmente, mientras que el caso no lineal se introducen complicaciones matemáticas importantes, que requieren una gran cantidad de sofisticaciones matemáticas a resolver.

El problema es más fácil de resolver si se consideran procesos descritos por sistemas bilineales. Esto es, procesos descritos por la ecuación:

$$\dot{\underline{x}} = Ao\,\underline{x} + \sum_{i=1}^{p} ui\,Ai\,\underline{x} + B\,u$$

$$\underline{y} = C\,\underline{x}$$

donde ui es la iésima componente del vector u y Ao, . . . , Ap y B son matrices constantes. Muchos de los resultados importantes en teoría de sistemas lineales pueden aplicarse, con algunas modificaciones, a este caso.

Debido a ciertas propiedades de los observadores bilineales (estabilidad asintótica) que no existen en los observadores no lineales [43], se llevó a cabo en este trabajo el diseño y realización de un observador bilineal que es relativamente fácil de implementar atráves de Sistema de Control Distribuido (SCD).

El objetivo principal de este trabajo es el de obtener un diseño y realización de un observador asintótico estable, para sistemas bilineales. Este observador se utilizó para la estimación de un proceso de destilación binario. Para llevar a cabo esto se hicieron algunas extensiones a los resultados de trabajos realizados por algunos investigadores [9].

Para la obtención del objetivo arriba mencionado se utilizó la siguiente metodología:

a) Se obtuvo un modelo no lineal simple (MNLS) de orden reducido de una columna de destilación binaria, el cual fué identificado y validado para un conjunto de entradas dado.

b) Puesto que la estimación del estado aglomerado utilizando técnicas puramente no lineales requiere de un conjunto de herramientas matemáticas muy complicadas y que, por otro lado, no se puede construir un observador del estado que asegure ciertas propiedades (convergencia asintótica, por ejemplo) para el MNLS de la columna al usar esas técnicas, se construyo un observador asintótico del estado a partir de un modelo bilineal simple (MBLS) de la columna. Este MBLS es también de orden reducido y se comporta como el MNLS en una amplia región de funcionamiento.

c) Finalmente, para probar el desempeño del observador asintótico obtenido, esté fué introducido en un esquema de control por retroalimentación de estado.

Cabe mencionar que no se realizo la aplicación del esquema de control a un modelo más complicado para observar el desempeño del esquema. Sin embargo, el hecho de suponer un modelo simple de orden reducido debe influír en dicho desempeño.

La presente memoria describe el trabajo realizado y esta organizado como sigue:

En el Capítulo I se describe brevemente el proceso de destilación binario, presentándose un MNLS de la columna. El modelo es identificado y validado para un conjunto de entradas y alrededor de un punto de operación dado.

Se incluye, también, un análisis de controlabilidad y observabilidad sobre el MNLS.

En el Capítulo II se presenta el concepto de observabilidad para sistemas dinámicos junto con algunos resultados sobre observabilidad de sistemas no lineales.

También se muestra, como hecho importante, el problema de singularidad en la síntesis de observadores para sistemas no lineales (SNL).

En el Capítulo III se diseña un observador bilineal asintótico estable para estimar un estado aglomerado (sin sentido físico) del MNLS, pero necesario para poder aplicar el esquema de control propuesto.

Para poder diseñar el observador asintótico se hace necesario la bilinealización del MNLS alrededor del mismo punto de operación en que éste fué identificado.

En el Capítulo IV se describe una ley de control para rechazo a perturbaciones en el sistemas no lineales. Esta ley es aplicada a la columna de destilación binaria utilizando el observador asintótico obtenido en el Capítulo III. Esto se hace con el fin de verificar el desempeño del observador obtenido.

Por último se presentan algunas conclusiones y perpectivas de implementación del presente trabajo.

# CAPITULO I

## DESCRIPCION DE LA COLUMNA DE DESTILACION BINARIA

En este Capítulo se describe el proceso de destilación binaria, así como las hipótesis que permiten obtener las ecuaciones que describen el comportamiento dinámico de la columna de destilación.

Se presenta también un modelo no lineal simple, (MNLS), de dimensión reducida y se realiza la identificación y validación de ese modelo para un conjunto de entradas, mostrando en simulación que el modelo aproxima de manera adecuada al proceso de destilación.

Se realiza sobre el modelo no lineal simple un análisis de controlabilidad y observabilidad local que permite la realización y formalización de ciertos esquemas de control y observación que serán usados más adelante.

El Capítulo está organizado como sigue:

En la sección 1.1 se describe el proceso de destilación y un modelo de conocimiento del proceso. En la sección 1.2 se presenta un modelo no lineal simple de la columna, el cual es identificado y validado. Para este modelo no lineal simple se realiza el análisis de controlabilidad y observabilidad mencionados arriba y, finalmente, se incluyen algunos comentarios relacionados con el modelo obtenido.

## I.1 Modelo de Conocimiento de la Columna.

El proceso de destilación es aquel proceso utilizado para separar compuestos o mezclas de compuestos utilizando las diferencias entre sus volatilidades o sus presiones de vapor. La separación puede ser completa o incompleta, obteniéndose un aumento de la concentración relativa de los componentes en el destilado o en el líquido residual con respecto a sus concentraciones relativas en la mezcla original.

Los procesos de destilación pueden ser clasificados de acuerdo con el número de componentes en la mezcla original como binarios, multicomponentes y complejos. Pueden ser clasificados también de acuerdo al tipo de separación como procesos de equilibrio ráfaga y procesos diferenciales o fraccionantes [17].

La destilación como técnica de separación es relativamente barata y cuenta con amplio campo de aplicación. Entre sus usos se pueden citar, por ejemplo: la separación de una mezcla multicomponente en dos partes o la eliminación de una impureza en un producto.

Los procesos de destilación están constituidos por un conjunto de separación que, en el caso de una columna de destilación, están unidas entre si formando una cadena de platos. En cada uno de los platos se llevan a cabo fenómenos fisicoquímicos básicos como son el equilibrio termodinámico líquido y el intercambio de energía calorífica [18, 19].

Puesto que las caracteristicas del proceso son de interés en lo que sigue, es deseable conocer su comportamiento físico, pero a causa de las restricciones de operación de estos procesos se hace imposible efectuar un análisis amplio de su comportamiento. Esto hace necesario establecer un modelo matemático que describa lo más aproximadamente posible las propiedades del proceso.

El modelo de conocimiento obtenido en [20] es capaz de reproducir el comportamiento físico de una columna de destilación binaria en una región de funcionamiento relativamente grande. Enseguida se presentará una breve descripción del proceso así como la metodología básica planteada en [20] para la obtención del modelo que se adoptará para el resto de esta sección, se puede encontrar en el Apéndice 1.

En la Fig. 1 del Apéndice 1 se muestra en forma esquemática la columna de destilación. En la parte superior se encuentra el condensador, que se considera ideal, y que recibe el flujo de vapor del plato superior. Una parte de la fase líquida, producto de la condensación, es introducida de nuevo a la columna, por gravedad o por medio de una bomba (reflujo).

También, se tiene una serie de platos (zonas de rectificación y de agotamiento), más uno de alimentación, por donde el flujo de alimentación (Lf) es introducido. En cada plato entra un flujo líquido descendiente y uno de vapor ascendente, llevándose a cabo una transferencia de masa y de energía, debido a la diferencia de entalpias entre el flujo de vapor y el flujo líquido, generandose así, distintos puntos de equilibrio termodinámico.

En la parte inferior se encuentra el calderín, en el cual se genera un flujo ascendente de vapor que fluye a lo largo de toda la columna. El producto obtenido es, por un lado el flujo líquido destilado y por otro, el flujo líquido extraído del calentador (residuo).

Las hipótesis que se introducen para obtener las ecuaciones que describen el comportamiento dinámico de la columna de destilación son las siguientes [20]:

1. Se considera que en cada plato la transferencia de materia entre las fases líquida y vapor se produce instantaneamente.

2. La dinámica de los procesos termodinámicos y de transporte de masa son mucho mayor que la de los procesos hidrodinámicos.

3. Se considera nula la acumulación de materia bajo la forma de vapor, debido a la baja densidad del gas en comparación a la del líquido.

4. En el calderín, un regulador mantiene el nivel constante.

5. Todos los flujos de entrada y de salida de la columna se encuentran en estado liquido. Además el flujo de alimentación está a su temperatura de ebullición.

6. El condensador es total y además, el liquido que entra está a una temperatura inferior de la de ebullición.

7. La presión en cada plato es constante.

Estas hipótesis son introducidas debido a la complejidad del proceso y permiten una simplificación en la obtención del modelo.

El modelo no lineal está formado por dos sistemas de ecuaciones: uno para el cálculo de los flujos líquido-vapor, y describen la dinámica de las concentraciones líquida y vapor a lo largo de la columna [20, 21, 22]. En [20] se pueden encontrar estos dos sistemas de ecuaciones así como los métodos numéricos utilizados para su solución.

Como el objetivo usual en la destilación es mantener la calidad de los productos dentro de cierto rango de especificaciones, ésto involucra un consumo de energía alto, que no es considerado normalmente [1]. Además, como el proceso es sensible a cambios en las condiciones de operación y con tiempos de respuesta grandes, ésto motiva el control de este tipo de procesos.

Ahora bien, puesto que el modelo riguroso de una columna de destilación usual en la industria es bastante complicado (aproximadamente de 500 ecuaciones algebro-diferenciales a resolver), ésto lo deja fuera de cuestión para propósitos de estimación y control en línea. Finalmente, como el modelo obtenido en [20] resulta también complicado para el análisis y diseño de esquemas de control, en la siguiente sección se obtiene un modelo no lineal de dimensión reducida de una columna de destilación binaria, el cual es identificado y validado para un conjunto de entradas. Este modelo será el objeto de nuestro estudio.

## I.2 Un Modelo simplificado de la Columna Binaria.

En esta sección se obtiene un modelo no lineal de dimensión reducida (Modelo no Lineal Simple, MNLS) de una columna de destilación binaria, y se realiza la identificación y la validación de este modelo para un cierto conjunto de entradas. Se muestra que el comportamiento de este modelo aproxima de manera adecuada al del proceso de destilación, el cual está simulando digitalmente mediante el modelo analítico presentado.

Este modelo reducido de la columna posee una estructura adecuada para la aplicación de técnicas de control. La simplificación estructural es obtenida mediante la consideracion adicional de ciertas hipótesis que permiten modelar al proceso, al considerar que está formado unicamente de cuatro secciones. Los parámetros de este nuevo modelo son identificados usando como proceso al modelo analítico de la columna de destilación que separa una mezcla de agua-metanol obtenido en [20] y descrito brevemente en la sección I.1.

El modelo simplificado se supone que está formado de cuatro elementos: el condensador, el primer plato, el calderín y un elemento que aglomera los demás platos. Esta selección de elementos está basada en la idea de poder tener disponibles los valores de las concentraciones en la parte de arriba y de abajo de la columna, con fines de producción principalmente y para poder aplicar la ley de control descrita en el CapítuloIV, ya que en ella se requiere el valor de la concentración en el primer plato. En la figura I.1 se muestra el esquema del modelo reducido. El modelo se forma con las ecuaciones de balance material asociadas al proceso y con el modelo termodinámico de la mezcla binaria. Las suposiciones adicionales que se introducen son:

- La volatilidad relativa de la mezcla es constante y diferente en cada elemento

- Los flujos líquidos y de vapor son constantes en cada sección de la columna. La razón de flujo de vapor, V, está directamente relacionada con la energía suministrada al condensador, es decir:

$$V = Kb * Qb$$

donde Kb es el calor latente de vaporización.

Los simbolos usados ahora son los siguientes:

| | |
|---|---|
| j: | índice del elemento actual |
| f: | índice del elemento de alimentación |
| n: | número de elementos de la columna |
| xj, yj: | composición líquida y de vapor en j-ésimo elemento (fracción mol) |
| Mj: | coeficiente de equilibrio vapor-líquido en el j-ésimo elemento |
| Lo: | razón de flujo líquido (hasta antes del tercer elemento) (mol/seg) |
| V: | razón de flujo de vapor a través de la columna (mol/seg) |
| Lf: | razón de flujo líquido de alimentación (mol/seg) |

| | |
|---|---|
| $x_f$: | composición líquida de la alimentación (fracción mol) |
| $H_d, H, H_a, H_b$: | cantidad de líquido acumulado en el condensador, primer plato, elemento aglomerado y calderín respectivamente (mol) |
| $\alpha_j$: | volatilidad relativa de la mezcla en el j-ésimo elemento |

El modelo reducido en una representación de estado está entonces dado por

$$
\begin{aligned}
\dot{\underline{x}} &= g(\underline{x})\,\underline{u} \\
\underline{y} &= h(\underline{x}) \qquad\qquad (1.1)
\end{aligned}
$$

donde $\underline{x}$ está formado por la composición líquida en cada elemento del modelo reducido, y

$$
g(\underline{x}) = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} L_f \qquad & \qquad L_o \qquad & \qquad V \qquad & \qquad (L_f \cdot x_f) \end{array} \\ \left| \begin{array}{cccc}
0 & 0 & \dfrac{M_2\,x_2 - x_1}{H_d} & 0 \\[2ex]
0 & \dfrac{x_1 - x_2}{H} & \dfrac{M_3\,x_3 - M_2\,x_2}{H} & 0 \\[2ex]
\dfrac{-\,x_3}{H_a} & \dfrac{x_2 - x_3}{H_a} & \dfrac{M_4\,x_4 - M_3\,x_3}{H_a} & \dfrac{1}{H_a} \\[2ex]
\dfrac{x_3 - x_4}{H_b} & \dfrac{x_3 - x_4}{H_b} & \dfrac{x_4 - M_4\,x_4}{H_b} & 0
\end{array} \right| \end{array} , \qquad (1.2)
$$

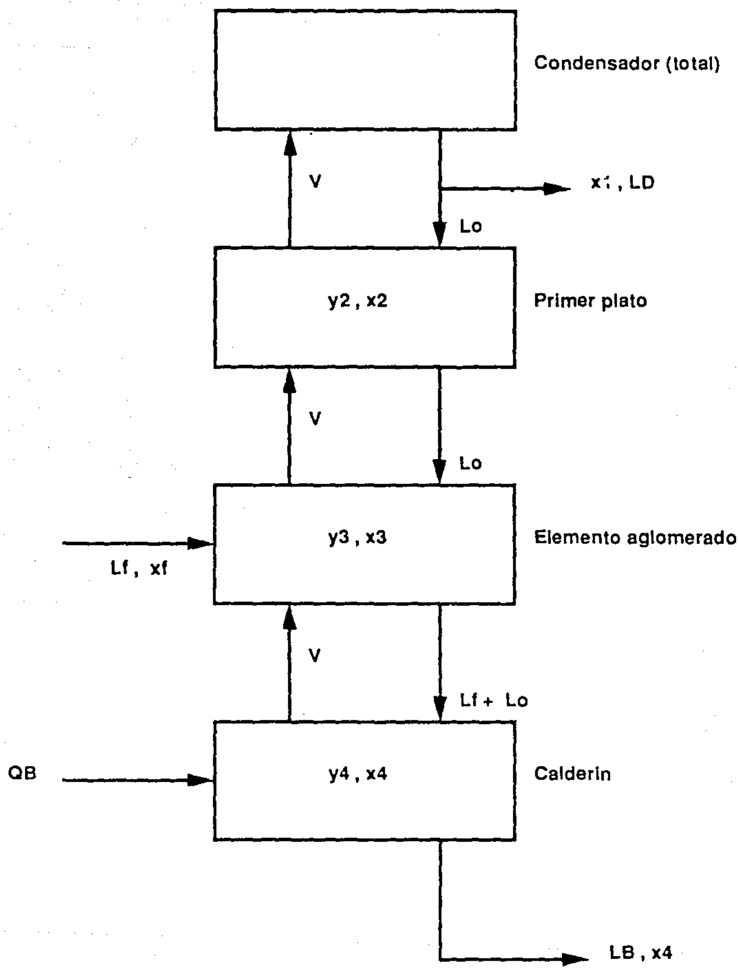



Figura I.1 Representación esquemática de la columna de destilación binaria.

$$\underline{h}(\underline{x}) = \begin{vmatrix} x1 \\ x4 \end{vmatrix}$$

El vector de entrada es

$$y = \begin{vmatrix} Lf \\ Lo \\ V \\ Lf * Xf \end{vmatrix}$$

con $$Mj = \frac{\alpha j}{1 + (\alpha j - 1)\, xj}$$ para $j = 2, 3, 4.$

El flujo de alimentación Lf viene generalmente de otra etapa de producción en un proceso petroquímico. En la práctica, no es posible hacer una medición en línea de xf. Sin embargo, Lf puede ser medido con un sensor de flujo adecuado.

El espacio de estado físico es el hipercubo abierto $C = (0,1)^4$. Se puede mostrar que el sistema (I.1) está siempre dentro de este dominio invariante para entradas positivas (que son las únicas físicamente significativas). Se puede mostrar tambien que [23]

$$x_{j-1} > x_j \qquad \text{para } j = 2, 3, 4.$$

y que en cada punto del dominio de accesibilidad se satisfacen estas relaciones en estado estacionario.

### I.2.1. Identificación del Modelo no Lineal Simple.

El proceso de identificación consistió en determinar el conjunto de parámetros involucrados en las ecuaciones diferenciales que describen el proceso (MNLS), de manera que correspondan al comportamiento de un proceso físico de acuerdo con algún criterio preestablecido. Para lograr la identificación de los parámetros se deben actuar sobre las entradas de tal manera que tanto los modos lentos como rápidos del sistema sean excitados.

El modelo dado por (I.1) y (I.2) se ajusta al comportamiento dinámico de un modelo analítico no lineal (Modelo no Lineal, MNL) en una amplia zona de operación del proceso utilizando un algoritmo de identificación heurístico.

Los parámetros del modelo simplificado de la columna son H, Ha, Hd, $\alpha 2$ ,$\alpha 3$ y $\alpha 4$. fueron identificados utilizando el algoritmo de Nelder Mead [24] definiendo el vector de parámetros como

$$\Theta = \begin{vmatrix} 1/H \\ 1/Ha \\ 1/Hb \\ 1/Hd \end{vmatrix} \quad , \text{(I.3)}$$

De esta manera (I.1) puede ser reescrita como

$$\dot{\underline{x}} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Theta 1 & -\Theta 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Theta 2 & -\Theta 2 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta 3 & -\Theta 3 \end{vmatrix} \underline{x}\ Lo + \begin{vmatrix} -\Theta 4 & \Theta 4\ M2 & 0 & 0 \\ 0 & -\Theta 1\ M2 & \Theta 1 M3 & 0 \\ 0 & 0 & -\Theta 2 M3 & \Theta 2 M4 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta(1-M4) \end{vmatrix} \underline{x}\ V$$

$$+ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Theta 2 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta 3 & -\Theta 3 \end{vmatrix} \underline{x}\ Lf + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \Theta 2 \\ 0 \end{vmatrix} xf\ Lf \quad ,$$

$$\underline{y} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \underline{x} \quad , \text{(I.4)}$$

La ecuación (I.4) describe el MNLS en función del vector de parámetros.

Uno de los métodos más flexibles para la identificación de sistemas es el modelo de referencia [25].

El criterio de minimización o función de costo escogida es tal que la "distancia" entre las salidas del proceso y del modelo, esto es, la diferencia entre la salida del proceso y el estimado del modelo se mínima. Entonces, el criterio a mínimizar fué

$$J(\Theta) = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^{N} < e'_k(\Theta), e_k(\Theta) > \qquad (I.5)$$

donde < . . . > es el producto punto de vectores y $e_k$ está dado por

$$e_k(\Theta) = \begin{vmatrix} y_{1k}(\Theta) - y_{1k} \\ y_{2k}(\Theta) - y_{2k} \end{vmatrix} ,$$

$y_{1k}$ e $y_{2k}$ son las salidas del proceso mientras que $y_{1k}(\Theta)$ e

$y_{2k}(\Theta)$ son las del MNLS ( composiciones líquidas en el condensador y el calderin respectivamente).

N es el número de mediciones tomadas en el horizonte de observación dado por $N \cdot \Delta t$, sinedo $\Delta t$ el período de integración.

Como entradas de identificación se utilizaron el reflujo Lo, y el flujo de alimentación Lf, ya que se ha demostrado [26] que dos entradas son suficientes para excitar tanto los modos lentos como los rápidos del proceso simulado (MNL).

Para la obtención de las trayectorias del modelo no lineal simple se utilizó un algoritmo de integración de Runge Kutta de cuarto orden.

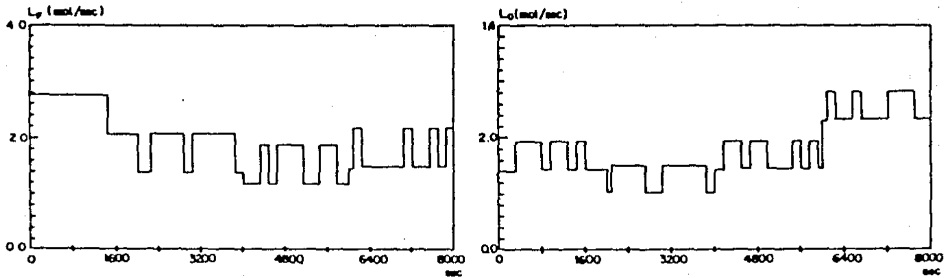
Para la identificación del vector de parámetros se utilizaron los siguientes cambios.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Lf (mol/seg): | 2.392 | 1.715 | 1.815 |
| Lo(mol/seg): | 0.583 | 0.440 | 0.405 |
| QB(cal/seg): | 10500 | 10500 | 10500 |

En las figuras I.2a y I.2b se muestran las entradas Lo y Lf, así como las salidas (concentraciones en el condensador y calderín) y la concentración en el primer plato del MNL y del MNLS.

Las propiedades de la alimentación y la condición inicial de operación están dadas en la tabla I.1. En la tabla I.2 se muestra el punto de equilibrio considerado para la identificación.

| TABLA I.1. Valor de la alimentación y de la condición inicial de operación para la identificación del MNLS | |
|---|---|
| Número total de elementos | n= 4 |
| Número del elemento de alimentación | f = 3 |
| Capacidad molar líquida inicial del condensador | Hd = 150 mol |
| Capacidad molar líquida inicial del primer plato | H = 60 mol |
| Capacidad molar líquida inicial del plato aglomerado | Ha = 60 mol |
| Capacidad molar líquida inicial del calderín | Hb = 850 mol |
| Volatilidad relativa del primer plato | $\alpha 2$ = 2.8913 |
| Volatilidad relativa del plato aglomerado | $\alpha 3$ =10.8868 |
| Volatilidad relativa del calderín | $\alpha 4$ = 5.5829 |
| Flujo de alimentaión en el punto de equilibrio | Lf = 1.815 mol/seg |
| Composición del flujo de alimentación en el punto de equilibrio | xf = 0.5 fracción mol |
| Flujo de vapor en el punto de equilibrio | V = 1.2146 mol/seg |
| Potencia de calentamiento consumida en el calderín en el punto de equilibrio | Qb = 10500 cal/seg |
| Constante que relaciona V y Qb | Kb = 0.000115679 mol/cal |
| Reflujo en el punto de equilibrio | Lo = 0.45 mol/seg |




Lf : 2.392 1.715 1.515 1.815

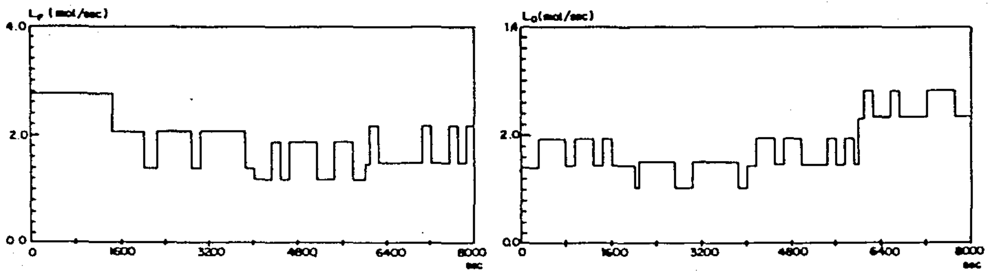
Lo : 0.583 0.440 0.592 0.405

Variación de ± 20 % en Lf y Lo

Cada muestra es de 20 segundos

400 muestras en total

Figura I.2a Entradas de identificación para el MNLS



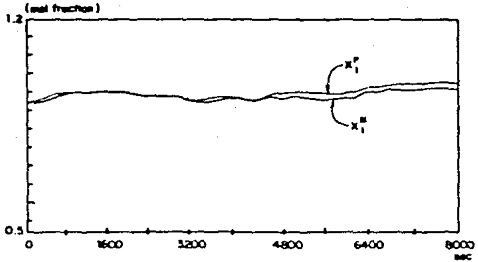

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Lf : | 2.392 | 1.715 | 1.515 | 1.815 |
| Lo : | 0.583 | 0.440 | 0.592 | 0.405 |

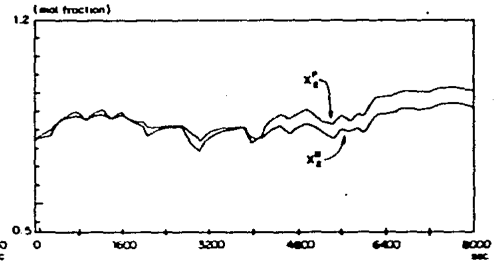
Variación de ± 20 % en Lf y Lo

Cada muestra es de 20 segundos

400 muestras en total

**Figura I.2a** **Entradas de identificación para el MNLS**




$x_1^P$ Composición líquida en el condensador del Proceso

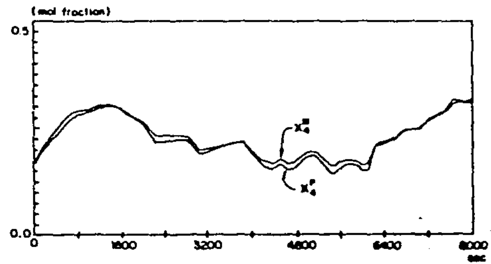
$x_2^P$ Composición líquida en el primer plato del Proceso

$x_4^P$ Composición líquida en el calderín del Proceso

$x_1^M$ Composición líquida en el condensador del Proceso

$x_2^M$ Composición líquida en el condensador del MNLS

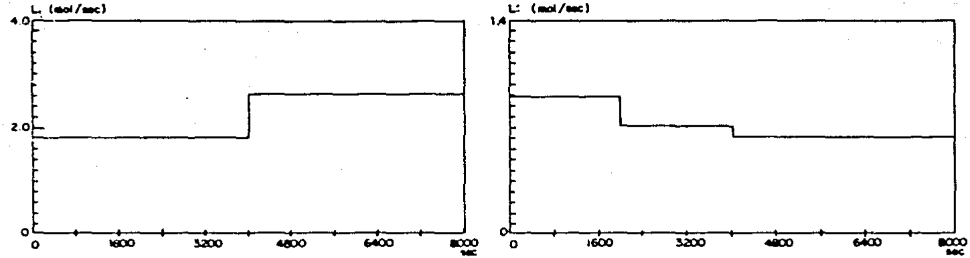
$x_4^M$ Composición líquida en el calderín del MNLS




Cada muestra es de 20 segundos

400 muestras en total

Figura I.2b Salida de identificación





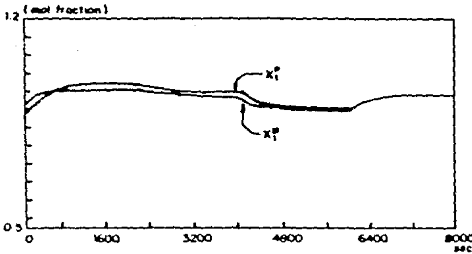
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Lf : | 1.815 | 1.815 | 2.630 | 2.630 |
| Lo : | 0.950 | 0.700 | 0.600 | 0.600 |
| Qb : | 10500 | 12600 | 14000 | 11000 |

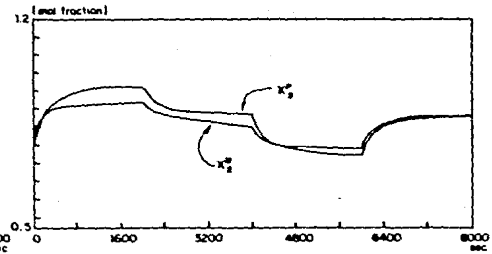
Variación de 0 % en Lf, Lo y Qb

Cada muestra es de 20 segundos

400 muestras en total

Figura I.3a Entradas de validación para el MNLS




$x_1^p$ Composición líquida en el condensador

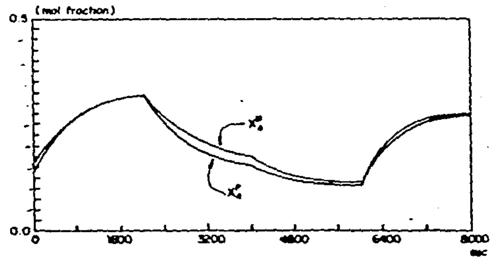
$x_2^p$ Composición líquida en el primer plato del Proceso

$x_4^p$ Composición líquida en el calderín del Proceso

$x_1^M$ Composición líquida en el condensador del Proceso

$x_2^M$ Composición líquida en el condensador del MNLS

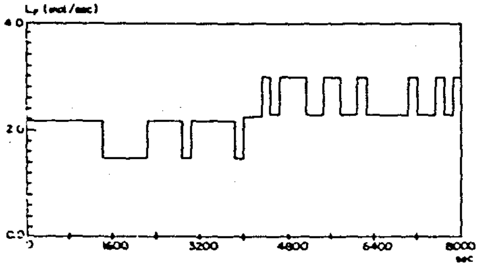
$x_4^M$ Composición líquida en el calderín del MNLS

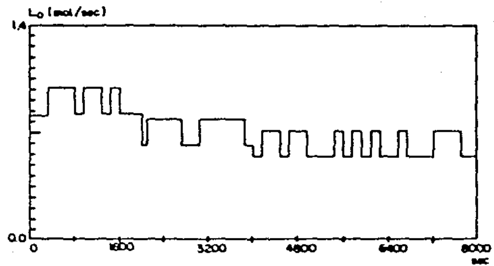


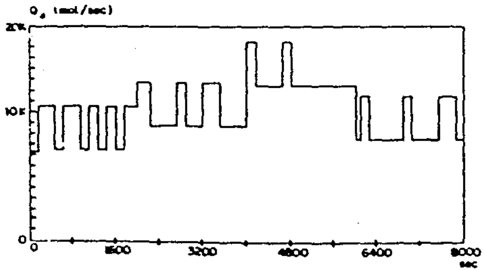

Cada muestra es de 20 segundos

400 muestras en total

Figura I.3b Salida de la validación



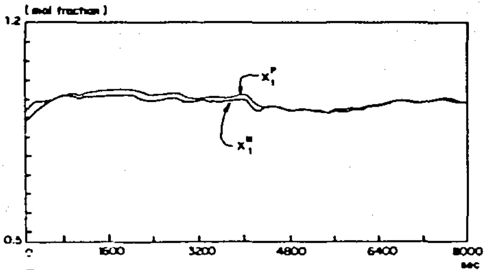

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Lf : | 1.815 | 1.815 | 2.630 | 2.630 |
| Lo : | 0.900 | 0.700 | 0.625 | 0.627 |
| Qb : | 10500 | 12700 | 16400 | 11460 |

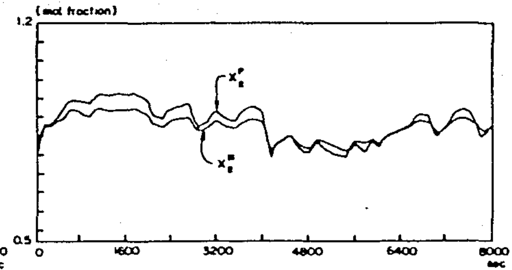
Variación de ± 20 % en Lf, Lo y Qb

Cada muestra es de 20 segundos

400 muestras en total

Figura 1.4a  Entradas de validación para el MNLS




$x_1^P$ Composición líquida en el condensador

$x_2^P$ Composición líquida en el primer plato del Proceso

$x_4^P$ Composición l´quida en el calderín del Proceso

$x_1^M$ Composición líquida en el condensador del Proceso

$x_2^M$ Composición líquida en el condensador del MNLS

$x_4^M$ Composición líquida en el calderín del MNLS

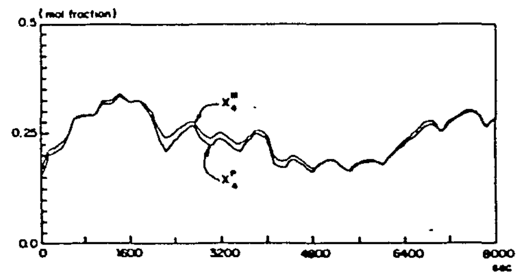



Figura I.4b Salida de la validación

Cada muestra es de 20 segundos.

400 muestras en total.

| TABLA I.2 Distribución de la composición líquida del MNLS en el punto de equilibrio. | |
|---|---|
| Elemento | Concentración (fracción mol) |
| x1 (condensador) | 0.92144525 |
| x2 (primer plato) | 0.80225360 |
| x3 (plato aglomerado) | 0.39638239 |
| x4 (calderín) | 0.19320077 |

Los valores de los parámetros identificados fueron los siguientes:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Hd | = | 66.67 | mol |
| H | = | 80.71 | mol |
| Ha | = | 62.79 | mol |
| Hb | = | 1101.81 | mol |

Los valores de $\alpha2$, $\alpha3$ y $\alpha4$ fueron calculados a partir de (I.1), tomando el punto de equilibrio de la tabla I.2, donde el valor de la concentración en el elemento aglomerado, x3, corresponde al valor de la concentración en el último plato del modelo no lineal obtenido en [20].

De (I.1) y en el punto de equilibrio

$$\dot{x}1 = \frac{M2\ x2 - x1}{Hd} V = 0 \qquad (I.5)$$

de donde $M2\, x2 = x1$, y como $M2 = \dfrac{\alpha 2}{1 + (\alpha 2 - 1)\, x2}$ se tiene

que

$$\alpha 2 = 2.891305592$$

También de (I.1) se tienen las expresiones siguientes en el mismo punto de equilibrio:

$$\dot{x}2 = \frac{x1 - x2}{H} Lo + \frac{M3\, x3 - M2\, x2}{H} V = 0$$

$$\dot{x}3 = -\frac{x3}{Ha} Lf + \frac{x2 - x3}{Ha} Lo + \frac{M4\, x4 - M3\, x3}{Ha} V + \frac{Lf\, xf}{Ha} = 0$$

(I.6)

$$\dot{x}4 = \frac{x3 - x4}{Hb} Lf + \frac{x3 - x4}{Hb} Lo + \frac{x4 - M4\, x4}{Hb} V = 0$$

Utilizando para Lf, Lo y xf los valores de la tabla I.1 se obtiene la solución siguiente para las ecuaciones dadas por (II.6)

$$V = 1.2146341155$$

$\alpha 3$ = 10.88675022

$\alpha 4$ = 5.582909805

En esta solución puede observarse que el valor de V coincide con el calculado por la expresión V= Kb * Qb y se encuentra en la tabla (I.1)

Finalmente, una vez estimados los párametros, se hizo necesario verificar que el modelo identificado se comportara satisfactoriamente para otro conjunto de entradas. Enseguida, se dan algunas definiciones necesarias para la comprensión del teorema de controlabilidad local débil desarrollado en [13]. Los conceptos definidos pueden encontrarse con más detalle en [27].

Considérandose sistemas no lineales de la forma:

$$\Sigma : \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= f(\underline{x}, \underline{y}) \\ \underline{y} &= g(\underline{x}) \end{aligned} \qquad (I.7)$$

donde $\underline{u} \varepsilon \Omega \subset R^{1}$ ; $\underline{x} \varepsilon$ M; $\underline{y} \varepsilon R^{n}$ ; f, g son funciones $C^{\alpha}$. M es una variedad $C^{\alpha}$ de dimensión m.

Sea U un subconjunto de M, x1 es U-accesible de x0 (x1 $A_{U}$

xo) si existe un control medible y acotado [u(t), (to, t1)] satisfaciendo u(t) para $t \in (to, t1)$ tal que la solución correspondiente [x(t), (to, t1)] de la ecuación diferencial (I.7) satisface $x(to) = xo$, $x(t1) = x1$ y $x(t) \in U$ para toda $t \in (to, t1)$.

Sea entonces, $A_U(\underline{x})$ el conjunto de puntos U-accesibles desde $\underline{x}$.

Se dice que $\Sigma$ es local, débilmente controlable si y sólo si para cada $\underline{x} \in M$ y cada vecindad U de $\underline{x}$, el interior de $A_U(\underline{x})$ es diferente de $\Phi$.

Se define también como $F^o$ el subconjunto de todos los campos vectoriales $fi(\underline{x}, ui) \in X(M)$ generados por cada control constante $ui \in \Omega$, donde X(M) es el conjunto de todos los campos vectoriales $C^\alpha$ sobre M.

F es la subálgebra más pequeña de X(M) que contiene a $F^o$ bajo la operación paréntesis de Lie (ver apéndice 3).

F(x) es el espacio de vectores tangentes generados por los campos vectoriales de F en $\underline{x} \in M$.

Se dice que el sistema $\Sigma$ definido por (I.7) satisface la condición de rango de controlabilidad en $\underline{x}o$ $A_U(\underline{x}o)$ si la dimensión de $F(\underline{x}o)$ es m. El sistema $\Sigma$ satisface la condición de rango de controlabilidad, si lo anterior se cumple para cada $\underline{x} \in M$.

Estas definiciones permiten enunciar el siguiente teorema:

<u>Teorema I.1.</u> (10).

El sistema $\Sigma$ es localmente débil controlable en $\underline{x}o$ si y sólo si satisface la condición de rango de controlabilidad en $\underline{x}o$. $\Sigma$ es localmente débilmente controlable si y sólo si la condición de rango se satisface para cada $\underline{x} \in M$.

Para el sistema dado por (I.1) y (I.2), de la teoría expuesta se tiene que

$$F^{o} = (u1\ \underline{g}1\ (x) + \ldots + u4\ \underline{g}4\ (x) : u1, \ldots, u4 \in \Omega)$$

donde

$$\underline{g}1(\underline{x}) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Theta 2\ x3 \\ \Theta 3\ (x3 - x4) \end{vmatrix}, \quad \underline{g}2(\underline{x}) = \begin{vmatrix} 0 \\ \Theta 1\ (x1 - x2) \\ \Theta 2\ (x2 - x3) \\ \Theta 3\ (x3 - x4) \end{vmatrix},$$

$$\underline{g}3(\underline{x}) = \begin{vmatrix} \Theta 4\ (M2\ x2 - x1) \\ \Theta 1\ (M3\ x3 - M2\ x2) \\ \Theta 2\ (M4\ x4 - M3\ x3) \\ \Theta 3\ (x4 - M4\ x4) \end{vmatrix}, \text{ y } \quad \underline{g}4(\underline{x}) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \Theta 2 \\ 0 \end{vmatrix},$$

Y el álgebra de Lie correspondiente es generada por todos los campos

$$( \underline{g}i\ (x)\ ;\ i = 1, \ldots, 4 ).$$

Se puede ver también que

$$F(\underline{x}) = \text{Gen}\ ( \underline{g}i\ (x), ( \underline{g}i\ (x), \underline{g}j\ (x) )\ ;\ i, j = 1, 2, 3, 4 )$$

donde Gen indica que es un espacio generado por los campos vectoriales dados y ( . , . ) es la operación paréntesis de Lie (ver apéndice 3).

Tomando, los vectores $\underline{g}1$ ($\underline{x}$), $\underline{g}2$ ($\underline{x}$), ($\underline{g}2$ ($\underline{x}$), $\underline{g}3$ ($\underline{x}$)), $\underline{g}4$ ($\underline{x}$) y formando la matriz B = ($\underline{g}1$ ($\underline{x}$) $\underline{g}2$ ($\underline{x}$) ($\underline{g}2$ ($\underline{x}$), $\underline{g}3$ ($\underline{x}$)) $\underline{g}4$ ($\underline{x}$)). Todos los demás paréntesis de lie son cero o dependen linealmente de los tomados. Así, se encuentra que

$$\det B = \Theta 4\ \Theta 1\ \Theta 2\ \Theta 3\ (x1 - x2)^2\ (x3 - x4)^2\ M'2$$

donde

$$M'j = \frac{\alpha j + 1}{(1 + \alpha j\ x2)^2}, \qquad j = 2, 3, 4$$

Las condiciones que det B=0 es que al menos uno de los factores (x1 - x2), (x3 - x4), M'2 sea cero. Como x1 - x2, x3 - x4 y M'4 son distintos de cero, en general, la dimensión del espacio generado es igual a 4, y la condición del rango se satisface por lo que se puede decir que cualquier estado es el cubo abierto [0, 1] puede se alcanzado mediante la aplicación de entradas adecuadas. Luego el sistema es local y débilmente controlable.

### I.3.1 Observabilidad

El segundo estudio que se realizó sobre el MNLS obtenido en este capítulo es el de observabilidad. Se dice que un sistema es observable si se puede distinguir un estado $\underline{x}o$ de otro $\underline{x}1$ a partir de la observación de las salidas durante un tiempo finito. Para llevar cabo este estudio de observabilidad se utiliza el teorema de observabilidad local para sistemas no lineales descrito en el capítulo II.

Puesto que, en la ley de control que se expone en el capítulo IV se requiere que la diferencia a la cual se quiere llevar el valor de la concentración en el primer plato x2r, y el valor de la concentración del mismo plato, sea cero, se optó por redefinir el vector de salidas como $\underline{h}(\underline{x}) = (x1,\ x2,\ x4)^T$, suponiendo que se tiene disponible una medición de x2. Esta redefinición permite también resolver un problema de degeneracidad que presenta la ley de control usado cuando se aplica a procesos de destilación.

Para el modelo descrito por (I.1) y (I.2) se tiene ahora que:

$\underline{h}\ (\underline{x}) = (\ x1\ x2\ x3\ )^T$ con $h1\ (\underline{x}) = x1$ , $h2\ (\underline{x}) = x2$

y $h3\ (\underline{x}) = x4$

Además,

$$G\,(\underline{x})^{o} = (h1\,(\underline{x})\,,\ h2\,(\underline{x})\,,\ h3\,(\underline{x}))$$

El campo vectorial con respecto al cual se aplica la derivada de Lie para cada una de las funciones h1, h2 y h3 es

$$\underline{g}\,(\underline{x}\,,\underline{y}\,) = \begin{vmatrix} g1\,(\underline{x}\,,\underline{y}\,) \\ g2\,(\underline{x}\,,\underline{y}\,) \\ g3\,(\underline{x}\,,\underline{y}\,) \\ g4\,(\underline{x}\,,\underline{y}\,) \end{vmatrix}$$

con

$$g1\,(\underline{x}\,,\underline{y}\,) = -\ \Theta 4\ u3\ (x1 - M2\ x2)$$

$$g2\,(\underline{x}\,,\underline{y}\,) = \Theta 1\ u2\ (x1 - x2) + \Theta 1\ u3\ (M3\ x3 - M2\ x2)\ u4$$

$$g3\,(\underline{x}\,,\underline{y}\,) = -\ \Theta 2\ u2\ \ x3 + \Theta 2\ u2\ (x2 - x3) + \Theta 2\ u3\ (M4\ x4 - M3\ x3) + \Theta 2$$

$$g4\,(\underline{x}\,,\underline{y}\,) = \Theta 3\ u1\ \ (x3 - x4) + \Theta 3\ u2\ (x3 - x4) + \Theta 3\ u3\ \ (x4 - M4\ x4)$$

donde Θ1, Θ2, Θ3 y Θ4 son los parámetros identificados en la sección I.2.1.

Aplicando entonces la derivada de Lie a las funciones h1, h2 y h3 con respecto al campo vectorial $\underline{g}$ se tiene

$$L_{\underline{g}}(h1) = \frac{\delta h1}{\delta \underline{x}}(x)\ \underline{g}(\underline{x}, \underline{y}) = (\ 1\ 0\ 0\ 0\ )\ \underline{g}(\underline{x}, \underline{y}) = \underline{g}1\ (\underline{x}, \underline{y})$$

$$L_{\underline{g}}(h2) = \frac{\delta h2}{\delta \underline{x}}(x)\ \underline{g}(\underline{x}, \underline{y}) = (\ 0\ 1\ 0\ 0\ )\ \underline{g}(\underline{x}, \underline{y}) = \underline{g}2\ (\underline{x}, \underline{y})$$

$$L_{\underline{g}}(h3) = \frac{\delta h3}{\delta \underline{x}}(x)\ \underline{g}(\underline{x}, \underline{y}) = (\ 0\ 0\ 1\ 0\ )\ \underline{g}(\underline{x}, \underline{y}) = \underline{g}4\ (\underline{x}, \underline{y})$$

De donde

$$G(\underline{x}) = \mathrm{Gen}\ (\ h1(\underline{x}),\ h2(\underline{x}),\ h3(\underline{x}),\ L_g(h1)(\underline{x}),\ L_g(h2)(\underline{x}),\ L_g(h3)(\underline{x})\ )$$

Las demás derivadas de Lie son cero o dependen de las tomadas.

Y

$$dG\,(\underline{x}) = \mathrm{Gen}\,\big(\, dh1\,(\underline{x}),\ dh2\,(\underline{x}),\ dh3\,(\underline{x}),\ dL_g\,(h1)(\underline{x}),\ dL_g\,(h2)(\underline{x}),\ dL_g\,(h3)(\underline{x})\,\big)$$

$$dG^{o}\,(\underline{x}) = \left[\ \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}^{T} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}^{T} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}^{T}\ \right]$$

$$dG = \left[\ \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}^{T} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}^{T} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}^{T} \begin{vmatrix} -\Theta 4\ u3 \\ \Theta 4\ u3\ M'3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}^{T} \right.$$

$$\left.\begin{vmatrix} \Theta 1 \ u2 \\ -\Theta 1 \ (u2 - u3 \ M'2) \\ \Theta 1 \ u3 \ M'3 \\ 0 \end{vmatrix}^{T} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \Theta 3 \ u1 + \Theta 3 \ u2 \\ \Theta 3 \ (-u1 - u2 + u3 - u3 \ M'4) \end{vmatrix}^{T} \right]$$

Se forma entonces la matriz $B^o$ siguiente a partir de las columnas de dG

$$B^o = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\Theta 4 \ u3 & \Theta 4 \ u3 \ M'2 & 0 & 0 \\ \Theta 1 \ u2 & -\Theta 1 \ (u2 + u3 \ M'2) & \Theta 1 \ u3 \ M'3 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta 3 \ (u1 + u2) & \Theta 3 \ (-u1-u2+u3-u3M' \end{vmatrix}$$

Puesto que se requiere que el determinante de $B^o$ sea diferente de cero, se toman 4 filas linealmente independientes entre ellas. Esto ocurre por ejemplo, con la primera, segunda, tercera y sexta filas. Entonces,

$$\text{Det } \overset{o}{B} = -\Theta 3\ (u1 + u2)$$

que es igual a cero si $\Theta 3$ ó (u1 + u2) son cero. Como ninguno de estos elementos es cero para casos prácticos se puede decir que el sistema es local y débilmente observable.

## Comentarios

En este capítulo se obtuvo un modelo no lineal simple (MNLS) que fué identificado y validado para un cierto conjunto de entradas. De las gráficas de identificación y de validación (figuras I.2b, I.3b y I.4b) se observa que las curvas dinámicas del MNLS se aproximan bien a las correspondientes del MNL, con lo cual se puede decir que el MNLS aproxima de manera adecuada al proceso de destilación en una zona de validez amplia, alrededor del punto de operación.

El análisis de controlabilidad y observabilidad permite obtener la realización de esquemas de observación y control, localmente, como se verá en capítulos posteriores.

Finalmente, como la realización obtenida (MNLS) es localmente controlable y observable, entonces es mínima, y por tanto, bajo las suposiciones adicionales dadas, el comportamiento de este modelo es una aproximación adecuada del proceso real.

# CAPITULO II

## OBSERVABILIDAD DE SISTEMAS DINAMICOS

En este capítulo se presenta el concepto de observabilidad en sistemas dinámicos. Se dan, en particular, un conjunto de definiciones y resultados para sistemas no lineales, y que serán aplicados a un modelo no lineal simple de una columna de destilación binaria.

Se discute además la importancia de los observadores asintóticos para sistemas bilineales junto con sus características que presenta su síntesis.

### II.1 Concepto de observabilidad.

En esta sección se presenta el concepto de observabilidad para sistemas dinámicos. Junto con algunos resultados sobre la observabilidad en sistemas no lineales y que están basados en el trabajo realizado por Hermann y Krener [10]. Los resultados fueron aplicados a un modelo no lineal simple de orden reducido (Capítulo II) y a otro modelo bilineal obtenido del anterior (Capítulo III). A partir de este último fue diseñado un observador asintótico (Capítulo III).

En esta sección se consideran sistemas no lineales de la forma

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, \underline{u}) \\ \underline{y} = g(\underline{x}) \end{cases} \qquad (II,1)$$

donde $\underline{u} \in \Omega$, un subconjunto de $R^1$, $\underline{x} \in M$, $y \in R^\alpha$, $\underline{f}$ y $\underline{g}$ son funciones $C^\alpha$. M es una variedad $C^\alpha$ de dimensión m.

Se dice que un sistema es observable si se puede distinguir un estado $\underline{x}o$ de otro $\underline{x}1$ a partir de la observación de las salidas durante un tiempo finito. Es necesario introducir el concepto de indistinguibilidad de estados. se dice que dos estados $\underline{x}o$ y $\underline{x}1$ de un sistema con indistinguibles ($\underline{x}o$ I $\underline{x}1$) si dos pares ($\Sigma$, $\underline{x}o$) y ($\Sigma$, $\underline{x}1$) realizan el mismo mapeo entrada-salida; es decir, para toda entrada admisible $[\underline{u}(t), (to,tl)]$

$$\Sigma\ \underline{x}o : [\underline{u}(t)\ ,\ (to,t1)] = \Sigma\ \underline{x}1 : [\underline{u}(t)\ ,\ (to,t1)]$$

Se tiene por lo tanto, la siguiente definición general de observabilidad del sistema [10]:

Sea I ($\underline{x}o$) una clase de equivalencia de $\underline{x}o$. $\Sigma$ es observable en $\underline{x}o$ si I ($\underline{x}o$) = ($\underline{x}o$) y $\Sigma$ es observable si I ($\underline{x}$) = ($\underline{x}$) para toda $\underline{x} \in$ M.

Nótese que este concepto de observabilidad es global, por lo que resulta útil definir un concepto de carácter local que, a la vez, es más fuerte que el anterior.

Sea U un subconjunto de M, $\underline{x}o$ y $\underline{x}1 \in$ U. Se dice que $\underline{x}o$ es U-indistinguible de $\underline{x}1$ ($\underline{x}o \, I_U \, \underline{x}1$) si para todo control [$\underline{u}$(t) , (to , t1)] cuyas trayectorias [$\underline{x}o$ (t) , (to , t1)] y [$\underline{x}1$ (t) , (to , t1)], a partir de $\underline{x}o$ y $\underline{x}1$ respectivamente, están contenidas en U, no es posible distinguir ambos estados.

En la práctica, generalmente no se necesita distinguir $\underline{x}o$ mas que de puntos contenidos en una vecindad de $\underline{x}o$. Se dice entonces que $\Sigma$ es localmente observable en $\underline{x}o$ si existe una vecindad abierta U de $\underline{x}o$ tal que para cada vecindad abierta de V de $\underline{x}o$ contenida en U, $I_V$ ($\underline{x}o$) = ($\underline{x}o$). Se dice que $\Sigma$ es localmente débil observable si lo anterior cumple para toda $\underline{x} \in$ M.

Enseguida, se presentan otras definiciones que permiten establecer la condición de rango de observabilidad débil local para sistemas no lineales, y que finalmente permitirán enunciar el teorema de observabilidad débil local.

Sea $C^{\alpha}$ (M) el espacio vectorial real, de dimensión infinita, de todas las funciones reales escalares $C^{\alpha}$ con dominio en M y

$\alpha$

X(M) el conjunto de todos los campos vectoriales C sobre M.

Si $\underline{h} \in X(M)$ y $\underline{q} \in C^{\alpha}(M)$, entonces la derivada de Lie de $\underline{q}$ con respecto a $\underline{h}$ se define como

$$L_{\underline{h}}(q)(\underline{x}) = \frac{\delta \underline{q}}{\delta \underline{x}}(\underline{x})\, \underline{h}(\underline{x})$$

$$\frac{\delta q}{\delta \underline{x}} = \left( \frac{\delta q}{\delta \underline{x}1}, \ldots, \frac{\delta q}{\delta x m} \right), = dq$$

Sea $\overset{o}{G}$ el subconjunto de $C^{\alpha}(M)$ consistente de las funciones $\underline{q}1, \ldots, \underline{q}n$, (las componentes de $g(\underline{x})$ en la ecuación II.1 y que se escribe como

$$\overset{o}{G} = (\underline{q}1, \ldots, \underline{q}n)$$

Se define también a G como el subespacio lineal más pequeño de $C^{\alpha}(M)$ que contiene a $\overset{o}{G}$ y que es cerrado bajo la operación derivada de Lie, por elementos de F , donde F es el subconjunto de todos los campos vectoriales $\underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$ contenidos en X(M) generados por cada control constante $\underline{u} \varepsilon$ $\Omega$. Es decir

$$G = [\underline{q} \,\varepsilon\, C^{\alpha}(M) : \quad \underline{q} = L_{\underline{f}}(\underline{q})(\underline{x}) = (\delta \underline{q}/\delta \underline{x})(\underline{x})\, f(\underline{x}) \quad ,$$

$$f \,\varepsilon\, F^{o}, q \,\varepsilon\, G] \cup G^{o}$$

Se dice que el sistema dado por (II.1) satisface la condición de rango de observabilidad en $\underline{x}o$ si la dimensión de dG($\underline{x}o$) es m, donde dG($\underline{x}o$) es un conjunto dado por:

$$dG = (d\, q : q \,\varepsilon\, G)$$

Se dice que $\Sigma$ satisface la condición de rango de observabilidad si lo anterior se satisface para toda $\underline{x} \,\varepsilon$ M.

Estos conceptos permiten enunciar el siguiente teorema

<u>Teorema II.1</u> [10]

El sistema $\Sigma$ es local y débilmente observable en $\underline{x}o$ si y sólo si satisface la condición de rango de observabilidad en $\underline{x}o$. $\Sigma$

es local y débilmente observable si y sólo si la condición de rango de observabilidad se satisface para toda $\underline{x} \in M$.

## II.2 Síntesis de Observadores para Sistemas no Lineales.

Intuitivamente, el problema de observabilidad consiste en identificar la cantidad precisa de información acerca del estado del sistema y que está contenida en las mediciones de la salidad del sistema. En forma más precisa, dado el sistema

$$\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, \underline{u}) \quad , \quad \underline{x}(0) = \underline{x}o,$$

$$\underline{y}(t) = h(\underline{x}) \quad ,$$

y la entrada $\underline{u}$ (t), se quiere saber si el estado $\underline{x}o$ puede ó no determinarse de forma única, a partir de mediciones de la salida $\underline{y}$ (t) en cualquier intervalo $0 < t \leq \tau$.

La estructura no lineal de los procesos introduce complicaciones matemáticas en el problema de observabilidad. Uno de los problemas más importantes de la síntesis de observadores para sistemas no lineales esta relacionado con el hecho de que ciertas entradas u (t) hacen a un sistema, no observable.

Este tipo de entradas existen y son un problema permanente que debe tomarse en cuenta para la síntesis de observadores en sistemas no lineales. Constituyen además la singularidad de este problema de síntesis. Los sistemas lineales constituyen una clase de sistemas no representativa del problema, ya que en ese caso no existe la singularidad mencionada. Es decir, los sistemas lineales con observables independientemente de la entrada aplicada. Esta propiedad permite asegurar la existencia de observadores para sistemas lineales.

Exceptuando los observadores para sistemas lineales, existen básicamente cuatro tipos de observadores para sistemas no lineales. Enseguida se describen las características más importantes de cada uno de éstos así como el grado en que el problema de singularidad los afecta.

a) Observadores por inyección de salida. [15, 16]. La idea en este tipo de observadores consiste en referirse a un sistema lineal obtenido por inyección de la salida del sistema no lineal. En el Caso de no tener un sistema no lineal sin entradas, la idea a probado ser bastante buena. Para el caso de tener un sistema no lineal con entradas y que es linealizable por inyección de la salida, el problema de la singularidad descrito arriba, no existe. Se trata pues, de una aproximación que solamente permite tratar una clase particular de sistemas para la cual ese problema no aparece.

b) Observadores de Hsu. Estos observadores requieren, en cada tiempo t, el conocimento de la función de entrada u en un intervalo (t - s, t) [14], donde $0 \leq s < t$. Estos podrían ser llamados observadores de dimensión infinita.

c) <u>Observadores de Williamson.</u> [13] Estos observadores requieren en cada instante t, el conocimento de u (t) y sus derivadas.

d) <u>Observadores del tipo Hara-Furuta.</u> [9, 12] Este tipo de observadores, en cada tiempo t son operados por el valor de u (t) de la función de entrada en el mismo instante t.

Williamson caracteriza los sistemas bilineales que son observables, independientemente de las entradas y construye un observador para una sistema de ese tipo. De esta manera el problema de singularidad no aparece. En los observadores del tipo Hara-Furuta (tambien para sistemas bilineales) existen condiciones suficientes bajo las cuales existen observadores asintóticos. En ellas no se hace ninguna hipótesis explicita en relación al de singularidad. Por el contrario, si se analizan los teoremas (de [9], por ejemplo), se puede ver (con cierta dificultad) que todo sistema que satisface las hipótesis es naturalmente estable para malas entradas (entradas que hacen al sistema no observable). Esto explica porque se puede obtener un observador asintótico en este caso y, además, porque no se puede en este tipo de observador, fijar arbitrariamente la velocidad de convergencia.

## II.3 <u>Observadores Asintóticos para Sistemas Bilineales.</u>

La importancia de los observadores de estado asintóticos en la teoría de control por retroalimentación es conocida y en el caso de sistemas lineales, la teoria esta bien estudiada, al grado que a sido refinada en forma satisfactoria. Ultimamente, varios autores [11, 16], han propuesto observadores para sistemas no lineales (en particular, sistemas bilineales), esto es, sistemas definidos por

$$\dot{\underline{x}} = Ao\,\underline{x} + \sum_{i=1}^{p} Ai\,ui + B\underline{u}$$

$$\underline{y} = C\,\underline{x} \qquad \text{(II.2)}$$

donde $\underline{x}(t) \in R^{n}$, $\underline{y}(t) \in R^{p}$, $\underline{y}(t) \in R^{q}$ y Ao, A1, . . . , Ap $\in R^{nxn}$

$B \in R^{nxp}$ y $C \in R^{qxn}$.

En particular, en [12], se han considerado observadores con una estructura similar a la del sistema II.2, o sea

$$\dot{\underline{z}} = \left( Ao + \sum_{i=1}^{p} Ai\,ui\,(t) \right) \underline{z} + \left( Bo + \sum_{i=1}^{p} Bi\,ui\,(t) \right) \underline{y}\,(t) + J\,\underline{u}\,(t) \qquad \text{(II.2)}$$

$$\underline{w} = C\,z + D\,\underline{y}$$

El error de estimación del observador obtenido es independiente de las entradas y se asume que cumple con la siguiente condición asintótica sobre el error de estimación

$$\lim_{t \to \alpha} \frac{d^i}{dt^i} ( \underline{w} - K \underline{x} ) = 0 \qquad ( i = 0, 1 , 2, . . . , )$$

donde $\underline{x}$ es el estado del sistema (II.2) y K es una matriz constante.

Este observador tiene las siguientes propiedades importantes:

a) El Observador puede funcionar efectivamente bajo cualquier tipo de entradas.

b) El Observador puede ser diseñado para cualquier sistema regulador sin tomar en cuenta el efecto de las entradas.

En [9] se han considerado observadores con la misma estructura, pero donde el error de estimación puede depender de la entrada. Sin embargo, si se quiere que la norma del error de estimación converja a cero asintóticamente, se necesita cumplir la siguiente condición

$$\lim_{t \to \alpha} ( \underline{w} - K \underline{x} ) = 0$$

Los resultados obtenidos en [9] sólo son aplicables a sistemas dados por (II.2), pero sin el termino B u. En este trabajo se proporcionan extensiones de los resultados ahí obtenidos y se aplican para la síntesis de un observador bilineal asintótico de una columna de destilación binaria.

El espacio de observación asociado a un sistema bilineal esta, constituido de funciones lineales. En el caso no lineal general, éstas son funciones generales sobre el espacio de estado. Reconocer el estado en el caso general equivale entonces a resolver ecuaciones generales no lineales. Para un sistema bilineal, es un problema de álgebra lineal; por lo tanto, un problema más simple.

En resumen, se puede decir que los sistemas bilineales constituyen una clase interesante de sistemas para estudiar los problemas de observación porque:

a) El problema de singularidad (malas entradas) está presente.

b) Los aspectos de cálculo son más sencillos (lineales).

Comentarios

En este capitulo se han presentado algunos resultados sobre observabilidad de sistemas dinámicos, los cuales fueron empleados en el capitulo I para realizar un análisis de observabilidad junto con otro de controlabilidad del modelo no lineal simple (MNLS) de una columna de destilación binaria. Este análisis permitirá el diseño de un observador bilineal asintótico para el MNLS

# CAPITULO III

## EL OBSERVADOR BILINEAL ASINTOTICO PARA EL MODELO NO LINEAL SIMPLIFICADO DE LA COLUMNA

El modelo simple descrito en el capítulo I tiene un comportamiento dinámico muy cercano al modelo analítico de una columna de destilación binaria y, por otro lado, su estructura permite el diseño de estructuras de control y el uso de herramientas de análisis de una manera fácil y eficiente. En este capítulo se presenta, en primer lugar, un observador del estado cuyo error de estimación puede depender de la entrada, pero con una norma que converge a cero asintóticamente. El observador descrito es una extensión del reportado en [12] y [9] dándose aquí las condiciones de suficiencia que garantizan su existencia para sistemas bilineales (sección III.2). En la sección III.4 se presenta un modelo bilineal obtenido en base al modelo simplificado presentado en el capítulo I, así como un estimador bilineal asintótico diseñado y evaluado en simulación. La validación de la aproximación bilineal se realizó tomando al MNLS como proceso en la zona de validez de este último. Para efectos de comparación con el observador bilineal asintótico obtenido en la sección III.4 se obtuvo un observador lineal de Luenberger (sección III.3.2).

III.1 Un Modelo Bilineal.

Para obtener la aproximación bilineal se utiliza un desarrollo en series de Taylor del modelo dado por (I.1) alrededor de algún x manteniendo únicamente los términos de orden cero y uno, obteniendose

$$\dot{\underline{X}} = \sum_{i=1}^{m} ui\, \nabla\, \underline{gi}\, (\bar{\underline{x}})\, \underline{X} + \sum_{i=1}^{m} Ui\, \nabla\, \underline{gi}\, (\bar{\underline{x}}) + \sum_{i=1}^{m} Ui\, \underline{gi}\, (\bar{\underline{x}})$$

$$\underline{Y} = \nabla\, \underline{h}\, (\bar{\underline{x}})\, \underline{X} \qquad \text{(III.1)}$$

donde $\underline{X}$, $\underline{U}$ y $\underline{Y}$ corresponden a las desviaciones de $\underline{x}$, $\underline{u}$ y $\underline{y}$, respectivamente y $\nabla$ es el operador gradiente, definido por

$$\nabla(\,.\,) = \delta(\,.\,) / \delta \underline{x}$$

Esta última simplificación permite escribir finalmente las ecuaciones dinámicas del proceso de la forma siguiente

$$\Sigma p: \quad \begin{cases} \dot{\underline{X}} = Ao\,\underline{x} + \sum_{i=1}^{4} Ui\,Ai\,\underline{X} + B\underline{U} \\ \underline{Y} = C\,\underline{X} \end{cases} \qquad \text{(III.2)}$$

con:

$$Ao = \left| \begin{matrix} \Theta 4\ \bar{u}3 & \Theta 4\ d2\ \bar{u}3 & 0 & 0 \\ \Theta 1\ \bar{u}2 & -\Theta 1\ (\bar{u}2 + d2\ \bar{u}3) & \Theta 4\ d3\ \bar{u}3 & 0 \\ 0 & \Theta 2\ \bar{u}2 & -\Theta 2\ (\bar{u}1 + \bar{u}2 + d3\ \bar{u}3) & \Theta 2\ d4\ \bar{u}3 \\ 0 & 0 & \Theta 3\ (\bar{u}1 + \bar{u}2) & -\Theta 3\ (\bar{u}1 + \bar{u}2 + \bar{u}3(d \end{matrix} \right.$$

$$A1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Theta 2 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta 3 & -\Theta 3 \end{vmatrix}, \quad A2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Theta 1 & -\Theta 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Theta 2 & -\Theta 2 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta 3 & -\Theta 3 \end{vmatrix}$$

$$A3 = \begin{vmatrix} -\Theta 4 & \Theta 4\ d2 & 0 & 0 \\ 0 & -\Theta 1\ d2 & \Theta 1\ d3 & 0 \\ 0 & 0 & -\Theta 2\ d3 & \Theta 2\ d4 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta 3\ (1-d4) \end{vmatrix}, \quad A4 = 0 ,$$

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \Theta 4\ (c2-x1) & 0 \\ 0 & -\Theta 1\ (\bar{x}1-\bar{x}2) & \Theta 1\ (c3-c2) & 0 \\ -\Theta 2\ \bar{x}3 & \Theta 2\ (\bar{x}2-\bar{x}3) & \Theta 2\ (c4-c3) & \Theta 2 \\ \Theta 3\ (\bar{x}3-\bar{x}4) & \Theta 3\ (\bar{x}3-\bar{x}4) & \Theta 3\ (\bar{x}4-c4) & 0 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

donde $\Theta 1 = 1 / H$, $\Theta 2 = 1 / Ha$, $\Theta 3 = 1 / Hb$ y $\Theta 4 = 1 / Hd$ (parámetros identificados, véase el capítulo I). Y además,

$$c_j = - \frac{\alpha_j \bar{x}_j}{1 + (\alpha_j - 1)\bar{x}_j} \quad , \qquad d_j = \frac{\alpha_j}{(1 + (\alpha_j - 1)\bar{x}_j)^2}$$

Los valores numéricos de las matrices anteriores para el punto de operación tomado (el mismo para el cual fué identificado el MNLS) son:

$$A_o = \begin{vmatrix} -0.018 & 0.008 & 0 & 0 \\ 0.006 & -0.012 & 0.007 & 0 \\ 0 & 0.007 & -0.066 & 0.03 \\ 0 & 0 & 0.002 & -0.003 \end{vmatrix} ,$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.016 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & -0.001 \end{vmatrix} ,$$

$$A2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.012 & -0.012 & 0 & 0 \\ 0 & 0.016 & -0.016 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & -0.001 \end{vmatrix},$$

$$A3 = \begin{vmatrix} -0.015 & 0.007 & 0 & 0 \\ 0 & -0.006 & 0.006 & 0 \\ 0 & 0 & -0.007 & 0.025 \\ 0 & 0 & 0 & -0.001 \end{vmatrix}, \quad A4 = 0,$$

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.002 & -0.001 & 0 \\ -0.006 & 0.007 & -0.005 & 0.016 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

Este modelo bilineal fué validado con respecto al MNLS utilizando las secuencias de entrada mostradas en la figura

III.1, con variaciones de +/- 10 % en las entradas Lo y Qb, obteniéndose las gráficas de la figura III.2.

Ya que se construirá un estimador del estado basándose en el modelo bilineal dado por (III.2) se presenta enseguida el análisis de observabilidad de ese modelo. Para el análisis se utilizarán los resultados dados en [28].

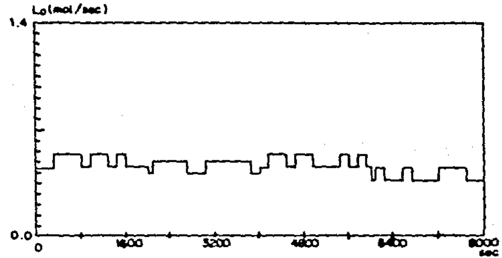
Si se define la matriz se observabilidad On como sigue:

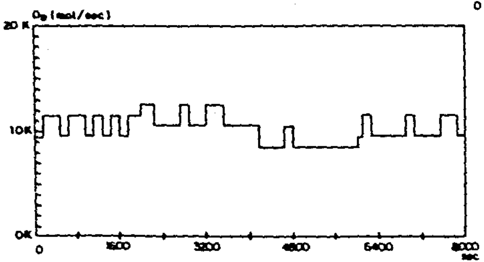
$$On = \begin{vmatrix} Q1 \\ \vdots \\ Qn \end{vmatrix} \quad \text{donde: } Q1 = C \ \text{ y } \quad Qi = \begin{vmatrix} Qi-1\,Ao \\ \vdots \\ Qi-1\,Am \end{vmatrix}$$

$$i = 2, 3, \ldots, n$$

Entonces, el sistema dado por (III.2) es observable localmente si y sólo si el rango de On es igual a n.

Para el modelo bilineal obtenido n = 4 y m = 4. Así que la matriz On queda como




Lo : 0.495  0.450  0.495  0.405

Qb : 10500  11550  9450  10500

Variación de +/- 10 % en Lo y Qb.

Cada muestra es de 20 segundos.

400 muestras en total.

Figura III.1 Entradas de validación para el modelo bilineal simple (MBS).

$x_1^B$ : Composición líquida en el condensador del MBS.
$x_2^B$ : Composición líquida en el primer plato del MBS.
$x_3^B$ : Composición líquida en el elemento aglomerado del MBS.
$x_4^B$ : Composición líquida en el calderín del MBS.
$x_3^M$ : Composición líquida en el elemento aglomerado del MNLS.

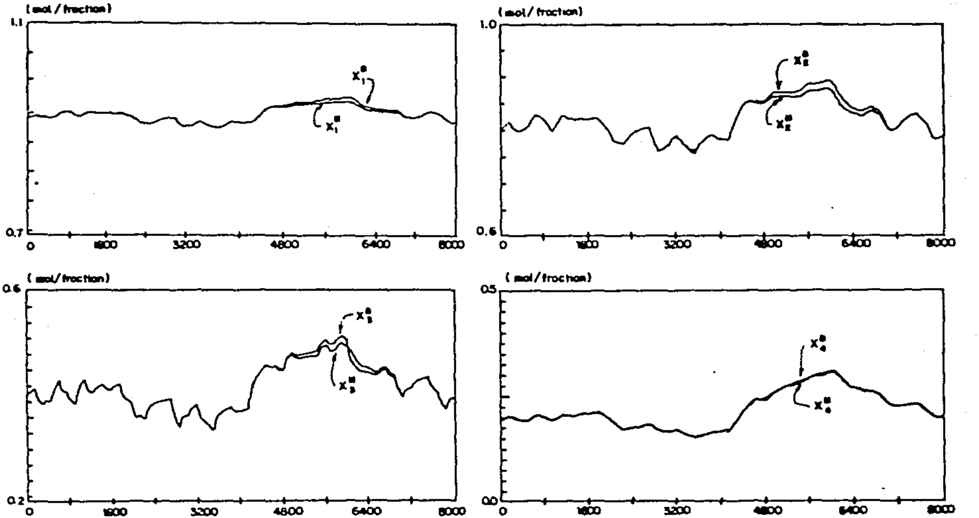



Figura III.2 Salidas de validación para el modelo bilineal simple (MBS).

Cada muestra es de 20 segundos.

400 muestras en total.

$$
On = \begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 \\
-\Theta 4\ \bar{U}3 & \Theta 4\ d2\ \bar{U}3 & 0 & 0 \\
\Theta 1\ \bar{U}2 & -\Theta 1\ (\bar{U}2+d2\ \bar{U}3) & \Theta 1\ d3\ \bar{U}3 & 0 \\
0 & 0 & \Theta 3\ (\bar{U}1+\bar{U}2) & -\Theta 3\ (\bar{U}1+\bar{U}2+\bar{U}3(d4-1)) \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \Theta 3 & -\Theta 3 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
\Theta 1 & -\Theta 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \Theta 3 & -\Theta 3 \\
-\Theta 4 & \Theta 4\ d2 & 0 & 0 \\
0 & -\Theta 1\ d2 & \Theta 1\ d3 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \Theta 3\ (1-d4) \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{vmatrix}
$$

donde los puntos indican más componentes de la matriz On.

Las demás filas de la matriz On no se escriben porque el tamaño de la matriz es de (468 * 4), y además porque con las filas tomadas es suficiente para verificar la observabilidad del modelo bilineal.

Puesto que se requiere que el determinante de On sea diferente de cero, se toman 4 filas que sean linealmente independientes entre ellas. Esto sucede por ejemplo, con las filas primera, segunda, tercera y novena con las que se tiene que el determinante formado con ellas es $\Theta 3 \neq 0$. Así que

$$\mathrm{Det}\,(On) = \Theta 3$$

La aproximación bilineal dada por (III.2) es entonces observable, se puede, por lo tanto proceder al diseño de un estimador del estado que se base en ese modelo bilineal.

## III.2. <u>Un Observador Asintótico.</u>

En aplicaciones donde se quiere realizar control por retroalimentación del estado es necesario disponer del valor completo del vector de estado. En cualquiera de los modelos de la columna descritos arriba, el primero, segundo y último estado (concentración líquida en el condensador, primer plato y calderín) se tienen disponibles. De esta forma, la concentración líquida en el plato aglomerado debe ser estimada.

Existen en la literatura varios procedimientos para diseñar observadores del estado completos o reducidos para sistemas bilineales [12, 9]. Los resultados más importantes que se muestran aquí son una extensión de los reportados en [9] ya que se consideran sistemas dados por (III.2), donde aparece el término $B\underline{u}$. En el apendice 2 se da la demostración de estos resultados. Estos resultados fueron aplicados al modelo bilineal de columna de destilación.

El sistema dinámico observador asociado al sistema bilineal (III.2) está dado por:

$$\dot{\underline{z}} = (\hat{A}_o + \sum_{i=1}^{m} u_i \hat{A}_i)\,\underline{z} + (\hat{B}_o + \sum_{i=1}^{m} u_i \hat{B}_i)\,\underline{y} + \hat{J}\,\underline{u}$$

$\Sigma o$ :

$$\underline{w} = \hat{C}\,\underline{z} + \hat{D}\,\underline{y} \qquad \text{(III.3)}$$

donde $\underline{z}$ y $\underline{w}$ son vectores de tamaños s y r respectivamente.

La existencia y construcción del observador dado por (III.3) está basada principalmente en los teoremas y definiciones siguientes:

Definición III.1

$$\text{Si} \quad \lim_{t \to \alpha} \left| \underline{w}(t) - K\,\underline{x}(t) \right| = 0 \tag{III.4}$$

$$\text{(i)} \quad \hat{A}_o \underline{U} + \hat{B}_o C - \underline{U} A_o = 0$$

$$\text{(ii)} \quad \hat{A}_i \underline{U} + \hat{B}_i C - \underline{U} A_i = 0, \qquad i = 1, \ldots, m$$

$$\text{(iii)} \quad P \hat{A}_o + \hat{A}_o^T P = -Q$$

$$\text{(iv)} \quad P \hat{A}_i + \hat{A}_i^T P = 0, \qquad i = 1, \ldots, m$$

$$\text{(v)} \quad \hat{C} U + \hat{D} C = K$$

$$\text{(vi)} \quad \hat{J} = U B$$

Se toma cualquier matriz D de tamaño (n - p)xn tal que

$$\text{rango}\,(T1) = \text{rango}\begin{vmatrix} C \\ D \end{vmatrix} = n$$

y se realiza un cambio de coordenadas por medio de T1:

$$T1 : \left| \begin{array}{l} \Sigma p \ \rightarrow \ \bar{\Sigma} p \\ (Ai, C, B) \ \rightarrow \ (\bar{A}i, \bar{C}, \bar{B}) \end{array} \right.$$

donde

$$\bar{A}i = T1\ Ai\ T1^{-1} = \begin{vmatrix} \bar{A}i11 & \bar{A}i12 \\ \bar{A}i21 & \bar{A}i22 \end{vmatrix}$$

$$\bar{C} = C\ T1^{-1} = (\ Ip\ :\ 0\ ) \qquad \text{(III.5)}$$

$$\bar{B} = T1\ B = \begin{vmatrix} \bar{B}1 \\ \bar{B}2 \end{vmatrix}$$

con Ip la matriz identidad de dimensión p * p

La matriz U que satisface

$$\text{rango} \begin{vmatrix} \bar{C} \\ U \end{vmatrix} = n$$

puede suponerse que sea $U = ( S : I_{n-p} )$. La existencia de un observador estable de orden mínimo se garantiza por medio del siguiente teorema.

Teorema III.2

Si para algunas matrices simétricas definidad positivas P y Q, exite la matriz S que satisfaga las condiciones siguientes:

$$P\,(S\bar{A}_{o12} + \bar{A}_{o22}) + (S\bar{A}_{o12} + \bar{A}_{o22})^T P = -Q \qquad \text{(III.6)}$$

$$P\,(S\bar{A}_{i12} + \bar{A}_{i22}) + (S\bar{A}_{i12} + \bar{A}_{i22})^T P = 0\,, \quad i = 1, \ldots, m$$

entonces existe el observador del estado estable de orden mínimo para $\bar{\Sigma}p$ (y, por lo tanto, para $\Sigma p$).

Si S es una matriz que satisface (III.6) se forma

$$T2 = \begin{vmatrix} Ip & 0 \\ S & In - p \end{vmatrix}$$

y se aplica otro cambio de coordenadas $\dot{\underline{x}} = T2\ \bar{\underline{x}}$

$$T2 : \left| \begin{array}{l} \Sigma p \to \dot{\Sigma} p \\ (Ai, C, B) \to (\dot{Ai}, \dot{C}, \dot{B}) \end{array} \right.$$

donde

$$\dot{Ai} = T2\ Ai\ T2^{-1}$$

$$= \begin{vmatrix} \bar{A}i11 - \bar{A}i12\ S & \bar{A}i12 \\ S\bar{A}i11 + \bar{A}i21 - (\bar{S}Ai12 \mp Ai22)S & S\bar{A}i12 + \bar{A}i22 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \dot{Ai11} & \dot{Ai12} \\ \dot{Ai21} & \dot{Ai22} \end{vmatrix}$$

$$C^{*} = \bar{C}\, T2^{-1} = ( Ip \; : \; 0 )$$

$$B^{*} = T2\, \bar{B}$$

para tener el siguiente resultado importante.

Teorema III.3

Sí existe una transformación de base $Tp = T2\,T1$ que transforma $\Sigma p$ en $\Sigma^{*} p$, entonces existe un observador de estado estable de orden mínimo para $\Sigma p$ dado por

$$\Sigma p : \left[ \begin{array}{l} \dot{x}^{*} = \begin{vmatrix} Ao11^{*} & Ao12^{*} \\ Ao21^{*} & Ao22^{*} \end{vmatrix} \underline{x}^{*} + \sum_{i=1}^{m} ui \begin{vmatrix} Ai11^{*} & Ai12^{*} \\ Ai21^{*} & Ai22^{*} \end{vmatrix} \underline{x} + \begin{vmatrix} B1^{*} \\ B2^{*} \end{vmatrix} u \\ \\ \underline{y} = ( Ip \; : \; 0 ) \quad \underline{x} \end{array} \right. \qquad (I$$

Donde

$\dot{A}o$ y $\dot{A}i$ , $i = 1,...,m$ satisfacen

$$P\dot{A}o22 + \dot{A}o22^{T} P = -Q \qquad \text{(III.8)}$$

$$P\dot{A}i22 + \dot{A}i22^{T} P = 0, \quad i = 1,...,m$$

para algunas matrices simétricas definidas positivas P y Q.

El procedimiento de diseño puede entonces resumirse en los pasos siguientes:

1. Se encuentra la transformación T1.

2. Se aplica la transformación T1 al sistema $\Sigma p$ para realizar el cambio de coordenadas

$$T1 : (Ai, C, B) \rightarrow (\bar{A}i, \bar{C}, \bar{B})$$

3. Con ayuda de una matriz S que satisfaga las condiciones del teorema III.2 se encuentra la transformación T2

$$T2 : (\bar{A}i, \bar{C}, \bar{B}) \rightarrow (\dot{A}i, \dot{C}, \dot{B})$$

4. Finalmente, se obtiene el observador de orden mínimo

$\Sigma o$ para $\Sigma p$ (ver apéndice 2)

$$\Sigma o: \left[ \begin{array}{l} \dot{\underline{z}} = (Ao22 + \Sigma ui\ Ai22)\ \underline{z} + (Ao21 + \Sigma ui\ Ai21)\ \underline{y} + B2\ \underline{u} \\ \\ \underline{w} = Tp^{-1} \begin{vmatrix} \underline{y} \\ \underline{z} \end{vmatrix} \end{array} \right. \qquad (III.9)$$

III.3 <u>Un observador lineal.</u>

En esta sección se diseña un observador lineal de la columna de destilación binaria mencionada. Para el diseño del observador se obtiene un modelo lineal de la columna a partir del modelo simple obtenido en el capítulo I, y se aplica a este modelo la teoría de observadores lineales. La validación del modelo lineal obtenido se realiza tomando como refencia el modelo no lineal simple de un punto de operación dado.

III.3.1. <u>Linealización del MNLS.</u>

Para efectos de comparación con el observador bilineal asintótico diseñado de acuerdo a los resultados descritos en la sección III.2, se construyó un observador lineal de

Luenberger. Para lograr ésto fué necesario linealizar el modelo simple alrededor de un punto de operación dado (que fué el que se utilizó para la identificación del MNLS del capítulo I), mediante la expansión en su serie de Taylor, obteniéndose un sistema de la forma

$$\begin{aligned} \dot{\underline{X}} &= A\,\underline{X} + B\,\underline{U} \\ \underline{Y} &= C\,\underline{X} \end{aligned} \qquad \text{(III.10)}$$

con

$$A = \begin{vmatrix} -\dfrac{\bar{u}3}{Hd} & \dfrac{\bar{u}3\ M2}{Hd} & 0 & 0 \\[2ex] \dfrac{\bar{u}2}{H} & -\dfrac{\bar{u}3\ M2 - \bar{u}2}{H} & \dfrac{\bar{u}3\ \bar{M}3}{H} & 0 \\[2ex] 0 & \dfrac{\bar{u}2}{Ha} & -\dfrac{\bar{u}2+\bar{u}2+\bar{u}3\ \ \bar{M}3}{Ha} & \dfrac{\bar{u}3\ \bar{M}4}{Ha} \\[2ex] 0 & 0 & \dfrac{\bar{u}1 + \bar{u}2}{Hb} & -\dfrac{\bar{u}1+\bar{u}2+\bar{u}3(\bar{M}4-1)}{Hb} \end{vmatrix}$$

$$
B = \begin{vmatrix}
0 & 0 & \dfrac{\bar{y}2-\bar{x}1}{Hd} & 0 \\[2ex]
0 & \dfrac{\bar{x}1-\bar{x}2}{H} & \dfrac{\bar{y}3-\bar{y}2}{H} & 0 \\[2ex]
\dfrac{\bar{x}f-\bar{x}3}{Ha} & \dfrac{\bar{x}2-\bar{x}3}{Ha} & \dfrac{\bar{y}4-\bar{y}3}{Ha} & \dfrac{1}{Ha} \\[2ex]
\dfrac{\bar{x}3-\bar{x}4}{Hb} & \dfrac{\bar{x}3-\bar{x}4}{Hb} & \dfrac{\bar{x}4-\bar{y}4}{Hb} & 0
\end{vmatrix},
$$

$$
C = \begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1
\end{vmatrix},
$$

$U = (U1\ U2\ U3\ U4)^T$ el vector de entradas. $\underline{X}$, $\underline{U}$ y $\underline{Y}$ indican la desviación de los estados, entradas y salidas, de sus valores de operación $\bar{\underline{x}}$, $\bar{\underline{u}}$ y $\bar{\underline{y}}$ respectivamente y

$$M_j = \frac{\alpha_j - 1}{(1 + (\alpha_j - 1)\bar{x}_j)^2}, \qquad y_j = \frac{\alpha_j \bar{x}_j}{1 + (\alpha_j - 1)\bar{x}_j}$$

Sustituyendo valores en A y B se tiene que

$$A = \begin{vmatrix} -0.018 & 0.008 & 0 & 0 \\ 0.006 & -0.012 & 0.007 & 0 \\ 0 & 0.007 & -0.045 & 0.030 \\ 0 & 0 & 0.002 & -0.003 \end{vmatrix},$$

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & -0.001 & 0 \\ 0.002 & 0.006 & -0.005 & 0.016 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

El modelo lineal fué validado con respecto al MNLS utilizando las mismas secuencias de entradas de la figura III.1, obteniéndose las gráficas de la figura III.3.

Antes de construir el observador lineal se verificó la observabilidad del modelo lineal utilizándose el resultado siguiente

Teorema III.4 [29]

El sistema dado por (III.10) es completamente observable si y sólo si

$$\text{rango } O_o = \text{rango}\left( C^T, A^T C^T, (A^T)^2 C^T, \ldots, (A^T)^{n-1} C^T \right) = n,$$

donde Oo es la matriz de observabilidad que en este caso está dada por

$x_1^L$ : Composición líquida en el condensador del MLS.

$x_2^L$ : Composición líquida en el primer plato del MLS.

$x_3^L$ : Composición líquida en el elemento aglomerado del MLS.

$x_4^L$ : Composición líquida en el calderín del MLS.

$x_3^M$ : Composición líquida en el elemento aglomerado del MNLS.

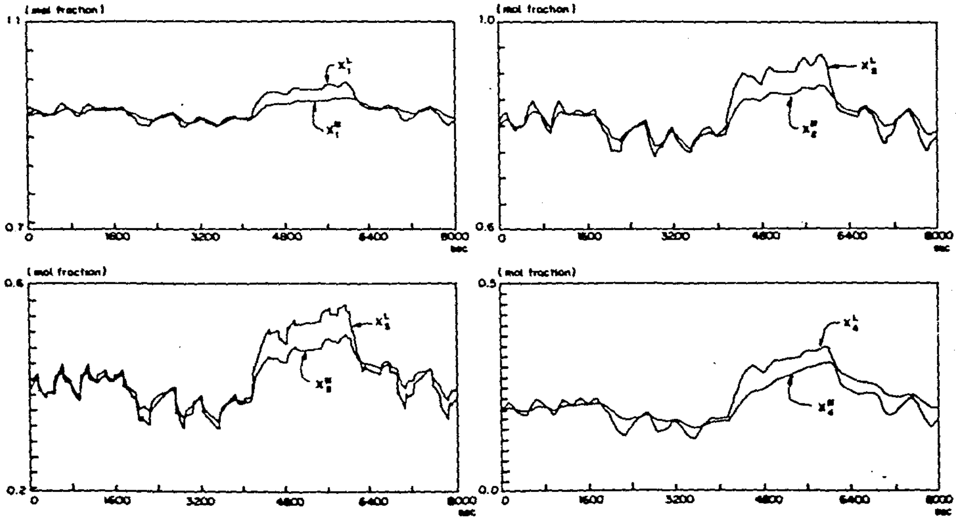



Figura III.3 Salidas de validación para el modelo lineal simple (MLS).

Cada muestra es de 20 segundos.

400 muestras en total.

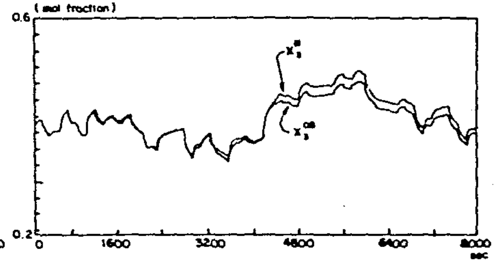
$x_3^{OL}$ : Composición líquida en el elemento aglomerado del OL.


Cada muestra es de 20 segundos.

400 muestras en total

Figura III.4 Salida de validación para el observador lineal (OL).

$x_3^{OB}$ : Composición líquida en el elemento aglomerado del OB.




Cada muestra es de 20 segundos.

400 muestras en total.

Figura III.5 Salida de validación para el observador bilineal (OB).

$$
Oo = \begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & \frac{\bar{u}3}{Hd} & \frac{\bar{u}2}{H} & 0 & \cdots \\
0 & 1 & 0 & \frac{\bar{u}2\ \bar{M}2}{Hd} & -\frac{\bar{u}3\ \bar{M}2+\bar{u}2}{H} & 0 & \cdots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\bar{u}3\ \bar{M}3}{H} & \frac{\bar{u}1+\bar{u}2}{Hb} & \cdots \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{\bar{u}1+\bar{u}2+\bar{u}3(\bar{M}4-1)}{Hb} & \cdots
\end{vmatrix}
$$

donde los puntos indican los elementos restantes de la matriz Oo.

Tomando la primera, segunda, tercera y quinta columnas, se tiene que

$$
\text{Det (Oo)} = -\frac{\bar{u}3\ \bar{M}3}{H}
$$

Para que Det (Oo) = 0, $\bar{u}3$ y/o $\bar{M}3$ deben ser cero, lo cual no ocurre en condiciones normales de operación, por lo que el sistema lineal es completamente observable, lo cual permite asegurar que se puede obtener el observador lineal correspondiente.

### III.3.2 Diseño del Observador Lineal.

Considérese un sistema lineal dinámico e invariante en el tiempo descrito por

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u}$$
$$\underline{y} = C\underline{x} \qquad \text{(III.1)}$$

donde $\underline{x}$ es un vector de estado de n * 1, $\underline{u}$ es un vector de entradas de m * 1, $\underline{y}$ es un vector de salidas de 1 * 1, A, B, C son matrices con dimensiones n * n, 1 * n respectivamente.

Luenberger [30, 31, 32] ha mostrado que para un sistema descrito por (III.11) un observador de orden (n-1) puede ser construído con ayuda de un estado auxiliar $\underline{z}$, tal que $\underline{z}$ aproxime una combinación lineal de los estados del sistema dado por $L\underline{x}$, con L de dimensión (n-1)xn. Un observador de orden (n-1) está definido como sigue:

$$\dot{\underline{z}} = D\underline{z} + G\underline{y} + H\underline{u} \qquad \text{(III.12)}$$

donde D, G, H son matrices constantes con dimensiones (n-1) * (n-1), (n-1) * 1, (n-1) * 1, respectivamente y L es una transformación que satisface

$$L A - D L = G C$$

El estimado requerido $\hat{\underline{x}}$ del vector de estado del sistema $\underline{x}$ es obtenido a partir de $\underline{z}$ y $\underline{y}$ como

$$\hat{x} = K1\, y + K2\, z$$

donde K1 y K2 satisfacen

$$K1\, C + K2\, L = I_1$$

donde $I_1$ es una matriz identidad de 1x1.

Puesto que la teoría sobre observadores lineales está bien estudiada [33], aquí sólo se da un procedimiento resumido para el diseño de observadores lineales de orden mínimo. Dicho procedimiento consiste básicamente en los siguientes pasos.

a) Formar la matriz de observabilidad Oo como

$$Oo = ( C^T\ A^T C^T \ldots (A^T)^{n-1} C^T )$$

b) Formar la matriz auxiliar $\Gamma$ a partir de las columnas linealmente independientes de Oo de la manera siguiente

$$\Gamma^T = ( c_1^T, A^T c_1^T, \dots, (A^T)^{\mu_1-1} c_1^T, \dots, c_l^T, A^T c_l^T, \dots, (A^T)^{\mu_l-1} c_l^T )$$

donde $c_1, \dots, c_l$ son las columnas de la matriz C y $\mu_1, \dots, \mu_l$ son los índices de observabilidad del sistema dado.

c) A partir de la inversa de $\Gamma$ determinar la matriz de transformación T, como sigue

Sea la descripción de $\Gamma^{-1}$ en términos de sus filas, es decir

$$\Gamma^{-1} = \begin{vmatrix} \gamma_1^T \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma_n^T \end{vmatrix}$$

Y sea $\gamma_{ki}^T$ la ki-ésima fila de $\Gamma^{-1}$, donde

$$k_i = \sum_{j=1}^{i} \mu_j \qquad ; \qquad j = 1, \dots, l$$

Entonces, usando los vectores $\gamma_{ki}^{T}$, la matriz de transformación T queda como

$$T = (\gamma_{k1}, A\gamma_{k1}, \ldots, A^{\mu_i-1}\gamma_{k1}, \gamma_{k2}, A\gamma_{k2}, \ldots, A^{\mu_i-1}\gamma_{k1})$$

d) La forma estándar observable de (A, B, C) está entonces dada por

$$\bar{A} = T^{-1} A T$$

$$\bar{B} = T^{-1} B$$

$$\bar{C} = C T$$

e) A partir de $\bar{C}$ obtener P y $\hat{C}$. P es una matriz de 1x1 formada de las columnas de cero de $\bar{C}$, mientras que $\hat{C}$ está dada por

$$\hat{C} = P^{-1}\bar{C}$$

f) Inspeccionar los bloques diagonales $\bar{A}ii$ y especificar la forma correspondiente de las matrices $Dii$, que son de un orden menor en uno que las matrices $\bar{A}ii$, para obtener la dinámica deseada. Los bloques $Dij$, i diferente de j, son nulos.

g) Construir la matriz $\bar{L}$ = LT como una matriz diagonal de bloques

$$\bar{L} = \text{diag} \ (\bar{L}ii),$$

donde cada bloque diagonal $\bar{L}ii$ es de ($\mu$ i-1)x$\mu$ i y tiene la forma

$$\bar{L}ii = (I \mu \ i\text{-}1 \ : \ \delta \ i)$$

y el vector columna $\delta$ i es la última columna en el bloquecorrespondiente Dii. Los bloques Lij, i diferente de j son nulos.

h) Resolver la ecuación matricial

$$\bar{L}\,\bar{A} - D\,\bar{L} = \hat{G}\,\hat{C}$$

para G, y entonces obtener $G = \hat{G}\,P^{-1}$.

i) Calcular $L = \bar{L}\,T^{-1}$, y $H = L\,B$.

j) Usando $T$, $\bar{C}$, $\bar{L}$ obtener $K1$ y $K2$ como

$$(K1\ \ K2) = T \left| \begin{matrix} \bar{C} \\ \bar{L} \end{matrix} \right|^{-1}$$

Con lo que finalmente se construye el observador.

Aplicando el procedimiento de diseño antes descrito para el sistema dado por (III.11) se obtuvo el resultado siguiente:

a) La matriz Oo para el sistema es:

$$Oo = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccc} \multicolumn{3}{c}{C^T} & \multicolumn{3}{c}{A^T C^T} & \multicolumn{3}{c}{(A^T)^2 C^T} & \multicolumn{3}{c}{(A^T)^3 C^T} \end{array} \\ \left| \begin{array}{cccccccccccc} 1 & 0 & 0 & -0.018 & 0.006 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.018 & -0.012 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.007 & 0.002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0.003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \end{array}$$

Las últimas 6 columnas contienen valores nulos o muy pequeños, por lo que son aproximados a cero.

b) La matriz auxiliar a partir de las columnas independientes de Oo vale:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0.006 & 0 \\ 0 & 1 & -0.012 & 0 \\ 0 & 0 & 0.007 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

c) Los indices mínimos son $\mu$ 1=1, $\mu$ 2=2 y $\mu$ 3=1, $\Gamma^{-1}$ es

$$\Gamma^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -0.823 & 0 \\ 0 & 1 & 1.837 & 0 \\ 0 & 0 & 147.676 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Se forma entonces la matriz de transformación T como (k1=1, k2=3, k3=4)

$$T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.823 & 147.676 & -6.612 & 0 \\ 0 & 0 & 0.303 & 1 \end{vmatrix}$$

d) La forma canónica deseada es entonces obtenida como

$$\bar{A} = \begin{vmatrix} -0.0182 & 0 & 0.0083 & 0 \\ 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.0572 & 0 \\ -0.0017 & 0 & 0.0029 & -0.0026 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.303 & 1 \end{vmatrix}$$

e) A partir de las columnas no nulas de $\bar{C}$ se obtiene

$$P = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.303 & 1 \end{vmatrix}$$

y $\hat{C}$ es

$$\hat{C} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

f) Puesto que los valores propios de A son

$$-0.001, \quad -0.007, \quad -0.022, \quad -0.047,$$

se escogen los valores propios del observador (de orden n - 1 = 1) como -0.06. Así, la matriz D del observador está especificada en forma diagonal compañera (matriz cuyos bloques diagonales tienen la forma compañera) como

$$D = -0.06$$

Se escogió así D = -0.06 ya que este valor es uno de los que dieron mejores resultados en la simulación.

g) La matriz $\bar{L}$ queda entonces definida como

$$L = (0.0 \quad 1.0 \quad -0.06 \qquad 0.0)$$

h) Resolviendo la ecuación matricial $\bar{L}\bar{A} - \bar{D}\bar{L} = \hat{G}\hat{C}$ para $\hat{G}$, se obtiene

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} 0.0001 & -0.0006 & 0.0002 \end{pmatrix}$$

y entonces

$$G = \begin{pmatrix} 0.0001 & -0.0006 & 0.0002 \end{pmatrix}$$

i) L queda como

$$L = \begin{pmatrix} 0.006 & -0.015 & 0.007 \end{pmatrix}$$

y como H

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{pmatrix}$$

j) Utilizando $\bar{L}$, $\bar{C}$ y T, K1 y K2 son

$$\begin{vmatrix} K1 & K2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.823 & 2.248 & 0 & 147.677 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Así, el observador requerido es

$$\dot{z} = -0.06\ z + (0.0001\ \ -0.0006\ \ 0.0002)\ y + (0\ \ 0\ \ 0\ \ 0.0001)u$$

dando x como

$$\hat{\underline{x}} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.823 & 2.248 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \underline{y} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 147.677 \\ 0 \end{vmatrix} \underline{z}$$

En la figura III.4 se muestra la respuesta del observador de Luenberger así como la respuesta del tercer estado del MNLS, para las entradas de la figura III.1.

Si se define el error cuadrático medio como

$$err = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \underline{e}_k^T \underline{e}_k} \qquad \text{(III.13)}$$

y la relación entre salida y ruido del sistema en función del error como

$$S/R = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \underline{y}_k^T \underline{y}_k} \;/err \qquad (III.14)$$

donde T es la transpuesta del vector

$$\underline{e}_k = \begin{vmatrix} y1_k\,(MNLS) & - & y1_k\,(MLS) \\ y2\,(MNLS) & - & y2\,(MLS) \\ y3_k\,(MNLS) & - & y3_k\,(MLS) \end{vmatrix}$$

y $\underline{e}_k$ y $\underline{y}_k$ son lo valores que toman el vector error y las salidas (del MNLS y del modelo lineal simple (MLS)), respectivamente en el instante k, siendo N el número de muestras total, entonces, para el observador lineal obtenido.

err = 2.48 %, S/R = 17.17

## III.4 Realización y Pruebas del Observador Bilineal Asintótico.

Al aplicar el procedimiento de diseño de observadores bilineales al modelo bilineal de la columna de destilación de la sección III.1, se obtuvieron los siguientes resultados:

$$T1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$S = \begin{vmatrix} 0 & 16.54 & -0.28 \end{vmatrix}$$

$$T2 = \begin{vmatrix} Ip & 0 \\ s & In - p \end{vmatrix}$$

$$\dot{\underline{z}} = ( \dot{A}o22 + U1\ \dot{A}122 + U2\ \dot{A}222 + U3\ \dot{A}322 )\ \underline{z} +$$

$$( \dot{A}o21 + U1\ \dot{A}121 + U2\ \dot{A}221 + U3\ \dot{A}321 )\ \underline{y} + \dot{B}2\ \underline{u}$$

$$\underline{w} = Tp^{-1} \begin{vmatrix} \underline{y} \\ \underline{z} \end{vmatrix} \qquad \text{(III.15)}$$

donde

$$\dot{A}o22 = 0 \qquad \dot{A}o21 = \begin{vmatrix} -0.011 & 0.008 & -0.017 \end{vmatrix}$$

$$\dot{A}122 = 0 \qquad \dot{A}121 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -0.016 \end{vmatrix}$$

$$\dot{A}222 = 0 \qquad \dot{A}221 = \begin{vmatrix} 0.016 & 0 & -0.016 \end{vmatrix}$$

$$\dot{A}322 = 0 \qquad \dot{A}321 = \begin{vmatrix} -0.015 & 0 & 0.016 \end{vmatrix}$$

$$\dot{B} = \begin{vmatrix} -0.003 & 0.016 & -0.012 & 0.016 \end{vmatrix}$$

$$Tp^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1.285 & -17.546 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Para validar el observador bilineal obtenido se utilizaron las mismas secuencias de entradas de la figura III.1, obteniendose las gráficas de la figura III.5.

Los valores para el error y la relación entre salida y error fueron en este caso

$$err = 1.01\ \%, \qquad S/R = 40.82$$

De estos valores y de los obtenidos para el observador lineal se observa que efectivamente el observador bilineal diseñado es una mejor aproximación que el lineal ya que la relación S/R (por su mayor valor) nos dice que la cantidad de señal medida es mayor que el promedio del ruido.

De la figura III.5 se puede ver que el comportamiento del observador es bastante bueno ya que aproxima en forma precisa el comportamiento del estado x3 del MNLS.

## Comentarios.

En este capítulo se obtuvo un modelo bilineal, que es una segunda aproximación del MNLS, obtenido en el capítulo I. Este modelo presenta una aproximación mucho mejor que el correspondiente lineal, obtenido también aquí.

Comparando los resultados obtenidos en simulación entre el modelo bilineal y el lineal (figuras III.2 y III.3) se observó que el modelo bilineal es una mejor aproximación del proceso de destilación, debido a que las entradas tienen una acción multiplicativa-paramétrica (reguladores de la dinámica local) y aún más, entran de una manera lineal en la ecuación de estado cuando la eficiencia de cada plato (coeficiente que toma en cuenta la imposibilidad de reproducir un equilibrio liquido-vapor ideal en cada plato) es considerada constante.

Se comprobó que los modelos obtenidos son observable. Construyéndose los observadores bilineal y lineal para cada caso con el objeto de hacer una comparación.

Se estableció también la teoría necesaria para abordar el problema de diseño de observadores bilineales, obteniéndose extensiones de los resultados obtenidos en (9). Con el modelo bilineal y la teoría establecida, se obtuvo el observador bilineal correspondiente.

A partir de las simulaciones realizadas, se observó que para un mismo conjunto de entradas (figuras III.4 y III.5, los valores del error y señal a error) el observador bilineal es una mejor aproximación que el correspondiente lineal.

# CAPITULO IV

## IMPLEMENTACION DEL OBSERVADOR EN UN ESQUEMA DE CONTROL DISTRIBUIDO.

Debido al incremento del costo de los combustibles en los últimos años se han realizado recientemente estudios para obtener un control de calidad que permita resolver el problema siguiente en los procesos de destilación. ¿Cómo es que las composiciones líquidas en la cabeza y en el calderín de la columna varían, aún si esta última composición no se conoce?

Uno de los métodos de diseño más usado por los ingenieros químicos para resolver el problema mencionado es el análisis por arreglo de ganancias relativo [4], el cual minimiza las interacciones estáticas entre los lazos de control. Sin embargo, una mínima interacción estática no necesariamente significa que las interacciones dinámicas sean pequeñas. Esto último motivó el trabajo de Takamatsu [5], donde se utiliza un modelo linealizado de una columna de destilación binaria aplicándose la aproximación geométrica de Wonham [6] para diseñar una ley de control lineal por retroalimentación del estado que rechaza perturbaciones. Desafortunadamente, este último método se adapta bien solamente a columnas de destilación con un número reducido de platos y no es suficientemente robusto cuando este número aumenta.

Por otro lado, se ha logrado una mejora significativa del esquema de control para rechazo a perturbaciones (PRP) con la extensión no lineal de Gauthier [7] la cual está basada en la aproximación geométrica no lineal de Isidori [8] utilizando un modelo simple de la columna de destilación binaria. A partir de ese trabajo y del resultado obtenido por Moog [34] para el caso en que una parte de las perturbaciones sea medible, en este capítulo se diseña un esquema de control que resuelve el problema del rechazo a perturbaciones con medición parcial de ellas (PRPM) para una columna de destilación cuando se utiliza un modelo no lineal simple de 4 estados. Del diseño obtenido, es evidente la necesidad de introducir un observador del estado reducido para estimar una de las concentraciones líquidas en la columna por lo que se introduce el observador asintótico descrito en el capítulo III dentro del esquema de control para rechazo a perturbaciones.

El capítulo está organizado como sigue, primero se establece el PRP para sistemas no lineales descritos por (8,35)

$$\underline{x} = \underline{f}(\underline{x}) + G(\underline{x})\,\underline{u} + \underline{P}(\underline{x})\,\underline{w} \qquad \text{(IV.1a)}$$

$$\underline{y} = \underline{h}(\underline{x}) \qquad \text{(IV.1b)}$$

dándose algunos resultados sobre la existencia de una ley de control por retroalimentación del estado que resuelve el problema (sección IV.1). Enseguida se muestra la aplicación de esos resultados al modelo simple de la columna de destilación binaria tratado en el capítulo I (sección IV.2), para los siguientes casos:

$$\underline{y} = (x1 \;\; x4)^T$$

$$\underline{y} = (x2 \;\; x4)^T$$

$\underline{y} = (x2 \;\; x4)$ y Lf medible.

La introducción del observador asintótico en el esquema de control retroalimentado se trata en la sección IV.3. En la sección IV.4 se muestran algunos resultados obtenidos en simulación al utilizar dicho esquema de control y estimación junto con algunos comentarios finales.

## IV.1. Una Ley de Control para Rechazo a Perturbaciones en Sistemas no Lineales.

Se considerán sistemas descritos por (IV.1) en los cuales el estado $\underline{x} \varepsilon R^n$, la entrada $\underline{x} \varepsilon R^m$, la perturbación $\underline{w} \varepsilon R^p$, y la salida $\underline{y} \varepsilon R^p$. $\underline{f}$, las columnas $\underline{g}1, \ldots, \underline{g}m$ de la matriz G y $\underline{p}1, \ldots, \underline{p}r$ de la matriz P son campos vectoriales completos y suaves sobre $R^n$. La entrada adicional $\underline{w}$ representa una señal de perturbación que afecta el comportamiento del sistema a través de $\underline{P}$. $\underline{w}$ en general no puede ser ni controlada ni medida. El problema consiste básicamente en examinar la posibilidad de escoger una señal de entrada

$$\underline{u} = \begin{vmatrix} u1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ up \end{vmatrix}$$

de manera que la salida $\underline{y}$ no sea afectada por las señales de perturbación $\underline{w}'$. Ya que en principio no es posible medir directamente $\underline{w}$, se utiliza un esquema de control realimentado de tal forma que la evolución de $\underline{u}$ en el tiempo dependa del estado $\underline{x}$ o de la salida $\underline{y}$ del sistema. La ley de control simple que permite resolver el problema utiliza una retroalimentación no dinámica del estado de la forma

$$u_i = \underline{\alpha}_i (\underline{x}) + \sum_{j=1}^{m} \beta_{ij} (\underline{x})\, u'_j , \qquad (i=1, . . . , m) \qquad \text{(IV.2a)}$$

o, en forma equivalente,

$$\underline{u} = \alpha\ (\underline{x}) + \beta\ (\underline{x})\ u' \qquad \text{(IV.2b)}$$

(figura IV.1). $\underline{\alpha}$ y $\beta$ son funciones suaves de $R^n$ en R. Las nuevas entradas u'j se introducen para mantener la posibilidad de control sobre la evolución de $\underline{y}$ en casos en que se quiere lograr un objetivo adicional al de rechazo a perturbaciones. Para que las propiedades del control original no se pierdan, se escoge la matriz $\beta_{ij}(\underline{x})$ de modo que sea invertible en coordenadas locales alrededor de algún punto $\underline{x}$ ($\beta_{ij}(\underline{x})$ es no singular). El objetivo consiste, entonces, en obtener un sistema en el que, para cada estado inicial $\underline{x}(o)$ dado y cada entrada $\underline{u}$, se tenga una salida $\underline{y}$ que sea independiente de la perturbación $\underline{w}$. O sea, que para un mismo par ($\underline{x}$(o), $\underline{u}$), dos perturbaciones $\underline{w}'$ y $\underline{w}''$ distintas de un lugar a una misma salida $\underline{y}$. Este es el llamado "problema de rechazo a perturbaciones por realimentación no dinámica del estado" (PRP).

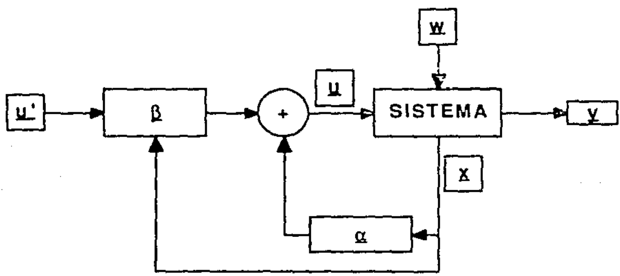



Figura IV.1 Esquema de control correspondiente a la ecuación IV.2a y IV.2b

Desde un punto de vista formal el problema puede tratarse de varias maneras, de acuerdo a la naturaleza más o menos restrictiva del análisis que se haga. Aquí sólo se establecerá y usará la formulación local del problema [36], es decir, encontrar funciones $\underline{\alpha}_i$ , $\beta_{ij}$ de retroalimentación y una distribución $\Delta$ que sea invariante (ver apéndice 3) bajo los campos vectoriales siguientes

$$\tilde{\underline{f}}(\underline{x}) = \underline{f}(\underline{x}) + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i(\underline{x})\, \underline{g}_i(\underline{x}) \qquad \text{(IV.3)}$$

$$\tilde{\underline{g}}_i(\underline{x}) = \sum_{j=1}^{m} \beta_{ij}(\underline{x})\, \underline{g}_j(\underline{x}) \qquad i = 1, \ldots, m \qquad \text{(IV.4)}$$

que contenga a los campos vectoriales (ver apéndice 3) $\underline{p}i$, con $i = 1, \ldots, r$, y se encuentre contenida en el Ker (dh). Esto es, que sea invariantemente controlada. dh es la diferencia de $\underline{h}$, $d\underline{h} = \delta \underline{h} / \delta \underline{x}$. Mientras que los campos vectoriales definidos por (IV.3) y (IV.4) caracterizan al sistema dado por (IV.1) bajo el control dado por (IV.2). Se tiene, por lo tanto, una dinámica que, en un abierto U $R^n$, puede ser descrita por ecuaciones de la forma

$$\dot{\underline{x}}1 = \tilde{f}1(\underline{x}1, \underline{x}2) + \sum_{i=1}^{p} \tilde{g}_{i1}(\underline{x}1, \underline{x}2)\, ui + \sum_{i=1}^{r} p_{i1}(\underline{x}1, \underline{x}2)\, wi$$

$$\dot{\underline{x}}_2 = f_2(\underline{x}_2) + \sum_{i=1}^{m} g_{i2}(\underline{x}_2)\, u_i$$

$$\underline{x}_1 = \underline{h}(\underline{x}_2)$$

Se tiene el siguiente teorema de existencia local:

<u>Teorema IV.11</u> (6)

Si se define sobre un abierto Uo de $R^n$ una distribución involutiva $\Delta$ (ver apéndice 3) de rango constante que cumpla las condiciones:

(i) $\Delta$ sea ( $\underline{f}$ , $\underline{g}$ )-invariante.

(ii) $\underline{p}_i$ _ $\Delta$ _ $Ker(d\underline{h})$ $\qquad i = 1, \ldots, r.$

entonces para todo $\underline{x}_o$ Uo existe un abierto U de $\underline{x}_o$ en Uo donde el problema de rechazo a perturbaciones admite una solución local. Inversamente, si el problema de rechazo a perturbaciones tiene una solución local en un abierto U de $R^n$, es posible definir sobre U una distribución involutiva de rango constante que cumple las condiciones (i) y (ii).

Al examinar con cuidado el teorema anterior es claro que un problema central en la teoría del rechazo a perturbaciones es el de poder determinar si la familia de distribuciones ($\underline{f}$ , $\underline{g}$)-invariantes e involutivas, que está contenida en el ker (d$\underline{h}$) y que contiene los campos vectoriales $\underline{p}1, \ldots, \underline{p}r$ es vacía o no. Esto es, si la familia de distribuciones mencionadas, existe un elemento máximo $\Delta^*$ (un elemento que contiene a todos los otros miembros de la familia). Si esto se cumple, entonces el problema se reduce a verificar que $\underline{p}i \in \Delta^*$, para $i = 1, \ldots, r$.

Cuando se usan distribuciones "locales" invariantemente controladas la existencia de $\Delta^*$ puede ser mostrada bajo ciertas condiciones no muy fuertes y puede ser calculada explicitamente a partir de representaciones locales de los campos vectoriales $\underline{f}, \underline{g}1, \ldots, \underline{g}m$ y de la función $\underline{h}$ como sigue.

Se introduce las funciones

$$(L_{\underline{g}1} L^k_{\underline{f}}\, hi),\ (L_{\underline{g}2} L^k_{\underline{f}}\, hi), \ldots, (L_{\underline{g}m} L^k_{\underline{f}}\, hi), \quad i=1, \ldots, p. \qquad \text{(IV.5)}$$

donde $L_{\underline{z}}\, \underline{s}\,(\underline{x})$ es la derivada de Lie de una función suave s ($\underline{x}$) con respecto al campo vectorial $\underline{z}$.

Estas funciones se obtienen al actuar sobre la función $\underline{h}_i$ con respecto a los campos vectoriales $\underline{f}, \underline{g}_1, \ldots, \underline{g}_m$, k veces. Sea $\rho_i$ el valor más pequeño de k para el menos una de las funciones (IV.5) no es idénticamente nula sobre un abierto de $R^n$; si todas las funciones son idénticamente nulas sobre ese abierto para cualquier k, se hace $\rho_i = \alpha$.

Supóngase que $\rho_i < \alpha$, sea A $(\underline{x})$ la matriz cuyos elementos $a_{ij}(\underline{x})$ estan dados por

$$a_{ij}(\underline{x}) = L_{\underline{g}_j} L_{\underline{f}}^{\rho_i} h_i(\underline{x}) \qquad \text{(IV.6)}$$

y $\underline{b}(\underline{x})$ el vector columna con componentes $b_i(\underline{x})$ (8):

$$b_i(\underline{x}) = L_{\underline{f}}^{\rho_i + 1} h_i(\underline{x}) \qquad \text{(IV.7)}$$

Se tiene entonces el siguiente teorema de construcción (8)

Teorema IV.2

Supóngase que $\rho_i < \alpha$ para cada $i = 1, \ldots, p$ y que el rango de $A(\underline{x})$ sea igual a la dimensión de $\underline{y} = \underline{h}(\underline{x})$ para cada $\underline{x}$ en un abierto U de R. Entonces, la máxima distribución local ($\underline{f}$, $\underline{g}$)-invariante contenida en el Ker(d$\underline{h}$) está dada por

$$\Delta^{*}_{i}(\underline{x}) = \bigcap_{i} \; \bigcap_{k \leq \rho i} \mathrm{Ker}(d\, L^{k}_{\underline{f}}\, h_{i})(\underline{x}) \;, \quad i=1,\ldots,p, \qquad \text{(IV.8)}$$

y las funciones de realimentación $\underline{\alpha}(\underline{x})$ y $\beta(\underline{x})$ que dejan esta distribución invariante son soluciones cualesquiera de

$$A(\underline{x})\,\underline{\alpha}(\underline{x}) = -\underline{b}(\underline{x}) \qquad \text{(IV.9a)}$$

$$A(\underline{x})\,\beta(\underline{x}) = C \;\; \text{(matriz constantes)} \qquad \text{(IV.9b)}$$

En muchos casos reales (columnas de destilación, por ejemplo), algunas de las entradas de perturbación corresponden a variables físicas que pueden ser medidas. Esta consideración de perturbaciones medibles pueden proporcionar una solución del problema de rechazo a perturbaciones que no existiría si no se pudiera medir dichas señales.

Para el problema de rechazo a perturbaciones con medición parcial de ellas (PRPM) se considera la ley de control siguiente (34)

$$\underline{u}(\underline{x}) = \underline{\alpha}(\underline{x}) + \beta(\underline{x})\,\underline{u}' + \gamma(\underline{x})\,\underline{w} \qquad \text{(IV.10)}$$

con $\underline{\alpha}$ ($\underline{x}$) y $\beta$ ($\underline{x}$) definidas como antes y $\gamma$ ($\underline{x}$) una matriz de tamaño m * r.

La iésima columna de $\gamma$ ($\underline{x}$) está asociada a la perturbación wi. Supóngase que las r perturbaciones, las primeras r1 corresponden a perturbaciones medibles y las últimas r2 = r - r1 columnas a las perturbaciones no medibles. Entonces, las últimas r2 columnas de la matriz $\gamma$ ($\underline{x}$) deben ser nulas en todo instante. El diagrama correspondiente a esta ley de control se muestra en la figura IV.2.

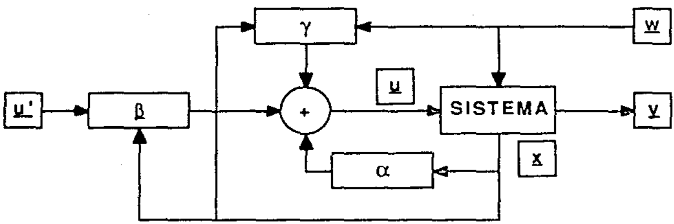



Figura IV.2 Esquema de control correspondiente a la ecuación IV.10.

Bajo estas condiciones, el teorema siguiente es una extensión del teorema IV.1 (34).

## Teorema IV.3

Si se define una distribución regular $\Delta$ (ver apéndice 3) sobre un abierto Uo de $R^n$ tal que se cumplan las siguientes condiciones:

(i) $\Delta$ es $(\underline{f}\ ,\ g)$-invariante

(ii) $\Delta \ \_\ \mathrm{Ker}(d\underline{h})$

(iii) $\tilde{\underline{P}} \ \_\ \Delta$

donde $\tilde{\underline{P}}$ es la matriz modificada dada por:

$$\tilde{\underline{P}}\,(\underline{x}) = \underline{P}\,(\underline{x}) + G\,(\underline{x})\,(\underline{x}) \qquad \text{(IV.11)}$$

entonces para todo $\underline{x}o\ \varepsilon$ Uo, existe un abierto U de $\underline{x}o$, U  Uo sobre el cual el PRPM admite localmente una solución. Recíprocamante, si el PRPM admite localmente una solución en un abierto U de $R^n$, entonces puede definirse sobre U una distribución regular que cumple las condiciones (i), (ii) y (iii).

## IV.2. Aplicación a una Columna de Destilación.

El modelo considerado es el obtenido en el capítulo I y dado por:

$$\dot{\underline{x}} = \sum_{i=1}^{2} \underline{g}_i(\underline{x})\, ui + \sum_{i=1}^{2} \underline{p}_i(\underline{x})\, wi \qquad \text{(IV.12a)}$$

$$y = \underline{h}(\underline{x}) \qquad \text{(IV.12b)}$$

donde

$$g1(\underline{x}) = \left| \begin{array}{c} 0 \\ \dfrac{x1-x2}{H} \\ \dfrac{x2-x3}{Ha} \\ \dfrac{x3-x4}{Hb} \end{array} \right| , \quad g2(\underline{x}) = \left| \begin{array}{c} \dfrac{M2\ \ x2-x1}{Hd} \\ \dfrac{M3\ \ x3-M2\ \ x2}{H} \\ \dfrac{M4\ \ x4-M3\ \ x3}{Ha} \\ \dfrac{x4-M4\ \ x4}{Hb} \end{array} \right| ,$$

$$\underline{p}1\,(\underline{x}) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{x3}{Ha} \\ \dfrac{x3-x4}{Hb} \end{vmatrix} \qquad \underline{p}1\,(\underline{x}) = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{Ha} \\ 0 \end{vmatrix},$$

$$\underline{u} = \begin{vmatrix} u1 \\ u2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Lo \\ V \end{vmatrix}, \quad \underline{w} = \begin{vmatrix} w1 \\ w2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Lf \\ xf * Lf \end{vmatrix},$$

con Hd, H, Ha y Hb constantes reales; Mj es el coeficiente de equilibrio en el elemento j del modelo (véase la sección I.2 para más detalles).

En lo que sigue se obtienen varias soluciones del PRP utilizando el modelo dado por (IV.12) para distintos vectores de salida.

__Caso 1:__ $y = (\underline{x}1\ \underline{x}4)^{T}$.

Para $\rho 1$

$$L_{\underline{g}1} L_{\underline{f}}^{k} h1 = 0 \qquad \text{para } k > 0$$

$$L_{\underline{g}2} L_{\underline{f}}^{o} h1 = L_{\underline{g}2} h1 = \frac{M2\ x2-x1}{Hd}$$

$$L_{\underline{g}2} L_{\underline{f}}^{1} h1 = 0, \qquad L_{\underline{g}2} L_{\underline{f}}^{2} h1 = 0, \ldots, \text{etc.}$$

En general (M2 x2-x1)/hd es diferente de cero con excepción del estado estacionario, por lo que $\rho 1 = 0$.

Para $\rho 2$

$$L_{\underline{g}2} L_{\underline{f}}^{o} h2 = L_{\underline{g}2} h2 = \frac{x3-x4}{Hb} \quad ,$$

$$L_{\underline{g}1} L^{1}_{\underline{f}} h2 = 0, \ldots, \text{etc.}$$

$$L_{\underline{g}2} L^{o}_{\underline{f}} h2 = L_{\underline{g}2} h2 = \frac{x4-M4 \;\; x4}{Hb},$$

$$L_{\underline{g}2} L^{o}_{\underline{f}} h1 = 0, \ldots, \text{etc.}$$

Entonces $\rho 2 = 0$.

La distribución máxima invariante se obtiene de la ecuación (IV.8) y en este caso es

$$\Delta^{*}(\underline{x}) = \bigcap_{1 \le i \le 2} \; \bigcap_{k \le \rho i} \ker(d\, L^{k}_{\underline{f}}\, hi)(\underline{x}) = \ker(dh1)(\underline{x}) \quad \ker(dh2)(\underline{x})$$

$$= \ker(d\underline{h})(\underline{x}) = (\, \underline{v} \,\varepsilon\, T_{\underline{x}}R^{n} : v1 = 0,\; v4 = 0\, )$$

donde $T_{\underline{x}}R^{n}$ es el vector tangente (ver apéndice 3) a $R^{n}$ en $\underline{x}$.

Se observa que $\underline{p}1 \; \varepsilon \; \dot{\Delta}$ y que $\underline{p}2 \; \varepsilon \; \dot{\Delta}$. Es decir, se puede rechazar la perturbación w2 (Lf * xf), pero no w1 (Lf).

La ley de control que permite el rechazo de w2 se calcula a partir de la ecuación (IV.2), donde el par ($\underline{\alpha}$ y $\beta$) se obtiene de las ecuaciones (IV.6), (IV.7) y (IV.9).

De las ecuaciones (IV.6) y (IV.7) se tiene que $A(\underline{x})$ y $b(\underline{x})$ están dadas por

$$A(\underline{x}) = \begin{vmatrix} 0 & (M2 \quad x2-x1)/Hd \\ (x3-x4)/Hb & (x4-M4 \quad x4)/Hb \end{vmatrix} , \qquad \underline{b}\,(\underline{x}) = \underline{0}$$

Y, por lo tanto, una solución para y es

$$\alpha\,(\underline{x}) = \underline{0}\,,$$

$$\beta\,(\underline{x}) = \frac{1}{D1} \begin{vmatrix} \beta 11\,(\underline{x}) & \beta 12\,(\underline{x}) \\ \beta 21\,(\underline{x}) & \beta 22\,(\underline{x}) \end{vmatrix}$$

con

$$\beta 11\ (\underline{x}) = Hb\ c21\ (M2\ x2-x1) - Hd\ c11\ (x4-M4\ x4)$$

$$\beta 21\ (\underline{x}) = Hd\ c11\ (x3-x4)$$

$$\beta 12\ (\underline{x}) = Hb\ c22\ (M2\ x2-x1) - Hd\ c11\ (x4-M4\ x4)$$

$$\beta 22\ (\underline{x}) = Hd\ c12\ (x3-x4)$$

D1 = (x3-x4) (M2 x2-x1) y los cij son los componentes de la matriz constante de control C (véase la ecuación (IV.9b)).

Se tiene finalmente que la señal de control $\underline{u}$ es

$$u1 = \frac{1}{(M2x2-x1)\ (x3-x4)}\{[Hb\ c21\ (M2x2-x1)-Hd\ c11(x4\ \ M4x4)]u'1$$

$$+\ [Hb\ c22(M2x2-x1) - Hd\ c11(x4-M4x4)]\ u'2)$$

$$u2 = \frac{1}{(M2x2-x1)}\ (Hd\ c11\ u'1 + Hd\ c12\ u'2) \qquad (IV.13)$$

Y la nueva dinámica para x1 y x4 es ahora

$$\begin{aligned} \dot{x}1 &= c11\ u'1 + c12\ u'2 \\ \dot{x}4 &= c21\ u'1 + c22\ u'2 + (x3-x4)\ Lf \end{aligned} \qquad (IV.14)$$

Se observa que Lf y Lf * xf son rechazadas en x1 mientras que sólo Lf * xf se rechaza en x4. Si se toma en cuenta que, en la práctica, es importante regular la concentración de cabeza, x1, el resultado obtenido es interesante. Sin embargo, la realización del control presenta un problema más importante, pues tanto u1 como u2 son funciones de

$$1 / (M2\ x2-x1),$$

que tiende a infinito conforme el sistema se aproxima a un estado estacionario. Esta limitante sugiere otra solución alterna en el tratamiento del problema.

<u>Caso 2:</u> $y = (\underline{x}2\ \underline{x}4)^T$

Ahora no se tiene una medición de x1 sino de x2. Esta elección es adecuada si se tiene en cuenta que x1 depende directamente de x2 (véase la ecuación (IV.12)). Es evidente que si se tiene una buena regulación de x2 (con respecto a variaciones en las perturbaciones Lf y Lf * xf), puede esperarse una buena regulación de x1.

Siguiendo el procedimiento del caso anterior se tiene ahora que ρ1 y ρ2 = 0 y que la máxima distribución local invariante es

$$\Delta^{*}(\underline{x}) = ( \underline{v} \varepsilon\ T_{\underline{x}}R^{n} : v2 = 0 \text{ y } v4 = 0 ) \qquad \text{(IV.15)}$$

Se observa que $\dot{\underline{p}}1 \, \varepsilon \, \Delta$, $\dot{\underline{p}}2 \, \varepsilon \, \Delta$, por lo que, nuevamente, se tendrá una ley de control que rechaza solamente a Lf*xf, y que, por un cálculo directo, está dada por las expresiones siguientes

$$u1 = \frac{1}{D} \{[H \; c11(x4\text{-}M4 \; x4) - Hb \; c21 \; (M3 \; x3\text{-}M2 \; x2)] \; u'1$$

$$[H \; c12(x4\text{-}M4 \; x4) - Hb \; c22 \; (M3 \; x3\text{-}M2 \; x2)] \; u'2\}$$

$$u2 = \frac{1}{D} \{[-H \; c11(x3\text{-}x4) + Hb \; c21 \; (x1\text{-}x2)] \; u'1$$

$$[-H \; c12(x3\text{-}x4) + Hb \; c22 \; (x1\text{-}x2)] \; u'2\}$$

donde

$$D = (x4\text{-}M4 \; x4) \; (x1\text{-}x2) - (M3 \; x3\text{-}M2 \; x2) \cdot (x3\text{-}x4) \qquad (IV.16)$$

En general D es diferente de cero, por lo que el problema en estado estacionario de realización de $\underline{u}$ no aparece (el control no "explota" en un estado estacionario).

Ahora, las expresiones para $\dot{x}2$ y $\dot{x}4$ quedaron como

$$\dot{x}2 = c11\ u'1 + c12\ u'2$$

$$\dot{x}4 = c21\ u'1 + c22\ u'2 + (x3-x4)\ Lf$$

De donde es obvio que, en la salida h2 = x4 sólo se puede rechazar la perturbación w2 (Lf * xf) pero no w1 (Lf). En el caso siguiente se logra un rechazo total a ambas perturbaciones al considerar que una de ellas es medible.

<u>Caso 3:</u> y <u>= $(x2\ x4)^T$ . Lf medible.</u>

En este caso, se desea determinar si existe una matriz ($\underline{x}$) tal que

$$\tilde{P}(\underline{x}) = P(\underline{x}) + G(\underline{x})\ \gamma(\underline{x}) \_ \dot{\Delta}(\underline{x})$$

de acuerdo con el teorema IV.3, donde el elemento máximo $\dot{\Delta}$ está definido en (IV.15):

Bajo la consideración de que Lf es medible, la segunda columna de $\gamma(\underline{x})$ debe ser nula. Luego, las columnas de $\tilde{P}(\underline{x})$ tendrán la forma

$$\tilde{\underline{p}}1\ (\underline{x}) = \tilde{\underline{p}}1\ (\underline{x}) + \gamma\ 11(\underline{x}) + g1\ (\underline{x}) + \gamma\ 21(\underline{x}) + \underline{g}2\ (\underline{x}) \qquad (IV.17)$$

$$\tilde{\underline{p}}2\ (\underline{x}) = \underline{p}2\ (\underline{x}) \qquad \text{(IV.18)}$$

Para que $\tilde{\underline{p}}1\ (\underline{x})$ y $\tilde{\underline{p}}2\ (\underline{x})\ \varepsilon\ \dot{\Delta}\ (\underline{x})$ su segunda y cuarta componentes deben se nulas. Como $\tilde{\underline{p}}2 = \underline{p}2\ \varepsilon\ \dot{\Delta}\ (\underline{x})$ sólo se requiere entonces que $\tilde{\underline{p}}1$ tenga la forma siguente

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{x3}{Ha} \\ \dfrac{x3-x4}{Hb} \end{vmatrix} + \gamma\ 11(\underline{x}) \begin{vmatrix} 0 \\ \dfrac{x1-x2}{H} \\ \dfrac{x2-x3}{Ha} \\ \dfrac{x3-x4}{Hb} \end{vmatrix} + \gamma\ 21(\underline{x}) \begin{vmatrix} \dfrac{M2\ \ x2-x1}{Hd} \\ \dfrac{M3\ \ x3-M2\ \ x2}{H} \\ \dfrac{M4\ \ x4-M3\ \ x3}{Ha} \\ \dfrac{x4-m4\ \ x4}{Hb} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} * \\ 0 \\ * \\ 0 \end{vmatrix}$$

donde * significa cualquier cantidad diferente de cero. Esto se logra si

$$(x1-x2)\ \gamma\ 11(\underline{x}) + (M3\ x3-M2\ x2)\ \gamma\ 21(\underline{x}) = 0$$

$$(x3-x4) + \gamma\ 11(\underline{x})\ (x3-x4) + \gamma\ 21(\underline{x})\ (x4-M4\ x4) = 0$$

Así que

$$\gamma\ 11(\underline{x}) = (M3\ x3-M2\ x2)\ (x3-x4)\ /\ D$$

$$\gamma\ 21(\underline{x}) = (x1-x2)\ (x3-x4)\ /\ D$$

con D dada por la ecuación (IV.16).

El control correspondiente ahora está dado por la ecuación (IV.10) y

$$\begin{aligned} u1\ (\underline{x}) = \frac{1}{D}\ \{ & [H\ c11\ (x4-M4\ x4) - Hb\ c21\ (M3\ x3-M2\ x2)]\ u'1 \\ & + [H\ c12\ (x4-M4\ x4) - Hb\ c22\ (M3\ x3-M2\ x2)]\ u'2 \\ & + [(M3\ x3-M2\ x2)\ (x3-x4)]\ w1 \} \end{aligned} \qquad (IV.19)$$

$$\begin{aligned} u2\ (\underline{x}) = \frac{1}{D}\ \{ & [-H\ c11\ (x3-x4) + Hb\ c21\ (x1-x2)]\ u'1 \\ & + [-H\ c12\ (x3-x4) + Hb\ c22\ (x1-x2)]\ u'2 \\ & - [(x1-x2)\ (x3-x4)]\ w1 \} \end{aligned} \qquad (IV.20)$$

y sustituyendo estas expresiones en (IV.12) se tiene que

$$\dot{x}2 = c11\ u'1 + c12\ u'2$$

$$\dot{x}4 = c21\ u'1 + c22\ u'2$$

De donde se observa que las perturbaciones w1 y w2 son rechazadas totalmente en el vector de salidas $\underline{y}$.

La ley de control dada las ecuaciones (IV.19), (IV.20) y (IV.16) fué probada en simulación (dentro de un SCD, corriendo en tiempo real) con el modelo no lineal simple dado por (IV.12). La solución del modelo se obtuvo utilizando un algoritmo de integración de Runge-Kutta de cuarto orden.

Puesto que se pueden presentar cambios de referencia en el esquema de control se incluyó una acción proporcional e integral para generar u'1 y u'2. Las constantes de proporcionalidad y de integración son Ki y Ti, con i=1, 2, respectivamente (véase la figura IV.3).

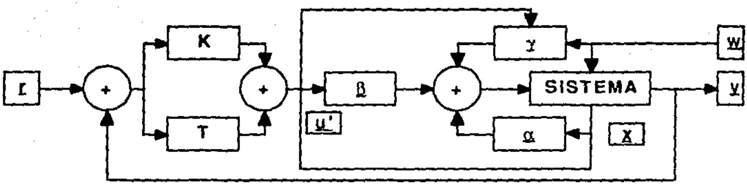



Figura IV.3 Esquema de control correspondiente a la ley de control dada por (IV.19, 20 y 16).

u' se genera entonces como

$$\underline{u}' = \begin{vmatrix} \underline{u}'1 \\ \\ \underline{u}'2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K1\ (x2r-x2) + T1 \int_0^t (x2r-x2)dt \\ \\ K2\ (x4r-x4) + T2 \int_0^t (x4r-x4)dt \end{vmatrix}$$

siendo $\underline{r} = (x2r\ x4r)^T$ un vector de referencias.

Los términos integradores en la ecuación anterior fueron aproximados en simulación como las siguientes sumatorias dadas por

$$H \sum_{k=1}^{N} (x2r - x2)_k$$

$$H \sum_{k=1}^{N} (x4r - x4)_k$$

con H el periodo de integración, N el número de muestras totales y k el instante de muestreo.

Los parámetros del MNLS de la columna fueron inicialmente fijados como se muestra en la tabla IV.1, mientras que los valores iniciales de las concentraciones y volatilidades relativas correspondientes son los de la tabla IV.2. En la tabla IV.3 se incluyen los valores para las constantes de proporcionalidad, integración y valores de la matriz de control para los experimentos que a continuación se describen, mientras que en la tabla IV.4 se muestran el número de muestras para cada experimento, los cambios (en %) en las referencias y perturbaciones, y los valores de la muestra en que estos ocurren.

| Tabla IV.1. | Valores de los parámetros del MNLS de la Columna de Destilación | |
|---|---|---|
| n | Número de elementos de la columna | 4 |
| Hd | Cantidad de líquido acumulado en el condensador | 66.67 mol |
| H | Cantidad de líquido en el plato | 80.71.mol |
| Ha | Cantidad de líquido acumulado en el elemento aglomerado | 62.79 mol |
| Hb | Cantidad de líquido acumulado en el calderín | 1101 mol |

| Tabla IV.2. | Valores iniciales de la concentración y volatilidades relativas del MNLS de la Columna de Destilación | |
|---|---|---|
| x1 | Concentración líquida en el condensador (fracción mol) | 0.92144525 |
| x2 | Concentración líquida en el primer plato (fracción mol) | 0.80225630 |
| x3 | Concentración líquida en el elemento aglomerado (fracción mol) | 0.39638239 |
| x4 | Concentración líquida en el calderín (fracción mol) | 0.19320077 |
| $\alpha 2$ | Volatilidad relativa en el primer plato | 2.8913 |
| $\alpha 3$ | Volatilidad relativa en el elemento aglomerado | 10.886 |
| $\alpha 4$ | Volatilidad relativa en el calderín | 5.5829 |

| Tabla IV.3. | Valores de las constantes de proporcionalidad, tiempos de integración y valores de la matriz de control de la figura IV.3. | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Experimento | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Figura | IV.4 | IV.5 | IV.6 | IV.7 |
| K1, K2 | 0.005 | 0.005 | 0.005 | 0.005 |
| T1, T2 | 0.00001 | 0.0001 | 0.00001 | 0.0001 |
| c11, c22 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| c12, c21 | 0 | 0 | 0 | 0 |

| Tabla IV.4 | Número de muestras. Cambios (en %) en las referencias y perturbaciones. Valor de la muestra en la que se presentan los cambios | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Experimento | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Figura | IV.4 | IV.5 | IV.6 | IV.7 |
| No. puntos | 300 | 300 | 300 | 300 |
| % var. x2r | 5 | 5 | 5 | 5 |
| % var. x4r | 5 | 5 | 5 | 5 |
| % en Lf | 10 | 10 | 10 | 10 |
| % en xf | 10 | 10 | 10 | 10 |
| Cambio en ref. | 50 | 50 | 100 | 100 |
| Cambio en per. | 150 | 150 | 100 | 100 |

En la figura IV.4 se muestra la evolución en el tiempo de r, y, Lf, xf y u. Primero se mantuvo el proceso en un estado estacionario con r, Lf y xf en los valores.

$$\underline{r} = \begin{vmatrix} x2r \\ x4r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.8022 \\ 0.1932 \end{vmatrix} , \quad \begin{vmatrix} Lf = 1.815 \text{ mol/seg} , \\ xf = 0.5, \ (Lf * xf = 0.975) , \end{vmatrix}$$

durante un período de 980 seg (49 muestras), iniciando en t = 0 seg (llegando hasta 980 seg) y partiendo de los valores iniciales dados en las tablas IV.1 y IV.2. Después, se realizó un cambio de refencia en el vector $\underline{r}$ a partir de t = 1000 seg (50 muestras). El vector $\underline{r}$ cambió en un + 5 % de su valor nominal.

$$\underline{r} = \begin{vmatrix} x2r \\ x4r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.8423 \\ 0.2029 \end{vmatrix} ,$$

Finalmente, a partir de t = 3000 seg se hicieron cambios en las perturbaciones Lf y xf tipo escalón (ver figura IV.4), del + 10 %. Estos cambios fueron

$$Lf = 1.9965, \quad xf = 0.55, \quad (Lf * xf) = 0.99825$$

En la tabla IV.4 (columna 1) se muestra en forma condensada lo anterior. Y en la tabla IV.3 (columna 1) se muestran los valores que tomaron las constantes de proporcionalidad, integración y la matriz de control.

En el experimento número dos se hizo un cambio en los valores de las constantes de integración, para observar cómo se afectaba la dinámica de las salidas del proceso. En las tablas IV.3 y IV.4 (columna 2, se sumariza el experimento).

En al figura IV.5 se muestran los resultados correspondientes.

Los siguientes dos experimentos consistieron en efectuar cambios (al mismo tiempo) tanto en las referencias, como en las perturbaciones (ver tablas IV.3 y IV.4, columnas 3 y 4 respectivamente).

En las figuras IV.6 y IV.7 se muestran los resultados correspondientes.

De las figuras IV.4, IV.5, IV.6 y IV.7 puede observarse que:

(I) El esquema de control no lineal realizado permite cambios de consigna e introdución de perturbaciones relativamente grandes con error despreciable entre $\underline{r}$ y $\underline{y}$ aunque los cambios en la señal de control $\underline{u}$ son bruscos y grandes.

(II) El efecto de las perturbaciones Lf y xf es totalmente nulo sobre el vector de salida $\underline{y}$, siendo los cambios en el vector $\underline{u}$ suaves y relativamentes pequeños.

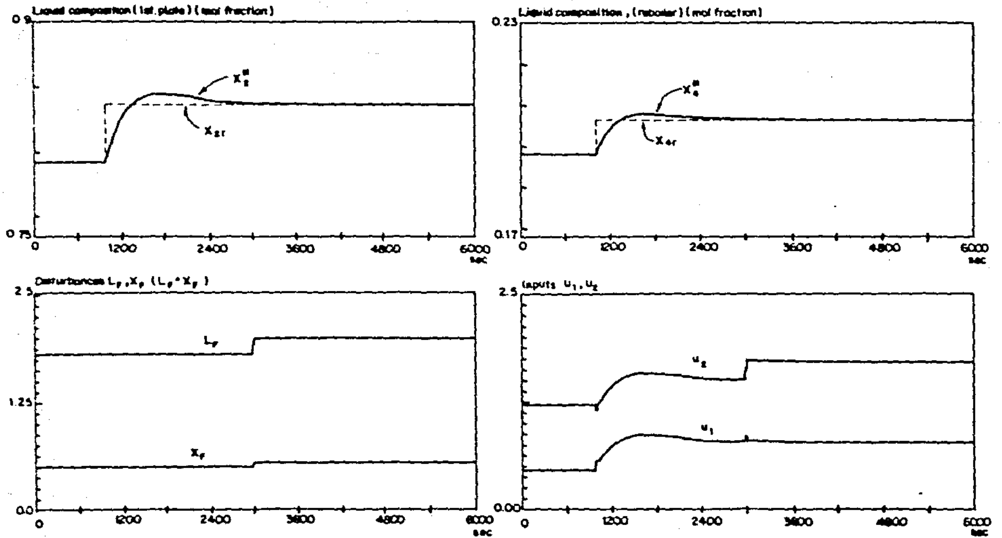



Figura IV.4 Evolución en el tiempo de r, y, Lf, xf y u, al efectuar primero un cambio en r del 5% y después un cambio en Lf y xf del 10%, con T1=T2=0.00001.

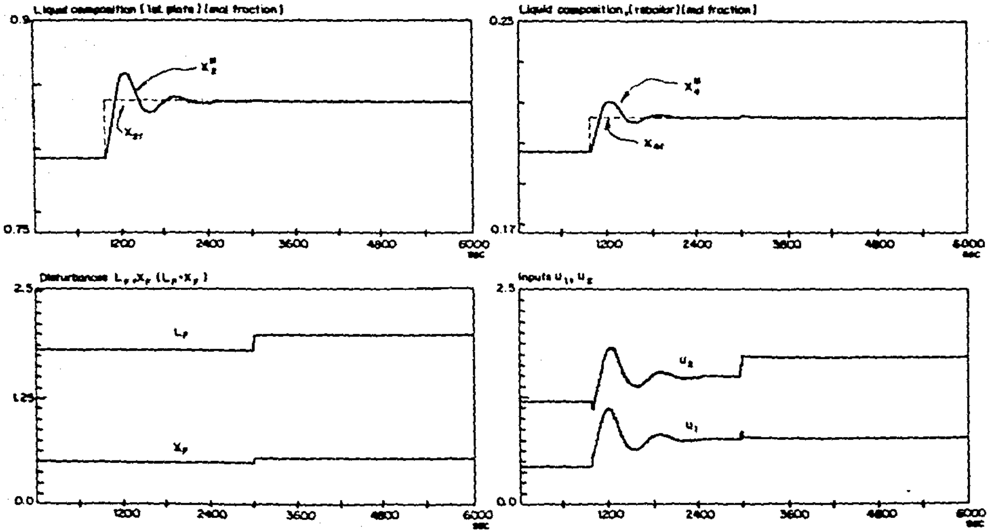



Figura IV.5 Evolución en el tiempo de <u>r</u>, <u>y</u>, Lf, xf y <u>u</u>, al efectuar primero un cambio en r del 5% y después un cambio en Lf y xf del 10%, con T1=T2=0.0001.

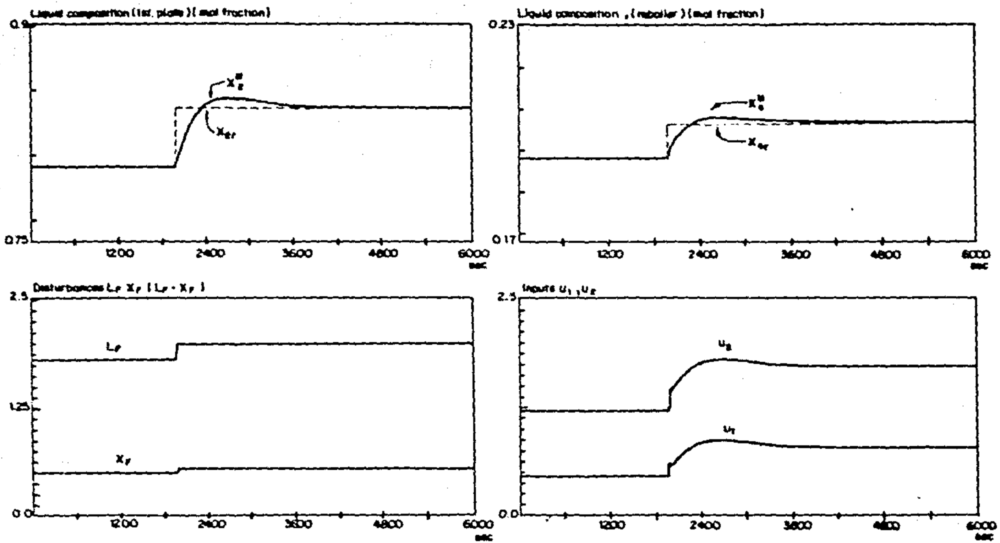



Figura IV.6 Evolución en el tiempo de $\underline{r}$, $\underline{y}$, Lf, xf y $\underline{u}$, al efectuar al mismo tiempo un cambio en $\underline{r}$ del 5% y del 10% en Lf y xf, con T1=T2=0.00001.

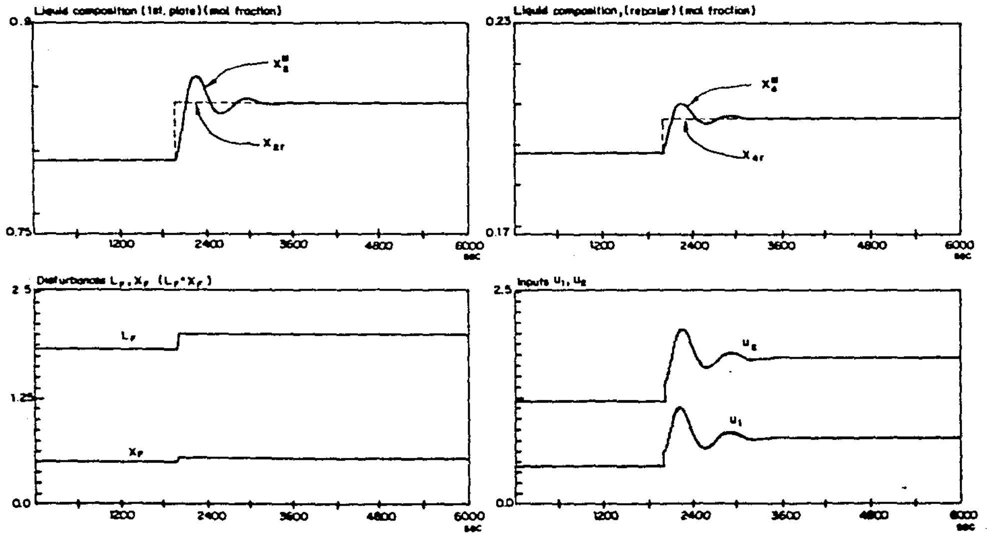



Figura IV.7 Evolución en el tiempo de r, y, Lf, xf y u, al efectuar al mismo tiempo un cambio en r del 5% y del 10% en Lf y xf, con T1=T2=0.0001.

## IV.3 Introducción del Observador Asintótico en el Esquema de Control Realimentado.

Al realizar las simulaciones descritas en la parte final de la sección anterior se tomó como valor para el estado x3 el obtenido directamente del MNLS. Sin embargo, en la práctica, este estado no tiene ningún significado físico ya que corresponde a un elemento "aglomerado" de un modelo de la columna. Es necesario estimarlo. Se introdujo así el observador asintótico diseñado en el capítulo III dentro del esquema de control por realimentación del estado obtenido arriba. Se utiliza, por lo tanto, el valor estimado de x3 ($\hat{x}3$) en las ecuaciones (IV.19 y IV.20) para el cálculo de $\underline{u}$ teniéndose finalmente el esquema mostrado en la figura IV.8.

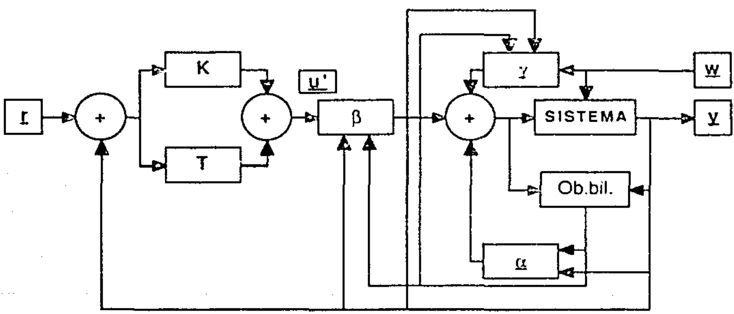



Figura IV.8 Esquema de control con Observador incluido.

## Resultados y comentarios.

Se obtuvieron varios resultados en simulación al utilizar el esquema de control con observador asintótico de la figura IV.8 y utilizando el MNLS de la columna como proceso.

Para fines de comparación se realizaron los mismos experimentos, pero con observador incluído, obteniéndose los resultados que se muestran en las figuras IV.9, IV.10, IV.11 y IV.12.

Al comparar las figuras IV.9-12 con las IV.4-7, respectivamente, se observa que:

(i) De las figuras IV.4 y IV.9 el esquema de control realimentado con observador asintótico permite cambios de consigna con un error del 9 % entre $\underline{r}$ y $\underline{y}$. El valor del error en este caso es grande debido a que el valor en las constantes de integración es muy pequeño (se reduce bastante el efecto integrador), y el efecto de tomar un valor estimado de x3 para la ley de control es grande. Algo equivalente sucede al comparar las figuras IV.6 y IV.11.

(ii) De las figuras IV.5 y IV.10 se ve que el efecto de las variables de perturbación Lf y xf es nulo (en los dos casos) sobre el vector de salida $\underline{y}$, siendo los cambios en el vector $\underline{u}$ más pequeños y suaves debido principalmente a que la convergencia de $\hat{x}3$ hacia x3 es asintótica. Algo similar se puede decir de las figuras IV.7 y IV.12.

Como experimento final se realizaron varios cambios en las perturbaciones, como se muestra en la figura IV.13. Estos cambios se efectuaron cada 100 muestras con las variaciones siguientes en los valores de las perturbaciones:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Lf : | 1.9965 | 1.6335 | 1.90575 |
| xf : | 0.55 | 0.525 | 0.45 |

con k1 = k2 = 0.005 y T1 = T2 = 0.0001.

Los resultados en simulación muestran que las perturbaciones son rechazadas relativamente pronto presentándose cambios en los controles pequeños, a pesar de los cambios bruscos en los valores de Lf y xf.

Como comentarios finales a los resultados obtenidos se puede mencionar entre otras cosas lo siguiente:

(i) La inclusión del observador en el esquema de control presenta resultados adecuados siempre y cuando el efecto integrativo reduzca el error ($\underline{r}$ - $\underline{y}$) al mínimo.

(ii) Finalmente, el control $\underline{u}$ puede ser mejorado para cambios de consigna. Algunas de estas mejoras podrían ser:

(a) Acoplar la dinámica del sistema a un sistema lineal. Esto es, encontrar una retroalimentación del estado estático de la forma

$$u_i = \alpha_i(\underline{x}) + \sum_{j=1}^{m} \beta_{ij}(\underline{x})\, v_j$$

bajo la cual el comportamiento entrada-salida del sistema no lineal dado por (IV.1a y IV.1b) sea igual a la de un sistema lineal [37].

(b) Utilizar un esquema de control adaptable con modelo de refencia [38], ya que el mecanismo de adaptación compensa variaciones en los parámetros de la planta, y sobre todo porque este esquema es una manera eficiente de especificar los objetivos de diseño, especialmente en el caso no lineal.

(c) Puesto que para calcular la ley de control por retroalimentación propuesta sólo se utiliza las ecuaciones y estados de los elementos 1, 2 y 4, y puesto que el tiempo de residencia es aproximadamente proporcional a la cantidad de líquido acumulada y la dinámica de un elemento es mucho más rápida que la de un conjunto de ellos, entonces la ley de control está formada sólo por la componente más rápida del sistema; esto generalmente implica una robustes pobre del esquema de control [39].

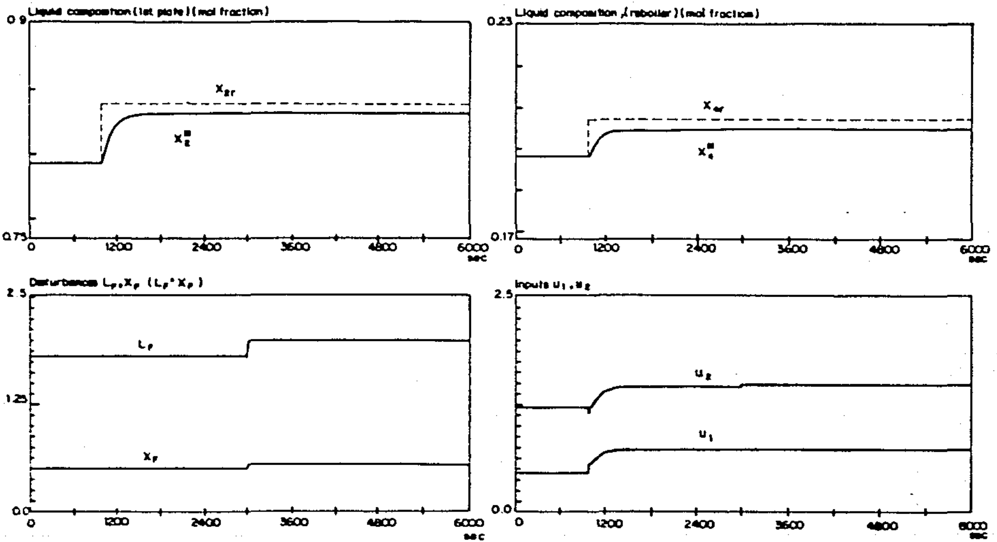



Figura IV.9 Evolución en el tiempo de r, y, Lf, xf y u, al efectuar primero un cambio en r del 5% y después un cambio en Lf y xf del 10%, con T1=T2=0.00001 (observador bilineal incluido).

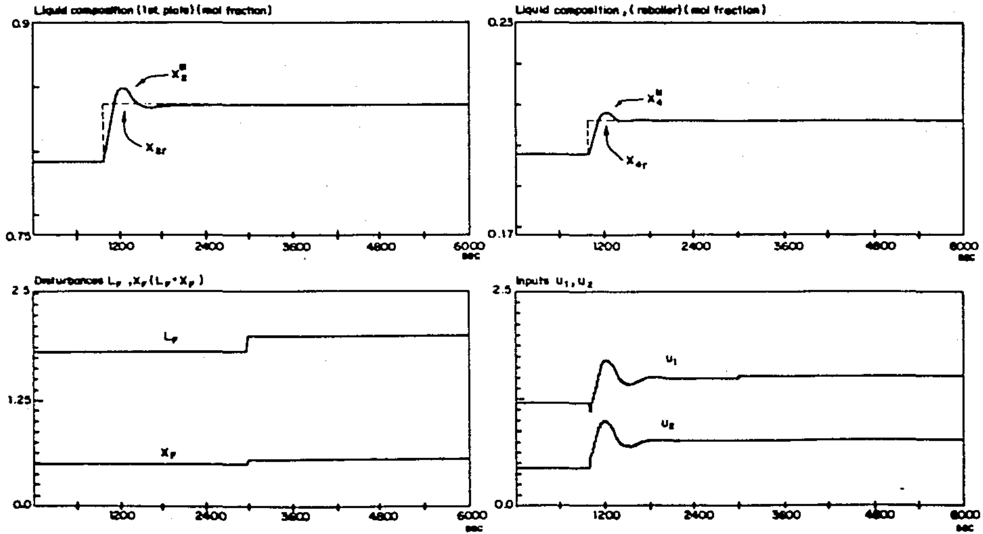



Figura IV.10 Evolución en el tiempo de r, y, Lf, xf y u, al efectuar primero un cambio en r del 5% y después un cambio en Lf y xf del 10%, con T1=T2=0.0001 (observador bilineal incluido).

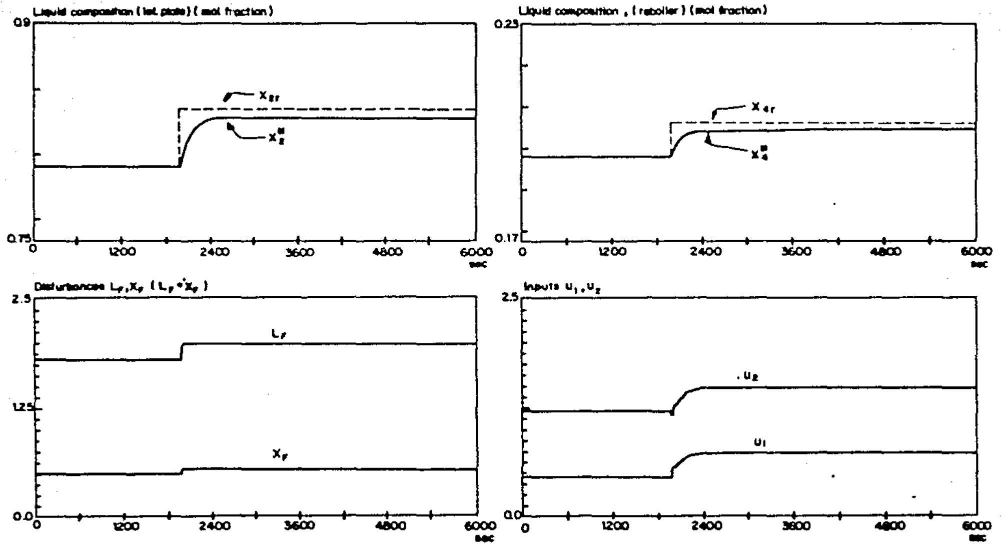



Figura IV.11 Evolución en el tiempo r, y, Lf, xf y u, al efectuar al mismo tiempo un cambio en r del 5% y del 10% en Lf y xf, con T1=T2=0.00001 (observador bilineal incluido).

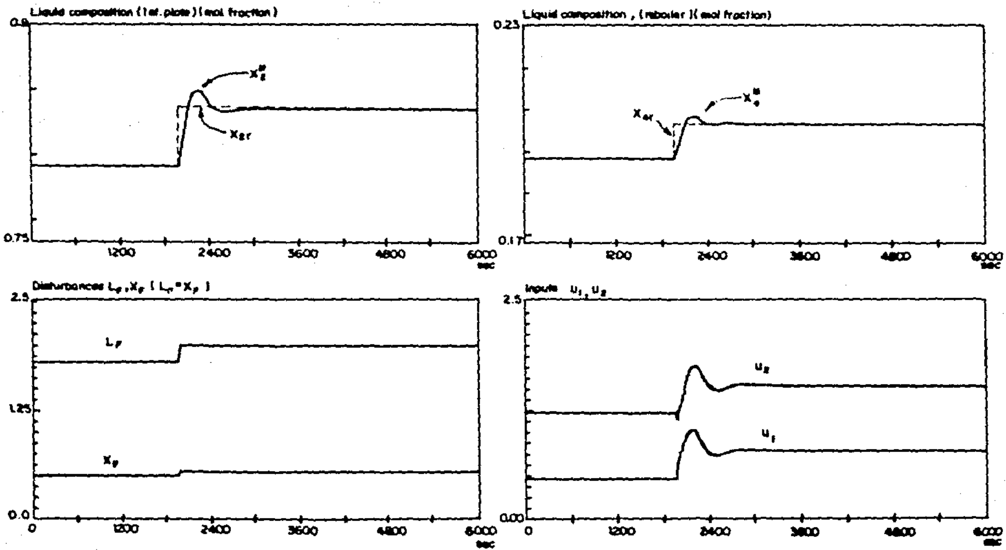



Figura IV.12 Evolución en el tiempo de r, y, Lf, xf y u, al efectuar al mismo tiempo un cambio en r del 5% y del 10% en Lf y xf, con T1=T2=0.0001 (observador bilineal incluido).

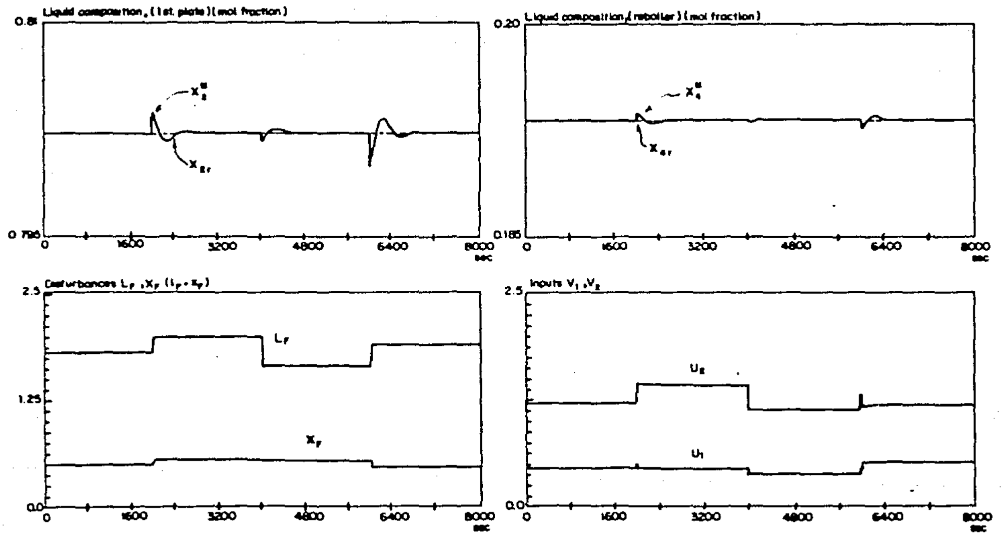
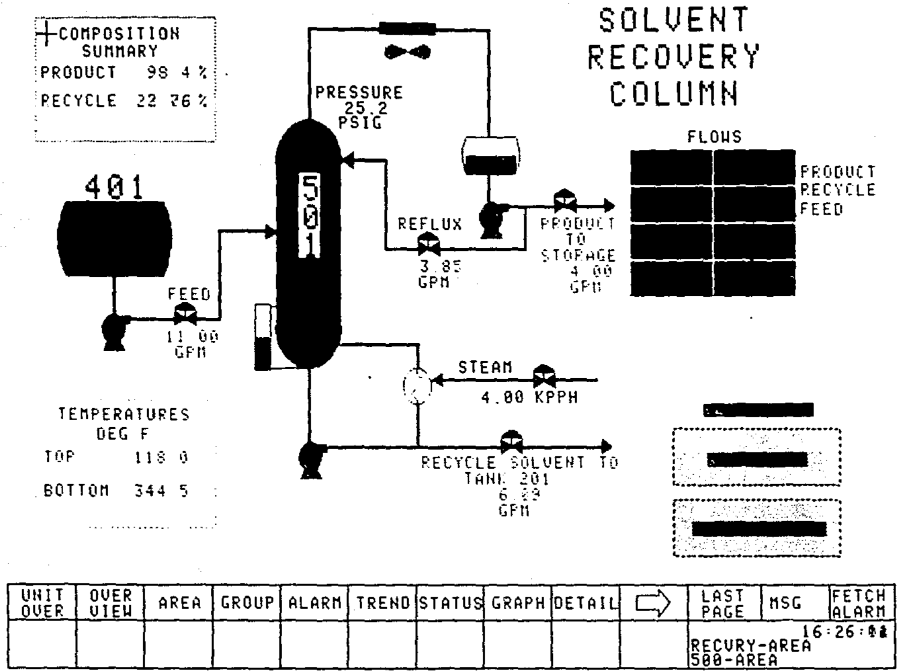
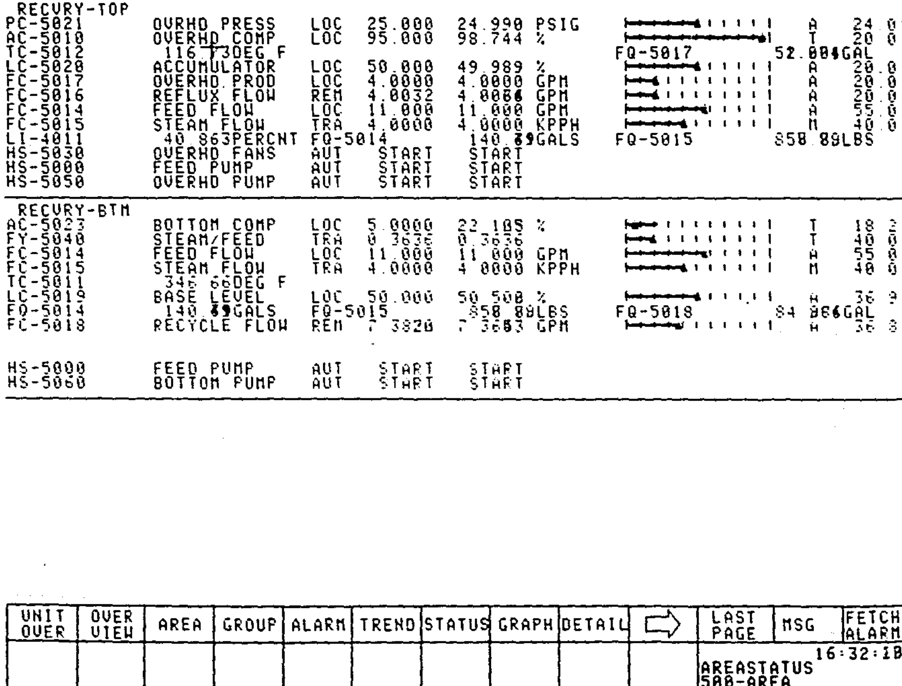


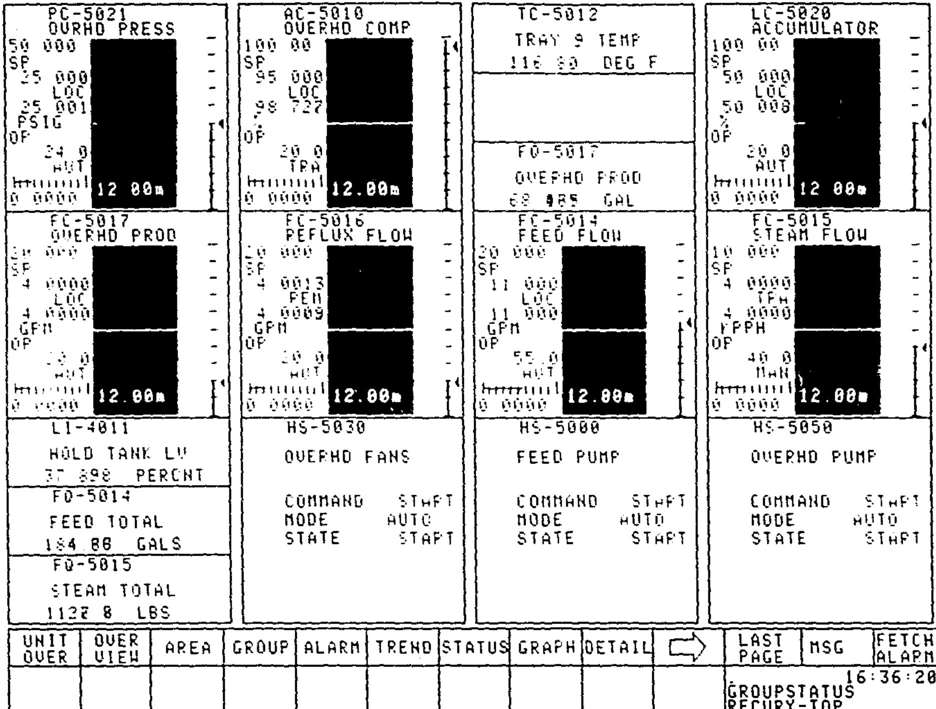

Figura IV.13 Evolución en el tiempo de $\underline{r}$, $\underline{y}$, Lf, xf y $\underline{u}$, al efectuar sólo cambios en las perturbaciones cada 100 muestras con un total de 400 muesrtas de 20 segundos cada una (observador bilineal incluido).

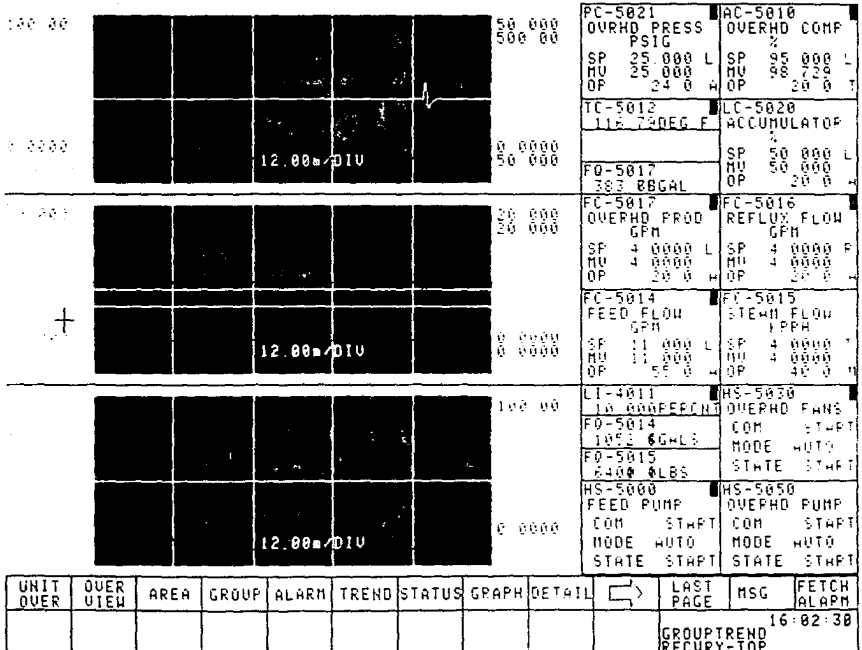
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| SOLVENT RECOVERY AREA-GRAPHIC | SOLVENT RECOVERY AREA-STATUS | | | | |
| SOLVENT RECOVERY AREA-TREND | SOLVENT RECOVERY AREA-ALARM | | | | |
| RECOVERY TOP GRAPHIC | RECOVERY BOTTOM GRAPHIC | | | | |
| RECOVERY TOP STATUS | RECOVERY BOTTOM STATUS | | | | |
| RECOVERY TOP TRENDS | RECOVERY BOTTOM TRENDS | | | | |
| RECOVERY TOP ALARMS | RECOVERY BOTTOM ALARMS | | | GROUP TEST DISPLAY | |
| TCL-UNITS OVERVIEW | | | | | LOGGERCONTRL |
| | LIBRARY DISPLAY | TEST-REPORT EXECUTE | | | ENVIRLOGON |

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| UNIT OVER | OVER VIEW | AREA | GROUP | ALARM | TREND | STATUS | GRAPH | DETAIL | ⇨ | LAST PAGE | MSG | FETCH ALARM |
| | | | | | | | | | | OVERVIEW PLANT 16:29:08 | | |


SOLVENT
RECOVERY
COLUMN
COMPOSITION
SUMMARY
PRODUCT 98 4 %
RECYCLE 22 76 %
401
FEED
11 00
GPM
501
PRESSURE
25.2
PSIG
REFLUX
3.85
GPM
PRODUCT
TO
STORAGE
4 00
GPM
FLOWS
PRODUCT
RECYCLE
FEED
STEAM
4.00 KPPH
TEMPERATURES
DEG F
TOP 118 0
BOTTOM 344 5
RECYCLE SOLVENT TO
TANK 201
6.29
GPM
UNIT OVER
OVER VIEW
AREA
GROUP
ALARM
TREND
STATUS
GRAPH
DETAIL
LAST PAGE
MSG
FETCH ALARM
RECVRY-AREA
500-AREA


RECVRY-TOP
PC-5021 OVRHD PRESS LOC 25.000 24.990 PSIG A 24.0
AC-5010 OVERHD COMP LOC 95.000 98.744 % T 20.0
TC-5012 116.73DEG F FQ-5017 52.884GAL
LC-5020 ACCUMULATOR LOC 50.000 49.989 % A 20.0
FC-5017 OVERHD PROD LOC 4.0000 4.0000 GPM A 20.0
FC-5016 REFLUX FLOW REM 4.0032 4.0066 GPM A 20.0
FC-5014 FEED FLOW LOC 11.000 11.000 GPM A 55.0
FC-5015 STEAM FLOW TRA 4.0000 4.0000 KPPH M 40.0
LI-4011 40.863PERCNT FQ-5014 140.39GALS FQ-5015 858.89LBS
HS-5030 OVERHD FANS AUT START START
HS-5000 FEED PUMP AUT START START
HS-5050 OVERHD PUMP AUT START START
RECVRY-BTM
AC-5023 BOTTOM COMP LOC 5.0000 22.185 % T 18.2
FY-5040 STEAM/FEED TRA 0.3636 0.3636 T 40.0
FC-5014 FEED FLOW LOC 11.000 11.000 GPM A 55.0
FC-5015 STEAM FLOW TRA 4.0000 4.0000 KPPH M 40.0
TC-5011 346.66DEG F
LC-5019 BASE LEVEL LOC 50.000 50.508 % A 36.9
FQ-5014 140.39GALS FQ-5015 858.89LBS FQ-5018 84.866GAL
FC-5018 RECYCLE FLOW REM 7.3820 7.3683 GPM A 36.8
HS-5000 FEED PUMP AUT START START
HS-5060 BOTTOM PUMP AUT START START
UNIT OVER
OVER VIEW
AREA
GROUP
ALARM
TREND
STATUS
GRAPH
DETAIL
LAST PAGE
MSG
FETCH ALARM
16:32:18
AREASTATUS
500-AREA


PC-5021
OURHD PRESS
50 000
SP
25 000
LOC
25 001
PSIG
OP
24 0
AUT
0 0000
12 00m
AC-5010
OVERHD COMP
100 00
SP
95 000
LOC
98 727
OP
20 0
TRA
0 0000
12.00m
TC-5012
TRAY 9 TEMP
DEG F
FQ-5017
OVERHD PROD
GAL
LC-5020
ACCUMULATOR
100 00
SP
50 000
LOC
50 008
%
OP
20 0
AUT
0 0000
12 00m
FC-5017
OVERHD PROD
SP
4 0000
LOC
4 0000
GPM
OP
AUT
12.00m
FC-5016
REFLUX FLOW
20 000
SP
4 0013
FEN
4 0009
GPM
OP
20 0
AUT
0 0000
12.00m
FC-5014
FEED FLOW
20 000
SP
11 000
LOC
11 000
GPM
OP
55 0
AUT
0 0000
12.00m
FC-5015
STEAM FLOW
10 000
SP
4 0000
TFH
4 0000
KPPH
OP
40 0
MAN
0 0000
12.00m
LI-4011
HOLD TANK LV
37 898 PERCNT
FQ-5014
FEED TOTAL
184 88 GALS
FQ-5015
STEAM TOTAL
1122 8 LBS
HS-5030
OVERHD FANS
COMMAND START
MODE AUTO
STATE START
HS-5000
FEED PUMP
COMMAND START
MODE AUTO
STATE START
HS-5050
OVERHD PUMP
COMMAND START
MODE AUTO
STATE START
UNIT OVER
OVER VIEW
AREA
GROUP
ALARM
TREND
STATUS
GRAPH
DETAIL
LAST PAGE
MSG
FETCH ALARM
16:36:20
GROUPSTATUS
RECVRY-TOP


50 000
500 00
0 0000
50 000
12.00m/DIV
20 000
20 000
12.00m/DIV
100 00
0 0000
12.00m/DIV
PC-5021
OVRHD PRESS
PSIG
SP 25 000 L
MV 25 000
OP 24 0
AC-5010
OVERHD COMP
%
SP 95 000
MV 98 729
OP 20 0
TC-5012
FQ-5017
383 BBGAL
LC-5020
ACCUMULATOR
%
SP 50 000 L
MV 50 000
OP 20 0
FC-5017
OVERHD PROD
GPM
SP 4 0000 L
MV 4 0000
FC-5016
REFLUX FLOW
GPM
SP 4 0000
MV 4 0000
FC-5014
FEED FLOW
GPM
SP 11 000 L
MV 11 000
FC-5015
STEAM FLOW
PPH
SP 4 0000
MV 4 0000
OP 40 0
LI-4011
FQ-5014
FQ-5015
HS-5030
OVERHD FANS
COM START
MODE AUTO
STATE START
HS-5000
FEED PUMP
COM START
MODE AUTO
STATE START
HS-5050
OVERHD PUMP
COM START
MODE AUTO
STATE START
UNIT OVER
OVER VIEW
AREA
GROUP
ALARM
TREND
STATUS
GRAPH
DETAIL
LAST PAGE
MSG
FETCH ALARM
16:02:38
GROUPTREND
RECVRY-TOP

# CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Los objetivos principales de este tabajo fueron mostrar que:

a) Con un modelo no lineal de orden reducido de una Columna de Destilación binaria se puede describir de manera satisfactoria el comportamiento del proceso de destilación en una zona amplia alrededor de un punto de operación dado.

b) Para el modelo reducido se puede construir un observador bilineal asintótico, estable que permite estimar un estado necesario para la aplicación de un esquema de control.

c) El observador obtenido se puede introducir en esquemas de control no lineales por retroalimentación del estado para rechazo a perturbaciones.

En particular, en este trabajo se obtuvieron los siguientes resultados:

i) Un modelo no lineal simple (MNLS) fué identificado y validado para un conjunto de entradas dado. Los resultados de identificación y validación mostraron que el modelo propuesto aproxima de una manera precisa al proceso de destilación en una amplia zona de validez.

El modelo propuesto consiste de cuatro elementos (condensador, primer plato, elemento aglomerado y calderín). Fué necesario contar con un estado que representa el valor de la concentración en el primer plato, ya que el esquema de control presentado más tarde requiere de esa variable. Los demás platos de la columna fueron agrupados en un elemento "aglomerado" que no tiene ningún sentido físico y cuya composición líquida tuvo que ser estimada utilizando un observador asintótico.

El MNLS fué sometido a una análisis de controlabidad y observabilidad local, que permite la realización de esquemas de observación y control basados en ese modelo.

ii) Puesto que, para fines de control por retroalimentación es necesario estimar el valor de la concentración del elemento aglomerado (que por otro lado no se puede obtener directamente del vector de salida), se diseño un observador asintótico, estable, bilineal de esa concentración. El diseño está basado en extensiones de los resultados presentados inicialmente en [12, 9].

Para la obtención del observador se hizo necesario obtener un modelo bilineal a partir del MNLS introduciendo ciertas hipótesis adicionales. El modelo bilineal obtenido fué sometido también a un análisis de observabilidad para verificar que un observador asintótico puede ser construido.

El observador asintótico de la concentración en el plato aglomerado fué comparado con el valor correspondiente en el MNLS, observándose que era una buena aproximación de esa variable en una zona de validez amplia.

Con fines de comparación, se obtuvo un observador lineal de Luenberger para el MNLS. Este observador fué diseñado a partir de una linealización del MNLS alrededor del mismo punto de operación para el que fué identificado ese modelo que es también el mismo punto para el cual fué construido el observador asintótico.

De las gráficas obtenidas en simulación para el observador asintótico y para el observador lineal, y al compararlas con el MNLS, se concluye que el observador asintótico resulta ser una mejor aproximación (como se esperaba) que el correspondiente lineal.

iii) Aunque, el objetivo inicial de esta tesis no contemplaba el control de la columna de destilación, para comprobar el funcionamiento y eficiencia del observador asintótico diseñado éste fué introducido en un esquema de control por retroalimentación como se muestra en los resultados respectivos.

En resumen, se puede concluir, que el proceso de destilación binario puede ser modelado adecuadamente con un modelo no lineal siempre de orden minimo (4 estados). Que el estado "aglomerado" puede ser estimado de manera satisfactoria por medio de un observador bilineal asintótico, estable. Además, este observador es una aploximación que el correspondiente lineal en la zona de operación correspondiente. Finalmente, el observador asintótico diseñado presenta un comportamiento aceptable en un esquema de control no lineal por retroalimentación del estado para rechazo a perturbaciones.

Entre las perspectivas de interés para el trabajo realizado se pueden mencionar las siguientes:

* Aplicar un esquema de control con el observador asintótico propuesto a un modelo no lineal no simple de n elementos.

* Aplicar un esquema de control con el observador asintótico propuesto al MNL obtenido en [20].

* Verificar la robustes del esquema control - observador propuesto aquí con cambios en los parámetros [39].

* Investigar otros esquemas de control, por ejemplo, acoplando la dinámica del sistema a uno lineal o utilizando un esquema de control adaptable [37].

* Usar otro tipo de sistema de observación, como podría ser un observador no lineal [40].

* Finalmente, aplicar la estructura de control - observación propuesta en el trabajo de tesis y la sugeridas en estas perspectivas a un proceso de destilación real.

# APENDICE 1

En este apéndice se incluye la nomenclatura adoptada en el capítulo I (tabla 1.1). De igual manera, se incluye el diagrama esquemático de la columna de destilación binaria (figura 1.1).

| Tabla 1.1 | Nomenclatura de referencia para la columna de destilación binaria (véase también la figura (1.1) |
|---|---|
| Cj : | Capacidad molar en el plato j |
| CB : | Capacidad molar del calentador |
| LD : | Gasto de salida de la cabeza de la columna (mol/seg) |
| hf : | Entalpia molar de la mezcla de alimentación (cal/mol) |
| Hj : | Entalpia vapor molar en le plato j (cal/mol) |
| j : | Indice del elemento j = 0, 1, . . . , np, B |
| jf : | Indice del plato de alimentación |
| np : | Número de platos |
| Lf : | Gasto de la mezcla de alimentación (mol/seg) |
| Lj : | Gasto líquido saliente del plato j (mol/seg) |
| LB : | Gasto líquido en el calderín (mol/seg) |
| Lo : | Gasto líquido del reflujo (mol/seg) |
| Pj : | Pérdida calorífica asociada al plato j (cal/seg) |
| Pb : | Pérdida calorífica asociada al calderín (cal/seg) |
| QB : | Potencia de calentamiento (cal/seg) |
| QC : | Potencia de enfriamiento (cal/seg) |
| Tf : | Temperatura de la mezcla de alimentación (C) |
| Xf : | Concentración del componente más volátil en la mezcla de alimentación |

| | |
|---|---|
| Vj : | Gasto vapor saliente del plato j (mol/seg) |
| x : | Vector de concentraciones molares líquidas para el caso binario |
| xj : | Concentración molar líquida en el plato j |
| y | Vector de concentraciones molares de vapor |
| yj : | Concentración molar de vapor en el plato j |

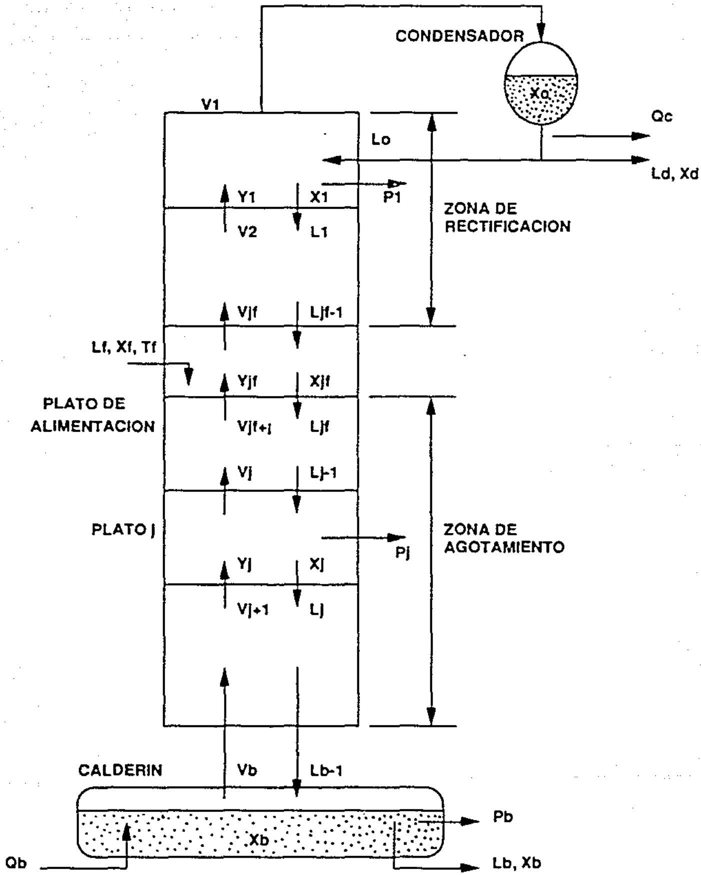



Figura1. Representación esquemática de la Columna de Destilación.

# APENDICE 2

En este apéndice, se presentan las demostraciones de las extensiones a los teoremas dados en [9]. Las siguientes suposiciones y notación son necesarios para el contenido de este apéndice.

Para el sistema bilineal presentado en el capítulo III y dado por

$$\dot{\underline{x}} = A_o \underline{x} + \sum_{i=1}^{m} u_i A_i \underline{x} + B \underline{u}$$
$$\underline{y} = C \underline{x} \qquad (2.1)$$

se tiene que el correspondiente sistema dinámico observador es

$$\dot{\underline{z}} = \{ \hat{A}_o + \sum_{i=1}^{m} u_i \hat{A}_i \} \underline{z} + \{ \hat{B}_o + \sum_{i=1}^{m} u_i \hat{B}_i \} \underline{y} + \hat{J} \underline{x}$$
$$\underline{w} = \hat{C} \underline{z} + \hat{D} \underline{y} \qquad (2.2)$$

Si se asume que existe una matriz U tal que

$$\hat{C} U + \hat{D} C = K \qquad (2.3)$$

Y, si se define el error como

$$\underline{e} = \underline{z} - U \underline{x} \qquad (2.4)$$

Entonces, $\underline{e}$ estará gobernado por la siguiente ecuación

$$\dot{\underline{e}} = \{ \hat{A}_o + \sum_{i=1}^{m} u_i \hat{A}_i \} \underline{e} + \{ \hat{J} - U B \} u + \{ \hat{A}_o U + \hat{B}_o C - U A_o \} \underline{x}$$

$$+ \sum_{i=1}^{m} \{ \hat{A}_i U + \hat{B}_i C - U A_i \} \underline{x} \qquad (2.5)$$

Sea P una matriz simétrica definida positiva de dimensión s * s, y tómese la derivada en el tiempo de $\underline{e}^T P \underline{e}$:

$$\frac{d}{dt}(\underline{e}^T P \underline{e}) = \underline{e}^T \{ P ( \hat{A}_o + \sum_{i=1}^{m} u_i \hat{A}_i ) + ( \hat{A}_o + \sum_{i=1}^{m} u_i \hat{A}_i )^T P \} \underline{e} +$$

$$+\ 2\,\underline{e}^T P\{\hat{J} - U\hat{B}\}u + 2\,\underline{e}^T P\{\hat{A}U_o + \hat{B}C_o - UA_o\}\underline{x}$$

$$+\ 2\sum_{i=1}^{m} u_i\,\underline{e}^T P\{\hat{A}U_i + \hat{B}C_i - UA_i\}\underline{x} \qquad (2.6)$$

Enseguida, se procede a la prueba de los teoremas III.1, 2 y 3.

<u>Prueba del Teorema III.1</u> (capítulo III)

Si (i), (ii), (iii), (iv) y (vi) se satisfacen, entonces (2.6) se convierten en

$$\frac{d}{dt}(\underline{e}^T P\,\underline{e}) = \underline{e}^T(-Q)\,\underline{e} = -\underline{e}^T Q\,\underline{e} \qquad (2.7)$$

El error es independiente del término U B y como P y Q se supone definidas positivas,

$$\lim_{t \to \alpha} \underline{e}(t) = 0 \qquad (2.8)$$

por el teorema de Liapunov sobre estabilidad. De (2.2) y (2.4)

$$w = \hat{C}\underline{z} + \hat{D}\underline{y} = \hat{C}(\underline{e} + U\underline{x}) + \hat{D}C\underline{x}$$

$$= \hat{C}\underline{e} + \hat{C}U\underline{x} + \hat{D}C\underline{x}$$

y de (2.3)

$$w = K\underline{x} + \hat{C}\underline{e}$$

Luego por (2.8)

$$\lim_{t \to \alpha} | \underline{w}(t) - K\underline{x}(t) | = 0$$

<u>Prueba del teorema III.2</u> (capítulo III)

Puesto que $C = [\, I_p \; O \,]$ y $U = [\, S I_{n-p} \,]$, la elección

$$\hat{A}_o = S\bar{A}_{o12} + \bar{A}_{o22}$$

$$\hat{B}_o = S\bar{A}_{o11} + \bar{A}_{o21} - (S\bar{A}_{o12} + \bar{A}_{o22})\, S$$

$$\hat{A}_i = S\bar{A}_{i12} + \bar{A}_{i22}$$

$$\hat{B}_i = S\bar{A}_{i11} + \bar{A}_{i21} - (S\bar{A}_{i12} + \bar{A}_{i22})\, S$$

$$\hat{J} = S\bar{B}_1 + \bar{B}_2 \qquad (2.9)$$

satisface todas las condiciones del teorema 1.

<u>Prueba del teorema III.3</u> (capítulo III).

Se diseña un $\sum_o^{*}$ como

$$\sum_o^{*} : \left[\begin{array}{l} \dot{z} = (A^{*}_{o22} + \sum u_i A^{*}_{i22})\, z + (A^{*}_{o21} + \sum u_i A^{*}_{i21})\, y + B^{*}_2 u \\ w = T_p^{-1} \begin{vmatrix} y \\ z \end{vmatrix} \end{array}\right. \qquad (2.10)$$

Se hace una partición de $x^*$ como

$$\underline{x}^* = \begin{vmatrix} \underline{x}^*1 \\ \\ \underline{x}^*2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \rbrack\, p \\ \\ \rbrack\, n - p \end{matrix}$$

entoncesde (III.11) (del capítulo III),

$$\underline{x}^*1 = \underline{y} \tag{2.11}$$

$$\underline{x}^*1 = (A^*_{o22} + \sum u_i A^*_{i22})\, \underline{x}^*2 + (A^*_{o21} + \sum u_i A^*_{i21})\, \underline{y} + B^*_2 \underline{u}$$

El error $\underline{e} = \underline{z} - \underline{x}^*_2$ obedece

$$\dot{\underline{e}} = \dot{\underline{z}} - \dot{\underline{x}}^*_2 = (A^*_{o22} + \sum u_i A^*_{i22})\, \underline{z} + (A^*_{o12} + \sum u_i A^*_{i21})\, \underline{y} + B^*_2 u$$

$$- (A^*_{o12} + \sum u_i A^*_{i22})\, \underline{x}^*_2 - (A^*_{o21} + \sum u_i A^*_{i21})\, \underline{y} - B^*_2 \underline{u}$$

$$= ( \dot{A}_{o22} + \sum u_i \dot{A}_{i22} ) \underline{e} \qquad (2.12)$$

De nuevo el error es independiente del término $\dot{B}$ u y, por tanto, independientemente de B $\underline{u}$. Entonces

$$\frac{d}{dt} (\underline{e}^T P \, \underline{e}) \leq - \underline{e}^T Q \, \underline{e} \qquad (2.13)$$

de las condiciones (III.12) del teorema (capitulo III). Por tanto, $\underline{e}$ (t) tiende a cero

$$\underline{w} - \underline{x} = T_p^{-1} \begin{vmatrix} \underline{y} \\ \underline{z} \end{vmatrix} - \underline{x} = T_p^{-1} \begin{vmatrix} \dot{\underline{x}}1 \\ \dot{\underline{x}}2 + \underline{e} \end{vmatrix} - T_p^{-1} \begin{vmatrix} \dot{\underline{x}}1 \\ \dot{\underline{x}}2 \end{vmatrix} = T_p^{-1} \begin{vmatrix} \underline{0} \\ \underline{e} \end{vmatrix}$$

Así, queda demostrado que $\sum_o^*$ es un observador de orden mínimo para $\sum_p$ .

# APENDICE 3

## VARIEDAD DIFERENCIABLE O SUAVE [41]

### Definición 3.1

Un espacio localmente Euclidiano X de dimensión n es un espacio topológico tal que, para cada $p \in X$, existe un homeomorfismo $\zeta$ que mapea alguna vecindad abierta de $p$ sobre un conjunto abierto $R^n$.

### Definición 3.2

Una N Variedad de dimensión n es un espacio topológico que es localmente Euclidiano de dimensión n, es Hausdorff y tiene una base contable.

Una carta coordenada sobre una N variedad es un par $(U, \zeta)$, donde U es un conjunto abierto de N y $\zeta$ un homeomorfismo de U sobre un conjunto abierto de $R^n$.

Definición 3.3

Seran N y M dos variedades suaves. Un mapeo F : N --> M es un mapeo suave si para cada p ε N existen cartas coordenadas (U, ζ) de N y (V, ζ) de M, con p U y F (p) ε V, tales que la expresión de F en coordenadas locales es $C^{\alpha}$.

SUBVARIEDADES [41]

Definiciones 3.4

Sea F : N --> M un mapa suave de variedades.

i) F es una inmersión si rango (F) = dim (N) para toda p ε N.

ii) F es una inmersión univalente si F es una inmersión y es inyectiva.

iii) F es un encajamiento si F es una inmersión univalente y la topología inducida sobre F (N) por la de N coincide con la topología de F (N) como un subconjunto de M.

Definición 3.5

Una subvariedad inmersa de M es la imagen F (N) de una inmersión univalente. Una subvariedad de M es la imagen F (N) de un encajamiento.

## VECTORES TANGENTES [41]

Sea N una variedad de dimensión n. Se dice que una función real $\lambda$ es suave en una vecindad de $\underline{p}$, si el dominio de $\lambda$ incluye un conjunto abierto U de N que contiene a $\underline{p}$ y la restricción de $\lambda$ a U es una función suave. El conjunto de todas las funciones suaves es una vecindad de $\underline{p}$ se denota como $C^{\alpha}(\underline{p})$, $C^{\alpha}(\underline{p})$ forma un espacio vectorial sobre el campo R ya que si $\lambda$, $\gamma$ son funciones en $C^{\alpha}(\underline{p})$ ya, b son números reales, la función $a\lambda + b\gamma$ definida como:

$$(a\lambda + b\gamma)(g) = a\lambda(g) + b\gamma(g)$$

para todo g en una vecindad de $\underline{p}$, es también una función en $C^{\alpha}(\underline{p})$. Dos funciones $\lambda\ \gamma \in C^{\alpha}(\underline{p})$ pueden multiplicarse para dar otro elemento de $C^{\alpha}(\underline{p})$, escrito $\lambda\ \gamma$ y definido como:

$$(\lambda\ \gamma)(g) = \lambda(g) \cdot \gamma(g)$$

para toda g en una vecindad de $\underline{p}$.

## Definición 3.6

Un vector tangente v en $\underline{p}$ es un mapa v : $C^{\alpha}(\underline{p}) \text{-->} R$ con las propiedades siguientes:

i) (linealidad) : $v(a\lambda + b\gamma) = a\,v(\lambda) + b\,v(\gamma)$ para toda $\lambda, \gamma \in C^{\alpha}(\underline{p})$ y a, b $\varepsilon$ R.

ii) (regla de Leibnitz) : $v(\lambda\gamma) = \gamma(\underline{p})\,v(\lambda) + \lambda(\underline{p})\,v(\gamma)$ para toda $\lambda, \gamma \in C^{\alpha}(\underline{p})$.

## Definición 3.7

Sea N una variedad suave. El espacio tangente a N en $\underline{p}$, escrito como $T\underline{p}$ N, es elconjunto de todos los vectores tangentes, en g.

## CAMPO VECTORIAL [41]

### Definición 3.8

Sea M una variedad diferenciable $C^{\alpha}$ (o analítica). Un campo $\underline{f}$ sobre M es una función que asigna a cada elemento $\underline{x} \varepsilon$ M, un vector $\underline{f}(\underline{x}) \varepsilon$ $T_{\underline{x}}$ M es el espacio tnagente a M en $\underline{x}$.

## DISTRIBUCIONES INVARIANTES [41]

### Definición 3.9

Una distribución $\Delta$ sobre M es una aplicación que asocia a cada $\underline{x} \varepsilon$ M un subespacio $\Delta$ (x) del espacio tangente $T_{\underline{x}}$ M. Se dice que cada distribución $\Delta$ es de clase $C^{\alpha}$ (o analítica) si existe una vecindad U de cada punto $\underline{x} \varepsilon$ M y r campos vectoriales de clase $C^{\alpha}$ denotados como $\underline{\tau}1, \ldots, \underline{\tau}r$, que tienen la propiedad siguiente:

- Para todo $\underline{z} \varepsilon$ U, $\Delta$ ($\underline{z}$) es el subespacio de $T_{\underline{z}}$ M generado por los vectores $\underline{\tau}1$ ($\underline{z}$), . . . ,$\underline{\tau}r$ ($\underline{z}$).

Se dice que una distribución $\underline{\tau}_1, \ldots, \underline{\tau}_r$ es de rango K si, para toda $\underline{x} \varepsilon M$, dim $\Delta(\underline{x}) = K$.

Se dice que un campo vectorial $\tau \varepsilon X(M)$ (conjunto de campos vectoriales definifod sobre M) pertenece a $\Delta$, escribiéndose $\tau \varepsilon \Delta$, si para toda $\underline{x} \varepsilon M$ se tiene que $\tau(\underline{x}) \varepsilon \Delta(\underline{x})$.

Definición 3.10

Sea los r campos vectoriales $\underline{f}_1, \ldots, \underline{f}_r$ sobre M. Se dice una distribución $\Delta$ es invariante en relación a $\underline{f}_1, \ldots, \underline{f}_r$ si se tiene que:

$$\underline{\tau} \varepsilon \Delta \Rightarrow [\underline{f}_i, \underline{\tau}] \varepsilon \Delta, \qquad (i = 1, \ldots, r)$$

Se dice que una distribución es involutiva si, dados dos campos vectoriales $\tau_1 \varepsilon \Delta$, $\tau_2 \varepsilon \Delta$, se tiene que $[\tau_1, \tau_2] \varepsilon \Delta$, donde $[\tau_1, \tau_2]$ denota la operación paréntesis de Lie de dos campos vectoriales.

Sea $\Delta o$ una distribución dada. Una distribución que contenga a $\Delta o$ que es invariante con respeecto a los campos vectoriales $\underline{f}1, \ldots, \underline{f}r$, denota como $\Delta m$, se dice que es mínima, si está contenida en otra distribución que contenga a $\Delta o$ y que es invariante con respecto a los mismos campos vectoriales.

Una distribución $\Delta$ es regular si es involutiva, de rango constante y hace una partición de M en subvariedades encajadas regularmente donde el cociente admite una estructura $C^{\alpha}$ tal que la proyección canónica es una submersión.

<u>PARENTESIS DE LIE</u> [42]

<u>Definición 3.11</u>

Sean $\underline{f}1$ y $\underline{f}2$ dos campos vectoriales, la operación paréntesis de Lie se define como:

$$[\ \underline{f}2\ ,\ \underline{f}1\ ] \overset{\Delta}{=} (\ \delta\ \underline{f}2\ /\ \delta\ \underline{x}\ )\ \underline{f}1\ -\ (\ \delta\ \underline{f}1\ /\ \delta\ \underline{x}\ )\ \underline{f}2$$

# BIBLIOGRAFIA

(1) SHINSKEY F.G.
"Process control systems"
2a. Edición, McGraw Hill, 1977

(2) HARRIOT P.
"Process control"
McGraw Hill, 1964

(3) LUYBEN W.L.
"Process modeling simulation, and control for chemical engineers"
McGraw Hill, 1973

(4) BRISTOL T.M.
"On a new measure of interaction for multivariable process control"
IEEE TAC, AC-11, 1966

(5) TAKAMATSU T., HASHIMOTO J.
"A geometric approach to multivarable control. System design for distilation column"
Automatica, vol. 15, 1979

(6) WONHAM W.M.
"Linear multivariable control, a geometric approach"
Applications on Mathematics, vol. 10, Springer Verlag, 1979

(7) GAUTHIER J.P., BRONARD G.
"Reject des pérturbations pour un modèle non linéaire de colonne à destiller"
Belle-île Congress, Belle, île, France, 1982

(8) ISIDORI A., KRENER A.
"Nonlinear decoupling via feedback: A diferential geometric approach"
IEEE TAC, AC-29, 1981

(9) FUNAHASHI Y.
"Stable state estimator for bilinear systems"
Int. J. Control, vol. 29, 1979

(10) HERMAN R., KRENER A.
"Nonlinear crontrollability and observability"
IEEE TAC, AC-22, 1977

(11) KUO S.R., ELLIOT D.L., TARN T.S.
"Exponential observers for nonlinear dynamic systems"
Inform. Contr., vol. 29, 1975

(12) HARA S., FURUTA K.
"Minimal order state observers for bilinar systems"
Int. J. Control, vol. 24, 1976

(13) Williamson D.
"Observation of bilinear systems with application to biological control"
Automatica, vol. 13, 1977

(14) HSU C.S., KARANAM V.R.
"On the observer design of bilinear systems"

(15) KRENER A., ISIDORI A.
"Linearization by output injection and nonlinear observer"
Systems and control letters, vol. 3, 1983

(16) BESTLE D., ZEITZ M.
"Canonical form observer design for nonlinear time variable systems"
Int. J. Control, vol. 38, 1983

(17) VAN WINKLE M.
"Distillation"
Mc Graw Hill, Chemical Engineering Series, 1973

(18) FOULARD C., BORNARD G.
"Identification and system parameter stimation of distillation processes"
Nota interna, LAG-INP, (France), 1973

(19) HOLLAND CH.D.
"Multicomponent distillation"
Prentice Hall Inc., 1963

(20) ESPAÑA M.
"Modelisatioon bilinéaire de colonnes à distiler"
Thèse de Docteur Ingenieur, INPG, (France), 1977

(21) ALVAREZ G.J.
"Modelización de columnas de destilación binarias"
IPN, Ing. Eléctrica. Reporte interno 1983

(22) LINARES L.R.
"Simuladores de formación profecional. Aplicación a un proceso de destilación binario"
Tesis de maestro en ciencias, IPN, 1982

(23) TORRES M.J.A.
"Control multivariable no lineal de una columna de destilación binaria"
Tesis de maestro en ciencias. IPN, 1985

(24) PARRAUD A.
"Theorie et practique des méthodes en programation non linéaire"
Nota interna, LAG-INPG, Francia, 1976

(25) SAGE M.
"System Identification"
Academic Press, 1971

(26) TOLEDO B.C.
"Modelización, identificación y control bilineal de una columna de destilación binaria"
Tesis de maestro en ciencias. IPN, 1985

(27) ALVAREZ J., CASTRO R.
"Introducción al estudio de sistemas no lineales por medio de la geometría diferencial"
Nota interna. IPN, 1984

(28) ISIDORI A.
"Direct construction of minimal bilinaer realizations from nonlinear input - output maps"
IEEE TAC, AC-18, 1973

(29) KAILATH T.
"Linear Systems"
Prentice Hall, 1980

(30) LUENBERGER D.G.
"Observing the state of a linear system"
IEEE TME, MIL-8, 1964

(31) LUENBERGER D.G.
"Observers for multivariable systems"
IEEE TME, AC-11, 1966

(32) LUENBERGER D.G.
"An inroduction to observers"
IEEE TAC, AC-16, 1971

(33) PATEL R., MUNRO N.
"Multivariable system theory and design"
Pergamon Press, vol. 4, 1982

(34) MOOG C.H., GLUMINEAU A.
"Le problème de reject des pérturbations measurable dans les systèmes non linéaire. Aplication a l'amarrage en un seul point des grands pétroliers"
Belle-ile Congress, Belle-île, France, 1982

(35) HIRSCHORN R.M.
"(A, B) - invariant distributions and disturbance decoupling of nonlinear systems"
SIAM J. on Control and Optimization, vol. 19, 1981

(36) ISIDORI A.
"Disturbance decoupling and noninteracting control"
Nonlinear Control Systems: An Introduction, Lectures Notes and Information Sciences, vol. 72. Springer Verlag, Berlin, 1985

(37) ISIDORI A.
"Exact Linearization Methods"
"Nonlinear Control Systems: An Introduction, Lectures Notes and Information Sciences, vol. 72, Springer Verlag, Berlin, 1985

(38) MARINO R., NICOSIA S.
"Linear - model following control and feedback equivalence to linear controllable systems"
Int. J. Control, vol. 39, 1984

(39) LEVINE J., ROUCHON P.
"Disturbances rejection and integral control of agregated nonlinear distillation models"
7th. International Conference on Analisis and Optimization of Systems, Antibos, France, 1986

(40) ALVAREZ J., CASTILLO B., CASTRO R.
"Nonlinear state space estimation and control of a binary distillation column"
International Simposium of Applications in control of a binary distillation column"
Identification from IASTED. Los Angeles, Cal., U.S.A., 1986

(41) ALVAREZ J., CASTRO R.
"El problema de desacoplamiento a perturbaciones, singularidades y seguimiento aproximado en una columna de destilación"
Reporte tecnico. IPN, 1986

(42) ALVAREZ J., CASTRO R.
"Introducción a sistemas dinámicos: un enfoque geométrico"
Texto. IPN, 1985

(43) GRASSELLI D.M., ISIDORI A.
"An existence theorem for observers of bilinear systems"
IEEE TAC, AC-26, 1981