

15
2 ej

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO



ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES

“ A R A G O N ”

**DISEÑO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES
POR COMPUTADORA**

TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el Título de:

INGENIERO CIVIL

Presenta:

GUILLERMO MARTINEZ FLORES

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

San Juan de Aragón, 1991



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

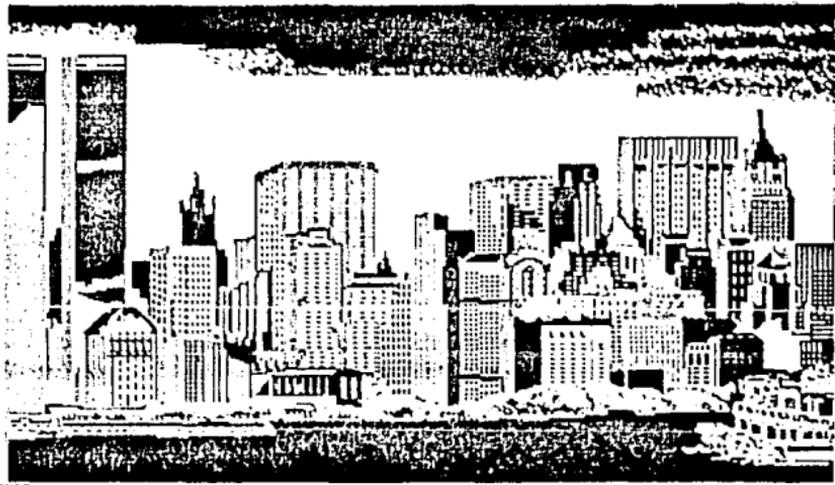
Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CAPITULO

1

FLORIAN EN VEGAS



1.1 INTRODUCCION.

Son frecuentes los elementos estructurales sujetos a flexión tales como vigas o losas que trabajan en una sola dirección. Generalmente, la flexión se presenta acompañada de fuerza cortante. Sin embargo, la resistencia a flexión puede estimarse con suficiente precisión despreciando el efecto de la fuerza cortante.

Los esfuerzos de flexión resultan de los momentos flexionantes externos. Controlan en la mayoría de los casos la selección de las dimensiones geométricas de una sección de concreto reforzado. El proceso de diseño a través de la selección y análisis de una sección comienza normalmente por satisfacer los requisitos de flexión, excepto para componentes especiales tales como zapatas. De allí en adelante se analizan y satisfacen otros factores, tales como capacidad a cortante, deformación, agrietamiento, torsión, adherencia del refuerzo, etc.

1.2 RESISTENCIA DE ELEMENTOS SUJETOS A FLEXION SIMPLE.

Hipótesis generales.

La resistencia de elementos sujetos a flexión simple puede determinarse a partir de una serie de hipótesis simplificadoras ligadas al comportamiento básico y al mecanismo acción respuesta. Las hipótesis que se hacen comúnmente son las siguientes:

- 1.- Se supone una distribución lineal de la deformación.
- 2.- Se conoce la distribución de esfuerzos en la zona de compresión del elemento.
- 3.- La deformación en el acero y en el concreto que lo rodea es la misma antes del agrietamiento del concreto ó de la fluencia del acero.
- 4.- El concreto es débil en la zona de tensión. Se agrieta a una etapa temprana de carga alrededor del 10% de su resistencia límite de compresión.
- 5.- El elemento alcanza su resistencia a una cierta deformación unitaria máxima útil del concreto, ϵ_{cu} . Las NTC-87 del RDT recomiendan un valor de ϵ_{cu} igual a 0.003.

1.3 EL BLOQUE RECTANGULAR EQUIVALENTE.

La distribución real del esfuerzo de compresión en una sección tiene la forma de una parábola creciente, como se muestra en la figura 1.1c. Requiere de mucho tiempo evaluar el volumen del bloque de esfuerzos de compresión con esta configuración. En el cálculo de la fuerza de compresión, puede utilizarse con facilidad y sin pérdida de exactitud un bloque rectangular equivalente de esfuerzo propuesto por las NTC-87 del RDF. Este bloque equivalente de esfuerzo tiene una profundidad a y una resistencia promedio a la compresión de f^*c . Como puede verse de la figura 1.1d, el valor de $a=0.8c$, se determinó bajo la hipótesis de que la distribución de esfuerzos de compresión en el concreto cuando se alcanza la resistencia es uniforme en una zona cuya profundidad es 0.8 veces la del eje neutro. El valor de f^*c para el esfuerzo promedio del bloque equivalente de concreto se obtiene mediante la siguiente expresión:

$f^*c = \beta_1 f^*c$, donde β_1 es un coeficiente que toma en cuenta la distribución de esfuerzos para concretos de alta resistencia y es igual a 0.85 para concretos con una f^*c menor de 250 kg/cm² y para concretos con una f^*c mayor de 250 kg/cm² se emplea la siguiente expresión.

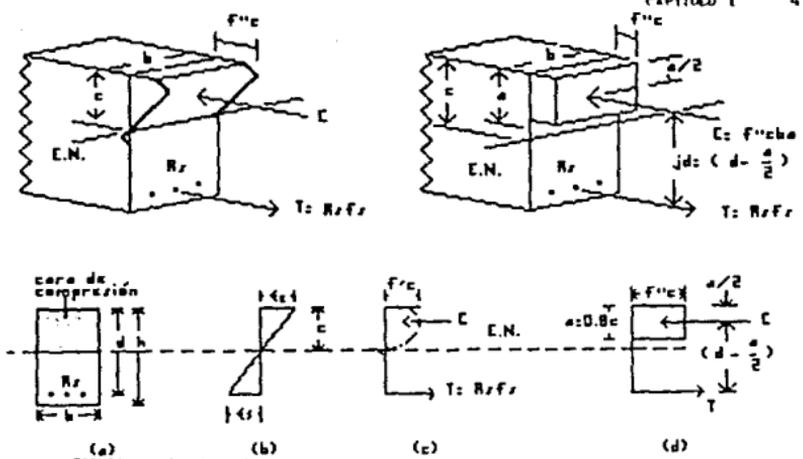
$$\beta_1 = (1.05 - \frac{f^*c}{1250}) f^*c$$

El valor de f^*c es en parte, una medida de la resistencia del concreto en la estructura, y es igual a $0.8f^*c$.

En la figura 1.1 se muestra un resumen de las hipótesis utilizadas para definir el comportamiento de una sección de concreto reforzado.

Los términos de la figura 1.1 se definen como sigue.

- b= Ancho de la viga en la cara de compresión.
- d= Peralte de la viga medido a partir de la fibra extrema de compresión al centroide del área de acero.
- h= Peralte total de la viga.
- A_s= Área del acero de tensión.



(a) (b) (c) (d)
 FIGURA 1.1 Distribución de esfuerzos y deformaciones a través del perfil de la viga: a) sección transversal de la viga; b) deformaciones; c) bloque de esfuerzos reales d) bloque de esfuerzos equivalente supuesto.

- c_c = Deformación en la fibra extrema de compresión.
- c_t = Deformación en el nivel de acero de tensión
- f'_c = Resistencia a la compresión del concreto.
- f''_c = Esfuerzo promedio del bloque equivalente del concreto.
- f_s = Esfuerzo en el acero de tensión.
- f_y = Resistencia de fluencia del acero de tensión.
- c = Profundidad del eje neutro medida a partir de las fibras extremas de compresión.

De la figura 1.1 se deduce fácilmente que la fuerza de compresión C puede escribirse como $f''_c b a$, esto es, el volumen del bloque de compresión en ó cerca del límite cuando el acero de tensión ha fluído, $c_t > c_y$. La fuerza de tensión T puede escribirse como $A_s f_y$. De este modo la ecuación 1.1 de equilibrio cambia a la ecuación 1.2.

$$C = T \tag{1.1}$$

$$f''_c b a = A_s f_y \tag{1.2}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{f''_c b} \tag{1.3}$$

El momento resistente de la sección, esto es, la resistencia nominal M_n , puede expresarse como,

$$M_n = (A_s f_y) j d \quad \text{o} \quad M_n = (f'' c b_e) j d \quad (1.4a)$$

donde, $j d$ es el brazo de palanca, refiriéndose a la distancia entre las fuerzas de tensión y de compresión del par resistente interno. Utilizando el bloque rectangular equivalente simplificado de esfuerzo de la figura 1.1d, el brazo de palanca es,

$$j d = \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Por lo que el momento resistente nominal viene a ser,

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (1.4b)$$

Debido a que $C=I$, la ecuación de momentos puede escribirse también como,

$$M_n = f'' c b_e \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (1.4c)$$

Si la relación del refuerzo $\rho = A_s / b d$, la ecuación 1.3 puede escribirse como,

$$r = \frac{\rho d f_y}{f'' c}$$

Si $r = b/d$, la ecuación 1.4c viene a ser,

$$M_n = \rho r d^2 f_y \left(d - \frac{\rho d f_y}{2 f'' c} \right) \quad (1.5a)$$

o bien,

$$M_n = (q r f'' c (1 - 0.5 q)) j d^2 \quad (1.5b)$$

Donde, $q = \rho f_y / f'' c$. La ecuación 1.5b se expresa algunas veces como,

$$M_n = R b d^2 \quad (1.6a)$$

Donde,

$$R = q f'' c (1 - 0.5 q) \quad (1.6b)$$

1.4 PORCENTAJE BALANCEADO.

Según la cantidad de acero longitudinal con que está reforzada la pieza, éste puede fluir o no antes de que se alcance la carga máxima. Cuando el acero fluye, el comportamiento del miembro es dúctil; es decir, se producen deflexiones considerables antes del colapso, como se muestra en la figura 1.1. En este caso se dice que el elemento es *subreforzado*. Por otra parte, si la cantidad de acero longitudinal de tensión es grande, este no fluye antes del aplastamiento y se dice entonces que el elemento es *sobrerreforzado*. Puede suceder que el elemento alcance su resistencia precisamente cuando el acero empieza a fluir. En este caso, se dice que el elemento es *balanceado*.

Conviene entonces disponer de un medio sencillo para determinar si la sección es subreforzada, o sea, si su relación de refuerzo, ρ , es menor que la relación balanceada, ρ_b . También es necesario calcular la relación balanceada para fines de diseño, ya que para asegurar una ductilidad adecuada y reducir así el riesgo de fallas frágiles. Las NTC-87 del RDF, especifican usar una relación de refuerzo máxima igual a la relación balanceada, ρ_b , para construcciones normales y el 75% de ρ_b para construcciones en zonas sísmicas.

Para secciones rectangulares simplemente armadas, la relación balanceada puede calcularse con la ecuación:

$$\rho_b = \frac{f'_c}{f_y} \times \frac{4800}{8000 + f_y} \quad (1.7)$$

Esta ecuación se obtiene de un estado de deformaciones unitarias en el cual se alcanzan simultáneamente la deformación de aplastamiento del concreto, que se supone igual a 0.003, y la deformación de fluencia del acero de refuerzo.

1.5 ANALISIS POR FLEXION DE VIGAS RECTANGULARES SIMPLEMENTE ARMADAS

La secuencia de cálculo que se presenta en el diagrama de flujo de la figura 1.2 puede utilizarse para el análisis de una viga tanto para el cálculo manual como por computadora. El diagrama de flujo se desarrolló utilizando el método de análisis presentado en la sección 1.3. Los siguientes ejemplos muestran los cálculos típicos de análisis siguiendo la lógica del diagrama de flujo de la figura 1.2.

1.5.1 Ejemplo 1.1 Momento Resistente nominal en una viga simplemente armada.

Para la sección transversal de la viga que se muestra en la figura 1.3 calcule la resistencia nominal a la flexión si $f_y = 4220$ kg/cm² y f'_c es a) 352 kg/cm² b) 633 kg/cm². Considere que la viga estará sujeta a posibles fuerzas sísmicas.

Solución.

$$a) 352 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 25 \text{ cm}$$

$$d = 45 \text{ cm}$$

$$A_s = 25.81 \text{ cm}^2$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{352}}{4220} = 0.0031 < \rho_{\text{real}} = 0.0229$$

$$f^*c = 0.8 \times 352 = 281.60 \text{ kg/cm}^2 > 250 \text{ kg/cm}^2 \text{ por lo tanto,}$$

$$f^*c = (1.05 - \left(\frac{281.6}{1250}\right)) 281.60 = 232.24 \text{ kg/cm}^2$$

De la ecuación 1.7 tenemos,

$$\rho_b = \frac{232.24}{4220} \times \frac{4800}{6000 + 4220} = 0.0258$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \times 0.0258 = 0.0194 < \rho_{\text{real}} = 0.0229$$

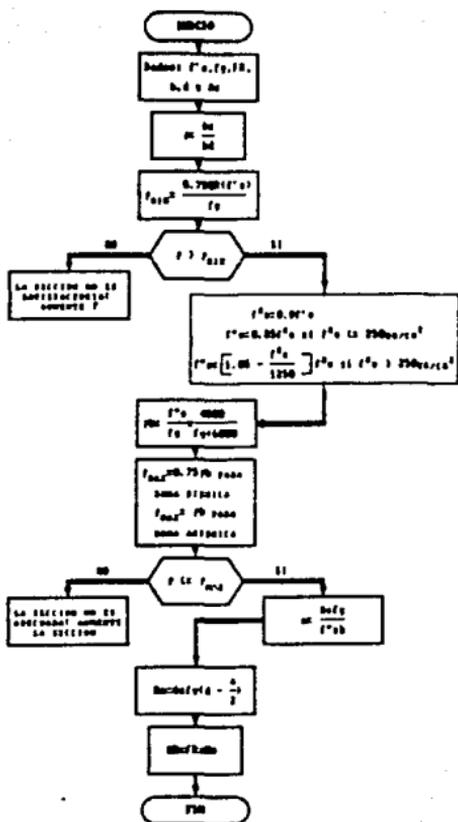


FIGURA 1.2 Diagrama de flujo para el análisis en flexión de vigas rectangulares simplemente reforzadas.

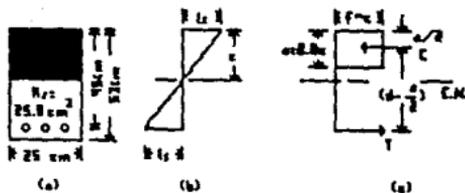


FIGURA 1.3 Diagramas de esfuerzo y deformación en la sección transversal de la viga, ejemplo 1.1: a) sección transversal; b) deformaciones; c) esfuerzos.

Por lo tanto, la viga se considera sobrerreforzada.

$$b) f'c = 633 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{633}}{4220} = 0.0042 < \rho_{\text{real}} = 0.0229$$

$$f'c = 0.8 \times 633 = 506.40 \text{ kg/cm}^2 > 250 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Por lo tanto,}$$

$$f_c = 1.05 - \left(\frac{506.40}{1250} \right) 506.40 = 326.57 \text{ kg/cm}^2$$

De la ecuación 1.7 tenemos,

$$\rho_b = \frac{326.57}{4220} \times \frac{4800}{6000 + 4220} = 0.0363$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \times 0.0363 = 0.0273 > \rho_{\text{real}} = 0.0229 \quad \text{Bien.}$$

$$A_s = 25.81 \text{ cm}^2$$

$$a = \frac{A_s f_y}{f'c b} = \frac{25.81 \times 4220}{326.57 \times 25} = 13.34 \text{ cm.}$$

De la ecuación 1.4b, el momento resistente nominal es,

$$\begin{aligned} M_n &= A_s f_y (d - (a/2)) = 25.81 \times 4220 (45 - (13.34/2)) \\ &= 4\,174\,834.8 \text{ kg-cm.} \end{aligned}$$

1.6 PROCEDIMIENTO POR TANTEOS PARA EL DISEÑO DE VIGAS SIMPLEMENTE REFORZADAS.

En el ejemplo 1.1, se dieron las propiedades geométricas de la viga, esto es, b, d y A_s . En un ejemplo de diseño, tiene que hacerse una suposición del ancho b (ó la relación de b a d) y el nivel del porcentaje de refuerzo ρ . En la práctica usual la relación de b a d varía entre 0.25 y 0.60.

Para el diseño de secciones transversales de vigas simplemente reforzadas se pueden utilizar los siguientes pasos que siguen la lógica del diagrama de flujo de la figura 1.4.

1.- Calcule el momento externo factorizado. Suponga una relación r de b/d entre 0.25 y 0.60 y calcule $b=rd$.

2.- Seleccione un porcentaje del refuerzo menor que ρ_b ó 0.75% según corresponda.

3.- Calcule el valor del factor de momento R basado en la cantidad supuesta de ρ del paso 2. Calcule d para $M_n=Rbd^2$ y proceda a analizar la sección.

El proceso para obtener la sección final es altamente convergente aún para cálculos manuales en los que no se requieren más de tres ciclos de prueba.

1.6.1 Ejemplo 1.2 Diseño por flexión de una viga simplemente reforzada con apoyos simples.

Una viga de concreto reforzado simplemente apoyada tiene un claro de 9.14m. y esta sujeta a una carga uniforme de servicio $W_u=2232\text{kg/m}$, como se muestra en la figura 1.5. Diseñe la sección de la viga para resistir la carga externa de flexión factorizada.

considere:

$$f'_c = 281\text{kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220\text{kg/cm}^2$$

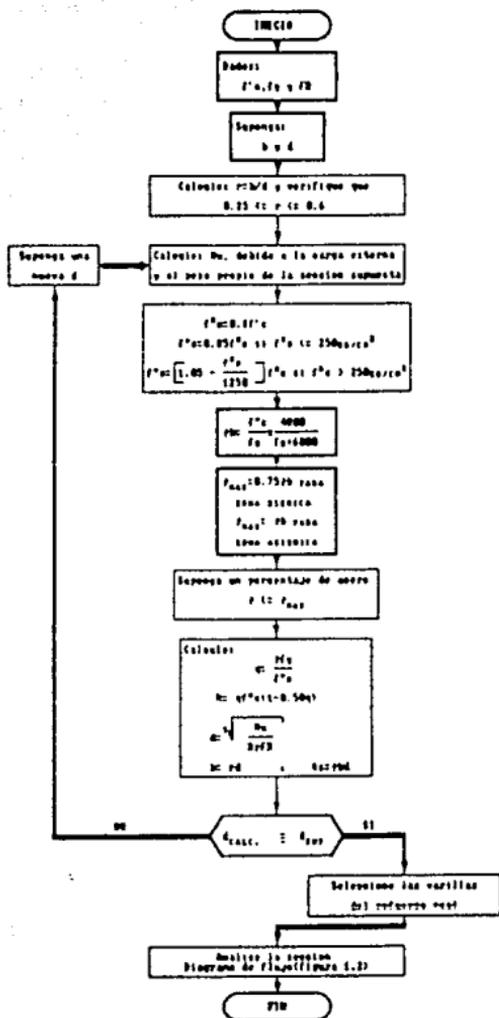


FIGURA 1.4 Diagrama de flujo para el diseño de secciones rectangulares simplemente reforzadas.

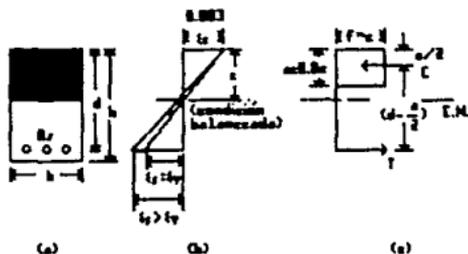


FIGURA 1.5 Viga de concreto reforzado simplemente apoyada con carga uniforme; a) sección transversal; b) deformaciones; c) esfuerzos.

Solución.

Para estimar en forma preliminar el peso propio, suponga un espesor total $h = 60\text{cm}$, peralte efectivo $d = 56\text{cm}$, y un ancho de viga $b = 28\text{cm}$. ($r = b/d = 0.5$).

$$\text{Peso propio de la viga} = 0.60 \times 0.28 \times 2400 = 403.20 \text{ kg/m.}$$

$$\begin{aligned} \text{Carga factorizada, } W_u &= 1.4(\text{c.m.} + \text{c.v.}) = 1.4(403.2 + 2232) \\ &= 3689.28 \text{ kg/m.} \end{aligned}$$

$$\text{Momento requerido } M_u = \frac{W_u l_n^2}{8} = \frac{3689.28 \times 9.14^2}{8} = 38\,525.12 \text{ kg-m.}$$

$$\text{Momento nominal requerido } M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{38525.12}{0.9} = 42\,805.69 \text{ kg-m.}$$

Cálculo de las constantes.

$$f^*c = 0.8 \times 281 = 224.80 \text{ kg/cm}^2 < 250 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Por lo tanto,}$$

$$f^*c = 0.85 \times 224.80 = 191.08 \text{ kg/cm}^2$$

De la ecuación 1.7 tenemos,

$$p_b = \frac{191.08}{4220} = \frac{4800}{6000 + 4220} = 0.0213$$

$$\begin{aligned} \text{Suponga un porcentaje del refuerzo } p &= 0.5p_b = 0.5 \times 0.0213 \\ &= 0.0106 \end{aligned}$$

$$q = \frac{p f_y}{f^*c} = \frac{0.0106 \times 4220}{191.08} = 0.2348$$

De la ecuación 1.6b tenemos,

$$R = qf^*c(1 - 0.5q) = 0.2348 \times 191.08(1 - (0.5 \times 0.2348)) \\ = 39.60$$

despejando d de la ecuación 1.5b tenemos,

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_n}{R}} = \sqrt[3]{\frac{4280569}{0.5(39.6)}} = 60.02 \text{ cm.} \\ b = rd = 0.5 \times 60.02 = 30.01 \text{ cm.}$$

Después de tres iteraciones obtenemos el valor correcto de d el cual resultó ser de 62.2 cm. Basandose en consideraciones prácticas, pruébese una sección con $b = 30 \text{ cm}$, $d = 62.5 \text{ cm}$ y $h = 68 \text{ cm}$.

$$\text{Peso propio corregido} = 0.68 \times 0.30 \times 2400 = 489.60 \text{ kg/m}$$

$$\text{Carga factorizada } W_u = 1.4(489.60 + 2232) = 3810.24 \text{ kg/m.}$$

$$\text{Momento factorizado } M_u = \frac{3810.24 \times 9.14^2}{8} = 39788.24 \text{ kg-m.}$$

$$\text{Momento Nominal requerido } M_n = \frac{39788.24}{0.9} = 44209.16 \text{ kg-m.}$$

$$A_s = \rho b d = 0.0106 \times 30 \times 62.5 = 19.88 \text{ cm}^2$$

Proponga cuatro varillas del número ocho. El Área de acero correspondiente es igual a 20.28 cm^2 el cual es semejante al requerido que es de 19.88 cm^2 .

$$\rho_{\text{real}} = \frac{20.28}{30 \times 62.5} = 0.0108 < \rho_{\text{max}} = 0.75 \times 0.0213 = 0.0160$$

Revise el momento resistente nominal de la sección supuesta.

$$a = \frac{A_s f_y}{f'_c b} = \frac{20.28 \times 4220}{191.08 \times 30} = 14.93 \text{ cm.}$$

De la ecuación 1.4b tenemos,

$$M_n = 20.28 \times 4220(62.5 - (14.93/2)) \\ = 4709983.3 \text{ kg-cm} > \text{Momento requerido} = 4420916 \text{ kg-cm}$$

Por lo tanto, la sección obtenida es adecuada.

1.7 SECCIONES DOBLEMENTE REFORZADAS.

Las secciones doblemente reforzadas contienen refuerzo tanto en la cara de tensión como en la de compresión. Estas secciones son necesarias cuando por limitaciones arquitectónicas se restrinja el peralte de la viga ó porque la sección en el centro del claro no es adecuada para soportar el momento negativo en el apoyo aún cuando se aumente de manera suficiente el acero de tensión en dicho apoyo. En tales casos, la mayoría de las varillas inferiores en el centro del claro se prolongan y anclan de manera apropiada en los apoyos para que actúen como un refuerzo de compresión.

En el análisis ó diseño de vigas con refuerzo de compresión A'_s , el análisis se divide de tal manera que la sección está en teoría compuesta de dos partes, como se muestra en la figura 1.6. Las dos partes de la solución comprenden:

1) La del refuerzo simple incluyendo la del bloque rectangular equivalente, siendo el área de refuerzo de tensión igual a $(A_s - A'_s)$;

2.- Las dos áreas de acero equivalente A'_s tanto en la cara de tensión como en la de compresión para formar el par T_2 y C_2 como la segunda parte de la solución.

En la figura 1.6 se observa que el momento resistente nominal total, $M_n = M_{n1} + M_{n2}$, esto es, la suma de los momentos para las partes 1 y 2 de la solución.

Parte 1.

La fuerza de tensión $T_1 = A_s f_y = C_1$, pero $A_{s1} = A_s - A'_s$ debido a que el equilibrio requiere que A_{s2} se contrarreste con un área de acero equivalente A'_s en la cara de compresión. De donde el momento resistente nominal viene a ser,

$$M_{n1} = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad \text{ó} \quad M_{n1} = (A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (1.8a)$$

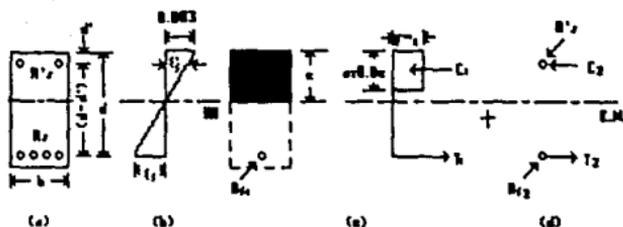


FIGURA 1.8 Diseño de vigas doblemente reforzadas: a) sección transversal; b) deformaciones; c) parte 1 de la solución; d) parte 2 de la solución.

Donde

$$a = \frac{A_s f_y \gamma}{f_c b} = \frac{(A_s - A'_s) f_y \gamma}{f_c b}$$

Parte 2.

$$A'_s = A_{s2} = (A_s - A_{s1})$$

$$T_2 = C_2 = A_{s2} f_y$$

Tomando el momento con respecto al acero de tensión, tenemos

$$M_{n2} = A_{s2} f_y (d - d') \quad (1.8b)$$

Adicionando el momento para las partes 1 y 2, tenemos

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = (A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d') \quad (1.9a)$$

El momento resistente de diseño M_u debe ser igual o mayor que el momento externo factorizado M_u de manera que

$$M_u \leq \phi M_n = \phi \left[(A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d') \right] \quad (1.9b)$$

Esta ecuación es válida únicamente si $A'_s f_y \leq \phi M_n$. De otra manera, la viga deberá tratarse como una viga con refuerzo simple sin tomar en cuenta el acero de compresión o se tendrá que encontrar el esfuerzo real f'_s en el refuerzo de compresión A'_s y utilizar la fuerza real en la ecuación de equilibrio de momentos.

1.7.1 Revisión de la compatibilidad de deformaciones

Siempre es necesario verificar que las deformaciones a través del peralte de la sección sigan la distribución lineal indicada en la figura 1.6.

Cuando A'_s fluye, la deformación ϵ'_s en el acero de compresión deberá ser mayor o igual a la deformación de fluencia del acero de refuerzo, la cual es f_y/E_s . La deformación ϵ'_s puede calcularse por triángulos semejantes. Refiriéndose a la figura 1.6b, tenemos que

$$\epsilon'_s = \frac{0.003(\epsilon - d')}{c}$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \left(1 - \frac{d'}{c} \right)$$

Debido a que

$$\epsilon = \frac{a}{0.8} = \frac{(A_s - A'_s)f_y}{0.8f'_c b} = \frac{(\rho - \rho')f_y d}{0.8f'_c c}$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \left(1 - \frac{0.8f'_c c d'}{(\rho - \rho')f_y d} \right) \quad (1.10)$$

Como se mencionó con anterioridad, para que el acero de compresión fluya, deberá satisfacer la siguiente condición:

$$\epsilon'_s \geq \frac{f_y}{E_s} \quad \text{o bien} \quad \epsilon'_s = \frac{f_y}{2 \times 10^6}$$

El acero de compresión fluye si

$$0.003 \left(1 - \frac{0.8f'_c c d'}{(\rho - \rho')f_y d} \right) \geq \frac{f_y}{2 \times 10^6} \quad (1.11)$$

o bien

$$- \frac{0.8f'_c c d'}{(\rho - \rho')f_y d} \geq \frac{f_y - 6000}{6000}$$

o bien

$$\rho - \rho' \geq \frac{f'_c c d'}{f_y d} = \frac{4800}{6000 - f_y} \quad (1.12)$$

Si ϵ'_s es menor que ϵ_y , el esfuerzo en el acero de compresión, f'_s , puede calcularse como

$$f'_s = E_s \epsilon'_s = 2 \cdot 10^6 \epsilon'_s \quad (1.13)$$

Utilizando las ecuaciones 1.10 y 1.13 tenemos

$$f'_s = 6000 \left(1 - \frac{0.8 f'_s c d'}{(p-p') f_y d} \right) \quad (1.14)$$

Este valor de f'_s puede utilizarse como una primera aproximación en la revisión de la compatibilidad de las deformaciones en los casos donde el refuerzo de compresión no fluya. La relación del refuerzo para la sección balanceada puede escribirse como

$$\rho_b = \bar{\rho}_b + \rho \cdot \frac{f'_s}{f_y} \quad (1.15a)$$

Donde $\bar{\rho}_b$ corresponde al porcentaje balanceado para una viga simplemente reforzada que tiene un área de acero de tensión A_s .

La parte de refuerzo simple de la solución en una sección doblemente reforzada utiliza por lo general el porcentaje máximo permisible del refuerzo, $0.75\rho_b$, que se aplica para zonas sísmicas. Por lo que, el porcentaje máximo permisible para una viga doblemente reforzada puede expresarse como

$$\rho \leq 0.75 \bar{\rho}_b + \rho \cdot \frac{f'_s}{f_y} \quad (1.15b)$$

En los casos donde el refuerzo de compresión A'_s no fluya, la profundidad del bloque rectangular de compresión deberá determinarse utilizando el esfuerzo real en el acero de compresión a partir del valor de la deformación calculada ϵ'_s en el nivel del refuerzo de compresión de manera que

$$a = \frac{A_s f_y - A'_s f'_s}{f'_c b}$$

La ecuación 1.14 puede utilizarse para el valor de f'_s en el primer intento para obtener un valor de a y por lo tanto el primer intento del valor de la profundidad del eje neutro c . Una vez que se conoce c , ϵ'_s puede determinarse por triángulos semejantes de la figura 1.6b, con ello se obtiene la primera aproximación de f'_s para utilizarse en recalcular un valor más refinado.

El momento resistente nominal en la ecuación 1.9a es en este caso

$$M_n = (A_s f_y - A' s f' s) \left(d - \frac{a}{2} \right) + A' s f' s (d - d')$$
 (1.16)

El diagrama de flujo de la figura 1.7 puede utilizarse para la secuencia de cálculo en el análisis de vigas doblemente reforzadas. Los ejemplos 1.3 y 1.4 muestran el análisis y diseño de secciones doblemente reforzadas.

1.7.2 Ejemplo 1.3: Análisis por flexión de una viga doblemente reforzada.

Calcule el momento resistente nominal M_n de la sección doblemente reforzada que se muestra en la figura 1.8. Considere:

$$f'_c = 352 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

$$d' = 6.5 \text{ cm}$$

Solución.

$$A_s = 32.77 \text{ cm}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{32.77}{36 \times 54} = 0.0169$$

$$A' s = 7.74 \text{ cm}^2$$

$$\rho' = \frac{A' s}{bd} = \frac{7.74}{36 \times 54} = 0.0040$$

$$(A_s - A' s) = 32.77 - 7.74 = 25.03 \text{ cm}^2$$

$$\rho - \rho' = 0.0169 - 0.0040 = 0.0129$$

$$f'_c = 0.8 \times 352 = 281.60 \text{ kg/cm}^2 > 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = \left(1.05 - \frac{281.60}{1250} \right) 281.60 = 232.24 \text{ kg/cm}^2$$

Para verificar si el acero de compresión fluye, utilice la ecuación 1.12

$$0.0169 - 0.0040 \geq \frac{232.24 \times 6.5}{4220 \times 54} = \frac{4800}{8000 - 4220}$$

$$0.0129 \geq 0.0179$$

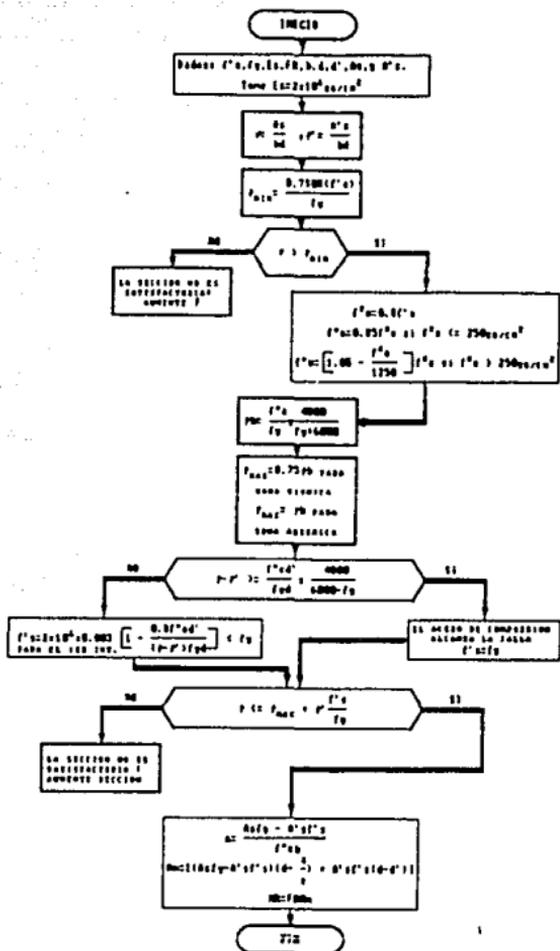


FIGURA 1.7 Diagrama de flujo para el análisis de vigas rectangulares doblemente reforzadas.

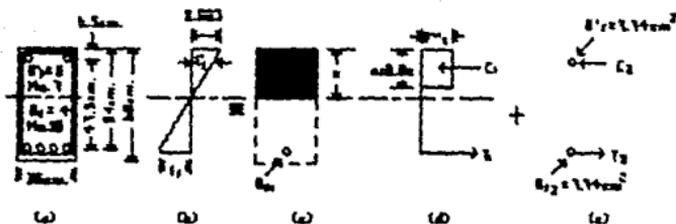


FIGURA 1.8 Geometría y distribución de esfuerzos y deformaciones de la sección transversal doblemente reforzada: a) sección transversal; b) deformaciones; c) parte 1 sección; d) parte 1 fuerza; e) parte 2 fuerza.

El valor de $(p-p') = 0.0129 < 0.0179$. Por lo tanto, el acero de compresión no fluye y f'_s es menor que f_y . Como primer intento en los casos donde el acero de compresión no fluye aplicaremos la ecuación 1.14.

$$f'_s = 6000(1 - \frac{0.8 \times 232.24 \times 6.5}{0.0129 \times 4220 \times 54})$$

$$= 3535.12 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{A_s f_y - A'_s f'_s}{f_c b} = \frac{32.77 \times 4220 - 7.74(3535.12)}{232.24 \times 36} = 13.27 \text{ ca}$$

$$\text{Profundidad del eje neutro } c = \frac{13.27}{0.8} = 16.58 \text{ ca}$$

Por triángulos semejantes de la figura 1.6b, la deformación ϵ'_s en el nivel del acero de compresión = 0.0018 de donde $f'_s = 0.0018 \times 2 \times 10^6 = 3648.45 \text{ kg/cm}^2$. Con un segundo intento se obtiene un valor más refinado de $s = 13.16 \text{ ca}$, de aquí $c = 16.45 \text{ ca}$, de donde $f'_s = 3629.70 \text{ kg/cm}^2$.

$$\rho_b = \frac{232.24}{4220} \times \frac{4800}{4220 + 6000} = 0.0258$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \times 0.0258 = 0.0194$$

De la ecuación 1.15b, el porcentaje máximo permisible del refuerzo es

$$0.75 \times 0.0258 + 0.0040 \times \frac{3629.70}{4220} = 0.0228 > \rho_{\text{real}} = 0.0169 \quad \text{Bien.}$$

$$m = \frac{32.77 \times 4220 - 7.74 \times 3629.70}{232.24 \times 36} = 13.18 \text{ ca.}$$

De la ecuación 1.16. el momento resistente nominal viene a ser

$$\begin{aligned} M_n &= (32.77 \times 4220 - 7.74 \times 3629.70) \left(54 - \frac{13.18}{2} \right) + \\ & 7.74 \times 3629.70 (54 - 6.5) \\ & = 6\ 558\ 828.9 \text{ kg-cm.} \end{aligned}$$

1.7.3 PROCEDIMIENTO POR TANTEOS PARA EL DISEÑO POR FLEXION DE SECCIONES DOBLEMENTE REFORZADAS

1.- Sección en el centro del claro: si se trata de una sección rectangular puede seguirse el procedimiento por tanteos descrito en 1.6 para el diseño.

2.- Sección en el apoyo: Se conocen ya el ancho b y el peralte efectivo d de la parte I junto con el valor del momento negativo externo factorizado M_u .

3.- Encuentre la resistencia M_{n1} para una sección simplemente reforzada utilizando las dimensiones ya establecidas de b y d de la sección en el centro del claro y un porcentaje de refuerzo menor o igual a ρ_b ó a $0.75\rho_b$ según corresponda para zona sísmica ó zona asísmica respectivamente.

4.- Del paso 3, encuentre $M_{n2} = M_u - M_{n1}$ y determine $A_{s2} = A'_s$. El Área total de acero en la cara de tensión será $A_s = A_{s1} + A'_s$.

5.- En forma alterna, determine el número de varillas que se prolongarán desde el centro del claro hasta el apoyo para obtener el A'_s a utilizar en el cálculo de M_{n2} .

6.- Del paso 5, determine el valor de $M_{n1} = M_u - M_{n2}$, calcule A_{s1} para una viga simplemente reforzada de acuerdo a la parte I de la solución. Luego determine el total $A_s = A_{s1} + A'_s$.

7.- Revise la compatibilidad de deformaciones en ambas alternativas para verificar si el acero de compresión ha fluído o no y utilice el esfuerzo correspondiente en el acero para el cálculo de las fuerzas y momentos.

8.- Revise que se satisfagan los requisitos de refuerzo mínimo.

1.7.4 Ejemplo 1.4 : Diseño por flexión de una viga doblemente reforzada.

Una viga de concreto doblemente reforzada tiene un peralte efectivo máximo $d = 65\text{cm}$, y está sujeta a un momento total factorizado $M_u = 108.28\text{kN-m}$ incluyendo su peso propio. Diseñe la sección y seleccione el refuerzo apropiado en las caras de tensión y de compresión para soportar la carga requerida. Considere:

$$f'_c = 281\text{kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220\text{kg/cm}^2$$

$$d' = 6.5\text{cm}$$

Solución.

Suponga que $b = 36\text{cm} = 0.55d$

$$f'_c = 0.8 \times 281 = 224.80\text{kg/cm}^2 < 250\text{kg/cm}^2$$

$$f'_c = 0.85 \times 224.80 = 191.08\text{kg/cm}^2$$

$$\text{Momento requerido} = \frac{10828000}{0.9} = 12\,031\,111\text{kg-cm}$$

$$\rho_b = \frac{191.08}{4220} \times \frac{4800}{6000 + 4220} = 0.0213$$

$$\rho_{\text{máx}} = 0.75 \times 0.0213 = 0.0159$$

Suponga un porcentaje del refuerzo de tensión de 0.0140, el que corresponde a $0.65\rho_b$ para la parte simplemente reforzada de la solución.

El área de refuerzo de tensión $A_{s1} = (A_s - A'_s) = 0.0140 \times 36 \times 65 = 32.76\text{cm}^2$.

La resistencia de una sección simplemente reforzada de dimensiones $36 \times 65\text{cm}$ y un área de refuerzo de tensión $A_s = 32.76\text{cm}^2$ es de

$$M_n = 32.76 \times 4220 (65 - \frac{32.76 \times 4220}{2 \times 191.08 \times 36}) = 7\,596\,867.4\text{kg-cm}$$

M_n es menor que el momento nominal requerido $M_u = 12\,031\,111\text{kg-cm}$. Por lo tanto, la sección deberá diseñarse como doblemente reforzada.

El momento nominal resistente correspondiente a la parte simplemente reforzada es de

$$Mn1 = 7\,596\,867.4 \text{ kg-cm.}$$

El momento que deberá resistir la parte doblemente reforzada es de

$$Mn2 = 12\,031\,111 - 7\,596\,867.4 = 4\,434\,243.6 \text{ kg-cm.}$$

Revisión de la fluencia del acero de compresión aplicando la ecuación 1.12

$$0.0140 \geq \frac{191.08 \times 6.5}{4220 \times 65} \times \frac{4800}{6000 - 4220}$$

$$0.0140 \geq 0.0122 \quad \text{Bien.}$$

Por lo tanto el acero de compresión A'_s alcanza a fluir.

$$f'_s = f_y$$

Debido a que $Mn2 = A'_s f_y (d-d')$,

$$4\,434\,243.6 = A'_s \cdot 4220(65-6.5)$$

Despejando a A'_s de la ecuación anterior obtenemos un valor de $A'_s = 17.96 \text{ cm}^2$ que corresponde a A_{s2} .

El área total de acero será igual a

$$A_s = A_{s1} + A'_s = 32.76 + 17.96 = 50.72 \text{ cm}^2$$

Utilice 10 varillas del No. 8 en dos lechos en la cara de tensión las cuales suman un área de 50.70 cm^2 y 6 varillas del No. 6 en un lecho en la cara de compresión las cuales suman un área de 17.22 cm^2 como se muestra en la figura 1.9. Revise si el acero de compresión alcanza a fluir en el diseño final.

$$\rho = \frac{50.70}{36 \times 65} = 0.0217$$

$$\rho' = \frac{17.22}{36 \times 65} = 0.0074$$

$$\rho - \rho' < \rho_{\max} = 0.0159$$

$$0.0217 - 0.0074 < 0.0159$$

$$0.0143 < 0.0159 \quad \text{Bien.}$$

$$\rho - \rho' > 0.0122$$

$$0.0140 > 0.0122 \quad \text{Bien.}$$

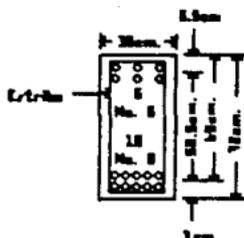


FIGURA 1.9 Detalles del refuerzo de la viga doblemente reforzada del ejemplo 1.4.

De donde $f'_{s} = f_{y}$

Revisión de ρ_{\min}

$$\rho_{\min} = \frac{0.7\sqrt{281}}{4220} = 0.0028 < \rho_{\text{real}} = 0.0217$$

Cálculo del momento de diseño M_n aplicando la ecuación 1.16

$$\begin{aligned} M_n &= ((50.70-17.22) \times 4220 \times (65 - \frac{(50.70-17.22) \times 4220}{2 \times 191.08 \times 36})) + \\ & 17.22 \times 4220 (65-6.5) \\ &= 11\ 983\ 730 \text{ kg-cm} \end{aligned}$$

$$M_n = FRM_n = 0.9 \times 11983730 = 10\ 785\ 357 \text{ kg-cm.}$$

$$M_n = M_u$$

$$10\ 785\ 357 \text{ kg-cm} = 10\ 828\ 000 \text{ kg-cm}$$

Se observa que la diferencia de momentos es insignificante por lo que se acepta el diseño.

1.8 SECCIONES NO RECTANGULARES.

Las vigas T y L son las secciones con patines más comunes. Debido a que las losas se cuelean en forma monolítica con las vigas como se muestra en la figura 1.10, puede considerarse una rigidez o resistencia adicional a la sección rectangular de la viga por la participación de la losa. Con base en numerosas pruebas y práctica de ingeniería existente desde hace mucho tiempo, puede considerarse que un segmento de la losa actúa como una parte monolítica de la viga a través del patin de la viga.

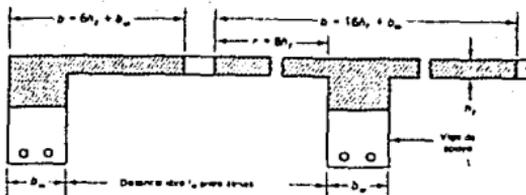


FIGURA 1.10 Vigas T y L como partes de un sistema de piso de losa y viga.

El primer paso en la resolución de este tipo de vigas, es la determinación del ancho efectivo del patín, o sea, el tramo de losa que forma parte del área de concreto sujeta a compresión. La determinación precisa de este ancho es un problema complejo, de manera que las NTC-87 del RDF especifican que el ancho efectivo del patín aceptado para incluirse con la viga será el menor de los tres valores siguientes:

Vigas T.

$$b = 16h_r + b_w$$

$$b = \text{c.a.c.} : \text{Distancia centro a centro de vigas.}$$

$$b = L/4$$

Vigas L.

$$b = 8h_r + b_w$$

$$b = (l_n/2) + b_w : \text{Donde } l_n \text{ es la distancia entre vigas.}$$

$$b = L/8 + b_w/2$$

A las vigas con volado de patín en un solo lado se les llama vigas L.

1.9 ANALISIS DE VIGAS T Y L.

Las vigas con patín se utilizan principalmente como secciones en los centros de los claros, como se muestra en la figura 1.10. Esto se debe a que el patín está en compresión en el centro del claro y puede contribuir a la resistencia de momento de la sección en dicho punto. La sección en el apoyo será una sección invertida doblemente reforzada con el acero de compresión A'_s en las fibras inferiores y el acero de tensión A_s en las fibras superiores.

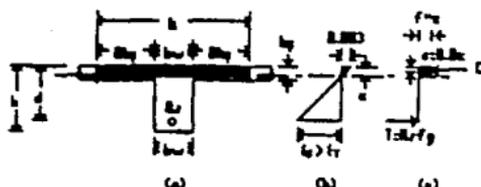


FIGURA 1.11 Sección de una viga T con el eje neutro dentro del patin ($c < hf$): a) sección transversal; b) deformaciones; c) esfuerzos.

Los principios básicos utilizados para el diseño de vigas rectangulares pueden también aplicarse a las vigas con patin. La diferencia principal entre las secciones rectangulares y con patin está en el cálculo de la fuerza de compresión C_c . Pueden identificarse los siguientes casos dependiendo de la profundidad del eje neutro c .

Caso 1: Profundidad del eje neutro c menor que el espesor del patin hf (figura 1.11).

Este caso puede tratarse en forma similar a la sección rectangular estándar siempre y cuando la profundidad a del bloque rectangular equivalente sea menor que el espesor del patin. En el análisis el ancho b del patin de la cara de compresión deberá utilizarse como el ancho de la viga.

Tomando como referencia la figura 1.11 para el equilibrio de fuerzas donde C es igual a T , tenemos

$$f'_c b c a = A_s f_y \quad \text{ó} \quad a = \frac{A_s f_y}{f'_c b}$$

De donde el momento resistente nominal $M_n = A_s f_y (d - (a/2))$.

Caso 2: Profundidad del eje neutro c mayor que el espesor del patin hf (figura 1.12).

En este caso ($c > hf$), la profundidad del bloque de esfuerzo rectangular equivalente a puede ser menor o mayor que el espesor del patin hf . Si c es mayor que hf y a es menor que hf , la viga puede aún considerarse para propósitos de diseño como una viga rectangular. Por lo tanto, se aplica el procedimiento de diseño explicado para el caso 1.



FIGURA 1.12 Distribución de esfuerzos y deformaciones en el diseño de secciones con patín: a) sección transversal; b) deformaciones; c) sección transformada; d) parte 1 fuerzas; e) parte 2 fuerzas.

Si ambos c y a son mayores que hr , la sección deberá considerarse como una sección T. Este tipo de viga T ($a > hr$) puede tratarse de manera similar a una sección rectangular doblemente reforzada (figura 1.12). Se considera que la contribución a la fuerza de compresión del volado del patín es la misma que la de un refuerzo de compresión imaginario.

De este modo $C_n = 2r'hrf''_c = f''_c(b-b_w)hr$, donde r' es la longitud del volado a cada lado del alma. Por equilibrio la fuerza de compresión C_n se iguala a la fuerza de tensión T_n de modo que $T_n = A_s f_y$, donde A_s es un área de acero de compresión imaginaria cuya capacidad de fuerza es equivalente a la del volado del patín en compresión.

Por lo tanto, un área equivalente A_s del refuerzo de compresión a desarrollar por los volados de los patines tendrá un valor

$$A_s = \frac{f''_c(b-b_w)hr}{f_y} \quad (1.17)$$

Para que una viga se considere como una viga T real, la fuerza de tensión $A_s f_y$ originada por el acero deberá ser mayor que la capacidad de compresión del área total del patín $f''_c b h r$. Por lo tanto

$$a = \frac{A_s f_y}{f''_c b} > hr \quad (1.17a)$$

o bien

$$hr < \bar{u}d = a \quad (1.17b)$$

Donde

$$\bar{w} = \frac{A_s}{bd} = \frac{f_y}{f'_c c}$$

El bloque de esfuerzo del concreto es en realidad parabólico y se extiende hasta la profundidad del eje neutro c . De aquí que, desde el punto de vista teórico, si se utiliza un bloque de esfuerzo parabólico, la ecuación 1.17b para una viga T puede escribirse como

$$h r < \frac{\bar{w} d}{0.8} = 1.25 \bar{w} d$$

El porcentaje de la condición balanceada en una viga T se puede expresar como

$$\rho_w = \frac{b_w}{b} (\bar{\rho}_b + \rho_r) \quad (1.18)$$

Donde

$$\bar{\rho}_b = \frac{f'_c}{f_y} = \frac{4800}{6000 + f_y}$$

ρ_r = Porcentaje de refuerzo para el área de tensión necesario para desarrollar la resistencia de compresión de los volados de los patines.

$$\rho_r = f'_c (b - b_w) \frac{h r}{f_y b_w d} \quad (1.19)$$

Al igual que para vigas simple y doblemente reforzadas, el porcentaje máximo permisible ρ del acero en la cara de tensión no deberá exceder de ρ_{\max} para garantizar la falla dúctil. Por lo tanto, en el caso de una viga T

$$\rho_{\max} = \rho_b \quad \text{Para zona asísmica.}$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b \quad \text{Para zona sísmica.}$$

No se requiere de una revisión de la compatibilidad de deformaciones ya que se supone que el área de acero imaginaria A_{sr} alcanza la fluencia en todos los casos.

De igual manera que en el caso del análisis y diseño de secciones doblemente reforzadas, se considera que el refuerzo en la cara de tensión se compone de dos áreas: A_{s1} para contrarrestar la fuerza de compresión del bloque rectangular en un área b_w y A_{s2} para contrarrestar el área de acero imaginaria $A_{s'}$. Por lo tanto, el momento resistente nominal total para las partes 1 y 2 de la solución es

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} \quad (1.20a)$$

$$M_{n1} = A_{s1}f_y(d - \frac{a}{2}) = (A_s - A_{s'})f_y(d - \frac{a}{2}) \quad (1.20b)$$

$$M_{n2} = A_{s2}f_y(d - \frac{h_f}{2}) = A_{s'}f_y(d - \frac{h_f}{2}) \quad (1.21c)$$

El momento resistente de diseño M_u , el cual tiene que ser cuando menos igual al momento externo factorizado M_u , viene a ser

$$M_u = \phi M_n = \phi [(A_s - A_{s'})f_y(d - \frac{a}{2}) + A_{s'}f_y(d - \frac{h_f}{2})] \quad (1.22)$$

El diagrama de flujo de la figura 1.13 muestra la secuencia de cálculo para el análisis de vigas T. El siguiente ejemplo de análisis describe el cálculo del momento resistente último para una viga típica T precolada.

1.9.1 Ejemplo 1.5: Análisis de una viga T por capacidad a la flexión.

Calcule el momento resistente nominal y el momento último de diseño de la viga T precolada que se muestra en la figura 1.14 si el claro de la viga es de 9.14m. Considere:

$$f'_c = 281 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

Área de refuerzo en la cara de tensión :

$$a) A_s = 23.34 \text{ cm}^2$$

$$b) A_s = 34.71 \text{ cm}^2$$

Solución.

Para una viga precolada no se requiere de la revisión del ancho del patín ya que la sección precolada puede actuar en forma independiente dependiendo del sistema constructivo.

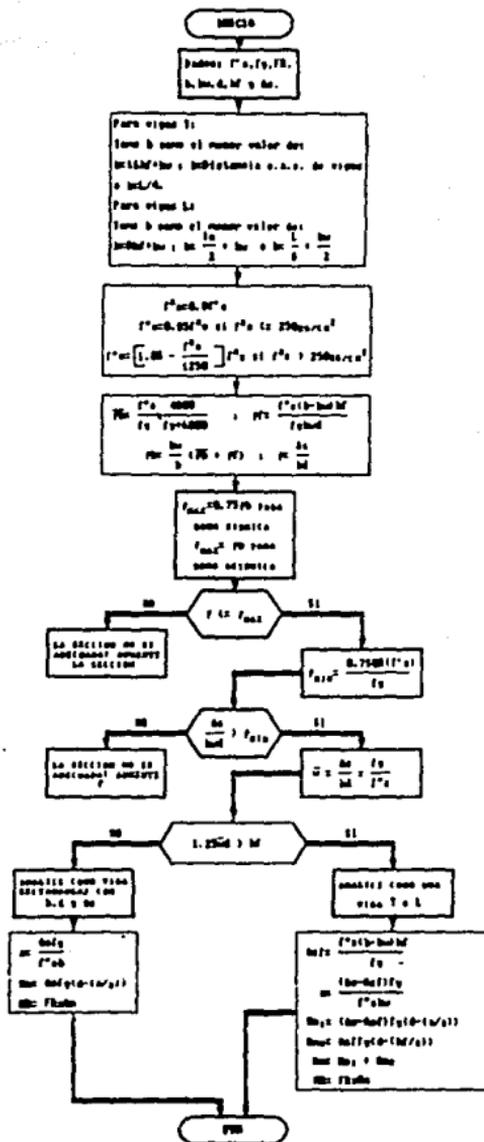


FIGURA 1.13 Diagrama de flujo para el análisis de vigas T y L.

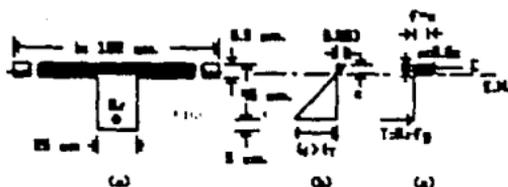


FIGURA 1.14 Geometría y distribuciones de deformaciones y fuerzas en la viga T del ejemplo 1.5: a) sección transversal; b) deformaciones; c) esfuerzos.

$$f_c^+ = 0.8 \times 281 = 224.80 \text{ kg/cm}^2 < 250 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c^- = 0.85 \times 224.80 = 191.08 \text{ kg/cm}^2$$

$$\rho_b = \frac{191.08}{4220} = \frac{4800}{6000 \times 4220} = 0.0213$$

De la ecuación 1.19 tenemos que ρ_r es igual a

$$\rho_r = 191.08(102 - 25) \times \frac{6.5}{4220 \times 25 \times 46} = 0.0197$$

De la ecuación 1.18

$$\rho_b = \frac{25}{102} (0.0213 + 0.0197) = 0.0100$$

Considerando una zona sísmica tenemos

$$\rho_{\max} = 0.75 \times 0.0100 = 0.0075$$

$$\rho_{\min} = \frac{0.7 \sqrt{281}}{4220} = 0.0028$$

$$a) A_s = 23.34 \text{ cm}^2$$

$$\rho_w = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{23.34}{25 \times 46} = 0.0203 > \rho_{\min} \quad \text{Bien.}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{23.34}{102 \times 46} = 0.0050 < \rho_{\max} \quad \text{Bien.}$$

Revise si la sección actuará como una viga T

$$\omega = \frac{A_s}{b \cdot d} \times \frac{f_y}{f_c} = \frac{23.34}{102 \times 46} \times \frac{4220}{191.08} = 0.1099$$

$$c = \frac{\bar{w}d}{0.8} = \frac{0.1099 \times 46}{0.8} = 6.32 \text{ cm.} < h_r = 6.5 \text{ cm}$$

Por lo tanto, la viga puede analizarse como una viga rectangular utilizando b, d y A_s .

$$a = \frac{23.34 \times 4220}{191.08 \times 102} = 5.05 \text{ cm.}$$

$$M_n = 23.34 \times 4220 \left(46 - \frac{5.05}{2} \right) \\ = 4\,282\,061.4 \text{ kg-cm.}$$

$$M_n = FRM_n = 0.9 \times 4282061.4 = 3\,853\,855.2 \text{ kg-cm.}$$

$$b) A_s = 34.71 \text{ cm}^2$$

$$\rho_w = \frac{A_s}{bwd} = \frac{34.71}{25 \times 46} = 0.0302 > \rho_{\min} \quad \text{Bien.}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{34.71}{102 \times 46} = 0.0074 < \rho_{\max} = 0.0075$$

$$m = \frac{A_s}{bd} = \frac{f_y}{f'_c} = \frac{34.71}{102 \times 46} = \frac{4220}{191.08} = 0.1634$$

$$c = \frac{\bar{w}d}{0.8} = \frac{0.1634 \times 46}{0.8} = 9.39 > h_r = 6.5$$

De donde el eje neutro esta por debajo del patin. La viga deberá tratarse como una viga T.

$$A_{sf} = f'_c (b - bw) \frac{h_r}{f_y}$$

$$= 191.08 (102 - 25) \times \frac{6.5}{4220}$$

$$= 22.66 \text{ cm}^2$$

$$a_s = \frac{(A_s - A_{sf}) f_y}{f'_c b w} = \frac{(34.71 - 22.66) \times 4220}{191.08 \times 25} = 10.64 \text{ cm.}$$

$$M_{n1} = (A_s - A_{sf}) f_y \left(d - \frac{a_s}{2} \right)$$

$$= (34.71 - 22.66) \times 4220 \times \left(46 - \frac{10.64}{2} \right)$$

$$= 2\,068\,618.7 \text{ kg-cm.}$$

$$M_{n2} = A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_r}{2} \right)$$

$$= 22.66 \times 4220 \times \left(46 - \frac{6.5}{2} \right)$$

$$= 4\,087\,977.3 \text{ kg-cm.}$$

$$M_n = M_{n1} + M_{n2} = 6\,156\,596 \text{ kg-cm.}$$

$$M_n = FRM_n = 0.9 \times 6156596 = 5\,540\,936.4 \text{ kg-cm}$$

CAPITULO 2

**CORTANTE Y TENSION
DIAGONAL EN VIGAS**



2.1 INTRODUCCION.

En este capítulo se presentan procedimientos para el análisis y diseño de secciones de concreto reforzado para resistir las fuerzas cortantes que resultan de las cargas externas aplicadas. El diseño por cortante es de principal importancia en las estructuras de concreto debido a que la resistencia a tensión del concreto es considerablemente menor que la de compresión.

Para visualizar el efecto de la fuerza cortante es útil recordar algunos conceptos elementales de la mecánica de los materiales, ya que, a niveles de carga bajos y antes de la aparición de grietas, el comportamiento del concreto reforzado se asemeja al de un material homogéneo y elástico.

El estado de esfuerzos en un punto queda definido cuando se conocen los esfuerzos normales y tangenciales según dos planos perpendiculares cualesquiera. Aquellos planos en que solo existen esfuerzos normales se llaman planos principales y son perpendiculares entre sí. Los esfuerzos en estos planos reciben el nombre de esfuerzos principales y tienen la propiedad de ser los esfuerzos máximo o mínimo que pueden existir en el punto.

Considere los dos elementos infinitesimales A_1 y A_2 de la viga rectangular de la figura 2.1a la cual está hecha de material linealmente elástico, homogéneo e isótropo. En la figura 2.1b se muestran las distribuciones de los esfuerzos de flexión y de cortante a través del peralte de la sección. El esfuerzo normal de tensión f y el esfuerzo cortante v son los valores del elemento A_1 en la sección del plano a_1-a_1 a una distancia y del eje neutro. Por principios fundamentales de mecánica, el esfuerzo normal f y el esfuerzo cortante v para el elemento A_1 puede escribirse como

$$f = \frac{M}{I} y \quad (2.1)$$

$$v = \frac{V}{I} A' \bar{y} \quad (2.2)$$

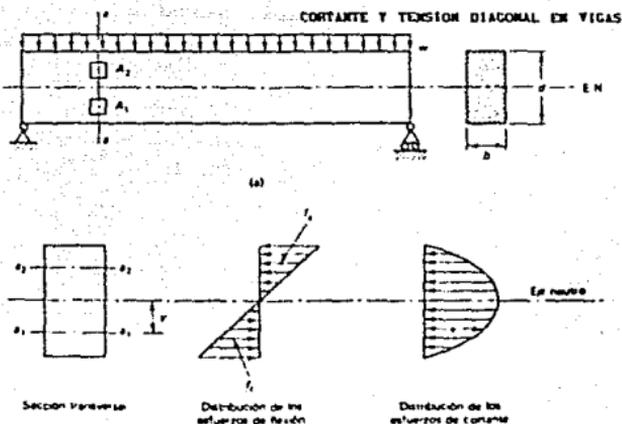


FIGURA 2.1 Distribución de esfuerzos para una viga típica homogénea rectangular.

Donde:

M y V = Momento flexionante y fuerza cortante en la sección a_1-a_1 .

A = Área transversal de la sección en el plano que pasa por el centroide del elemento A_1 .

y = Distancia del elemento al eje neutro.

\bar{y} = Distancia del centroide de A al eje neutro.

I = Momento de inercia de la sección transversal.

b = Ancho de la viga.

La figura 2.2 muestra los esfuerzos internos que actúan en los elementos infinitesimales A_1 y A_2 . Utilizando el círculo de Mohr de la figura 2.2b, los esfuerzos principales para el elemento A_1 en la zona de tensión debajo del eje neutro son:

$$f_{t(\max)} = \frac{f_t}{2} + \sqrt{\left(\frac{f_t}{2}\right)^2 + v^2} \quad \text{tensión principal (2.3a)}$$

$$f_{c(\max)} = \frac{f_t}{2} - \sqrt{\left(\frac{f_t}{2}\right)^2 + v^2} \quad \text{compresión principal (2.3b)}$$

y

$$\tan 2\phi_{\max} = \frac{v}{\frac{f_t}{2}} \quad (2.3c)$$

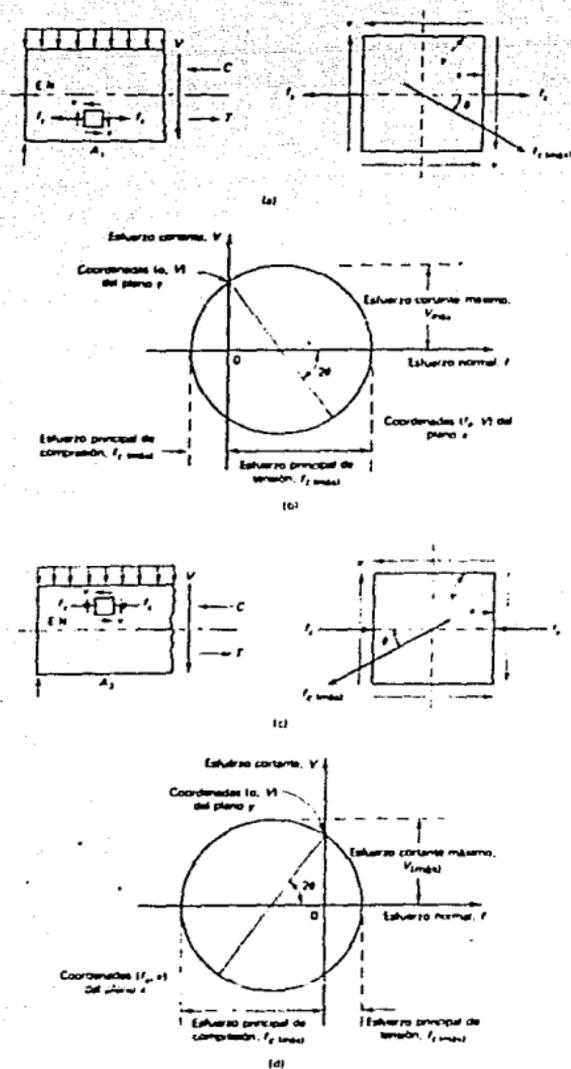


FIGURA 2.2 Estado de esfuerzos en los elementos A1 y A2: a) estado de esfuerzos en el elemento A1; b) representación en el círculo de Mohr, elemento A1; c) estado de esfuerzos en el elemento A2; d) representación en el círculo de Mohr, elemento A2.

El esfuerzo de compresión f_c en el elemento A2 de la figura 2.2b arriba del eje neutro evita el agrietamiento, ya que el máximo esfuerzo principal en el elemento está en compresión. Para el elemento A1 debajo del eje neutro, el máximo esfuerzo principal está en tensión; de aquí que aparezcan las grietas. Conforme nos desplazamos hacia el apoyo, el momento flexionante y por consiguiente f_t disminuyen, a la vez que se tiene un aumento en el esfuerzo de corte. El esfuerzo principal $f_t(\max)$ en tensión actúa en un plano aproximadamente de 45° con la normal en las secciones cercanas al apoyo.

Debido a la baja resistencia a la tensión del concreto, se desarrollan grietas diagonales a lo largo de planos perpendiculares a los del esfuerzo principal de tensión (de aquí el nombre de grietas de tensión diagonal).

El comportamiento de un elemento de concreto reforzado es bastante más complejo que lo que se ha descrito aquí, pues la distribución de esfuerzos cambia apreciablemente en el momento en que se excedan las tensiones que pueda soportar el concreto y aparezcan grietas. Debido entonces a la complejidad del problema, los métodos utilizados en la actualidad para dimensionar elementos de concreto sujetos a fuerza cortante se basan en el conocimiento experimental de su comportamiento. Los estudios experimentales se han concentrado principalmente en la determinación de la resistencia del concreto al agrietamiento inclinado y de la contribución del refuerzo transversal a la resistencia.

No se ha llegado a establecer todavía un procedimiento para determinar la resistencia, para efectos prácticos de diseño, que sea realmente satisfactorio desde un punto de vista teórico. Sin embargo, el conocimiento actual es suficiente para poder dimensionar elementos de concreto que resistan los esfuerzos de la fuerza cortante con seguridad razonable.

2.2 VIGAS DE CONCRETO REFORZADO SIN REFUERZO POR TENSION DIAGONAL.

En los tramos de momentos flexionantes grandes, las grietas se desarrollan casi perpendiculares al eje de la viga. A estas grietas se les llaman grietas de flexión. En las regiones de cortantes elevados debido a la tensión diagonal las grietas inclinadas se desarrollan como una extensión de las grietas de flexión y se llaman grietas de cortante por flexión.

2.2.1 Modos de falla de vigas sin refuerzo por tensión diagonal.

La esbeltez de la viga, esto es, su relación claro de cortante/peralte, determina el modo de falla de la viga. La figura 2.3 muestra en forma esquemática los tipos de falla. El claro de cortante a para una carga concentrada es la distancia entre el punto de aplicación de la carga y el paño del apoyo. Para cargas distribuidas, el claro de cortante l_c es el claro libre de la viga. Fundamentalmente, ocurren tres tipos de falla o sus combinaciones:

- 1) Falla por flexión.
- 2) Falla por tensión diagonal.
- 3) Falla en compresión por cortante

Cuanto más esbelta sea la viga, mayor será la tendencia hacia el comportamiento por flexión.

2.3 VIGAS DE CONCRETO REFORZADO CON REFUERZO EN EL ALMA.

El comportamiento bajo carga de elementos con refuerzo en el alma es similar al comportamiento de vigas sin refuerzo por tensión descrito en la sección anterior hasta la aparición de las primeras grietas inclinadas. A partir de este momento, la presencia del refuerzo transversal restringe el crecimiento de las grietas inclinadas. Si se tiene refuerzo transversal en cantidades suficientes, las grietas inclinadas serán pequeñas y de poca consideración y la falla se producirá en flexión, antes o después de la fluencia del acero longitudinal.

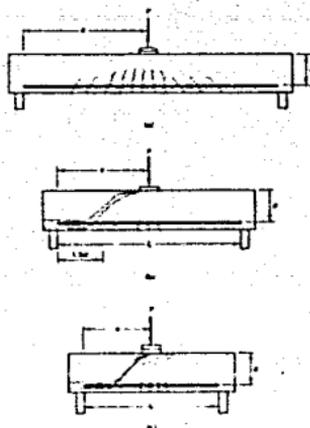


FIGURA 2.3 Tipos de falla en función de la esbeltez de la viga: a) falla por flexión, b) falla por tensión diagonal, c) falla en compresión por cortante.

En los ensayos de laboratorio se ha observado que la resistencia a los efectos de la fuerza cortante de un elemento con refuerzo transversal, es igual a su resistencia al agrietamiento inclinado más la contribución del refuerzo transversal. Normalmente, en un diseño se busca que esta suma sea mayor que la resistencia del elemento en flexión o flexocompresión, para garantizar que no se presente el colapso por efectos de esfuerzo cortante.

2.4 MECANISMOS DE FALLA POR CORTANTE

2.4.1 Miembros con refuerzo transversal.

El refuerzo en el alma desempeña un papel triple después de la aparición de la grieta inclinada. Por una parte, restringe el crecimiento y desarrollo del agrietamiento inclinado, conservando en esta forma una profundidad mayor para la zona de compresión. Esto incrementa la capacidad de esta zona para resistir fuerzas normales y tangenciales. Por otra parte, cuando se usa refuerzo transversal en forma de estribos, éstos mejoran la capacidad por adherencia del miembro, pues tienden a evitar fallas por desgarramiento al nivel del acero de refuerzo.

Finalmente, el refuerzo en el alma toma una porción importante de la fuerza cortante externa, y, cuando el refuerzo forma anillos cerrados, incrementa ligeramente la resistencia de la zona de compresión debido al efecto de confinamiento.

El mecanismo de falla de un elemento con refuerzo transversal no ha podido establecerse hasta ahora. Sin embargo, algunas de las funciones del refuerzo transversal pueden explicarse cualitativamente acudiendo a la idealización propuesta por RITTER en 1899. Esta idealización, conocida como la analogía de la armadura, se presenta a continuación en forma generalizada, ya que algunas de las expresiones de dimensionamiento más comunes han sido derivadas de ella.

Ritter supuso que una viga con refuerzo transversal, en la cual existen grietas causadas por tensiones inclinadas, puede idealizarse como una armadura en la que el refuerzo longitudinal funciona como la cuerda de tensión, el refuerzo transversal como las diagonales de tensión, el concreto de la zona comprimida como la cuerda de compresión, y las porciones de concreto entre las grietas inclinadas como las diagonales de compresión. Esta idealización se muestra esquemáticamente en la figura 2.4a.

En el análisis se supone que las grietas inclinadas forman un ángulo ϕ y el refuerzo transversal un ángulo α con el eje de la pieza. En la figura 2.4b se muestran las fuerzas que actúan en una junta de la cuerda de tensión de la armadura idealizada. El espaciamiento horizontal entre grietas inclinadas y entre barras o estribos de refuerzo transversal se designa por s . La fuerza de compresión en la diagonal de concreto se denota por F_c , y la de tensión en la diagonal de acero por $A_v f_s$ (en que A_v es el área de refuerzo transversal y f_s es el esfuerzo a que está sujeto.)

Debido al incremento de momento, ΔM , existe un incremento en la tensión longitudinal igual a ΔT .

Por equilibrio de fuerzas verticales:

$$A_v f_s \text{ Sen } \alpha = F_c \text{ Sen } \phi \quad (2.4)$$

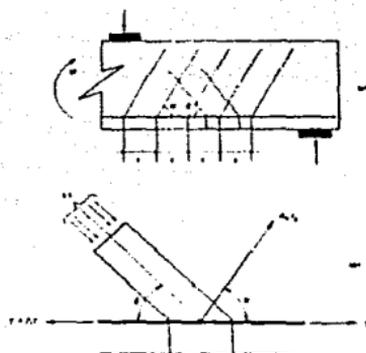


FIGURA 2.4 Analogía de la armadura.

Por equilibrio de fuerzas horizontales

$$\Delta T = A_v f_s \cos \alpha + F_c \cos \phi \quad (2.5)$$

Teniendo en cuenta la hipótesis de que el incremento de momento entre dos secciones distantes Δ entre sí es igual a $V \Delta$, donde V es la fuerza cortante en la zona entre las dos secciones consideradas, tenemos lo siguiente:

$$\Delta T = \frac{\Delta M}{z} = \frac{V \Delta}{z} \quad (2.6)$$

Donde z es el brazo del par resistente.

Sustituyendo F_c de la ecuación 2.4 y ΔT de la ecuación 2.6, en la ecuación 2.5 se tiene

$$\frac{V \Delta}{z} = A_v f_s \cos \alpha + \frac{\text{Sen } \alpha}{\text{Tan } \phi} \Delta$$

Por lo que la fuerza cortante máxima que puede tomarse con una área A_v de refuerzo transversal es

$$V = \frac{A_v f_s z}{\Delta} \cos \alpha + \frac{\text{Sen } \alpha}{\text{Tan } \phi} \Delta \quad (2.7)$$

Si se admite que las grietas se forman comúnmente con un ángulo ϕ igual a 45°

$$V_c = \frac{A_v f_s z}{s} (\text{Sen } \alpha + \text{Cos } \alpha) \quad (2.8)$$

De esta expresión puede deducirse que, si la capacidad de carga del elemento depende directamente de su resistencia a esfuerzos de tensión inclinados, la carga máxima se obtiene cuando fluye el acero de refuerzo transversal; esto es, cuando $f_s = f_y$.

El análisis anterior aparentemente es lógico y racional. Sin embargo, los ensayos realizados demuestran que la resistencia a los efectos de la fuerza cortante de un miembro con refuerzo transversal es apreciablemente mayor que la que se obtiene de la analogía de la armadura. Esto se debe a que el mecanismo real de distribución de esfuerzos entre concreto y acero es en realidad mucho más complejo que el correspondiente a la idealización empleada.

2.5 EXPRESIONES PARA EVALUAR LA RESISTENCIA A ESFUERZOS DE FUERZA CORTANTE

En la mayoría de los reglamentos, los efectos de las variables que afectan la resistencia de los elementos sujetos a fuerza cortante se expresan por medio de fórmulas sencillas, con ciertas limitaciones y restricciones.

Como se ha dicho, no se cuenta con una teoría general que explique satisfactoriamente los efectos de la fuerza cortante en elementos de concreto. Por consiguiente, las expresiones propuestas reflejan los efectos de las variables principales, dentro de los límites de la información experimental. Las recomendaciones esenciales del reglamento del D.F., están basadas en el trabajo del comité ACI-ASCE 326 y en las revisiones hechas posteriormente por ese mismo comité, ahora con el número 426.

2.5.1 Expresiones de las NTC-87 del Reglamento del D.F.

a) Miembros sin refuerzo transversal.

Las expresiones que se presentan enseguida para calcular la fuerza cortante que toma el concreto (V_c) son aplicables cuando la

dimensión transversal h , del elemento, paralela a la fuerza cortante, no es mayor que 70cm. y, además, la relación h/b no excede de 6. Por cada una de las dos condiciones anteriores que no se cumpla se reducirá V_c dado por dichas expresiones en 30%. Para valuar h/b en vigas T o I se usará el ancho del alma b_w .

En vigas con relación claro a peralte total, L/h , no menor que 5, la fuerza cortante que toma el concreto, V_c , se calculará con el criterio siguiente:

$$\text{Si } \rho < 0.01 \quad V_c = bd(0.2 + 30\rho)\sqrt{f'_c} \quad (2.9)$$

$$\text{Si } \rho \geq 0.01 \quad V_c = 0.5bd\sqrt{f'_c} \quad (2.10)$$

Si L/h es menor que cuatro y las cargas y reacciones comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga, V_c se obtendrá multiplicando el valor que da la ecuación 2.10 por

$$3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd}$$

Pero sin que se tome V_c mayor que

$$1.5bd\sqrt{f'_c}$$

En el factor anterior M y V son el momento flexionante y la fuerza cortante que actúa en la sección. Si las cargas y reacciones no comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga, se aplicará la ecuación 2.10 sin modificar el resultado. Para relaciones L/h comprendidas entre 4 y 5, V_c se hará variar linealmente hasta los valores dados por las ecuaciones 2.9 y 2.10.

Para secciones T, I ó L en todas las expresiones anteriores se usará el ancho, b_w , en lugar de b . Si el patín está a compresión, al producto bwd pueden sumarse las cantidades t^2 en vigas T e I y $t^2/2$ en vigas L, siendo t el espesor del patín.

b) Miembros con refuerzo transversal.

La resistencia es igual a la suma de la contribución del concreto y de la contribución del acero. La primera se calcula con las expresiones de la sección anterior y la segunda con las ecuaciones 2.11 y 2.12.

$$V_R = \frac{A_v f_y (\text{Sen } \alpha + \text{Cos } \alpha) d}{s} \quad (2.11)$$

Donde,

A_v = Área total del refuerzo en el alma en una distancia s , medida en dirección paralela al refuerzo longitudinal.

α = Angulo entre las barras o estribos de refuerzo en el alma y el eje longitudinal del miembro.

s = Separación de estribos o barras dobladas, medida en dirección paralela a la del refuerzo longitudinal.

En el caso de estribos perpendiculares al refuerzo longitudinal ($\alpha=90^\circ$), la ecuación 2.11 se reduce a

$$V_R = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (2.12)$$

Este refuerzo debe estar formado por estribos cerrados perpendiculares u oblicuos al eje de la pieza, barras dobladas o una combinación de éstas. No se permite usar estribos con esfuerzo de fluencia mayor de 4200 kg/cm^2 .

Cuando,

$$V_{CR} < V_u \leq 1.5FR\sqrt{f'_c}$$

el espaciamiento de estribos no debe exceder de

$$\frac{FRAvf_y}{3.5b} \quad \text{ni de } 0.5d.$$

Cuando,

$$V_u > 1.5FR\sqrt{f'_c} \quad bd$$

el espaciamiento no debe ser mayor que $0.25d$.

En ningún caso se permitirá que V_u sea superior a

$$2FR\sqrt{f'_c} \quad bd$$

Cuando el refuerzo conste de un solo estribo o grupo de barras paralelas dobladas en una misma sección, su área se calculará con

$$A_v = \frac{V_u - V_{CR}}{FRF_y \text{ Sen } \theta}$$

En este caso no se admitirá que V_u sea mayor que

$$1.5FRV \sqrt{f'_c} bd$$

El diagrama de flujo de la figura 2.5 sigue la secuencia de cálculo para el diseño del refuerzo en el alma de secciones de concreto reforzado sujetas a fuerzas cortantes.

2.6 EJEMPLOS DE DISEÑO DEL ACERO DEL ALMA POR CORTANTE.

2.6.1 Ejemplo 2.1: Diseño de los estribos del alma.

Una viga rectangular aislada tiene un claro efectivo de 7.62m. y soporta una carga viva de trabajo de 11904kg/m. y ninguna carga muerta externa excepto su peso propio. Diseñe el refuerzo por cortante necesario. Utilice las NTC-87 del R.D.F.. Considere:

$$f'_c = 281 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 36 \text{ cm.}$$

$$d = 72 \text{ cm.}$$

$$h = 78 \text{ cm.}$$

Acero longitudinal de tensión: Cinco varillas del No. 10
($A_s = 39.59 \text{ cm}^2$)

Solución.

Fuerza cortante factorizada

$$\text{Peso propio de la viga} = 0.36 \times 0.78 \times 2400 = 674 \text{ kg/m.}$$

$$\text{Carga total factorizada} = (1.4 \times 11904) + (1.4 \times 674) = 17609 \text{ kg/m.}$$

La fuerza cortante factorizada en el paño del apoyo es,

$$V_u = \left(\frac{7.62}{2}\right) \times 17609 = 67090 \text{ kg.}$$

La primera sección crítica esta a una distancia $d = 72 \text{ cm.}$ del paño del apoyo de la viga (mitad del claro = 3.81m.).

$$V_u \text{ en } d = \frac{3.81 - 0.72}{3.81} \times 67090 = 54412 \text{ kg.}$$

Capacidad de cortante.

La capacidad a cortante del concreto simple en el alma está en función del porcentaje de acero en la sección de interés.

$$\rho = \frac{39.59}{36 \times 72} = 0.0153$$

Debido a que,

$$\rho > 0.01 \quad V_{CR} = 0.5FRbd\sqrt{f'_c}$$

$$V_{CR} = 0.5 \times 0.8 \times 36 \times 72 \times \sqrt{281} \times 0.8 = 15545 \text{ kg.}$$

Revisar que la sección sea adecuada por cortante.

$$V_u < 2FRbd\sqrt{f'_c}$$

$$54412 < 2 \times 0.8 \times 36 \times 72 \times \sqrt{281} \times 0.8 = 62180 \text{ kg. Bien.}$$

Las NTC-87 señalan que si $h > 70 \text{ cm.}$ se deberá reducir en un 30% la capacidad de cortante del concreto.

$$h = 78 \text{ cm.} > 70 \text{ cm.} \text{ por lo tanto,}$$

$$V_{CR} = 0.70 \times 15545 = 10882 \text{ kg.}$$

$$V_u > V_{CR}$$

$$54412 \text{ kg} > 10882 \text{ kg}$$

Por lo tanto se requieren estribos.

Refuerzo por cortante.

Pruebe estribos cerrados verticales del No. 4 de dos ramas (Área por rama = 1.27 cm^2).

$$A_v = 1.27 \times 2 = 2.54 \text{ cm}^2$$

De la ecuación 2.12,

$$s = \frac{FRAvf_y d}{V_u - V_{CR}} = \frac{0.8 \times 2.54 \times 4220 \times 72}{54412 - 10882} = 14.18 \text{ cm.}$$

Revise la separación máxima permisible

$$1.5FRbd\sqrt{f'_c} = 1.5 \times 0.8 \times 36 \times 72 \sqrt{281 \times 0.8} = 46635 \text{ kg.}$$

$$V_u = 54412 \text{ kg} > 46635 \text{ kg.}$$

Por lo tanto, la separación máxima permisible será,

$$s = \frac{d}{4} = \frac{72}{4} = 18 \text{ cm.}$$

Finalmente, la separación a utilizar en la sección crítica localizada a 72 cm. del paño del apoyo será de 14.18 cm., por ser la menor.

La fuerza cortante para una carga distribuida disminuye linealmente desde el apoyo hasta el centro del claro de la viga. Por lo tanto, el refuerzo en el alma puede reducirse de acuerdo a ello una vez que se halla determinado la zona donde el refuerzo mínimo sea necesario. El mismo tamaño y separación de estribos requerido en la sección crítica d a partir del paño del apoyo debiera continuarse hasta el apoyo mismo. La figura 2.6 muestra los diferentes valores que se calcularán:

Sección crítica x_d (considere el centro del claro como el origen). $V_u = 54412 \text{ kg}$ y de lo anterior $s = 14.18 \text{ cm.}$; x_d a partir del centro del claro = $3.81 - 0.72 = 3.09 \text{ m.}$

La sección donde teóricamente no requiere de acero de refuerzo por cortante se localiza a

$$x_3 = \frac{10882}{54412} \times 3.09 = 0.62 \text{ m.} \quad \text{A partir del centro del claro.}$$

En esta zona se reforzará con acero mínimo siguiendo las especificaciones de las NTC-87 del R.D.F.

Proponiendo estribos del No. 4 ($\phi = 1.27 \text{ cm.}$ y $A_v/\text{rama} = 1.27 \text{ cm}^2$).

$$A_v = 2 \times 1.27 = 2.54 \text{ cm}^2$$

Según las especificaciones de las NTC-87 del R.D.F., la separación máxima para cuando se refuerza con acero mínimo será igual a $d/2$.

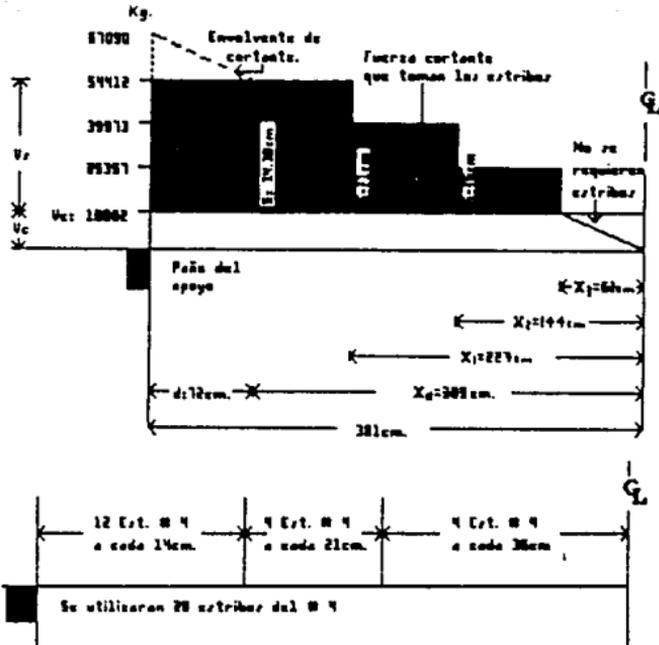


FIGURA 2.8 Distribución de los estribos para el ejemplo 2.1: a) envoltorio de cortante y diseño de los estribos; b) separación de los estribos verticales.

Por lo tanto, la separación para la sección x_3 será igual a

$$s = \frac{d}{2} = \frac{72}{2} = 36 \text{ cm.}$$

Entre las secciones x_d y x_3 se tomarán dos secciones de control. La primera será la sección x_1 , la cual estará localizada a

$$x_1 = 3.09 - \left(\frac{3.09 - 0.62}{3} \right) = 2.27 \text{ m. a partir del centro del claro.}$$

El cortante requerido a $x_1 = 2.27 \text{ m.}$ será igual a

$$V_{u1} = \frac{2.27}{3.09} \times 54412 = 39973 \text{ kg}$$

Proponiendo estribos del No. 4 ($\phi = 1.27 \text{ cm.}$ y $A_v/\text{rama} = 1.27 \text{ cm}^2$).

$$a = \frac{FRavfyd}{(V_u - V_{cr})} = \frac{0.8 \times 2.54 \times 4220 \times 72}{39973 - 10882} = 21.22 \text{ cm.}$$

Revisión de la separación máxima permisible

$$1.5FRbd\sqrt{f'_c} = 1.5 \times 0.8 \times 36 \times 72 \sqrt{281 \times 0.8} = 46635 \text{ kg.}$$

$$V_u = 39973 \text{ kg} < 46635 \text{ kg.}$$

Por lo tanto, la separación máxima permisible será igual a $d/2 = 72/2 = 36 \text{ cm.}$ Por lo que la separación que rige para esta sección x_1 será igual a

$$a = 21.22 \text{ cm.}$$

La segunda sección x_2 estará localizada a una distancia igual

$$x_2 = 3.09 - (2 \times (\frac{3.09 - 0.62}{3})) = 1.44 \text{ m.}$$

El cortante requerido a $x_2 = 1.44 \text{ m.}$ será igual a

$$V_{u2} = \frac{1.44}{3.09} \times 54412 = 25357 \text{ kg.}$$

Proponiendo estribos del No. 4 ($\phi = 1.27 \text{ cm.}$ y $A_v/\text{rama} = 1.27 \text{ cm}^2$).

$$a = \frac{0.8 \times 2.54 \times 4220 \times 72}{25357 - 10882} = 42.65 \text{ cm.}$$

Revisión de la separación máxima permisible

$$1.5FRbd\sqrt{f'_c} = 1.5 \times 0.8 \times 36 \times 72 \sqrt{281 \times 0.8} = 46635 \text{ kg.}$$

$$V_u = 25357 \text{ kg} < 46635 \text{ kg.}$$

Por lo tanto, la separación máxima permisible será igual a $d/2 = 72/2 = 36 \text{ cm.}$ Por lo que la separación que rige para esta sección x_2 será igual a

$$a = 36 \text{ cm.}$$

En la figura 2.6a la parte sombreada representa la fuerza cortante que es tomada por el acero. En la misma figura se muestran las separaciones de los estribos, resultantes de los cálculos. En la práctica dichas separaciones deben ser dimensiones cerradas que varíen lo menos posible de las separaciones calculadas. Así, en la figura 2.6b se muestran las separaciones reales.

CAPITULO 3

TORREÓN EN VIGAS



3.1 INTRODUCCION.

Debido al carácter monolítico de las estructuras de concreto, es común la existencia de acciones torsionantes que se presentan casi siempre en combinación con solicitaciones de flexión, fuerza cortante y fuerza normal. En muchos casos, los efectos de la torsión son secundarios en comparación con los efectos de otras solicitaciones, y por esto suelen despreciarse en el diseño. Sin embargo, a veces la torsión puede ser la acción preponderante, o al menos tener un efecto lo suficientemente importante para no poder ignorarla sin que la estructura sufra daños.

La torsión se presenta principalmente cuando la carga actúa a una distancia del eje longitudinal del miembro estructural. Algunos ejemplos de elementos estructurales sujetos a momentos torsionantes son: vigas que soportan marquesinas, vigas con muros colocados excéntricamente, vigas de borde en sistemas de piso, vigas curvas, estructuras reticulares con cargas normales a su plano, marcos con vigas fuera del plano de las columnas, etc.

El problema de torsión en estructuras de concreto tiene dos aspectos. El primero consiste en la determinación de los momentos torsionantes que actúan sobre los elementos de una estructura, y el segundo, en la determinación de la resistencia de los elementos.

La determinación de momentos torsionantes es un problema de análisis estructural que no ha recibido la misma atención que el cálculo de momentos flexionantes y fuerzas cortantes. Esto se debe en parte, a que no se disponía, hasta hace poco tiempo, de medios para evaluar en forma razonablemente precisa la rigidez torsionante de elementos de concreto reforzado, dato necesario para el análisis de estructuras continuas.

Por más de 60 años, el análisis de torsión de miembros de concreto se ha basado en:

(1) La teoría clásica de la elasticidad desarrollada a través de fórmulas matemáticas en conjunto con la analogía de la membrana (de St. Venant), o bien,

(2) En la teoría de la plasticidad representada por la analogía del montón de arena (de Nadai).

Ambas teorías se aplicaron principalmente al estado de torsión pura. Sin embargo, se encontró en forma experimental, que la teoría plástica no es del todo satisfactoria para la correcta determinación del estado de esfuerzos en el concreto sujeto a torsión pura. No obstante, en la aproximación plástica es donde el comportamiento del concreto se encontró mejor representado. Por eso, casi todos los desarrollos en torsión para concreto simple y reforzado han tomado esta dirección.

3.2 TORSION PURA EN ELEMENTOS DE CONCRETO SIMPLE.

3.2.1 Comportamiento y modos de falla en vigas de concreto simple.

En una viga de concreto simple, la falla ocurre súbitamente para valores pequeños del ángulo de giro; es una falla de tipo frágil. Para detectar el mecanismo de falla, HSU filmó el ensaye de una viga con una cámara de cine de alta velocidad. La proyección en cámara lenta de la película reveló el proceso de falla representado esquemáticamente en la figura 3.1. En tal proceso, la falla se inicia al formarse una grieta inclinada de tensión en una de las caras mayores de la viga. Esta grieta se abre rápidamente y se extiende a las caras menores de la viga. La falla ocurre finalmente por aplastamiento del concreto en la cara mayor opuesta. Puede afirmarse que la falla por torsión ocurre por flexión en un plano inclinado a 45° con respecto al eje longitudinal de la viga.

3.2.2 Comportamiento y modos de falla en vigas de concreto reforzado.

El comportamiento, modo de falla y resistencia de vigas con refuerzo longitudinal únicamente, es similar al de vigas de concreto simple. En vigas con refuerzo longitudinal y transversal, el comportamiento puede dividirse en dos etapas: una anterior al agrietamiento y otra posterior a él. El comportamiento anterior al agrietamiento es similar al de una viga de concreto simple. Las

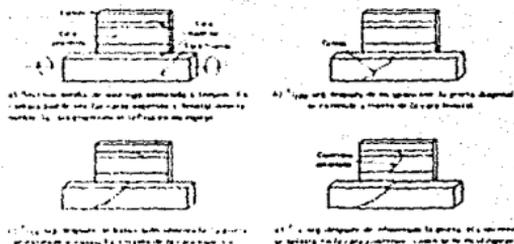


FIGURA 3.1 Proceso de falla por torsión de una viga de concreto simple tomada con una cámara de cine con una velocidad de 1200 cuadros/seg.

primeras grietas de tensión se forman en una de las caras mayores. Cuando esto ocurre, el momento torsionante, T_{ag} , es igual o ligeramente mayor que el momento resistente de un elemento de concreto simple, T_r .

Cuando se agrieta el elemento, el giro ϕ aumenta rápidamente bajo un momento constante, T_{ag} , como indica la rama horizontal de la figura 3.2. Los esfuerzos en el refuerzo longitudinal y transversal también aumentan rápidamente.

En vigas sujetas a torsión, el estado interno de equilibrio cambia totalmente al formarse la primera grieta. La pendiente de la gráfica momento torsionante - giro cambia bruscamente (figura 3.2b). Y el momento externo que era resistido sólo por el concreto, es resistido ahora por el concreto y el acero conjuntamente. Durante este cambio en el estado interno de equilibrio ocurre una transferencia de carga del concreto al acero. Al finalizar la etapa de transferencia de carga del concreto al acero, el momento torsionante vuelve a aumentar, pero la rigidez del elemento es menor que antes del agrietamiento, como se ve en la figura 3.2. Tanto la rigidez como el momento resistente, T_r , dependen de los porcentajes de refuerzo longitudinal y transversal. Después de alcanzar el momento máximo, T_r , la gráfica momento - giro tiene una rama descendente que en los ensayos se desarrolla en segundos.

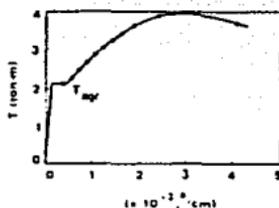


FIGURA 3.2 Gráfica momento torsionante - giro de un elemento con refuerzo transversal sujeto a torsión pura.

Quando se alcanza la resistencia, T_r , el concreto de la cara mayor del elemento, opuesta a la cara con grietas de tensión, se aplasta, y el acero de refuerzo puede estar fluyendo o no, según su porcentaje.

3.3 EVALUACION DE LA RESISTENCIA DE ELEMENTOS DE CONCRETO SIMPLE.

Se han desarrollado varias teorías para calcular la resistencia en torsión de elementos de concreto simple. Así por ejemplo, esta la teoría elástica, la teoría plástica y la teoría de HSU. En las dos primeras se supone que el concreto es un material perfectamente elástico o perfectamente plástico, respectivamente, al cual son aplicables los resultados de las teorías de la elasticidad ó plasticidad. O bien, la teoría de HSU la cual se desarrolló a partir del comportamiento y modo de falla descrito en la sección 3.2.1. Se mencionó anteriormente que la teoría plástica es la que mas se asemeja al comportamiento del concreto cuando está sujeto a esfuerzos torsionantes, es por ello que se presenta a continuación una descripción a grandes rasgos de dicha teoría.

3.3.1 Teoría plástica.

Esta teoría se aplica a materiales elastoplásticos o plásticos. La resistencia en torsión puede calcularse con la analogía del montón de arena, que es una extensión de la analogía de la membrana. La figura 3.3 es una representación bidimensional y tridimensional del montón de arena. La analogía del montón de arena se expone a continuación para un material elastoplástico

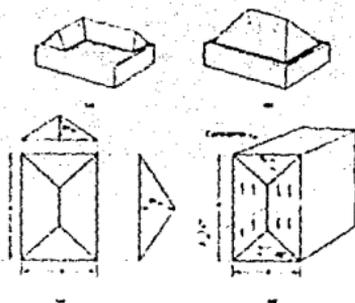


FIGURA 3.3 Analogía del montón de arena en torsión para plástico: a) montón de arena en una sección L; b) montón de arena en una sección rectangular; c) planta de la sección rectangular; d) esfuerzo cortante por torsión.

cuya gráfica esfuerzo-deformación se muestra en la figura 3.4a. Si el momento torsionante aplicado al elemento se incrementa hasta que el material alcanza su límite de fluencia, el esfuerzo es constante en toda la zona que fluye, ya que el esfuerzo en un punto cualquiera es igual a la pendiente de la membrana en ese punto, dicha pendiente debe ser constante en toda la zona en que el material fluye. Esto equivale a que la membrana se vaya inflando hasta alcanzar la posición límite indicada con línea punteada en la figura 3.4b. Cuando el material fluye en toda la sección transversal del elemento, la membrana toma una forma semejante a un montón de arena con pendiente uniforme; de aquí el nombre de la analogía.

El momento torsionante resistente es el doble del volumen del montón de arena. La aplicación de la teoría plástica a elementos de concreto reforzado, suponiendo que la falla debe ocurrir cuando el esfuerzo V_{max} es igual a la resistencia en tensión del concreto, f_{tu} , es decir, $V_{max} = f_{tu}$, permite obtener los siguientes resultados.

Para secciones rectangulares,

$$T = kpb^2hf_{tu}$$

(3.1)

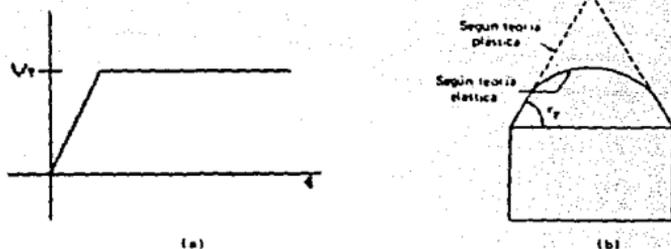


FIGURA 3.4 a) Gráfica esfuerzo-deformación de un material elastoplástico; b) analogía del monón de arena.

Para secciones circulares,

$$T = \frac{2\pi r^3}{3} f_t u \quad (3.2)$$

El coeficiente k_p , depende de la relación entre el lado mayor y el lado menor del rectángulo. b , es el lado menor del rectángulo y h , el lado mayor. En la figura 3.5 se presenta una tabla de valores de este coeficiente.

h/b	e_e	e_p
2	0.25	0.41
4	0.27	0.44
6	0.29	0.45
8	0.30	0.46
10	0.31	0.47

FIGURA 3.5 Valores de las constantes e_e y e_p .

La resistencia de secciones T, I o L, es la suma de las resistencias de los rectángulos componentes.

3.4 EVALUACION DE LA RESISTENCIA DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.

Existen dos alternativas para reforzar un elemento de concreto simple sujeto a torsión. La primera consiste en colocar el refuerzo en dirección paralela a los esfuerzos de tensión. De esta manera, el refuerzo queda en forma helicoidal, como se muestra en la figura 3.6a, ya que los esfuerzos de tensión son perpendiculares entre sí en caras opuestas.

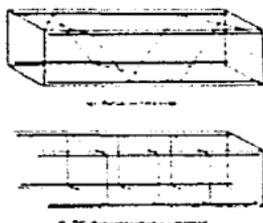


FIGURA 3.8 Dos tipos de refuerzo para torsión.

La segunda alternativa consiste en colocar refuerzo longitudinal y transversal como se muestra en la figura 3.6b. De esta manera, el refuerzo resiste las componentes longitudinales y transversales de los esfuerzos de tensión. Este es el tipo de refuerzo más usual en la práctica.

La resistencia a torsión de un elemento con refuerzo puede expresarse como la suma de las resistencias del concreto y del acero.

$$T_r = T_c + T_s \quad (3.3)$$

A fin de determinar la contribución de las varillas longitudinales y transversales para poder evaluar T_s , se deberá analizar el sistema de fuerzas que actúa en las secciones transversales alabeadas del elemento estructural en el estado límite de falla. En la actualidad se aceptan básicamente dos aproximaciones:

1.- La teoría de la flexión asimétrica, la cual se basa en la aproximación de la distribución plana de deformaciones de las secciones transversales sujetas a flexión y torsión.

2.- La teoría de la analogía de la armadura y su extensión como teoría en el campo de compresión. Esta teoría aplica a los esfuerzos de torsión una analogía de la armadura modificada comparable a la utilizada para el diseño de los estribos de corriente.

3.5 DISEÑO DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO SUJETAS A TORSION Y CORTANTE COMBINADOS.

3.5.1 Procedimiento de diseño para torsión y cortante.

Las recomendaciones de diseño que se dan a continuación están tomadas de las NTC-87 del R.D.F., Y son aplicables a tramos sujetos a torsión cuya longitud no sea menor que el doble del peralte total del miembro. Las secciones situadas a menos de un peralte efectivo de la cara del apoyo pueden dimensionarse para la torsión que actúa a un peralte efectivo.

1.- Clasifique a la torsión aplicada como problema de equilibrio para miembros cuya resistencia a torsión sea directamente necesaria para el equilibrio de la estructura o de parte de ella; o bien como problema de compatibilidad por torsión para miembros sujetos a torsión y fuerza cortante donde la resistencia a torsión no afecta directamente al equilibrio de la estructura.

En el primer caso se considera que la contribución del concreto es nula. De manera que T_u debe ser resistido por acero para torsión exclusivamente. En el segundo caso se calcula T_u suponiendo en el análisis que la rigidez a torsión del elemento es la mitad de la rigidez torsional elástica de la sección completa calculada con un módulo de rigidez a cortante G , igual a 0.4 veces el módulo de elasticidad del concreto.

2.- Determine la sección crítica y calcule el momento torsionante factorizado T_u . La sección crítica se toma a una distancia d a partir del paño del apoyo. El efecto de la torsión puede desprejarse si se cumple alguna de las dos condiciones siguientes:

$$a) \quad T_u < T_{CR}$$

Donde:

$$T_{CR} = 0.15FR \sum x^2 y \sqrt{f'c} \quad (3.4)$$

FR= 0.8 Para torsión.

x y y , son las dimensiones menor y mayor de los rectángulos en que queda descompuesta la sección al considerar cada ala y el alma con el peralte completo de la sección, pero sin que se tome y mayor que $3x$. La suma se refiere a los rectángulos componentes de la sección.

b)

$$\frac{T_u^2}{T_{CR}^2} + \frac{V_u^2}{V_{CR}^2} \leq 1.0 \quad (3.5)$$

Donde:

V_u y V_{CR} han sido definidos en el capítulo anterior, y T_{CR} tiene el valor

$$T_{CR} = 0.6FR \sum x^2 y \sqrt{f'c} \quad (3.6)$$

3.- Verifique si T_u no excede a T_{CR} , si es así, no tome en cuenta el efecto de la torsión. En caso contrario, calcule el valor de T_s de la parte del momento torsionante que será resistida por el refuerzo.

Si es problema de equilibrio $T_s = T_u$

Si es problema de compatibilidad por torsión

$$T_s = T_u - T_{CR}$$

El momento torsionante de diseño T_u , deberá cumplir con la siguiente condición, en caso contrario, deberá aumentarse la sección.

$$T_u < 1.25T_{CR} \sqrt{16 - \left\{ \frac{V_u}{0.57FR \sum x^2 y \sqrt{f'c}} \right\}^2} \quad (3.7)$$

4.- Seleccione los estribos cerrados que va a utilizar como refuerzo transversal. Si s = separación constante de los estribos, calcule el área del estribo por torsión para una rama de estribo por unidad de separación.

$$A_{sv} = \frac{(T_u - T_{CR})s}{FR \sum x_1 y_1 f_{yv}} \quad (3.8)$$

Donde:

A_{av} = Área transversal de una sola rama de estribo.

x_1, y_1 = Lados menor y mayor de un estribo medidos centro a centro.

s = Separación de los estribos.

f_{yv} = Esfuerzo de fluencia de los estribos.

$\Omega = 0.67 + 0.33 y_1/x_1 \leq 1.5$

El Área de estribos (por torsión y fuerza cortante) no será menor que la calculada con la ecuación 3.8, suponiendo $T_u = 4T_{cr}$; sin embargo, no es necesario que sea mayor que 1.33 veces la requerida para T_u y V_u obtenidos del análisis.

5.- Calcule el área del refuerzo longitudinal requerida por torsión.

El área de barras longitudinales A_{st} , para torsión se calculará con la siguiente expresión,

$$A_{st} = \frac{2A_{av}}{s} (x_1 + y_1) \frac{f_{yv}}{f_y} \quad (3.9)$$

Donde f_y es el esfuerzo de fluencia del acero longitudinal.

El Área de refuerzo longitudinal no será menor que la obtenida con la ecuación 3.9, usando el A_{av} mínima obtenida con la ecuación 3.8.

6.- Distribuya el refuerzo de acuerdo a lo siguiente:

a) La separación s de los estribos cerrados no será mayor que el ancho de los estribos, ni que la mitad de su altura, ni mayor de 30cm.

b) La separación entre barras longitudinales no excederá de 50cm. y su diámetro no será menor que el de los estribos. Debe distribuirse el refuerzo longitudinal en el perímetro de la sección transversal y colocarse por lo menos una barra en cada esquina.

c) El refuerzo por torsión se suministrará cuando menos en una distancia $(h \cdot b)$ mas allá del punto teórico donde no se requiere.

En la figura 3.7 se muestra un diagrama de flujo el cual describe en forma gráfica la secuencia de las operaciones.

3.5.2 Ejemplo 3.1 : Diseño del refuerzo del alma por torsión y cortante combinados en una viga de sección T.

Una viga T tiene las dimensiones geométricas que se muestran en la figura 3.8. Una fuerza cortante externa factorizada actúa en la sección crítica, teniendo un valor $V_u = 6304 \text{ kg}$. y esta sujeta a las siguientes torsiones:

a) Momento torsionante externo factorizado por equilibrio
 $T_u = 576\ 062 \text{ kg-cm}$.

b) Momento torsionante externo factorizado por compatibilidad
 $T_u = 345\ 638 \text{ kg-cm}$.

Considere:

Refuerzo por flexión, $A_s = 21.94 \text{ cm}^2$

$f'_c = 281 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$

Diseñe el refuerzo del alma requerido para esta sección.

Solución.

a) Equilibrio por torsión.

Considerando que el problema es de equilibrio por torsión, el momento de diseño T_u , será tomado integralmente con acero de refuerzo por torsión, es decir $\phi T_n = T_u$.

De la figura 3.8 tenemos,

$$I_x^2 y = 36^2 \times 65 + 10^2 \times 30 + 10^2 \times 30 = 90240 \text{ cm}^3$$

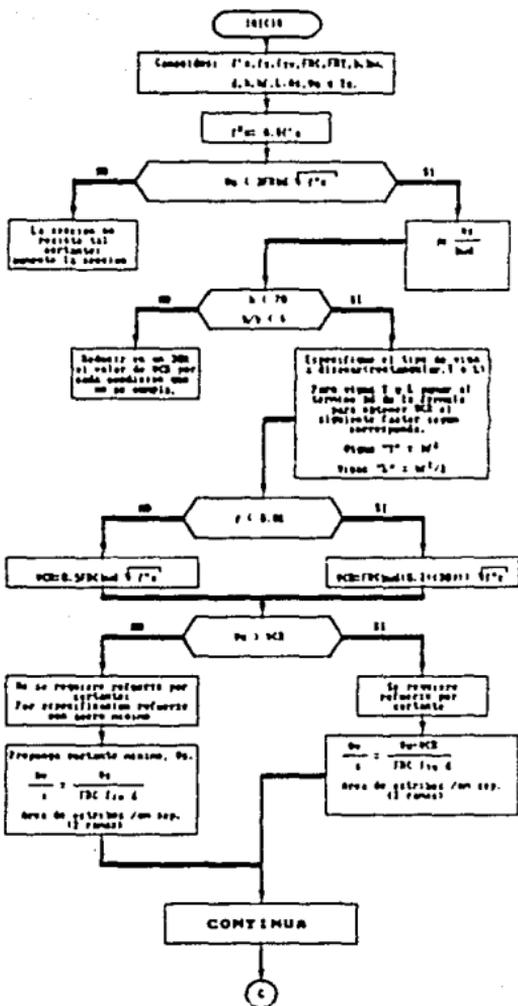


FIGURA 3.7 Diagrama de flujo para el diseño por cortante y torsión de vigas de concreto reforzado.

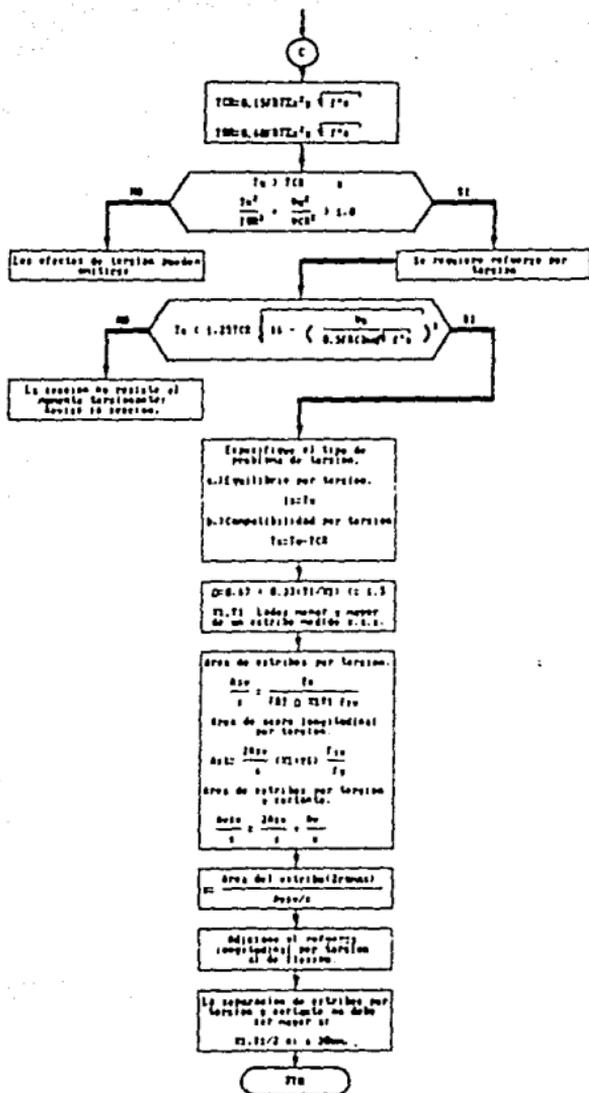


FIGURA 7.7 Diagrama de flujo para el diseño por cortante y torsión de vigas de concreto reforzado (cont.).

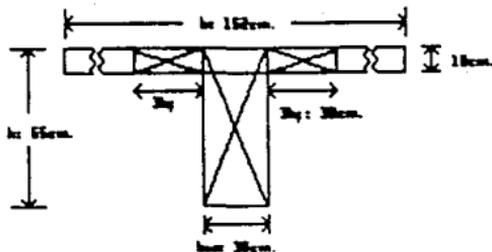


FIGURA 3.8 Componentes de rectángulos de la viga T.

Verificar si es necesario el refuerzo por torsión.

Condición No. 1

$$T_{CR} = 0.15F_R \sum x^2 y \sqrt{f'c}$$

$$T_{CR} = 0.15 \times 0.8 \times 90240 \times \sqrt{0.8 \times 281} = 162\,359.79 \text{ kg-cm.}$$

$$T_u > T_{CR}$$

$$576\,062 \text{ kg-cm} > 162\,359.79 \text{ kg-cm.}$$

Por lo tanto, la primera condición para reforzar por torsión se cumple.

Condición No. 2.

$$\frac{T_u}{T_{CR}} + \frac{V_u}{V_{CR}} \leq 1.0$$

$$T_{CR} = 0.6F_R \sum x^2 y \sqrt{f'c}$$

$$T_{CR} = 0.6 \times 0.8 \times 90240 \times \sqrt{0.8 \times 281} = 649\,439.17 \text{ kg-cm.}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{21.94}{36 \times 60} = 0.0102$$

$\rho > 0.01$ Por lo tanto,

$$V_{CR} = 0.5FR(bd+t^2)\sqrt{f'_c}$$

$$V_{CR} = 0.5 \times 0.8 \times ((36 \times 60) + 10^2) \times \sqrt{0.8 \times 281}$$

$$= 13553.97 \text{ kg.}$$

$$\frac{576062^2}{649439.17^2} + \frac{6304^2}{13553.97^2} \leq 1.0$$

$$1.00 = 1.0$$

No se cumple.

Por lo tanto, es necesario reforzar la viga por torsión.

El momento torsionante de diseño será tomado íntegramente con acero de refuerzo por torsión, ya que, $T_{CR}=0$. Esto debido a que es un problema de equilibrio.

$$T_s = T_u$$

$$T_s = 576\ 062 \text{ kg-cm.}$$

Verificar si la sección es adecuada para resistir el momento torsionante de diseño.

$$T_u < 1.25T_{CR} \sqrt{16 - \left\{ \frac{V_u}{0.5FRbd\sqrt{f'_c}} \right\}^2}$$

$$T_u < 1.25 \times 162359.79 \times \sqrt{16 - \left\{ \frac{6304}{0.5 \times 0.8 \times 36 \times 60 \times \sqrt{0.8 \times 281}} \right\}^2}$$

$$576\ 062 \text{ kg-cm.} < 805\ 768.86 \text{ kg-cm.}$$

Bien.

Por lo tanto, la sección es adecuada para resistir el momento torsionante aplicado.

Cálculo del área del estribo por torsión para una rama de estribo por unidad de separación.

$$A_{sv} = \frac{(T_u - T_{cr})s}{FR \Omega x_1 y_1 f_{yv}}$$

Sean estribos del No. 4.

$$x_1 = 36 - 2x(2.54 + 0.64) = 29.64 \text{ cm.}$$

$$y_1 = 65 - 2x(2.54 + 0.64) = 58.64 \text{ cm.}$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33x_1/y_1 \leq 1.5$$

$$\Omega = 0.67 + 0.33x(29.64/58.64) = 1.32 < 1.5 \quad \text{Bien.}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} = \frac{576062}{0.8 \times 1.32 \times 29.64 \times 58.64 \times 4220}$$

$$= 0.0744 \text{ cm}^2/\text{cm de separación/ una rama.}$$

Diseño de los estribos por cortante.

$$V_{cr} = 13553.97 \text{ kg.}$$

Obtenido anteriormente.

El cortante externo factorizado de diseño V_u , es menor que el cortante proporcionado por el concreto V_{cr} ; por lo tanto, no se requieren estribos por cortante y se reforzará únicamente por especificación con acero mínimo.

$$V_u < V_{cr}$$

$$6304 \text{ kg} < 13553.97 \text{ kg}$$

Refuerce con acero mínimo.

Se tomará un cortante V_s , igual a la mitad del cortante externo de diseño.

$$V_s = \frac{V_u}{2} = \frac{6304}{2} = 3152 \text{ kg.}$$

$$\frac{A_{sv}}{s} = \frac{V_s}{FR \Omega f_{yv}} = \frac{3152}{0.8 \times 4220 \times 60}$$

$$= 0.0156 \text{ cm}^2/\text{cm de separación/dos ramas.}$$

Estribos cerrados por torsión y cortante combinados.

$$\frac{A_{vt}}{s} = \frac{2A_{sv}}{s} + \frac{A_v}{s} = (2 \times 0.0744) + 0.0156$$

$$= 0.1644 \text{ cm}^2 / \text{cm de separación/dos ramas.}$$

Pruebe estribos cerrados del No. 4 (1.27 cm de diámetro). El área por dos ramas = 2.53 cm^2 .

$$s = \frac{\text{Área de la sección transversal del estribo}}{\text{Área requerida } A_{vt}/s}$$

$$= \frac{2.53}{0.1644} = 15.40 \text{ cm.}$$

La separación s , no debe ser mayor de los siguientes valores.

$s < x_1$	$15.40 < 29.64$	Bien.
$s < y_1/2$	$15.40 < 58.64/2 = 29.32$	Bien.
$s < 30$	$15.40 < 30$	Bien.

Utilice estribos cerrados del No. 4 a cada 15 cm.

Diseño del acero longitudinal por torsión.

$$A_{st} = \frac{2A_{sv}}{s} (x_1 + y_1) \frac{f_{yv}}{f_y}$$

$$= (2 \times 0.0744) \times (29.64 + 58.64) \times \frac{4220}{4220}$$

$$= 13.14 \text{ cm}^2$$

Distribución de las varillas longitudinales por torsión.

A_{st} por torsión = 13.14 cm^2 . Suponga que $1/4 A_{st}$ se va a las esquinas superiores y $1/4 A_{st}$ a las esquinas inferiores de los estribos, adicionándose a las varillas por flexión. $1/4 A_{st}$, se distribuirá en partes iguales por cada una de las caras verticales de la sección transversal de la viga a una separación no mayor de 50 cm.

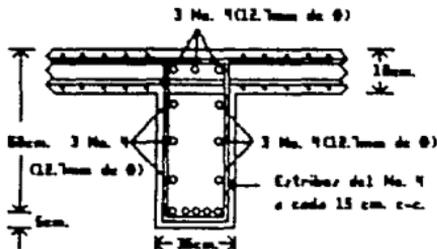


FIGURA 3.9 Detalles del refuerzo del alme, ejemplo 3.1a.

ΣA_s en el centro del claro.

$$A_{st}/4 + A_s = (13.14/4) + 21.94 = 25.23 \text{ cm}^2$$

Proporcione cinco varillas del No. 8 para la parte inferior. Para la parte superior $A_{st}/4 = 3.29 \text{ cm}^2$, por lo tanto, utilice 3 varillas del no. 4, cuya Área es de 3.80 cm^2 . El Área de acero requerida para cada cara vertical es igual a 3.29 cm^2 , de manera que al igual que para la cara superior, utilice 3 varillas del No. 4 en cada cara. En la figura 3.9 se muestra la geometría de la sección transversal.

b) Compatibilidad por torsión.

Solución.

Verifique si es posible despreciar los efectos de la torsión.

Condición 1.

$$T_u < T_{cr}$$

$$345\,638 \text{ kg-cm.} > 162\,359.79 \text{ kg-cm.}$$

Por lo tanto, la primera condición no se cumple.

Condición No. 2.

$$\frac{T_u}{T_{cr}} + \frac{V_u}{V_{cr}} \leq 1.0$$

$$\frac{345638}{649439} + \frac{6304}{13553.97} \leq 1.0$$

$$0.50 < 1.0$$

Observamos, que la segunda condición nos indica que los efectos de torsión se pueden omitir. Por lo tanto, la sección debe reforzarse únicamente con acero de refuerzo mínimo para cortante.

CAPITULO 4

CONDICIONES DE SERVICIO EN VIGAS



4.1 INTRODUCCION.

Las condiciones de servicio de una estructura quedan determinadas por sus deformaciones, agrietamientos, la corrosión de su refuerzo y los deterioros en su superficie de concreto. Los deterioros de la superficie se pueden minimizar con un control apropiado de la mezcla, el colado y el curado del concreto. El uso de un recubrimiento adecuado, un control de calidad adecuado de los materiales y la aplicación en el diseño de los métodos apropiados para controlar el agrietamiento y las deformaciones, pueden disminuir y en la mayor parte de los casos, eliminar estos problemas.

En este capítulo se discutirá la evaluación del comportamiento de agrietamientos y deflexiones en vigas. Se intenta proporcionar los conocimientos básicos sobre los efectos del agrietamiento en la rigidez de los miembros, el comportamiento de las deformaciones a mediano y largo plazo y el modo como la viga de concreto ya agrietada, aún se puede comportar adecuadamente y con estética, sin pérdida de confiabilidad en su comportamiento.

4.2 SIGNIFICADO DE LA PRESENCIA DE DEFORMACIONES.

El método de análisis y diseño por esfuerzos de trabajo que se empleó antes de la década de 1970, limitaba el esfuerzo de trabajo al 45% de su capacidad a compresión y los esfuerzos en el acero a menos del 50% de su resistencia de fluencia. Por ello, se obtenían secciones más pesadas y con mayor reserva de resistencia que las que se consiguen con el método de resistencia última que se aplica actualmente.

En la actualidad se utilizan en el diseño por resistencia concretos con resistencias más altas que tienen valores de f'_c hasta de 8400 kg/cm^2 ; esto y el aumento del conocimiento de las propiedades de los materiales han dado por resultado la aplicación de factores de carga menores y una reserva de resistencia más reducida. Por lo anterior, se diseñan miembros más esbeltos y eficientes en los que las deflexiones constituyen un criterio de control muy importante.

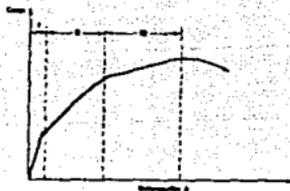


FIGURA 4.1 Relación carga-deformación en una viga. Región I, etapa anterior al agrietamiento; región II, etapa posterior al agrietamiento; región III, etapa del agrietamiento posterior a las cargas de servicio (el acero fluye).

Las vigas y las losas se construyen generalmente como partes monolíticas de un sistema integrado y rara vez como miembros aislados. Las deformaciones excesivas de una losa de piso pueden causar dislocaciones en los muros divisorios que soporta. Las deformaciones excesivas de una viga pueden dañar a los muros divisorios del piso inferior y una deformación demasiado grande de una viga en el marco de una ventana, puede agrietar los cristales de la ventana. En el caso de pisos descubiertos o azoteas, como en los pisos superiores de los estacionamientos, pueden resultar estancamientos de agua. Es por ello, que el control de las deflexiones requiere de una atención especial.

4.3 COMPORTAMIENTO DE VIGAS SUJETAS A DEFORMACIONES.

La relación carga-deflexión de una viga de concreto reforzado es básicamente trilineal, como se idealiza en la figura 4.1. Se compone de tres regiones previas a la ruptura:

Región I : Etapa anterior al agrietamiento, en la que el miembro estructural está libre de grietas.

Región II : Etapa posterior al agrietamiento, en la que el miembro estructural desarrolla grietas controladas y aceptables tanto por su distribución, como por su ancho.

Región III : Etapa de agrietamiento posterior a las condiciones de servicio, donde el esfuerzo del refuerzo de tensión alcanza el estado límite de fluencia.

4.3.1 Etapa anterior al agrietamiento : Región I.

El segmento de la curva carga-deflexión anterior al agrietamiento, es esencialmente una línea recta que define un comportamiento totalmente elástico. El esfuerzo máximo de tensión de la viga en esta región, es menor que su resistencia de tensión en flexión, esto es, menor que el módulo de ruptura del concreto f_r . Se puede estimar la rigidez en flexión EI de la viga, utilizando el módulo de Young E_c del concreto y el momento de inercia de la sección transversal de concreto reforzado, sin agrietar.

El valor de E_c se puede estimar utilizando las expresiones empíricas que proponen las NTC-87 del RDF.

Para concretos clase 1, ($f'_c \geq 250 \text{ kg/cm}^2$)

$$E_c = 14000 \sqrt{f'_c} \quad \text{kg/cm}^2 \quad (4.1)$$

Para concretos clase 2, ($f'_c < 250 \text{ kg/cm}^2$)

$$E_c = 8000 \sqrt{f'_c} \quad \text{kg/cm}^2 \quad (4.2)$$

Para hacer una estimación precisa del momento de inercia I , se necesita considerar la contribución del acero de refuerzo A_s . Esto se puede lograr, reemplazando el área de acero con un área equivalente de concreto $(E_s/E_c)A_s$. Una vez transformada el área de acero a un área equivalente de concreto se puede calcular el centro de gravedad de la sección transformada y obtener el momento de inercia transformado I_t .

La mayoría de los diseñadores usan el momento de inercia total I_g de la sección de concreto no agrietada, despreciando la contribución adicional a la rigidez del acero de refuerzo por ser poco significativa.

La región anterior al agrietamiento se detiene al iniciarse la primera grieta por flexión, cuando el esfuerzo del concreto alcanza la resistencia de su módulo de ruptura f_r . Para propósitos de diseño, el valor del módulo de rotura del concreto se puede tomar igual a:

$$\text{Concreto clase 1} \quad f_r = 1.6\sqrt{f'_c} \quad (4.3a)$$

$$\text{Concreto clase 2} \quad f_r = 1.1\sqrt{f'_c} \quad (4.3b)$$

Si la distancia de la fibra extrema en tensión al centro de gravedad de la sección es y_t y el momento de agrietamiento es M_{cr} ,

$$M_{cr} = \frac{I_g f_r}{y_t} \quad (4.4)$$

Para una sección rectangular,

$$y_t = \frac{h}{2}$$

En la que h , es el peralte total de la viga. La ecuación 4.4 se deriva de la ecuación clásica de la escuadría $\sigma = M/I$, para materiales elásticos y homogéneos.

En esta región no es importante calcular las deformaciones puesto que en las condiciones reales son muy pocas las vigas de concreto reforzado que no se agrietan bajo cargas reales.

4.3.2 Etapa bajo carga de servicio posterior al agrietamiento : región II.

La región anterior al agrietamiento termina con el inicio de la primera grieta y se desplaza a la región II del diagrama carga-deflexión de la figura 4.1. La mayoría de las vigas se encuentran en esta región, cuando están bajo cargas de servicio. Una viga tiene grados diversos de agrietamiento a lo largo de su claro, que corresponden con los niveles de esfuerzo y deflexión en cada sección.

Cuando se desarrollan las grietas por flexión, la contribución del concreto en la zona de tensión se reduce sustancialmente y por lo tanto se reduce la rigidez en flexión de la sección. A medida que las grietas se incrementan, la rigidez continua decreciendo, hasta alcanzar un valor de límite inferior que corresponde al momento reducido de inercia de la sección agrietada.

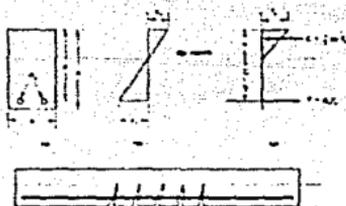


FIGURA 4.2 Deformación elástica y distribución de esfuerzos en una sección agrietada de concreto reforzado: a) sección transversal; b) deformación; c) fuerza y esfuerzos elásticos; d) viga agrietada antes de la falla en flexión.

Las distribuciones de los esfuerzos y las deformaciones a través del peralte de una sección rectangular típica agrietada de concreto, se muestran en la figura 4.2.

Para calcular el momento de inercia, se debe determinar el valor de la profundidad del eje neutro c , por equilibrio de fuerzas horizontales.

$$A_s f_s = bc \frac{f_c}{2} \quad (4.5a)$$

Puesto que el esfuerzo en el acero $f_s = E_s \epsilon_s$ y el esfuerzo en el concreto $f_c = E_c \epsilon_c$, se puede escribir la ecuación 4.5a como.

$$A_s E_s \epsilon_s = - \frac{bc}{2} E_c \epsilon_c \quad (4.5b)$$

De los triángulos semejantes de la figura 4.2b,

$$\frac{\epsilon_c}{c} = - \frac{\epsilon_s}{d - c} \quad (4.6a)$$

o bien,

$$c_s = c_c \left(- \frac{d}{c} - 1 \right) \quad (4.6b)$$

De las ecuaciones 4.5b y 4.6b,

$$A_s E_c c_c \left(- \frac{d}{c} - 1 \right) = - \frac{bc}{2} E_c c_c \quad (4.7a)$$

o bien,

$$\frac{A_s E_s}{E_c} \left(-\frac{d}{c} - 1 \right) = -\frac{bc}{2} \quad (4.7b)$$

Sustituyendo la relación modular E_s/E_c por n , la ecuación 4.7b se puede escribir como:

$$-\frac{bc}{2} -^2 + nA_s c - nA_s d = 0 \quad (4.7c)$$

El valor de c se puede obtener resolviendo la ecuación cuadrática 4.7c. El momento de inercia I_{CR} se puede obtener de:

$$I_{CR} = -\frac{bc}{3} -^3 + nA_s (d-c)^2 \quad (4.8)$$

Branson desarrolló expresiones simplificadas para calcular la rigidez efectiva de diseño $E_c I_e$. La ecuación de Branson, que se ha comprobado que se aplica para la mayor parte de las vigas reforzadas o presforzadas y se ha adoptado universalmente para calcular las deflexiones, define al momento efectivo de inercia como:

$$I_e = \left(-\frac{M_{CR}}{M_u} \right)^3 + \left(1 - \left(-\frac{M_{CR}}{M_u} \right)^3 \right) I_{CR} \leq I_g \quad (4.9a)$$

La ecuación 4.9a también se escribe en la forma:

$$I_e = I_{CR} + \left(-\frac{M_{CR}}{M_u} \right)^3 (I_g - I_{CR}) \leq I_g \quad (4.9b)$$

Como se muestra en la ecuación 4.9b, el momento efectivo de inercia I_e depende de la relación entre el momento máximo M_u del claro y la capacidad del momento de agrietamiento M_{CR} de la sección.

4.3.3 Etapa del agrietamiento posterior a las cargas de servicio y estado límite de deflexiones durante la falla : región III.

El diagrama carga deflexión de la figura 4.1, es considerablemente más plano en la región III que en las regiones precedentes. Esto se debe a la pérdida sustancial de la

rigidez de la sección a causa del extenso agrietamiento y el engrosamiento considerable de las grietas estables en todo el claro. A medida que la carga continua incrementándose, la deformación ϵ_c de las varillas de acero en el lado de tensión, se sigue incrementando más allá de la deformación de fluencia ϵ_y , sin esfuerzos adicionales. Se considera que en esta etapa, la viga ha fallado estructuralmente por la fluencia inicial del acero de tensión. La viga se sigue deformando sin carga adicional. Las grietas continúan ensanchándose y el eje neutro se sigue elevando hacia las fibras externas en compresión. Por último se desarrolla una falla secundaria de compresión que conduce al aplastamiento total del concreto en la región de momento máximo, seguido por la ruptura.

Con frecuencia se observan en las pruebas, valores últimos de la deflexión de 8 a 12 veces el valor de las deflexiones en el principio de la fluencia. Las deflexiones posteriores a la fluencia y la deflexión límite en la falla no tienen importancia mayor en el diseño, por lo que no se discutirán con detalle en este trabajo.

4.4 DEFORMACIONES A LARGO PLAZO.

Existen factores que son función del tiempo que amplifican la magnitud de las deformaciones, por consecuencia, es necesario evaluar las deflexiones inmediatas y las de largo plazo, con el objeto de garantizar que sus valores satisfacen los límites máximos permisibles para una estructura particular y su función específica.

Los efectos dependientes del tiempo son causados por las deformaciones superpuestas del flujo plástico, de contracción y de temperatura. El cálculo de las deformaciones por flujo plástico y contracción en un momento específico, es un proceso complejo, que no está dentro de los alcances de este trabajo. Se debe considerar cómo afectan estas deformaciones del concreto, a los esfuerzos en el acero y la curvatura del elemento de concreto. Se debe considerar además el efecto del agrietamiento progresivo en

el cambio de los factores de rigidez. En consecuencia, en muchos casos es más práctico aplicar un método empírico para evaluar las deformaciones bajo cargas sostenidas.

De acuerdo con las NTC-87 del RDF, las deflexiones adicionales bajo cargas sostenidas y por contracción a largo plazo, se pueden calcular aplicando un factor:

$$\lambda = \frac{2}{1 + 50\rho} \quad (4.10)$$

Donde, ρ , es el porcentaje del refuerzo en el centro del claro de vigas simples y continuas y 2 es un factor límite que se toma para concretos clase 1 para una duración de carga de 5 años o más. Para concretos clase 2 el numerador de la ecuación 4.10 será igual a 4.

Si la deflexión instantánea es Δ_i , la deflexión adicional dependiente del tiempo será $\lambda\Delta_i$ y la deflexión total a largo plazo será $(1 + \lambda)\Delta_i$. Puesto que las cargas vivas no están presentes todo el tiempo, sólo se considera como carga sostenida una parte de la carga viva sumada a la carga muerta permanente.

4.5 CALCULO DE LAS DEFORMACIONES.

Las deformaciones de los miembros estructurales son una función de la longitud del claro, de los apoyos o condiciones en los extremos, tales como apoyo simple o restricción debida a la continuidad; del tipo de cargas, como cargas concentradas o distribuidas y de la rigidez en flexión EI del miembro.

La expresión general para la deflexión máxima, Δ_{max} , en un miembro elástico, se puede escribir a partir de los principios básicos de la mecánica, como:

$$\Delta_{max} = K \frac{W_L^3}{48EI^3} \quad (4.11a)$$

Donde:

W = Carga total en el claro.

L = Longitud libre del claro.

E_c = Módulo de elasticidad del concreto.

I_e = Momento efectivo de inercia.

K = Factor que depende del grado de empotramiento de los apoyos.

La ecuación 4.11a también se puede escribir en términos del momento, de manera que la deflexión en cualquier punto de una viga es:

$$\Delta_{max} = K \frac{M_o L^2}{E_c I_e} \quad (4.11b)$$

Donde:

M = Momento actuante en la sección.

L = Longitud del claro de la viga.

K, E_c e I_e fueron definidos anteriormente.

La figura 4.3 presenta una tabla que proporciona los valores de las deflexiones elásticas máximas en términos de las cargas gravitacionales, para vigas típicas con cargas uniformes o concentradas.

4.6 DEFORMACIONES PERMISIBLES EN VIGAS.

Las deformaciones permisibles de un sistema estructural, se rigen primordialmente por la cantidad de deformación que pueden soportar los componentes interactivos de la estructura, sin perder la apariencia estética y sin detrimento para el miembro deformado. Es por ello, que las deflexiones que puedan sufrir bajo condiciones de servicio o trabajo se deben mantener dentro de los siguientes límites.

Una flecha vertical, incluyendo los efectos a largo plazo, igual al claro entre doscientos cuarenta, más 0.5ca. Además, para miembros cuyas deformaciones afecten a elementos no estructurales, como muros de mampostería, que no sean capaces de soportar

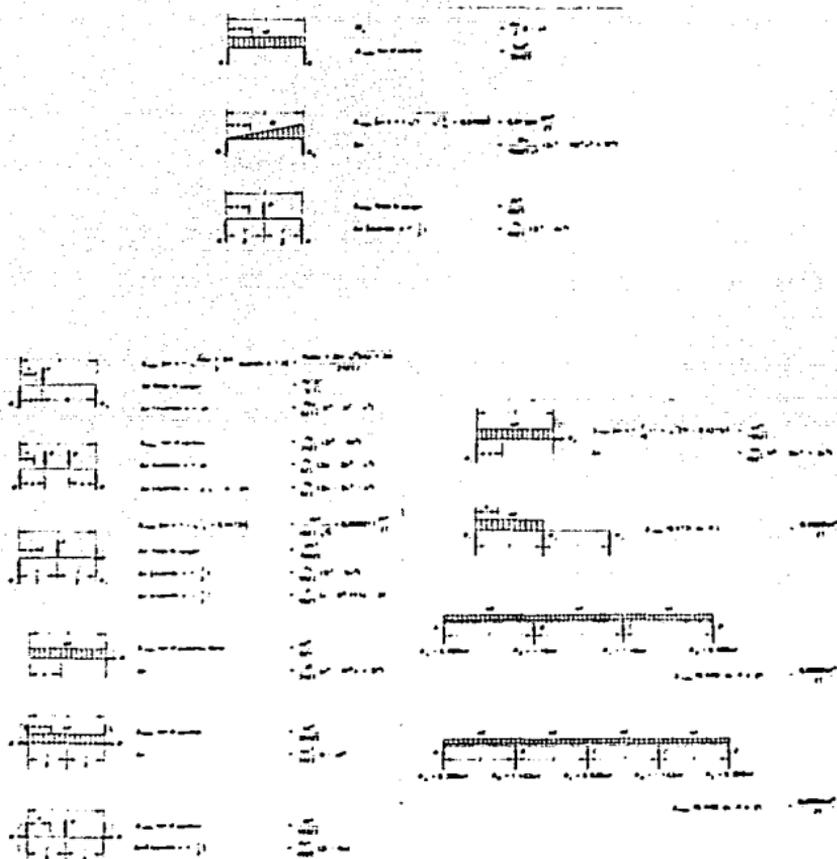


FIGURA 4.3 Expresiones para las deflexiones máximas en las condiciones de carga y apoyes más comunes.

deformaciones apreciables, se considerará como estado límite una flecha, medida después de la colocación de los elementos no estructurales, igual al claro entre cuatrocientos ochenta, más 0.3cm. Para elementos en voladizo los límites anteriores se multiplicarán por dos.

4.7 PROCEDIMIENTO DE CALCULO PARA LAS DEFORMACIONES.

Las deformaciones de las estructuras, afectan tanto a su apariencia estética como a su utilidad de servicio a largo plazo. Después de que el miembro estructural se diseña por flexión, se debe seguir paso a paso el siguiente procedimiento:

1.- Como primer paso, los cálculos detallados deberán establecer:

- (a) El momento de inercia bruto I_g .
- (b) El momento de agrietamiento M_{CR} .

2.- Calcular la profundidad $-c-$ del eje neutro de la sección transformada. Encontrar el momento de inercia de la sección agrietada I_{CR} .

3.- Encontrar el momento de inercia efectivo I_e , como sigue:

$$I_e = \left(\frac{M_{CR}}{M_a} \right)^3 I_{CR} + \left(1 - \left(\frac{M_{CR}}{M_a} \right)^3 \right) I_g$$

El I_e efectivo se debe calcular para las siguientes combinaciones de niveles de carga de servicio:

- (a) Carga muerta (C.M.)
- (b) Carga muerta + % carga viva sostenida (C.M. + %C.V.)
- (c) Carga muerta + Carga viva (C.M. + C.V.)

4.- Calcular la deflexión inmediata con base en I_e para las tres combinaciones del paso 3, utilizando la expresión para la deflexión elástica de la tabla que presenta la figura 4.3. Si la viga es continua en más de dos apoyos, encontrar el I_e promedio, como sigue:

Ambos extremos continuos

$$I_e \text{ Promedio} = \frac{I_{e1} + I_{e2} + 2I_{e3}}{4}$$

Donde, I_{e1} e I_{e2} son los momentos efectivos de inercia de las secciones extremas del claro e I_{e3} el de la sección central.

Un extremo continuo

$$I_e \text{ Promedio} = \frac{I_{e1} + 2I_{e3}}{3}$$

Donde, I_{e1} es el momento de inercia efectivo de la sección del extremo continuo.

5 - Calcular la deflexión a largo plazo, calculando primero el factor correctivo λ , que fue definido anteriormente; la deflexión total a largo plazo será:

$$\Delta L_T = \Delta L + \lambda(\Delta b + \Delta L_S)$$

Donde,

ΔL = Deflexión inmediata por la carga viva.

Δb = Deflexión inmediata por la carga muerta

ΔL_S = Deflexión por la carga viva sostenida.

6 - Si $\Delta L_T > \Delta_{max}$ permisible, aumente la sección.

La figura 4.4 presenta un diagrama de flujo para la secuencia de operaciones de revisiones del control de deformaciones.

4.7.1 Ejemplo 4.1 : Comportamiento de las deformaciones de una viga simplemente apoyada con carga uniforme.

Una viga simplemente apoyada con carga uniforme, tiene un claro libre $l_n=825\text{cm}$, un ancho $b=25\text{cm}$, un peralte total $h=45\text{cm}$, un peralte efectivo $d=40\text{cm}$ y una $A_s=8.52\text{cm}^2$. Está sujeta a un momento por carga muerta de servicio $M_D=247707\text{kg-cm}$ y a un momento por carga viva de servicio $M_L=250000\text{kg-cm}$. Determine si

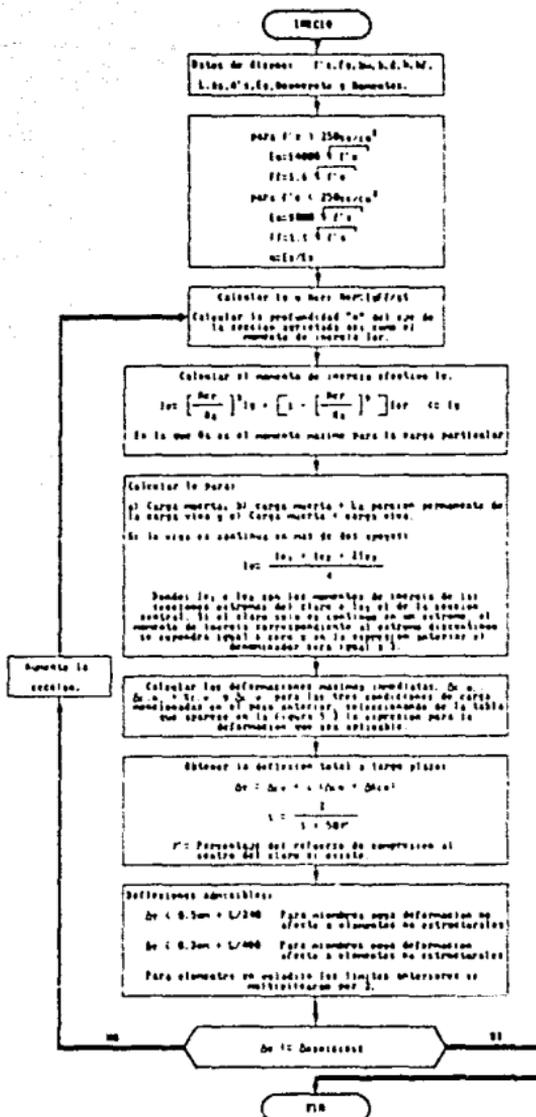


FIGURA 4.4 Diagrama de flujo para el cálculo de las deformaciones.

la deflexión de la viga se encuentra dentro de los límites permisibles de deflexión a largo plazo. Suponga que el 40% de la carga viva se aplica continuamente. Considere:

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

Solución.

Para concreto clase 1

$$E_c = 14000 \sqrt{f'_c}$$

$$E_c = 14000 \sqrt{350} = 261\,916 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Relación modular } n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{261\,916} = 7.6$$

Módulo de rotura del concreto

$$f_r = 1.6 \sqrt{f'_c} = 1.6 \sqrt{0.8 \times 350} = 26.77 \text{ kg/cm}^2$$

Momento bruto de inercia I_g

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{25 \times 45^3}{12} = 189\,843.75 \text{ cm}^4$$

$$y_t = 45/2 = 22.5 \text{ cm.}$$

Momento de agrietamiento

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{26.77 \times 189\,843.75}{22.5} = 225\,871.88 \text{ kg}\cdot\text{cm.}$$

De la ecuación 4.7c la profundidad del eje neutro $-c-$ es igual a,

$$\frac{25c^2}{2} = 7.6 \times 8.52(40-c)$$

Resolviendo la ecuación cuadrática se obtiene un valor de $c = 12.04 \text{ cm.}$

De la ecuación 4.8 el momento de inercia de la sección agrietada I_{CR} es igual a,

$$I_{CR} = \frac{25 \times 12.04^3}{3} + 7.6 \times 8.52 \times (40 - 12.04)^2 = 65\,165.11 \text{ cm}^4$$

Carga muerta:

$$\frac{M_{CR}}{M_a} = \frac{225871.88}{247707} = 0.91$$

Carga muerta + % de la carga viva

$$\frac{M_{CR}}{M_a} = \frac{225871.88}{247707 + (0.4 \times 250000)} = 0.65$$

Carga muerta + Carga viva

$$\frac{M_{CR}}{M_a} = \frac{225871.88}{247707 + 250000} = 0.45$$

De la ecuación 4.9a el momento efectivo de inercia I_e es igual a,

$$I_e = \left(\frac{M_{CR}}{M_a} \right)^3 + \left(1 - \left(\frac{M_{CR}}{M_a} \right)^3 \right) I_{CR} \leq I_g$$

Carga muerta:

$$I_e = 0.75 \times 189843.75 + 0.25 \times 65165.11 = 158\,441.39 \text{ cm}^4$$

Carga muerta + % de la carga viva

$$I_e = 0.27 \times 189843.75 + 0.73 \times 65165.11 = 98\,526.95 \text{ cm}^4$$

Carga muerta + Carga viva

$$I_e = 0.09 \times 189843.75 + 0.91 \times 65165.11 = 76\,312.88 \text{ cm}^4$$

Deflexión a corto plazo

Para una viga simplemente apoyada con carga uniformemente repartida, la deflexión máxima, Δ_{max} , al centro del claro se calcula con la siguiente expresión:

$$\Delta_{max} = \frac{5wL^4}{384EI} = \frac{5wL^2}{48EI} = \frac{5 \times 825^2 \times M}{48 \times 261916.1}$$

$$= \frac{3403125 \text{ M}}{12571968 \text{ I}} = 0.2707 \frac{\text{M}}{\text{I}}$$

Deflexión inmediata debida a la carga viva:

$$\Delta L = \frac{0.2707(247707 + 250000)}{76312.88} - \frac{0.2707 \times 247707}{158441.39}$$

$$= 1.34 \text{ cm.}$$

Deflexión inmediata producida por la carga muerta:

$$\Delta D = \frac{0.2707 \times 247707}{158441.39} = 0.42 \text{ cm.}$$

Deflexión inmediata producida por el 40% de la carga viva:

$$\Delta L_5 = \frac{0.2707(247707 + (0.4 \times 250000))}{98526.95} - \frac{0.2707 \times 247707}{158441.39}$$

$$= 0.53 \text{ cm.}$$

Deflexión total a largo plazo ΔL_T

$$\lambda = \frac{2}{1 + 50\rho'} = \frac{2}{1 + 50(0)} = 2$$

Para una viga simplemente reforzada el valor de ρ' es igual a 0.

$$\Delta L_T = \Delta L + \lambda \Delta D + \lambda \Delta L_5$$

$$= 1.34 + 2(0.42 + 0.53)$$

$$= 3.25 \text{ cm.}$$

Deflexión admisible

$$\Delta_{\text{admisible}} = 0.5 + \frac{L}{240}$$

$$= 0.5 + \frac{825}{240}$$

$$= 3.94 \text{ cm.}$$

$$3.94 \text{ cm.} > 3.25 \text{ cm.}$$

$$\Delta_{\text{admisible}} > \Delta L_T \quad \text{Bien.}$$

4.8 DEFORMACIONES EN VIGAS T

Las secciones no rectangulares más comunes son las vigas con volados de patín -T- y -L-. Los mismos principios que se aplicaron para calcular las deflexiones de las secciones rectangulares, se pueden utilizar para las no rectangulares.

Como en el caso de las vigas rectangulares, se desprecia la contribución del acero al momento de inercia de la sección no agrietada. Para calcular I_g , se divide en dos áreas a la sección transversal de la viga como se muestra en la figura 4.5a.

Profundidad del centro de gravedad

$$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} \quad (4.12a)$$

$$y_1 = h - \bar{y} \quad (4.12b)$$

El momento de inercia bruto I_g , para los dos rectángulos es:

$$I_g = \frac{bhr^3}{12} + bhr(\bar{y} - \frac{hr}{2})^2 + \frac{b(h-hr)^3}{12} + b(h-hr)(y_1 - \frac{h-hr}{2})^2 \quad (4.13)$$

Se calcula la profundidad e del eje neutro de la sección agrietada, por medio del equilibrio de las fuerzas horizontales, como se muestra en las figuras 4.5b y c. Si el eje neutro queda dentro del espesor del patín, la viga se comporta como una de sección rectangular de ancho b igual al del patín y un peralte efectivo d .

Cuando la profundidad e del eje neutro es mayor que el espesor h_r del patín, para calcular la fuerza de compresión se deben utilizar las áreas de concreto apropiadas del patín y del alma con sus esfuerzos correspondientes. El esfuerzo promedio en el área bhr será igual a,

$$\frac{f_c + f_{cl}}{2}$$

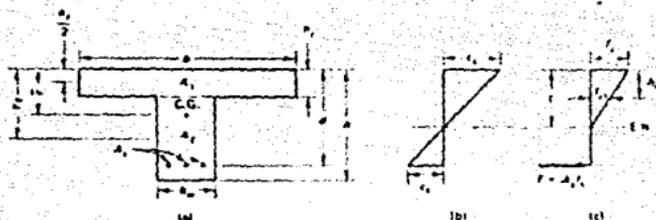


FIGURA 4.5 Distribución de esfuerzos y deformaciones en el perfil de secciones con patín: a) geometría; b) deformaciones; c) esfuerzos.

Donde, f_{c1} es el esfuerzo en el fondo del patín. Aplicando los triángulos semejantes, se obtiene:

$$f_{c1} = f_c \frac{c - hf}{c} \quad (4.14)$$

Con base en la distribución triangular de esfuerzos, se obtiene que el esfuerzo promedio de compresión del área del alma ($b_w c - hf$), será $f_{c1}/2$. Luego, la ecuación de equilibrio de fuerzas se puede escribir como:

$$A_s f_s = b h f_c \frac{f_c + f_{c1}}{2} + b_w (c - hf) \frac{f_{c1}}{2} \quad (4.15a)$$

Utilizando las ecuaciones 4.14 y 4.15a,

$$2A_s E_s e_c = b h f_c E_c \left(1 + \frac{c - hf}{c} \right) + b_w (c - hf) E_c \frac{c - hf}{c} \quad (4.15b)$$

Escribiendo c_w en términos de c_c y utilizando la relación de módulos n , tenemos

$$b_w (c - hf)^2 - 2nA_s (d - c) + b h (2c - hf) = 0 \quad (4.15c)$$

Se debe resolver la ecuación cuadrática 4.15c para obtener $-c$. Una vez que se conoce a $-c$, se puede calcular el momento de inercia de la sección agrietada (I_{cr}), aplicando la siguiente expresión.

$$I_{ca} = \frac{1}{3} b(c - hr)^3 + \frac{1}{12} bhr^3 + bhr \left(c - \frac{hr}{2} \right)^2 + nA_s(d - c)^2 \quad (4.16)$$

El momento efectivo de inercia I_e y la deflexión Δ se pueden calcular como en el caso de las secciones rectangulares, utilizando la ecuación 4.9a.

Para el caso de las secciones L, se pueden utilizar las ecuaciones 4.15c y 4.16 para calcular e_c e I_{ca} respectivamente. Se debe considerar para vigas L el ancho del patín correspondiente b y calcular la profundidad del centro de gravedad \bar{y} .

4.8.1 DEFORMACIONES EN VIGAS CON ACERO DE COMPRESION.

Las vigas con refuerzo de compresión se pueden tratar de modo semejante a las secciones simplemente reforzadas, excepto que se debe considerar la contribución del acero de refuerzo de compresión a la rigidez de la viga, debido a que tiene un efecto rigidizante muy alto.

Se puede usar el momento de inercia de la sección no agrietada I_g , con suficiente precisión. Se debe incluir la contribución A'_s de acero al momento de inercia agrietada I_{ca} . También se debe modificar a la ecuación 4.7c, para calcular la profundidad e_c del eje neutro de la viga. Si se añade la fuerza de compresión del acero $A'_s f'_s$ a la fuerza de compresión del concreto, la ecuación 4.5a como puede verse en la figura 4.6, se convierte en

$$A_s f_s = bc \frac{f_c}{2} - A'_s f_c - \frac{E_c d'}{c} + A'_s f'_s \quad (4.17a)$$

En la que d' es el recubrimiento efectivo del refuerzo en compresión.

La ecuación 4.17a se puede escribir en la forma:

$$-\frac{bc}{2} \frac{f_c}{2} + nA_s + (n-1)A'_s f_c - nA_s d - (n-1)A'_s (c-d')^2 \quad (4.17b)$$

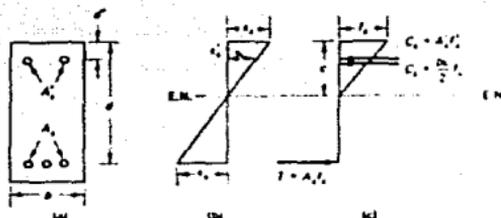


FIGURA 4.6 Distribución de esfuerzos y deformaciones en una viga doblemente reforzada, sujeta a cargas de servicio: a) geometría; b) deformaciones c) esfuerzos.

Por lo tanto, el momento de inercia I_{ca} de la sección agrietada se puede expresar como:

$$I_{ca} = \frac{bc^3}{3} + nA_s(d-c)^2 + (n-1)A_s'(c-d')^2 \quad (4.18)$$

El procedimiento para calcular el momento efectivo de inercia I_e , y la deflexión Δ , es el mismo que para el caso de vigas simplemente reforzadas.

4.8.2 Ejemplo 4.2 : Deformaciones de una viga continua de cuatro claros.

Una viga de concreto reforzado que soporta a una losa de 10cm. de espesor, tiene cuatro claros continuos iguales de $l=11$ m. como se muestra en la figura 4.7. Está sujeta a una carga distribuida uniforme $W_D = 1042 \text{ kg/m}$ que incluye su peso propio; y a una carga viva de servicio $W_L = 1786 \text{ kg/m}$. La viga tiene las dimensiones de $b = 36 \text{ cm}$, $d = 50 \text{ cm}$ en el centro del claro y un peralte total $h = 55 \text{ cm}$. El primer claro interior está reforzado con cuatro varillas del num. 9 al centro del claro y con seis varillas del num. 9 en el lecho superior de la sección en el apoyo.

Calcule la deflexión máxima de la viga continua. Determine si cumple los criterios de deflexión de el RDF. Considere:

$$f'_c = 281 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

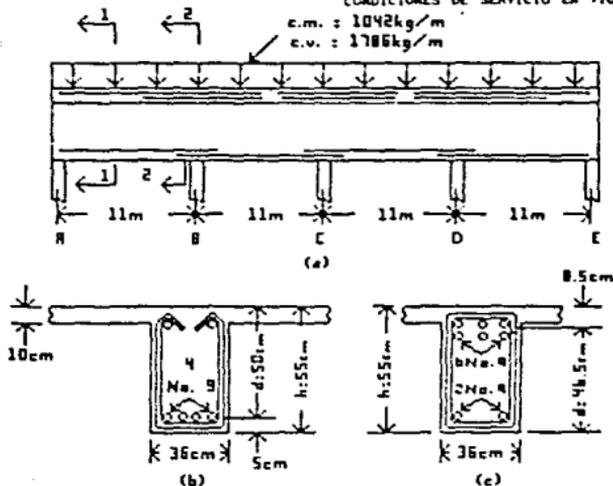


FIGURA 4.7 Detalles de la viga continua del ejemplo 4.2: a) elevación de la viga; b) sección 1-1; c) sección 2-2.

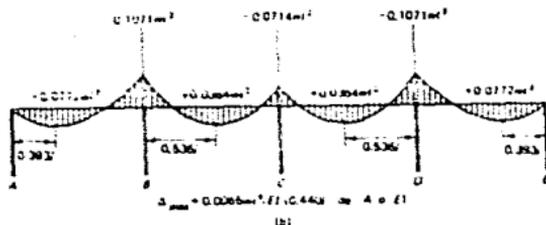


FIGURA 4.8 Envolvente de los momentos flexionantes.

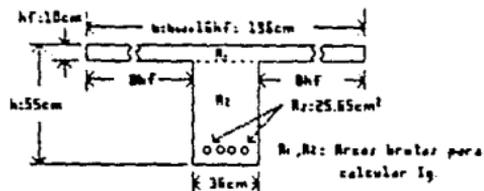
El 50% de la carga viva permanece en la estructura.

Solución.

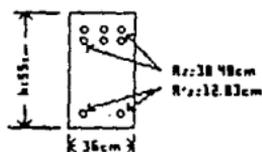
$$E_c = 14000 \sqrt{f'_c} = 14000 \sqrt{281} = 234\,683 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Relación modular, } n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{234683} = 8.5$$



(a)



(b)

FIGURA 4.9 Momento de inercia bruta I_g de las secciones transversales del ejemplo 4.2: a) sección al centro del claro; b) sección en el apoyo.

$$\begin{aligned} \text{Módulo de ruptura, } f_r &= 1.6\sqrt{f'c} = 1.6\sqrt{0.8 \times 281} \\ &= 23.99 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Por el análisis de los momentos flexionantes, resulta el diagrama de momentos de la viga que se muestra en la figura 4.8. Los momentos más grandes para las deflexiones, se encuentran en los claros extremos, AB y ED.

$$\text{Momento positivo} = 0.0772wl^2$$

$$\bullet M_b = 0.0772 \times 1042 \times 11^2 = 9\,733.53 \text{ kg-m.}$$

$$\bullet M_L = 0.0772 \times 1786 \times 11^2 = 16\,683.38 \text{ kg-m.}$$

$$\bullet (M_b + M_L) = 0.0772 \times 2828 \times 11^2 = 26\,416.91 \text{ kg-m}$$

$$\text{Momento negativo} = 0.1071wl^2$$

$$-M_b = 0.1071 \times 1042 \times 11^2 = 13\,503.38 \text{ kg-m.}$$

$$-M_L = 0.1071 \times 1786 \times 11^2 = 23\,144.95 \text{ kg-m.}$$

$$-(M_b + M_L) = 0.1071 \times 2828 \times 11^2 = 36\,648.33 \text{ kg-m.}$$

Momento efectivo de inercia I_e

La figura 4.9 muestra las secciones transversales teóricas al centro del claro y en el apoyo, que se deban usar, calcular el momento de inercia bruto I_g .

1.- Sección al centro del claro:

$$\text{Ancho del patin de la viga T} = b_w + 16h_r = 36 + (16 \times 10) \\ = 196 \text{ cm.}$$

Distancia del patin en compresión al centroide elástico

$$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{196 \times 10 \times 5 + 45 \times 36 \times 22.5}{196 \times 10 + 45 \times 36} \\ = 17.44 \text{ cm.}$$

$$y_t = h - \bar{y} = 55 - 17.44 = 37.56 \text{ cm.}$$

De la ecuación 4.13

$$I_g = \frac{196 \times 10^3}{12} + 196 \times 10 \left(17.44 - \frac{10}{2} \right)^2 + \frac{36(55-10)^3}{12} \\ + 36(55-10) \left(37.56 - \frac{55-10}{2} \right)^2$$

$$I_g = 960\,447.22 \text{ cm}^4$$

$$M_{Rr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{23.99 \times 960\,447.22}{37.56} = 613\,448.58 \text{ kg-cm.}$$

Profundidad del eje neutro

$$A_s = 4 \text{ varillas del num. 9} = 25.65 \text{ cm}^2$$

De la ecuación 4.15c

$$36(c-10)^2 - 2 \times 8.5 \times 25.65(50-c) + 196 \times 10(2c-10) = 0$$

o bien,

$$c^2 + 101c - 1050.07 = 0$$

Para obtener $c = 9.5 \text{ cm}$. Por lo que el eje neutro se encuentra dentro del patin y la sección se analizará como sección rectangular.

De la ecuación 4.7c, para secciones rectangulares

$$-\frac{196c^2}{2} + 8.5 \times 25.65c - 8.5 \times 25.65 \times 50 = 0$$

Por lo tanto $c = 9.50 \text{ cm}$.

De la ecuación 4.8,

$$I_{CR} = -\frac{196 \times 9.50^3}{3} + 8.5 \times 25.65 (50 - 9.5)^2 = 413\,630.67 \text{ cm}^4$$

Relación M_{CR}/M_A

Carga muerta:

$$\frac{M_{CR}}{M_A} = \frac{613448.58}{973353} = 0.630$$

Carga muerta + 50% de la carga viva.

$$\frac{M_{CR}}{M_A} = \frac{613448.58}{973353 + (0.5 \times 1668338)} = 0.339$$

Carga muerta + carga viva.

$$\frac{M_{CR}}{M_A} = \frac{613448.58}{2641691} = 0.232$$

Momento de inercia efectivo para la sección al centro del claro:

$$I_e = \left(-\frac{M_{CR}}{M_A}\right)^3 I_0 + \left[1 - \left(-\frac{M_{CR}}{M_A}\right)\right] I_{CR}$$

Carga muerta:

$$I_e = 0.250 \times 960447.22 + 0.750 \times 413630.67 = 550\,334.80 \text{ cm}^4$$

Carga muerta + 50% de la carga viva.

$$I_e = 0.039 \times 960447.22 + 0.961 \times 413630.67 = 434\,973.78 \text{ cm}^4$$

Carga muerta + carga viva.

$$I_e = 0.012 \times 960447.22 + 0.988 \times 413630.67 = 419\,990.96 \text{ cm}^4$$

2.- Sección en el apoyo.

$$I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{36 \times 55^3}{12} = 499\,125 \text{ cm}^4$$

$$y_t = 55/2 = 27.5 \text{ cm.}$$

$$M_{CR} = \frac{f r I_g}{y_t} = \frac{23.99 \times 499\,125}{27.5} = 435\,418.50 \text{ kg-cm.}$$

Profundidad del eje neutro

$$A_n = \text{seis del num. 9} = 38.48 \text{ cm}^2$$

$$A' = \text{dos del num. 9} = 12.83 \text{ cm}^2$$

$$d = 55 - 8.5 = 46.50 \text{ cm.}$$

De la ecuación 4.17b,

$$-\frac{36c^2}{2} + (8.5 \times 38.48 + (8.5 - 1)12.83)c - 8.5 \times 38.48 \times 46.50 =$$

$$(8.5 - 1)12.83 \times 5.5 = 0$$

o bien,

$$c^2 + 23.52c - 874.36 = 0$$

Para obtener $c = 20.06 \text{ cm.}$

De la ecuación 4.18, el momento de inercia agrietado es:

$$\begin{aligned} I_{CR} &= -\frac{36 \times 20.06^3}{3} + 8.5 \times 38.48 (46.50 - 20.06)^2 + \\ &\quad (8.5 - 1)12.83 \times (20.06 - 5.5)^2 \\ &= 345\,918.67 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Relación M_{CR}/M_n

Carga muerta:

$$\frac{M_{CR}}{M_n} = \frac{435\,418.50}{1\,350\,338} = 0.322$$

Carga muerta + 50% de la carga viva.

$$\frac{M_{CR}}{M_A} = \frac{435418.50}{1350338 + (0.5 \times 2314495)} = 0.174$$

Carga muerta + carga viva.

$$\frac{M_{CR}}{M_A} = \frac{435418.50}{3664833} = 0.119$$

Momento de inercia efectivo para la sección en el apoyo.

Carga muerta:

$$I_e = 0.033 \times 499125 + 0.967 \times 345918.67 = 350\,974.47 \text{ cm}^4$$

Carga muerta + 50% de la carga viva.

$$I_e = 0.005 \times 499125 + 0.995 \times 345918.67 = 346\,591.98 \text{ cm}^4$$

Carga muerta + carga viva.

$$I_e = 0.002 \times 499125 + 0.998 \times 345918.67 = 346\,333.99 \text{ cm}^4$$

I_e efectivo promedio, para el claro continuo.

$$I_e \text{ promedio} = \frac{I_e 2 + 2I_e 3}{3}$$

Carga muerta:

$$I_e \text{ promedio} = \frac{350974.47 + (2 \times 550334.80)}{3} = 483\,881.38 \text{ cm}^4$$

Carga muerta + 50% de la carga viva.

$$I_e \text{ promedio} = \frac{346591.98 + (2 \times 434973.79)}{3} = 405\,513.19 \text{ cm}^4$$

Carga muerta + carga viva.

$$I_e \text{ promedio} = \frac{346333.99 + (2 \times 419990.96)}{3} = 395\,438.64 \text{ cm}^4$$

Deflexión a corto plazo.

De la tabla de la figura 4.3, la deflexión máxima para los claros AB o DE es:

$$\Delta = \frac{0.0065Wl^4}{EI}$$

$$\frac{0.0065 \times 1100^4}{234683} \times \frac{W}{I_s} = 40\,551.08 \frac{W}{I_s}$$

Deflexión inmediata debida a la carga viva.

$$\Delta_L = \frac{40551.08 \times 28.28}{395438.64} - \frac{40551.08 \times 10.42}{483881.36} = 2.03 \text{ cm.}$$

Deflexión inmediata debida a la carga muerta.

$$\Delta_D = \frac{40551.08 \times 10.42}{483881.36} = 0.87 \text{ cm.}$$

Deflexión inmediata debida al 50% de la carga viva.

$$\Delta_{LS} = \frac{40551.08 \times 19.35}{405513.19} - \frac{40551.08 \times 10.42}{483881.36} = 1.06 \text{ cm.}$$

Deflexión a largo plazo.

$$\rho' = \frac{A' E}{bd} = 0. \quad \text{En este caso, al centro del claro.}$$

De la ecuación 4.10,

$$\text{Factor correctivo } \lambda = \frac{2}{1 + 50\rho'} = \frac{2}{1 + (50 \times 0)} = 2$$

Deflexión total a largo plazo, Δ_{LT} .

$$\begin{aligned} \Delta_{LT} &= \Delta_L + \lambda \Delta_D + \Delta_{LS} \\ &= 2.03 + 2(0.87 + 1.06) = 5.90 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Deflexión admisible.

$$\Delta_{\text{admisible}} = 0.5 + \frac{l}{240} = 0.5 + \frac{1100}{240} = 5.08 \text{ cm.}$$

$$\Delta_{LT} > \Delta_{\text{admisible}}$$

$$5.90 \text{ cm.} > 5.08 \text{ cm.}$$

Es necesario aumentar el peralte de la viga.

4.9 AGRIETAMIENTO POR FLEXION EN VIGAS.

4.9.1 Comportamiento básico.

El concreto se agrieta en una etapa temprana de su historia de cargas, debido a que es débil en tensión; en consecuencia, es necesario estudiar su comportamiento al agrietamiento y controlar el ancho de las grietas de flexión. El agrietamiento contribuye a la corrosión del refuerzo, al deterioro de la superficie y a efectos perjudiciales a largo plazo.

Las primeras investigaciones del ancho de las grietas en vigas y elementos sujetos a tensión axial, indicaron que el ancho de las grietas es proporcional al esfuerzo en el acero y al diámetro de la varilla, pero inversamente proporcional al porcentaje del refuerzo. Las investigaciones más recientes, con varillas corrugadas modernas, han confirmado que el ancho de la grieta es proporcional al esfuerzo en el acero, sin embargo, se descubrieron otras variables que afectan en el detallado del acero, tales como el espesor del recubrimiento de concreto y el área del concreto en la zona de tensión máxima que rodea individualmente a cada varilla de refuerzo. Tomando en cuenta lo anterior, las NTC-87 del RDF basándose en el Reglamento ACI presentan en forma sencilla el control de grietas, para lo que proporcionan los detalles de refuerzo razonables que cumplen con las normas del trabajo en el laboratorio y en la experiencia práctica.

4.9.2 Control del agrietamiento en vigas.

El criterio siguiente se aplica a elementos no expuestos a un ambiente muy agresivo, y que no deban ser impermeables. En caso contrario, deben tomarse precauciones especiales.

Quando en el diseño se use un esfuerzo de fluencia mayor de 3000 kg/cm^2 para el refuerzo de tensión, las secciones de máximo momento positivo y negativo se dimensionaran de modo que la cantidad

$$f_s \sqrt[3]{d_c A} < 40\,000 \text{ kg/cm} \quad (4.19)$$

En la expresión anterior:

f_s Esfuerzo en el acero en condiciones de servicio, en kg/cm^2 .

d_c Recubrimiento de concreto medido desde la fibra extrema en tensión al centro de la barra más próxima a ella, en cm .

A Área de concreto a tensión, en cm^2 , que rodea al refuerzo principal de tensión y cuyo centroide coincide con el de dicho refuerzo, dividida entre el número de barras (cuando el refuerzo principal conste de barras de varios diámetros, el número de barras equivalente se calculará dividiendo el área total de acero entre el área de la barra de mayor diámetro).

El esfuerzo f_s puede estimarse con la expresión $M/(0.9dA_s)$, o bien, si no se recurrió a la distribución de los momentos elásticos, suponerse igual a $0.6f_y$. En la expresión anterior M es el momento flexionante en condiciones de servicio.

La ecuación 4.19 proporcionará una distribución del refuerzo por flexión que asegura un control razonable del agrietamiento por flexión; es decir, mayor número de varillas más pequeñas con espaciamiento más corto.

4.8.3 Cálculo del ancho de grieta.

La expresión de *Gergely-Lutz* es una simplificación que se basa en un estudio estadístico de los datos de las pruebas que realizaron varios investigadores. La expresión es,

$$w_{max} = \sqrt[3]{d_c A} \beta f_s \times 10^{-6} \text{ (cm)} \quad (4.20)$$

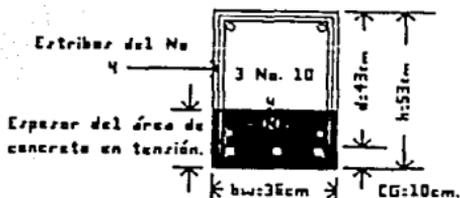


FIGURA 4.10 Geometría de la viga, ejemplo 4.3.

Donde, $\beta = (h-c)/(d-c)$; c es la distancia de la fibra extrema en compresión al eje neutro. A , d_c y f_a han sido definidos anteriormente.

4.9.4 Ejemplo 4.3 : Distribución del refuerzo por flexión.

Revisar la distribución del refuerzo para la sección de viga que se muestra en la figura 4.10 aplicando la expresión 4.19, suponiendo que el elemento no estará sujeto a un ambiente muy agresivo ni necesita ser impermeable.

Solución.

- 1.- Centrolde del refuerzo.

$$C.G. = \frac{3 \times 7.94 \times 7.86 + 2 \times 6.41 \times 14.06}{3 \times 7.94 + 2 \times 6.41} = 10.03 \text{ cm.}$$

- 2.- Área efectiva de tensión del concreto:

$$A_e = 2 \times C.G. \times b = 2 \times 10.03 \times 36 = 722.16 \text{ cm}^2$$

- 3.- Número equivalente de varillas.

$$N_{eq} = \frac{3 \times 7.94 + 2 \times 6.41}{7.94} = 4.61$$

- 4.- $A = \frac{A_e}{N_{eq}} = \frac{722.16}{4.61} = 156.49 \text{ cm}^2 / \text{varilla}$

- 5.- Si $Z = f_a \sqrt{\frac{A}{d_c}}$
- $$= 0.6 \times 4220 \times \sqrt{\frac{156.49}{7.86}} = 27\ 128.98 \text{ kg/cm.}$$

6.- El valor de Z es menor que 40000 kg/cm . Por lo tanto la distribución del refuerzo por flexión es correcta y la sección no tendrá problemas de agrietamiento.

4.9.5 Ejemplo 4.4 : Ancho de grieta máximo en una viga de concreto reforzado.

Calcule el ancho máximo de grieta para una viga rectangular simplemente apoyada, que tiene la sección transversal que se muestra en la figura 4.11. El claro de la viga es de 9.15 m , y soporta una carga uniforme de trabajo de 1488 kg/m , que incluye su peso propio. Datos:

$$f'_c = 351 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

Solución.

1.- Utilizando el esfuerzo real del acero.

$$\text{Momento bruto de inercia } I_g = \frac{bh^3}{12} = \frac{30 \times 53^3}{12} = 372\,192.50 \text{ cm}^4$$

$$\begin{aligned} \text{Módulo de rotura } f_r &= 1.6 \sqrt{f'_c} \quad \text{Para concretos clase 1.} \\ &= 1.6 \sqrt{0.8 \times 351} = 26.81 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Momento de agrietamiento } M_{cr} &= \frac{I_g f_r}{y_t} = \frac{372\,192.50 \times 26.81}{26.5} \\ &= 376\,546.45 \text{ kg-cm.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Momento máximo de la viga } M_a &= \frac{w l^2}{8} = \frac{14.88 \times 915^2}{8} \\ &= 1\,557\,238.50 \text{ kg-cm.} \end{aligned}$$

Profundidad del eje neutro.

$$-\frac{bc^2}{2} + nA_s c - nA_s d = 0$$

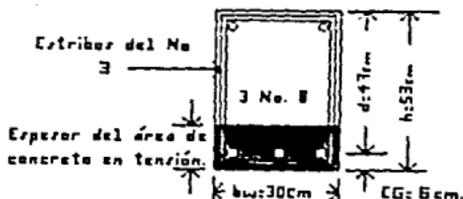


FIGURA 4.11 Geometría de la viga, ejemplo 4.4

$$A_s = 15.21 \text{ cm}^2$$

$$E_c = 14000 \sqrt{f'c} \quad \text{Para concretos clase 1.}$$

$$= 14000 \sqrt{351} = 262\,289.92 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^8}{262\,289.92} = 7.63$$

$$-\frac{30c^2}{2} + 7.63 \times 15.21c - 7.63 \times 15.21 \times 47 = 0$$

Para obtener $c = 15.59 \text{ cm}$.

De la ecuación 4.8, el momento de inercia de la sección agrietada es,

$$I_{CR} = \frac{30 \times 15.59^3}{3} + 7.63 \times 15.21 (47 - 15.59)^2$$

$$= 152\,387.02 \text{ cm}^4$$

$$\text{Esfuerzo en el acero } f_s = \frac{M_u}{I_{CR}} (d - c)n$$

$$= \frac{1557238.50}{152387.02} (47 - 15.59) 7.63$$

$$= 2449.06 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s < 0.6 f_y$$

$$2449.06 \text{ kg/cm}^2 < 0.6 \times 42220 = 2532 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Bien}$$

Cálculo del factor β ,

$$\beta = \frac{h - c}{d - c} = \frac{53 - 15.59}{47 - 15.59} = 1.19$$

Area efectiva de tensión del concreto.

$$A_e = 2 \times CG \times b = 2 \times 6 \times 30 = 360 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{A_e}{\text{No. varillas}} = \frac{360}{3} = 120 \text{ cm}^2$$

Cálculo del ancho de grieta utilizando la ecuación 4.20.

$$\begin{aligned} W_{\max} &= \sqrt[3]{d_c A \beta f_s \times 10^{-6}} \text{ (cm)} \\ &= \sqrt[3]{6 \times 120 \times 1.19 \times 2449.06 \times 10^{-6}} \\ &= 0.026 \text{ cm.} \end{aligned}$$

2.- Utilizando $f_s = 0.6 f_y$

$\beta = 1.2$ Para vigas.

$$f_s = 0.6 f_y = 0.6 \times 4220 = 2532 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt[3]{6 \times 120 \times 1.20 \times 2449.06 \times 10^{-6}} \\ &= 0.27 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Estos cálculos pueden ser necesarios para evaluar el ancho de grietas, cuando en los diseños por flexión se deben usar niveles bajos de esfuerzos de servicio; como en el caso de recipientes de agua y estructuras de ingeniería sanitaria.

CAPITULO 5

FLEXION Y COMPRESION COMBINADAS: COLUMNAS



5.1 INTRODUCCION.

Las columnas son los miembros verticales a compresión de los marcos estructurales, que sirven para apoyar a las vigas cargadas. Transmiten las cargas de los pisos superiores hasta la planta baja y después al suelo, a través de la cimentación.

En términos económicos y de pérdidas humanas, la falla estructural de una columna es un evento de principal importancia. Es por esto que se debe tener un cuidado extremo en el diseño de las columnas, que deben tener una reserva de resistencia más alta que las vigas o que cualquier otro elemento estructural, especialmente porque las fallas de compresión proporcionan muy poca advertencia visual.

Los principios de compatibilidad de esfuerzos y deformaciones que se aplicaron en el análisis y diseño de vigas, se aplican de igual forma a las columnas.

5.2 TIPOS DE COLUMNAS.

Las columnas se pueden clasificar con base a su forma y la disposición de su refuerzo, con la posición de la carga en la sección transversal y por la longitud de la columna en relación con sus dimensiones laterales.

En base a la posición de la carga en la sección transversal, se puede clasificar a las columnas como cargadas axial o excéntricamente. Se considera que una columna está cargada biaxialmente cuando existe flexión con respecto a dos ejes.

La falla en las columnas se puede presentar como resultado de una falla en el material por la fluencia inicial del acero en la cara de tensión o por el aplastamiento inicial del concreto en la cara en compresión, o por la pérdida de la estabilidad lateral estructural (esto es, por pandeo).

Si la falla de la columna se debe a la falla inicial del material, se clasifica como columna corta. A medida que se incrementa la longitud de la columna, también se incrementa la probabilidad de que el pandeo produzca la falla. Por lo tanto, la transición de columna corta (falla del material) a columna larga (falla por pandeo) se define con el parámetro kl/r , al cual se le llama relación de esbeltez. La altura l_u , es la longitud no apoyada de la columna, K es un factor que depende de las condiciones en los extremos de la columna y de que esté contraventada o no, y r es el radio de giro de la sección.

5.3 RESISTENCIA DE COLUMNAS CORTAS CARGADAS AXIALMENTE.

No es común que los elementos de concreto reforzado de estructuras reales se encuentren sujetos únicamente a carga axial. Debido a que casi siempre las estructuras son continuas, la carga axial se encuentra actuando simultáneamente con momento flexionante; aun en elementos isostáticos, las excentricidades accidentales en la colocación de la carga o los pequeños defectos constructivos introducen momentos flexionantes.

La ecuación para evaluar la resistencia de columnas a carga axial es la siguiente:

$$P_{no} = (f'_c(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y) \quad (5.1)$$

Donde A_g es el área bruta total de la sección de concreto y A_{st} el área total de acero. f'_c representa un esfuerzo uniforme en toda la sección transversal de la columna y f_y representa el esfuerzo de fluencia del acero.

La resistencia de diseño, P_{no} , se obtiene multiplicando la resistencia nominal P_{no} , por el factor reductivo, ϕ , el cual se tomará igual a 0.80 cuando el núcleo esté confinado con un zuncho o con estribos y también cuando el elemento falle en tensión. Si el núcleo no está confinado y la falla es en compresión, ϕ se tomará igual a 0.7.

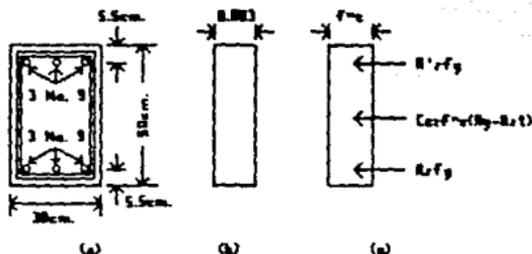


FIGURA 5.1 Geometría de la columna, diagramas de esfuerzos y deformaciones (carga axial): a) sección transversal; b) deformación del concreto; c) esfuerzos (fuerzas).

Normalmente para propósitos de diseño, $A_s - A_{s'}$ se puede suponer igual a A_s sin mucha pérdida en la exactitud.

5.3.1 Ejemplo 5.1: Análisis de una columna corta rectangular con carga axial.

Una columna corta de estribos, está sujeta solamente a carga axial. Tiene la geometría que se muestra en la figura 5.1a y está reforzada con tres varillas del No. 9 en cada una de las dos caras paralelas al eje de flexión x. Calcule la resistencia nominal máxima de carga axial, Pro. Datos:

$$f'_c = 281 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

Solución.

$A_s = A_{s'} = 19.24 \text{ cm}^2$. Por lo tanto, $A_{s' - A_s} = 38.48 \text{ cm}^2$. Aplicando la ecuación 5.1, se obtiene:

$$f^*_c = 0.8f'_c = 0.8 \times 281 = 224.80 \text{ kg/cm}^2$$

$$f^*_c = 0.85f'_c = 0.85 \times 224.80 = 191.08 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_{ro} = 191.08 [(30 \times 50) - 38.48] + 38.48 \times 4220 = 441\,652.84 \text{ kg.}$$

Si $A_s - A_{s'}$ se toma igual a A_s , resulta:

$$P_{ro} = 191.08 \times 30 \times 50 + 38.48 \times 4220 = 449\,005.60 \text{ kg.}$$

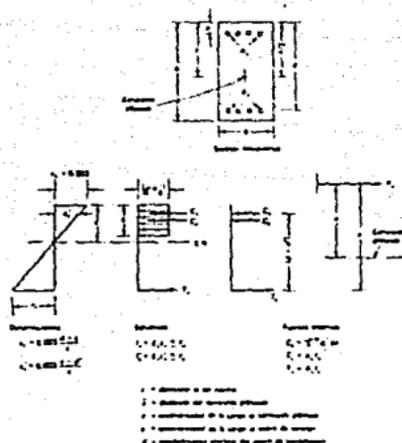


FIGURA 5.2 Esfuerzos y fuerzas en las columnas.

5.4 RESISTENCIA DE COLUMNAS CARGADAS EXCÉNTRICAMENTE: CARGA AXIAL Y FLEXIÓN.

La figura 5.2 muestra la sección transversal de una columna rectangular típica, con los diagramas de distribución de las deformaciones, los esfuerzos y las fuerzas. De la figura 5.2, se pueden expresar las ecuaciones de equilibrio de las fuerzas y los momentos para las columnas cortas, como sigue:

La Fuerza nominal axial resistente P_n , en la falla será igual a,

$$P_n = C_c + C_s - T_s \quad (5.2)$$

Se puede obtener el momento nominal resistente M_n , que es igual a $P_n e$, con la ecuación del equilibrio de los momentos con respecto al centroide plástico. Para las columnas con refuerzo simétrico, el centroide plástico es el mismo que el centroide geométrico.

$$M_n = P_n e = C_c(\bar{y} - (\bar{y}/2)) + C_s(\bar{y} - d') + T_s(d - \bar{y}) \quad (5.3)$$

Puesto que,

$$C_c = f''c b a$$

$$C_s = A'sf's$$

$$T_s = A_s f_s$$

Las ecuaciones 5.2 y 5.3, se pueden escribir en la forma:

$$P_s = f's c b a + A's f's - A_s f_s \quad (5.4)$$

$$M_s = P_s e = f's c b a (\bar{y} - (a/2)) + A's f's (\bar{y} - d') + A_s f_s (d - \bar{y}) \quad (5.5)$$

Cabe señalar que cuando la excentricidad $-e-$ de la fuerza axial P_s es muy pequeña, toda la sección transversal se encuentra en compresión y la contribución del acero de tensión se debe añadir a la contribución del concreto y del acero de compresión. En este caso, el término $A_s f_s$ de las ecuaciones 5.4 y 5.5, tendrá signo positivo puesto que todo el acero estará a compresión. También se supone que $(b a - A's) \approx b a$, esto es, que se desprecia el volumen de concreto que desplaza el acero de compresión.

Cuando la magnitud de $f's$ o de f_s es menor que f_y , los esfuerzos se pueden calcular aplicando las expresiones siguientes:

$$f's = E_s c's = E_s \frac{0.003(c-d')}{c} \leq f_y \quad (5.6)$$

$$f_s = E_s c_s = E_s \frac{0.003(d-c)}{c} \leq f_y \quad (5.7)$$

5.4.1 Procedimiento por tanteos para el análisis y diseño de columnas.

Las ecuaciones 5.4 y 5.5, determinan la carga axial nominal que se puede aplicar con seguridad a una excentricidad e , para cualquier columna con carga excéntrica.

Para una sección con la geometría y la excentricidad $-e-$, determinadas, se supone un valor para la distancia $-c-$ con respecto al eje neutro. Este valor es una medida de la profundidad $-a-$ del bloque de compresión, puesto que $a = 0.8c$. Aplicando el valor supuesto de $-c-$, se calcula la carga axial P_s con la ecuación 5.4 y $a = 0.8c$. Se calculan los esfuerzos de compresión y

de tensión f'_s y f_s en el acero, con las ecuaciones 5.6 y 5.7 y la excentricidad correspondiente a la carga calculada, deberá ser igual a la excentricidad proporcionada $-e-$; en caso contrario, se repite el procedimiento hasta que ambos valores sean iguales.

5.5 MODOS DE FALLA DEL MATERIAL EN LAS COLUMNAS.

Con base en la deformación del acero de refuerzo en el lado de tensión (figura 5.2), la sección está sujeta a una de las dos condiciones iniciales de falla siguientes:

- 1.- Falla de tensión por la fluencia inicial del acero en el lado a tensión.
- 2.- Falla de compresión por el aplastamiento inicial del concreto en el lado a compresión.

La condición balanceada se presenta, cuando la falla se desarrolla simultáneamente en tensión y compresión.

Si P_n es la carga axial y P_{nb} es la carga axial correspondiente a la condición balanceada, tenemos los siguientes casos,

Cuando:

$P_n < P_{nb}$ Falla de tensión.

$P_n = P_{nb}$ Falla balanceada.

$P_n > P_{nb}$ Falla de compresión.

En todos los casos, se debe mantener la relación de compatibilidad de deformaciones.

5.5.1 Falla balanceada en columnas de sección rectangular.

La condición de falla balanceada se alcanza cuando el acero de tensión llega a su deformación de fluencia ϵ_y , precisamente con el mismo nivel de carga que hace que el concreto alcance su

deformación última ϵ_{cu} y se inicie su aplastamiento. De la figura 5.2, por triángulos semejantes, se puede escribir una expresión para la profundidad del eje neutro en la condición balanceada, así tenemos que,

$$\frac{c_b}{d} = \frac{0.003}{0.003 + f_y/E_s} \quad (5.8a)$$

Considerando que $E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$$c_b = d \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) \quad (5.8b)$$

$$a_b = 0.8c_b = 0.8d \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right)$$

$$a_b = d \left(\frac{4800}{6000 + f_y} \right) \quad (5.9)$$

La carga axial que corresponde a la condición balanceada P_{nb} y la excentricidad correspondiente, se pueden determinar sustituyendo a_b en las ecuaciones 5.4 y 5.5.

$$P_{nb} = f'_c b a_b + A'_s f'_s - A_s f_y \quad (5.10)$$

$$M_{nb} = P_{nb} e_b = f'_c b a_b (\bar{y} - (a_b/2)) + A'_s f'_s (\bar{y} - d') + A_s f_y (d - \bar{y}) \quad (5.11)$$

$$f'_s = 0.003 E_s \frac{c_b - d'}{c_b} \quad (5.12)$$

Donde \bar{y} es la distancia desde la fibra extrema en compresión, hasta el centroide plástico o geométrico. Si $A'_s = A_s$, entonces $\bar{y} = 0.5h$.

5.5.2 Ejemplo 5.2 : Análisis de una columna bajo falla balanceada.

Calcule la carga nominal balanceada P_{nb} , del ejemplo 5.1 y la excentricidad e_b correspondiente, para la condición de falla balanceada, si la columna que se muestra en la figura 5.3 está sujeta a una combinación de flexión y carga axial. Datos:

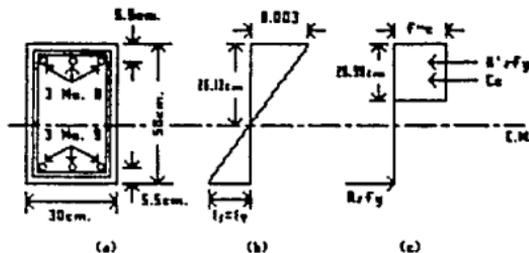


FIGURA 5.3 Geometría de la columna, diagramas de esfuerzos y deformaciones (falla balanceada): a) sección transversal; b) deformaciones balanceadas; c) esfuerzos.

$$b = 30\text{cm.}$$

$$A_s = A'_s = 19.24\text{cm}^2$$

$$d = 44.5\text{cm.}$$

$$f'_c = 281\text{kg/cm}^2$$

$$h = 50\text{cm.}$$

$$f_y = 4220\text{kg/cm}^2$$

Solución.

Aplicando la ecuación 5.8b, se obtiene:

$$c_b = 44.5 \left(\frac{6000}{6000 + 4220} \right) = 26.13\text{cm.}$$

$$a_b = 0.8c_b = 0.8 \times 26.13 = 20.90\text{cm.}$$

De la ecuación 5.12, se obtiene:

$$f'_s = 0.003 \times 2 \times 10^6 \times \frac{26.13 - 5.5}{26.13} = 4737.08\text{kg/cm}^2 > f_y$$

Por lo tanto, $f'_s = f_y = 4220\text{kg/cm}^2$.

Utilizando la ecuación 5.10, se obtiene:

$$\begin{aligned} P_{nb} &= 191.08 \times 30 \times 20.90 + 19.24 \times 4220 - 19.24 \times 4220 \\ &= 119\,807\text{kg.} \end{aligned}$$

Utilizando la ecuación 5.11 y con $\bar{y} = h/2 = 25\text{cm.}$, se obtiene:

$$\begin{aligned} M_{nb} &= 191.08 \times 30 \times 20.90 \left(25 - \frac{20.90}{2} \right) + 19.24 \times 4220 (25 - 5.5) + \\ &\quad 19.24 \times 4220 (44.5 - 25) \\ &= 4\,909\,713.30\text{kg-cm.} \end{aligned}$$

$$e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}} = \frac{4909713.3}{119807.16} = 40.98 \text{ cm.}$$

5.5.3 Falla por tensión en columnas de sección rectangular.

El estado límite inicial de falla en los casos de excentricidades grandes, se presenta por la fluencia del acero en el lado de tensión cuando $e > e_b$ ó $P_n < P_{nb}$.

Si se supone que el acero de compresión está fluyendo y que $A_s = A'_s$, las ecuaciones 5.4 y 5.5 se pueden escribir en la forma,

$$P_n = f'_c b a \quad (5.13)$$

$$M_n = P_n e = f'_c b a (\bar{y} - (a/2)) + A'_s f_y (\bar{y} - d') + A_s f_y (d - \bar{y}) \quad (5.14a)$$

o bien,

$$M_n = P_n e = f'_c b a \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y (d - d') \quad (5.14b)$$

En la ecuación 5.14b, el centroide plástico (geométrico) se sustituye por $h/2$ porque el refuerzo es simétrico; y A'_s se sustituye por A_s .

Por otra parte, se pueden combinar las ecuaciones 5.13 y 5.14b para obtener una sola ecuación para P_n . Sustituyendo $f'_c b a$ por P_n en la ecuación 5.14b, se obtiene:

$$P_n e = P_n \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y (d - d') \quad (5.14c)$$

Puesto que $a = P_n / f'_c b$ de la ecuación 5.13

$$P_n e = P_n \left(\frac{h}{2} - \frac{P_n}{2f'_c b} \right) + A_s f_y (d - d') \quad (5.14d)$$

$$\frac{P_n^2}{2f'_c b} - P_n \left(\frac{h}{2} - e \right) - A_s f_y (d - d') = 0 \quad (5.14e)$$

$$\text{Si } \rho = \rho' = \frac{A_s}{bd}$$

$$P_n = f'cb \left(\frac{h}{2} - e \right) + \sqrt{\left(\frac{h}{2} - e \right)^2 + \frac{2A_s f_y (d-d')}{f'cb}} \quad (5.15)$$

Si $m = \frac{f_y}{f'_c}$; La ecuación 5.15, se puede escribir como,

$$P_n = f'cbd \left(\frac{h-2e}{2d} + \sqrt{\left\{ \frac{h-2e}{2d} \right\}^2 + 2mp \left(1 - \frac{d'}{d} \right)} \right) \quad (5.16)$$

Sustituyendo la excentricidad $-e-$ (la distancia entre el centrode plástico y la carga) por $-e'-$ (la distancia entre el acero de tensión y la carga), se puede escribir la ecuación 5.16 como:

$$P_n = f'cbd \left(\left(1 - \frac{e'}{d} \right) + \sqrt{\left\{ 1 - \frac{e'}{d} \right\}^2 + 2mp \left(1 - \frac{d'}{d} \right)} \right) \quad (5.17)$$

Observe que $e' = e + \left\{ d - \frac{h}{2} \right\}$, en la figura 5.2 y

$$\frac{h-2e}{2d} = 1 - \frac{e'}{d}$$

Para casos más particulares, en los que el refuerzo no es simétrico (esto es, si ρ no es igual a ρ') y si se toma en consideración al concreto que desplaza el acero de compresión (en las ecuaciones 5.13 y 5.14a), la fuerza de compresión que aporta el concreto, C_c , cambia de $f'c b a$ a $f'c (b a - A' s)$ y entonces la ecuación 5.17 cambia a,

$$P_n = f'cbd \left(\rho' (m-1) - \rho a + \left(1 - \frac{e'}{d} \right) + \sqrt{\left\{ 1 - \frac{e'}{d} \right\}^2 + 2 \left(\frac{e'}{d} \right) (\rho a - \rho' m \rho') + \rho' (m-1) \left(1 - \frac{d'}{d} \right)} \right) \quad (5.18)$$

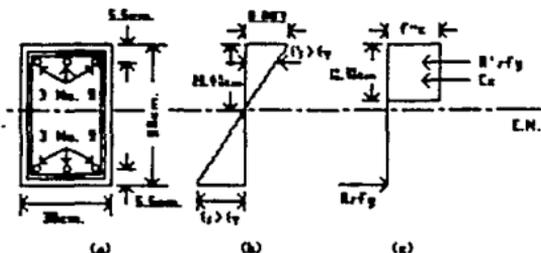


FIGURA 5.4 Geometría de la columna, diagramas de esfuerzos y deformaciones (falla de tensión): a) sección transversal; b) deformaciones; c) esfuerzos.

Las ecuaciones 5.17 y 5.18 solamente son válidas si el acero de compresión fluye; en caso contrario, se deben utilizar las ecuaciones 5.4, 5.5 y 5.6 para obtener P_n .

5.5.4 Ejemplo 5.3 : Análisis de una columna por falla a tensión; esfuerzo en el acero de compresión igual a la resistencia de fluencia.

Calcule la resistencia nominal de la carga axial P_n , de la sección del ejemplo 5.1 (vase la figura 5.4), si la carga actúa con una excentricidad $e = 45\text{cm}$. Datos:

$$b = 30\text{cm.}$$

$$d = 44.5\text{cm.}$$

$$h = 50\text{cm.}$$

$$d' = 5.5\text{cm.}$$

$$A_s = A'_s = 19.24\text{cm}^2$$

$$f'_c = 281\text{kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220\text{kg/cm}^2$$

Solución.

De los resultados del ejemplo 5.2, $e_b = 40.98\text{cm}$. $< e = 45\text{cm}$. luego, la falla se presentará por la fluencia inicial del acero de tensión.

$$\rho = \rho' = \frac{19.24}{30 \times 44.5} = 0.0144$$

$$m = \frac{f_y}{f'_c} = \frac{4220}{191.08} = 22.09$$

$$\frac{h-2e}{2d} = \frac{90-(2 \times 45)}{2 \times 44.5} = -0.4494$$

$$1 - \frac{d'}{d} = 1 - \frac{5.5}{44.5} = 0.8764$$

Utilizando la ecuación 5.16, obtenemos:

$$P_n = 191.08 \times 30 \times 44.5 \times$$

$$\left\{ (-0.4494) + \sqrt{(-0.4494)^2 + 2 \times 22.09 \times 0.0144 \times 0.8764} \right\}$$

$$P_n = 107\,675.65 \text{ kg.}$$

Revisión del esfuerzo f'_s .

$$a = \frac{P_n}{f'_c b} = \frac{107675.65}{191.08 \times 30} = 18.78 \text{ cm.}$$

$$c = \frac{18.78}{0.8} = 23.48 \text{ cm.}$$

De la ecuación 5.6,

$$f'_s = 0.003 \times 2 \times 10^6 \times \frac{23.48 - 5.5}{23.48}$$

$$= 4594.55 \text{ kg/cm}^2 > f_y \quad \text{Luego, } f'_s = f_y \text{ Bien.}$$

$$P_n = 107\,675.65 \text{ kg. a una excentricidad } e = 45 \text{ cm.}$$

Se debe enfatizar que en cada problema de análisis y diseño, se deben evaluar, P_{nb} , M_{nb} balanceados; y por lo tanto a e_b , con el objeto de verificar si es apropiado aplicar en la solución las expresiones para la falla de tensión o de compresión.

5.5.5 Falla por compresión en columnas de secciones rectangulares.

Para que se presente el aplastamiento inicial del concreto, la excentricidad $-e_b-$ debe ser menor que la excentricidad balanceada $-e_b-$ y los esfuerzos en el refuerzo de tensión menores que los de fluencia, esto es, $f_s < f_y$.

El proceso de análisis (diseño) requiere que se apliquen las ecuaciones básicas de equilibrio 5.4 y 5.5 utilizando el procedimiento de tanteos y verificando la compatibilidad de las deformaciones en todas las etapas.

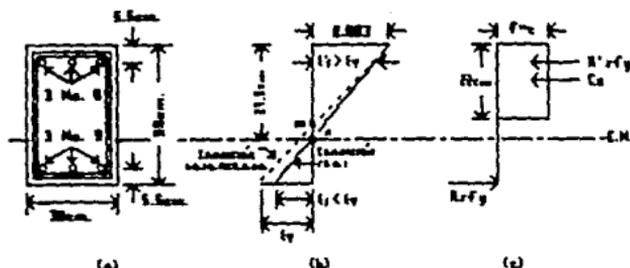


FIGURA 5.5 Geometría de la columna, diagramas de esfuerzos y deformaciones (falla de compresión): a) sección transversal; b) deformaciones; c) esfuerzos.

5.5.6 Ejemplo 5.4 : Análisis de una columna por falla a compresión procedimiento por tanteos.

Calcule la carga nominal P_n de la sección del ejemplo 5.1 (véase la figura 5.5), si la excentricidad de la carga es igual a 35cm. Datos:

$$b = 30\text{cm.}$$

$$d = 44.5\text{cm.}$$

$$h = 50\text{cm.}$$

$$d' = 5.5\text{cm.}$$

$$A_s = A'_s = 19.24\text{cm}^2$$

$$f'_c = 281\text{kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220\text{kg/cm}^2$$

Solución.

Utilizando los resultados del ejemplo 5.2, la excentricidad en la falla balanceada es $e_b = 40.98\text{cm.}$, que es mayor que la excentricidad de diseño $e = 35\text{cm.}$ Por lo tanto, la falla se presentará por el aplastamiento inicial del concreto en la cara a compresión.

Primer tanteo.

Suponga que:

$$c = 28\text{cm.}$$

$$a = 0.8c = 0.8 \times 28 = 22.40\text{cm.}$$

Utilizando la ecuación 5.6,

$$f'_s = 2 \times 10^8 \times 0.003 \frac{28-5.5}{28} = 4821.43 \text{ kg/cm}^2 > f_y$$

Por lo tanto, $f'_s = f_y$.

Utilizando la ecuación 5.7,

$$f_s = 2 \times 10^8 \times 0.003 \left(\frac{44.5-28}{28} \right)$$

$$f_s = 3535.71 \text{ kg/cm}^2$$

Utilizando la ecuación 5.4,

$$\begin{aligned} P_n &= 191.08 \times 30 \times 22.4 + 19.24 \times 4220 - 19.24 \times 3535.71 \\ &= 141\,571.50 \text{ kg} \end{aligned}$$

Aplicando la ecuación 5.5,

$$\begin{aligned} M_n &= 191.08 \times 30 \times 22.4 \times \left(\frac{50}{2} - \frac{22.4}{2} \right) + 19.24 \times 4220 (25-5.5) + \\ &\quad 19.24 \times 3535.71 \times (44.5-25) \\ &= 4\,681\,786.8 \text{ kg-cm.} \end{aligned}$$

$$e = \frac{4681786.8}{141571.5} = 33.07 \text{ cm} < 35 \text{ cm}$$

Por lo tanto, es necesario hacer un segundo tanteo.

Segundo tanteo.

Suponga que $c = 27.5 \text{ cm}$, de donde $a = 0.8 \times 27.5 = 22 \text{ cm}$.

Realizando operaciones tenemos los siguientes resultados:

$$f'_s = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = 3709.09 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_n = 135\,942.71 \text{ kg.}$$

$$M_n = 4\,740\,415.2 \text{ kg.}$$

$$e = 34.87 \text{ cm.}$$

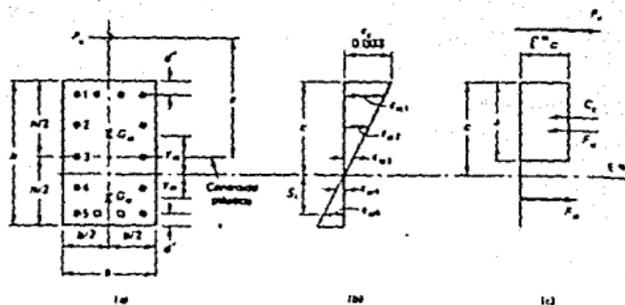


FIGURA 5.6 Columna con acero de refuerzo en todas sus caras: a) sección transversal; b) deformaciones; c) fuerzas.

El valor calculado de la excentricidad $-e$, es semejante a la excentricidad de diseño ($e=35c_m$). Por lo tanto, se tomarán los resultados anteriores como los valores buscados.

5.5.7 Caso general de columnas reforzadas en las cuatro caras: solución exacta.

Las soluciones para las columnas que están reforzadas con varillas en todas las caras y para aquellas en las que el refuerzo en las caras paralelas no es simétrico, se deben basar en la aplicación de los principios elementales. Para este propósito, es necesario ajustar las ecuaciones 5.4 y 5.5; y se debe aplicar el procedimiento por tanteos. En todos los niveles de carga, se requiere verificar la compatibilidad de deformaciones en cada varilla de refuerzo.

La figura 5.6 ilustra el caso de una columna con refuerzo en las cuatro caras.

Considerando que:

G_{sc} = Centro de gravedad de la fuerza del acero a compresión.

G_{st} = Centro de gravedad de la fuerza del acero a tensión.

F_{sc} = Fuerza resultante del acero a compresión, igual a $\sum A'_s f_{sc}$

F_{ST} = Fuerza resultante del acero a tensión, igual a $\sum A_s f_{st}$

El equilibrio de las fuerzas internas y externas y de los momentos, requiere que,

$$P_n = 0.8f'_c b c + F_{sc} - F_{st} \quad (5.19)$$

$$M_n = P_n e = 0.8f'_c b c \left(\frac{h}{2} - \frac{0.8c}{2} \right) + F_{sc} y_{sc} + F_{st} y_{st} \quad (5.20)$$

El procedimiento de tanteos se aplica suponiendo la profundidad del eje neutro " c " y en consecuencia, una profundidad " a " del bloque rectangular equivalente. Los valores de las deformaciones en cada lecho de varillas se determinan con la distribución lineal de las deformaciones que se muestra en la figura 5.6.b, para garantizar la compatibilidad de las deformaciones. El esfuerzo en cada varilla de refuerzo, se obtiene con la expresión,

$$f_{st} = E_s \epsilon_s = E_s \epsilon_c \frac{-\epsilon_1}{c} = 6000 \left(\frac{-\epsilon_1}{c} \right) < f_y \quad (5.21)$$

Se encuentra la P_n que corresponde a la " c " supuesta en la ecuación 5.19. El valor de P_n que se obtiene, se sustituye en la ecuación 5.20 con el parámetro " c " como incógnita. Si el " c " que resulta no es semejante al supuesto, se procede con otro tanteo. La carga nominal resistente P_n de la sección, será la que corresponda a la profundidad " c " de prueba en el último ciclo de tanteo.

El diagrama de flujo que se presenta en la figura 5.7 muestra la secuencia de pasos para el diseño de columnas rectangulares reforzadas en las cuatro caras por el método exacto utilizando las ecuaciones básicas de equilibrio.

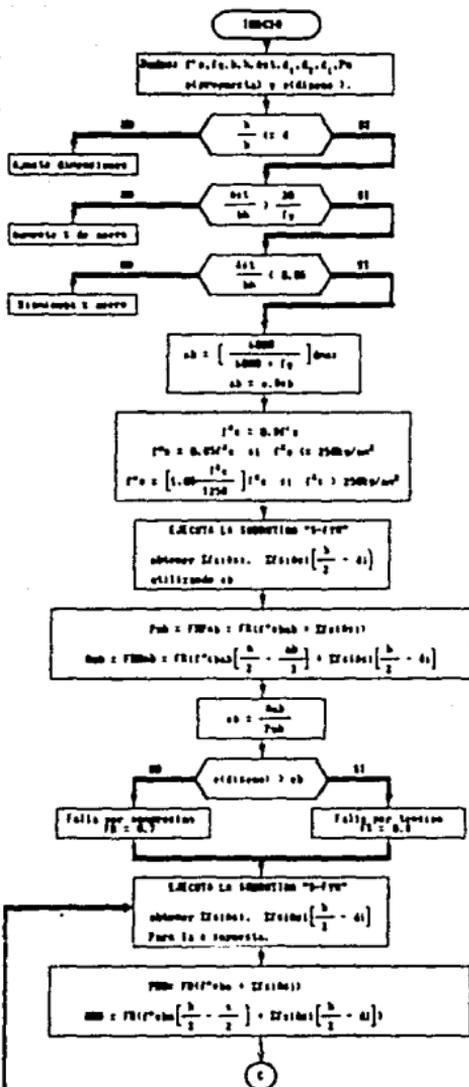


FIGURA 8.7 Diagrama de flujo para el análisis de columnas rectangulares, sujetas a compresión y flexión uniaxial combinadas (acero de refuerzo en dos o en cuatro caras).

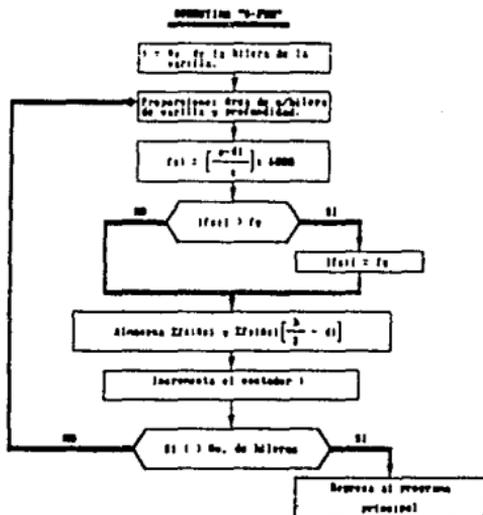
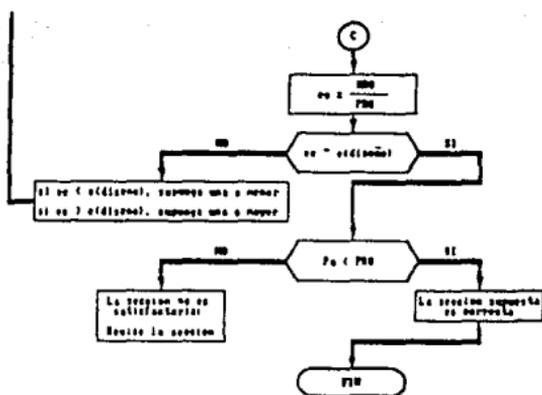


FIGURA 5.7 Diagrama de flujo para el análisis de columnas rectangulares, sujetas a compresión y flexión uniaxial combinadas (acero de refuerzo en dos o en cuatro caras). (cont.).

5.6 CONSIDERACIONES PRACTICAS DE DISEÑO.

Con el objeto de llegar a un diseño práctico, se deberán seguir los lineamientos para el diseño y el arreglo del refuerzo que se indican a continuación.

Refuerzo longitudinal y excentricidad mínima de diseño.

Debido a que en las estructuras reales es muy improbable obtener una excentricidad cero, el RDF especifica que la excentricidad de diseño no debe ser menor que $0.05h$ ni menor de 2cm., donde h es la dimensión de la sección en la dirección en que se considera la flexión. Para asegurar cierta ductilidad, a las columnas, se les debe proporcionar un refuerzo mínimo no menor a $20/f_y$ ni mayor que 0.06. El número mínimo de barras será de 4 para vigas rectangulares.

Geometría y refuerzo lateral para columnas.

La relación entre la dimensión transversal mayor de una columna y la menor no excederá de 4. La dimensión transversal menor será por lo menos igual a 20cm.

Para seleccionar el tamaño y separación de los estribos, se deben cumplir los siguientes lineamientos.

- 1.- El tamaño del estribo no debe ser menor que una varilla del No. 3.
- 2.- La separación vertical de los estribos no debe exceder a:
 - a) $\frac{850}{\sqrt{f_y}}$ Veces el diámetro de la varilla longitudinal más delgada
 - b) 48 Veces el diámetro del estribo.
 - c) La menor dimensión transversal de la columna.

La separación máxima de estribos se reducirá a la mitad de la antes indicada en una longitud no menor que la dimensión transversal máxima de la columna, un sexto de su altura libre, ni que 60cm, arriba y abajo de cada unión de columna con trabes o losas, medida a partir del respectivo plano de intersección.

5.7 MIEMBROS A COMPRESION CON FLEXION BIAXIAL.

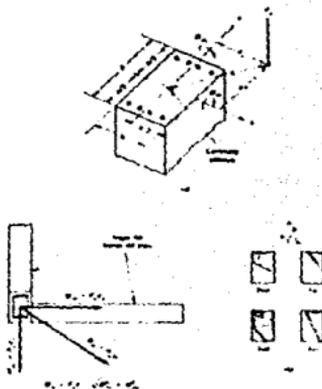


FIGURA 5.8 Columna de esquina sujeta a carga axial: a) sección transversal de la columna con esfuerzos biaxiales; b) momentos vectoriales M_{xx} y M_{yy} , en la planta de la columna.

5.7.1 Introducción.

Las columnas en las esquinas de los edificios son miembros a compresión que están sujetos a flexión biaxial con respecto a los dos ejes x y y , como se muestra en la figura 5.8. La flexión biaxial también se presenta por el desbalanceo de las cargas en claros adyacentes y casi siempre en las pilas de los puentes. Estas columnas están sujetas a momentos M_{xx} con relación al eje x , que producen una excentricidad e_y de la carga y un momento M_{yy} con respecto al eje y , que ocasionan una excentricidad e_x de la carga. Por esto, el eje neutro se inclina un ángulo ϕ con respecto a la horizontal.

El ángulo ϕ depende de la interacción de los momentos flexionantes con respecto a ambos ejes y de la magnitud de la carga P_u . El área en compresión de la sección de la columna puede tener cualquiera de las formas que se muestran en la figura 5.8c.

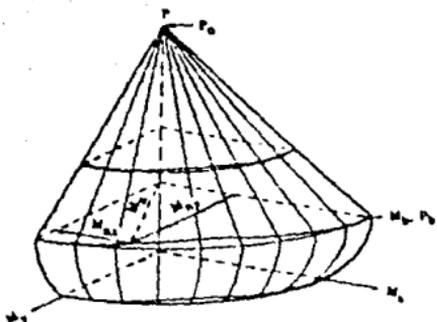


FIGURA 5.9 Superficie de interacción biaxial.

La resistencia a la flexión biaxial de una columna con carga axial se puede representar esquemáticamente como se muestra en la figura 5.9, como una superficie formada por una serie de curvas monoaxiales de interacción, trazadas radialmente desde el eje P.

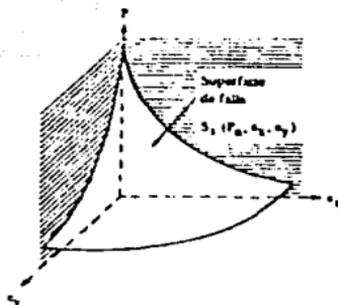
La dificultad asociada con la determinación de la resistencia de columnas reforzadas sujetas a carga axial y flexión biaxial combinadas, es principalmente una dificultad aritmética. Es por ello, que se han expuesto diversos enfoques (basados en aproximaciones aceptables) que relacionan la reacción de una columna sujeta a flexión biaxial con su resistencia monoaxial respecto a cada eje principal.

5.8 SUPERFICIES DE FALLA.

La resistencia nominal de una sección sometida a flexión biaxial y a compresión, es una función de tres variables, P_n , M_{nx} y M_{ny} que pueden expresarse en términos de una carga axial que actúa a excentricidades:

$$e_x = \frac{M_{ny}}{P_n} \quad \text{y} \quad e_y = \frac{M_{nx}}{P_n}$$

Una superficie de falla se puede describir como la superficie producida por el trazo de la carga de falla P_n en función de sus excentricidades e_x y e_y o de sus momentos de flexión asociados, M_{ny} y M_{nx} respectivamente.

FIGURA 5.10 Superficie de falla S_1

Se han definido tres tipos de superficie de falla. La superficie básica S_1 se define como una función dependiente de las variables P_n , e_x y e_y , como se muestra en la figura 5.10. Se puede derivar de S_1 una superficie recíproca, en la que se emplea el recíproco de la carga axial nominal P_n , para generar la superficie S_2 ($1/P_n, e_x, e_y$) como se muestra en la figura 5.11. El tercer tipo de superficie de falla, mostrado en la figura 5.12, se obtiene relacionando la carga axial nominal P_n con los momentos M_{nx} y M_{ny} , lo cual genera la superficie de falla S_3 (P_n, M_{nx}, M_{ny}). La superficie de falla S_3 es la extensión tridimensional del diagrama monoaxial de interacción.

Numerosos investigadores han hecho aproximaciones para las superficies de falla, S_2 y S_3 , para utilizarlas en el diseño y análisis. Se da enseguida una explicación de dichos métodos usados en la práctica.

5.8.1 Método de Bresler de carga recíproca.

Este método aproxima la ordenada $1/P_n$ sobre la superficie S_2 ($1/P_n, e_x, e_y$) a una ordenada correspondiente $1/P'_n$ en el plano S'_2 ($1/P'_n, e_x, e_y$), que se define por los puntos característicos A, B, C, como se indica en la figura 5.13. Para cualquier sección transversal en particular, el valor P_0 (correspondiente al punto C) es la resistencia a la carga bajo compresión axial pura; P_{0x} (correspondiente al punto B) y P_{0y} (correspondiente al punto A)

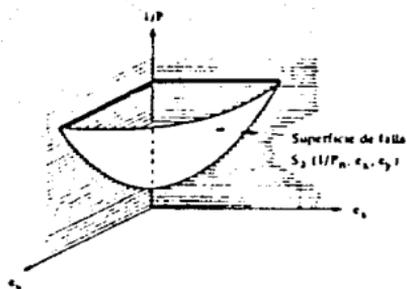
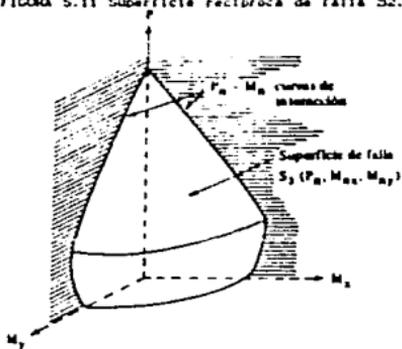
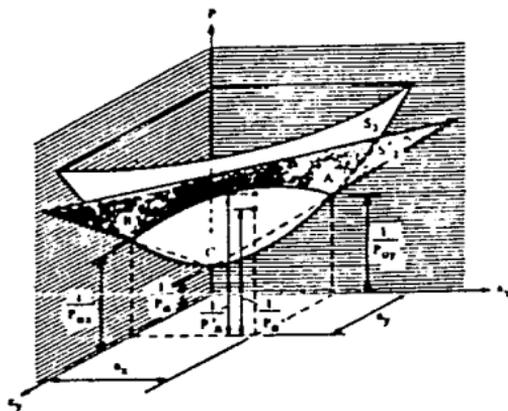
FIGURA 5.11 Superficie recíproca de falla S_2 .FIGURA 5.12 Superficie de falla S_3 

FIGURA 5.13 Método de carga recíproca.

son las resistencias a carga axial bajo las excentricidades monoaxiales e_y y e_x , respectivamente.

La expresión general para cualquier valor de e_x y e_y , cuando se deriva, origina la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{P_n} = \frac{1}{P_n^0} = \frac{1}{P_{0x}} + \frac{1}{P_{0y}} - \frac{1}{P_0}$$

Reordenando las variables se obtiene:

$$P_n = \frac{1}{\frac{1}{P_{0x}} + \frac{1}{P_{0y}} - \frac{1}{P_0}} \quad (5.22)$$

Considerando las cargas de diseño, se tiene,

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{P_{Rx}} + \frac{1}{P_{Ry}} - \frac{1}{P_{R0}}} \quad (5.23)$$

Donde:

P_R Carga normal resistente de diseño, que se puede aplicar con las excentricidades e_x y e_y .

P_{R0} Carga axial resistente de diseño suponiendo $e_x=e_y=0$

P_{Rx} Carga normal resistente de diseño, que se puede aplicar a una excentricidad e_x en un plano de simetría.

P_{Ry} Carga normal resistente de diseño, que se puede aplicar a una excentricidad e_y en el otro plano de simetría.

La ecuación 5.23 es válida para $P_R/P_{R0} \leq 0.10$

5.8.2 Método de Bresler de contornos de carga.

En este método se aproxima la superficie S_3 (P_n, M_{ux}, M_{uy}). Por medio de un grupo de curvas que corresponden a los valores constantes de P_n . Estas curvas, como se ilustra en la figura 5.14, pueden considerarse como "Contornos de carga".

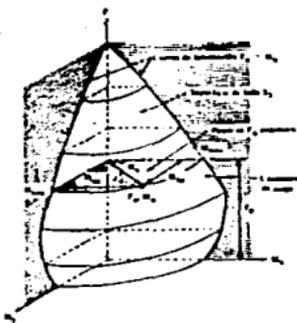


FIGURA 5.14 Contornos de carga para P_n constante, sobre la superficie de falla S_1 .

La expresión general de esas curvas puede aproximarse por medio de una ecuación adimensional de interacción de la forma:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}} \right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}} \right)^{\beta} = 1.0 \quad (5.24)$$

En la ecuación anterior, M_{nx} y M_{ny} son resistencias biaxiales nominales a momentos en la dirección de los ejes x y y , respectivamente. M_{nx} y M_{ny} constituyen el equivalente vectorial de la resistencia nominal a momento monoaxial, M_n . M_{nox} y M_{noy} son las resistencias nominales a momento monoaxial, con flexión considerada en la dirección de los ejes x y y , separadamente. Los valores de los exponentes α y β están en función de la cantidad, distribución y posición del refuerzo, las dimensiones de la columna, la resistencia y las propiedades elásticas del acero y del concreto. Bresler indica que es adecuado suponer que $\alpha = \beta$; por consiguiente, la ecuación 5.24 se convierte en:

$$\left(\frac{M_{nx}}{M_{nox}} \right)^{\alpha} + \left(\frac{M_{ny}}{M_{noy}} \right)^{\beta} = 1.0 \quad (5.25)$$

Que se muestra gráficamente en la figura 5.15.

Cuando se emplea la ecuación 5.25 o la figura 5.15, siempre será necesario determinar el valor de α para la sección transversal que se diseña. Bresler indica que, típicamente, α varía de 1.15 a 1.55, siendo el valor de 1.5, razonablemente exacto para la mayoría de las secciones cuadradas y rectangulares que tengan distribuido uniformemente el refuerzo.

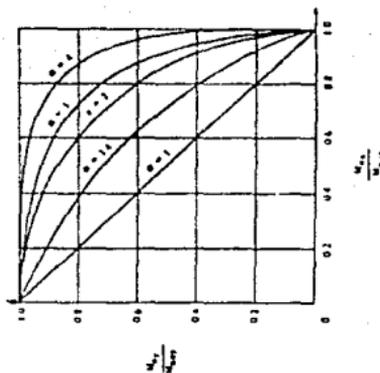


FIGURA 5.15 Curvas de interacción para la ecuación 5.25

Con un valor de α igual a la unidad, la ecuación 5.25 se convierte en una línea recta como se muestra en la figura 5.15. y dará siempre resultados conservadores. Considerando los momentos de diseño tenemos:

$$\frac{M_{ux}}{M_{Rux}} + \frac{M_{uy}}{M_{Ruy}} \leq 1.0 \quad (5.26)$$

Donde:

- M_{ux} y M_{uy} Son los momentos de diseño según los ejes x y y .
- M_{Rux} y M_{Ruy} Son los momentos resistentes de diseño según los mismos ejes.

El empleo de la ecuación 5.26 resultará demasiado conservador para grandes cargas axiales o para bajos porcentajes de refuerzo. Debe utilizarse solamente cuando,

$$\frac{P_u}{P_{Ru}} < 0.10$$

5.8.3 Ejemplo 5.5 : Diseño de una columna con flexocompresión biaxial.

Una columna de esquina está sujeta a una carga de compresión axial factorizada $P_u = 115 \text{ ton}$, a un momento flexionante factorizado $M_{ux} = 40.25 \text{ ton-m}$ con respecto al eje x ; y a un momento flexionante factorizado $M_{uy} = 23 \text{ ton-m}$ con respecto al eje y , como se muestra en la figura 5.16. Datos:

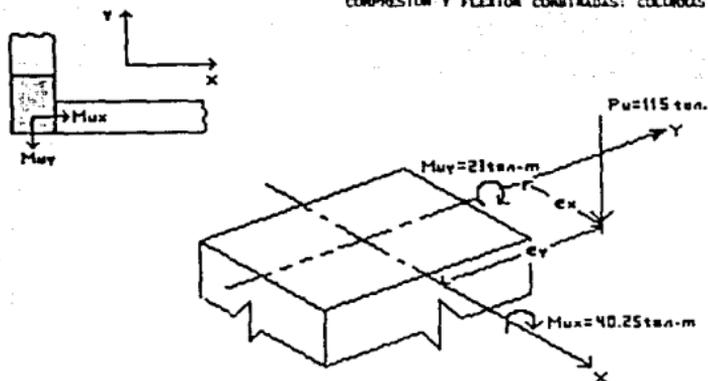


FIGURA 5.16 Compresión y flexión biaxial en la columna de esquina del ejemplo 5.5.

$$f'_c = 281 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

Diseñe la sección de la columna rectangular con estribos, para resistir los momentos flexionantes biaxiales que resultan de la carga excéntrica de compresión.

METODO DE SOLUCION.

Fórmula de Bresler.

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{P_{R_x}} + \frac{1}{P_{R_y}} + \frac{1}{P_{R_0}}}$$

$$f^*_c = 0.80 \times 281 = 224.80 \text{ kg/cm}^2$$

$$f^*_c = 0.85 \times 224.80 = 191.08 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de P_{R_0} .

$$\begin{aligned} P_{R_0} &= FR[f_c(A_g - A_{st}) + A_{st}f_y] \\ &= 0.7(191.08 \times [(40 \times 60) - 95.28] + 95.28 \times 4220) \\ &= 589\,727.25 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Verificación del uso apropiado de la fórmula de Bresler.

Si P_R/P_{R_0} es mayor de 0.1 es correcto aplicar la fórmula de Bresler.

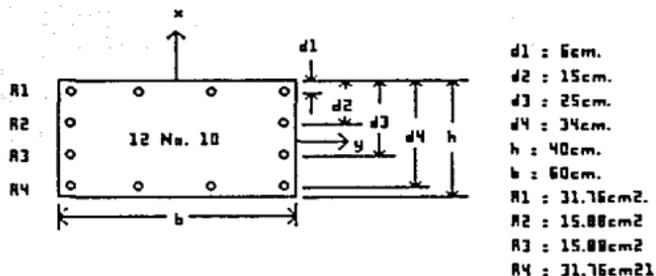


FIGURA 5.17 Geometría de la sección, cuando la flexión actúa en la dirección del eje X.

$$\frac{-115,000}{589727.25} = 0.20 > 0.10 \quad \therefore \text{Es correcta su aplicación.}$$

Flexión en la dirección del eje x.

La figura 5.17 muestra la sección de la columna que se debe considerar para cuando la flexión actúa en la dirección del eje x.

Calculo de P_{ns} y M_{ns}

De la ecuación 5.8b tenemos que,

$$c_b = d \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) = 34 \left(\frac{6000}{6000 + 4220} \right)$$

$$= 19.96$$

$$a_b = 0.8c_b = 0.8 \times 19.96 = 15.97\text{ca.}$$

Calculo del esfuerzo en el acero en cada hilera de varillas.

El esfuerzo del acero en cada hilera de varilla está dado por la siguiente ecuación.

$$f_{s1} = 6000 \times \left(\frac{c - d1}{c} \right)$$

Tomando $c = c_b$.

$$f_{s1} = 6000 \times \frac{19.96 - 6}{19.96} = 4196.39\text{kg/cm}^2$$

$$f_{s2} = 6000 \times \frac{19.96 - 15}{19.96} = 1490.98\text{kg/cm}^2$$

$$f_{ax} = 6000 \times \frac{19.96 - 25}{19.96} = -1515.03 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{at} = 6000 \times \frac{19.96 - 34}{19.96} = -4220.44 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore f_{at} = f_y = -4220 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de la sumatoria de fuerzas.

$$\begin{aligned} \sum f_{at} A_{at} &= 4196.39 \times 31.76 + 1490.98 \times 15.88 - 1515.03 \times 15.88 \\ &\quad - 4220 \times 31.76 \\ &= -1131.77 \text{ kg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum f_{at} A_{at} \left(-\frac{h}{2} - d_i \right) &= 4196.39 \times 31.76 \left(-\frac{40}{2} - 6 \right) + \\ &\quad 1490.98 \times 15.88 \left(-\frac{40}{2} - 15 \right) - \\ &\quad 1515.03 \times 15.88 \left(-\frac{40}{2} - 25 \right) - \\ &\quad 4220 \times 31.76 \left(-\frac{40}{2} - 34 \right) \\ &= 3\ 980\ 940.8 \text{ kg-cm.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{nb} &= 191.08 \times 60 \times 15.97 - 1131.77 \\ &= 181\ 961.09 \text{ kg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{nb} &= 191.08 \times 60 \times 15.97 \left(-\frac{40}{2} - \frac{15.97}{2} \right) + 3980940.8 \\ &= 6\ 180\ 801.4 \text{ kg-cm.} \end{aligned}$$

Cálculo de la excentricidad balanceada (e_b).

$$e_b = \frac{M_{nb}}{P_{nb}} = \frac{6180801.4}{181961.09} = 33.97 \text{ ca.}$$

Cálculo de P_{Rz} .

Debido a que la excentricidad balanceada e_b es mayor que la excentricidad de diseño ($e_d = 20 \text{ ca.}$), la falla de la columna será por compresión.

Primer tanteo.

Suponga que $c = 23.10\text{cm}$.

$$a = 0.8 \times 23.10 = 18.48\text{cm.}$$

$$f_{a1} = 6000 \times \frac{23.10-6}{23.10} = 4441.56\text{kg/cm}^2$$

$$\therefore f_{a1} = f_y = 4220\text{kg/cm}^2$$

$$f_{a2} = 6000 \times \frac{23.10-15}{23.10} = 2103.90\text{kg/cm}^2$$

$$f_{a3} = 6000 \times \frac{23.10-25}{23.10} = -493.51\text{kg/cm}^2$$

$$f_{a4} = 6000 \times \frac{23.10-34}{23.10} = -2831.17\text{kg/cm}^2$$

Cálculo de la sumatoria de fuerzas.

$$\begin{aligned} \sum f_{ai} A_{ei} &= 4220 \times 31.76 + 2103.90 \times 15.88 - 493.51 \times 15.88 - \\ &\quad 2831.17 \times 31.76 \\ &= 69\,682.27\text{kg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum f_{ai} A_{ei} \left(\frac{h}{2} - d_i \right) &= 4220 \times 31.76 \left(-\frac{40}{2} - 6 \right) + \\ &\quad 2103.90 \times 15.88 \left(-\frac{40}{2} - 15 \right) - \\ &\quad 493.51 \times 15.88 \left(-\frac{40}{2} - 25 \right) - \\ &\quad 2831.17 \times 31.76 \left(-\frac{40}{2} - 34 \right) \\ &= 3\,341\,466.5\text{kg-cm.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{Rx} &= 0.7 \times (191.08 \times 60 \times 18.48 + 69682.27) \\ &= 197\,086.24\text{kg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{Ry} &= 0.7 \times \left(191.08 \times 60 \times 18.48 \left(-\frac{40}{2} - \frac{18.48}{2} \right) + 3341466.5 \right) \\ &= 3\,934\,827.7\text{kg-cm.} \end{aligned}$$

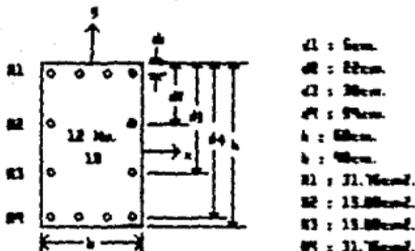


FIGURA 5.18 Geometría de la sección, cuando la flexión actúa en la dirección del eje y .

Cálculo de la excentricidad (ec).

$$ec = \frac{M_A Y}{P R_n} = \frac{3904827.7}{197086.24} = 19.97 \text{ cm.}$$

$$ec = 19.97 \text{ cm} \approx ed = 20 \text{ cm.}$$

Por lo tanto, se puede tomar el valor de $P R_n$ como la resistencia de diseño a carga normal a una excentricidad de 20 cm.

Flexión en la dirección del eje y .

La figura 5.18 muestra la sección de la columna que se debe considerar para cuando la flexión actúa en la dirección del eje y .

Cálculo de $P n_b$ y $M n_b$.

De la ecuación 5.8b tenemos que,

$$c_b = d \left(\frac{6000}{6000 + f_y} \right) = 54 \left(\frac{6000}{6000 + 4220} \right)$$

$$= 31.70$$

$$n_b = 0.8 c_b = 0.8 \times 31.70 = 25.36 \text{ cm.}$$

Cálculo del esfuerzo en el acero en cada hilera de varillas.

El esfuerzo del acero en cada hilera de varilla está dado por la siguiente ecuación.

$$f_{s1} = 6000 \times \left(\frac{c - d_1}{c} \right)$$

Tomando $c = cb$.

$$f_{x1} = 6000x \frac{31.70-6}{31.70} = 4864.35 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{y1} = f_y = 4220 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{x2} = 6000x \frac{31.70-22}{31.70} = 1835.96 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{x3} = 6000x \frac{31.70-38}{31.70} = -1192.43 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{x4} = 6000x \frac{31.70-54}{31.70} = -4220.82 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore f_{y4} = f_y = -4220 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de la sumatoria de fuerzas.

$$\begin{aligned} \sum f_{xi} A_{xi} &= 4220 \times 31.76 + 1835.96 \times 15.88 - 1192.43 \times 15.88 \\ &\quad - 4220 \times 31.76 \\ &= 10\ 219.26 \text{ kg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum f_{xi} A_{xi} \left(-\frac{h}{2} - d_i \right) &= 4220 \times 31.76 \left(-\frac{60}{2} - 6 \right) + \\ &\quad 1835.96 \times 15.88 \left(-\frac{60}{2} - 22 \right) - \\ &\quad 1192.43 \times 15.88 \left(-\frac{60}{2} - 38 \right) - \\ &\quad 4220 \times 31.76 \left(-\frac{60}{2} - 54 \right) \\ &= 6\ 818\ 032.2 \text{ kg-cm.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{nh} &= 191.08 \times 40 \times 25.36 + 10219.26 \\ &= 204\ 050.81 \text{ kg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{nh} &= 191.08 \times 40 \times 25.36 \left(-\frac{60}{2} - \frac{25.36}{2} \right) + 6818032.2 \\ &= 10\ 175\ 194 \text{ kg-cm.} \end{aligned}$$

Cálculo de la excentricidad balanceada (e_b).

$$e_b = -\frac{M_{nb}}{P_{nb}} = -\frac{10175194}{204050.81} = 49.87\text{cm.}$$

Cálculo de P_{ny} .

Debido a que la excentricidad balanceada e_b es mayor que la excentricidad de diseño ($e_d=35\text{cm}$), la falla de la columna será por compresión.

Primer tanteo.

Suponga que $c = 34.90\text{cm}$.

$$a = 0.8 \times 34.90 = 27.92\text{cm.}$$

$$f_{s1} = 6000 \times \frac{34.90-6}{34.90} = 4968.48\text{kg/cm}^2$$

$$\therefore f_{s1} = f_y = 4220\text{kg/cm}^2$$

$$f_{s2} = 6000 \times \frac{34.90-22}{34.90} = 2217.77\text{kg/cm}^2$$

$$f_{s3} = 6000 \times \frac{34.90-38}{34.90} = -532.95\text{kg/cm}^2$$

$$f_{s4} = 6000 \times \frac{34.90-54}{34.90} = -3283.67\text{kg/cm}^2$$

Cálculo de la sumatoria de fuerzas.

$$\begin{aligned} \sum f_{si} A_{si} &= 4220 \times 31.76 + 2217.77 \times 15.88 - 532.95 \times 15.88 - \\ &\quad 3283.67 \times 31.76 \\ &= 56\,492.78\text{kg.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum f_{si} A_{si} \left(-\frac{h}{2} - d_i \right) &= 4220 \times 31.76 \left(-\frac{60}{2} - 6 \right) + \\ &\quad 2217.77 \times 15.88 \left(-\frac{60}{2} - 22 \right) - \\ &\quad 532.95 \times 15.88 \left(-\frac{60}{2} - 38 \right) - \\ &\quad 3283.67 \times 31.76 \left(-\frac{60}{2} - 54 \right) \end{aligned}$$

$$= 6\,069\,048.8\text{kg-cm.}$$

$$P_{Ry} = 0.7 \times (191.08 \times 40 \times 27.92 + 56492.78) \\ = 188\,923.65 \text{ kg.}$$

$$M_{Rx} = 0.7 \times (191.08 \times 40 \times 27.92 \left(-\frac{60}{2} - \frac{27.92}{2} \right) + 6069048.8) \\ = 6\,644\,368.5 \text{ kg-cm.}$$

Cálculo de la excentricidad (e_c).

$$e_c = \frac{M_{Rx}}{P_{Ry}} = \frac{6644368.5}{188923.65} = 35.17 \text{ cm.}$$

$$e_c = 35.17 \text{ cm} \approx e_d = 35 \text{ cm.}$$

Por lo tanto, se puede tomar el valor de P_{Ry} como la resistencia de diseño a carga normal a una excentricidad de 35 cm.

De la ecuación 5.23 el valor de P_R es igual a,

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{197086.24} + \frac{1}{188923.65} + \frac{1}{589727.25}} \\ = 115\,322.09 \text{ kg.} > 115\,000 \text{ kg.}$$

Por lo tanto, la sección propuesta es correcta.

Refuerzo longitudinal y transversal.

Varillas longitudinales: Proporcionar 4 varillas del No. 10 (31.8 mm de diámetro) en cada una de las dos caras de 40 cm de ancho. Coloque 2 varillas del No. 10 en cada una de las dos caras de 60 cm de ancho, de manera que cada cara de la columna tenga un número igual de varillas de refuerzo.

Estribos: Trate con estribos del No. 3 (9.5 mm de diámetro). La separación s deberá ser la menor de:

$$\frac{850d_b}{\sqrt{f_y}} = \frac{850 \times 3.18}{\sqrt{4220}} = 41.61 \text{ cm}$$

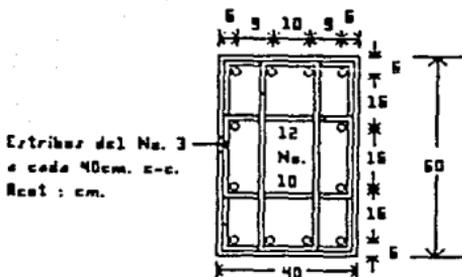


FIGURA 5.19 Sección de la columna con carga biaxial.

$$48\phi_{est.} = 48 \times 0.95 = 45.6ca$$

$$b = 40ca.$$

Por lo tanto, la separación vertical de estribos (s) será igual a 40ca.

La figura 5.19 muestra la sección reforzada de diseño.

En la figura 5.20 se presenta un diagrama de flujo que sigue la secuencia de cálculo para el análisis (diseño) de secciones rectangulares de columnas sujetas a esfuerzos de compresión y flexión biaxial combinados.

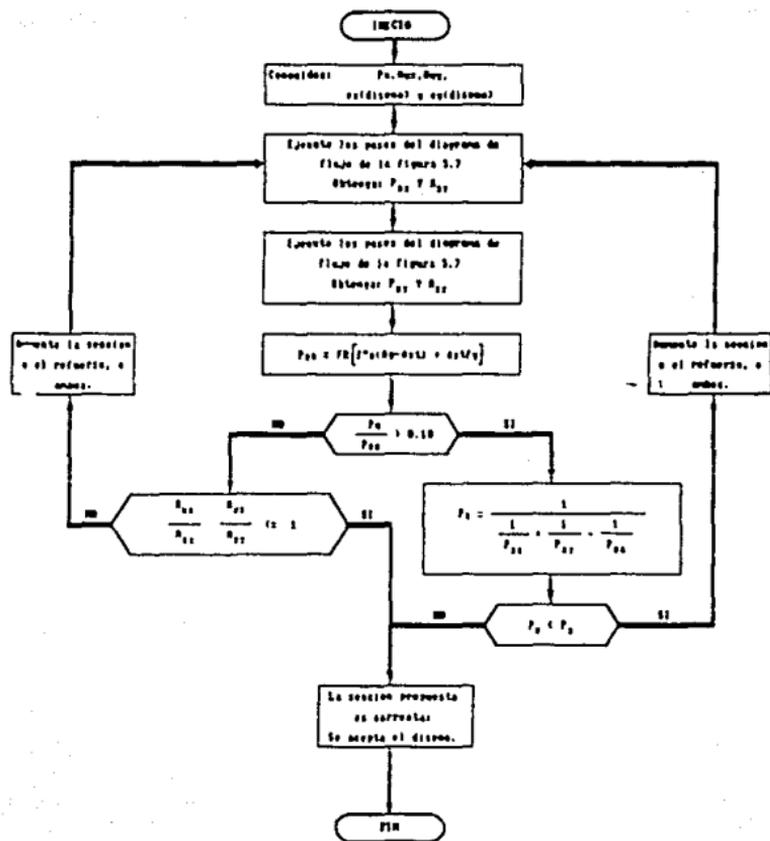


FIGURA 5.20 Diagrama de flujo para el análisis (diseño) de columnas rectangulares sujetas a compresión y flexión biaxial combinadas.

CAPITULO 6

**PROGRAMA PARA COMERCIALIZAR PRODUCTOS
POR EL CANAL Y USOS DE SERVICIO DE
CONCRETO REFORZADO**



6.1 INTRODUCCION.

Debido al gran auge que ha tenido la computación durante los últimos años, la computadora se ha convertido en una poderosa herramienta que simplifica el trabajo de diseño en ingeniería. Es por ello que en este capítulo se han desarrollado programas detallados para el análisis y diseño de algunos elementos de concreto reforzado.

Los programas que se presentan en este capítulo están codificados en lenguaje TurboBASIC y se ajustan a las especificaciones de las NTC-87 del R.D.F. Los programas han sido elaborados siguiendo la lógica de los diagramas de flujo presentados en cada uno de los capítulos anteriores.

Dentro de los temas que se incluyen en este capítulo está una breve descripción de lo que es el TurboBASIC. Además, se incluye una breve descripción acerca del funcionamiento de cada uno de los programas aquí presentados.

Se espera que a medida que el usuario se familiarice con el funcionamiento de los programas, obtenga una mayor rapidez en el proceso de diseño.

6.2 CARACTERISTICAS DE TurboBASIC.

El TurboBASIC es un lenguaje de programación estructurada diseñado por la casa de software BORLAND. Dentro de las ventajas que ofrece esta nueva versión del BASIC se pueden mencionar las siguientes: ser un *entorno de programación* (Un entorno de programación es un paquete de software constituido por un editor incorporado, un compilador y un depurador de programas) y constituir un *compilador de BASIC* estructurado, potente y rápido.

TurboBASIC sigue las reglas de la programación estructurada, y a los caracteres del popular lenguaje BASIC añade características propias de lenguajes avanzados como Pascal.

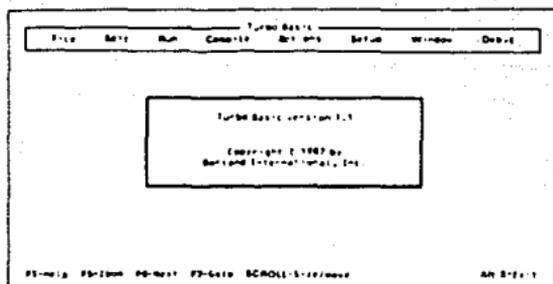


FIGURA 6.1 Pantalla principal.

6.3 INSTALACION DE TurboBASIC.

La puesta en marcha de TurboBASIC dependerá de la configuración de computadora que se posea:

a) Dos unidades de disquetes.

1.- Introducir el disco DOS (Disco que contenga el sistema operativo) en la unidad A y encender la computadora. Cuando aparezca el indicador (*Prompt*) del sistema operativo DOS (A>), saque el disco DOS e introduzca el disco 1 de TurboBASIC en su lugar. Para poder trabajar y crear sus propios programas, introduzca un disco formateado en la unidad B. En la unidad B se almacenarán los programas fuente y ejecutable que se vayan a crear.

2.- Teclar TB y pulsar la tecla ENTER. El programa TurboBASIC se cargará en memoria y aparece la pantalla de la figura 6.1.

b) Unidades de disco fijo.

El programa TurboBASIC puede estar copiado en el directorio raíz del disco fijo o bien en un subdirectorio. Para crear un subdirectorio-denominado TB- deberá realizar los siguientes pasos:

1.- Inserte en la unidad A el disco 1 con el programa TB después de arrancar el sistema operativo DOS. Realice las siguientes órdenes:

```

C> MD\TB
C> COPY A: *. * \TB
C> CD\TB
C> TB>

```

2.- A partir de ahora puede ejecutarse el programa tecleando TB.

```
C\TB>TB
```

G.4 EDICION Y EJECUCION DE PROGRAMAS.

Una vez instalado el programa TurboBASIC y ejecutado con la orden TB aparecerá la pantalla de la figura 6.1. Esta pantalla consta de cuatro ventanas: Edit, Message, Run y Trace. Cada nombre indica la función o actividad que realiza. La ventana activa se encuentra contorneada por una doble línea. Las operaciones sucesivas a realizar en el caso de un PC/PS-2 con dos unidades de disco para la edición y ejecución de un programa son las siguientes:

1.- Teclar F (File) para seleccionar la opción de administración de archivos.

2.- Seleccionar la unidad B como unidad de trabajo, a fin de almacenar en ella los programas. Para realizar esta operación, teclar C (Cambiar directorio) y teclar en respuesta a la pregunta que aparece en pantalla:

```
B:\
```

Seguida de la pulsación de la tecla ENTER.

3.- Retornar al menú principal pulsando la tecla Esc (Siempre que desee volver al menú principal desde cualquier punto del entorno de programación, teclee Esc).

4.- Seleccionar la opción Edit, con la pulsación de la tecla E, o bien llevando la barra luminosa sobre la palabra Edit y pulsando la tecla ENTER.

5.- Una vez que el cursor parpadeante aparece en el editor, se está preparado para escribir el listado del programa.

6.- Teclar cada línea del programa y terminar pulsando la tecla ENTER.

7.- TurboBASIC no requiere números de línea para programas, aunque puede tener etiquetas para las sentencias GOTO y GOSUB.

8.- Una vez que se ha tecleado el listado completo del programa asignele un nombre. Esta operación se realiza pulsando la tecla F2. Inmediatamente aparecerá una pequeña caja a la izquierda de la pantalla con los siguientes mensajes:

```
RENAME NONAME  
B:/NONAME.BAS
```

Elija un nombre significativo para su programa de 1 a 8 letras, y escríbalo, pulsando a su terminación la tecla ENTER.

9.- Una vez que haya escrito el nombre del programa, pulse de nuevo la tecla F2 y el contenido actual de la ventana de edición se grabará en el disco localizado en la unidad B, bajo un archivo con el nombre previamente tecleado y la extensión .BAS.

10.- Finalmente, proceda a correr el programa. Esta operación se realiza pulsando la tecla Esc, para volver al menú principal. Enseguida, teclear R (Run) para ejecutar el programa. Existe otra forma de realizar la misma operación con mayor rapidez, estando dentro de la ventana de edición, pulse simultáneamente las teclas Alt y R inmediatamente se procederá a ejecutar el programa. Si en el proceso de compilación no se encuentran errores, se exhibirá la corrida del programa en la ventana de ejecución (Run). Si se desea que la corrida del programa sea visible en toda la pantalla es necesario hacer un Zoom de la ventana, esto se realiza pulsando la tecla F5. En caso de que en el proceso de compilación existan errores, TurboBASIC exhibirá un mensaje de error, especificando el origen de éste. Por lo tanto, es necesario corregir el error y volver a ejecutar el programa, siguiendo el procedimiento descrito en este punto.

6.5 FLEXION EN VIGAS.

Para el análisis y diseño de secciones de concreto reforzado sujetas a flexión, se elaboró el programa denominado D-WFLEX. El alcance de este programa es bastante amplio, considerando que, cuenta con los siguientes análisis y diseños:

- 1.- Análisis de vigas rectangulares simplemente reforzadas.
- 2.- Diseño de vigas rectangulares simplemente reforzadas.
- 3.- Análisis de vigas rectangulares doblemente reforzadas.
- 4.- Diseño de vigas rectangulares doblemente reforzadas.
- 5.- Análisis de vigas "T" y "L".

Al iniciar, el programa solicita al usuario, elegir el tipo de sección de viga que desea analizar o diseñar por flexión. Para esto, aparece en pantalla un menú semejante al descrito anteriormente. Para realizar la elección, basta teclear el número correspondiente de la opción deseada. Enseguida, el programa solicita los datos necesarios para realizar los cálculos correspondientes. Si los datos proporcionados y los cálculos realizados se encuentran dentro de las especificaciones señaladas por las NTC-87 del R.D.F., se exhibirán en pantalla los resultados obtenidos, en caso contrario, se exhibirá un mensaje de error, especificando el porqué de este.

Dentro de los resultados que proporciona el programa D-VFLEX se pueden mencionar los siguientes:

Para análisis:

- p_{min} , p_{bal} , p_{real} y $p_{máx}$.
- Momento resistente nominal (Mn).
- Momento resistente de diseño (Md).

Para diseño:

- Ancho de la sección (b).
- Peralte de la sección (d)
- Área de acero a tensión (As)
- Área de acero de compresión (A's) para el caso de secciones doblemente reforzadas.

Para la obtención de los momentos resistentes se ha considerado un factor de reducción de resistencia a flexión igual a 0.9. Para la revisión de la compatibilidad de las deformaciones se ha considerado un módulo de elasticidad del acero igual a $2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$. El programa D-VFLEX fue elaborado con base en los

fundamentos teóricos presentados en el capítulo 1 y siguiendo la lógica de los diagramas de flujo de las figuras 1.2, 1.5, 1.8 y 1.14.

Para poder utilizar el programa D-VFLEX es necesario seguir los pasos de edición y ejecución presentados en la sección 6.4. La codificación completa del programa D-VFLEX se proporciona en la siguiente sección.

6.5.1 Codificación del programa D-VFLEX.

```

***** PROGRAMA "D-VFLEX" *****
          ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON
          INCENIERIA CIVIL.                                UNAH.
          PROGRAMADOR: GUILLERMO MARTINEZ FLORES.

* PROGRAMA PARA EL DISENO Y ANALISIS POR FLEXION DE VIGAS DE CONCRETO
  REFORZADO.

***** INICIO *****

GOSUB CONTINUAR
IS="S"
WHILE IS="S"
CLS
GOSUB MENU
SELECT CASE I

CASE 1
IS="S"
WHILE IS="S"
CLS
LPRINT***** ANALISIS DE VIGAS SIMPLEMENTE REFORZADAS
*****
LPRINT
10 GOSUB DATOS1
INPUT"Area de acero a tension(cm2), As= ";A1
INPUT"Momento actuante de diseno(kg-cm), Mu = ";MU
GOSUB PHINYP
GOSUB FBC
GOSUB PBYPMAX
GOSUB COMP
A=(A1*FY)/(FBC*B)
MN=A1*FY*(D-(A/2))
MR=0.9*MN
IF MR < MU THEN
LPRINT"La seccion no resiste el momento de diseno : Aumente acero o seccion"
LPRINT"Momento resistente de diseno, MR = ";INT(1000*X+0.5)/1000"kg-cm"
GOSUB CONTINUAR
GOTO 10
END IF
GOSUB IMPDAT1
PRINT"As=";A1;"cm2"
GOSUB CONTINUAR
GOSUB IMPRES1
INPUT" Desea analizar otra seccion ? (S/N) ";IS
WEND

CASE 2
IS="S"
WHILE IS="S"

```

```

CLS
LPRINT***** DISEÑO DE VIGAS SIMPLEMENTE REFORZADAS
*****
LPRINT
GOSUB PR12
GOSUB IMPDAT1
PRINT "Mu=";MU;"kg-cm"
GOSUB CONTINUAR
GOSUB IMPRES2
INPUT " Desea disenar otra seccion (S/N) ";I$
WEND

CASE 3
I$="S"
WHILE I$="S"
CLS
LPRINT***** ANALISIS DE VIGAS DOBLEMENTE REFORZADAS.
*****
LPRINT
GOSUB PR13
A=((A1*FY)-(A2*FPS))/(FBC*B)
MN1=((A1*FY)-(A2*FPS)*(D-(A/2))
MN2=A2*FPS*(D-DP)
MN=MN1+MN2
MR=0.9*(MN1+MN2)
GOSUB IMPDAT1
GOSUB IMPDAT2
GOSUB CONTINUAR
GOSUB IMPRES1
GOSUB CONTINUAR
GOSUB IMPRES3
INPUT " Desea analizar otra seccion ? (S/N)";I$
WEND

CASE 4
I$="S"
WHILE I$="S"
CLS
LPRINT***** DISEÑO DE VIGAS DOBLEMENTE REFORZADAS
*****
LPRINT
GOSUB DATOS1
INPUT "Momento externo de disenio(kg-cm), Mu=";MU
INPUT "Dist. de la fibra extr. en compr. al centr. de A's(cm), d'=";DP
GOSUB LIMITES
GOSUB FBC
GOSUB PBYPMAX
40 PRINT***** Suponga un % de acero para la seccion simplemente
reforzada *****
PRINT***** El valor de (p) debe ser menor o igual
a.....";INT(1000*PMAX+0.5)/1000
INPUT "Porcentaje de acero, p=";PR
IF PR > PMAX THEN
PRINT***** El valor supuesto de (p) debe ser menor
a.....";INT(1000*PMAX+0.5)/1000
GOTO 40

```

```

END IF
AIC=PR*B*D
A=(AIC*FY)/(FBC*B)
MN1=AIC*FY*(D-(A/2))
IF MN1 > (MU*0.9) THEN
CLS
LOCATE 13,1
LPRINT"***** La seccion debe disenarse como una viga simplemente
reforzada *****"
LPRINT"***** Vuelva al menu principal y elija el tipo de analisis
adecuado *****"
GOSUB CONTINUAR
IS="N"
GOTO 30
ELSE
GOSUB DOBLE
END IF
GOSUB IMPDAT1
PRINT"Momento externo de diseno, Mu = ";MU"kg-cm"
PRINT"d = ";DP"cm"
PRINT"Porcentaje de acero, p = ";PR
GOSUB CONTINUAR
GOSUB IMPRES1
GOSUB CONTINUAR
GOSUB IMPRES3

LPRINT"Area de acero de compresion, As'=";INT(1000*A2+0.5)/1000;"cm2"
LPRINT"Area de acero de tension, As=";INT(1000*A1+0.5)/1000;"cm2"
INPUT "Desea disenar otra seccion (S/N) ? ";IS
30 WEND

CASE 5
IS="S"
WHILE IS="S"
CLS
LPRINT"***** ANALISIS DE VIGAS (T) Y (L)
*****"
LPRINT
GOSUB PR15
GOSUB ANALIS
IF ESP < HF THEN
CLS
LOCATE 13,1
LPRINT"*** La seccion no actua como seccion T : Analicela como seccion
rectangular ***"
LPRINT"*** Regrese al menu principal y elija el analisis adecuado
***"
GOSUB CONTINUAR
IS="N"
GOTO 50
ELSE
AFS=(FBC*HF*(B-BW))/FY
A=((A1-AFS)*FY)/(FBC*BW)
MN1=((A1-AFS)*FY)*(D-(A/2))
MN2=(AFS*FY)*(D-(HF/2))
MN=MN1+MN2

```

```

MR=0.9*MM
END IF
GOSUB IMPDAT1
GOSUB IMPDAT5
GOSUB CONTINUAR
GOSUB IMPRES1
GOSUB CONTINUAR
GOSUB IMPRES5
INPUT "Desea analizar otra seccion ? ( S/N )";I$
SO WEND

CASE 6
PRINT***** FINALIZA LA SESION *****
END
END SELECT
CLS
LOCATE 10,20
INPUT "Desea volver al menu principal (S/N) ";I$
IF I$="N" THEN
END
END IF
WEND

DATOS1:
I$="N"
WHILE I$="N"
PRINT***** Teclee el valor de los datos que se piden a continuación
*****
INPUT "Resistencia especificada del concreto a compresion(kg/cm2), f'c= ";FC
INPUT "Esfuerzo especificado de fluencia del acero(kg/cm2), fy= ";FY
INPUT "Ancho de la seccion(cm), b= ";B
INPUT "Peralte de la seccion(cm), d= ";D
INPUT "Son correctos los datos ? ( S/N )";I$
IF I$="N" THEN
PRINT "Teclee los datos de nuevo"
END IF
WEND
RETURN

PMINYP:
I$="S"
WHILE I$="S"
P=A1/(B*D)
P1=A2/(B*D)
PMIN=(SQR(FC)*0.7)/FY
IF P < PMIN THEN
LPRINT***** El acero es insuficiente : Aumenté el area de acero
*****
INPUT "Teclee el area de acero corregida(cm), As=";A1
ELSE
I$="N"
END IF
WEND
RETURN

```

FBC:

```
FAC=0.8*FC
IF FAC<=250 THEN
FBC=0.85*FAC
ELSE
FBC=(1.05-(FAC/1250))*FAC
END IF
RETURN
```

PBYPMAX:

```
PB=(FBC/FY)*(4800/(FY+6000))
PRINT***** Especificque la sismicidad de la zona
*****
PRINT***** [ 1 ] Pmax= 0.75Pb Para zona sismica
*****
PRINT***** [ 2 ] Pmax= Pb Para zona asismica
*****
INPUT*Teclée el numero segun corresponda ";[
IF 1=] THEN
PMAX=0.75*PB
ELSE
PMAX=PB
END IF
RETURN
```

IMPDAT1:

```
PRINT ***** IMPRESION DE DATOS *****
PRINT "f'c=";FC;"kg/cm2"
PRINT "fy=";FY;"kg/cm2"
PRINT "b=";B;"cm"
PRINT "d=";D;"cm"
RETURN
```

IMPRES1:

```
LPRINT***** IMPRESION DE RESULTADOS *****
LPRINT
LPRINT"Porcentaje real de acero =" ;INT(1000*P+0.5)/1000
LPRINT"Porcentaje de acero minimo =" ;INT(1000*PHI+0.5)/1000
LPRINT"Porcentaje balanceado =" ;INT(1000*PB+0.5)/1000
LPRINT"Porcentaje maximo de acero =" ;INT(1000*PMAX+0.5)/1000
LPRINT"f'c=" ;INT(1000*FBC+0.5)/1000 ;"kg/cm2"
LPRINT"F'c=" ;INT(1000*FAC+0.5)/1000 ;"kg/cm2"
LPRINT"Profundidad del bloque de esfuerzos, a=" ;INT(1000*A+0.5)/1000 ;"cm"
LPRINT"Momento resistente nominal, Mn=" ;INT(1000*MN+0.5)/1000 ;"kg-cm"
LPRINT"Momento resistente de diseno, MR=" ;INT(1000*MR+0.5)/1000 ;"kg-cm"
RETURN
```

COMP:

```
IS="S"
WHILE IS="S"
IF P > PMAX THEN
```

LPRINT***** La seccion es sobrerreforzada : Disminuya el acero

GOSUB CONTINUAR

CLS

GOSUB REPEAT

IS="S"

ELSE

IS="N"

END IF

WEND

RETURN

REPEAT:

IS="N"

WHILE IS="N"

INPUT "Ancho de la seccion(cm), b= ";B

INPUT "Peralte de la seccion(cm), d= ";D

INPUT "Area de acero a tension(cm²), As=";A1

INPUT "Son correctos los datos (S/N)";IS

WEND

GOSUB PMINYP

GOSUB FBC

GOSUB PBYPMAX

RETURN

PR12:

GOSUB DATOS1

IS="N"

WHILE IS="N"

INPUT "Momento externo de diseno(kg-cm),Mu=";MU

GOSUB LIMITES

GOSUB FBC

GOSUB PBYPMAX

20 PRINT "Suponga un porcentaje de acero, p <=";PMAX

INPUT "Porcentaje de acero, p=";P

IF P > PMAX THEN

PRINT "El porcentaje de acero debe ser menor que : ";PMAX

GOTO 20

END IF

Q=(P*FY)/FBC

R1=Q*FBC*(1-(0.5*Q))

DC=(MU/(0.9*R*R1))^(1/3)

BC=R*DC

A1=P*BC*DC

GOSUB PMINYP

PRINT "d Supuesta =";D;"cm"

PRINT "d Calculada =";DC;"cm"

PRINT "b Calculada =";BC;"cm"

PRINT "Area de acero a tension calculada, As=";A1

INPUT "d supuesta es semejante a d calculada (S/N)";IS

IF IS="N" THEN

CLS

```

LOCATE 1,1
LPRINT"***** Suponga un nuevo peralte y con ello modifique
*****"
LPRINT"***** el momento externo de diseño
*****"
IS="N"
WHILE IS="N"
INPUT"Ancho de la seccion(cm), b=";B
INPUT"Peralte de la seccion(cm), d=";D
INPUT "Son correctos los datos ? ( S/N )";IS
WEND
IS="N"
ELSE
CLS
LOCATE 1,1
LPRINT"***** La seccion propuesta y el acero de refuerzo es el correcto.
*****"
LPRINT"***** Regrese al menu principal y analice la seccion obtenida
*****"
END IF
WEND
RETURN

```

LIMITES:

```

IS="N"
WHILE IS="N"
R=B/D
IF R > 0.25 AND R < 0.6 THEN
IS="S"
ELSE
LPRINT"***** La relacion entre el ancho y el peralte de la seccion no es
optima *****"
LPRINT"***** 0.25 <= r=(b/d) <= 0.6
*****"
LPRINT"Relacion ancho/peralte, r=(b/d)=";INT(1000*R+0.5)/1000
LPRINT"***** Proponga una nueva seccion
*****"
INPUT "Ancho de la seccion(cm), b=";B
INPUT "Peralte de la seccion(cm), d=";D
IS="N"
END IF
WEND
RETURN

```

IMPRESO:

```

LPRINT"d calculada =" ;INT(1000*D+0.5)/1000;"cm"
LPRINT"b calculada =" ;INT(1000*B+0.5)/1000;"cm"
LPRINT"As =" ;INT(1000*A1+0.5)/1000;"cm2"
RETURN

```

PR13:

COGSUB DATOS1

```

I$="S"
WHILE I$="S"
GOSUB DATOS2
GOSUB PHINYP
GOSUB FBC
GOSUB FLUYE
GOSUB PBYPMAX
PF=PMAX*((P1*FPS)/FY)
IF P > PF THEN
CLS
LPRINT"La seccion es sobrerreforzada : Disminuya el acero, aumente la seccion
o ambos"
I$="N"
WHILE I$="N"
INPUT"Ancho de la seccion(cm), b= ";B
INPUT"Peralte de la seccion(cm), d= ";D
INPUT "Son correctos los datos ? ( S/N )";I$
WEND
I$="S"
ELSE
I$="N"
END IF
WEND
RETURN

```

DATOS2:

```

I$="N"
WHILE I$="N"
INPUT "Dist. de la fibra extr. en compr. al centr. del A's(cm), d'=";DP
INPUT "Area de acero en tension(cm2), As=";A1
INPUT "Area de acero en compresion(cm2), A's=";A2
INPUT "Son correctos los datos ? ( S/N )";I$
IF I$="N" THEN
PRINT "Teclee los datos de nuevo"
END IF
WEND
RETURN

```

FLUYE:

```

J=P-P1
L=((FBC*DP)/(FY*D))*(4800/(6000-FY))
IF J >= L THEN
FPS=FY
ELSE
FPS=2E6*0.003*(1-((0.8*FBC*DP)/(J*FY*D)))
GOSUB FPS
END IF
RETURN

```

FPS:

```

I$="N"
WHILE I$="N"
PBL=((A1*FY)-(A2*FPS))/(FBC*B)
C=PBL/0.8
APROX=6000*(1-(DP/C))
RG1=FPS+(FPS*0.001)
RG2=FPS-(FPS*0.001)
IF APROX > RG2 AND APROX < RG1 THEN
FTS = APROX
I$="S"
ELSE
FPS=APROX
I$="N"
END IF
WEND
RETURN

```

IMPDAT2:

```

PRINT "d'=";DP;"cm"
PRINT "Ag=";A1;"cm2"
PRINT "A's=";A2;"cm2"
RETURN

```

IMPRES3:

```

LPRINT"f's " ;INT(1000*FPS+0.5)/1000;"kg/cm2"
LPRINT"P'=" ;INT(1000*P1+0.5)/1000
RETURN

```

DOBLE:

```

MN2=(MU/0.9)-MN1
IF PR >= ((FBC*DP)/(FY*D))*(4800/(6000-FY)) THEN
FPS=FY
ELSE
FPS=2.06*0.003*((1-((0.8*FBC*DP)/(P*FY*D))))
END IF
A2=MN2/(FPS*(D-DP))
A1=A1C+A2
MN=1.01*MN2
MR=(MN1+MN2)*0.9
GOSUB PHINYP
RETURN

```

FRIS:

```

PRINT"***** ELIJA EL TIPO DE VIGA QUE DESEA ANALIZAR
*****"
PRINT"***** [ T ] Analisis de vigas T
*****"

```

```

PRINT*****          [ L ]      Analisis de vigas L
*****
INPUT"Teclee la letra segun corresponda ";E$
IF E$ = "T" THEN
PRINT*****          V I G A S   T
*****
PRINT***** Tome como b (Ancho del patin), el menor valor de
*****
PRINT*****          b = 16hf + bw
*****
PRINT*****          b = c.a.c (Dist. libre centro a centro de vigas T
*****
PRINT*****          b = L/4 (Donde L = Claro de la viga
*****
ELSE
PRINT*****          V I G A S   L
*****
PRINT***** Tome como b (Ancho del patin), el menor valor de
*****
PRINT*****          b = 8hf + bw
*****
PRINT*****          b = (ln/2)+bw (ln=dist. libre entre paños de viga
*****
PRINT*****          b = (L/8) + (bw/2) (Donde L = Claro de la viga)
*****
END IF
I$="N"
WHILE I$="N"
PRINT***** Teclee el valor de los datos que se piden a continuacion
*****
INPUT"Resistencia especificada del concreto a compresion(kg/cm2), f'c= ";FC
INPUT"Esfuerzo especificado de fluencia del acero(kg/cm2), fy= ";FY
INPUT"Ancho de el patin para secciones (T) y (L) en (cm), b= ";B
INPUT"Peralte de la seccion(cm), d= ";D
INPUT "Son correctos los datos ? { S/N }";I$
IF I$="N" THEN
PRINT "Teclee los datos de nuevo"
END IF
WEND
COSUB DATOSS
COSUB PMINYP2
COSUB FBC
COSUB PBYPMAX
PF=(FBC*HF*(B-BW))/(FY*BW*D)
PB1=(BW/B)*(PB+PF)
P=A1/(B*D)
RETURN

PMINYP2:
I$="S"
WHILE I$="S"
P3=A1/(BW*D)
PMIN=(SQR(FC)*0.7)/FY
IF P3 < PMIN THEN

```

```

LPRINT***** El acero es insuficiente : Aumente el area de acero
*****
INPUT"Teclee el area de acero corregida(cm), As=";A1
ELSE
I$="N"
END IF
WEND
RETURN

```

ANALIS:

```

I$="S"
WHILE I$="S"
COMP = (P*MAX/PB)*PB1
IF P <= COMP THEN
W=P*(FY/FSC)
ESP=1.25*W*D
I$="N"
ELSE
LPRINT** La seccion esta sobrerreforzada : Aumente seccion, disminuya acero o
ambos **
GOSUB PRIS
END IF
WEND
RETURN

```

DATOSS.

```

I$="N"
WHILE I$="N"
INPUT"Ancho de la seccion en vigas I y L(cm), bw=";BW
INPUT"Espesor del patin(cm), hf=";HF
INPUT"Area de acero a tension(cm2), As=";A1
INPUT"Son correctos los datos (S/N) ";I$
WEND
RETURN

```

IMPDAT5:

```

PRINT "bw=";BW;"cm"
PRINT "hf=";HF;"cm"
PRINT "As=";A1;"cm2"
RETURN

```

IMPRESS:

```

LPRINT"Porcentaje de acero maximo para vigas I Y L ";INT(1000*COMP+0.5)/1000
LPRINT"Area de acero imaginaria, Asf=";INT(1000*ASF+0.5)/1000;"cm2"
LPRINT"Porcentaje de acero imaginario, pf=";INT(1000*PF+0.5)/1000
RETURN

```

MENU:

```

PRINT TAB(1)*****,"TECLEE EL NUMERO DEL ANALISIS O DISEÑO DESEADO"
TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " [ 1 ] ANALISIS POR FLEXION DE VIGAS RECTANGULARES"
TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " SIMPLEMENTE REFORZADAS" TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " [ 2 ] DISEÑO POR FLEXION DE VIGAS RECTANGULARES"
TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " SIMPLEMENTE REFORZADAS" TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " [ 3 ] ANALISIS DE VIGAS RECTANGULARES" TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " DOBLEMENTE REFORZADAS" TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " [ 4 ] DISEÑO DE VIGAS RECTANGULARES" TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " DOBLEMENTE REFORZADAS" TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " [ 5 ] ANALISIS DE VIGAS T Y L" TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** " [ 6 ] FIN DE SESION" TAB(77)*****
PRINT TAB(1)***** TAB(77)*****
INPUT"TECLEE EL NUMERO DE LA OPCION DESEADA":I
RETURN

```

CONTINUAR:

```

PRINT***** PULSE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR *****
CAR$=""
WHILE CAR$=""
CAR$=INKEY$
WEND
RETURN

```

6.5.2 Solución de los ejemplos del capítulo 1, Mediante la ayuda del programa D-VFLEX.

Solución del ejemplo 1.1, el cual está localizado en la sección 1.5.1 del capítulo 1.

$$a) f'c = 352 \text{ kg/cm}^2$$

***** ANALISIS DE VIGAS SIMPLEMENTE EMPALMADAS *****
 ***** La sección es doblemente reforzada : Dimensione el acero *****

$$b) f'c = 633 \text{ kg/cm}^2$$

***** ANALISIS DE VIGAS SIMPLEMENTE EMPALMADAS *****
 ***** EMPUJOS DE EQUILIBRIO *****

Porcentaje real de acero = 2.38-002
 Porcentaje de acero minimo = 48-003
 Porcentaje balanceado = 3.68-002
 Porcentaje maximo de acero = 2.78-002
 I''_{cr} = 326.541 kg/cm²
 $f'c$ = 506.4 kg/cm²
 Profundidad del bloque de esfuerzos, a = 13.341 cm
 Momento resistente nominal, M_n = 4174781 kg-cm
 Momento resistente de diseño, M_R = 3757383 kg-cm

Solución del ejemplo 1.2, el cual está localizado en la sección 1.6.1 del capítulo 1.

***** DISEÑO DE VIGAS SIMPLEMENTE EMPALMADAS *****
 ***** La sección propuesta y el acero de refuerzo es el correcto. *****
 ***** Debe ser el caso principal y analice la sección obtenida *****

d calculada = 61.352 cm
 b calculada = 29.545 cm
 A_s = 19.276 cm²

Solución del ejemplo 1.3, el cual está localizado en la sección 1.7.2 del capítulo 1.

***** ANALISIS DE VIGAS DOBLEMENTE SIMPLICES. *****

***** EXPRESION DE RESULTADOS *****

Porcentaje real de acero = 1.78-002
 Porcentaje de acero minimo = 38-001
 Porcentaje balanceado = 2.68-002
 Porcentaje maximo de acero = 1.95-002
 f''c= 231.261 kg/cm2
 FeC= 291.6 kg/cm2
 Profundidad del bloque de acero, a= 11.177 cm
 Momento resistente nominal, Mu= 6550900 kg-cm
 Momento resistente de diseño, Md= 5983002 kg-cm
 f's = 3412.834 kg/cm2
 P's = 42-001

Solución del ejemplo 1.4, el cual está localizado en la sección 1.7.4 del capítulo 1.

***** DISEÑO DE VIGAS DOBLEMENTE SIMPLICES *****

***** EXPRESION DE RESULTADOS *****

Porcentaje real de acero = 2.25-002
 Porcentaje de acero minimo = 38-001
 Porcentaje balanceado = 2.18-002
 Porcentaje maximo de acero = 1.68-002
 f''c= 191.06 kg/cm2
 FeC= 224.8 kg/cm2
 Profundidad del bloque de acero, a= 29.017 cm
 Momento resistente nominal, Mu= 12631111 kg-cm
 Momento resistente de diseño, Md= 10629000 kg-cm
 f's = 6229 kg/cm2
 P's = 86-001
 Area de acero de compresion, As' = 11.962 cm2
 Area de acero de tension, As = 56.722 cm2

Solución del ejemplo 1.5, el cual está localizado en la sección 1.9.1 del capítulo 1.

a) $23.34ca^4$

***** ANALISIS DE VIGAS (T) Y (L) *****

*** La seccion se actua como seccion T; Analicela como seccion rectangular ***
 *** Ingresa el area principal y elija el analisis adecuado ***

$$b) 34.71 \text{ cm}^2$$

***** ANALISIS DE VIGAS (T) Y (L) *****

***** IMPRESION DE RESULTADOS *****

Porcentaje real de acero = 78.003
 Porcentaje de acero minimo = 31.003
 Porcentaje balanceado = 7.15-002
 Porcentaje maximo de acero = 1.63-002
 $f'_c = 191.00 \text{ kg/cm}^2$
 $f_y = 228.0 \text{ kg/cm}^2$
 Profundidad del bloque de esfuerzos, $a = 10.643 \text{ cm}$
 Momento resistente nominal, $M_n = 6156546 \text{ kg-cm}$
 Momento resistente de diseño, $M_u = 554091.5 \text{ kg-cm}$
 Porcentaje de acero maximo para vigas T Y L 08-003
 Area de acero imaginaria, $A_{ni} = 22.662 \text{ cm}^2$
 Porcentaje de acero imaginario, $p_i = 28.092$

6.8 CORTANTE Y TENSION DIAGONAL EN VIGAS.

Para el cálculo del refuerzo transversal necesario en secciones de vigas sujetas a fuerza cortante, se elaboró el programa denominado D-VCORT. El alcance de este programa abarca el diseño de secciones rectangulares, "T" y "L".

Al iniciar, el programa solicita al usuario, elegir el tipo de sección de viga que desea analizar o diseñar por cortante. Para realizar la elección, basta teclear la letra que aparece a la izquierda de la opción deseada. Enseguida, el programa solicita los datos necesarios para realizar los cálculos correspondientes. Si los datos proporcionados y los cálculos realizados se encuentran dentro de las especificaciones señaladas por las NTC-87 del R.D.F., se exhibirán en pantalla los resultados obtenidos, en caso contrario, se exhibirá un mensaje de error, especificando el porqué de este.

Dentro de los resultados que proporciona el programa D-VCORT se pueden mencionar los siguientes:

- Fuerza cortante que absorbe el concreto (V_{cr}).
- Cortante que absorben los estribos (V_s).
- Separación de diseño de los estribos (s)

El programa maneja un factor de reducción de resistencia para cortante igual a 0.8. El programa D-VCORT fue elaborado, con base en los fundamentos teóricos presentados en el capítulo 2 y siguiendo la lógica de el diagrama de flujo de la figura 2.5.

Para poder utilizar el programa D-VCORT es necesario seguir los pasos de edición y ejecución presentados en la sección 6.4. La codificación completa del programa D-VCORT se proporciona en la siguiente sección.

B.B.1 Codificación del programa D-VCORT.

```

***** PROGRAMA "D-VCORT" *****
***** ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON *****
***** INGENIERIA CIVIL UNAM *****
***** PROGRAMADOR: GUILLERMO MARTINEZ FLORES *****
***** PROGRAMA QUE CALCULA EL REFUERZO NECESARIO EN *****
***** SECCIONES DE VIGAS SUJETAS A FUERZA CORTANTE *****
***** INICIO *****

```

```

IS="S"
WHILE IS="S"
CLS
GOSUB MENU
IS="N"
WHILE IS="N"
WHILE IS="N"
GOSUB DATOS
GOSUB VERSEC
WEND
GOSUB REDRES
GOSUB VCR
GOSUB VTL
GOSUB RLH
WEND
GOSUB CAL
INPUT "Desea disenar otro tipo de viga (S/N) ";IS
WEND
END

```

DATOS:

```

IS="N"
WHILE IS="N"
PRINT "***** Teclee los datos que se piden a continuacion *****"
INPUT "Resistencia especificada del concreto a compresion(kg/cm2), f'c=";FC
INPUT "Esfuerzo especificado de fluencia del acero(kg/cm2), fy=";FY
INPUT "Ancho de la seccion(cm), b=";B
INPUT "Peralte efectivo de la seccion(cm), d=";D
INPUT "Peralte total de la seccion(cm), h=";H
INPUT "Claro de la viga(cm), L=";L
INPUT "Area de refuerzo longitudinal en tension, As=";A1
INPUT "Fuerza cortante externa de diseno(kg), Vu=";VU
INPUT " Son correctos los datos ? (S/N)";IS
WEND
RETURN

```

VERSEC:

```

RFAC=SQR(0.8*FC)
CAPSEC=2*0.8*H*D*RFAC
IF VU > CAPSEC THEN

```

LPRINT***** La seccion no admite tal cortante : Aumente la seccion

```

I$="N"
ELSE
I$="S"
END IF
RETURN

```

REDRES:

```

IF H > 70 THEN
RV1=0.30
R1$="***** Se redujo el valor de VCR en un 30% por ser h > 70 *****"
ELSE
RV1=0
R1$=""
END IF
IF H/B > 6 THEN
RV2=0.30
R2$="***** Se redujo el valor de VCR en un 30% por ser h/b > 6 *****"
ELSE
RV2=0
END IF
RETURN

```

VCR:

```

P=A1/(B*D)
IF P < 0.01 THEN
V1=0.8*(0.2+(30*P))*RFAC
ELSE
V1=0.5*0.8*RFAC
END IF
RETURN

```

MENU:

```

PRINT***** ELIJA EL TIPO DE VIGA QUE DESEA DISEÑAR POR CORTANTE
*****
PRINT*****          [ R ]   Viga rectangular
*****
PRINT*****          [ T ]   Viga T
*****
PRINT*****          [ L ]   Viga L
*****
PRINT*****          [ F ]   Finaliza la sesion
*****
INPUT"Teclee la letra segun corresponda ";US
IF US="F" THEN END
RETURN

```

RLH:

```

M=L/H
SELECT CASE M

```

CASE MV > 5

VCR=VCR
I\$="S"

CASE MV < 4

PRINT***** las cargas y reacciones comprimen directamente las caras

INPUT***** superior e inferior de la viga (S/N) ;I\$

IF I\$="S" THEN

INPUT*Momento externo de diseno en la seccion de interes(kg-cm), Mu=";M

INPUT*Cortante externo de diseno en la seccion de interes(kg), Vu=";V

INPUT*Peralte efectivo en la seccion de interes(cm), d=";D

F3=(3.5-(2.5*(M/(V*D))))

V1=0.5*0.8*RFAC

GOSUB VTL

VCR=VCR*F3

LIM=1.5*0.8*B*D*RFAC

IF VCR > LIM THEN

LPRINT***** La seccion no admite tal cortante : Aumente la seccion

I\$="N"

ELSE

I\$="S"

END IF

ELSE

V1=0.5*0.8*RFAC

GOSUB VTL

VCR=VCR

I\$="S"

END IF

CASE 4 TO 5

V1=0.8*(0.2+(30*P))*RFAC

GOSUB VTL

V3=VCR

V1=0.5*0.8*RFAC

GOSUB VTL

V4=VCR

VAR=(MV-4)*(V4-V3)+V3

VCR=VAR

I\$="S"

END SELECT

RETURN

VTL:

SELECT CASE O\$

CASE "R"

V2=V1*B*D

SUMA=V2*RV1+V2*RV2

VCR=V2-SUMA

CASE "T"

INPUT*Espesor del patin en vigas T (cm), hf=";HF

V2=V1*((B*D)+(HF²))

```
SUMA=V2*RV1+V2*RV2
```

```
VCR=V2-SUMA
```

```
CASE "L"
```

```
INPUT "Espesor del patin en vigas L (cm), hf=";HF
```

```
V2=V1*((B*D)-(HF*2)/2)
```

```
SUMA=V2*RV1+V2*RV2
```

```
VCR=V2-SUMA
```

```
END SELECT
```

```
RETURN
```

```
CAL:
```

```
IF VU > VCR THEN
```

```
  COSUB SMAX
```

```
  COSUB CALSEP
```

```
  COSUB IMPRES
```

```
ELSE
```

```
LPRINT "***** No se requiere refuerzo por cortante debido a que
```

```
LPRINT "***** el concreto absorbe el cortante de diseno
```

```
LPRINT "*****
```

```
VCR = "INT(1E3*VCR*0.5)/1E3"kg"
```

```
PRINT "***** Sin embargo por especificacion de las NTC-87 se
```

```
PRINT "*****
```

```
PRINT "***** reforzara la seccion con acero de refuerzo minimo
```

```
PRINT "*****
```

```
COSUB REFMIN
```

```
COSUB IMPRES
```

```
END IF
```

```
RETURN
```

```
SMAX:
```

```
LIM=1.5*0.8*B*D*RFAC
```

```
IF VU <= LIM THEN
```

```
  S1=D/2
```

```
ELSE
```

```
  S1=D/4
```

```
END IF
```

```
RETURN
```

```
CALSEP:
```

```
IS="S"
```

```
WHILE IS="S"
```

```
INPUT "Proponga el numero del estribo a utilizar (mayor del no. 2)";NE
```

```
INPUT "Inclinacion de los estribos (grados), I=";I
```

```
P1=3.1415927
```

```
AV=2*(((0.3175*NE)^2)*P1)/4
```

```
RD=(P1/180)*I
```

```
S=(0.8*AV*FY*D*(SIN(RD)+COS(RD)))/(VU-VCR)
```

```
S2=(0.8*AV*FY)/(3.5*B)
```

```
IF S > S2 THEN
```

```
  S=S2
```

```

END IF
IF S > S1 THEN
S=S1
END IF
PRINT***** La separacion de estribos debe ser igual a ";S" **cm**
INPUT"Desea probar con otro numero de estribo (S/N) ";I$
WEND
RETURN

IMPRES:

LPRINT***** Impresion de resultados
*****
LPRINT
GOSUB TIPVIG
LPRINT"Diseño por cortante de una viga ";TV$
LPRINT"Porcentaje de acero de tension = ";INT(1E3*P*0.5)/1E3
LPRINT"Fuerza cortante que absorbe el concreto, VCR=";INT(1E3*VCR*0.5)/1E3
kg"
LPRINT R1$
LPRINT R2$
LPRINT"Separacion de diseño = ";INT(1E3*S*0.5)/1E3" cm"
LPRINT"Area de estribo (2 ramas), Av=";INT(1E3*AY*0.5)/1E3" cm²"
LPRINT"Cortante que absorben los estribos,
Vg=";INT(1E3*(ABS(VU-VCR))*0.5)/1E3"kg"
INPUT"Desea diseñar otra seccion dentro de la misma viga (S/N)";I$
IF I$="S" THEN
CLS
I$="N"
WHILE I$="N"
WHILE I$="N"
WHILE I$="N"
PRINT***** Teclee los datos que se piden a continuacion
*****
INPUT"Peralte efectivo de la seccion(cm), d=";D
INPUT"Area de refuerzo longitudinal en tension, As=";A1
INPUT"Fuerza cortante externa de diseño(kg), Vu=";VU
INPUT" Son correctos los datos ? (S/N)";I$
WEND
GOSUB VERSEC
WEND
GOSUB REDRES
GOSUB VCR
GOSUB VTL
GOSUB RLH
WEND
GOSUB CAL
RETURN
END IF
RETURN

TIPVIG:

SELECT CASE OS
CASE "R"
TV$="RECTANGULAR"

```

```

CASE "T"
TV$="T"
CASE "L"
TV$="L"
END SELECT
RETURN

REFIN:

I$="N"
WHILE I$="N"
PRINT***** Proponga estribos de diametro no menor a 6.3mm (No. 2)
*****
PRINT***** la separacion debe ser menor o igual a d/2 =" ;D/2
INPUT"Proponga el numero del estribo a utilizar (mayor del no. 2)";NE
INPUT"Inclinacion de los estribos (grados), I=" ;I
INPUT"Proponga separacion de estribos, s <= d/2";S
PI=3.1415927
AV=(((0.3175*NE)-2)*PI)/4
RD=(PI/180)*I
YSU=((0.8*AV*FY*D)*(SIN(RD)+COS(RD)))/S
PRINT***** Se reforzo con acero minimo
*****
LPRINT"Fuerza cortante que absorbe el refuerzo proporcionado
";INT(1E3*YSU+0.5)/1E3" kg"
COSUB IMPRES
INPUT"Desea proponer otro numero y separacion de estribos (S/N)";I$
WEND
RETURN

CONTINUAR:

PRINT***** PULSE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR *****
CAR$=""
WHILE CAR$=""
CAR$=INKEY$
WEND
RETURN

```

B.6.2 Solución de los ejemplos del capítulo 2, mediante la ayuda del programa D-VCORT.

Solución del ejemplo 2.1, el cual está localizado en la sección 2.6.1 del capítulo 2.

$$1. - V_u = 54412 \text{ kg.}$$

***** Impresión de resultados *****

Bisnes por cortante de una viga RECTANGULAR
 Porcentaje de acero de tensión = 1.58-002
 Fuerza cortante que absorbe el concreto, $V_{C1} = 10001.561$ kg
 ***** Se reduce el valor de V_{C1} en un 10% por ser $b > 70$ cm *****

Separación de diseño = 10.103 cm
 Área de estribo (2 ramas), $A_v = 2.534$ cm²
 Constante que absorbe los estribos, $V_u = 43530.439$ kg

$$2. - V_u = 39973 \text{ kg.}$$

***** Impresión de resultados *****

Bisnes por cortante de una viga RECTANGULAR
 Porcentaje de acero de tensión = 1.58-002
 Fuerza cortante que absorbe el concreto, $V_{C1} = 10001.561$ kg
 ***** Se reduce el valor de V_{C1} en un 10% por ser $b > 70$ cm *****

Separación de diseño = 21.103 cm
 Área de estribo (2 ramas), $A_v = 2.534$ cm²
 Constante que absorbe los estribos, $V_u = 29071.439$ kg

$$3. - V_u = 25357 \text{ kg.}$$

***** Impresión de resultados *****

Bisnes por cortante de una viga RECTANGULAR
 Porcentaje de acero de tensión = 1.58-002
 Fuerza cortante que absorbe el concreto, $V_{C1} = 10001.561$ kg
 ***** Se reduce el valor de V_{C1} en un 10% por ser $b > 70$ cm *****

Separación de diseño = 30 cm
 Área de estribo (2 ramas), $A_v = 2.534$ cm²
 Constante que absorbe los estribos, $V_u = 14435.439$ kg

6.7 CORTANTE Y TORSION EN VIGAS.

Para el cálculo del refuerzo necesario en secciones de vigas sujetas a combinación de fuerza cortante y torsión se elaboró el programa denominado D-VCYTC. El alcance del programa contempla el cálculo el refuerzo por torsión y cortante y su separación para secciones de vigas rectangulares, "I" y "L".

Al iniciar, el programa solicita al usuario elegir el tipo de sección de viga que desea reforzar por cortante y torsión. Para esto, se exhibe en pantalla un menú que contiene los tipos de secciones de viga que el programa es capaz de analizar. Para realizar la elección basta teclear la letra correspondiente que aparece a la izquierda de la opción deseada. Enseguida, el programa solicita los datos necesarios para realizar los cálculos correspondientes. Si los datos proporcionados y los cálculos realizados se encuentran dentro de las especificaciones señaladas por las NTC-87 del R.D.F., se exhibirán en pantalla los resultados obtenidos, en caso contrario, se exhibirá un mensaje de error, especificando el porqué de éste.

Dentro de los resultados que proporciona el programa D-VCYTC se pueden mencionar los siguientes:

- Cortante que absorbe el concreto (V_{cr}).
- Cortante que absorben los estribos (V_s).
- Momento torsionante que absorbe el concreto (T_{cr}).
- Momento torsionante que absorben los estribos y el acero longitudinal por torsión (T_s).
- Area total de estribos por cortante y torsión.
- Area de acero longitudinal por torsión.
- Separación de estribos por cortante y torsión.

El programa maneja un factor de reducción de resistencia para torsión y cortante igual a 0.8. El programa D-VCYTC fue elaborado con base en los fundamentos teóricos presentados en el capítulo 3 y siguiendo la lógica del diagrama de flujo de la figura 3.7.

Para poder utilizar el programa D-VCYTC es necesario seguir los pasos de edición y ejecución presentados en la sección 6.4. La codificación completa del programa D-VCYTC se proporciona en la siguiente sección.

8.7.1 Codificación del programa D-VCYTC.

```

***** PROGRAMA D-VCYTC *****
***** ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON *****
***** INGENIERIA CIVIL UNAM *****
***** PROGRAMADOR: GUILLERMO MARTINEZ FLORES *****
***** PROGRAMA QUE CALCULA EL REFUERZO NECESARIO EN *****
***** SECCIONES DE VIGA SUJETAS A COMBINACION DE FUERZA *****
***** CORTANTE Y TORSION *****

```

```
***** INICIO *****
```

```

IS="S"
WHILE IS="S"
CLS
LPRINT*** DISENO DE VIGAS POR CORTANTE Y TORS
ION ***
LPRINT
GOSUB MENU
IS="N"
WHILE IS="N"
WHILE IS="N"
WHILE IS="N"
GOSUB DATOS
GOSUB VERSEC
WEND
GOSUB RFINES
GOSUB YCR
GOSUB VTL
GOSUB RLH
WEND
GOSUB CAL
GOSUB RECT
GOSUB VERTOR
WEND
INPUT"Desea disenar otro tipo de viga (S/N) ";IS
WEND
END

```

MENU:

```

PRINT***** ELIJA EL TIPO DE VIGA QUE DESEA DISENAR POR CORTANTE Y TORSION
*****
PRINT*****          [ R ]  Viga rectangular
*****
PRINT*****          [ T ]  Viga T
*****
PRINT*****          [ L ]  Viga L
*****
PRINT*****          [ F ]  Finalizar
*****
INPUT"Teclee la letra segun corresponda ";OS
IF OS="F" THEN END
RETURN

```

DATOS:

```

IS="N"
WHILE IS="N"
PRINT***** Teclee los datos que se piden a continuacion
*****
INPUT"Resistencia especificada del concreto a compresion(kg/cm2), f'c=":FC

INPUT"Esfuerzo especificado de fluencia del acero(kg/cm2), fy=":FY
INPUT"Esfuerzo de fluencia de los estribos(kg/cm2), fyv=":FYV
INPUT"Ancho de la seccion(cm), b=":B
INPUT"Peralte efectivo de la seccion(cm), d=":D
INPUT"Peralte total de la seccion(cm), h=":H
INPUT"Claro de la viga(cm), L=":L
INPUT"Area de refuerzo longitudinal en tension, As=":A1
INPUT"Fuerza cortante externa de diseno(kg), Vu=":VU
INPUT"Momento torsionante externo de diseno (kg-cm), Tu=":TU
INPUT" Son correctos los datos ? (S/N)":IS
WEND
RETURN

```

VERSEC:

```

RFAC=SQR(0.8*FC)
CAPSEC=2*G*B*D*RFAC
IF VU > CAPSEC THEN
LPRINT***** La seccion no admite tal cortante : Aumente la seccion
*****
IS="N"
ELSE
IS="S"
ENDIF
RETURN

```

REDRES:

```

IF H > 70 THEN
RV1=0.30
R1$="***** Se redujo el valor de VCR en un 30% por ser h > 70 *****"
ELSE
RV1=0
R1$=""
ENDIF
IF H/B > 6 THEN
RV2=0.30
R2$="***** Se redujo el valor de VCR en un 30% por ser h/b > 6 *****"
ELSE
RV2=0
ENDIF
RETURN

```

VCR:

```

P=A1/(B*D)
IF P < 0.01 THEN
V1=0.8*(0.2+(30*P))*RFAC

```

ELSE

$V1=0.5^{\circ}0.8^{\circ}RFAC$

END IF

RETURN

VTL:

SELECT CASE OS

CASE "R"

$V2=V1^{\circ}B^{\circ}D$

$SUMA=V2^{\circ}RV1+V2^{\circ}RV2$

$VCR=V2-SUMA$

CASE "I"

INPUT "Espesor del patin en vigas I (cm), hf=";HF

$V2=V1^{\circ}((B^{\circ}D)+(HF^{\circ}2))$

$SUMA=V2^{\circ}RV1+V2^{\circ}RV2$

$VCR=V2-SUMA$

CASE "L"

INPUT "Espesor del patin en vigas L (cm), hf=";HF

$V2=V1^{\circ}((B^{\circ}D)+((HF^{\circ}2)/2))$

$SUMA=V2^{\circ}RV1+V2^{\circ}RV2$

$VCR=V2-SUMA$

END SELECT

RETURN

RLH:

$MV=L/H$

SELECT CASE MV

CASE MV > 5

$VCR=VCR$

$I\$="S"$

CASE MV < 4

PRINT "***** las cargas y reacciones comprimen directamente las caras
*****"

INPUT "***** superior e inferior de la viga (S/N) ";I\$

IF I\$="S" THEN

INPUT "Momento externo de diseno en la seccion de interes(kg-cm), Mu=";M

INPUT "Cortante externo de diseno en la seccion de interes(kg), Vu=";V

INPUT "Peralte efectivo en la seccion de interes(cm), d=";D

$F3=(3.5-(2.5^{\circ}(M/(V^{\circ}D))))$

$V1=0.5^{\circ}0.8^{\circ}RFAC$

CALL VTL

$VCR=VCR^{\circ}F3$

$LIM=1.5^{\circ}0.8^{\circ}B^{\circ}D^{\circ}RFAC$

IF VCR > LIM THEN

LPRINT "***** La seccion no admite tal cortante : Aumente la seccion
*****"

$I\$="N"$

ELSE

$I\$="S"$

END IF

ELSE

V1=0.5*0.8*RFAC

GOSUB VTL

VCR=VCR

IS="S"

END IF

CASE 4 TO 5

V1=0.8*(0.2+(30*P))*RFAC

GOSUB VTL

V3=VCR

V1=0.5*0.8*RFAC

GOSUB VTL

V4=VCR

VAR=(HV-4)*(V4-V3)+V3

VCR=VAR

IS="S"

END SELECT

RETURN

CAL:

IF VU > VCR THEN

AVS=(VU-VCR)/(0.8*FYV*D)

VS=VU-VCR

ELSE

PRINT "***** No se requiere refuerzo por cortante debido a que
*****"

PRINT "***** el concreto absorbe el cortante de diseño
*****"

PRINT "***** VCR = ";VCR" kg *****"

PRINT "***** Sin embargo por especificacion de las NTC-87 se
*****"

PRINT "***** reforzara la seccion con acero de refuerzo minimo
*****"

PRINT "***** Proponga la fuerza cortante que desea tomen los estribos
*****"

INPUT "***** por refuerzo minimo(kg). Vs=";VS

AVS=VS/(0.8*FYV*D)

END IF

RETURN

TIPVIG:

SELECT CASE OS

CASE "R"

TV\$="RECTANGULAR"

CASE "I"

TV\$="I"

CASE "L"

TV\$="L"

END SELECT

RETURN

CONTINUAR:

```

PRINT***** PULSE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR *****
CAR$=""
WHILE CAR$=""
CAR$=INKEY$
WEND
RETURN

```

RECT:

```

DIM MEN(5), MAY(5)
S1=0
PRINT***** Teclee el numero de rectangulos en que se
*****
PRINT***** dividira la seccion para el calculo de TCR
*****
INPUT*No. de rectangulos=";NR
FOR M=1 TO NR
I$="N"
WHILE I$="N"
PRINT***** TECLEE LAS DIMENSIONES DEL RECTANGULO NO. *** ";M*****
PRINT***** X= Lado menor ***** Y= Lado mayor *****
INPUT*      *** X=";MEN(M)
INPUT*      *** Y=";MAY(M)
IF MAY(M) > 3*(MEN(M)) THEN
PRINT***** Y es mayor que 3X . Modifique las dimensiones del rectangulo
*****
GOSUB CONTINUAR
I$="N"
ELSE
I$="S"
END IF
WEND
S=(MEN(M)^2)*MAY(M)
S1=S1+S
NEXT M
RETURN

```

VERTOR:

```

TCR=0.15*0.8*S1*RFAC
TOR=0.6*0.8*S1*RFAC
W=((TU^2)/(TOR^2))+((VU^2)/(VCR^2))
IF TU > TCR AND W > 1 THEN
GOSUB VST
IF I$="N" THEN
RETURN
ELSE
GOSUB CALARE
GOSUB SMAX2
GOSUB IMPRES
I$="S"
END IF
ELSE

```

LPRINT***** Los efectos de torsion se pueden omitir

```
LPRINT
AVTS=AVS
COSUB REFIN
COSUB IMPRES
I$="S"
END IF
RETURN
```

VST:

```
V=1.25*TCR*SQR(16-((VU/(0.5*0.8*B*D*RFAC))^2))
IF TU < V THEN
PRINT***** Elija el tipo de problema de torsion
*****
PRINT***** [ E ] Equilibrio por torsion
*****
PRINT***** [ C ] Compatibilidad por torsion
*****
INPUT*Telee la letra segun corresponda ";J$
IF J$="E" THEN
TS=TU
I$="S"
ELSE
TS=TU-TCR
I$="S"
END IF
ELSE
LPRINT***** La seccion no es adecuada para resistir el momento
*****
LPRINT***** torsionante de diseno, Tu : Aumente la seccion.
*****
I$="N"
END IF
RETURN
```

REFIN:

```
PRINT***** Area total de estribos por torsion y cortante *****
PRINT***** por cada cm. de separacion = ";AVTS" *****
INPUT*Proponga el numero del estribo a utilizar (mayor del no. 2);NE
PI=3.1415927
AV=2*(((0.3175*NE)^2)*PI)/4)
SD=AV/AVTS
ATYF=ALS+A)
RETURN
```

CALARE:

```
I$="N"
WHILE I$="N"
PRINT***** Telee las dimensiones de los estribos
*****
INPUT*Lado menor del estribo medido c.a.c.(cm), X1=";X1
INPUT*Lado mayor del estribo medido c.a.c.(cm), Y1=";Y1
```

OMEGA=0.67+(0.33*(Y1/X1))

IF OMEGA > 1.5 THEN

OMEGA=1.5

END IF

INPUT "Son correctas las dimensiones de los estribos (S/N) ";I\$

WEND

RETURN

SMAX2:

I\$="N"

WHILE I\$="N"

ATS=TS/(0.8*OMEGA*X1*Y1*FYV)

ALS=2*ATS*(X1+Y1)*(FYV/FY)

AVTS=(2*ATS)*AVS

GOSUB REFIN

PRINT "***** Separacion de diseno, S= ";SEP"cm"*****

PRINT "**** La separacion de diseno no debe ser mayor a cualquiera *****

PRINT "**** de los siguientes valores: *****

PRINT "***** X1=";X1" cm"

PRINT "***** Y1/2=";Y1/2" cm"

PRINT "***** 30 cm"

INPUT "La separacion esta dentro de los limites permisibles (S/N) ";I\$

WEND

RETURN

IMPRES:

LPRINT "***** Impresion de resultados *****

LPRINT

GOSUB TIPVIC

LPRINT "Diseno por cortante de una viga ***** ";TV\$*****

LPRINT "Porcentaje de acero real, p = ";INT(1E3*P*0.5)/1E3

LPRINT "Cortante externo de diseno, Vu = ";INT(1E3*VU*0.5)/1E3"kg"

LPRINT "Cortante que resiste el concreto. VCR = ";INT(1E3*VCR*0.5)/1E3"kg"

LPRINT R1\$

LPRINT R2\$

GOSUB CONTINUAR

LPRINT "Cortante que absorbe el acero, Vs = ";INT(1E3*VS*0.5)/1E3"kg"

LPRINT "Momento torsionante externo de diseno, Tu =

";INT(1E3*TU*0.5)/1E3"kg-cm"

LPRINT "Momento torsionante que absorbe el concreto, TCR =

";INT(1E3*TCR*0.5)/1E3"kg-cm"

LPRINT "Momento torsionante que absorbe el acero Ts =

";INT(1E3*TS*0.5)/1E3"kg-cm"

LPRINT "Area de estribos por torsion = ";INT(1E3*ATS*0.5)/1E3"cm2/cm de sep./una rama"

LPRINT "Area de estribos por cortante(2 ramas), = ";INT(1E3*AVS*0.5)/1E3"cm2"

LPRINT "Area de acero longitudinal por torsion = ";INT(1E3*ALS*0.5)/1E3"cm2"

LPRINT "Area de estribos total por cortante y torsion =

";INT(1E3*AVTS*0.5)/1E3"cm2"

LPRINT "Area de longitudinal por flexion y torsion =

";INT(1E3*ATYF*0.5)/1E3"cm2"

LPRINT "Separacion de estribos por cortante y torsion =

";INT(1E3*SEP*0.5)/1E3"cm"

RETURN

B.7.2 Solución de los ejemplos del capítulo 3, Mediante la ayuda del programa D-VCYTC.

Solución del ejemplo 3.1., el cual está localizado en la sección 3.5.2 del capítulo 3.

a) $T_u = 576\ 062\text{kg-cm.}$

*** DISEÑO DE VIGAS POR CORTANTE Y TORSIÓN ***

***** Impresión de resultados *****

Diseño por cortante de una viga con T y t

Porcentaje de acero real. $p = 18.002$

Cortante externo de diseño. $V_u = 6304\text{ kg}$

Cortante que resiste el concreto. $V_C = 13551.932\text{ kg}$

Cortante que absorbe el acero. $V_s = 3152\text{ kg}$

Momento torsionante externo de diseño. $T_u = 576062\text{ kg-cm}$

Momento torsionante que absorbe el concreto. $T_C = 163559.191\text{ kg-cm}$

Momento torsionante que absorbe el acero $T_s = 576062\text{ kg-cm}$

Área de estribos por torsión = $7.43-882\text{ cm}^2/\text{cm de sep./una rama}$

Área de estribos por cortante(2 ramas). = $1.48-882\text{ cm}^2$

Área de acero longitudinal por torsión = 33.103 cm^2

Área de estribos total por cortante y torsión = 164 cm^2

Área de longitudinal por flexión y torsión = 75.843 cm^2

Separación de estribos por cortante y torsión = 15.45 cm

b) $T_u = 345\ 638\text{kg-cm.}$

*** DISEÑO DE VIGAS POR CORTANTE Y TORSIÓN ***

***** Los efectos de torsión se pueden omitir *****

***** Impresión de resultados *****

Diseño por cortante de una viga con T y t

Porcentaje de acero real. $p = 18.002$

Cortante externo de diseño. $V_u = 6304\text{ kg}$

Cortante que resiste el concreto. $V_C = 13551.932\text{ kg}$

Cortante que absorbe el acero. $V_s = 3152\text{ kg}$

Momento torsionante externo de diseño. $T_u = 345638\text{ kg-cm}$

Momento torsionante que absorbe el concreto. $T_C = 163559.191\text{ kg-cm}$

Momento torsionante que absorbe el acero $T_s = 0\text{ kg-cm}$

Área de estribos por torsión = $0\text{ cm}^2/\text{cm de sep./una rama}$

Área de estribos por cortante(2 ramas). = $1.48-882\text{ cm}^2$

Área de acero longitudinal por torsión = 0 cm^2

Área de estribos total por cortante y torsión = $1.48-882\text{ cm}^2$

Área de longitudinal por flexión y torsión = 21.94 cm^2

6.8 REVISIÓN DE LAS CONDICIONES DE SERVICIO EN VIGAS.

Para la revisión de las condiciones de servicio en vigas y losas en una dirección, en términos de deformación y agrietamiento, se elaboró el programa denominado CON-SERV. El alcance de este programa es bastante amplio, considerando que cuenta con los siguientes análisis:

- 1.-Cálculo de deflexiones a corto y a largo plazo.
- 2.-Revisión del agrietamiento por medio del parámetro $f_s \sqrt[3]{d_c A}$
- 3.-Cálculo del ancho de grieta.

Cabe señalar que el programa incluye la posibilidad de calcular y/o revisar secciones rectangulares, doblemente reforzadas, "T" y "L", para cada uno de los análisis mencionados anteriormente.

Para el cálculo de deflexiones el programa solicita especificar las condiciones de continuidad de la viga, con el fin de determinar el número de secciones a lo largo de la viga necesarias para el cálculo de la deflexión. En lo referente a la expresión utilizada para el cálculo de las deflexiones, el programa utiliza la expresión general para el caso de vigas con carga uniformemente repartida. Sin embargo, considerando que existe una infinidad de condiciones de carga, a las que puede estar sometida una viga; el programa CON-SERV cuenta con la posibilidad de emplear cualquier expresión para el cálculo de deflexiones, siempre y cuando la expresión se maneje por medio de un factor K y el término W/EI. El programa solicita por separado los momentos debidos a la carga muerta y a la carga viva. Además, requiere que se especifique el porcentaje de la carga viva y/o el momento debido a la carga viva que se considerará permanente en la viga.

Para la revisión del agrietamiento y el cálculo del ancho de grieta, el programa solicita especificar la expresión que se desea emplear para el cálculo de el esfuerzo en el acero de tensión (f_s). Esto es, debido a que en ocasiones no se requiere de un

valor de f_s muy preciso y, se puede manejar un valor aproximado de f_s . Además, el programa solicita el número total de varillas en la sección, así como la posición de cada una de ellas con respecto a la fibra extrema en tensión.

Una vez que el programa cuenta con los datos necesarios, procede a realizar los cálculos correspondientes. Si, los datos proporcionados y los cálculos realizados se encuentran dentro de las especificaciones señaladas por las NTC-87 del R.D.F., se exhibirán en pantalla los resultados obtenidos, en caso contrario, se exhibirá un mensaje de error especificando el porqué de éste.

Dentro de los resultados proporcionados por el programa CON-SERV se pueden mencionar los siguientes:

Para el caso de deflexiones:

- Momento de agrietamiento de la sección (M_{cr})
- Momento de inercia de la sección agrietada (I_{cr}).
- Deflexión inmediata debida a la carga muerta ($\Delta c.m.$).
- Deflexión inmediata debida a la carga viva ($\Delta c.v.$).
- Deflexión inmediata debida al % de la carga viva sostenida ($\Delta \%c.v.$).
- Deflexión total a largo plazo (ΔL).
- Deflexión admisible (Δ_{adm}).

Para el caso de revisión del agrietamiento:

- Valor del parámetro $f_s \sqrt[3]{d_c A}$, el cual debe ser menor a 40000 kg/cm^2 .

Para el caso de cálculo del ancho de grieta:

- Valor del ancho de grieta.

El programa maneja un valor del módulo de elasticidad del acero igual a $2 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2$. El programa CON-SERV fue elaborado, con base en los fundamentos teóricos presentados en el capítulo 4 y siguiendo la lógica de el diagrama de flujo de la figura 4.4.

Para poder utilizar el programa CON-SERV es necesario seguir los pasos de edición y ejecución presentados en la sección 6.4. La codificación completa del programa CON-SERV se proporciona en la siguiente sección.

6.8.1 Codificación del programa CON-SERV.

```

***** PROGRAMA CON-SERV *****
***** ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON *****
***** INGENIERIA CIVIL UNAM *****
***** PROGRAMADOR: GUILLERMO MARTINEZ FLORES *****
***** PROGRAMA PARA LA REVISION DE LAS CONDICIONES DE *****
***** SERVICIO, EN TERMINOS DEL ACRIETAMIENTO Y *****
***** DEFLEXIONES, EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO. *****

```

```
***** INICIO *****
```

```

I$="S"
WHILE I$="S"
GOSUB MENU1
SELECT CASE O$

```

```

CASE "D"
LPRINT***** CALCULO DE DEFLEXIONES EN VIGAS
*****

```

```

LPRINT
GOSUB CONVIG
FOR NA=1 TO U
GOSUB DPLAY
GOSUB MENU2
SELECT CASE O2$

```

```

CASE "R"
IF NA > 1 THEN
GOSUB DREP
ELSE
GOSUB DATOS
END IF
INPUT"bw=";BW
GOSUB CTE
GOSUB MAG
GOSUB PROF
GOSUB HEF1

```

```

CASE "C"
IF NA > 1 THEN
GOSUB DREP
ELSE
GOSUB DATOS
END IF
GOSUB VRD

```

```

CASE "T"
IF NA > 1 THEN
GOSUB DREP
ELSE
GOSUB DATOS
END IF
GOSUB CG
GOSUB HEF1

```

```

CASE "L"
IF NA > 1 THEN
GOSUB DREP
ELSE
GOSUB DATOS
END IF
GOSUB CG
GOSUB MEF1
END SELECT
GOSUB SUMAR
NEXT NA
GOSUB IEFIN
GOSUB PR11

```

```

CASE "A"
LPRINT***** REVISION DEL AGRIETAMIENTO EN VIGAS *****
LPRINT
GOSUB EFS
GOSUB FIN

```

```

CASE "C"
LPRINT***** CALCULO DEL ANCHO DE GRIETA EN VIGAS
*****
LPRINT
GOSUB EFS
GOSUB ANCRI
END SELECT
INPUT"Desea analizar otra seccion (S/N)":I$
WEND
END

```

```
PR11:
```

```

GOSUB DEF1
GOSUB FX
GOSUB DLP
GOSUB PHI
RETURN

```

```
MENU1:
```

```

CLS
PRINT***** ELIJA EL TIPO DE ANALISIS QUE DESEA REALIZAR
*****
PRINT***** [ D ] Calculo de deflexiones en vigas
*****
PRINT***** [ A ] Revision del agrietamiento en vigas
*****
PRINT***** [ C ] Calculo del ancho de grietas en vigas
*****
PRINT***** [ F ] Finaliza la sesion
*****
INPUT"Teclee la letra segun corresponda ":O$
CLS
IF O$ = "F" THEN

```

END

END IF

RETURN

MENU2:

PRINT***** ELIJA EL TIPO DE SECCION QUE DESEA ANALIZAR

PRINT***** [R] Rectangular

PRINT***** [C] Rectangular doblemente reforzada

PRINT***** [T] T

PRINT***** [L] L

INPUT"Teclee la letra segun corresponda ";Q\$

CLS

RETURN

CONVIG:

SUM1=0

SUM2=0

SUM3=0

PRINT***** DEFINA LAS CONDICIONES DE CONTINUIDAD DE LA VIGA:

PRINT***** [1] Continuidad en ambos extremos

PRINT***** [2] Continuidad en un solo extremo

PRINT***** [3] Simplemente apoyada

INPUT"Teclee el numero segun corresponda ";Q

CLS

SELECT CASE Q

CASE 1

PRINT***** Defina el numero de secciones a analizar, considerando:

PRINT***** Que para vigas cuyas secciones reforzadas en los extremos y al

PRINT***** centro del claro sean diferentes, se deberan analizar 3

PRINT***** secciones ***** Que para vigas cuyas secciones reforzadas en los extremos sean

PRINT***** iguales y la seccion al centro del claro sea diferente,

PRINT***** se deberan analizar 2 secciones

INPUT"Teclee el numero de secciones a analizar considerando lo anterior(2 o 3)";U

CASE 2

U=2

END SELECT

RETURN

DATOS:

IS="N"

WHILE IS="N"

PRINT"..... Teclee los datos que se piden a continuacion
....."

INPUT"Resistencia especificada del concreto a compresion(kg/cm²). f'c=";FC

INPUT"Esfuerzo especificado de fluencia del acero(kg/cm²), fy=";FY

INPUT"Peralte efectivo de la seccion(cm), d=";D

INPUT"Peralte total de la seccion(cm), h=";H

INPUT"Longitud del claro de la viga(cm), L=";L

INPUT"Area del acero a tension(cm²), As=";A1

INPUT"Momento debido a la carga muerta(kg-cm), Mc.m.=";MCM

INPUT"Momento debido a la carga viva(kg-cm), Mc.v.=";MCV

INPUT"% de el momento sostenido debido a la carga viva(5,10,20,...etc.)

X=";PCV

INPUT" Son correctos los datos (S/N) ";IS

WEND

RETURN

CTE.

IF FC >= 250 THEN

EC=14000*SQR(FC)

FF=1.6*SQR(0.8*FC)

ELSE

EC=8000*SQR(FC)

FF=1.1*SQR(0.8*FC)

END IF

N=2E6/EC

RETURN

MAG:

IG=(BW*(H³))/12

YT=H/2

MCR=(FF*IG)/YT

RETURN

PROF:

A=BW/2

D1=N*A1

C=N*A1*D²-1

C1=((B1²-1)+SQR((B1²)-(4*A*C)))/(2*A)

ICR=(1+(BW*(C1-3))/3)+(N*A1*((D-C1)²))

RETURN

MEFI:

M1=MCR/MCM

IF M1 > 1.0 THEN

IE1=IC

ELSE

IE1=ICR+((M1^3)*(IG-ICR))

END IF

M2=MCR/(MCM+MCV)

IF M2 > 1.0 THEN

IE2=IG

ELSE

IE2=ICR+((M2^3)*(IG-ICR))

END IF

M3=MCR/(MCM+((PCV/100)*MCV))

IF M3 > 1.0 THEN

IE3=IG

ELSE

IE3=ICR+((M3^3)*(IG-ICR))

END IF

RETURN

SUMAR:

SUM1=SUM1+((IE1*FT)

SUM2=SUM2+((IE2*FT)

SUM3=SUM3+((IE3*FT)

RETURN

IEFIN:

SELECT CASE Q

CASE 1

IE1=SUM1/4

IE2=SUM2/4

IE3=SUM3/4

CASE 2

IE1=SUM1/3

IE2=SUM2/3

IE3=SUM3/3

CASE 3

IE1=SUM1

IE2=SUM2

IE3=SUM3

END SELECT

RETURN

DEFI:

CLS

PRINT***** La deflexion maxima al centro del claro se calculara

PRINT***** con la formula que aparece a continuacion:

PRINT*****

PRINT*****

2

5 M L

```

PRINT*****          Dmax = K -----
*****
PRINT*****          48      Ec Ie
*****
PRINT***** ELIJA EL VALOR DE K DE ACUERDO A LO SIGUIENTE:
*****
GOSUB CONTINUAR
PRINT***** [ 1 ]   K=12/5 Para voladizos con cargas uniformes
*****
PRINT***** [ 2 ]   K=1   Para vigas libremente apoyadas con
*****
PRINT*****          cargas uniformes.
*****
PRINT***** [ 3 ]   K=(1.20-0.20Ho/Ha) Para vigas continuas
*****
PRINT*****          con cargas uniformes
*****
PRINT***** [ 4 ]   Para otras condiciones de apoyo
*****
INPUT Tecllee el numero segun corresponda ";03
RETURN

```

FK:

```

DF=(5/48)*((L^2)/EC)
SELECT CASE O3

```

```

CASE 1
DF1=(12/5)*DF
GOSUB DCP

```

```

CASE 2
DF1=DF
GOSUB DCP

```

```

CASE 3
INPUT Momento isostatico al centro del claro(kg-cm), Ho = ";HC
INPUT Momento neto al centro del claro(kg-cm), Ha = ";HM
DF1=(1.2-(0.20*(HC/HM)))*DF

```

```

CASE 4
PRINT***** Busque la formula para calcular la deflexion y ejecute las
*****
PRINT***** operaciones dejando la ecuacion en terminos de W/Ecle de manera
*****
PRINT***** que la deflexion maxima sera igual a K(Q/(Ecle)).
*****
INPUT Tecllee el valor del factor K ";K
INPUT Carga muerta(kg/cm), Wm = ";WCM
INPUT Carga viva(kg/cm), Wv = ";WCV
INPUT % de la carga viva sostenida(5,10,20,...etc), % = ";PWCV
DCV=K*((WCM+WCV)/(1E2*EC))-(WCM/(1E1*EC))
DCH=K*(WCM/(1E1*EC))
PCV=K*((WCM+((PWCV/100)*WCV))/(1E3*EC))-(WCM/(1E1*EC))
END SELECT
RETURN

```

DCP:

```
DCV=DF1*(((MCH+MCV)/IE2)-(MCH/IE1))
DCM=DF1*(MCH/IE1)
DPCV=DF1*(((MCH+(1PCV/100)*MCV))/IE3)-(MCH/IE1))
RETURN
```

DLP:

```
INPUT "Introduzca el % de acero de compresion, p=";P1
IF PC > 250 THEN
LD=2/(1+(50*P1))
ELSE
LD=4/(1+(50*P1))
END IF
DT=DCV*(LD*DCM)+(LD*DPCV)
PRINT " La deflexion admisible de una viga esta condicionada a lo siguiente:
*****
PRINT " [ 1 ] Dmax= 0.5 + L/240 (cm) Para miembros cuya
*****
PRINT " deformacion no afecte a elementos no estructurales.
*****
PRINT " [ 2 ] Dmax= 0.3 + L/480 (cm) Para miembros cuya
*****
PRINT " deformacion afecte a elementos no estructurales.
*****
INPUT "Teclee el numero segun corresponda";J
PRINT " Para el caso de vigas en voladizo, los limites anteriores
*****
PRINT " se multiplicaran por dos.
*****
INPUT "Teclee S si la viga esta en voladizo, en caso contrario, teclee N";J$
IF J$="S" THEN
V=2
ELSE
V=1
END IF
IF J=1 THEN
DA=(0.5+(L/240))*V
ELSE
DA=(0.3+(L/450))*V
END IF
RETURN
```

VRD:

```
I$="N"
WHILE I$="N"
PRINT " Teclee los datos que se piden a continuacion
*****
INPUT "Ancho de la seccion(cm), bw=";BW
INPUT "Area del acero a compresion(cm2), A's=";A2
INPUT "Dist. de la fibra extr. en compres. al centroide de A's(cm), d'=";DP
INPUT " Son correctos los datos (S/N) ";I$
WEND
COSUB CTE
```

GOSUB MAG

```
A=BW/2
B1=(N*A1)+((N-1)*A2)
C=((N*A1*D)+((N-1)*A2*DP))-1
C1=((B1*-1)+SQR((B1^2)-(4*A*C)))/(2*A)
F1=((HW*(C1^3))/3)+(N*A1*((D-C1)^2))
F2=(N-1)*A2*((C1-DP)^2)
ICR=F1+F2
GOSUB MEFI
RETURN
```

CG:

IS="N"

WHILE IS="N"

PRINT***** Teclee los datos que se piden a continuacion

```
INPUT"Ancho de el patin(cm), b=";B
INPUT"Ancho de la seccion(cm), bw=";BW
INPUT"Espesor del patin(cm), hf=";HF
INPUT" Son correctos los datos (S/N) ";IS
WEND
```

YC=((B*HF*(HF/2))+((BW*(H-HF))*((H-HF)/2)+HF))/((B*HF)+(BW*(H-HF)))

YT=H-YC

G1=((H*(HF^3))/12)+(B*HF*((YC-(HF/2))^2))

G2=((BW*((H-HF)^3))/12)

G3=BW*(H-HF)*((YT-((H-HF)/2))^2)

IG=G1+G2+G3

GOSUB CTE

MCR=(FF*IG)/YT

A=BW

B1=(2*N*A1)+(2*B*HF)-(2*HF*BW)

C=(BW*(HF^2))-(2*N*A1*D)-(B*(HF^2))

C1=((B1*-1)+SQR((B1^2)-(4*A*C)))/(2*A)

IF C1 > HF THEN

F1=((1/3)*(BW*((C1-HF)^3))+((1/12)*(B*(HF^3)))

F2=((H*HF*((C1-(HF/2))^2))+(N*A1*((D-C1)^2))

ICR=F1+F2

ELSE

CAH=BW

BW=B

GOSUB PROF

BW=CAH

END IF

RETURN

PHI:

LPRINT***** Impresion de resultados

LPRINT

LPRINT"Modulo de elasticidad del concreto, Ec=";INT(1E3*EC+0.5)/1E3"kg/cm2"

LPRINT"Modulo de rotura del concreto, FF=";INT(1E3*FF+0.5)/1E3"kg/cm2"

LPRINT"Relacion de modulos, n=";INT(1E3*N+0.5)/1E3

LPRINT"Momento de Inercia bruto de la seccion, Ig=";INT(1E3*IG+0.5)/1E3"cm4"

```

LPRINT"Momento de agrietamiento de la seccion,
Mcr=";INT(1E3*MCR+0.5)/1E3"kg-cm"
LPRINT"Profundidad del eje neutro, c=";INT(1E3*C1+0.5)/1E3"cm"
LPRINT"Momento de Inercia de la seccion agrietada,
Icr=";INT(1E3*ICR+0.5)/1E3"cm4"
LPRINT"Momento de Inercia efectivo debido a la C.M.,
Ie=";INT(1E3*IE1+0.5)/1E3"cm4"
GOSUB CONTINUAR
LPRINT"Momento de Inercia efectivo debido a la C.M + C.V.,
Ie=";INT(1E3*IE2+0.5)/1E3"cm4"
LPRINT"Momento de Inercia efectivo debido a la C.M+%C.V.
=";INT(1E3*IE3+0.5)/1E3"cm4"
LPRINT"Deflexion inmediata debida a la carga viva =";INT(1E3*DCV+0.5)/1E3"cm"
LPRINT"Deflexion inmediata debida a la carga muerta
=";INT(1E3*DCM+0.5)/1E3"cm"
LPRINT"Deflexion inmediata debida a al % de la carga viva sostenida
=";INT(1E3*DPCV+0.5)/1E3"cm"
LPRINT"Deflexion total a largo plazo =";INT(1E3*DT+0.5)/1E3"cm"
LPRINT"Deflexion admisible =";INT(1E3*DA+0.5)/1E3"cm"
RETURN

```

EFS:

```

PRINT"***** Elija la ecuacion para el calculo de fs
*****"

```

```

PRINT"***** [ 1 ] fs=0.6fy
*****"
PRINT"***** [ 2 ] fs=M/0.9dAs
*****"
PRINT"***** [ 3 ] fs=(M/ICR){d-c}n
*****"

```

```

INPUT"Teclee el numero segun corresponda";L
RETURN

```

REVI:

```

INPUT"Esfuerzo de fluencia del acero(kg/cm2), fy=";FY
FS=0.6*FY
GOSUB RST
WHILE !$="5"
GOSUB PRI
GOSUB VEZ
WEND
RETURN

```

PRI:

```

DIM AV(20),DV(20),BP(20)
!$="N"
WHILE !$="N"
PRINT"***** Teclee los datos que se piden a continuacion
*****"
INPUT"Ancho de la seccion(cm), bw=";BW
INPUT"Numero total de varillas en la seccion en analisis =";NT
INPUT" Son correctos los datos (S/N) ";!$
WEND

```

PRINT***** Defina la posicion de c/varilla dentro de la seccion

SN=0

SP=0

PI=J.1415927

FOR K=1 TO NT

IS="N"

WHILE IS="N"

PRINT"Tecllee las características de la Varilla numero ";K

INPUT"Tecllee el numero de la varilla (1,2,.....12) ";DV(K)

PRINT"Brazo de palanca de la varilla numero ";K

INPUT"Brazo de palanca con respecto a la fibra extrema en tension =";BP(K)

INPUT" Son correctos los datos (S/N)";IS

WEND

AV(K)=(PI*((DV(K)*.3175)*2))/4

SN=SN+(AV(K)*BP(K))

SP=SP+AV(K)

NEXT K

CGR=SN/SP

AF=2*CGR*BW

BIG=AV(1)

MEN=BP(1)

FOR J=2 TO NT

IF BIG > AV(J) THEN

BIG=AV(J)

ELSE

BIG=AV(J)

END IF

IF MEN < BP(J) THEN

MEN=BP(J)

ELSE

MEN=BP(J)

END IF

NEXT J

NVE=SP/BIG

A=AF/NVE

RETURN

VEZ:

Z=FS*((MEN*A)^(1/3))

IF Z < 40000 THEN

LPRINT***** La seccion cumple con las normas para el control del
agrietamiento *****

GOSUB CONTINUAR

IS="N"

ELSE

LPRINT***** La seccion no cumple con las normas para el control del

LPRINT***** agrietamiento Z = ";Z" > 40000"

LPRINT***** Proponga un mayor numero de varillas de diametro menor

LPRINT***** o Aumente la seccion

GOSUB CONTINUAR

IS="N"

END IF

RETURN

RST:

IF FY > 3000 THEN

IS="S"

ELSE

IS="N"

LPRINT***** El valor de fy es menor a 3000kg/cm2 y por lo tanto no se puede *****

LPRINT***** aplicar el metodo de revision para el control del agrietamiento *****

GOSUB CONTINUAR

END IF

RETURN

DAT:

IS="N"

WHILE IS="N"

PRINT***** Teclee los datos que se piden a continuacion *****

INPUT*Esfuerzo de fluencia del acero(kg/cm2),fy=";FY

INPUT*Momento actuante en la seccion(kg-cm), Ma=";MA

INPUT*Peralte de la seccion(cm), d=";D

INPUT*Area del acero a tension(cm2), AS=";A1

INPUT* Son correctos los datos (S/N) ";IS

WEND

FS=MA/(0.9*D*A1)

RETURN

REV2:

GOSUB DAT

GOSUB RST

WHILE IS="S"

GOSUB PRI

GOSUB VEZ

WEND

RETURN

CAL3:

GOSUB MENU2

SELECT CASE C23

CASE "R"

GOSUB DAT3

GOSUB CTE

GOSUB PROF

FS=(MA/ICR)*(D-C1)*N

CASE "C"

GOSUB DAT3

INPUT*Area del acero a compresion(cm2), A's=";A2

```
INPUT "Dist. de la fibra extr. en compres. al centroide de A'(cm), d'=";DP
```

```
GOSUB VRD
```

```
FS=(MA/ICR)*(D-C1)*N
```

```
CASE "T"
```

```
GOSUB DAT3
```

```
GOSUB CTE
```

```
GOSUB CG
```

```
FS=(MA/ICR)*(D-C1)*N
```

```
CASE "I."
```

```
GOSUB DAT3
```

```
GOSUB CTE
```

```
GOSUB CG
```

```
FS=(MA/ICR)*(D-C1)*N
```

```
END SELECT
```

```
RETURN
```

```
DAT3:
```

```
IS="N"
```

```
WHILE IS="N"
```

```
PRINT "***** Teclee los datos que se piden a continuacion
```

```
*****"
```

```
INPUT "Esfuerzo de compresion del concreto(kg/cm2), f'c=";FC
```

```
INPUT "Esfuerzo de fluencia del acero(kg/cm2), fy=";FY
```

```
INPUT "Ancho de la seccion(cm), bw = ";BW
```

```
INPUT "Peralte de la seccion(cm), d=";D
```

```
INPUT "Altura de la seccion(cm), h=";H
```

```
INPUT "Area del acero a tension(cm2), As=";A1
```

```
INPUT "Momento actuante en la seccion(kg-cm), Ma=";MA
```

```
INPUT "Son correctos los datos ? (S/N) ";IS
```

```
WEND
```

```
RETURN
```

```
REV3:
```

```
GOSUB CAL3
```

```
GOSUB IST
```

```
WHILE IS="S"
```

```
GOSUB PRI
```

```
GOSUB VEZ
```

```
WEND
```

```
RETURN
```

```
IMP2:
```

```
LPRINT "***** Impresion de resultados
```

```
*****"
```

```
LPRINT
```

```
LPRINT "Area de concreto a tension de cada varilla de refuerzo,
```

```
A=";INT(1E3*A+0.5)/1E3"cm2/varilla"
```

```
LPRINT "Esfuerzo de trabajo de el acero de tension,
```

```
fs=";INT(1E3*FS+0.5)/1E3"kg/cm2"
```

```
LPRINT "Parametro que resulta de la revision de la seccion reforzada y, que debe"
```

LPRINT "ser menor a 40 000kg/cm,

Z=";INT(1E3*Z+0.5)/1E3

RETURN

FIN:

SELECT CASE L

CASE 1

WHILE I\$="S"

GOSUB REV1

GOSUB IMP2

WEND

CASE 2

WHILE I\$="S"

GOSUB REV2

GOSUB IMP2

WEND

CASE 3

WHILE I\$="S"

GOSUB REV3

GOSUB IMP2

WEND

END SELECT

RETURN

CAG1:

GOSUB CAL3

FS=0.6*FY

GOSUB PRI

GOSUB SUB6

GOSUB IMP2

LPRINT "Ancho de grieta, w=";INT(1E3*WM+0.5)/1E3"cm"

RETURN

CAG2:

GOSUB CAL3

FS=KA/(0.9*D*A1)

GOSUB PRI

GOSUB SUB6

GOSUB IMP2

LPRINT "Ancho de grieta, w=";INT(1E3*WM+0.5)/1E3"cm"

RETURN

CAG3:

GOSUB CAL3

GOSUB PRI

GOSUB SUB6

GOSUB IMP2

LPRINT "Ancho de grieta, w=";INT(1E3*WM+0.5)/1E3"cm"

RETURN

SUBG:

```
BTA=(H-C1)/(D-C1)
WH= ((MEN*A)^(1/3))*BTA*FS*1E-6
RETURN
```

ANGRI:

SELECT CASE L

```
CASE 1
GOSUB CAG1
```

```
CASE 2
GOSUB CAG2
```

```
CASE 3
GOSUB CAG3
END SELECT
RETURN
```

CONTINUAR:

```
PRINT***** Pulse cualquier tecla para continuar *****
CAR$=""
WHILE CAR$=""
CAR$=INKEY$
WEND
RETURN
```

DREP:

```
IS="N"
WHILE IS="N"
PRINT***** Teclee los datos que se piden a continuacion
*****
INPUT"Peralte efectivo de la seccion(cm), d=";D
INPUT"Peralte total de la seccion(cm), h=";H
INPUT"Area del acero a tension(ca2), AS=";A1
INPUT"Momento debido a la carga muerta(kg-cm), Mc.m.=";MCM
INPUT"Momento debido a la carga viva(kg-cm), Mc.v.=";MCV
INPUT" Son correctos los datos (S/N) ";IS
WEND
RETURN
```

6.8.2 Solución de los ejemplos del capítulo 4, mediante la ayuda del programa CON-SERV.

Solución del ejemplo 4.1, el cual está localizado en la sección 4.7.1 del capítulo 4.

```

***** CALCULO DE DEFLEXIONES EN VIGAS *****
***** Impresión de resultados *****

Módulo de elasticidad del concreto, E= 261916.816 kg/cm2
Módulo de rotura del concreto, Fc= 26.713 kg/cm2
Relación de modulos, n= 7.634
Momento de inercia bruta de la sección, Ig= 189043.75 cm4
Momento de agrietamiento de la sección, Icr= 275898.203 kg-cm
Profundidad del eje neutro, c= 12.059 cm
Momento de inercia de la sección agrietada, Icr= 65404.992 cm4
Momento de inercia efectiva debido a la C.R., Ie= 159784.817 cm4
Momento de inercia efectiva debido a la C.B + C.V., Ie= 17048.164 cm4
Momento de inercia efectiva debido a la C.B+C.V., Ie= 99518.5 CM4
Deflexión inmediata debida a la carga viva = 1.329 cm
Deflexión inmediata debida a la carga muerta = .42 cm
Deflexión inmediata debida a al 8 de la carga viva sostenida = .524 cm
Deflexión total a largo plazo = 1.22 cm
Deflexión admisible = 1.936 cm

```

Solución del ejemplo 4.2, el cual está localizando en la sección 4.8.2 del capítulo 4.

```

***** CALCULO DE DEFLEXIONES EN VIGAS *****
***** Impresión de resultados *****

Módulo de elasticidad del concreto, E= 234642.766 kg/cm2
Módulo de rotura del concreto, Fc= 23.909 kg/cm2
Relación de modulos, n= 8.522
Momento de inercia bruta de la sección, Ig= 96461.125 cm4
Momento de agrietamiento de la sección, Icr= 613498.938 kg-cm
Profundidad del eje neutro, c= 9.504 cm
Momento de inercia de la sección agrietada, Icr= 414562.219 cm4
Momento de inercia efectiva debido a la C.R., Ie= 494729.781 cm4
Momento de inercia efectiva debido a la C.B + C.V., Ie= 391543.125 cm4
Momento de inercia efectiva debido a la C.B+C.V., Ie= 486395.594 CM4
Deflexión inmediata debida a la carga viva = 2.82 cm
Deflexión inmediata debida a la carga muerta = .872 cm
Deflexión inmediata debida a al 8 de la carga viva sostenida = 1.059 cm
Deflexión total a largo plazo = 5.062 cm
Deflexión admisible = 5.063 cm

```

Solución del ejemplo 4.3, el cual está localizado en la sección 4.9.4 del capítulo 4.

***** DIVISION DEL AGRIETAMIENTO EN VIGAS *****

***** La sección cumple con las normas para el control del agrietamiento *****

***** Impresión de resultados *****

Área de concreto a tensión de cada varilla de refuerzo, $A_s = 156.374 \text{ cm}^2/\text{varilla}$
 Esfuerzo de trabajo de el acero de tensión, $f_s = 2532 \text{ kg/cm}^2$
 Parámetro que resulta de la revisión de la sección reforzada γ , que debe ser menor a 48 000 kg/cm . $Z = 27122.292$

Solución del ejemplo 4.4, el cual está localizado en la sección 4.9.5 del capítulo 4.

a) Utilizando el esfuerzo real del acero.

***** CALCULO DEL ANCHO DE GRIETA EN VIGAS *****

***** Impresión de resultados *****

Área de concreto a tensión de cada varilla de refuerzo, $A_s = 128 \text{ cm}^2/\text{varilla}$
 Esfuerzo de trabajo de el acero de tensión, $f_s = 2449.053 \text{ kg/cm}^2$
 Parámetro que resulta de la revisión de la sección reforzada γ , que debe ser menor a 48 000 kg/cm . $Z = 8$
 Ancho de grieta, $w = 2.61-002 \text{ cm}$

b) Utilizando $f_m = 0.6f_y$.

***** CALCULO DEL ANCHO DE GRIETA EN VIGAS *****

***** Impresión de resultados *****

Área de concreto a tensión de cada varilla de refuerzo, $A_s = 178 \text{ cm}^2/\text{varilla}$
 Esfuerzo de trabajo de el acero de tensión, $f_s = 2532 \text{ kg/cm}^2$
 Parámetro que resulta de la revisión de la sección reforzada γ , que debe ser menor a 48 000 kg/cm . $Z = 0$
 Ancho de grieta, $w = 2.78-002 \text{ cm}$

6.9 COMPRESION Y FLEXION COMBINADAS: COLUMNAS.

Para el diseño de secciones rectangulares de columnas sujetas a combinación de flexión y carga axial, se elaboró el programa denominado D-COLREC. El alcance del programa abarca los siguientes análisis:

- 1.- Análisis de columnas sujetas a compresión y flexión uniaxial.
- 2.- Análisis de columnas sujetas a compresión y flexión biaxial.

El programa D-COLREC es básicamente un programa de tanteos. Utiliza los principios elementales de equilibrio y la compatibilidad de deformaciones. Por lo tanto, proporciona resultados exactos. Para el caso de compresión y flexión biaxial se utilizan las formulas de BRESLER.

Al iniciar, el programa solicita al usuario elegir el tipo de análisis que desea realizar. Para esto, se exhibe en pantalla un menú que contiene los tipos de análisis disponibles. Para realizar la elección basta teclear la letra correspondiente que aparece a la izquierda de la opción deseada. Enseguida, el programa solicita los datos necesarios para realizar los cálculos correspondientes. Si los datos proporcionados y los cálculos realizados se encuentran dentro de las especificaciones señaladas por las NTC-87 del R.D.F., se exhibirán en pantalla los resultados obtenidos, en caso contrario, se exhibirá un mensaje de error, especificando el porqué de éste.

Dentro de los resultados proporcionados por el programa D-COLREC se pueden mencionar los siguientes:

Para el caso de compresión y flexión simple.

- Carga axial nominal correspondiente a la falla balanceada (Pnb).
- Momento nominal correspondiente a la falla balanceada (Mnb).

- Excentricidad balanceada (ev).
- Carga axial resistente de diseño a una excentricidad x (PRu)
- Momento resistente de diseño a una excentricidad x (MRu).

Para el caso de compresión y flexión biaxial.

- Carga axial resistente de diseño a las excentricidades x y y (PR).

El programa maneja un factor de reducción de resistencia a flexocompresión igual a 0.7, cuando la falla se presenta por compresión, e igual a 0.8, cuando la falla se presenta por tensión. El valor de el módulo de elasticidad del acero se ha considerado igual a $2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$. El programa D-COLREC fue elaborado, con base en los fundamentos teóricos presentados en el capítulo 5 y siguiendo la lógica de los diagramas de flujo de las figuras 5.7 y 5.20.

Para poder utilizar el programa D-COLREC es necesario seguir los pasos de edición y ejecución presentados en la sección 6.4. La codificación completa del programa D-COLREC se proporciona en la siguiente sección.

6.9.1 Codificación del programa D-COLREC.

```

***** PROGRAMA D-COLREC *****
***** ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES ARAGON *****
***** INGENIERIA CIVIL UNAM *****
***** PROGRAMADOR: GUILLERMO MARTINEZ FLORES *****
***** PROGRAMA PARA EL ANALISIS Y DISEÑO DE COLUMNAS *****
***** RECTANGULARES SUJETAS A COMPRESION Y FLEXION *****
***** COMBINADAS. INCLUYE EL CASO DE FLEXION BIAIXIAL. *****

```

```
***** INICIO *****
```

```

I$="S"
WHILE I$="S"
CLS
PRINT***** Defina las condiciones de flexion y compresion a las que estara
*****
PRINT*****          sujeta la columna.
*****
PRINT*****          [ 1 ]   Compresion y flexion uniaxial
*****
PRINT*****          [ 2 ]   Compresion y flexion biaxial
*****
PRINT*****          [ 3 ]   Finaliza la sesion
*****
INPUT*Tecllee el numero segun corresponda ";L
SELECT CASE L

```

```

CASE 1
CLS
LPRINT***** ANALISIS POR: COMPRESION Y
*****
LPRINT*****          FLEXION UNIAXIAL
*****
LPRINT*****          METODO DE TANTEOS
*****
LPRINT
I$="N"
WHILE I$="N"
GOSUB DATOS
GOSUB ACR
GOSUB INICON
WEND
GOSUB RESCOL

```

```

CASE 2
CLS
LPRINT***** ANALISIS POR: COMPRESION Y
*****
LPRINT*****          FLEXION BIAIXIAL
*****
LPRINT*****          METODO FORMULAS DE BRESLER
*****
LPRINT
I$="N"
WHILE I$="N"

```

```

INPUT "Carga de diseno(kg), Pu = ";PU
INPUT "Momento de diseno en el eje x(kg-cm), Mux = ";MX
INPUT "Momento de diseno en el eje y(kg-cm), Muy = ";MY
INPUT " Son correctos los datos (S/N) ";I$
WEND
CLS
LPRINT"***** Calculo de Prx : La flexion actua en la direccion del eje x
*****"
LPRINT
I$="N"
WHILE I$="N"
GOSUB DATOS
GOSUB ACR
GOSUB INICON
WEND
GOSUB RESCOL
GOSUB CONTINUAR
PRX=MCO
MRY=MCO
CLS
LPRINT"***** Calculo de Pry : La flexion actua en la direccion del eje y
*****"
LPRINT
I$="N"
WHILE I$="N"
GOSUB DATOS2
GOSUB ACR
GOSUB INICON
WEND
GOSUB RESCOL
PRY=PCO
MRX=MCO
GOSUB CONTINUAR
CLS
LPRINT"***** Calculo de pro
*****"
LPRINT
PRO=0.7*(((FBC*((B*H)-A1))+A1*FY))
IF PU/PRO > 0.10 THEN
LPRINT"***** La expresion a utilizar sera la siguiente:
*****"
LPRINT"***** PR=1/((1/PRX)+(1/PRY)-(1/PRO))
*****"
LPRINT"Resistencia de diseno a carga axial pura, PRO = ";INT(1E3*PRO+0.5)/1E3
"kg"
LPRINT
PR=1/((1/PRX)+(1/PRY)-(1/PRO))
IF PR >= PU THEN
LPRINT"***** Carga normal resistente de diseno =
"; INT(1E3*PR+0.5)/1E3"kg"
LPRINT"***** La seccion propuesta es correcta
*****"
ELSE
LPRINT"***** Carga normal resistente de diseno =
"; INT(1E3*PR+0.5)/1E3"kg"

```

```

LPRINT***** La seccion no es adecuada : Proponga nueva seccion
*****
END IF
ELSE
LPRINT***** La expresion a utilizar sera la siguiente:
*****
LPRINT*****          (MUY/MRY)+(MUY/MRY) <= 1
*****
LPRINT
BR=(MUY/MRX)+(MUY/MRY)
IF BR <= 1 THEN
LPRINT***** (MUY/MRX) + (MUY/MRY) = ";INT(1E3*BR+0.5)/1E3
LPRINT***** La seccion propuesta es correcta
*****
ELSE
LPRINT***** (MUY/MRX) + (MUY/MRY) = ";INT(1E3*BR+0.5)/1E3
LPRINT***** La seccion no es adecuada : Proponga nueva seccion
*****
END IF
END IF

CASE 3
END
END SELECT
INPUT***** Desea analizar otra columna (S/N) ";I$
WEND
END

DATOS:

I$="N"
WHILE I$="N"
PRINT***** Teclee los datos que se piden a continuacion
*****
INPUT"Esfuerzo de compresion del concreto(kg/cm2), f'c=";FC
INPUT"Esfuerzo de fluencia del acero(kg/cm2), fy=";FY
PRINT"Dimension de la columna en la direccion perpendicular"
INPUT"A la direccion de la flexion(cm), b=";B
INPUT"Dimension de la columna en la direccion de la flexion(cm), h=";H
INPUT"Excentricidad de diseno(cm), ed=";ED
INPUT" Son correctos los datos (S/N) ";I$
WEND
RETURN

DATOS2:

I$="N"
WHILE I$="N"
PRINT***** Teclee los datos que se piden a continuacion
*****
PRINT"Dimension de la columna en la direccion perpendicular"
INPUT"A la direccion de la flexion(cm), b=";B
INPUT"Dimension de la columna en la direccion de la flexion(cm), h=";H
INPUT"Excentricidad de diseno(cm), ed=";ED
INPUT" Son correctos los datos (S/N) ";I$
WEND

```

RETURN

INICON:

```

IF H > B THEN
HH=H:BB=B
ELSE
HH=B:BB=H
END IF
IF HH/BB > 4 THEN
LPRINT***** La relacion h/b debe ser menor o igual 4 : Revise la seccion
*****
IS="N"
END IF
IF BB < 20 THEN
LPRINT***** La dimension menor de la columna debe ser mayor o igual a 20cm.
*****
IS="N"
ELSE
IS="S"
END IF
RF=A1/(B*H)
SELECT CASE RF

```

```

CASE < 20/FY
LPRINT***** El area de acero es menor que 20/fy : Aumente el area de acero
*****
IS="N"

```

```

CASE > 0.06
LPRINT***** El % de acero es mayor que 0.06 : Disminuya el % de acero
*****
IS="N"
END SELECT
RETURN

```

RESCOL:

```

DM=BP(1)
FOR J=2 TO NH
IF DM > BP(J) THEN
DM=DM
ELSE
DM=BP(J)
END IF
NEXT J
CB=DM*(6000/(6000+FY))
AB=0.8*CB
FAC=0.8*FC
IF FAC <= 250 THEN
FBC=0.85*FAC
ELSE
FBC=(1.05-(FAC/1250))*FAC
END IF
C=CB
CLS

```

```

LOCATE 12,1
PRINT***** Favor de esperar un momento
*****
GOSUB FM.
PB=(FBC*B*AB)+SFZA
MB=(FBC*B*AB*((H/2)-(AB/2)))+SNOM
EB=MB/PB
GOSUB APRC
S1=ED-(ED*0.001)
S2=ED+(ED*0.001)
SELECT CASE EC

CASE < ED
FOR MC=C TO 0 STEP -0.01
C=MC
GOSUB APRC
IF EC > S1 AND EC < S2 THEN
MC=0
END IF
NEXT MC

CASE > ED
FOR MC=C TO 1000 STEP 0.01
C=MC
GOSUB APRC
IF EC > S1 AND EC < S2 THEN
MC=1000
END IF
NEXT MC
END SELECT
PRINT TP#
GOSUB CONTINUAR
LPRINT***** Impresion de resultados
*****
LPRINT
LPRINT**** Carga nominal correspondiente a la falla balanceada,
Pnb=";INT(1E3*PB+0.5)/1E3"kg"
LPRINT**** Momento correspondiente a la falla balanceada,
Mb=";INT(1E3*MB+0.5)/1E3"kg-cm"
LPRINT**** Excentricidad correspondiente a la falla balanceada, eb =
";INT(1E3*EB+0.5)/1E3"cm"
LPRINT**** Profundidad del eje neutro en la falla balanceada, cb =
";INT(1E3*CB+0.5)/1E3"cm"
LPRINT**** Profundidad del eje neutro en la falla resistente, c =
";INT(1E3*C+0.5)/1E3"cm"
LPRINT**** Carga resistente de diseno, PRU = ";INT(1E3*PCO+0.5)/1E3"kg"
LPRINT**** Momento resistente de diseno, MRU=";INT(1E3*MCO+0.5)/1E3"kg-cm"
LPRINT**** Excentricidad calculada, ec = ";INT(1E3*EC+0.5)/1E3"cm"
RETURN

ACR:

DIM AR(10),BP(10)
A1=0
PRINT***** Teclee los datos que se piden acerca del acomodo del
*****

```

```

PRINT***** acero de refuerzo en la seccion de la columna.
*****
INPUT***** No. de hileras de acero de refuerzo ";NH
FOR K=1 TO NH
  IS="N"
  WHILE IS="N"
    PRINT***** Tecllee el area de acero de la hilera No. ";K
    INPUT***** As(ca) =";AR(K)
    PRINT***** Tecllee la profundidad de la hilera de la varilla con respecto
    *****
    PRINT***** a la fibra extrema en compresion.
    *****
    INPUT*Profundidad(ca) = ";BP(K)
    INPUT*Son correctos los datos (S/N) ";IS
  WEND
  A1=A1+AR(K)
NEXT K
RETURN

FM:

SFZA=0
SMOH=0
FOR K=1 TO NH
  FSI=6000*((C-BP(K))/C)
  IF ABS(FSI) > FY THEN
    S=SGN(FSI)
    FSI=S*FY
  END IF
  SFZA=SFZA+(AR(K)*FSI)
  SMOH=SMOH+((AR(K)*FSI)*((H/2)-BP(K)))
NEXT K
RETURN

APRC:

GOSUB FM
IF 0.8*C > H THEN
  A=H
ELSE
  A=0.8*C
END IF
IF ED > EB THEN
  TP$="***** La falla de la columna sera por tension *****"
  FA=0.8
ELSE
  TP$="***** La falla de la columna sera por compresion *****"
  FA=0.7
END IF
PCO=FA*{(FBC*B*A)+SFZA}
MCO=FA*{(FBC*B*A*((H/2)-(A/2)))+(SMOH)}
EC=MCO/PCO
RETURN

```

CONTINUAR:

```
PRINT***** Pulse cualquier tecla para continuar
*****
CAR$=""
WHILE CAR$=""
CAR$=INKEY$
WEND
RETURN
```

8.9.2 Solución de los ejemplos del capítulo 5, mediante la ayuda del programa D-COLREC.

Solución del ejemplo 5.3, el cual está localizado en la sección 5.5.4 del capítulo 5.

```

***** ANALISIS POR COMPRESION Y *****
***** FLEXION GIBBIAL *****
***** METODO DE TAYLOR *****

***** Impresión de resultados *****

*** Carga nominal correspondiente a la falla balanceada, Pn= 119005.201 kg
*** Momento correspondiente a la falla balanceada, Mb= 4903710 kg-cm
*** Excentricidad correspondiente a la falla balanceada, eb = 40.99 cm
*** Profundidad del eje neutro en la falla balanceada, cb = 26.325 cm
*** Profundidad del eje neutro en la falla resistente, cr = 33.515 cm
*** Carga resistente de diseño, FR = 46211 kg
*** Momento resistente de diseño, MR= 3328519.25 kg-cm
*** Excentricidad calculada, ec = 44.957 cm

```

Solución del ejemplo 5.4, el cual está localizado en la sección 5.5.6 del capítulo 5.

```

***** ANALISIS POR COMPRESION Y *****
***** FLEXION GIBBIAL *****
***** METODO DE TAYLOR *****

***** Impresión de resultados *****

*** Carga nominal correspondiente a la falla balanceada, Pn= 119005.201 kg
*** Momento correspondiente a la falla balanceada, Mb= 4903710 kg-cm
*** Excentricidad correspondiente a la falla balanceada, eb = 40.99 cm
*** Profundidad del eje neutro en la falla balanceada, cb = 26.325 cm
*** Profundidad del eje neutro en la falla resistente, cr = 27.465 cm
*** Carga resistente de diseño, FR = 56661.070 kg
*** Momento resistente de diseño, MR= 3321370.75 kg-cm
*** Excentricidad calculada, ec = 35.602 cm

```

Solucion del ejemplo 5.5, el cual está localizado en la sección 5.8.3 del capítulo 5.

***** ANALISIS POR: COMPRESION Y *****

***** FLEXION DIALIAL *****

***** METODO FORMULAS DE BRESLER *****

***** Calculo de P_{rx} : La flexion actua en la direccion del eje x *****

***** Impresion de resultados *****

*** Carga nominal correspondiente a la falla balanceada, P_{nb} = 181956.091 kg

*** Momento correspondiente a la falla balanceada, M_b = 6188766.5 kg-cm

*** Excentricidad correspondiente a la falla balanceada, e_b = 33.968 cm

*** Profundidad del eje neutro en la falla balanceada, c_b = 19.561 cm

*** Profundidad del eje neutro en la falla resistente, c_r = 21.881 cm

*** Carga resistente de diseño, P_{DR} = 196786.234 kg

*** Momento resistente de diseño, M_{DR} = 3937829.25 kg-cm

*** Excentricidad calculada, e_c = 20.815 cm

***** Calculo de P_{ry} : La flexion actua en la direccion del eje y *****

***** Impresion de resultados *****

*** Carga nominal correspondiente a la falla balanceada, P_{nb} = 204880.075 kg

*** Momento correspondiente a la falla balanceada, M_b = 18175236 kg-cm

*** Excentricidad correspondiente a la falla balanceada, e_b = 49.859 cm

*** Profundidad del eje neutro en la falla balanceada, c_b = 31.783 cm

*** Profundidad del eje neutro en la falla resistente, c_r = 36.942 cm

*** Carga resistente de diseño, P_{DR} = 189490.047 kg

*** Momento resistente de diseño, M_{DR} = 6638482 kg-cm

*** Excentricidad calculada, e_c = 35.833 cm

***** Calculo de P_{cy} *****

***** La expresion a utilizar sera la siguiente: *****

$$P_{cy} = P_{DR} \left[\frac{1}{1 + (P_{DR}/P_{nb})} + \frac{1}{1 + (M_{DR}/M_b)} \right] - P_{DR}$$

Resistencia de diseño a carga axial pura, P_{DR} = 589227.25 kg

***** Carga nominal resistente de diseño = 115402.203 kg

***** La sección propuesta es correcta *****

CONCLUSIONES.

El uso de programas para el diseño de estructuras de concreto, es sin duda, una poderosa herramienta para el Ingeniero proyectista. Principalmente, por que el tiempo dedicado anteriormente a la realización de extensos volúmenes de cálculos, ahora, lo emplea en mejorar la economía, estética, funcionalidad y eficiencia de las estructuras. Por consiguiente, el Ingeniero actualmente está en la posibilidad de cuidar con mayor detalle, aspectos importantes de un diseño que anteriormente descuidaba por la gran cantidad de tiempo que le absorbían los cálculos extensos inherentes a un diseño.

Es necesario señalar que el éxito de los diseños que se obtengan mediante los programas aquí presentados, estará en función de la intuición y experiencia del Ingeniero, más que de el uso propio del programa; ya que si contemplamos el problema del diseño estructural en toda su complejidad, podemos afirmar que no tiene solución única, sino solución razonable. Por lo que la labor del Ingeniero implica cierta dosis de arte.

Se sugiere al estudiante que desee hacer uso de los programas aquí presentados, consultar los diagramas de flujo y los ejemplos de diseño presentados en cada capítulo, con el objeto de que tenga una idea más clara de el funcionamiento de los programas. Además, se recomienda un conocimiento amplio de las *Normas técnicas complementarias del R. D. F.*

Cabe señalar, que el empleo de las técnicas de programación estructurada conjuntamente con las ventajas del lenguaje TurboBASIC contribuyeron eficazmente en la elaboración de los programas aquí presentados.

Finalmente, el autor espera que el esfuerzo realizado en la elaboración de este trabajo, contribuya de una manera importante a la simplificación del trabajo de diseño de estructuras de concreto.

B I B L I O G R A F I A

- 1) AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials). "Standard Specifications for Highway Bridges". Publicadas por Association General Offices. Washington, 1983.
- 2) Ferguson, Phil M. "Reinforced Concrete Fundamentals". Tercera - edición. Editorial John Wiley and Sons, INC. Nueva York 1973.
- 3) González Cuevas, D.M. y Robles F.-V., Francisco. "Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado". Segunda edición. Editorial LINUSA. México, 1989.
- 4) Newy, Edward G. "Concreto Reforzado: Un Enfoque Básico". Primera edición. Editorial Prentice - Hall Hispanoamericana, S.A. México, 1988.
- 5) Priestley, M.J.N. "The Thermal Response of Concrete Bridges". -- Capítulo 5 del libro "Concrete Bridge Engineering: Performance - and Advances". Compilado por R.J. COPE. Editorial Elsevier ---- Applied Science. Londres, 1987.
- 6) Sterling Kinney, J. "Análisis de Estructuras Indeterminadas". -- Primera edición. Editorial C.E.C.S.A. México, 1986.
- 7) Téllez, Juan. "Memoria de cálculos estructurales del puente "La Grulla" de la carretera Colima - Manzanillo". Expediente del -- archivo de la Dirección General de Carreteras Federales de la -- Secretaría de Comunicaciones y Transportes. México, 1984.