

0177
11

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
Facultad de Ingeniería

ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION EN YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS CONSIDERANDO EL EFECTO
DE FLUJO DE ALTA VELOCIDAD

HIRAM VILLALOBOS LOPEZ

TESIS

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE
POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA

(P E T R O L E R A)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

CIUDAD UNIVERSITARIA



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**ANALISIS DE PRUEBAS DE PRESION EN YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS CONSIDERANDO EL EFECTO
DE FLUJO DE ALTA-VELOCIDAD**

CONTENIDO

INTRODUCCION	1
FORMULACION MATEMATICA DEL PROBLEMA	3
DESARROLLO DEL MODELO NUMERICO	13
SOLUCION DEL PROBLEMA Y VALIDACION DE LA SOLUCION	20
DISCUSION DE RESULTADOS	25
CONCLUSIONES	29
NOMENCLATURA	31
REFERENCIAS	33
APENDICES	37
TABLAS	50
FIGURAS	52

Para mi ESPOSA y mis
HIJOS con mucho amor.

A la memoria de DON JULIO
y para DOÑA MELBA.

Agradezco al DR. FERNANDO RODRIGUEZ DE LA GARZA, por despertar en mí el interés y el espíritu de investigación; y por la sugerencia para desarrollar el presente estudio, así como la confianza depositada para incursionar en tan interesante tema.

También mi completo agradecimiento al DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO, por su valiosa contribución como asesor y su interés por ver realizada mi TESIS.

RESUMEN

Se presenta en esta tesis la influencia del flujo a alta-velocidad de un líquido de compresibilidad pequeña y constante en el comportamiento de la presión transitoria de un pozo naturalmente fracturado. El estudio está basado en una solución numérica al problema de flujo radial de una fase líquida como el descrito por Warren y Root, pero considerando el flujo a alta-velocidad a través de la Ecuación de Forchheimer.

Se deriva una expresión para el factor de pseudo-daño en término del gasto ocasionado por el efecto del flujo a alta-velocidad. Lo anterior se muestra a partir de la integración de la Ecuación de Forchheimer y de la simulación de pruebas de decremento de presión, que el no considerar la región de daño, el pseudo-daño debido al flujo a alta-velocidad, s_{hv} , es igual al producto Dq_w , donde D es el coeficiente de turbulencia, el cual en particular para condiciones de daño cero se define como $\beta \rho k / 2 \pi r_w h \mu$ para el caso de flujo de gas.

Se incluyen en este trabajo los efectos de daño finito a la formación y almacenamiento del pozo. Se encontró también que la correlación de Ramey y col., para el fin del periodo del almacenamiento en sistemas homogéneos, puede extenderse para condiciones de flujo a alta-velocidad en yacimientos naturalmente fracturados con tal que el factor de daño aparente, s' , sea empleado en lugar del factor de daño, s . Esta tesis también considera el efecto del flujo a alta-velocidad en pruebas de incremento de presión.

La conclusión principal de esta tesis, es que después que la región de flujo de alta-velocidad se estabiliza, la pendiente de la línea recta semilogarítmica para el flujo dominado por la matriz es igual al valor característico de 1.151. Los resultados de este estudio muestran que el método de análisis de la derivada con las curvas tipo de Bourdet y col. deben ser tomados con precaución cuando el flujo de alta-velocidad afecta las pruebas.

INTRODUCCION

El estudio de los problemas de flujo de fluidos que ocurren durante el desarrollo y explotación de los yacimientos de petróleo, requiere de fuentes de información que reflejen las características dinámicas y estáticas del sistema roca-fluido; una de éstas son las pruebas de variación de presión y en especial las pruebas de decremento e incremento de presión, las cuales son consideradas en esta tesis.

El problema de flujo de alta-velocidad a través de medios porosos fue analizado inicialmente por Forchheimer¹. Después de este estudio un número de investigaciones han tratado este problema. Se ha discutido en la literatura que para medios porosos heterogéneos y consolidados existen desviaciones apreciables del comportamiento de flujo con respecto al que predice la Ley de Darcy para Números de Reynolds del orden de uno^{2,3}. El tema de flujo a alta-velocidad se trata en la literatura principalmente en relación con el flujo de fluidos a través de medios porosos no fracturados²⁻⁸. La influencia del flujo a alta-velocidad en el análisis de pruebas de presión en pozos de gas se ha reportado extensivamente en la literatura⁹⁻¹³. Este efecto también ha sido considerado para el comportamiento transitorio de pozos geotérmicos dominados por líquidos¹⁴ y para el flujo de dos fases aceite y gas¹⁵. Con respecto al flujo a través de perforaciones, también se ha estudiado para el flujo de gas¹⁶ y para el flujo de dos fases aceite y gas¹⁷.

Por otro lado, el número de estudios relacionados al flujo a alta-velocidad a través de medios porosos naturalmente fracturados no es tan numeroso como los que se tienen para medios porosos no fracturados. Los libros de Reiss¹⁸ y van Golf-Racht¹⁹ tratan este tema. Baker²⁰ muestra los resultados de un estudio llevado a cabo en 26 pozos de un campo del Medio Oriente, concluyendo que el flujo a alta-velocidad está presente en muchos de estos pozos. Resultados de pruebas tomadas en algunos pozos marinos localizados en el área de Campeche que producen de formaciones naturalmente fracturadas también indican condiciones de flujo a alta-velocidad^{21,22}. Kelly y colaboradores²³ discuten pruebas tomadas en pozos fracturados productores de agua de la caliza Madison los cuales muestran condiciones de flujo a alta-velocidad.

Recientemente, datos de laboratorio reportados por Jones y colaboradores ²⁴ para el flujo de una sola fase a través de fracturas naturales muestran que es posible tener condiciones de flujo a alta-velocidad en la zona cercana al pozo.

El propósito de este trabajo es presentar los resultados del estudio de la influencia del flujo a alta-velocidad en pruebas de presión tomadas en yacimientos naturalmente fracturados. Se consideran pruebas de decremento e incremento de presión. Se estudian los efectos de daño a la formación y el almacenamiento de fluidos en el pozo simultáneamente con el flujo a alta-velocidad, en el análisis de pruebas de presión en yacimientos naturalmente fracturados. Este estudio está basado en una solución numérica del problema de flujo radial de líquidos como el descrito por Warren y Root²⁵, pero considerando el flujo a alta-velocidad. Esta aproximación fue elegida debido al hecho que la teoría y el análisis de un gran número de pozos en yacimientos naturalmente fracturados indican la validez del flujo matriz-fractura en estado semipermanente considerado en el modelo de Warren y Root^{26,27}.

CAPITULO II

FORMULACION MATEMATICA DEL PROBLEMA

Un yacimiento naturalmente fracturado o también conocido como un sistema de doble porosidad, está constituido por un medio discontinuo de baja permeabilidad y alta capacidad de almacenamiento denominado MATRIZ o BLOQUES DE MATRIZ y por un medio continuo de alta permeabilidad y baja capacidad de almacenamiento denominado FRACTURAS o RED DE FRACTURAS. En este tipo de sistemas, se considera que los bloques de matriz intercambian fluidos con las fracturas conforme a las condiciones locales de presión. Esta interacción se efectúa mediante fuentes, es decir, los bloques están aportando o extrayendo una cierta cantidad de fluidos a o de las fracturas. Una característica que comúnmente presentan este tipo de yacimientos, es su alta complejidad geológica; alguno de estos yacimientos producen a gastos muy altos, en los cuales los efectos de alta-velocidad deben ser considerados .

DESARROLLO.

Se incluye en la formulación matemática, el caso de flujo radial cilíndrico de una fase líquida de compresibilidad pequeña y constante en un medio de doble porosidad constituido por una red de fracturas y de bloques de matriz que intercambian fluidos a través de un término fuente de acuerdo al modelo de Warren y Root²⁶ . Además se incluyen en el desarrollo los efectos de alta-velocidad, daño y almacenamiento. A partir de un balance de masa en un elemento diferencial se obtiene:

Para la Red de Fracturas :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + q_{mf}(r, t) = - \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (2.1)$$

Para los Bloques de Matriz :

$$-q_{mf}(r, t) = -\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho)_m \quad (2.2)$$

siendo q_{mf} el ritmo de intercambio de fluido matriz-fractura, por unidad de volumen de roca.

La ecuación que nos representa la velocidad macroscópica del fluido, la cual considera tanto los efectos viscosos como inerciales para las condiciones de flujo a alta-velocidad es la ecuación de Forchheimer¹:

$$-\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k}v_r + \beta\rho v_r^2 \quad (2.3)$$

Una forma de la ecuación de Forchheimer es la presentada por Swfit y Kiel²⁸, en función del coeficiente de alta-velocidad, δ , que depende de la presión y del gradiente de presión es:

$$v_r = -\delta \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} \quad (2.4)$$

donde,

$$\delta = \frac{1}{1 + \beta\rho k v_r / \mu} \quad (2.5)$$

y la variación de la densidad con respecto a la presión, queda descrita a partir de la ecuación termodinámica de la compresibilidad:

$$c = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad (2.6)$$

Combinando las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.4), (2.6) y tomando en consideración las suposiciones implícitas en el desarrollo de la ecuación de difusión²⁹ se tendrá:

Red de Fracturas

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\delta \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + q_{mf}(r, t) = (\phi c) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.7)$$

Bloques de Matriz

$$-q_{mf}(r, t) = (\phi c)_m \frac{\partial p_m}{\partial t} \quad (2.8)$$

Las condiciones iniciales y de frontera que se aplican para la solución de las ecuaciones (2.7) y (2.8) son:

Condición inicial

$$p_f = p_m = p_i \quad \text{cuando} \quad t = 0 \quad \text{para} \quad \text{toda} \quad r \quad (2.9)$$

Condición de Frontera

Interna

$$\left(r \delta \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_{iw}} = \frac{q\mu}{2\pi kh} - cV_w \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{r_{iw}} \quad (2.10)$$

Externa

$$p_f \rightarrow p_i$$

$$\text{cuando} \quad r \rightarrow \infty \quad (2.11)$$

$$p_m \rightarrow p_i$$

FORMA ADIMENSIONAL DE LAS ECUACIONES

Por conveniencia, para el manejo más fácil de las ecuaciones (2.7) y (2.8), éstas son transformadas a su forma adimensional a partir de los siguientes grupos adimensionales, los cuales en la forma que se presentan consideran un sistema consistente de unidades.

Presión adimensional

$$p_D = \frac{2\pi kh}{q\mu} (p_i - p) \quad (2.12)$$

Tiempo adimensional

$$t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_i r_w^2} \quad (2.13)$$

Radio adimensional

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (2.14)$$

Parámetro λ de Warren y Root

$$\lambda = \sigma r_w^2 \frac{k_m}{k_f} \quad (2.15)$$

Parámetro ω de Warren y Root

$$\omega = \frac{(\phi c_i)_t}{(\phi c_i)_m + (\phi c_i)_f} \quad (2.16)$$

Permeabilidad adimensional,

$$k_{sD} = \frac{k_s}{k} = \frac{1}{(s/\ln r_{sD}) + 1} \quad (2.17)$$

Entonces,

Sistema de Fracturas:

$$\frac{1}{r_D} \frac{\partial}{\partial r_D} \left(r_D \delta^* k_D^* \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) + \lambda (p_{mD} - p_D) = \omega \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2.18)$$

Bloques de Matriz

$$-\lambda (p_{mD} - p_D) = (1 - \omega) \frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} \quad (2.19)$$

donde:

$$k_D^* = \begin{cases} k_{sD}, & \text{si } 1 < r_D < r_{sD} \\ 1, & \text{si } r_{sD} < r_D < r_{eD} \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\delta_s = \begin{cases} \delta_s, & \text{si } 1 < r_D < r_{sD} \\ \delta, & \text{si } r_{sD} < r_D < r_{eD} \end{cases} \quad (2.21)$$

y las condiciones iniciales y de frontera se transforman en:

Condición inicial, presión uniforme a través de todo el yacimiento.

$$\lim_{t_D \rightarrow 0} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad (2.22)$$

$$\lim_{t_D \rightarrow 0} p_{mD}(r_D, t_D) = 0 \quad (2.23)$$

La condición de Frontera interna, para un pozo dañado produciendo a gasto constante, incluyendo el almacenamiento se representa por:

$$-\left(\delta_s k_{sD} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} = 1 - c_D \left(\frac{\partial p_D}{\partial t_D}\right)_{r_D=1} \quad (2.24)$$

y la condición de Frontera externa para un yacimiento infinito

$$\lim_{r_D \rightarrow \infty} p_D(r_D, t_D) = 0 \quad (2.25)$$

FLUJO A ALTA-VELOCIDAD

La ecuación de flujo de Darcy, relaciona la caída de presión necesaria para mantener el flujo de un fluido a través de un medio poroso a un gasto determinado. Se ha demostrado que para altos ritmos de flujo, el comportamiento de la presión-flujo no la satisface. Por lo tanto, está limitada a ciertos rangos de Número de Reynolds, y ésta se puede generalizar para considerar valores altos, con la inclusión de parámetros adicionales. Además, es bien conocido que a medida que el Número de Reynolds se incrementa, la Ley de Darcy gradualmente pierde su exactitud predictiva y finalmente llega a ser completamente inválida; entonces, es muy importante considerar el flujo a alta velocidad^{28,30}.

La física del efecto de alta velocidad está relacionada con las fuerzas inerciales en el fluido, que debido a las aceleraciones y desaceleraciones convectivas que sufren las partículas del fluido al pasar a través de los espacios porosos, originan una pérdida de energía adicional, volviéndose gradualmente dominantes con respecto a las fuerzas viscosas cuando se presentan altas velocidades⁶. Lo anterior lleva a establecer que la caída de presión total se debe a dos causas; una debido a los efectos viscosos y la otra a los efectos inerciales, o sea¹:

$$\left(\frac{dp}{dr}\right) = \left(\frac{dp}{dr}\right)_{\text{viscoso}} + \left(\frac{dp}{dr}\right)_{\text{inercial}} \quad (2.26)$$

La ecuación de movimiento que se emplea en este trabajo, la cual considera los efectos de alta velocidad es la ecuación de Forchheimer publicada en 1901, la cual es una modificación de la ecuación de Darcy, por la inclusión de un término de segundo orden en la velocidad. Para un sistema radial dicha ecuación se define por:

$$-\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k} v_r + \beta \delta v_r^2 \quad (2.3)$$

La ecuación anterior, considerando la definición de la ecuación (2.5), se reduce a:

$$v_r = -\delta \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} \quad (2.4)$$

que es la ecuación de Darcy cuando el coeficiente inercial, β , es cero y por lo tanto,

δ , es igual a la unidad.

Como puede observarse la ecuación (2.3) es cuadrática, cuya solución para la velocidad es:

$$v_r = \frac{-(\mu/k) + \sqrt{(\mu/k)^2 - 4\beta\rho(dp/dr)}}{2\beta\rho} \quad (2.27)$$

Haciendo uso de las variables adimensionales, ecuaciones (2.12) y (2.14) y definiendo a:

$$v_{rD} = \frac{2\pi hr_w}{q} v_r = \frac{1}{r_D} \frac{q(r,t)}{q} \quad (2.28)$$

$$\beta_D = \frac{k}{\mu} \frac{q\rho}{2\pi hr_w} \beta \quad (2.29)$$

$$c_{1D} = \frac{q\mu}{2\pi kh} c_1 \quad (2.30)$$

se tiene que la ecuación (2.3) en su forma adimensional es :

$$\frac{dp_D}{dr_D} = v_{rD} + \beta_D v_{rD}^2 \quad (2.31)$$

y la ecuación (2.4) se transforma en :

$$v_{rD} = \delta \frac{dp_D}{dr_D} \quad (2.31a)$$

como en el caso de la ecuación (2.27), la solución para la velocidad de la ecuación (2.31) es :

$$v_{rD} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\beta_D(dp_D/dr_D)}}{2\beta_D} \quad (2.32)$$

efectuando un desarrollo similar al anterior para la ecuación (2.5) se tiene :

$$\delta = \frac{1}{1 + \beta_D v_{rD}} \quad (2.33)$$

Otra manera de representar la ecuación (2.33), se obtiene combinando las ecuaciones (2.32) y (2.33) o sea:

$$\delta = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4\beta_D (1 - c_{1D}) \frac{dp_D}{dr_D}}} \quad (2.34)$$

donde :

$$\beta_D = \beta_{D0} (1 - c_{1D} p_D)$$

La obtención de las ecuaciones (2.31), (2.31a) y (2.33), se presenta en el apéndice A.

EFEECTO DE DAÑO Y ALMACENAMIENTO

En esta sección, se presenta el efecto combinado del flujo a alta velocidad, el daño y el almacenamiento, para el caso de flujo de líquidos a través de medios porosos. Para el caso de flujo Darcy, estos dos efectos han sido tratados ampliamente en la literatura³², los cuales causan una desviación inicial en los valores de presión, enmascarando el comportamiento de la formación productora. Al igual que en el caso de flujo Darcy, se considera una región anular de permeabilidad alterada en la vecindad del pozo, así como el volumen de fluido almacenado en el mismo.

EFEECTO DE DAÑO

El daño es visualizado como una región finita, tal como lo hace Hawkins³¹ (Fig 1).

$$s = \left(\frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln \left(\frac{r_s}{r_w} \right) \quad (2.35)$$

definiendo a:

$$k_{sD} = \frac{k_o}{k} \quad y \quad r_{sD} = \frac{r_o}{r_w}$$

se tiene:

$$k_{sD} = \frac{1}{(s/\ln r_{sD}) + 1} \quad (2.17)$$

Al considerar la relación de permeabilidades, k_{sD} en la ecuación de Forchheimer, se tendrá:

$$v_{rD} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4k_{sD}^2 \beta_{sD} (\partial p_D / \partial r_D)}}{2k_{sD} \beta_{sD}} \quad (2.36)$$

$$\delta_s = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4k_{sD}^2 \beta_{sD} (\partial p_D / \partial r_D)}} \quad (2.37)$$

donde

$$\beta_{sD} = \frac{\beta_D}{k_{sD}^{1.201}} \quad (2.38)$$

y^o

$$\ln \beta = -1.201k + 23.83 \quad (2.39)$$

Las ecuaciones (2.36), (2.37) y (2.38), se obtuvieron al considerar la región de daño finita en las ecuaciones (2.32), (2.33) y en la ecuación para calcular el factor de turbulencia o coeficiente inercial, β ; obtenidas en el apéndice B.

EFFECTO DE ALMACENAMIENTO

El efecto de almacenamiento, causado por el fenómeno del ritmo de gasto variable,

debido a una descarga o postproducción en la apertura o cierre del pozo; que involucra los gastos en la superficie, de la formación y almacenado en el pozo (Fig. 2), o sea³³:

$$q = q_w + q_{sf} \quad (2.40)$$

donde :

$$q_w = V_w c \frac{dp}{dt} \quad (2.41)$$

V_w = volumen del pozo.

c = compresibilidad del fluido.

Tanto el daño como el almacenamiento se manejan a través de la condición de frontera interna (gasto constante). Empleando las ecuaciones (2.40), (2.12), (2.13), (2.14) y :

$$q_{sf} = \frac{2\pi kh}{\mu} r_w \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.42)$$

$$c_D = \frac{V_w c}{2\pi h r_w \phi c_t} \quad (2.43)$$

CAPITULO III

DESARROLLO DEL MODELO NUMERICO

En este capítulo se presenta la definición de la malla logarítmica empleada para la discretización de la zona de daño finita, y del yacimiento, también la expansión de las ecuaciones (2.18) y (2.19) que representan el modelo matemático mediante la técnica de diferencias finitas; el acoplamiento de ellas, así como la solución numérica de la ecuación resultante aplicando el método de Newton-Raphson.

El tipo de malla que se emplea en el desarrollo del simulador, es una del tipo logarítmico que nos representa en forma adecuada el flujo radial, dado que se tiene un espaciamiento pequeño en los nodos cerca del pozo, que es donde se tienen los gradientes de presión mayores; ésta es de nodos distribuidos, cuya estructura nos proporciona la presión en el pozo para la primera celda, la cual se emplea en la comparación de los resultados obtenidos con el simulador con los publicados en la literatura, evitándonos la corrección de dicho valor. Su evaluación se presenta en el apéndice B.

El fenómeno de flujo que se considera en el simulador, se describe en la figura 3. En ella se puede observar la región de daño finita con permeabilidad alterada, k_s , la región de permeabilidad original, k , que nos representa al yacimiento, y la forma en que fue discretizado el problema.

Expandiendo las ecuaciones (2.18) y (2.19) empleando un esquema de diferencias finitas se tiene:

Para la Red de Fracturas:

$$\frac{1}{r_{Di} \Delta r_{Di}} \left\{ \left(\frac{r_D}{\Delta r_D} \right)_{i+1/2} (\delta^* k_D^*)_{i+1/2}^{n+1} |p_{Di+1} - p_{Di}|^{n+1} - \left(\frac{r_D}{\Delta r_D} \right)_{i-1/2} (\delta^* k_D^*)_{i-1/2}^{n+1} |p_{Di} - p_{Di-1}|^{n+1} \right\} + \lambda (p_{Dmi} - p_{Di})^{n+1} = \frac{\omega}{\Delta t_D} (p_{Di}^{n+1} - p_{Di}^n)$$

Haciendo:

$$FG_i = r_{Di} \Delta r_{Di}$$

y

$$FG1_i = \left(\frac{r_D}{\Delta r_D} \right)_{i \pm 1/2}$$

se tendrá :

$$FG1_{i+1/2} (\delta^* k_D^*)_{i+1/2}^{n+1} [p_{D_{i+1}}^{n+1} - p_{D_i}^{n+1}] - FG1_{i-1/2} (\delta^* k_D^*)_{i-1/2}^{n+1} [p_{D_i}^{n+1} - p_{D_{i-1}}^{n+1}] +$$

$$FG_i \lambda (p_{D_{mi}}^{n+1} - p_{D_i}^{n+1}) = \frac{FG_i \omega}{\Delta t_D} (p_{D_i}^{n+1} - p_{D_i}^n) \quad (3.1)$$

Para los Bloques de Matriz:

$$-\lambda (p_{D_{mi}}^{n+1} - p_{D_i}^{n+1}) = \frac{(1-\omega)}{\Delta t_D} (p_{D_{mi}}^{n+1} - p_{D_{mi}}^n) \quad (3.2)$$

De la ecuación (3.2) se obtiene:

$$p_{D_{mi}}^{n+1} = \frac{\lambda p_{D_i}^{n+1} - [(1-\omega)/\Delta t_D] p_{D_{mi}}^n}{[(1-\omega)/\Delta t_D] + \lambda} \quad (3.3)$$

Acoplando la ecuación de los Bloques de Matriz, con la de las Fracturas se tendrá:

$$FG1_{i+1/2} (\delta^* k_D^*)_{i+1/2}^{n+1} [p_{D_{i+1}}^{n+1} - p_{D_i}^{n+1}] - FG1_{i-1/2} (\delta^* k_D^*)_{i-1/2}^{n+1} [p_{D_i}^{n+1} - p_{D_{i-1}}^{n+1}] +$$

$$FG_i \lambda \left[\frac{\lambda p_{D_i}^{n+1} + \frac{(1-\omega)}{\Delta t_D} p_{D_{mi}}^n}{\frac{(1-\omega)}{\Delta t_D} + \lambda} - p_{D_i}^{n+1} \right] = \frac{FG_i \omega}{\Delta t_D} (p_{D_i}^{n+1} - p_{D_i}^n) \quad (3.3a)$$

Haciendo:

$$F1 = \omega$$

$$F2 = \lambda$$

$$F3 = \frac{\omega}{\Delta t_D}$$

$$F4 = \frac{(1-\omega)}{\Delta t_D}$$

$$F5 = \frac{\lambda p_{D_i}^{n+1} + \frac{(1-\omega)}{\Delta t_D} p_{D_{mi}}^n}{\frac{(1-\omega)}{\Delta t_D} + \lambda}$$

la ecuación (3.3a) se reduce a:

$$FG_{1_{i+1/2}} (\delta^* k_D^*)_{i+1/2}^{n+1} [p_{D_{i+1}}^{n+1} - p_{D_i}^{n+1}] - FG_{1_{i-1/2}} (\delta^* k_D^*)_{i-1/2}^{n+1} [p_{D_i}^{n+1} - p_{D_{i-1}}^{n+1}] + FG_i F2 (F5 - p_{D_i}^{n+1}) = \frac{FG_i F1}{\Delta t_D} (p_{D_i}^{n+1} - p_{D_i}^n) \quad (3.4)$$

Como puede observarse, al realizar el acoplamiento de las ecuaciones (3.1) y (3.2), la no linealidad de la ecuación resultante (3.4) se debe unicamente al término que incluye los efectos de alta-velocidad; para el caso de flujo Darcy, el problema como se ha comentado en la literatura es lineal.

La linealización de la ecuación (3.4), se lleva a efecto, empleando el método totalmente implícito, denominado Iteración Newtoniana, el cual consiste en definir a una función, F_i , de la siguiente manera:

$$F_i (p_{D_{i-1}}^{n+1}, p_{D_i}^{n+1}, p_{D_{i+1}}^{n+1}) = FG_{1_{i+1/2}} (\delta^* k_D^*)_{i+1/2}^{n+1} [p_{D_{i+1}}^{n+1} - p_{D_i}^{n+1}] - FG_{1_{i-1/2}} (\delta^* k_D^*)_{i-1/2}^{n+1} [p_{D_i}^{n+1} - p_{D_{i-1}}^{n+1}] + FG_i F2 (F5 - p_{D_i}^{n+1}) - \frac{FG_i F1}{\Delta t_D} (p_{D_i}^{n+1} - p_{D_i}^n) \quad (3.5)$$

Empleando Series de Taylor:

$$F_i (p_{D_{i-1}}^{n+1}, p_{D_i}^{n+1}, p_{D_{i+1}}^{n+1}) = F_i (p_{D_{i-1}}^{n+1}, p_{D_i}^{n+1}, p_{D_{i+1}}^{n+1}) + \sum_{j=i-1}^{i+1} \left(\frac{\partial F_i}{\partial p_{D_j}^{n+1}} \right)^k \Delta p_{D_j}^{n+1} = 0 \quad (3.6)$$

donde:

$$n1 = n+1$$

$$k1 = k+1$$

$$n1k1 = \binom{k+1}{n+1}$$

$$n1k = \binom{k}{n+1}$$

y

n representa el nivel de tiempo

k representa el nivel de iteración.

Entonces,

$$\sum_{j=i-1}^{i+1} \left(\frac{\partial F_i}{\partial p_{D_j}^{n1}} \right)^k \Delta p_{D_j}^{n1k1} = -F_i(p_{D_{i-1}}^{n1k}, p_{D_i}^{n1k}, p_{D_{i+1}}^{n1k}) \quad (3.7)$$

desarrollando la sumatoria

$$\frac{\partial F_i}{\partial p_{D_{i-1}}^{n1}} \Delta p_{D_{i-1}}^{n1k1} + \frac{\partial F_i}{\partial p_{D_i}^{n1}} \Delta p_{D_i}^{n1k1} + \frac{\partial F_i}{\partial p_{D_{i+1}}^{n1}} \Delta p_{D_{i+1}}^{n1k1} = F_i(p_{D_{i-1}}^{n1k}, p_{D_i}^{n1k}, p_{D_{i+1}}^{n1k})$$

donde:

$$\Delta p_{D_i}^{n1k1} = p_{D_i}^{n1k1} - p_{D_i}^{n1k} \quad (3.8)$$

Calculando las derivadas de Fi (Ec. 3.5) en cada punto se tendrá:

Para $p_{D_{i-1}}^{n1k}$

$$\frac{\partial F_i}{\partial p_{D_{i-1}}^{n1k}} = FG1_{i-1/2} k_{D_{i-1/2}}^* \left[\delta_{i-1/2}^* - \frac{\partial \delta_{i-1/2}^*}{\partial p_{D_{i-1}}} (p_{D_i}^{n+1} - p_{D_{i-1}}^{n+1}) \right] \quad (3.9)$$

Para $p_{D_i}^{n1k}$

$$\frac{\partial F_i}{\partial p_{D_i}^{n1k}} = FG1_{i+1/2} k_{D_{i+1/2}}^* \left[\delta_{i+1/2}^* - \frac{\partial \delta_{i+1/2}^*}{\partial p_{D_i}} (p_{D_{i+1}}^{n+1} - p_{D_i}^{n+1}) \right] - FG1_{i-1/2} k_{D_{i-1/2}}^*$$

$$\left[\delta_{i-1/2}^* + \frac{\partial \delta_{i-1/2}^*}{\partial p_{Di}} (p_{Di}^{n+1} - p_{Di-1}^{n+1}) \right] + FG_i \left(\frac{F2^2}{F4 + F2} - F2 - F3 \right) \quad (3.10)$$

Para p_{Di+1}^{n+1}

$$\frac{\partial F_i}{\partial p_{Di+1}^{n+1}} = FG_{i+1/2} k_{Di+1/2}^* \left[\delta_{i+1/2}^* + \frac{\partial \delta_{i+1/2}^*}{\partial p_{Di+1}} (p_{Di+1}^{n+1} - p_{Di}^{n+1}) \right] \quad (3.11)$$

Como puede observarse en las ecuaciones (3.9), (3.10) y (3.11) aparecen las derivadas de δ^* , por lo que es necesario evaluarlos. Empleando las ecuaciones (2.38), (2.37), (2.34), (2.30) y expandiendo a la ecuación resultante se tendrá:

Para $\delta_{i-1/2}^*$

$$\delta_{i-1/2}^* = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4(\beta_{D0}^* k_D^* / \Delta r_D)_{i-1/2} (p_{Di} - p_{Di-1}) [1 - c_{iD} \hat{p}_{Di-1/2}]}} \quad (3.12)$$

donde:

$$\hat{p}_{Di-1/2} = \frac{p_{Di} + p_{Di-1}}{2}$$

entonces:

$$\frac{\partial \delta_{i-1/2}^*}{\partial p_{Di-1/2}} = \frac{A(1 - c_{iD} p_{Di-1})}{\left[1 + \sqrt{1 + A(p_{Di} - p_{Di-1}) B} \right]^2 \sqrt{1 + A(p_{Di} - p_{Di-1}) B}} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial \delta_{i-1/2}^*}{\partial p_{Di}} = \frac{A(c_{iD} p_{Di-1} - 1)}{\left[1 + \sqrt{1 + A(p_{Di} - p_{Di-1}) B} \right]^2 \sqrt{1 + A(p_{Di} - p_{Di-1}) B}} \quad (3.14)$$

donde:

$$A = 4 \left(\frac{\beta_{D0}^* k_D^*}{\Delta r_D} \right)_{i-1/2}$$

y

$$B = (1 - c_{iD} P_{Di-1/2})$$

Para $\delta_{i+1/2}^*$

$$\delta_{i+1/2}^* = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4(\beta_{D0}^* k_D^* / \Delta r_D)_{i+1/2} (p_{Di+1} - p_{Di}) [1 - c_{iD} P_{Di+1/2}]}} \quad (3.15)$$

entonces:

$$\frac{\partial \delta_{i+1/2}^*}{\partial p_{Di+1}} = \frac{A1 (p_{Di+1} c_{iD} - 1)}{\left[1 + \sqrt{1 + A1 (p_{Di+1} - p_{Di}) B1}\right]^2 \sqrt{1 + A1 (p_{Di+1} - p_{Di}) B1}} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \delta_{i+1/2}^*}{\partial p_{Di}} = \frac{A1 (1 - c_{iD} p_{Di})}{\left[1 + \sqrt{1 + A1 (p_{Di+1} - p_{Di}) B1}\right]^2 \sqrt{1 + A1 (p_{Di+1} - p_{Di}) B1}} \quad (3.17)$$

donde:

$$p_{Di+1/2} = \frac{p_{Di+1} + p_{Di}}{2}$$

$$A1 = 4(\beta_{D0}^* k_D^* / \Delta r_D)_{i+1/2}$$

y

$$B1 = (1 - c_{iD} P_{Di+1/2})$$

Al sustituir las definiciones de la derivada de la función F_i en cada punto, ecuaciones (3.9), (3.10) y (3.11), considerando en ellas las derivadas del parámetro δ , ecuaciones (3.13), (3.14) (3.16) y (3.17) en la ecuación (3.8) y al aplicar ésta en cada celda, se genera una matriz de derivadas denominado Jacobiano, de la siguiente estructura:

$$J^{(k)} \delta p_D^{(k+1)} = -F^{(k)} \quad (3.18)$$

Se emplea en el modelo el algoritmo de Thomas para resolver la matriz de derivadas resultante.

La evaluación de las condiciones de frontera, que se consideran en el modelo, que son gasto de producción constante y cero flujo en su frontera externa, se obtienen aplicando las ecuaciones (2.24) y (3.4) en el primer nodo y la ecuación (3.4) en el último nodo.

Para el primer nodo:

$$\begin{aligned} FG_1 F_1 (\delta^* k_D^*)_{1.5}^{n+1} [p_{D2}^{n+1} - p_{D1}^{n+1}] + 1 - \frac{c_D}{\Delta t_D} [p_{D1}^{n+1} - p_{D1}^n] + FG_1 F_2 (F_5 - p_{D1}^{n+1}) \\ = \frac{FG_1 F_1}{\Delta t_D} (p_{D1}^{n+1} - p_{D1}^n) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Para el último nodo:

$$-FG_1 F_1 (\delta^* k_D^*)_{n+1/2}^{n+1} [p_{Dn}^{n+1} - p_{Dn-1}^{n+1}] + FG_n F_2 (F_5 - p_{Dn}^{n+1}) = \frac{FG_n F_1}{\Delta t_D} (p_{Dn}^{n+1} - p_{Dn}^n) \quad (3.20)$$

CAPITULO IV

SOLUCION DEL PROBLEMA Y VALIDACION DE LA SOLUCION

En este capítulo se presenta el simulador numérico elaborado para investigar el efecto que causa la alta-velocidad en el comportamiento de la presión en yacimientos de alta productividad.

Para investigar este efecto, en primer término se realizaron las corridas pertinentes para validar los resultados obtenidos con el simulador, por comparación, con las soluciones presentadas en la literatura, por van Everdingen y Hurst³⁴ y las de Agarwal, Al-Hussainy y Ramey³², para yacimientos homogéneos con y sin daño y almacenamiento; y las presentados por Warren y Root²⁵, para yacimientos naturalmente fracturados. Además, se realizó un análisis para la obtención del rango de variación del parámetro adimensional que involucra al coeficiente de alta-velocidad. Finalmente, se efectuarán corridas para simular el comportamiento de pruebas de decremento e incremento de presión en el rango de variación de dicho coeficiente, incluyendo en ellas los efectos de daño y almacenamiento tanto en yacimientos homogéneos como en los naturalmente fracturados, objetivo fundamental de esta tesis.

SOLUCION DEL PROBLEMA

En la figura 4 se presenta el diagrama de bloques del simulador numérico desarrollado; éste presenta la opción de considerar un yacimiento homogéneo o naturalmente fracturado, así como el efecto de alta-velocidad, daño y almacenamiento, o la combinación de ellos, a partir del manejo adecuado de los parámetros, λ , ω , δ , s y c_D . Además considera el efecto del cierre del pozo para simular una prueba de incremento de presión.

El simulador fue desarrollado en el lenguaje de programación Fortran 77 y consta de una subrutina para resolver el sistema de ecuaciones resultantes mediante el algoritmo de Thomas. Todas las corridas fueron realizadas en una computadora UNIVAC modelo 1180.

Para llevar a cabo la comparación de los resultados del simulador con las soluciones analíticas y numéricas publicadas, fue necesario efectuar un estudio de sensibilidad de las variables que están involucradas en él, como son: el radio de drenaje para considerar un yacimiento infinito, el número de celdas empleadas en la discretización del yacimiento, así como el número de intervalos de tiempo. La experiencia obtenida en los estudios de simulación nos indica que para radios de drenaje mayores de 2000 m, los resultados obtenidos simulan un comportamiento completamente infinito; para un tiempo adimensional máximo de 10^7 . Lo anterior fue comprobado efectuando corridas para diferentes radios de drenaje. Por lo que respecta al número de celdas en que fue discretizado este radio de drenaje, se realizaron corridas considerando 50, 40 y 30 celdas respectivamente. La figura 5 muestra la comparación de estas corridas, como puede observarse no existe una gran variación en los resultados. La razón de considerar 40 celdas en las corridas efectuadas, fue con el fin de disminuir costos por uso de la memoria de cómputo. Con respecto a la discretización en tiempo, se emplearon 45 intervalos por ciclo logarítmico para obtener esas soluciones, en base a la experiencia en este tipo de discretizaciones proporcionadas por Samaniego³⁵.

Considerando el análisis anterior se emplearon los siguientes datos básicos para realizar las corridas del simulador: radio de drenaje adimensional 2×10^4 , radio de daño adimensional 10, número de celdas totales 40; de las cuales 10 corresponden a la región dañada, número de intervalos de tiempo por ciclo logarítmico 45 y una compresibilidad adimensional c_{1D} , de 25×10^{-6} .

YACIMIENTO HOMOGÉNEO.

Efectuando un análisis de las ecuaciones (2.18), (2.19) se observa que para valores de $\lambda = 0$, $\omega = 1.0$, $\delta^* = 1.0$ y $k_D^* = 1.0$, se tiene el caso de un yacimiento homogéneo. Con estas consideraciones y para el caso ideal de cero daño y almacenamiento, se corrió el simulador con la finalidad de comparar los resultados con la solución analítica de van Everdingen y Hurst³⁴. Dicha comparación se presenta en la tabla 1 y en la figura 6.

El efecto de daño y almacenamiento simulado para este tipo de yacimientos, se compara con los resultados publicados por Agarwal, Al-Hussainy y Ramey³² y Wattembarger y Ramey³⁶, obteniéndose excelente concordancia, como puede observarse de la tabla 2 y la

figura 7. La diferencia en los resultados es menor de 0.2 por ciento.

YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO.

Una vez efectuada la comprobación de que el modelo reproduce el caso particular de un yacimiento homogéneo para los casos ideal y con daño y almacenamiento, se procedió a realizar la prueba para el caso de un yacimiento naturalmente fracturado. Esta prueba se realizó comparando la solución del modelo con la solución analítica presentada por Warren y Root²⁶ para valores específicos de λ y w . La figura 8 muestra la comparación entre la solución analítica y la numérica obtenida con el simulador, como puede observarse, nuevamente existe un buen ajuste, lo que indica la efectividad del simulador. Adicionalmente se realizaron corridas incluyendo el efecto de daño y almacenamiento para este tipo de yacimientos, los resultados se comparan bien con los presentados por Mavor y Cinco Ley³⁷. Lo anterior no se muestra en este trabajo.

EFECTO DE ALTA-VELOCIDAD.

Una vez reproducidas las soluciones analíticas para los casos de yacimientos homogéneos y naturalmente fracturados, con y sin daño y almacenamiento, se procedió a analizar el efecto originado por la alta-velocidad sobre el comportamiento de la presión, objetivo principal de este trabajo. Para realizar este análisis fue necesario constatar la evidencia de campo de alta-velocidad, empleando las ecuaciones presentadas en el capítulo 2 y en apéndice A, así como los desarrollos que se presentan en esta sección.

La evidencia de campo de los casos de alta-velocidad, se realizó aplicando la ecuación (2.29), un análisis completo de esta aplicación se presenta en el artículo publicado por Villalobos y colaboradores²¹ para el caso de pozos geotérmicos y para pozos de aceite. Empleando unidades de campo del sistema Inglés, se tiene que la ecuación (2.29) se transforma en:

$$\beta_D = 1.6363538 \times 10^{-16} \frac{kq\delta}{\mu h r_w} \beta \quad (4.1)$$

La obtención de esta constante se presenta en el apéndice C.

Aplicando la ecuación anterior, (4.1), así como la (2.29) y la definición de β ecuación (2.39), presentada por Firoozabadi-Katz⁶, se obtuvo un valor máximo de 1.0 para β_D . En base a lo anterior se procedió a realizar corridas con el simulador en el intervalo entre 0 y 1, intervalo que representa los límites de la alta-velocidad analizados en esta tesis. La figura 9 muestra resultados para valores de β_D de 0.0, 0.3, 0.6 y 1.0, en la cual se observa que a medida que β_D aumenta existe un incremento paralelo en la presión, para el caso de un yacimiento que produce bajo condiciones de flujo Darcy.

Tomando como base las ecuaciones (2.26) y (B.2) se tiene que:

$$p_D(r_D, t_D) = p_D(r_D, t_D)_{Darcy} + \Delta p_{hvD}(r_D, t_D) \quad (4.2)$$

donde Δp_{hv} es la caída de presión extra debido a la alta-velocidad, o caída de presión debido a los efectos inerciales.

Considerando las ecuaciones (4.2), (B.2) y (B.10), se tiene que la caída de presión extra debido al flujo a alta-velocidad está dada por:

$$\frac{\partial \Delta p_{hvD}}{\partial r_D} = \beta_D r_D^2(r_D, t_D) \quad (4.3)$$

La ecuación anterior es utilizada para derivar una expresión para el factor de pseudo-daño, debido al flujo a alta-velocidad, s_{hv} , la derivación se presenta en el apéndice D, obteniéndose:

$$s_{hv} = \beta_{sD} \left(1 - \frac{1}{r_{sD}} \right) + \beta_D \left(\frac{1}{r_{sD}} - \frac{1}{r_{hvD}} \right) \quad (4.4)$$

donde r_{sD} es la distancia radial máxima donde se tiene la influencia del efecto de la alta-velocidad, la ecuación anterior es válida en la región comprendida entre $1 < r_D < r_{hvD}$.

Analizando la ecuación anterior, se puede observar que cuando $r_{sD} = 1$, se tiene el caso para un pozo no dañado, o sea:

$$s_{h_v} = \beta_D \left(1 - \frac{1}{r_{h_v D}} \right) \quad (4.5)$$

Con base en las ecuaciones (A.12) y (A.13) del apéndice A y en la ecuación (4.4), el término que representa el daño debido a la alta-velocidad, s_{h_v} , se puede expresar en la notación del flujo de gas como un factor de daño dependiente del gasto, q_w como:

$$s_{h_v} = D q_w \quad (4.6)$$

donde, D es el coeficiente de turbulencia definido como:

$$D = \frac{\beta \rho k}{2\pi r_w h \mu} \left[k_s^{-1.201} \left(1 - \frac{1}{r_{sD}} \right) + \left(\frac{1}{r_{sD}} - \frac{1}{r_{h_v D}} \right) \right] \quad (4.7)$$

al igual que en la ecuación (4.5) para el caso de $r_{sD} = 1$, daño = 0 la ecuación anterior se reduce a:

$$D = \frac{\beta \rho k}{2\pi r_w h \mu} \left(1 - \frac{1}{r_{h_v D}} \right) \quad (4.8)$$

DISCUSION DE RESULTADOS

De acuerdo al análisis del desarrollo matemático presentado anteriormente, se encontró que los efectos del flujo a alta-velocidad para el caso del flujo de una fase líquida de compresibilidad pequeña y constante en un yacimiento naturalmente fracturado, se describe adecuadamente a través del coeficiente de alta-velocidad adimensional, β_D , cuyo valor para el límite superior de 1.0 fue determinado.

La discusión de resultados que se presenta, está basado en pruebas de decremento e incremento de presión simuladas para valores del coeficiente de alta-velocidad adimensional, β_D de 0.0, 0.3, 0.6, y 1.0, que cubre el rango de variación para el caso de flujo Darcy hasta el límite superior. El tipo de yacimiento naturalmente fracturado es representado por medio de los parámetros λ y ω cuya variación que se presenta es de 10^{-5} , 10^{-3} , 10^{-1} y 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} respectivamente. El efecto de daño y almacenamiento considerado en esta discusión son de -2, 0, 5, 10, 20 y de 0, 10, 100 y 1000. Los resultados gráficos que se presentan, son para los casos de flujo Darcy y para el límite superior de β_D , diferenciándose los efectos de alta-velocidad por líneas punteadas por motivos de comparación. La discusión se realiza en primer término para pruebas de decremento y luego para pruebas de incremento.

La figura 10 presenta el efecto de alta-velocidad en el comportamiento de la presión en pruebas de decremento de presión para yacimientos naturalmente fracturados a través del manejo de los dos parámetros que lo caracterizan, λ y ω , esta figura corresponde para un valor fijo de $\omega = 10^{-3}$ y para variaciones de λ en el rango antes mencionado, y la figura 11 los presenta para el caso de un valor fijo de λ y variaciones de ω . Del análisis de ambas figuras se observa que para tiempos grandes la pendiente de las curvas para los casos de $\beta_D = 1.0$ presentan el valor característico de 1.151, paralelo al caso de flujo Darcy, pero desplazado de ésta, por un valor de s_{hv} , ocasionado por la caída de presión extra debido a la alta-velocidad. De este análisis se concluye para el caso de $s = 0$, que el comportamiento de la presión queda descrito por:

$$P_{wD} = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0.80907) + s_{hv} \quad (4.9)$$

Adicionalmente se puede establecer que la capacidad de flujo de las fracturas, $k_f h$,

puede ser estimada con exactitud, aún si la prueba está bajo la influencia de la alta-velocidad.

El comportamiento de la presión de un pozo bajo el efecto combinado del flujo a alta-velocidad y daño a la formación se presenta en la figura 12, para el caso de un yacimiento naturalmente fracturado con $\lambda = 10^{-3}$ y $\omega = 10^{-3}$; en ella se presentan resultados para el factor de daño en el rango anotado anteriormente y para valores de β_D de 1.0 y 0.0. Se observa de esta figura que la caída de presión extra debido al flujo a alta-velocidad se incrementa gradualmente a medida que s lo hace; este incremento es simulado por medio de la ecuación (4.4). De la cual se puede observar que la diferencia entre la presión leída a un tiempo dado sobre la línea sólida y la punteada, para un valor determinado de s , proporciona directamente el valor de s_{hv} . De igual manera que en el caso discutido anteriormente, el comportamiento de las curvas es de nuevo descrito por una línea de pendiente 1.151, pero desplazada con respecto al caso de $s = 0$, por una cantidad igual a la caída de presión extra causado por un factor de daño aparente s' , teniéndose para este caso que:

$$s' = s + s_{hv} = s + Dq_w \quad (4.10)$$

y el comportamiento de la presión en el pozo para este caso queda descrito por :

$$p_{Dw} = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0.80907) + s + Dq_w \quad (4.11)$$

para calcular s y D se puede utilizar el método propuesto por Ramey⁹.

En la figura 13 se presenta el efecto combinado de la alta-velocidad y el almacenamiento del pozo, para los mismos valores de λ y ω empleados para el caso de daño y para los valores de c_D comentados al principio de esta discusión. Como es bien conocido y de esperarse el efecto de almacenamiento afecta únicamente la respuesta de presión a tiempos iniciales, lo cual es constatado en dicha figura; adoptando de este análisis que el efecto combinado de estos parámetros presentados no afectan a la pendiente en la parte final de las curvas para la solución de una prueba de decremento de presión.

Finalmente para las pruebas de decremento, se presenta en la figura 14 el efecto simultáneo del flujo a alta velocidad con el daño y el almacenamiento, en esta figura se

muestran los resultados para valores de $s = 5$, $c_D = 100$, $\lambda = 10^{-3}$, $\omega = 10^{-3}$ y para los valores de β_D anotados al principio de esta discusión. Se presenta además una gráfica doble logarítmica de la presión y la derivada de la presión en la figura 15, para los mismos casos de los presentados en la figura 14. El análisis de las curvas presentadas indica que el uso de la curva tipo de la derivada de la presión de Bourdet y colaboradores³⁸, para el análisis de datos de presión que están bajo la influencia del efecto de alta-velocidad no es adecuado, debido al desplazamiento de ellas a medida que β_D aumenta.

En base a los resultados de este trabajo, se puede concluir que el tiempo al cual termina el efecto de almacenamiento de fluidos en el pozo puede estimarse por medio de la correlación de Ramney y cols³⁹, la cual ha sido discutida por Mavor y Cinco³⁷ para yacimientos naturalmente fracturados, siempre y que se sustituya el factor de daño s por el factor de daño aparente s' definido por la ecuación (4.10);

$$t_{D,ss} = c_D (60 + 3.5s') \quad (4.12)$$

La discusión presentada para la simulación de pruebas de incremento de presión se basó en un tiempo de producción de t_{pD} de 10^6 y un tiempo de cierre del mismo orden para todos los casos que se presentan. Las figuras 16 y 17 muestran gráficas semilog de p_{wD} contra $(t_{pD} + \Delta t_D) / \Delta t_D$ para un yacimiento naturalmente fracturado, en el cual el efecto de alta-velocidad está presente anterior al cierre. Los valores de λ y ω utilizados para generar estas soluciones son los mismos empleados para los casos de pruebas de decremento correspondientes a las figuras 10 y 11 respectivamente. Se observa a partir de las figuras 16 y 17 que el comportamiento de la presión después de un período corto de tiempo, los efectos de flujo a alta-velocidad desaparecen completamente, juntándose esta curva con la curva correspondiente al caso de flujo Darcy ($\beta_D = 0$). Como fue comentado para el caso de las pruebas de decremento ya discutidas, la capacidad de flujo de las fracturas, $k_f h$, puede ser estimada con exactitud, aunque el pozo esté bajo condiciones de flujo a alta-velocidad.

La figura 18 presenta el efecto combinado de la alta-velocidad y el daño a la formación, los datos utilizados para generar estas soluciones fueron los mismos empleados para la generación de la prueba de decremento presentada en la figura 12. De la figura 18 se puede observar que permanece activo algún efecto residual debido a la alta-velocidad después del cierre, pero para tiempos posteriores estos efectos desaparecen completamente para

tiempos grandes, de tal manera que la solución es la misma para el caso de flujo Darcy ($\beta_D = 0$). Como fue comentado para el caso de las pruebas de decremento el método de Ramey⁹ puede emplearse para la determinación de s y D .

En la figura 19 se presenta el efecto combinado del almacenamiento con el flujo a alta-velocidad, empleando los mismos datos para la prueba de decremento de la figura 13, de la figura 19 se puede observar que el efecto de almacenamiento domina el comportamiento de la presión a tiempos iniciales, posteriormente desaparece conjuntamente con el efecto de flujo de alta-velocidad. De nuevo, para tiempos posteriores se obtiene un comportamiento de presión similar al comentado previamente para pruebas de decremento.

Finalmente, la figura 20 presenta los efectos simultáneos de daño, almacenamiento y alta-velocidad, empleando para generar estas soluciones los mismos datos que se utilizaron para generar las soluciones presentadas en la figura 14. El análisis de la figura 20, indica que los resultados presentados son esencialmente los mismos que los obtenidos para los casos de daño a la formación (figura 18) y almacenamiento (figura 19); resumiendo, se concluye que la capacidad de flujo de las fracturas, $k_f h$, puede estimarse con precisión a partir de pruebas de incremento de presión, y que el factor de daño, s , y el coeficiente de turbulencia, D , se puede determinar a partir del método de Ramey⁹.

CONCLUSIONES

Basado en el desarrollo matemático expuesto, así como en la discusión de resultados, a continuación se presentan las siguientes conclusiones:

1. Se desarrolló un simulador numérico que reproduce con exactitud el comportamiento de yacimientos homogéneos y naturalmente fracturados considerando tanto el efecto de daño a la formación como el almacenamiento del pozo y simultáneamente considera el efecto de la alta-velocidad en el comportamiento de la presión en la simulación de pruebas de decremento e incremento de presión.
2. En base al manejo adecuado de la Ecuación de Forchheimer, así como al empleo de variables adimensionales, se determinó el límite superior de 1.0 para el rango de variación del coeficiente de alta-velocidad adimensional β_D , así como la comprobación de la ocurrencia de estos efectos en casos de campo.
3. El comportamiento de la presión con respecto al tiempo de un pozo en un yacimiento naturalmente fracturado, afectado por las condiciones de flujo a alta-velocidad, es caracterizado por una línea recta semilogarítmica de pendiente característica de 1.151 paralela al caso de flujo Darcy, cuyo desplazamiento se debe a la magnitud del coeficiente de alta-velocidad adimensional β_D , determinado a partir de la expresión (4.4).
4. En base a la pendiente característica de 1.151, la conductividad del sistema de fracturas, $k_f h$, puede determinarse con exactitud a partir de pruebas de decremento e incremento de presión aún en el caso en que éstas estén afectadas por daño a la formación y/o almacenamiento del pozo.
5. Se derivó una expresión general para el pseudo-daño dependiente del gasto, debido a la alta-velocidad, reduciéndose esta expresión a una forma simple, la cual es muy útil para estimar s_{hv} cuando la formación no está dañada.
6. El factor de pseudo-daño debido al flujo a alta-velocidad se incrementa cuando existe daño a la formación. Esto puede implicar la interpretación errónea del factor de daño estimado a partir del análisis de datos de pruebas afectadas por la alta-velocidad, lo que puede a su vez conducir a operaciones no necesarias de estimulación en los pozos.

7. Si la prueba está afectada por el flujo a alta-velocidad, los resultados obtenidos mediante el análisis de la curva tipo de Bourdet y colaboradores, se deben tomar con precaución, dado que se estima un daño efectivo, el cual incluye el factor de pseudo-daño por alta-velocidad.

NOMENCLATURA.

c_t = compresibilidad total del sistema fluido-medio poroso (matriz o fractura)

c_D = constante de almacenamiento adimensional.

D = coeficiente de turbulencia.

h = espesor de la formación.

k_f = permeabilidad de la formación naturalmente fracturada.

k_D = permeabilidad adimensional.

p = presión.

p_D = presión adimensional.

q = gasto del pozo.

r = distancia radial.

r_{hvd} = distancia radial máxima a cual se tiene flujo a alta-velocidad.

s = factor de daño.

s' = factor de daño aparente.

t = tiempo.

β = coeficiente inercial o de alta-velocidad.

δ = factor de corrección para la Ley de Darcy.

Δp_{hvd} = caída de presión adimensional causada por el flujo de alta-velocidad.

ϕ = porosidad.

σ = parámetro de interporosidad de flujo.

μ = viscosidad.

ω = relación de capacidad de almacenamiento.

ρ = densidad.

λ = parámetro geométrico para yacimientos naturalmente fracturados definido por

Warren y Root.

Subíndices.

D = adimensional.

f = fractura.

hv = alta velocidad.

i = inicial o índice de referencia para la dirección radial.

k = iteración.

m = matriz.

n = nivel de tiempo empleado en la solución numérica.

p = producción.

s = daño.

t = total.

ssl = porción recta semilogarítmica.

w = pozo.

REFERENCIAS.

- 1.- Forchheimer, P.: "Wasserbewegung Durch Boden", Zeitschr. für angew. Math. u. Mech., 45 (1901), 1782.
- 2.- Fancher, G.H., Lewis, J.A., and Barnes, K.B.: "Some Physical Characteristics of Oil Sands", Bull. 12, Pennsylvania State U., Mineral Industries Experiment Station, University Park (1933).
- 3.- Muskat, M.: The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media, McGraw-Hill, New York (1937).
- 4.- Katz, D.L. et al.: Handbook of Natural Gas Engineering, McGraw-Hill Book Co., New York (1959).
- 5.- Bear, J.: Dynamics of Fluids in Porous Media, American Elsevier Co., New York (1972).
- 6.- Firoozabadi, A. and Katz, D.L.: "An analysis of High Velocity Gas Flow Through Porous Media", J. Pet. Tech. (Feb. 1979), 211- 216.
- 7.- Greenkorn, R.A.: Flow Phenomena in Porous Media, Marcel Dekker Inc., New York (1983).
- 8.- Hagoort, J.: Fundamentals of Gas Reservoir Engineering, Elsevier, Amsterdam (1988).
- 9.- Ramey, H.J., Jr.: "Non-Darcy Flow and Wellbore Storage Effects in Pressure Buildup and Drawdown of Gas Wells", J. Pet. Tech. (Feb. 1965), 223-233.
- 10.- Wattenbarger, R.A. and Ramey, H.J., Jr.: "Gas Well Testing with Turbulence, Damage and Wellbore Storage", J. Pet. Tech. (Aug. 1968), 99-109.
- 11.- Energy Resources Conservation Board: Theory and Practice of the Testing of Gas Wells, Calgary. Alberta (1975).
- 12.- Lee, R.L., Logan, R.W. and Tek, M.R.: "Effects of Turbulence on Transient Flow of Real Gas Through Porous Media", SPE Formation Evaluation (Marh 1987), 108-120.
- 13.- Berumen, C.S., Samaniego, V.F. and Cinco-Ley, H.: "Transient Pressure Analysis and Performance of Gas Wells Producing Under Constant Pressure Conditions", paper

SPE 19089 presented at 1989 SPE Gas Technology Symposium, Dallas, June 7-9.

- 14.- Villalobos-L. H., Rodríguez, F. and Samaniego, V.F.: " An Investigation of the Influence of High-Velocity Flow on the Transient Pressure Behavior of Liquid-Dominated Wells ", proceedings Fourteenth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, January 24-26, 1989.
- 15.- Kadi, K.S.: " Non-Darcy Flow in Dissolved Gas-Drive Reservoirs ", paper SPE 9301 presented at 1980 SPE Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Dallas, Sep. 21-24.
- 16.- Tariq, S.M.: " Evaluation of Flow Characteristics of Perforations Including Nonlinear Effects Using Finite-Element Method ", SPE Production Engineering (May 1987), 104-112.
- 17.- Perez, G. and Kelkar, B.G.: " New Method to Predict Two-Phase Pressure Drop Across Perforations ", paper SPE 18248 presented at 1988 SPE Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Houston, October 2-5.
- 18.- Reiss, L.H.: The Reservoir Engineering Aspects of Fractured Formations, Gulf Publishing Co., Houston (1980).
- 19.- van Golf-Racht, T.D.: Fundamentals of Fractured Reservoir Engineering, Elsevier, Amsterdam (1982).
- 20.- Baker, W.J.: " Flow un Fissured Formations ", proceedings Fourth World Petroleum Congress, section II/E, paper 7, 379-393.
- 21.- Cinco-Ley, H., Samaniego, V.F., Parra, J., Domínguez-V., G. and Rivera, J.: " Aspectos Prácticos de Pruebas de Presión en Yacimientos de Alta Permeabilidad - Area de Cantarell ", Ingeniería Petrolera (Feb. 1984), 37-46.
- 22.- Cinco-Ley, H., Samaniego, V.F. and Viturat, D.: " Pressure Transient Analysis for High-Permeability Reservoirs ", paper presented at 1985 SPE Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, Sep. 22-25.
- 23.- Kelly, J.E., Anderson, K.E. and Burnham, W.L.: " The Cheat Sheet: A New Tool for the Field Evaluation of Wells by Step-Testing ", Ground Water (May-June 1980) 294-298.

- 24.- Jones, T.A., Wooten, S.O. and Kaluxa, T.J.: " Single-Phase Flow Through Natural Fractures ", paper SPE 18175 presented at 1988 SPE Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Houston, October 2-5.
- 25.- Warren, J.E. and Root, P.J.: " The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs ", Soc. Pet. Eng. J. (Sep. 1963) 245-255, Trans. AIME, Vol. 228.
- 26.- Moench, A.F.: " Double-Porosity Models for a Fissured Groundwater Reservoir with Fractured Skin ", Water Resources, Vol. 20, No. 7 (July 1984) 831-846.
- 27.- Stewart, G. and Ascharsobbi, F.: " Well Test Interpretation for Naturally Fractured Reservoirs ", paper SPE 18173 presented at 1988 SPE Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Houston, October 2-5.
- 28.- Swift, G.W., and Kiel, O.G.: " The Prediction of Performance Including The Effect of Non-Darcy Flow " Trans., . et. Tech (july 1962) 791-798.
- 29.- Matthews, C.S., and Russell, D.G.: Pressure Buildup and Flow Test in Wells, Monograph Series, Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas (1967) 1, chap. 2.
- 30.- Tek, M.R., Coats, K.H., and Katz, D.L.: " The Effect of Turbulence on Flow of Natural Gas Through Porous Reservoir ", J. Pet. Tech. (July 1962) 799-805.
- 31.- Hawkins, M.F., Jr.: " A Note on the Skin Effect ", Trans. AIME (1950) Vol. 207, 356-357.
- 34.- van Everdingen, A.F. and Hurst, W.: " The Application of The Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs ", Petroleum Transactions, AIME (Dec. 1949) 305-324.
- 32.- Agarwal, R.G., Al-Hussainy, R. and Ramey, H.J., Jr.: " An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow: I. Analytical Treatment ", Soc. Pet. Eng. J. (Sep. 1970) 279-290.
- 33.- Lee, J. Well Testing, SPE Textbook Series Vol. 1, Society of Petroleum Engineers of AIME, New York (1982), Chap. 1.
- 35.- Samaniego, V.F.: " An Investigation of Transient Flow of Reservoir Fluids Considering Pressure Dependent Rock and Fluid Properties ", Tesis Doctoral, Universidad de Stanford, Stanford, Ca. (1974).

- 36.- Wattenbarger, R.A. and Ramey, H.J., Jr.: "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow: II. Finite Difference Treatment ", Soc. Pet. Eng. J. (Sep. 1979) 291-267.
- 37.- Mavor, M.J. and Cinco, H.: " Transient Pressure Behavior of Naturally Fractured Reservoirs ", paper SPE 7977 presented at the 1979 California Regional Meeting of SPE, Ventura, Calif., April 18- 20, 1979.
- 38.- Bourdet, D., Whittle, T.M., Douglas, A.A. and Pirat, V.M.: " A New Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis ", World Oil, (May 1983), pp. 95-106.
- 39.- Ramey, H.J., Jr., Kumar, A., and Gulati, M.S.: Gas Well Test Analysis under Water-Drive Conditions, American Gas Association Monography, 1973.

APENDICE A

FORMA ADIMENSIONAL DE LAS ECUACIONES PARA FLUJO A ALTA-VELOCIDAD

Partiendo de la Ecuación de Forchheimer.

$$-\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k} v_r + \beta \rho v_r^2 \quad (A1)$$

y tomando en cuenta las siguientes variables adimensionales:

$$p_D = \frac{2\pi kh}{q\mu} (p_i - p)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

se tiene que:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{dp}{\partial p_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \frac{\partial r_D}{dr} = -\frac{q\mu}{2\pi kh r_w} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}$$

por lo tanto :

$$\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{2\pi kh r_w}{q\mu} \frac{\mu}{k} v_r + \frac{k}{\mu} \frac{q\rho}{2\pi h r_w} \beta \left(\frac{2\pi h r_w}{q} \right)^2 v_r^2$$

de la definición de la velocidad adimensional, v_{rD} :

$$v_{rD} = \frac{2\pi h r_w}{q} v_r$$

y definiendo al coeficiente inercial adimensional como :

$$\beta_D = \frac{k}{\mu} \frac{q\rho}{2\pi h r_w} \beta \quad (A2)$$

por lo tanto (A1) en su forma adimensional es :

$$\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = v_{rD} + \beta_D v_{rD}^2 \quad (A3)$$

Empleando un desarrollo similar para la ecuación (2.4) se tendrá :

$$v_r = -\delta \frac{k}{\mu} \left(-\frac{q\mu}{2\pi k h r_w} \right) \frac{\partial p_D}{\partial r_D}$$

$$v_{rD} = \delta \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \quad (A4)$$

y para la ecuación (2.5) se tendrá :

$$\delta = \frac{1}{1 + (k/\mu)(q\rho/2\pi h r_w) \beta (2\pi h r_w/q) v_r}$$

$$\delta = \frac{1}{1 + \beta_D v_{rD}} \quad (A5)$$

si $\rho = \rho_i [1 - c_i (p_i - p)]$ (A2) se transforma en :

$$\beta_D = \frac{k}{\mu} \frac{q}{2\pi h r_w} \rho_i [1 - c_i (p_i - p)] \beta$$

haciendo uso de la definición de la presión adimensional se tendrá para la ecuación anterior que :

$$\beta_D = \frac{k}{\mu} \frac{q \rho_i}{2\pi h r_w} \left[1 + \frac{q\mu}{2\pi k h} c_i \frac{2\pi k h}{q\mu} (p_i - p) \right]$$

definiendo a la compresibilidad adimensional del liquido, c_{lD} como :

$$c_{lD} = \frac{q\mu}{2\pi k h} c_i$$

se tendrá

$$\beta_D = \beta_{D0} (1 - c_{lD} p_D) \quad (A6)$$

donde :

$$\beta_{D0} = \frac{k}{\mu} \frac{q \rho_i}{2 \pi h r_w} \beta$$

sustituyendo (A6) en (A3) y (A5) se tendrá :

$$\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = v_{rD} + \beta_{D0} (1 - c_{ID} p_D) v_{rD}^2$$

$$\delta = \frac{1}{1 + \beta_{D0} (1 - c_{ID} p_D) v_{rD}}$$

Para la zona de daño, partiendo de la ecuación (A1) y considerando un región de daño finita (fig. A.1) se tiene :

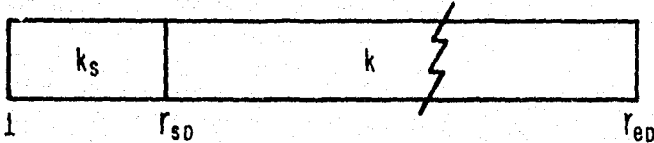


Fig. A.1 Daño de la formación productora.

$$-\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k^*} v_r + \beta^* \rho v_r^2$$

donde :

$$1 < r_D < r_{sD} \quad k^* = k_s \quad y \quad \beta^* = \beta_s$$

Para :

$$r_{sD} < r_D < r_{eD} \quad k = k \quad y \quad \beta^* = \beta$$

Efectuando un desarrollo similar al realizado para la obtención de (A3) se tendrá :

$$\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{1}{k_D^*} v_{rD} + \beta_D^* v_{rD}^2 \quad (A7)$$

La ecuación (A6) en términos de la velocidad, se expresa como :

$$v_r = -\frac{k^*}{\mu} \delta^* \frac{dp}{dr}$$

donde :

$$\delta^* = \frac{1}{1 + (k^*/\mu) \rho \beta^* v_r}$$

y en su forma adimensional :

$$v_{rD} = k_D^* \delta^* \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \quad (A8)$$

$$\delta^* = \frac{1}{1 + k_D^* \beta^* v_{rD}} \quad (A9)$$

Se observa que la ecuación (A7), es un ecuación cuadrática cuya solución es :

$$v_{rD} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\beta_D^* k_D^{*2} (\partial p_D / \partial r_D)}}{2\beta_D^* k_D^*} \quad (A10)$$

Combinando las ecuaciones (A9) y (A10) se tiene que :

$$\delta^* = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4\beta_D^* k_D^{*2} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}}} \quad (A11)$$

Aplicando la correlación de Firoozabadi-Katz, para evaluar β , en las dos regiones se tiene :

$$\ln \beta_s = -1.201 \ln k_s + 23.83$$

$$\ln \beta = -1.201 \ln k + 23.83$$

Entonces :

$$\frac{\beta_s}{\beta} = k_{sD}^{1,201} \quad (A12)$$

Aplicando el desarrollo anterior, en la ecuación (A2), se tiene :

$$\frac{\beta_s}{\beta} = \frac{\beta_{sD}}{\beta_D}$$

Por lo tanto :

$$\beta_{sD} = \beta_D k_{sD}^{1,201} \quad (A13)$$

De la ecuación (A7) y tomando en consideración la ecuación (2.26) se tiene que :

$$\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{viscoso} = \frac{1}{k_D} v_{rD} \quad (A14)$$

y

$$\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{inercial} = \beta_D v_{rD}^2 \quad (A15)$$

APENDICE B

DEFINICION DE LA MALLA LOGARITMICA DE NODOS DISTRIBUIDOS .

Para la localización de los nodos, en el caso de una malla de nodos distribuidos, se aplica la siguiente relación :

$$r_{i+1} = \alpha r_i \quad (B.1)$$

o

$$r_i = \alpha^{i-1} r_1 \quad (B.2)$$

Las fronteras de las celdas, se calculan como un promedio logarítmico del radio de los nodos.

$$r_{i+1/2} = \frac{r_{i+1} - r_i}{\ln \alpha} \quad (B.3)$$

Dónde α es un parámetro que debe satisfacer la siguiente relación :

$$r_c = \frac{r_{nc+1} - r_{nc}}{\ln \alpha} = \frac{\alpha^{nc-1} (\alpha - 1)}{\ln \alpha} r_1 \quad (B.4)$$

Dónde :

nc = número de celdas.

Procedimiento Analítico para Evaluar los Parámetros de la Malla .

A partir de la ecuación (B.2), es posible definir un radio imaginario $r_o < r_w$.

$$r_o = \frac{r_1}{\alpha} \quad (B.5)$$

r_w se puede expresar de acuerdo con la ecuación (B.3) como :

$$r_w = \frac{r_1 - r_o}{\ln \alpha} = \frac{r_1 - (r_1/\alpha)}{\ln \alpha} = \frac{r_1 (1 - 1/\alpha)}{\ln \alpha}$$

por lo tanto :

$$r_w = \frac{(\alpha - 1)}{\alpha \ln \alpha} r_1 \quad (B.6)$$

la solución simultánea de (B.4) y (B.6) conduce a :

$$r_1 = \frac{r_c \ln \alpha}{\alpha^{nc-1} (\alpha - 1)} \quad de \quad (B.4)$$

implica que :

$$\frac{r_c \ln \alpha}{\alpha^{nc-1} (\alpha - 1)} = \frac{r_w \alpha \ln \alpha}{(\alpha - 1)}$$

$$r_1 = \frac{r_w \alpha \ln \alpha}{(\alpha - 1)} \quad de \quad (B.6)$$

$$\frac{r_c}{r_w} = \alpha^{nc-1} \alpha$$

por lo tanto :

$$\alpha = \left(\frac{r_c}{r_w} \right)^{1/nc} \quad (B.7)$$

y

$$r_1 = \frac{\alpha \ln \alpha}{(\alpha - 1)} r_w \quad (B.8)$$

Los radios de los nodos se calculan con la ecuación (B.2), una vez evaluada α con la ecuación (B.7) y las fronteras de las celdas a partir de la ecuación (B.3) :

$$r_{i+1/2} = \frac{r_{i+1} - r_i}{\ln \alpha} = \frac{\alpha r_i - r_i}{\ln \alpha} = \frac{(\alpha - 1) r_i}{\ln \alpha} = \frac{(\alpha - 1) \alpha^{i-1}}{\ln \alpha} r_1 \quad (B.9)$$

$$r_{i+1/2} = \frac{(\alpha - 1)\alpha^{i-1}}{\ln \alpha} \frac{\alpha \ln \alpha}{(\alpha - 1)} r_w = \alpha^{i-1} \alpha r_w = \alpha^i r_w$$

entonces :

$$r_{i+1/2} = \alpha^i r_w$$

o también :

$$r_{i+1/2} = \alpha r_{i-1/2} \tag{B.10}$$

Las ecuaciones (B.7), (B.8), (B.9) y (B.10) constituyen una forma exacta y directa para definir una malla logarítmica .

APENDICE B

DEFINICION DE MALLA LOGARITMICA DE NODOS DISTRIBUIDOS

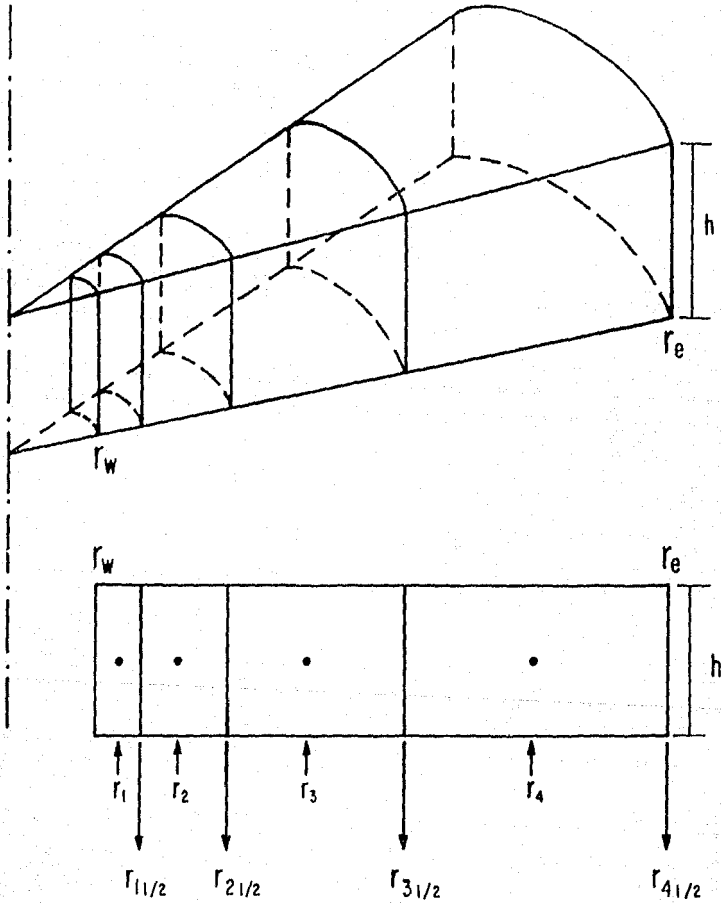


Fig. B-1.- MALLA LOGARITMICA DE NODOS DISTRIBUIDOS.

APENDICE C

DETERMINACION DE LA CONSTANTE DE UNIDADES DE LA ECUACION

(4.1)

Partiendo del Sistema Internacional, las unidades de, las variables que integran la ecuación :

$$\beta_D = \frac{k}{\mu} \frac{q\rho}{2\pi h r_w} \beta \quad (C.1)$$

son :

$$\beta [m^{-1}], k [m^2], q [m^3/seg], \rho [kg/m^3], \mu [Pa.seg], h [m], r_w [m]$$

Para el Sistema Inglés se tendrá :

$$\beta \left[\frac{1}{m} \right] * \frac{0.3048m}{1ft} = \beta' \quad \beta = \frac{1}{0.3048} \beta'$$

$$k [m^2] * \frac{1D}{9.869 * 10^{-13} m^2} * \frac{1000mD}{1D} = k' \quad k = 9.869 * 10^{-16} k'$$

$$\mu [Pa.seg] * \frac{10^3 cp}{Pa.seg} = \mu' \quad \mu = 10^{-3} \mu'$$

$$q \left[\frac{m^3}{seg} \right] * \frac{86400seg}{1Dia} * \frac{6.29Bl}{1m^3} = q' \quad q = 1.84 * 10^{-6} q'$$

$$\rho \left[\frac{kg}{m^3} \right] * \frac{1lb}{0.45kg} \frac{(0.3048)^3 m^3}{1ft^3} = \rho' \quad \rho = 16.032 \rho'$$

$$h [m] * \frac{1ft}{0.3048m} = h' \quad h = 0.3048 h'$$

$$r_w [m] * \frac{1ft}{0.3048m} = r_w' \quad r_w = 0.3048 r_w'$$

$$\beta_D = \frac{(9.869 * 10^{-16}) k' (1.84 * 10^{-6}) (16.03286) q' \rho' 1}{(10^{-3}) \mu' (2) (3.1416) (0.3048)^2 h' r_w' 0.3048} \beta'$$

$$\beta_D = 1.6363538 * 10^{-16} \frac{k}{\mu} \frac{q\rho}{hr_w} \beta$$

El mismo procedimiento se puede seguir para determinar la constante de conversión para cualquier sistema de unidades que se desee emplear .

APENDICE D

DERIVACION DEL FACTOR DE PSEUDO-DAÑO DEBIDO AL FLUJO A ALTA-VELOCIDAD.

Partiendo de la ecuación (4.2) e integrando la ecuación (4.3) en la región de flujo correspondiente a los efectos de alta-velocidad se tendrá :

$$\int_{\Delta p_{hvD}(1,t_D)}^0 d\Delta p_{hvD} = \int_1^{\infty} \beta_D v_{rD}^2(r_D, t_D) dr_D \quad (D.1)$$

Se observa que el límite inferior de la integral del lado izquierdo de la ecuación (D.1) es la caída de presión extra debido a los efectos de alta-velocidad, o en otras palabras es el factor de pseudo-daño por alta-velocidad el cual es función del tiempo, definiéndose en la forma siguiente :

$$\Delta p_{hv}(1, t_D) = s_{hv}(t_D) \quad (D.2)$$

Además, se nota que a partir de la definición de la velocidad adimensional $v_{rD}(r_D, t_D)$.

$$v_{rD}(r_D, t_D) = \frac{2\pi r_{10} h}{q_w} v_r(r, t) = \frac{1}{r_D} \frac{q(r, t)}{q_w} \quad (D.3)$$

Para las condiciones del pozo, $r_D = 1$, v_{rD} asume un valor máximo de 1 y a medida que r_D aumenta, v_{rD} tiende a cero. Esto significa que existe una subregión delimitada por $r_{hvD} < r_D < \infty$, en que la integral de la ecuación (D.1) tiende a cero, adoptando ésta la siguiente expresión :

$$\int_{s_{hv}(t_D)}^0 d\Delta p_{hvD} = \int_1^{r_{hvD}} \beta_D v_{rD}^2(r_D, t_D) dr_D \quad (D.4)$$

De la ecuación (D.4) se observa que para tiempos prácticos la contribución de la expansión total de la región comprendida entre $1 < r_D < r_{hvD}$ es despreciable, entonces el ritmo de flujo en esta subregión es aproximadamente igual a q_{10} y la ecuación (D.3) se reduce a :

$$vrD(r_D, tD) = \frac{1}{r_D} \quad (D.5)$$

Finalmente considerando la expresión anterior en la ecuación (D.4) se tendrá :

$$\int_{s_{hv}(tD)}^0 d\Delta p_{hvD} = \int_1^{r_{hvD}} \beta_D \frac{1}{r_D^2} dr_D \quad (D.6)$$

Integrando (D.6) considerando la región de daño se tendrá que :

$$\int_1^{r_{hvD}} \beta_D \frac{1}{r_D} dr_D = \int_1^{r_{sD}} \beta_{sD} \frac{1}{r_D} dr_D + \int_{r_{sD}}^{r_{hvD}} \beta_D \frac{1}{r_D} dr_D$$

Entonces :

$$s_{hv} = \beta_{sD} \left(1 - \frac{1}{r_{sD}} \right) + \beta_D \left(\frac{1}{r_{sD}} - \frac{1}{r_{hvD}} \right) \quad (D.7)$$

y considerando que $\beta_{sD} = \beta_D k_{sD}^{-1.201}$ ecuación (2.38) , (D.7) toma la siguiente forma

$$s_{hv} = \beta_D \left[k_{sD}^{-1.201} \left(1 - \frac{1}{r_{sD}} \right) + \left(\frac{1}{r_{sD}} - \frac{1}{r_{hvD}} \right) \right] \quad (D.8)$$

Se observa de la ecuación (D.8) y bajo las circunstancias supuestas anteriormente , el factor de pseudo-daño no depende ahora del tiempo .

TABLA No. 1

Comparación de resultados del simulador con la solución analítica de van Everdingen y Hurst .- Yacimiento homogéneo pozo que produce a gasto constante.

<i>t_D</i>	<i>Analítica</i>	<i>Modelo</i>
1×10^{-1}	0.315	0.3021
2×10^{-1}	0.424	0.4142
5×10^{-1}	0.616	0.6104
7×10^{-1}	0.702	0.9671
1×10^0	0.802	0.7979
2×10^0	1.020	1.0135
5×10^0	1.362	1.3558
7×10^0	1.500	1.4941
1×10^1	1.651	1.6464
2×10^1	1.960	1.9474
5×10^1	2.388	2.3800
7×10^1	2.550	2.5433
1×10^2	2.723	2.7170
5×10^2	3.064	3.0482
7×10^2	3.684	3.6760
1×10^3	3.860	3.8552

TABLA No. 2

Comparación de resultados del simulador con la solución analítica de Agarwal Al-Husainy y Ramey y la numérica de Wattenbarger y Ramey . Yacimiento Homogéneo con daño y almacenamiento ($s = 5$ y $c_D = 10^2$)

t_D	Numérica	Analítica	Modelo
1×10^0	$.99317 \times 10^{-2}$...	$.9948 \times 10^{-2}$
2×10^0	$.19814 \times 10^{-1}$...	$.1985 \times 10^{-1}$
5×10^0	$.49259 \times 10^{-1}$...	$.4935 \times 10^{-1}$
1×10^1	$.97818 \times 10^{-1}$...	$.9801 \times 10^{-1}$
2×10^1	$.19336 \times 10^0$...	$.1937 \times 10^{-1}$
5×10^1	$.47009 \times 10^0$...	$.4710 \times 10^0$
1×10^2	$.90481 \times 10^0$	0.9319	$.9069 \times 10^0$
2×10^2	$.16942 \times 10^1$	1.7512	$.1695 \times 10^1$
5×10^2	$.35776 \times 10^1$	3.6982	$.3583 \times 10^1$
1×10^3	$.56401 \times 10^1$	5.7984	$.5656 \times 10^1$
2×10^3	$.16942 \times 10^1$	7.8403	$.7684 \times 10^1$
5×10^3	$.93069 \times 10^1$	9.3823	$.9319 \times 10^1$
1×10^4	$.98637 \times 10^1$	9.8913	$.9879 \times 10^1$
2×10^4	$.10278 \times 10^2$	10.300	$.1029 \times 10^2$
5×10^4	$.10771 \times 10^2$	10.792	$.1079 \times 10^2$
1×10^5	$.11129 \times 10^2$	11.150	$.1115 \times 10^2$
2×10^6	$.11481 \times 10^2$	11.502	$.1149 \times 10^2$
5×10^6	$.11941 \times 10^2$	11.963	$.1196 \times 10^2$
1×10^6	$.12289 \times 10^2$	12.311	$.1231 \times 10^2$

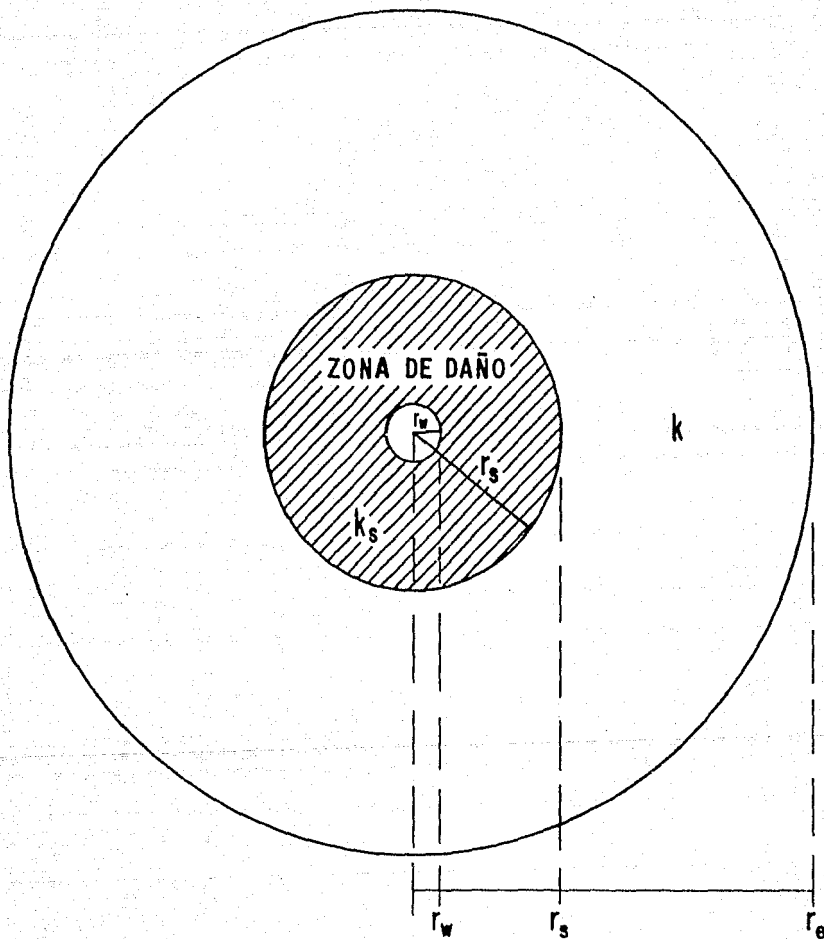


Fig.1.-EFECTO DE DAÑO A LA FORMACION.

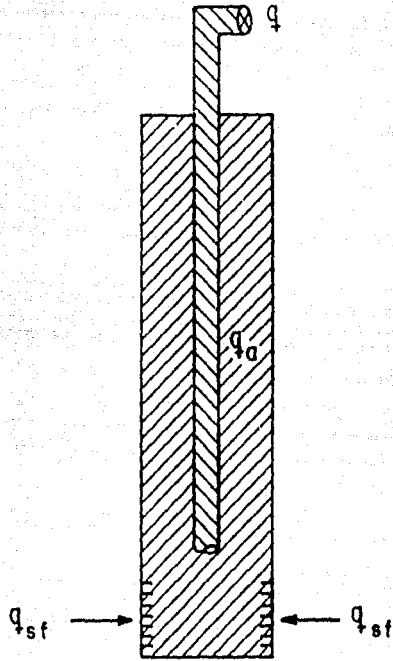


Fig. 2.- EFECTO DEL ALMACENAMIENTO DE FLUIDOS EN EL POZO.

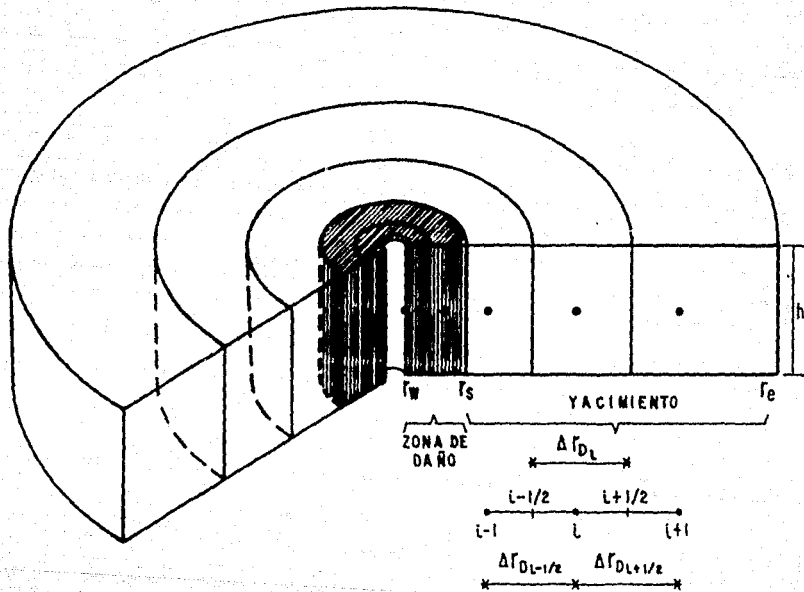


Fig. 3.- DISCRETIZACION DE LA ZONA DE DAÑO Y DEL YACIMIENTO.

SIMULADOR DE FLUJO DE ALTA VELOCIDAD PARA YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

LECTURA DE DATOS INICIALES

CALCULO DE LA MALLA LOGARITMICA

DISCRETACION DE LA ZONA DE DAÑO Y DEL YACIMIENTO

α

INICIO DE LA SIMULACION

β

CALCULO DE LOS TERMINOS DE LA MATRIZ DE DERIVADAS Y SOLUCION DE LA MISMA APLICANDO EL METODO DE THOMAS

CUMPLE LA TOLERANCIA FIJADA

NO

NO

δ

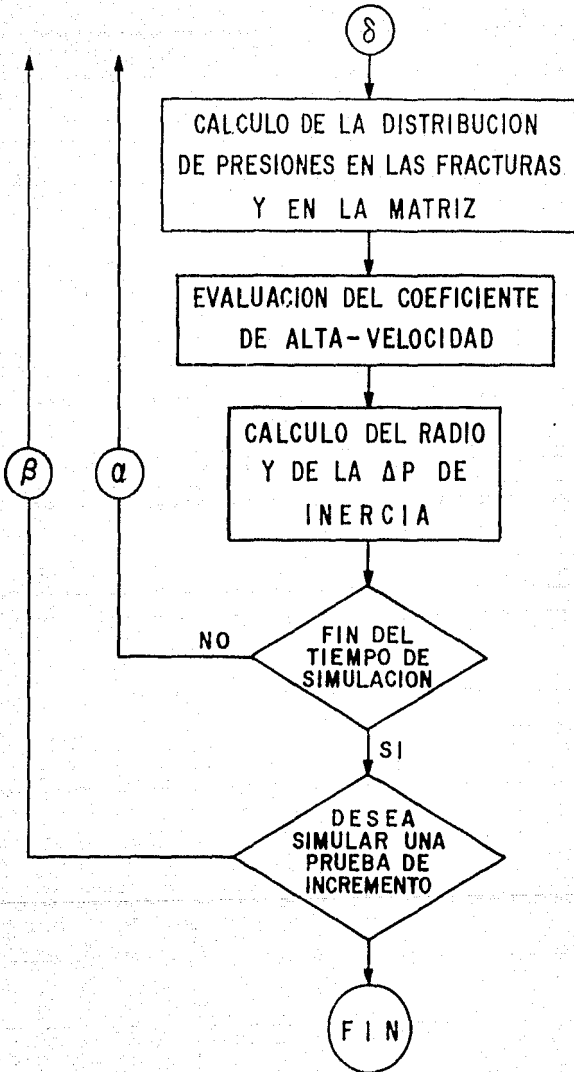


Fig. 4.-DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SIMULADOR NUMERICO.

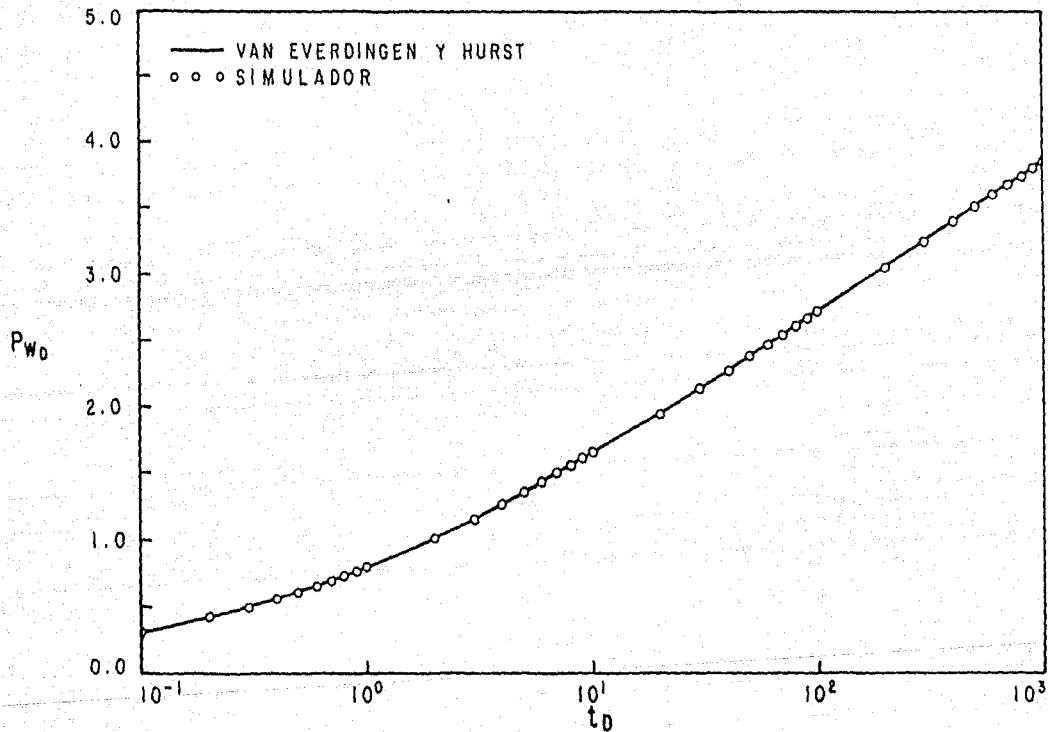


Fig. 6.-COMPARACION DE LA SOLUCION OBTENIDA POR EL SIMULADOR
CON LA DE VAN EVERDINGEN Y HURST.

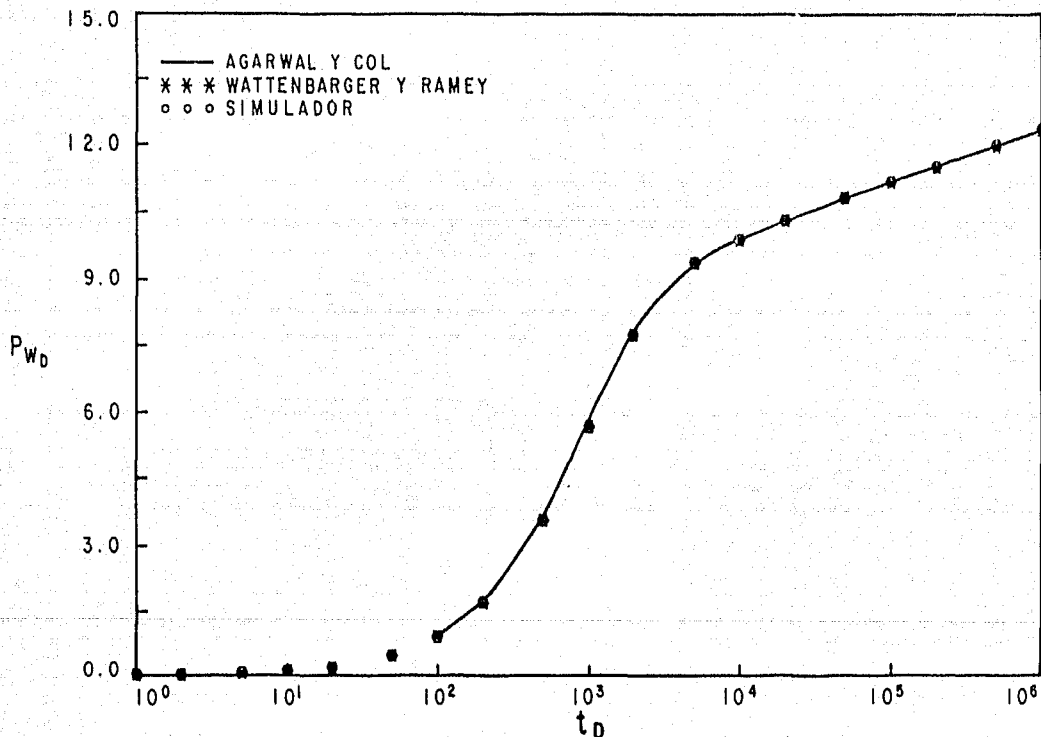


Fig.7.-COMPARACION DE LA SOLUCION OBTENIDA POR EL SIMULADOR
CON LAS DE AGARWAL Y COLS Y WATTENBARGER Y RAMEY.
 $S=5$, $C_D=100$.

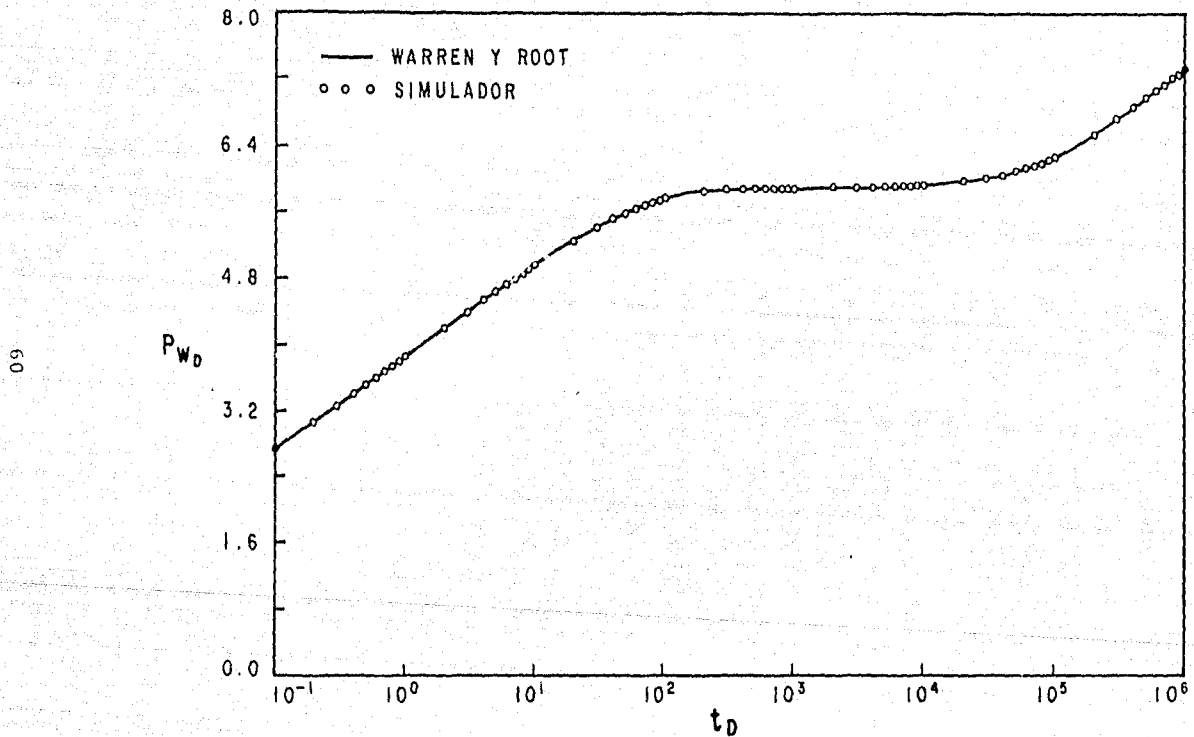


Fig.8.-COMPARACION DE LA SOLUCION OBTENIDA POR EL SIMULADOR CON LA DE WARREN Y ROOT, PARA UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO .

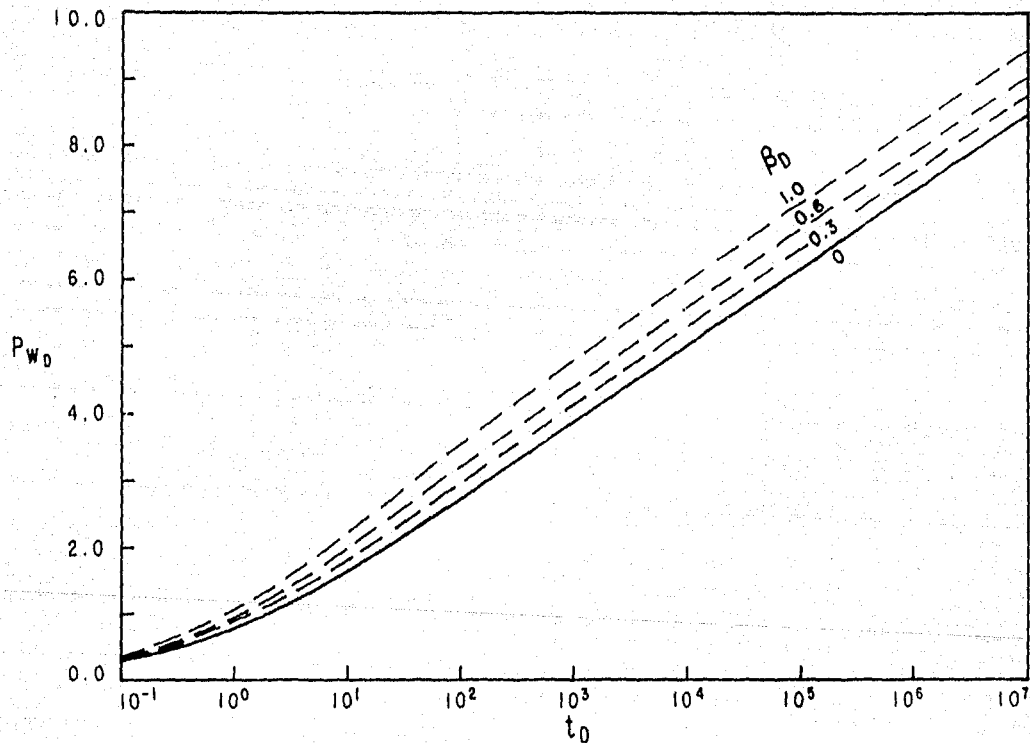


Fig. 9.- EFECTO DEL FLUJO A ALTA VELOCIDAD EN EL COMPORTAMIENTO DE P_D .

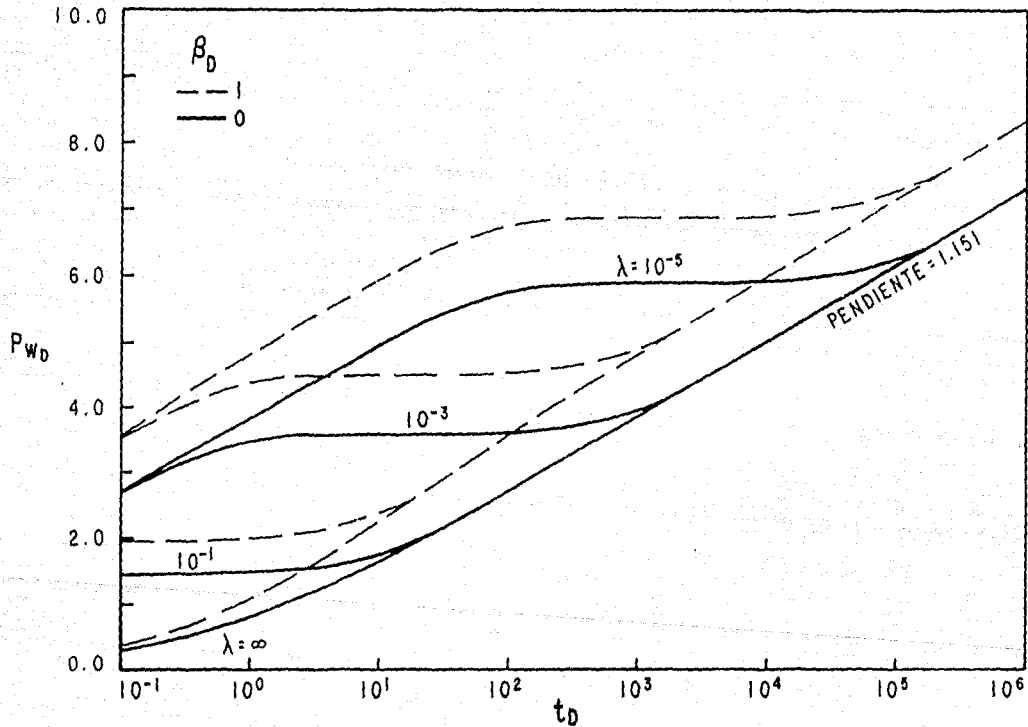


Fig.10.-EFECTO DEL FLUJO A ALTA VELOCIDAD EN PRUEBAS DE DECREMENTO DE PRESION PARA UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO. $\omega = 10^{-3}$.

ESTA TESIS NO DEBE SALIR DE LA BIBLIOTECA

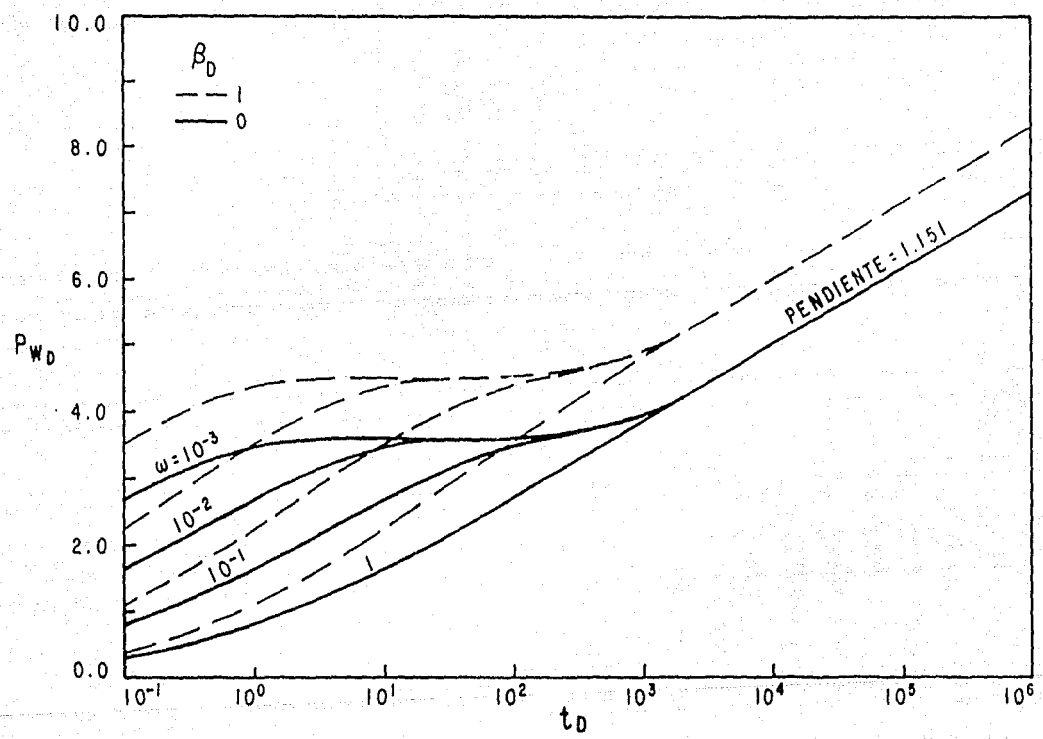


Fig. 11.- EFECTO DEL FLUJO A ALTA VELOCIDAD EN PRUEBAS DE DECREMENTO DE PRESION PARA UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO. $\lambda = 10^{-3}$.

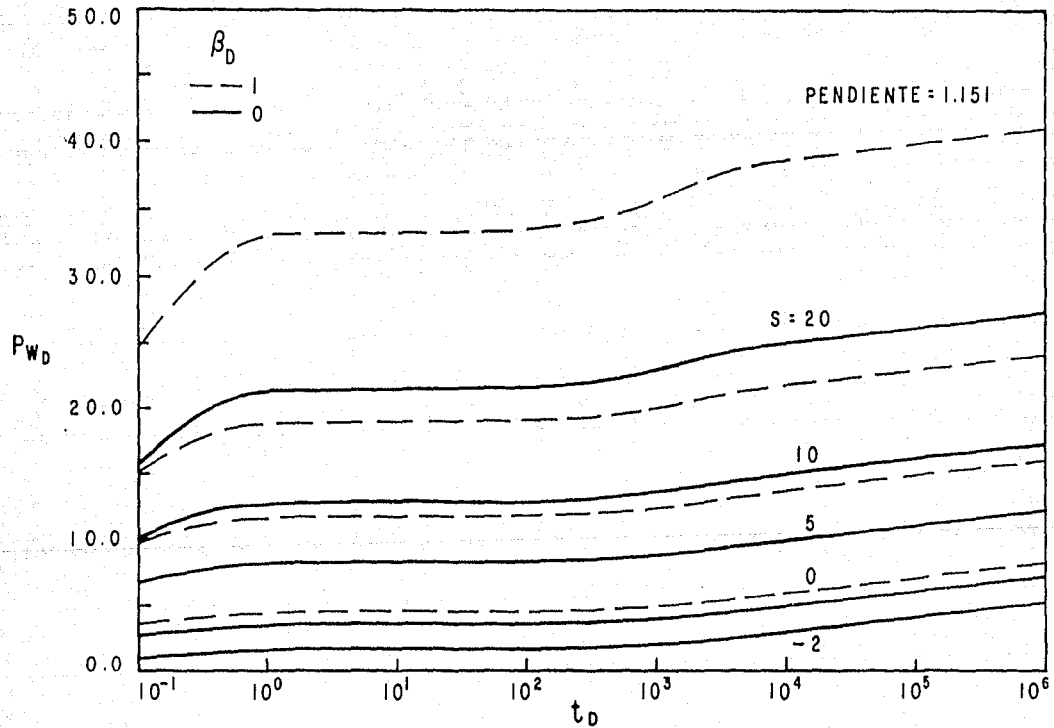


Fig.12.-EFECTO DEL FLUJO A ALTA VELOCIDAD EN PRUEBAS DE DECREMENTO DE PRESION PARA UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO, INCLUYENDO EL EFECTO DE DAÑO A LA FORMACION. $\lambda = 10^{-3}$, $\omega = 10^{-3}$.

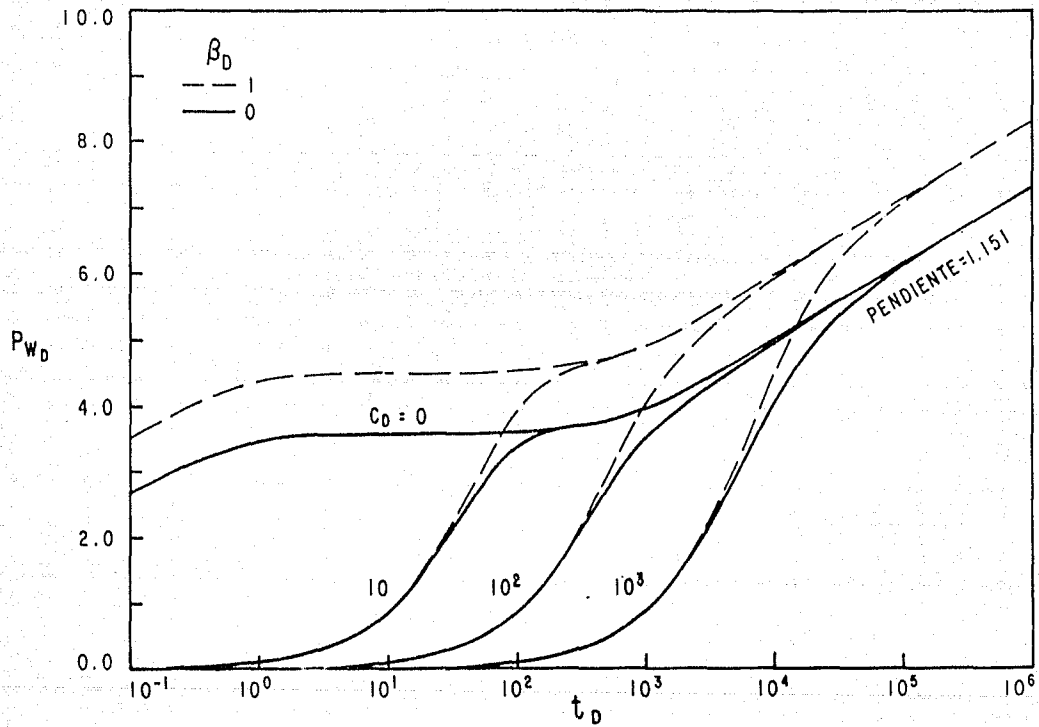


Fig.13.- EFECTO DEL FLUJO A ALTA VELOCIDAD EN PRUEBAS DE DECREMENTO DE PRESION PARA UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO, INCLUYENDO EL EFECTO DE ALMACENAMIENTO DEL POZO. $\lambda = 10^{-3}$, $\omega = 10^{-3}$.

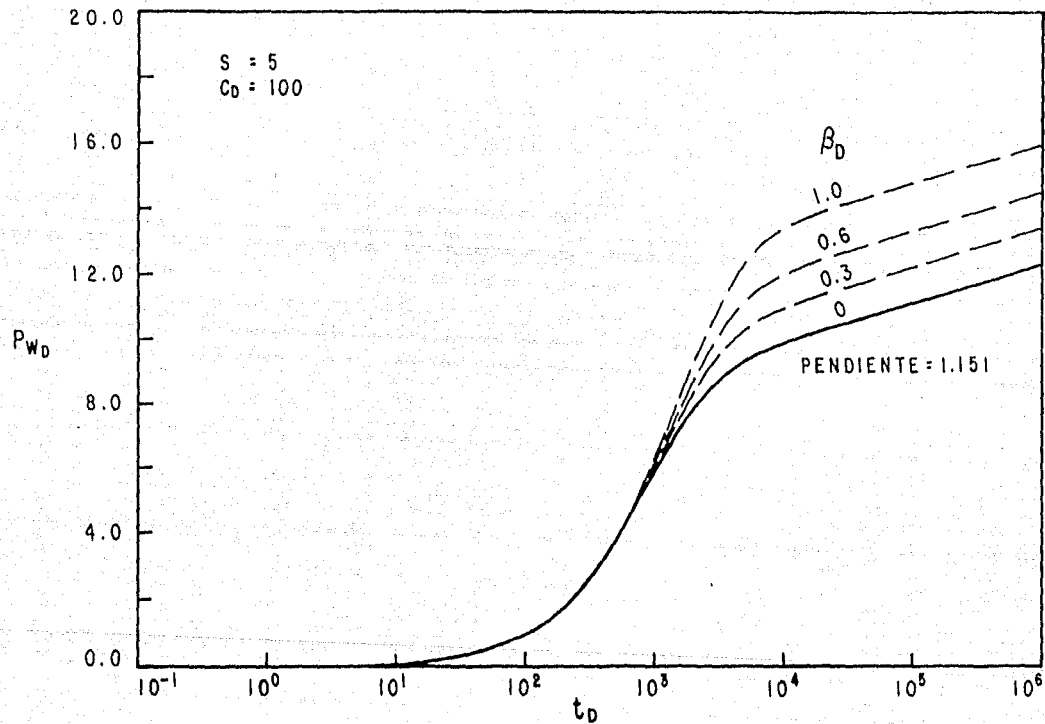


Fig.14.-EFECTO DEL FLUJO A ALTA VELOCIDAD EN PRUEBAS DE DECREMENTO DE PRESION PARA UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO, INCLUYENDO EL EFECTO SIMULTANEO DE DAÑO A LA FORMACION Y ALMACENAMIENTO DEL POZO. $\lambda = 10^{-3}$, $\omega = 10^{-3}$.

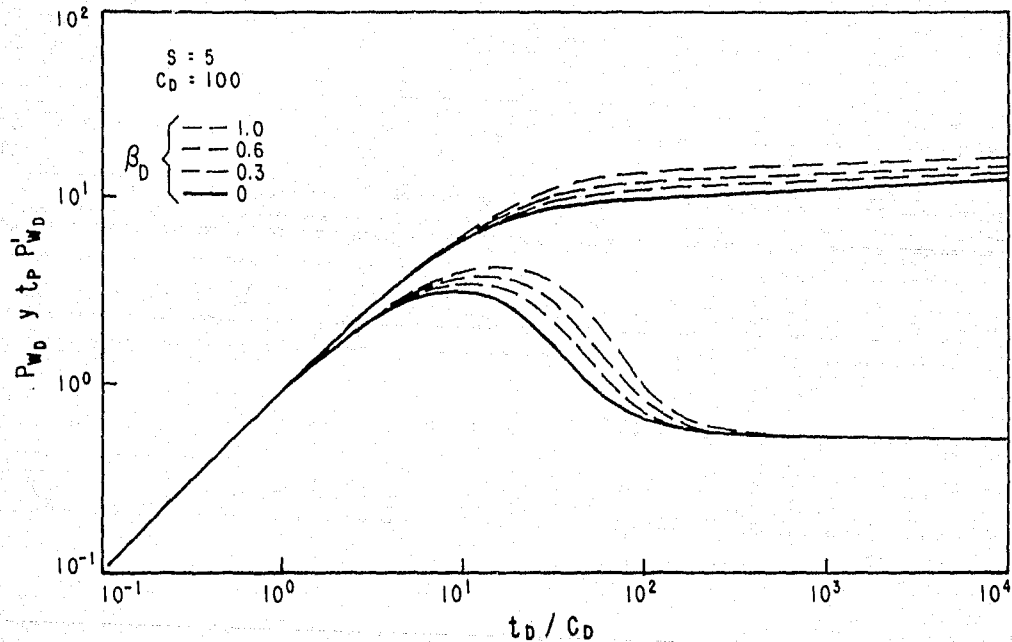


Fig.15.- PRESION Y FUNCION DERIVADA DE LA PRESION PARA PRUEBAS DE DECREMENTO EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS INCLUYENDO EL EFECTO SIMULTANEO DE DAÑO A LA FORMACION Y ALMACENAMIENTO DEL POZO. $\lambda = 10^{-3}$, $\omega = 10^{-3}$.

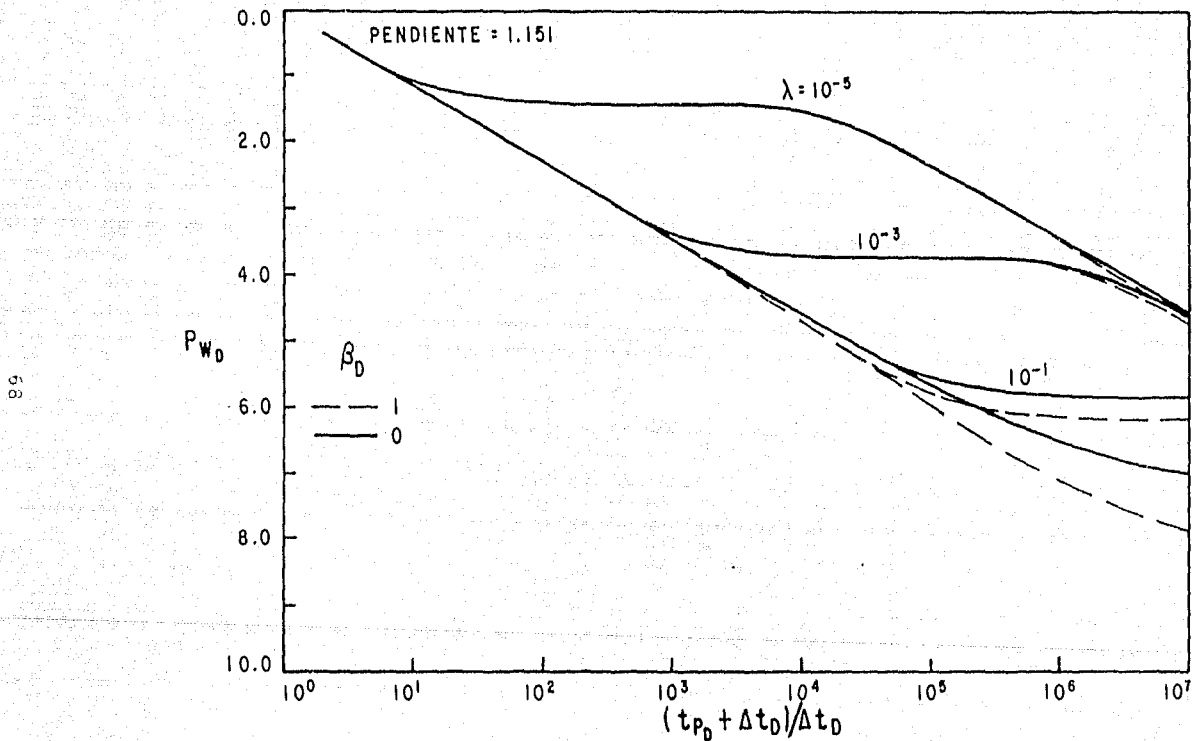


Fig. 16.- PRUEBA DE INCREMENTO DE PRESION EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS CONSIDERANDO EL EFECTO DE FLUJO A ALTA VELOCIDAD. $\omega = 10^{-3}$.

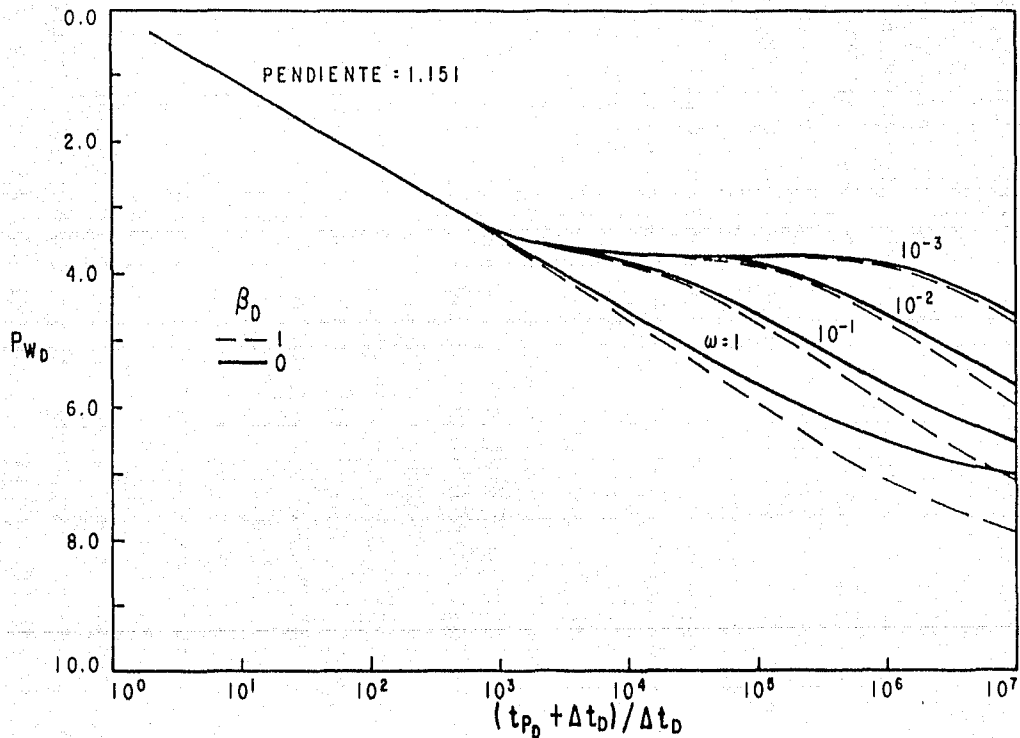


Fig. 17.- PRUEBA DE INCREMENTO DE PRESION EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS CONSIDERANDO EL EFECTO DE FLUJO A ALTA VELOCIDAD. $\lambda = 10^{-3}$.

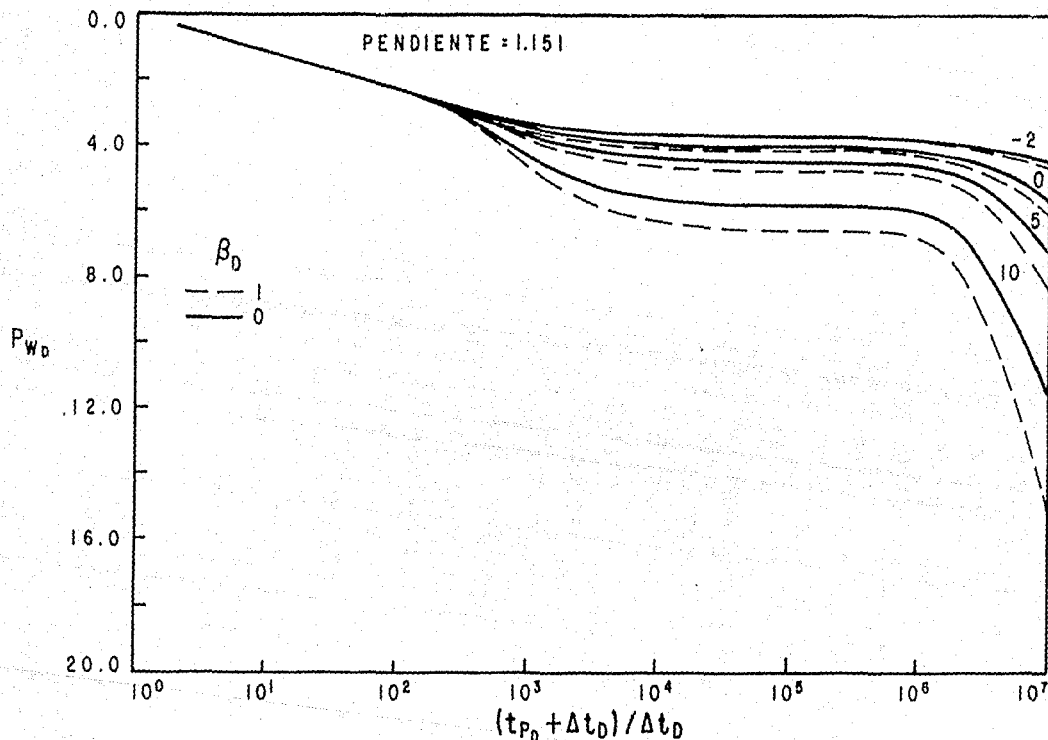


Fig. 18.— PRUEBA DE INCREMENTO DE PRESION EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS CONSIDERANDO EL EFECTO DE FLUJO A ALTA VELOCIDAD Y DAÑO A LA FORMACION, $\lambda = 10^{-3}$, $\omega = 10^{-3}$.

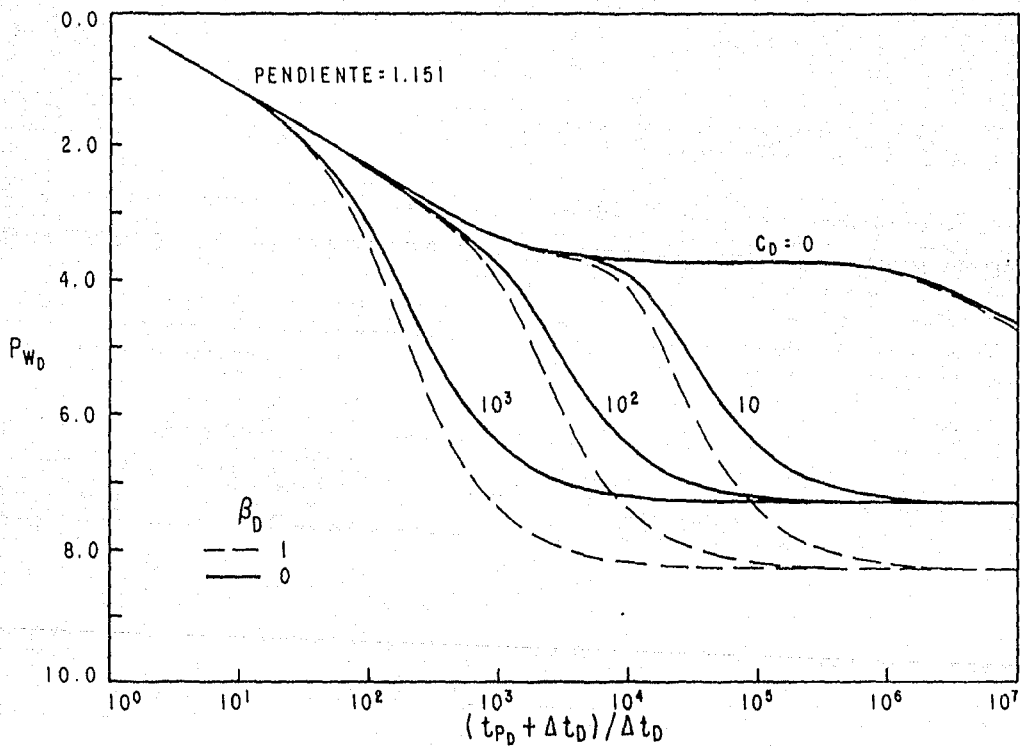
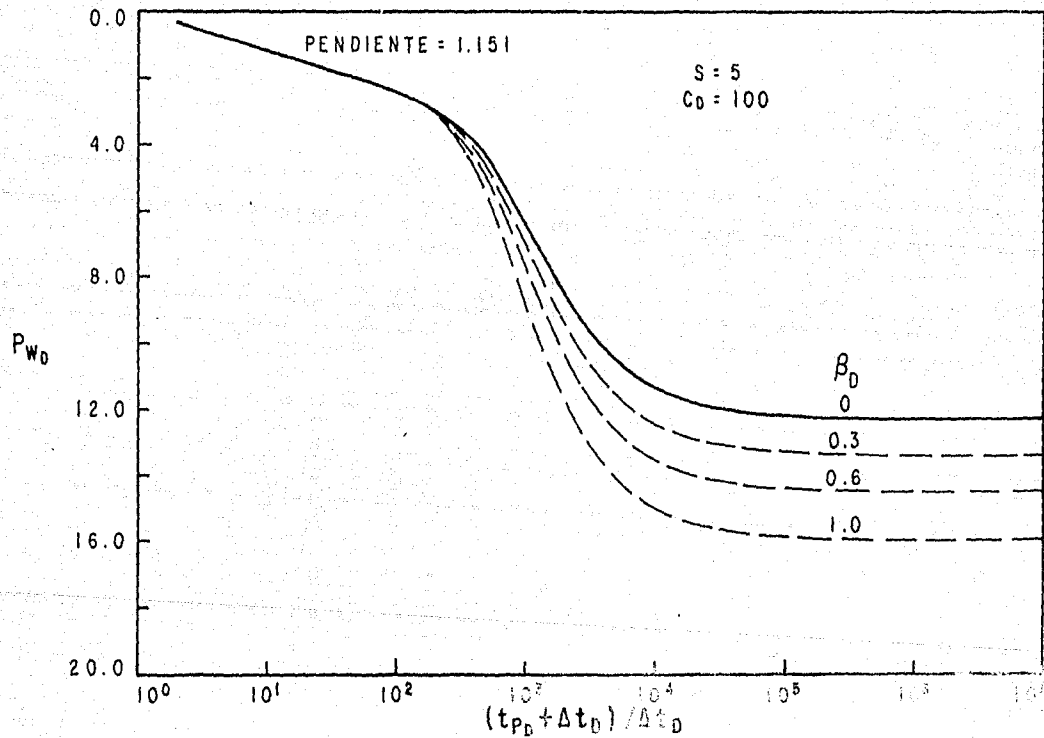


Fig.19.- PRUEBA DE INCREMENTO DE PRESION EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS CONSIDERANDO EL EFECTO DE FLUJO A ALTA VELOCIDAD Y ALMACENAMIENTO DEL POZO $\lambda = 10^{-3}$, $\omega = 10^{-3}$.



72

Fig.20.-EFECTO DEL FLUJO A ALTA VELOCIDAD EN PRUEBAS DE INCREMENTO DE PRESION PARA UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO, INCLUYENDO EL EFECTO SIMULTANEO DE DAÑO A LA FORMACION Y ALMACENAMIENTO DEL POZO.
 $\lambda = 10$, $\omega = 10$.