UNIVERSIDAD PANAMERICANA

ESCUELA DE ADMINISTRACION

CON ESTUDIOS INCORPORADOS A LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FUNDAMENTOS DE ESTUDIO DEL VALOR DEL DINERO A TRAVES DEL TIEMPO

TRABAJO QUE COMO RESULTADO DEL SEMINARIO DE INVESTIGACION PRESENTA COMO T E S I S

JORGE CASAS DE LA TORRE

PARA OPTAR POR EL TITULO DE LICENCIADO EN ADMINISTRACION

DIRECTOR DE TESIS

LIC. GUSTAVO PALAFOX DE ANDA

MEXICO, D. F.

1990

I N D I C E

INTRODUCCION.

Debido a la poca bibliografía acerca de la Matemáticas Financieras por autores mexicanos, decidí realizar éste trabajo.

La gran mayoría de los libros acerca del tema, son escritos por autores extranjeros, con técnicas y ejemplos propios de su país.

También fuí motivado a la realización de éste trabajo, por la gran dificultad de aprendizaje existente en el salón de clase, tanto del tema como de la utilización de una calculadora financiera.

Este trabajo comprende el tema del Valor del Dinero a Través del Tiempo, o lo que sería un primer curso de Matemáticas Financieras, comprendiendo seis capítulos que son la base para la valuación del dinero a través del tiempo.

Este trabajo pretende ser una guía de aprendizaje de las Matemáticas Financieras tanto para personas que estudian carreras afines al tema, como para gente que trabaja en el medio financiero en México.

Hay muchos temas en Finanzas utilizables en el medio financiero, en éste trabajo se habla de las bases y/o técnicas para valuar el dinero a través del tiempo; por lo cual, aparentemente habrá ciertos incisos que no se expliquen con profundidad ya que no es el fin de éste trabajo.

El trabajo por si sólo lleva una continuidad, se debe de leer desde el principio para entenderlo, si se lee como se quiera, no se comprenderá en su totalidad.

Cada capítulo contiene ejemplos para la mejor comprensión de los temas. También se muestra en cada capítulo la manera de utilización de una calculadora financiera que recomiendo para los cálculos financieros.

Actualmente el uso de una calculadora o una computadora fianciera para dichas prácticas del valor del dinero en el tiempo, las agiliza, eficientiza y las hace más dinámicas.

Yo recomiendo la Hewlett-Packard 12c, ya que en el mismo mercado fianciero es la más utilizable para dichos cálculos finacieros y si se puede decir, la más económica.

En el primer capítulo se describe tanto el Interés Simple como el Descuento Simple, con algunas aplicaciones de la vida diaria en el medio financiero. Se comienza con definir tres principios básicos aplicables en todo el trabajo; se definen las características del Interés Simple y se comienza con dar ejemplos. Continua el trabajo describiendo el Descuento Simple y su relación existente con el Interés Simple.

En el segundo capitulo se describe el otro tipo de Interés que es el Compuesto. Se define, se relaciona con el capitulo anterior y se dan ejemplos.

En el tercer capitulo se habla de las Ecuaciones de Valor. Para su mejor comprensión se define el término y se dan ejemplos con el seguimiento de cada uno.

En el cuarto y quinto capitulo se mencionan los Flujos de Efectivo. Se definen y se dan los tipos de flujos de efectivo más importantes, así como los Casos Especiales de los mismos.

En el sexto capitulo se menciona una de las aplicaciones de los Flujos de Efectivo que son las Tablas de Amortización.

Para finalizar el trabajo se da un Caso Práctico que es aplicable al mismo, y se mencionan las conclusiones que se deben de tomar en cuenta del trabajo.

J.C.T.

CAPITULO I.

INTERES SIMPLE
Y
DESCUENTO SIMPLE.

I.1. INTERES SIMPLE.

En el transcurso de los años se ha visto la gran necesidad de saber gastar el dinero.

Esta necesidad se presenta al ver que día con día los bienes y/o servicios que queremos obtener, son cada día más caros, y por consiguiente son menos los artículos que obtenemos.

Dadas las circunstancias económicas de un país, el dinero que se gana hoy, si se guarda "bajo llave", vale más hoy que dentro de un año. Así pues, debemos de tratar de incrementar éste dinero en todo el año para que valga más en un futuro.

Precisamente aqui es dónde las Matemáticas Financieras aparecen. Comprende la parte de las Matemáticas que se encarga de estudiar el Valor del Dinero a través del Tiempo.

Al estudio del Valor del Dinero a Través del Tiempo se le conoce como la teoría del Interés, que es el concepto que nos va a ayudar a entender el comportamiento del dinero ayer, hoy o mañana.

Ahora bien, para entender la teoría del interés hay tres principios básicos que los podemos de denominar el ABC de las Matemáticas Financieras, los cuales son:

1. La tasa de interés y el tiempo siempre deben de ser congruentes.
2. La comparación de diferentes tasas de interés es fundamental.
3. El principio de Ecuaciones de Valor.

Estos tres principios aparecen y serán recalcados en cada capitulo para que no se olviden y haya una mejor comprensión.

I.1.1. DEFINICIONES.

El interés es aquélla cantidad que es un beneficio o una utilidad generada por el uso del dinero, ya sea un préstamo o una inversión de un capital inicial, en un periodo de tiempo determinado.

Toda persona o institución financiera que usa el dinero de otra persona , queda obligada a pagar una cantidad adicional a la suma de dinero prestado. A ésta cantidad adicional se le llama interés.

Hay dos tipos de interés: Simple y Compuesto.

A continuación se muestran sus diferencias.

a. Interés Simple:

- Se comporta de manera lineal.
- Es una progresión aritmética.
- Calcula los intereses sobre el capital o la cantidad inicialmente invertida.
- Se utiliza para operaciones financieras a corto plazo.

b. Interés Compuesto:

- Se comporta de manera exponencial.
- Es una progresión geométrica.
- Se calculan los intereses sobre la base inmediata anterior, es decir, se capitalizan los intereses o se ganan intereses sobre intereses.

Cada tipo de interés se estudiarán en los capítulos correspondientes, pero la diferencia práctica más importante es el plazo en el que se utiliza cada uno.

El concepto del plazo puede variar según el tipo de cada inversionista, y según el entorno en que se desenvuelva.

Sin embargo, en los mercados financieros de México, existe una definición más o menos aceptada de los distintos plazos de inversión. Un plazo corto es el de menos de tres meses; mediano, de tres meses a un año; y largo, de más de un año. (1)

La decisón del plazo de inversión o financiamiento depende de las necesidades del inversionista y su temperamento.

I.1.2. CARACTERISTICAS.

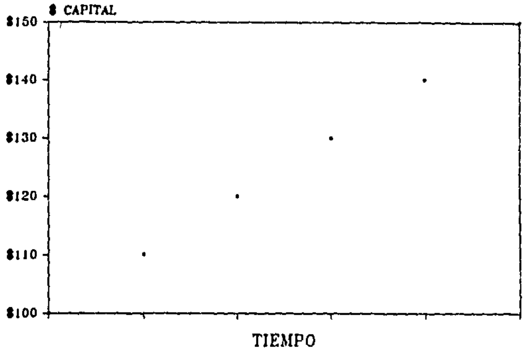
Para analizar las caracteristicas propias del interés simple, se dá el siguiente ejemplo:

Cantidad incial invertida:	$100.00
Número de periodos:	5
Tasa de interés:	10% cada periodo.

----

(1) HEYMAN, TIMOTHY. Inversión contra Inflación, Ed. Milenio, 3a. Edición, México D.F., p.37

PERIODO	CAPITAL	INTERES	VALOR FUTURO
0	$100.00	------	$100.00
1	100.00	10.00	110.00
2	100.00	10.00	120.00
3	100.00	10.00	130.00
4	100.00	10.00	140.00
5	100.00	10.00	150.00



De éste ejemplo se puede concluir lo siguiente:

- Es una función lineal, ya que hay una diferencia común de $10.00 entre cada periodo.
- Es una progresión aritmética, ya que es una secuencia numérica que sigue una regla determinada.
- Solamente se ganan intereses sobre el capital inicialmente invertido ($100.00), ya que al final de cada periodo se tiene dicho capital más los intereses.
- El capital gana los intereses al final de cada periodo y no durante el periodo.

De éste ejemplo se obtienen nuevos conceptos que son herramientas para el desarrollo de éste trabajo.

I.1.3. PARAMETROS.

Los siguientes conceptos a desarrollar se les asigna una terminología matemática ya que se utilizan fórmulas. La terminología que éste trabajo propone puede ser diferente a otros libros, la que se utilice es buena, lo importante es entender el desarrollo del concepto y/o fórmula.

Si relacionamos la definición de Interés con el ejemplo anterior, obtenemos varios conceptos que son:

- Interés o utilidad (I).
- Valor Presente o capital inicial (VP).
- Tiempo o número de periodos (n).
- Tasa de interés (i).
- Valor Futuro o monto (VF).

Ahora bien en la definición se relacionan capital, tiempo y tasa de interés, quedando la fórmula:

$$I = VP\ i\ n$$

Esta fórmula nos dice que el interés es directamente proporcional al capital invertido, a la tasa de interés y al tiempo; a un incremento de cualquiera de éstos parámetros corresponde a un incremento del interés.

El interés también lo podemos obtener dada la diferencia de valor futuro y el valor presente dado, lo cual nos queda:

$$I = VF - VP$$

De ésta diferencia podemos obtener los demás parámetros del interés simple:

Si tenemos:	$I = VF - VP$
Despejando VF:	$VF = VP + I$
Sustituyendo en I:	$VF = VP + (VP\ in)$
Factorizando:	$VF = VP (1 + in)$

La fórmula de valor futuro utiliza el "factor de acumulación de intereses".

(1 + in). Este factor es el que diferencia el interés simple del compuesto. El interés simple es una función lineal. Este factor nos hará llegar al valor futuro al finalizar el periodo.

Con la fórmula de valor futuro podemos obtener los demás parámetros:

VALOR PRESENTE $$VP = \frac{VF}{1 + in} \quad o \quad VP = VF\,(1 + in)^{-1}$$

TASA DE INTERES (anualizada) $$i = \frac{\dfrac{VF}{VP} - 1}{n} * 360 * 100$$

TIEMPO $$n = \frac{\dfrac{VF}{VP} - 1}{i}$$

Ahora bien, ya dados todos los parámetros de interés simple, es aquí dónde aparece el primer principio fundamental de las Matemáticas Financieras:

> **La tasa de interés y el tiempo siempre deben de ser congruentes.**

Para entender éste principio es necesario la explicación de la fórmula de la tasa de interés:

$$i = \frac{\dfrac{VF}{VP} - 1}{n} * 360 * 100$$

La fórmula nos indica un incremento porcentual entre el número de días elevado al año, lo cual nos da la tasa elevada al año. Con esto, nos daremos cuenta en porcentaje qué rendimiento o cuánto ganamos en el periodo, pero elevado al año.

En la práctica existen dos tipos de interés simple:

- Exacto: Toma los días efectivamente transcurridos. Año de 365 días.
- Ordinario: Toma los meses de 30 días. El año de 360 días.

Regresando a nuestro primer ejemplo, se muestran las diferencias entre interés simple exacto con tiempo exacto; interés simple exacto con tiempo ordinario; interés simple ordinario con tiempo exacto; e, interés simple ordinario con tiempo ordinario. Y por exclusión aparece cómo se debe de utilizar el interés simple.

EJEMPLO:

valor presente:	$100.00
tasade interés:	10% (Cuando no hay especificación, la tasa de interés es anual).
tiempo:	21 días (exacto).
	20 días (ordinario).
valor futuro:	?

fórmula: $VF = VP\ (\ 1 + in\ ).$

ISE,TE $\quad VF = \left(1 + \frac{0.10}{365} (21) \right) \qquad VF = 100.575$

ISE,TO $\quad VF = \left(1 + \frac{0.10}{365} (20) \right) \qquad VF = 100.517$

ISO,TE $\quad VF = \left(1 + \frac{0.10}{360} (21) \right) \qquad VF = 100.583$ *

ISO,TO $\quad VF = \left(1 + \frac{0.10}{360} (20) \right) \qquad VF = 100.555$

Aqui se muestra (*), que se debe de utilizar el ISO,TE ya que se nos muestra una cantidad mayor.

En el ejemplo anterior aparece que dada la congruencia entre la tasa de interés y el tiempo, no va a haber dificultad alguna, ya que la tasa de interés con simples divisiones o multiplicaciones se pueden adecuar al tiempo.

EJEMPLO:

tasa anual ÷ 360 = tasa diaria.

tasa anual ÷ 12 = tasa mensual.

tasa anual ÷ 4 = tasa trimestral.

tasa anual ÷ 2 = tasa semestral.

Al utilizar el tiempo ordinario con tiempo exacto, aparece una dificultad, la cual es calcular los días efectivamente transcurridos.

Esta dificultad la podemos afrontar con la calculadora HP-12c. Con un ejemplo saldremos mejor de dicha dificultad.

EJEMPLO:

Cuántos días han transcurrido desde el 25 de enero hasta el 15 de febrero de 1988.

1. formato mes.día año

g M.DY 1.251988 ENTER 2.151988 g ΔDYS

running 21 días (tiempo exacto)
x ≷ y 20 días (tiempo ordinario)

2. formato día.mes año

g D.MY 25.011988 ENTER 15.021988 g ΔDYS

running 21 días.

EJEMPLO:

Si es 25 de enero de 1988, 73 días después, Qué fecha es ?

1.251988 ENTER 73 g DATE

running 4,07,1988 4

Abril, 7, 1988 jueves

De todo esto obtenemos que debemos observar la congruencia entre tasa de interés y tiempo. Si la tasa de interés está en días, el tiempo debe de ser en días; si la tasa es anual, el tiempo debe de estar en años; etc.

I.1.4. EJEMPLOS

En los ejemplos que a continuación se dan, no se debe de olvidar la congruencia entre la tasa de interés y el tiempo, al igual que el uso de la calculadora HP-12c.

1. Calcular el interés que se debe de pagar en un préstamo de $2'500,000.00 a una tasa de interés del 35% anual a ocho meses.

VP= 2'500,000
i= 35%
n= 8 meses = 240 días.
I= ?

$$I = VP\ i\ n$$

$$I = (2'500,000)(0.35 \div 12)(8)$$

$$I = 583,333.33$$

con HP-12c:

2'500,000 CHS VP 35 i 240 n

f INT running

583,333.33

2. Calcular el monto o valor futuro de una inversión que paga el 63.50% anual, en un plazo de 3 meses con un capital invertido de $2'375,000

VP= 2'375,000
n= 3 meses = 90 días
i= 63.50%
VF= ?

$$VF = VP\ (1 + in)$$

$$VF = 2'375{,}000\ \left(1 + \frac{0.6350}{12}(3)\right)$$

VF= $2'752,031.25

Con HP-12c:

2'375,000 CHS VP 90 n 63.5 i

f INT running 377,031.25 (intereses)

\+ running

2'752,031.25

3. Cuánto se debe de invertir hoy para que dentro de 180 días obtenga $3'000,000 a una tasa de interés al 55% anual ?

VF= $3'000,000
n= 180 días
i= 55% anual
VP= ?

$$VP = VF\ (1 + in)^{-1}$$

$$VP = 3'000{,}000\ \left(1 + \frac{0.55}{360}(180)\right)^{-1}$$

VP= $ 2'352,941.18

4. Si el precio de un instrumento de inversión hace 90 días fué de $1,585 y hoy vale $1,758, Cuál fué su rendimiento?

VF= 1,758
VP= 1,585
n= 90 días
i= ?

$$i = \frac{\frac{VF}{VP} - 1}{n} * 360$$

$$i = \frac{\frac{1,758}{1,585} - 1}{90} * 360 * 100$$

i= 43.66% anual

Dentro de los ejemplos que realizamos con la HP-12c, nos podemos fijar en dos cosas: (2)

1. Podremos obtener directamente los valores de interés (I) y de valor futuro (VF) sin necesidad de recurrir o grabar otra fórmula adicional. Esto se da, ya que la calculadora maneja en su mayor parte interés compuesto.

2. La congruencia entre el tiempo y la tasa de interés es en días, ya que la calculadora maneja dicha congruencia en días, dividiendo la tasa de interés entre 360 días. Solamente realiza la operación de interés simple para obtener el interés (I) y el valor futuro (VF).

Podemos ver también que en ejemplos dónde no se utulizen las funciones financieras de la calculadora, sino que sean simples operaciones matemáticas, no recurriremos a la demostración en la calculadora.

----

(2) HEWLETT-PACKARD HP-12c OWNER'S HANDBOOK AND PROBLEM SOLVING GUIDE, Julio de 1982, 1a. Edición.

I.2. DESCUENTO SIMPLE.

I.2.1. DEFINICIONES.

La operación por excelencia del interés simple es el Descuento Simple.

El descuento (D), se define como un pago anticipado de un valor que vence en el futuro, habiendo transcurrido un tiempo determinado.

En otras palabras, consiste en disminuir el valor futuro o valor nominal, en una cantidad que presenta un beneficio o ingreso y que es equivalente al interés que sumado al valor presente determina dicho valor futuro.

De lo dicho anteriormente se tiene que el descuento estará dado por la expresión:

$$D = VF - VP$$

Sin embargo en la práctica se cuantifica así:

$$D = VF\ d\ n$$

Es decir, que el descuento es directamente proporcional al valor nominal (VF), a la tasa de descuento (d) y al plazo (n). A un incremento de cualquiera de los parámetros, se incrementará el descuento (D).

Ahora bien, de los parámetros antes mencionados, resalta la tasa de descuento, que se define como una tasa de interés cobrada por anticipado.

Se ha visto que el descuento está definido por dos fórmulas y cómo también es usual bajo el concepto de descuento, el valor conocido es el valor futuro o valor nominal, y el que se desconoce es el llamado valor presente, el cual se obtiene así:

Si tenemos:	$D = VF - VP$
Despejando VP:	$VP = VF - D$
Sustituyendo en D:	$VP = VF - (VF\ dn)$
Factorizando:	$VP = VF (1 - dn)$.

La fórmula de valor presente es la más importante dentro de la operación de descuento; de aquí se definen todos los parámetros de descuento como se muestra a continuación:

VALOR PRESENTE $\quad VP = VF (1 - dn)$

VALOR FUTURO o VALOR NOMINAL

$$VF = \frac{VP}{1 - dn} \quad o \quad VF = VP (1 - dn)^{-1}$$

TASA DE DESCUENTO

$$d = \frac{1 - \frac{VP}{VF}}{n} * 360 * 100$$

TIEMPO o PLAZO

$$n = \frac{1 - \frac{VP}{VF}}{d}$$

Al igual que interés simple, debemos de tener en cuenta lo principios fundamentales de Matemáticas Financieras. Aquí surge el primero de los principios:

> " La tasa de interés (descuento) y el tiempo siempre deben de ser congruentes ".

Aparece a continuación la relación existente entre la tasa de rendimiento y la tasa de descuento, en base a la relación que hay entre el interés simple y el descuento simple.

I.2.2. RELACION ENTRE TASA DE RENDIMIENTO Y TASA DE DESCUENTO.

Toda la relación entre la tasa de rendimiento y la tasa de descuento, se hace partiendo de las fórmulas de valor presente de los dos conceptos respectivamente.

Cálculo del valor presente:

$$VP = \frac{VF}{1 + in} \qquad\qquad VP = VF\ (\ 1 - dn\ )$$

(INTERES SIMPLE) (DESCUENTO SIMPLE)

Igualando ambas fórmulas:

$$\frac{VF}{1 + in} = VF\ (\ 1 - dn\ )$$

Despejando: $$\frac{1}{1 + in} = 1 - dn$$

Para obtener d:

$$dn = 1 - \frac{1}{1 + in} \quad ; \qquad dn = \frac{1 + in - 1}{1 + in} \quad ;$$

$$dn = \frac{in}{1 + in} \quad ; \qquad d = \frac{in}{(\ 1 + in\ )\ n} \quad ;$$

$$d = \frac{i}{1 + in} \quad .$$

Para obtener i:

$$d = \frac{i}{1 + in} \quad ; \qquad d\ (\ 1 + in\ ) = i \quad ;$$

$$d + din = i \quad ; \qquad d = i - din \quad ;$$

$$d = i\ (\ 1 - dn\ ) \quad ; \qquad i = \frac{d}{1 - dn} \quad .$$

Y nos queda:

1. $d = \dfrac{i}{1 + in}$

Para calcular la tasa de descuento equivalente, dada la tasa de rendimiento (anualizada) y el tiempo en dias.

2. $i = \dfrac{d}{1 - dn}$

Para calcular la tasa de rendimiento equivalente, dada la tasa de descuento (anualizada) y el tiempo en días.

Ya hemos visto lo que en teoría y fórmulas es el descuento simple. A continuación veremos sus aplicaciones.

I.2.3. APLICACIONES DEL DESCUENTO SIMPLE.

Dentro de las aplicaciones del descuento simple tenemos:

1. Préstamos Quirografarios.
2. Descuento de Documentos.
3. Mercado de Valores.

I.2.3.1. PRESTAMOS QUIROGRAFARIOS.

Los préstamos o créditos quirografarios son préstamos sin garantía; la antítesis es el crédito hipotecario, en el cual la garantía es dejar algo en prenda.

En los créditos a corto plazo, el más común es el pagaré, en el cual no se deja nada en prenda, la única garantía es la firma en el pagaré.

El pagaré se da por tener liquidez y capital de trabajo en la empresa. Si no se lleva una adecuada política de capital de trabajo (diferencias muy grandes entre activo circulante y pasivo circulante), lleva a problemas de liquidez.

EJEMPLO:

Si necesito el día de hoy $50'000,000 por cuánto tendré que firmar un pagaré a 15 días si la tasa de interés por anticipado es del 160% ?

$VP = 50'000,000$

$n = 15$ días

$d = 160\ \%$

$VF = \ ?$

$$VF = VP\ (\ 1 - dn\ )^{-1}$$

$$VF = 50'000,000\ \left(\ 1 - \frac{1.60}{360}\ (15)\ \right)^{-1}$$

$$VF = \$\ 53'571,429$$

Tasa de rendimiento para el banco:

$$i = \frac{\dfrac{VF}{VP} - 1}{n} * 360 \qquad i = \frac{\dfrac{53'571,429}{50'000,000} - 1}{15} * 360 * 100$$

$$i = 171.43\ \%$$

O bien :

$$i = \frac{d}{1 - dn} \qquad i = \frac{1.60}{1 - \dfrac{1.60}{360}\ (15)} \qquad i = 171.43\ \%$$

I.2.3.2. DESCUENTO DE DOCUMENTOS.

Dentro del medio financiero se ha divulgado mucho la operación de Factoring o el descuento de documentos.

El descuento de documentos se realiza por necesidades de liquidez.

Para realizar el descuento de documentos se recurre a una persona llamada agiotista. Este descuenta documentos teniendo una ganancia de capital porque compra los títulos a un precio inferior y posteriormente lo vende a valor nominal o ganancia de capital.

EJEMPLO:

Obtengo un pagaré que no puedo cobrar con un valor nominal de \$20'000,000. Vence el pagaré dentro de 18 días, cuánto se paga hoy por el documento si el agiotista cobra una tasa de descuento del 20% mensual? Cuál es el rendimiento anual para el agiotista?

A. Cuánto voy a cobrar hoy por el documento ?

$$VP = VF\ (\ 1 - dn\ ) \qquad VP = 20'000{,}000\ \left(\ 1 - \frac{0.20}{30}\ (18)\ \right)$$

$$VP = \$\ 17'600{,}000$$

B. Cuál es el rendimiento anual para el agiotista ?

$$i = \frac{\dfrac{VF}{VP} - 1}{n} * 360 \qquad i = \frac{\dfrac{20'000{,}000}{17'600{,}000} - 1}{18} * 360 * 100$$

$$i = 272.72\ \%\ \text{anual.}$$

O bien: el 20% de descuento mensual es el 240% de descuento anual.

$$i = \frac{d}{1 - dn} \qquad i = \frac{2.40}{1 - \dfrac{2.40}{360}\ (18)} \qquad i = 272.72\ \%\ \text{anual.}$$

I.2.3.3. MERCADO DE VALORES.

Actualmente, la mayor aplicación de las Matemáticas Financieras se encuentra dentro del Mercado de Valores.

Hoy en día se conoce al Mercado de Valores como el mercado integrado por el conjunto de Instituciones, Empresas e Inversionistas que participan en las operaciones de compra-venta de valores a través de la Bolsa Mexicana de Valores.(3)

El Mercado de Valores divide sus operaciones en tres grandes grupos como se muestra a continuación:(4)

1. MERCADO DE DINERO (RENTA FIJA):

   - Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES).
   - Papel Comercial Bursátil.
   - Aceptaciones Bancarias (AB).
   - Pagafes.
   - Tesobonos.
   - Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal (BONDES).
   - Pagaré con rendimiento Liquidable al vencimiento (PRLV).
   - Sociedades de Inversión de Renta Fija.

2. MERCADO DE CAPITALES (RENTA FIJA):

   - Obligaciones de Empresas Industriales, Comerciales y de Servicios.
   - Certificados de Participación Inmobiliaria (CEPIS).
   - Bonos de Indemnización Bancaria (BIBS).
   - Bonos de Desarrollo (BODES).
   - Bonos de Renovación Urbana.
   - Petrobonos.

3. MERCADO DE CAPITALES (RENTA VARIABLE):

   - Acciones de Empresas:
     . Industriales.
     . Comerciales.
     . Servicios.
     . Seguros.
     . Fianzas.
     . Casas de Bolsa.

   - Sociedades de Inversión Común.
   - Certificados de Aportación Patrimonial (CAPS).

----

(3) SALCEDO, MIGUEL. El Sistema Financiero y el Medio Bursátil, Agosto de 1987, México D.F., p.8
(4) ASOCIACION MEXICANA DE CASAS DE BOLSA, A.C. El ABC del Inversionista, Julio de 1988, p.6

4. MERCADO DE METALES (RENTA VARIABLE):

- Certificados de Plata (CEPLATAS).
- Onzas Troy de Plata.
- Centenarios.

Ahora bien, para saber en que instrumento invertir, se deben tomar en cuenta cuatro parámetros:

- Liquidez: la inversión en cuestión se pueda comprar y vender con facilidad.
- Rendimiento: es el beneficio que se deriva de una inversión financiera.
- Plazo: es el tiempo que se debe de tomar en cuenta en la inversión financiera.
- Riesgo: es la posibilidad de que se realice o no la inversión financiera.

Estos cuatro factores dentro del mercado de valores deben ser congruentes para lograr un portafolio de inversión modelo.

Pero para efectos de éste trabajo y propiamente del tema de Descuento, nos interesa exclusivamente las operaciones de los instrumentos de renta fija a corto plazo o mercado de dinero: cetes, aceptaciones bancarias, pagafes y tesobonos (éstos dos últimos se manejan de igual manera, aunque cambia el tipo de cambio utilizable para cada uno).

La valuación de estos instrumentos es la misma, su única diferencia es el valor nominal que se maneja:

- cetes: $ 10,000.00
- aceptaciones banacarias: $ 100,000.00
- pagafes: 1,000.00 u.s. dlls.
- tesobonos: 1,000.00 u.s. dlls.

Ahora bien, para la explicación de la valuación de éstos instrumentos, nos basaremos en el concepto de CURVA DE RENDIMIENTO. Este, es el principal apoyo para una eficiente operación de los instrumentos de mercado de dinero.

En el concepto de curva de rendimiento no hay que olvidar el primer principio de Matemáticas Financieras.

> " La tasa de interés y el tiempo siempre deben de ser congruentes ".

El valor en curva de rendimiento expresa los valores equivalentes o tasas equivalentes a partir de la tasa de rendimiento a vencimiento de cada una de las emisiones vigentes de los instrumentos de mercado de dinero.

El valor en curva es la única expresión de interés compuesto que se utiliza en interés simple, y está dado por la siguente expresión:

$$I^* = \left(\left(1 + \frac{i\,n}{360} \right)^{r/n} - 1 \right) \frac{360}{r}$$

I^* = tasa equivalente.
r = tiempo o plazo equivalente.
i = tasa conocida.
n = tiempo ó plazo conocido.

Con el concepto de valor en curva se empezará a entender el concepto del segundo principio de Matemáticas Financieras.

"La comparación de diferentes tasas de interés es fundamental ".

El concepto de valor en curva y la valuación de los instrumentos de mercado de dinero se entenderá mejor con el siguiente ejemplo.

EJEMPLO:

La última emisión de cetes a 28 días está dada a una tasa de rendimiento de 154.81% anual:

A. Cuál será la tasa de descuento equivalente ?

B. A cómo compraré cada cete ?

C. El inversionista desea vender sus títulos 13 días después; a cómo vendió cada título si la tasa de descuento cambió a 141.19% ? Cúal fué su rendimiento anualizado ?

D. A la tasa del cete a 28 días, calcular el valor en curva de 1,2,3,14,28 y 360 días.

RESOLUCION:

A. Tasa de descuento equivalente.

i = 154.81%

n = 28 días.

d = ?

$$d = \frac{i}{1 + in} \qquad d = \frac{1.5481}{1 + \frac{1.5481\ (28)}{360}}$$

d = 138.17 %

B. Precio de cada cete.

$$VP = VF\ (\ 1 - dn\ ) \qquad VP = 10{,}000\ \left(\ 1 - \frac{1.3817}{360}\ (28)\ \right)$$

$$VP = \$\ 8925.34$$

C. El inversionista vende sus títulos 13 días después.

$$VP = VF\ (\ 1 - dn\ ) \qquad VP = 10{,}000\ \left(\ 1 - \frac{1.4119}{360}\ (15)\ \right)$$

$$VP = \$\ 9411.71$$

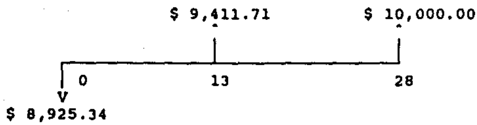
Como se puede observar, se toman 15 días para la valuación del precio de venta, ya que son los días por vencer en ésta operación, y son 13 días de rendimiento, pero 15 días de descuento.

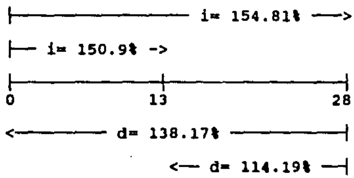
Por consiguiente debemos de obtener la tasa de rendimiento de la compra-venta de los cetes y nos queda:

$$i = \frac{\dfrac{VF}{VP} - 1}{n} \qquad i = \frac{\dfrac{9{,}411.71}{8{,}925.34} - 1}{13} * 360 * 100$$

$$i = 150.90\%\ \text{anual.}$$

Se toma \$ 9411.71 porque es el valor futuro de un rendimiento de 13 días; y se toma \$ 8925.34 porque es el valor inicial de la inversión, quedando así la gráfica:





D. Valor en curva $\quad r = 1,2,3,14,28,360$

$i = 154.81\%$

$$I^* = \left(\left(1 + \frac{i\ n}{360} \right)^{r/n} - 1 \right) \frac{360}{r}$$

$$I^* = \left(\left(1 + \frac{1.5481\ (28)}{360} \right)^{1/28} - 1 \right) \frac{360}{1} \qquad I^* = 146.47\%$$

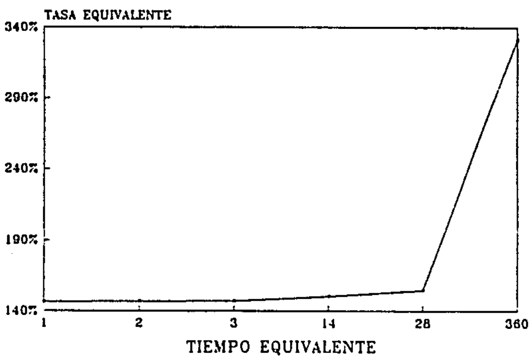
$$I^* = \left(\left(1 + \frac{1.5481\ (28)}{360} \right)^{2/28} - 1 \right) \frac{360}{2} \qquad I^* = 146.77\%$$

$$I^* = \left(\left(1 + \frac{1.5481\ (28)}{360} \right)^{3/28} - 1 \right) \frac{360}{3} \qquad I^* = 147.07\%$$

$$I^* = \left(\left(1 + \frac{1.5481\ (28)}{360} \right)^{14/28} - 1 \right) \frac{360}{14} \qquad I^* = 150.41\%$$

$$I^* = \left(\left(1 + \frac{1.5481\ (28)}{360} \right)^{28/28} - 1 \right) \frac{360}{28} \qquad I^* = 154.81\%$$

$$I^* = \left(\left(1 + \frac{1.5481\ (28)}{360} \right)^{360/28} - 1 \right) \frac{360}{360} \qquad I^* = 331.35\%$$



La tasa anualizada de 146.47% a un día es equivalente a la tasa de 147.07% a 3 días; es el mismo rendimiento. Y así igual con los demás plazos.

Todos estos conceptos los podemos resolver muy fácilmente con la calculadora financiera. A continuación se dan los pasos para un programa.

Al encender la calculadora: f P/R

Y a continuación:

I.RENGLON	FUNCION	II.RENGLON	FUNCION	III.RENGLON	FUNCION
01	1	11	1	20	1
02	CHS	12	CHS	21	CHS
03	PV	13	PV	22	PV
04	f INT	14	f INT	23	f INT
05	-	15	+	24	+
06	STO 0	16	RCL i%	25	RCL 1
07	RCL i%	17	X ≷ Y	26	RCL n
08	RCL 0	18	÷	27	÷
09	÷	19	R/S	28	Y^x
10	R/S			29	1
				30	-
				31	3
				32	6
				33	0
				34	0
				35	0
				36	*
				37	RCL 1
				38	÷
				39	R/S

Al acabar de programar: f P/R

Al introducir el programa en la calculadora se va del renglón 01 al 39 continuamente. El objetivo de hacer mención del programa por separado, es entender la función de cada parte:

I. Dada uan tasa de descuento y su plazo, se obtiene una tasa de rendimiento.

Pasos: d en i

n en n g GTO 00 R/S

obtenemos i.

II. Dada una tasa de rendimiento y plazo, obtenemos una tasa de descuento.

Pasos: i en i

n en n g GTO 11 R/S

obtenemos d.

III. Dada una tasa de rendimiento, un plazo y un plazo equivalente, obtenemos el valor en curva.

Pasos: i en i

n en n

r en STO 1 g GTO 20 R/S

obtenemos I*.

EJEMPLO:

Si tenemos una tasa de rendimiento del 95% anual a 28 días, obtener su tasa de descuento y su valor en curva a tres días.

i = 95%	1. Tasa de descuento
n = 28 días.	95 i 28 n g GTO 11 R/S
d = ?	running 88.46%
I*= ?	2. Valor en curva
	f FIN 95 i 28 n 3 STO 1
	g GTO 20 R/S
	running 92.00%

EJEMPLO:

Si tenemos una tasa de descuento del 138.17% a 28 días, obtener una tasa de rendimiento.

d = 130.17%	138.17 i 28 n g GTO 00 R/S
n = 28 días	running 154.81%
i = ?	

CAPITULO II

INTERES COMPUESTO.

II.1. DEFINICIONES.

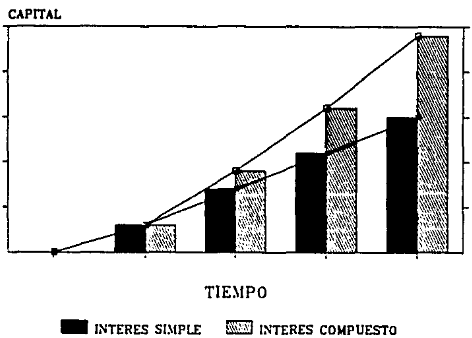
Al analizar el valor del dinero a través del tiempo, sabemos que el dinero puede ganar un interés en un periodo determinado de tiempo.

En el interés simple, el valor presente o capital inicial, genera los intereses al final de cada periodo; si a éste capital le agregamos los intereses al principio de cada periodo, y éstos a la vez también generan intereses, se dice que los intereses se capitalizan, y que la operación financiera es a interés compuesto.

Las características de interés compuesto son las siguientes:

- Se comporta de manera exponencial.
- Es una progresión geométrica.
- Se calculan los intereses sobre la base inmediata anterior, es decir, se capitalizan los intereses.
- Se utiliza para operaciones financieras de mediano y largo plazo.

El comportamiento del interés compuesto es exponencial, a diferencia del interés simple que es lineal. Esta diferencia se debe a que en el interés compuesto los intereses generan intereses, y en el interés simple no. En la gráfica siguiente se muestra el comportamiento de cada uno.



En la gráfica también se ve porque a mediano y largo plazo se debe de utilizar el interés compuesto, ya que tiene una ganancia mayor.

Para entender el desarrollo del interés compuesto, en el cuadro siguiente se determina partiendo del concepto del interés simple y en base a la idea de que los intereses generan intereses.

n	CAPITAL VP	INTERESES I= VP in	MONTO VF=VP+I
1	VP	VP i	VP+VP i = VP (1+i)
2	VP (1+i)	VP (1+i)	VP (1+i) + VP (1+i)
3	$VP(1+i)^2$	VP (1+i)	$VP(1+i)^2 + VP(1+i)$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n	$VP(1+i)^{n-1}$	$VP(1+i)^{n-1}$	$VP(1+i)^n$

De la tabla anterior se pueden obtener las fórmulas de los parámetros de interés compuesto.

VALOR FUTURO $\quad VF = VP(1+i)^n$

VALOR PRESENTE $\quad VP = \dfrac{VF}{(1+i)^n}$ o $VP = VF(1+i)^{-n}$

TIEMPO $\quad n = \dfrac{\ln VF - \ln VP}{\ln(1+i)}$

TASA DE INTERES $\quad i = \left(\dfrac{VF}{VP}\right)^{1/n} - 1$

La fórmula de valor presente es la base de valuación de inversiones. Dicha fórmula, se refiere a descontar flujos y traerlos a valor presente. No es lo mismo que descuento, ya que es una tasa de rendimiento.

Dentro de éste capitulo es propicio mencionar en éste momento dos de los tres principios que debemos tener en cuenta en las operaciones del Valor del Dinero a Través del tiempo, y son:

1. La tasa de interés y el tiempo siempre deben de ser congruentes.

2. La comparación de tasas de interés es fundamental.

II.2. TASAS DE INTERES.

Bajo el concepto de interés compuesto , la tasa de interés adquiere un significado más claro; se manejan cuatro ascepciones de tasas de interés.

1. Tasa anual capitalizable.	$i^{(m)}$
2. Tasa anual efectiva.	i
3. Tasa continua o instantánea.	δ
4. Tasa equivalente o valor en curva.	I^*

II.2.1. TASA ANUAL CAPITALIZABLE.

Esta tasa se define como la tasa convenida para una operación financiera. Esta tasa significa, en un año cuántas veces se dispone de los intereses.

m = periodos de capitalización en un año.

De la tasa capitalizable se desprende la tasa efectiva por periodo. Es la tasa que se utiliza en realidad en la operación financiera y nos muestra lo que se gana en cada periodo.

$$j = \frac{i^{(m)}}{m} \quad \text{Efectiva por periodo.}$$

Así es como:

Tasa capitalizable mensual = tasa anual a 30 días = $i^{(12)}$
Tasa capitalizable semestral = tasa anual a 180 días = $i^{(2)}$
Tasa capitalizable trimestral = tasa anual a 90 días = $i^{(4)}$
Tasa capitalizable diaria = tasa anual a 1 día = $i^{(360)}$.

II.2.2. TASA ANUAL EFECTIVA.

Toma en cuenta la reinversión de los intereses. Es la tasa que realmente actua sobre el capital de la operación fianciera.

La tasa anual efectiva es un valor en curva, ya que es una tasa que llevo a 360 días.

II.2.3. TASA CONTINUA O INSTANTANEA.

Es una tasa que se utiliza para calcular el crecimiento demográfico, biológico y de poblaciones.

$$e^{\delta} \qquad \begin{aligned} e &= 2.718282 \\ \delta &= \text{tasa de interés} \end{aligned}$$

De éstas tres tasas de interés compuesto se desprende la llamada triple igualdad.

$$1 + i = \left(1 + \frac{i(m)}{m}\right)^{m} = e^{\delta}$$

EFECTIVA = CAPITALIZABLE POR PERIODO = INSTANTANEA.

El valor futuro nos queda:

Tasa anual efectiva $\quad VF = VP\,(1 + i)^{n}$

Tasa capitalizable $\quad VF = VP\left(1 + \frac{i(m)}{m}\right)^{mn}$

Tasa instantánea o continua $\quad VF = VP\, e^{\delta n}$

De la triple igualdad podemos obtener dos relaciones importantes:

Tasa anual efectiva a partir de la tasa capitalizable.

$$i = \left(1 + \frac{i\,(m)}{m} \right)^{m} - 1$$

Tasa capitalizable a partir de la tasa efectiva.

$$i\,(m) = \left((1 + i)^{1/m} - 1 \right) m$$

De las aplicaciones tan reducidas y poco comunes de la tasa instantánea casi no se menciona, aunque si doy ejemplos.

II.2.4. TASA EQUIVALENTE O VALOR EN CURVA.

Ya dadas las fórmulas para calcular las tasas de interés compuesto, hay un concepto aplicable a la tasa anual efectiva y a la tasa capitalizable, que es el concepto de valor en curva.

La tasa efectiva es la tasa que exactamente recibimos en un periodo.

Para determinar el interés que le corresponde a una inversión en r dias, obtenemos la raíz enésima de la expresión (1+in), ya que es un término tanto de interés simple como de compuesto.

Las tasas que se " usan " al cotizar inversiones o préstamos, siempre están referidas a un año comercial, pero indican el periodo de capitalización de los intereses.

Ahora bien, si expresamos el resultado de lo anteriormente mencionado en forma anual, tendremos la siguiente fórmula:

$$I^{*} = \left(\left(1 + \frac{i\,n}{360} \right)^{r/n} - 1 \right) \frac{360}{r}$$

La tasa equivalente expresa en forma de tasa nominal (anual) el rendimiento que se obtiene en un determinado plazo (diferente del plazo inicial del instrumento).

Son tasas que dan el mismo rendimiento en cualquier periodo, lo que cambian son sus periodos de capitalización.

II.3. EJEMPLOS.

1. Encontrar el monto compuesto de \$ 2'500,000 invertidos durante 10 años suponiendo una tasa del 36% capitalizable bimestral.

VF = ?

n = 10 años.
= 60 bimestres.

i (6) = 36%
j = 6%

VP = \$ 2'500,000.00

$$VF = VP \left(1 + \frac{i(m)}{m} \right)^{mn}$$

$$VF = 2'500,000 \left(1 + \frac{0.36}{6} \right)^{60}$$

VF = \$ 82'469,227.13

con HP-12c:

60 n 6 i 2'500,000 CHS PV

FV running 82'469,227.13

2. Qué banco es preferible para depositar dinero: A ofrece el 7% capitalizable trimestral y B ofrece el 7.25% capitalizable semestral ?

A = i (4) = 7%

B = i (2) = 7.25%

Para A: $$i = \left(1 + \frac{0.07}{4} \right)^{4} - 1$$ i = 7.19% efectiva anual.

Para B: $$i = \left(1 + \frac{0.0725}{2} \right)^{2} - 1$$ i = 7.38% efectiva anual.

Con HP-12c:

Para A : 7 i 90 n 360 STO 1 g GTO 20 R/S

running 7.19%

Para B : 7.25 i 180 n 360 STO 1 g GTO 20

R/S running 7.38%

3. En cierta ciudad de la República Mexicana la población en 1970 era de 75000 habitantes. Si el crecimiento de la población en 19 años fué del 8%, qué población se tiene en 1989 ?

$e = 2.718282$
$\delta = 8\%$ anual
$VP = 75000$ h.
$n = 19$ años.

$VF = ?$

$$VF = VP\ e^{\delta n}$$

$$VF = 75000\ (2.718282)^{19 * 0.08}$$

$VF = 342,917$ Habitantes.

II.4. APLICACIONES DEL INTERES COMPUESTO.

II.4.1. INFLACION.

Dentro del capítulo de interés compuesto, una de las aplicaciones más interesantes y más trascendentes de la vida diaria es el uso o la correcta aplicación de la inflación.

Hoy en día no se pueden hacer presupuestos si no se toma en cuenta la incidencia de la inflación.

No voy a explicar en que consiste la inflación, dado que no es el objetivo de éste trabajo, y es un tema demasiado amplio, pero si voy a explicar ciertas cosas a cerca de sus cálculos.

Actualmente a la Inflación se le define como un crecimiento continuado en el nivel general de precios. (5)

Es decir, la inflación ocurre cuando la sociedad intenta gastar más allá de sus posibilidades de producción.

La inflación se denota con la letra π .

Para el cálculo de la inflación, el factor de acumulación de intereses (1 + i) se usa frecuentemente, pero para éste caso será ($1 + \pi$).

Para ir acumulando la inflación periodo tras periodo no es la sumatoria de cada uno, sino que precisamente es la acumulación por medio del factor antes mencionado.

Dando una fórmula de la acumulación de la inflación sería:

$$\pi \text{ acum} = (((1 + \pi_1)(1 + \pi_2) \ldots (1 + \pi_n)) - 1) * 100$$

EJEMPLO:

MES 1988	INFLACION	INFLACION ACUMULADA
ENERO	15.5%	15.5%
FEBRERO	8.3%	25.1%
MARZO	5.4%	31.8%
ABRIL	3.1%	35.9%
MAYO	1.4%	37.8%
JUNIO	2.0%	40.6%
JULIO	1.7%	43.0%

---

(5) Mc.CONNEL, CAMPBEL R. Curso Básico de Economía, Editorial Aguilar, 5a. Edición norteamericana, p.231

Dentro de los presupuestos, es muy importante conocer o estimar la inflación promedio mensual para el resto del año.

Para ésta cuestión hay una fórmula que se utiliza en las operaciones financieras:

$$\pi\ pm = \left(\left(\frac{1 + \pi f}{1 + \pi ac} \right)^{1/n} - 1 \right) * 100$$

πpm = Inflación promedio mensual.
πf = Inflación final (estimada).
πac = Inflación acumulada (conocida).
n = Número de periodos faltantes.

EJEMPLOS:

Calcular la inflación promedio mensual para llegar al final del año a un 64.8% anual de inflación, si en enero fué del 15.5%

$\pi\ f$ = 64.8%
$\pi\ ac$ = 15.5%

$$\pi pm = \left(\left(\frac{1 + \pi f}{1 + \pi ac} \right)^{1/n} - 1 \right) * 100$$

$$\pi pm = \left(\left(\frac{1 + 0.648}{1 + 0.155} \right)^{1/11} - 1 \right) * 100$$

$$\pi pm = 3.28\%$$

De la fórmula antes vista se puede deducir la fórmula para obtener la inflación al final del año.

$$\pi f = \left((1 + \pi ac) (1 + \pi pm)^{n} - 1 \right) * 100.$$

EJEMPLO:

Si la inflación tiene una tendencia del 9% mensual y en enero fué del 15.5%, obtener la inflación al final del año.

πpm = 9%
πac = 15.5%
n = 11 meses.

πf = ?

$$\pi f = \left((1 + \pi ac)(1 + \pi pm)^{n} - 1 \right) * 100$$

$$\pi f = \left((1+0.155)(1+0.09)^{11} - 1 \right) * 100$$

$$\pi f = 198.039\%$$

II.4.2. TEORIA DE LA PARIDAD.

Algo que afecta en gran parte la inflación es el deslizamiento de la moneda.

El desliz (D) de la moneda es una corrección monetaria para ser igualmente competitivos con otros países. En intercambios comerciales se lleva a cabo.

La corrección en el desliz de la moneda, toma en cuenta la teoría de la paridad.

$$D = (\frac{1 + \pi mx}{1 + \pi eua}) - 1) * 100$$

TEORIA DE LA PARIDAD

Se toma la inflación de Estados Unidos, ya que es el país con el que México tiene mayor intercambio comercial.

EJEMPLO:

Calcular el desliz para 1986 ya que:

$\pi mx = 105.7\%$
$\pi eua = 1.1\%$

$$D = (\frac{1 + \pi mx}{1 + \pi eua} - 1) * 100$$

$$D = (\frac{1 + 1.057}{1 + 0.011} - 1) * 100$$

$$D = 103.46\%$$

El desliz de la moneda tuvo que ser el 103.46% para ser igualmente competitivos. El desliz según la teoría de la paridad debía de ser de 103.46% pero el desliz real de 1986 fué de:

Tipo de cambio libre en diciembre de 1985: $449.00
Tipo de cambio libre en diciembre de 1986: $921.00

$$\triangle \% = 105.2\%$$

La corrección monetaria de 105.2% no fué congruente con la teoria de la paridad de 103.46% ya que fué mayor; se dice por lo tanto, que en 1986 no hubo una adecuada corrección monetaria, el peso se devaluó más de lo que la teoría de la paridad decía que debía de ser.

Para saber si el peso está subvaluado, hay que comparar la paridad real contra la paridad técnica:

$$PTn = \left(\frac{1 + \pi mx}{1 + \pi eua} \right) PT\ n-1$$

EJEMPLO:

Calcular la paridad técnica y el márgen de subvaluación para 1986, dado que:

$\pi mx\ 86 = 105.7\%$

$\pi eua\ 86 = 1.1\%$

$PT\ 85 = \$293.59$

$$PT\ 86 = \left(\frac{1 + \pi mx}{1 + \pi eua} \right) PT\ 85$$

$$PT\ 86 = \left(\frac{1 + 1.057}{1 + 0.011} \right) 293.59$$

$$PT\ 86 = \$597.34$$

Tipo de cambio libre en 1986 = \$921.00
Tipo de cambio libre de paridad = \$597.34

$$\Delta\ \% = 54.18\%$$

En Diciembre de 1986 había un márgen de subvaluación de 54.18%; el tipo de cambio debió ser de \$597.34 y fué de \$921.00. Hubo un colchón de 54.18% que es el márgen de maniobras.

Una vez más de manera enunciativa, el concepto de inflación y la teoría de la paridad, son temas de ejemplo y/o práctica actual para la utilización del interés compuesto, no son conceptos que éste libro deba de desarrollar ampliamente.

II.4.3. TASAS REALES.

La tasa de interés es el costo por el uso del factor dinero. Cuando la inflación sube, la tasa de interés también sube para cubrir la pérdida del valor del dinero a través del tiempo.

La tasa real es la que mide la diferencia entre la tasa nominal y la inflación. La tasa real, se obtiene a partir de la siguiente fórmula:

$$TR = \frac{ip - \pi p}{1 + \pi}$$

TR = tasa real.
ip = tasa nominal expresada en porciento.
πp = tasa de inflación expresada en porciento.
π = tasa de infalción expresada en decimales.

EJEMPLOS:

Determinar la tasa real de una inversión con rendimiento del 76% existiendo una infalción del 60%

ip = 76%
πp = 60%

TR = ?

$$TR = \frac{ip - \pi p}{1 + \pi}$$

$$TR = \frac{76 - 60}{1 + 0.60} \qquad TR = 10\%$$

Determinar la tasa nominal de un préstamo si se pactó una tasa real del 20% anual y la inflación se espera del 40%

πp = 40%
TR = 20%

ip = ?

$$ip = (((1 + TR)(1 + \pi)) - 1) * 100$$

$$ip = (((1 + 0.20)(1 + 0.40)) - 1) * 100$$

$$ip = 68\%$$

CAPITULO III.

ECUACIONES DE VALOR.

III.1. DEFINICIONES.

Para el planteamineto de problemas complicados en Matemáticas Financieras, se utiliza la Ecuación de Valor.

En éste capitulo se habla fundamentalmente de los tres principios de Matemáticas Fiancieras:

1. La tasa de interés y el tiempo siempre deben de ser congruentes.
2. La comparación de tasas de interés es fundamental.
3. Las ecuaciones de valor.

El principio de ecuaciones de valor consiste en dos series de obligaciones vinculadas por un signo de igualdad y valuadas a una misma fecha.

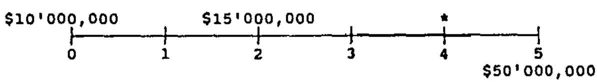
La fecha de valuación puede ser cualquiera, ya que esto no modifica el resultado del problema. Sin embargo, lo anterior es aplicable en interés compuesto y no en interés simple.

Ahora bien, para facilidad de cálculos, en ocasiones es posible elegir un punto de valuación que simplifique el trabajo numérico, aconsejando el tiempo cero o valor presente.

Prácticamente éste capitulo se entenderá mejor con ejemplos que con simple teoría.

III.2. EJEMPLOS.

1. El Sr. B. se compromete a pagar al Sr. A. $50'000,000 al final de 5 años, a cambio de recibir $10'000,000 en éste momento, $15'000,000 al cabo de 2 años y una cantidad final al cabo del 4o. año, para que permita que la operación sea equitativa para ambas partes. A cuánto ascenderá dicha cantidad si la tasa de interés es del 5% anual efectivo ?



El Sr. A debe de prestar al Sr. B: $10'000,000 ahora.
$15'000,000 en dos años.
* en cuatro años.

Al final de la obligación el Sr. B debe de pagar $50'000,000 al Sr. A.

Si planteamos la ecuación, igualando qué debe A contra lo que debe B, y valuando todo a valor presente con la tasa del 5% anual, nos queda:

$$10'000,000 + 15'000,000\ (1+0.05)^{-2} + *\ (1+0.05)^{-4} =$$

$$= 50'000,000\ (1+0.05)^{-5}$$

Despejando *:

$$* = \frac{50'000,000\ (1+0.05)^{-5} - 15'000,000\ (1+0.05)^{-2} - 10'000,000}{(\ 1 + 0.05\ )^{-4}}$$

$$* = 18'926,485.12$$

Si tomamos el punto de valuación el año 4:

$$10'000,000\ (1+0.05)^{4} + 15'000,000\ (1+0.05)^{2} + * =$$

$$= 50'000,000\ (1+0.05)^{-1}$$

Despejando *:

$$* = 50'000,000\ (1+0.05)^{-1} - 15'000,000\ (1+0.05)^{2}$$

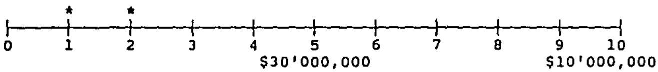
$$- 10'000,000\ (1+0.05)^{4}$$

$$* = 18'926,485.12$$

Podemos ver como en dos fechas de valuación diferentes el resultado es el mismo en interés compuesto.

A veces se tiene el problema de hacer dos ó más pagos iguales. Vemos el ejemplo siguiente.

2. Una persona adeuda $30'000,000 pagaderos dentro de 5 años y $10'000,000 pagaderos en 8 años. Desea cambiar éstas deudas haciendo dos pagos iguales al cabo de 1 y 2 años a partir de ahora. De cuánto serán los pagos requeridos si la tasa de interés es del 39% capitalizable semestral ?



Fecha de valuación al dia de hoy, $i(2) = 39\%$.

$$* (1.195)^{-2} + * (1.195)^{-4} = 30'000,000 \, (1.195)^{-10} + 10'000,000 \, (1.195)^{-20}$$

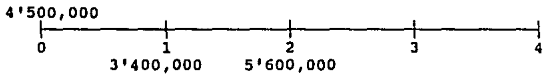
$$* (1.190643) = 5'051,754 + 283,558$$

Despejando *:

$$* = 4'481,034$$

Otros de los problemas que se presentan, es determinar la fecha de valuación en que deberá realizarse un cierto pago para hacer la operación equitativa para ambas partes.

3. Se adeudan \$3'400,000 pagaderos en 1 año y \$5'600,000 al cabo de 2 años. Si se hace un pago en éste momento de \$4'500,000 en qué fecha deberá hacerse un segundo pago de \$4'500,000 si la tasa de interés es del 38% capitalizable semestral ?



Fecha de valuación al día de hoy, i(2) = 38%.

$$3'400{,}000\ (1+0.19)^{-2} + 5'600{,}000\ (1+0.19)^{-4} =$$

$$= 4'500{,}000 + 4'500{,}000\ (1+0.19)^{-n}$$

$$(1.19)^{-n} = \frac{3'400{,}000\ (1.19)^{-2} + 5'600{,}000\ (1.19)^{-4} - 4'500{,}000}{4'500{,}000}$$

$(1.19)^{-n} = 0.154112$ $\qquad$ $-n \operatorname{Ln}(1.19) = \operatorname{Ln} 0.154112$

$n = 10.75$ $\qquad$ Es decir, que el segundo pago deberá efectuarse dentro de 10.75 semestres.

CAPITULO IV

FLUJOS DE EFECTIVO.

IV.1. DEFINICIONES.

Este capítulo radica en el estudio de pagos periódicos de dinero llamados Flujos de Efectivo.

En general, se les ha llamado Anualidades, pero puede haber flujos de efectivo tanto anuales, como mensuales, como semestrales, hasta diarios.

En una economía en la que resulta que el plazo para presupuestar es un factor muy importante, aparecen flujos de todos tipos.

Estos flujos de efectivo deben de tener una periodicidad regular y seguir una regla determinada.

En términos generales, los flujos de efectivo se dividen en:

- Ciertos.
- Contingentes.

La principal diferencia está en que los flujos de efectivo ciertos son determinísticos, y los flujos de efectivo contingentes son probabilísticos.

Un ejemplo de flujo de efectivo cierto es la compra de un auto por medio de mensualidades.

Un ejemplo de flujos de efectivo contingente es la compra de pagos periódicos de un seguro de vida.

Al iniciar éste capitulo, es buen momento para recordar los tres principios fundamentales que hay que tener en cuenta al evaluar el dinero a través del tiempo:

- La tasa de interés y el tiempo siempre deben de ser congruentes.
- La comparación de diferentes tasas de interés es fundamental.
- Las ecuaciones de valor.

Ahora bien en éste capitulo y hasta el final del trabajo se conjugan los tres principios en su mayor amplitud, por lo cual no hay que perderlos de vista, ya que será la última vez que sean mencionados dado que los siguientes capitulos tratan de prácticamente lo mismo: los Flujos de Efectivo y sus aplicaciones.

IV.2. FLUJOS DE EFECTIVO CIERTOS.

Estos a su vez, pueden ser de dos tipos:

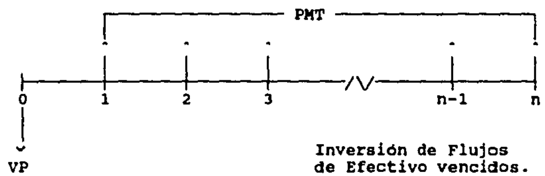
- Ordinarios o vencidos.
- Anticipados.

IV.2.1. FLUJOS DE EFECTIVO VENCIDOS.

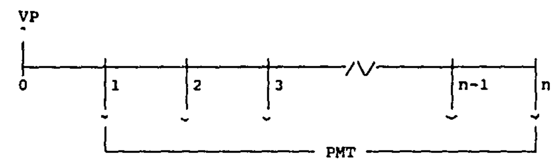
Por su mismo nombre, son flujos de efectivo que se dan al final de cada periodo.

Estos significa que cada vez que realicemos un pago, lo hagamos al final del periodo estipulado por la operación financiera.

Estos pagos periódicos los podemos representar en una recta de tiempo dada un simbología matemática.



Inversión de Flujos
de Efectivo vencidos.



Financiamiento de Flujos
de Efectivo vencidos.

De todo esto resalta un nuevo parámetro: PMT, que es precisamente el flujo de efectivo. Vemos en la gráfica anterior como sobresale el flujo al final de cada periodo.

Ahora bien, desarrollemos matemáticamente los flujos de efectivo vencidos.

Si evaluamos a Valor Presente cada PMT, nos queda:

$$VP = PMT\,(1+i)^{-1} + PMT\,(1+i)^{-2} + \ldots + PMT\,(1+i)^{-n+1} + PMT\,(1+i)^{-n}$$

Factorizando:

$$VP = PMT\,\left((1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \ldots + (1+i)^{-n+1} + (1+i)^{-n} \right)$$

Nos queda:

$$VP = PMT\,\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right) \quad \text{o} \quad VP = PMT\ A_{\overline{n|}}\ i\ .$$

Haciendo lo mismo pero para valor futuro, nos queda:

$$VF = PMT\,\left(\frac{(1+i)^{n}-1}{i} \right) \quad \text{o} \quad VF = PMT\ S_{\overline{n|}}\ i.$$

Dentro del capítulo de flujos de efectivo vemos que el factor de acumulación de intereses se puede simplificar a A n i y S n i en cada caso.

Para el uso de la calculadora se utiliza la llamada notación stándar o notación financiera:

n i PV FV PMT

(FV / PMT, i%, n)
(VP / PMT, i%, n)
(PMT/ VF, i%, n)
(PMT/ VP, i%, n)
(i%/ VF, PMT, n)
(i%/ VP, PMT, n)
(n / VF, PMT, i%)
(n / VP, PMT, i%)

El parámetro inicial es el desconocido, dado los tres siguientes.

EJEMPLO:

Cuánto necesito depositar el día de hoy para poder obtener una renta de $ 3'000,000 mensuales durante 6 meses a una tasa del 6.5% mensual ?

(VP / 3'000,000 , 6.5% , 6)

running $ 14'523,040.67

EJEMPLO:

Una deuda de $ 10'000,000 se va a financiar al 9% mensual en 36 periodos. Cuánto se tendrá que pagar cada mes ?

(PMT / 10'000,000 , 9% , 36)

running $ 942,350.50

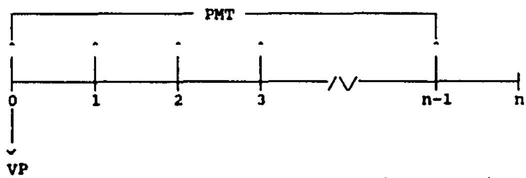
IV.2.2. FLUJOS DE EFECTIVO ANTICIPADOS.

Se han analizado hasta éste momento flujos de efectivo ordinarios en los cuales se efectúa el primer pago al finalizar el primer periodo.

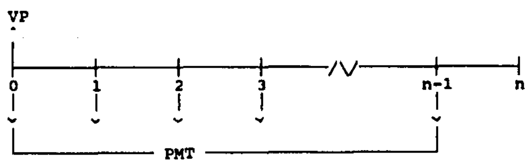
Sin embargo, existen otro tipo de flujos de efectivo en los cuales el primer pago se efectúa al principio del primer periodo, dichos flujos de efectivo reciben el nombre de Flujos de Efectivo Anticipados.

Como ejemplo de los flujos de efectivo anticipados son las primas de seguros, rentas de inmuebles o casos en los que los intereses se pagan por adelantado.

Gráficamente se demuestra a continuación.



Inversión de Flujos de Efectivo anticipados.



Financiamiento de Flujos de Efectivo anticipados.

Ahora bien, desarrollamos matemáticamente los flujos de efectivo anticipados.

Si evaluamos a valor presente cada pago, nos queda:

$$VP = PMT + PMT\,(1+i)^{-1} + PMT\,(1+i)^{-2} + \ . \ . \ . + PMT\,(1+i)^{-n+1}$$

Nos queda entonces:

$$VP = PMT \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) (1+i) \qquad o \qquad VP = PMT\ \ddot{A}_{\overline{n|}}\ i.$$

Haciendo lo mismo pero para valor futuro nos queda:

$$VF = PMT \left(\frac{(1+i)^{n} - 1}{i} \right) (1+i) \qquad o \qquad VF = PMT\ \ddot{S}_{\overline{n|}}\ i.$$

Recordando nuevamente en ésta parte del capítulo y antes ya mencionados, se debe de utilizar para todo cálculo financiero los tres principios de las Matemáticas Financieras y el uso de la calculadora.

Pero para calcular los flujos de efectivo anticipados con la HP-12C, va a haber una variante:

g BEG n i% PV FV PMT

EJEMPLO:

Determinar el valor presente de 5 flujos o pagos anuales de \$6'000,000, el primero de ellos se efectúa en éste momento y la tasa de interés es del 39% anual efectiva.

g BEG (VP / 6'000,000 , 39% , 5)

running \$ 17'263,380.00

EJEMPLO:

Determinar el monto de 5 flujos o pagos anuales de \$8'000,000 anticipados, si la tasa de interés es del 39% anual efectivo.

g BEG (VF / 8'000,000 , 39% , 5)

running \$ 119,436,911.00

CAPITULO V.

CASOS ESPECIALES
DE
FLUJOS DE EFECTIVO.

V.1. DEFINICIONES.

Existen ciertos Flujos de Efectivo que por sus mismas características de operación se les denomina Especiales, los cuales se mencionan a continuación:

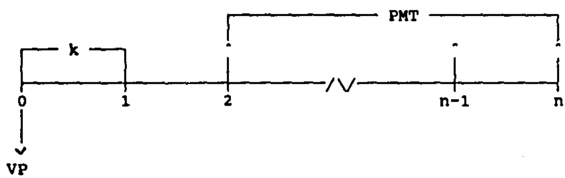
1. Flujos de Efectivo Diferidos.
2. Flujos de Efectivo Crecientes:
   - Flujos de Efectivo Crecientes Aritméticos.
   - Flujos de Efectivo Crecientes Geométricos.
3. Flujos de Efectivo Perpetuos (Perpetuidades).

Ahora bien, aunque no son mencionados, se recuerda que se debe de tener en cuenta el uso de los tres principios fundamentales de las Matemáticas Financieras, y el uso de la calculadora financiera HP-12c.

V.2. FLUJOS DE EFECTIVO DIFERIDOS.

Un flujo de efectivo diferido, es un flujo de efectivo ordinario en el que se establece que el primer pago se efectue transcurrido un cierto número de periodos.

Gráficamente nos queda:



La notación de flujos de efectivo a valor presente es como sigue:

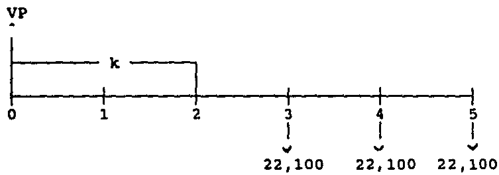
$$VP = PMT \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) (1+i)^{-k}$$

En ésta fórmula resalta un nuevo concepto que es k, el cual significa el tiempo de diferimiento de los flujos o pagos; es decir, hasta que pase un cierto periodo de tiempo estipulado, empezaremos a realizar pagos.

Pienso que con el ejemplo que a continuación se da, se entenderá mejor.

EJEMPLO:

Cierta persona desea un préstamo por el cual puede pagar $22,100 anuales durante cinco años, efectuando el primer pago al final del tercer año. Si el rendimiento es del 8% anual, determinar la cantidad de dinero que se le puede prestar.



(VP / 22,100 , 8% , 3) running $56,953.84

$56,953.84 CHS VF 2 n 8 i VP

running $48,828.74

V.3. FLUJOS DE EFECTIVO CRECIENTES.

Se conoce como flujo de efectivo creciente, a un flujo ordinario en donde los pagos efectuados varian en forma de una progresión aritmética o geométrica.

Una progresión aritmética es una sucesión de términos en donde cada término se obtiene sumando el término anterior una cantidad constante llamada razón. Análogamnete un progresión geométrica, es una sucesión de términos donde cada término se obtiene multiplicando al término anterior por una cantidad constante también llamada razón.

Si la razón es mayor que cero se tratará de un flujo de efectivo creciente, si la razón es menor que cero se tratará de un flujo de efectivo decreciente.

V.3.1. FLUJOS DE EFECTIVO CRECIENTES ARITMÉTICOS.

Considerando, flujos de efectivo crecientes artiméticos donde PMT es el primer pago y Q es la razón mayor que cero, se tiene:

```
            PMT       PMT+Q            PMT+((n-2)Q)  PMT+((n-1)Q)
|------------+----------+------/\/--------+------------|
0            1          2                n-1           n
```

Matemáticamente se realiza así:

$$VP = PMT\ (1+i)^{-1} + (PMT+Q)(1+i)^{-2} + \ .\ .\ .\ + (\ PMT + (n-2)\ Q\ )(1+i)^{-n+1}\ )$$

$$+ (\ PMT + (n-1)\ Q\ )\ (1+i)^{-n}\ )$$

Factorizando:

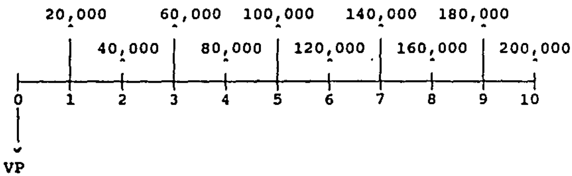
$$VP = PMT \left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) + Q \left(\frac{\left(\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right) - n\ (1+i)^{-n}}{i} \right)$$

Por ser una fórmula un poco complicada se recomienda que los cálculos en la calculadora se hagan paso por paso, ayudándose de las memorias y anotaciones personales.

EJEMPLO:

Cuánto tengo que depositar hoy en el banco para poder obtener pagos semestrales de $20,000 crecientes a razón de 20,000 durante 5 años, si la tasa de interés es del 34.5% capitalizable semestral?

VP = ?
n = 5 años.
  = 10 semestres.
i = 34.5 %
j = 17.25 %
P = 20,000
Q = 20,000



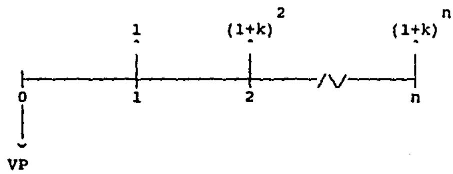
$$VP = 20,000 \left(\frac{1 - (1.1725)^{-10}}{0.1725} \right) +$$

$$+ 20,000 \left(\frac{\left(\frac{1 - (1.1725)^{-10}}{0.1725} \right) - 10\,(1.1725)^{-10}}{0.1725} \right)$$

$$VP = \$\ 391,475.20$$

V.3.2. FLUJOS DE EFECTIVO CRECIENTES GEOMETRICOS.

Considerando ahora flujos de efectivo dónde la unidad es el primer término y la razón es $(1 + k)$ mayor que uno, se tiene:



Matemáticamente hablando:

$$VP = (1+i)^{-1} + (1+k)^{2}(1+i)^{-2} + \ . \ . \ . + (1+k)^{n}(1+i)^{-n}$$

Factorizando:

$$VP = PMT \left(\frac{1 - \left(\frac{(1+k)}{(1+i)} \right)^{n}}{i - k} \right)$$

premisas a usar:

$i \neq k$

$i > k$

EJEMPLO:

Un padre invierte $100,000 incrementándose ésta cantidad 25% cada año. Si la tasa del interés promedio fué del 40%, cuánto recibirá el hijo al final de 21 años ?

VP = ?
PMT = 100,000
i = 40%
k = 25%
n = 21 años.
VF = ?

$$VP = 100,000 \left(\frac{1 - \left(\frac{1.25}{1.40} \right)^{21}}{0.40 - 0.25} \right) \qquad VP = \$604,960.26$$

$$VF = 604,960.26 \; (1.40)^{21} \qquad VF = \$708'623,573.00$$

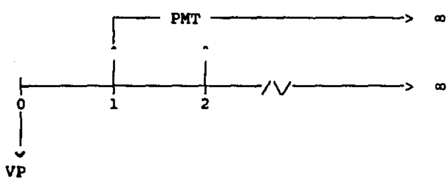
V.4. FLUJOS DE EFECTIVO PERPETUOS (PERPETUIDADES).

Dentro de las transacciones financieras existen algunas en las cuales se efectuan pagos en forma indefinida creándose así un tipo de flujos de efectivo que reciben el nombre de Perpetuidades.

Ejemplo de ellas son las rentas de un inmueble, los dividendos de una acción, etc.

Por supuesto es imposible obtener ó incluso hablar del monto final de una perpetuidad.

Sin embargo, para determinar el valor presente de una perpetuidad a una tasa de interés, se considerará que el plazo (n) crece indefinidamente, quedando así:



$$VP = \frac{PMT}{i} \qquad\qquad VP = \frac{PMT}{i} (1+i)$$

PERPETUIDAD ORDINARIA PERPETUIDAD ANTICIPADA

EJEMPLO:

Determinar la cantidad de dinero que se puede pagar por una casa que proporciona una renta neta de \$15'000,000 al año, si el interés que se desea obtener es el de 39% anual efectivo.

PMT = 15'000,000

i = 39 %.

VP = ?

$$VP = \frac{15'000,000}{0.39}$$

VP = \$38'461,538.46

CAPITULO VI.

APLICACION DE LOS FLUJOS DE EFECTIVO:

TABLA DE AMORTIZACION.

VI.1. DEFINICIONES.

Uno de los procedimientos más usuales para liquidar gradualmente una deuda, es el de Amortización.

Dicho procedimiento consiste en abonar cierta cantidad de dinero al capital y otra a intereses de tal manera que en un momento dado sea saldada totalmente la deuda.

La parte de la deuda no cubierta en cada periodo se conoce como Saldo Insoluto o Capital Insoluto en dicho periodo. El capital insoluto al inicio del plazo es precisamente la deuda original.

El capital insoluto justamente después de que se haya efectuado el primer pago es igual al valor presente de todos los pagos que aún falten por efectuarse.

Los intereses pagados justamente después de que se ha efectuado el primer pago, también conocidos como intereses contenidos en el pago, se obtienen multiplicando la deuda original por la tasa de interés estipulada con anterioridad.

El capital pagado después de que se ha efectuado el primer pago, también conocido como capital contenido en el pago, se obtiene de la diferencia de la deuda original menos los intereses pagados en dicho periodo.

Sin embargo, para efectos contables es necesario tener un registro que indique periodo a periodo, la parte del pago que se aplica al pago de intereses y la que destina para abonar parte del capital; de ésta forma, podrá conocerse de inmediato la suma con la cual podrá liquidarse la deuda.

Este registro recibe el nombre de Tabla de Amortización.

Para la elaboración de dicha tabla, se procede a encontrar la renta o pago periódico (PMT) con el cual se va a ir liquidando la deuda; después se elaborará dicha tabla.

En todo éste capitulo es muy importante el uso de la calculadora financiera, ya que agiliza el resultado de la Tabla de Amortización; y no se diga, la importancia de la comprensión de los tres Principios Fundamentales de las Matemáticas Financieras.

VI.2. TABLA DE AMORTIZACION.

La deuda de un capital durante n años a una tasa de interés i% se determina con la fórmula:

(VP / PMT , i% , n) VALOR PRESENTE.

(PMT / VP , i% , n) PAGO PERIODICO.

Al tener la fórmula anterior que nos determina la deuda, y al hacer un supuesto de que PMT = 1, la deuda nos queda (VP / 1 , i% , n), supuesto para realizar la gráfica siguiente.

PERIODO	PAGO PERIODICO	INTERESES	CAPITAL AMORTIZADO	SALDO INSOLUTO
0	0	0	0	$A_{\overline{n}\rceil}\, i$
1	PMT = 1	$i\ (A_{\overline{n}\rceil}\ i)$	$1-(1-V^{n})$	$A_{\overline{n}\rceil}\ i-V^{n}$
2	1	$1 - V^{n-1}$	V^{n-1}	$A_{\overline{n-2}\rceil}\, i$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
k	1	$1 - V^{n-(k-1)}$	$V^{n-(k-1)}$	$A_{\overline{n-K}\rceil}\, i$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	1	$1 - V$	V	0

NOTA: $V^{n} = (1+i)^{-n}$

$V = (1+i)^{-1}$

EJEMPLO:

Se tiene una deuda de $160,000 que va a ser amortizada en 5 pagos iguales a una tasa de interés del 10% anual. Construir la tabla de amortización.

(PMT / VP, i%, n)

(PMT / 160,000 , 10% , 5)

running 42,207.60

PERIODO	PAGO PERIODICO	INTERESES	CAPITAL AMORTIZADO	SALDO INSOLUTO
0	0	0	0	$160,000
1	$42,207.60	$16,000	$26,208	133,792
2	42,207.60	13,379	28,828	104,964
3	42,207.60	10,496	31,711	73,253
4	42,207.60	7,325	34,882	38,370
5	42,207.60	3,837	38,370	0

Cómo se nota en la descripción de la tabla de amortización también podemos obtener cualquier renglón de la tabla sin necesidad de obtener toda la tabla.

Pero como ya lo hemos mencionado en otros capitulos y/o a lo largo del tabajo, es más fácil hacer todo tipo de cálculos con la HP-12c, y para éste caso se realiza como sigue:

1. Obtenemos el pago periódico:

(PMT / VP , i% , n) (PMT / 160,000 , 10% , 5)

running $42,207.60

2. Obtenemos los intereses del primer periodo:

1 f AMORT running $16,000.00

3. Obtenemos el capital amortizado del primer periodo:

$x \gtrless y$ running $26,208.00

4. Obtenemos el saldo insoluto del primer periodo:

RCL PV running $133,792.00

5. Y para obtener los siguientes renglones de la tabla, realizamos el mismo procedimiento desde el paso 2.

Pero si queremos obtener un renglón de la tabla sin querer hacer toda la tabla, hacemos el siguiente procedimiento:

1. Obtenemos el pago periódico:

(PMT / VP , i% , n) (PMT / 160,000 , 10% , 5)

running $42,207.60

2. Nos vamos al renglón anterior al que deseamos:

3 f AMORT running $73,253.00

3. De aquí nos vamos al renglón deseado:

1 f AMORT running $7,325.00

4. Obtenemos el capital amortizado del renglón deseado:

$x \gtrless y$ running $34,882.00

5. Obtenemos el saldo insoluto del renglón deseado:

RCL PV running $38,370.00

6. Y continuamos con los pasos normales si queremos obtener el resto de la tabla de amortización.

CASO PRACTICO.

CONMUTEL, S.A.

Un reciente graduado de una prestigiada Universidad de la Ciudad de México, acaba de ingresar a Conmutel, S.A. y ha sido asignado a preparar un reporte para la dirección de la empresa relativo a la estrategia de inversión en el siguiente año.

Conmutel, S.A. cuenta con todo equipo de comunicación telefónica, con la red de comunicación más grande del País y con empresas filiales de computación.

La empresa tiene estimado para el siguiente año ciertos flujos de efectivo como se muestra a continuación:

ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO
10	10	10	10	17	17

JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
17	17	12	12	12	12

(EN MILES DE MILLONES).

Por el mismo tamaño de la empresa, necesita tener liquidez mes a mes y necesita obtener los rendimientos más altos del mercado. La estimación de la tasa de interés más alta en Enero es del 39.85% a 30 días. Aparentemente las tasas de interés durante el siguiente año se van a mantener con ligeras fluctuaciones a la alza, por lo cual se necesita saber para el presupuesto las tasas equivalentes para los meses siguientes.

A partir del mes de Junio, una de las empresas filiales, llamada Computel, S.A. le pidió un financiamineto por $15,000 millones a seis meses a la tasa de interés promedio estimada del año, más un punto, con pagos iguales cada mes.

El graduado tiene que obtener tanto la tasa promedio de toda la estrategia de inversión para así obtener tanto el valor presente como el valor futuro; el rendimiento real, si se estima una inflación esperada del 19.5% anual; además de obtener la tabla de amortización.

Para la resolución del caso de Conmutel S.A., el graduado tendrá que recurrir a las técnicas del Valor del Dinero a Través del Tiempo, y el uso de la calculadora HP-12c.

Al obtener las tasas equivalentes debe recurrir al programa que se grabó en la calculadora del graduado, quedando las tasas como sigue:

MES	FLUJO DE EFECTIVO	TASA DE INTERES %		
ENERO	$10,000	39.85		
FEBRERO	10,000	40.51		
MARZO	10,000	41.19	39.85	i%
ABRIL	10,000	41.88		
MAYO	17,000	42.59	30	n
JUNIO	17,000	43.31		
JULIO	17,000	44.05	plazo	STO 1
AGOSTO	17,000	44.80		
SEPTIEMBRE	12,000	45.57	g GTO 20	R/S
OCTUBRE	12,000	46.36		
NOVIEMBRE	12,000	47.17		
DICIEMBRE	12,000	48.00		

Dichas tasas equivalentes, son las del primer mes para todo el año; es una estimación a la inversión de cada mes.

Las tasas de interés mes a mes pueden variar a la alza o a la baja según las condiciones económicas del país y del mercado financiero en ese momento, pero al realizar el presupuesto, se realiza con la estimación de la tasa equivalente dada.

Dadas éstas tasas de interés obtendremos la tasa promedio en todo el año, la cual se obtiene así:

$$ip = \left(\left(\left((1.3985)(1.4051)(1.4119)(1.4188)(1.4259)(1.4331)(1.4405)(1.4480)(1.4557)(1.4636)(1.4717)(1.4800) \right)^{1/12} \right) - 1 \right) * 100$$

$$ip = 43.75\ \%$$

Ahora bien, 43.75 % más un punto nos servirá para estimar la tabla de amortización, junto con los pagos iguales de cada mes para el financiamiento de la empresa filial Computel S.A., quedando así:

(PMT / 15,000 , 3.73% , 6)

running 2,836 millones de pesos.

PERIODO	PAGO PERIODICO	INTERESES	CAPITAL AMORTIZADO	SALDO INSOLUTO
JUNIO	-	-	-	$ 15,000
JULIO	2,836	559	2,227	12,723
AGOSTO	2,836	474	2,362	10,361
SEPTIEMBRE	2,836	386	2,450	7,911
OCTUBRE	2,836	295	2,541	5,370
NOVIEMBRE	2,836	200	2,636	2,734
DICIEMBRE	2,836	102	2,734	0,000

Ya establecidos los pagos y la tasa promedio de la inversión, los flujos de efectivo y la inversión promedio nos queda:

ENERO	10.000	JULIO	19,836
FEBRERO	10,000	AGOSTO	19,836
MARZO	10,000	SEPTIEMBRE	14,836
ABRIL	10,000	OCTUBRE	14,836
MAYO	17,000	NOVIEMBRE	14,836
JUNIO	2,000	DICIEMBRE	14,836

$$(VF / PMT , i\% , n) \quad (VF / 10{,}000 , 3.6458 \% , 4) (1.036458)^{8}$$

$$(VF / VP , i\% , n) \quad (VF / 17{,}000 , 3.6458 \% , 7)$$

$$(VF / VP , i\% , n) \quad (VF / 2{,}000 , 3.6458 \% , 6)$$

$$(VF / PMT , i\% , n) \quad (VF / 19{,}836 , 3.6458 \% , 2) (1.036458)^{4}$$

$$(VF / PMT , i\% , n) \quad (VF / 14{,}836 , 3.6458 \% , 4)$$

running VF = 203,296 millones de pesos

running VP = 132,284 millones de pesos

running i% = 43.75 % anual.

Al obtener un rendimiento promedio de 43.75% y si obtenemos una tasa de inflación de 19.5% estimada para el siguiente año, la tasa real de la inversión nos quedaría así:

$$TR = \frac{43.75 - 19.50}{1.195} \qquad TR = 20.29\% \text{ anual.}$$

Así se obtiene, paso por paso y con cierta continuidad de resolución, la estrategia de inversión de Conmutel S.A.

CONCLUSIONES.

Después de haber desarrollado el presente tema, se confirma en mi mente la idea de que hoy, en México y en el mundo entero, se debe de tener muy en cuenta el concepto del VALOR DEL DINERO A TRAVES DEL TIEMPO, para poder lograr la máxima condición deseada en cuánto a las ganancias de dinero.

Ahora bien, se dan a continuación conclusiones generales del tema tratado, y que creo, son puntos que a su vez se deben de tomar en cuenta para la lectura de éste trabajo, y que además se nombran en el transcurso del mismo.

1. Algo bastante importante en el trabajo, es el tener en cuenta que se debe de leer en continuidad. Es decir, si se desea tener el aprendizaje que el mismo trabajo recomienda, se debe de leer capítulo tras capítulo, desde el principio hasta el final, y esto se cumple al tener cada capítulo relación con el anterior. Si no, difícilmente se entenderán los principios mencionados en el mismo, y por lo mismo habrá gran dificultad de aprendizaje, que es el fín del trabajo.

2. Sin lugar a dudas el factor más importante del trabajo es el comprender los tres Principios Fundamentales de las Matemáticas Financieras; de hecho, todo el trabajo habla de éstos tres principios.

Si entendemos bien el contenido del tema tratado, nos daremos cuenta que todo el trabajo radica en los tres principios. Podemos decir que el primer capítulo se cumple el primer principio; en el segundo capítulo ya se habla tanto del primero como del segundo principio; en el tercer capítulo es una explicación amplia del tercer principio involucrando los otros dos anteriores; y en los capítulos siguientes se habla de los tres principios en su mayor relación.

3. Además de los tres principios fundamentales de las Matemáticas Financieras, algo bastante importante, es la correcta aplicación y uso de una calculadora financiera.

Ya antes mencionado, hoy en día no se pueden realizar trabajos, análisis o cálculos financieros si no se realizan con una calculadora y/o computadora financiera.

Continuamente se hallaba gran dificultad de utilizar las llamadas Tablas Financieras; pero las calculadoras vinieron a sustituirlas para agilizar y eficientar el trabajo.

Se puede utilizar cualquier calculadora que realice los cálculos financieros; yo recomiendo la HP-12c porque hoy en día en el mercado financiero es la más común, y creo que difícilmente alguna otra la sustituya. Además realiza los cálculos financieros deseados.

4. Ahora bien, no se debe de olvidar que el presente trabajo se habla de los FUNDAMENTOS de estudio del valor del dinero en el tiempo.

Es decir, que éstos seis capítulos tratados son la base para la práctica del cálculo del dinero en el tiempo, y después de su aprendizaje, lo único que se puede hacer es la aplicación del mismo, esto es, seguir practicando en el tema, pero en la vida diaria.

5. Este trabajo, como ya mencioné antes, es un trabajo de aprendizaje para cualquier persona interesada en aplicaciones del dinero en el tiempo.

Cada capítulo tiene ejemplos para la mejor comprensión de cada uno y a lo largo del libro se dan aplicaciones de la vida diaria en el Medio Financiero en México.

BIBLIOGRAFIA

- MATEMATICAS FINANCIERAS

  Portus Govinden, Lincoyan
  Ed. Mc.Graw-Hill
  2a. Edición.

- MATEMATICAS FINANCIERAS

  Cissel, Helen y Robert
  Ed. Continental.

- EL SISTEMA FINANCIERO Y EL MEDIO BURSATIL

  Salcedo, Miguel
  Junio de 1987.

- MATEMATICAS FINANCIERAS

  Cueva G., Benjamin de la
  Textos Universitarios U.N.A.M.
  2a. Edición.

- INVERSION CONTRA INFLACION

  Heyman, Timothy
  Ed. Milenio, S.A. de C.V.
  3a. Edición.
  México, D.F.

- ANALISIS Y EVALUACION DE PROYECTOS DE INVERSION

  Coss Bu, Raúl
  Ed. Limusa
  2a. Edición

- CURSO BASICO DE ECONOMIA

  Mc.Connell, Campbell R.
  Ed. Aguilar.

- Hewlett-Packard HP-12C
  Owner's Handbook and Problem-Solving Guide
  Julio 1987.