2 ej. 17

MEDIO AMBIENTE DE LA
CARTERA DE VALORES
Y UNA INTRODUCCION PARA
SU OPTIMIZACION

OCTUBRE 1989.

CONTENIDO

I N T R O D U C C I O N

La presente tesis tiene tres objetivos que se intentarán alcanzar uno en cada uno de los capítulos que la forman.

El primer objetivo es dar una idea general, pero clara de el medio ambiente en el que se encuentra la cartera de valores que es en donde estará nuestro mayor interés.

El siguiente objetivo es dar a conocer algunos modelos de selección de cartera en los que, aunque no son muy prácticos, dan las bases para hacer una selección de cartera de modo que los criterios que se usen no sean contradictorios, es decir, que se da un primer paso para tratar de enfrentar a el problema de optimización de cartera pues todavía se está lejos de la realidad.

El último objetivo es precisamente el siguiente paso para acercarnos un poco más a la solución de el problema de optimizar la cartera de inversión, pues se mostrarán dos formas de resolver este problema en donde las soluciones que se pueden obtener son para situaciones más reales.

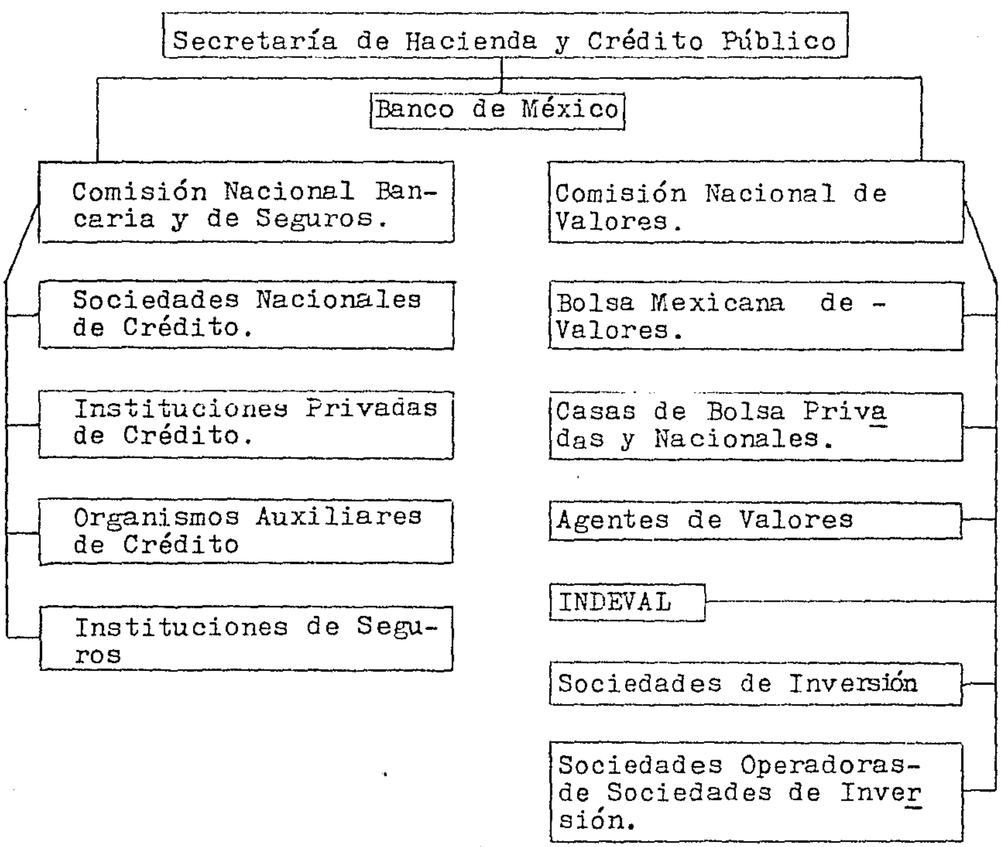
CAPITULO I

PANORAMA DEL MERCADO DE VALORES

I. 1 Mercado de Valores.

I. 1.1 Sistema Financiero Mexicano.

El Sistema Financiero Mexicano es un conjunto orgánico de instituciones que generan, recogen, administran, orientan y dirigen tanto el ahorro como la inversión dentro de una unidad política-económica, constituyendo el mercado donde se ponen en contacto oferentes y demandantes de recursos monetarios. En donde los organismos que forman este sistema son los siguientes:



y los Mercados Financieros estan divididos de la siguiente forma:

- Mercados Financieros
  - Intermediación Financiera Bancaria
    - Sociedades Nacionales de Crédito
    - Banca de Fomento y Desarrollo
  - Intermediación Financiera Bursatil
    - Casas de Bolsa
    - Sociedades de Inversión
    - Agente de Valores Persona Física

El Mercado de Valores pertenece al Sistema Financiero Mexicano pues es el mecanismo que permite la emisión, colocación y distribución de Valores inscritos en el Registro Nacional de Valores y aprobados por la Bolsa Mexicana de Valores. La oferta está formada por títulos emitidos tanto por el sector público como por el privado, y la demanda la constituyen los fondos disponibles para inversión, tanto de personas físicas como morales.

Los Valores a los que nos referimos anteriormente, son documentos representativos de un derecho patrimonial que esta vínculado a la poseción del documento. Entonces, son valores las Acciones, las Obligaciones y demás Títulos de Crédito que se emiten en series o en masa.

El Mercado de Valores, esta dividido en dos partes:

- Mercado de Valores
  - Mercado de Capitales
  - Mercado de Dinero

El Mercado de Capitales es el punto de concurrencia de fondos provenientes de las personas, empresas y gobierno con los demandantes de dichos fondos que normalmente lo solicitan para destinarlo a la formación de capital fijo. La característica de este Mercado es que la oferta y demanda de recursos es a mediano y largo plazo.

Los Instrumentos de este Mercado son los siguientes:

- Valores del Mercado de Capitales
  - Valores de Renta Variable
    - Acciones
  - Valores de Renta Fija
    - Obligaciones.
    - Petrobonos.
    - Bonos de Indemnización Bancaria.
    - Bonos Bancarios de Desarrollo.
    - Bonos de Renovación Urbana.

En donde los Valores de Renta Variable son aquellos cuyo rendimiento no se conoce y puede incluirse, no existir o ser perdida. Y los Valores de renta fija son valores que tienen un rendimiento y condiciones de pago preconocidas.

El Mercado de Dinero es la actividad crediticia a corto plazo, donde los concurrentes depositan fondos por un corto período, en espera de ser realizados y en donde se demandan fondos para el mantenimiento equilibrado de los flujos de recursos.

- Valores del Mercado de Dinero
  - CETES.
  - Papel Comercial.
  - Papel Comercial Extrabursatil.
  - Aceptaciones Bancarias.
  - Pagaré Empresarial Bursátil.
  - Pagafes.
  - Pagares con Rendimiento Liquidable al Vencimiento
  - Oro y Plata amonedados

NIVELES DEL MERCADO.

Hay dos niveles de Mercados.

A) MERCADO PRIMARIO.

El Mercado Primario o de distribución original lo constituyen las colocaciones nuevas resultantes de aumentos de nuevos recursos en el capital de las empresas, mediante los cuales se aportan recursos o diversificación.

Este Mercado existe cuando una empresa o el Gobierno emite un Valor como parte de su capital social o como pasivo, en ambos casos le permite obtener recursos financieros para su operación.

Las colocaciones se realizan únicamente a través de Casas de Bolsa una vez registradas en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios y en la Bolsa Mexicana de Valores.

Está integrado por:

1) Empresas emisoras.
2) Compradores iniciales de Valores emitidos.

B) MERCADO SECUNDARIO.

En el Mercado Secundario no se aportan recursos financieros nuevos a las empresas; sólo lo constituyen un cambio de manos en los valores que se encuentran en poder del público inversionista.

Una vez que se ha hecho una emisión, los valores tienen una continua rotación en este Mercado.

Está integrado por:

1) Compradores iniciales.

2) Inversionistas.

La liquidez de un valor está condicionada a que exista el Mercado Secundario.

1.2 Marco Legal del Mercado de Valores.

El Derecho está esquematizado de la siguiente manera:

- Derecho
  - Privado
    - Civil
    - Mercantil
  - Público
    - Constitucional
    - Penal
    - Administrativo
    - Fiscal
    - Laboral
    - Procesal
  - Internacional
    - Privado
    - Público

Dentro de el esquema anterior el Derecho Bursátil es parte del Derecho Mercantil, que junto con el Derecho Bancario surgieron como una sección del Derecho Mercantil, pero a través del tiempo por la importancia que han adquirido se les puede considerar como públicos o más bien, como mixtos.

El Derecho Bursátil ha sido definido como el conjunto de normas jurídicas relativas o los valores, a las operaciones que con ellos se realizan en la Bolsa de Valores o en el mercado fuera de bolsa, a los agentes así como a las actividades y a los servicios que se prestan sobre los mismos.

LEY DEL MERCADO DE VALORES.

El propósito general de esta ley es:

Proveer al Mercado de Valores de un marco Institucional adecuado, condición necesaria para su desarrollo.

Para llevar a cabo un correcto crecimiento del Mercado de Valores, la Ley del Mercado de Valores tiene los siguientes propósitos:

a) Regular jurídicamente los mecanismos del Mercado de Valores:

   1) Normar las características de los títulos (objeto de comercio) y los términos de las ofertas, demandas y operaciones.

   2) Regular el marco jurídico de las Transacciones Bursatiles.

b) Regular:

   1) Las actividades de los intermediarios en operaciones con valores.

   2) Las Bolsas de Valores.

   3) Los requisitos a satisfacer por los emisores de títulos susceptibles de ser objeto de oferta pública (Valores)

   4) Las facultades y atribuciones de las autoridades competentes en la materia (y los servicios en materia de Valores).

c) Dar a las Instituciones y Organizaciones auxiliares de Crédito y a las Instituciones de Seguros una participación en el Mercado de Valores.

El contenido por capítulos de esta fuente del Derecho Bursatil es el siguiente:

Ley del Mercado de Valores:
- Disposiciones Preliminares.
- Registro Nal. de Valores e Intermediarios.
- Casas de Bolsa.
- Bolsa de Valores.
- Comisión Nal. de Balores.
- INDEVAL.
- Protección al Inversionista

LEY DE SOCIEDADES DE INVERSION.

Dentro de los objetivos primordiales que pretende alcanzar esta ley se tienen:

1) Lograr el fortalecimiento y descentralización del Mercado de Valores.
2) Lograr el acceso del pequeño y mediano inversionista al Mercado de Valores.
3) Obtener la democratización del capital.
4) Obtener la contribución al financiamiento de la planta productiva del país.

Con objeto de lograr una mayor participación del público inversionista y del pequeño ahorrador y así lograr un financiamiento para el sector gubernamental y productivo se -

crearon las sociedades de inversión siendo su objetivo adquirir valores y documentos seleccionados de acuerdo al criterio de diversificación de riesgos, con recursos provenientes de la colocación de las acciones representativas de su capital social entre elpúblico inversionista.

Para su organización y funcionamiento se requiere tener concesión del Gobierno Federal, la cual se otorga a través - de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

1.3 LOS DIFERENTES TIPOS DE RENDIMIENTO.

Lo que el inversionista busca al adquirir un valor es - obtener un rendimiento o beneficio de el. Cada Instrumento - Bursatil tiene diferentes rendimientos.

Los rendimientos son beneficios que producen las inversiones en Valores, sean de Renta Fija, renta variable a Mercado de Dinero.

También se entiende como: Renta o utilidad que proporciona una Inversión en Valores. Usualmente se expresa en términos de porcentajes anuales sobre la inversión.

El rendimiento se clasifica en función al instrumento,- de la siguiente forma:

Dividendos
Intereses
Descuentos.

DIVIDENDO.

El Dividendo es una parte proporcional que de las utilidades por distribuir le toca a cada uno de los accionistas,- por acción.

Los Dividendos pueden ser de los siguientes tipos:

a) Dividendos en efectivo:

Estos Dividendos son los que se pagan a los accionistas en Moneda circulante.

Los Dividendos en efectivo se dividen en:

Contado: Dividendos pagados de inmediato a los accionistas.

A Cuenta o Período: Pago parcial de dividendos obtenidos, por el tenedor de acciones.

El dividendo complementario es el que se decreta para cubrir a los accionistas el monto faltante para completar el dividendo total a que tengan derecho.

Este último pago complementa el Dividendo total a que tenga derecho el accionista y se da cuando anteriormente existieron pagos previos parciales a cuenta de dividendos.

El monto de los Dividendos en efectivo se clasifican en relación al momento de aplicación del gravamen impositivo, de la siguiente forma:

Bruto: Valor del dividendo en efectivo que otorga una empresa, antes de impuestos.

Neto: Valor del dividendo en efectivo que otorga una empresa, una vez deducido el impuesto sobre la renta.

b) Dividendos en Acciones:

Es la capitalización de utilidades o superavit del capital contable por parte de la empresa, para lo cual entrega a los tenedores, de acciones, un mayor número de éstas, en la proporción de que sean poseedores.

Son acciones libres de costo que son entregadas a los accionistas, en la proporción adecuada a su tenencia, por una empresa que decide capitalizar utilidades.

También se le llama capitalización libre de costo.

Se incrementa el número de acciones y disminuye por ajuste su precio en el mercado manteniéndose igual el monto del capital invertido.

c) Suscripción:

Es el aumento de capital de una empresa, mediante el pago de las acciones correspondientes por parte de los tenedores del cupón que les da derecho.

En este caso los poseedores de acciones pueden ejercer o no su derecho, quien lo ejerce es un suscriptor.

d) Split o Canje:

Es una operación contable que aumenta o disminuye el número de acciones en circulación, sin que aumente el monto del capital social suscrito y pagado. Es, por tanto, una reducción o aumento del valor nominal de una acción.

INTERES

El Interés es la renta que percibe el capitalista o ahorrador como beneficio de su Dinero dado en préstamo.

Al Interés se le puede comparar con el pago de una renta por el disfrute de algún dinero.

Se tienen dos tipos de Intereses.

Interés Simple:

Es el Interés que gana únicamente el capital por todo el tiempo que dura la transacción.

Para calcular el Interés Simple, se deben tener los siguientes factores:

Capital: Cantidad o suma prestada que producirá el Interés.

Tasa: Cantidad producida por cada $100 en un año o meses. según el caso (se da en porcentaje).

Tiempo: Número de años o días durante los cuales el Capital produce el Interés.

Generalmente la unidad de tiempo es un año.

De lo anterior tenemos que el Interés Simple sobre el Capital (C) prestado a n días a una tasa de interés i esta dado por

$$I = \frac{C.i.n}{360}$$

Otro elemento que se maneja en este tipo de operaciones es el Monto, que es la cantidad acumulada o resultante de la suma del Capital y el Interés pagado, es decir:

Monto = Capital + Interés

y dependiendo de como se tome el tiempo, el Interés Simple - puede ser:

Exacto: Se calcula sobre la base del año de 365 días.

Ordinario: Se calcula con base en un año de 360 días.

INTERES COMPUESTO:

Al Interés se le llama Compuesto cuando se va capitalizando, es decir, cuando el Interés se le suma al Capital para producir nuevos Intereses.

La Tasa de Interés se establece normalmente como tasa - anual, de otra forma el número de veces que el Interés se - convierte en un año se indica expresamente (semestral, tri-- mestral, etc.).

La fórmula con la que se obtiene el Monto en el Interés Compuesto, esta dada por:

$$\text{Monto} = S = C\ (1 + i)^n$$

En donde n es el número de períodos.

Por lo tanto en este caso el interés se puede calcular como

$$I = S - C$$

DESCUENTO.

El Descuento es el diferencial entre el Valor Nominal - de un título de Crédito y su Valor actual.

El precio de compra de los instrumentos que tienen este tipo de rendimiento, siempre es menor que su Valor Nominal,- por lo que se le denomina Precio Bajo Par.

Si se conoce la tasa de descuento y el Valor Nominal, - la fórmula con la que se obtiene el descuento esta dada por:

$$\text{Descuento} = \frac{\text{Valor Nominal} \cdot \text{Tasa de Descuento} \cdot \text{Días por Vencer}}{360 \cdot 100}$$

I.2 INSTITUCIONES QUE INTERVIENEN EN EL MERCADO DE VALORES.

2.1 Autoridades del Mercado de Valores.

Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público como órgano del Gobierno Federal, tiene en el Medio Bursátil las siguientes facultades:

Instrumentar el funcionamiento de las instituciones que integran el sistema financiero nacional.

Proponer políticas de orientación, regulación, control y vigilancia de valores.

Otorgar y revocar concesiones para la constitución de Sociedades de Inversión, Casas de Bolsa y Bolsas de Valores.

a) Las facultades con respecto a las Bolsas de Valores:

Autorizar las operaciones distintas a las que la Ley señala a las Bolsas de Valores.

Otorgar concesión para la operación de las Bolsas de Valores.

Aprobar el acta constitutiva y estatutos; así como, modificaciones a ambos documentos de las Bolsas de Valores.

Señalar en algunos casos, las operaciones que sin ser concertadas en Bolsa, deban considerarse como realizadas por los socios de la misma.

Aprobar el arancel de las Bolsas de Valores.

b) Con respecto a los Agentes y Casas de Bolsa:

Señalar las actividades que pueden realizar los Agentes y Valores Persona física.

Autorizar actividades análogas o complementarias a las señaladas por la Ley para las Casas de Bolsa.

Conocer y resolver las inconformidades que los sujetos de la Ley tengan en contra de los procedimientos de inspección, vigilancia, intervención, suspensión y cancelación de autorizaciones y registros entablados por la Comisión Nacional de Valores.

Sancionar administrativamente a quienes cometan infracción a la Ley.

c) Con respecto a la Comisión Nacional de Valores:

Designar al Presidente y dos representantes más de la Junta de Gobierno de la Comisión.

Aprobar sus presupuestos de ingresos y egresos.

Aprobar la propuesta de la Comisión Nacional de Valores para asignar auditor externo de la misma.

d) Con respecto al Instituto para el Depósito de Valores:

Señalar los otros títulos, que además de los señalados por la Ley, puede el INDEVAL recibir en depósito y ser depositario de los mismos.

Designar a un representante en el Consejo Directivo.

Proponer una terna de donde se elegirá al Director General del INDEVAL.

Aprobar los cargos por los servicios que preste el instituto.

Designar al auditor externo del INDEVAL.

BANCO DE MEXICO.

Organismo público descentralizado, autónomo con personalidad jurídica y patrimonio propio, que tiene entre otras las siguientes facultades:

- Regular el volumen de la moneda.
- Establecer requisitos en Materia de Encaje Legal.
- Revisar y vetar resoluciones de la Comisión Nacional Bancaria y de Seguro
- Regular el crédito que dan o reciben las Casas de Bolsa.
- Colocar y vender CETES, obligaciones o Bonos del Gobierno Federal, o títulos o valores necesarios a su objeto y efectuar report s con los mismos.
- Otorgar créditos para la adquisición de Valores con garantía de estos.
- Recibir préstamos o créditos de instituciones de crédito o de organismos oficiales de apoyo al Mercado de Valores.

NACIONAL FINANCIERA.

Nacional Financiera tiene entre otras las siguientes funciones.

1) Organizar, Transformar y Administrar toda clase de empresas a fin de invertir en ellas.

2) Suministra préstamos.

3) Ser Agente Financiero del Gobierno Federal.

4) Emitir Certificados de participación en la emisión de Bonos, Acciones y Obligaciones.

Uno de los Bonos más importantes emitidos por Nacional Financiera son los Petrobonos.

LA COMISION NACIONAL DE VALORES.

Es el organismo encargado de regular el Mercado de Valores de acuerdo a la Ley del Mercado de Valores y sus disposiciones reglamentarias y vigilar la debida observancia de dichos ordenamientos.

Es un organismo dependiente de la S.H.C.P.

Las funciones de la Comisión consisten entre otras en:

1) Inspeccionar y vigilar el funcionamiento de las Casas de Bolsa y Bolsas de Valores.

2) Inspeccionar y vigilar a los emisores de valores inscritos en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios.

3) Dictar medidas de carácter general a las Casas de Bolsa y Bolsas de Valores para que ajusten sus operaciones a la Ley

y a sus disposiciones reglamentarias.

4) Dictar las disposiciones de carácter general relativas al establecimiento de índices que relacionen la estructura administrativa y patrimonial de las Casas de Bolsa con su capacidad máxima para realizar operaciones que autoriza la Ley, tomando en cuenta el volumen y riesgo de dichas operaciones, los intereses del público inversionista y las condiciones prevalecientes en el Mercado.

5) Ordenar la suspensión de las cotizaciones de Valores cuando en el Mercado existan operaciones no conformes con los sanos usos o prácticas.

6) Inspeccionar y vigilar el funcionamiento del INDEVAL, así como autorizar y vigilar sistemas de compensación, de información centralizada y otros mecanismos tendientes a facilitar el trámite de operaciones o a perfeccionar el Mercado.

7) Dictar las disposiciones a las que deberán ajustarse las Casas de Bolsa, y Bolsas de Valores en la aplicación de su capital pagado y reservas de capital.

8) Formar estadísticas nacionales de valores.

9) Hacer publicaciones sobre el mercado de Valores.

10) Ser órgano de consulta del Gobierno Federal y de los organismos descentralizados en materia de valores.

11) Certificar inscripciones en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios.

12) Dictar normas de registro de operaciones a las que deben ajustarse los Agentes y Bolsas de Valores.

13) Determinar los días en que las Casas de Bolsa y Bolsas - de Valores pueden suspender sus operaciones.

14) Actuar como conciliador o árbitro en conflictos originados por operaciones que hayan contratado las Casas de Bolsa, con su clientela, conforme a la Ley.

15) Proponer a la S.H.C.P. la imposición de sanciones por infracciones a la Ley o a sus disposiciones reglamentarias.

Una de las funciones fundamentales de la Comisión, es - operar el Registro de Valores e Intermediarios, que como su nombre lo indica se integra valores e intermediarios.

El Registro Nacional de Valores contiene:

La inscripción de Valores autorizadas, susceptibles de - operarse en el Mercado de Valores.

El Registro Nacional de Intermediarios contiene:

El registro y control de las Casas de Bolsa, Agentes de Valores personas físicas y los operadores de piso autorizados para actuar como tales.

2.2 BOLSA MEXICANA DE VALORES, S.A. DE C.V.

En 1976 existían tres Bolsas de Valores, sin embargo, las Bolsas de Guadalajara y Monterrey se liquidaron pues la ley establece que el número de socios (Casas de Bolsa) deben ser superior a veinte y estas instituciones no reunian este requisito.

En estos días la Bolsa Mexicana de Valores, S.A. de C.V. es la única bolsa existente en México, con las siguientes funciones, de acuerdo a la Ley del Mercado de Valores.

1) Establecer locales, instalaciones y mecanismos que faciliten las relaciones y operaciones entre la oferta y la demanda de Valores.

2) Proporcionar y mantener a disposición del público información sobre los valores inscritos en Bolsa, sus emisores y las operaciones que en ello se realicen.

3) Hacer publicaciones sobre los Valores inscritos en Bolsa y sus emisores.

4) Velar por el estricto apego de las actividades de sus socios a las disposiciones que les sean aplicables.

5) Certificar las cotizaciones en Bolsa.

6) Realizar aquellas otras actividades análogas o complementarias de las anteriores, que autorice la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, oyendo a la Comisión Nacional de Valores.

2.3 EMISORES E INVERSIONISTAS

Emisores:

Los emisores en el Mercado Bursátil son el sector oferente de este Mercado, siendo estos emisores el Gobierno, las Empresas y la Banca.

Al emitir acciones las empresas, buscan una alternativa para obtener financiamiento en plazos, términos y costos adecuados.

Para inscribir sus Valores en la Bolsa, las empresas, deben llenar los siguientes requisitos:

1) Dirigir solicitud de registro de sus Valores al consejo de administración de la Bolsa Mexicana de Valores.

2) Definir sus características: capital social o importe a inscribir, número de Valores y Valor nominal de las mismas.

3) Porcentaje representado del capital social que se ofrece al público inversionista.

Al firmar la solicitud, los emisores se comprometen a cumplir con lo señalado en lo referente a las obligaciones y derechos de los mismos.

Inversionistas:

Son las personas físicas o morales adquirientes de Valores; por lo tanto forman el Sector Demandante del Mercado

Bursátil. Los inversionistas son fundamentales para el Mercado Bursátil, ya que sus recursos contribuyen al financiamiento de las empresas, Banca y Gobierno Federal.

El inversionista puede ser Persona Física, Persona Moral o pueden ser organismos sin personalidad jurídica.

Persona Física.

El individuo como persona física, puede invertir en Bolsa; a excepción de extranjeros, menores de edad, e invalidos, entre otros, para lo cual requiere de un organismo de intermediación, es decir, debe de acudir a una Casa de Bolsa para que esta efectúe la operación.

Personas Morales.

Las personas morales son aquellos organismos constituidos como sociedades y que participan como inversionistas en la Bolsa.

La clasificación del inversionista persona moral es: Inversionista Institucional, Sociedad de Inversión, otras personas morales.

a) Inversionista Institucional.

Son instituciones que por ordenamiento de la Ley debe invertir parte de sus cajones en Valores, ejemplos de estas instituciones son:Compañías de Seguros, Compañías afianzadoras, Instituciones hipotecarias, Instituciones financieras, Bancos.

b) Sociedades de Inversión:

Son organismos especializados en la administración de inversiones provenientes de la captación de aportaciones de personas interesadas en formar y acrecentar su capital.

Los recursos aportados se canalizan a la constitución de Carteras de inversión, en donde estas Carteras se encuentran integradas por una amplia variedad de Valores.

Pertenecer a una sociedad de inversión, implica tener parte de cada uno de los valores que integran su cartera. Dentro de estas sociedades, por el gran número de inversionistas que las integran, se manejan montos considerables, lo que permite aprovechar ventajas que difícilmente pueda obtener las pequeñas inversiones aisladamente.

Las sociedades de inversión pueden ser Comunes, de Renta Fija o de Capital de Riesgo.

Sociedades de Inversión Comunes.

La característica principal de este tipo de sociedades consiste en el tipo de Valores y documentos en las que están autorizadas para invertir, siendo estos:

1) Renta Variable
 - Acciones
2) Renta Fija
 - Obligaciones
 - Petrobonos
 - Bonos de Indemnización Bancaria

-Bonos Bancarios de Desarrollo.

-Bonos de Renovación Urbana del Departamento del Distrito Federal.

-Pagarés con Rendimiento Liquidable al Vencimiento.

3) Mercado de Dinero.

-Certificados de la Tesorería de la Federación.

-Papel Comercial.

-Aceptaciones Bancarias.

-Pagaré Empresarial Bursátil.

Existen limitaciones en cuanto a los porcentajes máximos en que pueden invertir en los diversos tipos de instrumentos, siendo los principales:

I. Podrán invertir hasta el 10% de su capital contable en una misma empresa.

II. La inversión en una emisora no deberá exceder del 30% de las acciones que representan su capital social.

III. En documentos emitidos o avalados por instituciones de crédito, podrán invertir hasta un 30% de su capital contable.

Las reglas de inversión estan establecidas por la Comisión Nacional de Valores, previa aprobación de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público.

Sociedades de Inversión de Renta Fija.

Estas sociedades, también conocidas como fondos del Mercado de Dinero, son Sociedades Mercantiles cuyo objetivo es recibir aportaciones monetarias de un gran número de ahorradores que permita integrar una cantidad importante de dinero e invertirlo únicamente en instrumentos de Renta Fija y Mercado de Dinero.

La sociedad tiene la posibilidad de invertir hasta el 50% de sus recursos en CETES, con lo que se asegura además de un rendimiento, liquidez inmediata.

El rendimiento se determina por la diferencia entre el precio de adquisición de una acción del fondo y su precio del Mercado.

Sociedades de Inversión de Capital de Riesgo.

El aspecto más importante que destaca a estas sociedades es la canalización de sus recursos, ya que estan dirigidas a que la estructura financiera de las empresas sea más sólida, para que los recursos que requiere su expansión sean adecuados y permanentes, así como para proporcionar que un mayor número de accionistas participe en la propiedad de las empresas.

c) Otras personas Morales:

Otras personas morales pueden ser sociedades legalmente constituidas que tienen excedentes que destinan a inversiones en la Bolsa Mexicana. Por ejemplo, Industrias, Negocios, Sociedades, y el Gobierno a través de cualquiera de sus organismos.

Organismos sin Personalidad Jurídica.

Como son las cajas de ahorros, fondos de pensiones o jubilaciones y fideicomisos.

2.4 CASAS DE BOLSA.

Las transacciones en el Mercado Bursátil se llevan a cabo a través de intermediarios, ya que un particular no puede adquirir un Petrobono, una acción de una empresa o un CETE, directamente del emisor, debe hacerlo a través de intermediarios del Mercado Bursátil.

La intermediación en este Mercado esta regulada por la Ley del Mercado de Valores. Originalmente esta función de intermediación la efectuaban los agentes de valores, personas físicas; con objeto de brindar mayor eficiencia y seguridad, así como estimular el crecimiento del mercado, evolucionan los Agentes de Valores como personas morales.

Las únicas funciones de los Agentes de Valores personas físicas son:

1) Intermediación en operaciones de valores de renta variable.
2) Recibir fondos por concepto de las operaciones.
3) Prestar asesoria en material de valores.

Una Casa de Bolsa es un agente de Valores, persona moral. autorizada para llevar a cabo operaciones de Bolsa.

Las Casas de Bolsa y los Agentes de Valores, personas físicas, son los únicos autorizados para realizar operaciones en el Salón de Remates de la Bolsa.

Las funciones fundamentales de las Casas de Bonsa son:

a) Comisionistas:

Realizar operaciones en el Mercado Bursátil.

Estas operaciones las realizan con Valores registrados en el Registro Nacional de Valores e intermediarios.

Realizar operaciones con metales amonedados (oro y plata).

Otra función es efectuar colocaciones de Valores sean de renta fija o predeterminada, en el Mercado Primario; en esta operación actúa como mediador.

De lo anterior, un:

Comisionista: Es un apoderado que tiene poder para contratar por cuenta de terceros.

Mediador: Es una persona física o moral que pone en contacto a oferentes y demandantes para que lleguen a un acuerdo.

b) Promoción:

Esta función se inicia al establecer contacto con los inversionistas potenciales y los actuales, a fin de lograr un acercamiento de ellas al Mercado.

Las Casas de Bolsa están en contacto continuo con los-clientes a fin de asesorarlos en su inversión, y actuar de -acuerdo a sus instrucciones de compra-venta de Valores.

Dos aspectos fundamentales son:

- Administración de Carteras:

  Pueden ser administradas las carteras de:

  1) Sociedades de inversión.
  2) Fondos de pensiones.
  3) Fondos de jubilacion.
  4) Inversiones individuales.

- Financiamiento de Operaciones:

  Pueden otorgar prestaciones a clientes para:

  1) Operaciones de margen.
  2) Administración de fondos ajenos.

c) Servicios de Valores.

Las Casas de Bolsa pueden prestar los siguientes servicios de Valores en favor de sus clientes:

1) Introducir los valores a su cotización oficial en la Bolsa.
2) La custodia y depósito de Valores a través del INDEVAL.
3) Ser representante de los accionistas en las asambleas.
4) Transferir Títulos.
5) Cobrar dividendos e interesés, a través del INDEVAL, o eventualmente en forma directa con la emisión.

d) Estudios:

Las Casas de Bolsa realizan una serie de estudios a fin de orientar las decisiones de su inversión:

Algunos de estos estudios son:

Análisis de Inversión.

Estudios Económicos.

e) Los resultados de los estudios los comunican a través de:

Servicios de Información.

Publicaciones Bursátiles.

2.5. INDEVAL. (Instituto para el Depósito de Valores)

El INDEVAL. es un organismo creado por el Gobierno Federal para apoyar el Sistema Financiero Mexicano mediante la construcción y operación de un depósito centralizado de Valores que facilite la guarda, transferencia, compensación, liquidación y administración de títulos.

El objetivo principal de este instituto es:

Construir un depósito central de Valores que como eje central del sistema, otorgue fluidez a la compensación, facilidad a la transferencia, rapidez a la liquidación de los Valores y eficiencia y oportunidad a la administración de los mismos

El órgano que vigila e inspecciona el instituto es:

La Comisión Nacional de Valores

La dependencia gubernamental que hace la designación de la auditoria externa y certifica los estados financieros del instituto es:

La Secretaría de Hacienda y Crédito Público

El patrimonio del instituto se integra de:

Aportaciones del Gobierno Federal	+	Ingresos percibidos por servicios prestados.	=	Patrimonio

I.3. TIPOS DE VALORES BURSATILES

3.1. Valores del Mercado de Capitales.

Renta Variable

3.1.1. Acciones.

Una Acción es un Título-Valor que representa una de las fracciones iguales en que se divide el Capital Social de una sociedad anónima.

Sirve para acreditar y trasmitir la calidad y los derechos de socio y su importe manifiesta el límite de la obligación que contrae el tenedor de la Acción ante terceros y la empresa.

Existen dos tipos de Acciones:

Acciones ordinarias o comunes que son las que confieren iguales derechos y son de igual valor. Dan derecho a voz y voto

Acciones preferentes son las que garantizan un dividendo anual mínimo. El derecho a voz y voto es limitado.

No se asignan dividendos a las Acciones ordinarias, sin antes cubrir a las preferentes un dividendo del 5%. En caso de liquidación de la sociedad, estas Acciones tienen preferencia respecto a las comunes.

Los dividendos de las Acciones son de acuerdo al tipo de Acción:

Dividendos Preferentes: Son fijos, no se incrementan, - pueden ser acumulativos o no y se pagan primero.

Dividendos Comunes: Son variables, pueden incrementarse y se pagan después.

Las Acciones preferentes pueden ser con dividendos acumulativos o dividendos no acumulativos.

Si las Acciones son con dividendos acumulativos, si no se cubre el dividendo a que tienen derecho en un año o varios, se les acumulará hasta cubrirlos totalmente con base en las utilidades generadas por la empresa.

No se paga Dividendo a las Acciones Ordinarias sino hasta que el Dividendo de las preferentes haya sido cubierto.

Cuando las Acciones son con dividendos no acumulativos- se especifica que si los fondos generados por la empresa en un ejercicio resultan insuficientes para cubrir parte o todo el dividendo preferente, la empresa no tiene obligación alguna para completarlo o cubrirlo en los ejercicios subsiguientes, por lo tanto se puede dar por perdido.

También las Acciones Preferentes pueden ser participantes o no participantes.

Las Acciones participantes son las que, además de recibir el dividendo preestablecido, participan con las comunes- del remanente establecido como dividendo.

Las Acciones no participantes son aquellas que en los - términos de la emisión, perciben exclusivamente un Dividendo preferente.

Cuando se decreten otros dividendos, sin importar la - cantidad, será sólo para las Acciones Comunes.

Hay Acciones Convertibles, y son las que inicialmente - se emiten como preferentes, pero con opción a ser canjeadas- por otro valor que normalmente son Acciones comunes después- de transcurrido un período determinado.

Rendimientos:

Existen dos vías de rendimiento:

a) Por Ganancia de Capital:

En el caso de una operación de Compra-Venta en el - Mercado Secundario, si al vender la Acción, se realiza en un precio superior al de compra; en caso contrario, resulta una pérdida.

b) Por Dividendos:

Existen diversos tipos de Dividendos, que la asamblea de accionistas determina dependiendo de los resultados del - ejercicio de la empresa.

<u>Renta Fija</u>

3.1.2. Obligaciones.

Una Obligación es un Título de Crédito que representa - la participación individual de sus tenedores en un crédito - colectivo a cargo de una sociedad anónima.

El valor nominal de las Obligaciones generalmente es de $100.00 o sus múltiplos.

Su valor de Mercado varía, en el Mercado secundario, dependiendo de la oferta y la demanda.

En operaciones de compra-venta deben liquidarse a las 48 horas.

Dado que es parte de un crédito concedido a una empresa, las Obligaciones tienen diversos tipos de garantia que las respalda.

Tipos de Obligaciones:

Obligaciones Hipotecarias: Estan garantizadas con hipoteca sobre bienes inmuebles propiedad de la sociedad emisora.

Obligaciones Quirografarias: Son las que únicamente están garantizadas por la firma de la emisora, y su prestigio.

Obligación Prendaria: Es la que está garantizada por diversos bienes, muebles (maquinaria, vehículos, equipos,etc.) materia prima.

Cualquiera de estas obligaciones puede tener la característica de transformarse en acciones de la empresa, y se le llama obligación convertible.

Rendimiento de las Obligaciones.

Las Obligaciones reditúan un interés, en algunos casos fijo, y en otros variable.

Estan sujetos a amortización mediante sorteo o porcentaje predeterminado a un vencimiento fijo.

Sus intereses se calculan considerando el año comercial, esto es, 360 días.

El pago de intereses es con una periodicidad: mensual, bimestral, trimestral o semestral.

3.1.3. Petrobonos.

Los Petrobonos son certificados de participación ordinaria emitidos por Nafinsa como fiduciario de los derechos derivados del contrato de Compra - Venta del petróleo entre Pemex y el Gobierno Federal.

El Gobierno Federal constituyó un fideicomiso en Nacional Financiera, para la adquisición a Pemex de barriles de petróleo crudo calidad Istmo.

En cada emisión de Petrobonos, el Gobierno adquiere de Pemex cierta cantidad de barriles de petróleo, al precio vigente en el momento de la emisión; dichos barriles son el bien patrimonial.

A los tres años de la emisión, Pemex vende esos barri-- les, y con el producto de esa venta, descontando gastos, se liquida a los tenedores de los certificados, es decir, a los poseedores de Petrobonos.

Rendimientos.

a) Por ganancia de capital:

Los Petrobonos se emiten a un plazo determinado, - (tres años) al término del cual se amortiza su valor nominal, más ganancias de Capital si existieron.

Estas ganancias se determinan por el diferencial entre- el importe de la adquisición de petróleo que respalda los tí tulos y su valor internacional de venta, para lo cual se cal cula:

$$\text{Valor de la Amortización} = \text{Número de barriles de la emisión.} \cdot \text{Valor de venta ponderado}$$

El precio de venta se cotiza en dólares, la conversión- a pesos se efectua de acuerdo al tipo de cambio controlado - vigente.

Las emisiones de Petrobonos, tienen un precio mínimo de garantía cuyo valor varía en cada emisión.

b) Intereses

Los Petrobonos pagan intereses trimestrales con base en cupones.

Para la emisión 82 se estableció un interés garantizado de 21.52% anual bruto. Para la emisión 83 se estableció un - interés indexado al tipo de cambio controlado. Para saber - cual es el interés devengado a una fecha determinada se aplica la siguiente fórmula:

1. Determinación del factor diario

$$F.D = \frac{\text{Barril de petróleo por certificado en el año} \cdot \text{Precio fijo por Barril en dólares}}{360}$$

2. Determinación del interés bruto

$$I.B. = F.D \cdot \text{Tipo de cambio controlado de equilibrio peso/dólar a la fecha en que se desee calcular.} \cdot \text{Días transcurridos del cupón}$$

3.1.4. Bonos para el Pago de Indemnización Bancaria.

Los BIBS son bonos emitidos por el Gobierno Federal para cubrir el monto de la indemnización a ex-accionistas banqueros con motivo de la nacionalización de la Banca.

Su fecha de emisión es: lo. de septiembre de 1982.

El monto total de los bonos se emitieron por la cantidad necesaria para cubrir la indemnización, más los intereses correspondientes a un año.

Su fecha de vencimiento es: 31 de agosto de 1992. Por - tanto tienen una vigencia de diez años. Su valor nominal es de $100.00.

Su garantía es directa e incondicional por el Gobierno de los Estados Unidos Mexicanos.

Los ex-accionistas tienen derecho a efectuar el canje de acciones de los bancos por los bonos en un plazo de dos años contados a partir de la publicación del Valor de la indemnización a pagar. Dichos bonos se encuentran en el Mercado Secundario.

Rendimiento:

a) Amortización.

En siete pagos por anualidades vencidas a partir del 1o. de septiembre de 1986 por el equivalente al 14% de su monto a excepción del séptimo pago que será del 16%

b) Intereses.

Estan indexadas las tasas y sobretasas al promedio aritmético de los rendimientos máximos que las Instituciones Nacionales de Crédito otorguen por depósitos a plazo de 90 días.

3.1.5. Bonos Bancarios de Desarrollo.

Estos Bonos son Títulos de Crédito expedidos por Sociedades Nacionales de Crédito, con el propósito de que a través de su Banca especializada (Banca de Desarrollo como Banrural, Banobras, Banpesca, etc.) cuente con instrumentos de captación a mediano y largo plazo que fomenten el desarrollo de la pequeña y mediana industria.

Fueron emitidos a partir del 3 de abril de 1985, y el monto de cada emisión deberá sujetarse a los máximos autorizados para cada Institución Bancaria.

El plazo de la emisión es de un mínimo de tres años e incluye un año de gracia para iniciar el pago de las amortizaciones.

Su garantía es directa e incondicional por las Instituciones Bancarias que los emiten.

Dichos bonos se operan en el Mercado Secundario.

Rendimiento.

a) Amortización.

Se amortizan mediante semestralidades iguales y vencidas, una vez transcurrido el período de gracia.

b) Intereses.

Devengarán intereses a la tasa bruta revisable en forma mensual y su pago es trimestral, que será el que resulte de multiplicar la tasa de referencia por el factor fijo determinado por el banco emisor al realizar cada emisión sin que este sea superior al que fije el Banco de México.

3.1.6. Bonos de Renovación Urbana.

Los BORES. son títulos nominativos emitidos por el ejecutivo federal, para cubrir el monto de la indemnización a los propietarios de los predios expropiados con motivo de los sismos del mes de septiembre de 1985.

Fueron emitidos a partir del 12 de octubre de 1985 y el monto de la emisión fue de $25 000 000 000.00 representado por títulos de valor nominal de $100.00.

La emisión se documentará mediante un título múltiple que la tesorería del Departamento del Distrito Federal depositará en el Instituto para el Depósito de Valores, mparando la emisión total de los Bonos de Renovación Urbana del Distrito Federal.

Su fecha de vencimiento es el 11 de octubre de 1995 y su vigencia es de 10 años incluídos tres de gracia, a partir de su fecha de emisión.

Su garantía es directa e incondicional por el Gobierno Federal.

Dichos bonos se cotizan en el Mercado Secundario.

Rendimiento.

a) Amortización.

Se efectuará después de los tres años de gracia, por anualidades vencidas en siete pagos, de tal forma que cada una de las seis primeras amortizaciones sea del 14% del Valor nominal, y el resto por el 16% restante.

b) Intereses.

La tasa de intereses que pagarán los BORES 85, será el promedio de las tasas para depósitos bancarios a 90 días, vigentes en las cuatro semanas anteriores al trimestre a regir.

3.2. Valores del Mercado de Dinero.

El Mercado de dinero es en donde se manejan Valores que tienen como características principales ser de bajo riesgo, alta liquidez y corto plazo. Estos Valores se negocian en el Mercado Secundario; es decir, donde se llevan a cabo las Transacciones Bursátiles con títulos ya emitidos.

3.2.1. CETES.

El importe operado en Bolsa por los certificados de la Tesorería asciende aproximadamente a un 85% del total operado por el Mercado Bursátil.

Este documento se debe al monto colocado y en consecuencia al constante aumento del importe en circulación; a las atractivas tasas de rendimiento y a la alta liquidez que ofrecen.

Los CETES son títulos de crédito al portador en los cuales se consigna la obligación del Gobierno Federal a pagar una suma fija de dinero en fecha determinada.

Estos Valores se emiten por conducto de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. El Banco de México actúa como agente exclusivo del Gobierno Federal para la colocación y redención de dichos títulos.

El valor nominal de cada certificado es de $10 000, amortizables en una sola exhibición al vencimiento de los títulos.

El monto mínimo de inversión esta sujeta a las condiciones establecidas por cada Casa de Bolsa en particular.

Cada emisión tiene su propio plazo sin exceder de un año. Desde su creación, las emisiones que se han convertido en las más comunes han sido aquellas a un plazo de 28 días, tres meses y 180 días.

Entre las características generales más sobresalientes de los CETES tenemos:

Sólo las Casas de Bolsa los pueden ofrecer al público.

No existe emisión física de los títulos. El sistema opera contablemente. Los Valores estan en custodia en el Banco de México.

El Banco de México lleva cuentas de registro a las Casas de Bolsa y estas a sus clientes.

No estipulan pago de intereses. Se compran y se venden con base a una tasa de descuento.

Rendimiento:

Se da por diferencia entre su precio de compra bajo par (por debajo de su valor nominal) y su valor de venta, o de redención.

Los precios de compra y de venta se determinan libremente en el Mercado.

Las Tasas de descuento las determina el Mercado, principalmente en función de los rendimientos de otros instrumentos de inversión y las ofertas y demandas existentes.

3.2.2. Papel Comercial.

El Papel Comercial es un pagaré a corto plazo, sin garantía específica, emitido por empresas que cotizan en Bolsa.

Por lo tanto, para emitir Papel Comercial, las acciones de estas empresas deben estar inscritas en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios y en la Bolsa Mexicana de Valores.

En donde un pagaré es un Título de Crédito, por medio del cual una persona se compromete a pagar a otra una suma determinada de dinero.

Estos Títulos deben ser emitidos por importes mínimos de $100 000.00 ó múltiplos de esta cifra en moneda nacional.

El monto máximo de emisión por empresa, está determinado por la Comisión Nacional de Valores.

El plazo depende de las condiciones en el Mercado, y podra fluctuar entre 15 y 91 días a partir de la fecha de emisión.

Rendimiento.

Su rendimiento está determinado por el diferencial entre el Valor de compra (bajo por) y su valor nominal, o de amortización.

Su garantía esta dada por el prestigio de la empresa emisora.

3.2.3. Papel Comercial Extrabursátil.

El Papel Comercial Extrabursátil es el Papel Comercial que no se cotiza en Bolsa, y que por tanto no está registrado en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios.

Las operaciones de intermediación con estos Títulos de Crédito, se consideran como análogas a las de las propias Casas de Bolsa, según autorización de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público en oficio núm. 102-E 366-DGSV-II-A-C-7316 del 7 de noviembre de 1984, dirigido a la Comisión Nacional de Valores.

Dichas operaciones se sujetaron a las condiciones y disposiciones siguientes:

1.- Las Casas de Bolsa que pretendan actuar en este Mercado deberán obtener, en cada caso, la previa autorización de la C.N.V.

2.- Las operaciones se realizarán fuera de la Bolsa.

3.- Las Casas de Bolsa tendrán prohibido:

Realizar operaciones por cuenta propia con estos Títulos de Crédito.

Otorgar o garantizar financiamiento para la adquisición de las mismas.

Promover o celebrar operaciones en el Mercado Secundario.

Prestar el servicio de depósito y administración de dichos títulos de crédito.

4.- Las Casas de Bolsa podrán pactar libremente con las empresas emisoras las remuneraciones que habrán de - percibir por concepto de correduría.

5.- Las Casas de Bolsa deberán ajustarse a las disposi-- ciones de carácter general que expida la Comisón Nacional de Valores, para determinar el registro de estas operaciones, así como la información sobre ellas y la estadística que deberán proporcionar a dicho organismo.

3.2.4. Aceptaciones Bancarias.

Las Aceptaciones Bancarias son letras de cambio, emiti-- das en serie por empresas medianas y pequeñas a su propia orden y aceptadas por instituciones de banca múltiple, con base en créditos que estas conceden a aquellas.

En donde una letra de cambio es un título de crédito que es aceptado por una persona Física o Moral mediante la firma de quien lo recibe.

En estos Valores, el banco aceptante asume la responsabilidad de pagar el crédito, ya que las aceptaciones quedan- endosadas en blanco y baja su poder.

Estas aceptaciones tienen como propósito ser un instru-- mento para satisfacer la necesidad de recursos de las pequeñas y medianas industrias.

Al ser colocadas se descuentan en el mercado de dinero- y los fondos se acreditan a la cuenta del cliente.

Son emitidas con un valor nominal de $100 000 cada una.

Cada emisión tendrá su propio plazo, con un período de vigencia máximo de 180 días, lo normal es que sean entre 30 y 90 días.

Características:

Se operan entre las Casas de Bolsa, como entre las Casas y sus clientes.

Son un medio más económico de captación de recursos para las empresas, en comparación con los prestamos bancarios.

Se liquidan a las 24 horas de su operación.

Da rendimientos al inversionista con bajos riesgos.

Son al portador.

Rendimiento:

El rendimiento es en base a una tasa de descuento, sus- cálculos se realizan de manera similar a los CETES.

Su rendimiento se encuentra entre los CETES y el Papel - Comercial.

3.2.5. Pagaré Empresarial Bursátil.

Son títulos de crédito a corto plazo, suscritos por sociedades anónimas mexicanas, emitidas por empresas que no - cotizan necesariamente en Bolsa.

El procedimiento por parte de las empresas para la inscripción, renovación o ampliación de un Pagaré Empresarial se lleva a cabo en las siguientes etapas:

-Presentación de la solicitud a la Bolsa Mexicana de Valores.

-Revisión de los documentos presentados incluyendo el aspecto legal.

-Autorización de la emisión por parte de la Comisión Nacional de Valores.

-Presentación del informe a la Dirección General para su aprobación.

-Determinación de la fecha para la oferta pública.

Estos pagarés son emitidos por un valor nominal de $100 000.00 y su plazo máximo de amortización es de 360 días.

Están garantizados mediante la afectación en fideicomiso en Instituciones de Crédito Mexicanas con Certificados de la Tesorería de la Federación o la constitución ante el Instituto para el Depósito de Valores, sobre Aceptaciones Bancarias o Petrobonos.

Rendimientos:

Su rendimiento está determinado por el diferencial entre el valor de compra (bajo par) y su valor nominal, o de amortización.

3.2.6. PAGAFES.

Los PAGAFES son títulos de crédito denominados en moneda extranjera, en los cuales se consigna la obligación del Gobierno Federal de pagar una suma en Moneda Nacional equivalente al valor de dicha moneda extranjera en una fecha determinada.

Los PAGAFES documentarán créditos en moneda extranjera otorgados al Gobierno Federal por el Banco de México quien, a su vez, las colocará en el Mercado a través de Casas de Bolsa e Instituciones de Crédito del país.

El decreto presidencial publicado en el Diario Oficial de la Federación el 28 de julio de 1986, autorizó la emisión de PAGAFES.

Los PAGAFES estarán denominados en dólares de EE.UU.A. El valor nominal de cada título se ha fijado, para las primeras emisiones, en mil dólares.

Estos títulos serán pagaderos en la República Mexicana, en una sola exhibición a su vencimiento.

Cada emisión tendrá su propio plazo, habiéndose previsto que las primeras sean a un plazo de seis meses.

El Banco de México actuará como agente exclusivo del Gobierno Federal para la redención de los títulos y en su caso, para el pago de intereses que devenguen.

Rendimientos:

Los títulos a seis meses o menos no devengarán intereses y serán colocados a descuento. Aquellas que sean a plazo mayor podrán devengar un interés fijo pagadero por períodos - vencidos.

3.2.7. Pagares con Rendimiento Liquidable al Vencimiento.

Este es un instrumento autorizado por el Banco de México a partir del 25 de octubre de 1983.

Se pueden contratar a plazos de: 1, 3, 6, 9 y 12 meses- a elección del inversionista.

Entre las principales características de este tipo de - inversiones se tiene:

- -Pueden invertir Personas Físicas o Morales.
- -No tienen efectos como garantía para otorgar créditos o préstamos.
- -No se pueden liquidar anticipadamente.
- -Sólo es documento en moneda nacional.
- -No se cobra comisión al inversionista.

Rendimiento:

El rendimiento pagado es dado a conocer por el Banco de México el último día hábil de cada semana anterior a la que- tendrá vigencia.

Las tasas a que se contraten estas operaciones, se mantendrán fijas durante la vigencia del pagaré.

El Capital y los intereses, serán pagados total y únicamente al vencimiento del plazo pactado.

Estas inversiones son documentadas con pagares expedidos por las Instituciones de Crédito a nombre del inversionista.

3.2.8. Oro y Plata Amonedados.

En el Mercado de Valores se realizan operaciones con Centenarios de Oro y Onzas Troy de Plata, aunque no es una operación muy factible.

El precio se establece por el libre juego entre la oferta y la demanda.

Las operaciones de las Casas de Bolsa son de dos tipos:

Compra-Venta al contado.

Depósito en custodia.

Lotes para operar:

Centerarios de Oro: Mínimo 5 piezas e incrementos en múltiplos de 5 piezas.

Onza Troy de Plata: Mínimo 200 piezas e incremento en múltiplos de 100 piezas.

Características relevantes del manejo de estas operaciones:

El Banco de México tendrá preferencia a igualdad de precios.

Todas las operaciones serán para liquidación, el mismo día o día siguiente si la operación fuese realizada en el recinto de la Bolsa.

Las operaciones se efectuarán y documentarán en moneda nacional.

La liquidación de operaciones entre Casas de Bolsa será a través del INDEVAL.

Las Casas de Bolsa deberán registrar en la Bolsa cada día hábil, las Compras - Ventas que celebren fuera de la misma.

CAPITULO II

SELECCION DE CARTERA

II. 1. Problema de selección de cartera.

Para poder resolver el problema de selección de cartera, el inversionista deberá tener un conjunto de alternativas y un criterio de selección, es decir, el inversionista debe de tener un conjunto de carteras en donde pueda él elegir una de ellas, pero también tiene que saber como elegir esa cartera.

Para hacer la selección de la cartera, cada inversionista puede tener diferentes criterios pues cada persona tiene una forma diferente de pensar y de actuar, por lo que resulta complicado saber cuales son las preferencias de cada individuo, sin embargo, muchos de los criterios tendrán puntos en común. En particular nos ocuparemos de los criterios de selección que cumplan con los siguientes requisitos.

Axiomas básicos de elección.

Estos axiomas son los axiomas de la teoría económica de selección.

Usaremos la siguiente notación:

$$X = \{ q_1^{(x)}, q_2^{(x)}, \ldots, q_n^{(x)} \}$$

En donde X es la cartera que contiene $q_1^{(x)}$ valores del tipo 1, $q_2^{(x)}$ valores del tipo 2.... $q_n^{(x)}$ valores del tipo n.

Axioma 1 (Comparabilidad) Para cada pareja de cartera - x, y el inversionista puede decir si:

i) Prefiere a X sobre Y

ii) Prefiere a Y sobre X

iii) Es totalmente indiferente ante X o Y (le da igual - cualquiera de las dos).

Con este axioma se eliminan situaciones en que el inversionista se rehusa o es incapaz de decidir.

Axioma 2 (Transitividad) Supóngase que al inversionista se le confronta con tres carteras X, Y, Z. Entonces, si prefiere a X sobre Y y prefiere a Y sobre Z, necesariamente prefiere a X sobre Z.

Además si es indiferente entre X y Y y entre Y y Z, también es indiferente entre X y Z.

Con este axioma tenemos que el inversionista es consistente en su forma de elegir. Entonces como consecuencia de - estos axiomas se tiene que el inversionista tiene un criterio bien definido de decisión. Es decir, se comporta como si estuviera maximizando una función de utilidad. En donde esta función asigna a cada cartera un valor numérico, que sería - la utilidad U dependiendo de los valores que contenga.

Entonces si tenemos las siguientes utilidades para tres diferentes carteras X, Y, Z de modo que

$$
\begin{aligned}
U_X &= a_1 q_1^{(x)} + a_2 q_2^{(x)} + \dots + a_n q_n^{(x)} = d \\
U_Y &= a_1 q_1^{(y)} + a_2 q_2^{(y)} + \dots + a_n q_n^{(y)} = d \\
U_Z &= a_1 q_1^{(z)} + a_2 q_2^{(z)} + \dots + a_n q_n^{(z)} = e \qquad \ni \; e > d
\end{aligned}
$$

En donde cada a_i, $i=1\ldots n$ es lo que produce cada valor - i y $q_i^{(x)}$ es la cantidad de valores del tipo i como ya estaba definido.

Vemos que con la función de utilidad U podemos garantizar la validez de los axiomas pues con ayuda de ella podemos saber que preferimos la cartera Z sobre las otras dos y que somo indiferentes entre las carteras X y Y pues

$$U_z > U_x = U_y$$

Por lo tanto, según lo anterior, la función de utilidad nos ayuda a dar un orden en nuestras preferencias, siendo este un orden decreciente.

En general la función de utilidad no es unica pues, aunque se tenga ya una función de utilidad que nos este ayudando en nuestra selección, puede haber muchas más que nos sean igualmente útiles.

Un caso de lo dicho anteriormente es el siguiente:

Supóngase que se tienen tres tipos de valores diferentes q_1, q_2, q_3 y tres carteras que estan formadas de la siguiente forma:

$$\begin{array}{rl} & \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3 \\ x = & \{50, 3, 2\} \\ y = & \{20, 4, 2\} \\ z = & \{55, 5, 2\} \end{array}$$

Y además sabemos que un inversionista prefiere a la cartera Z sobre las carteras X y Y y que es indiferente entre - las carteras X y Y.

Veremos que se puede encontrar una infinidad de funciones de utilidad que concuerden con el criterio del inversionista.

Tenemos que la función de utilidad tiene la forma siguiente

$$U_p = a_1 q_1^p + a_2 q_2^p + a_3 q_3^p$$

Con q_i^p = número de valores del tipo i que contiene la cartera p

a_i = coeficiente que representa el valor que el inversionista le asocia a cada unidad del valor tipo i

$i = 1, 2, 3$

Esta función de utilidad debe de satisfacer

$$U_z > U_x = U_y \rightarrow a_1 q_1^z + a_2 q_2^z + a_3 q_3^z > a_1 q_1^y + a_2 q_2^y + a_3 q_3^y = a_1 q_1^x + a_2 q_2^x + a_3 q_3^x$$

Dando los valores correspondientes a cada q_i^p tenemos

$$55a_1 + 5a_2 + 2a_3 > 20a_1 + 4a_2 + 2a_3 \quad y \quad 20a_1 + 4a_2 + 2a_3 = 50a_1 + 3a_2 + 2a_3$$

restando $2a_3$ de los dos lados en cada expresión tenemos

$$55a_1 + 5a_2 > 20a_1 + 4a_2 \quad , \quad 20a_1 + 4a_2 = 50a_1 + 3a_2 \quad \therefore$$

en la igualdad obtenemos

$$a_2 = 30a_1$$

Con esta relación de los coeficientes a_1, a_2 vemos que hay una infinidad de valores de a_1 y a_2 que la cumplen y por lo tanto también satisfacen la desigualdad $U_z > U_x = U_y$. Entonces podremos usar cualquier función de utilidad que tenga como coeficiente $(a_1, a_2, a_3) = (a_1, 30a_1, a_3)$ en donde para a_3 no se tiene ninguna restricción.

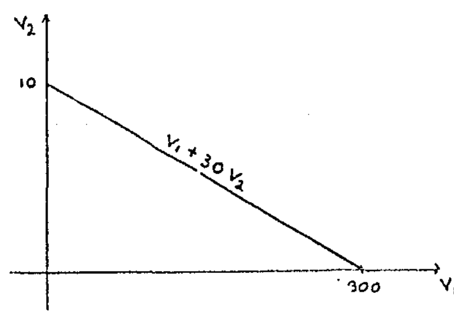
Por lo tanto para cada tercia de coeficientes se tiene una función de utilidad que nos sirve, pero este número de tercias es infinito, entonces tenemos un número infinito de funciones de utilidad que nos sirven de igual modo.

Representación geométrica de las utilidades.

Para la representación geométrica se usarán sólo dos valores, entonces nuestra función de utilidad será $U_x = a_1 q_1^{(x)} + a_2 q_2^{(x)}$ y si tomamos los datos de el ejemplo anterior y eliminando el valor 3, sabemos que $a_2 = 30 a_1$ y con $a_1 = 1$ se tiene $a_2 = 30$ por lo tanto

$$U_x = q_1^{(x)} + 30 q_2^{(x)} = \text{Valor } 1 + 30 \text{ Valor } 2 = V_1 + 30 V_2$$

Entonces por ejemplo si tenemos una utilidad U = 300, tendriamos $V_1 + 30 V_2 = 300 \therefore$ habría muchas combinaciones de V_1 y V_2 que nos darían la misma utilidad, es decir, con estas combinaciones obtendriamos un conjunto de carteras indiferentes, y este conjunto de carteras indiferentes queda representado por la siguiente recta:



En donde se supone que no hay cantidades negativas de valores.

En la gráfica anterior vemos sólo un conjunto de carteras indiferentes, aunque en realidad cada punto en el espacio pertenece a una recta que puede representar un conjunto de carteras indiferentes entre si, en donde la utilidad de estas será mas grande mientras mas "arriba" este la recta que las representa.

Axioma 3. (No sociedad de deseos) El inversionista siempre preferirá o en el peor de los casos le será indiferente un paquete que contenga más de cierto bien que otro que contenga menos del bien, siempre que no tenga que hacer sacrificios en términos de otros bienes.

Viendo geometricamente este axioma tenemos que las rectas que nos representan a cada familia indiferente de carteras, debe de tener pendiente negativa ya que si tenemos rectas de pendiente positiva, tendremos carteras que teniendo más de un bien que otras y sin variar la cantidad de los otros bienes, su utilidad sea menor.

Otra observación sobre la pendiente de las familias indiferentes es la siguiente:

La utilidad la representamos como $U = V_2 + cV_1$ en donde V_1 y $V_2 > 0$ pues no tiene sentido cantidades negativas de valores. La ecuación anterior es una recta con pendiente -C, si suponemos que - C es negativa $\rightarrow -c < 0 \rightarrow c > 0 \rightarrow cV_1 + V_2 > 0 \therefore U > 0$ entonces según lo anterior, una pendiente negativa nos garantiza utilidades positivas.

En cambio una pendiente positiva no garantiza utilidades positivas, pues podemos dar valores V_1 y V_2 positivos de modo que la utilidad sea negativa. Por ejemplo si

$U = -2V_1 + V_2$ con $V_1 = 3$ y $V_2 = 2$; $U = -4$

Lo que no es razonable pues teniendo bienes hay pérdidas.

Axioma 4. (Convexidad) Sean X, Y dos carteras indiferentes tales que $U_X = U_Y$. Entonces cualquier cartera ω que es una combinación convexa de X y Y es tal que

$$U_\omega \geqslant U_X = U_Y$$

Este axioma nos dice que al formar una combinación convexa de dos carteras indiferentes para obtener una tercera, los sacrificios en un valor cuando menos se compensan por las ganancias en otro de modo que la cartera resultante tiene cuando menos la misma utilidad que las combinadas.

Con los axiomas anteriores y con la función de utilidad se tiene ya un criterio de selección pues sabremos como comportarnos al seleccionar una cartera, ya que sabemos distinguir si una cartera es mejor, peor o igual que otra y gráficamente seleccionaremos la cartera que pertenezca a la recta más "alta" posible.

En cuanto al conjunto de carteras de el que seleccionaremos nuestra cartera, en la realidad está acotado pues nuestros valores tienen diferentes restricciones como por ejemplo pueden ser el presupuesto, impuestos, liquidez, etc. Por lo que la utilidad no se podrá hacer tan grande como se quiera, sino que tan grande como se pueda según las restricciones.

II.2. Problemas que genera la incertidumbre en la selección de cartera.

En la sección anterior, vimos el problema de selección de cartera como un problema en el que se conocen los suficientes datos como para hacer una buena selección de cartera (en donde por conocer un dato se entiende que no hay ni la menor duda respecto a ese dato, por ejemplo, si se dice que se conoce la utilidad de tal cartera, entonces se conoce exactamente cual es esa utilidad y no cual es la utilidad probable). Es decir, hasta ahora hemos visto el problema de selección de cartera como un problema en el que se conoce todo con precisión. Sin embargo, veremos que en la realidad sí hay cosas que se conocen con precisión, pero otras no.

Según lo escrito anteriormente, los factores que intervienen para la selección de cartera no son todos conocidos con precisión, es decir, se tiene incertidumbre acerca de algunos de ellos en donde esta incertidumbre proviene de dos fuentes, la primera fuente, son las apreciaciones subjetivas, es decir, juicios y valorizaciones que dependen de gustos, experiencias, estilo, intuición, etc., que no se pueden apoyar racionalmente con lógica rigurosa en todos sus aspectos.

La segunda fuente de incertidumbre es el medio en donde se debe realizar la selección, ya que en este medio operan fuerzas que no puede controlar el inversionista que debe hacer la selección. Como ejemplos de estas fuerzas tenemos la variación de los precios de los distintos activos en los mer cados, las acciones gubernamentales en cuanto a requisitos - legales y fiscales, necesidades de liquidez, etc.

Entonces la incertidumbre genera los diferentes tipos - de riesgos que se pueden tener en una inversión.

En el problema de selección de cartera hay tres tipos de de riesgos:

1) Riesgo de pérdida; es decir, de no recuperar la inversión y que se produzca una merma o pérdida de capital.

2) Riesgo de desaprovechar oportunidades de inversión; es decir, asignar recursos a ciertos activos menos redituables que otros.

3) Riesgo de liquidez; es decir, comprometer recursos en activos difíciles de convertir en dinero provocando - una pérdida en el momento en que se hace necesario - efectuar un pago imprevisto.

El riesgo es una consecuencia de la incertidumbre, y dentro de nuestro problema de selección de cartera, nos encontramos con que cada elemento que puede conformar una cartera tiene diferente grado de riesgo, es decir, unos son más riesgosos que otros, y esto se refleja en los rendimientos pues se observa que en general, las inversiones más riesgosas son las de mayor rendimiento en caso de éxito.

Entonces según lo anterior una cartera integrada con valores de alto riesgo resultará con rendimientos muy altos, sin embargo, las probabilidades de fracaso de una cartera de este tipo, también son muy altas, por lo que ya no resultaría tan atractiva esta cartera.

Una forma de resolver este problema del riesgo es diversificar la cartera. Es decir, distribuir el riesgo entre varios activos, en forma que las pérdidas en algunos sean compensadas con las ganancias en otros.

Con el problema del riesgo la selección de cartera ya no resulta como en la sección anterior que consistía en la elección entre dos bienes y daba como resultado gráfico curvas con pendiente negativa y convexas, teniendo las siguientes características.

1) Las curvas que representan a un conjunto de carteras indiferentes (curvas de indiferencias) tienen pendiente negativa; esto es debido a que se esta eligiendo entre dos bienes, pues si aumentamos la cantidad de un bien debemos disminuir la cantidad de el otro.

2) El nivel de utilidad de las curvas es mayor mientras más hacia "arriba y a la derecha" se encuentren en el plano.

Ahora tendremos el problema de elegir entre un bien y un mal. En donde un bien será por definición un elemento que proporcione rendimientos en una inversión, y por lo tanto un mal sera un elemento que reste rendimiento. El problema de elección entre un bien y un mal lo tendremos sólo cuando por elegir un bien tengamos que aceptar también alguna cantidad de el mal.

Entonces, para llegar a un modelo de indidferencia para el problema de elección entre un bien y un mal se necesita - del siguiente axioma:

Axioma 5: Dado un problema de elección entre carteras que contienen bienes y males, el inversionista siempre preferirá, o en el peor de los casos será indiferente entre una cartera- que contiene menos de el mal a otra que contiene mayor cantidad de ese mal, siempre que no haya sacrificios en términos - de los otros bienes y males que componen la cartera.

Como consecuencia de este axioma gráficamente podemos - ver que las curvas de indiferencia tienen pendiente positivo. Esto se debe a que para obtener más cantidad del bien hay que aceptar mas del mal, o para eliminar algo del mal se debe sacrificar alguna cantidad del bien.

El axioma de convexidad también se aplica y en este caso tiene la interpretación de que mientras más cantidad del mal se agregue a una cartera más cantidad del bien se debe agre-- gar para mantener la condición de indiferencia.

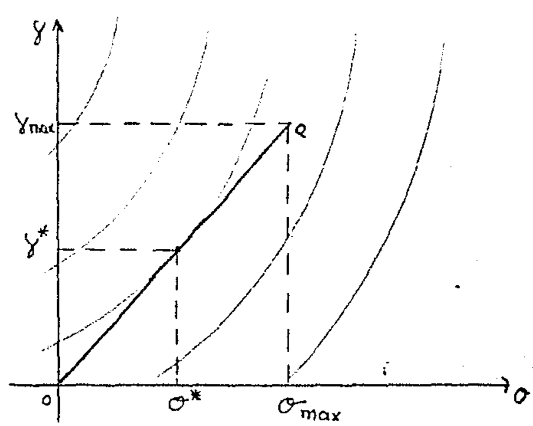
Entonces para el caso de elección entre el bien y el mal resolveremos el problema coherentemente si nos basamos en los axiomas 1, 2, 4 y 5 pues con ellos garantizamos que las cur-- vas de indiferencia son convexas (Axioma 4), no se cruzan - (Axiomas 1, 2) y tienen pendiente positivo (Axioma 5). Sólo - que ahora la utilidad aumenta a medida que las curvas están - más "arriba y a la izquierda".

Entonces para resolver el problema de selección en el caso de bienes - males se hace lo mismo que en el de bienes-bienes. Es decir, se toman en cuenta las restricciones (presupuesto, liquidez, impuestos, etc.) que forman una región en el plano, y la cartera optima será el punto tangente de la curva más alta que haga contacto con esta región.

El modelo de Tobin.

Con este modelo se trata de resolver el problema de elección entre un bien y un mal en donde el mal es el riesgo y el bien es el patrimonio. Entonces el inversionista que debe hacer la elección se enfrenta al problema de como distribuir su patrimonio entre dinero en efectivo con rendimiento cero y bonos que proporcionan algún rendimiento, pero también tienen un riesgo en cuanto a que es incierto el rendimiento que van a proporcionar. Por lo tanto se supone que el rendimiento que se obtiene de un bono es aleatorio y se toma como medida de riesgo la variación σ que puede tener.

Gráficamente podemos representar el incremento esperado en el patrimonio γ (el bien) en el eje vertical y el riesgo σ (el mal) en el eje horizontal.



Como vemos en la gráfica las curvas de indiferencia están formadas por puntos que no representan cantidades de los diferentes tipos de valores que deben integrar una cartera como era el caso en el problema de selección entre bien - bien. Ahora cada curva de indiferencia no nos representa una función de utilidad sólo en términos del rendimiento de la cartera, sino que, en este caso la función de utilidad esta en términos del rendimiento, pero con respecto al riesto, por lo que, para que no haya confusión en este caso, a la función de utilidad la llamaremos función de preferencia.

En la gráfica también podemos notar que mientras más convexas sean las curvas, el rendimiento aumentará más que proporcionalmente con respecto al riesgo. La recta p representa el presupuesto que es la única restricción en este caso. Entonces, la solución al problema de elección entre riesto y rendimiento, esta representado por el punto (σ^*, γ^*) pues es el punto tangente entre la restricción y la curva de indiferencia "mas alta".

Ejemplo númérico.

Un inversionista cuenta con 5 millones de pesos, y tiene la opción de comprar bonos o conservar el dinero en efectivo. Las características de los bonos son las siguientes:

1. El rendimiento medio esperado del bono por mes de 1%

2. Debido a la "incertidumbre del mercado" que afecta a las ganancias del capital" del bono, su rendimiento puede variar $\pm$ 1.5% alrededor de la media, por lo que existe el riesgo de perder hasta .5% por cada peso que se invierta en bonos.

Si X = Cantidad que se destinará a bonos.

Y = Cantidad que se conservará en efectivo.

La variación en el rendimiento será X por la longitud del intervalo de variación:

Intervalo de variación = 1.5% -(-1.5%) = 3%

Por lo tanto la variación en el rendimiento es $\sigma = 0.03\,X$

El inversionista tiene la siguiente actitud acerca del riesto. No está dispuesto a aceptar más de 100,000 de variación y como función de preferencia, toma una forma hiperbólica que concuerde con lo que está dispuesto a aceptar de variación (además estas formas hiperbólicas son coherentes con los axiomas antes mencionados pues son funciones convexas, no se cortan y tienen pendiente positiva).

Entonces la función de preferencia esta dada por

$$U(Y,\sigma) = Y - \frac{10^9}{10^5 - \sigma} + 10^4$$

Si invierte todo su patrimonio en bonos, la utilidad esperada sería de: $0.01 \times 5 \times 10^6 = 5 \times 10^4 = 50.000$

y la variación $0.03 \times 5 \times 10^4 = 150.000$

Ahora que si todo el patrimonio se conserva en efectivo, tanto la utilidad esperada como la variación son cero. Por lo tanto la línea que pasa por el punto (0,0) y (150,000, 50,000) es la restricción presupuestal del inversionista, ya que representa todas las combinaciones de rendimiento esperado y riesgo que puede "adquirir" con sus 5 millones.

La ecuación de la recta que representa a la restricción presupuestal esta dada por

$$\gamma - 0 = \frac{50000 - 0}{150000 - 0}(\sigma - 0) \rightarrow \gamma = \frac{1}{3}\sigma$$

Entonces el problema del inversionista es encontrar el valor máximo de la función de preferencia, pero sujeta a la restricción de presupuesto y la variación que desea aceptar, es decir

$$\max\left[\gamma - \frac{10^9}{10^5 - \sigma} + 10^4\right]$$

sujeto a

$$\gamma - \frac{1}{3}\sigma = 0 \qquad ; \qquad 0 \leq \sigma \leq 10^5$$

Pero la solución de éste problema es encontrar el punto en donde una curva de indiferencia es tangente a la restricción presupuestal.

Primero encontramos la pendiente de la función de preferencia. Expresando σ en función de γ para una utilidad U cualquiera

$$\gamma = \frac{10^9}{10^5 - \sigma} - 10^4 + U \rightarrow \frac{d\gamma}{d\sigma} = \frac{10^9}{(10^5 - \sigma)^2}$$

Y se quiere que ésta pendiente sea la misma que la pendiente de la recta de restricción entonces se quiere que

$$\frac{10^9}{(10^5 - \sigma)^2} = \frac{1}{3} \rightarrow \sigma = 10^5 - \sqrt{3 \times 10^9} = 45227.74$$

Y como se debe de cumplir con la restricción de presupuesto- y debe de obtenerse de tal modo que

$$y = \frac{1}{3}(45227.74) = 15075.91$$

Entonces el valor máximo para la utilidad sujeta al presupuesto esta dada por

$$U = 15073.91 - \frac{10^9}{10^5 - 45227.74} + 10^4 = 6816.49$$

y como

$$\sigma = .03X$$

La cantidad óptima en bonos que se deben comprar es

$$X^* = \frac{45227.74}{.03} = 1507591.3$$

y por lo tanto la cantidad que el inversionista deberá tener en efectivo es

$$Y^* = 5000\,000 - X = 3\,492\,408.6$$

II. 3 MODELO DETERMINISTICO PARA LA SELECCION OPTIMA DE CARTERA.

En esta sección el problema de selección de cartera todavía será tratado como un problema en donde los elementos que intervienen en el se saben con certeza. Sólo que el modelo que veremos no será tan estático como los vistos en las secciones anteriores, ya que estos modelos sólo tomaban en cuenta las condiciones presentes ignorando el futuro tanto en oportunidades de inversión que se pudieran presentar como en restricciones que pudieran cambiar respecto al presente.

El modelo que trataremos es dinámico pues no se límita a decidir acerca de la mejor inversión en el período presente, sino que establece relaciones con los períodos futuros. Es decir, no nos importarán las decisiones que se tomaron en el período anterior sino que estos sólo las tomaremos como información para plantear las condiciones iniciales que restringen la selección de cartera en el período presente.

Entonces tendremos un modelo dinámico que con el supuesto de certidumbre proporcionará la cartera óptima en cada período que se considere con ayuda de información de períodos anteriores y generando información para períodos futuros.

Tenemos dos tipos de restricciones: estructurales y ambientales.

Las restricciones estructurales las impone la mecánica del proceso de inversiones. Por ejemplo, el monto de recursos disponibles para inversión en un período depende de como seinvirtieron los recursos en períodos anteriores. Y las restricciones ambientales las impone el medio que rodea al problema. Por ejemplo, las restricciones legales, fiscales y de política institucional.

Dentro de la clasificación anterior de las restricciones- distinguimos los siguientes tipos de restricciones que tenemos de acuerdo al carácter dinámico del modelo.

RESTRICCIONES INTRAPERIODOS.

Estas son las restricciones que se deben respetar dentro- de cada período en que se ha dividido el horizonte de planeación. Cada período tiene su propio juego de restricciones estructurales y ambientales que se deben de respetar. Por ejemplo, el requisito de liquidez del período y los que sean particulares de la pólitica de la institución o inversionista al - que pertenece la cartera.

RESTRICCIONES ENTRE PERIODOS.

Son aquellas restricciones que establecen una relación entre un período y otro. Generalmente estas restricciones son - del tipo estructural.

MODELO DE PROGRAMACION LINEAL BASICO.

En este modelo las únicas restricciones que se tendrán serán las de liquidez y las restricciones estructurales que surjan del modelado. Y como hay certidumbre en el requisito de liquidez en cada período y también hay certidumbre en los rendimientos que proporciona cada instrumento se puede suponer que los activos de inversión no se venderán antes de su vencimiento.

El número de activos que formarán la cartera estará representado por la letra I, el número de plazos estará representado por la letra J en donde cada plazo constará de cierto número de períodos los cuales pueden ser de un mes, dos meses, etc. En el modelo tanto I como J se supondrán finitos. También se supondrá que el plazo máximo J a que se puede comprar un activo es menor o igual al total de períodos T que se considera para el horizonte de planeación, es decir se supondra $J \leq T$.

Los elementos que forman el modelo son los siguientes:

1) Variables de decisión.

X_{ijt} = cantidad de dinero que se invierte en el activo i a plazo j durante el período t en donde

$i = 1,2,\ldots I;\ j=1,2,\ldots J;\ t=1,2,\ldots T$

2) Datos que requiere el modelo para el horizonte de planeación.

y_{ijt} = rendimiento que produce el activo tipo i, o plazo j comprado en el período t.

con $i=1,2\ldots I;\ j=1,2,\ldots J;\ t=1,2,\ldots T$

L^{o}_{t} = requisito bruto de liquidez para el período t

$t = 1,2,\ldots T$

3) Variables auxiliares

P_t = Presupuesto de inversión para el período t

$t = 1,2,\ldots T$

4) Datos que se deben conocer al inicio para trabajar con el modelo.

Se debe de conocer la composición de la cartera y el presupuesto para el período inicial $t = 1$

Entonces tenemos:

X^{o}_{ijt} = inversión actual en activos del tipo a plazo j comprados en un período anterior t, pero que vence dentro del horizonte de planeación.

$i = 1,2,\ldots, I;\ j = 1,2\ldots,J;\ t = 0,-1,-2\ldots$

γ^{o}_{ijt} = rendimiento asociado al activo a plazo de la cartera actual, comprado en un período anterior, que vence dentro del horizonte de planeación.

$i = 1,2,\ldots,I;\ j = 1,2,\ldots J;\ t = 0,-1,-2\ldots$

P_1 = Presupuesto disponible en el período actual.

Nuestro objetivo será maximizar el rendimiento que se obtenga durante el horizonte de planeación. Esto lo haremos determinando los valores adecuados para X_{ijt} . Y además la maximización debe de ser de tal modo que se respeten las restricciones de liquidez.

Uno de los datos que debemos conocer, es la composición de la cartera en el momento en el que se tomarán decisiones - para las inversiones que se harán dentro de el horizonte de - planeación. Entonces como ya hay una cartera, habrá activos - de ésta que venzan dentro de el horizonte de planeación. En-- tonces estos activos vencen en algún período $t > o$. Pero si tenemos un activo i comprado en el período k a plazo j entonces este activo vence en el período $t = k+j$. Por lo tanto un activo a plazo j que venza en el período t tiene que - haber sido comprada en el período $k = t-j$. Entonces los activos que venzan dentro de el horizonte de planeación, serán - los activos $X^{o}_{ij,t-j}$. Ahora, para cada uno de estos activos, en el período t correspondiente, se tendra disponible - el mismo activo mas el rendimiento que haya generado. Es de, cir, en el período t tendremos

$$X^{o}_{ij,t-j} + \gamma_{ij,t-j} \cdot X^{o}_{ij,t-j} = (1+\gamma_{ij,t-j})X^{o}_{ij,t-j}$$

Sumando todos los activos $X^{o}_{ij,t-j}$ más sus rendimientos obtendremos el monto de los recursos disponibles en el período t

$$R_t = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} (1+\gamma_{ij,t-j})X^{o}_{ij,t-j}$$

En donde $X^{o}_{ij,t-j} = 0$ si $t > j$ pues $X^{o}_{ij,t-j}$ sólo esta - definida para períodos anteriores al horizonte de planeación.

Entonces como tenemos recursos líquidos en el período t, el requisito de liquidez real es menor a L^{o}_t por lo que el - requisito de liquidez neto esta dado por

$$L_t = L^{o}_t - R_t$$

RESTRICCIONES ENTRE PERIODOS.

Las únicas restricciones de este tipo son las del presupuesto disponible para inversiones en cada período t. Estas son las únicas restricciones entre períodos debido a que el modelo está planteado de modo que sólo el presupuesto P_t dependa de decisiones en períodos anteriores.

El presupuesto P_t esta dado por la diferencia entre el requisito neto de liquidez y los activos que vencen durante el período t más los rendimientos que generen.

Sólo se deberán tomar en cuenta los activos que vencen durante el período t pero que fueron comprados durante el horizonte de planeación. Es decir, los activos $X_{ij,t-j}$ tal que $t > j$ pues los activos que vencen en el período t con $t \leq j$ se tomaron en cuenta en la expresión para R_t

Entonces en el período t tendremos el activo $X_{ij,t-j}$ más el rendimiento que genere. Por lo tanto el monto total de estos recursos para el período t, lo obtendremos al hacer la siguiente suma: $\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{M} (1+ \gamma_{ij,t-j}) X_{ij,t-j}$

En donde
$$M = \begin{cases} t-1 & \text{para } t = 2,3\ldots J \\ J & \text{para } t = J+1\ldots T \end{cases}$$

El límite M es para garantizar que sólo estamos tomando en cuenta activos comprados durante el horizonte de planeación que vence en el período t.

Entonces, el presupuesto de inversión para el período t es:

$$P_t = \begin{cases} \left[\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{t-1}(1+r_{ij,t-j})X_{ij,t-j}\right] - L_t & ; t=2,3,\ldots J \\ \left[\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}(1+r_{ij,t-j})X_{ij,t-j}\right] - L_t & ; t=J+1,\ldots,T \end{cases}$$

P_1 no se considera, pues es uno de los elementos conocidos.

RESTRICCIONES INTRAPERIODOS

De este tipo de restricciones, se tienen dos conjuntos.

1) Las inversiones que se hagan en cada período no deberan ser mayores al presupuesto disponible en el período respectivo. Estas inversiones son la suma de cada cantidad X_{ijt} que se invierte. Por lo tanto esta restricción esta dada por

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} X_{ijt} \leq P_t \qquad t=1,2,3\ldots T$$

2) El requisito de liquidez se debe satisfacer en cada periodo. Es decir que los activos que se venzan en cada período deben ser capaces de cubrir los requisitos de liquidez de los períodos respectivos.

Sea A_t = activos que se vencen en el período t más sus rendimientos.

L_t = requisito neto de liquidez

Sabemos que $P_t = A_t - L_t$

Por lo que si $P_t = A_t - L_t < 0$ se tiene que

$A_t < L_t$. Lo que significaría que se tendrían más necesidades que recursos. Pero lo que se quiere es que los recursos - sean mayores o iguales a las necesidades. Es decir, se quiere que $A_t \geqslant L_t \rightarrow A_t - L_t \geqslant 0$

Entonces la restricción es:

$$P_t \geqslant 0 \qquad \text{para} \quad t = 2, 3, \ldots T$$

Otra restricción que se tendrá será $X_{ijt} \geqslant 0$ pues no - tendría sentido tener cantidades negativas de activos.

Como el objetivo es maximizar el rendimiento que se obtenga durante el horizonte de planeación, y el rendimiento de cada inversión esta dado por $\gamma_{ijt} \cdot X_{ijt}$. Entonces lo que maximizará será la suma de todos estos rendimientos.

Por lo que la función a maximizar es:

$$\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \gamma_{ijt} \cdot X_{ijt}$$

Entonces teniendo ya la función a maximizar y las restricciones, el modelo de programación lineal para determinar las - cantidades de activos que formen una cartera de modo que se maximice el rendimiento durante el horizonte de inversión, esta- dado por:

$$\text{Maximizar} \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \gamma_{ijt} \cdot X_{ijt}$$

Sujeto a

$$\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{t-1} \left[(1+\gamma_{ij,t-j})X_{ij,t-j}\right] - L_t = P_t \qquad t=2,\ldots J$$

$$\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \left[(1+\gamma_{ij,t-j})X_{ij,t-j}\right] - L_t = P_t \qquad t=J+1,\ldots T$$

$$\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} X_{ijt} \leqslant P_t \qquad t=1,2,\ldots T$$

$$P_t \geqslant 0 \qquad t=2,3,\ldots T$$

$$X_{ijt} \geqslant 0 \qquad \begin{array}{l} i=1,2\ldots I \\ j=1,2\ldots J \\ t=1,2\ldots T \end{array}$$

II. 4. MODELO CON CRITERIO DE RIESGO (MODELO DE MARKAWITZ)

El modelo que trataremos en esta sección es un modelo que se apega más a la realidad que los vistos en las secciones anteriores, pues en el se toma en cuenta de una manera más formal la incertidumbre que se tiene en el problema de selección de cartera.

En el Modelo de Markowitz, el criterio de riesgo que se tiene es el de minimizar la incertidumbre. La incertidumbre se tiene acerca de los rendimientos esperados. En el Modelo de Markowitz se utiliza la varianza de los rendimientos esperados como medida de riesgo, y el criterio de selección es minimizar la varianza del rendimiento de la cartera, con lo que se minimiza el riesgo.

Modelo de Markowitz.

En este modelo se usan algunos elementos de probabilidad y estadística que son los siguientes:

Variable aleatoria; es una funcion $X : \Omega \to \mathbb{R}$ en donde Ω es un espacio muestral.

Entonces para una variable aleatoria discreta X tenemos:

Probabilidad de una variable aleatoria;

$$P_i = P_r\{X = x_i\} \geq 0 \quad ; \; i = 1, 2, \ldots n$$

$$\text{con } \sum_{i=1}^{n} P_i = 1$$

Valor esperado de la variable aleatoria X; es el promedio ponderado de los valores posibles de X donde los ponderadores son las probabilidades de ocurrencia P_i . En símbolos

$$\mu_x = E(x) = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i$$

Varianza de la variable aleatoria X; es el promedio de las diferencias entre los valores posibles de X_i y su valor esperado elevadas al cuadrado.

$$\sigma_x^2 = V(x) = \sum_{i=1}^{n} P_i \left[x_i - E(x)\right]^2$$

La varianza es una medida de dispersión de los posibles valores de X alrededor de su media.

Desviación estándar; $\sigma_x = \sqrt{V(x)}$

Coeficiente de variacion; $\dfrac{\sigma_x}{\mu_x}$

Propiedades probabilísticas que tienen las sumas ponderadas de variables aleatorios.

Propiedad 1: Si Y_1 , Y_2 ,... Y_n son variables aleatorias, entonces cualquier suma ponderada de éstas es también una variable aleatoria. Entonces

$$X = \sum_{j=1}^{n} a_j Y_j \quad \text{es una variable aleatoria}$$

Propiedad 2: El valor esperado de una suma ponderada de variables aleatorias es igual a la suma ponderada del valor esperado de cada variable.

$$E\left(\sum_{j=1}^{n} a_j y_j\right) = \sum_{j=1}^{n} a_j E(y_j) = \sum_{j=1}^{n} a_j \mu_j$$

Propiedad 3: Si $X = \sum_{j=1}^{n} a_j x_j$ la varianza de X esta dada por:

$$\sigma_x^2 = V\left(\sum_{j=1}^{n} a_j x_j\right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_i a_j \sigma_{ij}$$

En donde

$$\sigma_{ij} = \mathrm{cov}(x_i, x_j) = E\{[x_i - E(x_i)][x_j - E(x_j)]\}$$

Pero si conocemos el coeficiente de correlación ρ_{ij} entre la variable X_i y X_j entonces la covarianza se puede escribir como $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i \sigma_j$ con σ_i, σ_j las desviaciones estándar de X_i, X_j respectivamente. Y además $\sigma_i^2 = \sigma_{ii}$

Este Modelo de Markowitz, es un modelo estático, es decir, que se considera el problema de selección de cartera en un solo período.

Las variables de decisión son las proporciones del presupuesto que se deben invertir en cada tipo de activo. Entonces si hay n tipos de activos sea

X_i = proporción del presupuesto que se debe invertir en el activo tipo i.

Por lo tanto estas variables una vez determinados, nos dirán como estará compuesta la cartera. Y además como cada X es una proporción, se tiene:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad x_i \geq 0 \text{ para } i = 1,2\ldots n$$

De cada instrumento se deben de tener como datos:

1) Su rendimiento esperado $\mu_i = E(Y_i)$

En donde cada rendimiento Y_i se considera como variable aleatoria pues se tiene incertidumbre acerca de el valor que tome cada una de ellas , por eso tendrá sentido hablar de su valor esperado, varianza y covarianza.

2) La varianza de sus rendimientos $\sigma_i^2 = \sigma_{ii} = V(Y_i)$

3) La covarianza entre los rendimientos de cada pareja - de instrumentos $\sigma_{ij} = \mathrm{Cov}(Y_i, Y_j)$

Entonces como cada Y_i es la variable aleatoria que representa el rendimiento de cada tipo de instrumento con $i = 1, 2, \ldots n$

El rendimiento de la cartera será: $Y = \sum_{i=1}^{n} x_i Y_i$

El rendimiento esperado: $\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i$

Y su varianza: $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$

En el Modelo de Markowitz, se tiene como supuesto que la relación entre el riesgo y el rendimiento de la cartera tiene un comportamiento coherente, es decir, que si en una cartera- aumenta el riesgo, aumentarán los rendimientos y si disminuye el riesgo, serán menores los rendimientos y como se tiene que la varianza es una medida del riesgo, el inversionista podrá expresar su actitud acerca del riesgo por medio de la varianza.

Si se tienen i valores, cada cartera formada por estos valores tendrá diferente varianza. Sin embargo, habrá carteras que teniendo diferente varianza, tengan el mismo rendimiento. Con lo que se puede fijar el rendimiento esperado y de el conjunto de carteras que tenga éste rendimiento esperado, tomar la cartera con menor varianza.

Ejemplo en donde se obtienen varias carteras con el mismo rendimiento, pero con diferente varianza:

Se tiene un inversionista que puede invertir en tres diferentes valores V_1, V_2, V_3. Y se cuenta con los siguientes datos:

Rendimiento esperado μ_i	Coeficiente de correlación ρ_{ij}	Desviación estandar σ_i
$\mu_{V_1} = 9\%$	$\rho_{V_1,V_2} = .8$	$\sigma_{V_1} = .5\%$
$\mu_{V_2} = 10\%$	$\rho_{V_2,V_3} = -.1$	$\sigma_{V_2} = 1.5\%$
$\mu_{V_3} = 14\%$	$\rho_{V_1,V_3} = -.2$	$\sigma_{V_3} = 6\%$

Con estos datos y usando la relación $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\,\sigma_i\sigma_j$, se obtiene la matriz de varianza covarianza

$$V = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} V_1 & V_2 & V_3 \end{array} \\ \begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 25 & 60 & -60 \\ 60 & 225 & -90 \\ -60 & -90 & 360 \end{pmatrix} \end{array} \times 10^{-6}$$

Por otro lado el rendimiento esperado de la cartera esta dado por

$$\mu = .09\,X_{v_1} + .10\,X_{v_2} + .14\,X_{v_3}$$

$$\text{con} \qquad X_{v_1} + X_{v_2} + X_{v_3} = 1$$

Si el inversionista quiere tener un rendimiento esperado de el 11% tenemos:

$$\begin{aligned} .09\,X_{v_1} + .10\,X_{v_2} + .14\,X_{v_3} &= .11 \\ X_{v_1} + X_{v_2} + .14\,X_{v_3} &= 1 \\ X_{v_1},\ X_{v_2},\ X_{v_3} &\geq 0 \end{aligned}$$

Que como es un sistema de dos ecuaciones con tres incognitas, entonces tenemos un número infinito de soluciones.

Sea $X_{v_1} = \alpha \quad \rightarrow \quad \frac{9}{100}\alpha + \frac{1}{10}X_{v_2} + \frac{14}{100}X_{v_3} = \frac{11}{100} \quad \rightarrow$

$$\alpha + X_{v_2} + X_{v_3} = 1$$

$$\rightarrow \begin{array}{l} 10\,X_{v_2} + 14\,X_{v_3} = 11 - 9\alpha \\ -10\,X_{v_2} - 10\,X_{v_3} = -10 + 10\alpha \end{array} \quad \rightarrow 4\,X_{v_3} = 1 + \alpha \quad \rightarrow X_{v_3} = \frac{1}{4}(1+\alpha)$$

$$\rightarrow X_{v_2} + \frac{1}{4}(1+\alpha) = 1 - \alpha \quad \rightarrow \quad X_{v_2} = 1 - \alpha - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\alpha \quad \rightarrow X_{v_2} = \frac{1}{4}(3 - 5\alpha)$$

Nuestras soluciones estan dadas por:

$$\begin{pmatrix} X_{v_1} \\ X_{v_2} \\ X_{v_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \frac{1}{4}(3-5\alpha) \\ \frac{1}{4}(1+\alpha) \end{pmatrix}$$

Y sabemos que si se tiene un sistema de ecuaciones $AX = b$ en donde A es una matriz de $m \times n$, X de $n \times 1$ y b de $m \times 1$

Todas sus soluciones estan dadas por el conjunto

$$S = \{ X \mid X = X^0 + y \ ; \ y \in \beta \}$$

con $X^0 \ni AX^0 = b$ y β el espacio nulo de A .

es decir $\beta = \{ y \mid Ay = 0 \}$

Reescribiendo la solución tenemos

$$\begin{pmatrix} X_{v_1} \\ X_{v_2} \\ X_{v_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \frac{1}{4}(3-5\alpha) \\ \frac{1}{4}(1+\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha \\ -\frac{5}{4}\alpha \\ \frac{\alpha}{4} \end{pmatrix} \qquad \text{y como}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{1}{10} & \frac{14}{100} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{40} + \frac{14}{400} \\ \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{44}{400} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{11}{100} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{9}{100} & \frac{1}{10} & \frac{14}{100} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ -\frac{5}{4}\alpha \\ \frac{\alpha}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9\alpha}{100} - \frac{5\alpha}{40} + \frac{14\alpha}{400} \\ \alpha - \frac{5\alpha}{4} + \frac{\alpha}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{36\alpha}{400} - \frac{50\alpha}{400} + \frac{14\alpha}{400} \\ \alpha - \frac{4\alpha}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Podemos garantizar que todas las soluciones de nuestro sistema estan dadas por $X_{v_1} = \alpha$, $X_{v_2} = \frac{1}{4}(3-5\alpha)$, $X_{v_3} = \frac{1}{4}(1+\alpha)$

Pero en nuestro problema se debe de cumplir

$X_{v_1}, X_{v_2}, X_{v_3} \geq 0$

$$\therefore \text{Si } X_{v_1} \geq 0 \rightarrow \alpha = X_{v_1} \geq 0 \rightarrow \alpha \geq 0$$

Si $X_{v_2} \geq 0 \rightarrow \frac{1}{4}(3-5\alpha) \geq 0 \rightarrow 3-5\alpha \geq 0 \rightarrow -5\alpha \geq -3$

$\rightarrow 5\alpha \leq 3 \rightarrow \alpha \leq \frac{3}{5}$

y si $0 \leq \alpha \leq \frac{3}{5}$; $X_{v_3} \geq 0$ pues para que $X_{v_3} \geq 0$

se debe de tener $\frac{1}{4}(1+\alpha) \geq 0 \rightarrow 1+\alpha \geq 0 \rightarrow \alpha \geq -1$

$\therefore$ Para que se cumpla al mismo tiempo $X_{v_1}, X_{v_2}, X_{v_3} \geq 0$

se debe de tener $0 \leq \alpha \leq \frac{3}{5}$

Entonces las cantidades de cada valor que integran una-cartera con rendimiento del 11% estan dadas por

$$X_{v_1} = \alpha \quad , \quad X_{v_2} = \frac{1}{4}(3-5\alpha) \quad , \quad X_{v_3} = \frac{1}{4}(1+\alpha) \quad \text{con } 0 \leq \alpha \leq \frac{3}{5}$$

Entonces con estos resultados podemos formar una infinidad de carteras con rendimiento esperado del 11%, pero de - todas ellas nos importará sólo la que tenga varianza mínima. Es decir, minimizaremos la varianza de la cartera que esta - dada por

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} X_{v_i} X_{v_j} \sigma_{v_i v_j}$$

$$\rightarrow \sigma^2 = 10^{-6} [X_{v_1}X_{v_1}25 + X_{v_1}X_{v_2}60 + X_{v_1}X_{v_3}(-60) + X_{v_2}X_{v_1}60 + X_{v_2}X_{v_2}225 + $$
$$+ X_{v_2}X_{v_3}(-90) + X_{v_3}X_{v_1}(-60) + X_{v_3}X_{v_2}(-90) + X_{v_3}X_{v_3}360] =$$

$$= 10^{-6}\left\{25\alpha^2 + 120\left[\frac{\alpha}{4}(3-5\alpha)\right] + \left[\frac{1}{4}(3-5\alpha)\right]^2 225 - 120\left[\frac{\alpha}{4}(1+\alpha)\right] - \right.$$
$$\left. - 180\left[\frac{1}{16}(1+\alpha)(3-5\alpha)\right] + 360\left[\frac{1}{4}(1+\alpha)\right]^2\right\} =$$

$$= 10^{-6}\left\{25\alpha^2 + 120\left[\frac{3\alpha}{4} - \frac{5\alpha^2}{4}\right] + \frac{225}{16}\left(9 - 30\alpha + 25\alpha^2\right) - 30\alpha - 30\alpha^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{180}{16}\left[3 - 2\alpha - 5\alpha^2\right] + \frac{360}{16}\left(1 + 2\alpha + \alpha^2\right)\right\}$$

$$= 10^{-6}\left(25\alpha^2 + 90\alpha - 150\alpha^2 + \frac{2025}{16} - \frac{6750\alpha}{16} + \frac{5625}{16}\alpha^2 - 30\alpha - \right.$$

$$\left. - 30\alpha^2 - \frac{540}{16} + \frac{360\alpha}{16} + \frac{900\alpha^2}{16} + \frac{360}{16} + \frac{720\alpha}{16} + \frac{360}{16}\alpha^2\right)$$

Entonces la varianza de la cartera finalmnete queda como la función de α dada por

$$\sigma^2(\alpha) = 10^{-6}\left(\frac{4405}{16}\alpha^2 - \frac{4710}{16}\alpha + \frac{1845}{16}\right)$$

Por lo tanto la varianza de la cartera dependerá de los valores que tome α, ahora derivando con respecto a α tenemos

$$\frac{d\left[\sigma^2(\alpha)\right]}{d\alpha} = 10^{-6}\left(\frac{8810}{16}\alpha - \frac{4710}{16}\right)$$

igualando a cero, tenemos $\left[\frac{8810}{16}\alpha - \frac{4710}{16}\right]10^{-6} = 0 \rightarrow$

$$\frac{1}{16}\left(8810\alpha - 4710\right) = 0 \rightarrow 8810\alpha - 4710 = 0 \rightarrow \alpha = \frac{4710}{8810}$$

$\therefore \alpha^* = \frac{471}{881}$ y tenemos un mínimo pues la función de que estamos tratando es una parábola que se abre para arriba.

Entonces la varianza mínima posible con una cartera de rendimiento de el 11% es

$$\sigma^2(\alpha^*) = 10^{-6}\left[\frac{4405}{16}\left(\frac{471}{881}\right)^2 - \frac{4710}{16}\left(\frac{471}{881}\right) + \frac{1845}{16}\right] = 10^{-6}(36.623)$$

y la cartera esta integrada de la siguiente forma:

$$X_{v_1} = \frac{471}{881} = .5346 \quad , \quad X_{v_2} = .08117 \quad y \quad X_{v_3} = .3837$$

Entonces como vimos podemos obtener la cartera de varianza mínima para un rendimiento dado, es decir, obtuvimos una cartera eficiente según la definición de Markowitz para un rendimiento esperado μ

Definición: Una cartera con rendimiento esperado μ es eficiente si la varianza asociada a ella es la mínima entre todas las posibles carteras que proporcionan el mismo rendimiento esperado. También, una cartera con varianza σ^2 es eficiente si el rendimiento esperado μ es el máximo entre todas las posibles carteras que proporcionan la misma varianza.

Entonces calculando la cartera eficiente para todos los rendimientos posibles el inversionista podrá elegir la cartera eficiente que mejor concuerde con su sentimiento de la relación entre incertidumbre y rendimiento.

Para hacer estos calculos debemos ver cual es el rango de el rendimiento esperado de la cartera, es decir, el rango de μ.

Sabemos que $\mu = \sum \mu_i X_i$ es una combinación convexa de los rendimientos esperados μ_i por lo que el rango de μ está entre el mínimo y el máximo rendimiento esperado de los activos con los que se trabajen.

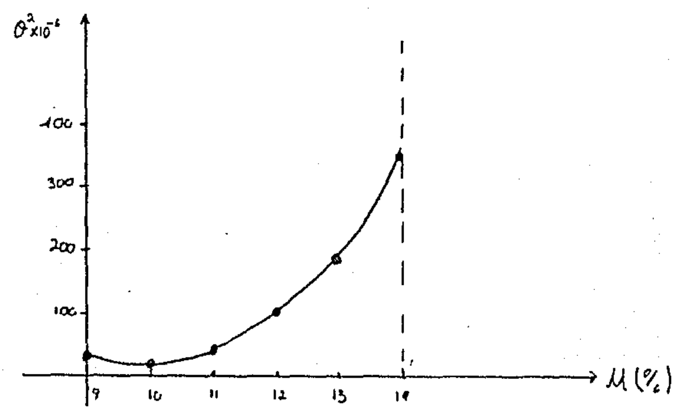
Entonces en nuestro caso tenemos que

$$9\% \leq \mu \leq 14\%$$

Y haciendo los calculos necesarios para los diferentes - rendimientos tenemos:

$\mu(\%)$	9	10	11	12	13	14
$\sigma^{2*} \times 10^{-6}$	25	11.2	36.623	101.25	182.81	360
X_{v_1}	1	.8	.5346	.3678	0	0
X_{v_2}	.0	0	.0817	.0403	.25	0
X_{v_3}	0	.2	.3837	.5919	.75	1

En la tabla anterior se muestran las diferentes carteras eficientes para cada rendimiento dado. La relación entre el - rendimiento y su varianza se puede ver más claramente en la - siguiente gráfica:



Entonces con esta información cada inversionista podra - elegir, con un poco de mayor claridad, la cartera que más se ajuste a sus necesidades en cuanto a sus deseos de rendimiento, pero sabiendo cuanto tiene que arriesgar.

III MODELOS DE OPTIMIZACION USANDO PROGRAMACION NO LINEAL.

1.- Solución al modelo de Markowitz, usando programación cuadrática.

Como vimos en el capítulo anterior el Modelo de Markowitz consiste en minimizar la varianza de la cartera, es decir, se obtiene la cartera de varianza mínima para un rendimiento dado, por lo que en símbolos, el Modelo de Markowitz, es el siguiente:

$$\text{Minimizar} \quad \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} X_i X_j \sigma_{ij}$$

$$\text{Sujeto a} \quad \sum_{i=1}^{n} \mu_i X_i = \mu$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$$

$$X_i \geqslant 0$$

En donde μ es el rendimiento dado y las X_i es la proporción de el valor i que se deberá tomar para integrar la cartera, por lo que siendo X_i una proporción, su suma nos debe de dar la unidad. En otras palabras cada X_i nos dice que cantidad de cada peso que invertimos, la estamos invirtiendo en el valor i. Las X_i son mayores o iguales a cero, pues según lo anterior, invertimos o no invertimos en el valor i en donde si invertimos $X_i > 0$ y si no invertimos $X_i = 0$

Vemos que la función objetivo, es decir, la función que queremos minimizar, es una forma cuadrática en donde la matriz que determina a esta forma cuadrática es la matriz de varianza-co_varianza de los rendimientos. Sabemos que la matriz de varianza-covarianza es positiva semidefinida, por lo que la forma cuadrática $\sigma^2 = X'VX \geqslant 0 \quad \forall\, X \in \mathbb{R}^n$ con $X \neq 0$

Esta forma cuadrática $\sigma^2 = X'VX$ por ser positiva semidefinida es una función convexa $\forall X$ en R^n. Es decir, que dado un conjunto convexo $K \subseteq R^n$ podemos tomar cualquier par de puntos X_1 y X_2 en K y cualquier $0 \leq \lambda \leq 1$ y se cumple

$$\sigma^2[\lambda X_1 + (1-\lambda)X_2] \leq \lambda\sigma^2(X_1) + (1-\lambda)\sigma^2(X_2)$$

que es lo mismo que

$$\sigma^2[\lambda X_1 + (1-\lambda)X_2] - \lambda\sigma^2(X_1) - (1-\lambda)\sigma^2(X_2) \leq 0$$

el lado izquierdo de la desigualdad anterior se puede reescribir como $= [\lambda X_1 + (1-\lambda)X_2]'V[\lambda X_1 + (1-\lambda)X_2] - \lambda X_1'VX_1 - (1-\lambda)X_2'VX_2$

como la matriz de varianza covarianza es simétrica tenemos que $X_2'VX_1 = X_1'VX_2$

y lo anterior queda

$$\begin{aligned}
&= \lambda^2 X_1'VX_1 + (1-\lambda)^2 X_2'VX_2 + 2\lambda(1-\lambda)X_1'VX_2 - \lambda X_1'VX_1 - (1-\lambda)X_2'VX_2 \\
&= (\lambda^2-\lambda)X_1'VX_1 + (1-\lambda)[(1-\lambda)X_2'VX_2 - X_2'VX_2] + 2\lambda(1-\lambda)X_1'VX_2 \\
&= \lambda(\lambda-1)X_1'VX_1 + \lambda(\lambda-1)X_2'VX_2 - 2\lambda(\lambda-1)X_1'VX_2 \\
&= \lambda(\lambda-1)[X_1'VX_1 + X_2'VX_2 - 2X_1'VX_2] \\
&= \lambda(\lambda-1)[(X_1-X_2)'V(X_1-X_2)]
\end{aligned}$$

ahora por ser la forma cuadrática positiva semidefinida tenemos que $[(X_1-X_2)'V(X_1-X_2)] \geq 0$ y $\lambda(\lambda-1) < 0$ para $0 < \lambda < 1$ y $\lambda(\lambda-1) = 0$ para $\lambda = 0$ ó $\lambda = 1$ entonces $\lambda(\lambda-1)[(X_1-X_2)'V(X_1-X_2)] \leq 0$ para cualquier X_1 y X_2 por lo tanto tenemos que la función σ^2 es convexa.

La importancia de que sea una función convexa, la podemos ver en el siguiente teorema:

<u>Teorema 1</u>. Si $f(X)$ es convexa en un conjunto convexo K, entonces $f(X)$ tiene cuando mucho un mínimo local. Si hay tal mínimo, éste es un mínimo global y se alcanza en el conjunto convexo.

El siguiente teorema nos dice cual es ese conjunto K de el que podemos obtener el punto en el que $f(x)$ alcanza el mínimo.

<u>Teorema 2.</u> Sea K el conjunto de puntos de R^n que satisfacen las restricciones $g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, 2, \ldots m$

$$X \geq 0 .$$

Si las $g_i(x)$ son funciones convexas, entonces K es un conjunto convexo.

Hasta aquí lo único que podemos garantizar es que la función σ^2 puede alcanzar un mínimo global en el conjunto de puntos que satisfagan las restricciones

$$X_1 + X_2 + \ldots + X_n = 1$$

$$\mu_1 X_1 + \mu_2 X_2 + \ldots + \mu_n X_n = \mu \qquad X \geq 0$$

puesto que por ser las restricciones, funciones lineales, son funciones convexas por lo que por el Teorema 2 el conjunto de puntos que satisfacen estas restricciones es un conjunto convexo.

Ahora veremos como obtener el punto X que minimice σ^2 y satisfaga las restricciones $X' \cdot S = 1$, $X'U = \mu$ y $X \geq 0$ en donde S es un vector columna de unos y U es el vector de rendimientos esperados.

Nuestro problema es un problema de programación convexa, pues tanto la función objetivo como sus restricciones son funciones convexas.

Veamos el problema de programación convexa y su solución en su forma general.

Nos hará falta la definición de punto de silla

<u>Definición:</u> El punto (X^o, π^o) se dice que es el punto de silla de una funcion $F(X,\pi)$ si hay una $\varepsilon > o$ tal que para - toda X y toda π en una vecindad ε de X^o y π^o, es decir, con $\| X - X^o \| < \varepsilon$ y $\| \pi - \pi^o \| < \varepsilon$ tenemos

$$F(x^o, \pi) \leq F(x^o, \pi^o) \leq F(x, \pi^o)$$

Si lo anterior es válido para toda X y toda π entonces- (X^o, π^o) es un punto de silla global.

El problema de programación convexa en su forma general - está dado por:

Minimizar $f(x)$ sujeto a $g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, 2 \ldots m \quad y \; X \geq 0$

con $f(x)$ y todas las $g_i(x)$ convexas continuamente diferenciables.

Para las funciones anteriores la función Lagrangiana esta dada por $F(x,\pi) = f(x) + \sum_{i=1}^{n} \pi_i g_i(x)$ en donde las variables π_i son los multiplicadores de Lagrange.

El siguiente problema esta relacionado directamente con - el problema de programación convexa.

El problema del punto de silla. Consiste en encontrar vectores no negativos X^o, π^o para la función lagrangiana $F(X,\pi)$ tal que

$$F(x^o, \pi) \leq F(x^o, \pi^o) \leq F(x, \pi^o)$$

para toda

$$x \geq 0 \quad y \quad \pi \geq 0$$

La relación entre estos dos problemas nos la da el teorema de Kuhn-Tucker.

Teorema 3. De Kuhn-Tucker. X^o es una solución al problema de programación convexo si y sólo si existe un vector π^o tal que (X^o, π^o) es una solución al problema de punto de silla.

Lo que se hará, será encontrar el punto que resuelva el problema de punto de silla.

La equivalencia de nuestros dos problemas es la siguiente:

Teorema 4. Sean $f(x)$ y $g_i(X)$ funciones convexas definidas sobre el conjunto convexo $X \geq 0$ de R^n con la propiedad de que existe $X^o \geq 0$ para la cual $g_i(x^o) < 0$ para toda $i = 1, \ldots m$

Si X^o es un punto en el que $f(x)$ alcanza su mínimo sujeto a $g_i(x) \leq 0$, $X > 0$, entonces existe alguna $\pi^o \geq 0$ tal que para $F(X, \pi) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \pi_i g_i(x)$ se cumple $F(x^o, \pi) \leq F(x^o, \pi^o) \leq F(x, \pi^o)$ para toda $X \geq 0$, $\pi \geq 0$ y $\sum_{i=1}^{m} \pi_i^o g_i(x^o) = 0$

Inversamente si (x^o, π^o) es solución al problema de punto de silla, entonces X^o minimiza $f(x)$ y esta sujeta a las restricciones.

Entonces si $f(x)$ y todas las $g_i(X)$ son continuamente diferenciables y convexas las desigualdades de punto de silla son equivalentes a ciertas condiciones que son necesarias y suficientes para dar una solución al problema de programación convexa. Estas condiciones son las siguientes:

<u>Teorema 5.</u> Para $X \geq 0$ y $f(x)$ y todas las funciones convexas contimuamente diferenciables $g_i(X)$ las condiciones de Kuhn - Tucker son suficientes y necesarias para que un punto (X^0, π^0) sea solución de el problema de punto de silla.

<u>Condiciones de Kuhn-Tucker</u>

$$\frac{\partial F(X^0, \pi^0)}{\partial X_i} \geq 0 \qquad \frac{\partial F(X^0, \pi^0)}{\partial \pi_i} \leq 0$$

$$(X^0)' \left[\frac{\partial F(X^0, \pi^0)}{\partial X}\right] = 0 \qquad \pi^0 \left[\frac{\partial F(X^0, \pi^0)}{\partial \pi}\right] = 0$$

$$X^0 \geq 0 \qquad \pi^0 \geq 0$$

Hemos visto hasta aquí, que una solución para el problema de programación convexa es aquella que satisface las condiciones de Kuhn-Tucker. Nuestro problema es un caso particular de el problema de programación convexa, pues como ya vimos la función objetivo es una forma cuadrática y las restricciones son lineales y están dadas de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar} \quad \sigma^2 = X'VX$$

$$\text{sujeto a} \quad \binom{S'}{U'} X = \binom{1}{\mu}$$

$$X \geq 0$$

Y entonces caemos en un problema de programación cuadrática. Obtendremos ahora las condiciones de Kuhn-Tucker para este caso.

Primero reescribimos el problema, de la forma general.

$$\text{Minimizar} \quad \sigma^2(X) = X'VX$$

$$\text{sujeto a} \quad \binom{S'}{U'} X - \binom{1}{\mu} \leq 0$$

$$-\binom{S'}{U'} X + \binom{1}{\mu} \leq 0$$

$$X \geq 0$$

Sean π_1 y π_2 los vectores renglón de los multiplicadores de Lagrange, entonces la función Lagrangeana es

$$F(X,\pi_1,\pi_2) = X'VX + \pi_1\left[\binom{S'}{U'} - \binom{1}{u}\right] + \pi_2\left[-\binom{S'}{U'} + \binom{1}{u}\right]$$

Derivando tenemos

$$\frac{\partial F(X,\pi_1,\pi_2)}{\partial X} = 2VX + (S,U)\pi_1' - (S,U)\pi_2'$$

$$\frac{\partial F(X,\pi_1,\pi_2)}{\partial \pi_1} = \binom{S'}{U'}X - \binom{1}{u}$$

$$\frac{\partial F(X,\pi_1,\pi_2)}{\partial \pi_2} = -\binom{S'}{U'}X + \binom{1}{u}$$

Entonces si X^0, π_1^0, π_2^0 son la solución del problema del punto de silla, las condiciones de Kuhn-Tucker para nuestro - problema de programación cuadrática son:

$$2VX^0 + (S,U)\pi_1^{0\prime} - (S,U)\pi_2^{0\prime} \geq 0$$

$$X^{0\prime}\left[2VX^0 + (S,U)\pi_1^{0\prime} - (S,U)\pi_2^{0\prime}\right] = 0$$

$$X^0 \geq 0$$

$$\left.\begin{matrix}\binom{S'}{U'}X^0 - \binom{1}{u} \leq 0 \\ -\binom{S'}{U'}X^0 + \binom{1}{u} \geq 0\end{matrix}\right\} 1$$

$$[\pi_1^0, \pi_2^0]\left[\binom{S'}{U'}X^0 - \binom{1}{u}, -\binom{S'}{u'}X^0 + \binom{1}{u}\right] = 0 \longleftarrow 2$$

$$\left.\begin{matrix}\pi_1^0 \geq 0 \\ \pi_2^0 \geq 0\end{matrix}\right\} 3$$

Las desigualdades 1 son:

$$\binom{S'}{U'}X^0 = \binom{1}{u}$$

La ecuación 2 se puede reescribir como $(\pi_1^0 - \pi_2^0)\left[\binom{S'}{U'}X^0 - \binom{1}{u}\right] = 0$ y de las desigualdades 3 podemos hacer $\pi^0 = (\pi_1^0 - \pi_2^0)'$ donde π^0 es un vector columna sin restricciones de signo.

Reescribiendo las condiciones de Kuhn-Tucker tenemos

$$2VX^0 + (S,U)\pi^0 \geq 0$$

$$X^{0\prime}\left[2VX^0 + (S,U)\pi^0\right] = 0$$

$$X^0 \geq 0$$

$$\binom{S'}{U'}X^0 = \binom{1}{u}$$

$$\left[\binom{S'}{U'}X^0 - \binom{1}{u}\right]^{\prime}\pi^0 = 0 \longleftarrow 2$$

π^0 sin restricciones

Sean H^o un vector columna no negativo de variables de - holgura, es decir, $2VX^o + (S,U)\Pi^o - I H^o = 0$ entonces $H^o = 2VX^o + (S,U)\Pi^o$

Algo que también debemos notar es que la ecuación 2 es siempre cierta pues para cualquier solución factible tenemos- que $\begin{pmatrix} S' \\ U' \end{pmatrix} X^o - \begin{pmatrix} 1 \\ \mu \end{pmatrix} = 0$

Con el vector de Halgura las condiciones toman la siguiente forma

$$2VX^o + (S,U)\Pi^o - I H^o = 0$$
$$X^{o\prime} H^o = 0$$
$$X^o \geqslant 0$$
$$H^o \geqslant 0$$
$$\begin{pmatrix} S' \\ U' \end{pmatrix} X^o = \begin{pmatrix} 1 \\ \mu \end{pmatrix}$$
$$\left[\begin{pmatrix} S' \\ U' \end{pmatrix} X^o - \begin{pmatrix} 1 \\ \mu \end{pmatrix}\right]' \Pi^o = 0$$
$$\Pi^o \text{ sin restricciones}$$

Entonces de lo anterior tenemos que para resolver nuestro problema debemos encontrar $X^o \geqslant 0$, $H^o \geqslant 0$ y Π^o sin restricciones - que satisfagan

$$\begin{pmatrix} S' \\ U' \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 \\ \mu \end{pmatrix}$$
$$X' H = 0$$
$$2VX + (S,U)\Pi - I H = 0$$

en donde X^o es el vector que nos da las proporciones que debe tener nuestra cartera para que sea la de mínima varianza con - un rendimiento dado μ.

Una forma de encontrar ese punto X que satisfaga el sistema anterior es por medio de el Algoritmo de Wolfe para el problema de programación cuadrática en su forma corta que es el siguiente.

Algoritmo de Wolfe para problema de programación cuadrática.

Se quiere encontrar $X \geqslant 0$, $H \geqslant 0$ y Π sin restricciones que satisfagan las condiciones.

$$S^T X = 1$$
$$U^T X = \mu$$
$$2VX - IH + [S\ U]\Pi = 0 \quad \text{y además} \quad X'H = 0$$

1.- Se encuentra una solución básica inicial usando una base artificial.

Sean las variables artificiales ω_1, ω_2 ; $z = (z_1, \ldots z_n)$ siendo todas ellas no negativas.

Reescribiendo el sistema tenemos

$$\left.\begin{array}{l} S^T X + \omega_1 = 1 \\ U^T X + \omega_2 = \mu \end{array}\right\} \longleftarrow 1$$
$$2VX - IH + [SU]\Pi + Iz = 0 \longleftarrow 2$$

Entonces la solución básica inicial es $\omega_1 = 1$, $\omega_2 = \mu$, $X = 0$
$H = 0$, $\Pi = 0$ y $Z = 0$

2.- Por medio de programación líneal se resuelve el problema:

minimizar $W_1 + W_2$ sujeto a 1 y 2

con lo que se encuentra una solución factibe a $\begin{array}{l} S^T X = 1 \\ U^T X = \mu \end{array}$

y además se encuentran valores para el vector Z satisface 2

3.- Se define un nuevo vector artificial no negativo Z en donde las z_i son las n componentes no negativos de Z - que forman la solución factible básica para 2

Hasta aquí se tiene una solución factible básica $(x,z,H=0,\pi=0)$

$$\text{para} \quad \begin{aligned} S^T X &= 1 \\ U^T X &= \mu \\ 2VX - IH + [SU]\pi + IZ &= 0 \end{aligned}$$

y además esta solución satisface $X^T H = 0$

4.- Se resuelve por programación lineal el problema

$$\sum_{j=1}^{n} z_j$$

$$\text{sujeto a} \quad \begin{aligned} S^T x &= 1 \\ U^T x &= \mu \\ 2VX - IH + [SU]\pi_1 + [SU]\pi_2 + IZ &= 0 \end{aligned}$$

en donde π irrestricto se ha hecho $\pi = \pi_1 - \pi_2$ con $\pi_1, \pi_2 \geq 0$ que son los multiplicadores de Langrange originales. Y además para que se cumpla la condición $X^T H = 0$ al método simplex - se le hace la siguiente modificación: Si para cualquier j, X_j es una variable básica, no se permite que la H_j correspondiente se vuelva básica; y si H_j es básica, no se permite que X_j se vuelva básica.

Según el algoritmo anterior la X obtenida es una solución óptima al problema de programación cuadrática y las - X, H y π finales satisfacen las condiciones de Kuhn-Tucker.

III. 2. SOLUCION AL MODELO DE RIESGO MINIMO USANDO EL METODO DEL GRADIENTE REDUCIDO

El Modelo de Riesgo Mínimo es una forma diferente de tratar el problema de optimizar la cartera, pues mientras que con el Modelo de MarKowitz se obtiene la cartera de varianza-mínima, con el Modelo de Riesgo Mínimo se obtiene la cartera que tiene la menor probabilidad de que su rendimiento sea menor a cierto rendimiento mínimo aceptable. Entonces con este modelo lo que se trata es de minimizar una probabilidad. Es decir:

$$\text{Minimizar} \quad P_r\{\gamma < \alpha\}$$

En donde γ son nuestros rendimientos y α el rendimiento mínimo que queremos aceptar.

De lo anterior, un problema equivalente es:

$$\text{Maximizar} \quad P_r\{\gamma \geq \alpha\}$$

En donde si se supone que los rendimientos γ_i estan distribuidos normalmente, la función a maximizar es:

$$f(x) = \frac{\sum x_i \mu_i - \alpha}{(\sum\sum x_i x_j \sigma_{ij})^{1/2}}$$

Por lo que el Modelo de Riesgo Mínimo queda planteado en la forma siguiente:

$$\text{Maximizar} \quad f(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i - \alpha}{\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}\right)^{1/2}}$$

$$\text{Sujeta a} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \ldots n$$

Para resolver el problema anterior, se puede usar una adaptación del método del Gradiente Reducido propuesto por Wolfe, pues nuestra función objetivo $f(x)$ es una función cóncava y las restricciones son lineales.

Lo que se necesita para poder trabajar con el algoritmo que determina la X que maximiza $f(x)$ es decir, las proporciones de la cartera con mayor probabilidad de que su rendimiento supera a uno dado es la siguiente:

Calcular el gradiente de $f(x)$

$$\nabla f(x) = \frac{(x^T V x)^{1/2} U - f(x) V x}{x^T V x}$$

Maximizar $f(x)$ en una dirección de $d \in E^n$ es decir

$$\max_{\tau} f(x + \tau d) = f(x + \tau^* d)$$

En donde calculando el máximo sobre τ tenemos que el máximo se da en

$$\tau^* = \frac{(U^T d)(x^T V x) - (x^T U - \alpha) d^T V x}{(U^T d)(d^T V x) - (x^T U - \alpha) d^T V d}$$

$$\text{si } \tau^* > 0$$

Y la expresión del gradiente reducido para el modelo de Riesgo Mínimo es

$$r(x) = \nabla f(x)_N - \frac{\partial f}{\partial x_B} \pi$$

En donde $\nabla f(x)_N$ es el vector de derivadas parciales de las variables no básicas, $\frac{\partial f}{\partial x_B}$ es el vector de las derivadas parciales básicas y π es un vector de unos.

ALGORITMO.

Paso inicial : Encontrar un punto factible X^1, hágase $k=1$ y pasar al paso iterativo k

Paso iterativo k. Dado X^k hacer:

1) $$\nabla f(x^k) = \frac{[(x^k)^T V x^k]\,U - f(x^k)\, V x^k}{(x^k)^T V x^k}$$

2) Se calcula el gradiente reducido:

$$r(x^k) = \nabla f(x^k)_N - \frac{\partial f}{\partial x_B}\pi$$

3) Se calculan las $a_i^k \;\forall i \neq B$ en donde

$$a_i^k = \begin{cases} r(x)_i & \text{si } r(x)_i > 0 \\ x_i\, r(x_i) & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

4) Se obtiene la dirección de movimiento:

$$d_i^k = \begin{cases} a_i^k & \forall i \neq B \\ -\sum_{j \in N} a_j^k & \text{para } i = B \end{cases}$$

Si $d_i^k = 0$ el algoritmo termina, X^k es la mejor solución. De lo contrario, se continúa con el paso 5).

5) Se maximiza en la dirección d^k

i) Se obtiene $$\tau_1^k = \frac{(U^T d^k)(x^k)^T V x^k - [(x^k)^T U - \alpha]\,(d^k)^T V x^k}{(U^T d^k)\,(d^k)^T V x^k - [(x^k)^T U - \alpha]\,(d^k)^T V d^k}$$

$$\tau_2^k = \min\left\{ -\frac{x_i^k}{d_i^k} \;\middle|\; d_i^k < 0 \right\} \text{ si existe}$$

ii) $$\tau^k = \min\left\{ \tau_1^k , \tau_2^k \right\}$$

6) Se hace i) $X^{k+1} = X^k + \tau^k d^k$

ii) $k = k+1$ y se repite el paso iterativo

C O N C L U S I O N

Este trabajo es un medio informativo para estudiantes interesados en el mercado de valores y en particular interesados en la selección de cartera. Dicha información es sobre el lugar que ocupa una cartera de inversión en el mercado de valores y las diferentes ramas de las matemáticas que intervienen tanto en el planteamiento de el problema como en la obtención de la solución, es decir, la obtención de una cartera óptima. Aunque cada uno de los temas que tocamos se puede extender tanto como nos acerquemos a la realidad pues desde las inferencias estadísticas, ya que desde ahí debe quedar bien reflejada la información que tenga el inversionista sobre cada uno de los instrumentos que tenga a la mano para formar su cartera.

Según lo dicho anteriormente, respecto a los resultados estadísticos que necesitamos se podría por ejemplo hacer una aplicación de la Estadística Bayesiana, ya que ésta estadística por ser subjetiva se tiene que entre más experiencia tenga el inversionista, mejores inferencias se pueden hacer, repercutiendo esto en la optimización de la cartera.

Por otro lado, como vimos, para resolver el problema de optimización se puede usar programación lineal o programación convexa siendo este último, sobre todo el problema de maximizar la probabilidad de que el rendimiento sea mayor a uno dado el más apegado a la idea que se puede tener de una buena cartera pues a fin de cuentas lo que se pide de una cartera es un buen rendimiento. Por lo que pienso que un buen trabajo puede surgir de intentar dar una solución práctica a este problema, y esta solución práctica, podría ser elaborar un programa computacional que obtenga la cartera óptima.

B I B L I O G R A F I A

EL MERCADO DE VALORES UNA OPCION DE FINANCIAMIENTO E INVERSION ------- REYNALDO HERNANDEZ.

INVERSIONES ---------------------------- MARTIN MARMOLEJO GONZALEZ

INSTRUMENTOS DEL MERCADO DE VALORES ------------------- PUBLICACIONES IMMEC.

INTRODUCCION AL MEDIO BURSATIL ------- PUBLICACIONES IMMEC.

INTRODUCCION AL MERCADO DE VALORES -------------------- PUBLICACIONES IMMEC.

CARTERAS DE INVERSION --------------- JAVIER MARQUEZ D. C.

INTRODUCTION TO MATHEMATICAL STATISTICS --------------------------- ROBERT V. HOGG. ALLEN T. CRAIG.

ALGEBRA LINEAL ---------------------- KENNETH HOFFMAN RAY KUNZE.

PROGRAMACION LINEAL ----------------- SAUL I. GASS

SOBRE UN PROGRAMA NO LINEAL CON UNA SOLA RESTRICCION - LINEAL, RELACIONADO CON UN PROBLEMA DE PROGRAMACION - ESTOCASTICA ------------------------ BARANDA M. F.

INTRODUCTION TO LINEAR AND NON-LINEAR PROGRAMIND --------------- LUENBERGER

NON-LINEAR AND DYNAMIC PROGRAMING ---- SVEN DANO.

THE DEMAND FOR MONEY: THEORIES AND EVIDENCE -- LAIDLER

ECONOMICS --- SAMUELSON

LIQUIDITY PREFERENCE AS BEHAVIOUR TOWARD RISK -- TOBIN J.

LIQUIDITY REQUIEREMENTS AND EMPLOYMENT OF FOUNDS --- DELONG F. G.

INTERNATIONAL ANALISIS AND OPTIMIZATION OR BANK PORTAFOLIOS --------------------------- CHAMBERS D. CHARNES A.

PORTAFOLIO SELECTION, EFFICIENT DIVERSIFICATION OF INVESTMENTS .------------------------------ MARKOWITZ

MICRO-ECONOMIC THEORY: A MATHEMATICAL APPROACH. HERNDERSON QUARDT