

24/1/80



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

CONTROL DE MOTORES PARA INSTRUMENTACION:
TECNICA DE RETROALIMENTACION
POR AMARRE DE FASE (PLL)

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
FISICO
PRESENTA:

MANUEL ADRIAN MEZA RIOS

MEXICO, D.F.

1988



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INTRODUCCION.

Capitulo 1 Principios Básicos, Motores de C.D., Motores de C.A., Control de Motores.

- 1.1 Principios físicos.
- 1.2 Motores de corriente directa .
- 1.3 Motores de corriente alterna.
- 1.4 Clasificación de los controles de motores.
- 1.5 Fundamentos.
- 1.6 Control de motores de corriente directa a lazo abierto.
- 1.7 Control de motores de corriente alterna a lazo abierto.
- 1.8 Control de motores de corriente directa a lazo cerrado.
- 1.9 Componentes del sistema de amarre por fase (PLL).
- 1.10 Amarre y captura del sistema PLL.

Capitulo 2 Diseño del sistema.

- 2.1 Análisis del motor a controlar.
- 2.2 Diseño del sistema de amarre por fase (PLL) para el control de motores con campo de imán permanente.
- 2.3 Descripción operativa del circuito final.

Capitulo 3 Evaluación del sistema.

- 3.1 Estabilidad ante tiempo.
- 3.2 Estabilidad ante carga.
- 3.3 Estabilidad ante voltaje de línea.
- 3.4 Intervalo de captura e intervalo de amarre.
- 3.5 Conclusiones.
- A.1 Apéndice A
- A.2 Apéndice B
- A.3 Apéndice C

Bibliografía.

INTRODUCCION

Los problemas actuales del país para conseguir equipo hacen cada vez más necesario que, en instrumentación científica, el control y medición de un experimento requiera del diseño de dispositivos específicos que realicen eficientemente las funciones del equipo comercial que se puede conseguir en otros lados del mundo.

En cualquier experimento casi siempre se requiere de mecanismos accionados por pequeños motores controlados en su velocidad con una alta precisión. Por tal razón, en este trabajo se pretende ofrecer una solución al problema del control de velocidad de un motor de C.D. (tipo iman permanente), usando componentes de fácil adquisición.

La técnica empleada para lograr dicho control, usa el sistema de retroalimentación por amarre de fase (PLL). Esta técnica, que ha alcanzado gran relevancia con el advenimiento de la electrónica integrada, proporciona para este problema una solución eficaz.

El trabajo se divide en tres partes. En el primer capítulo, se hace una revisión de los tipos de motores y de sus respectivas técnicas de control de velocidad. En esta parte se discute también la teoría de operación del sistema PLL. En el capítulo dos se presenta el diseño del sistema propuesto, aplicando adecuadamente la técnica del PLL al problema que nos ocupa. Además, se efectúa una discusión de las características obtenidas para pequeños motores comerciales. El capítulo final se aboca a discutir la evaluación del sistema construido y los resultados obtenidos. También se presenta en este, las técnicas específicas que se emplearon así como las limitaciones encontradas.

CAPITULO 1 Principios Básicos, Motores de C.D., Motores de C.A., Control de Motores.

En este capítulo se enuncian las leyes físicas sobre las cuales se fundamenta el funcionamiento de los motores. También se analiza, a grandes rasgos, los diferentes tipos de motores de C.D. y C.A. Además, se mencionan algunos tipos de controles de velocidad. Por último, se hace incipiente en las componentes del sistema de amarre por fase (PLL) y su funcionamiento.

1.1 Principios Físicos.

En muchos sentidos, las fuerzas entre polos magnéticos se asemejan a las fuerzas coulombianas. Se puede afirmar que la fuente principal del magnetismo es la corriente eléctrica.

El campo magnético puede ser producido por barras imantadas (campo constante) o bobinas llevando corriente eléctrica. En el segundo caso el campo varía a voluntad cambiando la corriente.

El campo magnético \vec{B} posee propiedades análogas a las del campo eléctrico \vec{E} en relación a la carga, por lo que se puede escribir la expresión para el momento de rotación magnético \vec{M} en forma equivalente a la expresión para el momento eléctrico .

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \dots (1)$$

Donde $\vec{\mu}$ es el momento dipolar magnético.

Utilizando la idea anterior, puede visualizarse el campo magnético B notando la dirección que adopta un dipolo magnético suspendido (brújula) en distintos puntos dentro del campo (fig. 1).

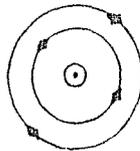


Fig. 1

Cuando una partícula con carga (q) se mueve con una velocidad (\vec{v}), en un campo magnético (\vec{B}), los resultados experimentales demuestran que obra una fuerza sobre la partícula (\vec{F}) y cuya expresión vectorial es:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \dots (2)$$

La expresión (2) se conoce como fuerza de Lorentz. De la misma forma, el elemento de fuerza magnética que obra sobre un conductor por el cual fluye una corriente eléctrica está dada por:

$$d\vec{F} = I (d\vec{l} \times \vec{B}) \quad \dots (3)$$

Y para un segmento finito AB de conductor se tiene:

$$\vec{F} = I \int_A^B d\vec{l} \times \vec{B} \quad \dots (4)$$

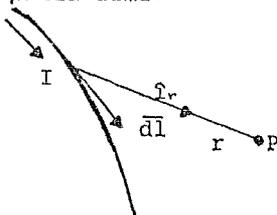
El campo magnético \vec{B} es conservativo; es decir, para un circuito cerrado la suma vectorial de las fuerzas es cero, lo que implica que la fuerza que obra sobre el circuito conductor debido al campo externo es nula.

Observese que aunque la fuerza total sobre una espira dentro de un campo magnético es cero, el campo puede dar lugar a un momento de rotación no nulo. Para este caso se tiene que el momento M que obra sobre la espira es:

$$M = IAB \sin \theta \quad \dots (5)$$

donde A es el área de la espira, I es la corriente que circula por ella y θ el ángulo entre el plano y el campo externo que lo atraviesa.

Hasta el momento solo se han discutido las fuerzas magnéticas como tales, pero no se ha mencionado el mecanismo para calcular los campos producidos por diferentes arreglos de conductores con corriente. Para tal fin se usa la ley de Biot-Savart, cuya expresión evalúa el elemento diferencial de campo en un punto dado; el cual es producido por un segmento diferencial de conductor. En forma matemática, esta ley se expresa como:



$$d\vec{B} = I (d\vec{l} \times \hat{A}_r) / 4 \pi r^2 \dots (6)$$

Fig. 2

Para un conductor de tamaño finito, debe integrarse sobre todos los elementos diferenciales quedando la ecuación anterior como sigue:

$$\vec{B} = (\mu_0 I / 4 \pi) \int_C (\vec{dl} \times \vec{r}) / r^2 \quad \dots (7)$$

Aplicando esta ley a un conductor recto de gran tamaño, el cual lleva una corriente eléctrica I , a una distancia a del centro del conductor, el campo está dado por:

$$\vec{B} = \mu_0 I / 2 \pi a \quad \dots (8)$$

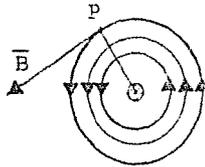


Fig. 3

Como se observa de la figura 3, el campo magnético forma círculos concéntricos alrededor del conductor con corriente.

Debido al carácter vectorial del campo magnético y principalmente a los experimentos, se verifica que el campo generado por N segmentos de conductores con corriente, es la suma de cada uno de los campos (principio de superposición) esto es:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i \quad \dots (9)$$

Así para una espira conductora con corriente, es posible calcular el campo en una línea que pasa por su centro y es perpendicular al plano que la contiene.

$$B = \mu_0 I a / 2(a^2 + z^2)$$

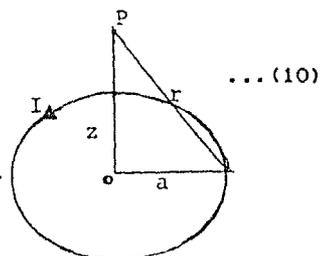


fig. 4

Para puntos fuera de la línea, también es posible calcular el campo; solo que la solución de la ecuación resultante se obtiene por un método numérico.

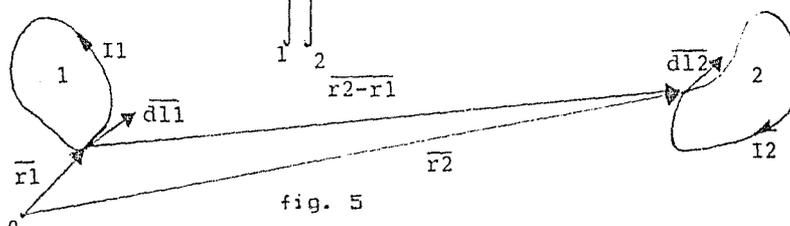
Una segunda forma de obtener el campo magnético asociado a una distribución de conductores es usando la ley de Ampere, que expresa que para cualquier trayectoria cerrada C:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \dots (11)$$

En donde I es la corriente que fluye a través de la trayectoria C alrededor de la cual se evalúa la integral. Esta ley es muy útil en los casos donde existe simetría para que la integral se pueda expresar como la magnitud de B por la longitud del camino cerrado C.

Se mencionó anteriormente que un conductor con corriente produce un campo magnético alrededor de él, de tal manera que puede interactuar con cualquier otro campo. Análogamente, dos conductores con corriente producen campos magnéticos de tal forma que uno siente la fuerza debido al otro y viceversa. Supongase que se tienen dos circuitos con corriente y uno cerca del otro (fig. 5), la fuerza \vec{F}_2 que siente el circuito 2 debido a la presencia del circuito 1 está dada por:

$$\vec{F}_2 = (\mu_0 / 4\pi I_1 I_2) \iint d\vec{l}_2 \times [d\vec{l}_1 \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)] / |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2 \dots (12)$$



Donde $d\vec{l}_1$, $d\vec{l}_2$, \vec{r}_1 , \vec{r}_2 , $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ se expresan en la figura 5.

De la misma manera, el circuito 1 sentirá una fuerza debido a la presencia del circuito 2, cumpliéndose que:

$$\vec{F}_2 = - \vec{F}_1$$

Para lo que a este trabajo concierne, considerese un conductor recto con corriente dentro de un campo magnético externo \vec{B}_m el cual es producido por imanes permanentes, el sistema coordenado lo elegimos de tal manera que B_m es paralelo al eje y (fig. 5).

$\vec{B}_t = \vec{B}_m + \vec{B}_c$; \vec{B}_c = campo magnético producido por el conductor con corriente.

Las expresiones para \vec{B}_m y \vec{B}_c se dan a continuación:

$$\vec{B}_m = k(0,1) = k \uparrow \quad ; \quad \vec{B}_c = \left[\frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{(x^2 + y^2)} \right] (-y, x)$$

Las componentes del campo total B_t son:

$$B_{tx} = -\frac{\mu_0 I y}{4\pi(x^2 + y^2)} \quad ; \quad B_{ty} = \left[\frac{\mu_0 I x}{4\pi(x^2 + y^2)} \right] + k$$

Considerando que el campo no varía en la dirección del eje z y dado que las líneas de campo cumplen la relación $F(x,y) = \text{constante}$ entonces, para cada $Y' = dy/dx$ para y que están en $F(x,y)$ se satisface que:

$$Y' = B_{ty}/B_{tx} \quad \dots (13)$$

sustituyendo las expresiones para B_{tx} y B_{ty} en la ecuación (13) queda:

$$\left(\frac{\mu_0 I}{8\pi} \right) \left[\frac{(2x + 2yy')}{(x^2 + y^2)} \right] = k$$

integrando respecto a x se tiene:

$$Y'^2 = C_2 \exp(8\pi I k x / \mu_0 I) - x^2 \quad \dots (14)$$

La ecuación (14) representa a las isolíneas del campo resultante \vec{B}_t . Por otro lado, un análisis cualitativo se puede llevar a cabo considerando la suma de los campos originales alrededor del conductor. El campo resultante se observa en la figura 6. Nótese que el campo se deforma en las proximidades del conductor.

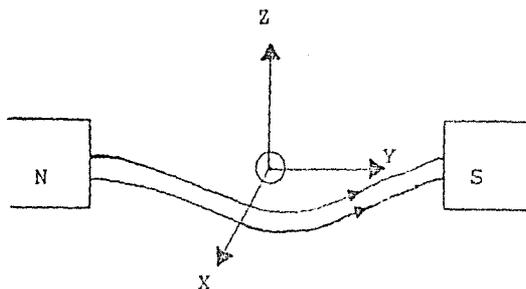


Fig. 6

Por otro lado, cuando existe un movimiento relativo entre un conductor con corriente y las líneas de campo magnético, se produce un voltaje inducido en el conductor siempre que éste corte las líneas.

La ecuación para este voltaje inducido, según Faraday es:

$$f.e.m. = -d\phi/dt \quad \dots (15)$$

donde ϕ es el flujo del campo magnético a través de la superficie S

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} \, da$$

Observese de la ecuación (15), que la f.e.m. inducida aparece en el circuito sin importar como se produce el cambio de flujo. Además, la f.e.m. se interpreta como una diferencia de potencial capaz de establecer una corriente constante en un circuito conductor cerrado. Por lo que la ley de Faraday implica que un flujo variable magnético en el tiempo genera un campo eléctrico, cuya integral evaluada alrededor de un circuito cerrado representa la f.e.m. inducida. Por tanto, la ecuación (15) se puede escribir como:

$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} \, da \quad \dots (16)$$

Los resultados anteriores son de gran utilidad en el comportamiento de los motores eléctricos, los cuales se basan en el principio de acción mutua entre un conductor con corriente y un campo magnético.

1.2 Motores de Corriente Directa (C.D.).

A continuación se hace un análisis del funcionamiento de estos dispositivos. Para tal fin, considerese una espira conductora con corriente dentro de un campo magnético, como se

muestra en la figura 7.

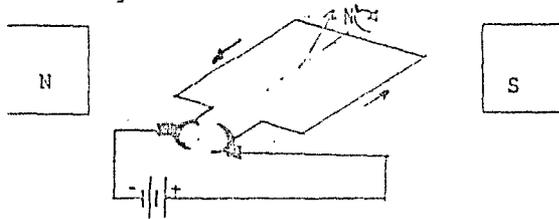


Fig. 7

Los extremos de la espira están provistos de unos semicírculos conductores, los cuales son llamados conmutadores. A su vez, éstos están unidos a las escobillas que están conectadas a la fuente de C.D.

Segun la ley de Ampere, se produce un campo magnético resultante debido a la corriente que circula por la espira. Por tal razón, en la parte superior de ella se forma un polo norte magnético (N'). Los polos N' y S son opuestos, por lo que se atraen y la espira tiende a girar en sentido destrógiro.

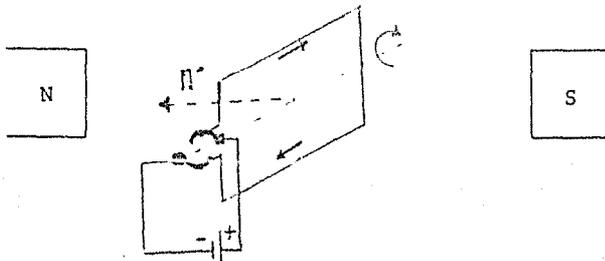


Fig. 8

En el instante en que el plano donde esta situada la espira es perpendicular al campo, los conmutadores producen un cambio en el sentido de la corriente. Ahora han quedado frente a frente polos iguales, lo que implica una repulsión y por tanto la espira gira, en el mismo sentido que antes, un ángulo de 180° para realizar nuevamente la conmutación.

Hasta el momento no se ha considerado la influencia de la distorsión del campo, como consecuencia de la interacción del campo de la espira con el campo del magneto. Este efecto se puede entender en base al razonamiento que se siguió para el caso de un conductor con corriente, dentro de un campo magnético externo. A continuación se analiza tal fenómeno.

Se tienen dos conductores que llevan corriente en sentidos opuestos, tal arreglo lo forma la espira embebida en un campo magnético (fig.9).



Fig. 9

Recuerdese que un conductor con corriente, saliendo del papel, distorsiona el campo en el cual está sumergido (fig. 6). Por lo que, para un conductor con corriente en sentido opuesto, la distorsión se verifica en forma contraria. En base a esto, el campo donde se encuentra la espira también sufrirá una distorsión (fig. 10).



Fig. 10

También se analizó anteriormente, el hecho de que la conmutación se realiza cuando el plano de la espira es perpendicular al campo externo. Ahora, debido a la distorsión del mismo, se debe hacer un ajuste en el ángulo del plano de conmutación por una cantidad θ . (fig. 11)

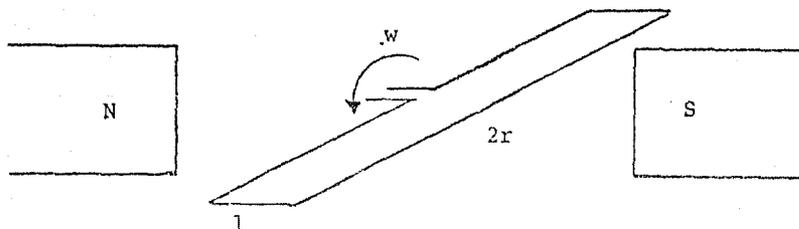


Fig. 11

Por otro lado, cuando se desplaza un conductor de tal forma que éste corta las líneas de campo, se induce una f.e.m. en el conductor. La expresión para este voltaje inducido es:

$$\text{f.e.m.} = Blv \sin \alpha \quad \dots (17)$$

donde B es la magnitud del campo magnético \vec{B}
 l la longitud del conductor que corta al campo \vec{B}
 v velocidad con que corta las líneas de \vec{B}
 α el ángulo entre \vec{v} y \vec{B}



De la misma forma, cuando una espira se mueve en un campo formado por dos polos se induce una f.e.m.. En efecto, para pequeños desplazamientos de arco s se aplica la relación ec.17, v es la velocidad tangencial dada por:

$$v = r \omega$$

ω es la frecuencia angular de la espira y r el radio de giro. Por lo que la ec. 17 se transforma en:

$$f.e.m. = R l r \omega \sin \alpha$$

pero el flujo a través de la espira es:

$$\phi = 2B l r \sin \alpha$$

la f.e.m. inducida en la espira es finalmente

$$f.e.m. = 1/2 \phi \omega$$

$$\therefore f.e.m. = E = K_a \phi \omega \quad \dots (18)$$

La potencia mecánica P_m , para desplazamientos angulares, esta dada como:

$$P_m = T_m \omega$$

donde T_m es la torca mecánica del motor y ω la frecuencia angular.

Por conservación de la energía y suponiendo que no hay pérdidas se tiene que:

$$T_m \omega = I_a E \quad \dots (19)$$

donde

E = voltaje en la armadura (fem)
 I_a = Corriente en la armadura.

Sustituyendo la expresión de la f.e.m. (ec. 18) en la ecuación 19, se tiene:

$$T_m = K_a I_a \phi \quad \dots (20)$$

Para el caso en que el campo que produce el flujo ϕ sea del tipo bobinado, suponiendo que es lineal y no existe saturación, se tiene que la corriente del campo I_f y el flujo están relacionados por:

$$\phi = K_f I_f \quad \dots (21)$$

por tanto, la ecuación (20) se transforma en:

$$T = K_a K_f I_a I_f \quad \dots (22)$$

Por otro lado la ecuación para la velocidad se puede obtener usando la relación (18) y las leyes de Kirchoff.

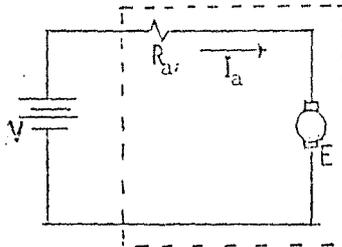


Fig. 12

Todo motor se puede representar, en primera aproximación, por la figura 12 gracias al teorema de Thevenin. Aplicando las leyes de Kirchooff al circuito de arriba:

$$V - E = R_a I_a$$

substituyendo la expresión para E en la ecuación anterior y despejando la velocidad angular, se tiene:

$$W = C(V - R_a I_a) / \phi \quad \dots (23)$$

$C = 1/K_a$

Motor Paralelo.

Una vez analizado el funcionamiento físico del motor de D.C., se puntualizan algunas características del shunt (motor paralelo).

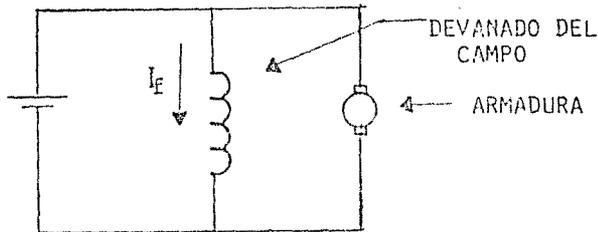


Fig. 13

El devanado que produce el campo, esta compuesto de muchas vueltas de alambre delgado, lo que implica una resistencia mucho mayor que la que presenta el arrollamiento de la armadura. La alta resistencia limita la corriente a un valor pequeño. Sin embargo, tal corriente es compensada con un gran número de vueltas permitiendo así que se origine un campo magnético fuerte.

Por otro lado, el devanado de la armadura esta construido de pocas vueltas y con un alambre grueso, por lo que su resistencia es más pequeña que la que presenta el arrollamiento que produce el campo.

Si se aplica voltaje a la armadura en estas condiciones, al momento de arrancar, existe el peligro de averiar el rotor debido a la gran corriente que pasará por él; por lo que es necesario colocar una resistencia en serie para limitar la corriente. Una consecuencia inmediata de este hecho es que, la fuerza que siente el rotor también se limita y por tanto, la torca de arranque no es tan grande.

A medida que el motor empieza a acelerarse, se induce una fuerza contra electromotriz (f.c.e.m.) debido a que al girar la armadura funciona como generador. Tal f.c.e.m. se opone a la fuente aplicada de forma tal que, la corriente en la armadura será más pequeña que en el momento del arranque. Además, debido al movimiento rotatorio, la inductancia L asociada al arrollamiento del rotor presentará una oposición al paso de la corriente limitandola aun más. A tal efecto, se le conoce como reactancia inductiva (ωL).

Debido a que la resistencia del devanado del campo es más grande que la que presenta la armadura, además de que esta conectado en paralelo con esta misma, la corriente en el devanado del campo permanece prácticamente constante.

$$I_f = \text{constante}$$

$$\dots (24)$$

Usando esta relación en la ecuación (22), se obtiene:

$$T = (K_a K_f I_f) I_a \quad \dots (25)$$

cuyo comportamiento se observa en la Fig. 14

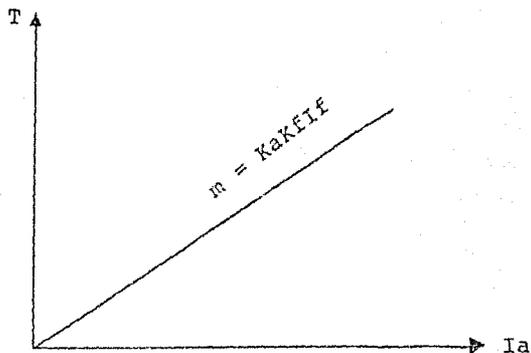


Fig. 14

La relación entre la torca y la velocidad se determina en base a la ecuación de malla, y la relación (18).

$$V = E + I_a R_a \quad \dots (26)$$

sustituyendo en (26) la relación (18):

$$V = K_a K_f I_f \omega + R_a I_a \quad \dots (27)$$

despejando a I_a de la ecuación anterior y sustituyendola en la ecuación (22), se tiene finalmente:

$$T = (K_a K_f I_f V / R_a) - (K_a^2 K_f^2 I_f^2 \omega / R_a) \quad \dots (28)$$

cuya gráfica se observa en la figura 15 .

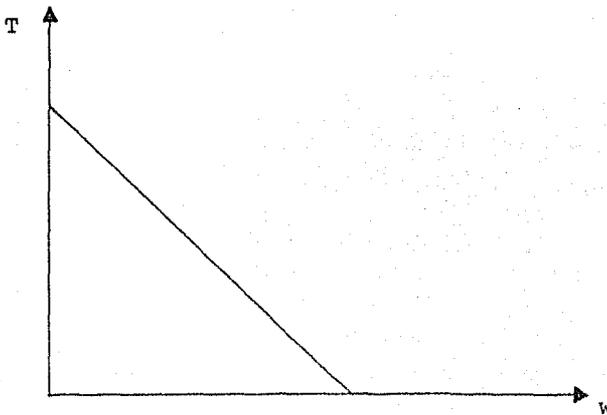


Fig.15

- Motor Serie.

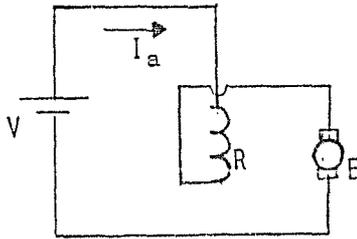


Fig. 16

Las bobinas que componen el devanado del campo cuentan con pocas vueltas de alambre grueso, por lo que prácticamente no ofrecen resistencia alguna. La corriente que circula por éstos arrollamientos, también lo hace por la armadura. Si varía la corriente de armadura también cambiara la que produce el campo; por lo que las variaciones de corriente son proporcionales en ambos devanados.

Cuando la carga aumenta baja la velocidad de la armadura y la f.c.e.m. disminuye, por lo que la corriente suministrada por la fuente de voltaje aumenta, proporcionando una mayor corriente a la armadura y por tanto una torca mayor.

Como se puede observar este motor gira muy lento con alta carga y muy rápido con baja carga. Si se quita por completo la carga, la velocidad será muy alta al grado que puede destruirse, por lo que se recomienda nunca manipularlo sin carga.

Por tanto, éstos motores son de velocidad variable; es de-

cir, su velocidad cambia cuando cambia la carga. Cuando la velocidad del motor es baja, la f.c.e.m. también lo es y la corriente de armadura alta. Por lo que el par será muy alto en el momento del arranque.

A continuación se hace un pequeño análisis para determinar la dependencia de la torca con la corriente de armadura y también para el caso de torca versus velocidad.

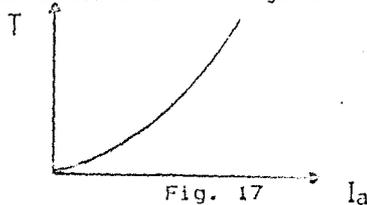
En estos motores la corriente de armadura y la corriente del devanado del campo son iguales o sea:

$$I_a = I_f \quad \dots (29)$$

Sustituyendo la relación (29) en la ecuación para la torca se obtiene:

$$T = K_a K_f I_a^2 \quad \dots (30)$$

cuya gráfica se observa en la figura 17



La relación entre la torca y la velocidad, se determina a partir de la aplicación de las leyes de Kirchoff a la figura 16, y las ecuaciones (18), (29) y (30).

$$V = I_a R_t + E \quad \dots (31)$$

donde R_t = resistencia de bobinado del campo + resistencia del bobinado de la armadura.

sustituyendo (18) en (31)

$$V = I_a R_t + K W I_f \quad \dots (32)$$

Para este tipo de motores, la corriente en la armadura es igual a la corriente que produce el campo es decir:

$$I_a = I_f$$

usando esta relación en la ecuación (32) y agrupando se tiene:

$$I_a = V / (R_t + K W) \quad \dots (33)$$

Por tanto, la dependencia de la torca con la velocidad se

obtiene sustituyendo la relación (33) en la (22).

$$T = K (V / (Rt + K W))^2 ; K = K_a K_f \quad \dots (34)$$

La gráfica de esta ecuación se observa en la Fig. 18.

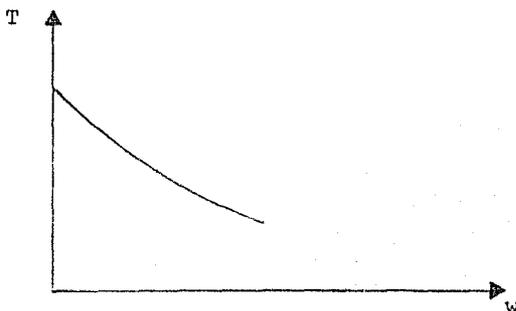


Fig. 18

- Motor Compuesto.

Este tipo de motores, son una combinación del serie y del paralelo. Su campo lo constituyen dos conjuntos de arrollamientos separados. Uno de ellos consiste de bobinas de muchas vueltas de alambre delgado y se conecta a la armadura como un campo en paralelo. El otro conjunto consta de bobinas de pocas vueltas de alambre grueso y se conecta en serie con la armadura.

Las características del motor compuesto, son una combinación de las del motor serie y las del motor paralelo. Estos motores tienen un par de arranque grande y cuando aumenta la carga disminuye la velocidad pero aumenta el par.

Por tanto el motor compuesto es un motor de velocidad aproximadamente constante, con excelente potencia de arrastre para cargas pesadas y buen par de arranque.

- Motor con Campo Producido por Imanes Permanentes.

Los motores de este tipo no tienen bobinados que necesiten corriente para producir el campo. Los imanes permanentes sustituyen a los bobinados para realizar la misma tarea, obteniéndose ventajas como: usan menos potencia para realizar el mismo trabajo que los de campo bobinado, menor calentamiento, tamaño pequeño, etc.

La representación eléctrica se observa en la figura 19, don

de el campo producido por imanes permanentes se simula con un bobinado alimentado con un voltaje constante e independiente de la armadura, con lo cual se tendrá un campo permanente.

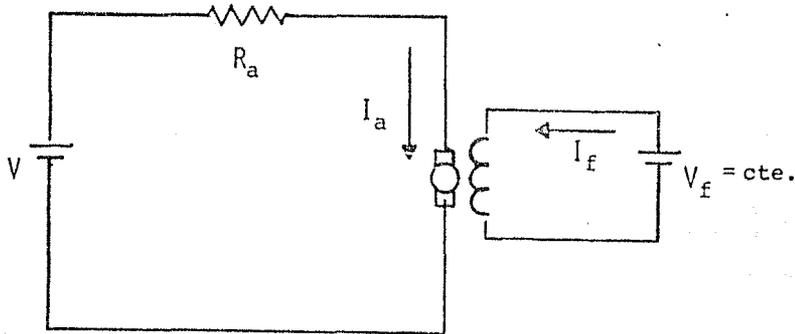


Fig. 19

La ecuación de malla es:

$$V = I_a R_a + E \quad \dots (35)$$

sustituyendo la relación (18) en la ecuación de arriba:

$$V = I_a R_a + K_a K_f I_f \omega \quad \dots (36)$$

pero $I_f = \text{constante}$, despejando I_a de la ecuación (36) se obtiene:

$$I_a = (V - K_a K_f I_f \omega) / R_a \quad \dots (37)$$

la expresión anterior se sustituye en la ecuación (22), para obtener finalmente:

$$T = (K_a K_f I_f / R_a) \omega - (K_a K_f I_f)^2 \omega^2 / R_a \quad \dots (38)$$

cuyo comportamiento se observa en la figura 20 .

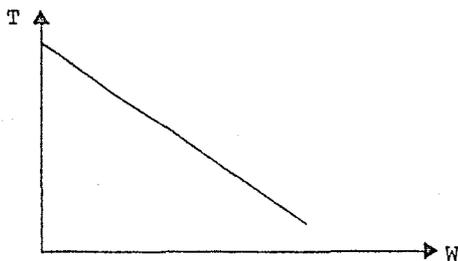


Fig. 20

Por otro lado, se observa de la ecuación (22), la depen-

dencia de la torca con la corriente de armadura es lineal. En efecto, como $I_f = \text{constante}$ entonces:

$$T = (K_a K_f I_f) I_a \quad \dots (39)$$

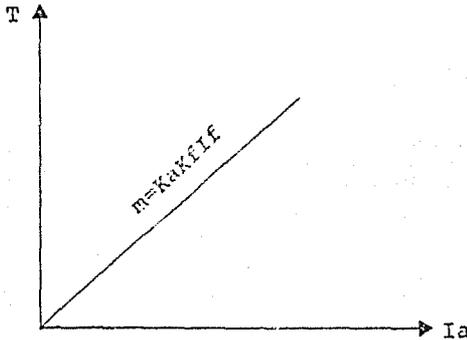


Fig. 21

1.3 Motores de Corriente Alterna (C.A.).

- Motor Asíncrono.

Este motor consta de dos partes principalmente: estator y rotor. El estator es la parte de la máquina donde se encuentran los devanados que producen el campo magnético giratorio, y es alimentado por corriente alterna.

La parte giratoria de la máquina se conoce como rotor y en él es colocado algún devanado.

Campo Magnético Giratorio.

A continuación se analiza como se produce un campo magnético giratorio, por medio de una corriente alterna trifásica.

Considerese un anillo de acero sobre el cual se arrollan tres bobinas desfasadas, en el espacio, 120° y por las cuales se hace pasar una corriente (fig. 22a). Además, supongase que la corriente es positiva cuando va desde donde comienza hasta donde termina la bobina.

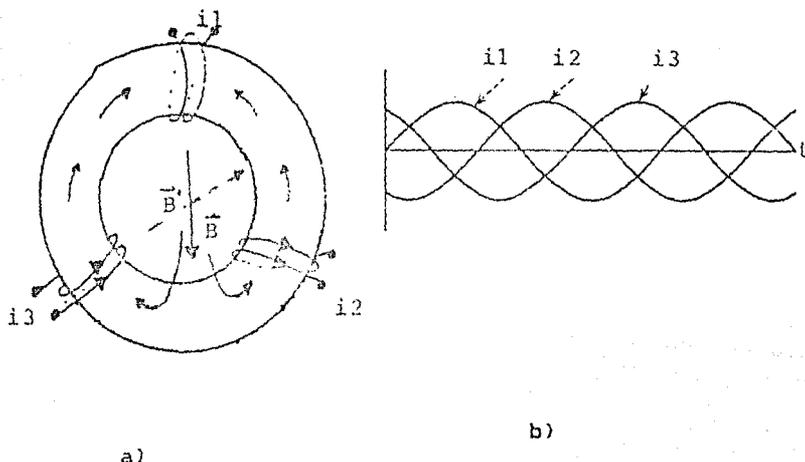


Fig. 22

La gráfica de la fig.22b proporciona una representación temporal de la corriente en cada bobina. Observese que para $t=0$, el campo producido por i_1 es nulo; mientras que el generado por i_2 es diferente de cero y, de acuerdo a la figura, es ascendente dentro del anillo. Análogamente, el campo producido por i_3 es de inclinación similar y también ascendente dentro del material. La resultante de la combinación vectorial de éstos campos, produce un flujo cuyo recorrido se representa en la fig.22a por flechas marcadas por \vec{B} .

Los campos evolucionan temporalmente como lo hacen las corrientes; si se observa las corrientes de las bobinas, un tercio de periodo después, se encuentra que $i_1 > 0$, $i_2 = 0$, $i_3 < 0$; por tanto, de acuerdo al análisis anterior, se produce un campo magnético resultante \vec{B} fuera del núcleo, con una inclinación de 120° respecto al anterior (vector punteado en la figura 22a).

Como el fenómeno anterior se produjo en forma continua, de $t=0$ a $t=T/3$, el campo evoluciona de la misma forma de \vec{B} a \vec{B}' . Por la continuación de éste razonamiento se infiere que el campo así producido es un campo giratorio de frecuencia uniforme.

Si se coloca dentro del anillo un cilindro de acero, el campo magnético inducirá corrientes de tal forma que, los campos producidos por ellas interactúen con el campo inductor, causando un desplazamiento del cilindro. Como la inducción ocurre para todo tiempo, el efecto total será un giro continuo y de velocidad uniforme.

- Motor de Inducción con Jaula de Ardilla.

A continuación se discute la interacción del campo magnético giratorio y la corriente inducida en el rotor. Además, se analiza el funcionamiento de este motor cuando su rotor es del tipo jaula de ardilla.

El rotor está construido con barras de cobre, que se unen en ambos extremos a anillos de cobre, las barras son conectadas en corto circuito por medio de los anillos (fig.23).

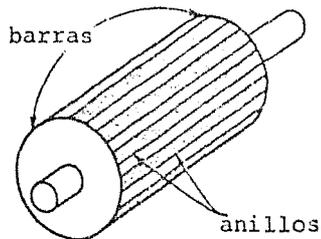


fig. 23

Para mejor comprensión, véase la figura 24. Considérese un par de barras ab y los anillos (formando conductores) cd ; el campo magnético giratorio por simplicidad será estático, siendo la espira la que gira. Obsérvese que no existen corrientes externas alimentando a la espira.

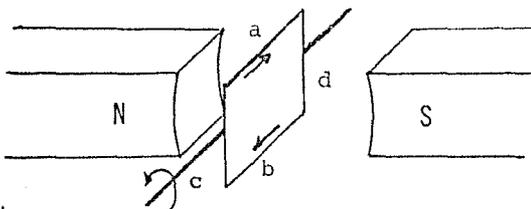


Fig.24

Ahora, debido al principio de inducción, aparece una corriente en el circuito cuyo sentido es el que se observa en la figura 24 (según la Ley de Lenz). Tal corriente produce un campo magnético opuesto al existente en ese instante, de forma tal que se crea una repulsión entre el circuito y el campo. Por tanto, existen polos magnéticos en el rotor los cuales son atraídos o repelidos por el campo magnético rotatorio. Aumentando el número de circuitos en la figura 24, se forma el rotor originalmente discutido el cual girará indefinidamente.

- Motor de Inducción con Rotor Bobinado.

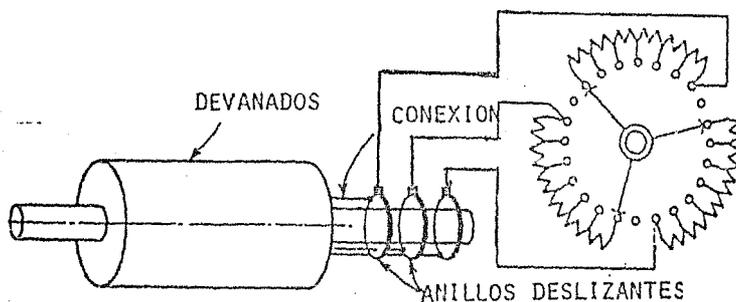


Fig. 25

La estructura del estator y el devanado de este tipo de motores, no se diferencian de la del estator de un motor tipo jaula de ardilla. El electromotor de rotor bobinado tiene un rotor en el cual se alojan, igual que en el estator, tres devanados de fase montados en estrella para el caso de un motor trifásico. Los extremos de los devanados de fase del rotor se unen a tres anillos rozantes de cobre, fijos al árbol del rotor y aislados entre sí, como del núcleo de acero del rotor. Otra gran diferencia de estos motores con los de jaula, es que las escobillas se conectan a un reóstato como se muestra en la figura 25. Debido al campo rotatorio se induce corriente en el circuito formado por el devanado y el reóstato, pero la corriente inducida será menor que en el caso de los de jaula. Al aparecer tal corriente, se crean polos magnéticos en el rotor los cuales interactúan con el campo rotatorio. La limitación de corriente efectuada por el reóstato, repercute en la velocidad de estos motores.

- Motores Síncronos.

Para un generador cuyo rotor gira dentro de un campo magnético de un par de polos, la frecuencia de la corriente que entrega es:

$$f = n/60 \quad \dots (40)$$

n = número de revoluciones por minuto.

La Fem que entrega el generador para este caso es:

$$Fem = BAN \sin\theta \quad \dots (41)$$

B = campo magnético producido por los polos.

A = área del bobinado del rotor

ω = frecuencia

θ = ángulo entre \vec{B} y \vec{A} .

La gráfica de la ecuación (41) se muestra en la figura de abajo.

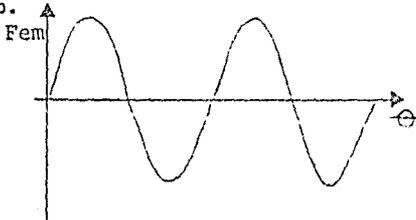


Fig. 26

Ahora si el rotor gira en un campo producido por dos pares de polos, tendremos dos máximos de Fem, así como el doble de la frecuencia. Fig.27

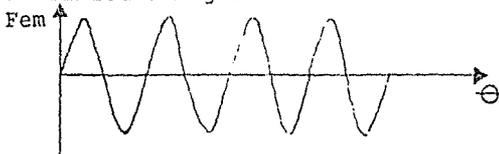


Fig.27

Por tanto para dos pares de polos, la frecuencia de giro será:

$$f = 2n/60$$

Para tres pares de polos, se tiene $f = 3n/60$. Para p pares de polos, el generador producirá una Fem con una frecuencia:

$$f = np/60 \quad \dots (42)$$

Como n tiene unidades de rev. por minuto, entonces representa la velocidad angular de la flecha del generador, despejando a n de la ecuación (42) se tiene:

$$n = 60f/p \quad \dots(43)$$

En un motor sincrónico trifásico, el devanado de su estator se alimenta con corriente alterna trifásica y el rotor con c.d.. En el estator surge el campo magnético giratorio. La velocidad de rotación de este campo esta dado por la ecuación (43). Por tanto, el rotor girará de modo que los polos se contrapongan siempre. Por consiguiente el rotor girará sincrónicamente, siguiendo al campo del estator.

Deslizamiento.

Si se designa con n_1 la velocidad de rotación del campo magnético giratorio del estator y con n_2 la velocidad de rotación del rotor, la velocidad relativa S esta dada como:

$$S = [(n_1 - n_2)/n_1] \quad \dots(44)$$

a esta diferencia S se le conoce como deslizamiento.

Como n_1 es la velocidad de aparición de los polos magnéticos en el estator, cuando pasa la corriente alterna por sus devanados. Lo que hace pensar en una velocidad de rotación del campo magnético.

Debido a la inercia del rotor, éste gira más lento que el campo magnético del estator y en consecuencia se puede hablar de la velocidad relativa S . Por las razones anteriores, la diferencia es casi nula cuando el motor no tiene carga y a plena carga, al ponerlo en marcha, el deslizamiento sera casi la unidad.

Despejando de la ecuación (44) la velocidad del rotor n_2 , se obtiene:

$$n_2 = n_1(1 - S) \quad \dots(45)$$

Pero se sabe que la velocidad de giro del campo magnético rotatorio es:

$$n_1 = 120f_1/p$$

por lo que la ecuación (45) queda finalmente:

$$n_2 = 120 f_1(1-S) \quad \dots(46)$$

1.4 Clasificación de los diferentes tipos de controles para motores de C.D. y C.A.

Los controles de motores pueden realizar funciones como las de: arranque, aceleración, regulación de velocidad, regulación de potencia, inversión, parada, etc. Para fines de este trabajo, solo se analizan los controles de velocidad. En este tipo de controles, la velocidad del motor es controlada para que "siga" una señal predeterminada de mando. A continuación, se presenta una clasificación muy simple de los principales tipos de control.

	*	
	* a lazo	
Control	* cerrado	
de motores	*	
de C.D.	*	{ - variando el flujo del campo { - variando el voltaje de alimentación en los bornes de la armadura. { - empleando una fuente de C.D. controlada para modificar el voltaje en la armadura para un motor de excitación independiente.
	* a lazo	
	* abierto	
	*	
	*	
	*	
	*	
	*	
	*	
	*	
	*	{ - variando la frecuencia del voltaje aplicado al estator. { - variando el número de polos del estator y rotor.
	*	
	* Sincronos	
	*	
Control de	*	
motores de	*	
C.A.	*	
	*	{ - variando el deslizamiento { - variando la frecuencia del voltaje aplicado al estator. { - variando el número de polos del estator y rotor.
	*	
	* Asincronos	
	*	
	*	
	*	

1.5 Fundamentos.

Para controlar un sistema, es necesario conocer sus respuestas ante diferentes excitaciones. Sean $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$ las respuestas de un sistema ante $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$ excitaciones; relacionadas entre si como sigue:

$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_1(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m) \\ Y_2 &= Y_2(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m) \\ Y_3 &= Y_3(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m) \\ &\vdots \\ Y_n &= Y_n(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m) \end{aligned} \quad \dots (47)$$

entonces para toda Y_i se tiene que:

$$dY_i = \sum_j \left(\frac{\partial Y_i}{\partial X_j} \right) dX_j \quad \dots (48)$$

como los términos $\left(\frac{\partial Y_i}{\partial X_j} \right)$ son constantes, entonces el sistema se comporta linealmente en su respuesta dY_i ante cambios dX_j alrededor de un punto.

Cuando un sistema se encuentra regulado en alguna de sus respuestas Y_i , debe ser tal que no acepte cambio alguno en tal respuesta.

$$\left(\frac{\partial Y_i}{\partial X_j} \right) = 0 \quad \dots (49)$$

o sea

$$Y_i = \Phi(X_1, X_2, X_3, \dots, X_{j-1}, X_{j+1}, \dots, X_m) \quad \dots (50)$$

Lo que se traduce en:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \Phi(X_1, X_2, X_3, \dots, X_{j-1}, X_{j+1}, \dots, X_m) \\ &\vdots \\ Y_n &= \Phi(X_1, X_2, X_3, \dots, X_{j-1}, X_{j+1}, \dots, X_m) \end{aligned} \quad \dots (51)$$

Para determinar la región del comportamiento lineal del sistema, solución a al problema de este trabajo, fuè necesario usar el método experimental; el cual consistió en obtener las gráficas de los comportamientos del motor ante distintas excitaciones, obteniendose así $\left(\frac{\partial Y_i}{\partial X_j} \right)$

1.6 Control de la velocidad de giro en motores de C.D. a lazo abierto.

Una de las características de mayor valor de los motores de C.D., es su versatilidad de ajuste de velocidad. Este beneficio particular es muy importante ya que ofrece un alto grado en el control de velocidad. Los del tipo serie, paralelo y compuesto son útiles en general, y son eficientes debido a que el voltaje aplicado y por tanto el flujo cambia cuando se le ordena adecuadamente. Lo anterior se contrapone a los motores de C.A., cuya velocidad no varía apreciablemente bajo condiciones similares.

Se sabe que en un motor de C.D. se produce una fuerza contraelectromotriz E en la armadura, la cual actúa en oposición al voltaje aplicado V . Por lo que la ecuación para la velocidad esta dada por:

$$W = C(V - I_a R_a) / \phi \quad \dots (52)$$

De la ecuación anterior, se observa que la velocidad de estos motores puede variarse mediante el cambio apropiado de las variables. Por lo que los métodos principales de control se basan en:

- Variación del flujo de excitación
 - variación del voltaje de alimentación en los bornes de la armadura.
 - variación del voltaje de armadura y de su corriente.
 - empleando una fuente controlada de C.D., para modificar el voltaje en la armadura para un motor de excitación independiente.
 - Control electrónico de motores de C.D.
- Variación del flujo de excitación (control de campo).

Al colocar una resistencia en serie en el devanado del campo en un motor tipo paralelo, fig. 28, se obtiene una disminución en la corriente que lo alimenta y en consecuencia también disminuye el flujo ϕ (campo). Observando la ecuación para la velocidad de este tipo de motores, se concluye que al disminuir el flujo ϕ (campo) se tendrá un aumento en la velocidad W . Si se nombra a la velocidad alcanzada a plena corriente (resistencia de campo cero) como "velocidad básica"; se puede afirmar que este tipo de controles originan solo velocidades por encima de la básica. Es necesario aclarar que este tipo de controles no es válido para motores tipo se-

rie.

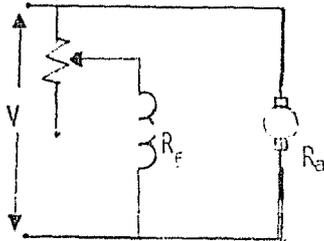


Fig. 28

- Variando el voltaje de armadura.

Este tipo de controles se consiguen mediante un reóstato colocado en serie con la armadura (fig. 29) en un motor tipo paralelo. Aumentando el valor de esta resistencia, se reduce el voltaje en la armadura por lo que, según la ecuación para la velocidad de estos motores, la diferencia $V - I_a R_a$ disminuye; haciendo que la velocidad decaiga. Por tal razón, puede afirmarse que el control de la resistencia de armadura da origen a velocidades por debajo de la básica. Cuanto más grande es la resistencia de armadura, tanto más pobre será la regulación de la velocidad del motor ante carga. Esto es debido a que: $T = K_a I_a \phi$. Puesto que la corriente en la armadura es función de la carga, para un valor fijo de resistencia en serie, implicará un aumento de caída de voltaje en tal resistencia, lo que originará una disminución de velocidad.

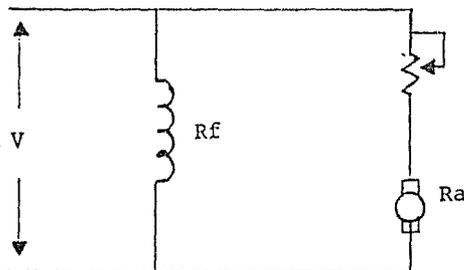


Fig. 29

-Control por variación del voltaje de armadura y su corriente.

Este método emplea resistencias en serie y paralelo con la armadura, fig 30, R_{sh} es una resistencia que actúa como un desviador de corriente con posibilidad de anularla. La resistencia R_s produce un divisor de voltaje, de tal manera que si R_s aumenta, el voltaje que siente la armadura es más pequeño (ver ecuación para la velocidad) y por tanto una caída en la velocidad, para un flujo constante.

El efecto neto de la resistencia R_{sh} reside en hacer la velocidad de funcionamiento menos susceptible a los cambios del par debido a la carga $T = k\phi I_a$. Puesto que cuando aumenta la carga, debe aumentar la corriente I_a pero la R_{sh} la divide manteniendo I_a constante. Este efecto se traduce en mantener una corriente sin cambio a través de la armadura; lo que implica poco cambio en la velocidad del motor.

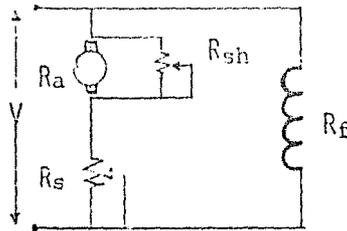


Fig. 30

-Empleando una fuente controlada de C.D.

Las características de mayor importancia son: el par relativo, la regulación de su velocidad y su control continuo. Los requerimientos anteriores se satisfacen mediante el empleo de un voltaje variable de C.D. de una fuente de alimentación. El campo queda siempre excitado en forma independiente desde una fuente de voltaje constante, como se muestra en la figura 31.

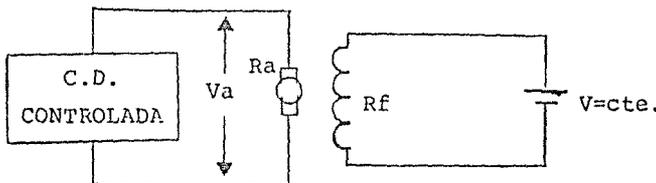


Fig. 31

Cuando el voltaje aplicado a la armadura es cero, el par

desarrollado es nulo y queda en reposo. Cuando el voltaje se aumenta ligeramente, de acuerdo a la ecuación de la velocidad, el motor se pone en marcha y gira a una velocidad lenta.

Para motores de C.D. pequeños y de potencia relativamente baja, la fuente de voltaje variable, puede ser un amplificador con semiconductores del tipo SCR alimentado por una fuente de C.A..

Control Electrónico de motores de C.D.

La historia del control de motores en el siglo pasado y en los comienzos del presente, empezó con el desarrollo de los controles manuales mediante procedimientos de control de campo y de armadura. Con el desarrollo del motor de C.A. y la extensa distribución de la energía eléctrica, decreció el interés hacia el motor de C.D.. La aparición de la válvula electrónica y de los tiratrones, volvió a despertar el interés del control de la velocidad del motor de C.D.

El desarrollo del tiristor rectificador de silicio controlado (SCR) para servicios de baja y media potencia en la década de los cincuentas, creó posibilidades ilimitadas para el control de este tipo de motores. El pequeño tamaño, la gran seguridad en el funcionamiento y la relativa eficiencia del SCR ha empezado a dominar la segunda mitad de este siglo.

La figura muestra un ejemplo de la aplicación del SCR en el control de la velocidad de los motores de C.D. En ausencia de un impulso positivo a G, el interruptor está abierto y la armadura no está excitada. Incrementando el valor de r_g , puede aumentarse la sensibilidad, y se puede asegurar cualquier grado de la misma mediante la elección adecuada de r_g . El motor queda conectado al circuito mediante la aplicación de un impulso positivo de voltaje de 0.5 a 1.0 volts. con una corriente de 25 mA. aproximadamente, durante 1 microsegundo. El motor una vez funcionando, solo puede desconectarse si se abre el interruptor M. Cerrando M otra vez, no hará que el motor funcione sino hasta que reaparezca un impulso positivo en G.

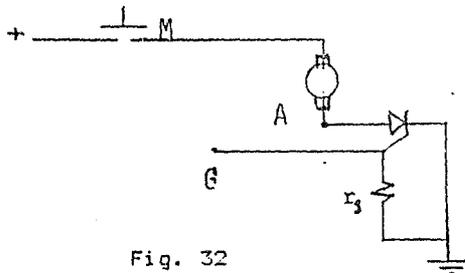


Fig. 32

Usando métodos de compensación de velocidad, con estos controles podemos lograr una regulación ante carga hasta del 3%.

Hasta aquí hemos analizado a grandes rasgos los controles de velocidad a "lazo abierto"; es decir, que la velocidad no se realimenta dentro del lazo de control.

Se pueden realizar controles con circuitos SCR a "lazo cerrado". Para tal fin se usa un tacómetro dentro del lazo para realimentar la velocidad. Con esta técnica se pueden conseguir buenos controles de velocidad con rangos de 1 a 100.

También algunos dispositivos a "lazo cerrado" son capaces de controlar velocidades en un rango de 1 a 1000 con una regulación de velocidad del 1% aproximadamente.

1.7 Control de Motores de C.A.

Existen dos grandes familias de este tipo de motores:

- Motores Sincronos
- Motores Asincronos

La velocidad de un motor sincrónico es función directa del número de polos y de la frecuencia de la fuente polifásica de C.A. y esta dada por la ecuación (43). Por lo que las maneras de cambiar la velocidad de uno de estos motores son:

- i. Variar la frecuencia del voltaje aplicado al estator.
- ii. Variar el número de polos del rotor y estator.

Existen algunas formas comunes de control entre ambos tipos de motores, por lo que enunciamos a continuación los correspondientes a los motores asincronos.

La velocidad del motor de inducción es una velocidad asincrónica, que puede variarse:

- a. Cambiando la frecuencia aplicada al estator
- b. Cambiando el número de polos tanto del estator como del rotor.
- c. Mediante el control del deslizamiento, por medio de un reóstato en el rotor.

Como se observa los métodos comunes de control son: i-a, ii-b. A continuación se analizan a grandes rasgos en que consisten.

La velocidad de un motor sincrónico o asincrónico de inducción, que tiene un número determinado de polos, varía directamente

con la frecuencia del voltaje aplicado a su estator. Existen dispositivos mecánicos para tales fines, como es el llamado "convertidor de frecuencia de inducción". Este dispositivo consistió de un motor primario el cual posee un disco provisto de conectores los cuales proveerán la "fuente de generación de frecuencia".

Además de este tipo de dispositivos, la aparición del SCR de corriente elevada dieron la pauta para aplicaciones futuras, mejorando a los mecánicos.

Hasta el presente, han aparecido dos grandes clases de controles de este tipo para los motores sincros y asincros de inducción de A.C., los cuales se describen a continuación.

- El cicloconvertidor

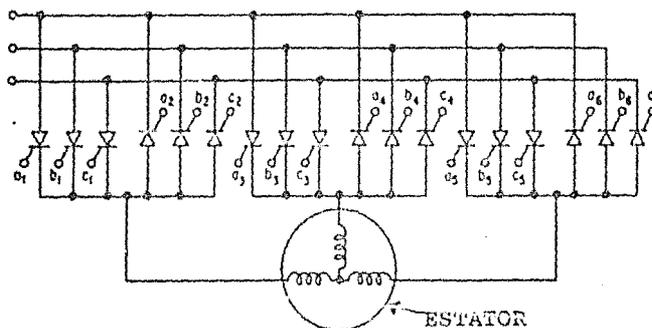


fig. 33

Es esencialmente un convertidor de frecuencia; convierte frecuencias elevadas a frecuencias más bajas. fig. 33. Estos se usan en motores asincros de inducción de jaula y del tipo bobinado.

La fig 33 proporciona una idea de la utilidad de estos dispositivos para suministrar frecuencia variable y voltaje más pequeño al estator de un motor de inducción.

El disparo adecuado de las compuertas de los SCR, permite la reducción simultánea de la frecuencia de salida y del voltaje de la señal. El circuito proporciona frecuencias regulables desde 20 Hz. hasta cero, utilizando un mínimo de 18 SCR,s . Las ventajas del dispositivo que usa semiconductores, sobre el sistema mecánico, son las siguientes: funcionamiento silencioso, necesidad de poco espacio y larga duración.

- El inversor

Este dispositivo transforma corriente directa C.D. en corriente alterna C.A..

El principio fundamental del inversor, es el de activar el flujo de corriente a través de una carga en respuesta a una señal de entrada.

Existen diferentes configuraciones de inversores, cuyas componentes varían desde las valvulas hasta los tiristores. Las configuraciones tienen distintas eficiencias y las pérdidas por "cruce de cero" con la señal de entrada son la causa principal de tal diferencia.

Considerese un inversor con control por anchura múltiple "multiple pulse-width" fig. 34. Tal método de control consiste en manejar apropiadamente la anchura de los pulsos mediante el disparo de los SCR's en cada semiciclo. Al disparar los SCR's 1 y 4 en un semiciclo dan lugar a corrientes en la carga de x a y , posteriormente se disparan los SCR's 3 y 2 para originar corrientes sobre la carga en sentidos opuestos. Para cada semiciclo los pares de SCR's se disparan de forma tal que producen anchuras de pulsos múltiples, lo cual a la vez producen en promedio una señal senoidal de corriente en la carga.

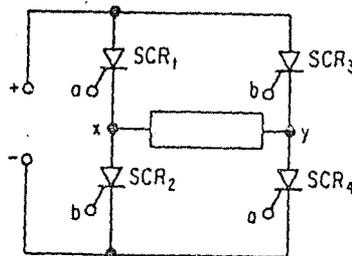
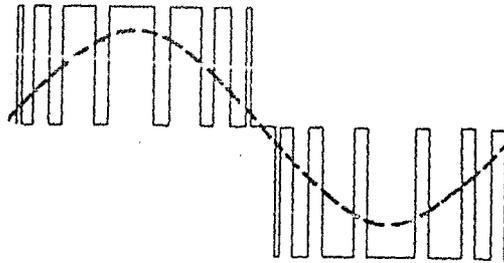


fig. 34

- Variación del número de polos..

Es posible diseñar los devanados del estator de un motor asincrónico de inducción, de tal forma que pueda variarse el número de polos por medio de conmutación manual o automática. Como se sabe, también deberá variar en la misma forma los polos en el devanado del rotor, para un motor con jaula de ardilla.

Para el caso de un motor síncrono, resulta impracticable el control de velocidad por variación de polos. El número de polos del estator y del rotor de estas máquinas se bobinan independientes. En estos motores, el número de polos del rotor de C.D. y el estator de C.A. deberían variarse simultáneamente, ello traería consigo anillos colectores adicionales y devanados de excitación complicados. Por lo que resulta impracticable el control por variación de polos en este tipo de motores.

- Control de motores por medio del deslizamiento.

Uno de los métodos para variar la velocidad de un motor asincrónico, es el deslizamiento. Este a su vez, puede controlarse mediante la inserción de una resistencia en el rotor para el caso de los motores de rotor bobinado, lo cual produce un incremento en el deslizamiento.

En párrafos anteriores se mencionó que el deslizamiento es taba dado por la ecuación (44)

$$S = (n_1 - n_2)/n_1$$

Otros métodos de control de velocidad mediante la varia - del deslizamiento son: la concatenación, el sistema Le blanc, el sistema de control de Kramer, etc.

1.8 Control de Motores de C.D. a lazo cerrado.

Los controles que usan un sistema de lazo cerrado se basan en el principio general de la retroalimentación. En ellos, un sensor de la señal de salida (señal que puede ser el número de revoluciones u otro parámetro proporcional a este) alimenta a un comparador que verifica el tamaño de la salida, respecto a una referencia fijada de antemano. El resultado de tal comparación es usado para modificar la operación de un elemento de control (usualmente en serie con el motor), que actúa directamente con el motor.

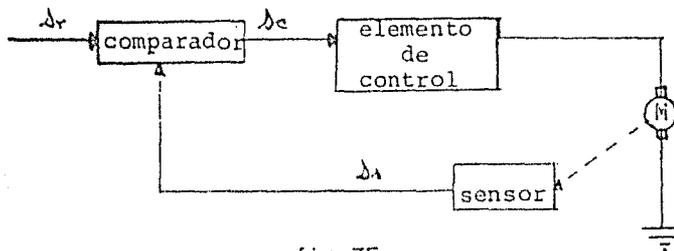


fig. 35

De acuerdo a la figura 35, la señal del sensor Δ_s entrega un valor proporcional al número de revoluciones por minuto. Dicha señal al ser comparada con una referencia Δ_r arbitraria, proporciona la señal que indica que tan alejada de la frecuencia de operación se encuentra funcionando el motor. Esta señal $\Delta_e = K(\Delta_r - \Delta_s)$ es producida por un sistema comparador cuya función de transferencia es la constante K . La señal así obtenida, en la mayoría de los casos, requiere un procesamiento adicional que le permita actuar directamente sobre el elemento de control. Las características de Δ_e dependen en buena medida del tipo de elemento de control que se emplee. Entre los diferentes elementos de control, son frecuentes los que usan: reostatos, "variacs" (transformadores variables), elementos semiconductores como los SCR, etc. Dependiendo del tipo de motor sobre el que actúan.

Los controles a lazo cerrado y los amplificadores retroalimentados, tienen gran semejanza. Para el caso de los controles de motores a lazo cerrado, la deducción de la función de transferencia es muy similar al amplificador realimentado.

Una representación a bloques, de un sistema de este tipo, se muestra a continuación.

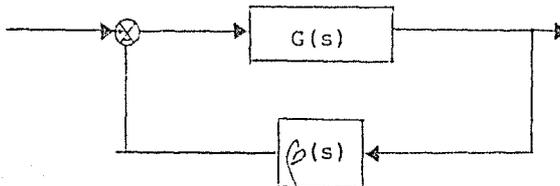


Fig. 36

$$G_f = G(s) / [1 + \beta(s)G(s)] \quad \dots (53)$$

A la ecuación (53) se le conoce como la función de transferencia a lazo cerrado, donde $s = j\omega$ es la frecuencia compleja. Al producto $\beta(s)G(s)$ se le conoce como función de transferencia a lazo abierto.

Observese además que si $|\beta(s)G(s)| \gg 1$ entonces la función de transferencia a lazo cerrado se transforma en: $G_f \approx 1/\beta(s)$

Si $|\beta(s)|$ es aproximadamente la unidad, cuando $|G(s)| \gg 1$, la función de transferencia a lazo cerrado es casi la unidad. Por tanto, un gran valor de la función de transferencia a lazo abierto, no implica necesariamente un gran valor de la función de transferencia a lazo cerrado.

La polaridad de la señal de retroalimentación, fig. 36, es tal que tiende a reducir la señal de error $E(s)$ del sistema. Si la señal de error fuese positiva, de tal manera que al sumarse con la señal de entrada $S(s)$, causaría un incremento en la señal de error $E(s)$, entonces se produce una inestabilidad en el sistema realimentado: puesto que la ganancia total del sistema tiende a crecer indefinidamente.

- Estabilidad.

La capacidad de un sistema para mantener una respuesta estacionaria es la estabilidad.

Considerese un sistema tal que su respuesta se aproxima mucho a la señal que lo estimula. Si la función de transferencia del sistema es $T(s)$, la señal de entrada $R(s)$ y la respuesta $Y(s)$, entonces el error se define como:

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

en términos de la transmitancia de error $T_e(s) = 1 - T(s)$, se tiene que:

$$E(s) = T_e(s)R(s)$$

El teorema del valor final ofrece un camino adecuado para el análisis del comportamiento de los sistemas en el estado estacionario. De aquí que es posible definir un "error de estado estacionario" para $E(s)$ como:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s)$$

Los valores del límite anterior, dependen del estímulo proporcionado a $T(s)$. Así, ante una entrada tipo escalón A/s (posición) el error en el estado estacionario es cero, si el sistema es de primer orden y $T_e(s)$ tiene un factor en s . De la misma forma para un sistema $T(s)$ de segundo orden y con un factor en s^2 de $T_e(s)$, el error en estado estacionario es cero cuando se excita con una señal tipo rampa A/s^2 (velocidad). En el apéndice B se hace un análisis de las afirmaciones anteriores.

- Historia breve del sistema de amarre por fase (PLL).

El receptor superheterodino estuvo de moda en los años treinta. Sin embargo, debido al gran número de etapas necesarias para la sintonización, este sistema se volvió obsoleto rápidamente; era necesario un dispositivo más simple.

Un equipo de científicos británicos, experimentaron un nuevo sistema el cual superó al superheterodino; éste recibió el nombre de homodino y posteriormente llamado sincrodino. En su inicio consistió de un oscilador local, un mezclador y un amplificador de audio. Cuando la señal de entrada y la del oscilador local se mezclaron en la misma fase y la misma frecuencia, la salida fue una representación exacta de audio de la señal transmitida. Se efectuaron pruebas con este dispositivo, pero la recepción sincrónica después de cierto tiempo se tornaba difícil debido a un ligero desvío en la frecuencia del oscilador local. Para compensar tal desviación, se comparó la frecuencia del oscilador local con la correspondiente de la señal de entrada usando un detector de fases; de tal manera que se generara un voltaje de corrección el cual fue retroalimentado al oscilador manteniéndolo sin corrimiento. Estos dispositivos evolucionaron hasta lo que actualmente se conoce como sistema de amarre por fase (PLL).

En la década de los cuarenta, el primer uso a gran escala del PLL fue en la sincronía del barrido horizontal y vertical de los receptores de televisión.

Actualmente tienen gran aplicación en comunicaciones vía satélite, demoduladores AM-FM, decodificadores FSK, control de velocidad de motores, sintetizadores de frecuencias, etc.

1.9 Componentes del sistema de amarre por fase (PLL)

El sistema de amarre por fase PLL es básicamente un dispositivo electrónico retroalimentado (fig.37), el cual consiste de las siguientes etapas:

- a) Detector de fases.
- b) Filtro pasa-bajos.
- c) Oscilador controlado por voltaje (OCV).

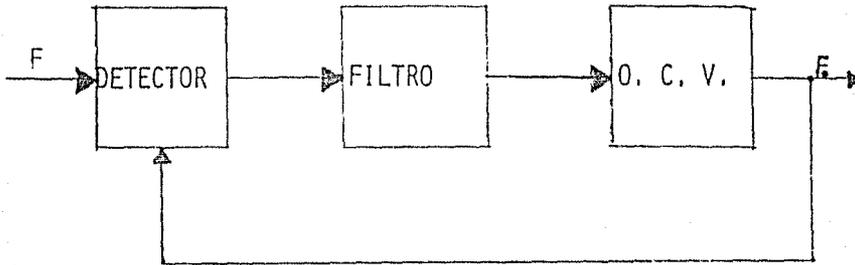


Fig. 37

- El detector de fases.

Este dispositivo, también se conoce como comparador de fase, genera un voltaje promedio de C.D. como respuesta proporcional a la diferencia de fase entre la señal de entrada al sistema PLL y la que proviene del oscilador controlado por voltaje OCV. El voltaje generado por el detector de fase, se le conoce como "voltaje de error" (V_ϕ) y al factor que relaciona la diferencia de fase ($\Delta\phi$) con este voltaje se le llama "ganancia de conversión del detector" (K_ϕ). La ecuación (54) representa la dependencia entre estas variables.

$$V_\phi = K_\phi \Delta\phi \quad \dots (54)$$

Existen diferentes tipos de detectores, la diferencia estriba principalmente en la forma en que procesan las señales, por lo que las componentes de cada uno de ellos es diferente. Así se tienen los detectores analógicos, digitales e híbridos. A continuación se describe en forma breve el principio de operación para cada caso.

- Analógicos.

En estos detectores, se recurre al proceso de multiplicación de dos señales; $S_i(t)$ y $S_o(t)$.

$$\begin{aligned} S_i(t) &= K_1 \text{sen}(W_i t + \phi_i) \\ S_o(t) &= K_2 \text{cos}(W_o t + \phi_o) \end{aligned} \quad \dots (55)$$

multiplicando ambas señales y aplicando una identidad trigonométrica.

$$S_i S_o = K_1 K_2 \text{sen}(W_i t + \phi_i) \text{cos}(W_o t + \phi_o) \quad \dots (56)$$

Eliminando términos de frecuencia alta por medio de un filtro, se obtiene:

$$S(t) = K \text{sen}[(W_i - W_o)t + (\phi_i - \phi_o)] \quad \dots (57)$$

y cuando las señales son de la misma frecuencia, $W_i = W_o$, la ecuación (57) se transforma en:

$$S(\phi_i, \phi_o) = K \text{sen}(\phi_i - \phi_o) \quad \dots (58)$$

y cuando

$$(\phi_i - \phi_o) = \Delta\phi \ll 1 \text{ rad.} \quad \dots (59)$$

por tanto

$$S(\phi_i, \phi_o) \approx K \Delta\phi$$

A continuación se presentan algunos circuitos típicos de detectores, generalmente lo constituye un arreglo de dos o cuatro diodos colocados en "puente" o medio puente, como se muestra en la figura (38).

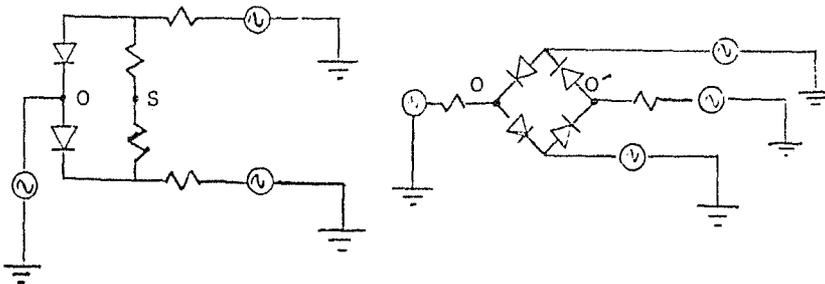


Fig. 38

Los detectores con diodos son válidos dentro de las hipótesis: diodos perfectos, generadores con resistencia interna cero, etc. Cuando tales suposiciones no son válidas, se usan otro tipo de detectores conocidos como multiplicadores analógicos. En la figura (39) se presenta a bloques un multiplicador.

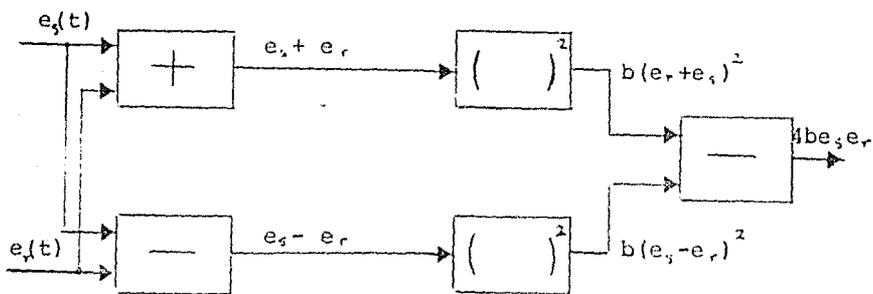


Fig. 39

- Digitales.

Las señales que son procesadas por este tipo de detectores casi siempre son del tipo lógicas (0 ò 1), por lo que se usan para esta tarea los multivibradores biestables (flip-flop), las compuertas OR-exclusivas, etc.

En la figura (40) se muestra el diagrama de tiempos para el caso de un detector con una compuerta OR-exclusiva, las señales están desfasadas una cantidad .

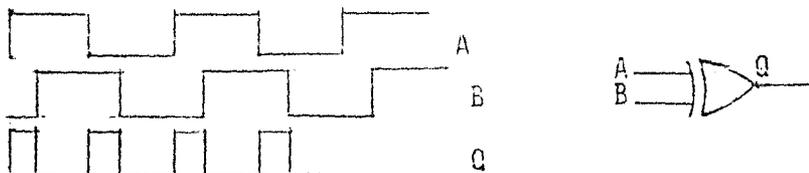


Fig. 40

La señal proporcionada por la salida Q de la compuerta, es procesada por un circuito integrador; por lo que el voltaje de C.D. dependerà de la diferencia de fase $\Delta\phi$ y del voltaje pico de la señal. Lo anterior nos lleva a caracterizar este tipo de detector como se muestra en la fig. (41). Además, estos dispositivos se usan cuando se tienen señales con un 50% de "duty cycle"; es decir, señales simétricas.

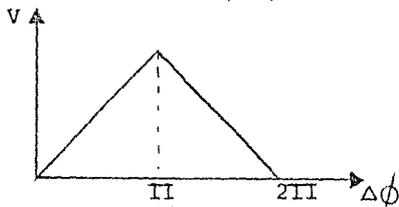


Fig. 41

El detector de la figura anterior es lineal, verificandose

la relación (54) para ambos segmentos de la gráfica.

Los detectores que usan flip-flop, son capaces de aceptar señales del tipo pulso (duty cycle menor que el 50%). Una gráfica voltaje de salida versus diferencia de fase, se muestra en la figura 42.

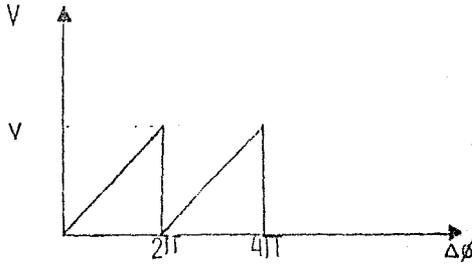


Fig. 42

Como se observa de la gráfica anterior, este tipo de detector tiene el doble de intervalo lineal que los del tipo OR-exclusivo lo cual se traduce, como se verá posteriormente, en un mejor funcionamiento del sistema PLL. Es posible usar estos detectores cuando las señales no son lógicas (0 ó 1); en éste caso, se lleva a cabo una conversión de la señal en cuestión a una del tipo lógico usando diversos métodos.

- Híbridos.

Un método común, de todos los existentes, para construir un detector de fase, es usar un interruptor electrónico sincronizado con la señal a comparar (fig.43)

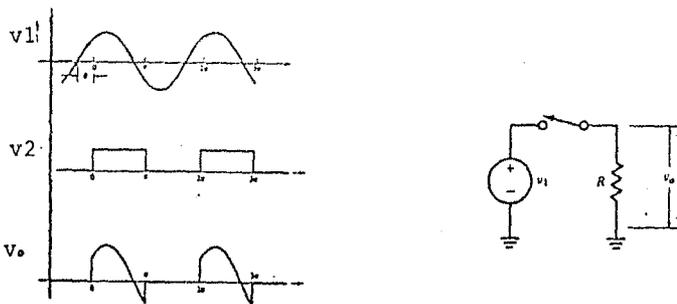


fig.43

La señal $V_1 = \text{Eisen}(Wt + \theta)$ es aplicada a la resistencia R , solo cuando S_2 esta cerrado. Cuando esto sucede, se introduce una señal V_2 positiva (fig. 43) con una amplitud mayor a la correspondiente de la señal V_1 y sincronizada con ésta; es decir, tienen la misma frecuencia. Sin embargo, pue-

de existir un corrimiento entre V_1 y V_2 , por tanto la señal de salida registra la diferencia de fase entre ellas. Si el corrimiento de fase es ϕ , el valor promedio de la salida V_o es:

$$V_o = (E_1 / \pi) \cos \phi \quad \dots (61)$$

- Filtro

Tal vez la componente más importante en el sistema PLL es el filtro, el cual se encuentra entre el detector de fase y el oscilador controlado por voltaje CCV. Este filtro pertenece a la familia de los pasa-bajos, y se encarga de suprimir ruido y componentes de señales de frecuencia alta provenientes del detector de fase. Además, provee a la etapa siguiente de un voltaje de C.D. y es un factor determinante en el funcionamiento dinámico del control a lazo cerrado. Como se analizó anteriormente, el sistema de amarre de fase a lazo cerrado (PLL) está formado por tres subsistemas, los cuales componen el lazo y son:

- i) Detector de fases.
- ii) Filtro pasa-bajos.
- iii) Oscilador controlado por voltaje.

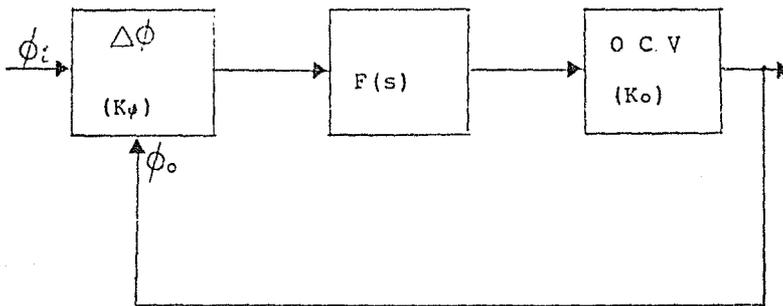


fig. 44

Cuando existe una diferencia de fase entre las señales que entran al detector se genera una señal proporcional a la diferencia de fase, es decir:

$$V_\phi = k_\phi \Delta \phi \quad \dots (62)$$

A su vez, esta señal entra al filtro pasa-bajos cuya

función de transferencia es $F(s)$, proporcionando un voltaje dado como:

$$V_f(s) = V_f F(s) \quad \dots (63)$$

Este voltaje controla la frecuencia de oscilación del OCV, de tal manera que varía su frecuencia W de su frecuencia central W_{fr} , según la siguiente ecuación:

$$\Delta W(s) = K_o V_f(s) \quad \dots (64)$$

Los cambios de fase con el tiempo corresponden a la frecuencia es decir:

$$W = d\phi/dt \quad \dots (65)$$

por lo que se sustituye (65), después de aplicar la transformada de Laplace, en la ecuación (64).

$$\mathcal{L} \left(d\phi/dt \right) = K_o V_f(s) \quad \dots (66)$$

la cual se transforma en

$$\phi_o = K_o V_f(s) / s \quad \dots (67)$$

Combinando las ecuaciones anteriores, se obtiene la función de transferencia para la fase $T(s)$, dada como:

$$T(s) = \phi_o(s) / \phi_i(s) = K_o K_\phi F(s) / [s + K_o K_\phi F(s)] \quad \dots (68)$$

Como se observa de la ecuación anterior, $T(s)$ depende de la función de transferencia del filtro pasa-bajos $F(s)$. Además, $F(s)$ debe ser tal que al sustituirse en $T(s)$, transforme al sistema en un sistema de segundo orden. En el apéndice B se discute con más detalle tal afirmación.

- El oscilador controlado por voltaje.

Este dispositivo produce una señal periódica de frecuencia W cuando se le excita con un voltaje V_c , produciendo una respuesta lineal en un intervalo.

$$W = K_o V_c + W_{fr} \quad \dots (69)$$

K_o = sensibilidad del OCV

V_c = voltaje de control

Cuando el voltaje de control es cero, el OCV produce una señal cuya frecuencia W_{fr} es conocida como frecuencia central. Tal frecuencia debe ser constante ante cambios de cualquier parámetro del OCV. Algunas veces, cuando se desea una gran estabilidad, se utiliza un oscilador con cristal de cuarzo. (VCXO)

La sensibilidad debe ser grande, tal afirmación es de gran importancia ya que de ésta dependerá el funcionamiento del OCV ante pequeños voltajes de control. En algunas aplicaciones es aceptable variaciones en la linealidad hasta del 10% (ver referencia); es decir, la ecuación (62) no se cumple estrictamente.

Los elementos que constituyen un OCV, dependen totalmente de la frecuencia a la cual se quiere que funcione el dispositivo; así por ejemplo, las componentes para una frecuencia de 10 KHz. no son las mismas que las usadas para uno de 20 Mhz. Para frecuencia baja, un oscilador a estable se comporta como un OCV en buena medida; a esta frecuencia el voltaje de control lo proporciona una resistencia variable o un condensador variable, colocados en la malla de retroalimentación.

Para frecuencias arriba de 20 Mhz., se usan osciladores LC donde el valor de uno de sus elementos es controlado por una señal externa. Un ejemplo de éstos son los osciladores Hartley y Clapp, donde se usa la capacitancia que existe en la unión de los semiconductores de un transistor, o también se usa un varicap.

1.10 Amarre y Captura del sistema PLL.

A continuación se discuten algunas características del sistema de amarre por fase PLL, para ello considerese el diagrama a bloques siguiente:

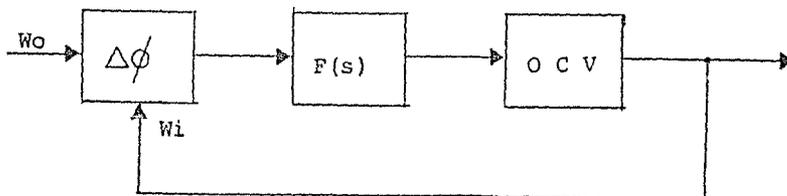


fig.45

Considerese el caso en que $W_i \neq W_o$. Para tales condiciones, el comparador de fase produce la suma y diferencia de

de las frecuencias de las señales provenientes del OCV y de la entrada. Tales frecuencias pueden caer fuera de la frecuencia de corte del filtro pasa-bajos, por lo que no se transmite información dentro del lazo cerrado; en consecuencia, el OCV oscilará en su frecuencia central ω_{fr} . Cuando la frecuencia ω_o de la señal de entrada es cercana a la del OCV

ω_i , la señal correspondiente a la diferencia de frecuencias $\omega_o - \omega_i$, será procesada por el filtro pasa-bajos el cual proveerá al OCV de un voltaje de C.D., de tal manera que la frecuencia del OCV disminuye, por lo que cada vez estará más cerca de la frecuencia de la señal de entrada (retroalimentación negativa).

Con el mecanismo anterior en mente, se define el "rango de captura": como el intervalo de frecuencias alrededor de la frecuencia central del OCV ω_{fr} , sobre el cual el lazo puede adquirir amarre con la señal de entrada. Además este "rango de captura", depende de la frecuencia de corte del filtro pasa-bajos y de la ganancia a lazo cerrado del sistema.

Otro término usado en estos sistemas es el "rango de amarre", el cual es definido como el intervalo de frecuencias alrededor de la frecuencia central del OCV y sobre el cual el lazo se mantiene amarrado a la señal de entrada, después de que se logró el amarre.

Cuando el lazo está en amarre, la diferencia de fase proporciona a la salida del detector de fase, un voltaje de C.D. el cual no es obstruido por el filtro pasa-bajos. Entonces el "rango de amarre" está limitado solamente por el error, proporcionado por el detector de fase y el intervalo de frecuencias del OCV. Por tanto el "rango de amarre" es esencialmente un voltaje de C.D. y no le afecta la frecuencia de corte del filtro pasa-bajos.

El tiempo total que tarda el PLL en llegar al amarre, es conocido como "pull in time". Este tiempo depende de la frecuencia inicial de las señales, de la diferencia de fase, de la ganancia del lazo cerrado y del ancho de banda del filtro pasa-bajos.

En términos de la ganancia del sistema PLL, el "rango de amarre" es numéricamente igual a la ganancia, en C.D., del lazo.

$$\omega_L = K\phi K_o A \quad \dots (70)$$

donde A es la ganancia de un amplificador a veces necesario entre el filtro y el oscilador (OCV).

El "rango de captura", por ser un fenómeno de transición, no se determina exactamente como en el caso del "rango de amarre"; pero se puede hacer una estimación, dada como sigue:

$$\omega_c \cong 2K \cdot |F(j\omega_c)| \quad \dots (71)$$

donde $|F(j\omega_c)|$ es la amplitud de la respuesta del filtro cuando

$$W = W_c$$

El sistema PLL tiene una gran inmunidad al ruido. A continuación se analiza tal afirmación.

Supongase que se tiene una señal de mando $V_i(t)$ cuya frecuencia W_i esta cerca de la frecuencia libre "free running" del sistema. Otra señal $V_k(t)$ de cualquier frecuencia W_k entra junto con la señal de mando al detector de fases, en términos algebraicos se tiene:

$$V_i(t) + V_k(t) = V_i \sin(W_i t + \theta_i) + V_k \sin(W_k t + \theta_k) \quad \dots (72)$$

Ahora, una componente de Fourier de la señal cuadrada de frecuencia W_o proveniente del OCV es:

$$\{4/[\pi(2n+1)]\} \sin[(2n+1)W_o t] \quad \dots (73)$$

mutiplicando las ecuaciones (72), (73) y usando algunas relaciones trigonométricas se obtiene:

$$\begin{aligned} & 2Ad \left\{ \sum_n [V_i/2n+1] \cos[(2n+1)(W_o - W_i)t - \theta_i] + \right. \\ & \quad - \sum_n [V_i/2n+1] \cos[(2n+1)(W_o + W_i)t + \theta_i] + \\ & \quad + \sum_n [V_k/2n+1] \cos[(2n+1)(W_o - W_k)t - \theta_k] + \\ & \quad \left. - \sum_n [V_k/2n+1] \cos[(2n+1)(W_o + W_k)t + \theta_k] \right\} \quad \dots (74) \end{aligned}$$

Supongase que por el momento $V_k = 0$. Si W_i esta cerca de W_o entonces, el primer término $n=0$ de la ecuación (74) es el que tendrá la frecuencia baja; por tanto, este pasa a través del filtro pasa-bajos, de tal forma que provee al OCV de un voltaje cada vez más pequeño (debido a la retroalimentación negativa). Después de varios ciclos dentro del sistema, se lleva a cabo el amarre ($W_i = W_o$), por lo que el primer término de la expresión (74) es:

$$\{2Ad/\pi\} V_i \cos \theta_i \quad \dots (75)$$

La ecuación (75) representa un voltaje de C.D. el cual se encarga de mantener al OCV en la frecuencia.

Si $n \neq 0$ el sistema PLL puede amarrar en los múltiplos impares de la frecuencia W_o ; $W_i = (2n+1)W_o$, por lo que la expresión tendrá solo el término (después del filtro).

$$\{2Ad/[\pi(2n+1)]\} V_i \cos \theta_i \quad \dots (76)$$

El valor del término (76) disminuye cuando n crece, lo que explica el hecho de que el "rango de amarre" disminuya para altas frecuencias.

Cuando $V_k \neq 0$, el tercer término de la ecuación (74) re-

presenta una señal con una frecuencia ($\omega_0 - \omega_k$). Si $\omega_0 \approx \omega_k$ entonces puede interferir en el proceso de amarre. Cuando $\omega_0 = \omega_k$ y es baja, ϕ_i debe cambiar para compensar esta componente. En otras palabras, alguna señal adicional a la de mando causará al sistema una variación en su fase. Cuando el voltaje no puede ser compensado, el PLL perderá el amarre.

El cuarto término para cuando $V_k \neq 0$, $\omega_k \approx \omega_0$ será filtrado y atenuado por el filtro pasa-bajos.

En la gráfica de la figura 46, se analiza el caso $n = 0$ y $V_k = 0$ (no existe ruido entrando al sistema). La señal de entrada al sistema es senoidal y se varia lentamente sobre un intervalo de frecuencias.

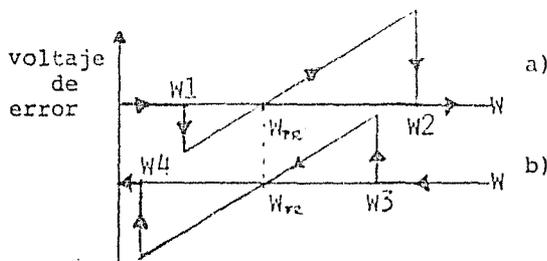


fig.46

En la figura(46a), el sistema PLL no responde a la señal de entrada sino hasta una frecuencia $W1$; por lo que el sistema amarra lentamente la señal de entrada, produciendo instantáneamente un voltaje de error negativo. Después, este voltaje varia cuando también lo hace la frecuencia, hasta que se alcanza la frecuencia central W_{rc} . Todo lo anterior sucede cuando el sistema se encuentra en amarre. Este proceso continúa hasta alcanzar la frecuencia $W2$ y es en ésta donde el sistema PLL pierde el amarre, llegando a cero el voltaje de error.

Si se decide regresar a la frecuencia de la señal de entrada (fig.46b), se puede pensar ingenuamente que se repetirá exactamente el proceso anterior pero no es así. Cuando se decrementa la frecuencia, el sistema recaptura la señal hasta $W3$ y la mantiene en amarre hasta que la pierde en $W4$.

Como se observa de la fig. 46, el rango de captura W_c es: $2W_c = W3 - W1$ y el rango de amarre W_L : $2W_L = W2 - W4$

Por último, se sabe que los rangos dependen totalmente de la linealidad del OCV, por lo que respecta a esta tarea específica, será necesario que tal dispositivo tenga una linealidad adecuada.

CAPITULO 2 DISEÑO DEL SISTEMA.

Se presenta el procedimiento y los resultados obtenidos de la evaluación del motor a controlar. También, en base a la teoría expuesta en el primer capítulo y los resultados de la evaluación del motor, se diseña el sistema controlador por amarre de fase (PLL).

Los grandes intereses hegemónicos de la potencia del norte, llevaron al país a un letargo tecnológico durante mucho tiempo. En el pasado fue fácil comprar tecnología en el extranjero; con ella funcionaban las fábricas y sus ramificaciones dando empleo a mucha gente. Llegó la época difícil, el país se endeudó exageradamente y ya no fue posible seguir comprando la tecnología con la cual funcionaban casi todos esos medios productivos. La crisis económica sigue en aumento a tal grado que algunas fábricas han quebrado; puesto que ya no es posible seguir importando equipo. Lo mismo sucede en la enseñanza en sus diferentes niveles, el problema también afecta a la investigación en sus diferentes aspectos. Los problemas generados por la crisis, se reflejan en la rama electromecánica, y principalmente en la instrumentación electrónica donde el equipo es importado en más de un 90%. Los sistemas de medición, los controladores, los transductores, etc; elementos vitales en los laboratorios de docencia e investigación han dejado de adquirirse por falta de recursos económicos al grado de poner en peligro sus labores.

Debido a los problemas mencionados anteriormente, es necesario desarrollar técnicas propias para no detener el trabajo en los diferentes sectores. En la enseñanza y en la investigación son muy importantes los sistemas controladores, puesto que de éstos dependen muchas otras actividades en los laboratorios. Existe una infinidad de sistemas de control los cuales se usan a nivel industrial, en la enseñanza y en la investigación; así se tienen los controles de temperatura, de luminosidad, posición, velocidad, etc. Además pueden ser automáticos, semiautomáticos o simples accionadores.

El control de motores siempre ha sido una necesidad en las diferentes áreas; dentro de ellas se puede mencionar una gran cantidad de aplicaciones de éstos dispositivos, cuya diferencia radica principalmente en la precisión con la que se lleva a cabo tal control. En la actualidad, los controles de velocidad de gran precisión son muy costosos; sin embargo son muy necesarios en los laboratorios y lo ideal es obtenerlos a un precio bajo.

En el capítulo anterior, se presentó un compendio de los diferentes métodos de control de motores de C.A. y C.D. su

diferencia radica, principalmente, en la precisión con la cual se lleva a cabo el control.

El objetivo de este trabajo es exponer una solución al problema del control de velocidad de un motor de C.D., cuyas variaciones no excedan el 0.01%, además la rapidez de giro se debe controlar por lo menos en un orden de magnitud. Para tal objetivo, destacan los controles de lazo cerrado debido a que con ellos se obtiene un control más preciso que usando los de lazo abierto. La solución del problema así planteado, puede lograrse con un sistema de retroalimentación por amarre de fase (PLL), puesto que éste presenta ciertas ventajas como se verá a lo largo de este capítulo. En el control de velocidad efectuado por dispositivos convencionales, se reportan regulaciones de 1.0% hasta 0.1%, mientras que con el sistema PLL se han obtenido cambios de solo 0.002% mantenidos ante tiempo y temperatura. Este tipo de controles se usan en donde se necesita una gran precisión en el control de la velocidad de rotación.

Los motores de C.D. son ampliamente usados en instrumentación debido a su versatilidad para controlar su velocidad. Como se vió en el capítulo primero, el motor de C.D. de imán permanente posee una gran torca de arranque, consume poca potencia, es de tamaño pequeño y de bajo costo. Por tales razones es el de más uso y se encuentra en casi todo el mercado. Además existe la posibilidad, bajo ciertas condiciones, de emplear los motores de este tipo utilizados en algunos aparatos electrónicos de uso común. Para los fines de este trabajo será utilizado un motor de C.D. con campos de imán permanente, 12 volts- 100 mA en máximo funcionamiento.

2.1 Analisis del sistema a controlar.

Las respuestas de un motor eléctrico corresponden principalmente a la velocidad de giro y a la torca del motor. Estas respuestas dependen en gran medida del voltaje aplicado, torca aplicada, tiempo, temperatura, etc. En este trabajo se eligió la frecuencia de giro como la variable a controlar.

Considere la frecuencia de giro (f) de la flecha del motor dependiente del voltaje aplicado (V), de la torca (τ) y del tiempo transcurrido (t) a partir del momento en que el motor empezó a funcionar. Aplicando el análisis y las relaciones anteriores, se tiene:

$$f = f(V, \tau, t) \quad \dots (77)$$

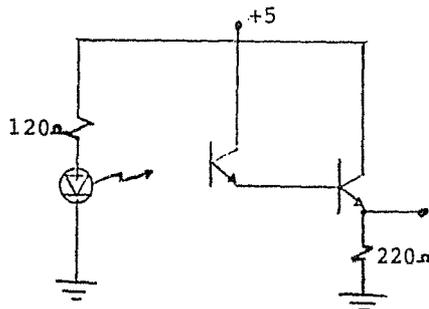
Como el motor funciona sin control alguno, cualquier cambio de las variables V , τ , t afectaran directamente la frecuencia de giro. Además, si el dispositivo se considera un sistema lineal entonces:

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)dV + \left(\frac{\partial f}{\partial \zeta}\right)d\zeta + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)dt \quad \dots (78)$$

$\zeta = \text{cte.}$	$V = \text{cte.}$	$V = \text{cte.}$
$t = \text{corto}$	$t = \text{corto}$	$\zeta = \text{cte}$

de donde se observa que es necesario conocer los coeficientes, para posteriormente llevar a cabo el control. Para tal fin se eligió el método gráfico, como una manera de conocer tal dependencia. A continuación se describe el método que se siguió para la obtención de las gráficas: f vs. v , f vs. t y f vs. ζ .

El primer comportamiento a obtener es el correspondiente a la función de transferencia frecuencia-voltaje. La respuesta del motor ante cambios de voltaje de alimentación se obtuvo midiendo los cambios de frecuencia de giro con respecto a la diferencia de potencial aplicada. El número de revoluciones por segundo se midieron usando un sensor de velocidad, el cual consistió de un disco ranurado y un acoplador óptico; de forma tal que por cada revolución de la flecha del motor el sensor proveía 12 pulsos de tipo lógico (0 ó 1) a un frecuencímetro marca HP mod. 5382 con precisión de ± 1 cuenta y resolución de 0.1 Hz. a 10 seg. de tiempo de muestreo. En la figura 47a se muestra detalladamente el sensor de frecuencia usado. Todo el proceso anterior, fue realizado manteniendo una torca aplicada constante (solo la correspondiente al disco ranurado). Los datos obtenidos y su gráfica se muestra en la figura 47b



a)

fig. 47

Posteriormente se obtuvo el comportamiento de la frecuencia de giro (f) ante la torca externa aplicada (ζ). Se proveyó de un voltaje fijo al motor por medio de una fuente HP mod 6205 B con regulación ante carga del 0.01% ,

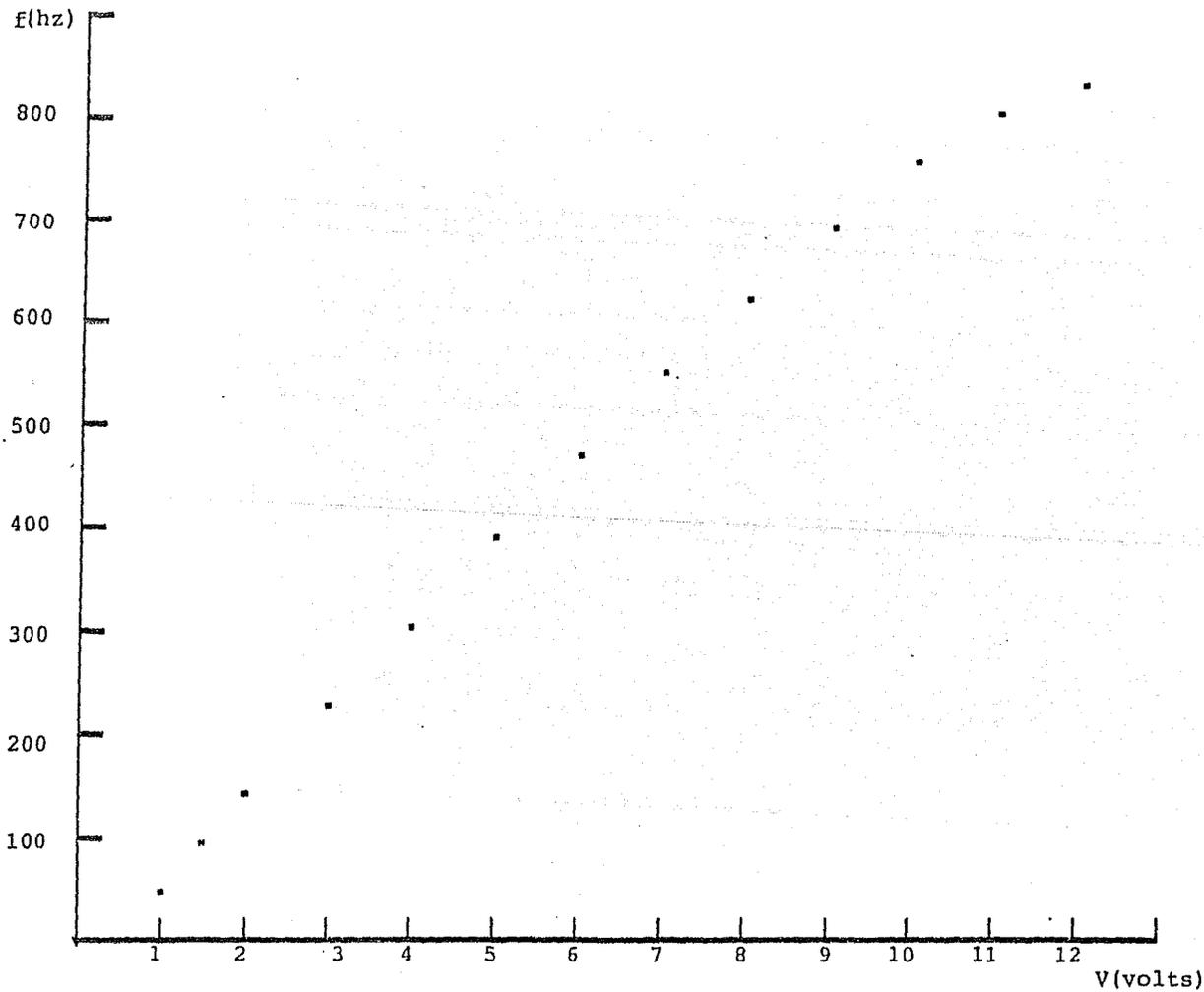
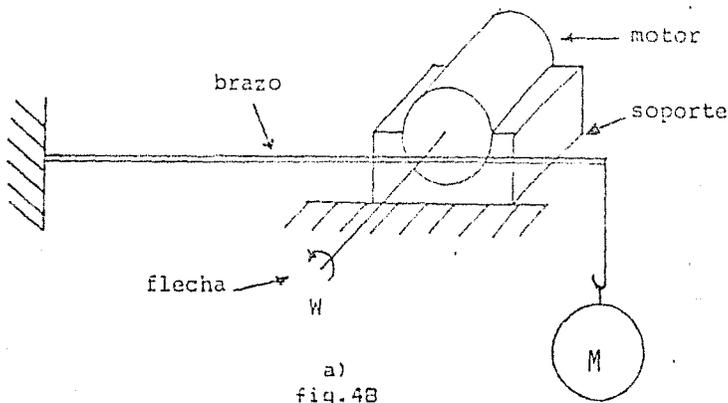


Fig. 47b

aplicandose varias torcas a la flecha del motor; usando el método del feno de Fronny, el cual consiste simplemente en aplicar la definición de torca (fig. 48a). Los datos obtenidos y la gráfica se muestran en la figura 48b.



De la misma manera para obtener el comportamiento del motor ante tiempo, se obtuvo la gráfica frecuencia contra tiempo. Para este objetivo se usó una graficadora MFE mod-815, sensibilidad 0.5 mv./cm., linealidad de 0.1% a escala completa y exactitud de $\pm 2.0\%$ a escala completa. Como éste dispositivo solo registra voltajes en su eje vertical, se diseñó una etapa de conversión frecuencia a voltaje para que se registrara la frecuencia.

El convertidor consistió principalmente de un monoestable y un circuito integrador (fig. 49a) el dispositivo fue lineal ($Y = 0.0034212X + 6.445 \times 10^{-11}$, con un coeficiente de correlación de 0.9998 y desviación estándar en la pendiente $\bar{\sigma}_m = 1.8 \times 10^{-4}$, lo que implica una variación del 0.55% respecto a su valor central) en el intervalo de frecuencias de 60 a 800 hz, los datos y la gráfica se muestran en la fig. 49b. Además se efectuó la corrección en el circuito integrador, debido a la impedancia de entrada de la graficadora ($Z_i = 50 \text{ K}\Omega$).

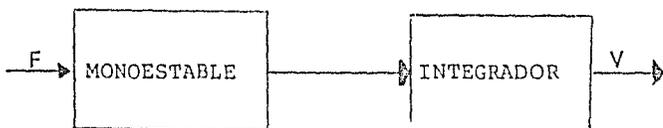


Fig. 49 a)

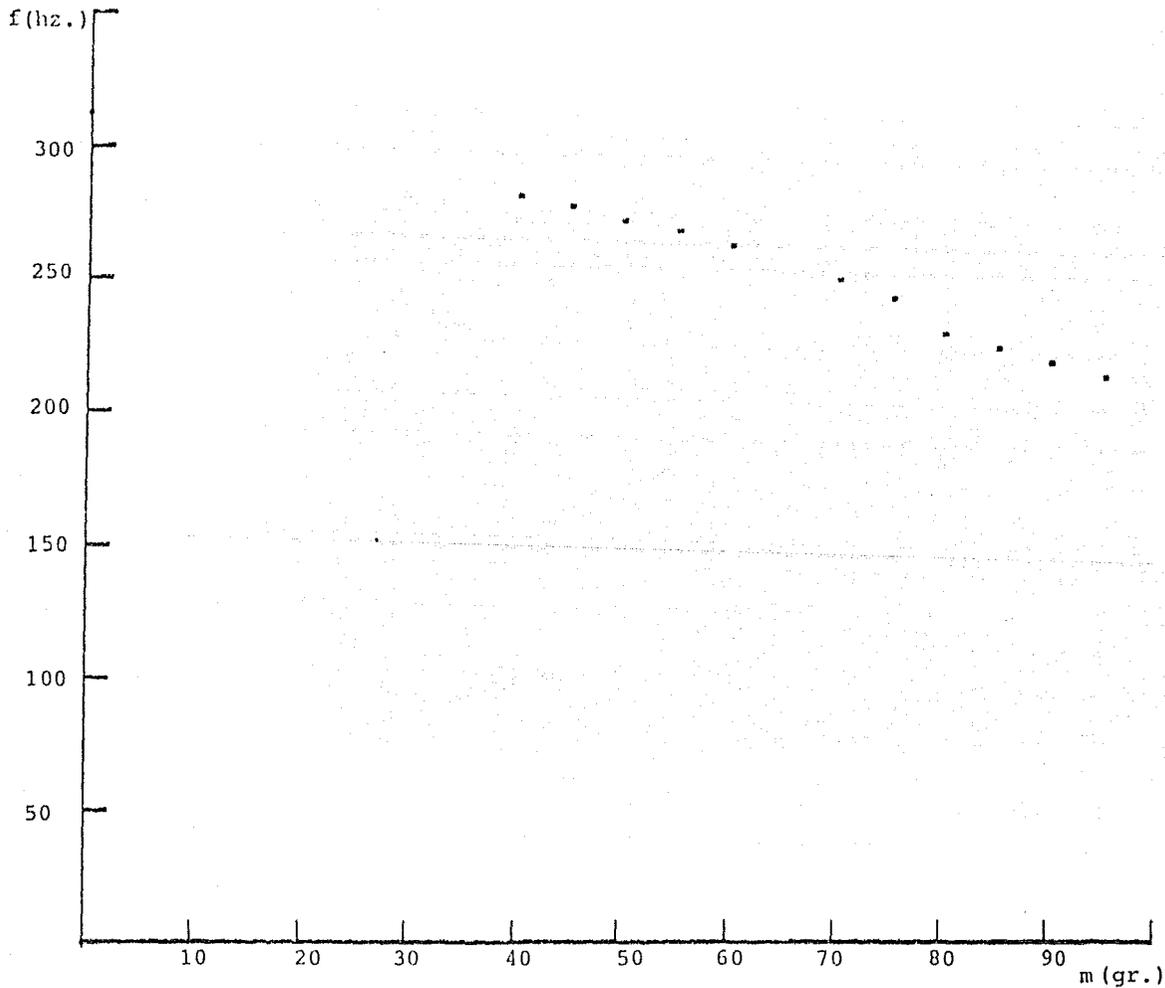


Fig. 48b

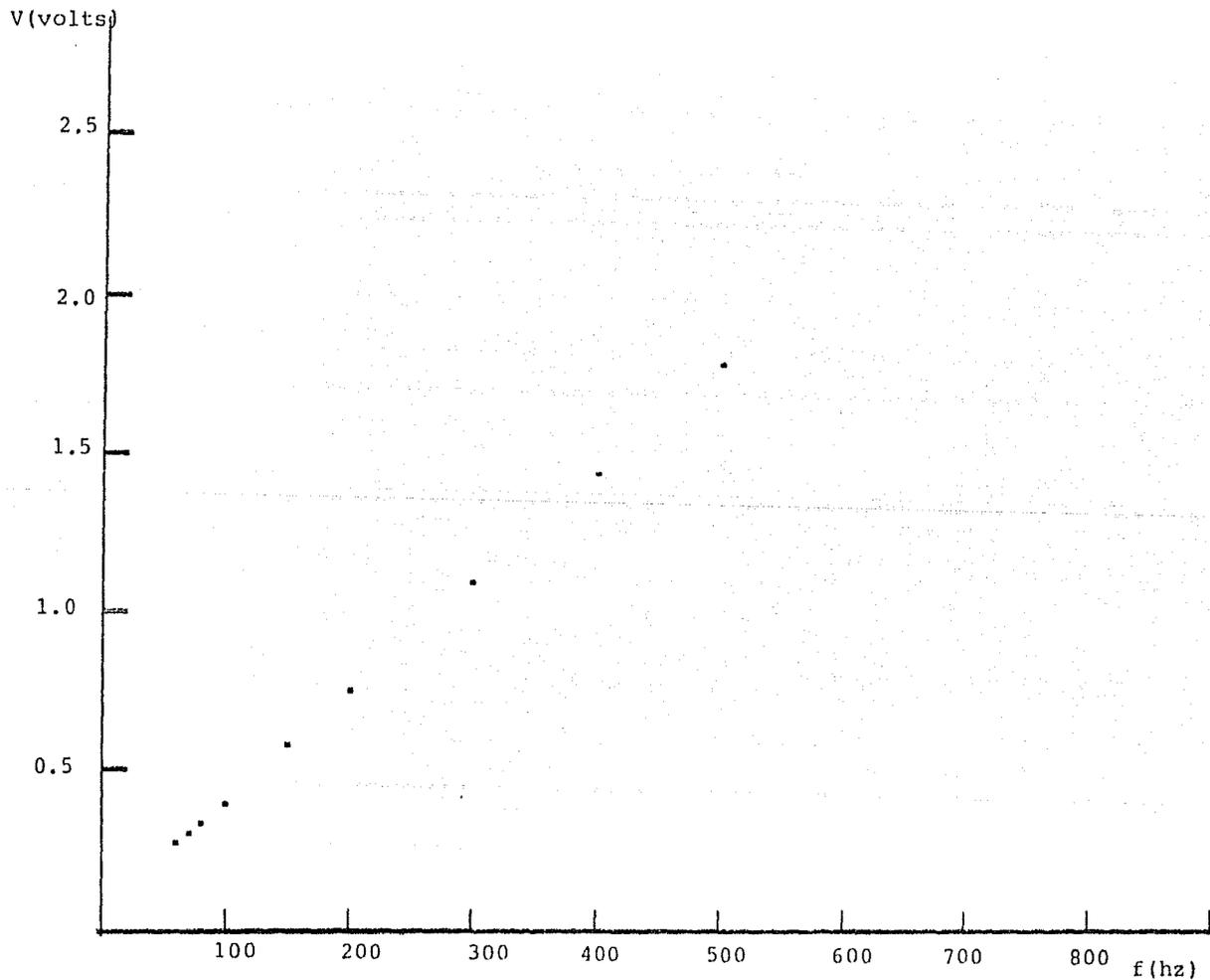


Fig. 49b

Una vez evaluado el convertidor voltaje a frecuencia, en el eje horizontal de la graficadora se colocó una base de tiempo MFE mod.7T; sensibilidad de 0.25 seg./cm. a 25 seg./cm., linealidad del 0.5% a escala completa a temperatura ambiente y precisión de 2% en todos los intervalos excepto en el de 25 seg./cm. La escala utilizada en las evaluaciones respecto al tiempo fué la de 25 seg./cm., cuya precisión es del 5%. En la fig.50 se muestra la gráfica de frecuencia de giro contra el tiempo transcurrido. La torca aplicada durante esta evaluación fué constante (solo la correspondiente al disco ranurado), así como el voltaje aplicado al motor.

Por otro lado, se observa de la gráfica frecuencia de giro vs. voltaje aplicado (fig.47b), que existe una región en la cual el comportamiento es lineal ($Y = 74.175X + 6.151$). Puesto que su coeficiente de correlación lineal es de 0.9957 y una desviación estandar $\sigma_m = 2.07$, lo que implica 2.7% de variación respecto al valor central de la pendiente en el intervalo de 50 a 800 hz. Por esta razón, y en base a la teoría expuesta anteriormente ec. (69), se supone que es el idoneo para llevar a cabo el control de su velocidad de giro.

Un análisis de la gráfica frecuencia vs. torca aplicada, demuestra una regulación muy pobre ante carga; puesto que se tienen cambios hasta del 32% de la frecuencia ante una carga de 95 gr. (ver fig. 48b).

De la misma manera en la gráfica frecuencia vs. tiempo (fig. 50), se observa que las variaciones de la velocidad (frecuencia) de giro respecto del tiempo son hasta del 22% .

Como el objetivo de este trabajo solo pretende controlar la velocidad de giro respecto del tiempo y no regular ante torca, no fué necesario cambiar de motor; puesto que el evaluado reunió las características requeridas.

2.2 Diseño del sistema de amarre por fase (PLL) para controlar motores de C.D. con campo de imanes permanentes.

En el primer capítulo se analizaron los fundamentos del sistema de amarre por fase (PLL), el cual consiste principalmente de las siguientes etapas:

- a) Oscilador controlado por voltaje
- b) Filtro pasa bajos.
- c) Detector de fases.

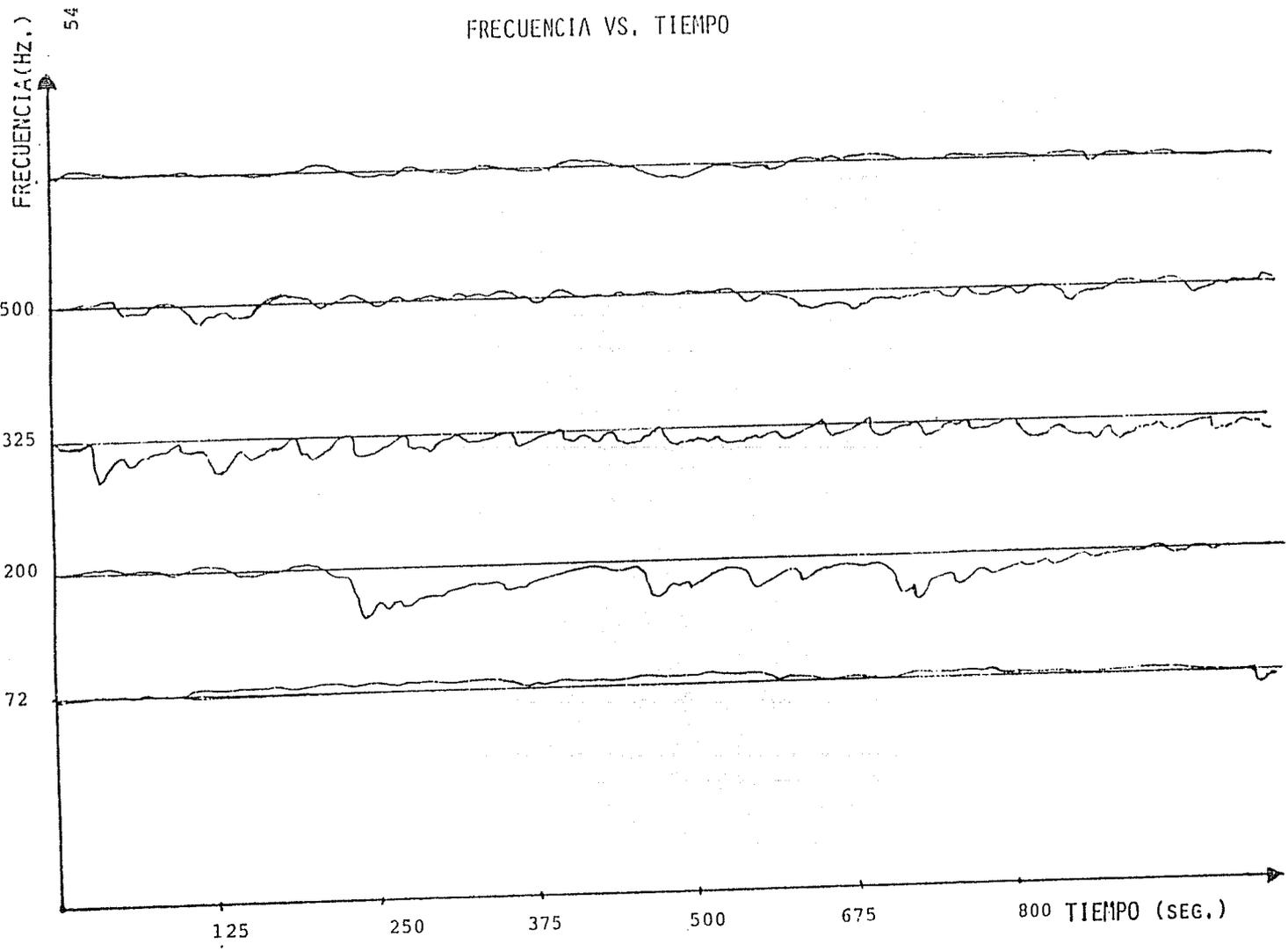


Fig. 50

Como se mencionò anteriormente, la gràfica frecuencia vs. voltaje del motor presenta una regiòn la cual se puede escribir como:

$$f = m(V - V_0) \quad \dots(79)$$

Tal ecuaciòn corresponde, como se viò en el capitulo 1, a la de un oscilador controlado por voltaje. Por tanto, el motor se comporta en un intervalo como un oscilador controlado por voltaje (OCV).

Sin embargo, el motor necesita cierta potencia para su funcionamiento; por lo que es necesario incorporar una etapa amplificadora (A). El amplificador usado se diseñò sabiendo que la seàal proveniente de la etapa anterior fuè del tipo lògico (0 ò 1). Por tal razòn se eligiò un amplificador con transistor a corte y saturaciòn. Es necesario mencionar que, cuando se introdujo el motor en el circuito controlador, se tuvo cuidado de que la fuerza contraelectromotriz del motor no afectara al sistema. Por este motivo se colocò en el colector del transistor un diodo inversamente polarizado; de otra forma el pulso negativo producido por el funcionamiento del motor afectaria destructivamente al transistor. Con el mismo propòsito, pero para el pulso positivo, se colocò un diodo inversamente polarizado en paralelo con el motor. El circuito amplificador se muestra en la figura 51.

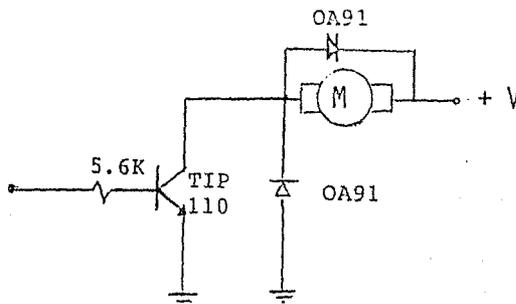


fig. 51

El sistema controlador se convierte en el siguiente diagrama a bloques.

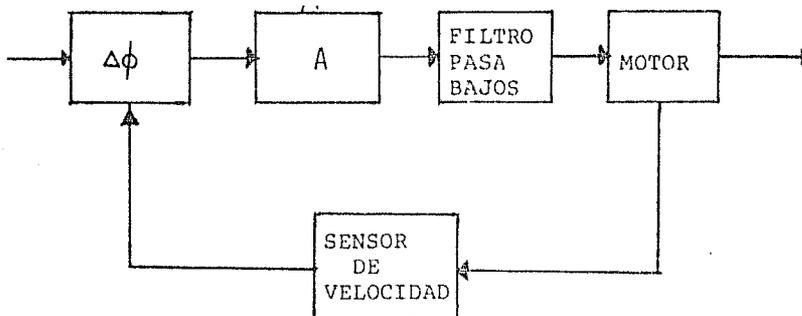


fig.52

Por otro lado, un motor de C.D. con campo de imán permanente tiene una función de transferencia (ver apéndice C).

$$\Theta(s)/E_a(s) = K/s[LaJs^2 + (La\xi + RaJ)s + Ra\xi + KK_b] \quad \dots (80)$$

La = inductancia del devanado del rotor

Ra = resistencia " "

ξ = coeficiente de fricción viscosa equivalente del motor+carga .

J = momento de inercia del motor + carga con referencia al eje del motor.

w = frecuencia del eje del motor

K_b = coeficiente de fuerza contraelectromotriz.

$E_a(s)$ = voltaje aplicado

Es posible determinar experimentalmente el valor de casi todas las constantes del motor con excepción de La y Ra ; puesto que para este tipo de motores, el contacto entre los conmutadores y las escobillas (capítulo 1) impide el conocimiento cuantitativo de tales parámetros. Aunque para determinar el coeficiente de fricción viscosa (ξ) requiere de una gran tarea, se supone conocido. En general La la inductancia del circuito es pequeña, por lo que se puede despreciar. Transformándose la ecuación (80) en:

$$\Theta(s)/E_a(s) = K_m/[s(T_m s + 1)] \quad \dots (81)$$

donde

$$K_m = K/(Ra\xi + KK_b)$$

$$T_m = RaJ/(Ra\xi + KK_b)$$

De las ecuaciones 80 y 81 se puede ver que las funciones de transferencia involucran el término $1/s$. Por tanto, el motor posee la propiedad de integrar. Además, cuando la cons-

tante de tiempo T_m es pequeña, el motor actúa como un integrador ideal. De aquí que el diagrama de bloques (fig.52) del sistema controlador se modifica como sigue:

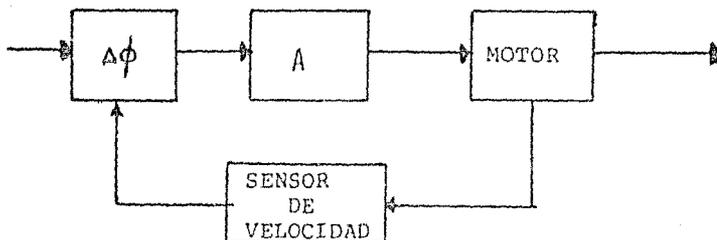


Fig. 53

En la figura 47a se muestra el sensor de velocidad usado también en el sistema controlador. Como se mencionó antes, por cada vuelta de la flecha del motor el sensor provee a la etapa posterior con 12 pulsos. Generalizando este hecho podemos afirmar lo siguiente:

$$\omega_n = d\theta_n/dt = n\omega_m \quad \dots (82)$$

Como se vió en el primer capítulo, la función de transferencia para un detector de fases es:

$$V_\phi = K_\phi \Delta\phi \quad \dots (83)$$

Experimentalmente se usó un detector de fases digital, éste consiste principalmente de multivibradores biestables (flip-flop), la elección de este tipo de detector se hizo en base a que tuvo una respuesta lineal ($Y = 0.599X + 8.64 \times 10^{-4}$) en el intervalo $0-2\pi$, con un coeficiente de correlación de 0.9998, una desviación estándar de la pendiente $\sigma_m = 3.488 \times 10^{-3}$ y por tanto una variación del 0.58% respecto del valor central de m . El circuito así construido, los datos obtenidos y la gráfica correspondiente se muestran en la fig.54a y 54b.

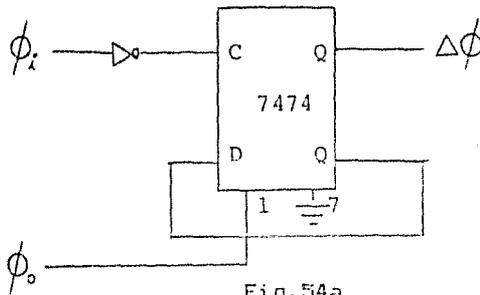


Fig. 54a

2.3 Descripción operativa del circuito final.

En el sistema de control se usaron dos fuentes de voltaje. La primera alimentó a los circuitos TTL y al sensor óptico de velocidad; tal fuente proporcionó 5 volts. fijos con capacidad de corriente de 0.5 A., con regulación ante carga de 0.5% del voltaje de salida y ante línea del 0.8% del voltaje de salida. Para este efecto se usó el regulador circuito integrado 7805 como dispositivo de regulación. La segunda fuente proporcionó potencia eléctrica al motor, el voltaje máximo proporcionado sin carga fué de 17 volts., con capacidad de corriente de 1 A. sin regulación de voltaje; ya que tal fuente fué utilizada para el motor como fuente de corriente. El diagrama detallado del circuito final se muestra a continuación (fig. 55).

Consideremos una señal S1 con una frecuencia dada entrando a la compuerta negadora del detector de fase (fig. 56), ésta es invertida y posteriormente entra al reloj (CK) del flip flop. La señal de reloj o pulso de reloj invertida (negada) activa al flip-flop con las transiciones negativas. Una señal S2 con la misma frecuencia pero con una diferencia de fase respecto a S1, se introduce por el borrador o "clear" (CLR) del flip flop. Como se observa en la región I de la salida Q del diagrama de tiempos de la fig. 56, cuando la señal S2 (CLR) está en el estado bajo e independientemente del reloj, el estado de la salida es cero. En la región II, la señal S2 ha pasado al estado uno lógico, el estado del reloj no ha cambiado, por lo que la salida Q se mantiene en el estado cero lógico. Al iniciar la región III conforme pasa el tiempo, la señal de reloj tiene una transición negativa la cual, produce un cambio del estado de la señal de salida Q siempre que se mantenga el CLR en el estado uno; por lo que se tiene ahora un estado uno en la salida Q (fig. 56) trans-

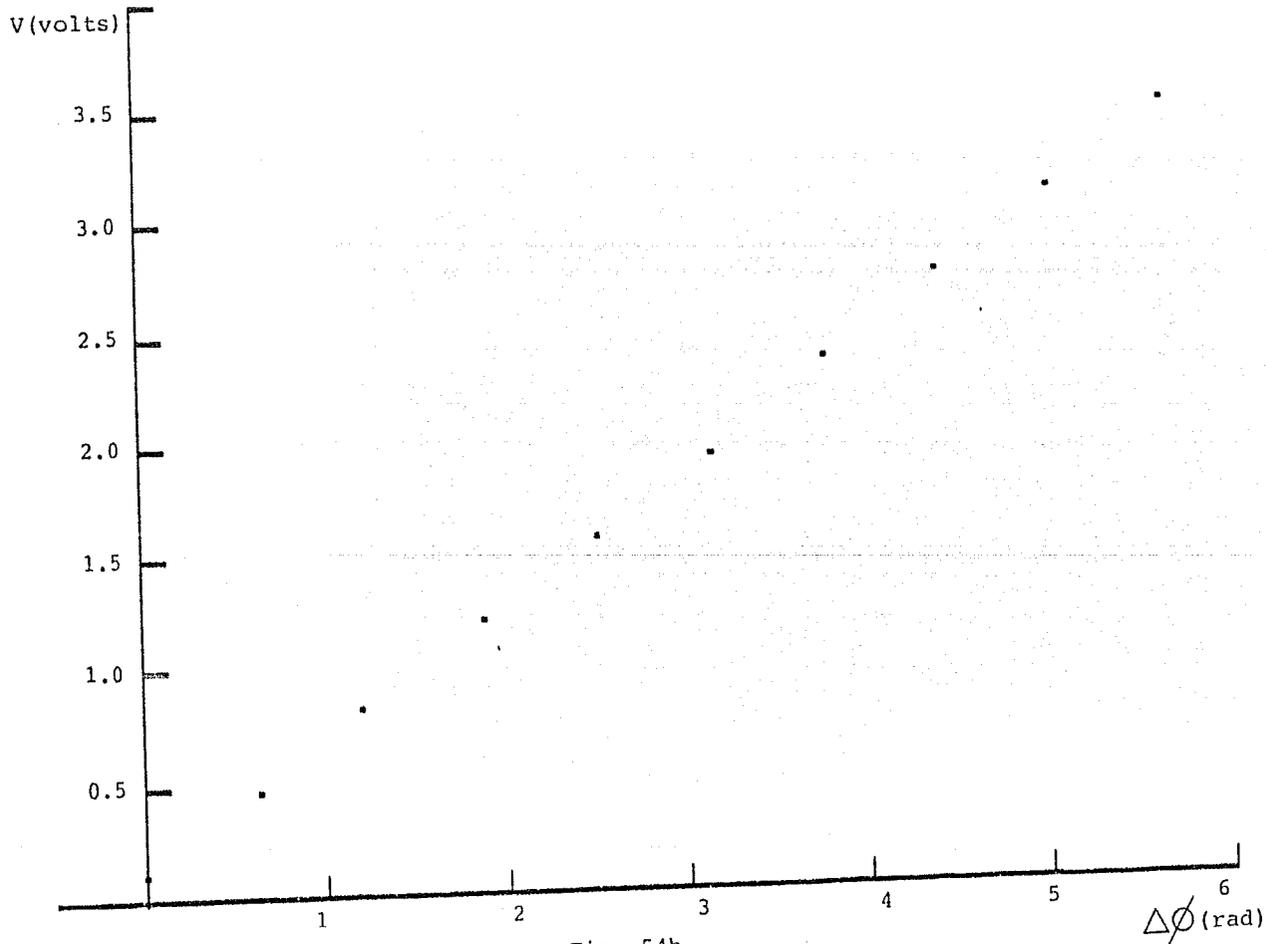


Fig. 54b

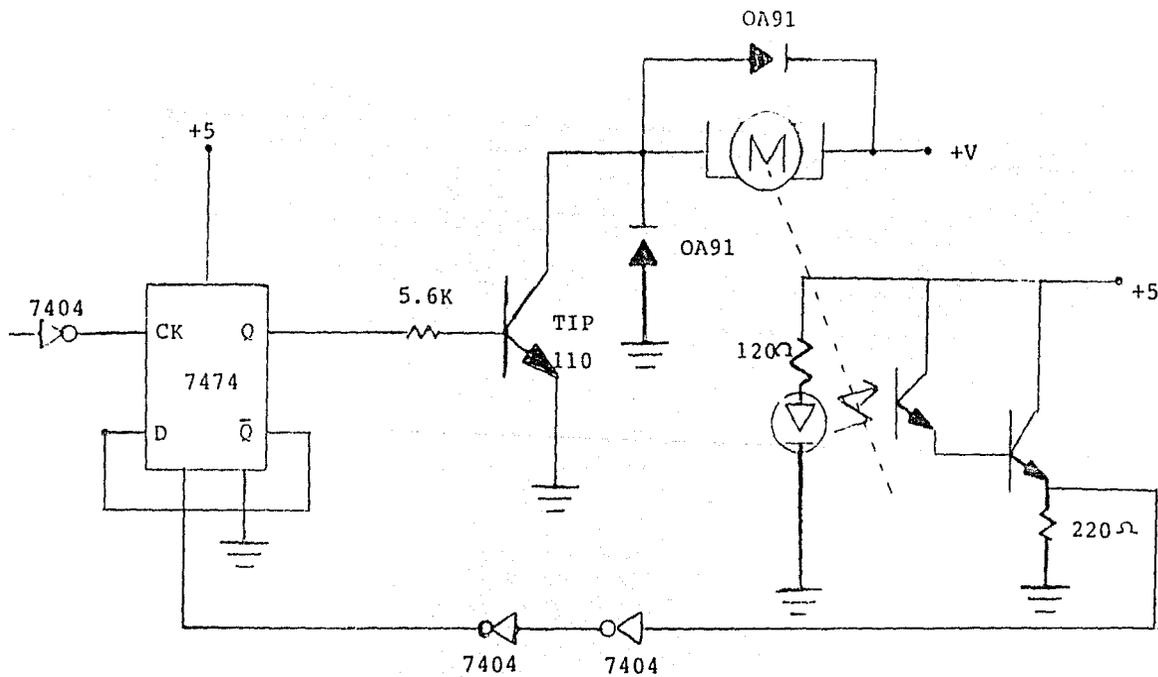


Fig. 55

Circuito final del sistema de amarre por fase, para el control del motor M.

curre el tiempo y en la región IV la señal S2 (CLR) pasa al estado cero, lo cual produce nuevamente un cambio a la salida Q ; pasando al estado cero. Tal estado de la salida Q no cambia sino hasta que el CLR esta en el estado uno y se produce la transición de la señal de reloj (región VII). De acuerdo al análisis expuesto anteriormente, la configuración del flip-flop y la compuerta negadora es capaz de registrar diferencias de fase.

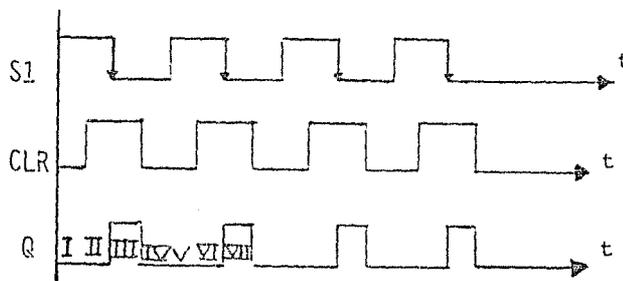


fig. 56

La etapa de salida del detector de fase, se acopla a un amplificador de potencia (fig. 51). Este consiste de un transistor en saturación y corte; tal configuración fué elegida debido a que se trabajó con señales lógicas, de tal manera que cualquier estado lógico recibido en la resistencia de base, se transfiere al motor, el cual aparece como carga en el transistor. En efecto, cuando aparece un estado alto (5 volts. aprox.) en la resistencia de base (R_b) del transistor, éste se polariza funcionando en saturación. El valor de la resistencia R_b fué calculado tomando en cuenta la impedancia de salida del flip-flop ($Z_o = 120 \Omega$) y la corriente de base ($I_b = 0.5 \text{ mA}$) necesaria para saturar el transistor darlington TIP 110 ($h_{fe} = 500$). El valor de R_b fué de $8.2 \text{ K}\Omega$, el cual concuerda con el criterio de la transferencia de voltaje entre el flip-flop y el transistor ($Z_o \ll R_b$).

Como se discutió en párrafos anteriores, el bobinado del motor al girar en un campo magnético genera una fuerza contraelectromotriz en sentido opuesto al voltaje aplicado. Tal voltaje inverso es producido como si el motor funcionara como generador, de tal manera que los pulsos (adquieren esta forma debido a los conmutadores del motor) pueden tomar grandes valores de voltaje pico, los cuales pueden averiar al transistor de potencia. Por esta razón se colocó un diodo de germanio DA91 (con un voltaje inverso de 90 volts.) en el colector del transistor de potencia. Este diodo es llamado "diodo de señal"; tal nomenclatura es debido a que estos dispositivos funcionan a frecuencias altas.

curre el tiempo y en la región IV la señal S2 (CLR) pasa al estado cero, lo cual produce nuevamente un cambio a la salida Q ; pasando al estado cero. Tal estado de la salida Q no cambia sino hasta que el CLR esta en el estado uno y se produce la transición de la señal de reloj (región VII). De acuerdo al análisis expuesto anteriormente, la configuración del flip-flop y la compuerta negadora es capaz de registrar diferencias de fase.

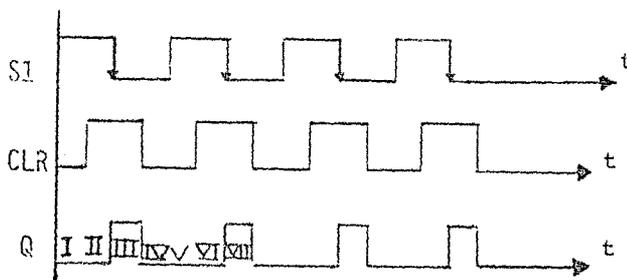


fig. 56

La etapa de salida del detector de fase, se acopla a un amplificador de potencia (fig. 51). Este consiste de un transistor en saturación y corte; tal configuración fué elegida debido a que se trabajó con señales lógicas, de tal manera que cualquier estado lógico recibido en la resistencia de base, se transfiere al motor, el cual aparece como carga en el transistor. En efecto, cuando aparece un estado alto (5 volts. aprox.) en la resistencia de base (R_b) del transistor, éste se polariza funcionando en saturación. El valor de la resistencia R_b fué calculado tomando en cuenta la impedancia de salida del flip-flop ($Z_o = 120 \Omega$) y la corriente de base ($I_b = 0.5 \text{ mA}$) necesaria para saturar el transistor darlington TIP 110 ($h_{fe} = 500$). El valor de R_b fué de $8.2 \text{ K}\Omega$, el cual concuerda con el criterio de la transferencia de voltaje entre el flip-flop y el transistor ($Z_o \ll R_b$).

Como se discutió en párrafos anteriores, el bobinado del motor al girar en un campo magnético genera una fuerza contraelectromotriz en sentido opuesto al voltaje aplicado. Tal voltaje inverso es producido como si el motor funcionara como generador, de tal manera que los pulsos (adquieren esta forma debido a los conmutadores del motor) pueden tomar grandes valores de voltaje pico, los cuales pueden averiar al transistor de potencia. Por esta razón se colocó un diodo de germanio OA91 (con un voltaje inverso de 90 volts.) en el colector del transistor de potencia. Este diodo es llamado "diodo de señal"; tal nomenclatura es debido a que estos dispositivos funcionan a frecuencias altas.

CAPITULO 3 Evaluación del sistema.

A continuación se exponen los resultados obtenidos al evaluar el sistema de control diseñado; considerando únicamente los parámetros más importantes. Dicha evaluación se realizó en el siguiente orden:

- a) Estabilidad contra tiempo.
- b) " " " carga (torca).
- c) " " " voltaje de línea.
- d) Intervalo de captura e intervalo de amarre del sistema.

3.1) ESTABILIDAD DE LA VELOCIDAD DE GIRO CONTRA TIEMPO.

Una vez que fué acoplado el sistema controlador sobre el motor, se procedió a medir los posibles cambios de la velocidad de giro en el tiempo. Para realizar tal tarea, se usó la grafica dora PLOTOMATIC MFE; con sensibilidad de 0.5 mV/cm., linealidad de 0.1% a escala completa y precisión de +2.0% a escala completa. En el eje vertical de la graficadora, se registraron varias frecuencias de giro del motor. Sin embargo para lograr tal objetivo, fué necesario usar un conversor de frecuencia a voltaje; ya que la graficadora registra voltajes y no frecuencias. El conversor usado, fué el mismo que se utilizó en evaluaciones anteriores (ver Cap. 2, fig. 49a y 49b). En el eje horizontal de la graficadora, se colocó una base de tiempo 7T (accesorio); con barridos de 0.25, 0.5, 1, 2.5, 5, 10 y 25seg./cm., precisión de + 2% a escala completa en todos los barridos excepto en el de 25 cm./seg., cuya precisión es de + 5% a escala completa. La linealidad de la base de tiempo fué de 0.5% a escala completa a temperatura ambiente. Este aparato se usó en la escala más lenta; es decir, en 25 cm./seg..

Posteriormente, se observó que a frecuencias de giro superiores a 740hz. el motor resonaba con gran amplitud con su soporte provocando una gran vibración. Por ésta razón, se eligió 720 hz. (en "amarre") como limite superior de frecuencia de trabajo. De la misma manera, el limite inferior se escogió como la frecuencia mínima a la cual el sistema PLL mantenía en "amarre" a la frecuencia de giro del motor; cuando se decrementaba la frecuencia de control, tal frecuencia fué 72 hz. Se eligieron cinco frecuencias dentro del intervalo (72hz., 720hz.) proporcionalmente espaciadas que fueron: 72hz., 200, 325, 500 y 720hz., para detectar los cambios de la frecuencia de giro con el tiempo. En la gráfica 57 se muestra el comportamiento del sistema controlado para tiempos de 16

min. aproximadamente.

Simultaneamente con la obtención de la gráfica 57, se midió la frecuencia de amarre con un frecuencímetro HP mod. 5382A con el fin de detectar, con más precisión, las posibles variaciones de la velocidad de giro en el tiempo, cuyas principales características son:

Intervalo de frecuencias medibles10hz.- 225Hz.

Impedancia de entrada1 Megahom.

Tiempo de muestreo 0.1 seg., 1.0 seg., 10 seg.

Presición10 hz. a 0.1 seg. de tiempo de muestreo
 1 hz. a 1.0 seg. " "
 0.1hz. a 10 seg. " "

Base de tiempo: interna envejecimiento < 0.3 ppm/mes

Como se observa de la gráfica 57, la frecuencia de giro debe quedar dentro del grueso de la línea dibujada por la plumilla de la graficadora. En cada caso, se tiene que el grosor de la plumilla es de 0.5mm. lo que implica una incertidumbre en los voltajes que recibe la graficadora de 2.5mv. (ya que 50mV. corresponden a 1cm.); lo cual a su vez origina incertidumbre en la frecuencia de $\delta f = 25mV.K = 0.725hz.$ ($K = \Delta f / \Delta V = 0.292hz./mV.$; donde K es el inverso de la pendiente de la recta del conversor frecuencia a voltaje) para todas las frecuencias dentro del intervalo mencionado. Así para $f=72hz.$ se tiene una precisión porcentual de $\delta f / f = 1\%$ aprox. y para el extremo superior $\delta f / f = 0.1\%$. Sin embargo, como las medidas fueron tomadas simultaneamente con el frecuencímetro HP, mencionado anteriormente, se tiene que la precisión de cada medida fue:

para $f = 72hz.$; precisión del aparato 0.1hz. para 10 seg. de tiempo de muestreo.

$$\delta f / f = 0.1/72, \text{ o sea precisión porcentual de } 0.1\%$$

para $f = 720hz.$; precisión del aparato 0.1hz. para 10 seg. de tiempo de muestreo.

$$\delta f / f = 0.1/720, \text{ o sea precisión porcentual del } 0.01\%$$

En conclusión se tienen los resultados siguientes:

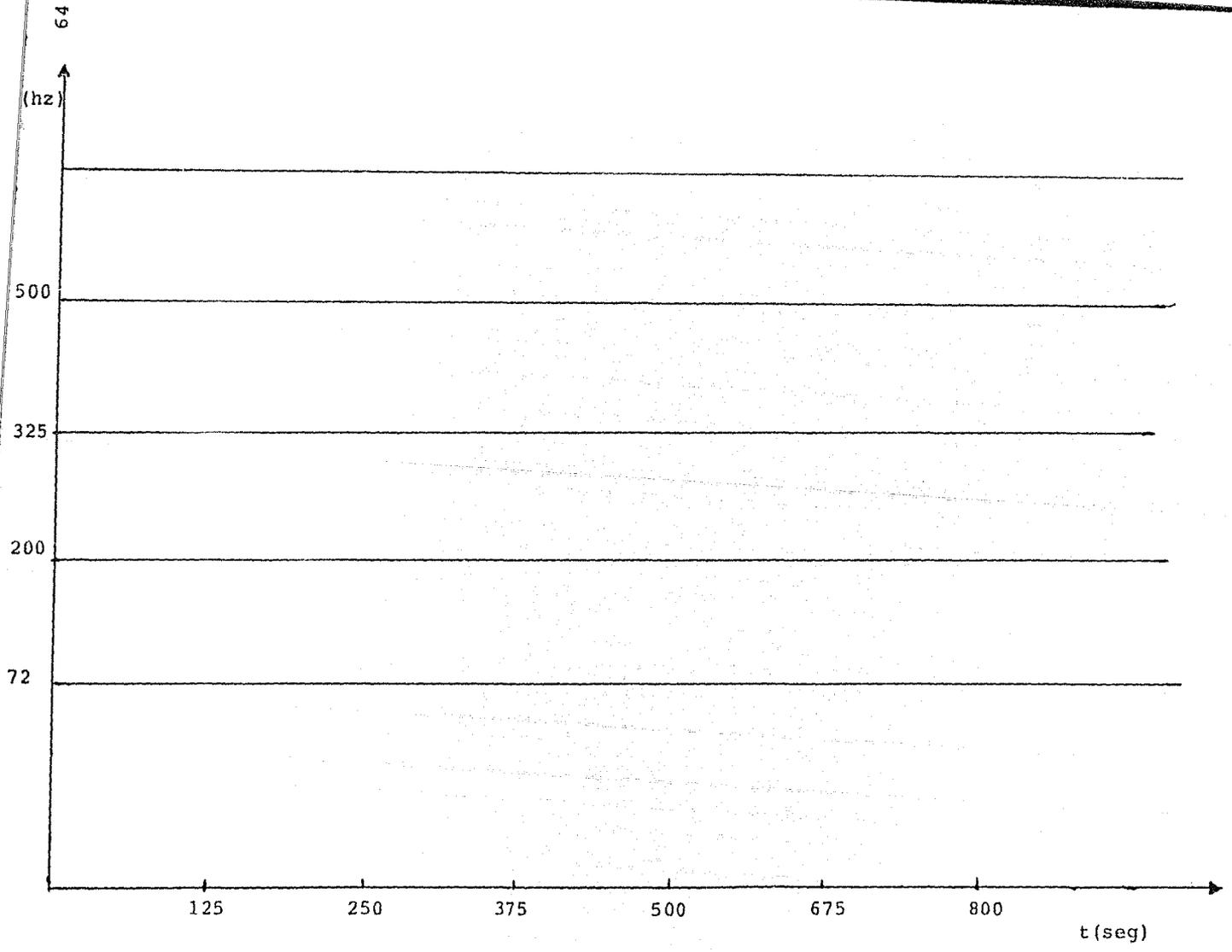


Fig. 57

$f = 72 \text{ hz.}$

Frecuencímetro HP		Graficadora MFE
Presición	0.1% *	1.0%

$f = 720 \text{ hz.}$

Frecuencímetro HP		Graficadora MFE
Presición	0.01% *	0.1%

* (medida efectuada con 10 seg. de muestreo)

Como se observa de la tabla anterior, los resultados más confiables son los obtenidos con el frecuencímetro HP. En efecto, debido a la naturaleza del sistema PLL, la frecuencia de giro del motor es exactamente un múltiplo entero de la frecuencia de la señal de mando.

La precisión con la cual se controla la velocidad de giro del motor, en este tipo de controles, es un "reflejo" de la precisión de la señal de control; ya que cualquier cambio en ésta, repercute linealmente en primera aproximación hacia el sistema controlador. En consecuencia el motor gira a la frecuencia indicada por la señal de mando. De aquí que la medida de la velocidad de giro pudo haberse obtenido con un equipo de mayor precisión que el frecuencímetro HP; en tal caso, la máxima precisión a obtener sería, como se mencionó antes, la correspondiente al aparato que provee la señal de mando.

3.2) ESTABILIDAD ANTE TORCA EXTERNA (CARGA).

En principio, el sistema de control no fuè diseñado para mantener la regulación contra carga; puesto que su desarrollo siempre estuvo encaminado a la regulación de la velocidad en el tiempo a carga constante. A pesar de esto, se evaluó el comportamiento del motor ante cambios en la carga (torca externa) cuando la velocidad era controlada por el sistema PLL. En la gráfica 58 se muestra tal comportamiento.

FRECUENCIA VS. TORCA

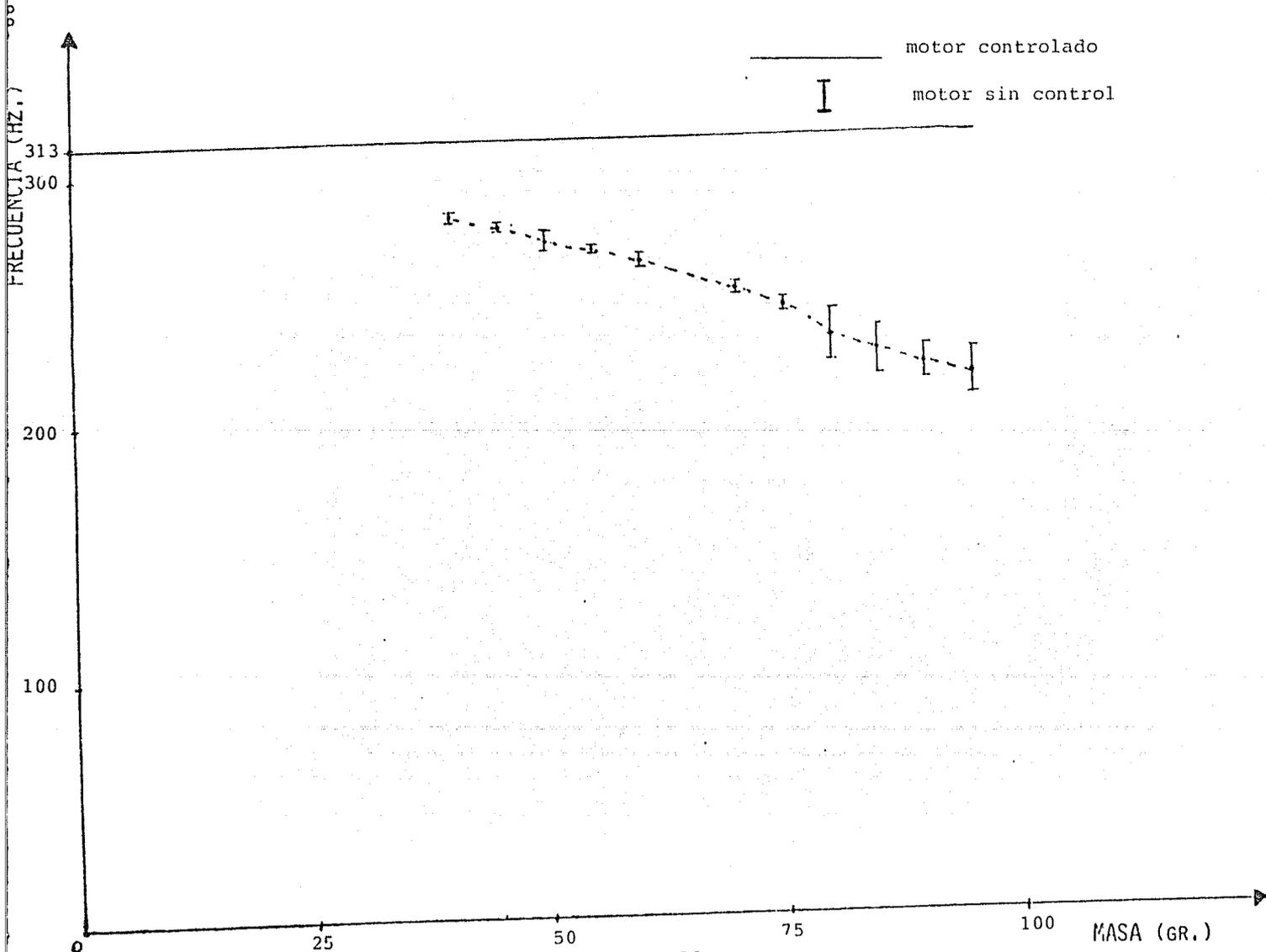


Fig.. 58

De la gráfica 58 se desprenden los siguientes resultados:

CARGA (Gr.)	F (Hz.)	FRECUENCIA DEL	
		MOTOR SIN CONTROL	MOTOR CONTROLADO
SIN CARGA		313	313
CON CARGA (95 gr.max.)		214	313
		32% de variación	0% de variación

Quando el sistema se encuentra en "amarre" de la fase y se aplica carga externa; el voltaje r.m.s. (V) de la señal aplicada al motor debe aumentar de tal manera que la frecuencia de giro continúe sin cambio. En efecto, según la ecuación (3B) para un motor de imanes permanentes, el voltaje y la torca aplicada al motor están relacionadas por:

$$T = [K' I_f V / R_a] - [(K' I_f)^2 W / R_a] ; K' = K_a K_f$$

como $I_f = \text{cte.}$ para este caso, se tiene que:

$$T = k_1 V - k_2 W ; k_1 = K' I_f / R_a ; k_2 = (K' I_f)^2 / R_a$$

es decir:

$$k_2 W = k_1 V - T \quad \dots (83)$$

Experimentalmente se observó que cuando se aumentaba la carga al motor el sistema, por la naturaleza de su diseño, aumentaba el desfase de las señales automáticamente. El hecho anterior está de acuerdo con la relación (83); por tanto se infiere que la carga máxima que soporta el motor con-

trolado, antes de que salga del intervalo de "captura", es función directa del voltaje suministrado por el detector de fases. Así, mientras mayor sea el intervalo de "captura" del detector el sistema tendrá una mejor regulación ante carga.

3.3) ESTABILIDAD ANTE VOLTAJE DE LINEA.

A continuación se muestran los resultados obtenidos al evaluar los cambios de la frecuencia de giro del motor, dentro del intervalo de amarre (lock), ante cambios del voltaje de alimentación de línea (120v, 60 hz.).

Una vez activado el sistema controlador (PLL), el motor giró libremente - free running- en la frecuencia de 311.6 + 2.0 hz.. Después se varió la frecuencia de la señal de mando alrededor de 311 hz., de tal manera que se verificó el amarre de la señal de mando con la del giro del motor. Una vez dentro del intervalo de amarre, se disminuyó la frecuencia de mando hasta $f_1 = 200\text{hz.}$

Con el sistema funcionando en la 200hz., se procedió a variar el voltaje de línea usando un variac (transformador variable) al que previamente se conectó el sistema. El voltaje se disminuyó lentamente hasta donde el sistema perdió el control del motor (amarre); girando en la frecuencia de "free running".

Posteriormente se ajustó el variac para que el sistema fuera alimentado por el voltaje nominal de línea. El motor continuó girando en la frecuencia de "free running", de tal manera que estaba preparado para la siguiente evaluación.

Del mismo modo que para f_1 , se varió la frecuencia de mando alrededor de 311hz., de tal forma que el sistema logró entrar al intervalo de amarre. Se disminuyó lentamente la frecuencia de mando hasta $f_2=275\text{hz.}$, igual que antes, se decrementó el voltaje de alimentación de línea hasta que el sistema perdió el control de giro del motor.

Los procedimientos anteriores se llevaron a cabo de la misma manera para diferentes frecuencias, dentro del intervalo de amarre (72, 720hz.). Los resultados obtenidos se ilustran en la gráfica de la fig. 59.

Como se observa de la gráfica, hasta 300hz. aprox., el sistema manifestó buena regulación ante voltaje de línea (120v, 60hz.); puesto que aceptó cambios máximos del 54.2% del voltaje nominal de línea. Esto no sucedió para frecuencias superiores a 300hz., donde cambios del 12.5% afectaron al sistema, lo cual originó la pérdida del control de giro del motor.

El problema anterior se solucionó incorporando una fuente de voltaje regulada para el motor (+V), cuyo circuito se muestra en la figura 60.

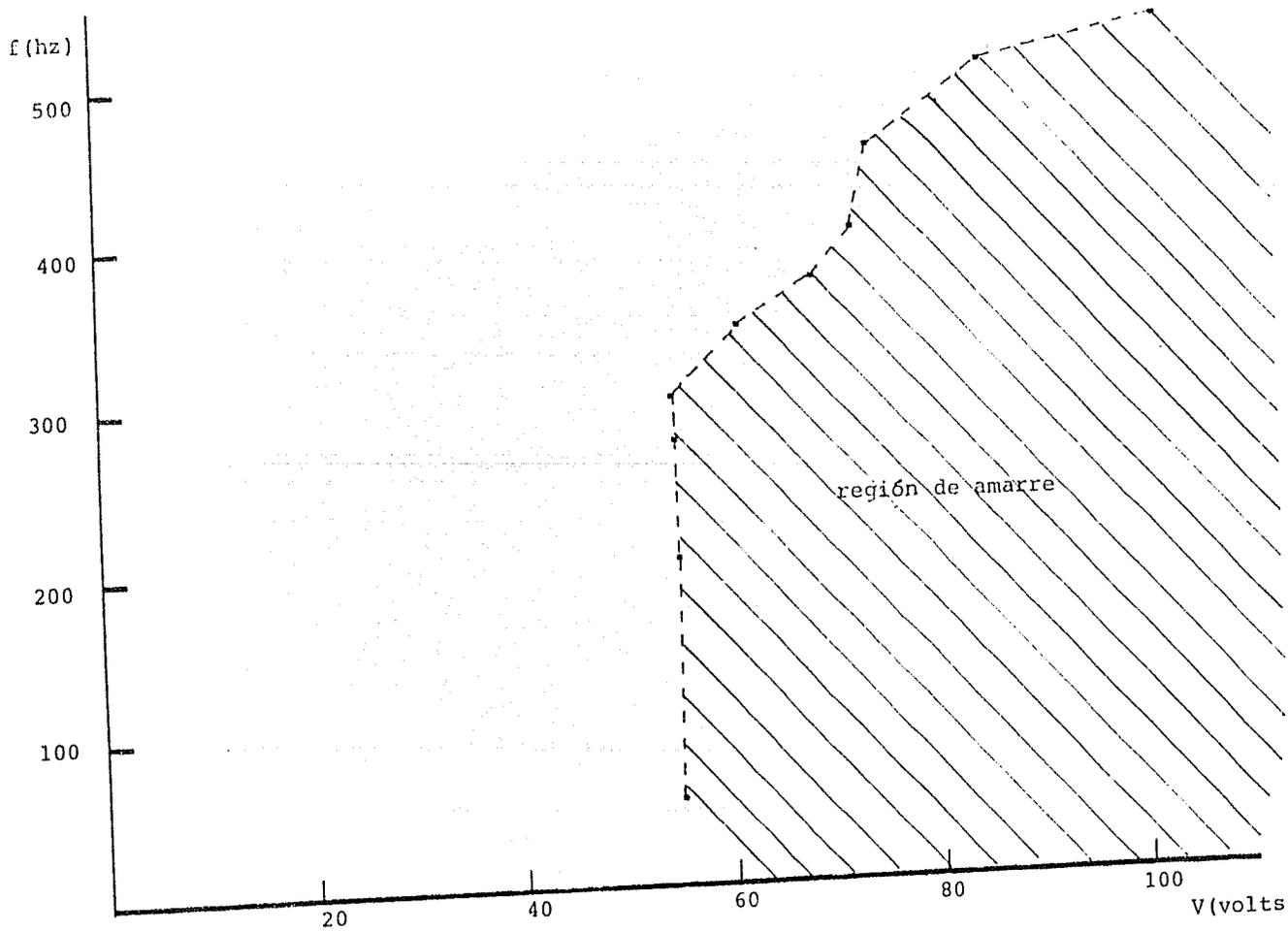


Fig. 59

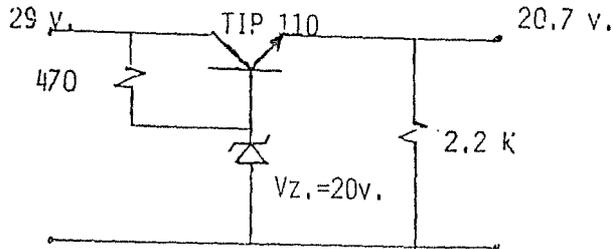


Fig. 60

Con el uso de ésta fuente de voltaje, se obtuvieron mejores resultados; la regulación de la frecuencia de giro del motor ante el voltaje de línea fuè, en todo el intervalo de amarre, del 50% aproximadamente.

Sin embargo, al introducir tal fuente, el sistema se tornò más sensible ante cambios de torca aplicada y ante cambios de la frecuencia de mando; puesto que cualquiera de éstos produjeron la pérdida del amarre de la señal de mando y por ende el control de giro del motor. Por esta razón, se decidió no usar una fuente regulada para alimentar al motor.

3.4) INTERVALO DE CAPTURA E INTERVALO DE AMARRE DEL SISTEMA.

Como se discutió en el capítulo 1, se debe conocer el comportamiento del sistema PLL cuando se varía la señal de mando en el intervalo donde existe amarre, para conocer el intervalo de amarre y el intervalo de captura.

Después de que el motor rompió su inercia, se incremento lentamente la frecuencia de mando; el motor giraba a una frecuencia diferente a la de mando. Paulatinamente se continuó incrementando la frecuencia hasta que en 309 ± 3 hz., el motor giró a la misma frecuencia que la señal de mando; se había logrado el amarre. En tales condiciones, se continuó incrementando la frecuencia lentamente hasta llegar a la frecuencia de 720 hz. donde se perdió el amarre; el motor giró en la frecuencia de "free running".

Posteriormente, estando la señal de mando en una frecuencia superior a 720 y el motor girando en "free running", se decrementó lentamente la frecuencia de mando hasta que en 319 ± 2 hz. el sistema logró nuevamente el amarre. Una vez logrado el "amarre", se continuó decrementando la frecuencia de mando hasta que en $72hz. \pm 5hz.$ el sistema ya no controló al motor; se había perdido el "amarre".

Los resultados anteriores se ilustran en la figura 61, de donde se obtiene lo siguiente.

$$\Delta f_c \text{ (captura)} = 319 - 309 = 10 \text{ Hz.}$$

$$\Delta f_L \text{ (amarre)} = 720 - 72 = 670 \text{ Hz.}$$

Como se observa de la figura 61, el intervalo de captura del sistema es muy estrecho (10 Hz. aprox.) respecto al intervalo de amarre. Según la ecuación (71) del capítulo 1, es posible que la causa de tal resultado sea el filtro pasa bajos.

Por otro lado, atendiendo a la ecuación (81) del capítulo 2 el motor debió comportarse como un filtro pasa bajos (hipótesis) con una frecuencia de corte muy cercana a cero; de tal manera que se comportase como un integrador casi ideal.

Las afirmaciones anteriores se desprenden de la ecuación (81), la cual es:

$$\Theta(s)/E_a(s) = K_m/[s(T_m s + 1)]$$

Y cuando $T_m \rightarrow 0$, se tiene que:

$$\Theta(s)/E_a(s) = K_m/s$$

lo cual se traduce en

$$V_a(t) = [1/K_m][d\theta(t)/dt]$$

por tanto

$$V_a(t) = [2\pi/K_m]f \quad \dots (84)$$

La ecuación (84) indica una relación lineal entre el voltaje (voltaje RMS de la señal) aplicado al motor y la frecuencia de giro, cuando se considera al motor como un integrador casi ideal. Sin embargo, los resultados experimentales no demuestran tal hipótesis en general.

Para confirmar tales suposiciones, se efectuaron una serie de evaluaciones de respuesta de giro del motor, ante cambios de de ciclo de trabajo (duty cycle) de una señal de frecuencia $f_1 = 100$ Hz. Y todo lo anterior se efectuó para diferentes frecuencias ($f_2 = 200$, $f_3 = 300$ y $f_4 = 500$ Hz.).

El ciclo de trabajo de la señal, se varió controlando la resistencia R de la constante de tiempo del monostable

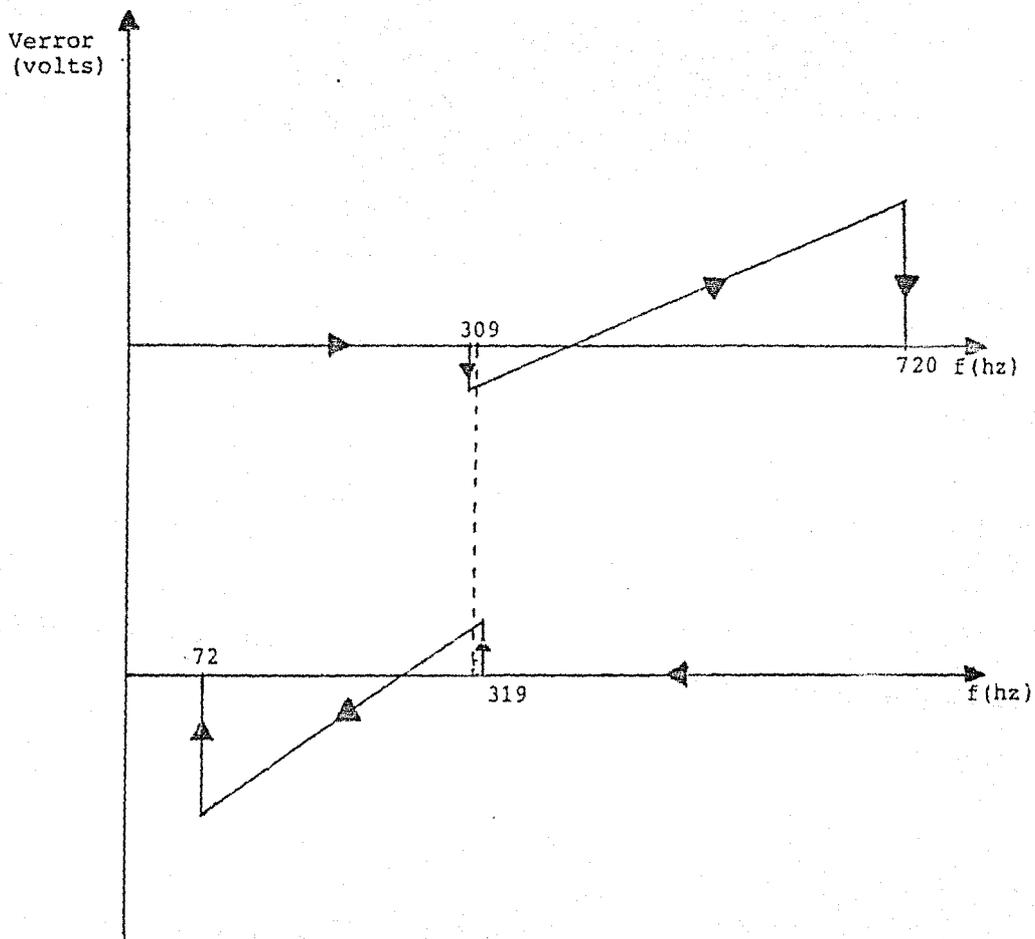


Fig. 61

74121. Para cada frecuencia se obtuvieron una serie de datos.

El amplificador, usado para dar potencia al motor, lo constituyó un transistor en corte y saturación; cuyo arreglo corresponde al mismo que se usó en el sistema controlador general. El diagrama del circuito se muestra en la figura 62.

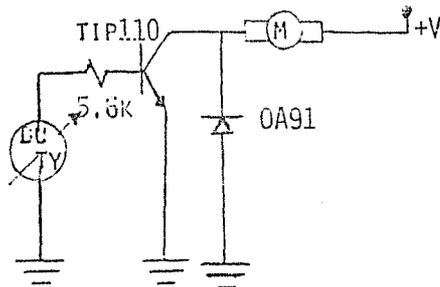


fig. 62

Los voltajes de los ciclos de trabajo, se midieron con un voltímetro digital, las frecuencias de giro del motor y la frecuencia de la señal que activó al monoestable, se midieron con el frecuencímetro HP mod. 5382A; cuya resolución es de 0.1 hz. a 10 seg. de tiempo de muestreo, lo cual implica una precisión de 0.03% aprox. para cada medida. Los resultados obtenidos se muestran en la gráfica de la figura 63.

A la gráfica de la figura 63, correspondiente a $f_1=100\text{hz.} (\circ)$, se le ajustó la recta $V = 1.246 \times 10^{-3} f + 0.132$ con desviación estandar de la pendiente $= 8.176 \times 10^{-3}$ y coeficiente de correlación c.c. = 0.975; lo cual implica una dispersión de los datos respecto al valor central de la pendiente de 6.55%.

De la misma forma, la gráfica de la figura 63 correspondiente a $f_2=200\text{hz.} (\gamma)$, tuvo un ajuste:

$$\begin{aligned} V &= 1.396 \times 10^{-3} f + 0.101 \\ \sigma_m &= 8.620 \times 10^{-3} \\ \text{c.c.} &= 0.985 \end{aligned}$$

; lo que implica una dispersión respecto al valor central de la pendiente de 6.17%.

Así mismo, la correspondiente a $f_3=300\text{hz.} (\circ)$ en la figura 63, se ajustó como sigue:

$$\begin{aligned} V &= 1.931 \times 10^{-3} f + 0.136 \\ \sigma_m &= 1.402 \times 10^{-3} \\ \text{c.c.} &= 0.972 \end{aligned}$$

; lo cual indica una dispersión de 7.26%.

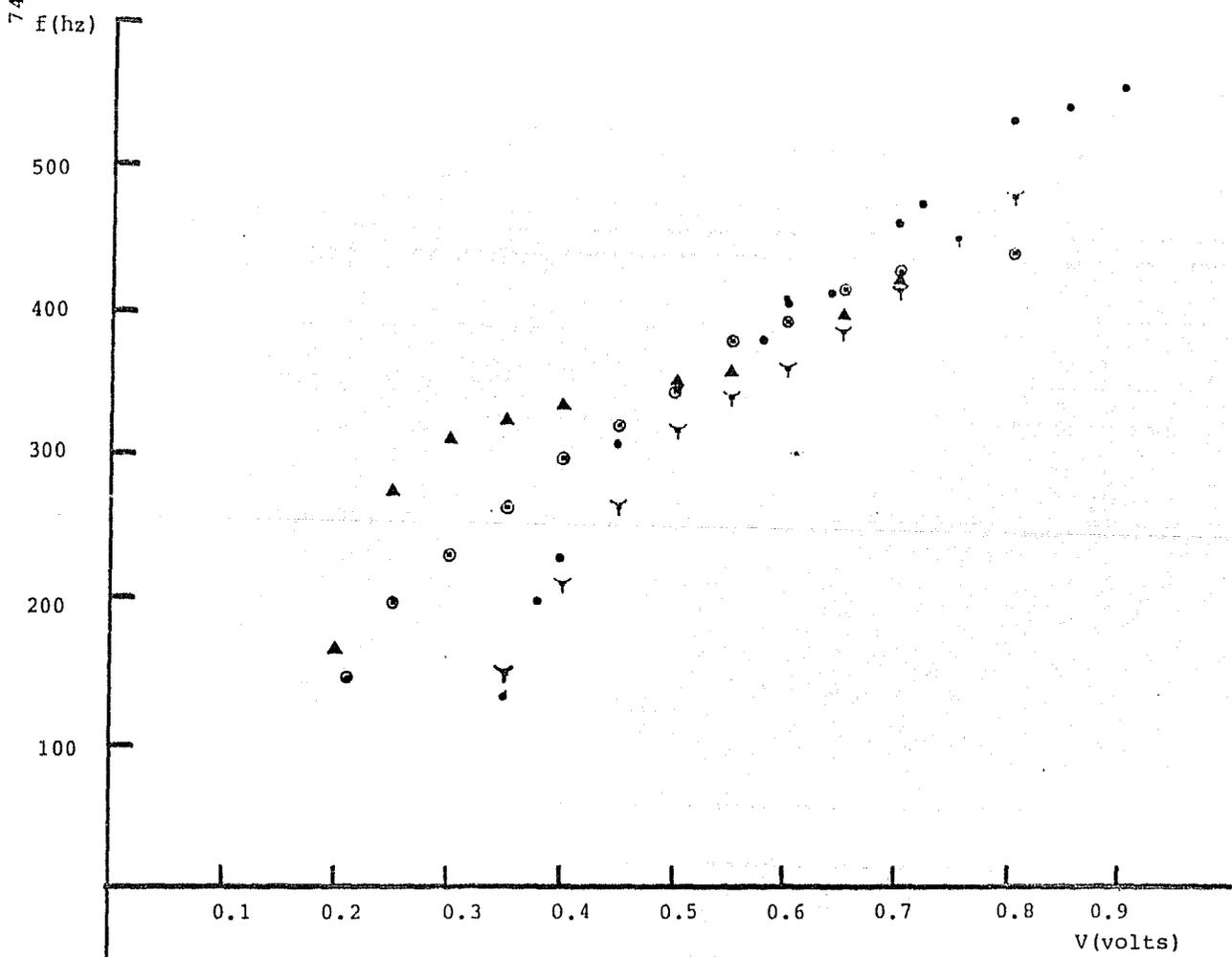


Fig. 63

Finalmente, a los datos de la gráfica (Δ) correspondientes a $f= 500\text{Hz}$. se les ajusto la recta:

$$V = 2.649 \times 10^{-3} f - 0.410$$

$$\sigma_m = 4.092$$

$$\text{c.c.} = 0.916$$

resultando una dispersión del 15.1% respecto al valor central de la pendiente.

CONCLUSIONES.

A continuación se hace un análisis de los resultados obtenidos, en base al comportamiento teórico del sistema controlador PLL.

1) La construcción del disco ranurado constituyó un pequeño problema en la construcción del sistema de control. De igual manera, la alineación del disco ranurado con el optodetector fué definitiva en el buen funcionamiento del controlador. Siempre se tuvo cuidado con tal alineamiento.

Por otro lado, cuando la frecuencia de giro del motor fué superior a los 600 hz., indujo una vibración a su soporte tal que causó una desalineación en el tacómetro. Tal problema se resolvió fijando la base del motor a la mesa de trabajo.

En la evaluación del motor de velocidad de giro contra carga, se usó el método del " elevador ". El cual consiste en un par de poleas dispuestas de modo tal que por medio de un hilo resistente, que se enrolla sobre la flecha del motor, hace elevar una masa. Tal método causó grandes problemas, puesto que se necesitaron grandes distancias entre las poleas (10 mts.) para obtener una medida confiable. Además, se necesitaron dos personas para medir el tiempo de desplazamiento entre dos puntos. Este método finalmente fué desechado debido a los problemas que ocasionó para ponerlo en práctica; además de que las medidas no fueron confiables, puesto que se tuvieron incertidumbres hasta del 30%.

2) Los resultados obtenidos en este trabajo para el caso de la regulación de la velocidad contra tiempo son satisfactorios; para 700 hz. se tiene una precisión del 0.01% y para 70 hz. del 0.1%. Lo anterior tiene validez para medidas promediadas en 10 seg. Sin embargo, la precisión del sistema controlador queda dentro de la resolución del frecuencímetro el cual enmascara fluctuaciones a tiempos cortos.

Los controles convencionales de velocidad de motores reportan regulaciones de 1% -- 0.1%, mientras que con el sistema PLL se han reportado cambios de solo 0.002 % mantenidos en tiempo y temperatura. Además, los controles convencionales no reportan intervalo de velocidad controlada, siendo en su mayoría univaluados; es decir, funcionan para una sola velocidad (frecuencia). En el caso de éste trabajo, se reporta una década de frecuencias dentro de la cual el motor es controlado con la precisión ya mencionada a 10 seg. de tiempo de muestreo.

3) Aunque el sistema fué diseñado para soportar carga constante, debido a la naturaleza del sistema, éste aceptó pequeños cambios en la carga. Tal efecto se debe principalmente al intervalo dinámico del detector de fases, puesto que

éste dispositivo es el que provee de voltaje a la etapa de potencia del control. Si el intervalo del detector de fases fuese más amplio, el motor soportaría más carga para una velocidad controlada.

En el párrafo anterior se mencionó que cuando el motor se accionó a una velocidad controlada fija y se le aplicó carga, la diferencia de fase entre las señales aumentó proporcionando al motor un mayor voltaje de manera tal, que la diferencia efectiva entre tales señales aumentó haciéndolo girar a una velocidad mayor. Es decir, el sistema contó con retroalimentación negativa también para carga.

4) La regulación ante línea mejoró en todo el intervalo dinámico cuando se introdujo una fuente regulada para alimentar al motor. Sin embargo, en estas condiciones fué más difícil para el sistema provocar cambios en la diferencia de potencial efectiva aplicada al motor; lo que trajo como consecuencia una gran sensibilidad de la frecuencia de giro ante los cambios de torca o frecuencia de mando. Por tal razón se desechó la idea de usar una fuente regulada para alimentar al motor.

5) Se sabe que el intervalo de amarre ΔW_L solo depende de las constantes K_o , K_ϕ y A . Donde A es la amplificación efectuada por el transistor TIP 110, K_o se obtiene de la gráfica frecuencia contra voltaje del DCV y K_ϕ de la gráfica voltaje contra diferencia de fase del detector de fases. Estos valores son:

$$\begin{aligned} K_o &= 465.81 \pm 16.1 \text{ rad/seg. volt} \\ K_\phi &= 0.5 \pm 0.03 \text{ volt/rad.} \\ A &= 10.8 \pm 0.05 \end{aligned}$$

Entonces

$$2 \Delta W_L = K_o K_\phi A$$

por tanto

$$\Delta W_{L_{\text{teo.}}} = 2515 \pm 253 \text{ rad/seg.}$$

El intervalo de amarre experimental (gráfica 61) fué:

$$\Delta W_{L_{\text{exp.}}} = 2104 \text{ rad./seg.}$$

Como se observa, ambos resultados difieren en el mejor de los casos en un 6%.

Sin embargo, idealmente el motor representa un filtro pasa bajos y en ciertas condiciones un integrador (ec. 81).

Como se mencionó en la teoría de éste trabajo, el filtro pasa bajos es el responsable del intervalo de captura del

sistema controlador PLL.

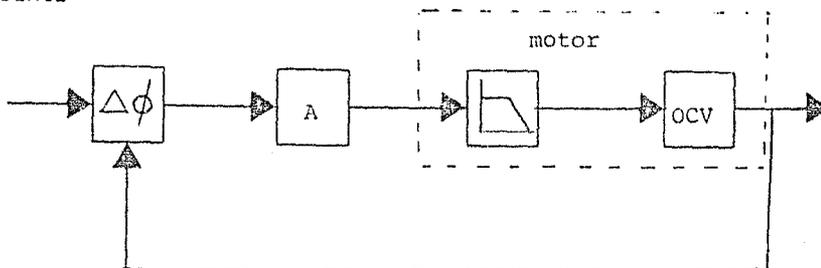
Por otro lado, una vez que el disco ranurado se acopló al motor, la función de transferencia que describe el funcionamiento de este dispositivo es la correspondiente a un oscilador controlado por voltaje (OCV), es decir:

$$W(t) = m v(t) + W_0$$

o sea

$$\phi_o(s) / v(s) = K / s + W_0 / s^2 \quad \dots (A)$$

Las afirmaciones anteriores se ilustran en la figura siguiente:



Como consecuencia de los resultados experimentales obtenidos, se observa que:

i) La gráfica ϕ_o , muestra que en general el comportamiento del motor no se apega a la relación (81), dentro de las incertidumbres de las medidas.

$$\phi_o(s) / V(s) = K_m / s (T_m s + 1) \quad \dots (81)$$

Si T_m es pequeña entonces, el dispositivo integra la señal $V(t)$, respondiendo con un giro mecánico $W(t)$.

$$W(t) = K_m v(t) \quad \dots (B)$$

La ecuación (B) indica que debió obtenerse una relación lineal en la gráfica 64. Como no fue así, entonces el motor no funcionó como integrador excepto para frecuencias alrededor de 300 hz. Además, como el sistema tuvo un intervalo de captura de 10 hz., se afirma que el motor funcionó como filtro pasa bajos dentro del intervalo de captura. Fuera de es-

ESTADO DE LA UNIÓN
 SUR DE LA AMÉRICA

te intervalo, el motor no funcionò como filtro pasa bajos ideal puesto que no se logrò la captura.

ii) Segun la ec (A) el dispositivo electromecànico (disco ranurado + motor) se comportò como un DCV. De los resultados obtenidos y del ajuste de la gráfica de la figura 47b, se obtiene:

$$f = 74.2 v + 6.2$$

donde $f_0 = 6.2\text{hz}$. lo cual implica que el valor de W_0 representa, en el peor de los casos, un 8% de la frecuencia mínima de giro. Además cuando aumenta la frecuencia de giro, el porcentaje que representa W_0 disminuye. Por tanto, se puede despreciar el término W_0 de la ecuación (A) y la función de transferencia del DCV se considera como:

$$\phi_0(s)/v(s) = K_0 / s$$

Lo cual implica que el DCV contribuye con el término $1/s$ el que, junto con el término lineal del filtro pasa bajos del motor, crean el sistema de segundo orden (apendice A) a lazo cerrado.

Si W no fuera despreciable, entonces el sistema a lazo cerrado no sería de 2º orden, lo cual implicaría un tratamiento más complejo del sistema.

En este trabajo, se realizó un primer análisis de la técnica de control de motores por PLL. Aunque se simplificò el modelo, los resultados obtenidos fueron alentadores. Si bien aún no es posible garantizar un modelo totalmente descriptivo del sistema, las conclusiones del trabajo permitiran aplicar la técnica a otros tipos de motores de C. D. de mayor potencia y de otra características. La idea, como se explico en la presentación de esta tésis, es construir controles con las componentes que se encuentran en el mercado nacional de forma tal, que sustituyan a los importados. En consecuencia se pretende en el futuro seguir ésta línea de trabajo.

APENDICE A

La función de transferencia de un sistema de segundo orden es:

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\gamma\omega_n s + \omega_n^2} \quad \dots \text{(Aa)}$$

ω_n = frecuencia natural de oscilación a lazo cerrado.
 γ = amortiguamiento.

Ante una señal de entrada tipo escalón unitario, $q_e(s) = \frac{1}{s}$, la señal de salida es:

$$q_o(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\gamma\omega_n s + \omega_n^2)}$$

usando el método de separación por fracciones parciales, la ecuación anterior se convierte en:

$$q_o(s) = \frac{1}{s} + \frac{A}{(s + s_1)} - \frac{B}{(s + s_2)}$$

donde se tienen tres comportamientos diferentes de la señal de salida, dependiendo de los valores de γ y de las condiciones iniciales.

Caso 1 $0 < \gamma < 1$

$$q_o(s) = 1 - e^{-\gamma\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} \sin \omega_d t \right)$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\gamma^2}$$

Caso 2 $\gamma = 1$

$$q_o(s) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t)$$

Caso 3 $\gamma > 1$

$$q_0(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\gamma^2 - 1}} \left(\frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right)$$

$$s_1 = (\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1})\omega_n ; \quad s_2 = (\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 1})\omega_n$$

Los comportamientos de la señal de salida $q_0(t)$, se ilustra en la figura siguiente.

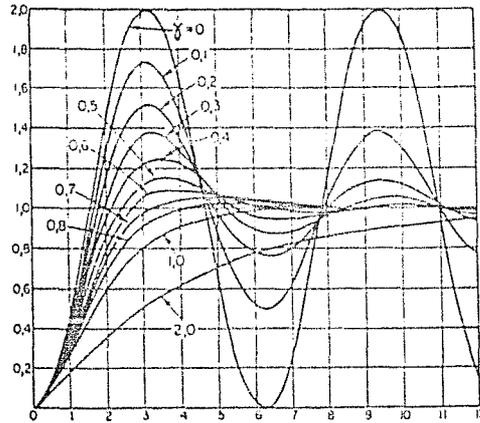


fig. A

Por otro lado la función de transferencia del sistema PLL es (ec. 68).

$$T(s) = \frac{\phi_o(s)}{\phi_i(s)} = \frac{K_\phi K_o F(s)}{s + K_\phi K_o F(s)} \quad \dots (A1)$$

donde se observa que el orden de la ecuación, depende del orden de la función $F(s)$ correspondiente a la función de transferencia del filtro pasabajos. Si $F(s) = \frac{1}{1 + \tau s}$, entonces la función de transferencia $T(s)$ es:

$$T(s) = \frac{K_\phi K_o / \tau}{s^2 + (1/\tau)s + K_\phi K_o / \tau}$$

De aquí que un filtro de primer orden convierte a $T(s)$ en una función de transferencia de segundo orden.

De la misma manera, un filtro de primer orden puede ser también:

$$F(s) = \frac{\bar{\tau}_2 s + 1}{(\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2) s + 1}$$

sustituyendo en la ec (A1), se observa que la ecuación para $T(s)$ es:

$$T(s) = \frac{k_f k_o [\bar{\tau}_2 s + 1 / (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2)]}{s^2 + [(1 + k_f k_o \bar{\tau}_2) / (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2)] s + k_f k_o / (\bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2)}$$

Por tanto el comportamiento para estos casos, ante una entrada escalón, será como se ilustra en la figura A.

APENDICE 9

La respuesta $Y(s)$ de un sistema estable y su estímulo $R(s)$ están relacionadas por la función de transferencia

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$$

Se define el error $E(s)$ para tal sistema como:

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

La transmitancia de error $T_E(s)$ para un error $E(s)$ se define:

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - Y(s) \\ &= [1 - T(s)]R(s) \end{aligned}$$

es decir:

$$T_E(s) = 1 - T(s) = \frac{E(s)}{R(s)}$$

Aplicando el teorema del valor final, se tiene que el "error de estado estacionario" es:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s)$$

por lo que en función de $T_E(s)$, se tiene que el error se transforma en:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s T_E(s) R(s)$$

Para un sistema de orden cero, $T_E(s)$ carece de factor s en el numerador; por lo que ante una entrada tipo escalón, $1/s$ el error de estado estacionario es:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s T_E(s) R(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s T_E(s) \frac{1}{s} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s A_0 \frac{1}{s} \\ &= A_0 \end{aligned}$$

Por tanto, el error de este sistema ante una entrada tipo escalón es finito y constante cuando evoluciona en el tiempo. Si se le excita con potencias superiores de t , el error tiende a infinito.

$$\text{En efecto, si } R(s) = 1/s^2 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s T_E(s) 1/s^2 \rightarrow \infty$$

Cuando un sistema es de primer orden y $T(s)$ posee un factor s en el numerador, al ser excitado con una señal escalón, el error en el estado estacionario es:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s T_E(s) R(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s (s A_0) 1/s = 0 \end{aligned}$$

Si la transmitancia de error para un sistema de segundo orden tiene un factor s^2 , el error estacionario ante una entrada escalón esta dado por:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s T_E(s) R(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s (s^2 A_0) 1/s = 0 \end{aligned}$$

Para este mismo sistema, el error estacionario ante una entrada rampa es:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s T_E(s) 1/s^2 \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s (s^2 A_0) 1/s^2 = 0 \end{aligned}$$

El error en el estado estacionario para una entrada parabólica esta dado por:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s T_E(s) 1/s^3 \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s (s^2 A_0) 1/s^3 = 0 \end{aligned}$$

En el caso del sistema PLL se sabe que es de segundo orden, cuando su filtro es de primer orden. La transmitancia de error es:

$$T_E(s) = 1 - T(s) = \frac{s^2 + 2\xi\omega_n s}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Por lo que el error de estado estacionario ante una entrada escalón esta dado por:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(s^2 + 2\xi\omega_n s)}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \left(\frac{1}{s} \right) = 0$$

De la misma forma para una entrada rampa:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(s^2 + 2\xi\omega_n s)}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \left(\frac{1}{s^2} \right) \\ &= \frac{2\xi\omega_n}{\omega_n^2} \\ &= \frac{2\xi}{\omega_n} \end{aligned}$$

Por tanto el error en la velocidad para este sistema es finito ya que, aunque es de segundo orden, no tiene un factor s en $T(s)$

APENDICE C

Como se expuso en el primer capítulo, la torca producida por un motor de imanes permanentes es:

$$T = K i_a \quad \dots (C1)$$

Cuando el motor está en funcionamiento, el voltaje que produce es proporcional a la frecuencia

$$e_b = K_b \frac{d\theta}{dt} \quad \dots (C2)$$

Como se controla al motor por medio del voltaje aplicado a la armadura, la ec. de malla para el circuito de la figura FC1 es:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + e_b = e_a \quad \dots (C3)$$

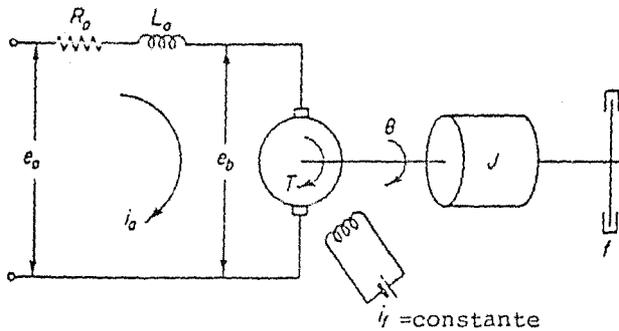


Fig. FC1

Si al motor se le aplica una carga cuyo momento de inercia es J y con un coeficiente de fricción f , se tiene:

$$T = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} \quad \dots (C4)$$

Además, si se supone que no existen otro tipo de fuerzas, entonces

$$T = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} = K i_a$$

... (C5)

Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones (C2), (C3) y (C4), estas se convierten en:

$$K_b s \Theta(s) = E_b(s) \quad \dots (C6)$$

$$(sL_a + R_a)I_a(s) - E_b(s) = E_a(s) \quad \dots (C7)$$

$$(s^2J + sf)\Theta(s) = T(s) = KI_a(s) \quad \dots (C8)$$

sustituyendo (C6) en (C7), se obtiene:

$$(sL_a + R_a)I_a(s) + K_b s \Theta(s) = E_a(s)$$

sustituyendo (C8) en la ecuación anterior

$$\Theta(s) [(L_a s + R_a)(Js^2 + fs) + K K_b s] = K E_a(s)$$

$$\Rightarrow \frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{(L_a s + R_a)(Js^2 + fs) + K K_b s}$$

reacomodando términos

$$\frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s [L_a J s^2 + (L_a f + R_a J)s + R_a f + K K_b]}$$

como en general la inductancia (L_a) de la armadura es pequeña, entonces:

$$\frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s [R_a J s + R_a f + K K_b]}$$

por tanto

$$\frac{\Theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_m}{s (T_m s + 1)}$$

donde

$$K_m = \frac{K}{R_a f + K K_b}$$

$$T_m = \frac{R_a J}{R_a f + K K_b}$$

REFERENCIAS

- F.E. EVDOKIMOV
"FUNDAMENTOS TEORICOS DE LA ELECTROTECNIA"
ED. MIR MOSCU (1978).
- REITZ, MILFORD
" FUNDAMENTOS DE LA TEORIA ELECTROMAGNETICA"
ED. UTEHA (1972).
- HALLIDAY, RESNICK
" FISICA II "
ED. CECSA (1975)
- M. KUZNETSOV
" FUNDAMENTOS DE ELECTROTECNIA".
ED. MIR MOSCU (1967).
- VAN VALKENBURGH, NOOGER & NEVILLE, INC.
" ELECTRICIDAD BASICA".
ED. CECSA (1984).
- WILLIAM A. DEL MAR . HAROLD PENDER
" ELECTRICAL ENGINEERS'S HANDBOOK."
ED. WILEY ENGINEERING HANDBOOK SERIES.
- VEINOTT.
" FRACTIONAL HORSEPOWER ELECTRIC MOTORS"
ED. MC. GRAW HILL BOOK CO. (1939)
- T.C. COLLOCOTT (CHAMBERS).
DICCIONARIO CIENTIFICO Y TECNOLOGICO
TOMO I.
- AN INGIENERING HANDBOOK/ PREPARED BY ELECTROCRAFT CO.
" D.C. MOTORS SPEED CONTROLS AND SERVOSYSTEMS"
ED. PERGAMON PRESS (1977).
- JOSE B. CRUZ / M.E. VAN VALKENBURG.
" SEÑALES EN CIRCUITOS LINEALES".
ED. CECSA (1978).
- I.L. KOSOW
" CONTROL DE MAQUINAS ELECTRICAS"
ED. REVERTE S.A. (1979).
- KATSUHIKO OGATA
" INGENIERIA DE CONTROL MODERNA"
ED. PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA, S.A.

- D.C. BAIRD
" EXPERIMENTATION: AN INTRODUCTION TO MEASUREMENT THEORY
AND EXPERIMENT DESIGN ".
ED. PRENTICE- HALL, INC.
- TEXAS INSTRUMENTS INCORPORATED
" DISEÑO CON CIRCUITOS INTEGRADOS TTL ".
ED. CECSA
- HOWARD M. BERLIN
"DESIGN OF PHASE-LOCKED LOOP CIRCUITS"
ED. BLACKSBURG
- GRINICH, JACKSON
" INTRODUCTION TO INTEGRATED CIRCUITS "
ED. MC. GRAW-HILL KOGAKUSHA.
- ALAIN BLANCHARD
" PHASE-LOCKED LOOPS APLICACION TO COHERENT RECEIVER DE-
SIGN "
ED. WILEY & SONS.
- SYED A. NASAR
" MAQUINAS ELECTRICAS Y ELECTROMECHANICAS"
ED. MC. GRAW HILL.
- TEXAS INSTRUMENTS
" THE POWER SEMICONDUCTOR DATA BOOK "
- SIGNETICS
" ANALOG MANUAL "
- TEXAS INSTRUMENTS
" THE TTL DATA BOOK "
- RUITER & MURPHY
" BASIC INDUSTRIAL ELECTRONIC CONTROLS"
ED. HOLT, RINEHART & WINSTON INC. NEW YORK (1962).
- DISTEFANO III, STUBBERUD, WILLIAMS.
" RETROALIMENTACION Y SISTEMAS DE CONTROL"
ED. INTERAMERICANA
- RODRIGUEZ GOMEZ ANIBAL
" CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA TEORIA DE LA INSTRU-
MENTACION".
TESIS DE LICENCIATURA (FISICO)
- KISELIOV, KRASNOV, MAKARENKO.
" PROBLEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS"
ED. MIR MOSCU. (1975).