Agradezco al Dr. Stanislaw Raczynski, profesor y amigo, el haberme compartido generosamente su ciencia, asistiéndome en la elaboración de este proyecto.

INTRODUCCION

En el arte de la ingeniería, uno de los aspectos más difíciles de aprender, es la relación existente entre la teoría y la práctica. Este problema es particularmente acentuado en el control automático, donde es menester gozar de un alto nivel de abstracción.

El control está presente en toda sociedad avanzada, proporcionándonos desarrollo y progreso. Los sistemas de control, constituyen una componente integral de cualquier entorno industrial, y son necesarios para la producción de bienes requeridos por un mundo de población creciente. La exitosa misión de un vehículo espacial, depende del correcto funcionamiento de un gran número de sistemas de control, utilizados en dicha aventura.

El presente proyecto ofrece una propuesta para la realización de un laboratorio de control, incluyéndose, tanto la elaboración de las mesas didácticas de trabajo (el regulador PID, el amplificador, el punto de suma, el acoplamiento de 2 motores de C.D. y un filtro RC, mostrados en el Apéndice C), como un análisis matemático exhaustivo de la estabilidad de un sistema para regulación de velocidad angular. Además, se presenta una serie de experimentos adicionales, realizables con la ayuda de las mencionadas mesas de trabajo.

La intención de esta obra, es la de estudiar los propósitos de un verdadero laboratorio de control, analizando y demostrando las siguientes ideas esenciales :

El concepto de retroalimentación.
La sencillez con que funcionan los sistemas de control.
El efecto de los disturbios en la medición de errores.
La facilidad o dificultad de un problema de control.
La modelación de procesos.
La simplicidad de las técnicas del diseño del control.

El presupuesto económico del laboratorio en cuestión, es también indicado en este trabajo. Ello completa la información requerida para llevar a cabo la misión de su realización.

Se le ha dado considerable importancia a la elección del proceso por analizar. Los requerimientos de un buen laboratorio de control incluyen:

La demostración de ideas importantes.
El reflejo de problemas prácticos relevantes.
La elección de adecuadas escalas de tiempo.
El bajo costo de realización y operación.
La presencia de sensaciones visuales y acústicas.
La ausencia de peligro.

Como se verá a lo largo del proyecto, los requisitos mencionados se cumplen, dentro de las limitantes humanas y financieras actualmente existentes en nuestro entorno.

Este proyecto constituye la culminación práctica de varios cursos seriados, impartidos en diversas ramas de la apasionante ingeniería; el autor desea que el público lector lo disfrute, tanto como él al realizarlo.

CAPITULO I. ANTECEDENTES TEORICOS

(1.1) FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

En la teoría de control muy frecuentemente se utilizan funciones denominadas "funciones de transferencia", para caracterizar las relaciones entrada-salida de los sistemas lineales invariantes en el tiempo. El concepto de función de transferencia se aplica sólamente a sistemas lineales invariantes en el tiempo.

Sea el sistema lineal invariante en el tiempo definido por la siguiente ecuación diferencial:

$$a_0 \overset{(n)}{y} + a_1 \overset{(n-1)}{y} + \dots\dots\dots\dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y =$$

$$= b_0 \overset{(m)}{x} + b_1 \overset{(m-1)}{x} + \dots\dots\dots\dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x \text{ , } (n \geqslant m) \qquad (1.1)$$

donde "y" es la salida del sistema y "x" es la entrada. Se obtiene la función de transferencia de este sistema tomando las Transformadas de Laplace de ambos miembros de la ec.(1.1) bajo la suposición de que todas las condiciones iniciales son cero, o sea, la definición de Función de Transferencia es

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\text{Transformada de Laplace de la salida}}{\text{Transformada de Laplace de la entrada}}$$

$$= \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots\dots\dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots\dots\dots + a_{n-1} s + a_n}$$

La función transferencia es una expresión que relaciona la salida y la entrada de un sistema lineal invariante en el tiempo, en términos de los parámetros del sistema, y es una propiedad del sistema en si, independiente de la función de entrada o excitadora, la función transferencia incluye las unidades necesarias para relacionar la entrada con la salida; sin embargo, no provee ninguna información respecto a la estructura física del sistema.(Las funciones transferencia de muchos sistemas fisicamente distintos pueden ser idénticas).

Usando este concepto se puede representar la dinámica de un sistema por ecuaciones algebráicas en "s". La potencia más alta de "s" en el denominador de la función transferencia es igual al orden del término de la derivada más alta de la salida. Si la potencia más alta de "s" es igual a "n" se dice que se trata de un sistema de enésimo orden.

(1.1.1) SISTEMA MECANICO DE TRASLACION

Sea el sistema de resorte, masa y amortiguador que se muestra en la fig.(1.A). Un amortiguador es un dispositivo que provee fricción viscosa o amortiguamiento. Consiste en un pistón y un cilindro relleno de aceite. Cualquier movimiento relativo entre el eje del pistón y el cilindro, encuentra resistencia producida por el aceite, debido a que éste debe fluir alrededor del pistón (o a través de orificios provistos en el pistón), de un lado del pistón al otro. El amortiguamiento esencialmente absorbe energía. Esta energía absorbida es disipada como calor.

Se debe obtener la función transferencia de este sistema, suponiendo como entrada a la fuerza x(t) y como salida el desplazamiento y(t) de la masa. Se ha de proceder de acuerdo con los siguientes pasos :

1. Plantear la ecuación diferencial del sistema.
2. Tomar la transformada de Laplace de la ecuación diferencial suponiendo todas las condiciones iniciales iguales a cero.
3. Hallar la relación de la salida Y(s) respecto a la entrada X(s). Esta relación es la función de transferencia.

Para establecer una ecuación diferencial invariante en el tiempo, se supone que la fuerza de fricción del amortiguador es proporcional a " y " y que el resorte es lineal; estrictamente la fuerza del resorte debe ser proporcional a "y". En este sistema "m" indica la masa, "f" el coeficiente de fricción viscosa, y "k" indica la constante del resorte.

La ley fundamental que gobierna los sistemas mecánicos, es la ley de Newton. Para sistemas traslacionales dicha ley establece que

$$ma = \sum F$$

donde

m = masa

a = aceleración

F = fuerza

Aplicando la ley de Newton al sistema en estudio se obtiene

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -f\frac{dy}{dt} - ky + x$$

o

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + f\frac{dy}{dt} + ky = x \qquad (1.2)$$

Tomando la transformada de Laplace de cada término de la ec.(1.2), da

$$\mathcal{L}\left\{m\left[\frac{d^2y}{dt^2}\right]\right\} = m\left[s^2\,Y(s) - s\,y(0) - \dot{y}(0)\right]$$

$$\mathcal{L}\left\{f\left[\frac{dy}{dt}\right]\right\} = f\left[s\,Y(s) - y(0)\right]$$

$$\mathcal{L}\left[ky\right] = k\,Y(s)$$

$$\mathcal{L}\left[x\right] = X(s)$$

Si se fijan las condiciones iniciales iguales a cero, de manera que $\dot{y}(0) = 0$, $y(0) = 0$, la transformada de Laplace de la ec.(1.2) puede ser escrita como

$$(m\,s^2 + f\,s + k)\,Y(s) = X(s)$$

Tomando la relación de Y(s) a X(s), encontramos que la función de transferencia del sistema es :

$$\text{Función transferencia } G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{m\,s^2 + f\,s + k}$$

(1.1.2) SISTEMA MECANICO DE ROTACION

Sea el sistema que puede verse en la fig.(1.B). El sistema consiste en una carga inercial y un amortiguador viscoso a fricción. Se define

J = momento de inercia de la carga

f = coeficiente de fricción viscosa

w = velocidad angular

T = par aplicado al sistema

Aplicando la ley de Newton al sistema que se está estudiando se obtiene :

$$J\,\dot{w} + f\,w = T$$

donde $\dot{w}$ = aceleración angular

Si se supone que el par aplicado " T " es la entrada y la velocidad angular "w" es la salida, la función de transferencia de este sistema resulta ser

$$\frac{\Omega(s)}{T(s)} = \frac{1}{J\,s + f}$$

donde

$$\Omega(s) = \mathcal{L}\,[w(t)]$$
$$T(s) = \mathcal{L}\,[T(t)]$$

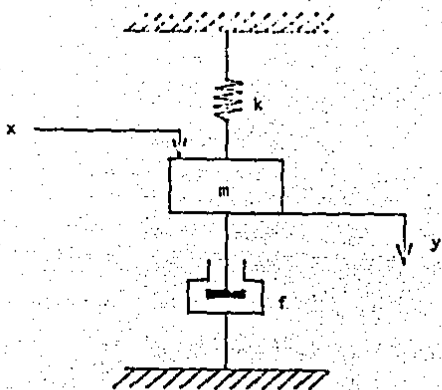


Fig.(1.A).Sistema masa-resorte-amortiguador

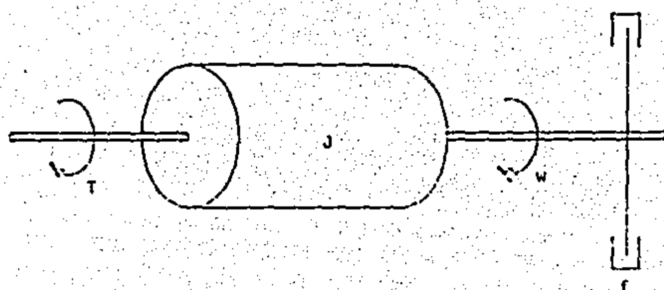


Fig.(1.B).Sistema mecánico giratorio

(1.2) DETERMINACION DE LAS CONSTANTES DEL SISTEMA

(1.2.1) METODO DE RESPUESTA EN FRECUENCIA

Dos métodos experimentales que pueden utilizarse para determinar las constantes son las respuesta en frecuencia del estado estable y las mediciones de prueba de estado transitorio. El método de respuesta en frecuencia requiere la aplicación de la señal sinusoidal a la entrada en estado estable y la medición de la magnitud de las cantidades a la entrada y a la salida, así como las relaciones de fases entre ellos a las condiciones de circuito abierto. Todo esto nos proporciona los datos necesarios para realizar la gráfica de Magnitud Logarítmica contra la frecuencia. Instrumentos tales como el Servoscopio, el Analizador de Funciones de Transferencia (Apéndice C), o un oscilador de baja frecuencia pueden ser utilizados para obtener estos datos en conjunto con registradores gráficos u osciloscopios. Estos instrumentos pueden utilizarse sencillamente en sistemas de control cuando las entradas y las salidas son cantidades eléctricas. El Servoscopio y el Analizador de Funciones de Transferencia pueden ser utilizados para sistemas en a-c y d-c. Cuando las señales de entrada y salida, no sean de naturaleza eléctrica, deben utilizarse convertidores (transductores) adecuados, por ejemplo, temperatura-voltaje, presión-voltaje, nivel-voltaje, etc.

El método de respuesta en frecuencia proporciona los parámetros para una función de transferencia de la forma

$$G(jw) = \frac{K_n(1 + jwT_1)(1 + jwT_2)\ldots\ldots^{m}\ldots\ldots}{(jw)^n(1 + jwT_a)[1 + (2\zeta/w_n)jw + \ldots + (1/w_n{}^2)(jw)^2]} \qquad (1.3)$$

La información proporcionada anteriormente es utilizada para representar el diagrama de magnitud logarítmica vs ángulo. Las asíntotas se trazan en la curva de magnitud logarítmica exacta considerando el hecho de que deberán ser múltiplos de $\pm$ 20 db/década.

Las asíntotas se determinan mediante la correlación de las curvas de fase con las curvas de magnitud logarítmica. A continuación se sugiere un procedimiento :

1.- De la porción de las curvas de baja frecuencia, se determina el valor de "n" para el término jw de la ecuación (1.3).

2.- De la porción de las curvas de alta frecuencia, se determina el valor de " v - w ", i.e., el número de polos menos el número de ceros de "w" de G(jw). Este valor nos proporciona el número mínimo de polos que la función de transferencia deberá tener.

3.- De la porción de curvas de media frecuencia, se estima el número probable de ceros presentes en la función de transferencia. Con este valor de "w" y con la información obtenida en la segunda etapa, se estima el número de polos " v = n + u ".

Los pasos (2) y (3) requieren una localización de los polos y ceros* mediante el método de pruebas y errores, y deberán estar localizados de manera que la función de transferencia se ajuste a la curva experimental con suficiente exactitud. De la ecuación final el tipo de sistema y las constantes de tiempo aproximadas se pueden determinar. De ésta manera se sintetiza la función de transferencia.

Deberá procederse con cuidado para que todos los polos y ceros de la función de transferencia se encuentren en la mitad de la derecha del plano "s". Como un ejemplo , considérense las funciones " 1 + jwT " y " 1 - jwT ". Las gráficas de las magnitudes logarítmicas de estas funciones son idénticas , pero el diagrama de ángulo para la primera función se grafica de 0 a 90 grados, mientras el de la segunda función lo hará de 0 a -90 grados. Los sistemas más prácticos son aquellos de mínima fase.

Los datos experimentales utilizados para obtener los diagramas de magnitud logarítmica y fase pueden ser también utilizados para obtener una gráfica polar de un sistema cuya función de transferencia es desconocida.

(*) Si la Función de Transferencia tiene la forma N(s)/M(s), donde N(s) y M(s) son polinomios, los polos y ceros son aquellas raíces de las ecuaciones M(s) = 0 y N(s) = 0, respectivamente.

(1.2.2) METODO DE PRUEBAS TRANSITORIAS

El método de pruebas transitorias requiere un análisis teórico del sistema para poder determinar el número de polos y ceros y poder posiblemente anticipar su localización en el plano "s". De este análisis será posible sintetizar la forma de la función de transferencia para cada componente, para un grupo de componentes en serie , o para un sistema de control cerrado. Ya sea que el método de pruebas transitorias se utilice para cada componente, en un grupo de componentes en serie , o en el sistema de control de lazo cerrado, dependerá de los siguientes factores:

1.- La disponibilidad de puntos de entrada y salida para la instrumentación.

2.- Si la función de transferencia sintetizada satisface una de las formas conocidas, los datos de pruebas transitorias podrán utilizarse para determinar sus constantes. Si la función de transferencia sintetizada no satisface alguna de las formas conocidas, deberá utilizarse alguno de los métodos de respuesta a frecuencia de la pasada sección.

Para cada unidad del sistema, que tenga la función de transferencia de la forma

$$\frac{K}{1 + Ts}$$

se aplica una entrada escalón y se grafica en la Fig.(1.C).

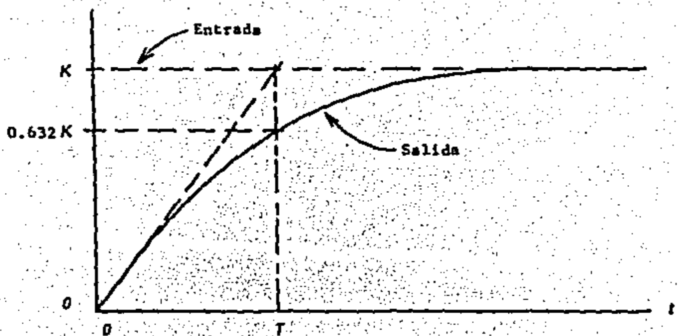
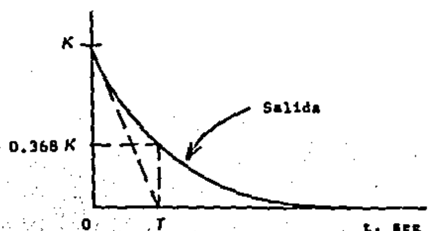


Fig.(1.C). Respuesta transitoria a una entrada de escalón, siendo la función de transferencia

$$\frac{K}{1 + Ts}$$

De la definición de constante de tiempo conocida, el punto en el cual la salida ha alcanzado el 63.2 % de su valor final nos proporciona el valor de T. Otro método consiste en extender la pendiente inicial de la respuesta a la salida, $\frac{dc}{dt}$ en $t = 0^{+}$ *, hasta que intersecte la línea que represente el valor del estado estable. El punto de intersección nos proporciona también el valor de T. La tabla (I) ilustra las formas en que la constante de tiempo puede ser determinada para otras formas de funciones de transferencia que contengan una constante de tiempo de primer orden.

TABLA (I). RESPUESTA EN EL TIEMPO A UNA ENTRADA DE ESCALON, PARA FUNCIONES DE TRANSFERENCIA TIPICAS QUE INVOLUCREN UNA CONSTANTE DE TIEMPO, EN UN SISTEMA DEL PRIMER ORDEN.

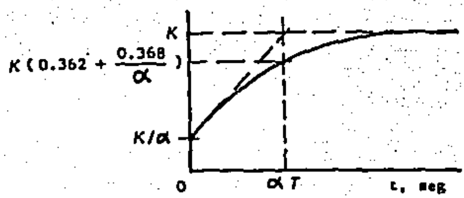
FUNCION DE TRANSFERENCIA	RESPUESTA EN EL TIEMPO PARA UNA ENTRADA DE ESCALON
$\frac{K\,Ts}{1 + Ts}$	

(*)Se sabe que $x(t)\Big|_{t=0^{+}} = \lim_{\substack{t \to 0 \\ t > 0}} x(t)$

Físicamente, 0^{+} representa un instante infinitesimalmente pequeño, justamente después del cierre de un interruptor.

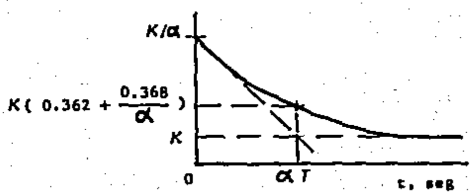
$$\frac{K(1+Ts)}{(1+\alpha Ts)}$$

$$\alpha > 1.0$$

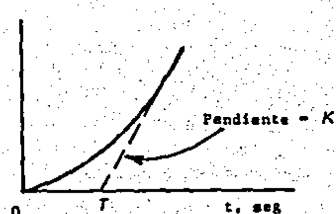


$$\frac{K(1+Ts)}{(1+\alpha Ts)}$$

$$\alpha < 1.0$$



$$\frac{K}{s(1+Ts)}$$



Las constantes de tiempo de una unidad que tenga la 'función de transferencia

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1/T_1)(s + 1/T_2)} \qquad (1.4)$$

donde $T_1 > T_2$, pueden ser determinadas experimentalmente mediante la utilización de las entradas de impulso o de escalón. Para una entrada escalón la salida está dada por

$$c(t) = A_0 - A_1 e^{-t/T_1} + A_2 e^{-t/T_2} \qquad (1.5)$$

La respuesta experimental a la ecuación anterior se muestra en la Fig.(1.E).

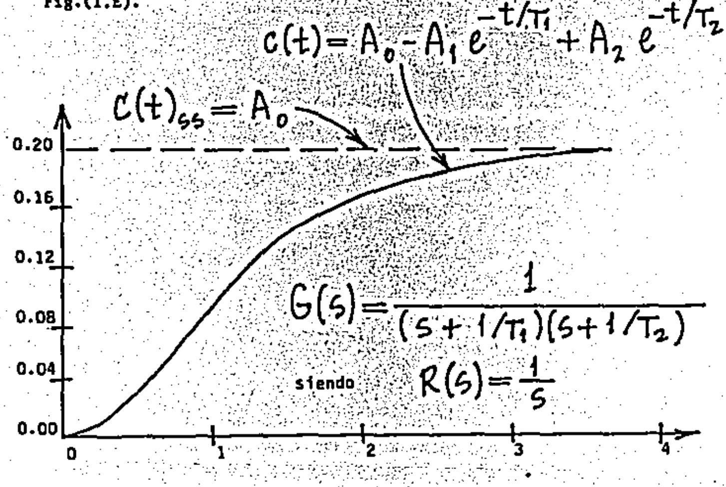


Fig.(1.E). Gráfica de la ecuación (1.5)

El valor final $c(t)_{ss} = A_o$ puede ser gráficamente determinado como se muestra en la figura anterior. De aquí podrán obtenerse datos para graficar la componente transitoria

$$A_o - c(t) = A_1 e^{-t/T_1} - A_2 e^{-t/T_2} \tag{1.6}$$

contra el tiempo en papel semilogarítmico como se muestra en la siguiente gráfica

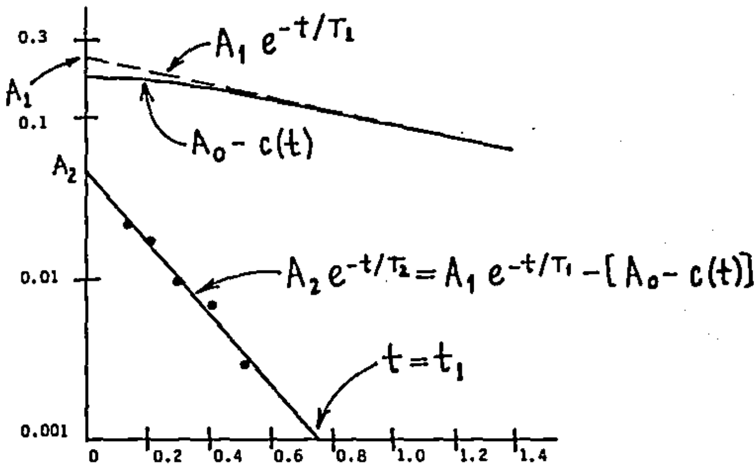


Fig.(1.F). Evaluación de los parámetros transitorios de la ec. (1.5)

La determinación gráfica de T_1 y T_2 requiere que las dos constantes de tiempo sean apreciablemente distintas de manera que los dos términos exponenciales decrezcan significativamente a distintas razones. Si se satisface esta condición, entonces para $t \gg T_2$ la componente $A_2 e^{-t/T_2}$ será insignificante y la ecuación (1.6) se reduce a

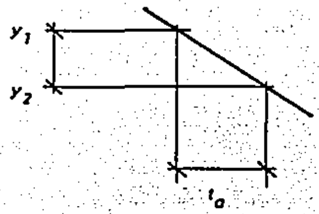
$$A_o - c(t) \approx A_2 e^{-t/T_1} \tag{1.7}$$

Dado que la gráfica de un término exponencial en papel semilogarítmico es una línea recta, esto permite la representación gráfica de $A_1 e^{-t/T_1}$ como una línea recta tal y como se muestra en la fig.(1.F). Esta recta coincide con la gráfica real de $A_o - c(t)$ para $t > t_1$ como se muestra en la gráfica.

Reordenando la ec.(1.6), tenemos

$$A_2 e^{-t/T_2} = A_1 e^{-t/T_1} - [\, A_o - c(t) \,] \tag{1.8}$$

Podrán obtenerse los datos necesarios para graficar $A_2 e^{-t/T_2}$ a partir de la fig.(1.F). Las intersecciones verticales de estas líneas en t = 0 son los valores de A_1 y A_2 . A partir de las líneas rectas representadas por las ecuaciones (1.7) y (1.8) los valores de T_1 y T_2 pueden deducirse mediante el siguiente procedimiento:



$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{e^{-t/T_1}}{e^{-(t+t_a)/T_1}} = \frac{1}{e^{-t_a/T_1}} = e^{t_a/T_1}$$

$$T_1 = \frac{t_a}{\ln [\, y_1 / y_2 \,]}$$

En particular, para la función de transferencia utilizado para estas curvas los valores son

$A_o = 0.2$ $\qquad$ $A_2 = 0.05$ $\qquad$ $T_2 = 0.2$

$A_1 = 0.25$ $\qquad$ $T_1 = 1.0$

El mismo procedimiento puede utilizarse para una entrada de impulso. Para la misma función de transferencia la salida estaría dada por

$$c(t) = A\, e^{-t/T_1} - A\, e^{-t/T_2} \tag{1.9}$$

La respuesta experimental de la ecuación está graficada en papel semilogarítmico en la fig.(1.G). Si las constantes de tiempo son apreciablemente distintas, las constantes A, T_1 y T_2 pueden ser determinadas gráficamente. Debe notarse, como se muestra en la figura, que utilizando una función impulso las dos líneas rectas parten del mismo punto para t = 0 . Esto se debe a que el coeficiente A es el mismo para los dos términos exponenciales, en contraposición con el caso del método de entrada escalón.

Es posible determinar los parámetros de las siguientes funciones de transferencia cuadráticas

$$\frac{1}{s^2/w_n^{\,2} + (2\zeta/w_n)s + 1}$$

$$\frac{s}{s^2/w_n + (2\zeta/w_n)s + 1}$$

$$\frac{1}{s(s^2/w_n^{\,2} + (2\zeta/w_n)s + 1)}$$

Deberá procederse con cuidado en la determinación de la razón de amortiguamiento "ζ", puesto que estas curvas son simples aproximaciones. De la respuesta de tiempo actual, la frecuencia natural de amortiguamiento w_d se determina mediante la evaluación del período T de una oscilación ($w_d = 2\Pi / T$). Con estos valores, la frecuencia natural bajoamortiguada w_n está dada por

$$w_n = \frac{w_d}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

Es posible determinar , mediante una prueba transitoria, una función de transferencia de la forma

$$G(s) = \frac{K}{(s + b)(s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2)} \qquad \text{para } \zeta < 1$$

si $b < \zeta w_n$. Para una entrada escalón la respuesta en el tiempo tiene la forma

$$c(t) = A_a - A_b e^{-bt} + A_c e^{-\zeta wt} sen(w_d t + \phi) \tag{1.10}$$

Como un resultado de la condición impuesta para " b ", el término de amortiguamiento sinusoidal se desprecia debido al término exponencial como se muestra en la fig.(1.H). Luego entonces

$$c(t) = A_a - A_b e^{-bt}$$

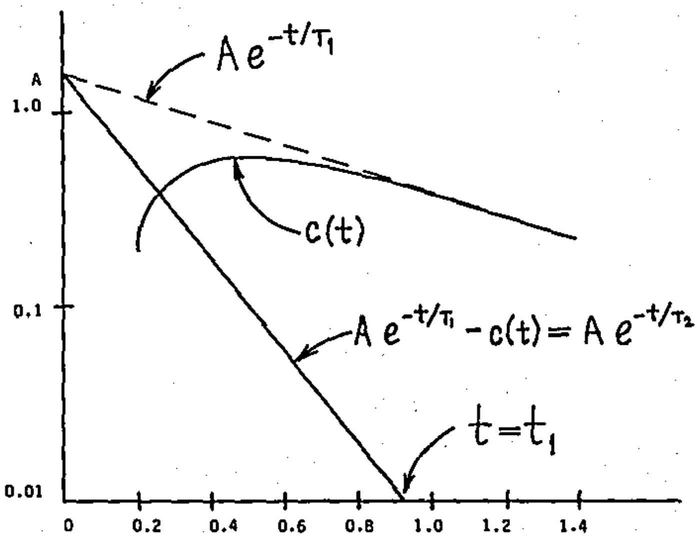


Fig. (1.G) Evaluación de los parámetros transitorios de la ec. (1.9)

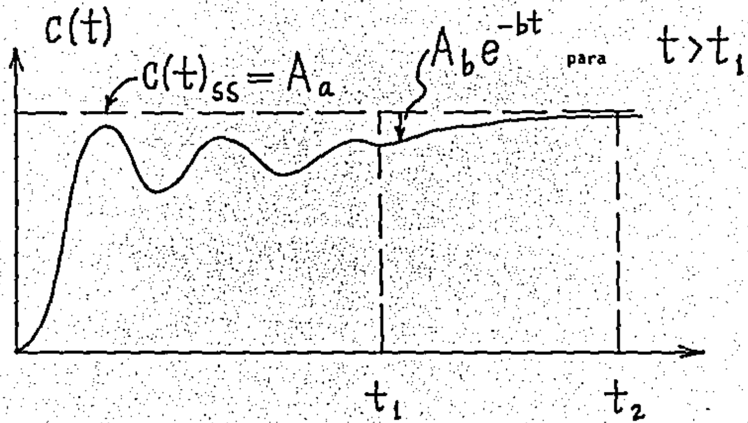


Fig. (1.H). Gráfica de la ecuación (1.10)

La determinación gráfica de A_b y b requiere que, para el período de tiempo $t_1 \leqslant t < t_2$ el término exponencial todavía tenga un valor apreciable. Esto permite que se puedan obtener un número suficiente de valores para $A_b e^{-bt}$ entre t_1 y t_2, a partir de la fig.(1.H), para poder lograr una gráfica más exacta en papel semilogarítmico. Una vez que se hayan obtenido los valores de A_b y de b, podremos evaluar valores suficientes de

$$A_c e^{-\zeta w_n t} sen(w_d t - \phi) = c(t) - A_a + A_b e^{-bt}$$

para poderlos graficar en un papel regular. De esta gráfica será posible determinar los valores de "ζ" y de w_n de la manera descrita previamente.

En el desarrollo de las mediciones transitorias deben considerarse los siguientes puntos :

1.- El método utilizado para la obtención de la entrada de escalón.

2.- La magnitud de la señal utilizada no deberá provocar que el equipo trabaje en la región no lineal.

3.- Las impedancias de la fuente de señales y del equipo de medición pueden modificar la respuesta. Por tanto deberá utilizarse instrumentación con la impedancia adecuada.

(1.3) FUNCIONES DESCRIPTIVAS

Supóngase que la entrada a un elemento alineal es sinusoidal. En general, la salida del elemento alineal no es sinusoidal. Supóngase que la salida es periódica con el mismo período que la entrada. (La salida contiene armónicas superiores además de la componente armónica fundamental).

La función descriptiva muestra los elementos no lineales del sistema y puede usarse en el análisis de estabilidad de un modo análogo al criterio de Nyquist.

En el análisis por medio de la función descriptiva se supone que sólo es significativa la componente armónica fundamental de la salida. Esta presunción es frecuentemente válida, ya que las armónicas superiores a la salida de un elemento alineal, frecuentemente tienen menor amplitud que la componente armónica fundamental. Además, la mayor parte de los sistemas de control son filtros pasabajos, con el resultado de que las armónicas superiores son muy atenuadas respecto a la componente armónica fundamental.

Se define a la función descriptiva o función sinusoidal descriptiva, de un elemento no lineal, como la relación compleja entre la componente armónica fundamental de la salida respecto a la entrada. Esto es,

$$N = \frac{Y(1)}{X} \angle \phi\ (1)$$

donde

N = función descriptiva

X = amplitud de la sinusoide de entrada

$Y(1)$ = amplitud de la componente armónica fundamental de la salida

$\phi(1)$ = desplazamiento de fase de la componente armónica fundamental de la salida

Si no se incluye ningún elemento de almacenamiento de energía en el elemento no lineal, N es únicamente función de la amplitud de la entrada al elemento. Por otro lado, si se incluyen elementos de almacenamiento de energía, N es función tanto de la amplitud como de la frecuencia a la entrada.

Al calcular la función descriptiva de un elemento no lineal dado, se necesita hallar la componente armónica fundamental de la salida. Para la entrada sinusoidal $x(t) = X\mathrm{sen}(wt)$ al elemento alineal, se puede expresar la salida $y(t)$ por una serie de Fourier como sigue :

$$y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [\, A_n \cos(nwt) + B_n \mathrm{sen}(nwt)]$$

$$= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Y(n)\mathrm{sen}[nwt + \phi]$$

donde

$$A(n) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t)\cos(nwt)\,d(wt)$$

$$B(n) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t)\,sen(nwt)\,d(wt)$$

$$Y(n) = \sqrt{A_n^{\,2} + B_n^{\,2}}$$

$$\phi(n) = \tan^{-1}\left(\frac{A_n}{B_n}\right)$$

Si la alinealidad es simétrica, $A_o = 0$. La componente armónica fundamental de la salida es

$$y_1(t) = A_1\cos(wt) + B_1\,sen(wt)$$

$$= Y(1)\,sen(wt + \phi_1)$$

Entonces la función descriptiva está dada por

$$N = \frac{Y(1)}{X}\angle\phi(1) = \frac{\sqrt{A_1^{\,2} + B_1^{\,2}}}{X}\angle\tan^{-1}\left(\frac{A_1}{B_1}\right)$$

Se ve claramente que cuando $\phi(1)$ no es nula, N es una magnitud compleja.

(1.3.1) ALINEALIDAD DE CONEXION-DESCONEXION

La alinealidad conexión-desconexión, frecuentemente se denomina alinealidad de dos posiciones. Sea un elemento sí-no cuya curva característica de entrada sea la que se ve en la fig.(1.I.a). La salida de este elemento es, o bien una constante positiva o una constante negativa y la fig.(1.I.b) muestra las formas de onda de la entrada y la salida.

Se obtiene el desarrollo en series de Fourier de la salida y(t) de este elemento.

$$y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(nwt) + B_n \operatorname{sen}(nwt)]$$

Como se ve en la Fig.(1.I.b), la salida es una función impar. Para cualquier función impar se tiene $A_n = 0$, (n = 0, 1, 2, 3,.....).Por tanto,

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \operatorname{sen}(nwt)$$

La componente armónica fundamental de y(t) es

$$y_1(t) = B_1 \operatorname{sen}(wt) = Y_1 \operatorname{sen}(wt)$$

donde

$$Y_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \operatorname{sen}(wt)\, d(wt)$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} y(t) \operatorname{sen}(wt)\, d(wt)$$

reemplazando y(t) = M en esta última ecuación da

$$Y_1 = \frac{2M}{\pi}\int_0^{\pi} sen(wt)d(wt) = \frac{4M}{\pi}$$

Así

$$y_1(t) = \frac{4M}{\pi} sen(wt)$$

Entonces la función descriptiva queda dada por

$$N = \frac{Y_1}{N} \angle 0^{o} = \frac{4M}{\pi X}$$

Se ve que la función descriptiva para un elemento sí-no, es una magnitud real y es función únicamente de la amplitud de entrada X. En la fig.(1.J) hay un diagrama de esta función descriptiva en función de M/X.

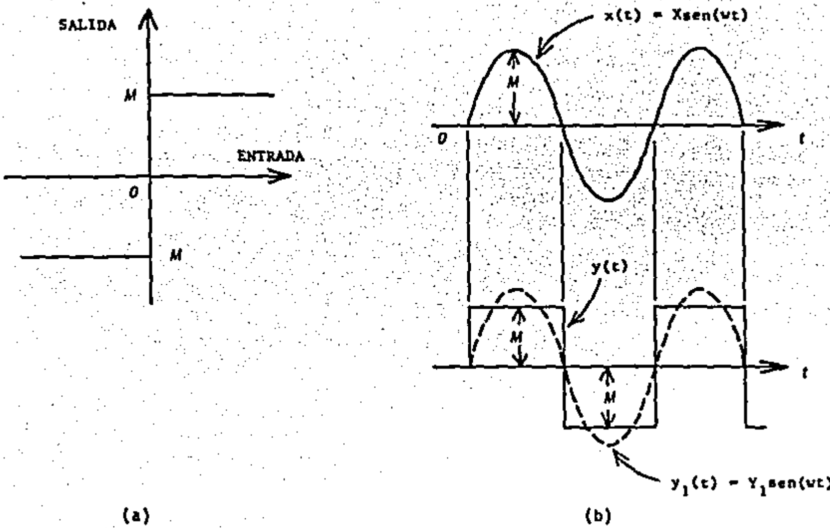


Fig.(1.1). (a) Curva característica de entrada-salida de la alinealidad conexión-desconexión; (b) Formas de onda de entrada y salida de esa alinealidad

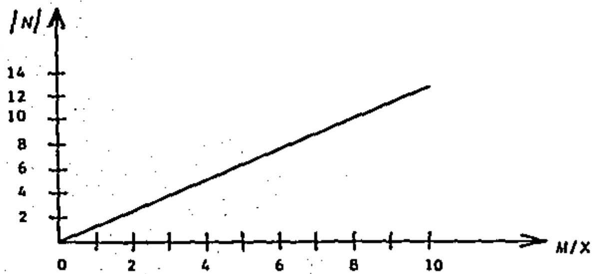


Fig.(1.J). Función descriptiva para la alinealidad conexión-desconexión o sí-no.

(1.4) CRITERIOS DE ESTABILIDAD

(1.4.1) CRITERIO DE ESTABILIDAD DE ROUTH

Un problema importante en los sistemas de control lineal, se refiere a la estabilidad. Sabemos que un sistema de control es estable si y sólo si todos los polos de lazo cerrado quedan en el semiplano "s" izquierdo. Como la mayor parte de los sistemas lineales de lazo cerrado tienen funciones de transferencia de la forma

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots\dots\dots\dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots\dots\dots\dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (1.11)$$

donde las "a" y las "b" son constantes y "m" $\leqslant$ "n", se debe descomponer en factores el polinomio A(s) para hallar los polos de lazo cerrado. Este proceso es muy tedioso para polinomios de grado mayor que el segundo.

El criterio de estabilidad de Routh dice si hay o no raíces con parte real positiva en una ecuación polinómica sin necesidad de resolverla. Este criterio de estabilidad se aplica a polinomios que tengan sólamente un número finito de términos. Si se aplica el criterio a un sistema de control, se puede obtener directamente información respecto a la estabilidad absoluta a partir de los coeficientes de la ecuación característica.

El procedimiento denominado criterio de estabilidad de Routh es el siguiente :

1.- Escribir el polinomio en "s" en la forma siguiente :

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots\ldots\ldots + a_{n-1} s + a_n = 0 \qquad (1.12)$$

donde los coeficientes son cantidades reales. Se supone que a(n) ≠ 0; es decir, se ha quitado cualquier raíz cero.

2.- Si cualquiera de los coeficientes es cero o negativo en la presencia de por lo menos un coeficiente positivo, hay una raíz o raíces que son imaginarias o que tienen partes reales positivas. Por tanto, en tal caso el sistema no es estable. Si sólo interesa la estabilidad absoluta, no hay necesidad de llevar el procedimiento más adelante. Se hace notar que todos los coeficientes deben ser positivos. Esta es una condición necesaria, como puede verse del razonamiento siguiente : Un polinomio en "s" con coeficientes reales siempre puede ser descompuesto en factores lineales y cuadráticos, tales como $s + a$ y $s^2 + bs + c$, donde "a", "b" y "c" son reales. Los factores lineales dan raíces reales y los factores cuadráticos dan raíces complejas del polinomio. El factor $s^2 + bs + c$ da raíces con partes reales negativas sólamente si "b" y "c" son ambas positivas. Para que todas las raíces tengan partes reales negativas, deben ser positivas las constantes "a", "b", "c", etc., en todos los factores. El producto de cualquier cantidad de factores lineales y cuadráticos que contienen sólamente coeficientes positivos siempre da un polinomio con coeficientes positivos. Es importante notar que la condición de que todos los coeficientes sean positivos no es suficiente para asegurar la estabilidad. La condición necesaria, pero no suficiente de estabilidad es que todos los coeficientes de la ec.(1.12) estén presentes y que todos tengan signo positivo. Hay que hacer notar que si todas las "a" son negativas se les puede hacer positivas multiplicando ambos miembros de la ecuación por -1.

3.- Si todos los coeficientes son positivos, agrupar los coeficientes del polinomio en filas y colúmnas de acuerdo con el siguiente esquema:

$$
\begin{array}{llllllll}
f_n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdot & \cdot & \cdot \\
f_{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdot & \cdot & \cdot \\
f_{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \cdot & \cdot & \cdot \\
f_{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & \cdot & \cdot & \cdot \\
f_{n-4} & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & \\
f_2 & e_1 & e_2 & & & & & \\
f_1 & f_1 & & & & & & \\
f_0 & g_1 & & & & & &
\end{array}
$$

Los coeficientes b_1, b_2, b_3, etc. son calculados del modo siguiente :

$$b_1 = \frac{a_1a_2 - a_0a_3}{a_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1}$$

$$b_3 = \frac{a_1a_6 - a_0a_7}{a_1}$$

....

La evaluación de las "b" continúa hasta que las restantes sean todas cero. Se sigue el mismo esquema multiplicando en forma cruzada los coeficientes de las dos filas previas para evaluar las "c", "d", "e", etc. Es decir,

$$c_1 = \frac{b_1a_3 - a_1b_2}{b_1}$$

$$c_2 = \frac{b_1a_5 - a_1b_3}{b_1}$$

$$c_3 = \frac{b_1a_7 - a_1b_4}{b_1}$$

....

$$d_1 = \frac{c_1b_2 - b_1c_2}{c_1}$$

$$d_2 = \frac{c_1b_3 - b_1c_3}{c_1}$$

....

Este proceso continúa hasta haber completado la fila n-ésima. El conjunto completo de los coeficientes es triangular. Se hace notar que al desarrollar este conjunto se divide o se multiplica una fila completa por un número positivo para simplificar el cálculo numérico subsiguiente sin alterar la conclusión con respecto a estabilidad.

El criterio de estabilidad de Routh establece que la cantidad de raíces de la ec.(1.12) con partes reales positivas es igual al número de cambios de signo de los coeficientes en la primera colúmna del conjunto. Se hace notar que no necesitan conocerse los valores exactos de los términos en la primera colúmna; de hecho sólo interesan sus signos. La condición necesaria y suficiente para que todas las raíces de la ec.(1.12) queden en el semiplano "s" izquierdo es que todos los coeficientes de la ec.(1.12) sean positivos y que todos los términos en la primera colúmna del conjunto tengan signo positivo.

Ejemplo : Sea un sistema de control cuya función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s(s^2 + s + 1)(s + 2) + K}$$

La ecuación característica es

$$s^4 + 3s^3 + 2s + K = 0$$

El conjunto de coeficientes será

s^4	1	3	K
s^3	3	2	0
s^2	$7/3$	K	
s^1	$2 - (9/7)K$		
s^0	K		

Para que halla estabilidad "K" deberá ser positiva, como habrán de serlo también todos los coeficientes en la primera columna. Por tanto,

$$14/9 > K > 0$$

Cuando K $= 14/9$, el sistema se vuelve oscilatorio y matemáticamente la oscilación se mantiene en amplitud constante.

(1.4.2) CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

Sea el sistema de lazo cerrado que se ve en la Fig.(1.X). La función de transferencia de lazo cerrado es

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Se tendrá estabilidad cuando todas las raíces de la ecuación característica

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

estén en el semiplano izquierdo "s". El criterio de estabilidad de Nyquist relaciona la respuesta de frecuencia de lazo abierto $G(j\omega)H(j\omega)$ a la cantidad de ceros y polos de $1 + G(s)H(s)$ que hay en el semiplano derecho "s". Este criterio debido a H. Nyquist es útil en ingeniería de control porque se puede determinar gráficamente de las curvas de lazo abierto, la estabilidad absoluta del sistema de lazo cerrado, sin necesidad de determinar los polos de lazo cerrado. Se puede utilizar para el análisis de estabilidad las curvas de respuesta de frecuencia de lazo abierto obtenidas analíticamente o experimentalmente. Esto es muy conveniente porque al diseñar un sistema de control frecuentemente sucede que para algunos componentes no se conoce la expresión matemática y sólo se dispone de datos de su característica de respuesta de frecuencia.

Se supone que la función de transferencia de lazo abierto G(s)H(s) es representable como una relación de polinomios en "s". Para un sistema físicamente realizable, el grado del polinomio denominador de la función de transferencia de lazo cerrado, debe ser mayor o igual al del polinomio numerador. Esto significa que el límite de G(s)H(s) es cero o una constante para cualquier sistema físicamente construible, al tender "s" hacia el infinito.

El teorema de estabilidad de Nyquist, para un caso general en que G(s)H(s) tiene polos y/o ceros sobre el eje "jw" y hacien do referencia a la fig.(1.L), establece que si la función trans ferencia de lazo abierto G(s)H(s) tiene "K" polos en el semiplano derecho de "s", para que halla estabilidad a medida que el punto representativo recorre el diagrama de Nyquist modificado en sen tido horario, el lugar G(s)H(s) debe incluir "K" veces el punto - 1 + j0 en sentido antihorario.

Ejemplo :

Para una función transferencia de lazo abierto G(s)H(s) con un factor $1/s^{n}$ (con n = 2, 3, ...), el diagrama de G(s)H(s) tiene "n" semicírculos de radio infinito, en sentido horario, en derredor del origen cuando el punto representativo "s" recorre el semicírculo de radio "r" (con "r"$\ll$1). Por ejemplo, si la función transferencia de lazo abierto siguiente :

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s^2(Ts+1)}$$, Sustituyendo $s = \exp(j\theta)\, r$

entonces, con "r"$\longrightarrow$ 0 tenemos

$$\lim_{r \to 0} G(s)H(s) = \frac{K}{r^2 \exp(2j\theta)} = \frac{K}{r^2} \exp(-2j\theta)$$

Así, al semicírculo con radio "r" en el plano "s", le corresponde un círculo con radio $R=K/r^2$ que tiende al infinito en el plano G(s)H(s).

Al variar θ desde -90 grados a 90 grados en el plano "s", el ángulo de G(s)H(s) varía desde 180 grados hasta -180 grados , como se ve en la fig.(1.L). Como no hay polo en el semiplano derecho de "s" y el lugar rodea dos veces en sentido horario al punto -1 + j0 para cualquier valor positivo de "K", hay dos ceros de 1 + G(s)H(s) en el semiplano derecho de "s". Por tanto, este sistema es siempre inestable.

Se puede efectuar un análisis similar si G(s)H(s) tiene polos y/o ceros en el eje "jw"

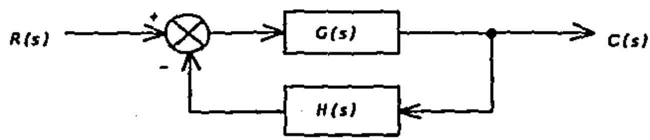
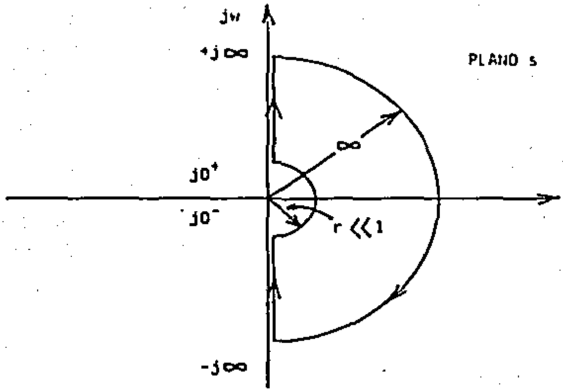


Fig.(1.K). Sistema de lazo cerrado



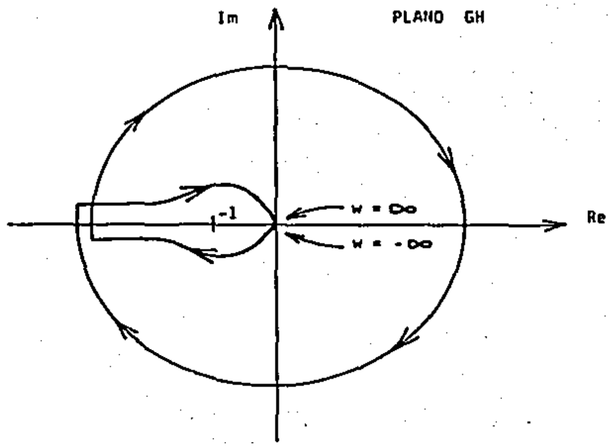


Fig.(1.L) Contorno en el plano *s* y el lugar de $G(s)H(s)$ en el plano GH, donde

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s^2 (Ts + 1)}$$

(1.4.3) ANALISIS DE ESTABILIDAD A PARTIR DEL DIAGRAMA MAGNITUD LOGARITMICA-ANGULO.

El diagrama de magnitud logarítmica vs ángulo se determina mediante la evaluación de estos parámetros a partir de sus respectivas gráficas vs "w". La curva resultante tiene como parámetro la frecuencia.

Consideremos este diagrama para el sistema abierto. Es fácil mostrar que si el sistema abierto es estable y la curva para por el punto (0 dB, -180^{o}), entonces el diagrama de Nyquist correspondiente alcanza el punto (-1, $j0$). Por otra parte, si crece la ganancia, la curva crece también ; el diagrama de Nyquist correspondiente rodea el punto (-1, $j0$) y el sistema pierde estabilidad. Si la ganancia baja, la curva también baja, y el sistema vuelve a ser estable. Por ejemplo, la curva para la función de transferencia del sistema abierto

$$G(jw) = \frac{4\ (\ 1 + j0.5w\ )}{jw\ (\ 1 + j2w\ )[\ 1 + j0.05w + (j0.125w)^{2}]} \qquad (1.13)$$

graficada en la fig.(1.M) muestra los márgenes de ganancia positiva y de fase; luego entonces esta representa un sistema estable. Alterando la ganancia, la curva crecerá o decrecerá sin cambiar las características del ángulo. Incrementando la ganancia, la curva crece, consecuentemente decrecen los márgenes de ganancia y de fase, con el resultado de que la estabilidad decrece. Incrementando la ganancia de manera que la curva tenga una magnitud logarítmica positiva en -180 grados conlleva a márgenes de ganancia y fase negativos; luego entonces resulta un sistema inestable. Disminuyendo la ganancia la curva decrece y la estabilidad crece. De cualquier manera, siempre es deseada una ganancia grande para reducir los errores de estado estable.

El diagrama de magnitud logarítmica vs ángulo para G(s)H(s) puede graficarse para todos los valores de "s" en el contorno de "Q" mostrado en la fig.(1.N). Para sistemas de fase mínima* la curva resultante es un contorno cerrado. El criterio de Nyquist puede aplicarse a este contorno mediante la determinación del número de puntos (teniendo los valores de 0 dB y los múltiplos impares de 180 grados) encerrados por la curva de G(s)H(s). Este número representa el valor de "N" que se utiliza en la ecuación N = Z(R) para determinar el valor de Z(R). *Como* ejemplo, consideremos el sistema de control cuya función de transferencia está dada por

$$G(s) = \frac{K_1}{s\,(\,1 + Ts\,)} \tag{1.14}$$

Su diagrama de magnitud logarítmica vs ángulo, para el contorno "Q" , se muestra en la fig.(1.O)

(*) Un sistema cuya función de transferencia de lazo abierto no posee polos o ceros en el plano derecho "s", se conoce como de fase mínima.

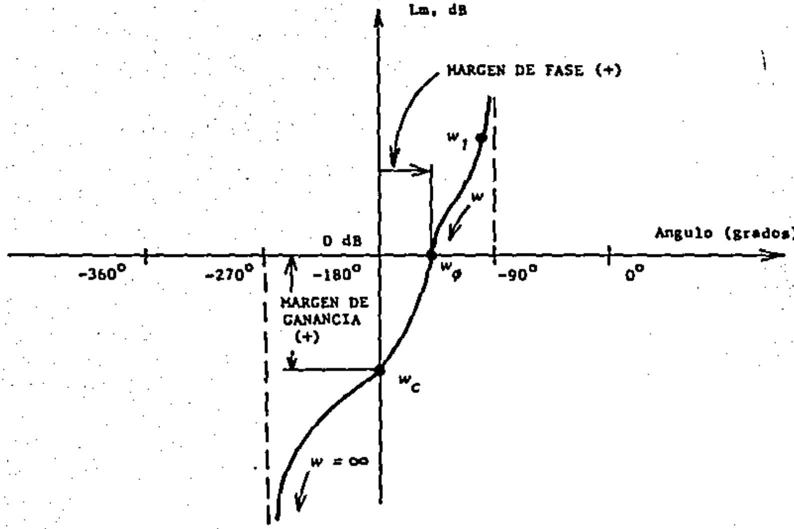


Fig.(1.M). Diagrama de magnitud logarítmica-ángulo obtenido a partir de las curvas de magnitud logarítmica-frecuencia y de ángulo de fase-frecuencia del sistema cuya función de transferencia está definida por la ecuación (1.13).

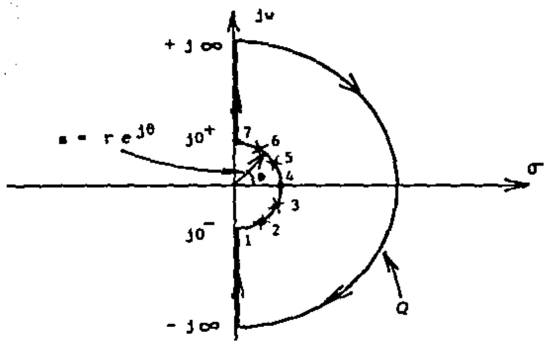


Fig.(1.N). El contorno Q que encierra la mitad derecha del plano s .

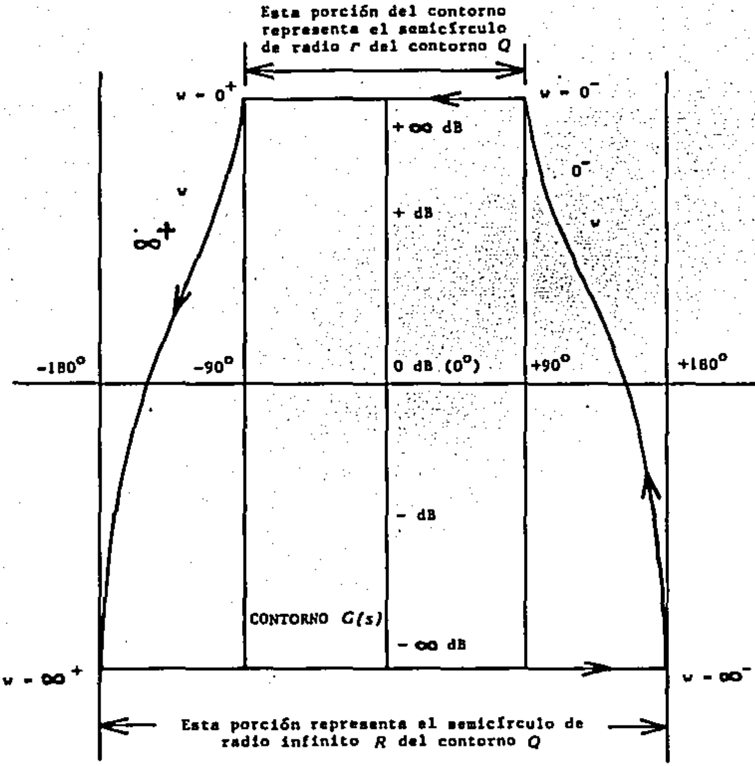


Fig.(1.0). Contorno de la magnitud logarítmica-ángulo para el sistema de fase mínima de la ec.(1.14)

De la figura (1.O) se puede notar que el valor de "N" es cero y que el sistema es estable. Para un sistema de fase no mínima el contorno de magnitud logarítmica vs ángulo no es cerrado; consecuentemente será difícil determinar el valor de "N". En estos casos será de conveniencia el utilizar la gráfica polar para determinar la estabilidad del sistema.

Para sistemas de fase mínima no es necesario obtener el contorno completo de magnitud logarítmica vs ángulo para determinar la estabilidad. Sólo se dibuja aquella porción del contorno que represente a G(jw) en el intervalo $0(+) < w < \infty$. La estabilidad se determina mediante la posición de la curva de G(jw) relativa al punto (0 dB, -180 grados). En otras palabras, la curva se traza en la dirección del incremento de frecuencia. El sistema será estable si el punto (0 dB, -180 grados) está a la derecha de la curva. Este es el método simplificado basado en el criterio de estabilidad de Nyquist.

Un sistema condicionalmente estable es aquel en que la curva cruza el eje de -180 grados en más de un punto. La fig. (1.P) muestra las gráficas de las funciones de transferencia para un sistema tal que tiene dos regiones inestables y dos estables. La ganancia determina si el sistema es estable o inestable. Una información adicional acerca de la estabilidad puede obtenerse a partir del diagrama de magnitud logarítmica vs ángulo.

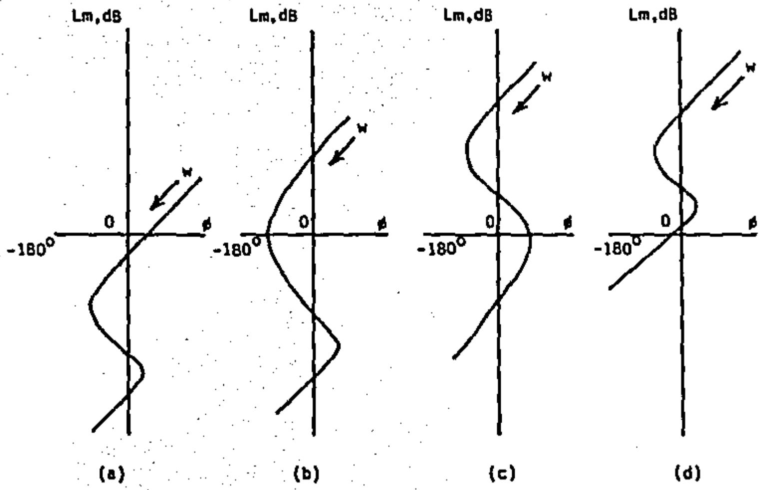


Fig.(1.P). Diagramas de magnitud logarítmica para un sistema condicionalmente estable: (a),(c) estable; (b),(d) inestable.

(1.5) EL REGULADOR PID

(1.5.1) CARACTERISTICAS BASICAS

Consideremos la siguiente la tabla

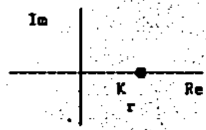
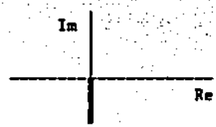
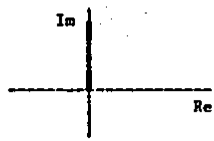
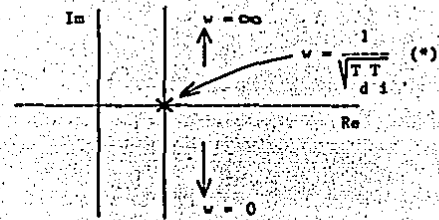
REGULADOR	FUNCION DE TRANSFERENCIA	TRAZA DE NYQUIST
PROPORCIONAL	$G(jw) = K_r$	
INTEGRADOR	$G(jw) = \dfrac{1}{T_i jw}$	
DIFERENCIADOR	$G(jw) = T_d jw$	

TABLA (II). FUNCIONES DE TRANSFERENCIA Y TRAZAS DE NYQUIST DE CADA UNO DE LOS ELEMENTOS DEL REGULADOR PID

Consecuentemente, la función de transferencia de un regulador PID será

$$G(jw) = K \left(1 + \frac{1}{T_i jw} + T_d jw \right)$$

y su traza de Nyquist se muestra en la siguiente figura



(*) Esto se debe a que si

$$G(jw) = K_r + j(T_d w - \frac{1}{T_i w})K$$

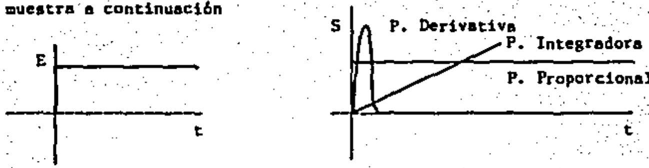
Cuando la parte imaginaria de G(jw) es nula tenemos que

$$(T_d w - \frac{1}{T_i w})K_r = 0$$

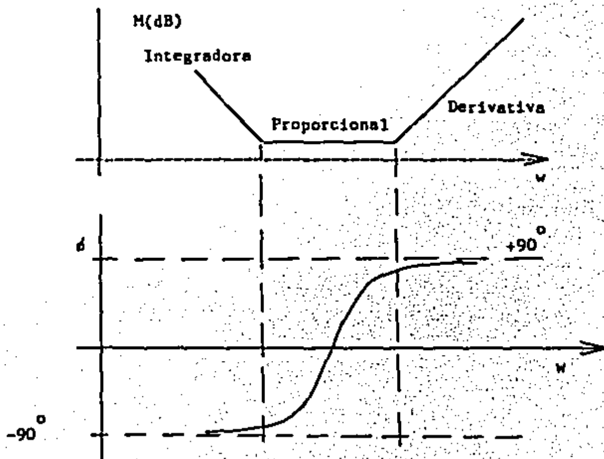
y despejando "w" tenemos que

$$w = \frac{1}{\sqrt{T_d T_i}}$$

La respuesta a una entrada escalón de un regulador PID se muestra a continuación



Las trazas de Bode simplificadas para magnitud logarítmica y ángulo de fase correspondientes al regulador PID son las que siguen

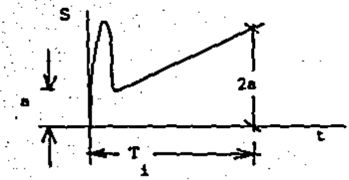


Nota: Las gráficas dependen de los parámetros K_r, T_i y T_d.

(1.5.2) SENTIDO GRAFICO DE LOS PARAMETROS T_i y T_d

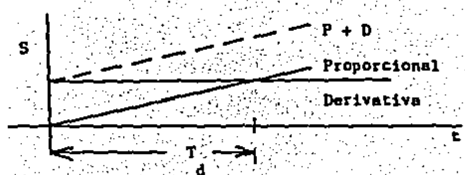
(*) **T_i (Tiempo de duplicación)**

En la gráfica de la respuesta total a una entrada escalón de un PID tenemos que



(*) **T_d (Tiempo de Adelanto).**

En la respuesta de la parte proporcional y derivativa a entrada rampa al PID tenemos



CAPITULO II. REALIZACION TECNICA DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA.

En el sistema de control de lazo cerrado mostrado mediante un diagrama en la Fig.(2.A.i), y mediante un reograma en la Fig.(2.A.ii), hallamos tres elementos que son comúnes a todos los experimentos propuestos en este proyecto. Ellos son : el punto de suma, el regulador (PID) y el amplificador. Todos ellos se anali zarán con cierto detalle, aunque será más profundo el estudio de los 2 últimos dado que cada una de sus componentes influye radi calmente sobre la función de transferencia del sistema, y las condiciones de operación del mismo.

(2.1) EL REGULADOR PID

El diseño realizado para este elemento se muestra en la Fig.(2.B). En ella se aprecian, de arriba hacia abajo, las secciones proporcional, integradora y derivativa.

Mediante los potenciometros indicados, es posible regular los niveles de voltaje deseados de cada sección, mientras que con los interruptores se eliminan totalmente las señales no deseadas a la salida del regulador, para poder analizar únicamente aquella o aquellas que al operario le interesen.

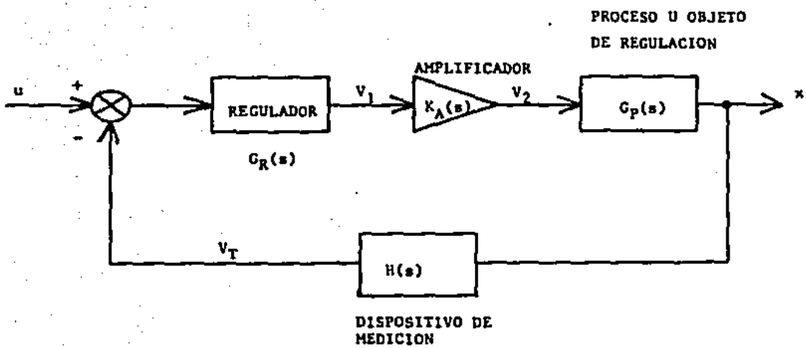


Fig.(2.A.i) Diagrama de lazo cerrado de un sistema de control

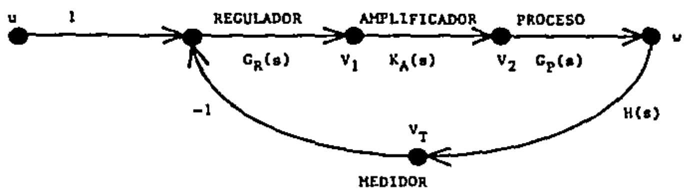


Fig.(2.A.ii). Reograma general de un sistema cerrado

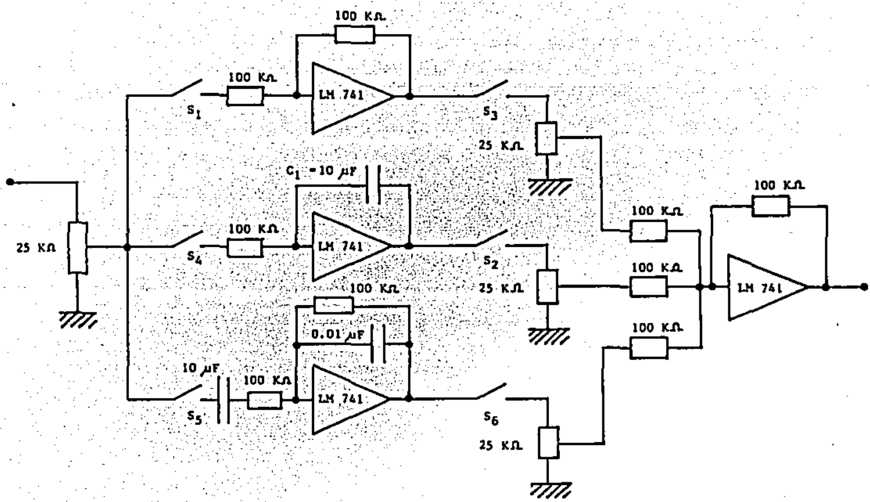


Fig.(2.B) Regulador P.I.D.

En el análisis del funcionamiento de un regulador es necesario recurrir a un registrador gráfico, con el fin de poder visualizar las gráficas de entrada y salida del regulador que en este proyecto se propone.

En esta sección se muestran las gráficas de respuesta del regulador a diversas entradas, tanto con todas las funciones (proporcional, integradora y derivativa) en operación, como aquellas curvas obtenidas cuando se seleccionan, con los interruptores indicados, sólo dos o hasta una de las mencionadas funciones.

Es preciso mencionar que, en todas las gráficas correspondientes a esta sección, el canal superior representa la señal de entrada al regulador, mientras que el canal inferior muestra la curva de salida.

Cuando excitamos únicamente la parte proporcional del regulador, con una señal rectangular, obtenemos una gráfica idéntica a la salida del mismo. Ello se muestra en la Fig.(2.C).

Las figuras (2.D.i) y (2.D.ii) muestran la respuesta del regulador, operando únicamente la función derivativa, con entradas rectangulares de 3 frecuencias distintas.

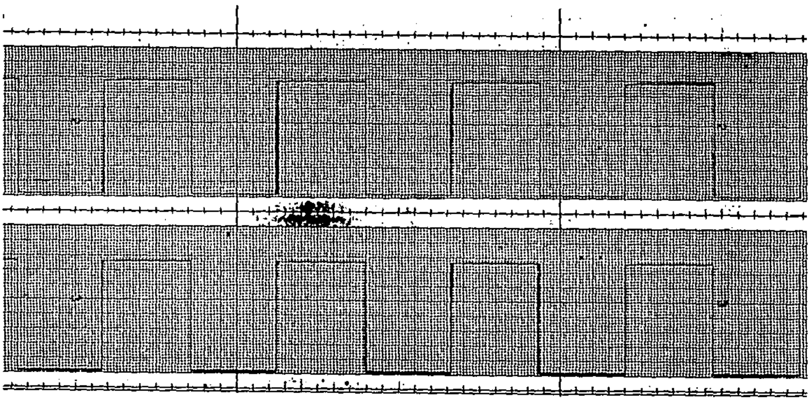


Fig.(2.C). Respuesta del Regulador PROPORCIONAL, a una entrada de escalón .

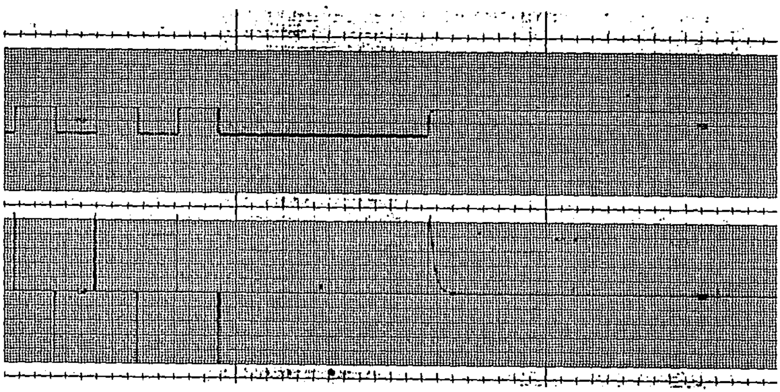


Fig.(2.D.i). Respuesta del Regulador DERIVATIVO, a entradas de escalón, de distintas frecuencias.

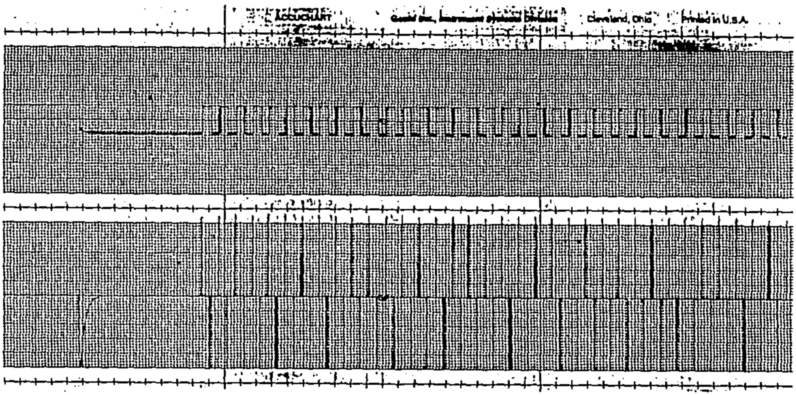


Fig.(2.D.ii). Respuesta del Regulador DERIVATIVO, a entradas de escalón, de distintas frecuencias.

La respuesta del regulador, operando exclusivamente la función integradora, se muestra en la Fig.(2.E). Es posible notar en esta gráfica, que el eje de simetría de la señal triangular de salida, tiende a desviarse hacia abajo. El motivo de ello, radica en que existe un voltaje de error del generador de onda cuadrada, esto es, que el eje de simetría de la señal de entrada, no está ubicado en cero. En este caso particular, el eje de simetría de las señales del generador tiene una desviación aproximada de -0.1 Volts. Esta discrepancia se amplifica en el regulador, y hace que el capacitor C_1 del integrador no se descargue completamente al cambiar el signo de la onda cuadrada.

La desviación de la señal de salida mencionada, puede evitarse conectando una resistencia entre las terminales C y D, del elemento integrador del regulador. Sin embargo, la gráfica correspondiente, no satisface la expresión teórica esperada, pues en lugar de obtener las rampas deseadas, se registran curvas iguales a las de carga y descarga de un circuito RC, como lo muestra la Fig.(2.F).

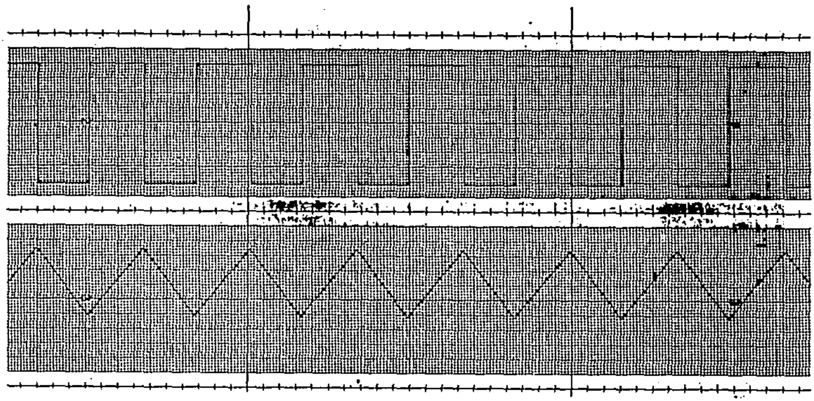


Fig.(2.E). Respuesta del Regulador INTEGRADOR, a una excitación de escalón.

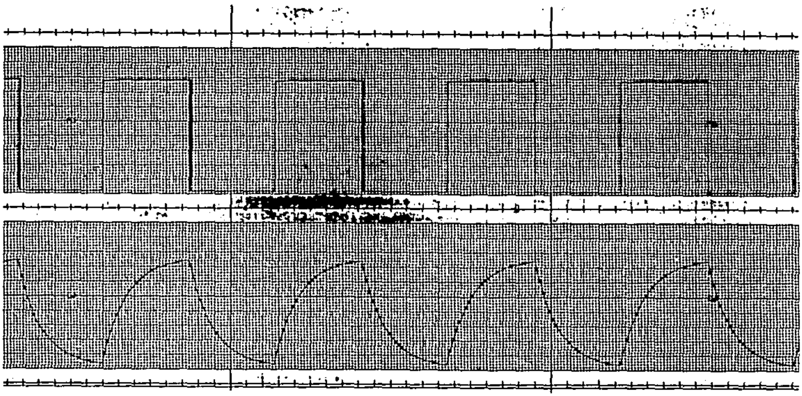


Fig.(2.F). Respuesta del Regulador INTEGRADOR, a una excitación de escalón, conectando una resistencia de 100 KΩ en paralelo con el capacitor C_1

Además de mostrar las gráficas de cada una de las funciones del regulador, correspondientes a una entrada escalón, este proyecto presenta las respuestas de este elemento, a esta misma excitación, pero activando juntas las funciones P + D y P + I como lo muestran las figuras (2.G) y (2.H) respectivamente.

Las últimas gráficas obtenidas con una entrada de escalón, son aquellas mostradas en las figuras (2.I), (2.J) y (2.K). En ellas se activaron las 3 funciones del regulador (PID), con distintas frecuencias de la señal rectangular de entrada. Aquí se muestra, mediante el registrador gráfico, la señal deseada en la sección (1.5.2)

La curva de salida mostrada en la Fig.(2.K) será empleada para hallar el valor del Tiempo de Duplicación T_i definido en la sección (1.5.2). Este valor resultó ser igual a 16.4 seg.

A continuación, se mostrarán 2 gráficas obtenidas con una entrada triangular. En las 2 primeras de ellas, Figs. (2.L) y (2.M) se activaron los interruptores correspondientes a las funciones P + D, con distinta amplitud de entrada. La Fig.(2.M) será útil para hallar el valor del Tiempo de Adelanto T_d, mencionado en la sección (1.5.2). Haciendo la medición, encontramos que $T_d = 6.5$ seg.

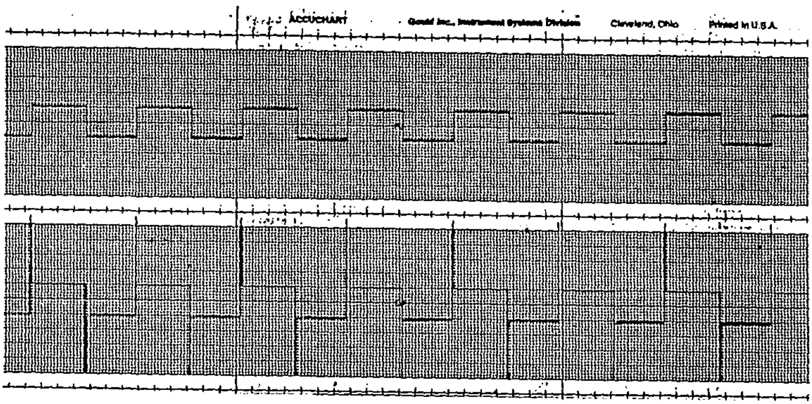


Fig.(2.G). Respuesta del Regulador PD, a una entrada de escalón.

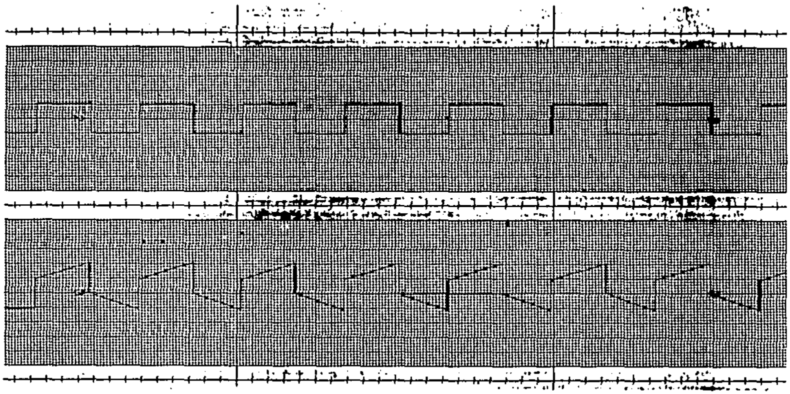


Fig.(2.H). Respuesta del Regulador PI, a una entrada de escalón.

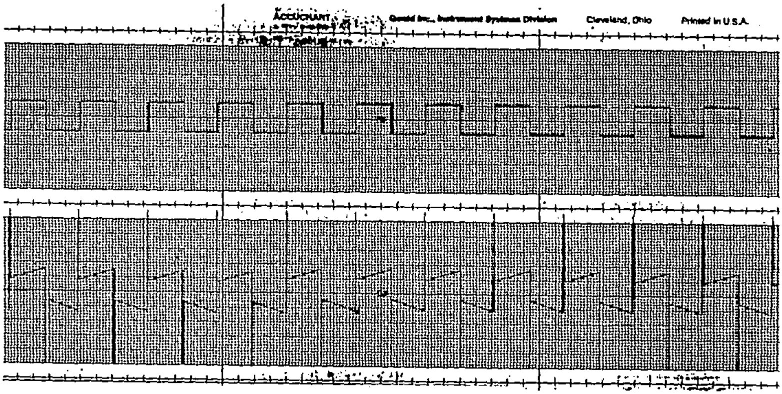


Fig.(2.1). Respuesta del Regulador PID, a una entrada de escalón

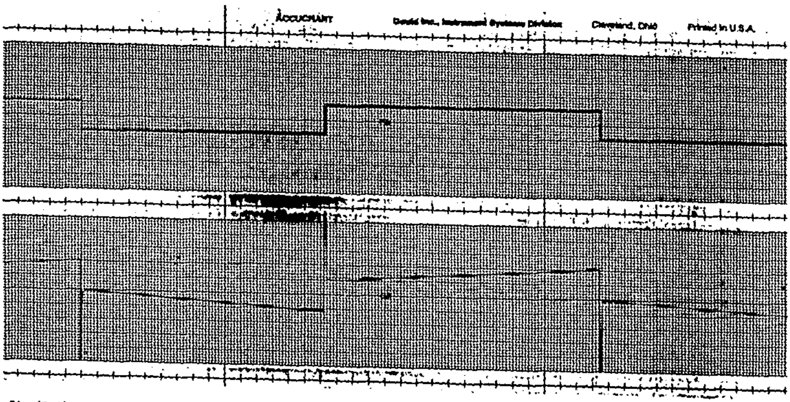


Fig.(2.J). Respuesta del Regulador PID, a una entrada de escalón.

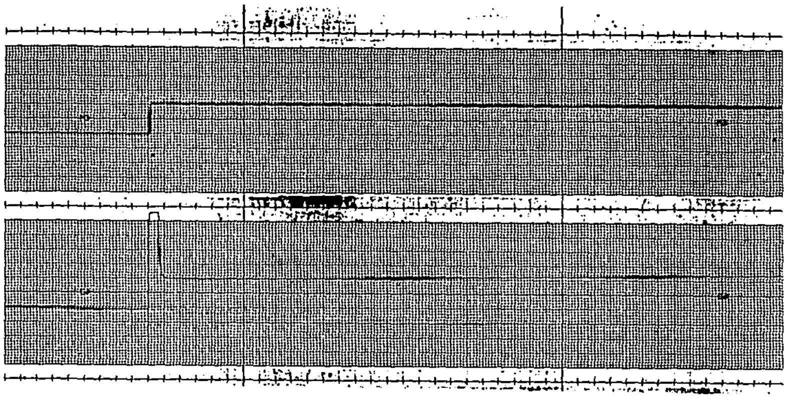


Fig.(2.K). Respuesta del Regulador PID, a una entrada de escalón.

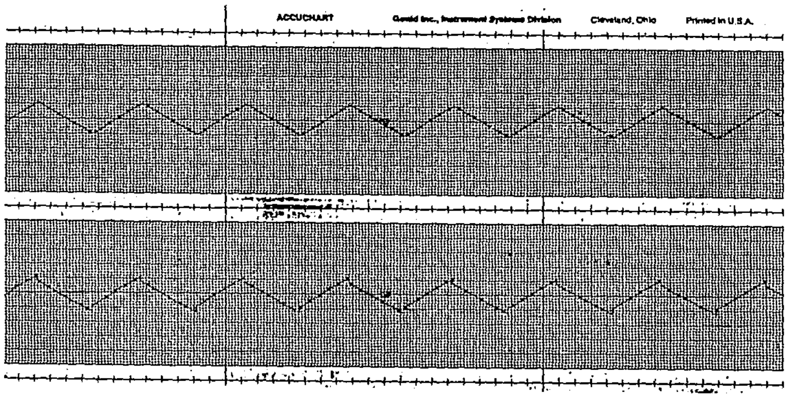


Fig.(2.L). Respuesta del Regulador PD, a una entrada triangular

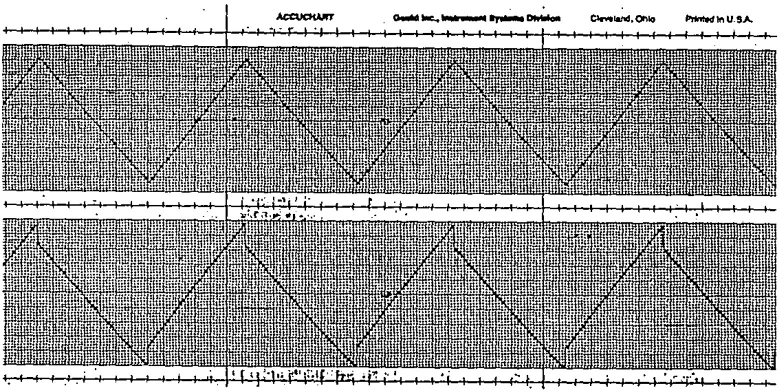


Fig.(2.M). Respuesta del Regulador PD, a una entrada triangular.

La otra gráfica, Fig.(2.N), muestra la operación de las 3 funciones PID del regulador, excitado con una entrada triangular. Debe hacerse notar que, en el tiempo t_o, se descargó manualmente el capacitor C_1 del elemento integrador mediante el interruptor S_4 del regulador, debido al efecto de caida del eje de sime - tría descrito anteriormente. Este fenómeno es claramente aprecia- ble en esta gráfica.

Finalmente, mostraremos las curvas correspondientes a una excitación sinusoidal.

En la Fig.(2.O) se aprecia la misma curva a la salida que a la entrada del regulador. Esto sucede cuando se conecta únicamente la sección proporcional.

El efecto de respuesta a frecuencia se corrobora en las figuras (2.P) y (2.Q), donde se activaron únicamente las secciones INTEGRADORA y DERIVATIVA respectivamente. En el caso de la Fig.(2.P), sólo se logra igual amplitud a la salida, cuando la frecuencia de entrada es de 0.125 Hz. Esto es, en el caso del elemento DERIVATIVO, es necesario aumentar la frecuencia de la señal de entrada, para igualar las amplitudes de entrada y sali- da. Sin embargo, con el elemento INTEGRADOR sucede lo contrario; tanto es lo que hay que reducir la frecuencia de entrada al regulador para intentar igualar las amplitudes de entrada y salida, que el generador de señales utilizado no es capaz de generar a frecuencias tan pequeñas. De cualquier modo, es posible notar la caida del eje de simetría o componente continua mencionada anteriormente.

Por último, la Fig.(2.R) muestra la respuesta del regulador PID a una entrada senoidal. Es preciso hacer notar que la señal de salida es idéntica a la de la entrada. Esto se debe a que se anulan los efectos DERIVATIVO e INTEGRADOR del regulador.

(2.2) EL AMPLIFICADOR.

El modelo diseñado para realizar la función de amplificación se muestra en la Fig.(2.S).

Este amplificador suministra una ganancia regulada K_A (Función de transferencia del amplificador) de 1 á 10 veces la señal de entrada, asistiéndose del potenciómetro mostrado. Además requiere de una fuente de alimentación bipolar, la cual se construyó adjunta al amplificador. La descripción y el diagrama de dicha fuente aparecen en el Apéndice B.

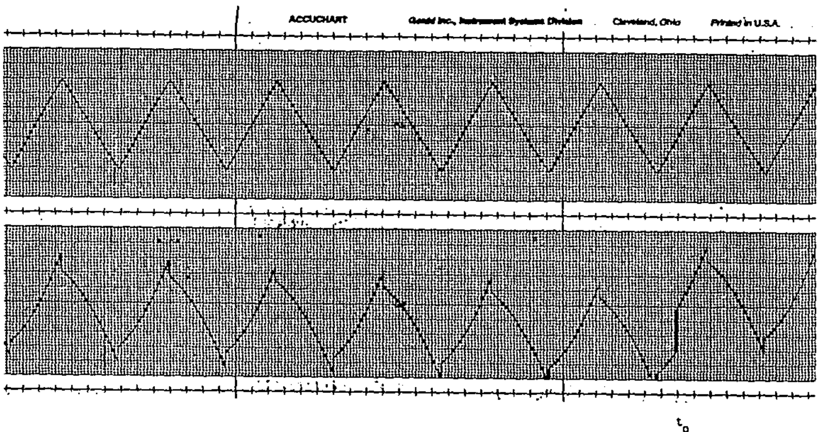


Fig.(2.N). Respuesta del Regulador PID, a una entrada triangular.

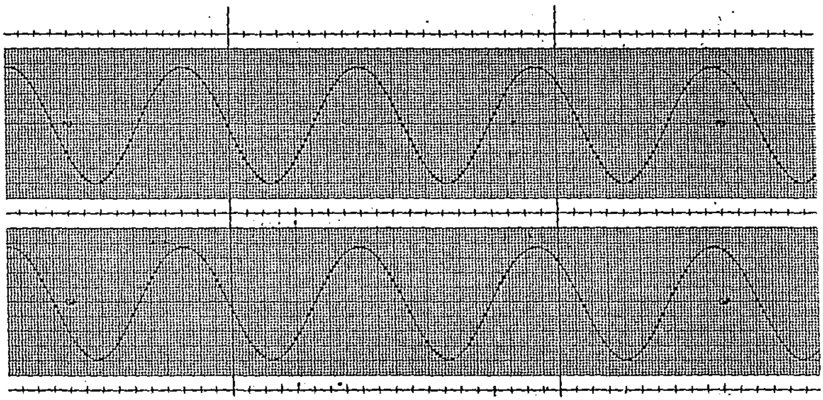


Fig.(2.0). Respuesta del Regulador PROPORCIONAL, a una entrada senoidal.

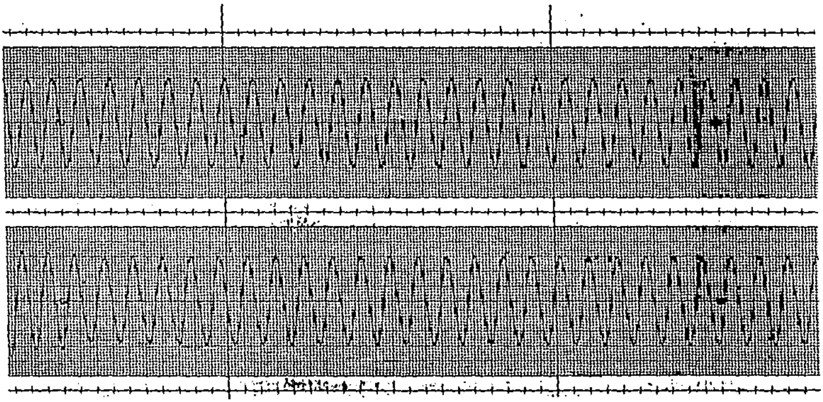


Fig.(2.P). Respuesta del Regulador DERIVATIVO, a una entrada senoidal.

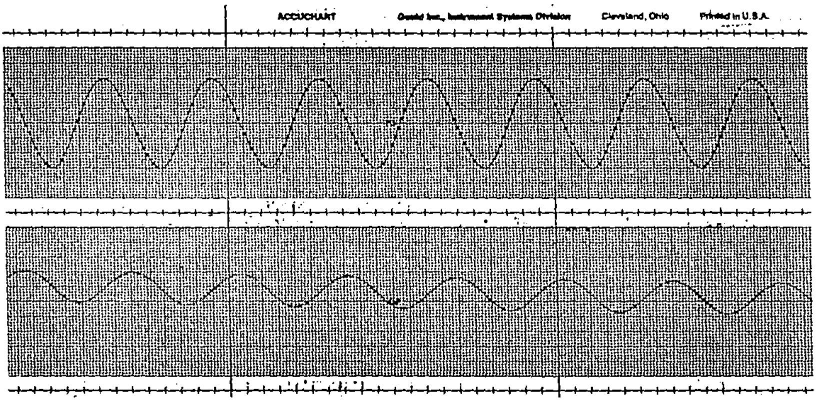


Fig.(2.Q). Respuesta del Regulador INTEGRADOR, a una entrada senoidal.

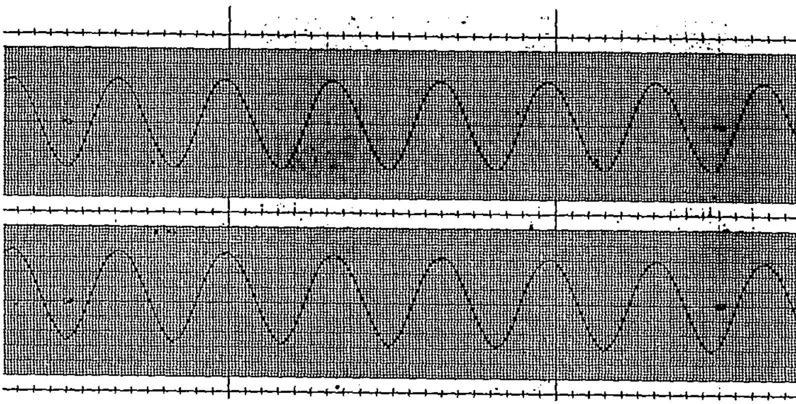


Fig.(2.R). Respuesta del Regulador PID, a una entrada senoidal.

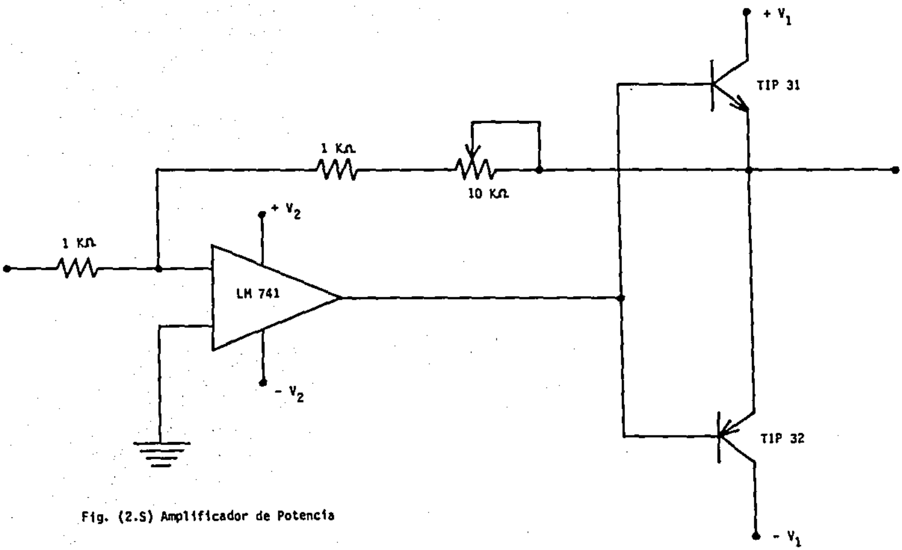


Fig. (2.S) Amplificador de Potencia

(2.3) EL PUNTO DE SUMA.

En esta sección aprovecharemos para describir el circuito elegido para hacer las veces del punto de suma. Su diagrama se muestra en la Fig.(2.T).

Es un circuito sencillo en el cual se utilizaron 4 resistores, 1 potenciómetro y 1 amplificador operacional metálico modelo LM741, polarizado con la misma fuente de alimentación que el amplificador y el regulador PID a 12 Volts (ver Apéndices A y B, al final de la obra).

Las terminales A y B del circuito representan a la señal proveniente del elemento de medición y el nivel de referencia deseado, respectivamente.

El potenciómetro se utiliza para variar el nivel de tensión eléctrica de la referencia. Consecuentemente este circuito se puede utilizar en el análisis de diversos experimentos, mismos que describiremos posteriormente.

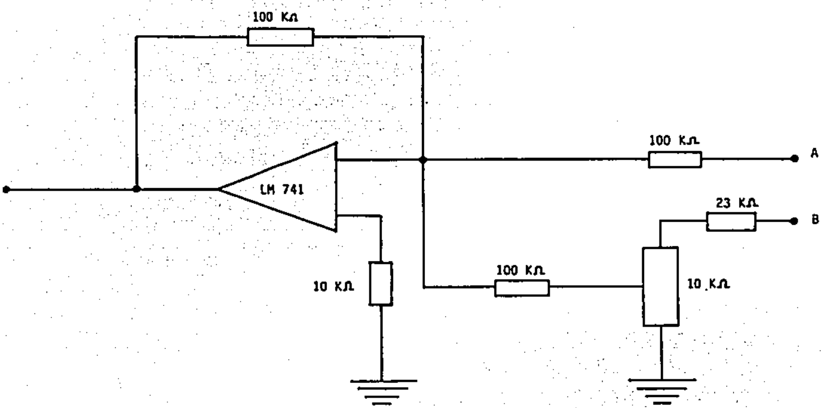


Fig.(2.T). Circuito representativo del Punto de Suma .

CAPITULO III. CONTROL DE VELOCIDAD ANGULAR

(3.1) DESCRIPCION DE LA PRACTICA

El primero de los proyectos que se analizarán en este trabajo, es un sistema de regulación de la velocidad angular de un motor de C.D. El diagrama correspondiente al sistema de lazo cerrado de este experimento se muestra en la Fig.(3.A). En el se pueden apreciar todos aquellos elementos cuya realización física se llevó a cabo para fines didácticos, como se comentó anteriormente

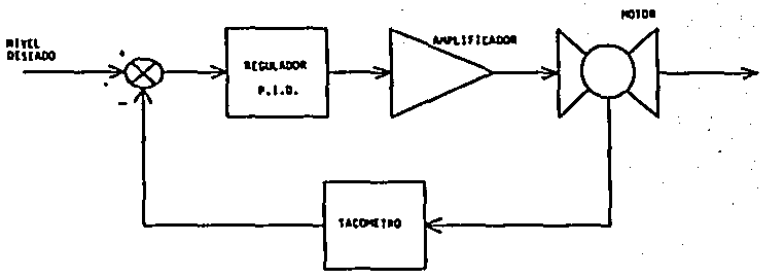


Fig. (3.A). Sistema de control de velocidad angular.

El esquema representativo del motor se muestra en la siguiente figura

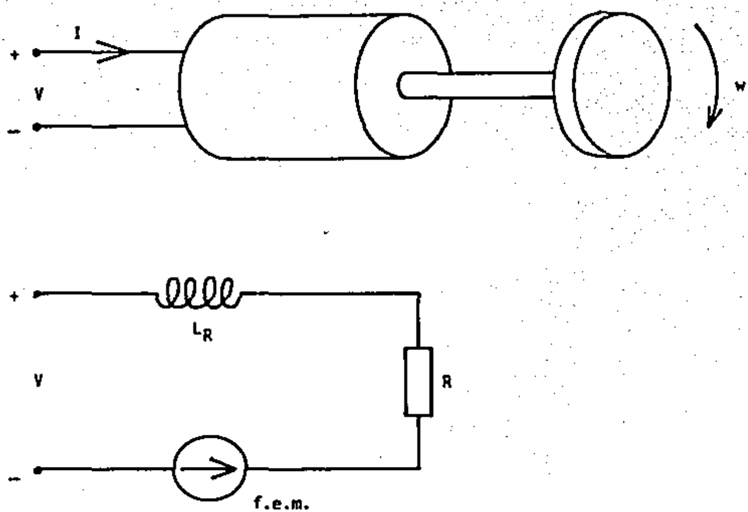


Fig.(3.8). Diagrama representativo y circuito equivalente del motor.

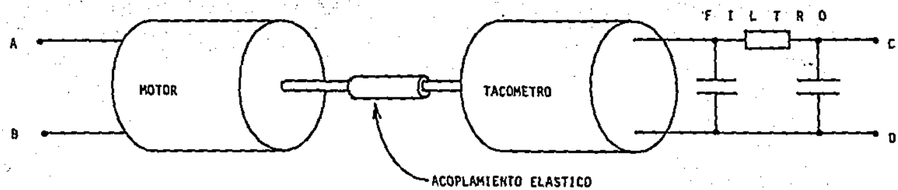


Fig.(3.C). Representación del sistema Motor-Tacómetro-Filtro.

Obedeciendo a los diagramas de la Fig.(3.B), las ecuaciones que rigen al motor son las que a continuación se citan :

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = \frac{1}{L}[v(t) - f(t)] \tag{3.1}$$

$$f(t) = k_M w(t) \tag{3.2}$$

$$\dot{w}(t) J = k_I i(t) \tag{3.3}$$

A partir de ellas obtenemos

$$G_M(s) = \frac{k_I}{JLs^2 + RJs + k_M k_I} \tag{3.4}$$

que es la Función de Transferencia del motor, mismo cuyo eje gira a 1800 r.p.m., alimentándolo con 12 V.

La Fig.(3.C) representa la forma en que se conecta el motor al tacómetro, cuya salida se hace pasar por un filtro RC, el cual a su vez tiene una constante de tiempo dada por

$$\tau = R\ C \text{ seg} = (500)(0.0002) \text{ seg} = 0.1 \text{ seg}$$

La Función de Transferencia del tacómetro está dada por

$$G_T(s) = \frac{k_{TAC}}{1 + \tau s} \tag{3.5}$$

Idealmente $k_{TAC} = 1$

En consecuencia

$$G_T(s) = \frac{1}{1 + 0.1s} \qquad (3.6)$$

El tacómetro lo constituye un motor con las mismas características que aquel alimentado por el amplificador y sometido al análisis.

(3.2) FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL SISTEMA CERRADO

En adición a lo anterior, tenemos plena seguridad de que

$$G(s) = \frac{G_R(s)G_A(s)G_M(s)}{1 + G_R(s)G_A(s)G_M(s)H_T(s)} \qquad (3.7)$$

siendo G(s) la Función de Transferencia del sistema cerrado en estudio.

Sustituyendo los valores mostrados en la Tabla III, sintetizada de las secciones (1.5.1), (2.2) y (3.4), en la ec.(3.7), obtenemos, después de desarrollar y simplificar, el valor de G(s) definido por la ec.(3.8).

ELEMENTO DEL SISTEMA	FUNCION DE TRANSFERENCIA
REGULADOR	$G_R(s) = k_R(1 + 1/T_I s + T_d s)$
AMPLIFICADOR	$G_A(s) = k_A$
MOTOR	$G_M(s) = \dfrac{k_I}{JLs^2 + RJs + k_M k_I}$
TACOMETRO	$G_T(s) = \dfrac{k_{TAC}}{1 + 0.1s}$

TABLA III. FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE CADA UNO DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA

$$G(s) = \frac{K\,[\,0.1T_d s^3 + (\,T_d + 0.1)s^2 + (\,1 + 0.1/T_i\,)s + 1/T_i\,]}{0.1JLs^4 + (JL + 0.1RJ)s^3 + (RJ + 0.1k_m k_i + Kk_t T_d)s^2 + (k_m k_i + Kk_t)s + Kk_t/T_i}$$

siendo $K = k_r k_a k_i$ (3.8)

(3.3) ANALISIS DE ESTABILIDAD

Esta sección analizará uno de los aspectos más relevantes de todos los problemas, relacionados con los sistemas de control: La estabilidad.

En acuerdo con los criterios de estabilidad, descritos en la sección (1.4) ,particularmente el de Routh [sección (1.4.1)], se realizará el estudio correspondiente a la estabilidad del sistema cerrado de este experimento.

A partir de la Función de Transferencia G(s), descrita en la sección (3.2), podemos establecer la tabulación de los coeficientes de Routh, como se muestra en la Tabla IV.

Gracias a este procedimiento, es posible establecer las condiciones de estabilidad, del sistema cerrado, mostradas en la Tabla V. Interesantes reflexiones se pueden hacer en torno a ellas, en cuanto a la forma en que influye cada uno de los parámetros del sistema de control, en la estabilidad.

s^4	$0.1JL$	$, RJ + 0.1k_mk_i + Kk_tT_d$	$, \quad Kk_t/T_i$
s^3	$JL + 0.1RJ$	$, k_mk_i + Kk_t$	$, \quad 0$
s^2	$\dfrac{(JL + 0.1RJ)(RJ + 0.1k_mk_i + Kk_tT_d) - (0.1JL)(k_mk_i + Kk_t)}{JL + 0.1RJ}$	$, Kk_t/T_i$	$, \quad 0$
s^1	α	$, 0$	$, \quad 0$
s^0	Kk_t / T_i	$, 0$	$, \quad 0$

siendo $\alpha = k_mk_i + Kk_t - \dfrac{(JL + 0.1RJ)^2(Kk_t/T_i)}{(JL + 0.1RJ)(RJ + 0.1k_mk_i + Kk_tT_d) - (0.1JL)(k_mk_i + Kk_t)}$

TABLA (IV). Ordenación de los coeficientes de Routh.

$$0.1JL > 0$$

$$(JL + 0.1RJ) > 0$$

$$(JL + 0.1RJ)(RJ + 0.1k_m k_i + Kk_t T_d) > (0.1JL)(k_m k_i + Kk_t)$$

$$(k_m k_i + Kk_t) > \frac{(JL + 0.1RJ)^2 (Kk_t / T_i)}{(JL + 0.1RJ)(RJ + 0.1k_m k_i + Kk_t T_d) - (0.1JL)(k_m k_i + Kk_t)}$$

TABLA (V) . Condiciones de estabilidad del sistema cerrado, según el criterio de Routh

(3.4) EVALUACION DE LOS PARAMETROS DEL SISTEMA

La Fig.(3.E) muestra la respuesta en el tiempo, del tacómetro, a una excitación de escalón en la entrada del motor, siendo la velocidad de salida del papel del registrador igual a 150 mm/seg . A partir de ella, podremos evaluar todos los parámetros descritos en la sección (1.2.2), mediante los procedimientos que sugiere dicho apartado.

La Tabla VI, es la fuente de donde se obtiene la gráfica indicada en la Fig.(3.F), siendo A_o = 36 unidades.

Mediante la asintota de $A_o - c(t)$, representada por $A_1 e^{-t/T_1}$,se pueden evaluar los valores de $A_2 e^{-t/T_2}$, obedeciendo a la ec.(1.8).

De acuerdo a la lógica con que se evaluaron los parámetros A_1 y A_2 en la Fig.(1.F), podemos, a partir de la gráfica anterior, aproximar

$$A_1 = A_o\left[\frac{rev}{min}\right]\frac{120}{36} = 120 \text{ unidades}$$

$$A_2 = A_o\left[\frac{rev}{min}\right]\frac{94}{36} = 94 \text{ unidades}$$

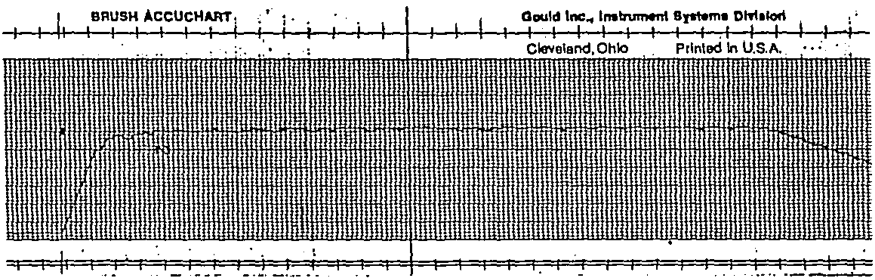


Fig.(3.E). Respuesta en el tiempo, del tacómetro, a una excitación de escalón en la entrada del motor.

t [mseg]	c(t) [unidades]	$A_0 - c(t)$ [u]	$A_1 e^{-t/T_1}$ [u]	$A_0 - c(t) - A_1 e^{-t/T_1}$ [u]
t(1) = 6.7	c(1) = 0.5	35.5	84	48.5
t(2) = 13.4	c(2) = 4	32	59	27
t(3) = 20.1	c(3) = 9	27	42.5	15.5
t(4) = 26.8	c(4) = 14	22	30	8
t(5) = 33.5	c(5) = 18	18	21.5	3.5
t(6) = 40.2	c(6) = 22	14	15.2	1.2
t(7) = 46.9	c(7) = 26	10		
t(8) = 53.6	c(8) = 28	8		
t(9) = 60.3	c(9) = 31	5		
t(10)= 67	c(10)= 32	4		
t(11)= 80.4	c(11)= 33.5	2.5		

TABLA VI . Valores de los parámetros transitorios, medidos de la Fig.(3.E).

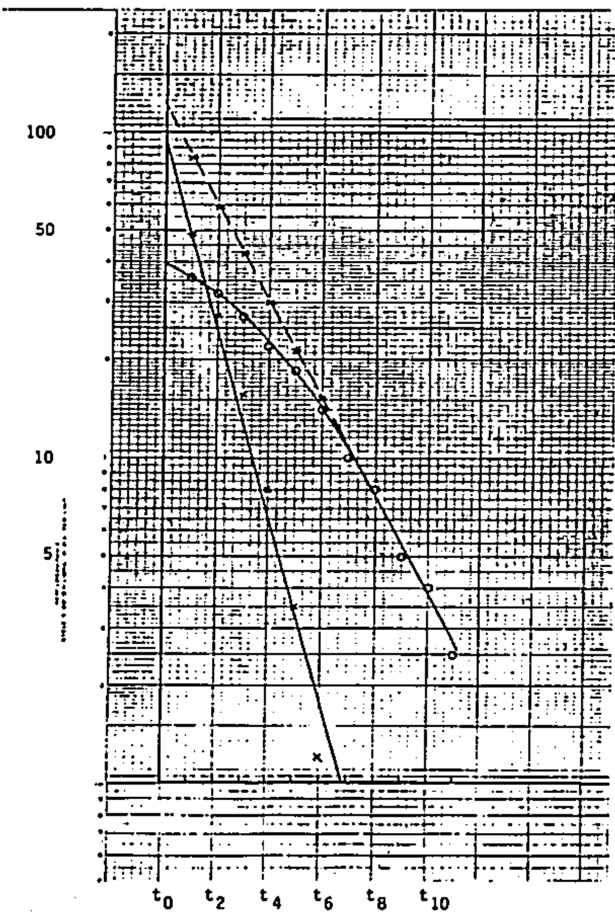


Fig.(3.F). Evaluación de los parámetros transitorios de la ec.(1.5), correspondiente al tacómetro utilizado en este proyecto.

Según el procedimiento descrito, referente a la evaluación de las constantes de tiempo, realizaremos el siguiente procedimiento :

Tomando el valor $t_a = t_6 - t_2$, para las gráficas de $A_1 e^{-t/T_1}$ y $A_2 e^{-t/T_2}$, tenemos, en el caso de la primera curva

t_a = 26.8 [mseg]
y_1 = 60 unidades
y_2 = 15 unidades
siendo t_n = 6.7n [mseg]

Sustituyendo en la expresión

$$T_1 = \frac{t_a}{ln\ (y_1/y_2)}$$

obtenemos T_1 = 19.33 [mseg] = 0.019 [seg]

De igual forma, para $A_2 e^{-t/T_2}$, tenemos

t_a = 26.8 [mseg]
y_1 = 24.5 unidades
y_2 = 1.7 unidades

y, mediante un procedimiento análogo

T_2 = 10 [mseg] = 0.01 [seg]

Sustituyendo T_1 y T_2 en la ec.(1.4) tenemos,

$$G_M(s) = \frac{1}{5300} \cdot \frac{1}{0.0002s^2 + 0.03s + 1} \tag{3.8}$$

Igualando las ecuaciones (3.4) y (3.8) obtenemos

$$\frac{1}{k_M} \cdot \frac{1}{\left(\frac{JL}{k_M k_I}\right)s^2 + \left(\frac{RJ}{k_M k_I}\right)s + 1} = \frac{1}{5300}\left[\frac{1}{0.0002s^2 + 0.03s + 1}\right] \tag{3.9}$$

Gracias a este análisis matemático, podremos determinar las magnitudes, dentro de las cuales, se encuentran los parámetros del motor. Combinando la ec.(3.9) con la función de transferencia

$$G_M(s) = \frac{1}{s^2/w_n^2 + (2\zeta/w_n)s + 1}$$

mencionada en la sección (1.2.2), y también correspondiente al motor sometido a nuestro análisis, se deduce que

$$k_M = 5300 \tag{3.10}$$

$$\frac{1}{w_n^2} = \frac{JL}{k_M k_I} = 0.0002 \tag{3.11}$$

$$\frac{2\zeta}{w_n} = \frac{RJ}{k_M k_I} = 0.03 \tag{3.12}$$

(3.5) INFLUENCIA DEL REGULADOR PID SOBRE EL SISTEMA CERRADO

Para concluir este capitulo, mostraremos la influencia y utilidad del regulador PID, en el sistema cerrado de regulación de velocidad angular.

Como en los anteriores análisis, habremos de recurrir al registrador gráfico que, como bien podremos ya asegurar con certeza, es un instrumento noble, de vital importancia en todo laboratorio de control.

Las figuras de esta sección, muestran la curva correspondiente a la señal registrada en la salida del filtro del tacómetro, conectando a 12 V la referencia del punto de suma, esto es, excitando al sistema con una entrada de escalón.

La primera experimentación realizada, se muestra diagramá - ticamente en la Fig.(3.G). El disturbio indicado se aplicó manualmente, frenando el eje del motor, en el tiempo t_1 , como se aprecia en la Fig.(3.H), simulando una fuerza en escalón aunque, debido a su naturaleza, la magnitud de la misma fué ligeramente variable. A pesar de ello, es posible observar la reacción de la sección INTEGRADORA, que trata de hacer regresar el nivel de voltaje de salida, al que se tenía presente antes del disturbio. Nótese que en el tiempo t_0 , se conectó la señal de referencia.

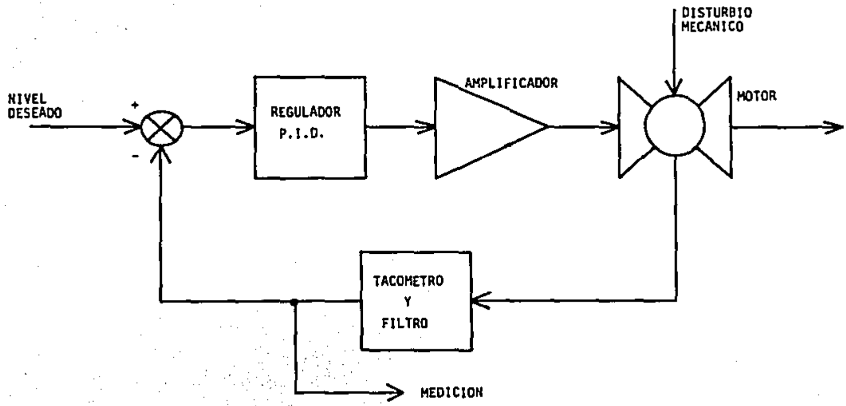


Fig. (3.G). Aplicación de un disturbio al sistema cerrado

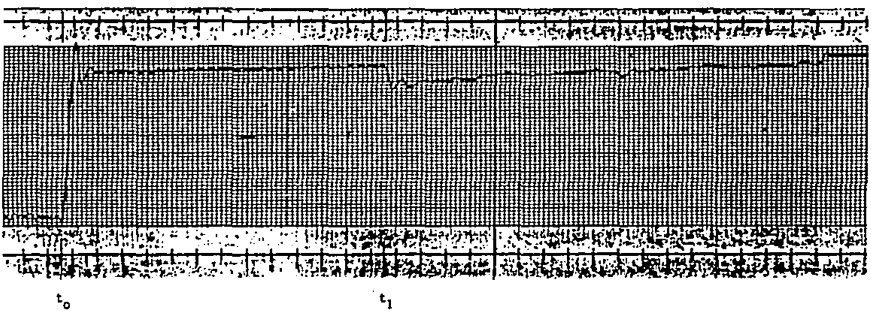


Fig.(3.H). Respuesta del tacómetro a un disturbio mecánico, activando el regulador INTEGRADOR (PI).

Otro fenómeno se presenta al aplicar exclusivamente el regulador PROPORCIONAL; al aumentar su ganancia, es mayor la amplitud de las oscilaciones. Ello es claro en la Fig.(3.I)

Es la Fig.(3.H) aquella que muestra los méritos e influencia del regulador DERIVATIVO. Antes del tiempo indicado t_0, se encontraba activado el regulador P + I, efectuándose conexiones y desconexiones en la referencia, como se puede observar. A partir de t_0, cuando se añadió el efecto DERIVATIVO del regulador (i.e. funcionaba entonces todo el PID), fué posible apreciar que éste contribuía al mayor amortiguamiento de la oscilación transitoria de la respuesta.

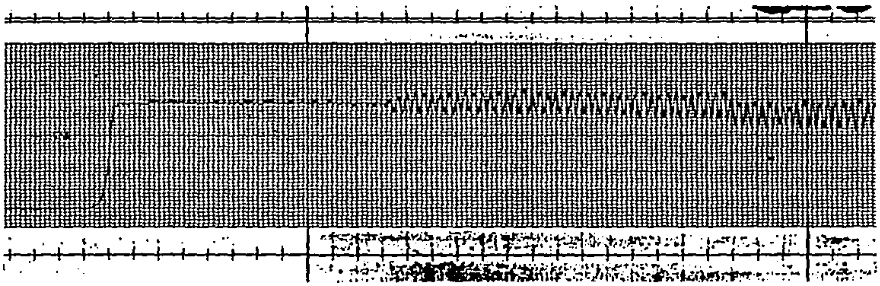


Fig.(3.1). Respuesta en el tiempo, del tacómetro, aumentando la ganancia del regulador PROPORCIONAL.

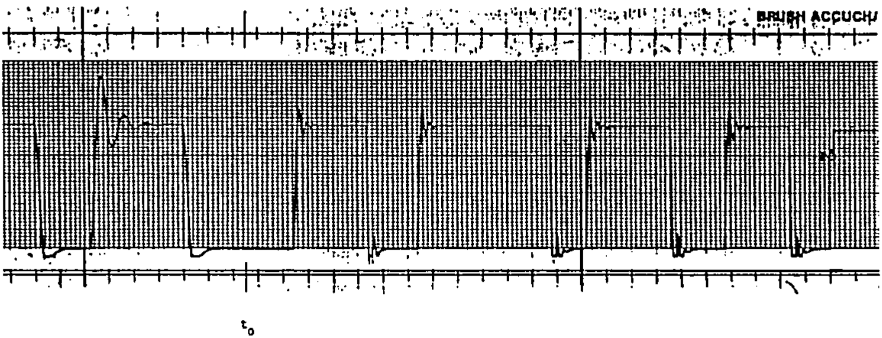


Fig.(3.J). Amortiguamiento de las oscilaciones, gracias al regulador DERIVATIVO.

(3.6) PRESUPUESTO ECONOMICO.

Los artículos que a continuación se citan, son aquellos que fueron indispensables para la realización del control de velocidad angular descrito en este capítulo. Ellos se utilizaron, tanto para la construcción y excitación de todos los elementos, como para la comprobación del correcto funcionamiento del sistema.

(1) Registrador Gráfico de tinta, marca GRAPHTEC, modelo WR3801-2 (Fabricación Japonesa), de 2 canales (40 mm de ancho cada canal). Incluye;

- Caja de retención de papel en Z.
- Carro transportador.
- Cubierta protectora metálica.
- 2 Plumas.
- 100 cm^3 de tinta negra.
- 10 rollos de papel en Z (40 m de longitud cada rollo).

6,700,000.-

(2) Fuente de Potencia, marca LAMBDA, modelo LOS-Z-12 (Fabricación Norteamericana), para 12 V $\pm$ 5 %, y capacidad de 1.6 Amp., a 40 grados Centigrados

168,000.-

(3) Transformador de doble derivación 5,600.-

(4) Conectores macho y hembra 16,000.-

(5) Amplificadores operacionales LM741.	12,500.-
(6) Transistores TIP41 y TIP42	2,000.-
(7) Disipadores de calor	800.-
(8) Potenciómetros con perilla	8,500.-
(9) Resistencias	1,000.-
(10) Capacitores	4,000.-
(11) Interruptores	3,000.-
(12) Alambrado sencillo (5 m) y cable blindado (3 m)	5,000.-
(13) Portafusible	500.-
(14) Fusible (1Amp., 250 V)	300.-
(15) Cable para toma de corriente	1,500.-
(16) Tabla de Fibracel	4,000.-
(17) Esmalte y barniz	6,000.-
(18) 2 Motores de 1,800 r.p.m. (12 V, 300 mA)	20,000.-

Es importante aclarar que todos los precios se indican en pesos mexicanos y, corresponden al mes de agosto de 1987, dado que aumentan constantemente; de modo particular los artículos (1) y (2), los que son de importación.

CAPITULO IV. EXPERIMENTOS ADICIONALES.

Aprovecharemos algunos de los elementos utilizados en la experimentación del Capítulo III, para la realización de otras prácticas. Ellos son : El regulador PID, el amplificador y el punto de suma. El propósito de esta sección es el de explicar muy brevemente, la aplicación de dichos elementos, a los sistemas cerrados, correspondientes al control de temperatura y posición.

(4.1) CONTROL DE TEMPERATURA.

La Fig.(4.1) muestra el diagrama del sistema cerrado de control de temperatura. A partir de los valores indicados en cada uno de los elementos de esta figura, podemos deducir la función de transferencia de tercer orden, indicada por la ec.(4.1)

$$G(s) = \frac{T_d T_f s^3 + (T_d + T_f)s^2 + (1 + T_f/T_i)s + 1/T_i}{(T_c T_f/c)s^3 + [(T_c + T_f)/c]s^2 + (T_d + 1/c)s + 1/T_i} \qquad (4.1)$$

siendo $c = K_R K_A K_C$.

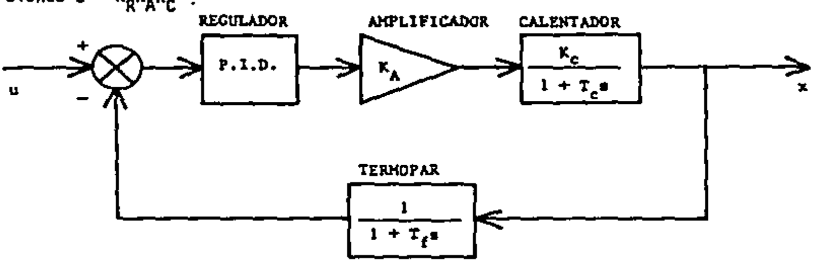


Fig.(4.1). Diagrama de bloques de un sistema regulador de temperatura.

(4.2) CONTROL DE POSICION.

El diagrama de la Fig.(4.2) muestra el sistema regulador de posición. El motor indicado puede ser de características similares a el utilizado en el Capítulo III. La función de transferencia de este sistema cerrado, es aquella mostrada por la ec.(4.2).

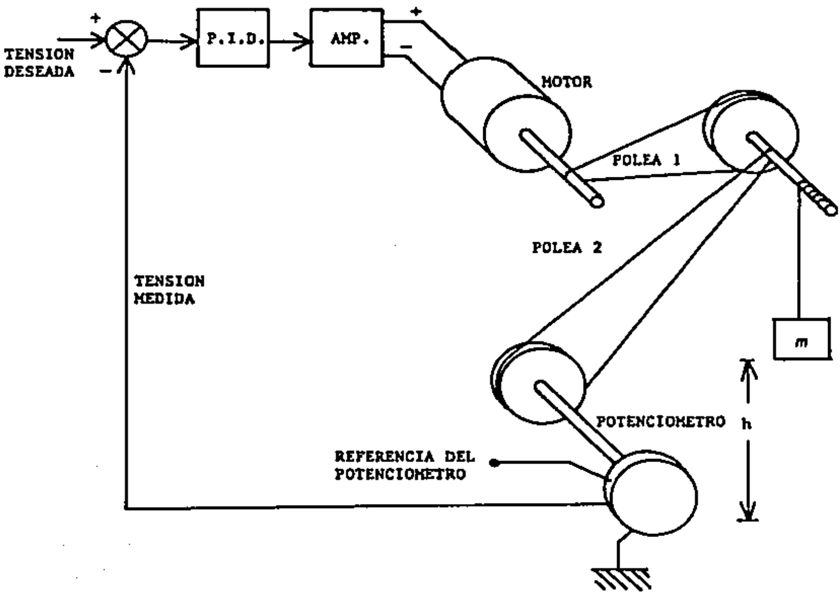


Fig.(4.2). Diagrama esquemático de un sistema regulador de posición.

$$G(s) = \frac{(JLT_d)s^4 + (JL + RJT_d)s^3 + (RJ + JL/T_i + k_m k_i T_d)s^2 + (k_m k_i + RJ/T_i)s + k_m k_i/T_i}{(JL/k)s^4 + (RJ/k)s^3 + [(k_m k_i/k) + k_p T_d]s^2 + k_p s + k_p/T_i} \tag{4.2}$$

siendo $k = k_R k_A k_i k_{rm}$

k_{rm} = Coeficiente de reduccion mecánica de las poleas

k_p = Coeficiente de proporcionalidad del potenciómetro

(4.3) CONTROL DE PRESION.

Esta sección se explicará prescindiendo de los elementos construidos para nuestro laboratorio, los que se utilizaron en los tres experimentos anteriores. No habrán de usarse, puesto que se excitan mediante señales eléctricas y, en este caso, sería necesario usar transductores de presión, lo cual complicaría la construcción del laboratorio y aumentaría los costos.

Explicaremos exclusivamente la dinámica de funcionamiento del regulador PID neumático y su correspondiente punto de suma. Las Figuras (4.3) y (4.4) muestran su diagrama esquemático y de bloques respectivamente. Este último supone pequeñas variaciones en las variables.

La función de transferencia de este control es

$$\frac{P_c(s)}{E\ (s)} = \frac{a+b}{1+\dfrac{Ka}{a+b}\cdot\dfrac{A}{k_s}\cdot\dfrac{(R_I C - R_d C\ )\ s}{(\ R_dCs+1\ )(\ R_ICs+1\ )}}$$

Definiendo

$$T_I = R_I C \qquad T_d = R_d C$$

y notando que bajo condiciones normales de funcionamiento

$$\left| K_a A(T_I - T_d)s\ /\ [(a+b)k_s(T_d s+1)(T_I s+1)] \right| \gg 1$$

y $T_I \gg T_d$ se obtiene

$$\frac{P_c(s)}{E\ (s)} = \frac{bk_s}{aA} \cdot \frac{(T_d s + 1)(T_I s + 1)}{(T_I - T_d)s}$$

$$= \frac{bk_s}{aA} \cdot \frac{T_d T_I s^2 + T_I s + 1}{T_I s}$$

$$= K_p \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_I s} \right)$$

donde $K_p = \dfrac{b\ k_s}{a\ A}$

Nota : La variable e tiene el valor

$$e = c\ (kx - P_x A)\ \frac{mm}{N}$$

La ec.(4.3) indica que el control de la Fig.(4.3), es un control proporcional y derivativo e integral.

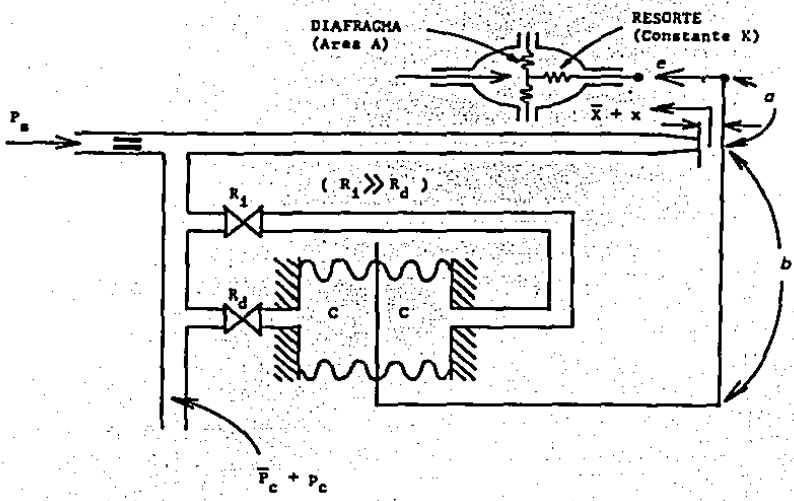


Fig.(4.3) Diagrama esquemático del regulador PID neumático.

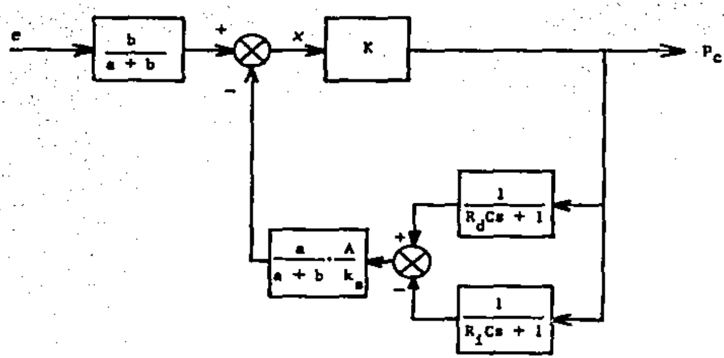


Fig.(4.4) Diagrama de bloques de un regulador PID neumático.

CONCLUSIONES

Es una grata experiencia la de realizar y construir un laboratorio de control completo. El establecer la relación entre la teoría y la práctica del control automático, así como la demostración de importantes aspectos de carácter empírico, son tópicos de vital utilidad en la ingeniería ,que en ocasiones no es posible mostrar en cursos normales.

Los laboratorios de control en México son una realidad viviente. Existen diversos institutos de ingeniería, a nivel avanzado, que poseen los elementos necesarios, para llevar a cabo experimentos relacionados con la retroalimentación. La División de Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M., por ejemplo, cuenta con un laboratorio de control en el cual se simulan procesos completos mediante una computadora analógica, asistiéndose de un generador de señales, un osciloscopio, un graficador y una computadora personal, para incluir la práctica del control digital. De igual forma, se realiza el control de la velocidad angular y de posición, con todos los elementos de mesa necesarios, de forma idéntica a la descrita en el Capítulo III, y la Sección (4.2) respectivamente.

Por otra parte, la Escuela Nacional de Estudios Profesionales de la U.N.A.M. (Unidad Aragón), posee un laboratorio de control neumático, así como una computadora analógica para simulación de procesos completos.

Los institutos a los que hemos hecho referencia, cuentan con material didáctico de alta calidad; factor crucial para la alta eficiencia de la enseñanza del curso. En nuestro caso, dichos elementos se citan en la Sección (3.6), referente al presupuesto económico. Todos ellos son de gran calidad y tienen un precio relativamente accesible.

El autor tiene la completa certeza de que esta obra contribuye al engrandecimiento de los laboratorios técnicos de las pequeñas y medianas universidades, así como a la formación de los alumnos de las áreas de ingeniería; futuros profesionistas completos.

APENDICE A

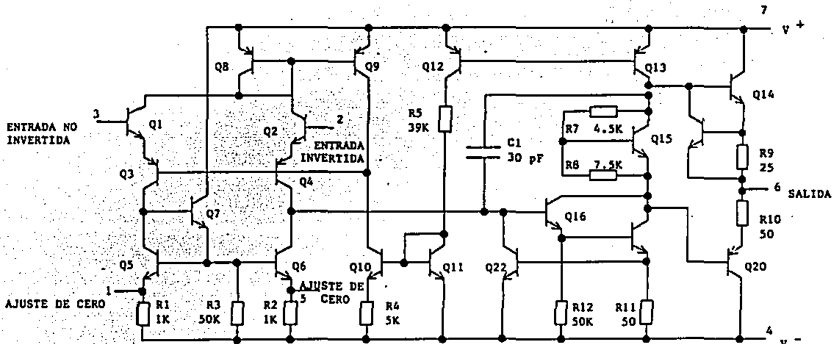


Fig. (A.A). Diagrama esquemático del Amplificador Operacional LM741 .

APENDICE B

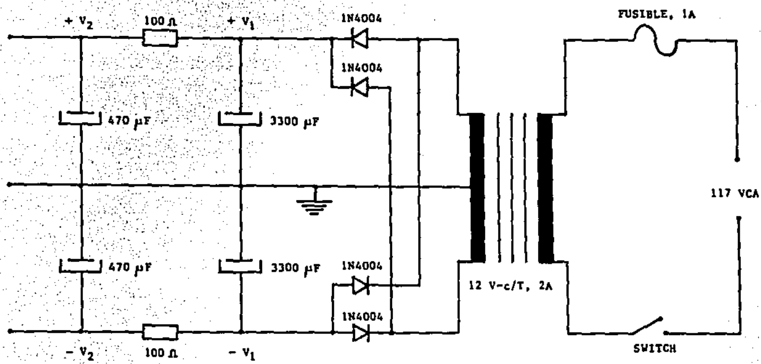


Fig.(A.B) Fuente de Alimentación

APENDICE C

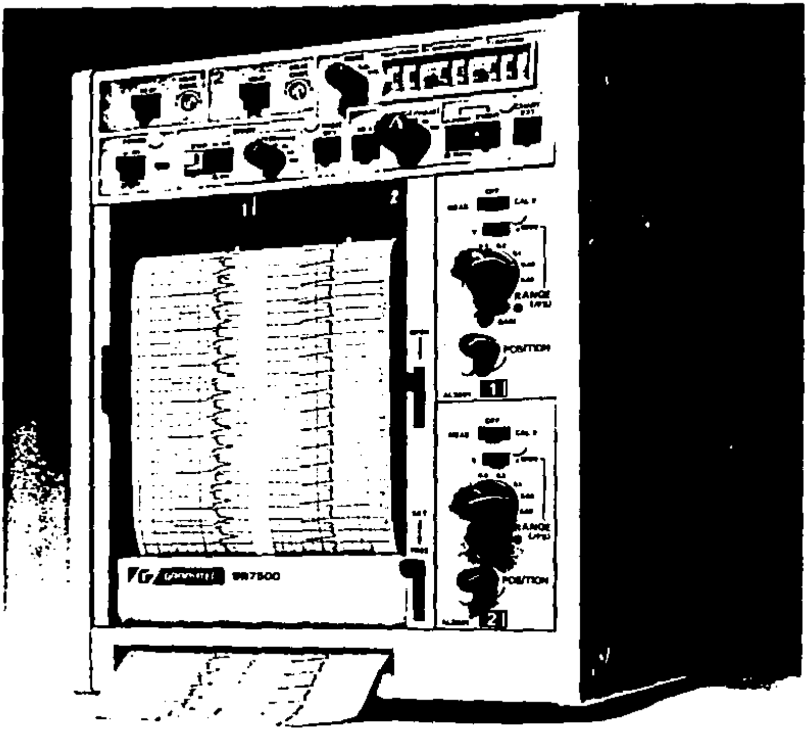


Fig.(A.C.1) Registrador Gráfico de dos canales
(*Cortesía de GRAPHTEC Corporation*)

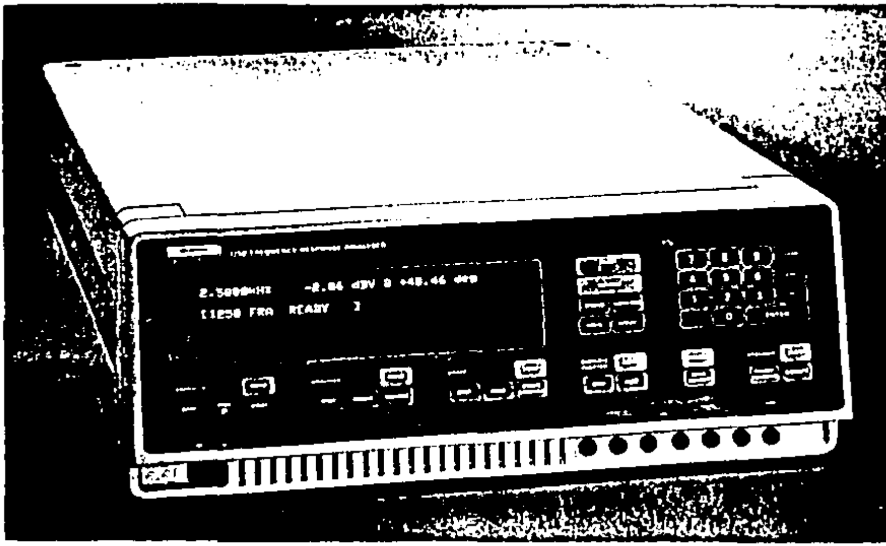


Fig.(A.C.11) Analizador de Función de Transferencia
(*Cortesía de SOLARTRON Instruments*)

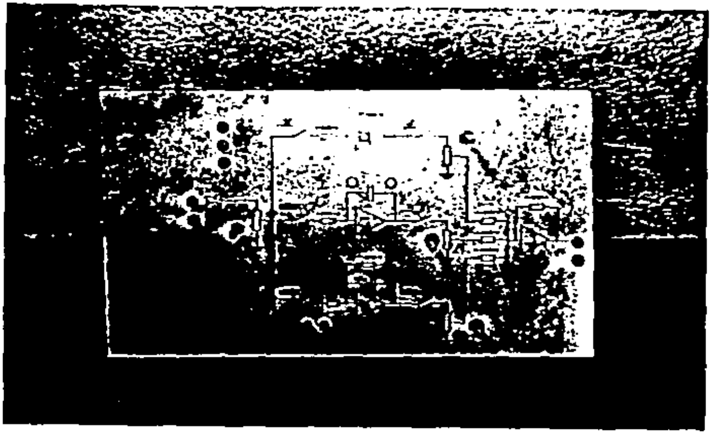


Fig.(A.C.iii) Regulador PID

Fig.(A.C.iv) Fuente de Alimentación y Amplificador de Potencia

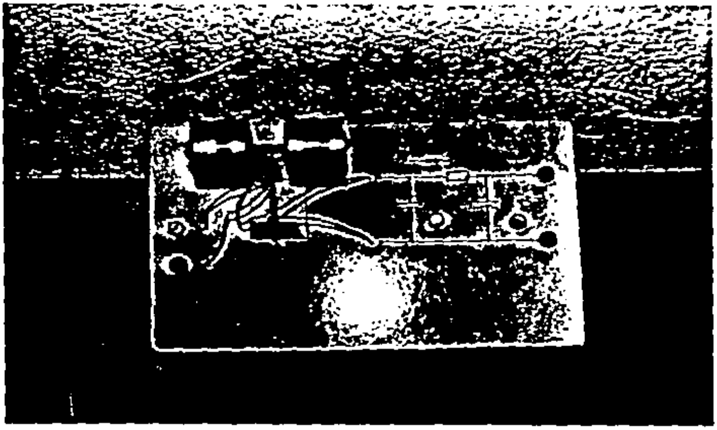


Fig.(A.C.v) Sistema Motor-Tacómetro-Filtro

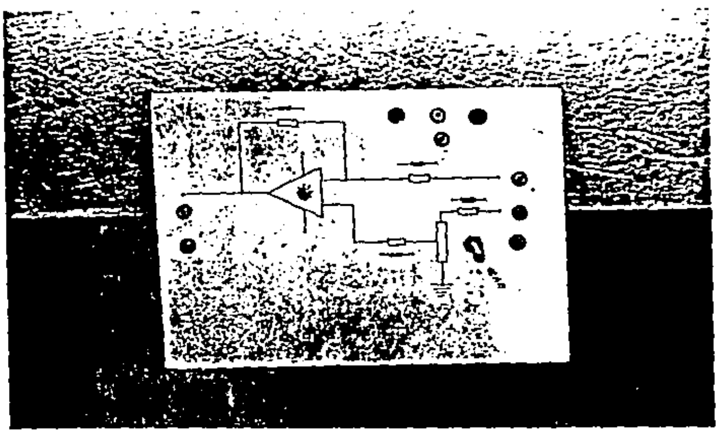


Fig.(A.C.vi) Punto de Suma

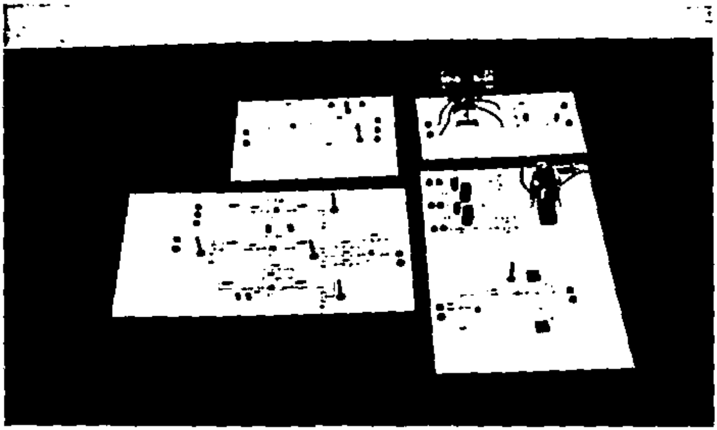


Fig.(A.C.vii) Conjunto de elementos del sistema cerrado de control de velocidad angular

BIBLIOGRAFIA

Ingeniería de Control Moderna
Katsuhiko Ogata
Editorial Prentice/Hall Internacional
1980

FEEDBACK CONTROL SYSTEM ANALYSIS AND SYNTHESIS
John Dźzo & Constantine H. Houpis
First Edition
McGraw-Hill International Book Company

LINEAR CONTROL SYSTEM ANALYSIS AND DESIGN
Conventional and Modern
John Dźzo & Constantine H. Houpis
Second Edition
McGraw-Hill International Book Company

PROCEEDINGS OF THE 1985 AMERICAN CONTROL CONFERENCE
Volume III
Boston Marriott Hotel
June 21, 1985

SISTEMAS AUTOMATICOS DE CONTROL
Richard C. Dorf
Fondo Educativo Interamericano

ANALISIS DE SISTEMAS DINAMICOS Y CONTROL AUTOMATICO
R. Canales & R. Barrera
Editorial LIMUSA

INDICE