



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

MODELO MATEMATICO PARA PROYECTAR
LA FECUNDIDAD EN MEXICO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
M A T E M A T I C O
P R E S E N T A :

JAVIER GONZALEZ ROSAS



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE DE CONTENIDO

| | |
|---|----|
| <i>Introducción.</i> | 1 |
| CAPITULO 1. FECUNDIDAD | |
| 1.1 <i>Introducción</i> | 2 |
| 1.2 <i>Fecundidad por edades</i> | 3 |
| 1.3 <i>Cómo se ha proyectado la fecundidad en México</i> | 7 |
| 1.4 <i>Análisis de la fecundidad en México</i> | 12 |
| CAPITULO 2. TEORIA MATEMATICA DE LA FECUNDIDAD | |
| 2.1 <i>Introducción</i> | 18 |
| 2.2 <i>Hipótesis de la fecundidad</i> | 18 |
| 2.3 <i>Algunos resultados relacionados con la tasa específica de fecundidad</i> | 21 |
| 2.4 <i>Cálculo de la relación matemática entre la tasa y el tiempo</i> | 25 |
| CAPITULO 3. ESTIMACION DE LOS PARAMETROS | |
| 3.1 <i>Introducción</i> | 30 |
| 3.2 <i>Metodología para estimar los parámetros</i> | 31 |
| 3.3 <i>Resultados de la proyección</i> | 36 |
| 3.4 <i>Análisis y conclusiones de la proyección</i> | 38 |
| <i>Apéndice A</i> | 45 |
| <i>Apéndice B</i> | 53 |
| <i>Bibliografía</i> | 57 |

I N T R O D U C C I O N

Las variables demográficas que determinan el aumento o disminución del tamaño de una población son; la fecundidad, la mortalidad, la emigración y la inmigración. Las proyecciones de población por componentes, se hacen proyectando cada una de las variables anteriores. El objetivo del presente trabajo es proyectar una de estas componentes; la fecundidad.

En el capítulo 1, se hace un análisis de la variable con respecto a la edad, de las diferentes metodologías con que se ha proyectado y de la situación actual del nivel y la estructura que prevalecen en el país. En el capítulo 2, se establecen las hipótesis de la fecundidad y en base a estas hipótesis se desarrolla la teoría matemática del modelo para efectuar la proyección. En el capítulo 3, se estiman los parámetros desconocidos del modelo, se calcula la proyección y finalmente se hace un análisis de los resultados.

Aunque la ecuación que se utiliza en la proyección, ya ha sido utilizada por otros autores, básicamente se diferencia en dos aspectos: el primero es en cuanto a que la ecuación es producto de las hipótesis planteadas y no al contrario. El segundo se refiere al cálculo de las cotas de este modelo, por primera vez se estiman estas cotas en base a la información observada.

CAPITULO 1

FECUNDIDAD

1.1 INTRODUCCION

El concepto fundamental de la fecundidad se refiere al aspecto real del desarrollo de una población, basándose en el número de nacimientos vivos que se producen en ésta. Debe diferenciarse de la fertilidad la cual se refiere únicamente al aspecto potencial de la población.

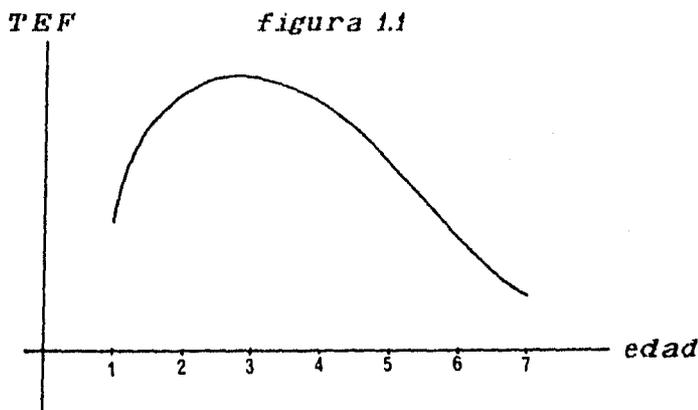
La fecundidad es el componente del cambio poblacional que más incide en el tamaño y estructura por edades de la población. Una elevación de la fecundidad durante algún período de tiempo, da lugar a un aumento en la tasa de crecimiento, debido a este incremento también se produce un aumento en la proporción de personas en las edades más jóvenes, lo cual produce a su vez un rejuvenecimiento de la población. Por el contrario, la disminución continua de la fecundidad, produce un descenso en la tasa de crecimiento, acompañado también por el aumento de la proporción de personas adultas, dando lugar con esto a un proceso de envejecimiento poblacional³.

³ Centro de Estudios Demográficos, 1972, pp. 35-36

12 FECUNDIDAD POR EDADES

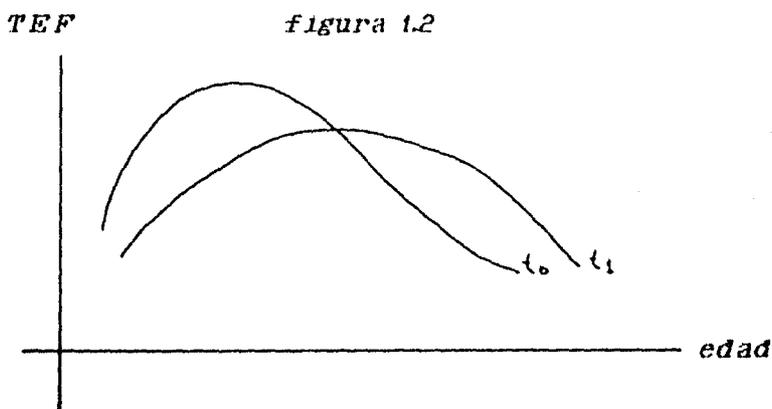
Se considera por lo general, que el período de reproducción de la mujer dura aproximadamente unos treinta y cinco años, de los 15 a los 50. Aunque muy pocas mujeres son realmente fecundables durante todo este tiempo, ya que mientras solamente una pequeña proporción de mujeres son fisiológicamente estériles toda su vida, la gran mayoría lo son durante los primeros y los últimos años de ese período de reproducción.

Ahora bien, si las tasas específicas de fecundidad (TEF)* por edades correspondientes a una población determinada, se llevan a un diagrama en el que las edades de las mujeres vayan en el eje de las abscisas, se obtiene una curva en forma de campana que se llama **curva de fecundidad por edades**. La forma típica de esta curva es la que se muestra en la figura (1.1) .



* La tasa específica de fecundidad por edad, es el resultado de dividir el número de hijos nacidos vivos de las madres de edad x , entre la población media femenina de edad x . A veces se considera a x como un intervalo de edades.

Según la figura (1.1), la tasa suele ser baja entre las mujeres de menos de 20 años, esto se debe a que son relativamente pocas las que tienen relaciones sexuales antes de esa edad. Alcanza una cúspide entre los 20 y los 30 años, que es la edad en que la mayoría de las mujeres se han casado y la fertilidad es elevada. Luego la curva empieza a descender rápidamente en algunas poblaciones y más gradualmente en otras, según la proporción de mujeres estériles, lo extendido que esté la práctica de la planificación familiar, etc. La forma de la curva de la fecundidad por edades, varía según las poblaciones, y dentro de una misma población puede variar con el transcurso del tiempo (figura 1.2).



Un estudio efectuado con las tasas de fecundidad por edades correspondientes a 1960, ó a la fecha de los datos más recientes de 72 países, muestra que las medidas de frecuencia relativa de la procreación a diferentes edades, acusan discrepancias entre los países de baja y de alta fecundidad en cuanto a la curva de fecundidad, así como variaciones dentro de cada uno de estos grupos. Las diferencias se dan principalmente en función de

dos variables: la **edad cúspide de la fecundidad** que es la edad en la que la TEF alcanza su valor máximo, y el **grado de concentración de la fecundidad** que se refiere a la concentración en grupos de edades situados en la cúspide de la curva o en la proximidad de ella.

Desde el punto de vista de la edad cúspide de la fecundidad, se pueden discernir tres tipos diferentes de curvas: la **de cúspide temprana** en la que la fecundidad máxima recae en el grupo de edades de 20 a 24 años, la **de cúspide tardía**, que es en donde la máxima fecundidad se da en el grupo de 25 a 29 años; y finalmente la **de cúspide dilatada**, en la que las tasas de fecundidad de las mujeres de 20 a 24 años y de las de 25 a 29 años apenas difieren. De los 72 países respecto de los cuales se disponen de datos, solamente Irlanda se aparta de estos tipos.

Con respecto al grado de concentración de la fecundidad en edades cúspides, se puede mencionar que, en los países de baja fecundidad, la fecundidad de la mujer tiende a concentrarse en un campo de edades más reducido que en los países de alta fecundidad. Esta diferencia se pone de manifiesto mediante comparaciones como las del cuadro (1.1) en donde se indica como se distribuyen los países de alta y baja fecundidad según la proporción del índice sintético de la fecundidad* correspondiente a tres grandes grupos de edades. Se observa en general,

* El índice sintético de la fecundidad es la suma de las tasas específicas de fecundidad por edad

que en los países con tasas brutas de reproducción (TBR)* inferiores a dos, un 75% o más de la fecundidad total corresponde a mujeres de entre 20 y 34 años de edad, en tanto que solo dos de los países de alta fecundidad acusan tan alta concentración en este campo de edades. Por otra parte, en casi todos los países de alta fecundidad, las mujeres mayores de 35 años contribuyen con un 15% o más a la fecundidad total, a tal grado que en los países de baja fecundidad suele corresponder a estas edades una contribución menor.

CUADRO 1.1

DISTRIBUCION DE 72 PAISES SEGUN EL PORCENTAJE CON QUE CONTRIBUYEN A LA FECUNDIDAD BRUTA TOTAL LAS MUJERES DE DIVERSAS EDADES

| NIVEL DE LA FECUNDIDAD | NUMERO MENOS DE 20 | | 20 - 34 | | MAYORES DE 35 | | |
|------------------------|--------------------|----------|----------|-----|---|----|----|
| | DE < DE | 10% < DE | 75% < DE | 15% | PAISES UN 10% O MAS UN 75% O MAS UN 15% O MAS | | |
| TBR de 2.1 a 3.5 | 37 | 17 | 20 | 35 | 2 | 2 | 35 |
| TBR de 1.0 a 2.0 | 36 | 31 | 5 | 4 | 32 | 24 | 12 |

* La tasa bruta de reproducción representa el número promedio de nacimientos femeninos que tendría una mujer en todo su período reproductivo

También por regla general, la contribución de las mujeres jóvenes menores de 20 años a la fecundidad total, es también mucho mayor en los países de alta fecundidad que en los países con bajas tasas de reproducción. Esto último se debe principalmente a que, en los países de baja fecundidad, las mujeres contraen matrimonio a una edad más tardía¹⁰.

13 COMO SE HA PROYECTADO LA FECUNDIDAD EN MEXICO

En México algunos investigadores han estimado la fecundidad futura, pero de todas las proyecciones existentes, destacan primeramente por la importancia que han tenido en la planeación y segundo por la validez de sus planteamientos las siguientes:

Proyecciones de Benítez y Cabrera

Benítez y Cabrera utilizando el método de componentes demográficos para proyectar la población de 1960 a 1980, plantean que las tasas específicas de fecundidad descenderán en el período establecido, apoyados en dos argumentos; primero en que los niveles observados son los más altos del mundo; y segundo, en el hecho de que la urbanización trae consigo una disminución de la fecundidad. La naturaleza de la disminución también depende de tres hipótesis distintas con base en la tasa bruta de reproducción.

¹⁰ Naciones Unidas , 1965, pp.114-122

Proyecciones de Tomás Frejka

En 1975 el Population Council publicó una serie de proyecciones de población con el objeto de estimar las características resultantes de diversas evoluciones de la tasa neta de reproducción (TNR)* el supuesto principal es que la TNR de la población mexicana alcanzará en algún momento entre 1970 y 2040, el nivel de reposición, esto es, que el número de hijos por mujer llegará a ser solo escasamente superior a 1, y a partir de ahí se mantendrá en ese valor, lográndose por lo tanto un reemplazo generacional del mismo volumen. Al mismo tiempo plantean disminuciones lineales de la tasa bruta de reproducción.

Proyecciones de las Naciones Unidas

Las Naciones Unidas, dentro de sus actividades en materia de población, se han dado a la tarea de realizar proyecciones de población nacionales. En el caso de México las proyecciones de la fecundidad se formularon en base a lo siguiente:

- a) Los niveles, conforme a la teoría de la transición demográfica, descenderán en función del desarrollo socioeconómico.
- b) La existencia de políticas en materia del control de la natalidad incrementará el descenso de la fecundidad.

* La Tasa Neta de Reproducción representa el número promedio de hijos que tendría una mujer a lo largo de su vida fértil, estando expuesta a la mortalidad.

c) *El decremento de la fecundidad será lento al principio, incrementándose a continuación, para volver después a disminuir.*

La metodología utilizada en la proyección consiste en la simulación de las futuras evoluciones mediante el uso de funciones logísticas.

Proyecciones de Benítez y Jiménez

En 1978 la Dirección General de Estadística, coordinó unas proyecciones de población que fueron realizadas conjuntamente por El Colegio de México, El Instituto de Investigaciones Sociales, y la propia Dirección General de Estadística, las cuales se efectuaron utilizando el método de los componentes demográficos y parten de los resultados censales de 1970. La tendencia de la fecundidad se estimó en base al análisis de las variaciones observadas en las tasas específicas de fecundidad, a nivel regional, entre 1960 - 1970. Este análisis concluyó que las tasas sufrieran disminuciones en los tres primeros grupos de edad compensados con aumentos en los grupos de 25 a 49 años. Las evoluciones resultantes son de forma parabólica en las hipótesis alta y media y casi lineales en la hipótesis baja.

Proyecciones de A Ong Tsui

En el año de 1977 el Centro de Estudios de la Comunidad y la Familia de la Universidad de Chicago, preparó dos series de

proyecciones de población para las regiones y países más grandes del planeta, entre los cuales figuraba nuestro país. La hipótesis de fecundidad subyacente plantea un descenso en la Tasa Global de Fecundidad (TGF)* de 6.3 hijos en 1975 a 5.59 en 1980, a 4.51 en 1990 y a 3.43 en 2000.

Proyecciones de Camposortega

En 1980 Camposortega elaboró proyecciones a largo plazo de la población mexicana (1970-2040), basándose en la información censal de 1970. En la evolución de las variables demográficas se consideraron diferentes alternativas, dependiendo a su vez, de los diversos supuestos establecidos sobre el comportamiento de las variables socioeconómicas que afectan a los fenómenos demográficos.

En cuanto a la fecundidad, se consideraron tres hipótesis. En la hipótesis baja se supone un descenso precipitado, ya que la TBR pasa de 2.93 hijas por mujer en 74-75 a 1.75 en 1985, a 1.31 en 1995 y a 1.22 en 2005. La hipótesis media considera que la TBR llega a 1.87 en 1985, a 1.56 en 1995 y a 1.51 en 2005. Finalmente la hipótesis alta supone que el descenso será más lento, llegando la TBR a 2.11 en 1985, 1.9 en 1995 y 1.85 en 2005. Estas hipótesis suponen, en cada caso, descensos de tipo logístico, que se simularon mediante el ajuste de este tipo de funciones. Por otro lado la estimación de la estructura

* La Tasa Global de Fecundidad se calcula multiplicando el índice sintético por n , donde n representa la longitud del intervalo de edad

de la fecundidad, partió del hecho de que el patrón mexicano tendería a un modelo de cúspide temprana, asumiéndose, por tanto, como límite el patrón propuesto por las Naciones Unidas.

Proyecciones de CELADE, DGE Y CONAPO

En 1982 el CELADE (Centro Latinoamericano de Demografía), la DGE (Dirección General de Estadística) y CONAPO (Consejo Nacional de Población) publicaron nuevas proyecciones de la población mexicana para el período 1980-2000, las cuales parten de una conciliación estadística de los cuatro últimos censos levantados en el país (1950-1980), y que consistió en volver congruentes las estructuras censales y el comportamiento de los fenómenos demográficos.

Las hipótesis de fecundidad comprenden dos comportamientos que dan lugar a las proyecciones programática y alternativa, las cuales fueron establecidas tomando en consideración las metas y objetivos propuestos por la Política Demográfica Nacional. Las evoluciones futuras se simularon mediante un modelo logístico, que se ajustó a la tasa Global de fecundidad del período 1950-1980 y por lo que toca a la estructura, ésta se proyectó utilizando el modelo de Gompertz².

Resumiendo las anteriores proyecciones, se puede mencionar que, algunos autores plantean hipótesis sobre las TEF, TNR, TBR y TGF, hipótesis basadas en variables socioeconómicas

² Camposortega Sergio, 1983, pp. 2-32

que afectan a la fecundidad. Otros autores se han preocupado por hacer un análisis previo de evaluación y ajuste de la información para obtener estructuras congruentes censales con los fenómenos demográficos observados. En cuanto a la estructura de la fecundidad se han utilizado dos metodologías, una proyectándola con el método de Gompertz, mientras que la otra utiliza el patrón de las Naciones Unidas.

En cuanto a las tendencias, se han utilizado generalmente funciones lineales y funciones logísticas, las primeras tienen el inconveniente de que en algún momento pueden tomar valores negativos, por lo que no pueden ser utilizadas en períodos largos de proyección. En el uso de funciones logísticas, aparece el problema del cálculo de las cotas, pero tienen un mejor comportamiento en períodos de proyección largos, aunado al hecho de que los descensos observados en países donde ha descendido la fecundidad han presentado una evolución de tipo logístico.

14 ANALISIS DE LA FECUNDIDAD EN MEXICO

Para el estudio de la fecundidad, generalmente se emplean los datos que proporcionan los censos y los registros vitales; no obstante se ha encontrado que estas fuentes de información tienen serias limitaciones para poder medir con precisión el comportamiento de dicho fenómeno. Una alternativa a estas fuentes son las encuestas por muestreo, de las que generalmente se ha observado que poseen una mejor información.

Para poder hacer un análisis, es necesario realizar primeramente una etapa de evaluación y ajuste de la información. En el apéndice A se encuentra la información original que se utilizó en este estudio, la cual se sometió al siguiente análisis:

- 1) Debido a que para un mismo año se tenían diferentes estimaciones de la tasa específica de fecundidad, se decidió seleccionar la mejor estimación con respecto a la tendencia observada.*
- 2) Para hacer la selección se observó la tendencia y se ajustó una parábola* en cada grupo de edades, después se seleccionó la TEF que estuviera más cercana a la estimación dada por la parábola*
- 3) Este método mejoró la tendencia observada en casi todos los grupos. Sin embargo, en el grupo de 45 a 49 años la mejor tendencia fue aquella en la que se consideró el valor promedio de las diferentes estimaciones. Para este grupo estos fueron los datos que se consideraron. La información resultante de este análisis se muestra en el cuadro (1.2).*

Haciendo un análisis del cuadro (1.2) y de la figura (1.3), en donde se encuentra graficada la TEF en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal se puede observar lo siguiente:

** Se ajustó la parábola de mínimos cuadrados, para ver la metodología ver Murray R. Spiegel, 1977, pp. 221-222.*

- 1) *En cada grupo de edad la TEF muestra una tendencia decreciente a partir de un cierto año.*
- 2) *En todos los grupos de edad el descenso es más drástico en el decenio de 1970 a 1980.*

Desde el punto de vista de la estructura, se observa en la figura (1.4) que :

- 1) *En 1970 la curva de fecundidad por edades es del tipo de cúspide tardía, porque la máxima fecundidad se da en el grupo de 25 a 29 años.*
- 2) *En 1975 se observa ya la transición de la curva. Esta vez está caracterizada por una curva de cúspide dilatada.*
- 3) *En 1979 continuó el proceso de transición hasta quedar caracterizada por una curva de cúspide temprana, donde la fecundidad máxima recae en el grupo de 20 a 24 años.*

Resumiendo lo anterior diremos que, la estructura y el nivel de la fecundidad han sufrido cambios drásticos en el decenio de 1970 a 1980. Estos cambios muestran ya una baja en la fecundidad, y lo que resulta importante ahora, es cuestionarse acerca del nivel y de la estructura que se tendrá en el país en el año 2000.

**CUADRO 12 TASAS ESPECIFICAS DE FECUNDIDAD
POR EDAD DE 1955 - 1980**

| AÑO | GRUPOS DE EDAD | | | | | | |
|------|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 15 - 19 | 20 - 24 | 25 - 29 | 30 - 34 | 35 - 39 | 40 - 44 | 45 - 49 |
| 1955 | 0.1518 | 0.2964 | 0.2952 | 0.2628 | 0.1759 | 0.0890 | 0.0291 |
| 1956 | 0.1522 | 0.3060 | 0.3080 | 0.2720 | 0.1801 | 0.0906 | 0.0282 |
| 1957 | 0.1478 | 0.3022 | 0.2986 | 0.2614 | 0.1692 | 0.0860 | 0.0248 |
| 1958 | 0.1465 | 0.3102 | 0.3138 | 0.2679 | 0.1780 | 0.0863 | 0.0247 |
| 1959 | 0.1443 | 0.3007 | 0.3151 | 0.2569 | 0.1772 | 0.0798 | 0.0248 |
| 1960 | 0.1358 | 0.3100 | 0.3240 | 0.2693 | 0.1945 | 0.0864 | 0.0264 |
| 1961 | 0.1368 | 0.3036 | 0.3270 | 0.2854 | 0.1941 | 0.0876 | 0.0280 |
| 1962 | 0.1354 | 0.3068 | 0.3284 | 0.2717 | 0.1992 | 0.0958 | 0.0254 |
| 1963 | 0.1404 | 0.3076 | 0.3275 | 0.2724 | 0.2076 | 0.0996 | 0.0257 |
| 1964 | 0.1358 | 0.3067 | 0.3263 | 0.2777 | 0.2089 | 0.0914 | 0.0268 |
| 1965 | 0.1287 | 0.3015 | 0.3240 | 0.2748 | 0.2160 | 0.0926 | 0.0264 |
| 1966 | 0.1198 | 0.3113 | 0.3284 | 0.2821 | 0.2080 | 0.0991 | 0.0239 |
| 1967 | 0.1132 | 0.3036 | 0.3297 | 0.2520 | 0.2102 | 0.1052 | 0.0229 |
| 1968 | 0.1127 | 0.3013 | 0.3222 | 0.2570 | 0.1972 | 0.1020 | 0.0234 |
| 1969 | 0.1160 | 0.3048 | 0.3221 | 0.2897 | 0.1992 | 0.1015 | 0.0229 |
| 1970 | 0.1141 | 0.2946 | 0.3186 | 0.2645 | 0.1975 | 0.0821 | 0.0207 |
| 1971 | 0.1083 | 0.2890 | 0.3120 | 0.2684 | 0.1920 | 0.0849 | 0.0210 |
| 1972 | 0.1129 | 0.2880 | 0.3110 | 0.2540 | 0.1895 | 0.0921 | 0.0213 |
| 1973 | 0.1092 | 0.2870 | 0.3127 | 0.2567 | 0.1868 | 0.0877 | 0.0188 |
| 1974 | 0.1061 | 0.2751 | 0.2902 | 0.2354 | 0.1788 | 0.0820 | 0.0164 |
| 1975 | 0.0989 | 0.2734 | 0.2755 | 0.2359 | 0.1674 | 0.0820 | 0.0151 |
| 1976 | 0.1046 | 0.2678 | 0.2729 | 0.2343 | 0.1646 | 0.0733 | 0.0145 |
| 1977 | 0.1194 | 0.2620 | 0.3291 | 0.2101 | 0.1408 | 0.0588 | 0.0102 |
| 1978 | 0.1125 | 0.2469 | 0.2269 | 0.1989 | 0.1393 | 0.0537 | 0.0094 |
| 1979 | 0.1026 | 0.2402 | 0.2202 | 0.2027 | 0.1331 | 0.0636 | 0.0098 |
| 1980 | 0.1061 | 0.2030 | 0.2110 | 0.1720 | 0.1220 | 0.0430 | 0.0180 |

FUENTE: APENDICE A

FIG.1.3 TASAS ESPECIFICAS DE FECUNDIDAD
EN MEXICO DE 1965-1980

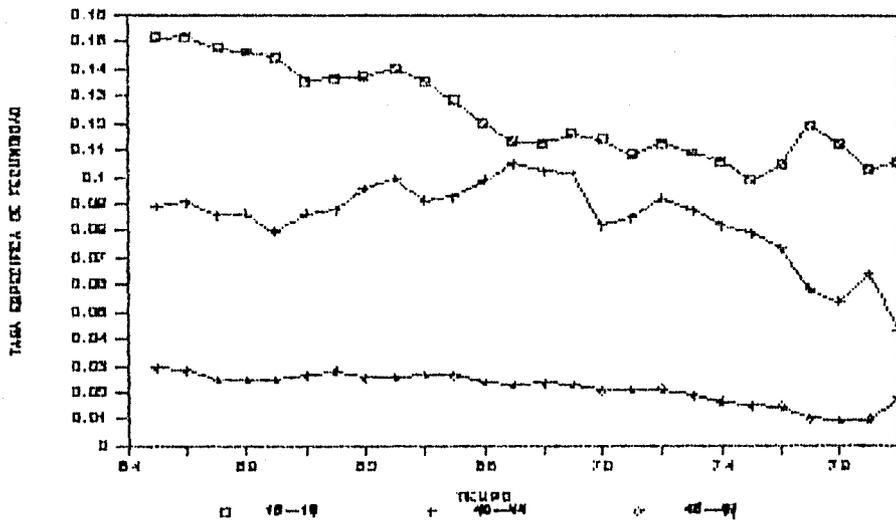
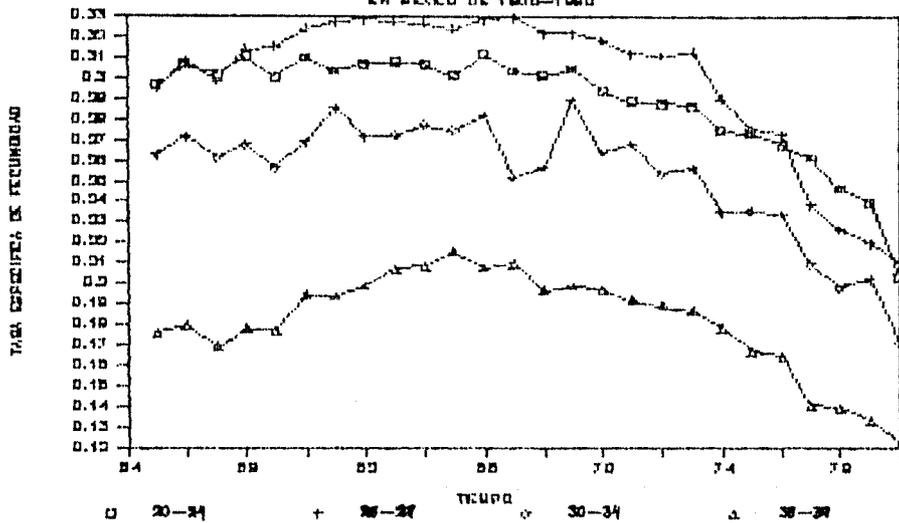
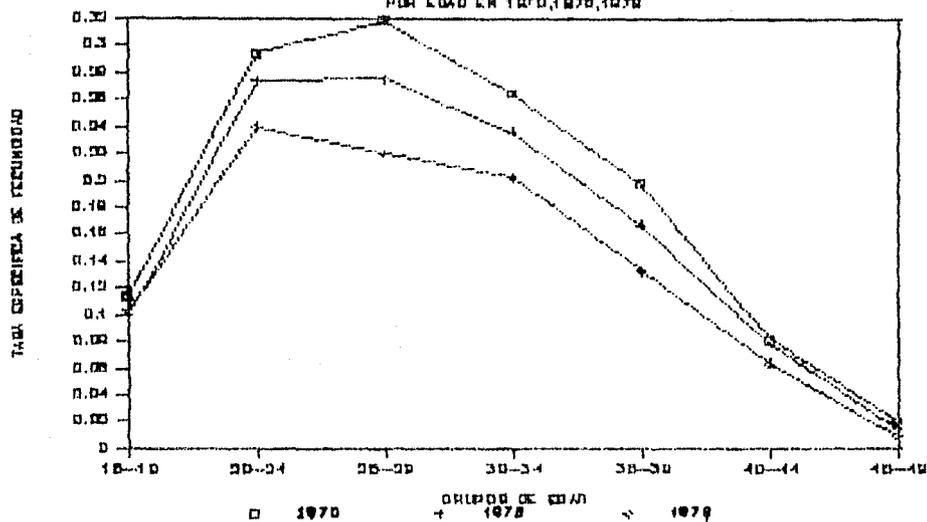
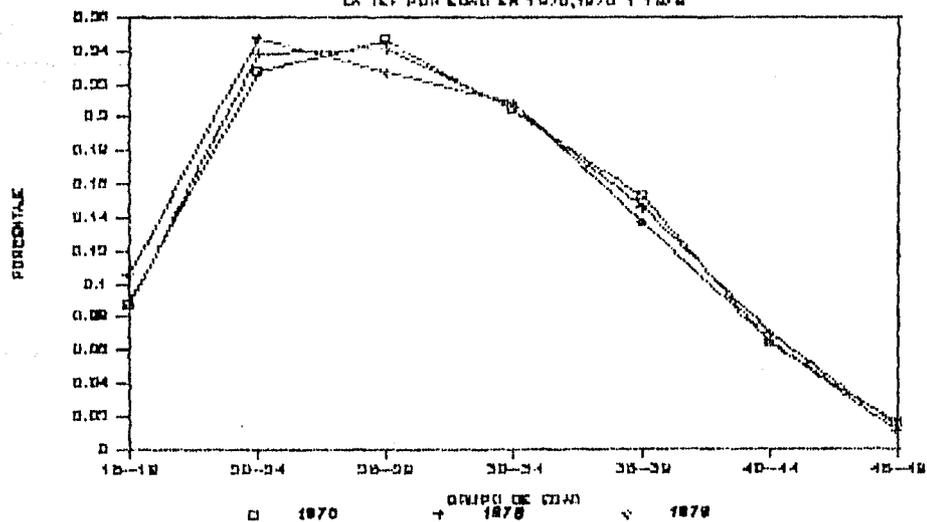


FIG. 1.4 TASAS ESPECIFICAS DE FEC.
POR EDAD EN 1970, 1975, 1978



DISTRIBUCION PORCENTUAL DE
LA TEF POR EDAD EN 1970, 1975 Y 1978



CAPITULO 2

TEORIA MATEMATICA DE LA FECUNDIDAD

2.1 INTRODUCCION

Las aplicaciones de una teoría matemática*, se hacen a través de los modelos, para construirlos, el investigador empieza por percatarse primeramente de la existencia de un fenómeno natural y encontrarse después con la necesidad de comprenderlo, describirlo y explicarlo. Para lograrlo, emprende la realización de un conjunto de observaciones y las cuantifica, investiga que variables intervienen y determinan el fenómeno y como están relacionadas entre sí; de esta manera obtiene información sobre el fenómeno y puede entonces establecer diversas hipótesis que expliquen idealmente la realidad observada. Finalmente valida su modelo para rechazarlo o aceptarlo, en función de qué tan fidedignamente esté describiendo la realidad en estudio¹¹.

2.2 HIPOTESIS DE LA FECUNDIDAD

Cuando el investigador intenta describir un conjunto de hechos observados, lo primero que debe de hacer es proponer una

* Para los conceptos matemáticos ver Haaser B. Norman y/o Apostol Tom.

¹¹ Universidad Nacional Autónoma de México, 1977, pp.93

ecuación que describa el comportamiento ya observado de las variables que pretende explicar. Pero si pretende proyectar los resultados observados, debe cuidar también el hecho de que dicha ecuación tendrá que describir además el comportamiento teórico de las variables. Esto evitará por ejemplo; que variables que sean estrictamente positivas, en determinado momento tomen valores negativos o valores de cero. Estas observaciones son algunas justificaciones para establecer las siguientes hipótesis en la variable de la tasa específica de fecundidad.

Hipótesis 1.

En cada grupo de edades la tasa específica de fecundidad continuará decreciendo a medida que el tiempo aumente; es decir:

$$Y(t) > Y(t+n)$$

donde:

Y es la tasa específica de fecundidad

t es el tiempo medido en años ($t > 1980$)

y $n=1,2,3,\dots$

Ahora bien, si no existiera alguna restricción en el descenso de la fecundidad planteada por la hipótesis 1, ésta podría tomar en determinado momento valores negativos, lo cual sería una contradicción ya que por definición la TEF es mayor o igual que cero. Esto permite suponer que:

Hipótesis 2.

En cada grupo de edades existe un número $k_1 > 0$, tal que para cualquier año, la tasa específica de fecundidad calculada en ese año, siempre será mayor que este número; es decir:

$$Y(t) > k_1 \text{ para todo valor de } t$$

donde:

$Y(t)$ es la TEF calculada en el año t

y al número k_1 se le conoce también como cota inferior

La hipótesis anterior establece el comportamiento de la fecundidad en el futuro y quiere decir que la fecundidad seguirá descendiendo pero que nunca podrá ser menor que k_1 .

También podemos describir el comportamiento de la fecundidad en el pasado, pensando en que no puede ser arbitrariamente grande y suponer entonces que:

Hipótesis 3.

En cada grupo de edades existe un número $k_1 + k_2 > 0$, tal que para cualquier año, la tasa específica de fecundidad calculada en ese año, siempre es menor que este número; es decir:

$$Y(t) < (k_1 + k_2) \text{ para todo valor de } t$$

donde:

$Y(t)$ es la TEF calculada en el año t
y al número k_1+k_2 se le conoce también como cota superior

Las tendencias en el período de observación (fig.1.3) se pueden simular con parábolas. Si se obtienen las derivadas de estas parábolas con respecto de t se pueden entonces obtener valores de la derivada (dY/dt) para cada punto de Y y, si estos valores se grafican, se observa también una tendencia parabólica. Es decir que:

Hipótesis 4.

Existe una relación entre la derivada de la tasa específica de fecundidad con respecto del tiempo (dY/dt) y la propia tasa específica de fecundidad (Y); dicha relación está dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{dY}{dt} = AY^2 + BY + C \quad (2.1)$$

donde:

Y es la tasa específica de fecundidad

dY/dt es la derivada de la TEF con respecto del tiempo

A , B y C son constantes desconocidas.

23 ALGUNOS RESULTADOS RELACIONADOS CON LA TASA ESPECIFICA DE FECUNDIDAD

El primer paso en el desarrollo de una teoría matemática

de la fecundidad, consiste en establecer las hipótesis que caracterizarán dicho fenómeno. Estas hipótesis son producto de la observación y del análisis del aspecto teórico del fenómeno que se pretende explicar. Utilizando el marco conceptual teórico anterior es posible establecer los siguientes resultados.

Resultado 1.

La derivada de la tasa específica de fecundidad con respecto del tiempo es siempre negativa.

Para hacer ver esto, pensemos en la definición de la derivada de Y con respecto de t , la cual es:

$$\frac{dY}{dt} = \lim_{t_0 \rightarrow t_1} \frac{Y(t_1) - Y(t_0)}{t_1 - t_0}$$

para toda $t_0 < t_1$. Ahora bien, por la hipótesis 1 $Y(t_0)$ es mayor que $Y(t_1)$ de donde $Y(t_1) - Y(t_0)$ es siempre menor que cero y por lo tanto dY/dt es negativa.

Resultado 2.

La cota inferior (k_1) y la cota superior (k_1+k_2) son las raíces de la ecuación $dY/dt = AY^2 + BY + C$

Esto se debe a la estabilidad de la tasa específica de fecundidad. Pues a medida que Y se acerca a las cotas superior e inferior respectivamente, los cambios de la TEF son cada vez más pequeños entre más cerca estemos de las cotas; es decir:

$$|Y(t_1) - Y(t_0)| \rightarrow 0 \quad \text{para } t_0 < t_1$$

y $Y(t_1)$ y $Y(t_0)$ suficientemente cercanos a cualquiera de las cotas. Por lo tanto dY/dt tiende a cero es decir:

$$\lim_{t_0 \rightarrow t_1} \frac{Y(t_1) - Y(t_0)}{t_1 - t_0} \rightarrow 0$$

y además por la hipótesis 4 también tenemos que

$$A^2 + BY + C = \frac{dY}{dt} \rightarrow 0 \text{ si } Y(t) \rightarrow k_1$$

$$AY^2 + BY + C = \frac{dY}{dt} \rightarrow 0 \text{ si } Y(t) \rightarrow k_1 + k_2$$

esto significa que si $Y=k_1$ o $Y=k_1+k_2$ entonces

$$Ak_1^2 + Bk_1 + C = 0$$

$$A(k_1+k_2)^2 + B(k_1+k_2) + C = 0$$

y por lo tanto son raíces de la ecuación

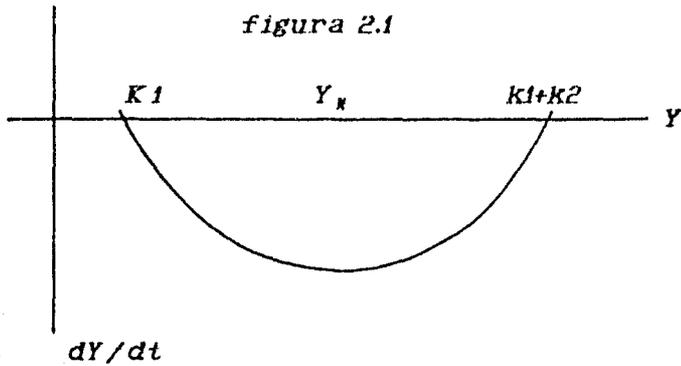
$$AY^2 + BY + C$$

Resultado 3.

En la ecuación $AY^2 + BY + C$ el parámetro A es mayor que cero y el parámetro B es menor que cero.

Esto se debe a lo siguiente; dY/dt es negativa y es función de Y , la cual a su vez tiene dominio en el intervalo

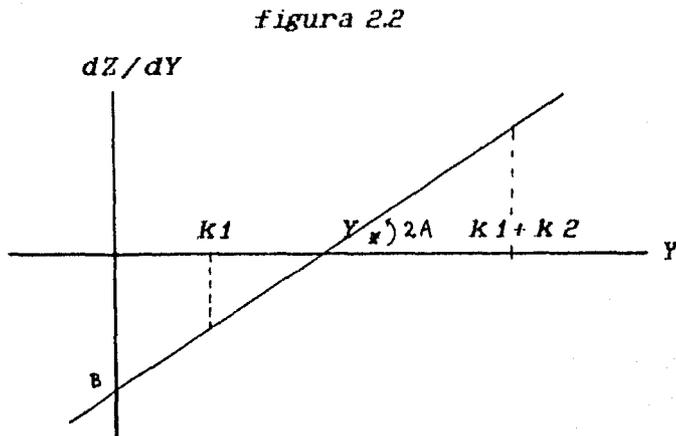
(k_1, k_1+k_2) . Por lo tanto la gráfica de la función sería de la siguiente manera:



Como la gráfica es una parábola, debe existir un punto Y_N entre K_1 y K_1+k_2 tal que sea un mínimo. Si ahora definimos la variable $Z = dY/dt$ y obtenemos la derivada de Z con respecto de Y se obtiene que:

$$\frac{dZ}{dY} = 2AY + B \quad (2.2)$$

La ecuación anterior representa una recta cuya gráfica sería de la siguiente manera:



La gráfica (fig 2.2) debe tener esta forma, ya que si trazamos tangentes en la parábola de la figura (2.1), se observa que cerca de k_1 la derivada de Z es negativa. En tanto que en el punto Y_* la tangente es paralela al eje Y , y por tanto la derivada debe de ser cero. Finalmente cerca de k_1+k_2 la derivada es mayor que cero.

Ahora bien, B es la ordenada al origen de la ecuación (2.2) por lo tanto B según la fig. (2.2) es negativa. La constante $2A$ es la pendiente de esta recta, y es mayor que cero por lo tanto A también debe ser mayor que cero.

2A CALCULO DE LA RELACION MATEMATICA ENTRE LA TASA ESPECIFICA DE FECUNDIDAD Y EL TIEMPO

Hasta ahora los únicos resultados que se han encontrado han sido únicamente con respecto a la ecuación (2.1) que representa la relación entre la derivada de la tasa específica de fecundidad con respecto del tiempo y de la misma tasa. Implícitamente sin embargo se ha supuesto que existe la siguiente relación:

La tasa específica de fecundidad es una función del tiempo; esto es:

$$Y = f(t)$$

Hasta ahora la función $f(t)$ es desconocida, solamente

conocemos propiedades de su derivada. En esta sección se demostrará el siguiente resultado.

Resultado 4

La relación matemática entre la tasa específica de fecundidad y el tiempo es la siguiente:

$$Y = K_1 + \frac{K_2}{1 + e^{a+bt}} \quad (2.3)$$

donde:

K_1 es la cota inferior de la hipótesis 2

K_1+K_2 es la cota superior de la hipótesis 3

y el parámetro b es mayor que cero

Ahora bien, $f(t)$ es desconocida, pero por la hipótesis 4 se sabe que

$$\frac{df(t)}{dt} = AY^2 + BY + C \text{ con } A > 0 \text{ y } B < 0$$

dividiendo entre A se obtiene

$$\frac{1}{A} \frac{dY}{dt} = Y^2 + \frac{B}{A} Y + \frac{C}{A} \quad (2.4)$$

Pero los polinomios de la forma $Y^2 + B/A Y + C/A$ se

pueden factorizar en función de sus raíces*; es decir:

$$Y^2 + \frac{B}{A}Y + \frac{C}{A} = (Y-k_1-k_2)(Y-k_1)$$

sustituyendo en la ecuación 2.4 tenemos que

$$\frac{1}{A} \frac{dY}{dt} = (Y-k_1-k_2)(Y-k_1) \quad (2.5)$$

la ecuación anterior es una ecuación diferencial de variables separables, cuya solución es precisamente la función $f(t)$. Sacando inversos en ambos lados de la ecuación (2.5) se llega a

$$A \frac{dt}{dY} = \frac{1}{(Y-k_1-k_2)(Y-k_1)} \quad (2.6)$$

resolviendo por fracciones parciales tenemos que

$$\frac{1}{(Y-k_1-k_2)(Y-k_1)} = \frac{1}{k_2(Y-k_1-k_2)} + \frac{1}{k_2(k_1-Y)}$$

sustituyendo ahora esta expresión en (2.6) se tiene

$$A \frac{dt}{dY} = \frac{1}{k_2(Y-k_1-k_2)} + \frac{1}{k_2(k_1-Y)}$$

* Se puede demostrar que AY^2+BY+C y $Y^2+(B/A)Y+C/A$ tienen las mismas raíces.

ahora factorizando, despejando k_2 e integrando se obtiene

$$\int A(k_2) dt = \int \frac{1}{(Y - k_1 - k_2)} dY + \int \frac{1}{(k_1 - Y)} dY$$

resolviendo las integrales se llega a que

$$A(k_2)t + C_1 = \ln(Y - k_1 - k_2) + C_2 - \ln(k_1 - Y) + C_3$$

$$A(k_2)t + a = \ln(Y - k_1 - k_2) - \ln(k_1 - Y)$$

donde $a = C_1 - C_2 - C_3$ y por propiedades de los logaritmos

$$A(k_2)t + a = \ln \frac{Y - k_1 - k_2}{k_1 - Y}$$

aplicando exponencial se tiene entonces

$$e^{a + A(k_2)t} = \frac{Y - k_1 - k_2}{k_1 - Y}$$

despejando $k_1 - Y$ se llega a que

$$e^{a + A(k_2)t} (k_1 - Y) = Y - k_1 - k_2$$

$$k_1 e^{a + A(k_2)t} - Y e^{a + A(k_2)t} = Y - k_1 - k_2$$

despejando Y del lado derecho tenemos

$$Y + Y e^{a + A(k_2)t} = k_1 e^{a + A(k_2)t} + k_1 + k_2$$

factorizando Y y k_1 obtenemos

$$Y (1 + e^{a+A(k_2)t}) = k_1(e^{a+A(k_2)t} + 1) + k_2$$

finalmente despejando Y se obtiene el resultado deseado.

$$Y = k_1 + \frac{k_2}{1 + e^{a+bt}}$$

donde $b = Ak_2$. Como $A > 0$ y $k_2 > 0$ resulta que también b es mayor que cero*

En la ecuación anterior se puede observar que a medida que t crece la tasa específica de fecundidad tiende a k_1 y por el contrario si t es pequeño la TEF tiende a $k_1 + k_2$, lo cual está de acuerdo con las hipótesis establecidas en la sección (2.2) con respecto a la tasa específica de fecundidad y el tiempo.

La ecuación (2.3) es un modelo matemático que representa la evolución de la fecundidad con respecto del tiempo, por lo tanto se puede utilizar para conocer ya sea la tasa específica de fecundidad o bien la tasa global de fecundidad en cualquier unidad de tiempo.

* Esta función se conoce como función logística, y ya ha sido utilizada en otros trabajos para proyectar la fecundidad.

CAPITULO 3

ESTIMACION DE LOS PARAMETROS DEL MODELO

3.1 INTRODUCCION.

La teoría solamente puede informarnos en términos cualitativos acerca de la capacidad de respuesta del modelo, y rara vez podrá decirnos algo en términos cuantitativos.

En toda proyección, la información acerca de características tales como la magnitud de un cambio, es absolutamente necesaria. Sin embargo, esto puede lograrse solamente mediante estimaciones empíricas de los parámetros del modelo¹³.

Con los parámetros estimados, se puede entonces calcular la proyección, la cual puede ser en forma de punto o de intervalo. Una diferencia importante entre ambas, es que en la puntual se especifica solamente un valor Y_i para un valor t_i , mientras que en la de intervalo se establece un rango de valores posibles de Y_i para el mismo t_i . Según Christ⁴ debe existir una tendencia a usar la proyección de intervalo, como un medio para oponerse a la mala interpretación de los resultados.

¹³ Kenneth F. Wallis, 1972, pp. 24-25

⁴ Carl F. Christ, 1979, pp. 303-304

32 METODOLOGIA PARA ESTIMAR LOS PARAMETROS

En la ecuación que relaciona la tasa específica de fecundidad con respecto del tiempo:

$$Y = k_1 + \frac{k_2}{1 + e^{a + bt}} \quad (3.1)$$

existen cuatro parámetros desconocidos que se tienen que estimar* k_1 , k_2 , a y b .

como sabemos k_1 es la cota inferior y k_1+k_2 es la cota superior de la ecuación anterior. Pero resulta que también son las raíces de la ecuación que relaciona la derivada de la tasa específica de fecundidad con respecto del tiempo y de la propia tasa específica:

$$\frac{dY}{dt} = AY^2 + BY + C \quad (3.2)$$

por lo tanto, estimando la ecuación anterior y calculando sus raíces, k_1 será la menor de las raíces y k_1+k_2 la mayor de ellas**. En cada grupo de edades se estimó la ecuación anterior de la manera siguiente:

* Existen métodos de estimación no lineal, que no fueron utilizados, debido a que en el momento de realizar el trabajo no se tenía paquetería estadística aplicable a este tipo de problemas.

** El resultado 2 del capítulo anterior nos asegura que ambas raíces son reales.

1) Con los datos existentes de tasas y tiempos (cuadro 1.2) se supuso la siguiente relación en el periodo de observación:

$$Y = \alpha t^2 + \omega t + \lambda \quad (3.3)$$

los parámetros α, ω y λ se estimaron por el método de mínimos cuadrados.

2) Con los parámetros α, ω y λ estimados se obtuvo la derivada con respecto de t :

$$\frac{dY}{dt} = 2\alpha t + \omega \quad (3.4)$$

después se le dieron valores a la variable t y con la ecuación (3.4) se obtuvieron valores de dy/dt . Con los mismos valores de t utilizados anteriormente se calcularon los valores correspondientes de Y con la ecuación (3.3).

3) Lo anterior dió una serie de datos de la variable dy/dt y de la variable Y . Estos datos se utilizaron para estimar la ecuación (3.2). Nuevamente los parámetros A, B y C se estimaron por mínimos cuadrados.

4) Una vez estimados los parámetros de la ecuación (3.2) se pudieron entonces calcular sus raíces de la manera siguiente:

$$k1 = \frac{-B}{2A} - \frac{(B^2 - 4AC)^{1/2}}{2A}$$

$$k_1+k_2 = \frac{-B}{2A} + \frac{(B^2-4AC)^{1/2}}{2A}$$

El cuadro (3.1) siguiente nos muestra la relación por grupo de edades de los valores de k_1 y k_1+k_2 encontrados. Se puede observar también que algunos valores de k_1 y las tasas específicas de fecundidad observadas en Estados Unidos o en Australia en 1980 son parecidos.

CUADRO 3.1
COTAS SUPERIOR E INFERIOR POR GRUPOS DE EDADES
CALCULADAS SEGUN LA METODOLOGIA ANTERIOR

| GRUPO DE EDADES | K2 | superior K1+K2 | inferior K1 | TEF U.S.A. | TEF de AUSTRALIA |
|-----------------|-------|----------------|-------------|------------|------------------|
| 15-19 | .4466 | .4761 | .0295 | .0536 | .0281 |
| 20-24 | .1827 | .3217 | .1390 | .1120 | .1073 |
| 25-29 | .2568 | .3392 | .0824 | .1120 | .1450 |
| 30-34 | .2077 | .2932 | .0855 | .0614 | .0775 |
| 35-39 | .1862 | .2183 | .0321 | .0200 | .0244 |
| 40-44 | .1085 | .1092 | .0007 | .0038 | .0045 |
| 45-49 | .0280 | .0283 | .00028 | .0002 | .0003 |

FUENTE : Las TEF de U.S.A. y de Australia se tomaron de United Nations ,1983, pp. 322-325

Es importante aclarar que en los grupos 30-34, 35-39 y 40-44 las primeras cotas superiores resultaron un poco más pequeñas

que los máximos de cada grupo. Por lo tanto se hicieron otros intentos, recurriendo al análisis de las observaciones aberrantes en estos grupos, que provocaban la subestimación de estas cotas.

Con k_1 y k_2 estimados en la ecuación (3.1) los únicos parámetros que quedan por estimar son a y b , por lo tanto si:

$$Y = k_1 + \frac{k_2}{1 + e^{a+bt}}$$

$$\frac{Y - k_1}{k_2} = \frac{1}{1 + e^{a+bt}}$$

considerando inversos de ambos lados

$$\frac{k_2}{Y - k_1} = 1 + e^{a+bt}$$

$$\frac{k_2}{Y - k_1} - 1 = e^{a+bt}$$

tomando logaritmos en ambos lados de la ecuación

$$\log \left[\frac{k_2}{Y - k_1} - 1 \right] = a + bt$$

$$\text{sea } Z = \log \left[\frac{k_2}{Y - k_1} - 1 \right] \text{ entonces}$$

$$Z = a + bt \quad (3.5)$$

Como k_1 y k_2 son conocidos, se pueden calcular valores de la variable Z y suponiendo esta vez un modelo de regresión lineal simple* se pueden estimar por el método de máxima verosimilitud los parámetros a y b de la ecuación (3.5). El cuadro (3.2) muestra los valores de a y b estimados en cada grupo de edades y además otros datos.

CUADRO 3.2
VALORES DE a Y b ESTIMADOS PARA LA ECUACION
(3.5) POR GRUPOS DE EDADES

| GRUPOS DE EDADES | PARAMETROS DE DETERMI- | | COEFICIENTE AÑO DE INICIO NACION |
|------------------------|------------------------|--------|--|
| | a | b | |
| 15-19 | 0.9924 | 0.0274 | 0.87 1955 |
| 20-24 | -2.8848 | 0.1413 | 0.88 1961 |
| 25-29 | -3.5583 | 0.1505 | 0.69 1961 |
| 30-34 | -2.8022 | 0.1869 | 0.88 1965 |
| 35-39 | -3.4050 | 0.2404 | 0.98 1965 |
| 40-44 | -2.7513 | 0.2391 | 0.88 1967 |
| 45-49 | -2.5907 | 0.1778 | 0.83 1962 |

* Este modelo descansa en supuestos básicos que son fundamentales para la estimación por intervalos, ver Apéndice B

En el cálculo de los parámetros a y b , únicamente se consideró el período en el cual la tendencia de la fecundidad es decreciente. La columna 5 del cuadro (3.2) indica a partir de que año se empieza a observar esta tendencia decreciente. Los valores anteriores a éstos años no se consideraron, puesto que contradicen las hipótesis establecidas en el capítulo 2 con respecto a la baja de la fecundidad. El coeficiente de determinación⁶ representa una medida de ajuste de la función logística a los datos observados de la TEF. Se puede observar en la columna 4 del cuadro (3.2) que el menor coeficiente corresponde al grupo de 25-29 de edad con .69 y el más alto es de .98 y corresponde al grupo de 35-39 años. Todos los coeficientes indican un buen ajuste del modelo a los datos. En el apéndice B se puede observar que la prueba de la significancia del modelo (3.5) es altamente significativa para cualquier grupo de edad. En este apéndice se encuentra también el análisis de residuales, el cual revela que en algunos grupos de edad existe correlación entre los residuales* y además que los supuestos del modelo (3.5) no se cumplen.

3.3 RESULTADOS DE LA PROYECCION

Con a y b estimados, la ecuación (3.1) queda completamente especificada y se puede calcular la proyección simplemente asignándole valores a la variable del tiempo.

⁶ Ver Johnston, 1960, pp. 34-35

* Ver apéndice B, para el análisis de las consecuencias que produce en el modelo (3.5) la correlación de los residuales.

En los cuadros (3.3A y 3.3B) se presentan los resultados obtenidos. Los valores del cuadro (3.3A) son calculados con el modelo. Las cantidades que aparecen en el cuadro (3.3B) representan un intervalo del 95% de confianza*. Es decir, la confianza de que el intervalo contenga el verdadero valor medio de la tasa específica de fecundidad en un año determinado es 95% y que significa que si obtenemos un número infinito de muestras de la

CUADRO 3.3A
TASAS ESPECÍFICAS DE FECUNDIDAD POR EDADES
PROYECTADAS QUINGUENALMENTE EN EL PERÍODO 1980-2000

| GRUPO DE E D A D E S | ESTRUCTURA | | | | | LÍMITE |
|-------------------------|------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1980 | 1985 | 1990 | 1995 | 2000 | |
| 15 - 19 | 0.0998 | 0.0921 | 0.0851 | 0.0787 | 0.0730 | 0.0295 |
| 20 - 24 | 0.2394 | 0.2077 | 0.1808 | 0.1624 | 0.1513 | 0.1390 |
| 25 - 29 | 0.2540 | 0.2074 | 0.1617 | 0.1271 | 0.1056 | 0.0824 |
| 30 - 34 | 0.1893 | 0.1440 | 0.1133 | 0.0974 | 0.0903 | 0.0855 |
| 35 - 39 | 0.1159 | 0.0689 | 0.0449 | 0.0361 | 0.0333 | 0.0321 |
| 40 - 44 | 0.0454 | 0.0197 | 0.0072 | 0.0028 | 0.0013 | 0.0007 |
| 45 - 49 | 0.0102 | 0.0054 | 0.0026 | 0.0013 | 0.0007 | 0.0003 |
| T. G. F. | 4.77 | 3.726 | 2.978 | 2.529 | 2.2775 | 1.8475 |

la población especificada y si para cada muestra calculamos el intervalo, entonces el 95% de esos intervalos van a contener el

* Ver apéndice B para el cálculo del intervalo

verdadero valor de la tasa específica de fecundidad⁷.

En el cuadro (3.3A) también aparece la proyección de la tasa global de fecundidad. La proyección de esta variable se calculó a partir de las tasas específicas de fecundidad por edad según la definición dada en el capítulo 1.

CUADRO 3.3B
INTERVALOS DE CONFIANZA PARA LA T.E.F.
POR GRUPOS DE EDAD Y POR AÑO.

| GRUPOS DE E D A D E S | 1980 | 1985 | 1990 | 1995 | 2000 |
|--------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 15 - 19 | 095,104 | 087,098 | 079,092 | 072,086 | 067,081 |
| 20 - 24 | 224,255 | 189,229 | 164,204 | 151,183 | 144,167 |
| 25 - 29 | 216,285 | 155,260 | 115,232 | 095,201 | 087,171 |
| 30 - 34 | 153,225 | 107,198 | 088,244 | 086,186 | 086,147 |
| 35 - 39 | 099,133 | 055,088 | 038,058 | 034,043 | 032,036 |
| 40 - 44 | 034,058 | 011,034 | 003,017 | 001,007 | 001,004 |
| 45 - 49 | 008,013 | 003,008 | 001,005 | 001,003 | 001,002 |

*** LAS CIFRAS SE DIVIDEN ENTRE 1000

3A ANALISIS Y CONCLUSIONES DE LA PROYECCION

El análisis efectuado en el capítulo 1, hace evidente un descenso drástico de la fecundidad en el decenio de 1970 a 1980.

⁷ Kmenta Jan, 1971, pp. 186-187

Este descenso repercutió como era de esperarse en los niveles porcentuales con que cada grupo de edades contribuye a la fecundidad total, en el grado de concentración de la fecundidad en las edades cúspides y en la tasa global de fecundidad. Por lo tanto, resulta importante cuestionarse ahora, acerca del panorama demográfico que presentará el país en el año 2000, bajo los supuestos establecidos en el capítulo 2 y los supuestos adicionales en el cálculo de los parámetros.

**CUADRO 34. PROYECCION DE LA TASA BRUTA DE REPRODUCCION
SEGUN TRES AUTORES DISTINTOS Y EL MODELO**

| AUTOR | HIPOTESIS | 1980 | 1990 | 2000 |
|--------------------------------------|------------------|-------------|-------------|-------------|
| CONSEJO NAL. DE POBLACION | ALTA | 2.53 | 1.80 | 1.53 |
| | MEDIA | 2.53 | 1.63 | 1.18 |
| | BAJA | 2.53 | 1.45 | 0.87 |
| BENITEZ Y JIMENEZ | ALTA | 3.13 | 2.98 | 2.68 |
| | MEDIA | 3.03 | 2.68 | 2.29 |
| CAMPOSORTEGA | ALTA | 2.42 | 1.96 | 1.87 |
| | MEDIA | 2.29 | 1.65 | 1.52 |
| | BAJA | 2.26 | 1.45 | 1.24 |
| MODELO | | 2.33 | 1.46 | 1.11 |

FUENTE: Camposortega Sergio, 1984, pp. 37

Antes de hacer el análisis es importante comparar los niveles planteados por el modelo, con otras proyecciones

(cuadro 3.4). En 1980 la estimación del modelo se encuentra entre las hipótesis media y alta de Camposortega. En 1990 entre la media y la baja del CONAPO y de Camposortega. Finalmente en el año 2000 entre la media y la baja del CONAPO. La proyección hecha con el modelo, se puede considerar como hipótesis media. Para lograr proyecciones con hipótesis bajas y altas se puede considerar un porcentaje de error en la cota k_1 ; después calcular este porcentaje sobre la cota y entonces restar y sumar esta cantidad a la cota calculada anteriormente en cada grupo de edades y proyectar nuevamente

CUADRO 35
DISTRIBUCION PORCENTUAL DE LOS GRUPOS DE EDAD
CON RESPECTO AL TOTAL DE LA FECUNDIDAD

| GRUPOS DE EIDADES | ESTRUCTURA | | | |
|----------------------|------------|------|------|--------|
| | 1980 | 1990 | 2000 | LIMITE |
| 15 - 19 | 10.5 | 14.3 | 16.0 | 8.00 |
| 20 - 24 | 25.1 | 30.4 | 33.2 | 37.60 |
| 25 - 29 | 26.6 | 27.2 | 23.2 | 22.30 |
| 30 - 34 | 19.8 | 19.0 | 19.8 | 23.10 |
| 35 - 39 | 12.1 | 7.5 | 7.3 | 8.70 |
| 40 - 44 | 4.8 | 1.2 | 0.3 | 0.19 |
| 45 - 49 | 1.1 | 0.4 | 0.2 | 0.08 |

FUENTE: cuadro 3.3A

Ahora bien, con respecto a la edad cúspide de la fecundidad, se observa en el cuadro (3.5) y figura (3.1) que ésta estará caracterizada en 1980 por una curva de cúspide tardía, ya que el máximo aporte corresponde al grupo 25-29 años con 26.6%.

Para 1990 se espera un cambio en la estructura de la fecundidad. Estará caracterizada para ese entonces por una curva de cúspide temprana ya que el mayor aporte corresponderá al grupo de 20-24 años con un 30.4% . En el año 2000 seguirá prevaleciendo esta misma estructura y el porcentaje será de 33.2% .

En el cuadro (3.3A) se pueden observar también los cambios sufridos en cuanto al número de hijos por mujer cuantificados por la tasa global de fecundidad. De esta manera podemos observar que en 1990, la mujer tendrá aproximadamente en todo su período reproductivo 3 hijos, de los cuales aproximadamente 2 serán mujeres. Para el año 2000 los nacimientos se reducirán a 2 y de los cuales 1 de ellos será mujer.

Finalmente veamos la fecundidad en edades cúspides .Se ha encontrado que en los países con baja fecundidad, ésta tiende a concentrarse en un campo de edades más reducido que en los países con estructuras de alta fecundidad.

En el cuadro (3.6) se puede observar que en el año de 1990 y 2000 , les corresponde a las mujeres entre 20 y 34 años de edad un porcentaje mayor al 75% , esto es una característica que se ha observado en países con baja fecundidad.

En casi todos los países con alta fecundidad, se ha observado que las mujeres mayores de 35 años, contribuyen con un 15% o más a la fecundidad total. Mientras que en los países con baja fecundidad les corresponde una contribución menor al 15%. En México en el año de 1990 y 2000 estas mujeres contribuirán con 9.1% y 7.8% respectivamente.

CUADRO 3.6
DISTRIBUCION PORCENTUAL DEL APORTE A LA
FECUNDIDAD TOTAL EN TRES GRANDES GRUPOS

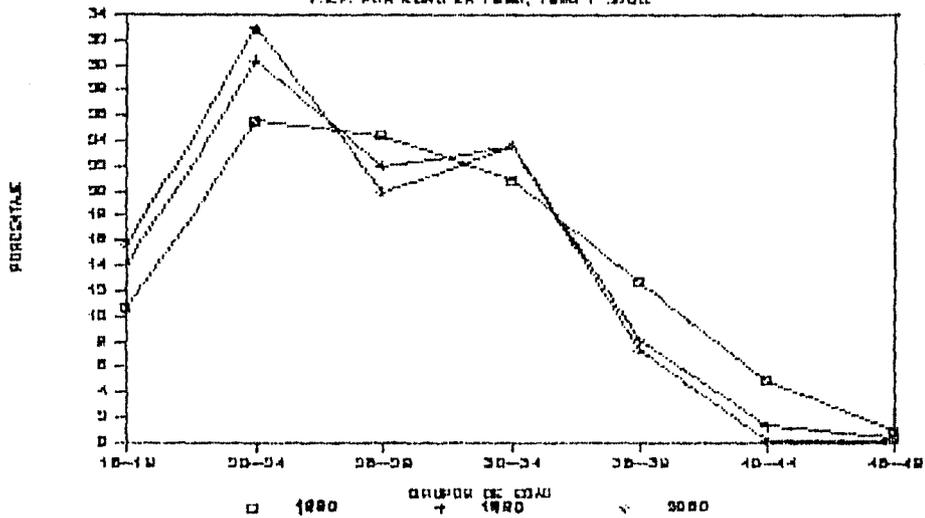
| Grupo de Edades | 1980 | 1990 | 2000 |
|--------------------|------|------|------|
| < 20 | 10.5 | 14.3 | 16.0 |
| 20 - 34 | 71.5 | 76.6 | 76.2 |
| 35 - 49 | 18.0 | 9.1 | 7.8 |

FUENTE: cuadro 3.5

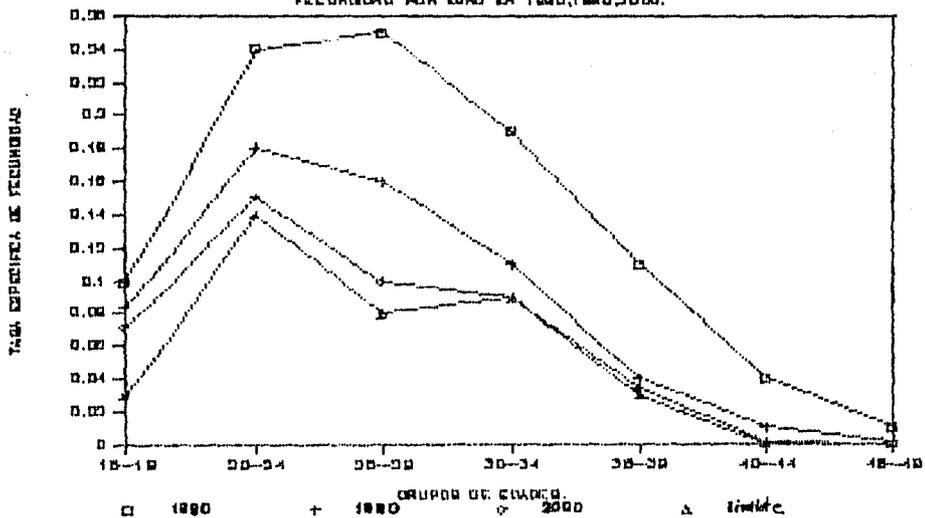
De acuerdo a las dos características anteriores, nuestro país en el año 2000 estará caracterizado por una estructura de baja fecundidad. Sin embargo, en cuanto a la contribución que tendrán las mujeres jóvenes menores de 20 años todavía estará caracterizado por una estructura alta, ya que la contribución será mayor del 15 %, característica que se ha observado generalmente en países con alta fecundidad.

Concluyendo, se puede decir que nuestro país está experimentando actualmente un cambio en el nivel y la estructura de su fecundidad, producto del desarrollo socioeconómico del mismo y de los intensos programas oficiales de planificación familiar impartidos por parte de las diversas instituciones de salud del país. El efecto de este cambio en los años por venir es el panorama demográfico presentado anteriormente. Es una fotografía de la fecundidad del país en el año 2000. Sin embargo, al igual que cualquier estudio, descansa en supuestos básicos que pueden o no cumplirse realmente, y que repercutirán en la veracidad de los resultados aquí presentados.

FIG.3.1 DISTRIBUCION PORCENTUAL DE LA T.E.F. POR EDAD EN 1980, 1990 Y 2000.



TASAS ESPECIFICAS DE FECUNDIDAD POR EDAD EN 1980, 1990, 2000.



APENDICE A

GRUPO DE EDADES DE 15 A 19 AÑOS

| Año | Prom | a | b | c | d | e | f | g | h |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|-------|
| 1955 | .1428 | .1337 | .1518 | | | | | | |
| 1956 | .1557 | .1592 | .1522 | | | | | | |
| 1957 | .1594 | .1710 | .1478 | | | | | | |
| 1958 | .1475 | .1465 | .1484 | | | | | | |
| 1959 | .1500 | .1556 | .1443 | | | | | | |
| 1960 | .1232 | .1358 | .1453 | .1070 | | | .1048 | | |
| 1961 | .1280 | .1368 | .1431 | .1040 | | | | | |
| 1962 | .1352 | .1578 | .1434 | .1020 | .1374 | | | | |
| 1963 | .1309 | .1404 | .1414 | .1000 | .1416 | | | | |
| 1964 | .1390 | .1774 | .1358 | .1000 | .1428 | | | | |
| 1965 | .1263 | .1440 | .1287 | .0990 | .1336 | | | | |
| 1966 | .1186 | .1360 | .1198 | .0970 | .1217 | | | | |
| 1967 | .1091 | .1240 | .1060 | .0930 | .1132 | | | | |
| 1968 | .1076 | .1308 | .0950 | .0920 | .1127 | | | | |
| 1969 | .1047 | .1234 | .0872 | .0920 | .1160 | | | | |
| 1970 | .1126 | .1397 | | .0830 | .1141 | .1322 | .0890 | | |
| 1971 | .1129 | .1151 | | .0940 | .1083 | .1343 | | | |
| 1972 | .1115 | .1129 | | .1000 | .0977 | .1352 | | | |
| 1973 | .1139 | .1092 | | | .0938 | .1386 | | | |
| 1974 | .1120 | .1061 | | | .0916 | .1383 | | | |
| 1975 | .1066 | .0989 | | | .0865 | .1343 | | | |
| 1976 | .1047 | | | | .0842 | .1251 | | | |
| 1977 | .1194 | | | | | .1194 | | | |
| 1978 | .1125 | | | | | .1125 | | | |
| 1979 | .1027 | | | | | .1117 | .0936 | | |
| 1980 | .1061 | | | | | | | | .1061 |

APENDICE A

GRUPO DE EDADES DE 20 A 24 AÑOS

| Año | Prom | a | b | c | d | e | f | g | h |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1955 | .2938 | .2911 | .2964 | | | | | | |
| 1956 | .3065 | .3070 | .3060 | | | | | | |
| 1957 | .3059 | .3095 | .3022 | | | | | | |
| 1958 | .3156 | .3209 | .3102 | | | | | | |
| 1959 | .3170 | .3332 | .3007 | | | | | | |
| 1960 | .3144 | .3399 | .3084 | .3100 | | | .2993 | | |
| 1961 | .3099 | .3241 | .3036 | .3020 | | | | | |
| 1962 | .3031 | .3051 | .3068 | .2990 | .3015 | | | | |
| 1963 | .3095 | .3239 | .3065 | .3000 | .3076 | | | | |
| 1964 | .3098 | .3284 | .3067 | .3030 | .3011 | | | | |
| 1965 | .3013 | .2921 | .3015 | .2950 | .3165 | | | | |
| 1966 | .3085 | .3377 | .2911 | .2940 | .3113 | | | | |
| 1967 | .2955 | .3036 | .2673 | .2910 | .3201 | | | | |
| 1968 | .2924 | .3192 | .2520 | .2970 | .3013 | | | | |
| 1969 | .2877 | .3229 | .2402 | .2830 | .3048 | | | | |
| 1970 | .2947 | .3113 | | .2820 | .2946 | .3069 | .2788 | | |
| 1971 | .2960 | .2890 | | .2860 | .3015 | .3075 | | | |
| 1972 | .3019 | .3155 | | .2880 | .2962 | .3080 | | | |
| 1973 | .2921 | .2870 | | | .2943 | .2950 | | | |
| 1974 | .2827 | .2872 | | | .2751 | .2857 | | | |
| 1975 | .2759 | .2964 | | | .2579 | .2734 | | | |
| 1976 | .2572 | | | | .2465 | .2678 | | | |
| 1977 | .2620 | | | | | .2620 | | | |
| 1978 | .2469 | | | | | .2469 | | | |
| 1979 | .2365 | | | | | .2402 | | .2328 | |
| 1980 | .2030 | | | | | | | | .2030 |

APENDICE A

GRUPO DE EDADES DE 25 A 29 AÑOS

| Año | Pro | a | b | c | d | e | f | g | h |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1955 | .3213 | .3474 | .2952 | | | | | | |
| 1956 | .3276 | .3472 | .3080 | | | | | | |
| 1957 | .2866 | .2746 | .2986 | | | | | | |
| 1958 | .3161 | .2184 | .3138 | | | | | | |
| 1959 | .3099 | .3151 | .3047 | | | | | | |
| 1960 | .3264 | .3379 | .3262 | .3240 | | | .3175 | | |
| 1961 | .3241 | .3270 | .3222 | .3230 | | | | | |
| 1962 | .3425 | .3566 | .3284 | .3250 | .3600 | | | | |
| 1963 | .3307 | .3156 | .3275 | .3240 | .3556 | | | | |
| 1964 | .3369 | .3545 | .3263 | .3260 | .3406 | | | | |
| 1965 | .3255 | .3178 | .3177 | .3240 | .3423 | | | | |
| 1966 | .3293 | .3605 | .3061 | .3220 | .3284 | | | | |
| 1967 | .3176 | .3410 | .2825 | .3170 | .3297 | | | | |
| 1968 | .3152 | .3450 | .2734 | .3200 | .3222 | | | | |
| 1969 | .3060 | .3221 | .2601 | .3180 | .3238 | | | | |
| 1970 | .3236 | .3324 | | .3100 | .3321 | .3250 | .3186 | | |
| 1971 | .3240 | .3228 | | .3120 | .3354 | .3257 | | | |
| 1972 | .3236 | .3156 | | .3110 | .3409 | .3270 | | | |
| 1973 | .3198 | .3300 | | | .3168 | .3127 | | | |
| 1974 | .2887 | .2805 | | | .2955 | .2902 | | | |
| 1975 | .2785 | .2941 | | | .2755 | .2659 | | | |
| 1976 | .2634 | | | | .2729 | .2539 | | | |
| 1977 | .2391 | | | | | .2391 | | | |
| 1978 | .2269 | | | | | .2269 | | | |
| 1979 | .2180 | | | | | .2202 | | .2158 | |
| 1980 | .2110 | | | | | | | | .2110 |

APENDICE A

GRUPO DE EDADES DE 30 A 34 AÑOS

| Año | Prom | a | b | c | d | e | f | g | h |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1955 | .2628 | | .2628 | | | | | | |
| 1956 | .2720 | | .2720 | | | | | | |
| 1957 | .2614 | | .2614 | | | | | | |
| 1958 | .2679 | | .2679 | | | | | | |
| 1959 | .2569 | | .2569 | | | | | | |
| 1960 | .2767 | .3062 | .2692 | .2620 | | | .2693 | | |
| 1961 | .2702 | .2854 | .2653 | .2600 | | | | | |
| 1962 | .2822 | .3020 | .2717 | .2610 | .2939 | | | | |
| 1963 | .2816 | .2862 | .2724 | .2620 | .3056 | | | | |
| 1964 | .2643 | .3086 | .2777 | .2660 | .2048 | | | | |
| 1965 | .2747 | .2664 | .2748 | .2540 | .3036 | | | | |
| 1966 | .2730 | .2821 | .2685 | .2560 | .2852 | | | | |
| 1967 | .2645 | .2495 | .2464 | .2520 | .3099 | | | | |
| 1968 | .2711 | .2967 | .2366 | .2570 | .2940 | | | | |
| 1969 | .2665 | .2897 | .2262 | .2470 | .3030 | | | | |
| 1970 | .2705 | .2782 | | .2460 | .2872 | .2712 | .2645 | | |
| 1971 | .2668 | .2704 | | .2470 | .2815 | .2684 | | | |
| 1972 | .2664 | .2815 | | .2540 | .2657 | .2645 | | | |
| 1973 | .2634 | .2702 | | | .2567 | .2632 | | | |
| 1974 | .2511 | .2624 | | | .2354 | .2556 | | | |
| 1975 | .2364 | .2359 | | | .2265 | .2469 | | | |
| 1976 | .2235 | | | | .2126 | .2343 | | | |
| 1977 | .2101 | | | | | .2101 | | | |
| 1978 | .1989 | | | | | .1989 | | | |
| 1979 | .1923 | | | | | .1818 | | .2027 | |
| 1980 | .1720 | | | | | | | | .1720 |

APENDICE A

GRUPO DE EDADES DE 35 A 39 AÑOS

| Año | Prom | a | b | c | d | e | f | g | h |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1955 | .1757 | | .1757 | | | | | | |
| 1956 | .1801 | | .1801 | | | | | | |
| 1957 | .1692 | | .1692 | | | | | | |
| 1958 | .1780 | | .1780 | | | | | | |
| 1959 | .1772 | | .1772 | | | | | | |
| 1960 | .2011 | | .1945 | .2080 | | | .2008 | | |
| 1961 | .2011 | | .1941 | .2080 | | | | | |
| 1962 | .2032 | | .1975 | .2130 | .1992 | | | | |
| 1963 | .2046 | | .1952 | .2110 | .2076 | | | | |
| 1964 | .2083 | | .1970 | .2190 | .2089 | | | | |
| 1965 | .2184 | .2462 | .1937 | .2160 | .2178 | | | | |
| 1966 | .2072 | .2109 | .1888 | .2210 | .2080 | | | | |
| 1967 | .1990 | .1777 | .1729 | .2150 | .2102 | | | | |
| 1968 | .2007 | .2244 | .1660 | .2150 | .1972 | | | | |
| 1969 | .1931 | .1992 | .1589 | .2130 | .2013 | | | | |
| 1970 | .2015 | .1975 | | .2100 | .2036 | .1939 | .2014 | | |
| 1971 | .1979 | .1920 | | .2060 | .2108 | .1829 | | | |
| 1972 | .1962 | .1895 | | .2120 | .2081 | .1752 | | | |
| 1973 | .1824 | .1868 | | | .1918 | .1687 | | | |
| 1974 | .1685 | .1645 | | | .1788 | .1622 | | | |
| 1975 | .1697 | .1840 | | | .1674 | .1576 | | | |
| 1976 | .1571 | | | | .1646 | .1497 | | | |
| 1977 | .1408 | | | | | .1408 | | | |
| 1978 | .1393 | | | | | .1393 | | | |
| 1979 | .1406 | | | | | .1331 | | .1481 | |
| 1980 | .1220 | | | | | | | | .1220 |

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

APENDICE A

GRUPO DE EDADES DE 40 A 44 AÑOS

| Año | Prom | a | b | c | d | e | f | g | h |
|------|-------|-------|-------|---|-------|-------|---|-------|-------|
| 1955 | .0890 | | .0890 | | | | | | |
| 1956 | .0906 | | .0906 | | | | | | |
| 1957 | .0860 | | .0860 | | | | | | |
| 1958 | .0863 | | .0863 | | | | | | |
| 1959 | .0798 | | .0798 | | | | | | |
| 1960 | .0864 | | .0864 | | | | | | |
| 1961 | .0876 | | .0876 | | | | | | |
| 1962 | .0940 | | .0921 | | .0958 | | | | |
| 1963 | .0954 | | .0911 | | .0996 | | | | |
| 1964 | .0914 | | .0914 | | .0913 | | | | |
| 1965 | .0981 | | .0926 | | .1036 | | | | |
| 1966 | .0938 | | .0885 | | .0991 | | | | |
| 1967 | .0932 | | .0811 | | .1052 | | | | |
| 1968 | .0892 | | .0763 | | .1020 | | | | |
| 1969 | .0876 | | .0737 | | .1015 | | | | |
| 1970 | .1005 | .1158 | | | .1040 | .0821 | | | |
| 1971 | .0933 | .0983 | | | .0968 | .0849 | | | |
| 1972 | .0941 | .0947 | | | .0956 | .0921 | | | |
| 1973 | .0882 | .0887 | | | .0882 | .0877 | | | |
| 1974 | .0843 | .0820 | | | .0844 | .0864 | | | |
| 1975 | .0792 | .0793 | | | .0823 | .0759 | | | |
| 1976 | .0756 | | | | .0779 | .0733 | | | |
| 1977 | .0588 | | | | | .0588 | | | |
| 1978 | .0537 | | | | | .0537 | | | |
| 1979 | .0556 | | | | | | | .0636 | |
| 1980 | .0430 | | | | | | | | .0430 |

APENDICE A

GRUPO DE EDADES DE 45 A 49 AÑOS

| Año | Prom | a | b | c | d | e | f | g | h |
|------|-------|-------|-------|---|-------|-------|-------|---|-------|
| 1955 | .0291 | | .0291 | | | | | | |
| 1956 | .0282 | | .0282 | | | | | | |
| 1957 | .0248 | | .0248 | | | | | | |
| 1958 | .0247 | | .0247 | | | | | | |
| 1959 | .0248 | | .0248 | | | | | | |
| 1960 | .0264 | | .0264 | | | | | | |
| 1961 | .0280 | | .0280 | | | | | | |
| 1962 | .0254 | | .0270 | | .0237 | | | | |
| 1963 | .0257 | | .0266 | | .0247 | | | | |
| 1964 | .0268 | | .0238 | | .0298 | | | | |
| 1965 | .0264 | | .0238 | | .0290 | | | | |
| 1966 | .0239 | | .0232 | | .0246 | | | | |
| 1967 | .0229 | | .0225 | | .0232 | | | | |
| 1968 | .0234 | | .0221 | | .0244 | | | | |
| 1969 | .0229 | | .0211 | | .0246 | | | | |
| 1970 | .0207 | | | | .0215 | .0199 | | | |
| 1971 | .0210 | | | | .0218 | .0201 | | | |
| 1972 | .0213 | | | | .0253 | .0172 | | | |
| 1973 | .0188 | | | | .0237 | .0139 | | | |
| 1974 | .0164 | | | | .0206 | .0122 | | | |
| 1975 | .0151 | .0165 | | | .0174 | .0115 | | | |
| 1976 | .0145 | | | | .0181 | .0108 | | | |
| 1977 | .0102 | | | | | .0102 | | | |
| 1978 | .0094 | | | | | .0094 | | | |
| 1979 | .0098 | | | | | .0100 | .0095 | | |
| 1980 | .0180 | | | | | | | | .0180 |

FUENTES:

- a.- Coordinación General del Sistema Nacional de Información,
Encuesta Mexicana de Fecundidad. Primer Informe Nacional. S.P.P.,
Vol I, México 1979, Pag. 138.
- b.- Centro Latinoamericano de Demografía, La Fecundidad en México.
Estimación de Niveles y Tendencias 1950-1979, octubre 1980.
Mimeografiado, Pag. 14

- c.- *Coordinación General del Sistema de Información. Estadísticas Vitales, Los Niveles de la Fecundidad en México 1960-1974. S.P.P. Serie # 3, México, junio 1978. Pags. 5-17.*
- d.- *Centro Latinoamericano de Demografía, La Fecundidad en México. Estimación de Niveles y Tendencias 1950-1979, Pag. 5, octubre 1980.*
- e.- *Instituto Mexicano del Seguro Social. La Revolución Demográfica en México, Capítulo 3 (en prensa).*
- f.- *Alba Francisco. La Población de México: Evolución y Dilemas, CEED, El Colegio de México, México 1977, Pag. 30.*
- g.- *García Nuñez, José; et. al. Encuesta Nacional de Prevalencia en el Uso de Métodos Anticonceptivos con Módulo Fecundidad-Mortalidad. Estimaciones de Fecundidad y Mortalidad a Nivel Nacional. Coordinación del Programa de Planificación Familiar, México, junio 1980. Pag. 32.*
- h.- *Resultados de la Encuesta Nacional Demográfica de 1982, CONAPO y DGE*

APENDICE B

B.1 Supuestos

En el Modelo de Regresión Lineal Simple se supone que cada observación de la variable Z_i esta dado por:

$$Z_i = a + bt + u_i \\ i = 1, 2, \dots, n$$

donde u_i es una variable aleatoria, de la cual se hacen las siguientes suposiciones⁵:

$$E(u_i) = 0 \text{ para cada } i$$

$$COV(u_i, u_j) = 0 \text{ para } i \neq j$$

$$VAR(u_i) = \sigma^2 \text{ para cada } i$$

$$u \sim N(0, \sigma^2)$$

B.2 Cálculo del Intervalo

Los extremos del intervalo de confianza para $E(Z_x)$ correspondiente a un valor t_x de la variable independiente t y para un nivel de significancia α están dados por:

$$a + bt_x \pm t_{\alpha/2} \sqrt{VAR(Z_x)}$$

donde:

$a + bt_x$ es la estimación puntual correspondiente al valor t_x

⁵ Gujarati D. 1978, pp. 63-64

$t_{\alpha/2}$ es el valor de una variable aleatoria t con $(n-2)$ grados de libertad, de tal manera que la probabilidad a partir de $t_{\alpha/2}$ es $\alpha/2$.

$$Z_k = a + b t_k$$

$$VAR(a+bt_k) = \sigma^2 \left\{ \frac{1}{n} + \frac{(t_k - \bar{t})^2}{\sum (t_j - \bar{t})^2} \right\}$$

Ahora bien, para determinar el intervalo de confianza para Y_k dado el mismo t_k , se tomaron los valores extremos del intervalo para $E(Z_k)$; Es decir:

$$Y_A = k_1 + \frac{k_2}{1 + e^{a+bt - t_{\alpha/2}} VAR(Z_k)}$$

$$Y_B = k_1 + \frac{k_2}{1 + e^{a+bt + t_{\alpha/2}} VAR(Z_k)}$$

Pero $Y_B < Y_A$ por lo tanto el intervalo para Y_k es:

$$[Y_B < Y_k < Y_A]$$

con una confianza de $(1-\alpha)$ % de que contenga al verdadero valor de la tasa específica de fecundidad Y_k .

B3 Consecuencias por la Correlación de los residuales

Recordemos que si todos los supuestos del modelo de regresión se cumplen, entonces los estimadores a y b de la ecuación $Z=a+bt$ son los mejores en el sentido de que tienen la varianza más pequeña. Si existe correlación de los residuales las consecuencias son las siguientes:

- a) Los intervalos de confianza serán más anchos de lo necesario y la prueba de significancia menos fuerte.
- b) La varianza residual σ^2 tiende a subestimar a la verdadera
- c) Las varianzas y los errores estandar de los estimadores a y b tienden a subestimar a los verdaderos parámetros correspondientes.
- d) Las pruebas usuales de significancia de F y t ya no son válidas y si se aplican tienden a dar conclusiones erróneas
- e) Los estimadores se vuelven sensibles a las fluctuaciones muestrales.
- d) Por todo lo anterior los resultados proyectados estarán subestimados ó sobrestimados.

TABLA B.1
 COEFICIENTES DE DETERMINACION DEL MODELO (35) F CALCULADA
 Y EXISTENCIAS DE CORRELACION POR GRUPOS DE EDADES

| GRUPO DE EDADES | N | F CALCULADA | ESTADIS. C O T A S | | CORREL. | | |
|-----------------|----|-------------|--------------------|------|----------|--------|------|
| | | | INF. | SUP. | RESIDUAL | C.DET. | |
| 15 - 19 | 26 | 134.87 | .842 | 1.30 | 1.46 | si | .849 |
| 20 - 24 | 20 | 107.83 | .930 | 1.20 | 1.41 | si | .857 |
| 25 - 29 | 20 | 37.32 | 1.951 | 1.20 | 1.41 | no | .675 |
| 30 - 34 | 16 | 26.40 | 2.343 | 1.10 | 1.37 | no | .654 |
| 35 - 39 | 16 | 161.40 | 1.730 | 1.10 | 1.37 | no | .920 |
| 40 - 44 | 14 | 81.24 | 1.631 | | | ? | .871 |
| 45 - 49 | 19 | 98.53 | 1.236 | 1.18 | 1.40 | ? | .853 |

En esta tabla se puede observar que para cualquier nivel de significancia la F calculada es mayor que la F de tablas y por lo tanto se rechaza la hipótesis $H_0: b=0$.

Por otro lado en el grupo de 40-44 las cotas no se pueden calcular (la mínima n debe ser 15) por lo tanto no se puede decir nada. En el siguiente grupo la prueba no es concluyente y no se puede afirmar si existe o no la correlación. El análisis gráfico de los residuales reveló que en todos los grupos de edad los supuestos no se pueden tomar como válidos. Sin embargo, para mayor seguridad, se deben hacer pruebas numéricas como la de la correlación.

B I B L I O G R A F I A .

- 1) APOSTOL M. TOM *Análisis Matemático* (trad. José Pla Carrera) 2a. ed. España, Ed. Reverté, 1981, 596 pp.
- 2) CAMPOSORTEGA SERGIO *Las Proyecciones de la Fecundidad en México, Seminario "La Fecundidad en México: Cambios y Perspectivas". El Colegio de México 1984, 38 pp.*
- 3) CENTRO DE ESTUDIOS *Principios Elementales de la Demografía DEMOGRAFICOS (CED) Universidad de la Habana, Cuba. Instituto de Economía, serie 1, Estudios Demográficos, no. 1, Junio de 1972, 93 pp.*
- 4) CHRIST F. CARL *Módelos y Métodos Econométricos.* (trad. Norma Horenstein), México, Ed. Limusa S.A., 1979, 704 pp.
- 5) GUJARATI D. *Econometría Básica*(trad. Juan Manuel Mesa), México, Libros McGraw-Hill de México, S.A. de C.V. 1978, 463 pp.
- 6) HAASER B. NORMAN *Análisis Matemático I: Curso de Introducción.* Ed. Trillas S.A., México 1974, 810 pp.

- 7) **JOHNSTON J.** *Métodos de Econometría* (trad. José Ma. Otero M.) 3a. ed. España, Ed. Vicens-Vives, 1975, 464 pp.
- 8) **KHENTA J.** *Elements of Econometrics*, New York, Ed. Macmillan Publishing Co. 1971, 655 pp.
- 9) **MURRAY R. SPIEGEL** *Estadística Teoría y Problemas* (trad. José Luis Gómez Espadas), México, Ed. Libros McGraw-Hill de México S.A. de C.V., 1970, 357 pp.
- 10) **NACIONES UNIDAS** *Boletín de Población de las Naciones Unidas # 7, 1963*, Naciones Unidas Nueva York, 1965, 175 pp.
- 11) **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO** *Manual de Laboratorio: Una Introducción a la Metodología de la Experimentación*. Facultad de Ciencias 1977, 156 pp.
- 12) **UNITED NATIONS** *Demographic Yearbook, 35a. ed.* New York Ed. United Nations Publication, 1983, 1083 pp.

13) **WALLIS F. KENETH** *Introducción a la Econometría* (trad. Carlos Romero), 2a. ed. España, Ed. Alianza, 1979, 215 pp.